



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**MODELO DE COORDINACIÓN
HIDROTÉRMICA ESTOCÁSTICA DE
MEDIANO PLAZO CON INCORPORACIÓN
DE EFECTOS OPERACIONALES DE
CORTO PLAZO PARA SISTEMAS
ELÉCTRICOS E HÍDRICOS DE GRAN
ESCALA**

ANDRÉS IGNACIO NAVARRO CASAMAYOR

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

ÁLVARO LORCA

DANIEL OLIVARES

Santiago de Chile, Mayo 2022

© MMXII, ANDRÉS NAVARRO CASAMAYOR



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**MODELO DE COORDINACIÓN
HIDROTÉRMICA ESTOCÁSTICA DE
MEDIANO PLAZO CON INCORPORACIÓN
DE EFECTOS OPERACIONALES DE
CORTO PLAZO PARA SISTEMAS
ELÉCTRICOS E HÍDRICOS DE GRAN
ESCALA**

ANDRÉS IGNACIO NAVARRO CASAMAYOR

Miembros del Comité:

ÁLVARO LORCA

DANIEL OLIVARES

MATIAS NEGRETE

RODRIGO CARRASCO

FRANCISCO SUÁREZ

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Mayo 2022

© MMXII, ANDRÉS NAVARRO CASAMAYOR

*A mis papás, familia, Carmen y
amigos por su incondicional apoyo*

AGRADECIMIENTOS

A mis papás, por el apoyo que me han dado en todas las etapas de mi vida y cuyo esfuerzo me ha permitido lograr todo lo que he hecho.

A mis hermanos, que han estado siempre presentes en mi vida y me han apoyado en todas las etapas que me ha tocado vivir.

A Carmen Prieto, por apoyarme incondicionalmente, ayudarme a ser una mejor persona cada día y acompañarme en este largo proceso de este proyecto.

A mis amigos, que han sido pieza fundamental en todo el largo recorrido de mi vida universitaria y que han estado en los buenos y malos momentos.

A mis abuelos, que aunque no todos pudieron estar en el final de este proceso, todos me acompañaron en este largo camino.

Al profesor Álvaro Lorca, por su constante preocupación y fundamental apoyo en todo esta investigación y proceso de formación que he tenido. Muchas gracias por el conocimiento transmitido durante este tiempo y por las oportunidades que se fueron dando en este largo camino.

Al profesor Daniel Olivares, tanto por su apoyo en la investigación como en el proceso de desarrollo que ha llevado este proyecto.

También agradezco a ANID FONDEF, específicamente el proyecto IT19I0113, dado que esta tesis forma parte de dicho proyecto.

Finalmente, a todas las personas que ayudaron y aportaron en este proyecto, que fueron piezas fundamentales para poder llegar hasta este punto.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

AGRADECIMIENTOS	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	viii
ABSTRACT	ix
RESUMEN	x
NOMECLATURA	xi
1. INTRODUCCIÓN	1
2. PROBLEMA DE COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA	8
2.1. Modelo base determinístico	8
2.2. Modelo base estocástico	11
2.3. Restricciones Operacionales	13
2.3.1. Agregación temporal	13
2.3.2. Almacenamiento de corto plazo	15
2.3.3. Requerimiento de rampa	16
2.3.4. Requerimiento de reservas	17
2.3.5. Costos de encendido y apagado	19
2.4. Representación de la incertidumbre hidrológica	20
2.5. Demanda de riego	23
2.6. Modelo propuesto	28
3. METODOLOGÍA DE CALIBRACIÓN DE LOS PARÁMETROS	32
4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES	36
4.1. Comparación con el modelo base	37

4.2. Impacto de requerimiento de reservas y costos de encendido y apagado de centrales	40
4.3. Rendimiento y Eficiencia computacional	42
5. CONCLUSIONES	45
BIBLIOGRAFÍA	47
ANEXOS	53
A. Algoritmo SDDP	54
B. Modelo de Unit Commitment	56

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1	Modelo de bloques de demanda	14
2.2	Modelo propuesto de agregación temporal	15
2.3	Diagrama de funcionamiento general de sistemas de almacenamiento de corto plazo	16
2.4	Operación básica bajo las reglas de la demanda de riego	25
4.1	Trayectoria del nivel del embalse Laja y embalse Maule para el modelo propuesto y el modelo base bajo la misma trayectoria hidrológica	39
4.2	Trayectoria del valor del agua del embalse Laja y embalse Maule de las primeras 20 etapas para una trayectoria hidrológica conocida y considerando $\kappa = 5$	42

ÍNDICE DE TABLAS

4.1	Resumen de representación de la red hidroeléctrica utilizada	36
4.2	Diferencia porcentual entre los costos obtenidos del modelo base y el modelo propuesto (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou})	37
4.3	Diferencia porcentual entre el costo de operación obtenido con el modelo propuesto (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou}), en cada iteración del algoritmo propuesto para $\Lambda_0 = 0$, $\Theta_0 = 0.01$ y $\kappa = 5$	38
4.4	Valor del agua promedio (en USD/dm^3) de las primeras 20 etapas para los principales embalses de la red hídrica	38
4.5	Diferencia porcentual entre los costos obtenidos del modelo base, modelo propuesto y modelo propuesto simplificado (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou})	40
4.6	Valor del agua promedio (en USD/dm^3) de las primeras 20 etapas para los principales embalses de la red hídrica con diferentes valores de κ	41
4.7	Tiempo requerido de cómputo, por iteración, para el modelo propuesto	43
4.8	Tiempo requerido por iteración para el modelo base, el modelo propuesto simplificado, y para el modelo propuesto	44

ABSTRACT

The high integration of variable renewable sources in electric systems entails a series of challenges inherent to their intrinsic variability. One of them is to correctly value the water available in the systems, considering the flexibility that this can give the system. In this sense, the modeling of greater operational details is essential for the renewable electricity future.

In this context, this paper proposes a medium-term multistage stochastic programming model for the hydrothermal coordination problem solved with the SDDP algorithm. This includes a series of operational constraints and simplified mathematical expressions of operational effects that allow the correct valorization of the water in the systems by considering, among other things, the flexibility necessary for the operation of the system. In addition to this, the hydrological uncertainty is modeled using an vector autoregressive model, which allows capturing spatio-temporal correlations between the different hydro inflows. A calibration method for the simplified mathematical expressions of operational effects is also proposed, which allows a detailed short-term model to be related to the proposed medium-term linear model.

Through the application with the Chilean power system (Sistema Intelectonado Central de Chile, SIC), it was found that the difference between the expected operating costs of the proposed medium-term, model already calibrated, and the costs obtained through a detailed weekly model was only 0.1%, in contrast to the 9.3% difference obtained when the base model is compared. This is reflected in water costs, where there are increases of 34% on average.

Keywords: Hydrothermal scheduling, Water value, SDDP, Renewable energy, Flexibility.

RESUMEN

La alta integración de fuentes renovables variables en sistemas eléctricos conlleva una serie de desafíos propios de su intrínseca variabilidad. Uno de ellos es valorizar correctamente el agua presente en los sistemas, considerando la flexibilidad que esta puede otorgar al sistema. En este sentido, la modelación de mayores detalles operacionales es fundamental de cara al futuro eléctrico renovable.

En este contexto, en este trabajo se propone un modelo de programación estocástica multietapa de mediano plazo para el problema de coordinación hidrotérmica resuelto con el algoritmo SDDP. Este incluye una serie de restricciones operacionales y expresiones matemáticas simplificadas de efectos operacionales que permiten valorizar correctamente el agua en los sistemas al considerar, entre otras cosas, la flexibilidad necesaria para la operación del sistema. Sumado a esto, la incertidumbre hidrológica es modelada mediante un modelo vectorial autoregresivo, el cual permite capturar correlaciones espacio-temporales entre los diferentes afluentes. Se propone también un método de calibración de las expresiones matemáticas simplificadas de efectos operacionales, el cual permite relacionar un modelo de corto plazo detallado con el modelo lineal de mediano plazo propuesto.

Mediante la aplicación con el Sistema Interconectado Central de Chile, se encontró que la diferencia entre los costos esperados de operación del modelo de mediano plazo propuesto ya calibrado, y los costos obtenidos mediante un modelo detallado semanal fueron de sólo un 0.1%, frente al 9.3% de diferencia que existe al comparar con el modelo base. Esto se ve reflejado en los costos del agua, donde se ven aumentos de un 34% en promedio.

Palabras Claves: Coordinación hidrotérmica, Valor del agua, SDDP, Energías renovables, Flexibilidad.

NOMECLATURA

Parámetros

α_{nt}	Caudal afluente natural en el nodo hídrico n en la etapa t (m^3/s)
β'_{tdb}	Duración, en horas, del bloque b , del día d de la etapa t (hr)
β_{tdb}	Duración, en segundos, del bloque b , del día d de la etapa t (seg)
δ_j	Conversión de generación de caudal a potencia, en central de generación j ($\text{MW} / \text{m}^3 / \text{s}$)
ϵ_{nt}	Error del componente residual del nodo hídrico n en la etapa t
η_g^a	Eficiencia de almacenamiento horaria del generador con almacenamiento de corto plazo g
η_g^c	Eficiencia de carga del generador con almacenamiento de corto plazo g
η_g^d	Eficiencia de descarga del generador con almacenamiento de corto plazo g
γ	Holgura de modelación de riegos
γ_{td}	Número de veces que se repite el día d de la etapa t
λ_e^i	Intercepto de la aproximación lineal de las filtraciones del embalse e
λ_e^s	Pendiente de la aproximación lineal de las filtraciones del embalse e
Λ_{gt}	Aproximación del costo de encendido de la central g en la etapa t en base a su generación
\mathcal{D}_t	Número de días que tiene el periodo representativo de la etapa t
\mathcal{G}_{base}^l	Volumen base para generación del convenio del Laja (m^3)
\mathcal{R}_{base}^l	Volumen base para riego del convenio del Laja (m^3)
\mathcal{V}^{end}	Constante del hiperplano de condición de término para el nivel de los embalses
\mathcal{X}_t	Número de veces que se repite el periodo representativo de la etapa t
\bar{a}_{gt}	Nivel máximo de almacenamiento del generador g en la etapa t (MWh)
\bar{f}_{lt}	Capacidad máxima de la línea de transmisión l en la etapa t (MW)
\bar{p}_{gt}^h	Capacidad máxima del generador hídrico g en la etapa t (MW)
\bar{p}_{gt}	Capacidad máxima del generador g en la etapa t (MW)

\bar{q}_j	Caudal turbinable máximo de la central j (m^3/s)
\bar{r}_{gtdb}^{hi}	Capacidad máxima de oferta del tipo de reserva i por parte del generador hídrico g en bloque b del día d de la etapa t (MW)
\bar{r}_{gtdb}^i	Capacidad máxima de oferta del tipo de reserva i por parte del generador g en bloque b del día d de la etapa t (MW)
\bar{w}_{et}	Capacidad máxima (m^3) de almacenamiento del embalse e en la etapa t (m^3)
ϕ_1^{lg}	Primera pendiente de generación del convenio del Laja
ϕ_2^{lg}	Segunda pendiente de generación del convenio del Laja
ϕ_1^{lr}	Primera pendiente de riego del convenio del Laja
ϕ_2^{lr}	Segunda pendiente de riego del convenio del Laja
Φ_{nk}^l	Covarianza entre los nodos hídricos n y k con la realización de la incertidumbre, l etapas antes, del nodo hídrico k
τ	Proporción del afluente del embalse Maule que es destinado a riego
Θ_{tjg}	Parámetro de relación entre la reserva del tipo i ofrecida por parte del generador g en la etapa t
\underline{p}_{gt}^h	Capacidad mínima del generador hídrico g en la etapa t (MW)
\underline{p}_{gt}	Capacidad mínima del generador g en la etapa t (MW)
\underline{w}_{et}	Capacidad mínima de almacenamiento del embalse e en la etapa t (m^3)
φ_e	Ponderador del embalse e para el hiperplano de la condición de término
ϖ	Proporción de la pendiente numero 1 para el convenio Laja
ζ_{kt}^l	Proporción de riego, con respecto a lo que queda de la temporada del convenio de riego Laja, que le corresponde al nodo hídrico k en la etapa t
ζ_{kt}^m	Proporción de riego, con respecto a lo que queda de la temporada del convenio de riego Maule, que le corresponde al nodo hídrico k en la etapa t
ξ_{gtdb}	Factor de planta de central con capacidad variable g en la en el bloque b , del día d de la etapa t
b^i	Probabilidad de activación del tipo de reserva i
B_{lt}	Susceptancia de la línea de transmisión l en la etapa t (S)
C_{gt}^G	Costo variable del generador térmico g en la etapa t (\$/MWh)

C_i^{LS}	Costo por desprendimiento de carga en la barra i (\$/MWh)
C_i^{OG}	Costo por exceso de generación en la barra i (\$/MWh)
e_{gtdb}^n	Potencia natural de entrada al generador g (con almacenamiento de corto plazo) en bloque b del día d de la etapa t (MW)
g_{nt}	Tendencia del afluente del nodo hídrico n en la etapa t (m^3/s)
m_{nt}	Estacionalidad del afluente del nodo hídrico n en la etapa t (m^3/s)
p_{itdb}^e	Demanda de energía en la barra i en el bloque b , del día d de la etapa t (MW)
$r(l)$	Barra de inyección de la línea de transmisión l
r_{tdb}^{di}	Demanda del tipo de reserva i bloque b del día d de la etapa t (MW)
RM_g	Capacidad de rampa máxima horaria del generador g (MW)
$s(l)$	Barra de retiro de la línea de transmisión l
w_l^{inf}	Nivel de referencia inferior del embalse Laja para referencia de riego y generación (m^3)
w_m^{inf}	Nivel de referencia inferior del embalse Maule para referencia de riego y generación (m^3)

Conjuntos

$(u, n) \in \mathcal{H}^l(k)$	Índice y conjunto de canales hídricos donde se realiza la medición de la demanda de la zona k relacionada con el convenio Laja
$(u, n) \in \mathcal{H}^m(k)$	Índice y conjunto de canales hídricos donde se realiza la medición de la demanda de la zona k relacionada con el convenio Maule
$b \in \mathcal{R}(t)$	Índice y conjunto de bloques contenidos en la etapa t
$b \in \overline{\mathcal{R}}(t, d)$	Índice y conjunto de bloques contenidos en el día d de la etapa t
$d \in \mathcal{D}(t)$	Índice y conjunto de los días pertenecientes a la etapa t
$g \in \mathcal{G}$	Índice y conjunto de unidades de generación
$g \in \mathcal{G}(i)$	Índice y conjunto de unidades de generación en barra i
$g \in \mathcal{G}^R$	Índice y unidades de generación cuya rampa horaria es menor a su potencia máxima
$g \in \mathcal{G}^s$	Índice y conjunto de unidades de generación que tienen almacenamiento de corto plazo
$g \in \mathcal{G}^V$	Índice y conjunto de unidades de generación con capacidad variable

$i \in \mathcal{B}$ Índice y conjunto de barras o zonas de carga
 $i \in \mathcal{I}$ Índice y conjunto de los tipos de reservas
 $j \in \mathcal{J}$ Índice y conjunto de los tipos de reservas existentes
 $j \in \mathcal{J}^{dn}$ Índice y conjunto de los tipos de reservas hacia abajo existentes
 $j \in \mathcal{J}^{up}$ Índice y conjunto de los tipos de reservas hacia arriba existentes
 $j \in \mathcal{N}^g(i)$ Índice y conjunto de centrales de generación hidroeléctrica en barra i
 $k \in \mathcal{K}^l$ Índice y conjunto de zonas con demanda de riego relacionada con el convenio Laja
 $k \in \mathcal{K}^m$ Índice y conjunto de zonas con demanda de riego relacionada con el convenio
Maule
 $l \in \mathcal{L}$ Índice y conjunto de líneas de transmisión
 $l \in \mathcal{L}^{in}(i)$ Índice y conjunto de líneas de transmisión que llegan a la barra i
 $l \in \mathcal{L}^{out}(i)$ Índice y conjunto de líneas de transmisión que salen desde la barra i
 $n \in \mathcal{N}$ Índice y conjunto de nodos hídricos
 $n \in \mathcal{N}^a$ Índice y conjunto de nodos hídricos de almacenamiento (embalses)
 $n \in \mathcal{N}^g$ Índice y conjunto de nodos hídricos de generación hidroeléctrica
 $n \in \mathcal{N}^p$ Índice y conjunto de nodos hídricos de paso (bocatomas, centrales de generación)
 $n \in \mathcal{N}^u(j)$ Índice y conjunto de las zonas de demanda de riego que están aguas arriba de
la zona k de demanda de riego
 $t \in \mathcal{T}$ Índice y conjunto de instantes temporales
 $u \in \mathcal{I}^N(n)$ Índice y conjunto de nodos hídricos u que inyectan un flujo de agua no turbinable a nodo n
 $u \in \mathcal{I}^T(n)$ Índice y conjunto de nodos hídricos u que inyectan un flujo de agua turbinable a nodo n
 $u \in \mathcal{O}^N(n)$ Índice y conjunto de nodos hídricos u a los cuales el nodo n inyecta un flujo de agua no turbinable
 $u \in \mathcal{O}^T(n)$ Índice y conjunto de nodos hídricos u a los cuales el nodo n inyecta un flujo de agua turbinable

Variables

α_{nt} Afluente en el nodo hídrico n en la etapa t (m^3/s)

\mathcal{G}_t^l	Volumen disponible para generación, en la cuenca del Laja, al término de la etapa t (m^3)
\mathcal{G}_t^m	Volumen disponible para generación, en la cuenca del Maule, al término de la etapa t (m^3)
\mathcal{R}_t^l	Volumen disponible para riego, en la cuenca del Laja, al término de la etapa t (m^3)
\mathcal{R}_t^m	Volumen disponible para riego, en la cuenca del Maule, al término de la etapa t (m^3)
\mathcal{V}_t^{gm}	Volumen extraído para riego, en la cuenca del Laja, en la etapa t (m^3)
\mathcal{V}_t^{rl}	Volumen extraído para riego, en la cuenca del Laja, en la etapa t (m^3)
\mathcal{V}_t^{rm}	Volumen extraído para riego, en la cuenca del Laja, en la etapa t (m^3)
θ_{itdb}	Ángulo de voltaje en la barra i en bloque b del día d de la etapa t
v_{et}	Filtración de agua del embalse e , en la etapa t (m^3)
ζ_{nt}	Componente residual del afluente en el nodo hídrico n en la etapa t (m^3/s)
a_{gtdb}^c	Cantidad de energía cargada al generador g (con almacenamiento de corto plazo) en bloque b del día d de la etapa t (MWh)
a_{gtdb}^d	Cantidad de energía descargada al generador g (con almacenamiento de corto plazo) en bloque b del día d de la etapa t (MWh)
a_{gtdb}	Nivel de almacenamiento del generador g (con almacenamiento de corto plazo) en bloque b del día d de la etapa t (MWh)
f_{ltdb}	Flujo de potencia a través de la línea l en bloque b del día d de la etapa t (MW)
p_{gtdb}	Generación programada del generador g en bloque b del día d de la etapa t (MW)
p_{itdb}^{LS}	Desprendimiento de carga en la barra i en bloque b del día d de la etapa t (MW)
p_{itdb}^{OG}	Exceso de generación en la barra i en bloque b del día d de la etapa t (MW)
p_{jtdb}^h	Generación programada de la central hídrica j en bloque b del día d de la etapa t (MW)
$q_{(u,n),t,d,b}$	Caudal turbinado enviado desde nodo u a nodo n en bloque b del día d de la etapa t (m^3/s)
r_{ntdb}^{hj}	Nivel de reserva del tipo j ofrecida por el generador hídrico n en bloque b del día d de la etapa t (MW)

- r_{gtdb}^j Nivel de reserva del tipo j ofrecida por el generador g en bloque b del día d de la etapa t (MW)
- w_{et} Disponibilidad de agua en el embalse e en la etapa t (m^3)
- $y_{(u,n),t,d,b}$ Caudal no turbinado enviado desde nodo u a nodo n en bloque b del día d de la etapa t (m^3/s)

1. INTRODUCCIÓN

La planificación de generación de energía hidroeléctrica en sistemas eléctricos que contienen tanto generadores hídricos como generadores térmicos, también conocido como hydrothermal scheduling problem (HTSP, o coordinación hidrotérmica en español), es un problema bastante estudiado desde hace décadas (de Queiroz, 2016; Gjerden, Helseth, Mo, & Warland, 2015). Su principal objetivo es decidir cuánta agua se utilizará de cada embalse de la red hídrica del sistema en cada periodo de tiempo, buscando minimizar los costos operacionales sobre un cierto horizonte de tiempo. Así, las decisiones implicadas en éste se pueden resumir en dos grandes grupos. Por un lado, está la decisión de cuánto generan las centrales en cada periodo de tiempo modelado, considerando restricciones de transmisión y la topología de la red eléctrica. Por otro lado, existen las decisiones relacionadas con la red hídrica del sistema. Estas últimas consisten en la cantidad de agua que se moverá a través de los canales y en qué momento hacerlo. En general, con este problema se busca satisfacer la demanda eléctrica minimizando el valor esperado de los costos sistémicos, donde la complejidad de estas decisiones radican tanto en la estructura eléctrica que tenga el sistema como la incertidumbre que hay en torno a los afluentes de la red hídrica (de Queiroz, 2016). Existe un gran interés en manejar correctamente el recurso hídrico del sistema, puesto que usar una gran cantidad de agua para generación eléctrica hoy puede llevar a elevados costos de operación en posibles escenarios de escasez hídrica futuros (Lohmann, Hering, & Rebennack, 2016).

El principal resultado de este tipo de problemas es el *valor futuro del agua*, el cual se define como el incremento en el valor esperado de los costos futuros producto de un uso marginal adicional de este recurso. Este es un insumo esencial para los modelos de corto plazo (como el problema de *Unit Commitment*, también conocido como modelo de pre despacho), puesto que permite valorizar el agua almacenada en el sistema.

Por lo general, el HTSP se modela como un problema de optimización y se resuelve con algoritmos especialmente enfocados en este tipo de problemas. En Hossain y Shiblee (2017) se hace una revisión general de diferentes algoritmos y técnicas utilizadas para la resolución del problema, destacando que la coordinación de las plantas térmicas e hidroeléctricas es un problema que es altamente difícil de resolver y que tiene cada vez más relevancia en los sistemas eléctricos modernos. Pese a que la solución de este problema es bastante compleja, esta puede traer grandes beneficios para la sociedad (Zeynal & Eidiani, 2014), tales como disminuir los costos de producción eléctrica, aumento en la confiabilidad del sistema y maximización de la capacidad energética de los reservorios (Kumar & Naresh, 2007). En este sentido, un gran número de técnicas de modelación y de métodos de solución se han desarrollado y perfeccionando a lo largo del tiempo. En particular, un método altamente utilizado es el *stochastic dual dynamic programming*, conocido como SDDP (Pereira & Pinto, 1991), el cual fue creado inicialmente para la resolución de la formulación estocástica de este problema. Este se basa en desarrollar iterativamente un algoritmo con cortes de Benders (Benders, 1962), donde se busca cuantificar el valor futuro del agua en los reservorios a medida de que se avanza en su resolución, considerando, por lo general, los afluentes de la red hídrica como su fuente de incertidumbre. Este valor futuro, o costo marginal del agua, es analizado en detalle en Tilmant, Pinte, y Goor (2008); Guan, Shawwash, y Abdalla (2018), donde destacan la importancia que tiene la modelación de la incertidumbre hidrológica para manejar correctamente el recurso hídrico.

Hay un gran número de artículos que han estudiado la resolución del problema de coordinación hidrotérmica, con diferentes enfoques y finalidades. En Gjerden et al. (2015) los autores modelan la incertidumbre hidrológica mediante un modelo vectorial autoregresivo, aplicando el algoritmo SDDP en un modelo de Noruega, pero no consideran aspectos como la transmisión ni los cuellos de botella que puedan existir en torno a ella. Destacan que este tipo de modelación de incertidumbre genera un manejo más eficiente del recurso hídrico, pero que ello depende del número de muestras que se consideren por etapa o periodo de tiempo modelado, por lo que el tiempo requerido para su resolución puede ser

sumamente alto si no se aplican correctamente agregaciones temporales y espaciales. En Machado, Diniz, Borges, y Brandão (2021) se propone una variación del algoritmo SDDP que emplea algoritmos de computación paralela, la cual permitió a los autores disminuir los tiempos de ejecución para ciertos casos. En Brigatto, Street, y Valladão (2017) analizan el efecto de diferentes simplificaciones en la modelación del sistema, necesarias para aplicaciones prácticas del algoritmo SDDP. Destacan que simplificaciones mal estudiadas pueden llevar a un uso excesivo del recurso hídrico y a picos en el precio *spot* de la energía.

A diferencia de los medios de generación eléctrica convencionales no renovables, la disponibilidad del recurso hidroeléctrico depende tanto de los caudales afluentes de la red hídrica, como de las decisiones asociadas al movimiento de agua entre los distintos puntos de la red, tanto en el presente como en el pasado. Dado esto, es particularmente desafiante lograr buenas proyecciones de la incertidumbre del sistema, donde existe una alta correlación temporal y espacial entre los diferentes puntos de la red hídrica dada la propia naturaleza de los afluentes (Lohmann et al., 2016). Este problema se complejiza aún más al considerar la sequía existente en países como Chile, México o España (Vicuna, Maurer, Joyce, Dracup, & Purkey, 2007), haciendo muy necesaria una precisa modelación del futuro de los afluentes hídricos.

Para asegurar la confiabilidad de los sistemas eléctricos, los operadores definen diferentes requerimientos de capacidad firme y reservas para poder hacer frente a contingencias y responder frente a cambios repentinos de la demanda y generación (Sullivan, Krey, & Riahi, 2013). La necesidad de modelar estos requerimientos de forma correcta se va acrecentando a medida que las matrices eléctricas evolucionan hacia una mayor participación de generación renovable variable (Li & Ho, 2022), debido a que la confiabilidad de los sistemas eléctricos se ve dificultada producto de la intrínseca variabilidad de este tipo de tecnologías, tales como eólica y solar fotovoltaica (Sullivan et al., 2013). Capturar y cuantificar los efectos de estos requerimientos requiere el uso de herramientas altamente específicas y con gran detalle temporal (Milligan et al., 2011), lo cual, para ser modelado de forma explícita, requiere el uso de restricciones no convexas.

El problema de optimización de corto plazo que busca minimizar los costos de operación sistémicos, considerando todas las características y restricciones técnicas tanto de la red eléctrica como de la red hídrica, y que considera como un insumo exógeno el valor del agua obtenido a partir de un modelo de mediano plazo, se conoce como el problema de Unit Commitment. Para su modelación, por lo general, se utiliza una granularidad temporal horaria y se tiene un horizonte temporal de no más allá de unas pocas semanas. Idealmente, este tipo de problemas, requiere el uso de variables binarias para modelar el encendido y apagado de centrales, por lo que su aplicación en casos de mediano y largo plazo es intratable computacionalmente. Respecto al algoritmo SDDP, pese a ser uno de los métodos de resolución más utilizados en el problema de coordinación hidrotérmica, posee la gran limitante de no poder utilizar variables binarias. En esta línea, y para poder considerar las restricciones no lineales que tiene el problema de Unit Commitment, se han desarrollado métodos o algoritmos de resolución alternativos a SDDP como es el caso del *stochastic dual dynamic integer programming*, SDDiP (Zou, Ahmed, & Sun, 2019; Hjelmeland, Zou, Helseth, & Ahmed, 2019), el cual consiste en una extensión de SDDP que permite utilizar variables enteras al utilizar cortes Lagrangianos en reemplazo de los cortes de Benders. Este algoritmo tiene la ventaja de permitir incorporar variables enteras a los modelos, pero a costa de que se vuelve intratable computacionalmente para problemas de gran escala.

En una búsqueda de una forma alternativa de incorporar el efecto de las condiciones no lineales del sistema, en modelos de mediano y largo plazo, se han desarrollado nuevas restricciones que busquen aproximarlos. En Johnson et al. (2016); Sullivan et al. (2013) se implementó el denominado *flexibility requirement*, el cual plantea que cierta porción de la demanda debe ser satisfecha mediante generación flexible. Esto busca aproximar los efectos que tiene el encendido y apagado de centrales, junto al requerimiento de reservas dentro del modelo, especialmente en cuanto a los costos de operación del sistema. Los autores muestran que su aplicación mejora notoriamente los resultados en cuanto a la representación de la operación real de sistemas, aunque esto no fue comprobado totalmente comparando con un modelo de corto plazo con mayor detalle temporal que incorpore estas

condiciones no convexas. Sin embargo, esta modelación fue aplicada a modelos lineales enteros mixtos de planificación energética, donde el enfoque y efectos deseados son diferentes a los que se necesitan en un modelo de mediano plazo. Por otro lado, en (Johnson et al., 2016), se impuso un límite al total de participación de las fuentes de energía renovables variables en la matriz de generación eléctrica, logrando así capturar algunos efectos deseados en cuanto a costos de operación del sistema. Sin embargo, en dicho trabajo, los resultados no fueron validados con un modelo detallado de corto plazo.

La flexibilidad, en un contexto de sistemas eléctricos, se puede definir como la habilidad de poder balancear la generación y demanda, manteniendo la continuidad en situaciones inesperadas, y hacer frente a la incertidumbre en el lado de la oferta y la demanda (Impram, Varbak Nese, & Oral, 2020). La incorporación, en modelos de mediano y largo plazo, de este concepto de flexibilidad requerida para operar los sistemas es un tema fundamental de cara a un futuro con matrices energéticas renovables. La importancia de capturar los efectos de características operacionales inherentemente no convexas (como Unit Commitment y requerimientos de reservas) en los modelos de mediano y largo plazo es fundamental para capturar la flexibilidad que entrega la energía hidroeléctrica, en especial en cuanto a servicios complementarios (Hjelmeland et al., 2019).

En Poncelet, Delarue, y D'haeseleer (2019) los autores muestran que, entre otras cosas, la incorporación de restricciones de Unit Commitment no afecta significativamente los resultados de un modelo de mediano o largo plazo, pero restricciones de flexibilidad sí. Algunos aspectos de flexibilidad se descomponen en los siguientes:

- Almacenamiento de corto plazo, el cual es considerado como aquella tecnología que permite almacenar energía a lo más por algunos días.
- Incorporación de capacidad de rampa de las centrales, la cual se define como el cambio máximo en su punto de operación entre un instante de tiempo y otro.
- Servicios complementarios ofrecidos por todo tipo de centrales, no solo por centrales térmicas, como por ejemplo reservas.

En un enfoque práctico, el principal output de un modelo de coordinación hidrotérmica de mediano plazo es el valor futuro del agua, el cual se utiliza como costo de oportunidad del recurso hídrico (Aasgard, Andersen, Fleten, & Haugstvedt, 2014; Fosso & Belsnes, 2004; Fleten & Kristoffersen, 2008). Una valorización correcta del del recurso hídrico para fines operativos y como señal de mercado para toda la industria es fundamental para garantizar la sostenibilidad a largo plazo de los sistemas energéticos (Street, Valladão, Lawson, & Velloso, 2020), especialmente considerando periodos de sequía donde el recurso hídrico se vuelve cada vez más escaso.

Es posible notar que el HTSP, pese a ser un problema altamente estudiado, posee un vacío en torno a aplicaciones o incorporaciones de aspectos de flexibilidad (o sus efectos) en modelos lineales estocásticos multietapa resueltos mediante SDDP para mediano plazo. Han existido numerosos intentos de incorporar estos aspectos de flexibilidad (Zeynal & Eidiani, 2014; Johnson et al., 2016; Sullivan et al., 2013; Hjelmeland et al., 2019), pero nunca en un modelo lineal estocástico multietapa cuyo objetivo sea valorizar el costo futuro del agua dentro de un sistema de gran escala. Con todo esto, las contribuciones de esta investigación se resumen de la siguiente forma:

- (i) Se propone un nuevo modelo de optimización estocástico lineal multietapa de mediano plazo para el problema de coordinación hidrotérmica, resuelto con el algoritmo SDDP. Este modelo incorpora almacenamiento de corto plazo, requerimiento de reservas, demanda de riego, e incertidumbre sobre los afluentes de la red hídrica representada mediante un modelo vectorial autorregresivo para capturar efectos como estacionalidad, tendencia y correlaciones espacio-temporales entre los distintos afluentes. Este modelo también incorpora expresiones matemáticas simplificadas que capturan ciertos efectos sobre el valor del agua inducidos por restricciones de operación de corto plazo que no se puede representar de forma directa en modelos de mediano plazo dada su complejidad computacional.
- (ii) Se propone una metodología que permite calibrar parámetros que, mediante expresiones matemáticas simplificadas, capturan los principales efectos de las no

convexidades de un modelo de corto plazo en un modelo lineal de mediano plazo. Para ello, se comparan los resultados de ambos modelos y se retroalimentan estos parámetros de calibración, de forma iterativa, hasta que se cumple con un criterio de convergencia. El principal resultado es una aproximación más cercana de los costos de operación entre ambos modelos, puesto que estos pueden ser sobrestimados o subestimados en modelos de mediano plazo al no considerar los efectos de las no convexidades del modelo de corto plazo.

- (iii) Desarrollamos extensos experimentos computacionales en un sistema hidroeléctrico de gran escala, basado en el caso Chileno, donde se muestran los principales beneficios, efectos y resultados de la metodología propuesta, especialmente en cuanto a costos esperados de operación y valor futuro del agua. En este sentido, la formulación propuesta logra disminuir la brecha entre los costos de operación esperados por el modelo propuesto y los costos obtenidos con un modelo operacional con variables binarias y detalle horario, lo cual se traduce en un aumento en la valorización del agua que va desde un 1% hasta un 658% en comparación al modelo que no considera estas restricciones mencionadas.

El resto de este texto está organizado de la siguiente forma: el Capítulo 2 presenta el modelo propuesto de coordinación hidrotérmica centrado en la flexibilidad del sistema, junto al modelo base de comparación. En el Capítulo 3 se propone un proceso de calibración de los principales parámetros que buscan incorporar los efectos de las condiciones no lineales de un modelo de corto plazo. Luego, en el Capítulo 4, se presentan los resultados de los experimentos computacionales obtenidos utilizando representaciones del sistema eléctrico Chileno. Finalmente, el Capítulo 5 presenta las principales conclusiones obtenidas en esta investigación.

2. PROBLEMA DE COORDINACIÓN HIDROTÉRMICA

En el presente capítulo se presenta el modelo propuesto del problema de coordinación hidrotérmica. A continuación la Sección 2.1 se presenta una formulación determinística del problema de coordinación hidrotérmica, y en la Sección 2.2 se presenta la formulación estocástica multietapa del problema de coordinación hidrotérmica. En la Sección 2.3 se presentan las restricciones y características operacionales modeladas. En la Sección 2.4 se presenta la naturaleza y representación de la incertidumbre hidrológica y en la Sección 2.5 se presentan las denominadas demandas de riego. Finalmente, en la Sección 2.6 se presenta el modelo de coordinación hidrotérmica propuesto. La nomenclatura utilizada se encuentra presente al inicio de este documento.

2.1. Modelo base determinístico

Para facilitar el entendimiento de los modelos propuestos en este trabajo, en esta Sección se presenta una formulación determinística del problema de coordinación hidrotérmica. Las decisiones de este modelo son todas variables continuas relacionadas con el almacenamiento de los reservorios, del movimiento de agua a lo largo de los canales de la red hídrica y decisiones de generación de centrales hídricas, térmicas y renovables.

Dada la necesidad de modelar correctamente el componente hídrico del sistema, se utilizaron tres tipos de nodos para modelar la red hídrica. Primero están los nodos de almacenamiento, que, cuyo nombre lo dice, son aquellos nodos que permiten el almacenamiento de agua, es decir, los embalses. Luego se tienen los nodos de paso, los cuales son nodos que sólo permiten decidir movimientos de agua a lo largo de la red hídrica modelada. Finalmente están los nodos de generación, que serían aquellos nodos hídricos que tienen un generador eléctrico, ya sean de embalse o de paso. Es importante destacar que pese a que la mayoría de los embalses poseen un generador, estos se separaron de sus respectivos reservorios por simplicidad de la notación y modelación. Pese a lo anterior, es importante destacar que los nodos hídricos de generación también permiten mover agua a

lo largo de la red, pero no tienen únicamente este objetivo. Los canales que conectan estos nodos se dividen en dos tipos. Por un lado están los denominados canales turbinables, los cuales consisten en aquellos canales cuyo flujo de agua pasa por un generador eléctrico, para luego llegar a otro nodo de la red, y por otro lado están los caudales no turbinables, que son aquellos caudales que no pasan por un generador y sólo mueven agua entre un nodo de la red y otro.

Con lo anterior, la formulación determinística del modelo base utilizado es el siguiente:

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{b \in \mathcal{R}(t)} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtb}^G p_{gtb} + \sum_{i \in \mathcal{B}} (C_{itb}^{LS} p_{itb}^{LS} + C_{itb}^{OG} p_{itb}^{OG}) \right) \beta'_{tb} \quad (2.1a)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } w_{et} &= w_{e,(t-1)} + \sum_{b \in \mathcal{R}(t)} \beta_{tb} \left(\alpha_{et} - v_{et} + \sum_{u \in \mathcal{I}^T(e)} q_{(u,e),t,b} + \sum_{u \in \mathcal{I}^N(e)} y_{(u,e),t,b} \right. \\ &\quad \left. - \sum_{u \in \mathcal{O}^T(n)} q_{(n,u),t,b} - \sum_{u \in \mathcal{O}^N(n)} y_{(n,u),t,b} \right) \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (2.1b)$$

$$v_{et} = \lambda_e^s + \lambda_s^s w_{e,(t-1)} \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \quad (2.1c)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{u \in \mathcal{I}^T(n)} q_{(u,n),t,b} + \sum_{u \in \mathcal{I}^N(n)} y_{(u,n),t,b} + \alpha_{nt} \\ &= \sum_{u \in \mathcal{O}^T(n)} q_{(n,u),t,b} + \sum_{u \in \mathcal{O}^N(n)} y_{(n,u),t,b} \quad \forall n \in \mathcal{N}^p, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \end{aligned} \quad (2.1d)$$

$$\begin{aligned} &\sum_{g \in \mathcal{G}(i)} p_{gtb} + \sum_{j \in \mathcal{N}^g(i)} p_{jtb}^h + \sum_{l \in \mathcal{L}^{out}(i)} f_{ltb} - \sum_{l \in \mathcal{L}^{in}(i)} f_{ltb} \\ &+ p_{itb}^{LS} - p_{itb}^{OG} = p_{itb}^d \quad \forall i \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \end{aligned} \quad (2.1e)$$

$$f_{ltb} = B_{lt} (\theta_{s(l)tb} - \theta_{r(l)tb}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1f)$$

$$-\bar{f}_{lt} \leq f_{ltb} \leq \bar{f}_{lt} \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1g)$$

$$p_{jtb}^h = \delta_j \sum_{u \in \mathcal{O}^T(j)} q_{(j,u),t,b} \quad \forall j \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1h)$$

$$0 \leq \sum_{n \in \mathcal{N}^T(u)} q_{(u,n),t,b} \leq \bar{q}_u \quad \forall u \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1i)$$

$$\mathcal{V}^{end} \leq \sum_{e \in \mathcal{N}_a} (\varphi_e w_{eT}) \quad (2.1j)$$

$$0 \leq q_{(u,n),t,b} \leq \bar{q}_{(u,n)} \quad u \in \mathcal{N}, n \in \mathcal{N}^T(u), t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1k)$$

$$0 \leq y_{(u,n),t,b} \leq \bar{y}_{(u,n)} \quad u \in \mathcal{N}, n \in \mathcal{N}^N(u), t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1l)$$

$$0 \leq p_{ntb}^h \leq \bar{p}_{nt}^h \quad \forall n \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1m)$$

$$\underline{w}_{nt} \leq w_{et} \leq \bar{w}_{et} \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \quad (2.1n)$$

$$0 \leq p_{gtb} \leq \bar{p}_{gt} \quad \forall g \in \mathcal{G} \setminus \mathcal{G}^V, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1o)$$

$$0 \leq p_{gtb} \leq \bar{p}_{gt} \xi_{gtb} \quad \forall g \in \mathcal{G}^V, t \in \mathcal{T}, b \in \mathcal{R}(t) \quad (2.1p)$$

La función objetivo (2.1a) busca minimizar los costos totales de operación de generación durante todo el horizonte de tiempo modelado, considerando los costos variables de las centrales junto al demanda perdida y exceso de generación. La restricción (2.1b) representa la dinámica de los embalses acoplando las decisiones espaciales y temporales, considerando tanto las filtraciones como los caudales de salida y entrada tanto de agua turbinable como no turbinable. La restricción (2.1c) modela las filtraciones de los embalses con una aproximación lineal, y la restricción (2.1d) representa el balance de masa en todas los nodos, de paso y generación, de la red hídrica. La restricción (2.1e) asegura el cumplimiento de la demanda eléctrica, considerando los flujos provenientes de otras barras, load shedding y over generation. (2.1f) y (2.1g) representan la ecuación de flujo en las líneas de transmisión, bajo una modelación estándar del tipo DC, y la capacidad máxima de transmisión de las líneas, respectivamente. Las restricciones (2.1h) y (2.1i) definen la potencia de las centrales hidroeléctricas y el caudal turbinable máximo de cada central hidroeléctrica, respectivamente. La restricción (2.1j) define las condiciones de termino del modelo, en base a una función que define el valor del agua al término del horizonte de tiempo, proveniente de un modelo exógeno de coordinación hidrotérmica de largo plazo. Finalmente, las restricciones (2.1k)-(2.1p) representan las cotas de cada variable.

2.2. Modelo base estocástico

En esta sección presentamos la formulación estocástica multietapa del problema de coordinación hidrotérmica.

El componente incierto de este modelo corresponde a los afluentes de la red hídrica, donde se asume que estos tienen una distribución discreta representada a través de escenarios. Es decir, en vez de considerar α_{nt} , se considera α_{snt} , el cual representa el escenario s de la incertidumbre para el nodo hídrico n en la etapa t . Se asume independencia entre escenarios de la incertidumbre, y, por ejemplo, para estos escenarios se podrían considerar datos históricos. Más detalles sobre su naturaleza se presenta en la Sección 2.4.

Sea $s \in \mathcal{S}$ el conjunto de todos los posibles escenarios de la incertidumbre para todo $t \in \mathcal{T}$, donde la probabilidad de ocurrencia de un escenario s es p^s . También consideremos el conjunto \mathcal{S}_{st} como todos aquellos escenarios que son iguales al escenario s al menos hasta la etapa t . Luego, definimos el siguiente modelo estocástico multietapa:

$$\min \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{b \in \mathcal{R}(t)} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtb}^G p_{sgtb} + \sum_{i \in \mathcal{B}} (C_{ib}^{LS} p_{sitb}^{LS} + C_{ib}^{OG} p_{sitb}^{OG}) \right) \beta'_{tb} \quad (2.2a)$$

$$\text{s.t. } (2.1b) - (2.1p) \quad \forall s \in \mathcal{S}, t \in \mathcal{T} \quad (2.2b)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_{st} &= \mathbf{p}_{\hat{st}}, & \mathbf{p}_{st}^{LS} &= \mathbf{p}_{\hat{st}}^{LS}, & \mathbf{w}_{st} &= \mathbf{w}_{\hat{st}} & \mathbf{y}_{st} &= \mathbf{y}_{\hat{st}}, \\ \mathbf{y}_{st} &= \mathbf{y}_{\hat{st}}, & \mathbf{q}_{st} &= \mathbf{q}_{\hat{st}}, & \mathbf{f}_{st} &= \mathbf{f}_{\hat{st}}, & \boldsymbol{\theta}_{st} &= \boldsymbol{\theta}_{\hat{st}} \\ \mathbf{y}_{st} &= \mathbf{y}_{\hat{st}} & \forall s \in \mathcal{S}, \hat{s} \in \mathcal{S}_{st} t \in \mathcal{T} & & & & & \end{aligned} \quad (2.2c)$$

La función objetivo (2.2a) busca minimizar los costos esperados de operación del sistema. En (2.2b) se define que las restricciones (2.1b)-(2.1p) del modelo determinístico se deben cumplir para cada posible escenario de realizaciones de la incertidumbre, donde todas las variables de decisión del modelo determinístico, e incertidumbre, sin el índice s se reemplazan por su alternativa con el índice s . Luego, las restricciones (2.2c) aseguran que

las decisiones del modelo sean no anticipativas. Es decir, que para todo par de escenarios $s \in \mathcal{S}$ y $\hat{s} \in \mathcal{S}_{st}$, tal que $[s]_t = [\hat{s}]_t$ para la etapa t , las decisiones del modelo deben ser las mismas hasta la etapa t .

Dado que el modelo (2.2) tiende a ser un problema muy grande en cuanto a posibles escenarios de incertidumbre, su resolución será mediante el algoritmo SDDP. La idea general del algoritmo es descomponer el problema en un conjunto \mathcal{T} de etapas, las cuales están conectadas mediante las ecuaciones de estado (2.1b) que representan la dinámica de los embalses. La descripción de este algoritmo se presenta en el Anexo A, y para conocerlo más en detalle se puede consultar el trabajo realizado en Dowson y Kapelevich (2021), donde también se muestra su implementación computacional en el lenguaje Julia. Consideremos el conjunto $\hat{\mathcal{S}}_{st}$ como todos los escenarios que son iguales al escenario s hasta la etapa t , pero difieren en la etapa $t + 1$. También, sea $p_{s\hat{s}t}$ la probabilidad de que ocurra un escenario \hat{s} en la etapa t dado el escenario s tal que $\sum_{\hat{s} \in \hat{\mathcal{S}}_{st}} p_{s\hat{s}t} = 1$. Considerando todo esto, se define la función de valor $F_{st}(\mathbf{w}_{s,(t-1)})$ de una etapa t y un escenario s cualquiera queda definida de la siguiente forma:

$$F_{st}(\mathbf{w}_{s,(t-1)}) := \min \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{b \in \mathcal{R}(t)} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtb}^G p_{sgtb} + \sum_{i \in \mathcal{B}} (C_{ib}^{LS} p_{sitb}^{LS} + C_{ib}^{OG} p_{sitb}^{OG}) \right) \beta'_{tb} + \sum_{\hat{s} \in \hat{\mathcal{S}}_{st}} p_{s\hat{s}t} F_{s,(t+1)}(\mathbf{w}_{\hat{s}t}) \quad (2.3a)$$

$$\text{s.t. } w_{et} = w_{e,(t-1)} + \sum_{b \in \mathcal{R}(t)} \beta_{tb} \left(\alpha_{set} - v_{et} + \sum_{u \in \mathcal{I}^T(e)} q_{(u,e),t,b} + \sum_{u \in \mathcal{I}^N(e)} y_{(u,e),t,b} - \sum_{u \in \mathcal{O}^T(n)} q_{(n,u),t,b} - \sum_{u \in \mathcal{O}^N(n)} y_{(n,u),t,b} \right) \quad \forall e \in \mathcal{N}^a \quad (2.3b)$$

$$(2.1c) - (2.1p) \quad (2.3c)$$

Dada la no anticipatividad de las decisiones del modelo, es posible notar que no todas las variables de decisión dependen del escenario s , sino que solo del nivel de los reservorios al término de la etapa anterior ($\mathbf{w}_{s,(t-1)}$).

2.3. Restricciones Operacionales

A continuación se presenta una nueva agregación temporal, la modelación de almacenamiento de corto plazo, de requerimientos de rampa en centrales, requerimientos de reservas y una representación simplificada de costos de encendido y apagado de centrales.

2.3.1. Agregación temporal

El modelo (2.1) representa cada etapa $t \in \mathcal{T}$ mediante el uso de bloques de demanda sin relación temporal entre ellos, lo que es estándar en modelos de coordinación hidrotérmica. Estos se obtienen mediante la curva de duración de carga ordenada previamente en orden decreciente (Maluenda, Negrete-Pincetic, Olivares, & Álvaro Lorca, 2018), como se puede observar en la Figura 2.1, donde se presenta un ejemplo con 5 bloques. Esta curva de duración de carga fue presentada por Baleriaux, Jamouille, y Guertechin (1967) y sus aplicaciones en sistemas eléctricos son muy amplias (Ueckerdt et al., 2015; Ma et al., 2018). Este tipo de modelación tiene la ventaja de que tiene una baja complejidad computacional en cuanto a la resolución de modelos. Pese a lo anterior, el mayor problema que presenta este tipo de modelación es la pérdida del orden cronológico dentro de la propia etapa, por lo cual no se pueden modelar aspectos fundamentales para la flexibilidad del sistema como lo es la capacidad de rampa y el almacenamiento de corto plazo (Poncelet et al., 2019).

Por otro lado, un método de agregación temporal que sí captura estos efectos es el de los periodos representativos (Nahmmacher, Schmid, Hirth, & Knopf, 2016; García-Cerezo, Baringo, & García-Bertrand, 2020). Este tipo de agregación temporal consiste en representar un periodo extenso (semanas, meses e incluso un año) mediante una set de días

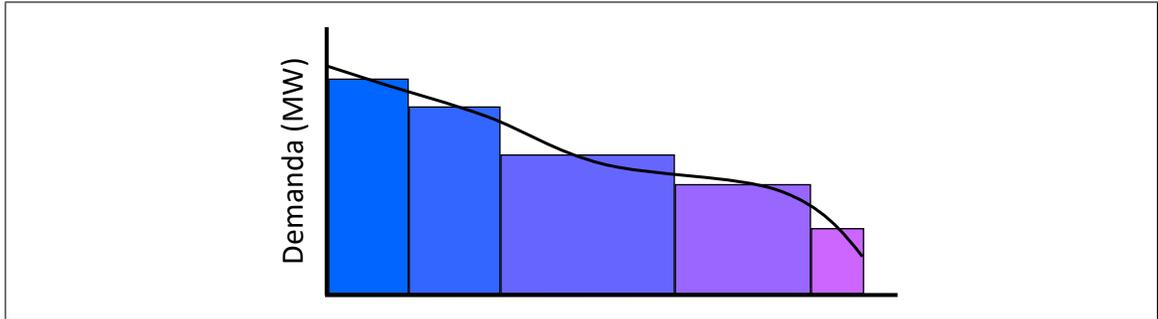


Figura 2.1. Modelo de bloques de demanda

con detalle horario, los cuales se consideran que representan fielmente el comportamiento general de ese periodo. Este tipo de modelación, a diferencia de los bloques de carga, tiene precisamente la ventaja de que permite incorporar aspectos como el almacenamiento de corto plazo, requerimientos de rampas, entre otros.

En la búsqueda de una alternativa intermedia que permita incorporar las bondades de los periodos representativos y, a su vez, no genere una sobrecarga en cuanto a dificultad computacional, se utilizó un modelo que representa una semana mediante dos días (uno para los días de semana y uno para los días de fin de semana), con cuatro bloques horarios ordenados cronológicamente, basado en International Renewable Energy Agency (IRENA) (2016). Esto permite caracterizar de mejor forma el almacenamiento de corto plazo, requerimientos de rampa y otras características operacionales.

En la Figura 2.2 se puede ver un ejemplo de esta modelación para una semana cualquiera, donde en la línea amarilla se observa la demanda neta horaria y, en la línea verde, la demanda neta aproximada con estos cuatro bloques. Es posible notar que en los horarios donde existe un mayor cambio en la demanda neta, el tamaño del bloque correspondiente es menor. Esto refleja el objetivo de esta modelación, donde se busca mantener la relación temporal entre bloques minimizando la pérdida de información que genera esta agregación.

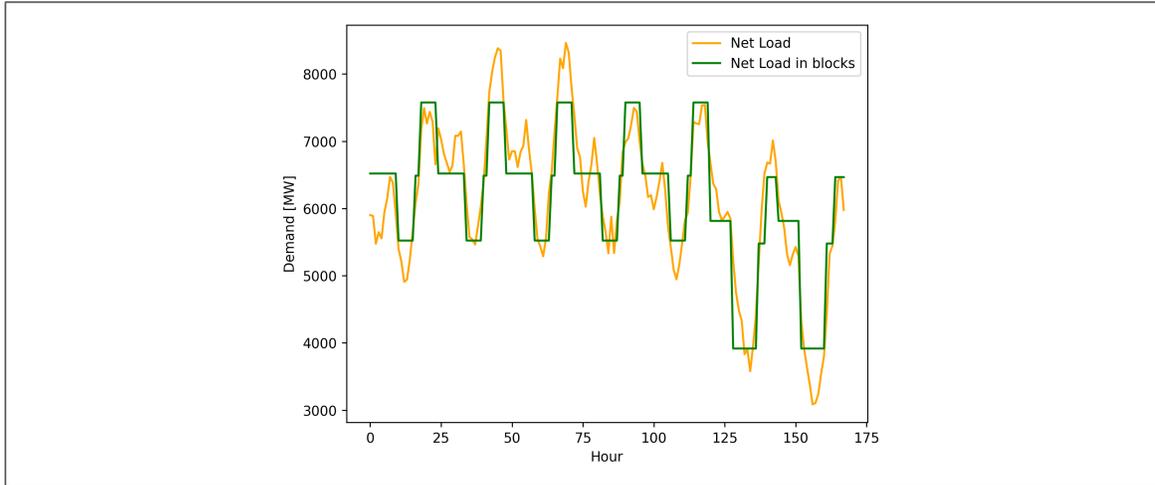


Figura 2.2. Modelo propuesto de agregación temporal

2.3.2. Almacenamiento de corto plazo

La agregación temporal (bloques de carga) del modelo base (ecuación 2.1), al carecer de toda relación temporal entre bloques de una misma etapa, no permite modelar un aspecto fundamental de cara al futuro energético, como lo es el almacenamiento de corto plazo en modelos de coordinación hidrotérmica de mediano o largo plazo. Este es considerado como aquel almacenamiento que sólo puede almacenar energía durante algunas horas.

Con esto en consideración, y utilizando la agregación temporal detallada en la Sección (2.3.1), se plantea la incorporación de estas características al modelo (2.1) para un generador cualquiera $g \in \mathcal{G}^s$, donde \mathcal{G}^s representa el conjunto de centrales que tienen almacenamiento de corto plazo. Las variables utilizadas para esto son a_{gtdb} , a_{gtdb}^c y a_{gtdb}^d , que representan el nivel de energía almacenada [MWh], la energía cargada [MWh] y energía descargada [MWh], respectivamente, para un generador $g \in \mathcal{G}^s$ al término del bloque b del día d de la etapa t .

Luego, basado en el trabajo planteado en Du, Zhang, Kang, Miao, y Tian (2016), se definieron las restricciones planteadas en (2.4). Estas consideran eficiencias de carga,

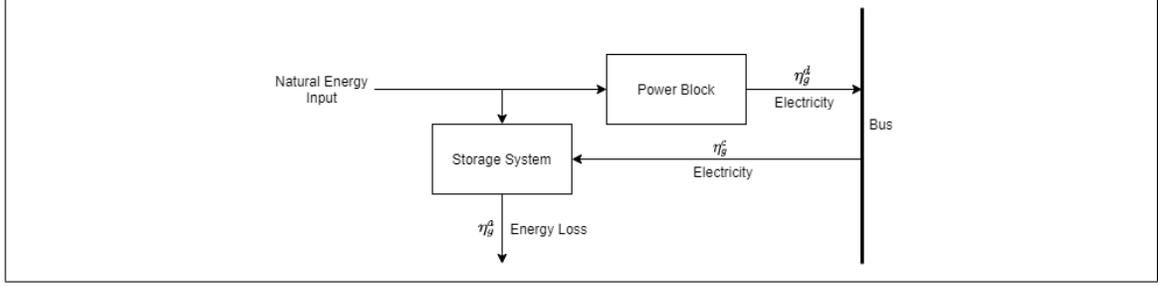


Figura 2.3. Diagrama de funcionamiento general de sistemas de almacenamiento de corto plazo

descarga y almacenamiento, en conjunto de considerar que el inicio de un día está conectado con el término del mismo.

$$a_{gtdb} = a_{gtd(b-1)}(\eta_g^a)^{\beta_{tdb}} + a_{gtdb}^c - a_{gtdb}^d + e_{gtdb}^n \quad \forall g \in \mathcal{G}^s, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \overline{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.4a)$$

$$p_{gtdb} \leq \frac{a_{gtdb}^d \eta_g^d}{\beta_{tdb}} - \frac{a_{gtdb}^c}{\beta_{tdb} \eta_g^c} \quad \forall g \in \mathcal{G}^s, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \overline{\mathcal{R}}(t, d). \quad (2.4b)$$

La restricción (2.4a) relaciona el nivel de almacenamiento de un bloque cualquiera con el nivel del bloque anterior (o, para el caso del primer bloque del día, el bloque final del mismo), su eficiencia de almacenamiento (η_g^a), la cantidad de energía cargada, descargada y la energía de entrada natural al generador (e_{gtdb}^n). La restricción (2.4b) plantea que la potencia de la planta está acotada por la energía con la que se carga y descarga, en conjunto a la duración de la etapa (β_{tdb}) y las eficiencias de carga y descarga (η_g^c y η_g^d). Esta modelación permite considerar diferentes tipos de tecnologías con almacenamiento de corto plazo, como lo sería concentración solar de potencia, baterías, entre otras.

2.3.3. Requerimiento de rampa

Otro aspecto relevante para capturar los aspectos de flexibilidad de un modelo de mediano plazo son las capacidades de rampa de las centrales. Esta rampa se define como

el cambio en la generación de una central entre dos instantes de tiempo, y la capacidad de cambiar este punto de operación en un breve periodo de tiempo es especialmente restrictivo en centrales térmicas a carbón y gas, entre otras. En sistemas con alta adopción de energía solar fotovoltaica, este aspecto es especialmente importante en la tarde, en las horas cercanas a la puesta de sol, puesto que la generación de plantas fotovoltaicas disminuye a un gran ritmo. En países grandes de Europa, esta necesidad de capacidades de rampa a nivel sistémico puede ser hasta un 10% de la capacidad instalada, e incluso un 18% en países más pequeños (Huber, Dimkova, & Hamacher, 2014).

Para incorporar este aspecto en el modelo, se plantea la aplicación de la restricción (2.5a) dentro del mismo. Para ello, se considera un nuevo conjunto \mathcal{G}^R que contiene a todas las centrales de generación cuya capacidad de rampa horaria, RM_g , es menor a su potencia máxima, \bar{p}_g .

$$p_{gtdb} - p_{gtd,b-1} \leq RM_g \quad \forall g \in \mathcal{G}^R, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.5a)$$

Esta restricción, al ser incorporada al modelo, asegura que en la transición entre cada bloque del día, el cambio en el punto de operación del generador no puede sobrepasar su capacidad máxima de rampa horaria.

2.3.4. Requerimiento de reservas

En la operación de sistemas eléctricos, el operador define requerimientos de distintos tipos de reservas para hacer frente a contingencias y variaciones no esperadas tanto en la demanda como en la oferta de energía. Sea J el conjunto de los diferentes tipos de requerimientos de reservas diferentes. Las variables utilizadas para modelar esto son r_{gtdb}^j y r_{ntdb}^{hj} , las cuales representan el nivel de reservas [MW], del tipo de reserva j , ofrecidos por el generador (no hídrico) g y el generador hídrico n en el bloque b del día d de la etapa t respectivamente. Con estas, se definen las siguientes restricciones, utilizando la agregación temporal planteada en la Sección 2.3.1:

$$0 \leq p_{gtdb} + \sum_{j \in \mathcal{J}} r_{gtdb}^j \leq \bar{p}_{gt} \quad \forall g \in \mathcal{G}, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.6a)$$

$$0 \leq p_{ntdb}^h + \sum_{j \in \mathcal{J}} r_{ntdb}^{hj} \leq \bar{p}_{gt} \quad \forall n \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.6b)$$

$$r_{gtdb}^j \leq \bar{r}_{gtdb}^j \quad \forall j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G}, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.6c)$$

$$r_{gtdb}^{hj} \leq \bar{r}_{ntdb}^{hj} \quad \forall j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.6d)$$

$$\sum_{n \in \mathcal{N}^g} r_{gtdb}^j + \sum_{n \in \mathcal{N}^g} r_{gtdb}^{hj} = r_{tdb}^{dj} \quad \forall j \in \mathcal{J}, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.6e)$$

Las restricciones (2.6a-2.6b) plantean que la generación más la oferta de reservas de una central cualquiera no puede sobrepasar su capacidad máxima y las restricciones (2.6c-2.6d) definen el máximo de capacidad de reserva de cada tipo que pueden ofrecer centrales de generación térmicas o renovables y centrales de generación hídricas. Luego, la restricción (2.6e) define el balance para cada tipo reservas que se requieran para operar el sistema.

Si se incluyeran sólo las restricciones (2.6a) - (2.6e), se estarían representando los requerimientos de reservas del sistema de forma totalmente linealizada, la cual puede llevar a una subestimación de los costos de operación del sistema (Hjelmeland et al., 2019). Para evitar ello, y dada la naturaleza de mediano plazo del modelo propuesto, se define un nuevo parámetro $\Theta_{tjg} > 0$, el cual relaciona la oferta de reserva del tipo i de una central cualquiera g con su nivel de generación en ese mismo instante, para evitar que centrales puedan ofrecer reservas sin estar encendidas generando. Con esto en mente, consideremos las siguientes restricciones:

$$r_{gtdb}^j \Theta_{tjg} \leq p_{gtdb} \quad \forall j \in \mathcal{J}, g \in \mathcal{G}, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.7a)$$

$$r_{gtdb}^{hj} \Theta_{tjg} \leq p_{gtdb}^h \quad \forall j \in \mathcal{J}, n \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, d \in \mathcal{D}(t), b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.7b)$$

Las restricciones (2.7a-2.7b) definen que una central cualquiera (ya sea térmica, variable o hídrica), por cada MW de reservas del tipo i que ofrezca, debe estar generando al menos Θ_{tjg} MW en ese mismo instante. La forma de obtener este parámetro Θ se discute en la Sección 3.

Ahora, para considerar las reservas en la función objetivo, consideramos \mathcal{J}^{up} como el conjunto de los tipos de reservas que son hacia arriba, \mathcal{J}^{dn} como el conjunto de los tipos de reservas que son hacia abajo y b^i como la probabilidad de activación del tipo de reserva i . Dicho esto, a la función objetivo del modelo se incorpora el siguiente término

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtdb}^G \left(\sum_{j \in \mathcal{J}^{up}} (r_{gtdb}^j b^i) - \sum_{j \in \mathcal{J}^{dn}} (r_{gtdb}^j b^i) \right) \quad (2.8a)$$

2.3.5. Costos de encendido y apagado

En una operación horaria del sistema, considerando estos efectos no lineales como el encendido y apagado de centrales, hay un gran numero de unidades generadoras que entran en operación pese a que su costo variable sea mas alto que otras que no entran a la matriz de generación, dada las características de flexibilidad (o su condición de inflexibilidad) que otorgan al sistema. Para modelar esto de forma explícita en un modelo de Unit Commitment de corto plazo, se utilizan representaciones no lineales. Dentro de ello está el uso de variables binarias, puesto que centrales térmicas deben estar en funcionamiento para poder ofrecer cierto tipo de reservas. Para representar este efecto, de forma aproximada en el modelo de mediano plazo propuesto, se agrega a la función objetivo el siguiente término:

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} \mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtdb}^G p_{gtdb} \Lambda_{gt} \beta'_{tdb} \quad (2.9a)$$

donde Λ_{gt} representa una aproximación del costo de encendido o apagado en el que debe incurrir un generador g para generar una unidad de energía. La forma de obtener este parámetro se discute en la Sección 3.

2.4. Representación de la incertidumbre hidrológica

La incertidumbre considerada en el modelo corresponde a los afluentes que llegan a los nodos de la red hídrica. En este sentido, la forma más simple de poder representar posibles futuros escenarios hidrológicos de la red es mediante datos históricos de los afluentes hídricos, ignorando toda relación temporal y espacial que se ha demostrado que es muy alta entre ellos (Lohmann et al., 2016). Esta es precisamente la metodología empleada para el modelo base 2.2. Para mejorar en este aspecto, fundamental en un modelo de coordinación hidrotérmica puesto que define los posibles futuros hidrológicos del sistema, se aplicó un vector autoregressive model (VAR). Para ello, primero se aplica una descomposición aditiva para las series de tiempo de los afluentes hídricos, de tal forma de que se pueda preservar la linealidad de la representación. Esta descomposición separa el afluente en su estacionalidad (m_{nt}), su tendencia (g_t) y su componente residual (ζ_{nt}). Luego, dado que este componente residual es típicamente estacionario, este se puede modelar con un modelo autorregresivo (AR) que permite capturar la relación temporal entre los datos. Para, además, incorporar la relación espacial, se utilizó la derivación vectorial autorregresiva (VAR) para modelar los afluentes hídricos. Con ello, un afluente en un nodo hídrico n y en una etapa t del modelo, queda definido por la siguiente ecuación:

$$\alpha_{nt} = m_{nt} + g_{nt} + \zeta_{nt}.$$

Luego, el componente ζ_{nt} , para un modelo VAR(p) (es decir, que mira los p retrasos del mismo modelo) se define de la siguiente forma:

$$\zeta_{nt} = \sum_{k \in \mathcal{N}} \sum_{l=1}^p \Phi_{nk}^l \zeta_{k,t-l} + \epsilon_{nt},$$

donde Φ_{nk}^l es la covarianza entre los nodos hídricos n y k con la realización de la incertidumbre, l etapas antes, del nodo hídrico k . La variable ϵ_{nt} es un ruido blanco, típicamente gaussiano, centrado en el origen y con varianza finita y conocida. Adicionalmente, por definición de un modelo VAR, estos errores ϵ_{nt} son independent and identically distributed (iid) random variables. Esto implica que es compatible con el algoritmo de SDDP, puesto que se requiere independencia de los componentes inciertos entre una etapa y otra. Para ello, las variables α_{nt} y ζ_{nt} pasan a ser consideradas como variables de estado.

Esta representación de incertidumbre tiene la ventaja, a diferencia del uso de datos históricos, permite incorporar de forma clara tanto la relación temporal como la relación espacial que existen entre los diferentes puntos de ingreso de afluentes al sistema mediante la matriz de correlación Φ .

Con todo esto en consideración, se pueden agregar las restricciones (2.10a) y (2.10b) al modelo base, donde el parámetro incierto es el ϵ_{nt} , y como se mencionó anteriormente, α_{nt} y ζ_{nt} pasan a ser consideradas como variables de estado.

$$\alpha_{nt} = m_{nt} + g_t + \zeta_{nt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T} \quad (2.10a)$$

$$\zeta_{nt} = \sum_{k \in \mathcal{N}} \sum_{l=1}^p \Phi_{nk}^l \zeta_{k,t-l} + \epsilon_{nt} \quad \forall n \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}. \quad (2.10b)$$

Es posible notar que este modelo VAR para representar la incertidumbre hidrológica puede llevar a afluentes hídricos negativos en algunos escenarios. Para solucionar este problema, la solución más utilizada en la literatura es el uso de variables de penalización artificiales, con un costo muy alto, que aseguran que el modelo posea recurso completo (Gjerden et al., 2015). El uso de estas variables permite utilizar estos modelos de predicción de afluentes hídricos en un contexto de SDDP, pero tienen la gran deficiencia de que pueden generar inconsistencias en el algoritmo SDDP (Gjelsvik, Mo, & Haugstad, 2010).

Para evitar estas posibles realizaciones de afluentes hídricos negativos en el sistema sin el uso de variables de penalización que puedan alterar los costos esperados, planteamos el modelo de optimización (2.13) que encuentra el máximo dominio $[-\Gamma, +\Gamma]$ de los valores del parámetro incierto ϵ de tal forma que si $\epsilon \in [-\Gamma, +\Gamma]$, entonces se puede asegurar que no existirán proyecciones de afluentes negativos. Luego de obtener estos valores de Γ , cualquier muestra de ϵ fuera del intervalo $[-\Gamma, +\Gamma]$ se se corta en la frontera del intervalo más cercana a ella. Este proceso permite asegurar que no habrán afluentes negativos en los escenarios, pero a su vez mantiene el valor esperado de los mismos.

Consideremos un modelo VAR(1) que inicia en $t = 1$. Entonces:

$$\alpha_1 = \Phi_1 \alpha_0 + \epsilon_1 \quad (2.11a)$$

$$\alpha_2 = \Phi_1 \alpha_1 + \epsilon_2 \quad (2.11b)$$

$$= \Phi_1(\Phi_1 \alpha_0 + \epsilon_1) + \epsilon_2 \quad (2.11c)$$

$$= \Phi_1^2 \alpha_0 + \Phi_1 \epsilon_1 + \epsilon_2 \quad (2.11d)$$

$$\vdots \quad (2.11e)$$

$$\alpha_t = \Phi_1^t \alpha_0 + \sum_{i=0}^{t-1} \Phi_1^i \epsilon_{t-i}. \quad (2.11f)$$

Es posible notar que cualquier α_t puede ser representado únicamente con los valores observados α_0 , la matriz de covarianza Φ_1 y el proceso residual de errores $\epsilon_1, \dots, \epsilon_t$. Con esto, un modelo que maximiza el valor de Γ de tal forma que no existen realizaciones negativas de afluentes hídricos es el siguiente:

$$\max_{\Gamma \geq 0} \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \Gamma_{nt} \quad (2.12a)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } 0 \leq m_{nt} + g_{nt} + \sum_{j \in \mathcal{N}} (\Phi_{1,jn}^t \zeta_{0,j} \\ + \sum_{i \in [t-1]} \Phi_{1,jn}^i \epsilon_{j,t-i}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, \epsilon \in \text{Box}(\Gamma), \end{aligned} \quad (2.12b)$$

donde $[t - 1] := \{0, \dots, t - 1\}$ y $\text{Box}(\Gamma) := \{\epsilon \in \mathbb{R}^{\mathcal{N} \times \mathcal{T}} : -\Gamma_{nt} \leq \epsilon_{nt} \leq \Gamma_{nt} \forall n \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}\}$. La función objetivo (2.12a) busca maximizar los valores de Γ , los cuales representan el intervalo simétrico dentro del cual deben estar los valores del proceso residual $\epsilon_1, \dots, \epsilon_t$. Las restricciones (2.12b) corresponden a la representación de los afluentes mediante el proceso vectorial autoregresivo, y aseguran que estos sean siempre no negativos. Finalmente, es posible notar que el modelo (2.12) es no lineal, pero utilizando las técnicas presentadas en Ben-Tal, Goryashko, Guslitzer, y Nemirovski (2004), es posible reformularlo en el siguiente modelo de optimización:

$$\max_{\Gamma \geq 0} \sum_{n \in \mathcal{N}} \sum_{t \in \mathcal{T}} \Gamma_{nt} \quad (2.13a)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } 0 \leq m_{nt} + g_{nt} + \sum_{j \in \mathcal{N}} (\Phi_{1,jn}^t \zeta_{0,j} - \sum_{i \in [t-1]: \Phi_{1,jn}^i > 0} \Phi_{1,jn}^i \Gamma_{j,t-i} \\ + \sum_{i \in [t-1]: \Phi_{1,jn}^i < 0} \Phi_{1,jn}^i \Gamma_{j,t-i}) \quad \forall n \in \mathcal{N}, t \in \mathcal{T}, \end{aligned} \quad (2.13b)$$

donde la diferencia con (2.12) es que es un modelo lineal que considera los intervalos de confianza Γ y no las muestras del proceso residual $\epsilon_1, \dots, \epsilon_t$ directamente.

Finalmente, sabemos que cualquier proceso $\text{VAR}(L)$ puede ser expresados en términos de procesos $\text{VAR}(1)$ (Luetkepohl, 2005), por lo que el modelo (2.13) puede ser aplicado en cualquier proceso $\text{VAR}(L)$.

2.5. Demanda de riego

La presente sección es relevante en sistemas hidroeléctricos que están altamente acoplados o relacionados con otros usos del recurso hídrico, como pueden ser usos agrícolas o mineros. Por ejemplo, en países como Chile, la relación con el uso agrícola es de suma importancia, donde este representa cerca del 70% del consumo de agua anual (Dirección

General de Agua (DGA), 2017), por lo que su impacto en el sistema hidroeléctrico es relevante.

A continuación se presenta el caso Chileno, el cual es el caso de estudio aplicado. Dentro de la red hídrica modelada, hay nodos donde existe una demanda por consumo de agua por parte del sector agrícola, la denominada demanda de riego. Esta indica que existe un requerimiento de flujo mínimo de agua a través de diferentes canales hídricos de la red.

En Chile, actualmente existen varias cuencas hídricas modeladas en la red hidroeléctrica, donde existe demanda de riego en las dos más grandes: la cuenca del Laja y la cuenca del Maule. Cada una de ellas tiene una serie de condiciones que definen su demanda durante un año calendario, basadas en mediciones de sus principales embalses, entre otros factores. Sumado a ello, poseen otro conjunto de reglas que limitan la extracción de agua para otro destino que no sea suplir esta demanda de riego, como puede ser la generación hidroeléctrica. Es importante destacar que, bajo la normativa actual chilena, la demanda de riego (o consumo agrícola) tiene prioridad por sobre la generación hidroeléctrica. Esto implica que se debe satisfacer siempre la demanda de riego de ambas cuencas, y luego de esto se pueden tomar decisiones de almacenamiento o uso de agua para generación hidroeléctrica. Finalmente, es importante destacar que ambas cuencas tienen una naturaleza levemente diferente, por lo que su modelación es distinta. Para ilustrar el funcionamiento básico de estas reglas de demanda de riego, consideremos la figura 2.4.

A lo largo de un año calendario, existe un presupuesto de volumen de agua que se puede extraer del embalse principal de la cuenca, tanto para generación como para riego. Para definir su valor inicial, se realiza una medición del nivel de este embalse en la fecha de inicio de su temporada (la cual puede ser diferente entre diferentes cuencas) y se le aplica una serie de reglas lineales que permiten definir esta disponibilidad de estos recursos para el año siguiente. Luego, el presupuesto de riego se distribuye proporcionalmente a lo largo del tiempo para suplir la demanda. Sumado a ello, dada una etapa en particular, se dividen los afluentes que llegan a la cuenca de forma proporcional igualmente. En cuanto al presupuesto destinado a generación, no existen obligaciones de su uso, por lo

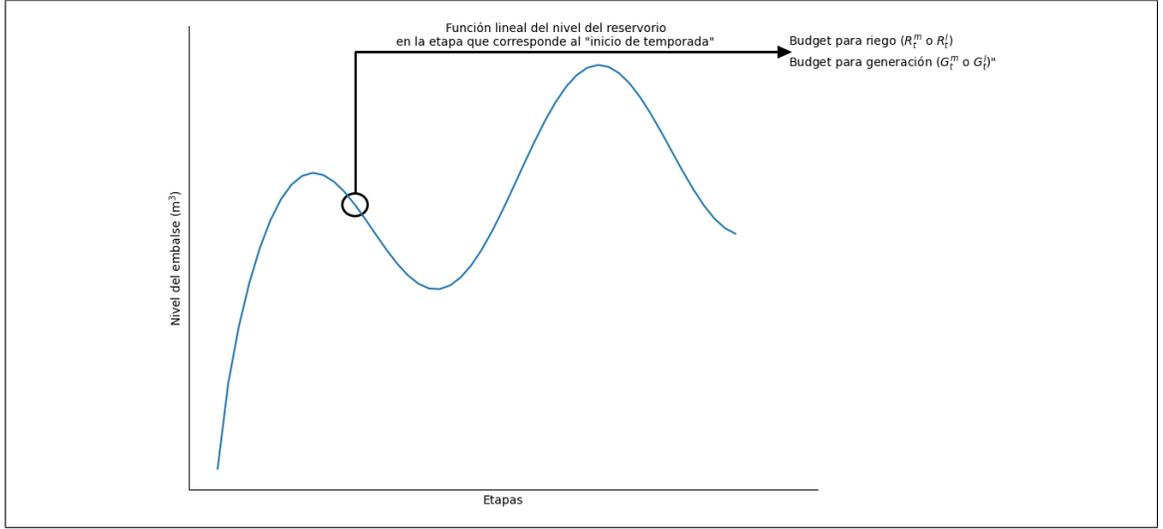


Figura 2.4. Operación básica bajo las reglas de la demanda de riego

que simplemente se debe cumplir con el máximo a extraer durante el año calendario. Cabe destacar que, en cuencas donde sus reglas así los definan, ambos presupuestos pueden aumentar a lo largo del año con una proporción del afluente que llegue a su principal embalse, pero esto último no es necesariamente siempre así.

A continuación se presenta la demanda de riego de la cuenca del Maule

$$\mathcal{R}_t^m = \mathcal{R}_{t-1}^m + \gamma\tau\alpha_{mt} - \mathcal{V}_t^{rm} \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^m \quad (2.14a)$$

$$\mathcal{R}_t^m = \gamma\tau(w_{m,(t-1)} - w_m^{inf}) + \gamma\tau\alpha_{mt} - \mathcal{V}_t^{rm} \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^m \quad (2.14b)$$

$$\mathcal{G}_t^m = \mathcal{G}_{t-1}^m + \gamma(1-\tau)\alpha_{mt} - \mathcal{V}_t^{gm} \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^m \quad (2.14c)$$

$$\mathcal{G}_t^m = \gamma(1-\tau)(w_{m,(t-1)} - w_m^{inf}) + \gamma(1-\tau)\alpha_{mt} - \mathcal{V}_t^{gm} \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^m \quad (2.14d)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \left[\gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \beta_{tdb} \left(\sum_{u \in \mathcal{O}^T(m)} q_{(m,u),t,d,b} + \sum_{u \in \mathcal{O}^N(m)} y_{(m,u),t,d,b} \right) \right] \\ = \mathcal{V}_t^{rm} + \mathcal{V}_t^{gm} \quad \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (2.14e)$$

$$\mathcal{V}_t^{rm} \leq \left(\mathcal{R}_{t-1}^m + \gamma\tau\alpha_{mt} \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^m} s_{kt}^m \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^m \quad (2.14f)$$

$$\mathcal{V}_t^m \leq \gamma \left(\tau(w_{m,(t-1)} - w_m^{inf}) + \tau\alpha_{mt} \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^m} s_{kt}^m \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^m \quad (2.14g)$$

$$\mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \left[\gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \beta_{tdb} \left(\sum_{(u,n) \in \mathcal{H}^m(k)} y_{(n,u),t,d,b} \right) \right] \geq d_{tk}^m \quad \forall t \in \mathcal{T}, k \in \mathcal{K}^m \quad (2.14h)$$

$$d_{tk}^m = \left(\mathcal{R}_{t-1}^m + \gamma\tau\alpha_{mt} \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^m} s_{kt}^m + \gamma \sum_{n \in \mathcal{N}^u(k)} \left(\frac{\alpha_{nt} s_{kt}^m}{\sum_{j: n \in \mathcal{N}_j^u} s_{jt}^m} \right) \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^m, k \in \mathcal{K}^m \quad (2.14i)$$

$$d_{tk}^m = \gamma \left(\tau(w_{m,(t-1)} - w_m^{inf}) + \tau\alpha_{mt} \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^m} s_{kt}^m + \gamma \sum_{n \in \mathcal{N}^u(k)} \left(\frac{\alpha_{nt} s_{kt}^m}{\sum_{j: n \in \mathcal{N}_j^u} s_{jt}^m} \right) \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^m, k \in \mathcal{K}^m. \quad (2.14j)$$

La restricción (2.14a) modela el volumen disponible para riego para las etapas que no corresponden a su inicio de temporada y la restricción (2.14b) modela esta variable para las etapas que si corresponden a inicio de temporada. Luego, el volumen disponible para riego en las etapas que no corresponden a inicio de temporada es modelado en la restricción (2.14c) y la (2.14d) modela esta variable para las etapas que si corresponden a inicio de temporada. La restricción (2.14e) define que toda el agua que se extrae del embalse Maule de la cuenca correspondiente se contabiliza como uso para riego o para generación. El volumen máximo de agua destinada a riego a extraer por etapa está delimitado por la restricción (2.14f) para las etapas que no son inicio de temporada y por (2.14g) para aquellas etapas que si son inicio de temporada. La restricción (2.14h) define que la demanda de riego satisfecha es como máximo el agua que fluyó a través de los correspondientes caudales de demanda. La demanda de riego, para las etapas que no son inicio de temporada, queda definida por la restricción (2.14i), y por la (2.14j) para las etapas que si corresponden a inicio de temporada. Finalmente, el parámetro γ es un parámetro de holgura de la modelación, la cual permite ser más o menos estrictos en cuanto a las demanda de riego según el fin o uso que tenga el modelo.

A continuación se presenta la demanda de riego de la segunda cuenca que tiene demanda en la red hídrica Chilena, la cuenca del Laja

$$\mathcal{R}_t^l = \mathcal{R}_{t-1}^l - \mathcal{V}_t^{rl} \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^l \quad (2.15a)$$

$$\mathcal{R}_t^l = \left(\mathcal{R}_{base}^l + \gamma(w_{l,(t-1)} - w_l^{inf})(\varpi\phi_1^{lr} + (1-\varpi)\phi_2^{lr}) \right) - \mathcal{V}_t^{rl} \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^l \quad (2.15b)$$

$$\mathcal{G}_t^l = \mathcal{G}_{t-1}^l - \mathcal{V}_t^{gm} \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^l \quad (2.15c)$$

$$\mathcal{G}_t^l = \left(\mathcal{G}_{base}^l + \gamma(w_{l,(t-1)} - w_l^{inf})(\varpi\phi_1^{lg} + (1-\varpi)\phi_2^{lg}) \right) - \mathcal{V}_t^{gm} \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^l \quad (2.15d)$$

$$\mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \left[\gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \beta_{tdb} \left(\sum_{u \in \mathcal{O}^T(l)} q_{(m,u),t,d,b} + \sum_{u \in \mathcal{O}^N(l)} y_{(m,u),t,d,b} \right) \right] = \mathcal{V}_t^{rl} + \mathcal{V}_t^{gl} \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (2.15e)$$

$$\mathcal{V}_t^{rl} \leq \left(\mathcal{R}_{t-1}^l \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^j} s_{kt}^l \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^l \quad (2.15f)$$

$$\mathcal{V}_t^{rl} \leq \left(\mathcal{R}_{base}^l + \gamma(w_{l,(t-1)} - w_l^{inf})(\varpi\phi_1^{lr} + (1-\varpi)\phi_2^{lr}) \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^l} s_{kt}^l \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^l \quad (2.15g)$$

$$\mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \left[\gamma_{td} \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \beta_{tdb} \left(\sum_{(u,n) \in \mathcal{H}^l(k)} y_{(n,u),t,d,b} \right) \right] \geq d_{tk}^l \quad \forall t \in \mathcal{T}, k \in \mathcal{K}^l \quad (2.15h)$$

$$d_{tk}^l = \left(\mathcal{R}_{t-1}^l \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^l} s_{kt}^l + \gamma \sum_{n \in \mathcal{N}^u(k)} \left(\frac{\alpha_{nt} s_{kt}^l}{\sum_{j: n \in \mathcal{N}_j^u} s_{jt}^l} \right) \quad \forall t \notin \mathcal{T}_i^l, k \in \mathcal{K}^l \quad (2.15i)$$

$$d_{tk}^m = \left(\mathcal{R}_{base}^l + \gamma(w_{l,(t-1)} - w_l^{inf})(\varpi\phi_1^{lr} + (1-\varpi)\phi_2^{lr}) \right) \sum_{k \in \mathcal{K}^l} s_{kt}^l + \gamma \sum_{n \in \mathcal{N}^u(k)} \left(\frac{\alpha_{nt} s_{kt}^l}{\sum_{j: n \in \mathcal{N}_j^u} s_{jt}^l} \right) \quad \forall t \in \mathcal{T}_i^l, k \in \mathcal{K}^l. \quad (2.15j)$$

La restricción (2.15a) modela el volumen disponible para riego para las etapas que no corresponden a su inicio de temporada y la restricción (2.15b) modela esta variable para las etapas que si corresponden a inicio de temporada. Luego, el volumen disponible para riego en las etapas que no corresponden a inicio de temporada es modelado en la restricción (2.15c) y la (2.15d) modela esta variable para las etapas que si corresponden

a inicio de temporada. La restricción (2.15e) define que toda el agua que se extrae del embalse Laja de la cuenca correspondiente se contabiliza como uso para riego o para generación. El volumen máximo de agua destinada a riego a extraer por etapa está delimitado por la restricción (2.15f) para las etapas que no son inicio de temporada y por (2.15g) para aquellas etapas que si son inicio de temporada. La restricción (2.15h) define que la demanda de riego satisfecha es como máximo el agua que fluyó a través de los correspondientes caudales de demanda. La demanda de riego, para las etapas que no son inicio de temporada, queda definida por la restricción (2.15i), y por la (2.15j) para las etapas que si corresponden a inicio de temporada. Finalmente, el parámetro γ es un parámetro de holgura de la modelación, la cual permite ser más o menos estrictos en cuanto a las demanda de riego según el fin o uso que tenga el modelo.

Como se mencionó anteriormente, las ecuaciones presentadas en esta Sección son particulares para las cuencas chilenas del Maule y del Laja. Pese a ello, es relevante destacar que este tipo de modelación puede ser aplicada a un gran número de sistemas relacionados con el hidroeléctrico, como puede ser el sector de la minería o turismo.

2.6. Modelo propuesto

En esta sección se presenta el modelo de coordinación hidrotérmica propuesto. Para ello, primero se presenta su formulación determinística y luego su respectiva función de valor. Este modelo incorpora todos los aspectos mencionados en las secciones anteriores, y se presenta también una breve discusión acerca de la novedad del mismo.

Utilizando la agregación temporal expuesta en la Sección 2.3.1, e incorporando todas las características detalladas en las Secciones 2.3-2.5, la formulación determinística del problema de coordinación hidrotérmica propuesto es la siguiente:

$$\min \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\mathcal{X}_t \sum_{d \in \mathcal{D}(t)} \gamma_{td} \left[\sum_{b \in \mathcal{R}(t,d)} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtdb}^G D_{gtdb} (1 + \Lambda_g) \right) \right] \right)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{B}} (C_{ib}^{LS} p_{itdb}^{LS} + C_{ib}^{OG} p_{itdb}^{OG}) \beta'_{itdb} \Big] \Big) \quad (2.16a)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } w_{et} = w_{e,(t-1)} + \mathcal{X}_t \Big(& \sum_{s \in \mathcal{D}(t)} \gamma_{td} \left[\sum_{b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d)} \beta_{itdb} \left(\alpha_{et} - v_{et} \right. \right. \\ & + \sum_{u \in \mathcal{I}^T(e)} q_{(u,e),t,d,b} + \sum_{u \in \mathcal{I}^N(e)} y_{(u,e),t,d,b} \\ & \left. \left. - \sum_{u \in \mathcal{O}^T(n)} q_{(n,u),t,d,b} - \sum_{u \in \mathcal{O}^N(n)} y_{(n,u),t,d,b} \right) \right] \Big) \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \quad (2.16b) \end{aligned}$$

$$v_{et} = \lambda_e^i + \lambda_e^s w_{e,(t-1)} \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \quad (2.16c)$$

$$\begin{aligned} \sum_{u \in \mathcal{I}^T(n)} q_{(u,n),t,d,b} + \sum_{u \in \mathcal{I}^N(n)} y_{(u,n),t,d,b} + \alpha_{nt} = \\ \sum_{u \in \mathcal{O}^T(n)} q_{(n,u),t,d,b} + \sum_{u \in \mathcal{O}^N(n)} y_{(n,u),t,d,b} \quad \forall n \in \mathcal{N}^p, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16d) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum_{g \in \mathcal{G}(i)} p_{gtdb} + \sum_{j \in \mathcal{N}^g(i)} p_{jtdb}^h + \sum_{l \in \mathcal{L}^{out}(i)} f_{ltdb} - \sum_{l \in \mathcal{L}^{in}(i)} f_{ltdb} \\ + p_{itdb}^{LS} - p_{itdb}^{OG} = p_{itdb}^d \quad \forall i \in \mathcal{B}, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16e) \end{aligned}$$

$$f_{ltdb} = B_{lt}(\theta_{s(l)tdb} - \theta_{r(l)tdb}) \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16f)$$

$$- \bar{f}_{lt} \leq f_{ltdb} \leq \bar{f}_{lt} \quad \forall l \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16g)$$

$$p_{jtdb}^h = \delta_j \sum_{u \in \mathcal{O}^T(j)} q_{(j,u),t,d,b} \quad \forall j \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16h)$$

$$0 \leq \sum_{n \in \mathcal{N}^T(u)} q_{(u,n),t,d,b} \leq \bar{q}_u \quad \forall u \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16i)$$

$$\mathcal{V}^{end} \leq \sum_{e \in \mathcal{N}_a} (\varphi_e w_{eT}) \quad (2.16j)$$

$$0 \leq q_{(u,n),t,d,b} \leq \bar{q}_{(u,n)} \quad \forall u \in \mathcal{N}, n \in \mathcal{N}^T(u), t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16k)$$

$$0 \leq y_{(u,n),t,d,b} \leq \bar{y}_{(u,n)} \quad u \in \mathcal{N}, n \in \mathcal{N}^N(u), t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16l)$$

$$0 \leq p_{ntdb}^h \leq \bar{p}_{nt}^h \quad \forall n \in \mathcal{N}^g, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t,d) \quad (2.16m)$$

$$\underline{w}_{et} \leq w_{et} \leq \bar{w}_{et} \quad \forall e \in \mathcal{N}^a, t \in \mathcal{T} \quad (2.16n)$$

$$0 \leq p_{gtdb} \leq \bar{p}_{gt} \quad \forall g \in \mathcal{G} \setminus \mathcal{G}^V, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.16o)$$

$$0 \leq p_{gtdb} \leq \bar{p}_{gt} \xi_{gtdb} \quad \forall g \in \mathcal{G}^V, t \in \mathcal{T}, b \in \bar{\mathcal{R}}(t, d) \quad (2.16p)$$

$$(2.4a) - (2.4b) \quad (2.16q)$$

$$(2.5a) \quad (2.16r)$$

$$(2.6a) - (2.6e) \quad (2.16s)$$

$$(2.7a) - (2.7b) \quad (2.16t)$$

$$(2.10a) - (2.10b) \quad (2.16u)$$

$$(2.14a) - (2.14j) \quad (2.16v)$$

$$(2.15a) - (2.15j) \quad (2.16w)$$

La función objetivo (2.16a) busca minimizar los costos totales de operación de generación durante todo el horizonte de tiempo modelado, considerando los costos variables de las centrales junto al load shedding y over generation. (2.16b) representa la dinámica de los embalses acoplando las decisiones espaciales y temporales, considerando tanto las filtraciones como los caudales de salida y entrada tanto de agua turbinable como no turbinable. (2.16c) modela las filtraciones de los embalses con una aproximación lineal, y la restricción (2.16d) representa el balance de masa en todas los nodos, de paso y generación, de la red hidrica. (2.16e) asegura el cumplimiento de la demanda eléctrica, considerando los flujos provenientes de otras barras, load shedding y over generation. (2.16f) y (2.16g) representan la ecuación de flujo DC y la capacidad máxima de las líneas, respectivamente. Las restricciones (2.16h) y (2.16i) definen la potencia de las centrales hidroeléctricas y el caudal turbinable máximo de cada central hidroeléctrica, respectivamente. La restricción (2.16j) define las condiciones de termino del modelo, basadas en hiperplanos y provenientes de un modelo de coordinación hidrotérmica de largo plazo. Las restricciones (2.16k)-(2.16p) representan las cotas variables.

Ahora, considerando el componente incierto como el error ϵ del componente residual del proceso VAR, la función de valor $F'_{st}(\mathbf{w}_{s,(t-1)}, \mathbf{z}_{s,(t-1)}, \mathcal{R}_{t-1}^m, \mathcal{G}_{t-1}^m, \mathcal{R}_{t-1}^l, \mathcal{G}_{t-1}^l)$ para una etapa t cualquiera y un escenario s cualquiera del modelo propuesto es la siguiente:

$$F'_{st}(\mathbf{w}_{s,(t-1)}, \mathbf{z}_{s,(t-1)}, \mathcal{R}_{t-1}^m, \mathcal{G}_{t-1}^m, \mathcal{R}_{t-1}^l, \mathcal{G}_{t-1}^l) :=$$

$$\min \sum_{s \in \mathcal{S}} p_s \sum_{b \in \overline{\mathcal{R}}(t,d)} \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} C_{gtb}^G p_{sgtb} + \sum_{i \in \mathcal{B}} (C_{ib}^{LS} p_{sitb}^{LS} + C_{ib}^{OG} p_{sitb}^{OG}) \right) \beta'_{tb}$$

$$+ \sum_{\hat{s} \in \hat{\mathcal{S}}_{st}} p_{s\hat{s}t} F'_{s,(t+1)}(\mathbf{w}_{st}, \mathbf{z}_{st}, \mathcal{R}_t^m, \mathcal{G}_t^m, \mathcal{R}_t^l, \mathcal{G}_t^l) \quad (2.17a)$$

$$\text{s.t. } (2.16a) - (2.16t) \quad (2.17b)$$

$$\alpha_{nt} = m_{nt} + g_t + \zeta_{nt} \quad \forall n \in \mathcal{N} \quad (2.17c)$$

$$\zeta_{nt} = \sum_{k \in \mathcal{N}} \sum_{l=1}^L \Phi_{nk}^l \zeta_{k,t-l} + \epsilon_{snt} \quad \forall n \in \mathcal{N} \quad (2.17d)$$

$$(2.16v) - (2.16w) \quad (2.17e)$$

En este caso, dada la no anticipatividad de las decisiones del modelo, es posible notar que las variables de decisión no dependen del escenario s , sino que solo de las variables de estado al al término de la etapa anterior $(\mathbf{w}_{s,(t-1)}, \mathbf{z}_{s,(t-1)}, \mathcal{R}_{t-1}^m, \mathcal{G}_{t-1}^m, \mathcal{R}_{t-1}^l, \mathcal{G}_{t-1}^l)$.

3. METODOLOGÍA DE CALIBRACIÓN DE LOS PARÁMETROS

En este Capítulo se presenta el método de calibración para los parámetros Λ y Θ , presentados en las Secciones 2.3.5 y 2.3.4 respectivamente. Recordando, estos parámetros tienen un rol en las expresiones matemáticas simplificadas que capturan ciertos efectos sobre el valor del agua inducidos por restricciones de operación de corto plazo.

Para este proceso de calibración de los parámetros Λ y Θ , consideremos el modelo de Unit Commitment, con granularidad horaria, presentado en el Anexo B. Este modelo de Unit Commitment representa el detalle horario, sin ningún tipo de agregación temporal, como la planteada en la Sección 2.3.1, de una etapa $t \in \mathcal{T}$ cualquiera del modelo de mediano plazo y modela todas las características no lineales de la operación del sistema. Este recibe como parámetro de entrada el valor del agua \mathbf{W} obtenido a partir del modelo de mediano plazo, y el conjunto de horas que son modeladas en el modelo de Unit Commitment de una etapa t cualquiera es $\mathcal{H}(t)$. Con los valores del agua, se obtiene el costo variable total (\mathbf{C}^{ou}) no relacionado con la red hídrica, definido como la suma sobre todo el periodo de tiempo modelado de la generación por el costo variable de todas las centrales no variables ni pertenecientes a la red hídrica, los costos de encendido y apagado de las centrales (\mathbf{C}^{UC}), en conjunto a las reservas (\mathbf{r}^u) y generación (\mathbf{p}^u) de cada central. Se define el conjunto \mathcal{T}^u como el conjunto de instantes de tiempo t' en los cuales se van a comparar los resultados del modelo de mediano plazo con el modelo de corto plazo, donde cada instante de tiempo $t \in \mathcal{T}$ tiene asignado sólo un instante de tiempo $t' \in \mathcal{T}^u$, el cual denominaremos $\hat{t}(t)$ que lo representa. También se define el conjunto \mathcal{Z} que representa el conjunto de las distintas zonas z de la red eléctrica, donde cada generador g pertenece a sólo una de ellas, la cual definiremos como $\hat{z}(g)$.

El método propuesto se describe a continuación. Primero se inicializan los valores de Λ y Θ con Λ^0 y Θ^0 respectivamente. Con ellos, se resuelve el modelo de coordinación hidrotérmica de mediano plazo propuesto, y, para una trayectoria de ϵ conocida, se obtienen los costos de operación \mathbf{C}^{os} y los valores futuros del agua \mathbf{W} . Luego, para cada

instante de tiempo $t \in \mathcal{T}^u$, se resuelve el problema de Unit Commitment con los valores futuros del agua \mathbf{W} obtenidos anteriormente y se obtiene \mathbf{C}^{ou} , \mathbf{C}^{UC} , \mathbf{r}^u y \mathbf{p}^u . Si la diferencia entre los costos de operación obtenidos por el modelo de mediano plazo \mathbf{C}^{os} y los costos de operación obtenidos a partir del modelo de Unit Commitment \mathbf{C}^{ou} , para todo instante de tiempo $t' \in \mathcal{T}^u$, es menor a ε , entonces no es necesario seguir modificando los parámetros Λ y Θ y se da por finalizado el proceso de calibración. En cualquier otro caso, se deben modificar los valores de estos parámetros, de forma iterativa, en base a los resultados de ambos modelos. Para un generador $g \in \mathcal{G}$, una iteración m de este algoritmo y una etapa $t \in \mathcal{T}$, donde $t' = \hat{t}(t)$:

$$\Lambda_{tg}^m \leftarrow \max \{ \Lambda_{tg}^{m-1}, F_{\Lambda_{tg}}(\mathbf{C}_{t'}^{UC}, \mathbf{C}_{t'}^{ou}) \}$$

$$F_{\Lambda_{tg}}(\mathbf{C}_{t'}^{UC}, \mathbf{C}_{t'}^{ou}) = \sum_{\substack{g' \in \mathcal{G}: \\ \hat{z}(g) = \hat{z}(g') \\ \sum_{h \in \mathcal{H}(t')} C_{t'g'h}^{ou} > 0}} \left(\frac{\sum_{h \in \mathcal{H}(t')} C_{t'g'h}^{UC}}{\sum_{h \in \mathcal{H}(t')} C_{t'g'h}^{ou}} \right)$$

donde $F_{\Lambda_{tg}}(\mathbf{C}_{t'}^{UC}, \mathbf{C}_{t'}^{ou})$ busca capturar la proporción que representan los costos de encendido y apagado con respecto a los costos de generación de las centrales de la misma tecnología que g y que pertenezcan a la misma zona $\hat{z}(g)$. También es posible notar que, en una iteración cualquiera de este algoritmo, el valor de Λ_{tg} nunca puede disminuir, puesto que está acotado por el valor que tenía en la iteración anterior.

En cuanto a Θ_{tig} , para un generador $g \in \mathcal{G}$ cualquiera, un tipo de reserva $i \in \mathcal{I}$ cualquiera, una iteración m de este algoritmo y una etapa $t \in \mathcal{T}$ cualquiera, donde $t' = \hat{t}(t)$:

$$\Theta_{tig}^m = \max \{ \Theta_{tig}^{m-1}, F_{\Theta_{tig}}(\mathbf{p}_{t'}^u, \mathbf{r}_{t'}^u, \Theta_{tig}^{m-1}) \}$$

$$R_{tig}^u = \sum_{h \in \mathcal{H}(t)} r_{tigh}^u$$

$$F_{\Theta_{tig}}(\mathbf{p}_{t'}^u, \mathbf{r}_{t'}^u, \Theta_{tig}^{m-1}) = \begin{cases} \sum_{\substack{g' \in \mathcal{G}: \\ \hat{z}(g) = \hat{z}(g') \\ R_{t'ig'}^u > 0}} \left(\frac{\sum_{h \in \mathcal{H}(t')} p_{t'ig'h}^u}{R_{t'ig'}^u} \right) & \text{si } \sum_{g' \in \mathcal{G}: \hat{z}(g) = \hat{z}(g')} R_{t'ig'}^u > 0 \\ \kappa \Theta_{tig}^{m-1} & \text{e.o.c.,} \end{cases}$$

donde $F_{\Theta_{tig}}(\mathbf{p}_{t'}^u, \mathbf{r}_{t'}^u, \Theta_{tig}^{m-1})$ busca capturar cuántos MW generan las centrales de la misma tecnología que g y de la misma zona $\hat{z}(g)$ para ofrecer 1 MW del tipo de reserva i . Sumado a ello, si es que no hay centrales con la misma tecnología que g y de la misma zona $\hat{z}(g)$ que ofrezcan el tipo de reserva i , el valor de Θ_{tig} se aumenta κ veces. También es posible notar que, en una iteración cualquiera de este algoritmo, el valor de Θ_{tig} nunca puede disminuir, puesto que está acotado por el valor que tenía en la iteración anterior.

Este algoritmo se realiza de forma iterativa hasta que la diferencia entre costos de operación del modelo de mediano plazo \mathbf{C}^{os} y los costos de operación obtenidos a partir del modelo de Unit Commitment \mathbf{C}^{ou} sea menor a ε , pero con un máximo de i^m veces. El algoritmo 1 resume este proceso de calibración de los parámetros Θ y Λ .

Algoritmo 1 Calibración de Λ y Θ

```

1:  $i \leftarrow 1$ 
2:  $\Lambda \leftarrow \Lambda_0$ 
3:  $\Theta \leftarrow \Theta_0$ 
4: while  $i \leq i^m$  do
5:    $\mathbf{C}^{os}, \mathbf{W} \leftarrow SDDP(\Lambda, \Theta)$  ▷ Costos de operación y valor del agua
6:    $\mathbf{C}^{ou}, \mathbf{C}^{UC}, \mathbf{p}^u, \mathbf{r}^u \leftarrow UC(\mathbf{W})$ 
7:   if  $|\sum_{g \in \mathcal{G}} (C_{tg}^{ou} - C_{tg}^{os})| / \sum_{g \in \mathcal{G}} (C_{tg}^{ou}) \leq \varepsilon \quad \forall t \in \mathcal{T}^u$  then
8:      $i \leftarrow i^m + 1$  ▷ Fin del ciclo while
9:   else
10:     $\Lambda \leftarrow \max \{ \Lambda, F_{\Lambda}(\mathbf{C}^{UC}, \mathbf{C}^{ou}, \Lambda) \}$ 
11:     $\Theta \leftarrow \max \{ \Theta, F_{\Theta}(\mathbf{p}^u, \mathbf{r}^u, \Theta) \}$ 
12:     $i \leftarrow i + 1$ 
13:   end if
14: end while

```

donde $SDDP(\Lambda, \Theta)$ representa la solución al modelo propuesto con los parámetros Λ y Θ , y $UC(\mathbf{W})$ representa la solución al problema de Unit Commitment considerando los valores del agua, \mathbf{W} , que se obtienen a partir del modelo de coordinación hidrotérmica de mediano plazo propuesto.

Es posible notar que la cantidad de iteraciones necesarias para que el algoritmo converja depende, entre otras cosas, de los valores de Θ_0 , Λ_0 y κ . Con respecto a los primeros dos, ellos se pueden construir a partir de datos históricos del sistema. El parámetro κ puede aumentar o disminuir la velocidad de convergencia del algoritmo, puesto que este define la velocidad con la que varían los valores de Θ para aquellos aquellos generadores cuyo tipo de tecnología que no ofrecen determinado tipo de reserva i en determinada zona z .

4. EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES

En este Capítulo se analizan los principales resultados de los experimentos computacionales para evaluar el desempeño del nuevo modelo de coordinación hidrotérmica propuesto (Ecuación 2.17), su aplicabilidad en sistemas reales a gran escala y comparación con el modelo base (Ecuación 2.2). Ambos modelos fueron implementados en el lenguaje Julia, bajo el entorno de modelación JuMP, y fueron resueltos con el paquete de SDDP.jl (Dowson & Kapelevich, 2021), el cual tiene una implementación actualizada con las mejores técnicas de SDDP. Cada subproblema de SDDP fue resuelto con Gurobi 9.5.0 en un servidor con un procesador Intel® Xeon® CPU E5-2630 v4 y 64GB RAM. Los red hidroeléctrica utilizada está basada en la red Chilena, donde en la Tabla 4.1 se presenta el detalle de su representación, y los datos fueron obtenidos desde la página web del Coordinador Eléctrico Nacional.

Tabla 4.1. Resumen de representación de la red hidroeléctrica utilizada

Etapas	Barras	Líneas de transmisión	Generadores	Nodos hídricos	Conexiones hídricas
(\mathcal{T})	(\mathcal{B})	(\mathcal{L})	$(\mathcal{G} + \mathcal{G}^v)$	(\mathcal{N})	$(\mathcal{N}^T + \mathcal{N}^N)$
44	228	335	821	209	141

De manera general, para todos los experimentos expuestos, se realizarán 150 iteraciones de entrenamiento del algoritmo SDDP con 4 procesos en resolución paralela y la comparación de costos de operación se realizará con respecto al modelo de unit commitment para la primera etapa, considerando $\hat{t}(t) = 1 \forall t \in \mathcal{T}$. El horizonte de tiempo de modelado es de 110 semanas en 44 etapas. También, para cada etapa $t \in \mathcal{T}$, se consideraron 40 muestras del error ϵ de los afluentes hídricos.

Los experimentos computacionales están organizados de la siguiente forma. La Sección 4.1 analiza la diferencia de resultados, en cuanto a costos de operación y valor del agua, del modelo base y el modelo propuesto. Luego, en la Sección 4.2, se analiza el impacto que tienen los requerimientos de reservas y costos de encendido apagado en el modelo

propuesto en cuanto a costos de operación del sistema y valor del agua. Finalmente en la sección 4.3 se analiza la eficiencia computacional tanto del modelo base y del modelo propuesto, con un enfoque principalmente en cuanto a tiempo requerido para la solución del problema.

4.1. Comparación con el modelo base

En esta sección se comparan los resultados, en cuanto a costos de operación y valor del agua, del modelo base (ecuación 2.2) y el nuevo modelo de coordinación hidrotérmica propuesto en el presente trabajo (ecuación 2.17), con un enfoque en la comparación de los costos de operación entre ellos y el modelo de Unit Commitment. La idea principal es demostrar que el modelo propuesto tiene una representación, en cuanto a costos de operación del sistema, más cercana al obtenido con el modelo de Unit Commitment que el modelo base.

Con respecto al modelo base, se obtuvo una diferencia entre el costo de operación (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou}) de un 9.3%, lo cual se observa en la Tabla 4.2. Por otro lado, con respecto al modelo propuesto y basados en resultados experimentales, se fijaron $\Lambda_0 = 0$, $\Theta_0 = 0.01$ y $\kappa = 5$, y se consideró un ε de 1%. Con ellos se obtienen los resultados de la Tabla 4.3. En ella se puede observar que la diferencia entre el costo de operación obtenido con el modelo propuesto (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou}), inicia en un 10.9% y disminuye hasta un 0.1% a medida de que se calibra el modelo.

Tabla 4.2. Diferencia porcentual entre los costos obtenidos del modelo base y el modelo propuesto (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou})

Modelo	Modelo base	Modelo propuesto
Diferencia porcentual entre C^{os} y C^{ou}	9.3%	0.1%

Tabla 4.3. Diferencia porcentual entre el costo de operación obtenido con el modelo propuesto (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou}), en cada iteración del algoritmo propuesto para $\Lambda_0 = 0$, $\Theta_0 = 0.01$ y $\kappa = 5$

Iteración del algoritmo	1	2	3
Diferencia porcentual entre C^{os} y C^{ou}	10.9%	5.3%	0.1%

Es posible notar que el modelo propuesto tiene una aproximación de los costos de operación bastante más cercana a los costos reales de operación, obtenidos a partir del modelo de Unit Commitment, que el modelo base utilizado. Esto también se ve reflejado en el valor del agua que obtienen ambos modelos. En la Tabla 4.4 se presentan el promedio de los valores del agua de las primeras 20 etapas (en USD/dm^3) obtenidos con ambos modelos para los principales embalses de la red hídrica. Se observa una diferencia de los valores del agua de un 34% en promedio, considerando estos principales embalses, lo cual refleja una mayor valorización del agua en la red hídrica a lo largo del tiempo con el modelo propuesto. Esta mayor valorización del agua implica un manejo más conservador del recurso hídrico de la red, puesto que un mayor valor del agua repercute en una menor generación hidroeléctrica en el corto plazo y, por ende, un menor uso del recurso hídrico. Recordemos que el modelo base utiliza datos históricos para los afluentes hídricos, a diferencia del modelo propuesto que utiliza un modelo VAR para la representación de los mismos. En esta línea, los resultados obtenidos en cuanto a valor del agua se condicen con estas diferentes formas de modelar la incertidumbre, puesto que los datos históricos tienen un valor esperado un 20% superior al pronosticado con el modelo VAR.

Tabla 4.4. Valor del agua promedio (en USD/dm^3) de las primeras 20 etapas para los principales embalses de la red hídrica

Embalse	Modelo base	Modelo propuesto
Laja	1.659	13.028
Maule	63.716	70.636
La Invernada	67.194	70.573

En la figura 4.1 se presenta la trayectoria tanto del embalse Laja como del embalse Maule para el modelo propuesto (línea azul) y para el modelo base (línea naranja) bajo la misma trayectoria hidrológica de afluentes. Es posible notar que en ambos casos, el modelo propuesto tiene un mayor nivel de agua almacenado, lo cual se condice con un valor del recurso hídrico superior. Esto le permite, precisamente, tener un sistema más preparado de cara a un futuro de escasez hídrica, puesto que habrá una mayor disponibilidad de agua para estos escenarios al valorizar de mejor forma este recurso.

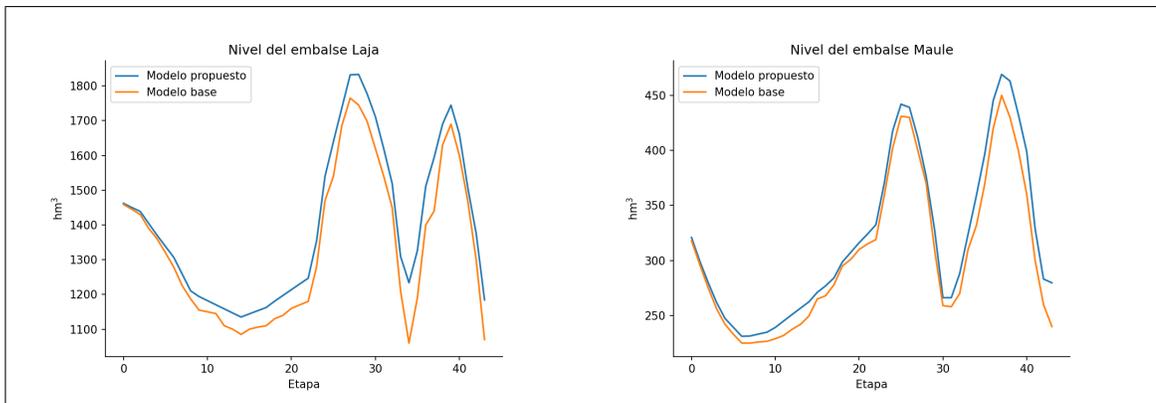


Figura 4.1. Trayectoria del nivel del embalse Laja y embalse Maule para el modelo propuesto y el modelo base bajo la misma trayectoria hidrológica

En resumen, en estos resultados observamos que el modelo propuesto tiene una representación, en cuanto a costos de operación del sistema, más cercana al obtenido con el modelo de Unit Commitment que el modelo base. En particular, con el modelo base se tiene una diferencia de un 9.3% en cuanto a costos de operación del sistema con respecto al modelo de Unit Commitment, y, en contraste, el modelo propuesto tiene una diferencia de sólo un 0.1%. Este efecto se ve reflejado también en los valores del agua, donde los principales embalses de la red hídrica aumentaron su valor en un 38%, lo cual se puede notar también en un mayor nivel de agua almacenada en los embalses de la red para el modelo propuesto.

4.2. Impacto de requerimiento de reservas y costos de encendido y apagado de centrales

En esta sección se analizará el impacto, en cuanto a costos de operación y valor del agua, que tienen los requerimientos de reservas y costos de operación presentados en las Secciones 2.3.4 y 2.3.5, respectivamente, en el modelo propuesto (ecuación 2.17). Nuevamente se fijaron $\Lambda_0 = 0$ y $\Theta_0 = 0.01$, y se consideró un ε de 1%.

Considerando $\kappa = 5$, con el modelo propuesto se obtiene una diferencia entre el costo de operación C^{os} y el costo obtenido por el modelo de unit commitment C^{ou} de un 0.1%. En cambio, con el modelo propuesto pero sin los requerimientos de reservas ni costos de de encendido y apagado (el cual denominaremos como modelo propuesto simplificado), obtiene una diferencia entre el costo de operación C^{os} y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment C^{ou} de un 3.7%. Como referencia, con el modelo base (ecuación 2.2) se obtuvo una diferencia entre el costo de operación (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou}) de un 9.3%. En la Tabla 4.5 se presenta el detalle de estos resultados.

Tabla 4.5. Diferencia porcentual entre los costos obtenidos del modelo base, modelo propuesto y modelo propuesto simplificado (C^{os}) y el costo obtenido por el modelo de Unit Commitment (C^{ou})

Modelo	Modelo base	Modelo propuesto simplificado	Modelo propuesto
Diferencia porcentual entre C^{os} y C^{ou}	9.3%	3.7%	0.1%

Al considerar los requerimientos de reservas, los costos de operación y posterior al algoritmo de calibración del modelo, es posible notar que se obtiene una aproximación de los costos de operación bastante más cercana a los costos reales de operación, obtenidos a partir del modelo de Unit Commitment, que el escenario donde no se incluyen estas características. Este efecto también se ve reflejado en los valores del agua. En la Tabla 4.6 se presentan el promedio de los valores del agua de las primeras 20 etapas (en USD/dm³)

obtenidos con ambos modelos para los principales embalses de la red hídrica para diferentes valores de κ . Se observa que, considerando $\kappa = 5$, para los principales embalses expuestos el valor del agua es mayor en el modelo que sí considera los requerimientos de reservas y los costos de operación. En particular, en el caso del embalse del Laja, el aumento es de un 8.3%, lo cual resalta la relevancia de la modelación de estos dos aspectos del sistema. Este aumento se debe, principalmente, a que centrales hídricas, dadas sus características de flexibilidad, pasan a ofrecer reservas para cumplir con los requerimientos del sistema, pero a costa de que otras centrales con un costo variable alto entren a suplir la demanda energética. Esto implica un mayor costo de operación futuro esperado, lo cual se ve reflejado precisamente en los valores del agua. Sumado a lo anterior, es relevante destacar que este embalse está directamente relacionado con uno de los convenios de riego detallados en la Sección 2.5, lo cual también impacta en su valor del agua. En consecuencia de esto, es posible notar que, al considerar los requerimientos de reservas y los costos de operación, el modelo tiene una mayor valorización, a lo largo del tiempo, del agua en la red hídrica.

Tabla 4.6. Valor del agua promedio (en USD/dm³) de las primeras 20 etapas para los principales embalses de la red hídrica con diferentes valores de κ

Embalse	Modelo propuesto simplificado	Modelo propuesto		
		$\kappa = 2.5$	$\kappa = 5$	$\kappa = 10$
Laja	1.719	12.027	13.028	13.690
Maule	67.900	69.176	70.636	80.810
La Invernada	69.881	70.047	70.573	67.373

En la figura 4.2 se presenta la trayectoria, de las primeras 20 etapas modeladas, del valor del agua para el embalse Laja y el embalse Maule para una trayectoria hidrológica conocida y considerando $\kappa = 5$. Es posible notar que existe un gran cambio en el valor del agua en la etapa 8 en el embalse Maule. Este se produce debido a un cambio en la temporada del convenio de esa cuenca, por lo que las condiciones de operación de la red hídrica varían. En contraste, el embalse Laja no tiene ningún cambio de temporada dentro

de las primeras 20 etapas, por lo que se puede observar un valor más estable y sin saltos grandes entre una etapa y otra.

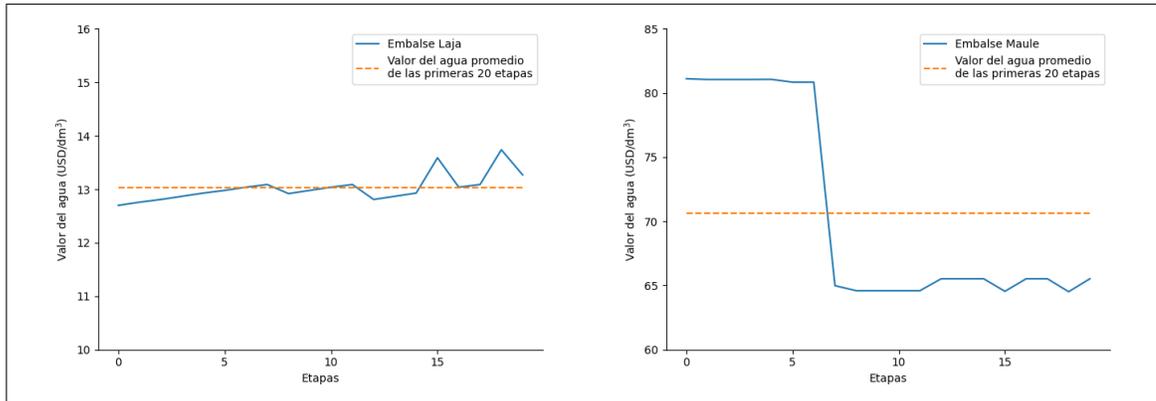


Figura 4.2. Trayectoria del valor del agua del embalse Laja y embalse Maule de las primeras 20 etapas para una trayectoria hidrológica conocida y considerando $\kappa = 5$

En resumen, la incorporación del requerimiento de reservas y costos de encendido y apagado de centrales tiene un importante efecto en cuanto a los costos de operación esperados y al valor del agua. En particular, la diferencia porcentual entre los costos de operación del modelo propuesto simplificado y el modelo de Unit Commitment es de un 3.6%, y esta diferencia disminuye hasta un 0.1% al utilizar el modelo propuesto (que, precisamente, incluye las características ya mencionadas). También es posible notar que la incorporación de estos aspectos tiene un impacto en cuanto al valor del agua obtenido. Para $\kappa = 5$, se puede ver una diferencia de hasta un 8.3% en el valor del agua entre el modelo propuesto y el modelo propuesto simplificado, lo que refleja un mayor costo esperado de operación del sistema por parte del modelo propuesto.

4.3. Rendimiento y Eficiencia computacional

En esta sección se analizará el rendimiento y eficiencia computacional para el modelo propuesto (ecuación 2.17), con un énfasis en el tiempo requerido para la resolución del problema en cada una de las iteraciones del algoritmo propuesto, para un sistema a gran

escala como es el que fue utilizado. Para esta Sección, se fijaron $\Lambda_0 = 0$, $\Theta_0 = 0.01$ y $\kappa = 5$, y se consideró un ε de 1%.

El modelo propuesto, considerando los parámetros mencionados, requiere de 3 iteraciones del algoritmo propuesto en la Sección 3 para converger en cuanto a costos de operación. En cada una de ellas, el tiempo de cómputo promedio utilizado fue de 165 minutos, por lo que todo el proceso de calibración requirió de 495 minutos (más el tiempo utilizado en la resolución del problema de unit commitment horario, el cual toma entre 20 y 30 minutos). En la tabla 4.7 se presenta el detalle del tiempo de cómputo requerido por iteración.

Tabla 4.7. Tiempo requerido de cómputo, por iteración, para el modelo propuesto

Iteración	1	2	3
Tiempo (minutos)	159.2	166.1	170.3

De todas formas, es necesario destacar que este proceso de calibración no se debe realizar semanalmente, por lo que sólo debe considerarse el tiempo requerido en la última iteración (170 minutos) para la resolución del modelo. Por otro lado, si consideramos el modelo propuesto, pero sin los requerimientos de reservas ni costos de encendido y apagado (el cual denominaremos como modelo propuesto simplificado), el tiempo necesario para su resolución es de 65 minutos, lo cual con una menor complejidad computacional al no incluir estos requerimientos. Finalmente, el tiempo requerido para la resolución del modelo base (ecuación 2.2) fue de 35 minutos, lo cual también se condice con una menor complejidad computacional. En la tabla 4.8 se presenta un resumen del tiempo requerido tanto para el modelo propuesto, con $\Lambda_0 = 0$, $\Theta_0 = 0.01$, $\kappa = 5$ y un ε de 1%, para el modelo propuesto simplificado y para el modelo base. Es relevante destacar que, para el caso del modelo propuesto, sólo se presenta el tiempo requerido para su última iteración, puesto que ese tiempo sería el necesario luego de realizar el proceso de calibración.

Tabla 4.8. Tiempo requerido por iteración para el modelo base, el modelo propuesto simplificado, y para el modelo propuesto

Modelo	Modelo base	Modelo propuesto simplificado	Modelo propuesto
Tiempo (minutos)	35.1	65.2	170.3

Pese a que el modelo propuesto tome más tiempo para su resolución, es necesario destacar que este tipo de modelos no requiere ser resuelto muy frecuentemente, sino que se necesitan sus resultados de forma semanal o como máximo diaria. Sumado a esto, cabe resaltar que el sistema hidroeléctrico utilizado es uno a gran escala, basado en el caso chileno, como lo es el presentado en la Tabla 4.1. Hasta nuestro conocimiento, este es el primer modelo de coordinación hidrotérmica de mediano plazo resuelto mediante el algoritmo de SDDP, que logra incorporar, mediante expresiones matemáticas simplificadas, efectos sobre el valor del agua inducidos por restricciones de operación de corto plazo, que no pueden ser representadas de forma directa en modelos de mediano plazo dada su complejidad computacional.

En resumen, el modelo propuesto tiene una mayor complejidad computacional que el modelo base, lo cual se ve reflejado en un mayor tiempo necesario para ser resuelto, pero tiene la ventaja de incorporar expresiones matemáticas simplificadas que capturan ciertos efectos sobre el valor del agua inducidos por restricciones de operación de corto plazo que no se puede representar de forma directa en modelos de mediano plazo. También es relevante destacar que, pese a que el tiempo requerido para su solución sea mayor (35 contra 170 minutos), es un modelo que debería ser resuelto de forma semanal, por lo que no sería un gran inconveniente para su uso en el manejo de sistemas hidrotérmicos reales.

5. CONCLUSIONES

Esta investigación propone un modelo de optimización estocástico multietapa lineal de mediano plazo para el problema de coordinación hidrotérmica, resuelto con el algoritmo SDDP, que incorpora una serie de restricciones operacionales fundamentales de cara al futuro energético con gran penetración de energías renovables variables. Se propone también un método de calibración de los principales parámetros que incorporan las expresiones matemáticas simplificadas que capturan ciertos efectos sobre el valor del agua inducidos por restricciones de operación de corto plazo que no se puede representar de forma directa en modelos de mediano plazo dada su complejidad computacional.

Este modelo logra reducir la brecha, comparada con el modelo base utilizado, entre el costo de operación esperado con el modelo lineal y el costo de operación real obtenido a partir de un modelo de unit commitment con detalle horario, desde un 9.3% hasta un 0.1%. Esto también se traduce en una mayor valorización del agua en la red hídrica modelada, aumentando entre un 1% y un 658% para los principales embalses del sistema. En esta línea, la incorporación de los requerimientos de reserva y costos de encendido y apagado también tienen un efecto en el modelo propuesto. Si no se consideran, la brecha entre el costo de operación esperado con el modelo lineal y el costo de operación real obtenido a partir de un modelo de unit commitment con detalle horario es de un 3.7%, frente al 0.1% de diferencia que se obtiene al considerar estos dos aspectos. Este modelo propuesto también tiene la ventaja de que puede ser aplicado en sistemas reales a gran escala tanto temporal como espacial, donde el modelo utilizado para los experimentos requirió de 170 minutos para su resolución. Esto permite, entre otras cosas, que pueda ser aplicado y utilizado en el manejo de sistemas hidrotérmicos reales, considerando que debe ser utilizado de forma semanal.

Basado en el trabajo realizado, investigaciones futuras pueden basarse en explorar la incorporación de otros tipos de incertidumbre, como la proveniente de fuentes de energía

renovable variable. Sumado a ello, sería interesante intentar mejorar la eficiencia computacional del modelo propuesto, aplicando técnicas como *principal component analysis* a los afluentes hídricos, la cual permitiría disminuir la complejidad computacional de la resolución

Finalmente, creemos que este trabajo puede tener un impacto importante en el manejo de sistemas hidroeléctricos actuales, en especial considerando la sequía existente en países como Chile. Subestimar la importancia que tiene el recurso hídrico en los sistemas eléctricos puede llevar a situaciones críticas, por lo que es fundamental valorizar correctamente el agua existente en el sistema para poder tener un buen manejo del recurso hídrico a lo largo del tiempo. Esto es precisamente lo que buscamos con este trabajo desarrollado, intentando mostrar los beneficios que puede tener la modelación presentada en un sistema hidroeléctrico.

BIBLIOGRAFÍA

- Aasgard, E. K., Andersen, G. S., Fleten, S.-E., & Haugstvedt, D. (2014). Evaluating a stochastic-programming-based bidding model for a multireservoir system. *IEEE Transactions on Power Systems*, 29(4), 1748-1757. doi: 10.1109/TPWRS.2014.2298311
- Baleriaux, H., Jamouille, E., & Guertechin, F. (1967, 01). Simulation de l'exploitation d'un parc de machines thermiques de production d'électricité couple à des stations de pompage. *Revue E*, 5, 225-245.
- Benders, J. F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische mathematik*, 4(1), 238–252.
- Ben-Tal, A., Goryashko, A., Guslitzer, E., & Nemirovski, A. (2004, Mar 01). Adjustable robust solutions of uncertain linear programs. *Mathematical Programming*, 99(2), 351-376. doi: 10.1007/s10107-003-0454-y
- Brigatto, A., Street, A., & Valladão, D. M. (2017). Assessing the cost of time-inconsistent operation policies in hydrothermal power systems. *IEEE Transactions on Power Systems*, 32(6), 4541-4550. doi: 10.1109/TPWRS.2017.2672204
- de Queiroz, A. R. (2016). Stochastic hydro-thermal scheduling optimization: An overview. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 4(1), 181-191. doi: 10.1016/j.rser.2016.04.065
- Ding, L., Ahmed, S., & Shapiro, A. (2019). A python package for multi-stage stochastic programming..
- Dirección General de Agua (DGA), C., Santiago. (2017). *Estimación de la demanda actual, proyecciones futuras y caracterización de la calidad de los recursos hídricos en Chile* (Tech. Rep.). Dirección General de Agua (DGA).

Dowson, O., & Kapelevich, L. (2021). SDDP.jl: a Julia package for stochastic dual dynamic programming. *INFORMS Journal on Computing*, 33, 27-33. doi: <https://doi.org/10.1287/ijoc.2020.0987>

Du, E., Zhang, N., Kang, C., Miao, M., & Tian, X. (2016). Exploring the flexibility of csp for wind power integration using interval optimization. In *2016 IEEE Power and Energy Society General Meeting (PESGM)* (p. 1-5). doi: 10.1109/PESGM.2016.7741645

Fleten, S.-E., & Kristoffersen, T. K. (2008). Short-term hydropower production planning by stochastic programming. *Computers & Operations Research*, 35(8), 2656-2671. (Queues in Practice) doi: <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.12.022>

Fosso, O., & Belsnes, M. (2004). *Short-term hydro scheduling in a liberalized power system* (Vol. 2). doi: 10.1109/ICPST.2004.1460206

García-Cerezo, , Baringo, L., & García-Bertrand, R. (2020). Representative days for expansion decisions in power systems. *Energies*, 13(2). doi: 10.3390/en13020335

Gjelsvik, A., Mo, B., & Haugstad, A. (2010, 06). Long- and medium-term operations planning and stochastic modelling in hydro-dominated power systems based on stochastic dual dynamic programming. In (p. 33-55). doi: 10.1007/978-3-642-02493-1_2

Gjerden, K. S., Helseth, A., Mo, B., & Warland, G. (2015). Hydrothermal scheduling in Norway using stochastic dual dynamic programming; a large-scale case study. In *2015 IEEE Eindhoven PowerTech* (p. 1-6). doi: 10.1109/PTC.2015.7232278

Guan, Z., Shawwash, Z., & Abdalla, A. (2018). Using sddp to develop water-value functions for a multireservoir system with international treaties. *Journal of Water Resources Planning and Management*, 144(2), 05017021. doi: 10.1061/(ASCE)WR.1943-5452.0000858

Hjelmeland, M. N., Zou, J., Helseth, A., & Ahmed, S. (2019). Nonconvex medium-term

hydropower scheduling by stochastic dual dynamic integer programming. *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, 10(1), 481-490. doi: 10.1109/TSTE.2018.2805164

Hossain, S. M., & Shiblee, M. (2017). A short review study on problems during hydro-thermal optimal scheduling. *International Journal of Advanced Technology and Engineering Exploration*, 4(34), 142–147.

Huber, M., Dimkova, D., & Hamacher, T. (2014). Integration of wind and solar power in europe: Assessment of flexibility requirements. *Energy*, 69, 236-246. doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2014.02.109>

Impram, S., Varbak Nese, S., & Oral, B. (2020). Challenges of renewable energy penetration on power system flexibility: A survey. *Energy Strategy Reviews*, 31, 100539. doi: <https://doi.org/10.1016/j.esr.2020.100539>

International Renewable Energy Agency (IRENA), U., Abu Dhabi. (2016). *Adapting electricity market design to high shares of variable renewable energy* (Tech. Rep.). International Renewable Energy Agency (IRENA)Electrical Power.

Johnson, N., Strubegger, M., Mcpherson, M., Parkinson, S., Krey, V., & Sullivan, P. (2016, 07). A reduced-form approach for representing the impacts of wind and solar pv deployment on the structure and operation of the electricity system. *Energy Economics*, 64. doi: 10.1016/j.eneco.2016.07.010

Kumar, S., & Naresh, R. (2007). Efficient real coded genetic algorithm to solve the non-convex hydrothermal scheduling problem. *International Journal of Electrical Power Energy Systems*, 29(10), 738-747. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2007.06.001>

Li, J., & Ho, M. S. (2022). Indirect cost of renewable energy: Insights from dispatching. *Energy Economics*, 105, 105778. doi: <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2021.105778>

Lohmann, T., Hering, A. S., & Rebennack, S. (2016). Spatio-temporal hydro forecasting of multireservoir inflows for hydro-thermal scheduling. *European Journal of Operational*

Research, 255(1), 243-258. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2016.05.011>

Luetkepohl, H. (2005). *The new introduction to multiple time series analysis*. doi: 10.1007/978-3-540-27752-1

Ma, L., Liu, W., Chen, H., Cui, Y., Wang, Y., & Yuan, S. (2018). Operation efficiency evaluation frame and its criteria for distribution network based on annual load duration curve. In *2018 IEEE Innovative Smart Grid Technologies - Asia (ISGT Asia)* (p. 373-378). doi: 10.1109/ISGT-Asia.2018.8467851

Machado, F. D., Diniz, A. L., Borges, C. L., & Brandão, L. C. (2021). Asynchronous parallel stochastic dual dynamic programming applied to hydrothermal generation planning. *Electric Power Systems Research*, 191, 106907. doi: <https://doi.org/10.1016/j.epsr.2020.106907>

Maluenda, B., Negrete-Pincetic, M., Olivares, D. E., & Álvaro Lorca. (2018). Expansion planning under uncertainty for hydrothermal systems with variable resources. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 103, 644-651. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ijepes.2018.06.008>

Milligan, M., Ela, E., Hodge, B.-M., Kirby, B., Lew, D., Clark, C., ... Lynn, K. (2011). Integration of variable generation, cost-causation, and integration costs. *The Electricity Journal*, 24(9), 51-63. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tej.2011.10.011>

Nahmmacher, P., Schmid, E., Hirth, L., & Knopf, B. (2016). Carpe diem: A novel approach to select representative days for long-term power system modeling. *Energy*, 112, 430-442. doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2016.06.081>

Pereira, M. V. F., & Pinto, L. M. V. G. (1991, may). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical Programming*, 52(1-3), 359-375. Retrieved from <https://doi.org/10.1007%2Fbf01582895> doi: 10.1007/bf01582895

Poncelet, K., Delarue, E., & D'haeseleer, W. (2019, 11). Unit commitment constraints in

long-term planning models: Relevance, pitfalls and the role of assumptions on flexibility. *Applied Energy*, 258, 113843. doi: 10.1016/j.apenergy.2019.113843

Street, A., Valladão, D., Lawson, A., & Velloso, A. (2020, 12). Assessing the cost of the hazard-decision simplification in multistage stochastic hydrothermal scheduling. *Applied Energy*, 280, 115939. doi: 10.1016/j.apenergy.2020.115939

Sullivan, P., Krey, V., & Riahi, K. (2013). Impacts of considering electric sector variability and reliability in the message model. *Energy Strategy Reviews*, 1(3), 157-163. (Future Energy Systems and Market Integration of Wind Power) doi: <https://doi.org/10.1016/j.esr.2013.01.001>

Tilmant, A., Pinte, D., & Goor, Q. (2008, 12). Assessing marginal water values in multi-purpose multireservoir systems via stochastic programming. *Water Resources Research - WATER RESOUR RES*, 44. doi: 10.1029/2008WR007024

Ueckerdt, F., Brecha, R., Luderer, G., Sullivan, P., Schmid, E., Bauer, N., ... Pietzcker, R. (2015). Representing power sector variability and the integration of variable renewables in long-term energy-economy models using residual load duration curves. *Energy*, 90, 1799-1814. doi: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2015.07.006>

Vicuna, s., Maurer, E., Joyce, B., Dracup, J., & Purkey, D. (2007, 04). The sensitivity of california water resources to climate change scenarios1. *Journal of the American Water Resources Association*, 43, 482-498, doi:10.1111 / j.1752. doi: 10.1111/j.1752-1688.2007.00038.x

Zeynal, H., & Eidiani, M. (2014). Hydrothermal scheduling flexibility enhancement with pumped-storage units. In *2014 22nd iranian conference on electrical engineering (icee)* (p. 820-825). doi: 10.1109/IranianCEE.2014.6999649

Zou, J., Ahmed, S., & Sun, X. A. (2019). Multistage stochastic unit commitment using stochastic dual dynamic integer programming. *IEEE Transactions on Power Systems*,

34(3), 1814-1823. doi: 10.1109/TPWRS.2018.2880996

ANEXOS

A. ALGORITMO SDDP

En esta Sección se presenta el funcionamiento básico del algoritmo SDDP para la resolución de problemas de optimización modelados de forma lineal estocástica multietapa. Para ello, consideremos la definición de los siguientes dos conceptos utilizados en la explicación del algoritmo:

- **Iteración de entrenamiento:** Corresponde a un proceso iterativo que permite encontrar la política óptima ante una muestra de la incertidumbre. Cada iteración del algoritmo SDDP tiene un paso *forward* y *backward*, donde mediante dualidad y fijación de las variables relacionadas con la incertidumbre se obtienen cortes de bender para obtener una mejor estimación de los costos futuros.
- **Simulación:** Corresponde a una instancia del sistema hidroeléctrica, con fecha e inicio definida, donde se aplica la política óptima de operación obtenida a partir de las iteraciones de entrenamiento para una realización de la incertidumbre en particular.

Ahora, asumiendo que la incertidumbre ξ se revela de forma secuencial (es decir, si ξ_t representa la incertidumbre revelada en una etapa t cualquiera, esta se considera determinística para la estructura del problema, y $\xi_{t+1} \dots \xi_T$ serán revelados en su etapa correspondiente), se puede considerar independencia entre la incertidumbre revelada entre etapas. Luego, considerando que x_t representa las variables de estado e y_t representa las variables de control, el problema estocástico lineal multietapa tiene la siguiente forma general (Ding, Ahmed, & Shapiro, 2019):

$$\begin{aligned} \min_{A_1 x_1 + B_1 x_0 + C_1 y_1 \geq b_1} u_1^\top x_1 + v_1^\top y_1 + \mathbb{E}_{\xi_1} \left[\min_{A_2 x_2 + B_2 x_1 + C_2 y_2 \geq b_2} u_2^\top x_2 + v_2^\top y_2 \right. \\ \left. + \dots + \mathbb{E}_{\xi_{[T-1]}} \left[\min_{A_T x_T + B_T x_{T-1} + C_T y_T \geq b_T} u_T^\top x_T + v_T^\top y_T \right] \right] \end{aligned} \quad (\text{A.1a})$$

En A.2, la incertidumbre ξ viene dada por uno o más elementos del conjunto $(u_t, v_t, A_t, B_t, C_t, b_t)$ para toda etapa $t \in \mathcal{T}$. Es relevante destacar que, de forma genérica, algunas de las restricciones de factibilidad $A_T x_T + B_T x_{T-1} + C_T y_T \geq b_T$ pueden ser de igualdad.

Ahora, reordenando la formulación anterior, se tienen las dos siguientes definiciones:

$$Q_t(x_{t-1}, \xi_t) := \inf_{A_T x_T + B_T x_{T-1} + C_T y_T \geq b_T} u_t^\top x_t + v_t^\top y_t + \Omega_{t+1}^{x_t} \quad (\text{A.2a})$$

$$\Omega_{t+1}(x_t) := \mathbb{E}[Q_{t+1}(x_t, \xi_{t+1})] \quad (\text{A.2b})$$

donde el algoritmo de SDDP busca aproximar las funciones $Q_t(x_{t-1}, \cdot)$ y $\Omega_t(\cdot)$ mediante la generación de árboles de escenarios y el uso iterativo de descomposición de Benders. Considerando una discretización Ω_t cualquiera de la incertidumbre, y un criterio de convergencia del algoritmo genérico, el funcionamiento general del algoritmo SDDP queda descrito en el algoritmo 2. En este se pueden distinguir dos pasos fundamentales dentro del algoritmo, como lo son el paso *forward* y el paso *backward*. Estos son realizados por el algoritmo en cada iteración de entrenamiento, donde cada una de ellas genera una mejor aproximación de los costos futuros del sistema.

El paso *forward* corresponde a la resolución del problema para cada muestra de la incertidumbre seleccionada de su conjunto de posibles realizaciones. Con ello se resuelve el problema resultante, considerando los cortes obtenidos en anteriores iteraciones de entrenamiento, para cada etapa modelada, y se recuperan las variables de decisión que minimizan los costos actuales y futuros de operación. Estos valores se utilizan para resolver el modelo de optimización correspondiente a la siguiente etapa, hasta llegar al final del horizonte de tiempo modelado.

El paso *backward* se inicia desde la última etapa modelada en el problema, y se va iterando hasta llegar a la primera. En cada etapa t se fija el valor de la variable de estado x_{t-1} por la obtenida en el paso *forward* \bar{x}_{t-1} . Con ella, se resuelve el subproblema de la etapa para cada una de las posibles muestras del conjunto de incertidumbre y se recuperan tanto los valores de las variables duales de ese problema como los valores de las variables

Algoritmo 2 Algoritmo SDDP

```
1:  $\Omega_t \leftarrow u_{tj}, v_{tj}, A_{tj}, B_{tj}, C_{tj}, b_{tj} \forall 1 \leq j \leq J_t, \forall t = 1 \dots \mathcal{T}$ 
2:  $i \leftarrow 1$ 
3:  $LB \leftarrow -\infty$ 
4: while No se cumpla con criterio de convergencia do
5:   for  $t = 1 \dots \mathcal{T}$  do ▷ Paso forward
6:      $\bar{x}_t, \bar{y}_t \leftarrow \operatorname{argmin}\{u_t^T x_t + v_t^T y_t + \Omega_{t+1}^i(x_t) : A_t x_t + B_t x_{t-1} + C_t y_t = b_t\}$ 
7:   end for
8:   for  $t = \mathcal{T} \dots 2$  do ▷ Paso backward
9:     for  $j = 1 \dots J_t$  do
10:       $u_{tj}^T \bar{x}_{tj}, B_{tj}^T \leftarrow \min u_{tj}^T x_t + v_{tj}^T y_t + \Omega_{t+1}^i(x_t) : A_{tj} x_t + B_{tj} \bar{x}_{t-1} + C_{tj} y_t = b_{tj}$ 
11:    end for
12:     $\mu_t \leftarrow \frac{1}{J_t} \sum_{j=1}^{J_t} u_{tj}^T \bar{x}_{tj}$ 
13:     $\bar{g}_t \leftarrow \frac{1}{J_t} \sum_{j=1}^{J_t} B_{tj}^T \bar{\pi}_{tj}$ 
14:     $\Omega_t^i \leftarrow \theta \in \Omega_{t-1}^i, \theta \geq \bar{g}_t(x_{t-1} - \bar{x}_{t-1}) + \mu_t$ 
15:  end for
16:  Valor política  $\leftarrow \sum_{t=1}^{\mathcal{T}} u_t^T \bar{x}_t v_t^T \bar{y}_t$ 
17:   $LB \leftarrow \min u_1^T x_1 + v_1^T y_1 + \theta_2^i(x_1) : A_t x_1 + B_t x_0 + C_t y_1 = b_t$ 
18:   $i \leftarrow i + 1$ 
19: end while
```

de estado. Finalmente, con esta información, se pueden formular los cortes que permiten mejorar la función de costo futuro de cada iteración i para cada etapa t dada por Ω_t^i .

B. MODELO DE UNIT COMMITMENT

En esta Sección se presenta el modelo de Unit Commitment utilizado en la investigación. Para ello, consideremos la siguiente nomenclatura utilizada:

Parámetros

ξ_{it} Factor de planta de la central con capacidad variable i en el instante de tiempo t

x_i^0 Estado inicial, de encendido o apagado, del generador i

p_i^0 Punto de operación inicial del generador i

C_z^{OG} Costo de sobre generación en la zona z

C_z^{LS} Costo de desprendimiento de carga en la zona z

- C_i^C Costo de generación sin carga del generador i
- C_i^{SU} Costo de encendido del generador i
- C_i^{SD} Costo de apagado del generador i
- C_{it}^G Costo variable del generador i en el instante de tiempo t
- T_i^U Tiempo mínimo de encendido del generador i
- T_i^D Tiempo mínimo de apagado del generador i
- \bar{p}_{it} Capacidad máxima de generación del generador i en el instante de tiempo i
- \underline{p}_{it} Capacidad mínima de generación del generador i en el instante de tiempo i
- \bar{R}_i Máxima rampa hacia arriba del generador i
- \underline{R}_i Máxima rampa hacia abajo del generador i
- R_i^{SU} Rampa de encendido del generador i
- B_j Susceptancia de la línea de transmisión j
- \bar{f}_j Capacidad máxima de transmisión de la línea de transmisión j
- $s(j)$ Barra de ingreso de la línea de transmisión j
- $r(j)$ Barra de retiro de la línea de transmisión j
- p_{zt}^D Demanda energética de la barra z en el instante de tiempo t
- R_i^{1N+}, R_i^{1N-} Capacidad máxima, del generador i, de control de frecuencia primario normal hacia arriba y abajo
- R_i^{1C+}, R_i^{1C-} Capacidad máxima, del generador i, de control de frecuencia primario de contingencia hacia arriba y abajo
- R_i^{3S} Capacidad máxima de reserva inercial, del generador i, para el control terciario de frecuencia
- R_i^{3NS} Capacidad máxima de reserva no inercial, del generador i, para el control

terciario de frecuencia

DR_{zt}^j Requerimiento de reserva en la zona z , en el instante de tiempo t , del tipo de reserva j

b_j Probabilidad de activación del tipo de reserva j

$W_{(u,v),t}$ Flujo de agua forzado por el canal hídrico (u,v) en el instante de tiempo t

D_{nt} Demanda de riego para el nodo hídrico n en el instante de tiempo t

I_{nt} Afluente para el nodo hídrico n en el instante de tiempo t

C_n^W Costo del agua del reservorio de agua n

$\eta_{(u,v)}$ Eficiencia del canal hídrico (u,v) asociado a un generador eléctrico

\underline{E}_n Nivel mínimo de almacenamiento para reservorios pequeños

\overline{E}_n Nivel máximo de almacenamiento para reservorios pequeños

Conjuntos

$z \in \mathcal{Z}$ Índice y conjunto de las zonas de demanda

$t \in \mathcal{T}$ Índice y conjunto de los instantes de tiempo

$j \in \mathcal{L}$ Índice y conjunto de las líneas de transmisión

$i \in \mathcal{G}$ Índice y conjunto de los generadores

$i \in \mathcal{G}^V$ Índice y conjunto de generadores con capacidad variable

$i \in \mathcal{G}^W$ Índice y conjunto de generadores sujetos al costo del agua

$i \in \mathcal{G}(z)$ Índice y conjunto de los generadores de la zona z

$i \in \mathcal{G}_{TH}$ Índice y conjunto de generadores hídricos y térmicos

$i \in \mathcal{G}_{TH}^{NS}$ Índice y conjunto de generadores hídricos y térmicos que pueden proveer de reserva terciaria no inercial

$i \in \mathcal{G}_{TH}^A$ Índice y conjunto de generadores hídricos y térmicos con control automático

para reserva secundaria

$i \in \mathcal{G}_{TH}^M$ Índice y conjunto de generadores hídricos y térmicos con control manual para reserva secundaria

$(u, v) \in \mathcal{D}_{in}(n)$ Canales hídricos que entregan agua al nodo n

$(u, v) \in \mathcal{D}_{out}(n)$ Canales hídricos que extraen agua desde el nodo n

$n \in \mathcal{N}_R$ Nodos hídricos asociados con reservorios de agua

$n \in \mathcal{N}_{SR}$ Nodos hídricos asociados con pequeños reservorios de agua

$(u, v) \in \mathcal{D}_G$ Nodos hídricos asociados con generación eléctrica

Variables

x_{it} Estado de encendido o apagado de un generador i en un instante de tiempo t

u_{it} Encendido de un generador i en un instante de tiempo t

v_{it} Apagado de un generador i en un instante de tiempo t

p_{it} Generación programada de un generador i en un instante de tiempo t

f_{jt} Flujo de potencia a través la línea de transmisión j en el instante de tiempo t

θ_{zt} Ángulo de voltaje en la zona z en el instante de tiempo t

p_{zt}^{OG} Sobre generación en la zona z en el instante de tiempo t

p_{zt}^{LS} Desprendimiento de carga en la zona z en el instante de tiempo t

r_{it}^0 Reserva para el control rápido de frecuencia asignada al generador i en el instante de tiempo t

$r_{it}^{1N+}, r_{it}^{1N-}$ Reserva para el control de frecuencia primario normal hacia arriba y abajo asignada al generador i en el instante de tiempo t

$r_{it}^{1C+}, r_{it}^{1C-}$ Reserva para el control de frecuencia primario de contingencia

hacia arriba y abajo asignada al generador i en el instante de tiempo t

$r_{it}^{3S}, r_{it}^{3NS}$ Reserva inercial para el control terciario de frecuencia asignada al generador i en el instante de tiempo t

$w_{(u,v),t}$ Flujo de agua del canal hídrico (u,v) en el instante t

q_{nt} Volumen de agua extraído desde el reservorio n en el instante de tiempo t

p_{qt} Generación eléctrica del generador hídrico q en el instante de tiempo t

e_{nt} Nivel de almacenamiento del reservorio pequeño n en el instante de tiempo t

Con esto en consideración, el modelo de Unit Commitment es el siguiente:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{i \in \mathcal{G}} (C_i^C x_{it} + C_i^{SU} u_{it} + C_i^{SD} v_{it} + C_{it}^G p_{it}) + \sum_{z \in \mathcal{Z}} (C_z^{OG} p_{zt}^{OG} + C_z^{LS} p_{zt}^{LS}) \right) \\ & + \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{i \in \mathcal{G}_{WS}} (C_{it}^G b_0 r_{it}^0) + \sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}} (C_{it}^G b_1 (r_{it}^{1N+} + r_{it}^{1C+} - r_{it}^{1N-} - r_{it}^{1C-})) \right) \\ & + \sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}} (C_{it}^G r_{it}^{3S} b_3) + \sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}^{NS}} (C_{it}^G r_{it}^{3NS} b_3) \Big) + \sum_{t \in \mathcal{T}} \left(\sum_{n \in \mathcal{N}_R} 3.6 C_n^W q_{nt} \right) \end{aligned} \quad (\text{B.1a})$$

$$\text{s.t.} \quad x_{it} - x_{it}^0 = u_{it} - v_{it} \quad \forall t = 1, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1b})$$

$$x_{it} - x_{i,(t-1)} = u_{it} - v_{it} \quad \forall t > 1, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1c})$$

$$\sum_{t \in [t, t+T_i^U]} x_{it} \geq T_i^U u_{it} \quad \forall t \leq |\mathcal{T}| - T_i^U, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1d})$$

$$\sum_{t \in [t, |\mathcal{T}|]} (x_{it} - u_{it}) \geq 0 \quad \forall t \leq |\mathcal{T}| - T_i^U, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1e})$$

$$\sum_{t \in [t, t+T_i^D]} (1 - x_{it}) \geq T_i^D v_{it} \quad \forall t \leq |\mathcal{T}| - T_i^D, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1f})$$

$$\sum_{t \in [t, |\mathcal{T}|]} (1 - x_{it} - c_{it}) \geq 0 \quad \forall t \leq |\mathcal{T}| - T_i^D, i \in \mathcal{G} \quad (\text{B.1g})$$

$$\underline{p}_{it} x_{it} \leq p_{it} + r_{it}^0 \leq \bar{p}_{it} x_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1h})$$

$$\underline{p}_{it} x_{it} \leq p_{it} \leq \bar{p}_{it} x_{it} \xi_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}^V, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1i})$$

$$- \underline{R}_i x_{it} - R_i^{SD} v_{it} \leq p_{it} - p_{i,(t-1)} \leq \bar{R}_i x_{it} + R_i^{SU} u_{it} \quad \forall g \in \mathcal{G}, t > 1 \quad (\text{B.1j})$$

$$- \underline{R}_i x_{it} - R_i^{SD} v_{it} \leq p_{it} - p_i^0 \leq \bar{R}_i x_{it} + R_i^{SU} u_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}, t = 1 \quad (\text{B.1k})$$

$$p_{zt}^{LS} + \sum_{i \in \mathcal{G}} p_{it} + \sum_{j, r(j)=z} f_{jt} = p_{zt}^D + p_{zt}^{OG} + \sum_{j, s(j)=z} f_{jt} \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1l})$$

$$f_{jt} = B_j(\theta_{s(j),t} - \theta_{r(j),t}) \quad \forall j \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1m})$$

$$- \bar{f}_j \leq f_{jt} \leq \bar{f}_j \quad \forall j \in \mathcal{L}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1n})$$

$$0 \leq r_{it}^0 \leq R_i^0 x_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}_{WS}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1o})$$

$$0 \leq \frac{r_{it}^{1N+}}{R_i^{1N+}} + \frac{r_{it}^{1C+}}{R_i^{1C+}} \leq x_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}_{TH}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1p})$$

$$0 \leq \frac{r_{it}^{1N-}}{R_i^{1N-}} + \frac{r_{it}^{1C-}}{R_i^{1C-}} \leq x_{it} \quad \forall i \in \mathcal{G}_{TH}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1q})$$

$$0 \leq r_{it}^{3S} \leq R_i^{3S} x_{it} \quad \forall g \in \mathcal{G}_{TH}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1r})$$

$$0 \leq r_{it}^{3NS} \leq R_i^{3NS}(1 - x_{it}) \quad \forall i \in \mathcal{G}_{TH}^{NS}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1s})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{WS}(z)} r_{it}^0 \geq DR_{zt}^0 \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1t})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}(z)} r_{it}^{1N+} \geq DR_{zt}^{1N+} \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1u})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}(z)} r_{it}^{1N-} \geq DR_{zt}^{1N-} \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1v})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}(z)} r_{it}^{1C+} \geq DR_{zt}^{1C+} \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1w})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}(z)} r_{it}^{1C-} \geq DR_{zt}^{1C-} \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1x})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}(z)} r_{it}^{3S} + \sum_{i \in \mathcal{G}_{TH}^{NS}(z)} r_{it}^{3NS} \geq DR_{zt}^3 \quad \forall z \in \mathcal{Z}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1y})$$

$$\sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{in}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t}) - \sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{out}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t})$$

$$+ I_{nt} + q_{nt} \geq D_{nt} \quad \forall n \in \mathcal{N}_R, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1z})$$

$$\sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{in}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t}) - \sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{out}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t}) + I_{nt} \geq D_{nt}$$

$$\forall n \in \mathcal{N} \setminus \mathcal{N}_R \setminus \mathcal{N}_{SR}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1aa})$$

$$e_{nt} \leq e_{n,(t-1)} + \sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{in}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t})$$

$$- \sum_{(u,v) \in \mathcal{D}_{out}(n)} (w_{(u,v),t} + W_{(u,v),t}) + I_{nt} - D_{nt} \quad \forall n \in \mathcal{N}_{SR}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1ab})$$

$$\underline{E}_n \leq e_{nt} \leq \bar{E}_n \quad \forall g \in \mathcal{G}_{WS}, t \in \mathcal{T} \quad (\text{B.1ac})$$

donde la función objetivo (B.1a) busca minimizar los costos de operación del sistema para todo el horizonte modelado. Las Restricciones (B.1b)-(B.1g) modelan el encendido y apagado de las centrales. La generación mínima y máxima de las centrales se modela en (B.1h) y (B.1i) respectivamente. Las restricciones (B.1j) y (B.1k) modelan la rampa de encendido y apagado de las centrales, respectivamente, y en (B.1l) se modela el balance de la oferta y demanda de energía. En (B.1m) se modela la ecuación de flujo DC de las líneas de transmisión y en (B.1n) se modela su flujo máximo. Las restricciones (B.1o)-(B.1s) modelan las capacidades técnicas de las centrales para la oferta de los distintos tipos de reservas. El requerimiento para cada tipo de reserva es modelado en las Restricciones (B.1t)-(B.1y). En las restricciones (B.1z) - (B.1aa) se modela el flujo de agua a través de nodos hídricos asociados a reservorios y aquellos que no están asociados ni a reservorios ni a pequeños reservorios. Finalmente, el balance de almacenamiento de agua en pequeños reservorios en la Restricción (B.1ab) y su capacidad mínima y máxima es modelada en la restricción (B.1ac).