



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

# **OPTIMIZACIÓN REACTIVA DE CARGUEROS EN EL CORTO PLAZO CONSIDERANDO TRANSBORDOS DE CARGA**

**CRISTÓBAL SIRHAN JALAFF**

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:  
FELIPE DELGADO  
HOMERO LARRAIN

Santiago de Chile, Marzo 2017

© MMXVII, CRISTÓBAL SIRHAN



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

# **OPTIMIZACIÓN REACTIVA DE CARGUEROS EN EL CORTO PLAZO CONSIDERANDO TRANSBORDOS DE CARGA**

**CRISTÓBAL SIRHAN JALAFF**

Miembros del Comité:

FELIPE DELGADO

HOMERO LARRAIN

JORGE VERA

LEANDRO COELHO p.

CARLOS BONILLA

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Marzo 2017

© MMXVII, CRISTÓBAL SIRHAN

*A mi familia y amigos.*

## AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer en primer lugar a mi familia, por el constante apoyo en todas las ideas y proyectos en los que se me ha ocurrido embarcarme durante mi vida. En segundo lugar, a Felipe y Homero, mis profesores guías, por la paciencia y apoyo durante este año, en particular en estos intensos últimos dos meses de trabajo, especialmente en los momentos cuando las cosas no estaban saliendo bien.

También me gustaría agradecer a todos mis amigos y compañeros de universidad que fueron parte del proceso. Mención especiales a Sebastián Gebhardt, quien me enseñó a programar los modelos en Python y Gurobi, y junto a Jacques Polette, por aportar siempre con ideas útiles y ayudar con las correcciones a este trabajo. A Carlos Lagos, Jaime González, José Tomás Marquinez y Valentina Gutiérrez, por escuchar todas esas lluvias de ideas y ayudarme a encontrarles sentido.

A mis compañeros de magister y profesores del departamento de transporte, que me resolvieron cada duda que tuve durante el proceso. Mención especial a Jaime Soza, a quien acudí con cada duda que tuve durante este período.

Agradezco al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico por el financiamiento de este trabajo mediante el proyecto FONDECYT 11140436-23205966. Además, agradecemos a la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica por el financiamiento de mis estudios de postgrado mediante la beca CONICYT-PCHA/Magister Nacional/ 2016 - 22160226.

Por último, a mis amigos del colegio, por estar siempre presentes apoyando en todo lo que he hecho.

## ÍNDICE GENERAL

|   |      |
|---|------|
| AGRADECIMIENTOS   | iv   |
| ÍNDICE DE FIGURAS   | vii  |
| ÍNDICE DE TABLAS  | ix   |
| ABSTRACT  | xi   |
| RESUMEN   | xii  |
| GLOSARIO  | xiii |
| 1. Introducción   | 1    |
| 1.1. Motivación . . . . .                                       | 2    |
| 1.1.1. El mercado de carga aérea . . . . .                      | 2    |
| 1.1.2. Planificación de itinerarios cargueros . . . . .         | 6    |
| 1.2. Objetivos . . . . .  | 10   |
| 1.3. Estructura . . . . .                                       | 10   |
| 2. Marco Teórico  | 12   |
| 2.1. Diseño de Itinerarios . . . . .                            | 12   |
| 2.1.1. Pasajeros . . . . .                                      | 12   |
| 2.1.2. Cargueros . . . . .                                      | 14   |
| 2.2. <i>Pickup and Delivery Problem (PDP)</i> . . . . .         | 18   |
| 2.3. Aporte a la literatura . . . . .                           | 20   |
| 3. Metodología  | 22   |
| 3.1. Planificación base y recuperación de itinerarios . . . . . | 22   |
| 3.1.1. Recuperación de Itinerarios . . . . .                    | 23   |
| 3.2. Supuestos de modelación . . . . .                          | 25   |
| 3.3. Formulación matemática . . . . .                           | 26   |

|  |    |
|--|----|
| 3.3.1. <i>Red expandida espacio-tiempo</i> . . . . .           | 26 |
| 4. Resultados . . . . .  | 37 |
| 4.1. Descripción de los datos . . . . .                        | 37 |
| 4.2. Construcción de la planificación base . . . . .           | 38 |
| 4.2.1. Descripción planificaciones base . . . . .              | 40 |
| 4.3. Construcción de Escenarios . . . . .                      | 42 |
| 4.4. Resultados . . . . .                                      | 43 |
| 4.4.1. Resultados Generales . . . . .                          | 44 |
| 4.4.2. Análisis en detalle escenario (3, <i>DA</i> ) . . . . . | 48 |
| 5. Conclusiones . . . . .                                      | 64 |
| BIBLIOGRAFÍA . . . . .   | 70 |
| ANEXOS . . . . .   | 74 |
| A. Anexo 1: Formulación de Red Compacta . . . . .              | 75 |
| A.1. Modelo . . . . .  | 79 |
| A.2. Mejoras a la formulación . . . . .                        | 85 |
| B. Anexo 2: Tiempos de Viaje entre Aeropuertos . . . . .       | 87 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.1. | Crecimiento de los RTK en los últimos 30 años. . . . .   | 2  |
| 1.2. | Relación entre crecimiento de la industria global versus crecimiento de FTK .                                  | 3  |
| 1.3. | Evolución del factor de ocupación de los cargueros . . . . .   | 3  |
| 1.4. | Adición anual de capacidad de carga de bellies v/s cargueros . . . . .   | 4  |
| 1.5. | Esquema de construcción de itinerarios cargueros . . . . .   | 6  |
| 1.6. | Proceso de ajuste de initerario carguero . . . . .   | 8  |
| 3.1. | Representación de la red en base a Mora (2016) . . . . .   | 25 |
| 3.2. | Grafo del modelo con la red espacio-tiempo expandida. . . . .  | 28 |
| 3.3. | Comparación de itinerarios para modelación con red expandida espacio tiempo.                                   | 29 |
| 4.1. | Distribución del peso de los pedidos. . . . .  | 41 |
| 4.2. | Aeropuertos Atendidos por 2 y 3 aviones . . . . .  | 41 |
| 4.3. | Comparación de estructura de rutas de la planificación base con la optimización<br>post disrupciones . . . . . | 55 |
| 4.4. | Comparación de estructura de rutas planificación base versus planificación base<br>optimizada . . . . .        | 57 |
| 4.5. | Comparación de estructura de rutas optimizadas . . . . .   | 58 |
| 4.6. | Cantidad de Transbordos según nivel de disrupción. . . . .   | 60 |
| A.1. | Representación de la red basada en ejemplo de la Tabla A.1 . . . . .   | 76 |
| A.2. | Representación de la red intuitiva basada en ejemplo de la Tabla A.1 . . . . .                                 | 77 |

A.3. Esquema de funcionamiento de comparación de vuelos . . . . . 78

## ÍNDICE DE TABLAS

|  |    |
|--|----|
| 3.1. Escenario de ejemplo . . . . .  | 27 |
| 3.2. Resultados ejemplo de tipos de comparación. . . . .                                 | 30 |
| 4.1. Parámetros de costos y capacidad de aviones. . . . .                                | 38 |
| 4.2. Ejemplo de construcción de pedidos para la planificación base. . . . .              | 39 |
| 4.3. Pedidos del ejemplo de ruteo de la tabla 4.2 . . . . .                              | 39 |
| 4.4. Características de planificaciones base . . . . .                                   | 40 |
| 4.5. Descripción de los niveles de disrupción. . . . .                                   | 43 |
| 4.6. Descripción de los escenarios de acuerdo a sus pedidos. . . . .                     | 43 |
| 4.7. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación <i>C1</i> . . . . .  | 44 |
| 4.8. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación <i>C2</i> . . . . .  | 45 |
| 4.9. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación <i>C3</i> . . . . .  | 45 |
| 4.10. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación <i>C1</i> . . . . . | 46 |
| 4.11. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación <i>C2</i> . . . . . | 46 |
| 4.12. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación <i>C3</i> . . . . . | 47 |
| 4.13. Resultados escenario (3, <i>DA</i> ) . . . . .                                     | 48 |
| 4.14. Pedidos no atendidos escenario (3, <i>DA</i> ) . . . . .                           | 50 |
| 4.15. Tiempos de vuelo escenario (3, <i>DA</i> ) . . . . .                               | 52 |
| 4.16. Factores de ocupación escenario (3, <i>DA</i> ) . . . . .                          | 53 |
| 4.17. Datos de corridas y tiempo en encontrar soluciones enteras . . . . .               | 62 |

|  |    |
|--|----|
| A.1. Escenario de ejemplo formulación con red compacta . . . . . | 76 |
| B.1. Tiempos de viajes entre aeropuertos. (hh:mm:ss) . . . . .   | 87 |

## ABSTRACT

It is not unusual in air cargo industry to have demand fluctuations a few hours before flight departure times. In order to address this issue, cargo airlines use experienced workers to manually adjust flight itineraries, looking to operate in the best way possible. In order to do this, it is important to have the least impact on important resources that have already been compromised, such as assigned crew rosters.

In this thesis the problem is addressed, considering the possibility of cargo transshipment between airplanes. The problem is tackled following the logic of a Pickup and Delivery Problem with Time Windows and Transshipments. Two models were proposed, and only one of them was used. It is based on a space-time network that can solve schedule design, aircraft routing and cargo routing simultaneously, after demand disruptions. The objective is to operate at a minimum cost, forcing airplanes destinations to be the same as the original planning after three days. Furthermore, three different ways of measuring the impacts of modifications to the original schedule are proposed, requiring a determined service level.

The model was tested with real data from LanCargo in three different demand scenarios. First, results show that in every scenario transshipments are attractive, but the number of transshipped requests depend on how schedules are being compared to the original. Secondly, the methods proposed to compare schedules yield similar solutions regarding their structure, with the more flexible one giving better solutions but with greater solution times. Finally, different demand fluctuations levels yield different results, specially regarding the number of transshipped requests, were scenarios with greater fluctuations show more transshipments.

**Keywords:** pickup and delivery, flight operations recovery, schedule design, air cargo, transshipments, aircraft routing.

## RESUMEN

Es común en la industria de carga aérea presenciar disrupciones de demanda cercanas a la hora de salida de los vuelos. Dado este problema, las aerolíneas de carga deben confiar en la experiencia de tomadores de decisiones para hacer ajustes operacionales a los itinerarios de manera manual, buscando operar de la mejor manera posible. Estas acciones buscan, además, impactar lo menos posible los recursos ya comprometidos, siendo uno de los más importantes los turnos de las tripulaciones asignadas.

En esta tesis se aborda este problema, considerando además de manera explícita la posibilidad de transbordos de carga entre aviones. Se abordó el problema bajo la lógica de un *Pickup and Delivery* con Ventanas de Tiempo y Transbordos. Se propusieron dos modelos, de los que solo uno fue resuelto. Este está definido por una red espacio-tiempo que optimiza simultáneamente el diseño de itinerarios, ruteo de carga y ruteo de aviones frente a disrupciones de demanda. Se busca operar al mínimo costo, exigiendo volver a la planificación base en tres días. Se proponen tres formas de cuantificar las modificaciones al itinerario para poder compararlo con el base, exigiendo cierto nivel de servicio.

La metodología fue probada con datos de Lan Cargo bajo distintos escenarios de disrupción. Los resultados muestran que los transbordos son atractivos en todos los escenarios, pero la cantidad varía de acuerdo a la manera de comparar los itinerarios. Por otra parte, los diferentes métodos propuestos para compararlos generan soluciones parecidas en estructura, con el método más flexible entregando mejores soluciones pero en mayores tiempos computacionales. Por último, dependiendo del nivel de disrupción de demanda, se obtienen distintos resultados, en particular en la cantidad de transbordos, donde escenarios con mayores disrupciones presentan mayor cantidad de ellos.

**Palabras Claves:** pickup and delivery, recuperación de itinerarios, diseño de itinerarios, transporte de carga aérea, transbordos, ruteo de aviones.

## GLOSARIO

- **AFTK**: del inglés *available freight tonne kilometer*, es la capacidad disponible en un avión. Corresponde a 1 tonelada de carga disponible durante un kilómetro.
- **FTK**: del inglés *freight tonne kilometer*, es la carga que lleva en un avión. Corresponde a 1 tonelada de carga transportada durante un kilómetro. También se denomina **RTK**, del inglés *revenue tonne kilometer*.
- *belly*: es el espacio de carga disponible bajo un avión de pasajeros
- *slots*: períodos de tiempo específicos designados para que un avión despegue o aterrice en un aeropuerto.
- *block-hours*: es el tiempo desde el momento en que se cierra la puerta del avión en el aeropuerto de origen hasta que se abre en el gate del aeropuerto de destino.

## 1. INTRODUCCIÓN

El mercado de carga aérea es fundamental para la economía mundial, siendo uno de los principales agentes que permite la integración de los mercados en todo el mundo, en particular si se habla de bienes de alto valor económico. Si se mide el porcentaje de la carga mundial movida por aviones en cuanto a toneladas, esta representa el 1 % del total, en cambio si se mide por el valor de la carga transportada, equivale al 35 % de la carga (Boeing, 2015).

A pesar de ello, no todos los actores de la industria viven actualmente una situación favorable. Si bien por un lado se está transportando más carga que nunca, los rendimientos y retornos de los aviones cargueros bajan año a año (IATA, 2016a). La continua expansión del mercado de pasajeros - que incrementa el tamaño de la red - junto con la capacidad de las aerolíneas de usar eficientemente el espacio libre en los *bellies* de los aviones de pasajeros, tienen como resultado un bajo factor de ocupación en los aviones cargueros. Para las aerolíneas cargueras, solamente el año pasado los FTK aumentaron en un 2,3 % respecto al año anterior, pero las ganancias han disminuido casi un 12 % desde 2011 hasta 2015 (IATA, 2016c). A pesar de ello, existe una necesidad para el uso de aviones cargueros dedicados exclusivamente a carga, como se verá más adelante en este capítulo. Ellos presentan características que les dan una ventaja inalcanzable por parte del espacio en *bellies* de pasajeros.

Por otra parte, dada la manera en que se cobra por el espacio en aviones cargueros, la demanda por él es sumamente volátil y se materializa pocas horas antes del vuelo, a diferencia del mercado de pasajeros. Esto genera incertidumbre en la cantidad de carga a transportar hasta momentos antes de realizar los vuelos y, por ende, surge la necesidad de ajustar los itinerarios planificados a nivel operacional, para adaptarse mejor a la demanda real. Sin estos cambios se efectuaría una operación ineficiente, por lo que es interesante contar con métodos para realizar estos ajustes de la mejor manera posible. Interesa en particular ser capaces de volver a la planificación original considerando explícitamente

la posibilidad de transbordos de carga, ya que en ella están considerados factores como turnos de tripulaciones y restricciones de mantenimiento de los aviones.

## 1.1. Motivación

### 1.1.1. El mercado de carga aérea

El mercado de transporte de carga aérea ha visto una gran variedad de escenarios en los últimos 30 años. En general se puede apreciar crecimiento sostenido, sin embargo cerca del año 2010 el escenario fue muy desfavorable. Gatillado principalmente por la crisis *subprime* en Estados Unidos, en 2008 y 2009 el tráfico de carga aérea disminuyó en 13 %, seguido por una fuerte recuperación de un 19 % en 2010, que se estancó con un tibio 0,9 % en 2011, como se puede ver en la figura 1.1 (Boeing, 2015).

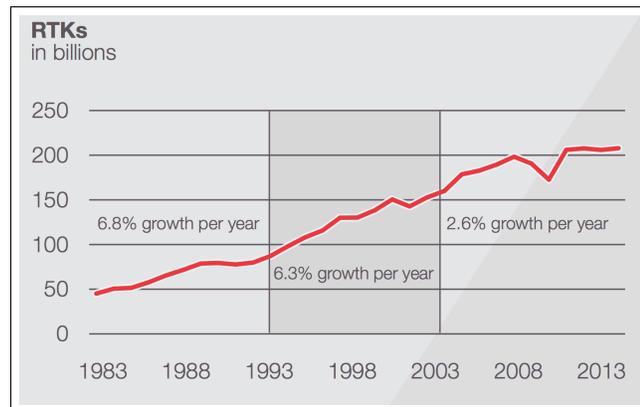


Figura 1.1. Crecimiento de los RTK en los últimos 30 años.  
Fuente: (Boeing, 2015)

Además, se puede apreciar que el mercado tiene una fuerte correlación con el rendimiento de la economía mundial. Como se ve en la figura 1.2, hay una estrecha relación entre la carga transportada y el rendimiento de ésta. Incluso, se puede apreciar que el mercado de carga reacciona exageradamente a los períodos de alto crecimiento o crisis.

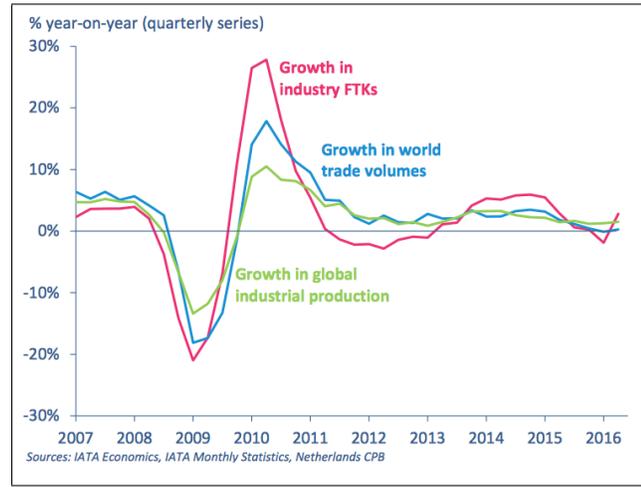


Figura 1.2. Relación entre crecimiento de la industria global versus crecimiento de FTK. Fuente: (IATA, 2016c)

Sin embargo, el crecimiento de los últimos 5 años ha sido capturado principalmente por los *bellies* de los aviones de pasajeros, lo que redunda finalmente en una disminución de los factores de ocupación de los cargueros. En la figura 1.3 se puede ver como los factores de ocupación en los aviones cargueros han disminuido, pasando de un 46 % de promedio histórico pre crisis *subprime* a un promedio cercano al 44 % en 2015 (IATA, 2015).

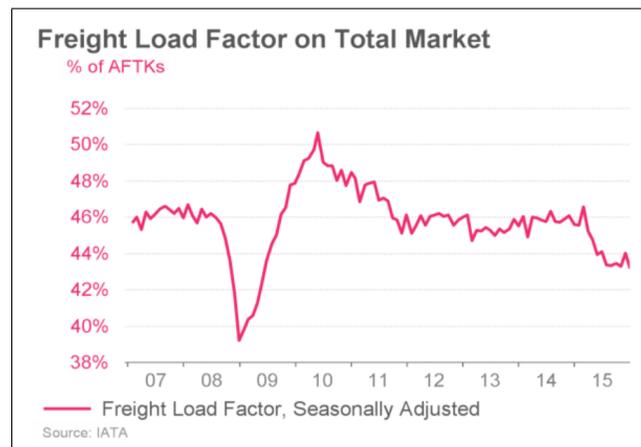


Figura 1.3. Evolución del factor de ocupación de los cargueros. Fuente: (IATA, 2015)

Las disminuciones en los factores de ocupación se pueden deber a dos razones: el aumento de los AFTK o la disminución de los RTK. Dado que éstos últimos vienen al alza, es el aumento de los AFTK lo que explica la situación. Si bien hay un aumento a nivel industria de RTK como se mostró en la figura 1.1, la figura 1.4 muestra que la capacidad anual agregada en *bellies* es mayor a los cargueros, lo que indica que se está llevando no solamente la carga extra - versus años anteriores - en aviones de pasajeros, sino que parte de la que llevaban los cargueros también.

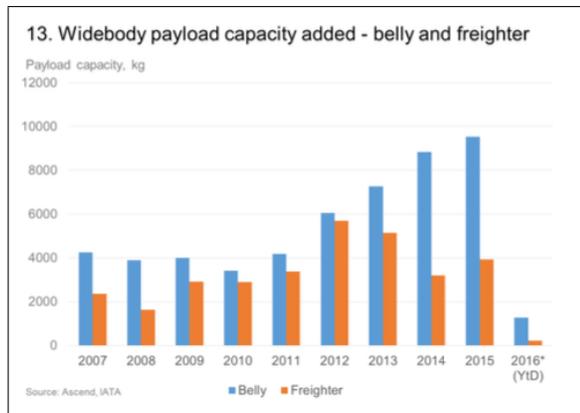


Figura 1.4. Adición anual de capacidad de carga de bellies v/s cargueros.  
Fuente: (IATA, 2016b)

A pesar de la tendencia presentada, los cargueros cumplen un rol fundamental dada una serie de ventajas que los hacen imprescindibles. En primer lugar, permiten transportar ciertos tipos de cargas que los aviones de pasajeros no pueden; por ejemplo aquellas muy grandes en tamaño o sustancias peligrosas entre otros. En segundo lugar, el hecho de tener aviones dedicados a la carga permite generar certeza en la capacidad ofrecida a los clientes, entregando confianza en la capacidad de la aerolínea de entregar los pedidos a tiempo. Confiar exclusivamente en la capacidad de carga en los *belly* de aviones de pasajeros podría implicar la imposibilidad de atender un pedido, lo que genera problemas para la aerolínea. Si bien las necesidades de ciertos clientes pueden ser satisfechas siempre con espacio en *bellies*, quienes necesitan transportar periódicamente cargas de gran tamaño o peso o pedidos con urgencia no pueden operar con la incertidumbre de si su carga podrá llegar a destino a la hora necesaria.

Más aún, un mercado origen-destino de carga no necesariamente es atractivo para pasajeros, generando desequilibrios en las frecuencias necesarias para satisfacerlos. Por ejemplo, el mercado Asia - Norte América necesita aproximadamente 70 cargueros diarios, lo que equivale a 1050 aviones de pasajeros diarios para reemplazar esos cargueros (Boeing, 2015). Claramente no es factible que existan 1050 vuelos de pasajeros diarios para satisfacer toda esa demanda exclusivamente en *bellies*. De igual manera, los horarios o urgencias debido al tipo de carga, pueden no ser compatibles con la planificación de los pasajeros. Por todas estas razones, la oferta en *bellies* no es suficiente para satisfacer toda la demanda por carga, haciendo esencial la existencia de cargueros dedicados por parte de las aerolíneas.

Un hecho importante a destacar es que las aerolíneas no han sido capaces de traspasar la baja de costos de combustibles a los retornos. Éstos últimos han ido bajando en los últimos 5 años (Boeing, 2015), lo que a primera vista parece contra intuitivo si se toma en cuenta que el combustible va en la misma dirección (IATA, 2016a). Esto demuestra que la gran competitividad de la industria carguera ha forzado a bajar constantemente los precios. La competencia no solo radica entre aerolíneas, sino que también influyen otros medios de transporte, como el marítimo. Los precios de cada uno dependen de muchos factores, pero la tendencia es a que el transporte marítimo es más económico. Por otra parte tiene el problema de ser lento. Un envío por barco puede demorarse hasta un mes, mientras que por avión tarda un día o dos (Rau, 2011). En un mundo donde cada día se necesitan cosas en el instante y las empresas manejan inventarios con alta rotación, el transporte de carga aérea se hace más interesante. Esto se hace especialmente relevante en lanzamientos de productos de alta demanda, por ejemplo un nuevo iPhone, si se necesita reponer un quiebre de stock, o repuestos esenciales para poner en marcha una cadena productiva, como una minera, donde esperar un mes por un repuesto es demasiado costoso.

Hacia el futuro, se proyecta que los cargueros muevan más de la mitad de la carga aérea del mundo durante los próximos 20 años, incluso tomando en cuenta el hecho de que la capacidad carguera crece más rápido en los *belly* de pasajeros. Los argumentos anteriores

justifican la necesidad de aviones cargueros. Por otro lado, dado los retornos decrecientes y bajos factores de ocupación, hace sentido intentar hacer su operación lo más eficiente posible para poder aumentar las ganancias de las aerolíneas.

### 1.1.2. Planificación de itinerarios cargueros

Un itinerario de carga aérea es el resultado de un proceso de planificación de una aerolínea para la operación de un período de tiempo determinado. Consta de un conjunto de vuelos a realizar por cada avión, determinando el potencial de transporte de carga así como los recursos necesarios. Al mismo tiempo, el itinerario describe la red disponible y los pares origen-destino que ésta sirve, ya sea de manera directa o mediante varios tramos de vuelos. Los horarios, frecuencias y duraciones de cada uno de estos vuelos también son parte de esta planificación, así como cuál avión vuela qué tramo o secuencia de tramos (Derigs y Friederichs, 2013). La figura 1.5 muestra a grandes rasgos cómo es el proceso de creación de itinerarios.

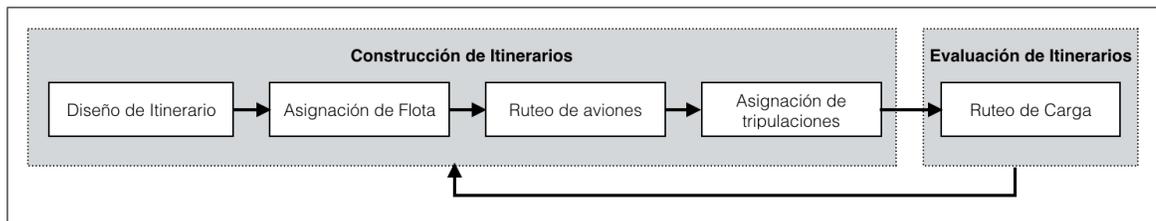


Figura 1.5. Esquema de construcción de itinerarios cargueros.  
Fuente:(Derigs y Friederichs, 2013)

Se puede apreciar que existen 4 etapas de construcción secuenciales. Dada la gran complejidad del problema, en la práctica se ha vuelto infactible resolverlo de manera simultánea. Se comienza con un diseño del itinerario, que contempla elegir que pares origen-destino se van a servir y con ello determinar cuáles tramos de vuelo se realizarán. Esta primera etapa toma en consideración estudios de la demanda potencial en cada par OD. En segundo lugar, está la asignación de flota. En esta etapa se determina qué tipo de avión volará cada tramo de acuerdo a las proyecciones de demanda anteriores. Una vez

asignada las flotas, se diseña el ruteo de los aviones, es decir, qué avión específico hará qué tramo dentro de la planificación. Por último, se asignan las tripulaciones a cada avión.

Es importante destacar ciertos aspectos de este proceso. Se deben tener en cuenta muchas restricciones que no son obvias ni típicas a otros problemas de ruteo. En primer lugar, es necesario tomar en consideración dentro de la planificación las restricciones de mantenimiento de los aviones, lo que implica que cada cierta cantidad de tramos de vuelo deberán permanecer un determinado tiempo en tierra, y esto no puede ocurrir en cualquier aeropuerto. En segundo lugar, las tripulaciones deben cumplir con estrictas leyes laborales y volver a su aeropuerto base cada un cierto número de días, complicando aún más la creación de la planificación. (FlightTimeLimits, 2012)

Una vez creado el itinerario, es necesario tener una etapa adicional. A diferencia del mercado de pasajeros donde se conoce la ruta que éstos harán, en el mercado de carga ésta puede esperar, ser transbordada, e incluso guardada, siempre y cuando llegue en perfectas condiciones - por ejemplo, manteniendo una cadena de frío - en el momento correcto. Dada esta característica, es necesario hacer su ruteo de la mejor manera para la aerolínea. Así, se da retroalimentación a la construcción del itinerario, pudiendo iterar el ruteo de aviones y asignación de tripulación.

Este proceso comienza meses antes de que se realice el vuelo, generándose diversos itinerarios durante el año para cada período característico. Por lo mismo, a medida que se acerca el momento de volar y hay más información disponible se va ajustando la planificación base hecha en un principio. El itinerario ajustado meses antes de realizar el vuelo es el que denominaremos planificación base. Sin embargo, semana a semana, por los cambios en la demanda, se siguen generando cambios en un nivel operacional. Un esquema del proceso entero se muestra en la figura 1.6.

Es en la última etapa de nivel operacional donde se enfocará el presente trabajo, buscando adaptar de la mejor manera la planificación base y ser capaz de reaccionar en un corto plazo a las variaciones de la demanda y/o oferta.

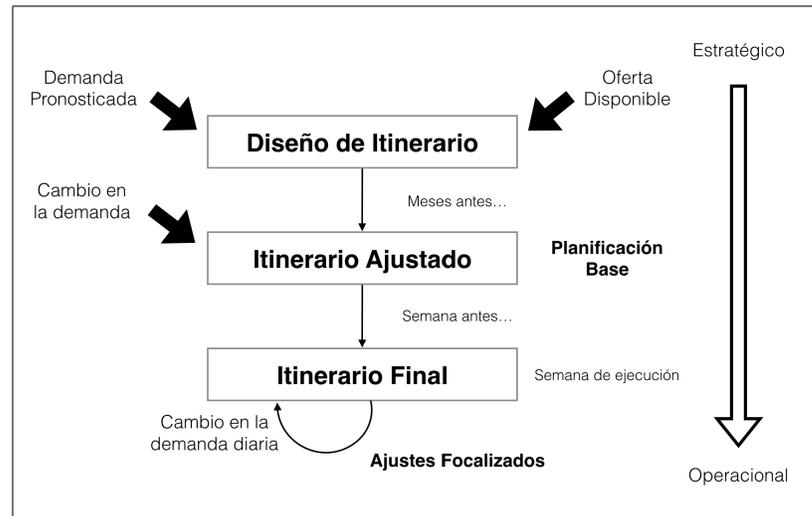


Figura 1.6. Proceso de ajuste de itinerario carguero.  
Fuente: (Mora, 2016)

Las modificaciones al itinerario se deben a que no se conoce con exactitud la demanda que se tendrá por carga en un determinado período, lo que a su vez se origina en la manera en que se vende el espacio de carga. Existen dos formas de comprar espacio. La primera se denomina *allotment*, e implica un contrato entre la aerolínea y un cliente por un monto fijo y capacidad fija en un determinado vuelo. Por otra parte está el *free*, espacio sin reserva que se llena con los pedidos que lleguen a última hora. En general, este espacio de carga es más caro que el *allotment*, siendo labor del departamento de *revenue management* ver cuánto se reserva de cada uno. A excepción de casos muy específicos, el espacio de carga no se paga previo al vuelo de ésta. Sumado al hecho de que no existen cobros por no presentar la carga, constantemente no se presenta la cantidad previamente estimada, no se recibe el dinero esperado y baja la ocupación de los aviones. Este tipo de funcionamiento es estándar en la industria carguera y desfavorece claramente a las aerolíneas. Si bien la relación entre ellas y los clientes se basa en la confianza de manera de estar en buena posición para la negociación de futuros contratos, el hecho de que no exista penalización económica por no presentarse con la carga permite que los clientes no lleguen (o lleguen con más de lo acordado), generando incertidumbre que tiene por consecuencia grandes pérdidas y bajos factores de ocupación de los aviones cargueros. Entenderemos por lo

tanto, a lo largo de este trabajo, que las interrupciones tomadas en cuenta son interrupciones sobre el nivel de demanda percibido por la aerolínea carguera. La razón principal porque estas interrupciones afectan en gran medida a los itinerarios, es que los clientes del mercado de carga son pocos, a diferencia de pasajeros, pero manejan grandes volúmenes de carga. Si un pasajero no llega a su vuelo, no hay problemas para la aerolínea; si un proveedor de carga no llega, puede que se deba volar con gran parte del avión vacío, generando bajos factores de ocupación y pérdidas para la aerolínea.

En base a las razones explicadas las aerolíneas se ven forzadas a realizar ajustes de último minuto al itinerario. Estos se realizan de forma manual basado en la experiencia de los tomadores de decisiones, pudiendo re-rutear aviones, cancelar vuelos o re-rutear carga, entre otros. El objetivo de estas modificaciones es intentar operar de la mejor manera posible, pero esta modificación manual genera soluciones no óptimas de funcionamiento de la aerolínea, por lo que se busca poder mejorar este proceso. Ya que los mayores costos y restricciones vienen dadas por la tripulación y asignaciones de mantenimiento, el ideal es desviarse lo menos posible de la planificación base. Por lo tanto, es de suma importancia considerarla para poder hacer frente a las interrupciones de demanda que se presenten, atacando directamente el problema hacia el objetivo propuesto. Para esto, definiremos la recuperación de itinerarios como la intención de volver al itinerario original comenzando posterior a una interrupción de demanda, al menor costo posible.

También es interesante estudiar explícitamente la posibilidad de hacer transbordos de carga. La carga es especialmente favorable para transbordar, desde el punto de vista del valor del tiempo de espera y transbordo. De esta manera, se otorga mayor flexibilidad a la recuperación del itinerario base al mismo tiempo que permite un mayor número de opciones para acomodar la demanda extra en caso de que se presente esa situación. El problema se planteará con un horizonte de tiempo de tres días, exigiendo que al inicio y al final cada avión se encuentre en el aeropuerto que le corresponde de acuerdo a la planificación base. En base a esto, se busca obtener la solución que, cumpliendo cierto

nivel de servicio, rutee los aviones y la carga al menor costo posible, tomando en cuenta las interrupciones de demanda.

## 1.2. Objetivos

El objetivo general de esta tesis consiste en desarrollar una formulación para la optimización reactiva frente a interrupciones de itinerarios cargueros considerando la posibilidad de transbordos de carga entre aviones en distintos lugares, permitiendo así encontrar mejores soluciones que el proceso manual descrito en el punto anterior. Las interrupciones en este caso vienen dadas por fluctuaciones en el nivel de demanda de carga aérea. Por optimización reactiva entenderemos reaccionar a una interrupción en el sistema intentando volver a la solución original al mínimo costo. Específicamente se plantea:

- (i) Formular el problema de optimización de itinerarios ante interrupciones en la demanda considerando la posibilidad de transbordo de carga.
- (ii) Proponer y estudiar diversas formas de cuantificar las modificaciones en los itinerarios cargueros.
- (iii) Evaluar mediante experimentos con datos reales el rendimiento de las soluciones propuestas.

## 1.3. Estructura

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección siguiente se presenta un marco teórico que aborda la literatura correspondiente al tema en cuestión. Se incluye una revisión de los temas de planificación de itinerarios tanto cargueros como de pasajeros y ruteo de vehículos. Dentro del ruteo, se profundiza en el problema conocido como *pickup and delivery*, sus variantes y extensiones y métodos de resolución. Posteriormente en la sección 3, se presenta la metodología de estudio del problema. Aquí se detalla el modelo desarrollado junto con su validación, las técnicas de resolución y la manera de tratar/interpretar casos especiales y/o supuestos.

En la sección 4 se presenta la metodología de generación de instancias, seguido del análisis de los resultados obtenidos utilizando los modelos para los escenarios creados, presentando los estadísticos principales para poder caracterizar la calidad de la solución obtenida. Finalmente, en la sección 5, se presentan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este trabajo, en conjunto con las limitaciones y futuras líneas de investigación.

## **2. MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se presentará una revisión bibliográfica que permite contextualizar este trabajo dentro de la literatura específica en el tema. Para facilitar la lectura, se separará en dos secciones diferentes. Primero se abordará el diseño de itinerarios, sección en donde se introducirá primero el tema para pasajeros enfocándose finalmente en la carga. Dentro de esa sección se presenta también la literatura en optimización reactiva. En segundo lugar se presentan las principales investigaciones del problema de ruteo de vehículos conocido como *Pickup and Delivery*, en particular los que incluyan en su formulación ventanas de tiempo o transbordos. La razón de esto es la semejanza que tiene con el problema a tratar. Se ajusta a la lógica de una empresa dedicada a transportar carga, donde el objetivo es ir a buscar elementos a ciertos lugares e ir a dejarlos a otros en períodos de tiempo definidos. Por último, se presentan los aportes a la literatura de este trabajo y su diferencia fundamental con trabajos anteriores.

### **2.1. Diseño de Itinerarios**

#### **2.1.1. Pasajeros**

La planificación de itinerarios aéreos es un área de estudio que se ha concentrado principalmente en el transporte de pasajeros, con sus inicios en los años 60. Una primera recopilación de los métodos estudiados la realizan Etschmaier y Mathaisel (1985).

Tal es la complejidad del problema, que suele subdividirse en cuatro etapas: diseñar el itinerario, asignar la flota, rutear los aviones con restricciones de mantenimientos y definir itinerarios para las tripulaciones (Barnhart et al., 2003), etapas que son resueltas secuencialmente para poder llegar a soluciones. Por lo mismo, la tendencia inicial fue a generar itinerarios de manera incremental, es decir, comenzando de un itinerario base e ir haciendo modificaciones. Una de las grandes ventajas que trae este método es la facilidad que genera para incorporar información histórica al considerar como base el itinerario del período de modelación anterior, generando además consistencia entre los itinerarios entre

ambos períodos. Berge (1994), R. Marsten et al. (1996), y Lohatepanont y Barnhart (2004) han creado algoritmos que permiten diseñar itinerarios de esta manera.

A medida aumenta el poder computacional con el paso de los años, la tendencia al tratar de resolver este problema apunta a intentar resolver algunas de sus etapas de manera simultánea, de manera de considerar mejor las interdependencias (Barnhart, 2003).

Cuando se busca resolver problemas que tratan con incertidumbre en alguno de los parámetros que lo definen, existen dos maneras para enfrentarlos: planificar previamente de manera robusta para tratar de minimizar el impacto de posibles interrupciones o realizar optimización reactiva frente a ellas a un nivel operacional. En el primer grupo destacan los siguientes trabajos: Rosenberger et al. (2004), donde analizan el problema de asignación de aviones en torno a *hubs*, Lan et al. (2006) buscaban minimizar la espera de los pasajeros, Gao et al. (2009) y Pita et al. (2013) plantean resolver simultáneamente la asignación de aviones y de tripulaciones, y Froyland y Maher (2013), quienes utilizan programación estocástica para incluir la incertidumbre en el ruteo de aviones.

Esta tesis se centra en el segundo enfoque, buscando medidas a nivel operacional para poder responder a las interrupciones, en particular de demanda. El trabajo pionero en esta área se enfoca en minimizar las demoras de pasajeros frente a fallas técnicas de los aviones, desarrollado por Teodorović y Guberinić (1984). Luego, Yan y Young (1996) desarrollaron un modelo para flota heterogénea basado en una red espacio-tiempo, juntando las etapas de selección de vuelos con asignación de flota y tomando en cuenta interrupciones de demanda variable en el futuro cercano. Rosenberger et al. (2003) desarrollan un modelo que permite re-rutear aviones tomando en cuenta tanto los costos de re-ruteo como de cancelación, finalizando con un modelo que minimiza las interrupciones a pasajeros y tripulación. Finalmente, Bratu y Barnhart (2006) desarrollan un modelo que analiza el compromiso entre costo operacional y demoras de pasajeros, con la posibilidad de decidir si atrasar o cancelar un vuelo, reasignación de aviones a rutas y reservar tripulaciones a ciertos pares origen-destino.

Como se puede apreciar existe un estudio dedicado a lo largo de los años a la recuperación de itinerarios de pasajeros. Sin embargo, no hay trabajos que se enfoquen en la industria carguera, siendo quizás una de las principales razones que las disrupciones son fundamentalmente diferentes, por lo que los modelos no son fácilmente aplicables de una industria a la otra. Las dos grandes diferencias entre los mercados de pasajeros y carga son:

- (i) Mientras en pasajeros las disrupciones se originan principalmente por fallas mecánicas o imprevistos climáticos, en carga la principal fuente de incertidumbre es la demanda a ser transportada que, como se vio en la sección anterior, solo se conoce con precisión horas antes del vuelo.
- (ii) En los estudios de recuperación de itinerarios de pasajeros generalmente se toma en consideración demora de los pasajeros y sus tiempos de espera, indicadores del nivel de servicio de las aerolíneas. Una de las características esenciales del transporte de carga es que no tiene estos problemas siempre y cuando ésta llegue a destino en la hora adecuada. Por lo tanto, puede ser re-ruteada o transbordada por ejemplo, lo que da la facilidad de modificar el ruteo de los aviones de una manera más flexible.

### 2.1.2. Cargueros

Uno de los primeros estudios en carga aérea lo realizan R. E. Marsten y Muller (1980), donde atacan dos problemas estratégicos: el diseño de la red de pares OD a servir y la selección y ruteo de la flota de aviones cargueros. En particular utilizan un *spider graph*, con un nodo como *hub* central, como base de un modelo de programación entera mixta, que les permite evaluar cualquier red construida sobre este tipo de árbol.

Lin y Chen (2003) estudiaron cómo conectar las redes de carga aérea de Taiwán y China. Para ello, diseñaron un modelo basado en *multicommodity flow*, donde se buscaba minimizar los costos totales de transporte. Se considera una red con capacidad, donde cada nodo corresponde a un aeropuerto, y dentro de las decisiones a tomar se incluye qué

aeropuertos utilizar para poder servir la demanda, y en cuáles se puede hacer transferencia. Sin embargo, el análisis se llevó a cabo exclusivamente para espacio en *bellys* de aviones de pasajeros.

Yan et al. (2006), generan un modelo de diseño de itinerarios integrado, que resuelve simultáneamente la selección de aeropuertos, el ruteo de aviones y la determinación de las horas de vuelo, todo en un horizonte de planificación de 7 días. El modelo se formuló como entero-mixto y tiene como objetivo maximizar utilidades sujeto a restricciones operacionales. Se basa en una red espacio-tiempo, donde cada nodo representa una hora para cierto aeropuerto. Se superponen varios niveles de la red, uno para cada avión y uno para cada *commodity* a transportar. Es necesario destacar que al no utilizar una solución inicial base, se diseña un itinerario desde cero. Para resolverlo se utilizaron diversas heurísticas y algoritmos, donde la más interesante es ir variando la cantidad de paradas permitidas para un avión entre su origen y destino. Parten con una heurística más simple que considera transportar todos los pedidos directamente desde su origen a su destino sin paradas intermedias (*non-stop*), hasta una versión con total libertad, que puede considerar todas las paradas que desee entre el origen y destino de la carga (*all-stop*). Probaron diferentes instancias ficticias y reales, con tiempos de resolución con gran varianza dependiendo del tamaño y complejidad de la heurística elegida, siendo esta su principal limitación. La heurística elegida determinará en gran medida la estructura final del ruteo de los aviones. Yan y Chen (2008) extienden el modelo para analizar la coordinación de itinerarios cargueros dentro de una alianza entre aerolíneas.

Éste es la base para uno de los modelos que se presentarán en la sección 3, pero presenta las siguientes diferencias:

- (i) Considera una sola capa de la red, en vez de generar diversas capas una para cada avión y una para cada *commodity*.
- (ii) Para solucionarlo se deja libre la cantidad de paradas que puede hacer un avión desde un principio y se considera explícitamente la posibilidad de transbordar.

- (iii) Cada pedido es un *commodity* con un peso, el que debe ser llevado o no en su totalidad. El modelo descrito trata la carga como flujos continuamente divisibles.
- (iv) Se considera una situación base para comparar la nueva solución, de manera de minimizar los cambios.

Tang et al. (2008) formulan un modelo basado en un *multicommodity flow* entero, combinando capacidad de aviones cargueros y *bellys* de aviones de pasajeros. Para esto utiliza una metodología similar a Yan et al. (2006), separando cada red de carga como una copia de la red espacio-tiempo, y su objetivo es determinar los flujos de aviones y pasajeros al menor costo posible. Fue resuelto con diversas heurísticas, y sus resultados mostraron ser un modelo útil para tomar decisiones en el corto plazo.

Derigs et al. (2009) generan varios aportes a la literatura. En primer lugar, hacen una descripción exhaustiva de las características esenciales del mercado de carga aérea, así como del problema de planificación de la red de carga. En particular, el enfoque que utilizan considera vuelos tanto opcionales como obligatorios. El modelo, también basado en *multicommodity flow*, contempla una formulación que simultáneamente optimiza tanto la selección de vuelos como la rotación de los aviones. Además, identifica rutas de carga óptimas. Este enfoque da origen a mejoras incrementales de itinerarios mediante cambios en la selección de vuelo, combinando la generación de la rotación y la evaluación del itinerario.

Derigs y Friederichs (2013) realizan una revisión de la literatura hasta la fecha, y describen los principales subproblemas de la planificación de carga. Se concentran en el diseño de itinerarios, con el objetivo de refinar y adaptar uno existente en vez de partir desde cero. Lo denominan un enfoque pragmático pues respeta la complejidad combinatorial del problema y representa la realidad de las aerolíneas. Finalmente, proponen un modelo que integra las 4 etapas de planificación, y un esquema de *branch-and-price* para resolverlo.

Feng et al. (2015) presenta un repaso de la literatura en operaciones de carga aérea, comparando estudios teóricos con los problemas prácticos de los agentes del mercado

de carga. En particular, presentan una revisión de los modelos usados para resolverlos. Terminan destacando los principales aprendizajes desde un punto de vista industrial y las brechas entre los estudios actuales y la realidad del mercado.

Mora (2016) presenta el primer trabajo que busca optimizar reactivamente itinerarios cargueros, donde desarrolla un modelo basado en *pickup and delivery* con ventanas de tiempo, que penaliza los cambios en el itinerario de los aviones respecto a la planificación base. Esto lo resuelve con generación de columnas y una estrategia mixta de resolución que contiene heurísticas. Sin embargo, no considera la posibilidad de tener transbordos de carga.

Hasta nuestro conocimiento, no existe literatura que enfrente directamente optimización reactiva considerando transbordos en el corto plazo. Este problema cuenta con características que lo hacen fundamentalmente diferente a los planteados anteriormente:

- (i) Se suele planificar itinerarios para un período de una semana, mientras que en el enfoque reactivo se tiene un horizonte menor (3 días) pero se exigen lugares específicos para los aviones al inicio y fin del horizonte temporal. Se utilizan tres días ya que es un tiempo suficiente para poder apreciar modificaciones al itinerario base, pero no lo suficientemente largo como para tener que considerarlo un itinerario nuevo.
- (ii) Si bien se compara con un itinerario base, el modelo debe resolver simultáneamente las etapas de diseño de itinerario, ruteo de aviones y ruteo de carga.

Por estas razones se presentarán dos modelos innovadores dentro de la literatura de carga aérea para atacar este problema. La principal diferencia entre ambos es que uno está basado en una red espacio-temporal, mientras que el segundo utiliza variables para controlar los tiempos de atención de cada aeropuerto.

## 2.2. *Pickup and Delivery Problem (PDP)*

El problema *Pickup and Delivery* es una variante del problema de ruteo de vehículos (*VRP*), que fue introducido a la literatura por Dantzig y Ramser (1959) en la búsqueda de formular de manera generalizada el problema del vendedor viajero. Desde ese entonces hasta la fecha, se han formulado y estudiado en detalle diversas variantes que consideran diferentes complejidades, como son las ventanas de tiempo, múltiples bodegas y flotas heterogéneas, entre otros, como se puede ver en Toth y Vigo (2014).

El PDP tiene como principal objetivo diseñar rutas para vehículos que tienen un lugar de inicio y otro de destino, que puede o no ser igual al inicial. A lo largo de esa ruta, el vehículo debe recorrer nodos recogiendo y entregando carga, dependiendo si el nodo que visita es un nodo de origen de un pedido (nodo *pickup*) o un nodo destino (nodo *delivery*), sujeto a restricciones de capacidad y demanda. El modelo es fácilmente adaptable a múltiples vehículos con capacidades diferentes.

Dada la cantidad de variantes y aristas del problema, diversos autores han recopilado información de la literatura disponible, tanto en la formulación del problema como en los métodos de resolución, con Parragh et al. (2008) presentando uno de los trabajos más recientes, donde exponen una amplia revisión del conocimiento existente. Dentro de las variantes existentes, una de las más estudiadas y que calza con el problema de esta tesis es el *Pickup and Delivery* con Ventanas de Tiempo (PDPTW por sus siglas en inglés), que exige la atención de cada nodo en cierto momento en el tiempo. Este se puede extender a considerar distintos tipos de vehículos con depósitos iguales o diferentes. Este problema está clasificado como *NP-Hard* (Garey y Johnson, 1979), al ser una generalización del vendedor viajero. La implicancia de esto es que resulta difícil de resolver, y sus tiempos de resolución crecen de manera no-lineal con el tamaño de las instancias.

Ropke et al. (2007) presentan un trabajo donde modelan el problema de PDPTW clásico, de dos maneras diferentes, seguido de diversas mejoras a la formulación, utilizando distintos tipos de desigualdades válidas para el problema. Posteriormente proponen un

algoritmo de *branch-and-cut*, donde utilizan heurísticas para encontrar las desigualdades violadas y así agregarlas al problema. Ropke y Cordeau (2009) extendieron su modelación para considerar una solución mediante *branch-and-cut-and-price*, donde mezclan la formulación anterior con un esquema de generación de columnas, utilizando los subproblemas para encontrar nuevas soluciones y en base a esas ir podando el árbol inicial.

Para encontrar literatura sobre este problema que considere transbordos, es necesario remontarse al trabajo de Mitrovic-Minic y Laporte (2006), quienes hacen una de las primeras contribuciones. Aquí, relajan la restricción de que un pedido pueda ser atendido por solo un vehículo. Para ello, dividen los pedidos en dos, con el punto de transbordo como destino del primer pedido y origen del segundo. Propusieron una heurística de separación de pedidos y elección de puntos de transbordos para resolver el problema, obteniendo como resultados que la distancia total de viaje de los vehículos disminuye - si se compara con la situación sin transbordos -, especialmente con los orígenes y destinos de los pedidos distribuidos uniformemente en el plano.

Cortés et al. (2010) busca formular y resolver a optimalidad el PDP con transbordos, de manera de poder comparar directamente su solución óptima al problema sin transferencias. Para modelar los transbordos, generaron nodos extras separando cada uno de ellos en dos para simular la entrada y salida a una estación de transbordo. Para poder capturar correctamente los transbordos, se hace necesario hacer un seguimiento de cada pedido, ya que no es parte de una misma ruta, permitiendo además coordinar los aviones que realizan el transbordo. Proponen además utilizar ventanas de tiempo en el problema, permitiendo que sean violadas con penalización. Para resolverlo utilizan *branch-and-cut*, pero son capaces de resolver el problema únicamente para instancias pequeñas con una estación de transbordos. Qu y Bard (2012) formulan un modelo con el objetivo por investigar si es o no atractivo el transbordo de carga desde un punto de vista económico para una aerolínea carguera. Buscaban determinar en una red particular los posibles puntos de transbordos de carga, y las características que los hacen ser atractivos para ello. Al igual que Cortés

et al. (2010), definen estaciones de transbordos y para encontrar soluciones proponen una heurística GRASP.

Rais et al. (2014) presentan el trabajo más reciente, donde formulan el problema tomando como base la noción del *multicommodity flow*, para poder representar la separación de las rutas de los aviones con las rutas de los pedidos. También se definen previamente los puntos de transbordo, pero a diferencia de los modelos anteriores son parte de los mismos nodos de la red. En este estudio se presentan además diversas extensiones a la modelación del problema, como considerar los pedidos divisibles, limitar la cantidad de pedidos simultáneamente atendidos por un vehículo, entre otros. Lograron resolver instancias pequeñas de hasta 14 nodos (incluyendo nodos de origen, destino y transbordos), no siempre llegando a una solución óptima. Esta investigación es la base para uno de los modelos desarrollados en esta investigación, aunque con sustanciales diferencias. En particular en la manera de tratar la capacidad de carga, cómo modelar las ventanas de tiempo, y la inclusión de la recuperación del itinerario utilizando una solución inicial para comparar.

### **2.3. Aporte a la literatura**

En esta tesis se formulan dos modelos diferentes. Ambos son problemas planteados como *Pickup and Delivery* con Ventanas de Tiempo y Transbordos, sin embargo tienen una fundamental diferencia. Uno está planteado como una red espacio-tiempo, lo que genera una red de mayor tamaño pero una menor cantidad de variables para manejar los tiempos y transbordos, mientras que el segundo no posee la expansión espacio tiempo, generando una red pequeña pero con gran cantidad de variables para manejar los transbordos y comparaciones al itinerario original. Esta tesis nace como extensión al trabajo presentado por Mora (2016), siendo las principales diferencias de esta tesis las siguientes:

- (i) Se generan dos modelos para reaccionar a interrupciones de demanda considerando transbordos de carga. Se ofrece un enfoque diferente en el modelo de PDPTWT,

y se incluyen elementos no estudiados anteriormente en el área, como son los transbordos.

- (ii) El modelo considera resolver conjuntamente las etapas de diseño de itinerario, ruteo de aviones y ruteo de carga, intentando minimizar los costos de operación.
- (iii) La manera de tratar la carga es diferente. Se asume que los pedidos deben ser transportados íntegramente y no son divisibles.
- (iv) Se exigirá cierto nivel de servicio medido mediante diferentes métricas.
- (v) Se proponen diversas maneras de medir los costos que implican realizar cambios en la planificación base, para poder compararlos entre sí y evaluar sus desempeños.

### **3. METODOLOGÍA Y MODELACIÓN**

En este capítulo se presenta el planteamiento matemático para resolver el problema presentado en la sección anterior. La pregunta a responder planteada en el primer capítulo era cómo volver al itinerario original en un horizonte de tiempo fijo, al menor costo posible dadas interrupciones de demanda. Esto se enfrenta desde dos aristas distintas. La primera se preocupa de la primera parte de la pregunta, cómo volver al itinerario original. Para ello se modelará un horizonte de tres días, en donde se exige a los aviones terminar donde lo harían en su planificación base. Para hacer esto al menor costo posible, la segunda parte de la pregunta, busca minimizar los cambios en las planificaciones existentes, porque al tomar decisiones a nivel operacional los recursos a utilizar ya se encuentran comprometidos, por lo que interesa poder aprovecharlos de la mejor manera posible. Dentro de estos recursos las tripulaciones son uno de los más importantes.

En primer lugar, se definen los conceptos de planificación base y recuperación de itinerarios, discutiendo diferentes maneras de comparar la planificación original a la nueva solución, seguido de los supuestos de modelación y finalmente se presentan las distintas formulaciones del problema.

#### **3.1. Planificación base y recuperación de itinerarios**

El problema a tratar nace frente a interrupciones de demanda que afectan la planificación base. Estas interrupciones se originan al no recibir la misma cantidad de carga a transportar por par origen-destino que la originalmente presupuestada. Dado el esquema de cobro explicado en la sección 1, es difícil pronosticar con exactitud la cantidad a transportar, pudiendo llegar más o menos carga que la originalmente planificada. Por lo mismo, es importante tener bien definido qué se considera por demanda, sus características y la manera de compararla con la nueva solución.

Dado que el objetivo principal es minimizar los costos de operación frente a la interrupción de demanda, el foco principal de la modelación será el movimiento de los aviones -y

por ende de los pedidos- entre aeropuertos. Son los pedidos los que generan las interrupciones, ya que puede cambiar la cantidad de carga que trae, puede no llegar el pedido o incluso puede aparecer uno nuevo. Se considerará como planificación base las rutas planificadas para cada uno de los aviones en un período determinado de tiempo. Esta es la que se genera pocas semanas antes de que se realice el vuelo. Cada ruta consiste en una serie de vuelos entre aeropuertos con horas de salida en cada caso. Esto permitirá comparar una solución con la planificación base frente a interrupciones de demanda.

### 3.1.1. Recuperación de Itinerarios

Para enfrentar un problema de recuperación, tal como se planteó en un principio, la idea es desviarse lo menos posible de la solución original. Para ello, se busca volver a la planificación base en tres días, intentando minimizar los cambios respecto a ella. La pregunta que aparece frente a este planeamiento es cómo comparar ambas planificaciones, ya que en base a eso se penalizarán los cambios que aparezcan. Existen diferentes maneras de comparar los ruteos de los aviones, cada una con sus pros y contras. Dentro del análisis del problema, se proponen las siguientes opciones:

- (i) Comparar la utilización diaria de cada avión: esta opción apunta a respetar la cantidad de tripulaciones necesarias para realizar los vuelos. De esta manera, se sabe cuándo un avión necesita más tripulaciones de las originalmente presupuestadas en cada uno de los tres días de modelación. Esta manera de comparar los itinerarios la denominaremos *CI*.
- (ii) Comparar número de segmentos de vuelo por par origen-destino: a diferencia de la anterior, se compara el número de vuelos por par OD, sin diferenciar qué avión lo realiza. Nuevamente se busca respetar el consumo de recursos, pero en este caso a un nivel agregado. Los problemas que presenta son el suponer que los aviones son intercambiables, generando la posibilidad de que los itinerarios individuales difieran de los originales. Además, el orden de vuelos o aeropuertos que visita

cada avión pueden cambiar, respetando siempre las libertades aéreas de cada uno. Esta manera de comparar los itinerarios la denominaremos *C2*.

- (iii) Comparar número de segmentos de vuelo de cada avión por par origen-destino: esta opción implica comparar la cantidad de tramos de vuelos que realiza cada avión por par de aeropuertos en el plazo de tiempo determinado. Si bien las restricciones exigen que cada avión parta y termine en un aeropuerto específico, esta restricción no necesariamente hace que se respete el orden original de los vuelos, aunque se efectúen la misma cantidad. Si bien este enfoque puede generar una solución muy distinta a la original, tiene la ventaja de que busca respetar los recursos a utilizar comparando con la planificación base. Esta manera de comparar los itinerarios la denominaremos *C3*.

Cada una de las formas de comparar tiene manera diferente de penalizar. *C1* penaliza por cada tripulación extra que se necesite durante el horizonte de planificación. Por otra parte *C2* y *C3* penalizan cuando se generan vuelos extras que no estaban en la planificación original, no así cuando la cantidad de vuelos es menor.

El trabajo de Mora (2016) penalizaba cada vez que un arco de vuelo de la red era utilizado en la planificación original y no en la nueva solución, lo que no genera la mejor comparación dada la manera en que construye la red. Mora (2016) define una atención a un aeropuerto en grandes ventanas de tiempo, AM o PM en cada día. Si un avión atiende esa ventana atiende por ende todos los nodos cuyas ventanas de atención están dentro de ella. Esto genera simetrías puesto que el vuelo entre dos aeropuertos puede darse desde cualquiera de los nodos que son parte de la ventana del primero a cualquiera de los que son parte de la ventana del segundo. En la figura 3.1 se puede ver cómo se realiza esa construcción de red, y cómo existen muchos arcos iguales entre aeropuertos. Por ejemplo, para volar de  $A1$  a  $A2$  sirven los arcos  $(1^+, 3^+)$  y  $(2^+, 5^-)$  indistintamente (estos arcos por simplicidad no se dibujan, los arcos de vuelo están representados por los arcos grises entre aeropuertos).

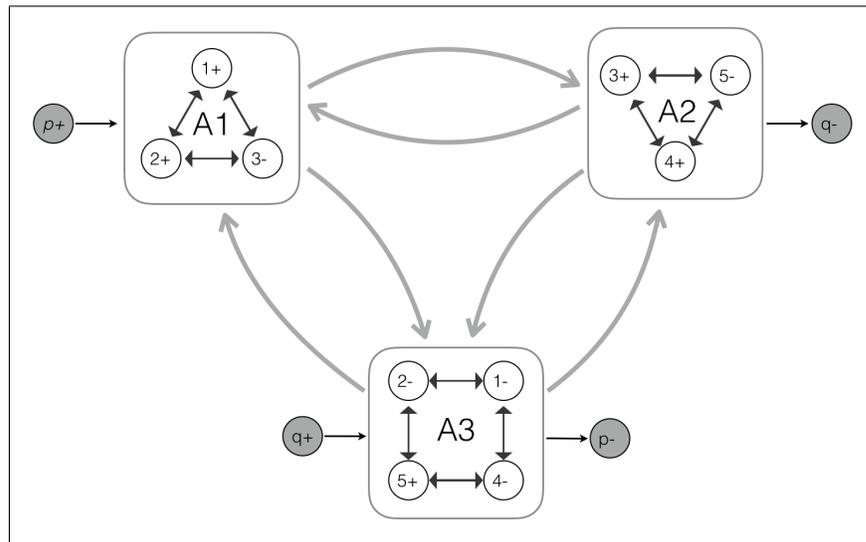


Figura 3.1. Representación de la red en base a Mora (2016)

Este problema se enfrenta en la formulación presentada en el Anexo 1.

### 3.2. Supuestos de modelación

A continuación se detallan todos los supuestos realizados para modelar el problema.

- (i) Se conocen los tiempos de viajes entre cada par de aeropuertos, que son fijos y determinísticos.
- (ii) Los pedidos son indivisibles: esto es un supuesto fuerte dado que cada pedido representa un consolidado de pedidos individuales en el viaje de un aeropuerto a otro.
- (iii) La capacidad de los aviones restringe a los pedidos solamente en peso, no en volumen. Si bien la capacidad no depende solo del peso sino también del volumen y forma de la carga, en la industria se utilizan conversiones de volumen a toneladas equivalentes. (Leung et al., 2009)
- (iv) Los tiempos de carga/descarga son fijos y determinísticos. Aunque existen imprevistos, en general son constantes, por lo que se consideran como conocidos.

- (v) Se considera explícitamente la posibilidad de transbordos de carga.
- (vi) Se considera que una tripulación atiende exclusivamente a un avión, o que no se comparten recursos entre aviones.
- (vii) La capacidad de un aeropuerto no es una restricción activa del problema, tanto en bodega como en *slots* para aviones.

### **3.3. Formulación matemática**

Como fue mencionado en el capítulo 2, se modeló el problema de dos maneras diferentes. Sin embargo, el modelo no expandido en una red espacio-temporal no fue posible resolverlo en tiempos razonables para el problema en cuestión. Por lo mismo, y sin perjuicio para la comprensión total de este trabajo, se presenta su desarrollo y explicación en el Anexo 1.

#### **3.3.1. Red expandida espacio-tiempo**

Dado que el horizonte a modelar es corto y definido, es natural pensar en modelar la red de manera expandida, lo que genera importantes ahorros en variables y restricciones. En este caso, los aeropuertos se representaron mediante una serie de nodos, cada uno representando un período de tiempo - 1 hora - dentro del lapso a modelar. Esto tiene la gran ventaja de que se genera una red acíclica por construcción, eliminando una gran cantidad de restricciones de eliminación de *subtours* y precedencia. Por otro lado, gracias al hecho de que cada nodo representa un período de tiempo específico se pueden ahorrar todas las variables relacionadas a tiempos de entrada y salida y las restricciones correspondientes.

Quizás lo más importante es que permite separar el flujo de pedidos del flujo de aviones por la red, posibilitando la modelación de transbordos en cualquier nodo de la red sin complejidad adicional. Así, se diferencia de la formulación presentada en el Anexo 1, donde es necesario incluir:

- (i) Variables extras que indiquen transbordos y coordinar los aviones en caso de que estos ocurriesen.
- (ii) Variables que indiquen qué avión lleva qué pedido en cada arco, para poder identificar la presencia de transbordos.

Con la red expandida, se pueden modelar los transbordos simplemente agregando dos restricciones con las variables ya existentes, como se presentará más adelante, siendo la única relación entre los flujos de pedidos y aviones las capacidades de cada arco.

A continuación, se presentan la tabla 3.1 y figura 3.2. La tabla muestra un escenario de ejemplo, que cuenta con 5 pedidos. En el ejemplo se modelaran 5 horas y se muestran 2 aviones. La figura muestra gráficamente cómo se ve la red que representa este escenario.

Tabla 3.1. Escenario de ejemplo

| Pedido | Origen | Destino | Nodo Origen    | Nodo Destino   | Hora <i>Pickup</i> | Hora Entrega |
|--------|--------|---------|----------------|----------------|--------------------|--------------|
| 1      | A1     | A3      | 1 <sup>+</sup> | 1 <sup>-</sup> | 1                  | 3            |
| 2      | A1     | A3      | 2 <sup>+</sup> | 2 <sup>-</sup> | 2                  | 3            |
| 3      | A2     | A1      | 3 <sup>+</sup> | 3 <sup>-</sup> | 2                  | 4            |
| 4      | A2     | A3      | 4 <sup>+</sup> | 4 <sup>-</sup> | 3                  | 5            |
| 5      | A3     | A2      | 5 <sup>+</sup> | 5 <sup>-</sup> | 1                  | 5            |

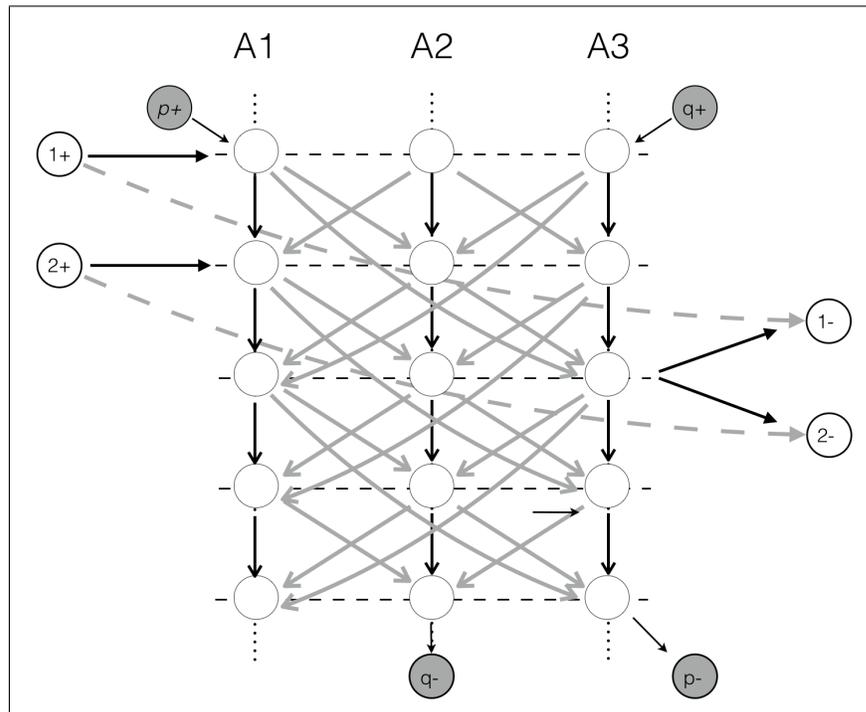


Figura 3.2. Grafo del modelo con la red espacio-tiempo expandida.

De la figura 3.2 se puede ver como cada aeropuerto está modelado por 5 nodos, cada uno de ellos representando una hora. Los arcos terrestres son negros y los arcos de vuelo son grises. Solamente se muestran los nodos de ingreso y egreso de los pedidos 1 y 2, para evitar confusión en la imagen. Se puede ver que esos nodos solamente entregan (o reciben) carga en los horarios que los determinan. Los arcos grises punteados que van directamente entre origen y destino del pedido representan la posibilidad de no atenderlo.

Para este modelo se utilizarán las tres formas de comparación definidas en el capítulo 3.1.1, para poder determinar correctamente las penalizaciones al recuperar los itinerarios. Estas son:

- (i) Horas de vuelo diarias por avión.
- (ii) Cantidad de vuelos totales por par OD (Es importante mencionar que el tramo  $A - B$  es distinto al tramo  $B - A$ )
- (iii) Cantidad de vuelos por par OD por avión.

A continuación, se ilustrará como funcionan las penalizaciones en cada caso. En la figura 3.3 se aprecia un escenario de ejemplo con las rutas de dos aviones. Los tiempos de viaje son iguales a las distancias horizontales entre cada aeropuerto. Por ejemplo, entre A1 y A2 el tiempo es 1 hora y entre A1 y A4 son 3 horas. Por otra parte, la máxima cantidad de horas que puede volar una tripulación serán 5 horas para este ejemplo.

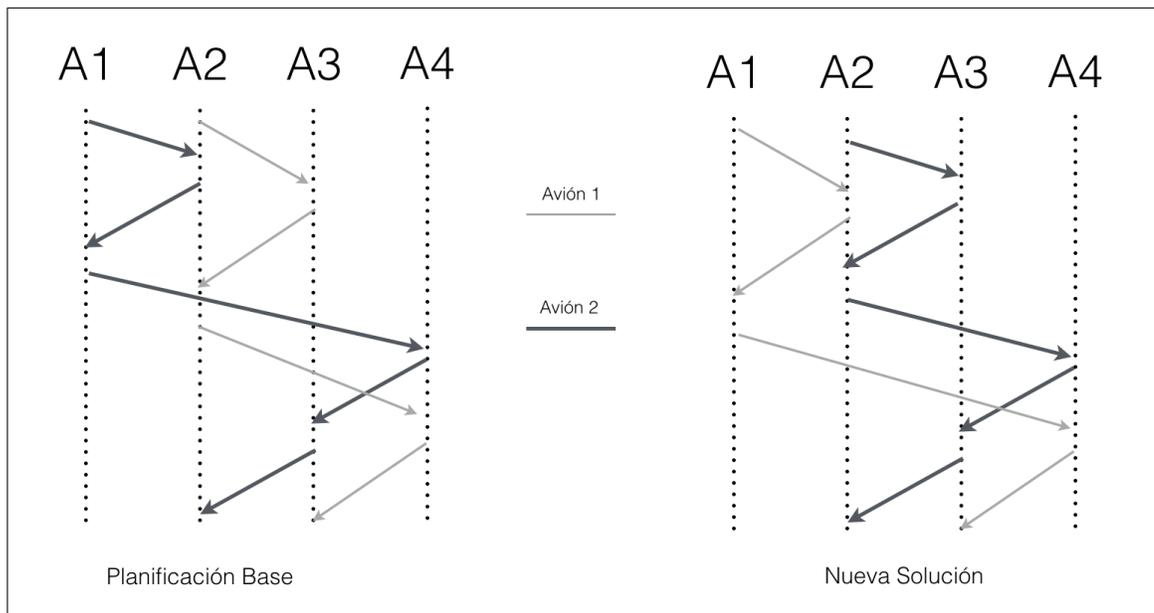


Figura 3.3. Comparación de itinerarios para modelación con red expandida espacio tiempo.

En la figura se aprecia como cambió el ruteo de cada avión. Ciertos tramos se intercambian y otros se mantienen. En la tabla 3.2 se muestran los datos de cada ruteo para poder compararlos.

Tabla 3.2. Resultados ejemplo de tipos de comparación.

| Par OD                       | Cantidad de Vuelos |     |     |     |     |                |     |     |     |     |     |     |
|------------------------------|--------------------|-----|-----|-----|-----|----------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|                              | 1-2                | 1-3 | 1-4 | 2-1 | 2-3 | 2-4            | 3-1 | 3-2 | 3-4 | 4-1 | 4-2 | 4-3 |
| Avión 1 - Planificación Base | 0                  | 0   | 0   | 0   | 1   | 1              | 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| Avión 1 - Nueva Solución     | 1                  | 0   | 1   | 1   | 0   | 0              | 0   | 0   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| Avión 2 - Planificación Base | 1                  | 0   | 1   | 1   | 0   | 0              | 0   | 1   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| Avión 2 - Nueva Solución     | 0                  | 0   | 0   | 0   | 1   | 1              | 0   | 2   | 0   | 0   | 0   | 1   |
| Total - Planificación Base   | 1                  | 0   | 1   | 1   | 1   | 1              | 0   | 2   | 0   | 0   | 0   | 2   |
| Total - Nueva Solución       | 1                  | 0   | 1   | 1   | 1   | 1              | 0   | 2   | 0   | 0   | 0   | 2   |
| Horas de Vuelos              |                    |     |     |     |     |                |     |     |     |     |     |     |
| Avión                        | Planificación Base |     |     |     |     | Nueva Solución |     |     |     |     |     |     |
| 1                            | 5 horas            |     |     |     |     | 7 horas        |     |     |     |     |     |     |
| 2                            | 7 horas            |     |     |     |     | 6 horas        |     |     |     |     |     |     |

En la tabla se puede apreciar las diferencias entre los ruteos en cada solución. Las penalizaciones según manera de comparación en este caso serían las siguientes:

- (i) C1: El avión 1 pasa de volar 5 horas a 7, por lo tanto requiere una segunda tripulación, mientras que el avión 2 vuela menos cantidad de horas, lo que no se penaliza. En particular en este caso sigue necesitando 2 tripulaciones, puesto que se pasa de las 5 horas de vuelo.
- (ii) C2: Para este tipo de comparación, se puede ver que no hay penalizaciones. La cantidad de vuelos por par origen-destino se mantiene constante en cada una de las soluciones.
- (iii) C3: Aquí es donde se presentan más diferencias. El avión 1 presenta vuelos en tres pares OD que antes no servía (1-2,1-4 y 2-1), mientras que el avión 2 lo hace en 2 pares que no servía (2-3 y 2-4) y en el par 3-2 presenta un vuelo más que antes.

Por lo tanto, para  $C1$  se penalizaría una sola vez, para  $C2$  ninguna vez y para  $C3$  6 veces. El valor de la penalización va a depender de los datos y el escenario particular en donde se evalúe el modelo.

### 3.3.1.1. Modelo

Primero se presenta el modelo general, seguido de las modificaciones que se le debe hacer para llegar a cada una de las maneras de comparar recién planteadas.

#### Conjuntos

$TSN$  : conjunto de nodos de la red espacio-tiempo

$IN$  : conjunto de nodos de demanda de pedidos

$N$  :  $TSN \cup IN$

$V$  : conjunto de arcos de vuelo

$A^T$  : conjunto de arcos terrestres

$A^D$  : conjunto de arcos de oferta o demanda

$\hat{D}$  : conjunto de días

$C$  : conjunto de arcos que representan la no atención de un pedido

$A$  : conjunto de arcos totales :  $V \cup A^T \cup D \cup C$

$A^L$  : arcos que puede recorrer un avión : arcos de vuelo + arcos terrestres :  $V \cup A^T$

$K$  : conjunto de aviones

$R$  : conjunto pedidos

$L$  : conjunto de aeropuertos

$\delta^+(i)$  : conjunto de arcos que entran al nodo  $i \in N$

$\delta^-(i)$  : conjunto de arcos que salen del nodo  $i \in N$

### Parámetros

$w_r$ : peso del pedido  $r \in R$ .

$Q_k$ : capacidad del avión  $k \in K$ .

$\beta_i$ : aeropuerto al que pertenece el nodo  $i \in TSN$ .

$\alpha_{ij}^k$ :  $\begin{cases} 1 & \text{si avión } k \in K \text{ puede volar el tramo } ij \in V. \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$

$t_{ij}$ : tiempo de vuelo del tramo  $ij \in V$ .

$\zeta_{ij}^d$ : porcentaje de tiempo del arco  $ij \in V$  que se realiza en el día  $d \in \hat{D}$ .

$h$ : máxima duración del turno de una tripulación.

$\hat{T}_d^k$ : parámetro de comparación de tiempos de vuelo del avión  $k \in K$  el día  $d \in \hat{D}$ .  $\hat{T}_d^k = h * \lceil \frac{t}{h} \rceil$ .

$\lambda$ : nivel de servicio requerido.

$CV_{ij}$ : costo variable del arco  $ij \in A$ .

$CF_{ij}^k$ : costo fijo del avión  $k \in K$  por volar el tramo  $ij \in V$ .

### Variables

$x_{ij}^k$ :  $\begin{cases} 1 & \text{si el tramo } ij \in A^L \text{ pertenece al itinerario del avión } k \in K \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$

$q_{ij}^r$ :  $\begin{cases} 1 & \text{si el tramo } ij \in A \text{ pertenece al itinerario del pedido } r \in R \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$

$\gamma_d^k$ :  $\begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ supera las } h \text{ horas de vuelo en el día } d \in \hat{D} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$

$T_d^k$ : tiempo volado por el avión  $k \in K$  el día  $d \in \hat{D}$

### Función Objetivo

$$\text{mín } z = \sum_{k \in K} \sum_{ij \in A^L} CF_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{r \in R} \sum_{ij \in A^L} CV_{ij}^r q_{ij}^r w_r + \varrho_a(\vec{x}, \vec{\gamma}) \quad (3.1)$$

Donde  $\varrho_a(\vec{x}, \vec{\gamma})$  es una función de penalidad para la comparación tipo  $a$ . Se utiliza una sola manera de comparar al optimizar.

### Restricciones

$$\sum_{r \in R} q_{ij}^r w_r \leq \sum_{k \in K} x_{ij}^k Q_k, \quad \forall ij \in A^L \quad (3.2)$$

$$\sum_{\delta^+(m)} x_{im}^k - \sum_{\delta^-(m)} x_{mi}^k = \begin{cases} -1, & \text{si } m = k^+ \\ 1, & \text{si } m = k^- \\ 0, & \text{eoc.} \end{cases} \quad \forall m \in TSN, k \in K \quad (3.3)$$

$$\sum_{\delta^+(m)} q_{i,m}^r - \sum_{\delta^-(m)} q_{m,i}^r = \begin{cases} -1, & \text{si } m = r^+ \\ 1, & \text{si } m = r^- \\ 0, & \text{eoc.} \end{cases}, \quad \forall m \in N, r \in R \quad (3.4)$$

$$\sum_{\delta^-(i)} q_{ij}^r \leq 1 - \sum_{\delta^+(i)} q_{ji}^r, \quad \forall i \in TSN, r \in R \quad (3.5)$$

$$\sum_{\delta^-(i)} x_{ij}^k \leq 1 - \sum_{\delta^+(i)} x_{ji}^k, \quad \forall i \in TSN, k \in K \quad (3.6)$$

$$x_{ij}^k \leq \alpha_{ij}^k, \quad \forall (i, j) \in A^L, k \in K \quad (3.7)$$

$$T_d^k = \sum_{ij \in V} x_{ij}^k t_{ij} \zeta_{ij}^d, \quad \forall d \in \hat{D}, k \in K \quad (3.8)$$

$$T_d^k - \hat{T}_d^k \leq M\gamma_d^k, \quad \forall d \in \hat{D}, k \in K \quad (3.9)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{(i,j) \in C} q_{ij}^r \leq (1 - \lambda)|R| \quad (3.10)$$

$$\sum_{r \in R} \sum_{(i,j) \in C} w_r q_{ij}^{r \in R} \leq (1 - \lambda) \sum_{r \in R} w_r \quad (3.11)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall (ij) \in A^L, k \in K. \quad (3.12)$$

$$q_{ij}^r \in \{0, 1\}, \forall (ij) \in A^L, r \in R. \quad (3.13)$$

$$T_d^k \in [0, 24], \forall d \in \hat{D}, k \in K \quad (3.14)$$

$$\gamma_d^k \in \{0, 1\}, \forall d \in \hat{D}, k \in K. \quad (3.15)$$

La función objetivo del problema (3.1) equivale a la minimización de costos totales, que incluyen los costos fijos y variables de la operación de los aviones, y los costos incurridos por penalidades. Cabe mencionar que el costo de no llevar un pedido está incluido en los costos variables. La restricción (3.2) se hace cargo de la capacidad de los arcos, mientras que (3.3) y (3.4) representan restricciones de flujo tanto para aviones como para pedidos respectivamente.

Las restricciones (3.5) y (3.6) modelan el tiempo en tierra a la vez que coordinan los transbordos, puesto que obligan a un pedido (3.5) y avión (3.6) pasar al menos un período completo en tierra al llegar a un aeropuerto. De esta manera, si un avión entra a un aeropuerto en un período determinado, no puede irse hasta el siguiente. Es necesario asegurar la misma condición para los pedidos, porque de no hacerlo podría ocurrir un transbordo instantáneo. Esto implica un supuesto: que el período de atención de un pedido es de una hora, o que en una hora se alcanzan a hacer las conexiones.

La restricción (3.7) representa las libertades aéreas, mientras que las (3.8) y (3.9) arman los tiempos de viaje y activan las variables  $\gamma$  respectivamente. El valor de  $\hat{T}_d^k$  se determina tal cómo está definido en la sección de los parámetros del modelo. Al mismo tiempo, y común para todos los tipos de comparación de itinerarios, se utiliza  $M = 16 - \hat{T}_d^k$ , de manera que no exceda nunca las 16 horas de vuelo diarias. Esto se hace para darle realidad a la solución dado que no es real que un avión opere más de 16 horas de vuelo en un mismo día.

Finalmente, las ecuaciones (3.10) y (3.11) representan la satisfacción del nivel de servicio. No se utilizan ambas juntas. La primera implica medir el indicador a través de

cuántos pedidos completos fueron atendidos, metodología que se denomina *InStock*, mientras que la segunda implica medir el indicador a través de cuántos kilos fueron atendidos, que se denomina *Fill Rate*. Restricciones (3.12) a (3.15) son naturaleza de las variables del problema.

Para cada opción de comparación mencionadas en la sección 3.1.1 - *C1*, *C2* y *C3* - es necesario hacer pequeños ajustes al modelo base. Estos se realizan de la siguiente forma. Para *C1* se hace la modificación más sencilla. Solo es necesario definir la penalidad de la siguiente manera:

$$\varrho_{C1}(\vec{x}, \vec{\gamma}) = \sum_{d \in \hat{D}} \sum_{k \in K} \epsilon * \gamma_d^k \quad (3.16)$$

donde  $\epsilon$  es el costo de la penalidad por agregar una tripulación extra.

En el segundo caso, para *C2*, es necesario agregar además de la penalidad, un conjunto de variables, un parámetro y una restricción. Es necesario agregar el parámetro  $\hat{\pi}_{pq}$ , que representa la cantidad de vuelos realizados en total entre los aeropuertos  $p$  y  $q$ . Se agrega la variable  $\phi_{pq}$  que indica el número de vuelos extras que se hacen en la nueva planificación entre esos aeropuertos. Finalmente la penalidad viene dada por:

$$\varrho_{C2}(\vec{x}, \vec{\gamma}) = \sum_{p \in L} \sum_{q \in L} \epsilon * \phi_{pq} \quad (3.17)$$

Y la restricciones son:

$$\phi_{pq} \geq \sum_{k \in K} \sum_{ij \in A_{pq}} x_{ij}^k - \hat{\pi}_{pq}, \quad \forall p, q \in L, p \neq q \quad (3.18)$$

$$\phi_{pq} \geq 0, \quad \forall p, q \in L, p \neq q \quad (3.19)$$

donde  $A_{pq}$  es el conjunto de arcos de vuelos entre  $p$  y  $q$  en ese sentido.

El tercer caso es análogo al segundo, especificando los parámetros y variables con el subíndice de los aviones,  $k$ , teniendo así  $\hat{\pi}_{pq}^k$ ,  $\phi_{pq}^k$  y la penalidad y restricción de la forma:

$$\varrho_{C3}(\vec{x}, \vec{\gamma}) = \sum_{k \in K} \sum_{p \in L} \sum_{q \in L} \epsilon * \phi_{pq}^k \quad (3.20)$$

$$\phi_{pq}^k \geq \sum_{ij \in A_{pq}} x_{ij}^k - \hat{\pi}_{pq}^k, \quad \forall p, q \in L, p \neq q, k \in K \quad (3.21)$$

$$\phi_{pq}^k \geq 0, \quad \forall p, q \in L, p \neq q, k \in K \quad (3.22)$$

Aquí, desde la ecuación (3.17) a (3.22) muestran, como se menciona en el capítulo 3.1.1, que se penaliza solamente cuando hay vuelos extras y no en el caso de que se ejecuten menos.

## **4. RESULTADOS**

### **4.1. Descripción de los datos**

Para poder construir los escenarios sobre los que se probarán los modelos planteados en la sección anterior, se utilizó información real obtenida de la empresa LanCargo. La información provista, consta de los siguientes datos:

- (i) Tarifas por par origen-destino.
- (ii) Costos fijos de operación de un avión por hora de vuelo para cada tipo de avión.
- (iii) La planificación de una semana de operación real.
- (iv) Características de la flota carguera: capacidades, costos y libertades de vuelo de los aviones.

En particular, se cuenta con la planificación base para una semana completa de operación del año 2015, en donde se indica para cada avión de la flota cuales son sus rutas diarios y la carga estimada que se debe llevar en cada uno de ellos. En base a esto, como se explica en la sección siguiente, se construye la planificación inicial que será la base para comparar el nuevo itinerario. Ésta detalla la hora de salida y llegada de cada uno de los vuelos, pero no especifica si la carga que lleva un avión a un aeropuerto debe terminar ahí o debe volar otro tramo más hacia un tercer aeropuerto. Dado que los datos entregados por la empresa son confidenciales, al presentar los resultados se omitirá el nombre de los aeropuertos servidos por cada avión, al igual que la información sobre tarifas.

Los parámetros que son comunes a todos los escenarios descritos más adelante y se pueden informar dado que son fácilmente calculables en base a información disponible se presentan en la tabla 4.1. Los tiempos de viaje ente aeropuertos se presentan en el Anexo 2.

Tabla 4.1. Parámetros de costos y capacidad de aviones.

|                 |                               |
|-----------------|-------------------------------|
| Capacidad B767  | 70.000 kg                     |
| Capacidad B777  | 100.000 kg                    |
| Costo Fijo B767 | 6.000 USD/ <i>block hour</i>  |
| Costo Fijo B777 | 10.000 USD/ <i>block hour</i> |

Por último, el otro dato utilizado es el valor asignado a la penalización. Dado que no se tiene una referencia de cuál es el costo extra que tiene para una aerolínea operar un vuelo extra (además del costo de operación), se decidió asignar el valor de la penalización igual que el valor de una tripulación extra. De esa manera se puede, además, comparar cuantitativamente el valor de las penalizaciones de la misma manera entre todos los tipos de comparación, puesto que el valor de  $\epsilon$  será el mismo en (3.16), (3.17) y (3.20), y será  $\epsilon = 13.000$  USD, que equivale al costo de un turno de una tripulación (Administration, 1991).

#### 4.2. Construcción de la planificación base

En base a los datos descritos, se construyó en primera instancia la planificación base. Ésta tiene las siguientes características:

- (i) Cantidad de aviones.
- (ii) Ruteo de cada avión, que consta de una secuencia de vuelos con horas de llegada y salida a cada aeropuerto.
- (iii) Cantidad de pedidos, cada uno con su origen y destino, su peso y su ventana de tiempo.

Para poder construir la planificación base, se comienza seleccionando una cantidad de aviones a estudiar, debido a que los datos obtenidos vienen estructurados por avión. Por lo tanto, se obtiene trivialmente cuántos aviones se analizarán y sus ruteos iniciales. Cada

avión sirve a una cantidad determinada de aeropuertos, por lo tanto al decidir la cantidad de aviones se determina también el tamaño de la instancia, pues la cantidad de aeropuertos definirán el tamaño de la red.

El punto (iii) es el más complejo de determinar. Los datos solamente entregan cuánto peso va en cada vuelo, y se presenta por un ruteo específico. En base a ello, se determinó contabilizar toda la carga que viaja en un par origen-destino en un avión determinado como un mismo pedido, con su origen y destino siendo los mismo que los del avión. Un ejemplo se muestra en la tabla 4.2, donde se muestra cómo se construyen los pedidos, en un ruteo entre los aeropuertos  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

Tabla 4.2. Ejemplo de construcción de pedidos para la planificación base.

| Ruteo       | Origen | Destino | Peso (kg) | Hora Salida (hh:mm) | Hora Llegada (hh:mm) |
|-------------|--------|---------|-----------|---------------------|----------------------|
| $A - B - C$ | $A$    | $B$     | 40.000    | 6:40 am             | 9:35 am              |
| $A - B - C$ | $B$    | $C$     | 2.500     | 10:40 am            | 12:38 pm             |
| $A - B - C$ | $A$    | $C$     | 2.500     | 6:40 am             | 12:38 pm             |

Se puede apreciar como el ruteo para el avión es  $A - B - C$ , sin embargo, a pesar de ser solamente dos vuelos, representa 3 pedidos, el  $A - B$ , el  $B - C$  y el  $A - C$ . Como el peso del vuelo  $B - C$  es igual al peso de la carga que va desde  $A$  a  $C$ , se puede concluir que solamente son dos pedidos, puesto que no hay carga que suba en  $B$  para ir a  $C$ . El resultado se puede ver en la tabla 4.3.

Tabla 4.3. Pedidos obtenidos del ruteo de la tabla 4.2

| Pedido | Origen | Destino | Peso (kg) |
|--------|--------|---------|-----------|
| 1      | $A$    | $B$     | 37.500    |
| 2      | $A$    | $C$     | 2.500     |

Para determinar las ventanas de tiempo de atención, se determinó que se darían 3 horas antes y después de la hora de despegue y aterrizaje, asumiendo que es un tiempo razonable para que la carga espere antes de despegar y después de aterrizar, supuesto que fue confirmado por parte de la empresa. Dados los supuestos tomados, en particular el hecho de que un pedido es una consolidación de carga, se definirá un pedido grande como un pedido que ocupe más de la mitad del espacio de carga del avión, y un pedido chico como uno que ocupe menos de un cuarto del espacio de carga del mismo.

#### 4.2.1. Descripción planificaciones base

Las planificaciones base generadas, para dos y 3 aviones, se describen a continuación en la tabla 4.4 y en la figura 4.1. Se puede ver que a medida que hay más aviones existen más número de pedidos, pero la distribución del peso de los pedidos y el peso promedio es similar en ambos casos. Todos los aviones utilizados son B767.

Tabla 4.4. Características de planificaciones base

|                                      | 2 aviones | 3 aviones |
|--------------------------------------|-----------|-----------|
| Cantidad de Pedidos                  | 25        | 37        |
| Peso promedio                        | 35.248 kg | 34.632 kg |
| Pedidos con origen en Hub Principal  | 11        | 17        |
| Pedidos con destino en Hub Principal | 7         | 9         |

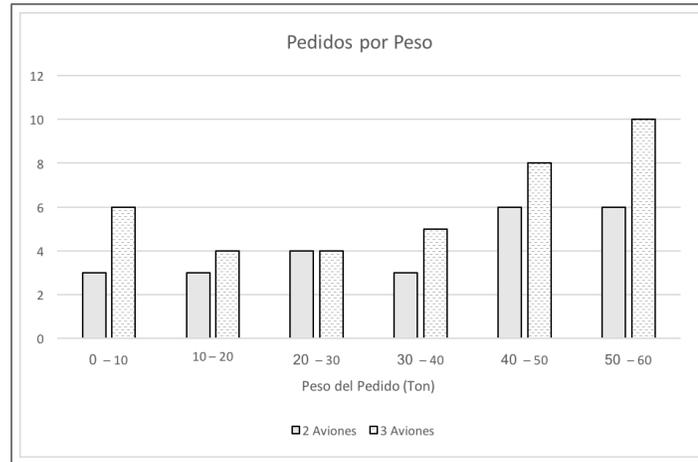


Figura 4.1. Distribución del peso de los pedidos.

A continuación, en las figura 4.2 se muestran los aeropuertos que sirven los aviones en las planificaciones de 2 y 3 aviones, a la izquierda y derecha respectivamente. Se puede apreciar que comparten casi todos los aeropuertos. La instancia con 3 aviones atiende además a Santiago de Chile y Asunción.

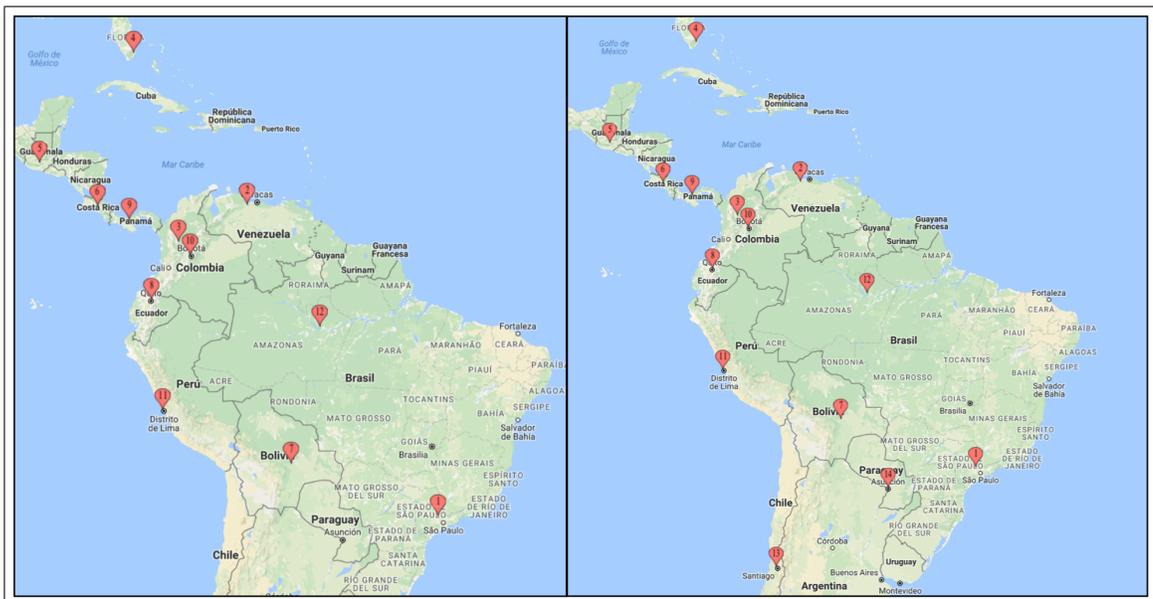


Figura 4.2. Aeropuertos Atendidos por 2 y 3 aviones.

De la figura 4.2 se aprecia que la red abarca casi toda América Latina, lo que muestra que son instancias representativas para las operaciones de LanCargo.

### 4.3. Construcción de Escenarios

Para poder construir los escenarios, se necesita generar interrupciones de demanda a la planificación base. Por lo tanto, cada uno vendrá definido por dos características principales: la cantidad de aviones que se analizan y el nivel de interrupción de demanda que se aplique. Se estudiarán tres niveles de interrupción de demanda: bajo, medio y alto.

Para construir las interrupciones, se hicieron supuestos sobre las distribuciones de probabilidad que las generan, puesto que no se cuentan con datos reales sobre ellas. Sin embargo, existe una noción de cómo se comporta la industria, permitiendo que esos supuestos sean realistas y estén en órdenes de magnitud correctos. Cada nivel de interrupción cuenta con tres características:

- (i) Si es que cuenta o no con pedidos nuevos aparte de los originales. En caso de que sí existan, estos se determinarán de manera aleatoria, tanto los orígenes y destinos, como las ventanas de tiempo y el peso del pedido. Solamente se restringe el pedido a ser un pedido chico, ya que se considera poco realista que un pedido de último momento represente gran parte de la carga del avión.
- (ii) Porcentaje de cancelación de pedidos. Se considera que existe un porcentaje de pedidos que no llegan a la hora de partir el avión.
- (iii) Distribución de probabilidad de variación del peso de pedidos existentes. La carga de cada pedido de la planificación base se multiplica por una instancia de la distribución de cada nivel de interrupción, generando así la variabilidad en los pesos. Las distribuciones son uniformes con mayor probabilidad de que disminuya la carga a que suba (80 % del rango uniforme será menor a 1 y un 20 % será mayor). La razón es que la tendencia en la industria es que llegue menos carga de la que originalmente se pactó.

Las características de cada nivel de interrupción se describen en la tabla 4.5.

Tabla 4.5. Descripción de los niveles de interrupción.

| Nivel de Interrupción                | Bajo ( <i>DB</i> ) | Medio ( <i>DM</i> ) | Alto ( <i>DA</i> ) |
|--------------------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| Pedidos Nuevos                       | No                 | Sí                  | Sí                 |
| Porcentaje de cancelación de pedidos | 10 %               | 10 %                | 15 %               |
| Rango de variación de carga          | $U(0,84 - 1,04)$   | $U(0,76 - 1,06)$    | $U(0,68 - 1,08)$   |

En base a esto, se tienen 6 escenarios diferentes, ya que se cuentan con 3 niveles de interrupción y se generaron instancias para 2 y 3 aviones. Las características de los pedidos de cada instancia posterior a las interrupciones se presenta en la tabla 4.6.

Tabla 4.6. Descripción de los escenarios de acuerdo a sus pedidos.

|           | Interrupción Baja |                    | Interrupción Media |                    | Interrupción Alta |                    |
|-----------|-------------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------------|--------------------|
|           | Pedidos           | Peso Promedio (kg) | Pedidos            | Peso Promedio (kg) | Pedidos           | Peso Promedio (kg) |
| 2 aviones | 23                | 30.879             | 27                 | 28.526             | 27                | 28.117             |
| 3 aviones | 29                | 32.202             | 34                 | 29.434             | 32                | 29.146             |

Cada una de estas instancias fue resuelta utilizando los 3 tipos de comparación presentados en el capítulo 3, y con los dos métodos propuestos para medir el nivel de servicio, generando finalmente un total de 36 casos a analizar. Para facilitar la descripción de cada escenario, se denominarán por sus dos características esenciales. De esta manera el escenario (2, *DA*) representará un escenario con 2 aviones y interrupción alta. Para cada escenario diferente, se exigirá un 80 % de nivel de servicio.

#### 4.4. Resultados

Para resolver los escenarios generados se utilizó el solver Gurobi v6.5.1, programado en el lenguaje Python v2.7.10. Se utilizó un notebook con un procesador Intel Core i5

2.9Ghz, 8Gb de memoria RAM y sistema operativo OSX 10.11.1. Se tomó la decisión de limitar el tiempo de optimización a una hora (3.600s), tomando en consideración que el objetivo es tomar decisiones en el corto plazo. Se dedicará una sección de este capítulo a discutir en detalle las implicancias de ello.

#### 4.4.1. Resultados Generales

En esta sección se presentan los resultados de todas las corridas, en las tablas 4.7 a 4.12, seguido de un análisis general de los resultados. En la sección siguiente se analiza en profundidad uno de los escenarios.

Tabla 4.7. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación *C1*

| Nivel de Disrupción               | In Stock       |            |            | Fill Rate  |            |            |
|-----------------------------------|----------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                                   | Baja           | Media      | Alta       | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                          | \$ 547.788     | \$ 611.248 | \$ 618.217 | \$ 528.610 | \$ 590.439 | \$ 592.615 |
| Costo de Penalizaciones           | \$ 13.000      | \$ 26.000  | \$ 26.000  | \$ 0       | \$ 26.000  | \$ 13.000  |
| Gap                               | 0,00 %         | 2,85 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 1,15 %     | 1,05 %     |
| Pedidos/Peso Total                | 23             | 27         | 27         | 710.222    | 770.197    | 759.147    |
| Pedidos/Peso Atendido             | 20             | 22         | 22         | 572.912    | 646.205    | 626.130    |
| Nivel de Servicio                 | 87 %           | 81 %       | 81 %       | 81 %       | 84 %       | 82 %       |
| Cantidad de Transbordos           | 3              | 2          | 2          | 3          | 1          | 3          |
| Pedidos Transbordados             | 14;15;16       | 14;15      | 8;26       | 8;15;21    | 8          | 14;15;16   |
| Tiempo de solución (s)            | 2.739          | 3.600      | 3.497      | 403        | 3.600      | 3.600      |
| Tiempo hasta 5 % gap (s)          | 813            | 1453       | 1.478      | 237        | 358        | 499        |
| Tiempo hasta 1 % gap (s)          | 2.596          | -          | 3.445      | 400        | -          | -          |
| Tiempo última solución entera (s) | 2.206          | 2.734      | 2.872      | 403        | 902        | 2.608      |
|                                   | Horas de vuelo |            |            |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1                   | 9,38           | 9,38       | 9,38       | 6,57       | 9,38       | 9,38       |
| Avión 1 - Día 2                   | 6,98           | 7,63       | 3,11       | 7,59       | 3,79       | 7,70       |
| Avión 1 - Día 3                   | 7,70           | 6,13       | 7,63       | 7,70       | 7,70       | 7,70       |
| Avión 2 - Día 1                   | 5,37           | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       |
| Avión 2 - Día 2                   | 7,63           | 7,65       | 14,91      | 7,41       | 11,32      | 7,34       |
| Avión 2 - Día 3                   | 7,07           | 15,79      | 7,41       | 6,35       | 6,39       | 7,07       |

De los resultados presentados lo primero que llama la atención es la diferencia entre los rendimientos de los diferentes tipos de comparación. Consistentemente e independiente del tamaño de la instancia, el método de comparación *C1* se demora más (dos órdenes de magnitud más), incluso siendo el único que no llega a optimalidad en los escenarios de dos aviones en el tiempo máximo permitido. Esto es razonable de esperar puesto que es el

Tabla 4.8. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación C2

| Nivel de Disrupción               | In Stock   |            |            | Fill Rate  |            |            |
|-----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                                   | Baja       | Media      | Alta       | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                          | \$ 558.324 | \$ 641.402 | \$ 652.210 | \$ 584.324 | \$ 610.544 | \$ 612,361 |
| Costo de Penalizaciones           | \$ 26.000  | \$ 65.000  | \$ 65.000  | \$ 26.000  | \$ 39.000  | \$ 39.000  |
| Gap                               | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     |
| Pedidos/Peso Total                | 23         | 27         | 27         | 710.222    | 770.197    | 759.147    |
| Pedidos/Peso Atendido             | 22         | 22         | 22         | 638.064    | 639.013    | 640.751    |
| Nivel de Servicio                 | 87 %       | 81 %       | 81 %       | 90 %       | 83 %       | 84 %       |
| Cantidad de Transbordos           | 0          | 0          | 1          | 0          | 0          | 0          |
| Pedidos Transbordados             | -          | -          | 25         | -          | -          | -          |
| Tiempo de solución (s)            | 37         | 69         | 91         | 49         | 60         | 61         |
| Tiempo hasta 5 % gap (s)          | 36         | 60         | -          | 44         | 53         | 55         |
| Tiempo hasta 1 % gap (s)          | 36         | 69         | -          | -          | 59         | 60         |
| Tiempo última solución entera (s) | 36         | 69         | 91         | 47         | 58         | 55         |
| Vuelos Distinto Totales           | 2          | 5          | 5          | 2          | 3          | 3          |
| Horas de vuelo                    |            |            |            |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1                   | 9,38       | 9,38       | 9,38       | 9,38       | 9,38       | 9,38       |
| Avión 1 - Día 2                   | 13,00      | 4,73       | 14,59      | 14,59      | 11,49      | 14,59      |
| Avión 1 - Día 3                   | 10,64      | 4,51       | 7,64       | 7,64       | 10,65      | 7,64       |
| Avión 2 - Día 1                   | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       |
| Avión 2 - Día 2                   | 3,27       | 13,59      | 4,73       | 4,69       | 3,79       | 4,73       |
| Avión 2 - Día 3                   | 2,23       | 13,49      | 9,36       | 2,23       | 3,18       | 2,23       |

Tabla 4.9. Resultados para escenarios con 2 aviones y tipo de comparación C3

| Nivel de Disrupción               | In Stock   |            |            | Fill Rate  |            |            |
|-----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                                   | Baja       | Media      | Alta       | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                          | \$ 568.273 | \$ 641.402 | \$ 652.210 | \$ 568.273 | \$ 621.464 | \$ 627.522 |
| Costo de Penalizaciones           | \$ 26.000  | \$ 65.000  | \$ 65.000  | \$ 26.000  | \$ 52.000  | \$ 13.000  |
| Gap                               | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     |
| Pedidos/Peso Total                | 23         | 27         | 27         | 710.222    | 770.197    | 759.147    |
| Pedidos/Peso Atendido             | 19         | 22         | 22         | 628.105    | 635.471    | 647.191    |
| Nivel de Servicio                 | 83 %       | 81 %       | 81 %       | 88 %       | 83 %       | 85 %       |
| Cantidad de Transbordos           | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          | 0          |
| Pedidos Transbordados             | -          | -          | -          | -          | -          | -          |
| Tiempo de solución (s)            | 43         | 68         | 85         | 44         | 58         | 63         |
| Tiempo hasta 5 % gap (s)          | -          | -          | -          | 39         | 52         | -          |
| Tiempo hasta 1 % gap (s)          | 42         | -          | -          | 43         | 57         | 62         |
| Tiempo última solución entera (s) | 42         | 69         | 84         | 44         | 58         | 58         |
| Vuelos Distintos Totales          | 2          | 5          | 5          | 2          | 4          | 1          |
| Horas de vuelo                    |            |            |            |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1                   | 9,38       | 9,38       | 9,38       | 6,57       | 9,38       | 9,38       |
| Avión 1 - Día 2                   | 0,00       | 5,64       | 5,64       | 0,00       | 3,04       | 3,11       |
| Avión 1 - Día 3                   | 5,37       | 3,61       | 3,61       | 5,37       | 9,89       | 5,23       |
| Avión 2 - Día 1                   | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       | 5,37       |
| Avión 2 - Día 2                   | 15,00      | 11,58      | 13,59      | 15         | 13,05      | 11,59      |
| Avión 2 - Día 3                   | 8,77       | 15,49      | 13,49      | 8,77       | 2,66       | 15,49      |

Tabla 4.10. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación C1

| Nivel de Disrupción           | In Stock   |            |            | Fill Rate  |            |            |
|-------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                               | Baja       | Media      | Alta       | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                      | \$ 831.555 | \$ 894.040 | \$ 831.821 | \$ 818.861 | \$ 890.669 | \$ 804.602 |
| Costo de Penalizaciones       | \$ 39.000  | \$ 52.000  | \$ 26.000  | \$ 39.000  | \$ 39.000  | \$ 39.000  |
| Gap                           | 0,00 %     | 6,83 %     | 3,37 %     | 0,00 %     | 7,99 %     | 4,34 %     |
| Pedidos/Peso Total            | 29         | 34         | 32         | 933.867    | 1.000.756  | 932.674    |
| Pedidos/Peso Atendido         | 24         | 28         | 26         | 747.667    | 818.251    | 760.424    |
| Nivel De Servicio             | 83 %       | 82 %       | 81 %       | 80 %       | 82 %       | 82 %       |
| Cantidad de Transbordos       | 2          | 1          | 4          | 0          | 2          | 2          |
| Pedidos Transbordados         | 22;29      | 1          | 1;18;19;27 | -          | 6;18(x2)   | 23;28      |
| Tiempo de solución            | 1.430      | 3.600      | 3.600      | 1.623      | 3.600      | 3.600      |
| Tiempo hasta 5 % de gap       | 433        | -          | 1.643      | 533        | -          | 1.531      |
| Tiempo hasta 1 % de gap       | 1.374      | -          | -          | 1.535      | -          | -          |
| Tiempo última solución entera | 674        | 1.145      | 2.443      | 792        | 1.129      | 977        |
| Horas de vuelo                |            |            |            |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1               | 6,57       | 6,44       | 6,3        | 9,62       | 9,62       | 9,62       |
| Avión 1 - Día 2               | 9,11       | 14,19      | 7,81       | 7,97       | 8,42       | 5,64       |
| Avión 1 - Día 3               | 5,37       | 10,72      | 5,37       | 5,37       | 3,07       | 3,61       |
| Avión 2 - Día 1               | 7,10       | 13,03      | 6,39       | 6,39       | 6,84       | 5,37       |
| Avión 2 - Día 2               | 3,82       | 0,00       | 3,82       | 3,83       | 5,83       | 10,96      |
| Avión 2 - Día 3               | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 3,52       | 0,00       |
| Avión 3 - Día 1               | 5,37       | 5,37       | 7,94       | 0,00       | 5,37       | 4,84       |
| Avión 3 - Día 2               | 13,98      | 5,59       | 15,06      | 14,12      | 10,94      | 6,05       |
| Avión 3 - Día 3               | 12,1       | 11,7       | 12,09      | 12,19      | 15,46      | 15,45      |

Tabla 4.11. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación C2

| Nivel de Disrupción           | In Stock               |            |            | Fill Rate  |            |            |
|-------------------------------|------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
|                               | Baja                   | Media      | Alta       | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                      | \$ 869.823             | \$ 943.673 | \$ 906.547 | \$ 848.627 | \$ 881.537 | \$ 801.006 |
| Costo de Penalizaciones       | \$ 52.000              | \$ 52.000  | \$ 78.000  | \$ 52.000  | \$ 39.000  | \$ 39.000  |
| Gap                           | 0,00 %                 | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     |
| Pedidos/Peso Total            | 29                     | 34         | 32         | 933.867    | 1.000.756  | 932.674    |
| Pedidos/Peso Atendido         | 24                     | 28         | 26         | 751.625    | 821.409    | 766.903    |
| Nivel De Servicio             | 83 %                   | 82 %       | 81 %       | 80 %       | 82 %       | 82 %       |
| Cantidad de Transbordos       | 2                      | 0          | 1          | 0          | 0          | 0          |
| Pedidos Transbordados         | 23;29 (x2 mismo avión) | -          | 18         | -          | -          | -          |
| Tiempo de solución            | 215                    | 534        | 966        | 228        | 673        | 125        |
| Tiempo hasta 5 % de gap       | -                      | -          | -          | -          | 303        | -          |
| Tiempo hasta 1 % de gap       | 212                    | 489        | 866        | 224        | 644        | -          |
| Tiempo última solución entera | 215                    | 489        | 401        | 225        | 626        | 125        |
| Vuelos Distintos Totales      | 4                      | 4          | 6          | 4          | 3          | 3          |
| Horas de vuelo                |                        |            |            |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1               | 6,57                   | 7,26       | 6,30       | 9,59       | 9,59       | 10,60      |
| Avión 1 - Día 2               | 14,35                  | 12,74      | 7,81       | 15,09      | 5,59       | 15,99      |
| Avión 1 - Día 3               | 9,29                   | 9,3        | 5,37       | 9,30       | 10,31      | 12,74      |
| Avión 2 - Día 1               | 9,39                   | 6,39       | 6,39       | 4,84       | 6,39       | 10,22      |
| Avión 2 - Día 2               | 0,82                   | 3,83       | 3,82       | 0,00       | 3,83       | 0,00       |
| Avión 2 - Día 3               | 0,00                   | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       | 0,00       |
| Avión 3 - Día 1               | 0,00                   | 6,90       | 7,94       | 5,37       | 2,33       | 0,00       |
| Avión 3 - Día 2               | 14,25                  | 15,2       | 15,06      | 7,73       | 14,66      | 5,59       |
| Avión 3 - Día 3               | 14,92                  | 15,11      | 12,09      | 8,09       | 15,46      | 6,33       |

Tabla 4.12. Resultados para escenarios con 3 aviones y tipo de comparación C3

| Nivel de Disrupción           | In Stock       |              |             | Fill Rate  |            |            |
|-------------------------------|----------------|--------------|-------------|------------|------------|------------|
|                               | Baja           | Media        | Alta        | Baja       | Media      | Alta       |
| Objetivo                      | \$ 915.673     | \$ 1.047.989 | \$ 995.435  | \$ 904.111 | \$ 947.882 | \$ 875.899 |
| Costo de Penalizaciones       | \$ 65.000      | \$ 78.000    | \$ 156.000  | \$ 26.000  | \$ 65.000  | \$ 117.000 |
| Gap                           | 0,00 %         | 0,05 %       | 5,98 %      | 0,00 %     | 0,00 %     | 0,00 %     |
| Pedidos/Peso Total            | 29             | 34           | 32          | 933.867    | 1.000.756  | 932.674    |
| Pedidos/Peso Atendido         | 24             | 28           | 26          | 749.672    | 822.100    | 770.368    |
| Nivel De Servicio             | 83 %           | 82 %         | 81 %        | 80 %       | 82 %       | 83 %       |
| Cantidad de Transbordos       | 1              | 3            | 4           | 0          | 2          | 0          |
| Pedidos Transbordados         | 29             | 23;29;31     | 18;23;28,30 | -          | 23;29      | -          |
| Tiempo de solución            | 252            | 3.600        | 3.600       | 468        | 2.955      | 234        |
| Tiempo hasta 5 % de gap       | -              | -            | -           | -          | 947        | -          |
| Tiempo hasta 1 % de gap       | -              | -            | -           | 464        | 2.860      | 234        |
| Tiempo última solución entera | 250            | 3.317        | 2.809       | 464        | 2.749      | 230        |
| Vuelos Distintos Totales      | 5              | 6            | 12          | 2          | 5          | 9          |
|                               | Horas de vuelo |              |             |            |            |            |
| Avión 1 - Día 1               | 6,57           | 6,58         | 7,26        | 6,58       | 6,58       | 9,62       |
| Avión 1 - Día 2               | 14,65          | 14,67        | 7,13        | 15,64      | 15,64      | 4,69       |
| Avión 1 - Día 3               | 12,20          | 12,95        | 6,12        | 11,2       | 11,20      | 9,89       |
| Avión 2 - Día 1               | 5,37           | 5,37         | 5,37        | 9,40       | 5,37       | 6,39       |
| Avión 2 - Día 2               | 12,82          | 11,16        | 10,22       | 0,82       | 12,82      | 3,83       |
| Avión 2 - Día 3               | 0,00           | 0,00         | 0,00        | 0,00       | 0,00       | 0,00       |
| Avión 3 - Día 1               | 1,01           | 7,92         | 7,92        | 0,00       | 4,85       | 2,00       |
| Avión 3 - Día 2               | 7,93           | 7,93         | 8,90        | 15,63      | 4,10       | 14,99      |
| Avión 3 - Día 3               | 12,01          | 12,01        | 12,10       | 12,01      | 12,01      | 10,08      |

que más libertad le otorga al problema, ya que no compara las rutas, sino que únicamente los tiempos en vuelo.

En el caso de 2 aviones, se puede apreciar que la cantidad de transbordos presentes es considerablemente mayor para C1. En particular, en C2 y C3 no hay ningún transbordo, como se ve en las tablas 4.8 y 4.9.

Si nos fijamos en los valores de las funciones objetivos, se puede observar que en general a mayor disrupción del escenario mayor es el valor de la función objetivo. En particular, es interesante notar la relación que tiene este valor con el de la penalización. En el peor de los casos, la penalización equivale al 17,2 % del total de la función objetivo y, dejando ese caso de lado, el siguiente peor representa un 11 %. Esto muestra que las penalizaciones representan una porción no despreciable del costo total de la operación. Siguiendo con el punto anterior, el valor de las penalizaciones es menor para C1 que para las otras 2, razonable también por las razones ya explicadas.

Por último, es interesante comparar cómo se comportan las soluciones con los distintos métodos utilizados para medir el nivel de servicio. Lo principal que se puede observar de las tablas de resultados es el menor tiempo computacional que requiere la metodología *Fill Rate* y la baja cantidad de transbordos que suele tener en comparación con *In Stock*. Esto es importante considerarlo puesto que surge en parte de la manera en que se construyen los escenarios. Dado que los pedidos son un consolidado de carga, suelen ser de gran tamaño, por lo tanto en *Fill Rate* tienden a llevarse menos pedidos más pesados, puesto que es más fácil cumplir el nivel de servicio de esa manera. De la misma forma, es más difícil presenciar transbordos, puesto que es más complejo que quepan dos pedidos grandes en un avión.

#### 4.4.2. Análisis en detalle escenario (3, DA)

En esta sección se analizará en detalle el escenario (3, DA), para poder profundizar en diferentes aristas de los resultados obtenidos. En particular, se analizará la metodología de nivel de servicio *InStock*. A continuación, en la tabla 4.13 se presentan los resultados del escenario mencionado para los tres tipos de comparación de itinerarios.

Tabla 4.13. Resultados escenario (3, DA)

|                               | C1        | C2        | C3        |
|-------------------------------|-----------|-----------|-----------|
| Objetivo                      | \$831.821 | \$906.547 | \$995.435 |
| Penalidad                     | \$26.000  | \$78.000  | \$156.000 |
| Gap                           | 3,37 %    | 0,00 %    | 5,98 %    |
| Cantidad de Pedidos Atendidos | 26/32     | 26/32     | 26/32     |
| Nivel de Servicio             | 81 %      | 81 %      | 81 %      |
| Cantidad de Transbordos       | 4         | 1         | 4         |

Se pueden analizar cuatro puntos centrales a partir de la tabla. En primer lugar, se puede apreciar que dos de los métodos de comparación no logran llegar al óptimo en el

lapso de 3.600s, a pesar de que tienen un gap bajo. Lograr un gap bajo en tan poco tiempo es esencial. En la actualidad este proceso se hace de manera manual y solamente encontrar una solución factible toma más tiempo que la hora definida para optimizar el problema, sin garantía de calidad sobre la solución encontrada.

En segundo lugar, se puede ver que los valores de la función objetivo van creciendo con los distintos métodos de comparación hacia la derecha en la tabla. Este resultado es lógico y esperado puesto que  $C1$  es la menos restrictiva, preocupándose solamente de los tiempos de vuelo. En cambio,  $C2$  y  $C3$  analizan los tramos de vuelos totales y totales por avión para cada par OD, comparando el ruteo de manera más directa y evitando así cambios. Sin embargo, a pesar de esto, no hay una lógica clara que indique que cierto tipo de penalización, siendo más o menos restrictiva, lleve a que existan más o menos transbordos.

En tercer lugar, analizando los pedidos transbordados el pedido #18 transborda en los tres casos. Dadas las distintas formas de comparación, eso sugiere que el origen y destino de ese pedido tienen características geográficas favorables para ello dentro de la red, pues son siempre los mismos aviones los que atienden a ese pedido. Más allá de ese caso en particular, no hay una tendencia hacia cierto par OD que concentre los transbordos. Este comportamiento se repite en otros escenarios de diferentes tamaños y niveles de disrupción de demanda, como se puede apreciar en las tablas de resultados presentadas anteriormente. Por otro lado, el pedido #30 es transbordado con  $C3$  pero no es atendido con  $C1$ .

Es interesante destacar que a pesar de las diferencias, la cantidad de pedidos atendidos es exactamente la misma con los tres tipos de comparación, y los pedidos no atendidos son, a excepción de uno, los mismos en todos los casos. Esto hace interesante analizarlos y mirar en detalle cuáles son. En la tabla 4.14 se muestran los datos de los pedidos no atendidos.  $e$  y  $l$  definen el inicio y final de cada ventana de tiempo respectivamente.

Tabla 4.14. Pedidos no atendidos escenario (3, DA)

| Pedido | Origen | Destino | Tipo     | $e_{origen}$ | $l_{origen}$ | $e_{destino}$ | $l_{destino}$ | Peso (kg) |
|--------|--------|---------|----------|--------------|--------------|---------------|---------------|-----------|
| 6      | 4      | 7       | Original | 38           | 44           | 44            | 50            | 45.132    |
| 13     | 11     | 4       | Original | 45           | 51           | 50            | 56            | 57.819    |
| 21     | 12     | 3       | Original | 0            | 5            | 1             | 7             | 4.831     |
| 22     | 3      | 4       | Original | 26           | 32           | 30            | 36            | 40.015    |
| 29     | 14     | 4       | Nuevo    | 48           | 54           | 66            | 72            | 7.147     |
| 30     | 9      | 2       | Nuevo    | 48           | 54           | 66            | 72            | 12.200    |
| 32     | 11     | 6       | Nuevo    | 0            | 6            | 18            | 24            | 10.328    |

Se puede apreciar que los pedidos no atendidos corresponden a dos grupos. Los primeros 4 son pedidos que siempre estuvieron dentro de la planificación base de los aviones. Dentro de ellos, claramente son pedidos chicos o grandes (de acuerdo a las definiciones dadas en el comienzo de este capítulo). En particular, la intuición indica que los grandes son difíciles de acomodar, especialmente tomando en cuenta la manera de medir el nivel de servicio, que en este caso mide por cantidad de pedidos atendidos completamente. Por ende, es lógico pensar que prioriza, dentro de lo posible, llevar varios pedidos más chicos que uno solo grande. Por otro lado, podemos ver que las ventanas de tiempo de sus entregas son parecidas en dos de ellos (pedidos 6 y 13), específicamente dos pedidos muy grandes, generando aún más problemas para atenderlos. Respecto a los pedidos nuevos, claramente será difícil atenderlos dada su naturaleza aleatoria. Esto llevó a que ninguno de los aquí presentados coincidiera con alguna de las rutas originales, lo que combinado con sus ventanas de tiempo impidió que fuesen atendidos.

En base a lo anterior, y para estudiar el efecto de los pedidos generados aleatoriamente en las soluciones, se repitieron todos los experimentos anteriores pero exigiendo el nivel de servicio exclusivamente sobre los pedidos originales. Es decir, si de 30 pedidos 20 eran originales y el nivel de servicio fuese un 50 %, en los experimentos originales se

exigía atender al menos 15 pedidos de cualquier tipo. Ahora se pide que de los 20 originales atiendan al menos 10. Los resultados obtenidos mostraron que si se miran solamente los pedidos originales, los atendidos son los mismos, redundando en que no se atendía ninguno de los pedidos nuevos.

#### **4.4.2.1. Tiempos de vuelo y factores de ocupación**

A la hora de medir la productividad de una planificación, los tiempos de vuelo y factores de ocupación de un avión son indicadores claves, ya que muestran la eficiencia de utilización de las aeronaves. Para analizar esta información, se realizó el siguiente procedimiento. Dado que el itinerario base no tiene interrupciones y tampoco se sabe qué tan cercano al óptimo es el itinerario entregado por LanCargo, se optimizó el escenario base sin interrupciones exigiendo 100 % de cumplimiento de los pedidos, de manera de generar un escenario base optimizado<sup>1</sup>. A éste, se le generaron interrupciones y se optimizó con los tipos de comparación planteados. Como las horas voladas no implicaron turnos nuevos en comparación a la planificación inicial, solamente se realizó el análisis para *C2* y *C3*. Primero se analizarán los tiempos de viaje, que se presentan a continuación en la tabla 4.15, donde las columnas con \* representan optimización sobre las interrupciones del escenario base optimizado.

---

<sup>1</sup>En este escenario optimizado ya se presencian transbordos, a diferencia del itinerario base que no tiene ninguno por construcción.

Tabla 4.15. Tiempos de vuelo escenario (3, DA)

|               |       | Horas de Vuelo |       |       |       |
|---------------|-------|----------------|-------|-------|-------|
|               |       | C2             | C3    | C2*   | C3*   |
| Avión 1       | Día 1 | 6,30           | 7,26  | 6,58  | 12,21 |
|               | Día 2 | 7,81           | 7,13  | 15,58 | 14,69 |
|               | Día 3 | 5,37           | 6,12  | 6,82  | 12,74 |
| Avión 2       | Día 1 | 6,39           | 5,37  | 7,92  | 10,22 |
|               | Día 2 | 3,82           | 10,22 | 3,82  | 0     |
|               | Día 3 | 0              | 0     | 0     | 0     |
| Avión 3       | Día 1 | 7,94           | 7,92  | 5,37  | 0     |
|               | Día 2 | 15,06          | 8,9   | 13,43 | 11,74 |
|               | Día 3 | 12,09          | 12,1  | 15,63 | 12    |
| Horas Totales |       | 64,78          | 65,02 | 75,15 | 73,6  |

Lo primero que se puede apreciar es la heterogeneidad que existe en los tiempos de vuelo por avión. Hay aviones que ciertos días vuelan el límite de sus horas, mientras que otros pasan días en tierra, como el avión 2 el día 3. Esto no es deseable, puesto que en el largo plazo podría llevar a una sobre o sub utilización de cierto avión en particular, tomando en cuenta también que implica poca continuidad en la utilización de las tripulaciones. Esto se podría atacar con algún tipo de restricción en el problema, lo que se deja propuesto como una extensión. Comparando con las soluciones obtenidas sobre la planificación base optimizada, se puede ver que el resultado tiene diferencias, que son más notorias en C3. Se genera una sobrecarga del avión 1, dejando al avión 2 en tierra por dos días seguidos, y concentrando las horas del avión 3 en los dos días finales del horizonte de modelación. Razones de esto podrían ser que sea más caro mover ese avión del aeropuerto donde pasa tanto tiempo en tierra hacia otro lugar que sea útil - movimiento que se haría con el avión

vacío - a dejarlo parado y darle más horas a los aviones que sí están en lugares propicios para ser utilizados.

Sin embargo, donde sí se produce una diferencia notable es en la cantidad de horas voladas al comparar con las optimizaciones sobre la planificación base optimizada. El total de horas aumenta en más de un 10 % en cada caso, lo que no es menor. Ahora, si calculamos las horas promedio por día por avión, apenas supera las 8 horas en los dos últimos casos, lo que indica que siguen siendo resultados razonables a la hora de llevarlos a la práctica.

En la tabla 4.16 se muestran los factores de ocupación de la situación base sin interrupciones, la base con interrupciones y sin optimización, y luego de realizar optimizaciones con diferentes tipos de comparaciones. Si se observan los factores de ocupación, la situación es parecida a lo que ocurre con las horas de vuelo. (Nuevamente las columnas con \* representan los escenarios en base a la planificación base optimizada.) Los factores de ocupación son considerablemente mayores en los escenarios en donde se partió de una base optimizada, versus partir de la situación real, lo que implica que la optimización reactiva tendría un valor aún mayor si se tuviese una mejor planificación previa a las interrupciones. En particular, el mismo escenario base sin considerar interrupciones, con un 100 % de nivel de servicio, se puede realizar con un factor de ocupación un 13 % más alto.

Tabla 4.16. Factores de ocupación escenario (3 , DA)

| Avión    | Original | Original** | C1   | C2   | C3   | Original* | C2*  | C3*  |
|----------|----------|------------|------|------|------|-----------|------|------|
| B767-1   | 0,49     | 0,39       | 0,51 | 0,45 | 0,49 | 0,71      | 0,67 | 0,45 |
| B767-2   | 0,69     | 0,45       | 0,44 | 0,44 | 0,58 | 0,68      | 0,37 | 0,44 |
| B767-3   | 0,57     | 0,55       | 0,56 | 0,57 | 0,50 | 0,58      | 0,68 | 0,71 |
| Promedio | 0,58     | 0,47       | 0,50 | 0,49 | 0,52 | 0,66      | 0,57 | 0,53 |

Original\*\* es la planificación base evaluada con la demanda después de interrupciones.

Si se analizan los distintos tipos de comparaciones no se aprecia una clara ventaja de una sobre otra. Los valores varían sin ningún tipo de comportamiento particular para los diferentes aviones. Por otro lado, y como es de esperarse, los factores de ocupación bajan considerablemente posterior a las interrupciones, pero siempre manteniéndose en todos los casos por sobre el promedio de la industria en al menos 5 puntos porcentuales. El caso más notable es ver la caída del factor de ocupación del ruteo base si no se hiciesen cambios a las planificaciones. Las interrupciones en la demanda generan una pérdida de 11 puntos porcentuales en promedio, siendo el avión 2 el más perjudicado. Una interesante extensión al problema sería considerar estas métricas con un nivel mínimo y ver los efectos que tiene tanto en la estructura de la planificación como en los costos, por ejemplo exigiendo cierto nivel de factores de ocupación a la flota (i.e.: 70 %).

#### **4.4.2.2. Estructura de Rutas de los Aviones**

Parte importante del problema en cuestión es evaluar la estructura de las rutas de cada uno de los aviones, para ver qué tan diferente es la solución nueva frente a las interrupciones versus la planificación base. Al igual que en las secciones anteriores, aparte de la comparación para los escenarios en base a los datos reales se realiza una comparación con planificaciones bases optimizadas.

En la figura 4.3 se pueden ver las rutas originales y nuevas de cada uno de los aviones en cada tipo de comparación de itinerarios.

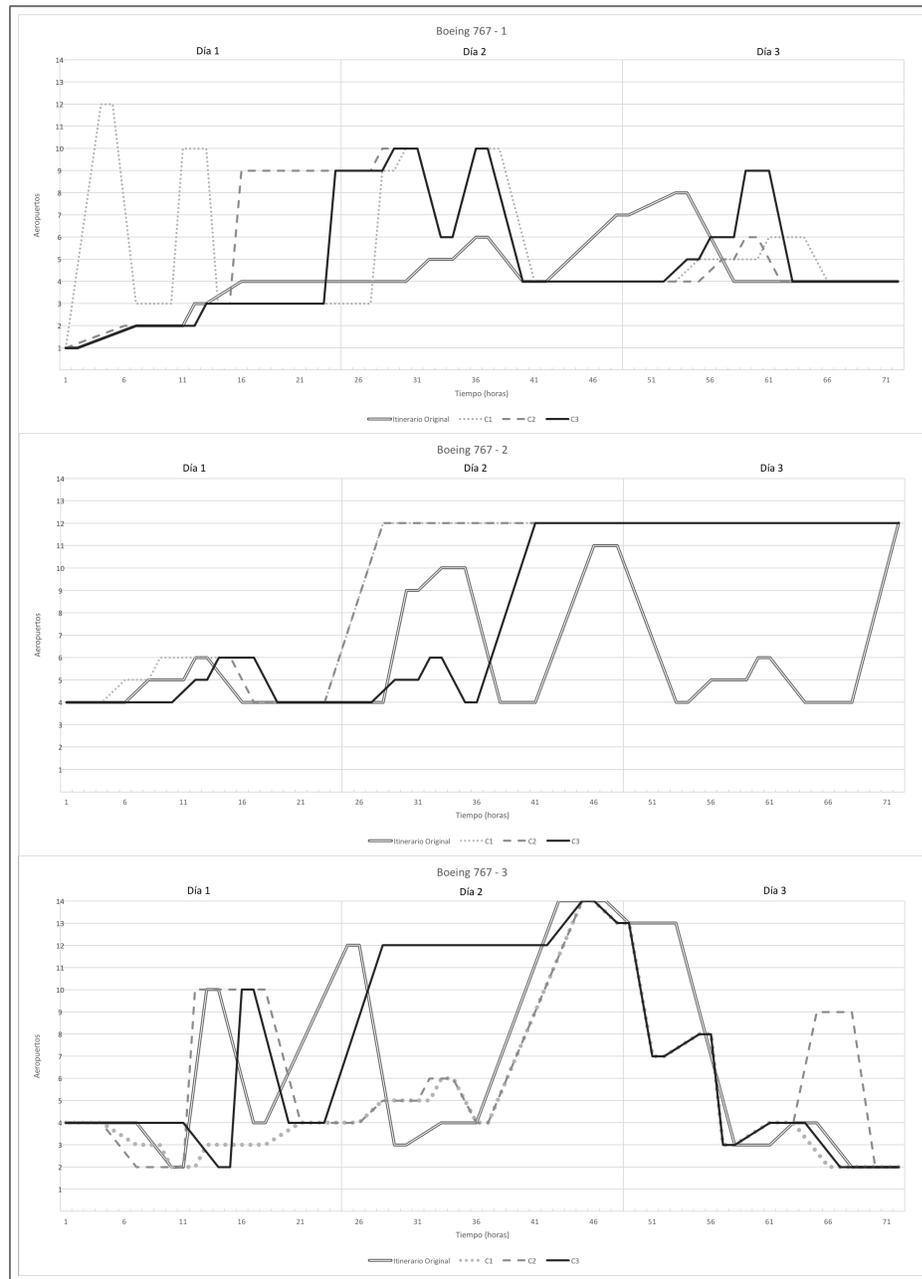


Figura 4.3. Comparación de estructura de rutas de la planificación base con la optimización post interrupciones.

Lo primero fácilmente observable es la gran diferencia que existe entre el itinerario base y los nuevos itinerarios que resultan de optimizar posterior a las interrupciones de demanda, lo que reafirma la importancia de realizar este tipo de decisiones de la mejor

manera posible. Observando los resultados para el avión B767-1, se aprecia que el ruteo que presenta mayor diferencia con la planificación base se genera utilizando *C1*, lo que, como se ha mencionado reiteradamente, es lógico y esperable. Por ejemplo, es el único tipo de comparación que genera que este avión visite el aeropuerto número 12, mientras que los otros tipos de comparación dejan ese viaje para alguno de los otros dos aviones. A pesar de ello, es destacable que secciones de las rutas son iguales independientemente de como se las compare con el itinerario base. Entre las horas 16 y 41, el ruteo de las comparaciones solamente difiere en los momentos que comienza cada vuelo, pero la secuencia de pares OD es exactamente la misma, lo que se extiende para *C1* y *C2* hasta el final del horizonte de planificación.

Para el B767-2, se puede observar que los resultados son consistentes entre los tres tipos de comparación. *C1* y *C2* son consistentes en todo el horizonte de planificación, mientras que *C3* solo difiere de los primeros con tres tramos de vuelo entre las horas 26 y 36. Cabe destacar que la baja utilización que presenta este avión, ya que está en tierra en el aeropuerto 12 gran parte del período del horizonte de modelación.

En tercer lugar, el avión B767-3 es el que genera rutas más parecidas al itinerario base. Nuevamente se presentan consistencias entre los tres tipos de comparación que, a pesar de tener diferentes maneras de penalizar los cambios, llegan a soluciones relativamente parecidas. A excepción de *C2* en el final (horas 62 a 72) y *C1* en el principio (horas 11 a 21), las comparaciones generan en este caso itinerarios con el mismo orden de vuelos que el base.

Continuando con las comparaciones de las secciones anteriores, interesa estudiar como se comporta el itinerario base si se optimizara antes de las disrupciones y se utilizara esa optimización como planificación base. En la figura 4.4 se puede ver la comparación de las rutas del itinerario base original versus el optimizado, mientras que en la figura 4.5 se puede ver la comparación de las rutas post optimización frente a disrupciones utilizando *C2* en cada caso. El objetivo de esto es analizar las similitudes existentes, si es que hay.

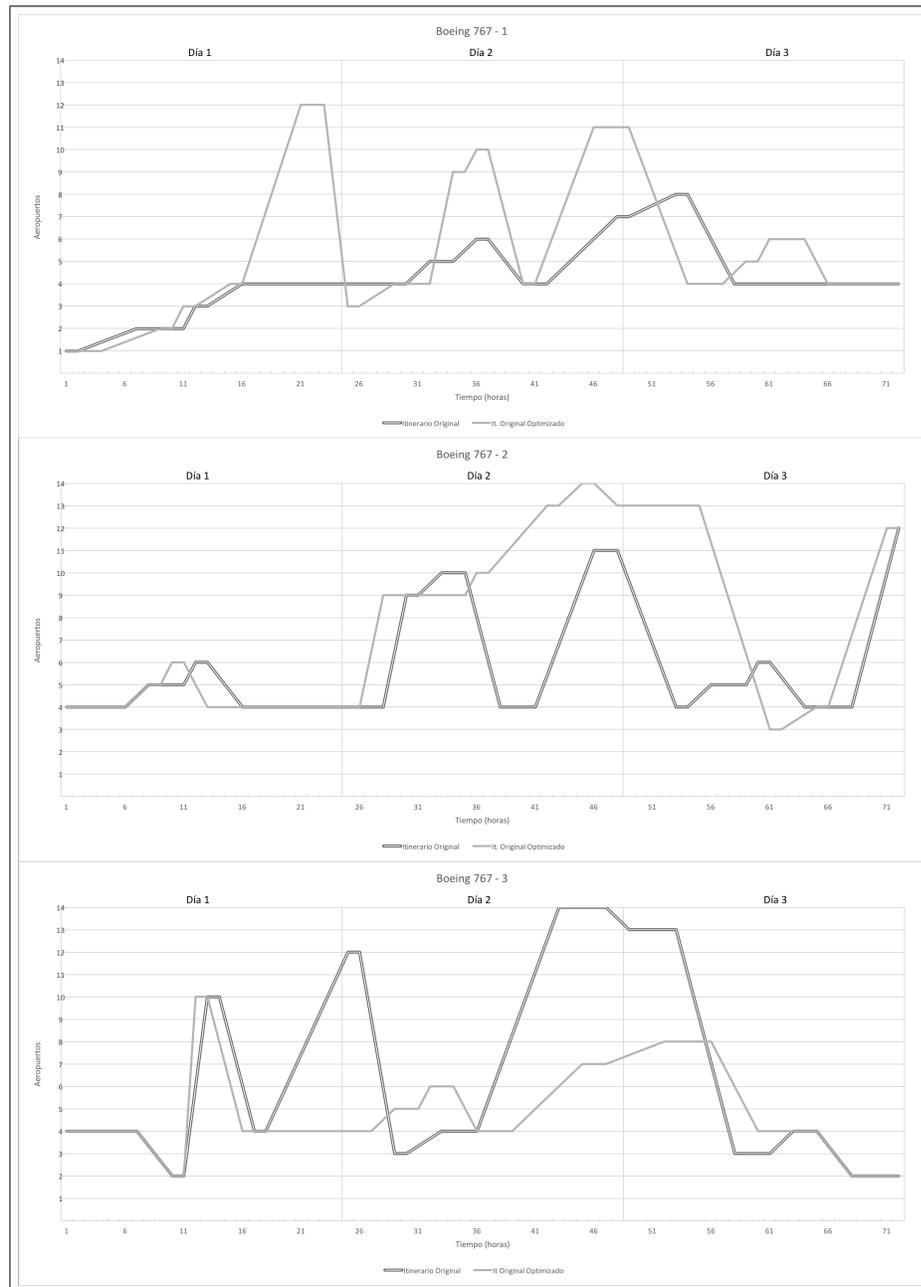


Figura 4.4. Comparación de estructura de rutas planificación base versus planificación base optimizada.

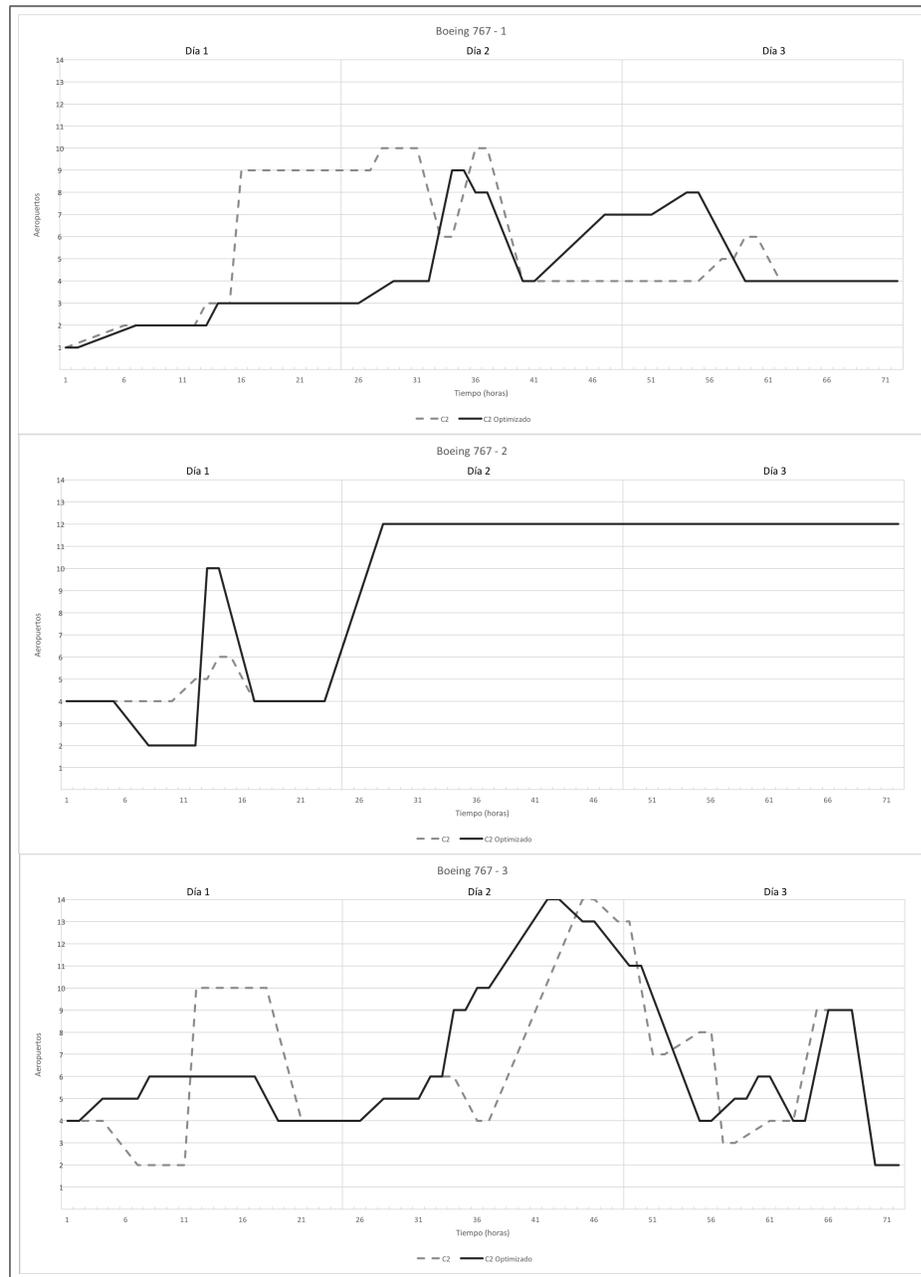


Figura 4.5. Comparación de estructura de rutas optimizadas.

Inmediatamente se puede apreciar que en ningún caso hay similitudes entre ambos escenarios. El escenario base optimizado difiere considerablemente con el original, reasignando los vuelos entre los aviones. Esto tiene como consecuencia que las optimizaciones

frente a interrupciones generen también estructuras diferentes. Utilizando *C2* como ejemplo en la figura 4.5, se aprecia que no hay similitud en las estructuras de las rutas. Esto es de suma importancia, porque destaca los siguientes dos factores: primero, la solución reactiva va a depender fuertemente de la estructura del itinerario base. En segundo lugar, resalta lo sensible que es la planificación base a interrupciones de demanda, y el gran potencial que hay para mejorar estas soluciones con modelos matemáticos.

#### **4.4.2.3. Análisis de transbordos de carga**

Uno de los objetivos principales de este trabajo es evaluar la utilidad de permitir los transbordos de carga. Por lo mismo, la modelación siempre tomó en consideración la posibilidad de que ocurriesen y de que se cumplieran las restricciones correspondientes a su operación, por ejemplo coordinar temporalmente los aviones que transbordan cierto pedido.

Una de las primeras consideraciones a tomar en cuenta previas al análisis, es la forma de generación de pedidos. Los pedidos originales representan una consolidación de carga para un par OD, por lo que tienden a ser más grandes que los pedidos nuevos, que están restringidos a un 25 % de la capacidad del avión. Esto implica que la probabilidad de transbordar un pedido antiguo es menor que la de un pedido nuevo, porque es más fácil que un paquete de menor tamaño se pueda coordinar para volar en más de un avión. A continuación, en la figura 4.6 se puede ver la cantidad de transbordos.

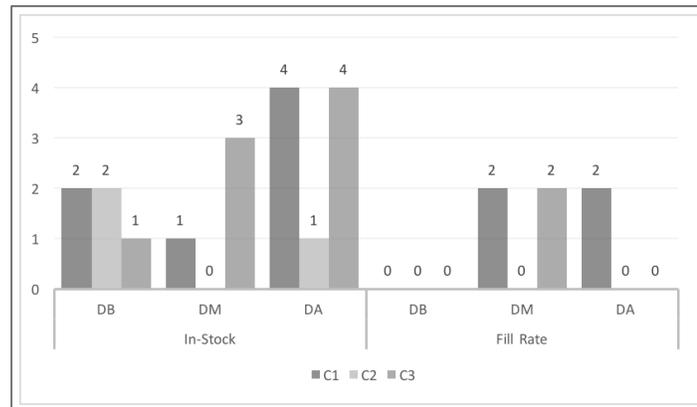


Figura 4.6. Cantidad de Transbordos según nivel de interrupción.

En primer lugar, se puede apreciar que es atractivo para los modelos realizar transbordos, lo que parece lógico desde un punto de vista operacional, porque da mayor flexibilidad al ruteo de carga. Más aún, al optimizar el escenario base sin interrupciones ya se ven transbordos, que no existen en la planificación base. En la figura 4.6, donde se muestra la cantidad de transbordos según el nivel de interrupción del escenario, se presentan una clara tendencia al alza a medida que aumenta el nivel de interrupción. Este resultado hace sentido, puesto que en esos escenarios los pedidos tienen mayor posibilidad de reducir su carga, ampliando las posibles combinaciones de transbordos en los aviones.

Por otra parte, se aprecia que de los tres tipos de comparaciones, *C2* es claramente la con menos transbordos, lo que llama la atención puesto que es menos restrictivo que el *C3*. Esto intuitivamente llevaría a pensar que en este último se presenciarían menos intercambios de pedidos entre aviones. Una posible razón de esto es que el modelo prefiera cambiar vuelos en vez de realizar transbordos, lo que dependerá finalmente de las relaciones entre los parámetros del problema. Por último si se mira desde el punto de vista de la manera de exigir el nivel de servicio, se ve que la metodología *Fill Rate* resulta en menos cantidad de transbordos que *In Stock*.

Es importante mencionar un hecho fundamental para el transbordo de carga. Los transbordos suelen ser utilizados cuando la estructura de la red así lo permite, por lo que esta

parte de los resultados depende fuertemente de las características de la red particular. Estas características no son solamente geográficas, sino que también dependen de los aviones disponibles para volarlas. En el caso particular de LanCargo, al estar compuesta por varias empresas diferentes, los aviones tienen permisos de vuelo limitados, por lo tanto en general las subredes de cada avión es separable del resto. Los tres aviones utilizados en el ejemplo son los que más intersectan sus redes, permitiendo las posibilidades de transbordos. De lo contrario, las soluciones serían triviales y sería equivalente a resolver cada subred por separado.

#### **4.4.2.4. Tiempos de Solución y Gap de Optimalidad**

Comenzando este capítulo de resultados se definió que el tiempo a resolver los problemas tendría como límite 3.600 segundos, argumentando la necesidad de obtener resultados de manera rápida para ser capaces de tomar decisiones operacionales. Para fundamentar la validez de esta decisión a continuación se presentan 2 argumentos en base a los datos de las corridas de los experimentos.

Primero es necesario entender cómo es que el *solver* resuelve el problema. Éste utiliza *branch-and-bound*, agregando además ciertos cortes inteligentes. Este proceso termina cuando el incumbente (mejor solución entera) genera una función objetivo mejor que cualquier otro nodo del árbol no resuelto. El problema, es que la mejor cota inferior (al ser problema de minimización) se acerca muy lentamente al óptimo entero, obligando al *solver* a resolver muchas iteraciones que no generan nuevas soluciones enteras. Esto se denomina una mala cota inferior. Para los escenarios que no lograron converger en 3.600 segundos, desde que el *solver* encuentra una solución factible hasta que llega al óptimo, cambia casi exclusivamente la cota inferior, no variando notoriamente el valor de la función objetivo. Esto se puede apreciar comparando el tiempo total de solución versus cuánto demora en encontrar la última solución entera.

Por otro lado, para determinar si el plazo de 3.600s era adecuado, se dejó correr las instancias que no fueron capaces de resolverlo en ese tiempo indefinidamente. El resultado

obtenido fue que resolverlo a optimalidad superó los 15.000 segundos en todos los casos. Sin embargo, en todos esos casos el tiempo que demora en encontrar una solución factible con un gap de optimalidad bajo 10 % es corto, como se puede ver en la tabla 4.17.

Tabla 4.17. Datos de corridas y tiempo en encontrar soluciones enteras

|   | Disrupción Baja |           |           | Disrupción Media |           |           | Disrupción Alta |           |           |
|---|-----------------|-----------|-----------|------------------|-----------|-----------|-----------------|-----------|-----------|
|   | <i>C1</i>       | <i>C2</i> | <i>C3</i> | <i>C1</i>        | <i>C2</i> | <i>C3</i> | <i>C1</i>       | <i>C2</i> | <i>C3</i> |
| Tiempo de Solución (s)                          | 1.430           | 215       | 252       | 3.600*           | 534       | 3.600*    | 3.600*          | 966       | 3.600*    |
| Tiempo Primera Solución Entera (s)              | 272             | 139       | 199       | 714              | 269       | 377       | 553             | 401       | 1.023     |
| GAP Primera Solución Entera (%)                 | 5,72            | 6,26      | 9,31      | 39,5             | 8,13      | 8,58      | 12,2            | 2,94      | 11,9      |
| Tiempo Primera Solución con Gap $\leq$ 10 % (s) | 272             | 139       | 199       | 718              | 269       | 377       | 554             | 401       | 1.485     |

\*:instancias en que se paró la optimización dado que alcanzó el límite de tiempo.

Se puede apreciar que los tiempos requeridos para encontrar una solución entera factible son bajos, siendo 1.023 segundos el valor más alto, en uno de los escenarios que se espera sea más complejo de resolver por las altas disrupciones. Por otra parte, solamente en tres casos esa primera solución entera no tenía un gap menor al 10 %, pero los tiempos necesarios para llegar a una con ese gap difieren poco con la primera solución. Más aún, si analizamos el tiempo que demora desde encontrar la primera solución hasta llegar al óptimo (en los casos que lo hace bajo una hora) es aproximadamente el mismo que toma en encontrar la primera. Todo esto permite fundamentar la validez de la decisión del tiempo máximo de resolución del problema.

Como se discutió previamente, lograr llegar a buenos gaps de optimalidad en poco tiempo es crucial en la toma de decisiones a nivel operacional. Los resultados presentados muestran que se logra llegar a gaps razonablemente bajos en las instancias más complejas

de las estudiadas, sin siquiera utilizar alguna heurística o método de solución que busque acelerar el proceso.

## 5. CONCLUSIONES

Es común en la industria de carga aérea presenciar interrupciones de demanda cercanas a la hora de salida de los vuelos, lo que obliga a tomadores de decisiones de las aerolíneas a hacer ajustes operacionales para poder funcionar de la mejor manera posible. Estas acciones buscan impactar lo menos posible los recursos ya comprometidos, siendo uno de los más importantes los turnos de las tripulaciones asignadas.

En esta investigación se abordó el problema de optimización reactiva de itinerarios cargueros en el corto plazo, considerando además de manera explícita la posibilidad de transbordos de carga entre aviones. Se abordó el problema bajo la lógica de un *Pickup and Delivery* con Ventanas de Tiempo y Transbordos. Se propusieron dos modelos, de los que solo uno fue resuelto. Éste se basa en una red expandida espacio-tiempo, donde cada nodo representa un período de tiempo. Con él se busca el mínimo costo al que se puede operar, exigiendo recuperar el itinerario base dentro de 3 días. Para impactar lo menos posible el itinerario base, se propusieron tres maneras distintas de medir los costos de las modificaciones al itinerario, de manera de poder compararlo con el base, exigiendo cierto nivel de servicio.

Respecto a la metodología planteada, los modelos desarrollados permiten optimizar el itinerario reactivamente, considerando interrupciones en demanda. Además toman en cuenta explícitamente la posibilidad de transbordos y coordinación de aviones en caso necesario. Finalmente, son sumamente flexibles para agregar detalles a través de simples restricciones al problema. Se pueden modelar mantenciones obligatorias, conjuntos de pedidos obligatorios u opcionales y tiempos en tierra o de atención mínimos obligatorios, entre otros.

Algunas de las contribuciones metodológicas respecto a lo existente en la actualidad en la literatura son las siguientes:

- (i) Se formuló el problema de optimización de itinerarios ante interrupciones en la demanda considerando la posibilidad de transbordo de carga. Para ello, se propusieron dos formulaciones diferentes, una basada en una red espacio-tiempo y otra en una red reducida con variables que toman en consideración las restricciones temporales y de transbordos.
- (ii) Se propusieron y estudiaron tres formas de cuantificar las modificaciones en los itinerarios cargueros. La primera compara la cantidad de horas de vuelo diarias, de manera de identificar si es necesario utilizar más tripulaciones. La segunda cuenta la cantidad total de vuelos por par origen-destino, buscando respetar los recursos de manera global, y la tercera cuenta la cantidad total de vuelos por par origen-destino por avión. En cada caso, se penaliza solamente cuando los recursos necesarios exceden a los de la planificación base.
- (iii) Se exigió un nivel de servicio para los pedidos, probando con dos maneras distintas de medir el indicador. Se utilizaron las medidas *In Stock* y *Fill Rate*, que miden el nivel de servicio en cuanto a pedidos servidos o kilogramos servidos respectivamente.
- (iv) Se evaluaron mediante experimentos con datos reales el rendimiento de las soluciones propuestas. Para ello, se realizaron interrupciones de demanda a los pedidos originales con tres niveles distintos, para probar los efectos de cambios bajos, moderados o altos.

El modelo se programó en Python, v2.7.11, que permite la escritura de diversos modelos matemáticos y fue resuelto con el solver comercial Gurobi, en su versión 6.5.1s. Fueron evaluados para escenarios generados a partir de datos reales de la aerolínea carguera LanCargo.

En primer lugar, el modelo basado en una red expandida espacio-tiempo fue la mejor formulación entre las dos propuestas. La formulación con red compacta no pudo ser resuelta en tiempos razonables ni siquiera para las instancias más pequeñas. El modelo basado en la red expandida de espacio-tiempo fue evaluado con seis escenarios diferentes,

y en cada caso se utilizaron tres tipos de comparación de itinerario y dos maneras de medir el nivel de servicio, generando 36 instancias basadas en datos reales. Los escenarios pequeños - de dos aviones - fueron resueltos a optimalidad en todos los casos dentro del plazo límite establecido, mientras que los escenarios de tres aviones fueron resueltos a optimalidad en un 73 % de los casos.

Se puede concluir que tomar en cuenta explícitamente la posibilidad de transbordos tiene un efecto positivo sobre los resultados. Los transbordos son parte de la solución en casi todos los escenarios, mostrando la atractividad que tienen para la solución. Más aún, no son solamente útiles al recuperar itinerarios, sino que también a la hora de construirlo. El modelo planteado resuelve simultáneamente las etapas de diseño de itinerarios, ruteo de aviones y ruteo de carga, por lo que es aplicable para diseñar a largo plazo.

Por otra parte, otra conclusión importante es que contar con una planificación base optimizada permite reaccionar de mejor manera frente a las interrupciones de demanda que los itinerarios base actuales. En el ejemplo estudiado, al optimizar la planificación base no solamente aparecieron transbordos que antes no existían, sino que los resultados después de reaccionar frente a las interrupciones fueron considerablemente mejores que los originales. Esto lleva a concluir que las planificaciones utilizadas en la industria no solamente no son óptimas, sino que se comportan de peor manera frente a interrupciones, generando grandes pérdidas para la aerolínea.

Además, el principal factor que determina la estructura de la solución es la demanda, no la planificación original. Los tres tipos de comparación de itinerarios generan soluciones con estructuras similares entre sí, y todas considerablemente distintas a la planificación base. Esto permite resaltar la importancia que tiene realizar las modificaciones al itinerario. Dentro de las maneras de comparar itinerarios, resulta interesante el hecho de que mientras más restrictiva es la manera de comparar, no necesariamente había menos transbordos.

Si bien los resultados de los tipos de comparación son similares en estructura, sí presentan notorias diferencias. Mientras más restrictivo es el tipo de comparación, mayor es el valor de la función objetivo y menores son los tiempos de resolución computacional. Ahora, dado que lo que se busca saber es cómo rutear aviones y carga, al ser los resultados parecidos en estructura se puede utilizar tanto  $C2$  como  $C3$  como buenas aproximaciones de lo que es una buena solución en un período corto de tiempo. En cuanto a los indicadores de desempeño para los aviones, no existió una diferencia atribuible a alguno de los tipos de comparación utilizados, los valores tanto de los factores de ocupación como de las horas de vuelo mostraron ser homogéneos entre las maneras de comparar. Sin embargo, mirando cada tipo de comparación por separado, los tiempos de vuelo entre aviones difieren considerablemente entre ellos.

Por último, el nivel de disrupción de demanda afecta considerablemente los resultados. Aumenta los tiempos de resolución y hace más favorable la presencia de transbordos en las soluciones. Además se presencian en general mayores valores de penalización en escenarios con grandes disrupciones, puesto que exigen mayores cambios a la planificación base.

El modelo propuesto presenta varias limitaciones, siendo la más importante la factibilidad de encontrar una solución en un tiempo apropiado para redes de mayor tamaño. Ya con tres aviones no se llega al óptimo en la solución en todos los casos estudiados.

Una segunda limitación a tener en cuenta es el hecho de que cada nodo representa una hora completa. Si bien la cantidad de horas en tierra son las suficientes para que no genere ruido en la solución, tampoco entrega una hora específica de entrada o salida de cada avión en cada tramo de vuelo. En tercer lugar, para encontrar la solución no se consideran aeropuertos diferentes a los originalmente servidos por el grupo de aviones a analizar, lo que podría en algún caso eventual entregar una mejor solución. Por ejemplo, un aeropuerto no utilizado por ninguno de los aviones puede tener una localización estratégica que lo haría atractivo como *hub* para la solución.

Otra limitación importante a considerar es el supuesto de indivisibilidad de la carga. Esto implica que no se pueden separar los pedidos y atender solamente parte de ellos o enviar diferentes partes por distintos caminos, lo que dificulta la presencia de transbordos en algunos escenarios y no entrega los mejores resultados posibles, puesto que es razonable pensar en una posible separación de un pedido.

Si bien se presenta un modelo novedoso para la literatura actual, ciertas decisiones y supuestos realizados durante el proceso abren diversas líneas para futura investigación respecto a este tema, por lo que se plantean las siguientes opciones:

- Considerar ventanas de tiempo blandas. Esto implica que se pueden violar las ventanas de tiempo de los pedidos con ciertas penalizaciones. Si se permite esto se genera mayor flexibilidad en el modelo y permitiría posibles mejores soluciones a las actuales.
- Considerar capacidades en aeropuertos, tanto de *slots* como de bodegas. Si bien los aviones son pocos comparando con el mercado de pasajeros, no todos los aeropuertos tienen capacidad en *slots* y bodega para almacenar los aviones y carga respectivamente. Por lo tanto se propone limitar la capacidad en los aeropuertos que exista esta restricción.
- Considerar pedidos divisibles. Actualmente se fuerza a la integralidad de la solución y, al ser los pedidos originales un consolidado de pedidos pequeños, se generan pedidos que ocupan gran capacidad del avión. Por lo mismo, sería interesante estudiar cómo cambia la solución al permitir llevar solamente parte de cada uno.
- Considerar restricciones de consistencia de tiempos de vuelo para los aviones, para evitar la gran disparidad de horas voladas entre ellos. Actualmente, la formulación no las incluye, generando grandes diferencias para los tiempos en vuelo. Por otra parte, exigir cierto nivel mínimo para los KPI de los aviones, por ejemplo los factores de ocupación y ver los efectos que tiene en las soluciones.

- Considerar diferentes horizontes de recuperación de itinerarios distintos a tres días. La razón para utilizar tres días es porque se considera que menos tiempo no es suficiente para lograr generar cambios significativos en los itinerarios. Por otro lado, exigir volver al itinerario en más tiempo podría eventualmente generar una mejor solución con menores costos.
- Dado que el modelo planteado considera transbordos por construcción, evitarlos implica modificar el modelo y complejizarlo. Por lo mismo, una posible extensión es realizar esas modificaciones y ver los resultados de los métodos de comparación de itinerarios sin la consideración de transbordos.

Esta tesis busca atacar el problema de interrupciones de demanda en el mercado de carga aérea, en particular para los itinerarios de aviones cargueros. Considerando por primera vez la inclusión explícita de transbordos, se espera que los resultados puedan tener un impacto en la manera de operar y planificar por parte de las líneas aéreas.

El mercado de carga aérea está viviendo una situación compleja en relación a los aviones cargueros, con factores de ocupación promedio bajo 50 %. Por lo mismo, este tipo de herramientas permiten a las aerolíneas cargueras enfrentar estos problemas, generando una operación más eficiente y apoyando en el funcionamiento diario de los trabajadores que hacen frente a las interrupciones de demanda día a día.

## BIBLIOGRAFÍA

- Administration, F. A. (1991). *Economic values for faa investment and regulatory decisions, a guide final report (updated september 2016)*. Descargado de [https://www.faa.gov/regulations\\_policies/policy\\_guidance/benefit\\_cost/](https://www.faa.gov/regulations_policies/policy_guidance/benefit_cost/)
- Barnhart, C., Belobaba, P., y Odoni, A. R. (2003). Applications of Operations Research in the Air Transport Industry. *Transportation Science*, 37(4), 368–391. doi: 10.1287/trsc.37.4.368.23276
- Berge, M. (1994). Timetable optimization: Formulation, solution approaches, and computational issues. En *Agifors proceedings* (pp. 341–357).
- Boeing. (2015). World Air Cargo Forecast 2014-2015. *Forecast*.
- Bratu, S., y Barnhart, C. (2006). Flight operations recovery: New approaches considering passenger recovery. *Journal of Scheduling*, 9(3), 279–298.
- Cortés, C. E., Matamala, M., y Contardo, C. (2010). The pickup and delivery problem with transfers: Formulation and a branch-and-cut solution method. *European Journal of Operational Research*, 200(3), 711–724. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2009.01.022>
- Dantzig, G. B., y Ramser, J. H. (1959). The truck dispatching problem. *Management science*, 6(1), 80–91.
- Derigs, U., y Friederichs, S. (2013). Air cargo scheduling: Integrated models and solution procedures. *OR Spectrum*, 35(2), 325–362.
- Derigs, U., Friederichs, S., y Schafer, S. (2009). A New Approach for Air Cargo Network Planning. *Transportation Science*, 43(3), 370–380.
- Etschmaier, M. M., y Mathaisel, D. F. X. (1985). Airline Scheduling: An Overview. *Transportation Science*, 19(2), 127–138.
- Feng, B., Li, Y., y Shen, Z.-J. M. (2015). Overview Paper: Air cargo operations: Literature review and comparison with practices. *Transportation Research*

- Part C*, 56, 263–280. Descargado de 10.1016/j.trc.2015.03.028\$\delimitter"026E30F\$nhttp://search.ebscohost.com/login.aspx?direct=true{&}db=edselp{&}AN=S0968090X15001175{&}site=eds-live
- FlightTimeLimits. (2012). *Ftl requirements*. Descargado de <http://flighttimelimits.com/en/ftl-requirements/#page-main>
- Froyland, G., y Maher, S. J. (2013). The Recoverable Robust Tail Assignment Problem. *Transportation Science*, 1655(2001), 1–22.
- Gao, C., Johnson, E., y Smith, B. (2009). Integrated Airline Fleet and Crew Robust Planning. *Transportation Science*, 43(1), 2–16.
- Garey, M. R., y Johnson, D. S. (1979). A guide to the theory of np-completeness. *WH Freeman, New York*.
- IATA. (2015). Air Freight Market Analysis - December 2015. (September), 5–7.
- IATA. (2016a). August 2016 Air Freight Market Analysis. (August), 4–7.
- IATA. (2016b). Cargo Chartbook. (3), 1–6.
- IATA. (2016c). Internacional Air Transport Association Annual Review 2016.
- Lan, S., Clarke, J.-P., y Barnhart, C. (2006). Planning for Robust Airline Operations: Optimizing Aircraft Routings and Flight Departure Times to Minimize Passenger Disruptions. *Transportation Science*, 40(1), 15–28.
- Leung, L. C., Van Hui, Y., Wang, Y., y Chen, G. (2009). A 0-1 LP Model for the Integration and Consolidation of Air Cargo Shipments. *Operations Research*, 57(2), 402–412. Descargado de <http://or.journal.informs.org.prox.lib.ncsu.edu/content/57/2/402.abstract?sid=acaf5652-7fb5-4763-ae4e-8937487a79d4>
- Lin, C. C., y Chen, Y. C. (2003). The integration of Taiwanese and Chinese air networks for direct air cargo services. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 37(7), 629–647.
- Lohatepanont, M., y Barnhart, C. (2004). Airline schedule planning: Integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science*, 38(1),

- 19–32.
- Marsten, R., Subramanian, R., y Gibbons, L. (1996). Junior analyst extraordinaire (jane): Route development at delta airlines. *AGIFORS Sympos., Atlanta, GA*.
- Marsten, R. E., y Muller, M. R. (1980). A Mixed-Integer Programming Approach to Air Cargo Fleet Planning. *Management Science*, 26(11), 1096–1107.
- Mitrovic-Minic, S., y Laporte, G. (2006). The Pickup and Delivery Problem With Time Windows and Transshipment. , 44.
- Mora, J. A. (2016). Optimizació Reactiva Para Itinerarios de Aviones Cargueros de Corto Plazo.
- Parragh, S. N., Doerner, K. F., y Hartl, R. F. (2008). A survey on pickup and delivery problems. Part I: Transportation between customers and depot. *Journal für Betriebswirtschaft*, 58(2), 81–117. Descargado de <http://www.springerlink.com/content/m203223821312493/>
- Pita, J. P., Barnhart, C., y Antunes, A. P. (2013). Integrated Flight Scheduling and Fleet Assignment Under Airport Congestion. *Transportation Science*, 47(4), 477–492.
- Qu, Y., y Bard, J. F. (2012). A GRASP with adaptive large neighborhood search for pickup and delivery problems with transshipment. *Computers and Operations Research*, 39(10), 2439–2456. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2011.11.016>
- Rais, A., Alvelos, F., y Carvalho, M. S. (2014). New mixed integer-programming model for the pickup-and-delivery problem with transshipment. *European Journal of Operational Research*, 235(3), 530–539. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2013.10.038>
- Rau, R. (2011, August). *4 factors for considering air freight vs ocean freight*. Descargado de <http://www.universalcargo.com/4-factors-for-considering-air-freight-vs-ocean-freight/>
- Ropke, S., y Cordeau, J.-F. (2009). Branch-and-Cut-and-Price for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. , 43, 267–286.
- Ropke, S., Cordeau, J. F., y Laporte, G. (2007). Models and branch-and-cut algorithms

- for pickup and delivery problems with time windows. *Networks*, 49(4), 258–272.
- Rosenberger, J. M., Johnson, E. L., y Nemhauser, G. L. (2003). Rerouting Aircraft for Airline Recovery. *Transportation Science*, 37(4), 408–421.
- Rosenberger, J. M., Johnson, E. L., y Nemhauser, G. L. (2004). A Robust Fleet-Assignment Model with Hub Isolation and Short Cycles. *Transportation Science*, 38(3), 357–368.
- Tang, C. H., Yan, S., y Chen, Y. H. (2008). An integrated model and solution algorithms for passenger, cargo, and combi flight scheduling. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 44(6), 1004–1024.
- Teodorović, D., y Guberinić, S. (1984). Optimal dispatching strategy on an airline network after a schedule perturbation. *European Journal of Operational Research*, 15(2), 178–182.
- Toth, P., y Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: problems, methods, and applications* (Vol. 18). Siam.
- Yan, S., y Chen, C. H. (2008). Optimal flight scheduling models for cargo airlines under alliances. *Journal of Scheduling*, 11(3), 175–186.
- Yan, S., Chen, S.-c., y Chen, C.-h. (2006). Air cargo fleet routing and timetable setting with multiple on-time demands. *Transportation Research Part E*, 42, 409–430.
- Yan, S., y Young, H.-f. (1996). a Decision Support Framework for Multi-Fleet. *Transportation Research Part A*, 30(5), 379–398.

**ANEXOS**

## A. ANEXO 1: FORMULACIÓN DE RED COMPACTA

La formulación presentada en este anexo surge naturalmente de la estructura planteada para el problema, que busca recoger cargas y dejarlas en otro lugar. Para ello, se modelan nodos para cada pedido, uno para recogerlo y otro para dejarlo. Además, es necesario considerar ventanas de tiempo para cada pedido, tanto en su origen como en su destino.

Cada pedido tiene queda definido por tres atributos: un origen, un destino (cada uno con su ventana de tiempo) y un peso. Por lo tanto, se representa con dos nodos, uno para su pickup y uno para su delivery. Todos los pedidos son diferenciables entre sí. Dadas estas características y el hecho de que cada avión es diferente, con un aeropuerto de origen y un aeropuerto de destino, el problema en cuestión es un *multivehicle multi-commodity one-to-one pickup and delivery problem*.

Para conectar los nodos de los pedidos, se tienen dos tipos de arcos. Arcos dentro de un mismo aeropuerto se denominan arcos terrestres, y representan el guardar la carga dentro del aeropuerto en bodega. Arcos entre dos aeropuertos son denominados arcos de vuelos, y representan los movimientos entre dos aeropuertos diferentes. Cabe destacar que, dado que todos los aviones son diferenciables entre ellos, cada uno tiene una capacidad de carga específica y un set de arcos que puede recorrer. Esto ocurre ya que un avión está inscrito en un país determinado, teniendo permisos para volar solamente a aquellos países que tienen ciertos acuerdos con su país de origen.

A continuación, se muestra un ejemplo de red con 5 pedidos y 3 aeropuertos. En la tabla A.1 se muestran las características de cada pedido, seguido de la figura A.1 que muestra la red. Ahí se pueden apreciar los nodos de origen y destino, así como los arcos terrestres (en negro) y de vuelo (en gris). Los nodos grises representan los orígenes ( $p^+$ ,  $q^+$ ) y destinos ( $p^-$ ,  $q^-$ ) de los aviones.

Tabla A.1. Escenario de ejemplo formulación con red compacta

| Pedido | Origen | Destino | Nodo Origen    | Nodo Destino   |
|--------|--------|---------|----------------|----------------|
| 1      | A1     | A3      | 1 <sup>+</sup> | 1 <sup>-</sup> |
| 2      | A1     | A3      | 2 <sup>+</sup> | 2 <sup>-</sup> |
| 3      | A2     | A1      | 3 <sup>+</sup> | 3 <sup>-</sup> |
| 4      | A2     | A3      | 4 <sup>+</sup> | 4 <sup>-</sup> |
| 5      | A3     | A2      | 5 <sup>+</sup> | 5 <sup>-</sup> |

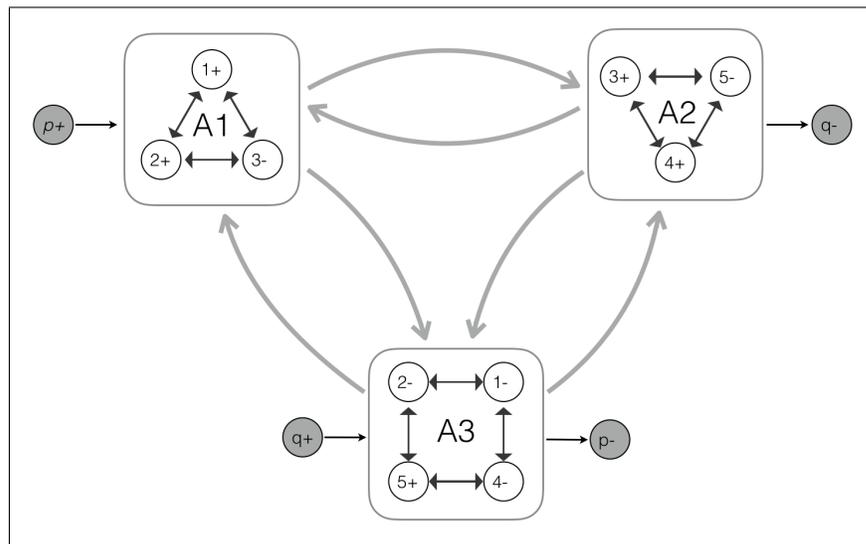


Figura A.1. Representación de la red basada en ejemplo de la Tabla A.1.

Se puede apreciar que las ventanas de tiempo no están presentes en la modelación de la red, por lo que debe ser tomado en cuenta con variables y restricciones extras. Es importante mencionar la razón de la elección de esta manera de modelar, siendo que quizás la manera más intuitiva sería como se muestra en la figura A.2. Si se modelase de esa manera, sería necesario considerar varias pasadas de cada avión por cada nodo aeropuerto, y coordinar temporalmente diferentes pasadas de aviones para considerar los transbordos correctamente, lo que complejiza la modelación.

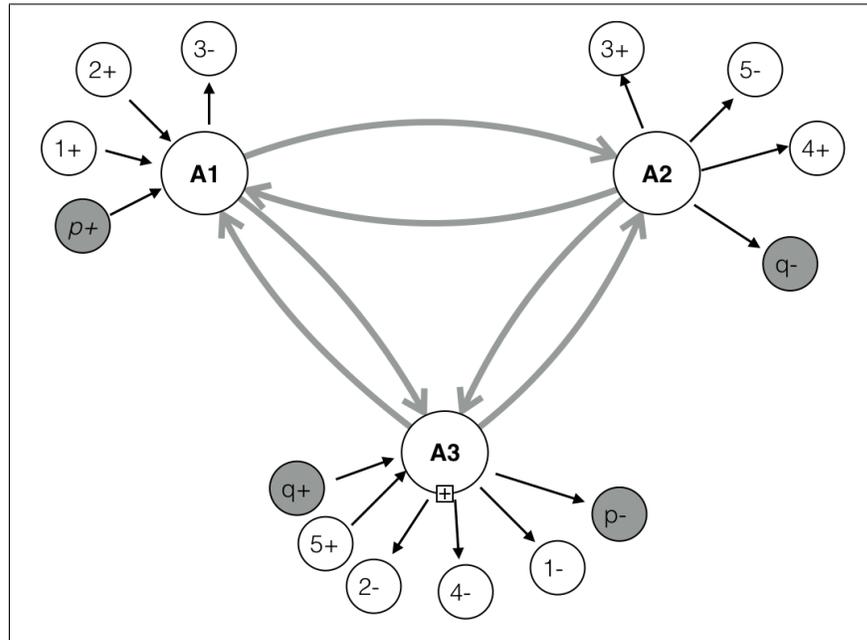


Figura A.2. Representación de la red basada en ejemplo de la Tabla A.1.

Para comparar la planificación base con la nueva solución se planteó una manera diferente al modelo presentado en la sección 3. En este caso, se evaluarán las rutas de cada avión, pero preocupándose del tiempo de despegue de cada vuelo. En otras palabras, se analizará que en la nueva solución cada avión realice los vuelos que hacía en la planificación base, pero las horas de inicio de ellos debe caer dentro de una misma ventana de tiempo que el vuelo original. Esto se puede visualizar en la figura A.3.

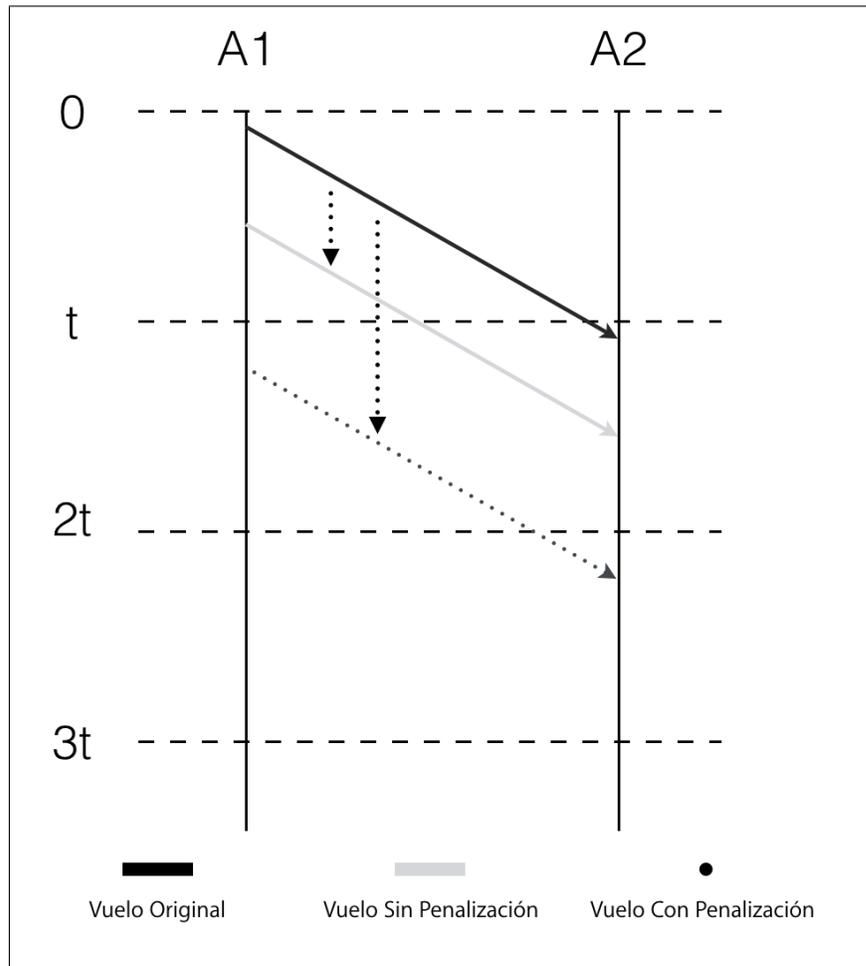


Figura A.3. Esquema de funcionamiento de la comparación de vuelos

La flecha negra continua representa el vuelo original, que comienza en la ventana de tiempo  $(0, t)$ . La flecha gris continua representa el mismo vuelo entre los aeropuertos  $A1$  y  $A2$ , que comienza más tarde pero dentro de la misma ventana, por lo que no tiene penalización. Por último, la flecha negra punteada muestra un cambio con penalización, puesto que el vuelo no comienza en la misma ventana que el original.

### A.1. Modelo

Es importante mencionar que el modelo presentado a continuación se presenta por completitud y aporte a la teoría. Los altos tiempos computacionales para resolverlo hicieron tomar la decisión de no utilizarlo para obtener resultados.

#### Conjuntos

$R$  : conjunto de pedidos. Cada pedido  $r$  tiene un nodo origen  $r^+$  y destino  $r^-$ .

$K$  : conjunto de aviones. Cada avión  $k$  tiene un nodo origen  $k^+$  y destino  $k^-$ .

$L$  : aeropuertos.

$T$  : períodos de tiempo.

$NR$  : conjunto de todos los nodos de pedidos.

$DA$  : conjunto de todos los depósitos de aviones.

$OA$  : conjunto de todos los orígenes de aviones.

$NA$  : conjunto de todos los nodos de aviones :  $OA \cup DA$ .

$N$  : conjunto de todos los nodos:  $NR \cup NA$ ;  $A^T$  : conjunto de todos los arcos en tierra.

$A^k$  : conjunto de todos los arcos para el avión  $k$ .

$A$  : conjunto de todos los arcos de vuelo :  $\cup A^k$ .

$N^l$  : conjunto de nodos pertenecientes al aeropuerto  $l$ .

$\delta^+(i)$  : conjunto de arcos que entran al nodo  $i \in N$

$\delta^-(i)$  : conjunto de arcos que salen del nodo  $i \in N$

#### Parámetros

$\beta_j$ : aeropuerto asociado al nodo  $j \in N$ .

$(e_j, l_j)$ : Ventana de tiempo para la atención del nodo  $j \in N$ .

$(\hat{e}_t, \hat{l}_t)$ : Ventana de tiempo  $t \in T$  para comparar planificación original con el *recovery*.

$q_j$ : tiempo de atención del nodo  $j \in N$ .

$w_r$ : peso del pedido  $r \in R$ .

$Q_k$ : capacidad en peso del avión  $k \in K$ .

$t_{ij}^k$ : tiempo de viaje del tramo  $ij \in A^k$  para el avión  $k \in K$ .

$cv_{ij}^k$ : costo variable del tramo  $ij \in A^k$  para el avión  $k \in K$ .

$cf_{ij}^k$ : costo fijo del tramo  $ij \in A^k$  para el avión  $k \in K$ .

$ch_r$ : costo de almacenamiento de un pedido  $r \in R$  por unidad de tiempo.

$cc_r$ : costo de cancelación o de no llevar el pedido  $r \in R$ .

$cp$ : costo de penalización por cambio de itinerario.

$$FA_m^k: \begin{cases} 1 & \text{si el nodo } m \in N \text{ es el origen del avión } k \in K \\ -1 & \text{si el nodo } m \in N \text{ es el destino del avión } k \in K \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$\hat{\pi}_{pq}^{kt}: \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ viaja del aeropuerto } p \in L \text{ al } q \in L \text{ en el período } t \in T \text{ en la} \\ & \text{planificación original} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$\alpha_{kj}: \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ puede visitar el nodo } j \in N \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

### Variables

$$x_{ij}^k: \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ hace el tramo } ij \in A^k \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$y_{ij}^{kr}: \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ lleva el pedido } r \in R \text{ por el tramo } ij \in A^k \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$\gamma^r: \begin{cases} 1 & \text{si el pedido } r \in R \text{ no es atendido.} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$s_{jr}^{kl}: \begin{cases} 1 & \text{si el pedido } r \in R \text{ realiza un transbordo en } j \in N \text{ del avión } k \in K \text{ al avión} \\ & l \in K \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$\epsilon_{pq}^{+kt}: \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ viaja del aeropuerto } p \in L \text{ al } q \in L \text{ en el período } t \in T \text{ en la} \\ & \text{planificación original y no en la nueva.} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
\epsilon_{pq}^{-kt} & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ viaja del aeropuerto } p \in L \text{ al } q \in L \text{ en el período } t \in T \text{ en la} \\ & \text{planificación nueva y no en la planificación original} \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\pi_{pq}^{kt} & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ viaja del aeropuerto } p \in L \text{ al } q \in L \text{ en el período } t \in T \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\zeta_{1jt}^k & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \text{ sale del aeropuerto del nodo } j \text{ después de que comience el} \\ & \text{período } t \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\hat{\zeta}_{1jt}^k & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \text{ sale del aeropuerto del nodo } j \text{ antes de que comience el período } t \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\zeta_{2jt}^k & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \text{ sale del aeropuerto del nodo } j \text{ antes de que termine el período } t \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\hat{\zeta}_{2jt}^k & \begin{cases} 1 & \text{si el avión } k \in K \text{ sale del aeropuerto del nodo } j \in N \text{ después de que termine el período } t \in T \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases} \\
\phi_{ij}^{kt} & \begin{cases} 0 & \text{si } x_{ij}^k = 0 \text{ ó } \zeta_{1jt}^k = 0 \text{ ó } \zeta_{2jt}^k = 0 \\ 1 & \text{eoc.} \end{cases}
\end{aligned}$$

$u_j^k$ : número de nodo  $j \in N$  que visita el avión  $k \in K$ .

$t_{in,j}^k$ : tiempo de entrada del avión  $k \in K$  al nodo  $j \in N$

$t_{out,j}^k$ : tiempo de salida del avión  $k \in K$  del nodo  $j \in N$

$t_{in}^r$ : tiempo de llegada del pedido  $r \in R$  a su aeropuerto de destino  $\beta_r$

$t_{hold}^r$ : tiempo antes de  $e_r$  que llega un pedido  $r \in R$  a su aeropuerto de destino.

### Función objetivo

$$\begin{aligned}
\min z = & \sum_{k \in K} \sum_{(ij) \in A^k} cf_{ij}^k * x_{ij}^k + \sum_{r \in R} \{cc_r * \gamma^r + \sum_k \sum_{(ij) \in A^k} cv_{ij}^k * y_{ij}^{kr} * w_r\} \\
& \sum_{r \in R} ch_r * t_{hold}^r + \sum_{k \in K} \sum_{t \in T} \sum_{p \in L} \sum_{q \in L} cp * (\epsilon_{pq}^{+kt} + \epsilon_{pq}^{-kt}) \tag{A.1}
\end{aligned}$$

### Restricciones

$$\sum_{\delta^+(m)} x_{im}^k - \sum_{\delta^-(m)} x_{mi}^k + FA_{mk} = 0, \quad \forall m \in NR, k \in K \quad (\text{A.2})$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\delta^-(r^+)} y_{r^+j}^{kr} + \gamma^r = 1, \quad \forall r \in R \quad (\text{A.3})$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\delta^-(r^+)} y_{r^+j}^{kr} = \sum_{k \in K} \sum_{\delta^+(r^-)} y_{jr^-}^{kr}, \quad \forall r \in R \quad (\text{A.4})$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{\delta^+(m)} y_{im}^{kr} = \sum_{k \in K} \sum_{\delta^-(m)} y_{mi}^{kr}, \quad \forall r \in R, m \in NR \setminus \{r^+, r^-\} \quad (\text{A.5})$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in N^{\beta_{r^-}}} \sum_{\delta^+(j)} y_{ij}^{kr} \leq 1, \quad \forall r \in R \quad (\text{A.6})$$

$$y_{ij}^{kr} \leq x_{ij}^k, \quad \forall k \in K, (ij) \in A^k \cup A^T, r \in R \quad (\text{A.7})$$

$$\sum_{r \in R} y_{ij}^{kr} w^r \leq x_{ij}^k Q_k, \quad \forall k \in K, (ij) \in A^k \quad (\text{A.8})$$

$$t_{in_i}^k + q_i + t_{ij}^k - t_{in_j}^k \leq M * (1 - x_{ij}^k), \quad \forall k \in K, (ij) \in A^k \quad (\text{A.9})$$

$$t_{in_j}^k \leq l_{r^-} + M(1 - y_{ij}^{kr}), \quad \forall r \in R, k \in K, (ij) \in A^k : j \in N^{\beta_{r^-}} \quad (\text{A.10})$$

$$e_{r^+} \leq t_{out_j}^k + M(1 - y_{ji}^{kr}), \quad \forall r \in R, k \in K, (ji) \in A^k : j \in N^{\beta_{r^+}} \quad (\text{A.11})$$

$$t_{in}^r \leq t_{in_j}^k + M * (1 - y_{ij}^{kr}), \quad \forall r \in R, k \in K, (ij) \in A^k : j \in N^{\beta_{r^-}} \quad (\text{A.12})$$

$$t_{hold}^r \geq e_{r^-} - t_{in}^r, \quad \forall r \in R \quad (\text{A.13})$$

$$\sum_{\delta^+(i)} y_{ji}^{kr} + \sum_{\delta^-(i)} y_{ij}^{lr} \leq 1 + s_{jr}^{kl}, \quad \forall i \in N, k, l \in K, r \in R \quad (\text{A.14})$$

$$t_{in_j}^k + q_j - t_{out_j}^l \leq M(1 - s_{jr}^{kl}), \quad \forall j \in N, k, l \in K, r \in R \quad (\text{A.15})$$

$$u_i^k - u_j^k + (n - 1)x_{ij}^k \leq n - 2, \quad \forall k \in K, i, j = 2, \dots, N \quad (\text{A.16})$$

$$1 \leq u_i^k \leq n - 1, \quad i = 2, \dots, n \quad (\text{A.17})$$

$$u_{k^+}^k = 1, \quad \forall k \in K \quad (\text{A.18})$$

$$\sum_{\delta^+(j)} x_{ij}^k \leq \alpha_{jk}, \quad \forall k \in K, j \in N \quad (\text{A.19})$$

$$t_{out_j}^k - \hat{e}_t \leq M * \zeta_{1jt}^k, \quad \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.20})$$

$$\hat{e}_t - t_{outj}^k \leq M * \hat{\zeta}_{1jt}^k, \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.21})$$

$$\zeta_{1jt}^k + \hat{\zeta}_{1jt}^k = 1, \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.22})$$

$$\hat{l}_t - t_{outj}^k \leq M * \zeta_{2jt}^k, \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.23})$$

$$t_{outj}^k - \hat{l}_t \leq M * \hat{\zeta}_{2jt}^k, \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.24})$$

$$\zeta_{2jt}^k + \hat{\zeta}_{2jt}^k = 1, \forall k \in K, t \in T, j \in N \quad (\text{A.25})$$

$$\zeta_{1it}^k + \zeta_{2it}^k + x_{ij}^k - 3 + 3 * (1 - \phi_{ij}^{kt}) \geq 0, \forall k \in K, t \in T, p, q \in L, i \in N^p, j \in N^q \quad (\text{A.26})$$

$$\zeta_{1it}^k + \zeta_{2it}^k + x_{ij}^k - 2 \leq \pi_{pq}^{kt}, \forall k \in K, t \in T, p, q \in L, i \in N^p, j \in N^q \quad (\text{A.27})$$

$$\pi_{pq}^{kt} \leq \sum_{i \in N^p} \sum_{j \in N^q} \phi_{ij}^{kt}, \forall k \in K, t \in T, p, q \in L \quad (\text{A.28})$$

$$\hat{\pi}_{pq}^{kt} - \pi_{pq}^{kt} = \epsilon_{pq}^{+kt} - \epsilon_{pq}^{-kt}, \quad \forall k \in K, t \in T, p, q \in L \quad (\text{A.29})$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, k \in K \quad (\text{A.30})$$

$$y_{ij}^{kr} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, k \in K, r \in R \quad (\text{A.31})$$

$$s_{jr}^{kl} \in \{0, 1\}, \forall j \in N, k, l \in K, r \in R \quad (\text{A.32})$$

$$\pi_{pq}^{kt}, \epsilon_{pq}^{+kt}, \epsilon_{pq}^{-kt} \in \{0, 1\}, \forall k \in K, p, q \in L, t \in T \quad (\text{A.33})$$

$$u_j^k \in \mathbb{R}^+, \forall j \in N, k \in K \quad (\text{A.34})$$

$$t_{inj}^k, t_{outj}^k \in \mathbb{R}^+, \forall r \in R, \forall j \in N \quad (\text{A.35})$$

$$t_{hold}^r, t_{in}^r \in \mathbb{R}^+, \forall r \in R \quad (\text{A.36})$$

$$\zeta_{1jt}^k, \zeta_{2jt}^k, \hat{\zeta}_{1jt}^k, \hat{\zeta}_{2jt}^k \in \{0, 1\}, \forall j \in N, t \in T, k \in K \quad (\text{A.37})$$

$$\phi_{ij}^{kt} \in \{0, 1\}, \forall k \in K, t \in T, p, q \in L, i \in N^p, j \in N^q \quad (\text{A.38})$$

La función objetivo del problema (A.1) equivale a la minimización de costos totales. Estos incluyen los costos fijos y variables por la operación de los aviones, los costos que se incurren en caso de no llevar un pedido, los costos de almacenamiento en los aeropuertos y las penalizaciones por modificaciones de itinerario. La restricción (A.2) impone la continuidad de flujos de aviones, mientras que las restricciones (A.3) a (A.6) fuerzan la

continuidad de pedidos. (A.3) revisa que un pedido o sale de su origen o no es atendido, (A.4) fuerza a que si el pedido salió de su origen debe llegar a su destino. (A.5) revisa la continuidad en cada nodo y (A.6) revisa que un pedido entre una única vez a su aeropuerto de destino. La restricción (A.7) indica que, si un avión no vuela un tramo, un pedido no puede viajar ese tramo en ese avión, mientras que la (A.8) verifica la capacidad de cada tramo.

La restricción (A.9) impone que si se vuela un tramo  $ij$ , entonces el tiempo de llegada a  $j$  debe ser mayor o igual al tiempo de salida de  $i$  más el tiempo de vuelo entre los nodos. Las restricciones (A.10) a (A.11) se aseguran de que se cumplan las ventanas de tiempo asociadas al pedido específico. (A.10) establece que si un avión lleva hasta su aeropuerto de destino un pedido  $r$ , ese avión debe entrar a ese aeropuerto antes del término de la ventana de tiempo de ese pedido. (A.11) establece lo mismo pero para cuando un pedido es recogido. Si un avión sale del aeropuerto de origen de un pedido  $r$  transportando ese pedido, debe salir después de que comience la ventana de atención del pedido. La restricción (A.12) define el tiempo de entrada de un pedido a su aeropuerto de destino y (A.13) establece el tiempo que un pedido espera en su aeropuerto de destino.

Las restricciones (A.14) determina si hay transbordos y, en ese caso, y (A.15) de que los aviones correspondientes estén sincronizados temporalmente. Si un pedido transborda del avión  $a$  al  $b$  en un determinado nodo, el tiempo salida del avión  $b$  debe ser después de que termine la atención del avión  $a$ . Las restricciones (A.16) a (A.18) es la clásica formulación MTZ (Miller-Tucker-Zemlin) para precedencia y eliminación de *subtours*, y la restricción (A.19) evita que un avión vuele si es que no tiene permisos para volar cierto tramo.

Restricciones (A.20) a (A.25) determinan si un avión realizó un vuelo entre dos aeropuertos en un período determinado de tiempo, para posteriormente poder comparar con la planificación base. En ellas, se utiliza la clásica notación *big-M*, para activar variables binarias evitando la presencia de no linealidades. La restricción (A.26) permite construir la variable  $\phi$ , que permite armar el valor correcto de las variables  $\pi$  en las restricciones

(A.27) y (A.28). Finalmente, la restricción (A.29) se utiliza para armar las variables  $\epsilon$ , terminando con la naturaleza de variables desde (A.30) a (A.38).

Es importante mencionar como se tratarán las tripulaciones y mantenencias en el modelo planteado. Dada la complejidad de modelación y solución del problema conjunto, como se explicó en la sección, no se incluyen explícitamente en el modelo. Sin embargo, se pueden tomar en cuenta fácilmente. En el caso de las tripulaciones, el hecho de tener como objetivo minimizar los cambios a la planificación original ataca exactamente ese problema. Por otro lado, una mantención se puede modelar simplemente como un pedido obligatorio (forzando su atención o incluyendo un alto costo de no atención) con un tiempo de estadía en ese nodo igual al tiempo de la mantención.

## A.2. Mejoras a la formulación

Existen diversas mejoras posibles a la formulación en la literatura. Su efectividad se suele apreciar en la práctica ya que dependen muchas veces de las instancias. Sin embargo, hay dos mejoras que se pueden hacer previas a los experimentos que permiten mejorar la formulación.

En primer lugar, y a pesar de ya contar con restricciones de precedencia, se agregarán restricciones de eliminación de *subtours* de la formulación DFJ (Dantzig-Fulkerson-Johnson) para conjuntos de pocos nodos que estén muy cerca geográficamente entre sí. Es sabido que la formulación DFJ es considerablemente más fuerte que las MTZ y entrega una cota inferior mejor. Esa formulación se ve como sigue: dado un conjunto de nodos  $S$  y el conjunto  $M$  que contiene a todos los arcos que conectan a los nodos pertenecientes a  $S$ ,

$$\sum_{ij \in M} x_{ij}^k \leq |S| - 1 \quad \forall k \in K \quad (\text{A.39})$$

Esto se hará para todo conjunto de nodos cercanos entre sí, con  $2 \leq |S| \leq 3$ .

Por último, y si bien no es un cambio explícito a la formulación del modelo, es de suma importancia elegir de manera correcta los *big-M* utilizados para modelar el problema. La

idea es elegir el más chico posible, de manera de tener una formulación más compacta. Para eso, se utilizan los mencionados a continuación. Para las restricciones (A.20) y (A.23) se utiliza  $M = timeLimit$  donde  $timeLimit$  es el largo del intervalo de modelación, en horas. Para las restricciones (A.21) y (A.22), se utiliza  $M = \hat{e}_t$  y  $M = \hat{l}_t$  respectivamente.

**B. ANEXO 2: TIEMPOS DE VIAJE ENTRE AEROPUERTOS**

Tabla B.1. Tiempos de viajes entre aeropuertos (hh:mm:ss)

|     | ASU      | BOG      | GUA      | LIM      | MAO      | MDE      | MIA      |
|-----|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| ASU | 0:00:00  | 4:43:43  | 7:06:55  | 3:09:38  | 3:06:16  | 4:59:28  | 7:43:26  |
| BOG | 4:43:43  | 0:00:00  | 2:37:43  | 2:21:37  | 2:14:02  | 0:16:10  | 3:02:37  |
| GUA | 7:06:55  | 2:37:43  | 0:00:00  | 4:08:01  | 4:51:34  | 2:22:18  | 2:03:00  |
| LIM | 3:09:38  | 2:21:37  | 4:08:01  | 0:00:00  | 2:39:36  | 2:32:19  | 5:16:25  |
| MAO | 3:06:16  | 2:14:02  | 4:51:34  | 2:39:36  | 0:00:00  | 2:29:16  | 4:50:45  |
| MDE | 4:59:28  | 0:16:10  | 2:22:18  | 2:32:19  | 2:29:16  | 0:00:00  | 2:48:14  |
| MIA | 7:43:26  | 3:02:37  | 2:03:00  | 5:16:25  | 4:50:45  | 2:48:14  | 0:00:00  |
| PTY | 5:36:46  | 0:56:38  | 1:41:53  | 2:56:55  | 3:09:48  | 0:40:44  | 2:19:38  |
| SCL | 1:57:51  | 5:18:48  | 7:09:50  | 3:04:39  | 4:26:37  | 5:31:56  | 8:19:19  |
| SJO | 6:05:11  | 1:34:10  | 1:04:09  | 3:12:47  | 3:48:12  | 1:19:15  | 2:15:21  |
| UIO | 4:29:00  | 0:54:13  | 2:37:56  | 1:39:44  | 2:35:35  | 0:58:27  | 3:36:46  |
| VCP | 1:21:11  | 5:19:03  | 7:52:56  | 4:14:45  | 3:16:30  | 5:35:12  | 8:07:10  |
| VVI | 1:16:52  | 3:27:14  | 5:50:42  | 2:02:00  | 2:04:24  | 3:42:52  | 6:28:04  |
| VLN | 05:07:01 | 01:08:37 | 03:07:40 | 03:19:57 | 02:07:59 | 01:10:13 | 02:42:57 |
|     | PTY      | SCL      | SJO      | UIO      | VCP      | VVI      | VLN      |
| ASU | 5:36:46  | 1:57:51  | 6:05:11  | 4:29:00  | 1:21:11  | 1:16:52  | 05:07:01 |
| BOG | 0:56:38  | 5:18:48  | 1:34:10  | 0:54:13  | 5:19:03  | 3:27:14  | 01:08:37 |
| GUA | 1:41:53  | 7:09:50  | 1:04:09  | 2:37:56  | 7:52:56  | 5:50:42  | 03:07:40 |
| LIM | 2:56:55  | 3:04:39  | 3:12:47  | 1:39:44  | 4:14:45  | 2:02:00  | 03:19:57 |
| MAO | 3:09:48  | 4:26:37  | 3:48:12  | 2:35:35  | 3:16:30  | 2:04:24  | 02:07:59 |
| MDE | 0:40:44  | 5:31:56  | 1:19:15  | 0:58:27  | 5:35:12  | 3:42:52  | 01:10:13 |
| MIA | 2:19:38  | 8:19:19  | 2:15:21  | 3:36:46  | 8:07:10  | 6:28:04  | 02:42:57 |
| PTY | 0:00:00  | 6:00:39  | 0:40:25  | 1:17:11  | 6:15:17  | 4:19:55  | 01:34:37 |
| SCL | 6:00:39  | 0:00:00  | 6:17:12  | 4:43:48  | 3:13:34  | 2:23:16  | 06:03:50 |
| SJO | 0:40:25  | 6:17:12  | 0:00:00  | 1:36:56  | 6:49:03  | 4:48:34  | 02:13:41 |
| UIO | 1:17:11  | 4:43:48  | 1:36:56  | 0:00:00  | 5:17:41  | 3:12:48  | 02:02:39 |
| VCP | 6:15:17  | 3:13:34  | 6:49:03  | 5:17:41  | 0:00:00  | 2:12:47  | 05:24:29 |
| VVI | 4:19:55  | 2:23:16  | 4:48:34  | 3:12:48  | 2:12:47  | 0:00:00  | 03:55:08 |
| VLN | 01:34:37 | 06:03:50 | 02:13:41 | 02:02:39 | 05:24:29 | 03:55:08 | 0:00:00  |