

Análisis probabilístico y optimización de los recursos de agua subterránea: el caso del acuífero Maipo-Mapocho, Chile

Gabriela Steinbrügge
José F. Muñoz
Bonifacio Fernández

Pontificia Universidad Católica de Chile

La creciente demanda de agua subterránea en el acuífero Maipo-Mapocho en Santiago de Chile hace cada vez más necesario el desarrollo de mejores estrategias de gestión. En este estudio se busca diseñar una estructura de explotación de agua subterránea que permita optimizar los recursos y garantizar la sustentabilidad del sistema a través de un modelo de simulación hidrogeológica del acuífero. El problema de gestión es planteado y resuelto mediante el uso de las técnicas de simulación-optimización, la matriz de respuesta unitaria y el método simplex de optimización. Los niveles de agua subterránea se simularon con un modelo numérico bajo diferentes políticas de extracción, utilizando información de la recarga de los últimos 48 años para representar la variabilidad del sistema hidrológico. Luego se ajustaron modelos probabilísticos a las series de niveles, los cuales facilitaron la estimación de la probabilidad de falla de los pozos de bombeo del sistema. Se definió el estado de falla como la instancia en que el nivel del agua subterránea en un pozo se ubica bajo la cota mínima para el bombeo. Con este análisis probabilístico se pudo comparar la eficiencia del diseño óptimo frente a otras modalidades de operación. El análisis probabilístico evalúa la estabilidad del sistema (para la estrategia optimizada se obtuvo un 57%) y la eficiencia de caudales (se llegó a un 95%). Además, los resultados obtenidos demuestran que el método es adecuado para determinar mejores estrategias de extracción, ya que se logró definir una política de extracción de mayor caudal promedio mensual que el históricamente explotado durante el año 2002.

Palabras clave: administración del agua subterránea, análisis probabilístico, optimización de los recursos subterráneos, método de la matriz de respuesta unitaria, método de simulación-optimización.

Introducción

La demanda de agua subterránea del acuífero Maipo-Mapocho, Santiago de Chile, va en constante aumento. Considerando que la capacidad de los acuíferos es finita y que la sobreexplotación puede causar un descenso incontrolado de los niveles del agua subterránea, la preocupación de los diferentes usuarios radica en poder llevar a cabo una gestión racional, eficiente y sostenible del sistema.

Existen numerosos modelos computacionales que, simulando el flujo del agua subterránea, han sido diseñados para predecir la respuesta física del sistema frente a las diferentes políticas de extracción. Una forma de diseñar mejores estrategias de administración es combinando estos modelos de simulación con procesos de optimización.

Greenwald (2003) sostiene que en la gestión del agua subterránea se acostumbra utilizar la técnica de prueba y error, con la que se simulan varias estrategias,

se comparan los resultados y se selecciona la que mejor se comporte. Como existe un sinnúmero de políticas posibles, es muy probable que dentro de las opciones analizadas no se haya considerado la solución óptima. En este sentido, el desarrollo de los modelos de simulación-optimización juega un papel muy importante.

Barlow *et al.* (1996) plantean que la clave en la técnica de la simulación-optimización es la incorporación directa de la dinámica del sistema físico, representado por un modelo de simulación, dentro de un programa de optimización diseñado para maximizar o minimizar la función objetivo para la administración del sistema. Otros estudios previos (Wagner, 1995) han demostrado la aplicabilidad de la simulación-optimización a una gran variedad de casos, donde se han identificado estrategias de administración superiores a las que estaban en uso hasta ese momento. Gorelick (1983) presenta una revisión detallada del uso de la simulación-optimización para el análisis de los problemas de administración en acuíferos, donde muestra las diferentes técnicas empleadas para resolver el problema, tales como la integración (Gharbi y Peralta, 1994), la matriz de respuesta unitaria (Maddock, 1972) y el método jerárquico (Das Gupta *et al.*, 1996).

El campo de aplicación de la simulación-optimización es amplio. Existen estudios cuyo objetivo es minimizar los costos operativos al satisfacer la demanda (Das Gupta *et al.*, 1996; Fragoso *et al.*, 2003), determinar la localización óptima de los pozos de extracción, optimizar sistemas de remediación de plumas contaminantes (Dougherty y Marryott, 1991), o bien profundizar la capa acuífera para protegerla de la contaminación superficial (Barlow *et al.*, 1996). En este último estudio se presenta el caso del Valle de San Joaquín, California, donde la producción agrícola contribuyó al incremento significativo de los niveles del agua subterránea. En consecuencia, estas aguas quedaron expuestas a la infiltración de sales y tóxicos. La aplicación de un modelo de simulación-optimización permitió identificar estrategias de bombeo para el control de la profundidad del nivel del acuífero en forma mucho más efectiva que el modelo de simulación por sí solo. El modelo combinado permitió discriminar espacialmente la mejor ubicación de los pozos de bombeo.

En este artículo se aborda el caso particular del acuífero de Maipo-Mapocho en Santiago de Chile. El objetivo del estudio es diseñar una configuración de caudales de bombeo de agua subterránea que permita aprovechar al máximo los recursos disponibles, garantizando la sustentabilidad del acuífero. Para ello se emplea la técnica de la matriz de respuesta unitaria (Maddock, 1972) y el método de la simulación-

optimización, que permite determinar estrategias eficientes de extracción y distinguir las áreas más apropiadas para explotar. En particular, la función objetivo del problema de optimización busca maximizar el caudal total extraído desde un grupo de pozos, sujeto a restricciones en los niveles de operación mínimos y máximos, y a los derechos que tienen asignados legalmente los pozos en la zona. El conjunto de pozos analizados representa más del 10% del total de pozos distribuidos en el acuífero y sus derechos de explotación ascienden a un 14% del total otorgado en la zona.

Por otro lado, interesa simular y evaluar la respuesta del acuífero explotado de distintas formas. Para facilitar la interpretación estadística de los resultados de los modelos, se propone un análisis probabilístico que mide los efectos de la variación en las políticas de extracción de agua subterránea sobre un acuífero y determina el riesgo asociado a las fallas en los sistemas de bombeo. Este análisis es aplicado a las series de tiempo de los niveles de agua subterránea entregadas por el modelo de simulación.

Para cuantificar la eficiencia del diseño optimizado en la administración de los recursos, a partir de los resultados del análisis probabilístico, se emplearon dos indicadores: el primero se refiere a la estabilidad del sistema y el segundo, a su eficiencia para extraer el caudal impuesto al modelo. En el estudio se compara, a través del análisis probabilístico, la respuesta del acuífero Maipo-Mapocho en un escenario de explotación histórico, con la respuesta dada en otros escenarios escogidos en forma arbitraria y finalmente frente a la aplicación de la estrategia optimizada.

La simulación-optimización se realiza mediante el programa *Modman* (Greenwald, 1998), que transforma el problema de administración de los recursos subterráneos en un problema lineal mediante el método de la matriz de respuesta unitaria. Este programa trabaja en conjunto con el programa de simulación hidrogeológica *Modflow* (McDonald y Harbaugh, 1988) y el programa de optimización lineal *Lindo* (Schrage, 1997).

De los resultados obtenidos, se concluye que la técnica de optimización permite encontrar una estrategia de extracción tal que la estabilidad del sistema alcanza un 57%, y la eficiencia de los caudales disponibles *versus* los impuestos, se acerca al 95%, con un caudal promedio mensual explotable de 3.01 m³/s. Este caudal disponible es 2.3 veces superior a lo obtenido históricamente durante el año 2002.

Mediante el análisis realizado en este estudio se detectaron zonas que se encuentran sobreexplotadas. También se analizó la situación hipotética en que todos

los derechos vigentes en la actualidad fueran ejercidos y se detectó que esta práctica no es técnicamente factible. En consecuencia, se constata la utilidad de las técnicas de análisis computacional en el campo de estudio de la gestión de acuíferos.

El modelo matemático de flujo

Se utilizó un modelo disponible del acuífero construido utilizando el programa *Modflow* (McDonald y Harbaugh, 1988), que entrega una solución numérica a las ecuaciones del flujo subterráneo en tres dimensiones mediante el método de diferencias finitas. Bajo condiciones transientes, en un medio heterogéneo y anisotrópico, el movimiento tridimensional del agua subterránea de densidad constante a través de un suelo poroso puede describirse mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \right) - W = S_s \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (1)$$

donde K_{xx} , K_{yy} y K_{zz} son la conductividad hidráulica en los ejes x , y , z [Lt^{-1}]; h es la altura piezométrica [L]; W es el flujo volumétrico unitario que representa las fuentes o salidas de agua [T^{-1}]; S_s es el almacenamiento específico del medio poroso [L^{-1}], y t es el tiempo [T].

Método de la matriz de respuesta unitaria

La teoría de la respuesta lineal en aguas subterráneas se basa en dos principios de la superposición lineal (Greenwald, 1998):

- Al aumentar por un factor el caudal de bombeo, se incrementa la depresión del acuífero en el mismo factor.
- La depresión causada por varios pozos es igual a la suma de la depresión ocasionada por cada pozo individual en forma independiente.

La condición de linealidad es válida para acuíferos confinados, pero no necesariamente para acuíferos libres o semiconfinados. Sin embargo, es fundamental validar los procedimientos para comprobar la efectividad de la estrategia optimizada.

El método de la matriz de respuesta unitaria define la depresión causada por un pozo de bombeo como la combinación lineal de las demás tasas de bombeo.

Para el cálculo de los elementos de la matriz de respuesta unitaria, se invoca en forma iterativa al

modelo de simulación. Si el problema considera la administración de n pozos de extracción, el modelo se usa $n+1$ veces. La primera simulación considera todos los pozos administrados inactivos y determina la influencia del entorno sobre los pozos administrados. Este entorno está compuesto por todos aquellos pozos de bombeo sobre cuya administración no se tiene injerencia. Para las simulaciones siguientes se van activando los pozos administrados de uno a la vez, manteniendo todos los demás pozos del grupo inactivos. Durante estas simulaciones, cada pozo es sometido a un estrés unitario que determina cuál es la respuesta del acuífero frente a dicho estímulo. De este modo se aísla el efecto que produce la operación independiente de cada pozo sobre los demás del grupo. La respuesta $R_{i,j}^k$ del pozo i , en el periodo k , a causa de un estrés unitario en el pozo j , se calcula de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$R_{i,j}^k = e_i^k + u_{i,j}^k \quad (2)$$

donde e_i^k corresponde a la depresión en el periodo k , ocasionada por el entorno sobre el pozo i y $u_{i,j}^k$ es la depresión en el periodo k sobre el pozo i que causa una extracción unitaria q_j en el pozo j .

Luego, la respuesta unitaria del pozo $RU_{i,j}^k$ queda determinada por:

$$RU_{i,j}^k = \frac{R_{i,j}^k}{q_j^k} \quad (3)$$

Finalmente, la depresión inducida $D_{i,j}^k$ en el pozo i por un determinado caudal Q_j^k bombeado en el pozo j se calcula mediante:

$$D_{i,j}^k = RU_{i,j}^k Q_j^k \quad (4)$$

Problema de optimización

La función objetivo del problema es maximizar el caudal total extraído desde el grupo de pozos en estudio, evitando fallas del sistema de pozos de bombeo y respetando las restricciones básicas relativas a las tasas de extracción admitidas legalmente de acuerdo con los derechos concedidos y con los niveles de agua subterránea físicamente factibles. El máximo caudal permitido está acotado por el derecho legal que posee cada uno de dichos pozos, sin considerar la inyección del caudal al acuífero.

Las variables de decisión, determinadas en el proceso de optimización, corresponden a las tasas de

extracción desde cada uno de los diferentes pozos de bombeo en cada mes del año.

Las restricciones relativas a las alturas piezométricas del agua subterránea en los pozos de bombeo para cada periodo se plantean en función de la depresión administrada de acuerdo con la siguiente relación:

$$N_i = U_i - \sum_{j=1}^m [R_{ij} Q_j] \quad (5)$$

donde N_i es el nivel del acuífero en el pozo i , a causa del bombeo en los otros pozos del grupo administrado; U_i es el nivel del acuífero en el pozo i , en ausencia de bombeo en los otros pozos del grupo administrado; R_{ij} es la depresión en el pozo i ocasionada por una extracción unitaria en el pozo administrado j ; Q_j es el caudal bombeado desde el pozo administrado j , y m es el número de pozos administrados.

La representación matemática que resulta de la función objetivo y sus restricciones es la siguiente:

$$\text{Máx} \left\{ \sum_{\tau=1}^{12} \sum_{p=1}^m Q_{p,\tau} \right\} \quad (6)$$

sujeta a las restricciones:

$$\begin{aligned} N_{p,\tau} &= U_{p,\tau} - \sum_{i=1}^m [R_{pi} Q_{p,\tau}] \\ 0 < Q_{p,\tau} < D_p \\ NF_p < N_{p,\tau} < NS_p \end{aligned} \quad (7)$$

donde $Q_{p,\tau}$ es el caudal extraído desde el pozo p durante el mes τ ; D_p , el derecho de extracción asignado legalmente para el pozo p (constante durante el año); $N_{p,\tau}$, el nivel del acuífero en el pozo p durante el mes τ ; $U_{p,\tau}$, el nivel del acuífero en el pozo p durante el mes τ en ausencia de bombeo en los otros pozos del grupo administrado; R_{pi} , la depresión en el pozo p ocasionada por una extracción unitaria en el pozo administrado i ; NF_p , el nivel de falla del acuífero para el pozo p , y NS_p es el nivel de la superficie del terreno en la ubicación del pozo p . El nivel de falla del acuífero corresponde a la cota mínima en que es posible bombear un caudal, y depende de la profundidad y de las especificaciones técnicas de la bomba en cada uno de los pozos.

Para resolver el problema de optimización se utilizó el programa *Lindo* (Schrage, 1997), que resuelve problemas de programación lineal mediante el método simplex.

Análisis probabilístico de las series de tiempo de las simulaciones

Para facilitar la estimación de las probabilidades de falla de cada pozo, se ajusta un modelo probabilístico a la serie de niveles entregada por el modelo de simulación. El procedimiento seguido para seleccionar los modelos de distribución de probabilidades de los niveles mensuales corresponde al descrito por el USGS (1982) y por la WMO (1989).

Las series de niveles del agua subterránea en el acuífero, generadas por el modelo de simulación para cada pozo de explotación, están condicionadas a la política de extracción utilizada para la simulación, de manera que si ella cambia, los resultados del análisis probabilístico se verán afectados. Se trata, por lo tanto, de probabilidades condicionadas a la política de extracción supuesta (Muñoz *et al.*, 2003).

Existen algunos pozos para los cuales los resultados del modelo de simulación no son completos, ya que durante su explotación, los niveles se deprimen hasta alcanzar la roca y el modelo los suprime, de manera que las series son más cortas, sin valores a partir de esta circunstancia. Las series con información de más de 10 años se han considerado arbitrariamente dentro del análisis probabilístico, mientras que las más cortas se han considerado como pozos que se secan y que no tienen evidencia estadística suficiente para respaldar un análisis. En ese sentido, la optimización busca definir un escenario que entregue series suficientemente largas para que todos los pozos de bombeo puedan ser analizados probabilísticamente.

Ajuste de modelos probabilísticos

Debido a que los niveles del acuífero en cada pozo presentan un mínimo inferior, en el ajuste se emplearon sólo modelos que reproduzcan esta propiedad, como el Log Normal, Log Pearson III o Gama de tres parámetros y valores extremos tipo I, o Gumbel para el logaritmo de los niveles. Posteriormente, se selecciona el modelo que mejor represente las propiedades de las series de tiempo de los logaritmos de los niveles, utilizando la dócima de Filliben (1993). Para cada mes y para cada pozo analizado se obtienen tres series ajustadas: una Log Pearson tipo III, otra Log Normal y una última de Log Gumbel. Estas tres series se comparan con la semiempírica usando el coeficiente de correlación. A mayor valor del coeficiente de correlación, mejor es el ajuste de la distribución analizada, de manera que para cada serie mensual se elige la distribución de mayor coeficiente de correlación.

Cálculo de probabilidades de falla y de excedencia

Se define la probabilidad de falla de un pozo como la probabilidad de que el nivel del agua subterránea esté abajo del nivel operativo (Muñoz et al., 2003). Utilizando los parámetros del modelo de distribución de probabilidades ajustada y siguiendo los pasos descritos anteriormente, es posible calcular la probabilidad de falla para cada pozo y en cada mes. Este cálculo permite apreciar si los pozos estarán operando cabalmente o si presentarán deficiencias. Se definen cuatro categorías de pozos de acuerdo con la seguridad en su funcionamiento: pozos estables, intermedios, inseguros y secos (ver cuadro 1).

Caudales de explotación obtenidos

Cada uno de los pozos del grupo en estudio posee un derecho de explotación que permite bombearlos legalmente hasta una tasa límite mensual. De este modo, el valor del caudal puede oscilar legalmente sólo entre 0 y su derecho otorgado. Los caudales son consecuencia directa de los niveles de agua subterránea; por lo tanto, mediante el análisis de los niveles de la napa es posible determinar cuáles son los caudales de operación para cada pozo. Dicha variable es binaria y se estima de acuerdo con la ilustración 1 y el siguiente criterio:

$$\begin{aligned} Q_{p,\tau} &= QB_{p,\tau} \text{ si } Niv_{p,\tau} > NF_p \\ Q_{p,\tau} &= 0 \text{ si } Niv_{p,\tau} \leq NF_p \end{aligned} \quad (8)$$

donde $Q_{p,\tau}$ es el caudal extraíble en el pozo p en el mes τ ; $QB_{p,\tau}$ es el caudal bombeado, considerado en el escenario de explotación para el pozo p durante el mes τ ; NF_p es el nivel de falla del pozo p , y $Niv_{p,\tau}$ es el nivel de operación del pozo p en el mes τ .

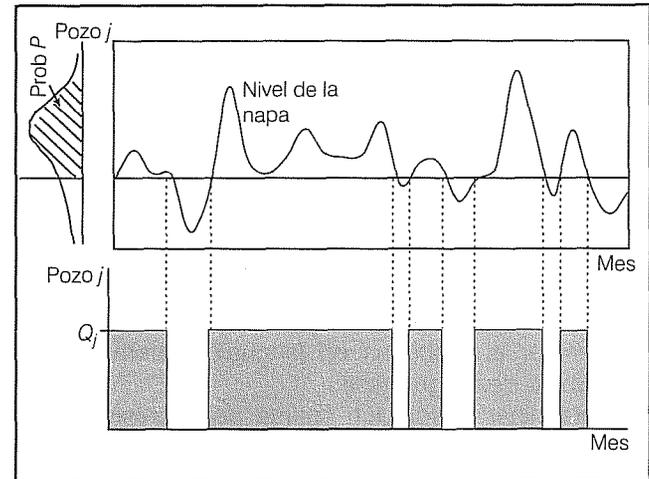
Índices de estabilidad y eficiencia

Para establecer un parámetro de comparación entre los diferentes escenarios de extracción, se define el índice de estabilidad del acuífero. Este índice corresponde a

Cuadro 1. Clasificación de pozos según funcionamiento.

Categoría	Rango P (falla) (%)
Estables	$PF \leq 2\%$
Intermedios	$2\% < PF \leq 10\%$
Inseguros	$10\% < PF < 100\%$
Secos	$PF = 100\%$

Ilustración 1. Series de caudales calculados a partir de los niveles del acuífero.



la fracción de pozos que presentan un funcionamiento estable o intermedio sobre los m pozos simulados. De este modo, el índice de estabilidad se expresa como:

$$\text{Estabilidad} = \frac{P_{\text{estables}} + P_{\text{intermedios}}}{m} \cdot 100 \quad (9)$$

donde P_{estables} es el número de pozos con escasas probabilidades de fallar y $P_{\text{intermedios}}$ es el número de pozos con probabilidad media de fallar (cuadro 1).

Por otro lado, se define como índice de eficiencia de caudales a la fracción del caudal que efectivamente pudo ser extraído sobre el total impuesto en cada uno de los escenarios simulados. El índice de eficiencia de caudales se expresa como:

$$\text{Eficiencia} = \frac{\sum_{j=1}^m Q_j^{ef}}{\sum_{j=1}^m Q_j^{imp}} \cdot 100 \quad (10)$$

donde Q_j^{ef} es el caudal promedio mensual extraído realmente durante la simulación en el pozo j , y Q_j^{imp} es el caudal que se impone en el escenario de extracción para el pozo j .

De acuerdo con estos dos indicadores, un escenario ideal es aquel que tiene un comportamiento cercano al 100% tanto en su estabilidad como en su eficiencia.

Algoritmo de resolución

Los pasos a seguir para resolver el problema de gestión que se ha planteado se presentan en la ilustración 2 y son los siguientes:

1. Contar con un modelo de simulación del acuífero bien calibrado.
2. Formular un modelo de gestión conceptual.
3. Formular el modelo conceptual matemáticamente, usando la teoría de la matriz de respuesta unitaria lineal (programa *Modman*).
4. Definir una función objetivo y sus restricciones.
5. Plantear el problema en lenguaje matemático en formato de programación.
6. Determinar la solución óptima del problema lineal mediante el método simplex (*Lindo*).
7. Verificar la solución óptima mediante el modelo de simulación *Modflow* del acuífero.
8. Realizar el análisis probabilístico: ajustar modelos, seleccionar distribución de mayor correlación, estimar las probabilidades de falla y caudales disponibles.
9. Calcular los indicadores de estabilidad y eficiencia de los caudales para comparar con otros escenarios.

Aplicación de la metodología al acuífero de Maipo-Mapocho

La superficie total de la cuenca Maipo-Mapocho alcanza los 15,304 km². Su acuífero se ubica en la denominada depresión intermedia del valle de Santiago, Chile, planicie suavemente inclinada hacia el oeste y el sur. Se encuentra limitada al oriente por la Cordillera de los Andes y al occidente, por la Cordillera de la Costa (ilustración 3).

Ilustración 2. Diagrama de flujo del procedimiento de optimización y análisis para la gestión de acuíferos.

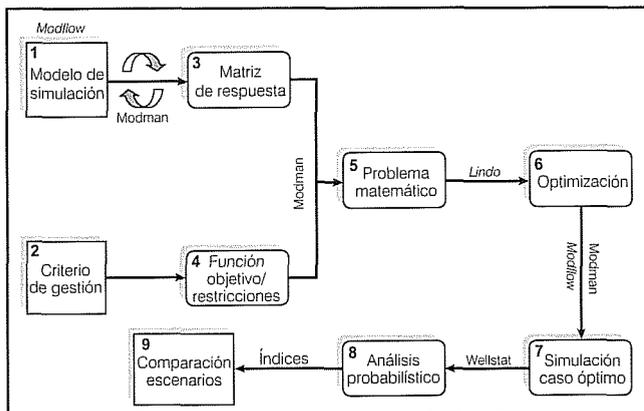
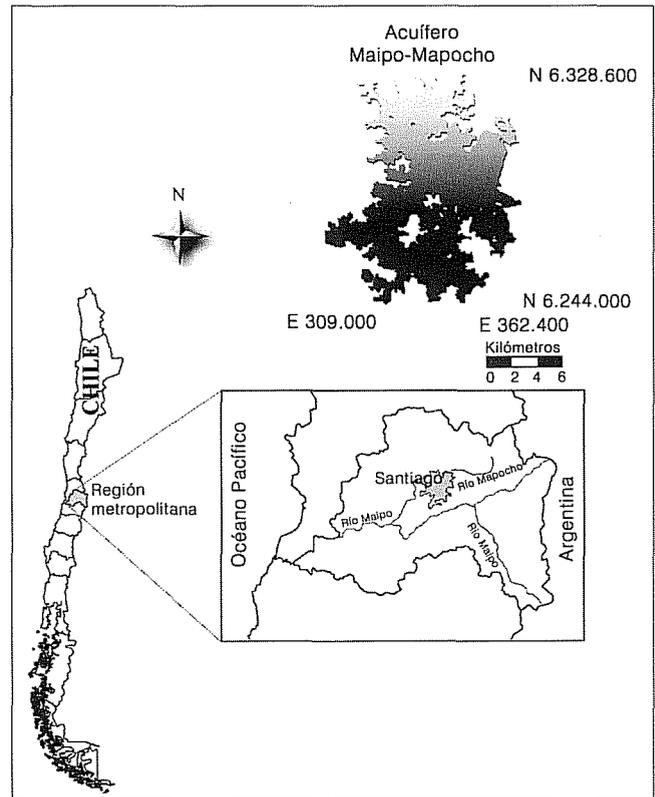


Ilustración 3. Ubicación de la zona en estudio.



El sector norte de la depresión es drenado por los esteros Lampa y Colina, y el sector de Santiago por el río Mapocho, que tributa al río Maipú, el cual, a su vez, drena el sector sur. Las rocas de la Cordillera de los Andes en el sector del estudio son rocas estratificadas volcánicas y sedimentarias, mientras que la Cordillera de la Costa está constituida principalmente por rocas intrusivas. En el área de estudio afloran numerosos depósitos sedimentarios no consolidados de diferentes variedades, como depósitos de abanicos aluviales, de escombreras y conos de deyección y de terrazas fluvio-aluviales. El valle del Gran Santiago está dominado básicamente por depósitos aluviales asociados con los ríos Maipo y Mapocho.

La mayor parte del acuífero presenta un comportamiento libre, aunque en el sector norponiente de Santiago existe cierto grado de confinamiento. La profundidad del nivel piezométrico del agua subterránea en la zona de estudio varía entre unos pocos metros en la zona de Lampa y Colina, y en algunos tramos medios-bajos de los ríos Maipo y Mapocho, hasta más de cien metros en la parte más alta de los ríos.

Las principales fuentes de recarga del acuífero corresponden a la infiltración por exceso de agua de

riego, infiltración desde cauces naturales y canales, infiltración de las precipitaciones, pérdidas en la red de agua potable y, en menor medida, las recargas subterráneas provenientes de las zonas altas de los valles tributarios al valle central. Las principales fuentes de descarga corresponden a las captaciones subterráneas, afloramientos naturales en ríos y salidas subterráneas que siguen el curso del río Maipo.

De acuerdo con información obtenida del análisis de pruebas de bombeo, la permeabilidad promedio de los estratos presenta una gran variabilidad espacial, entre 0.01 y 400 m/día.

Modelo de simulación

Un estudio integral de los recursos hídricos de la cuenca Maipo-Mapocho fue realizado por la Dirección General de Aguas (2000), el cual incluyó un completo modelo conceptual de funcionamiento del acuífero y un modelo numérico basado en el programa *Modflow* (Mc Donald y Harbaugh, 1988).

La superficie del acuífero modelado alcanza los 4,500 km² y se incluyen 1,944 pozos utilizados para el riego, agua potable, industrias y minería, y a los que se les ha concedido un total de 81 m³/s en derechos. En este estudio se plantea la optimización en la generación de un grupo de 224 pozos de extracción, pertenecientes a tres empresas sanitarias de la región, cuyos derechos asignados ascienden a 11.43 m³/s.

La zona modelada corresponde al sector de interfluvio de los ríos Maipo y Mapocho, incluyendo los esteros Lampa y Colina por el norte, y el río Angostura por el sur. El modelo posee un solo estrato en profundidad, 265 filas y 236 columnas, con dimensiones de celda variables entre 100 y 620 metros.

Los límites laterales del acuífero se aproximan a las zonas de contacto roca-relleno de la cuenca subterránea establecidos en el estudio hidrogeológico (DGA, 2000). La profundidad máxima del basamento rocoso, respecto al nivel de terreno, es de 600 metros.

Las condiciones de borde del modelo están constituidas por un borde impermeable lateral, borde impermeable de fondo, condición de dren, condición de río y bordes de nivel conocido. Estos últimos representan la conexión con sectores ubicados fuera del modelo, que fueron asignados de acuerdo con información relativa a los niveles históricos de los pozos cercanos a esas zonas.

Para incluir la variabilidad hidrológica, el modelo utiliza una serie de recarga pseudohistórica, correspondiente a la observada en un periodo de 576 meses entre los años 1951 y 1998, representativa de las

condiciones hidrometeorológicas de la zona en estudio, que incluye tanto periodos lluviosos como secos. Esto tiene por objeto enfrentar al sistema a diferentes condiciones probables, similares a las observadas en el pasado reciente. La recarga del acuífero, producto de la infiltración desde los ríos y esteros, cuencas laterales y precipitaciones, considerada como una serie de valores mensuales, fue estimada como una función de la precipitación y los antecedentes sobre caudales para el mismo periodo. La recarga por infiltración, producto del riego y de las pérdidas desde la red de agua potable, fue estimada en función del uso del suelo en el periodo.

La descarga del acuífero corresponde a los planes futuros para los próximos 576 meses de los diferentes usuarios de los pozos de extracción más la descarga natural a través del borde de aguas abajo del modelo. Las políticas de extracción consideradas para los pozos de terceros incluyen variaciones estacionales en el consumo. La extracción aumenta en la época seca, correspondiente al verano, y disminuye en la época de lluvias, que corresponde al invierno, en concordancia con las políticas de uso históricas y la existencia de otras fuentes de abastecimiento de agua potable, principalmente superficiales. Las políticas de extracción utilizadas para los pozos de las empresas sanitarias se determinaron de acuerdo con estos mismos criterios y también a través del proceso de optimización.

El nivel inicial considerado en el modelo fue el observado al inicio del periodo de simulación (1999-2046), que corresponde también al nivel del agua subterránea del último año del periodo de calibración (1995-1998).

Planteamiento matemático

Se trata entonces de maximizar el caudal total extraído desde un grupo de 224 pozos. Con el propósito de simplificar el problema y disminuir el número de variables de decisión, se realizó la optimización para un periodo de doce meses y se optó por agrupar los 224 pozos en 54 grupos de extracción. Los grupos se formaron con pozos cercanos entre sí, por lo que el número de pozos en cada uno de ellos resultó variable, entre 1 y 18.

En el problema de optimización se manejó cada grupo como si fuera un pozo normal, para lo cual a cada grupo se le designó al azar un pozo representativo y luego se ingresaron solamente 54 pozos para optimizar, suponiendo que es válida la hipótesis de la linealidad en el comportamiento hidráulico del acuífero en explotación. El nivel de falla y el nivel de la superficie del pozo representativo se consideraron como válidos para el grupo completo. El derecho otorgado para el pozo representativo

corresponde a la suma de los derechos otorgados para todos los pozos del grupo, y está dado por:

$$D_G = \sum_{p=1}^m D_{p,G} \quad (11)$$

donde D_G es el derecho otorgado para el pozo representante o para el grupo de extracción G ; $D_{p,G}$ es el derecho de explotación del pozo p , miembro del grupo G , y n es el número de pozos pertenecientes al grupo G .

Mediante la optimización (ecuaciones 6 y 7), se determinaron los caudales mensuales óptimos para los 54 grupos de extracción, que más tarde se redistribuyeron entre los pozos integrantes de los grupos, de acuerdo con los derechos que tenían asignados.

En el problema de optimización se consideran doce periodos de estrés, se administran un total de 54 grupos de pozos y se incluyen 1,720 pozos de terceros. El planteamiento matemático conlleva un total de 1,296 restricciones de altura de los niveles de agua subterránea, 1,296 restricciones de caudales y 648 variables de decisión.

Para reducir las variables del problema, se optimizó solamente para doce meses. En consecuencia, fue necesario verificar si el escenario también se comporta en forma óptima para otras condiciones de recarga. Se simuló y observó el comportamiento del acuífero en respuesta al escenario optimizado por un periodo más largo: 576 meses (48 años). El modelo de simulación para el acuífero entregó las series de tiempo de los niveles del agua subterránea de los 224 pozos, que fueron analizadas probabilísticamente.

Para comparar la eficiencia del plan optimizado, se analizaron cinco escenarios de extracción que difieren

en el uso de los derechos otorgados a cada uno de los pozos. Durante 2002 se ejercieron, en promedio, 21.44 (m^3/s), equivalentes al 31% del total de los derechos de terceros.

En el cuadro 2 se detallan y comparan los escenarios analizados, incluyendo los obtenidos mediante la optimización.

Resultados y discusión

Para todos los escenarios analizados, los pozos exhiben tres tipos de comportamiento: pozos que se secan, pozos que fallan y pozos estables. Los pozos que se secan son aquellos en que el nivel de agua subterránea cae hasta el fondo rocoso del acuífero sin recuperarse. Los pozos que fallan son aquellos donde el nivel cae por debajo del mínimo operativo y luego vuelve a recuperarse. Por último, los pozos estables son aquellos cuyos niveles se mantienen siempre por encima del nivel de falla.

La solución óptima del problema de optimización lineal se alcanzó después de 1,716 iteraciones. En el cuadro 3 se presenta el esquema de explotación mensual óptimo que se obtuvo como resultado de la simulación-optimización.

Para cada uno de los escenarios que se analizaron, se calculó la correlación entre las tres distribuciones ajustadas y se obtuvo que la distribución que mejor se ajustó a las series analizadas fue la Log Pearson, con un rango de variación del coeficiente de correlación entre 0.840 y 0.997. Ello se debe probablemente a la flexibilidad de este modelo para reflejar las variaciones de la asimetría de la serie de logaritmos de los niveles de agua. Los coeficientes de correlación de la distribución Log Normal fluctuaron entre 0.600 y 0.995, mientras

Cuadro 2. Alternativas evaluadas.

Escenario núm.	1	Escenario base: Plan de políticas históricas de extracción, año 2002, 1.27 m^3/s , para pozos administrados y 21.44 m^3/s para pozos de terceros.
	2	Escenario de máxima exigencia: Cada dueño de pozo ejerce el 100% de sus derechos de aguas; 11.66 m^3/s para pozos administrados y 69.57 m^3/s para pozos de terceros.
	3, 4 y 5	Diversos: Distintos porcentajes de aprovechamiento para pozos del grupo en estudio (8, 4 y 1.54 m^3/s), en un entorno en que los pozos de terceros dueños fueron explotados según lo ocurrido el año 2002 (21.44 m^3/s).
	Óptimo	Escenario óptimo: Caudal optimizado de 3.16 m^3/s para los pozos administrados, en un entorno en que los pozos de terceros fueron explotados tal como ocurrió durante el año 2002 (21.44 m^3/s).

Cuadro 3. Esquema de explotación óptimo para el acuífero. Caudal de bombeo promedio mensual recomendado (m³/día).

Mes grupo núm.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Pozos por grupo
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
2	0	0	-41,048.3	0	-74,010.3	0	0	-74,010.3	0	-74,010.3	-74,010.3	-74,010.3	10
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
7	0	0	0	0	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	-1,209.6	1
8	-12,305.3	0	0	0	-4,731.94	-5,129.94	-5,411.12	-7,874.65	-10,132.9	-10,146.8	-7,786.59	-1,385.1	8
9	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	-5,184	1
10	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	-36,201.6	7
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
12	0	0	0	0	-21,600	-21,600	-21,600	-21,600	-21,600	-21,600	-21,600	-21,600	3
13	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	-4,060.8	1
14	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	-6,048	1
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
17	0	0	0	0	-13,564.8	-13,564.8	-13,564.8	0	-13,564.8	-13,564.8	-13,564.8	-13,564.8	3
18	0	0	0	0	-24,278.4	-24,278.4	-24,278.4	0	-24,278.4	-24,278.4	-24,278.4	-24,278.4	6
19	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	-5,184.01	2
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
23	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,788.8	0	0	0	4
24	0	0	0	0	0	0	-7,776.82	0	-1,313	0	0	0	9
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
26	0	0	0	0	0	-42,638.4	-42,638.4	0	-11,853.1	0	0	0	8
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
30	0	0	0	0	0	0	0	0	-3,888	-3,390.51	0	0	1
31	0	0	0	0	0	0	0	0	-5,616	-5,616	0	0	1
32	0	0	0	0	0	0	0	0	-3,542.4	0	0	0	1
33	0	0	0	0	0	0	0	0	-3,628.8	0	0	0	1
34	0	0	0	0	0	0	0	0	-14,688	-11,408.1	-5,763.29	-943.804	5
35	0	0	0	0	0	0	0	0	-7,992	-7,992	-7,992	-7,992	2
36	-19,008	-11,101.8	0	0	-19,008	-19,008	0	0	0	0	-19,008	-19,008	4
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	5
39	0	0	0	0	0	0	0	0	-15,120	-15,120	-15,120	-15,120	7
40	0	0	0	0	0	0	0	0	-19,513.5	-14,385.9	-15,180.7	-7,184.22	5
41	0	0	0	0	0	0	0	0	-1,296	-1,296	-1,186.57	0	1
42	-37,756.8	-37,756.8	0	0	-37,756.8	-37,756.8	-37,756.8	0	-37,756.8	-37,756.8	-37,756.8	-37,756.8	7
43	-66,182.4	-66,182.4	0	0	0	-62,049.7	-66,182.4	0	-66,182.4	-66,182.4	-66,182.4	-66,182.4	15
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	4
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-3,456	3,456	1
47	-17,712	-17,712	0	0	0	-17,712	-5,910.37	0	0	0	-17,712	-17,712	3
48	-30,110.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-30,110.4	-30,110.4	4
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-38,829.2	18
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
52	-20,476.8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-20,476.8	4
53	-9,288	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-9,288	-9,288	2
54	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	-28,512.1	3

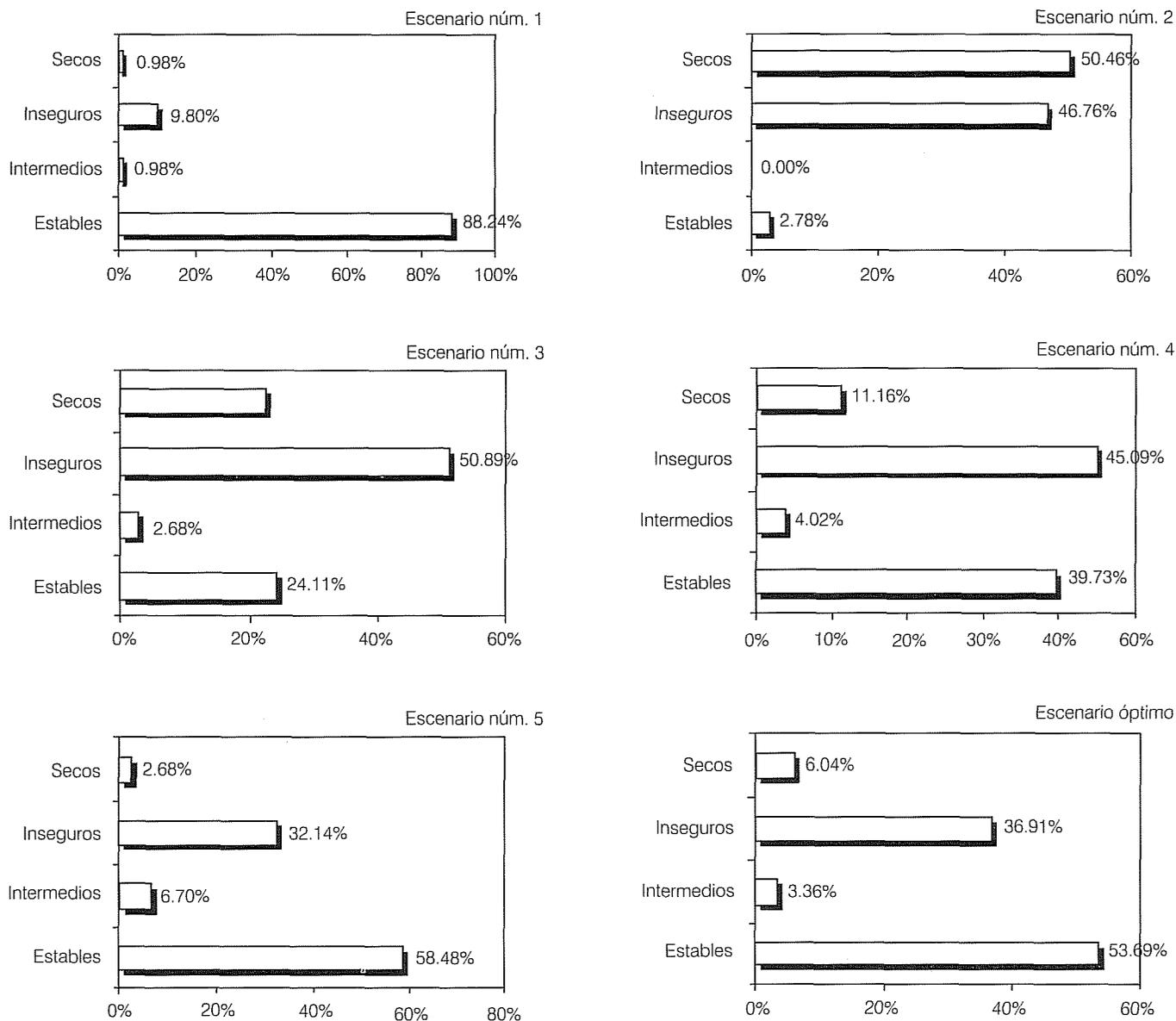
que los de la Log Gumbel se mantuvieron entre 0.490 y 0.996.

En la ilustración 4 se comparan los resultados del análisis probabilístico con los otros cinco escenarios. Un plan de

gestión óptimo debe lograr pozos con funcionamiento estable, donde se seque la menor cantidad de ellos.

En la ilustración 5 se puede observar qué porcentaje del caudal pudo extraerse mensualmente sobre el total

Ilustración 4. Clasificación de pozos según frecuencia de falla para los cinco escenarios arbitrarios y para el optimizado.



impuesto en cada uno de los escenarios simulados, el cual corresponde a la eficiencia de caudales (ecuación 10). Destaca que en el escenario uno, correspondiente a la situación actual, se alcanzan altos índices de eficiencia de caudales y muchos pozos estables, ya que al sistema se le exigió poco y se le impuso un caudal pequeño. El escenario dos, correspondiente al de máxima exigencia, muestra la vulnerabilidad del sistema, ya que casi la totalidad de los pozos funcionan con problemas o se secan, lo que implica una eficiencia para los caudales

menor al 50%. Los escenarios uno y cinco son los mejor evaluados, mientras que el escenario optimizado se ubica en el tercer lugar.

Existe otro factor relevante, que es el caudal extraído efectivamente. No es de utilidad conseguir diseñar un escenario con 0% de fallas y 100% de eficiencia de caudales, si el caudal que se obtiene es muy pequeño. La clave está en encontrar una opción que equilibre todas las buenas cualidades de una gestión eficiente. En la ilustración 6 se comparan las tres características. Cada

Ilustración 5. Eficiencia de caudales obtenida en las simulaciones.

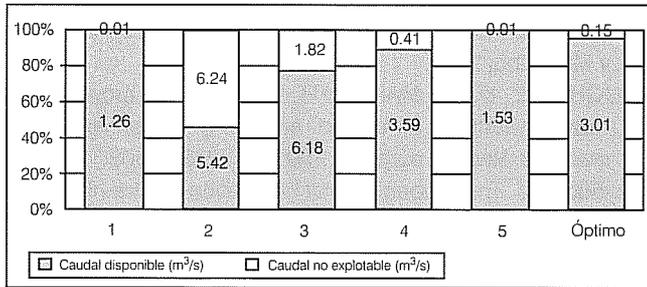
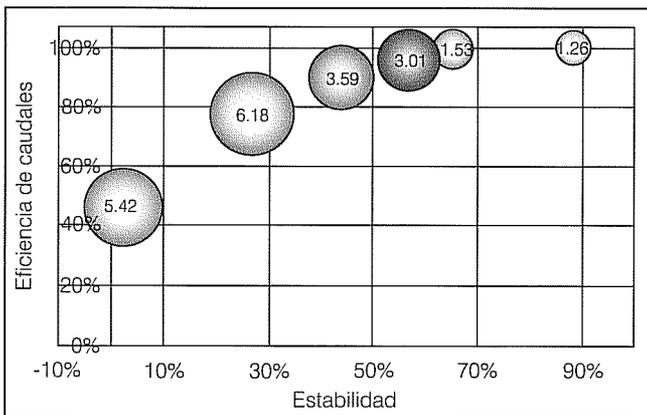


Ilustración 6. Comparación de la respuesta del acuífero en los diferentes escenarios.



círculo representa los resultados obtenidos para cada uno de los escenarios y su tamaño está determinado por el caudal (m³/s) disponible en la simulación.

El escenario óptimo, destacado en tono más oscuro, constituye una buena combinación de las tres cualidades, ya que se logra una extracción de 3.01 m³/s, una eficiencia de caudales del 95% y un índice de estabilidad que alcanza un 57%.

Cabe hacer notar que la asignación óptima para 21 de los 54 grupos de extracción es cero, lo que se traduce en inhabilitar 75 pozos.

Finalmente se estudió el caso del sistema de bombeo hipotético de mayor capacidad en que cada uno de los pozos se profundizó hasta los 200 m si el terreno lo permitía. Para este escenario optimizado máximo se obtuvo una eficiencia de caudales del 94% sobre el total impuesto, equivalente a 5.2 m³/s y un índice de estabilidad superior al 75%. Esta optimización permitió tener una noción del potencial o capacidad máxima propia del acuífero si se levanta la restricción de profundidad de los pozos administrados.

Conclusiones

En este estudio se describe y usa el método de la simulación-optimización, el algoritmo de la matriz de respuesta unitaria y el método de optimización simplex para resolver el problema de gestión del caso particular del acuífero Maipo-Mapocho, implementados mediante las herramientas computacionales existentes actualmente en el mercado. El uso combinado de estas técnicas es un paso importante en el análisis de las alternativas de explotación para la zona, ya que es la primera vez que se aborda desde esta perspectiva.

Para medir los efectos de la variación en las políticas de extracción de agua subterránea sobre el acuífero, se estudiaron los resultados de las simulaciones a través de un análisis probabilístico. El procedimiento desarrollado para este efecto permitió determinar las probabilidades de falla en los pozos de bombeo y los caudales disponibles en cada una de las fuentes, aprovechando resultados del modelo de simulación *Modflow* preexistente para el acuífero.

A partir de los resultados del estudio para el escenario de máxima extracción del acuífero Maipo-Mapocho, se puede decir que se ha alcanzado una situación en la que los derechos otorgados han superado los límites de producción renovables de manera natural. La respuesta del acuífero Maipo-Mapocho ha puesto en evidencia que no es posible extraer en forma sustentable en el largo plazo todos los derechos disponibles, ya que los niveles tienden a bajar hasta secar definitivamente los pozos.

El número de variables del problema de optimización estaba restringido a la capacidad de las herramientas de análisis con que se contó. Para reducir el tamaño del problema se planteó una optimización para sólo 12 meses y los 224 pozos de interés se agruparon en 54 pozos representativos. Al probar el escenario optimizado durante 288 meses y compararlo con los demás escenarios, se concluye que desde el punto de vista de la estabilidad del sistema, en conjunto con la eficiencia de los caudales obtenidos y el caudal total disponible, el proceso permitió encontrar una mejor estrategia de extracción que la implementada empíricamente durante el año 2002 y que las otras posibilidades comparadas, pues permitió extraer un caudal promedio de 3.01 m³/s, dos veces mayor que el caudal histórico obtenido de estos pozos.

Dadas las simplificaciones que se le dieron al problema, aún existe potencial para encontrar escenarios más eficientes. Al optimizar para un periodo más largo, por ejemplo, la recarga podría incluir eventos de abundancia y escasez que representen mejor la

hidrología de la zona y, en consecuencia, se podrían determinar políticas más estables. Otro factor que podría mejorar la solución óptima es la elección de un pozo con características más representativas del grupo. Uno de los pozos es el que representa al grupo completo y la optimización considera específicamente su ubicación y nivel de falla dentro de las restricciones. Suponiendo como cierta la linealidad del sistema, un pozo más representativo podría ser aquel que tuviera un nivel de falla igual al promedio de los niveles de falla del grupo.

Cabe notar que al considerar un solo pozo representativo del grupo desde el punto de vista del descenso del nivel de agua subterránea, se está considerando el peor de los casos: el que corresponde al descenso centralizado en un punto. En realidad, el descenso se produce en forma distribuida entre los pozos del grupo y sólo aquellos que se encuentran cercanos son influidos. En el caso del acuífero estudiado en este trabajo, se tiene que un 40% de los pozos traslapan sus descensos y el 60% restante no alcanza a afectarse (distancia entre ellos mayor a los 200 m). Incorporando este factor se podría llegar a un mayor caudal de extracción, ya que las restricciones de niveles mínimos serían menos exigentes.

No se descarta la posibilidad de encontrar mejores estrategias de bombeo mediante el método clásico de prueba y error. De hecho, el análisis probabilístico arroja buenos resultados para los escenarios uno y cinco (ilustración 4). Una de las ventajas de la optimización-simulación es que permite ahorrar iteraciones, apuntando directamente hacia una buena solución.

En este estudio se ha planteado un esquema de optimización y una metodología de análisis que permite encontrar una configuración eficiente y segura para los caudales de extracción de un conjunto de pozos de bombeo. Sin embargo, existen alternativas que pueden llevar a obtener mejores soluciones en la administración óptima de las aguas subterráneas, por lo que el camino queda abierto para seguir avanzando en estos temas.

Recibido: 10/02/2004
Aprobado: 22/07/2004

Referencias

BARLOW, P.M., WAGNER, B.J. y KENNETH, B. Pumping strategies for management of a shallow water table: the value of the simulation-optimization approach. *Ground water*. Vol. 34, núm. 2, 1996, pp. 305-317.

DAS GUPTA, A., NOBI, N. y PAUDYAL, G.N. Ground water management model for an extensive multiaquifer system

and an application. *Ground water*. Vol. 34, núm. 2, 1996, pp. 349-357.

DIRECCIÓN GENERAL DE AGUAS, MOP, Modelo de simulación hidrológico operacional cuencas del Río Maipo y Mapocho, 2000.

DOUGHERTY, D.E. y MARRYOTT, R.A. Optimal groundwater management 1. Simulated annealing. *Water resources research*. Vol. 27, núm. 10, 1991, pp. 2493-2508.

FILLIBEN, J.J. The probability plot correlation test for normality. *Technometrics*. Vol. 17, núm. 1, 1975, pp. 111-117.

FRAGOSO, T., DA CONCEICAO CUNHA, M. y LOBO-FERREIRA, J.P., Aquifer development optimization: the case of the Pamela aquifer. *Water Resources Management II. 2nd International Conference on Water Resources Management*. Ashurt, Southampton, Reino Unido: WIT Press, 2003.

GHARBI, A. y PERALTA, R.C. Integrated embedding optimization applied to Salt Lake valley aquifers. *Water resources research*. Vol. 30, núm. 3, 1994, pp. 817-832.

GORELICK, S.M. A review of distributed parameter groundwater management modeling methods. *Water resources research*. Vol. 19, núm. 2, 1983, pp. 305-319.

GREENWALD, R.M. *Documentation and user's guide: Modman, an optimization module for Modflow Version 4.0*. Nueva Jersey, 1998.

GREENWALD, R.M. Hydraulic optimization and the MODMAN Code. *International groundwater modeling center newsletter*. Vol. XXI, núm. 1, 2003, 3 pp.

MADDOCK, T. III. Algebraic technological function from a simulation model. *Water resources research*. Vol. 8, núm. 1, 1972, pp. 129-134.

MCDONALD, M.G. y HARBAUGH, A.W. *A modular three-dimensional finite-difference groundwater flow model*. United States Geological Survey Department of the Interior, 1988.

MUÑOZ, J.F., FERNÁNDEZ, B. y ESCAURIAZA, C. Evaluation of groundwater availability and sustainable extraction rate for the upper Santiago Valley aquifer, Chile. *Hydrogeology journal*. Vol. 11, 2003, pp. 678-700.

SCHRAGE, L. *Optimization modeling with Lindo*. Brooks Cole, 1997.

USGS, United States Geological Survey Department of the Interior. Guidelines for determining flood flow frequency. *Interagency Advisory Committee on Water Data*. Reston VA, 1982.

WAGNER, B. Recent advances in formulating and solving groundwater management models. U.S. National Report to IUGG. *Reviews of Geophysics*. Vol. 33, 1995.

WMO, World Meteorological Organization, Geneva, Switzerland. Statistical distributions for flood frequency analysis. *Operational Hydrology*, 1989.

Abstract

STEINBRÜGGE, G., MUÑOZ, J.F. & FERNÁNDEZ, B. Probabilistic analysis and optimization of groundwater resources: The case of the Maipo-Mapocho aquifer in Chile. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XX, no. 3, July-September, 2005, pp. 85-97.

The use of groundwater as a water supply source has increased dramatically in the Maipo-Mapocho aquifer in Santiago, Chile during the last few decades. As a result, there is a need for developing better administration strategies. This study searches for a groundwater pumping strategy that optimizes the resources and minimizes system failures. The administration problem is outlined and resolved using simulation optimization techniques, the unitary response matrix theory, and the simplex optimization method. To represent the variability of the hydrologic system, water table heads were simulated using a numerical model fed with information on recharge from the last 48 years under different extraction methods. With this series of groundwater level data, water level probability distribution functions were determined and level statistics and failure probabilities were estimated by fitting time series probability models. The flaw probability of a well is defined as the probability of the groundwater level falling below the operative level. With this probabilistic analysis it has been possible to compare the efficiency of the optimal design against other operation methods. The probabilistic analysis evaluates the stability of the system (which resulted greater than 57%) and the efficiency of flows (which resulted up to 95%). Furthermore, the results show that the method is adequate for determining better pumping strategies, because the monthly average rates reached were larger than the historically pumped rates during the year 2002.

Keywords: groundwater management, probabilistic analysis, groundwater optimization, unitary response matrix method, simulation optimization.

Dirección institucional de los autores:

M. en C. Gabriela Steinbrügge-Blaña

Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental,
Pontificia Universidad Católica de Chile,
Vicuña Mackenna 4860,
Casilla 306, Correo 22,
Santiago, Chile,
teléfono: (562) 354 4221,
fax: (562) 354 5876,
gsteinbr@puc.cl

Ing. José F. Muñoz-Pardo

Profesor titular.
Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental,
Pontificia Universidad Católica de Chile,
Vicuña Mackenna 4860,
Casilla 306, Correo 22,

Santiago, Chile,
teléfono: (562) 354 4221,
fax: (562) 354 5876,
jfmunoz@ing.puc.cl

Ing. Bonifacio Fernández-Larrañaga

Profesor titular.
Departamento de Ingeniería Hidráulica y Ambiental,
Pontificia Universidad Católica de Chile,
Vicuña Mackenna 4860,
Casilla 306, Correo 22,
Santiago, Chile,
teléfono: (562) 354 4197,
fax: (562) 354 5868,
bfernand@ing.puc.cl