

a la  
cia  
de t  
toria  
de  
bre  
a la  
trig  
nitc

pro  
exj  
za  
da  
ca  
m  
re  
to  
d  
c  
t

# DISTRIBUCIONES DE INDEMNIZACIONES PARA PROGRAMAS DE SEGURO AGRICOLA CON REFERENCIA A LOS CEREALES EN NEW SOUTH WALES<sup>1-2-3-4</sup>

DISTRIBUTIONS OF INDEMNITIES FOR CROP-INSURANCE PLANS: WITH APPLICATION TO GRAIN CROPS IN NEW SOUTH WALES

GEORGE E. BATTESE<sup>5</sup> y EMILIO M. FRANCISCO<sup>6-7</sup>

## SUMMARY

*A review of crop-insurance schemes is followed by a discussion of a guaranteed-yield, crop-insurance plan. General formulae for the distribution function and mathematical expectation of indemnities for the insurance plan are presented in terms of the distribution of crop yields. Three special cases are considered in which the original yields, the square root of yields, and the logarithm of yields are normally distributed. The insurance plan is applied on a regional basis for wheat and sorghum production in N.S.W. Given distributional information on the crops obtained from a simulation model, expected indemnities are calculated for four different insurance plans.*

A continuación de un estudio de programas de seguro agrícola en general, sigue un análisis de los planes de seguro agrícola con rendimiento garantizado. Las fórmulas generales para la función de distribución y las expectativas matemáticas de las indemnizaciones correspondientes al programa de seguro se presentan en términos de la distribución probabilística de rendimientos. Se han considerado tres casos específicos en los cuales los rendimientos originales, la raíz cuadrada y el logaritmo de éstos se distribuyen en forma normal.

El programa de seguro se aplica a la producción de trigo y sorgo en New South Wales, sobre una base regional, de acuerdo a información obtenida de un modelo de simulación. Se calculan las indemnizaciones esperadas para cuatro planes de seguro distintos.

## INTRODUCCION

El seguro agrícola representa un método mediante el cual se le garantiza al agricultor que sus ganancias no serán inferiores a un nivel dado en caso de pérdida par-

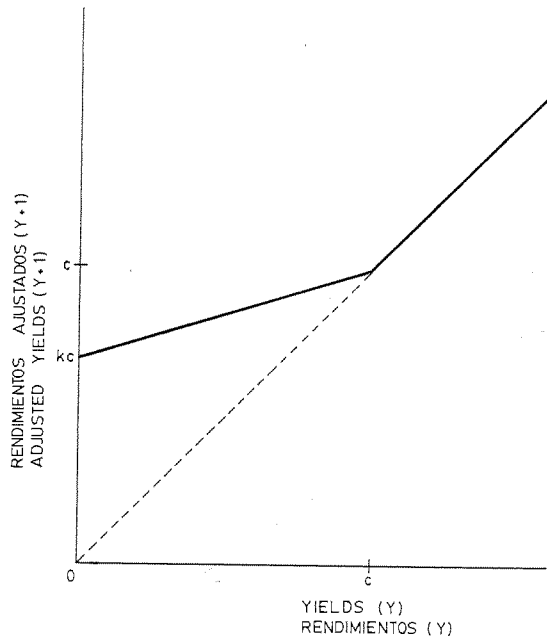
<sup>1</sup>Publicación aprobada por el Comité Editor de la Facultad de Agronomía de la Universidad Católica de Chile, con el No 200/79, fecha de recepción: 19/abril/79.  
<sup>2</sup>Esta investigación fue publicada anteriormente en el Australian Journal of Agricultural Economics, Vol 21(2); agosto 1977, pp. 67-79. La Sociedad de Economía Agraria Australiana lo consideró el mejor artículo del año 1977 publicado en esa revista especializada.  
<sup>3</sup>Una versión anterior de este estudio fue presentado a la Vigésima Primera Conferencia Anual de la Sociedad Australiana de Economía Agraria, en Brisbane, del 8 al 10 de febrero de 1977.  
<sup>4</sup>Parte de este informe fue subvencionado por el Fondo Crediticio para el Desarrollo Rural del Reserve Bank de Australia.  
<sup>5</sup>Facultad de Estudios Económicos, Universidad de Nueva Inglaterra.  
<sup>6</sup>Departamento de Economía Agraria de la Universidad Católica.  
<sup>7</sup>Los autores desean expresar su reconocimiento al árbitro del "Journal" cuyas provechosas sugerencias los llevaron a efectuar algunos cambios en el texto de este estudio.

posibilidad de implementar el programa en predios individuales. El programa de seguro agrícola sugerido se podría implementar a nivel comunal o regional.

FIGURA 2

RELACION ENTRE RENDIMIENTOS AJUSTADOS Y OBSERVADOS

*Relationship between adjusted and observed yields*



La regla de indemnización (1) podría aplicarse a un programa de estabilización de ingresos agrícolas, tal como lo sugieren Campbell y Glau (5), Campbell (4, págs. 55-56) y Lloyd (11, págs. 23-30). En tales situaciones, la variable al azar,  $Y$ , representaría ingreso agrícola y la indemnización se pagaría en unidades monetarias. Las propiedades estadísticas del programa de estabilización serían idénticas a las descritas en este artículo para el seguro agrícola.

El programa de pagos de indemnización asociado con (1) es algo diferente al considerado por Botts y Boles (2) y Francisco (7), en el que los pagos de indemnización son proporcionales a la diferencia entre el rendimiento promedio y el rendimiento observado, cuando este último

resulta suficientemente pequeño. En este último programa de seguro, existe una discontinuidad en la función de indemnizaciones a la altura del "rendimiento de cobertura".

La ejecución del plan de seguro (1) requiere la determinación de las primas que se cobrarán. Las primas no deberían ser inferiores a la esperanza matemática de las indemnizaciones para cada programa de seguro específico. El grado en que las primas deberían exceder las expectativas de indemnización (por ej., para cubrir gastos administrativos u obtener un margen de utilidad para la compañía) no está considerado en este artículo. La esperanza de las indemnizaciones depende de la distribución de probabilidades de los rendimientos además de los parámetros ( $k$  y  $c$ ) del programa de seguro agrícola.

### CARACTERISTICAS DISTRIBUCIONALES DE LAS INDEMNIZACIONES

En esta sección se presentan las expresiones generales para la función de distribución probabilística de las indemnizaciones y las esperanzas de las mismas en términos de la función de distribución para los rendimientos de los cultivos. Los resultados estadísticos se presentan en cuatro teoremas: el primero considera un caso general; los últimos tres, consideran tres casos especiales en los cuales los rendimientos se presumen normalmente distribuidos, las raíces cuadradas de los rendimientos se presumen normalmente distribuidas, y los rendimientos tienen una distribución lognormal.

Se hace presente que aún cuando se asume que el rendimiento,  $Y$ , es considerado como una variable continua al azar, la indemnización,  $I$ , de la ecuación (1) no es una variable continua al azar, ya que existe una probabilidad positiva de que ella tome el valor de cero. Esto implica que la función de distribución de indem-

nizaciones tiene una discontinuidad (salto) en el punto cero.

El primer teorema representa la función de distribución y las esperanzas de las indemnizaciones en términos de la denominación general,  $F_Y(\cdot)$  y  $f_Y(\cdot)$ , para las funciones de distribución y densidad de los rendimientos agrícolas. Nótese que  $F_Y(y)$  representa la probabilidad de que los rendimientos no sean mayores que  $y$ ; y  $f_Y(y)$  es la derivada de la función de distribución en el punto  $y$ .

Teorema 1: Si el rendimiento,  $Y$ , tiene funciones de distribución y densidad, representadas por  $F_Y(\cdot)$  y  $f_Y(\cdot)$ , respectivamente, entonces la función de distribución  $F_I(\cdot)$ , de las indemnizaciones para el programa de seguro agrícola (1) está dada por

$$(2) F_I(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i < 0 \\ 1 - F_Y(c - i/k) & \text{si } 0 \leq i < kc \\ 1 & \text{si } i \geq kc \end{cases}$$

Además, la indemnización esperada está dada por

$$(3) E(I) = k[c - E(Y | Y \leq c)] F_Y(c)$$

donde  $E(Y | Y \leq c)$  se define por

$$(4) E(Y | Y \leq c) = \frac{\int_{-\infty}^c y f_Y(y) dy}{F_Y(c)}$$

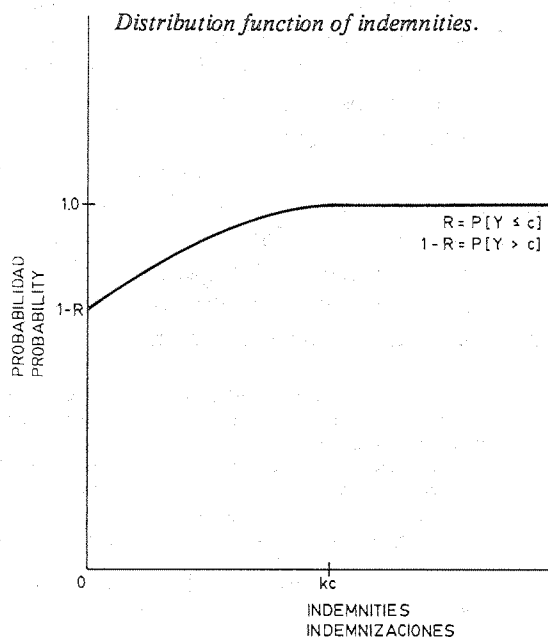
Se puede ver la forma general de la función de distribución de las indemnizaciones en la Figura 3. El salto en la función de distribución de indemnizaciones (2) en el punto cero, es igual a la probabilidad que la indemnización sea mayor que el rendimiento de cobertura,  $c$ . La esperanza matemática de las indemnizaciones (3) depende de la probabilidad que los rendimientos sean menores que el rendimiento de cobertura, de los parámetros de la regla sobre indemnización ( $k$  y  $c$ ), y del "rendimiento medio condicionado".  $E(Y | Y \leq c)$ . El rendimiento medio condicionado es la esperanza matemática de la distribución truncada de rendimientos bajo el rendimiento de cobertura,  $c$ . El conocimiento de la función de distribu-

ción de los rendimientos es claramente crucial en la determinación de primas satisfactorias para los diferentes valores de los parámetros de la regla de indemnización.

Aun cuando los rendimientos agrícolas son positivos, podría darse el caso que la distribución probabilística de ellos se aproxime suficientemente a una distribución normal. Esto es, que bajo la presunción de normalidad, el promedio y la varianza sean tales que la probabilidad de "rendimientos negativos" es insignificante. Podría suponerse que la aproximación a la normalidad sería razonable en el caso de rendimientos regionales promedios si el número de predios (hectáreas) fuese suficientemente grande. Los dos teoremas siguientes se basan en una distribución normal y en ellos sólo se señala la esperanza de la indemnización. El rango para la función de indemnizaciones en estos casos es la línea real positiva (i.e.,  $I$  no está limitada por  $kc$ ). En consecuencia, no se dan las expresiones para las funciones de distribución.

FIGURA 3

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE INDEMNIZACIONES



Teorema 2: Si el rendimiento agrícola se distribuye como una variable normal al azar con promedio  $\mu_Y$  y variación  $\sigma_Y^2$ , entonces la indemnización probable está dada por

$$(5) E(I) = k(c - \mu_Y) \Phi(z_2) + k\sigma_Y \phi(z_2)$$

donde  $z = (c - \mu_Y)/\sigma_Y$  y  $\Phi(\cdot)$  y  $\phi(\cdot)$  señalan la función de distribución y densidad de la distribución normal estándar,

$$\text{i.e., } \phi(z) = (2\pi)^{-1/2} \exp(-1/2z^2), -\infty < z < \infty,$$

$$\text{y } \Phi(z) = \int_{-\infty}^z \phi(t) dt.$$

Cuando la distribución de rendimientos agrícolas difiere en forma significativa de la normal, el resultado (5) no podría aplicarse con exactitud para llegar a una aproximación de la esperanza matemática de la indemnización. Sin embargo, sería posible obtener distribuciones aproximadamente normales si se eligiera una transformación de potencia satisfactoria para los rendimientos agrícolas (ver (3)). Es decir, los rendimientos transformados,  $y^\lambda$ , podrían tener una distribución aproximadamente normal para algún valor de  $\lambda > 0$ . Si los rendimientos agrícolas poseen una asimetría negativa, se esperaría que el valor de  $\lambda$  sería mayor que uno. Si el valor de  $\lambda$  es cercano a cero, entonces la distribución de los rendimientos agrícolas resultara aproximadamente lognormal<sup>9</sup>.

En la práctica, si se sabe que los rendimientos poseen una asimetría positiva, podría ser razonable investigar la distribución de  $y^\lambda$ , donde  $\lambda = 1/t$ , para  $t = 1, 2, \dots$  y comprobar si los rendimientos transformados se distribuyen en forma normal

por medio de la prueba W de Shapiro-Wilk (17). Los análisis empíricos de varios cultivos en New South Wales, sugieren que cuando los rendimientos agrícolas regionales no están normalmente distribuidos, la transformación de la raíz cuadrada da variables al azar aproximadamente normales (Francisco (7)). En estos casos se puede llegar a una aproximación para la esperanza de las indemnizaciones con el resultado del teorema siguiente:

Teorema 3: Si el rendimiento agrícola,  $Y$ , es tal que  $X \equiv Y^{1/\lambda}$  tiene una distribución normal con promedio  $\mu_X$  y varianza de  $\sigma_X^2$ , entonces la esperanza de las indemnizaciones está dada por

$$(6) E(I) = k(c - \mu_Y) \Phi(z_3) + k\sigma_X (\mu_X + c^{1/\lambda}) \phi(z_3)$$

$$\text{donde } z_3 = (c^{1/\lambda} - \mu_X)/\sigma_X \text{ y } \mu_Y = \sigma_X^2 \lambda + \mu_X^2.$$

La esperanza de las indemnizaciones para otras transformaciones de potencia de los rendimientos pueden ser evaluadas por medio de procedimientos similares a los usados para obtener los resultados anteriores. Finalizamos esta sección presentando resultados para distribuciones de indemnizaciones cuando los rendimientos agrícolas están distribuidos en forma lognormal. Como se señala anteriormente, el caso lognormal puede considerarse como un caso límite en las transformaciones de potencia. La distribución lognormal es considerada como una candidata más razonable para representar la distribución probabilística de rendimientos siempre que el rango de la variable al azar sea la línea positiva real<sup>10</sup>.

<sup>9</sup>Esto resulta al considerar la cifra  $(y^\lambda - 1)/\lambda$ . Por medio de una expansión de Taylor de  $y^\lambda$  alrededor de  $\lambda = 0$ , la cifra está expresada equivalentemente por  $(\log y)y^{\lambda^*}$  donde  $\lambda^*$  está entre cero y  $\lambda$ . Por consiguiente, a medida que  $\lambda$  se aproxima a cero, el límite de  $(y^\lambda - 1)/\lambda$  es  $\log y$ .

<sup>10</sup>En el estudio hecho por Day (6), los rendimientos de algodón y maíz tenían una asimetría positiva, en tanto que los rendimientos de avena tenían, en general, una asimetría negativa.

<sup>11</sup>La distribución lognormal frecuentemente ha sido considerada como una aproximación razonable para la distribución de agregados económicos, tales como gastos domésticos correspondientes a una variedad de ítems. El autor principal se encuentra investigando esta hipótesis en relación con distintas categorías de gastos domésticos, sobre la base de datos australianos. Si se probara que la utilidad (o renta bruta) de un predio tiene una distribución lognormal, entonces el resultado del Teorema 4 sería especialmente importante en el estudio de un plan de estabilización de ingresos de un predio, con pagos efectivos compensatorios de acuerdo a la ecuación (1).

Teorema 4: Si el rendimiento agrícola, Y, fuera tal que  $X \equiv \ln Y$  (logaritmo natural) tuviera una distribución normal con promedio  $\mu_X$  y varianza  $\sigma_X^2$ , entonces

la función de distribución y la esperanza matemática de la variable al azar (1) están dadas por (7) y (8), respectivamente.

$$(7) F_I(i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i < 0 \\ 1 - \Phi\{\ln(c - i/k - \mu_X)/\sigma_X\} & \text{si } 0 \leq kc < kc \\ 1 & \text{si } i \geq kc \end{cases}$$

$$(8) E(I) = k(c - \mu_Y) \Phi(z_4) + k\mu_Y[\Phi(z_4) - \Phi(z_4 - \sigma_X)]$$

$$\text{donde } z_4 = [\ln c - \mu_X]/\sigma_X \text{ y } \mu_Y = \exp(\mu_X + 1/2 \sigma_X^2).$$

### APLICACIONES EMPIRICAS

Consideramos que el plan de seguro agrícola (1) se adopta sobre una base regional para la producción de trigo y sorgo en New South Wales. La variable al azar Y es el rendimiento promedio regional para una región bien definida en un año dado y  $\mu_Y$  es el valor medio de Y. Se asume que todos los agricultores de una región en particular reciben pagos por indemnización cuando el rendimiento promedio regional es menor que la proporción predeterminada del valor medio (real) del rendimiento regional Y. En la notación de la ecuación (1), el rendimiento de cobertura, c, es igual a  $p\mu_Y$ , donde p es un número entre cero y uno. Consideramos dos valores para p y dos valores para la proporción k en nuestro ejemplo, a saber, p es igual 0.6 ó 0.8 y k es igual a 0.60 ó 0.75. Es decir, consideramos cuatro programas de seguro agrícola. Se les compensa a los agricultores si, en un año dado, el rendimiento promedio regional es menor que el 60 u 80% del valor medio de Y. La tasa de compensación es 60 ó 75% de la diferencia entre el rendimiento de cobertura apropiado y el rendimiento promedio regional. Las esperanzas de las indemnizaciones se calculan en kilogramos por hectárea para cada uno de los cuatro programas de seguro agrícola aplicados a las regiones pertinentes.

Las distribuciones de rendimientos

agrícolas para las diferentes regiones de N.S.W. han sido exitosamente simuladas usando un modelo desarrollado en la University of New England (Francisco (7)). El modelo de simulación estima los valores de los parámetros de las distribuciones probabilísticas para los rendimientos agrícolas pertinentes. En los casos en que las distribuciones de los rendimientos regionales son significativamente distintas de la normal, se encontró que era posible aproximarse satisfactoriamente a la normalidad usando la raíz cuadrada de los rendimientos (test de Shapiro-Wilk, 17).

Las Tablas 1 y 2 continen información básica relacionada con los programas de seguro agrícola correspondiente a varias divisiones regionales de New South Wales en donde se cultivan trigo y sorgo. En las dos reglas para determinar los rendimientos de cobertura, se dan las probabilidades de que los rendimientos resulten menores que los rendimientos de cobertura correctas hasta el segundo decimal. Las indemnizaciones probables se dan en kilogramos por hectárea, correctas hasta el kilogramo más aproximado. En las Tablas para cada región, se dan los promedios y las desviaciones estándar de los rendimientos regionales que se obtienen del modelo de simulación (7). Para casos no-normales, los promedios y desviaciones estándar de la raíz

## CUADRO 1

INDEMNIZACIONES ESPERADAS Y PROBABILIDAD DE RECLAMACIONES  
PARA UN PROGRAMA DE SEGURO REGIONAL DE TRIGO EN N.S.W.

Región	Parámetros Rendimientos $\mu_Y, \sigma_Y$ kg/ha	Cobertura 1 ( $c=0.6 \mu_Y$ ) <sup>a</sup>			Cobertura 2 ( $c=0.8 \mu_Y$ ) <sup>a</sup>		
		Proba- bilidad	Prima A kg/ha	Prima B kg/ha	Proba- bilidad	Prima A kg/ha	Prima B kg/ha
Central Plains	1294.0;443.2	0.12	16	20	0.28	46	58
North Central Plains	1138.0;378.0	0.12	22	28	0.27	38	48
North Western Slopes	1344.0;374.2	0.07	8	10	0.24	31	39
Northern Tablelands <sup>b</sup>	1645.2;492.0	0.08	7	9	0.26	39	49
Hunter-Manning	825.6;347.9	0.17	19	24	0.32	43	54
Central Tablelands	1193.2;417.3	0.13	16	20	0.28	44	55
Central Western Slopes	1323.5;471.9	0.13	19	23	0.29	51	64
Southern Tablelands <sup>b</sup>	1320.2;404.5	0.08	7	8	0.27	33	42
South Western Slopes <sup>b</sup>	1662.8;309.2	0.01	0	1	0.14	11	14
Riverina	1691.9;317.8	0.02	1	1	0.14	14	18

<sup>a</sup>Las Coberturas 1 y 2 garantizan que se pagarán indemnizaciones si los rendimientos no son mayores que el 60 y 80 por ciento, respectivamente, del rendimiento promedio; las Primas A y B son indemnizaciones probables para tasas de compensación de 60 y 75 por ciento, respectivamente, de la diferencia entre la cobertura y los rendimientos observados.

<sup>b</sup>Los rendimientos no están normalmente distribuidos. El promedio y la desviación estándar de la raíz cuadrada de los rendimientos son: Northern Tablelands (40.1;6.1); Southern Tablelands (35.9;5.6); South Western Slopes (40.6;3.8).

## CUADRO 2

INDEMNIZACIONES ESPERADAS Y PROBABILIDAD DE RECLAMACIONES PARA  
UN PROGRAMA DE SEGURO REGIONAL DE SORGO EN N.S.W.

Región	Parámetros de Rendimientos $\mu_Y, \sigma_Y$ kg/ha	Cobertura 1 ( $c=0.6 \mu_Y$ ) <sup>a</sup>			Cobertura 2 ( $c=0.8 \mu_Y$ ) <sup>a</sup>		
		Proba- bilidad	Prima A kg/ha	Prima B kg/ha	Proba- bilidad	Prima A kg/ha	Prima B kg/ha
Central Plains	1692.1;591.7	0.13	22	28	0.28	63	78
North Central Plains <sup>b</sup>	1219.2;326.7	0.05	3	4	0.24	23	28
North Western Slopes <sup>b</sup>	1494.0;453.4	0.08	7	9	0.27	37	46
Northern Tablelands <sup>b</sup>	1833.3;443.6	0.04	3	4	0.21	26	33
North Coast	2130.8;473.3	0.04	4	5	0.18	28	36
Hunter-Manning	1754.3;621.8	0.13	24	30	0.29	67	83
Central Tablelands	1214.7;639.0	0.22	49	62	0.35	91	114
Central Western Slopes	1954.3;729.0	0.14	32	40	0.29	82	102
South Coast	1065.4;285.6	0.07	5	6	0.23	23	28
South Western Slopes <sup>b</sup>	1393.4;640.6	0.03	84	104	0.37	75	94
Riverina	2491.4;664.4	0.07	12	15	0.23	52	65

<sup>a</sup>Las Coberturas 1 y 2 garantizan que se pagarán indemnizaciones si los rendimientos no son mayores que el 60 y 80 por ciento, respectivamente, del rendimiento promedio; las Primas A y B son indemnizaciones probables para tasas de compensación de 60 y 75 por ciento, respectivamente, de la diferencia entre la cobertura y los rendimientos observados.

<sup>b</sup>Los rendimientos no están normalmente distribuidos. El promedio y la desviación estándar de la raíz cuadrada de los rendimientos son: North Central Plains (34.6;4.7); North Western Slopes (38.2;5.9); Northern Tablelands (42.5;5.2); South Western Slopes (36.3;3.7).

cuadrada de los rendimientos se dan en las notas explicativas al pie de la página.

Por ejemplo, en la Tabla 1 la distribución probabilística para trigo en las Central Plains puede ser aproximada satisfactoriamente por medio de una distribución normal con rendimiento medio de 1294.0 kg/ha con una desviación estándar de 443.2 kg/ha. Los programas de seguro con Cobertura 1 (es decir, se pagan indemnizaciones cuando los rendimientos son inferiores al 60% del rendimiento medio regional) tienen una probabilidad de 0.12 que se pagarán indemnizaciones a los productores de trigo de las Central Plains. Cuando las indemnizaciones se deben pagar por rendimientos equivalentes a menos del 80% del rendimiento medio regional (programas con Cobertura 2), la probabilidad de pago de indemnizaciones en las Central Plains es de 0.28. Aún más, para un programa con Cobertura 1 y una tasa de compensación del 60% de la diferencia entre 776.4 kg/ha (0.6 veces 1294.0) y el promedio de rendimiento correspondiente a las Central Plains, la indemnización es 20 kg/ha. Para un programa con Cobertura 2, la esperanza de las indemnizaciones para las tasas de compensación de 60 y 75% son de 46 kg/ha y 58 kg/ha, respectivamente, para las Central Plains.

zaciones se deben pagar por rendimientos equivalentes a menos del 80% del rendimiento medio regional (programas con Cobertura 2), la probabilidad de pago de indemnizaciones en las Central Plains es de 0.28. Aún más, para un programa con Cobertura 1 y una tasa de compensación del 60% de la diferencia entre 776.4 kg/ha (0.6 veces 1294.0) y el promedio de rendimiento correspondiente a las Central Plains, la indemnización es 20 kg/ha. Para un programa con Cobertura 2, la esperanza de las indemnizaciones para las tasas de compensación de 60 y 75% son de 46 kg/ha y 58 kg/ha, respectivamente, para las Central Plains.

## CONCLUSIONES

Este artículo examina la distribución probabilística de las indemnizaciones correspondientes a un programa de seguro agrícola en términos de la distribución de rendimientos agrícolas. Las materias relacionadas con la ejecución del programa no han sido tocadas, aun cuando obviamente son importantes. Por ejemplo, el asunto de si el programa debiera ser obligatorio o voluntario, es importante. Algunos investigadores (Halcrow (9)) prefieren un plan voluntario porque los agricultores podrían oponerse a uno obligatorio. Sin embargo, existen indicaciones de que los programas obligatorios podrían resultar menos costosos para administrar.

Los subsidios gubernamentales podrían ser un requisito necesario para la ejecu-

ción de programas de seguro agrícola en gran escala. Hackett (8) señala que la falta de asistencia gubernamental podría haber sido una de las razones por las cuales la Cooperativa de Westralian Farmers haya abandonado su programa de seguro para el trigo en 1975. Puede argumentarse que un subsidio que llevara a un uso generalizado de seguros agrícolas podría ser menor que el monto que se requeriría para paliar desastres en la producción agrícola.

A pesar de los problemas obvios involucrados en la ejecución de programas de seguro agrícola, es indudable que en aquellos países donde se han implementado, éstos son bastante respetados como una medida efectiva para reducir la inestabilidad de la producción agrícola y los ingresos de los agricultores.

## APENDICE

A continuación se resumen las pruebas de los resultados básicos de los teoremas presentados en este artículo.

### Prueba del Teorema 1

La función de distribución de indemnizaciones se define por

$$F_I(i) = P[I \leq i]$$

Dado que el rango de las indemnizaciones se encuentra entre cero y  $kc$ , entonces el valor de la función de distribución es cero si  $i$  es menor que cero, y uno si  $i$  es mayor o igual a  $kc$ .

De este modo,  $F_I(i) = P[I = 0] + P[0 < I \leq i]$  si  $0 \leq i < kc$ .

$$\begin{aligned} \text{Pero } P[I = 0] &= P[Y > c] \\ &= 1 - P[Y \leq c] \\ &= 1 - F_Y(c) \end{aligned}$$

donde  $F_Y(\cdot)$  es la función de distribución para los rendimientos. Además, si  $0 < i < kc$ , entonces

$$\begin{aligned} P[0 < I \leq i] &= P[Y < c] P[k(c-y) \leq i | Y < c] \\ &= P[c - i/k \leq Y < c] \\ &= F_Y(c) - F_Y(c - i/k) \end{aligned}$$

El resultado de (3) se obtiene por medio de la esperanza matemática condicionada

$$\begin{aligned} E(I) &= E\{E[I | Y]\} \\ &= E\{k(c - Y | Y \leq c) \cdot P[Y \leq c] + 0 \cdot P[Y > c]\} \\ &= k[c - E(Y | Y \leq c)] F_Y(c). \end{aligned}$$

Para obtener la esperanza de las indemnizaciones positivas, se requiere la función de densidad de  $k(c - Y)$  sobre el rango  $Y < c$ . Alternativamente, se requiere la función de densidad de los rendimientos sobre el rango  $Y < c$ . Esto simplemente es la distribución truncada de ren-

dimientos con función de densidad definido por

$$f_{Y|Y \leq c}(y) = \begin{cases} f_Y(y)/F_Y(c) & \text{si } y < c \\ 0 & \text{si } y > c. \end{cases}$$

Prueba del Teorema 2

El resultado de (5) se obtiene de (3) evaluando la integral

$$E(Y | Y \leq c) = \int_0^c y (2\pi\sigma_Y^2)^{-1/2} \exp[-1/2(y - \mu_Y)^2 / \sigma_Y^2] dy / \Phi[(c - \mu_Y)/\sigma_Y]$$

Esto fácilmente se demuestra que es

$$E(Y | Y \leq c) = \mu_Y - \sigma_Y \phi(z_2) / \Phi(z_2)$$

donde  $z_2 = (c - \mu_Y) / \sigma_Y$ .

Prueba del Teorema 3

El resultado de (6) se obtiene después de evaluar la integral en (4) en que la fun-

ción de densidad de los rendimientos,  $f_Y(\cdot)$ , se da por  $f_Y(y) = 1/2y^{-1} f_X(y)$ , donde  $f_X(\cdot)$  señala la función de densidad normal con promedio  $\mu_X$  y varianza  $\sigma_X^2$ . Después de una serie de tediosas operaciones algebraicas, el rendimiento promedio condicional resulta ser

$$\begin{aligned} E(Y | Y \leq c) &= (\mu_X^2 + \sigma_X^2) - (c^2 + \mu_X) \sigma_X \phi(z_3) / \Phi(z_3) \\ \text{donde } z_3 &= (c - \mu_X) / \sigma_X. \end{aligned}$$

Prueba del Teorema 4

El resultado en (8) fluye fácilmente de (3) después de evaluar la integral en (4) en la cual  $f_Y(y)$  se define por

$$f_Y(y) = \begin{cases} y^{-1} f_X(\ln y), & \text{si } y > 0 \\ 0 & \text{si } y \leq 0 \end{cases}$$

donde  $f_X(\cdot)$  se definió más arriba. El rendimiento promedio condicional resulta ser

$$E(Y | Y \leq c) = \exp(\mu_X + 1/2 \sigma_X^2) \Phi(z_4 - \sigma_X) / \Phi(z_4)$$

donde  $z_4 = [\ln(c) - \mu_X] / \sigma_X$ .



## LITERATURA CITADA

- (1) ANDERSON, J.R. *Programming for Efficient Planning Against Non-Normal Risk*. Australian Journal of Agricultural Economics 19:2, págs. 94-107, 1975.
- (2) BOTTS, R.R. y J.N. BOLES. *Usage of the Normal Curve Theory in Crop Insurance Ratemaking*. Journal of Farm Economics 40:3, págs. 733-740, 1958.
- (3) BOX, G.E.P. y D.R. COX. *An Analysis of Transformations*. Journal of the Royal Statistical Society, Series B, 26, págs. 211-252, 1964.
- (4) CAMPBELL, K.O. *A Wheat Policy for the Seventies*. Australian Journal of Agricultural Economics 15:1, págs. 51-56, 1971.
- (5) CAMPBELL, K.O. y T.E. GLAU. *An Income Stabilization Scheme for the Wool Industry*. Informe mimeográfico N° 4, Dept. of Ag. Econ. University of Sydney, abril 1970.
- (6) DAY, R.H. *Probability Distributions of Field Crop Yields*. Journal of Farm Economics 47:3, págs. 733-741, 1965.
- (7) FRANCISCO, E.M. *Regional Rainfall, Crop Yields and Farm Income in New South Wales-A Simulation Approach*. APMAA Report N° 9, University of New England, Armidale, 1977 (por publicarse).
- (8) HACKETT, P. *All-Risk Crop Insurance*. Australian Farm Management Society Newsletter 2:3, págs. 14-15, 1975.
- (9) HALCROW, H.G. *Actuarial Structures for Crop Insurance*. Journal of Farm Economics 31:3, págs. 418-443, 1949.
- (10) JONES, L.A. y D.K. LARSON. *Economic Impact of Federal Crop Insurance in Selected Areas of Montana and Virginia*. AER-75, USDA, mayo 1965.
- (11) LLOYD, A.G. *Farm Income Stabilization-Some Options*. Informe presentado en la Conferencia del Australian Agricultural Economic Society, Brisbane, febrero 1977.
- (12) MILNE, J.F. *Guaranteed Yield Insurance*. Informe presentado en la Conferencia del Australian Agricultural Economics Society, Melbourne, febrero 1975.
- (13) OURY, B. *Risk Management in Agricultural Development*. Informe presentado en la Conferencia sobre Risks and Uncertainty in Agricultural Development, CIMMYT, México, marzo 1976. (Este informe incluye una bibliografía sobre seguro agrícola publicado en el Boletín N° 28, Montana Agricultural Experiment Station, Montana State University, Bozeman, julio 1967).
- (14) RAY, P.K. *Agricultural Insurance*. (Oxford, Pergamon Press, 1967).
- (15) *Rural Policy in Australia* (Green Paper). Informe al Primer Ministro, elaborado por un Grupo de Trabajo. (A.G.P.S., Canberra, mayo 1974).
- (16) RYAN, T.J. *A Note on Victorian Wheat Yield Distributions*. Australian Journal of Agricultural Economics 18:2, págs. 144-147, 1974.
- (17) SHAPIRO, S.S. y M.B. WILK. *An Analysis of Variance Test for Normality*. Biometrika 52, págs. 591-611, 1968.
- (18) STANFORTH, S.D. *Combating Uncertainty in Agricultural Production*. Journal of Farm Economics 36:1, págs. 87-97, 1954.
- (19) YEH, M.H. y R.Y. WU. *Premium Ratemaking in an All Risk Crop Insurance Program*. Journal of Farm Economics 48: 5, págs. 1580-1586, 1966.