



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

DISEÑO ROBUSTO DE ITINERARIOS PARA AEROLÍNEA CARGUERA

SEBASTIÁN GEBHARDT RISHMAGUE

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

FELIPE DELGADO

GUSTAVO ANGULO

Santiago de Chile, Agosto 2017

© MMXVII, SEBASTIÁN GEBHARDT



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

DISEÑO ROBUSTO DE ITINERARIOS PARA AEROLÍNEA CARGUERA

SEBASTIÁN GEBHARDT RISHMAGUE

Miembros del Comité:

FELIPE DELGADO

GUSTAVO ANGULO

ÁLVARO LORCA

EDUARDO MORENO

ALFONSO CRUZ

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto 2017

© MMXVII, SEBASTIÁN GEBHARDT

A mi familia y amigos.

AGRADECIMIENTOS

Ante todo me gustaría agradecer a mi familia, padres y hermanos, por el cariño incondicional y el apoyo constante que me han dado siempre. Sobre todo a mis padres, quienes han sido siempre mi ejemplo a seguir y espero algún día ser siquiera la mitad de bueno que ellos. Son una parte fundamental de mi vida y los logros que he alcanzado se los debo completamente a ellos.

En segundo lugar, a mis profesores guía Felipe y a Gustavo por su paciencia, apoyo y profundo conocimiento. Le agradezco profundamente a ambos todo el tiempo que le dedicaron a mi trabajo y la absoluta disponibilidad que tuvieron, siempre con la mayor alegría y entusiasmo. Fueron parte fundamental en mi formación profesional y no podría haberme imaginado tener mejores mentores para este proceso.

Agradecer también a todos los amigos que hice durante este periodo universitario. Me llevo las discusiones, la enorme cantidad de anécdotas y los buenos momentos que viví con cada uno de ellos. En especial a Fernando Chame, Sofía Castro, Teresita Eyzaguirre y Mauricio de la Torre quienes me alegraron tantos almuerzos e idas a la universidad.

Agradezco al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico por el financiamiento de este trabajo mediante el proyecto FONDECYT 11140436.

Finalmente, a Cristóbal Sirhan, por ser mi fiel compañero a lo largo de toda la carrera. Por todas esas veces que tuvo que soportarme cuando me encontraba de malas. Por empujarme a siempre dar lo mejor de mí en todos los ámbitos de mi vida y por ser una persona de calidad humana incomparable. Sobre todo, por estar ahí para mí, y junto a Fabián Devillaine y Jacques Polette, brindarme su apoyo cuando mi vida no iba del todo bien y necesité de su ayuda. Fueron un pilar importante y no lo olvidaré nunca.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	iv
ÍNDICE DE FIGURAS	vii
ÍNDICE DE TABLAS	ix
ABSTRACT	x
RESUMEN	xi
GLOSARIO	xii
1. Introducción	1
1.1. Motivación	3
1.1.1. Características e importancia del mercado de carga aérea	3
1.1.2. Planificación de itinerarios cargueros	10
1.2. Objetivos	13
1.3. Estructura	13
2. Marco Teórico	15
2.1. Diseño de Itinerarios	15
2.1.1. Transporte Aéreo de Pasajeros	15
2.1.2. Transporte de Carga Aérea	16
2.2. Manejo de Disrupciones en el Transporte de Pasajeros	18
2.3. Programación estocástica en dos etapas	21
2.4. Descomposición de Benders	23
2.5. Aporte a la Literatura	23
3. Metodología	25
3.1. Formulación matemática Base	25
3.1.1. <i>Red expandida espacio-tiempo</i>	26

3.1.2.	Supuestos de modelación	28
3.1.3.	Modelo Determinístico Base	29
3.2.	Formulación Robusta	33
3.2.1.	Modelo Estocástico en Dos Etapas	33
3.3.	Descomposición de Benders	37
3.3.1.	Formulación matemática de la descomposición	38
4.	Resultados	41
4.1.	Descripción de los datos	41
4.1.1.	Descripción del Escenario Base	43
4.2.	Diseño de los Experimentos	46
4.3.	Resultados	49
4.3.1.	Problemas con la Descomposición de Benders	49
4.3.2.	Resultados Generales	51
4.3.3.	Análisis detallado del experimento 4	53
5.	Conclusiones	60
	BIBLIOGRAFÍA	64
	ANEXOS	68
A.	Anexo 1: Resultados Detallados de los Experimentos	69
A.1.	Experimento 1	69
A.2.	Experimento 2	72
A.3.	Experimento 3	73
B.	Anexo 2: Tiempos de Viaje entre Aeropuertos	75

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Crecimiento de los FTK en los últimos 5 años.	4
1.2.	Tendencias de tráfico pasajeros versus carga.	4
1.3.	Relación entre los FTK y el índice de inventario-ventas.	5
1.4.	Proporción de los FTK de la industria en relación al volumen global de carga	6
1.5.	Evolución del factor de ocupación y la utilización de los cargueros	7
1.6.	Principales rutas de carga y porcentaje llevado en cargueros.	9
1.7.	Esquema de construcción de itinerarios cargueros	10
3.1.	Grafo del modelo con la red espacio-tiempo expandida.	28
4.1.	Red contemplada en el escenario base	44
4.2.	Evolución de las cotas para el algoritmo de Benders.	50
4.3.	Detalle de la evolución de las cotas para las primeras iteraciones.	50
4.4.	Detalle de los costos obtenidos en E4	54
4.5.	Histograma de los costos obtenidos con el modelo determinístico	55
4.6.	Histograma de los costos obtenidos con el modelo robusto	55
4.7.	Comparación de estructura de rutas para B777-1	57
4.8.	Comparación de estructura de rutas para B767-1	57
4.9.	Comparación de estructura de rutas para B767-1	57
A.1.	Detalle de los costos obtenidos en E1	69
A.2.	Histograma costos, modelo determinístico, obtenidos en E1	70

A.3. Histograma costos, modelo robusto, obtenidos en E1	70
A.4. Ruta B777 en E1	71
A.5. Ruta B767-1 en E1	71
A.6. Ruta B767-2 en E1	71
A.7. Detalle de los costos obtenidos en E2	72
A.8. Ruta B777 en E2	72
A.9. Ruta B767-1 en E2	72
A.10. Ruta B767-2 en E2	73
A.11. Detalle de los costos obtenidos en E3	73
A.12. Ruta B777 en E3	74
A.13. Ruta B767-1 en E3	74
A.14. Ruta B767-2 en E3	74

ÍNDICE DE TABLAS

3.1. Escenario de ejemplo	27
4.1. Parámetros de costos y capacidad de aviones.	42
4.2. Detalle de los aeropuertos servidos	44
4.3. Composición de la flota	45
4.4. Detalle de los pedidos	46
4.5. Descripción de los experimentos	47
4.6. Detalle de los pedidos nuevos	47
4.7. Detalle de los pedidos nuevos	48
4.8. Resultados de los experimentos	51
4.9. Utilización de las aeronaves	58
B.1. Tiempos de viajes entre aeropuertos. [horas	75

ABSTRACT

Freight carriers usually construct their schedules assuming that the demand they have to satisfy in each market is known and does not suffer variations. As this optimistic scenario rarely occurs, these plans are frequently modified and airlines often incur significant costs in additions to those originally planned. This is why a more robust planning is required, one that is capable of dealing with or absorbing such disruptions with the least possible impact on costs.

This thesis deals with the issue of designing robust operation schedules for freight carriers. A two-stage robust optimization model, based on a multi-commodity flow problem, is proposed to aid the routing of both aircrafts and packages under multiple plausible demand scenarios. The idea is to minimize the expected value of total costs. In this problem, costs include the value of operating a flight leg, the marginal cost per kilo of cargo transported and the penalties incurred for being unable to meet demand.

The proposed model was evaluated in different scenarios considering multiple possible forms of demand disruption. The routes generated for each of the experiments by the deterministic and the robust models were evaluated under simulation in randomly generated instances based on real information. The results show that robust planning is more stable throughout all experiments, resulting in savings of approximately 10 % in average costs and delivers more narrow confidence intervals, going from $\pm 5,9\%$ of the average cost in the deterministic case to $\pm 0,5\%$ for the robust model.

Keywords: airline operations, aircraft routing, schedule design, air cargo, robust planning, two-stage stochastic programming.

RESUMEN

Las aerolíneas cargueras planifican sus itinerarios típicamente considerando que el nivel de demanda que tienen que satisfacer en cada mercado es conocido y no sufre variaciones. Es usual que este supuesto no se cumpla, la planificación se ve perturbada y las aerolíneas tienen que incurrir en costos extras que no se tenían planificados. Esta es la razón por la cual se requiere una planificación más robusta que sea capaz de lidiar o absorber este tipo de interrupciones con el menor impacto posible en los costos.

En esta tesis se aborda el tema de generación robusta de itinerarios para aerolíneas cargueras. Se propone un modelo de programación estocástica en dos etapas, basado en el problema de flujo multi-commodity, para generar el diseño del itinerario y el ruteo tanto de las aeronaves como de la carga ante múltiples escenarios posibles de demanda. La idea es minimizar el valor esperado de los costos totales. En este problema, los costos corresponden al valor de operar los tramos, el costo marginal por kilo de carga transportada y penalidades por demanda no servida.

El modelo propuesto fue evaluado en diferentes escenarios considerando distintas posibles formas de interrupciones de demanda. Los itinerarios generados para cada uno de los experimentos por los modelos determinístico y robusto fueron evaluados bajo simulación en instancias generadas aleatoriamente basados en información real. Los resultados obtenidos indican que la planificación robusta es más estable a lo largo de todos los experimentos, arrojando ahorros de aproximadamente 10 % en los costos promedio e intervalos de confianza más acotados, pasando de un $\pm 5,9\%$ del costo promedio en el caso determinístico a un $\pm 0,5\%$ para el modelo robusto.

Palabras Claves: operación de aerolíneas, ruteo de aviones, diseño de itinerarios, transporte de carga aérea, programación estocástica en dos etapas, operaciones robustas.

GLOSARIO

- CAO: del inglés *cargo aircraft only*, corresponden a los aviones que son exclusivamente de carga, sin asientos para pasajeros.
- AFTK: del inglés *available freight tonne kilometer*, es la capacidad disponible en un avión. Corresponde a 1 tonelada de carga disponible durante un kilómetro.
- FTK: del inglés *freight tonne kilometer*, es la carga que lleva en un avión. Corresponde a 1 tonelada de carga transportada durante un kilómetro. También se denomina RTK, del inglés *revenue tonne kilometer*.
- *belly*: es el espacio de carga disponible bajo un avión de pasajeros
- *slots*: períodos de tiempo específicos designados para que un avión despegue o aterrice en un aeropuerto.
- *block-hours*: o también horas bloque, es el tiempo desde el momento en que se cierra la puerta del avión en el aeropuerto de origen hasta que se abre en el gate del aeropuerto de destino.
- *swap*: es cuando se intercambia la asignación de dos aviones. Se utiliza para evitar retrasos por imprevistos.
- *turnaround time*: es el tiempo que le toma a una aeronave el estar en condiciones para poder realizar un nuevo tramo de vuelo.

1. INTRODUCCIÓN

El transporte aéreo es el modo de transporte más rápido y confiable del mundo. Esta es la razón por la cual es la manera preferida para transportar bienes perecibles, con obsolescencia altamente programada o también de gran valor. Esto es consistente con que a pesar de que el porcentaje de la carga mundial movida por aviones en cuanto a toneladas representa el 1 % del total, si se mide por el valor de la carga transportada, ésta asciende al 35 % (Boeing, 2015).

La industria aérea es extremadamente compleja y posee un conjunto de características que la diferencian del resto de los modos de transporte. Se caracteriza, entre otros, por lo siguiente: bajos márgenes operacionales, alta dependencia del precio del combustible, alto nivel de competencia y se encuentra sujeta a mucha incertidumbre (clima, fallas en las aeronaves, etc.). Aunque este conjunto es compartido tanto para el caso de carga como para el de pasajeros, existen diferencias fundamentales que separan por completo ambos escenarios. En particular, la incertidumbre en ambos casos proviene de fuentes completamente distintas. Mientras que en el caso de pasajeros las interrupciones se producen principalmente por factores climáticos o por errores en la logística terrestre, la variabilidad que más repercute en los itinerarios cargueros es la demanda de la carga a ser transportada.

La carga movida por aire puede ser transportada de dos maneras: utilizando aviones cargueros especializados (aviones CAO), o bien en aviones de pasajeros de fuselaje ancho en el espacio que queda después de acomodado el equipaje de los pasajeros. Si bien, por un lado se está transportando más carga que nunca, la eficiencia de los aviones cargueros tiende a la baja y por ende las ganancias por operar este tipo de aviones disminuye año a año. Por otro lado, el aumento en la capilaridad de la red de pasajeros impulsado por la expansión de dicho mercado, junto con la capacidad de las aerolíneas de usar eficientemente el espacio libre en los *bellies* de los aviones de pasajeros, tienen como resultado un bajo factor de ocupación en los aviones cargueros. Para las aerolíneas cargueras, solamente el año pasado los FTK aumentaron en un 2,3 % respecto al año anterior, pero las ganancias

han disminuido casi un 12 % desde 2011 hasta 2015 (IATA, 2016). Sin embargo, tal como se mencionará en la sección 1.1.1, los aviones cargueros dedicados seguirán siendo necesarios ya que poseen un conjunto de características que los hace indispensables para la correcta operación de las aerolíneas.

Profundizando un poco más en las operaciones cargueras, hay que hacer énfasis en que el proceso de planificación de itinerarios es una tarea extremadamente desafiante para las operaciones de CAO, y que por lo demás debe hacerse con bastante antelación. Las tripulaciones y aeronaves deben asignarse a cada vuelo con tiempo suficiente para construir un calendario factible con su asignación correspondiente. Sin embargo, en vista de las posibles perturbaciones de la demanda los planificadores se encuentran en la necesidad de realizar cambios de última hora a la programación original para cumplir el mayor número posible de solicitudes con el menor impacto en los costos operacionales. Esta variabilidad de la demanda consiste en que los clientes llegan con más o menos carga de lo pactado originalmente, que aparezcan pedidos que no se tenían considerados o bien que pedidos de clientes que reservaron espacio en el avión no se materialicen. Esto se debe principalmente a que el *no-show* de última hora no se encuentra penalizado y a que la reserva de espacio en los aviones no tiene costo alguno.

Para cumplir con cierto nivel de servicio, se requieren cambios en el ruteo de las aeronaves, en el ruteo de la carga o incluso en la adición/cancelación de vuelos. Estos cambios reactivos en el itinerario a menudo se hacen a mano, basándose en la vasta experiencia de los planificadores, pero este método no garantiza la optimalidad de la planificación final obtenida. Teniendo en cuenta que la industria se caracteriza por bajos márgenes operativos, la introducción de un método de ayuda a la solución para este proceso en particular podría resultar muy beneficioso. Interesa en particular ser capaces de generar una planificación que tome en cuenta los múltiples escenarios de demanda que pueden ocurrir para un horizonte de tiempo específico (por ejemplo, 1 semana).

1.1. Motivación

En este capítulo se hará una breve introducción al mercado de carga aérea. En primer lugar se hará un análisis general de la industria, mostrando su comportamiento a lo largo de los años, cómo reacciona ante cambios en la economía global y los *drivers* más relevantes de este mercado. Luego se hablará de los aviones dedicados exclusivamente al transporte de carga y el rol que cumplen en el transporte aéreo. Por último, se explicará el proceso de planificación de las aerolíneas, con un énfasis especial en la generación de itinerarios para las aeronaves.

1.1.1. Características e importancia del mercado de carga aérea

El transporte aéreo de carga cumple un rol fundamental en el sistema económico mundial. Sólo en el 2016, las aerolíneas transportaron un total de 53.9 millones de toneladas de bienes. Sin embargo, este valor es más impresionante si se ve por el valor de los artículos transportados ya que representa aproximadamente el 35 % del total global. Esto equivale a US\$5.5 trillones anuales, o US\$15.3 billones cada día (Boeing, 2016). En esta sección se mostrará primero un breve resumen de la tendencia que ha seguido este modo de transporte de carga a lo largo de los años, luego se mencionarán los factores que más influyen en esta industria y finalmente se hará énfasis en el importante papel que juegan los aviones CAO en este mercado.

El mercado de carga aérea tiende al alza. Como se puede apreciar en la figura 1.1, ha habido un crecimiento sostenido en los FTK los últimos 5 años. Sin embargo, y como se puede apreciar en la figura 1.2, al comparar con el mercado de pasajeros se tiene que el crecimiento ha sido más moderado y que su comportamiento es mucho más volátil. De hecho, para el periodo 2006-2015 se tiene que el crecimiento promedio de los Pasajeros-Km fue de un 5.38 % mientras que para la carga fue de apenas un 2.74 % (ICAO, 2015). En 2016 y 2017 el crecimiento volvió a acelerar y se prevé que el tráfico mundial de carga aérea seguirá creciendo a un promedio de 4,2 % anual en los próximos 20 años para

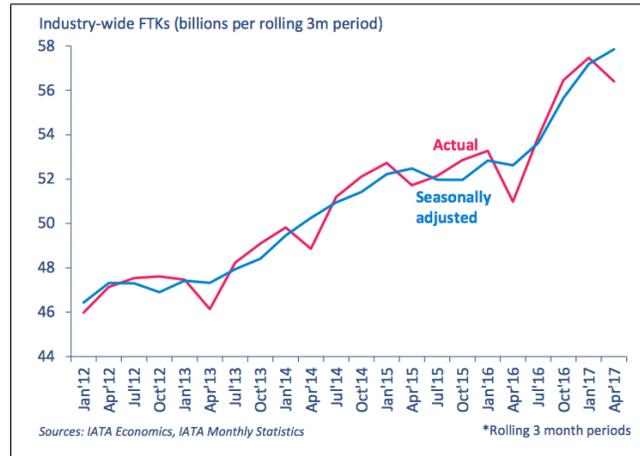


Figura 1.1. Crecimiento de los FTK en los últimos 5 años.
Fuente: (IATA, 2017)

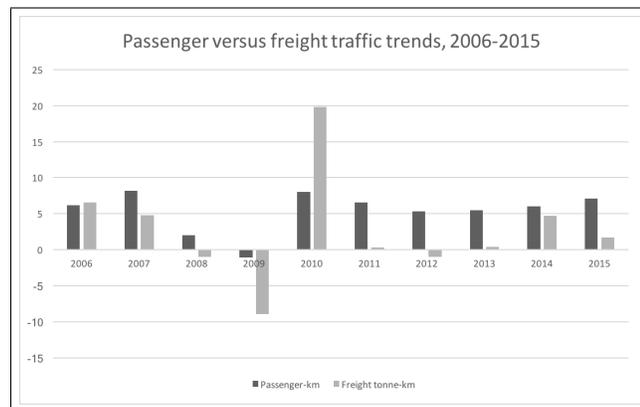


Figura 1.2. Tendencias de tráfico pasajeros versus carga.
Fuente: (ICAO, 2015)

alcanzar un total de más de dos veces el número de RTK registrados en 2015 (Boeing, 2016). Otro aspecto muy relevante de este mercado es que tiene una estacionalidad muy marcada. Así, en la figura 1.1 también se pueden ver fluctuaciones pronunciadas en los FTK, las cuales tienen un periodo aproximado de 1 año (IATA, 2017).

Una vez presentada la información respecto de la tendencia que ha seguido la industria de carga aérea, es interesante analizar qué factores influyen en ella y de qué forma. Si se estudia el volumen de carga aérea en relación al rendimiento de la economía, se puede ver que el total de toneladas-kilómetros de transporte aéreo en el mundo estuvo estrechamente

correlacionado, tanto con el comercio mundial como con el PIB durante el período comprendido entre 1972 y 2008. Tomando valores logarítmicos tanto para el tráfico aéreo de carga como para la actividad económica, se obtiene un muy buen ajuste estadístico, con un R^2 ajustado de 0.99 y test-t muy altos para todos los regresores (Morrell, 2011). Más aún, si se mira la figura 1.3 se puede apreciar que existe una estrecha relación entre el aumento de los FTK y la reducción en el índice de inventario-ventas. Esto se explica debido a que cuando los inventarios son muy bajos se debe proceder a reponer y esta reposición cuando es urgente es mejor hacerla por vía aérea.

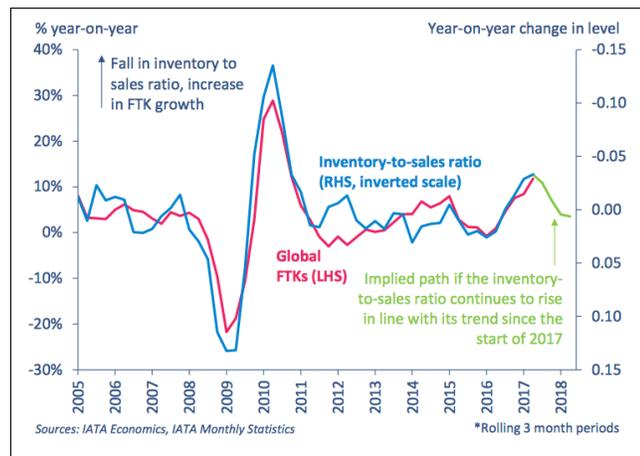


Figura 1.3. Relación entre los FTK y el índice de inventario-ventas.
Fuente: (IATA, 2017)

Otro agente de crecimiento importante del mercado de carga aérea es el comercio electrónico. Se prevé que se duplicará en los próximos cinco años, pasando de 1,7 billones a 3,6 billones de dólares en 2020. Las ventas de comercio electrónico en Estados Unidos han crecido un 15 por ciento anual en promedio en los últimos 15 años y se situaron en US\$ 342 mil millones en 2015 (Boeing, 2016). El crecimiento explosivo de este tipo de comercio tiene el potencial de causar una revolución en el transporte aéreo. Esto se debe a que este es el modo más indicado para realizar los despachos por la inmediatez que ofrece, aspecto que es fundamental en un buen servicio de venta por el canal Internet.

El siguiente punto trata del contexto en el que se desarrollan las aerolíneas de carga. La industria carguera es altamente competitiva y eso fuerza a sus agentes a embarcarse en una guerra de precios. Esta competencia no es únicamente entre aerolíneas sino que también con otros modos de transporte, como el marítimo. De esta forma, la proporción de la carga total transportada por aire ha variado considerablemente en los últimos 20 años. Estos cambios se pueden ver en la figura 1.4 y obedecen principalmente a las ventajas comparativas que tiene un modo sobre otro y al estado de la economía mundial. Es más, los datos del comercio aéreo suelen publicarse antes del PIB mundial o de los datos comerciales. Luego, se puede utilizar esta información a menudo como un sustituto de los puntos de inflexión en el ciclo económico y comercial mundial (Morrell, 2011). Así, en la figura se puede ver que entre 2004 y 2009 la proporción de carga movida por aire disminuyó a un ritmo constante, seguido por un leve repunte hasta el año 2010 para luego caer nuevamente hasta el año 2013. Desde 2014 en adelante se puede apreciar una tendencia al alza.

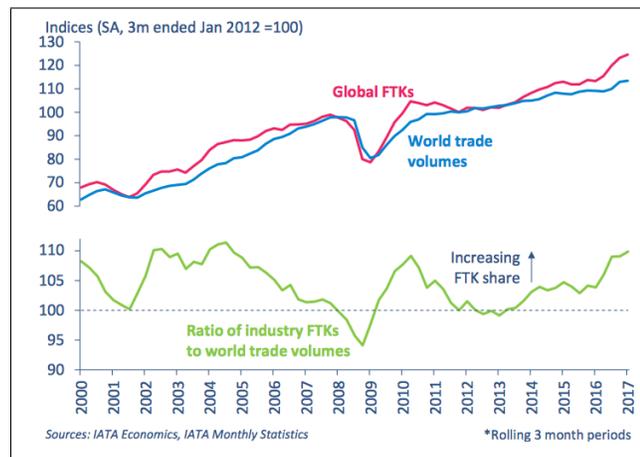


Figura 1.4. Proporción de los FTK de la industria en relación al volumen global de carga. Fuente: (IATA, 2017)

El transporte marítimo es más económico que el aéreo, pero es significativamente más lento. Un envío por barco puede demorarse hasta un mes, mientras que por avión deberá demorarse un par de días (Rau, 2011). En un mundo que es cada día más globalizado la disponibilidad de los productos adquiere una relevancia especial. De esta forma, el

transporte aéreo se posiciona como la alternativa más inmediata, lo que justifica su valor extra. Por ejemplo, si consideramos productos que poseen una obsolescencia altamente programada, como lo serían artículos tecnológicos de alto valor, o bien repuestos cuya ausencia pone en juego la continuidad operativa de alguna cadena productiva, en tales casos el tiempo que tarda el envío es crucial y por lo tanto el transporte aéreo se perfila en esos casos como la opción más adecuada. Esto es consistente con el valor promedio por kilo de la carga transportada. Viendo los datos de Estados Unidos, podemos ver que el costo por kilo transportado por aire fue de US\$205.52 mientras que el promedio para los modos de superficie (tierra y agua) fue de apenas US\$1.59 (*U.S. Department of Transportation, Bureau of Transportation Statistics, TransBorder Freight Data.*, s.f.). Esta información es consistente con el hecho de que a pesar de representar únicamente el 1 % del tonelaje movido mundialmente, si se evalúa esta carga por valor esta proporción asciende a 35 % del total global.

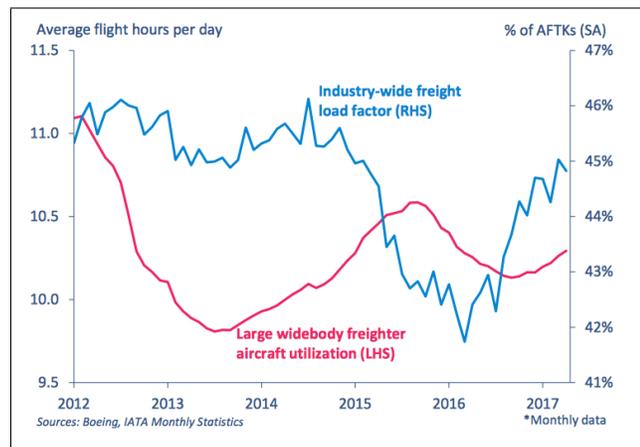


Figura 1.5. Evolución del factor de ocupación y la utilización de los cargueros.

Fuente: (IATA, 2017)

Otro punto importante es revisar el rol que cumplen los aviones CAO en la industria de carga aérea. De esta forma, en la figura 1.5 se aprecia la evolución de la utilización y de los factores de ocupación de los aviones cargueros en el periodo comprendido entre 2012 y 2017. Si se ve la curva de factores de ocupación, se ve que entre 2012 y 2015 se

mantuvieron relativamente constantes, con una disminución de apenas 2 %. Sin embargo, el año 2015 se produjo una caída brusca en este indicador, de la mano con un repunte en la utilización de los aviones. Finalmente, desde finales del año 2016 se aprecia un repunte en ambos indicadores, los cuales se anticipa que sigan con esta tendencia en 2017. Esta alza también ha generado una recuperación en el rendimiento (*yield*) de las aerolíneas cargueras en este periodo. Esta figura es relevante porque muestra que la industria de carga aérea tiene un potencial de mejora en la eficiencia muy grande. Si comparamos con los aviones de pasajeros, vemos que aunque la utilización de los aviones es similar, el factor de ocupación es mucho más bajo en el caso de carga (45 % para carga contra un 80 % en el caso de pasajeros) (IATA, 2017).

Si bien la información presentada anteriormente introduce dudas respecto del futuro de la operación de los aviones CAO, estos son una pieza fundamental en la industria y nunca podrán ser completamente reemplazados por el espacio en *belly*. Las aerolíneas que operan cargueros generan el 90 % de los ingresos de la industria de carga aérea, un porcentaje que se ha mantenido relativamente constante en el tiempo Boeing (2016). Además, más de la mitad del tráfico de carga aérea se realiza en cargueros. La introducción de más ATK provenientes del espacio disponible en *bellies* no ha reducido significativamente esta proporción en el tiempo. Si bien los ATK provenientes de *bellies* de pasajeros aumentó un 27 % entre 2010 y 2015, el número de aviones CAO de gran tamaño aumentó un 8 % en el mismo período. La proporción de carga transportada en cargueros sigue siendo alta en los mercados de todo el mundo, especialmente en las dos rutas de mayor tráfico, Asia-Norteamérica y Asia-Europa, donde más del 70 % de la carga es transportada en aviones dedicados a carga (Boeing, 2016).

Las aerolíneas dedicadas a carga (como FedEx) continúan operando flotas compuestas principalmente de aviones CAO, volando el 40 % de los cargueros de fuselaje ancho a nivel mundial y generando el 40 % de los ingresos de la industria de carga aérea en 2015 (Boeing, 2016). Estos operadores utilizan los cargueros como un enlace en su red de transporte puerta-a-puerta, una red que se encuentra adaptada a las necesidades de sus

clientes mediante el uso de horarios únicos y aviones especializados. Por ende, el modelo de negocio que estas empresas utilizan no es replicable utilizando únicamente el espacio disponible en *belly*.

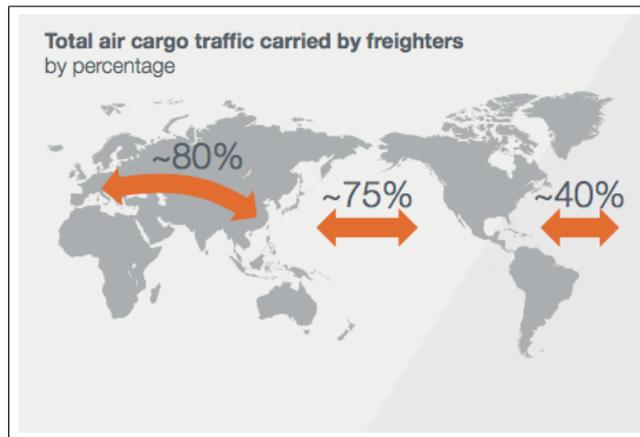


Figura 1.6. Principales rutas de carga y porcentaje llevado en cargueros.
Fuente: (Boeing, 2016)

La demanda por transporte aéreo está muy concentrada: el 85 % de las rutas cargueras más relevantes en cuanto a volumen operan desde los 50 aeropuertos de carga más importantes, incluidos los aeropuertos de Norteamérica, Asia y Europa. En la figura 1.6 se pueden ver las principales rutas cargueras y el porcentaje de ellas que es llevada por medio de aviones CAO. En los últimos cinco años, sólo el 30 % de los ATK provenientes de *belly* han servido estas rutas (Boeing, 2016). Esto subraya la dependencia que tienen las aerolíneas de los cargueros para poder ser capaz de servir a estos mercados y aeropuertos. Más aún, las restricciones de alcance en los vuelos de pasajeros que se encuentran llenos y la frecuencia limitada de vuelos de pasajeros que sirven a estos mercados de alta demanda en carga hacen que los cargueros sean esenciales cuando se requieren servicios de largo alcance y frecuentes a la vez.

Por último, los aviones exclusivamente cargueros sirven para transportar cargas que por dimensiones o peso no pueden ser transportados en aviones de pasajeros. Las puertas especiales de los aviones CAO son de especial relevancia en estas situaciones ya que

facilitan de sobremanera la logística en tierra. En segundo lugar, dadas las regulaciones de aeronáutica civil, ciertos tipos de paquetes requieren un trato especial y por lo tanto es imposible llevarlos en aviones de pasajeros. Ejemplos de esto son: animales vivos, químicos peligrosos o incluso restos humanos.

Los argumentos anteriores revelan el rol crucial que cumple el transporte aéreo en la economía global y también justifican la necesidad de aviones cargueros. Luego, dado los retornos decrecientes que han presentado las aerolíneas cargueras estos últimos años, la tendencia a la baja en los factores de ocupación y los bajos márgenes operacionales que caracterizan esta industria, hace sentido intentar hacer su operación lo más rentable posible y así poder aumentar los retornos de las aerolíneas.

1.1.2. Planificación de itinerarios cargueros

Un itinerario de carga aérea es la descripción de las rutas a servir por la aerolínea en un periodo determinado y es el resultado de un extenso proceso de planificación. Este se compone por los pares O-D a servir, los tramos de vuelo, la asignación de las aeronaves a dichos tramos o secuencia de tramos (Derigs y Friederichs, 2013), los horarios y las frecuencias de los vuelos. A partir de esta planificación también se extrae la capacidad de carga de la aerolínea y además sirve para preparar los recursos necesarios, como la asignación de las tripulaciones a los vuelos, para que dicho itinerario sea factible de realizar. En la figura 1.7 se puede ver de manera resumida el proceso de generación de itinerarios.

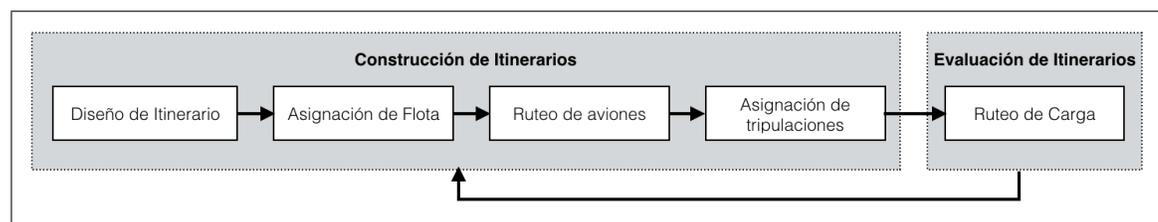


Figura 1.7. Esquema de construcción de itinerarios cargueros.
Fuente:(Derigs y Friederichs, 2013)

Como se ve en la figura 1.7, el proceso de generación se compone por cuatro subprocesos. En la práctica, dado el gran tamaño de las redes y la enorme complejidad del problema, se ha optado por generar la planificación atacando cada subproblema de manera secuencial, aún cuando al resolverlo de manera simultánea se podría obtener teóricamente un mejor resultado.

La primera etapa se caracteriza por la determinación del conjunto de tramos de vuelos a volar. Para esto se hace un estudio de demanda de los distintos pares O-D de la red y el conjunto de tramos escogidos debiera ser capaz de satisfacer dicha demanda. En segundo lugar se realiza la asignación de las aeronaves a los tramos de vuelo a servir. Para esto se necesita la información global de la flota disponible, qué capacidad y cuántos aviones hay disponibles de cada tipo. De esta forma, cada tramo debería estar cubierto por una aeronave que sea capaz de transportar la carga proyectada para dicho vuelo. Después de eso, se asigna cada avión de manera individual, por matrícula, a cada tramo. Finalmente se hace la asignación de las tripulaciones, *rostering*, a cada tramo.

El proceso de ruteo para las aerolíneas es mucho más complejo que para los modos de transporte de superficie (terrestre y marítimo). Esto se debe a que existe un conjunto de fuertes regulaciones que norman a todas las aerolíneas. Además, cada país cuenta con su propio conjunto de normas, que las compañías deben respetar. Dentro de las limitaciones más relevantes podemos mencionar que las tripulaciones deben cumplir con estrictas leyes laborales, entre las que destacan el volver a su aeropuerto de origen cada cierto número de días. Otro aspecto importante son las mantenciones de las aeronaves. Dado que es de suma importancia mantener los más altos estándares de seguridad, es necesario planificarlas rigurosamente debido a que no sólo reducen de manera considerable la capacidad instalada de la aerolínea sino que también deben ser cuidadosamente previstas debido a que no se pueden realizar en cualquier aeropuerto (Belobaba et al., 2015).

Por otro lado, la principal fuente de interrupciones que tienen que manejar las aerolíneas es la gran variabilidad en la demanda por transporte de carga aérea a la que se ven expuestas. Esta variabilidad se ve explicada principalmente por tres factores. En primer lugar

podemos mencionar la manera en la que se vende el espacio en los cargueros. Existen dos formas de comprar espacio: el *allotment* y el *free*. El *allotment* implica un contrato entre la aerolínea y el cliente por un monto fijo y capacidad fija en un determinado vuelo. Sin embargo, por otro lado está el *free*, que es un espacio sin reserva que se llena con los pedidos que lleguen hasta el cierre del vuelo. Esta forma de cobrar la carga es en la gran mayoría de los casos más costoso que el *allotment*. El espacio que se destina a cada uno dentro del avión corresponde a una tarea llevada a cabo por el departamento de *revenue management* y escapa al alcance de este trabajo. En segundo lugar tenemos los incentivos económicos detrás del transporte aéreo. A excepción de casos muy específicos, no es necesario pagar la tarifa del transporte antes del vuelo a modo de reserva. Esto, sumado al hecho de que no existen cobros por no presentar la carga (el *no show* de la carga), genera que el cliente no tenga incentivo alguno por respetar lo previamente acordado y por ende la demanda de espacio efectiva difiere mucho de lo avisado. Por último, y muy distinto a lo que sucede para el caso de pasajeros, en el mercado carguero es muy común que un único cliente acapare una porción considerable de la capacidad de un vuelo. Esto tiene como consecuencia que si esa carga no se presenta, el factor de ocupación de dicho vuelo puede caer de manera importante haciéndose necesario cancelar el vuelo para mantener la rentabilidad.

Todas estas peculiaridades de la industria en su conjunto desfavorecen considerablemente a las aerolíneas y aumentan el nivel de incertidumbre a la que se ven expuestas. En consecuencia se tiene una operación poco eficiente, lo que se ve reflejado muy notoriamente en los bajos factores de ocupación de los aviones cargueros. Así, el objetivo principal de este trabajo es intentar introducir diferentes escenarios de demanda en la generación inicial de itinerarios, obteniéndose por consiguiente una planificación robusta en la que las interrupciones afecten mínimamente en los costos.

Por último, es importante mencionar que por lo general las interrupciones en la demanda se comportan de dos maneras: aumento o disminución de la demanda global o bien variaciones puntuales en ciertos mercados. La variabilidad generalizada obedece generalmente a periodos de auge económico, o bien a que el transporte aéreo se hace más competitivo en

comparación a los otros modos. Ejemplo de esto es la crisis *subprime* en la que se percibió una disminución fuerte en la demanda producto de la severa recesión en la economía mundial. Para el caso de una interrupción puntual podemos mencionar el mercado de las semillas en el año 2014, el cual estuvo especialmente bajo y que perjudicó notoriamente a la demanda percibida en Brasil y Argentina. De esta forma, interesa obtener una herramienta que sea capaz de considerar ambas opciones simultáneamente.

1.2. Objetivos

El objetivo general de esta tesis consiste en desarrollar una formulación para la generación de itinerarios robustos de operación carguera considerando interrupciones en la demanda. Al introducir más información al modelo se espera que los itinerarios generados sean mejores en el sentido que permitan hacer la operación carguera más eficiente en cuanto a costos. Por optimización robusta entenderemos a un modelo que sea capaz de incorporar las fuentes de estocasticidades al problema y cuya solución sea lo suficientemente estable para que los cambios de último minuto a la planificación original, una vez revelada la incertidumbre, sean mínimos. Específicamente se plantea:

- (i) Formular el problema de generación robusta de itinerarios para la operación de aviones cargueros ante interrupciones en la demanda.
- (ii) Implementar técnicas avanzadas de optimización para resolver el problema.
- (iii) Evaluar mediante experimentos los beneficios de contar con itinerarios robustos en comparación con otro que no considere estocasticidades. Esto se hará mediante el análisis de distintos escenarios en los que se modificará la demanda tanto en mercados específicos como en la red completa.

1.3. Estructura

El trabajo se estructura de la siguiente manera: en la sección siguiente se presenta un marco teórico que aborda la literatura correspondiente al tema en cuestión. Se incluye

una revisión de los temas de planificación de itinerarios tanto cargueros como de pasajeros y ruteo de vehículos. Además, ya que como metodología de solución se eligió la programación estocástica en dos etapas, se hace una revisión de la literatura de este tema, sus características y aplicaciones en otras áreas. Por último se profundiza en cuanto a la Descomposición de Benders, técnica usada comúnmente para mejorar la escalabilidad de modelos estocásticos con múltiples escenarios.

Posteriormente en la sección 3, se presenta la metodología de estudio del problema. Aquí se detalla el modelo desarrollado junto con su validación, las técnicas de resolución y la manera de tratar/interpretar casos especiales y/o supuestos. En la sección 4 se presenta la metodología de generación de instancias, seguido del análisis de los resultados obtenidos utilizando los modelos para los escenarios creados, presentando los estadísticos principales para poder caracterizar la calidad de la solución obtenida. Finalmente, en la sección 5, se presentan las conclusiones obtenidas durante el desarrollo de este trabajo, en conjunto con las limitaciones y futuras líneas de investigación.

2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presentará una revisión bibliográfica de la literatura más relevante en el tema de estudio. Primero se abordará el diseño de itinerarios y se expondrá la literatura relacionada al caso de pasajeros para luego pasar al caso carguero. Para el caso de pasajeros es importante mencionar que ya se han realizado esfuerzos para introducir robustez al método de solución. Dichos intentos serán debidamente explicados, enfocándose especialmente en la manera en la que se introduce estabilidad a la solución final. En segundo lugar se expone la literatura en relación a programación estocástica en dos etapas. Se expone y explica el método y su posible aplicabilidad al problema de este trabajo. Además, se presentan diferentes casos de aplicaciones exitosas de este método en una variedad de áreas diferentes. En tercer lugar, se presenta la Descomposición de Benders. Este es un método bastante popular que en teoría mejora la escalabilidad de cierto tipo de problemas. La razón de incluirlo es que la programación estocástica de dos etapas pertenece a dicho grupo de problemas, por lo que su implementación podría resultar beneficiosa en la práctica. Finalmente, se presentan los aportes a la literatura de este trabajo en particular y se presentan las características clave que lo diferencian del resto de la literatura hasta ahora.

2.1. Diseño de Itinerarios

2.1.1. Transporte Aéreo de Pasajeros

La planificación de itinerarios aéreos es un área de estudio que se ha concentrado principalmente en el transporte de pasajeros. Esta disciplina se inicia alrededor de los años 60, una vez que las redes aumentaron su capilaridad y los avances en optimización y computación fueron lo suficientemente potentes para resolver instancias reales en un tiempo competitivo. En el trabajo de Etschmaier y Mathaisel (1985) se expone una revisión de los métodos utilizados.

Como se mencionó en el capítulo 1, el proceso de planificación se compone por cuatro etapas: diseñar el itinerario, asignar la flota, rutear los aviones con restricciones de

mantenimientos y el *rostering* de las tripulaciones (Barnhart et al., 2003). Debido al gran tamaño de las instancias a resolver, en la práctica es muy difícil resolver estas cuatro etapas de manera simultánea. De esta forma, los primeros intentos de resolución se centraron en generar itinerarios de manera incremental, es decir, comenzando de un itinerario base e ir haciendo modificaciones hasta que el resultado satisficiera todos los requerimientos. En los trabajos de Berge (1994), R. Marsten et al. (1996), y Lohatepanont y Barnhart (2004) se presentan un par de métodos para generar itinerarios de esta manera.

El resolver secuencialmente el proceso de planificación es una limitante no menor ya que el conjunto de óptimos locales obtenidos en cada etapa no aseguran de ninguna manera el llegar a un óptimo global del proceso completo. En un negocio con márgenes operacionales tan bajos como este, esta ganancia en eficiencia por pequeña que fuese podría hacer la diferencia. Así, a medida que avanza la tecnología en poder de procesamiento y las técnicas de optimización se vuelven más eficaces, es natural que el enfoque cambie a la resolución simultánea que incluya más de una etapa a la vez (Barnhart, 2003). Dentro de los trabajos que han propuesto este enfoque para la generación de itinerarios podemos mencionar a Liang y Chaovalitwongse (2012), Pita et al. (2012) y Sherali et al. (2013).

2.1.2. Transporte de Carga Aérea

Uno de los primeros estudios en carga aérea lo realizan R. E. Marsten y Muller (1980), donde atacan dos problemas estratégicos: el diseño de la red de pares OD a servir y la selección y ruteo de la flota de aviones cargueros. En particular utilizan un *spider graph*, con un nodo como *hub* central, como base de un modelo de programación entera mixta, que les permite evaluar cualquier red construida sobre este tipo de árbol.

Lin y Chen (2003) estudiaron cómo conectar las redes de carga aérea de Taiwán y China. Para ello, diseñaron un modelo basado en *multicommodity flow*, donde se buscaba minimizar los costos totales de transporte. Se considera una red con capacidad, donde cada nodo corresponde a un aeropuerto, y dentro de las decisiones a tomar se incluye qué aeropuertos utilizar para poder servir la demanda, y en cuáles se puede hacer transferencia.

Sin embargo, el análisis se llevó a cabo exclusivamente para espacio en *bellys* de aviones de pasajeros.

Yan et al. (2006), generan un modelo de diseño de itinerarios integrado, que resuelve simultáneamente la selección de aeropuertos, el ruteo de aviones y la determinación de las horas de vuelo, todo en un horizonte de planificación de 7 días. El modelo se formuló como entero-mixto y tiene como objetivo maximizar utilidades sujeto a restricciones operacionales. Se basa en una red espacio-tiempo, donde cada nodo representa una hora para cierto aeropuerto. Se superponen varios niveles de la red, uno para cada avión y uno para cada *commodity* a transportar. Para resolverlo se utilizaron diversas heurísticas y algoritmos, donde la más interesante es ir variando la cantidad de paradas permitidas para un avión entre su origen y destino. Parten con una heurística más simple que considera transportar todos los pedidos directamente desde su origen a su destino sin paradas intermedias (*non-stop*), hasta una versión con total libertad, que puede considerar todas las paradas que desee entre el origen y destino de la carga (*all-stop*). Probaron diferentes instancias ficticias y reales, con tiempos de resolución con gran varianza dependiendo del tamaño y complejidad de la heurística elegida, siendo esta su principal limitación. La heurística elegida determinará en gran medida la estructura final del ruteo de los aviones. Yan y Chen (2008) extienden el modelo para analizar la coordinación de itinerarios cargueros dentro de una alianza entre aerolíneas.

Tang et al. (2008) formulan un modelo integrado de generación de itinerarios para aviones de pasajeros, de carga, o que combinen ambos. Este modelo está basado en un *multicommodity flow* entero, combinando capacidad de aviones cargueros y *bellys* de aviones de pasajeros y es capaz de manejar las interrelaciones entre ambos. Para esto utiliza una metodología similar a Yan et al. (2006), separando cada red de carga como una copia de la red espacio-tiempo, y su objetivo es determinar los flujos de aviones tanto de carga como de pasajeros al menor costo posible. Fue resuelto con diversas heurísticas, y sus resultados mostraron ser un modelo útil para tomar decisiones en el corto plazo.

Derigs et al. (2009) generan varios aportes a la literatura. En primer lugar, hacen una descripción exhaustiva de las características esenciales del mercado de carga aérea, así como del problema de planificación de la red de carga. En particular, el enfoque que utilizan optimiza la elección de tramos a volar de un grupo de vuelos predefinidos, los cuales pueden ser a su vez opcionales u obligatorios. El modelo, también basado en *multicommodity flow*, contempla una formulación que simultáneamente optimiza tanto la selección de vuelos como la rotación de los aviones. Además, identifica rutas de carga óptimas. Este enfoque da origen a mejoras incrementales de itinerarios mediante cambios en la selección de vuelo, combinando la generación de la rotación y la evaluación del itinerario.

Derigs y Friederichs (2013) realizan una revisión de la literatura hasta la fecha, y describen los principales subproblemas de la planificación de carga. La diferencia con su trabajo anterior, es que aquí el objetivo es de refinar y adaptar un itinerario existente en vez de partir desde cero. Esto permite atacar problemas de tamaño más realista. Lo denominan un enfoque pragmático pues respeta la complejidad combinatorial del problema y representa la realidad de las aerolíneas. Finalmente, proponen un modelo que integra las cuatro etapas de planificación (selección de vuelos, asignación de vuelos, rotación de aeronave y el ruteo de la carga), y un esquema de *branch-and-price* para resolverlo.

Feng et al. (2015) presenta un repaso de la literatura en operaciones de carga aérea, comparando estudios teóricos con los problemas prácticos de los agentes del mercado de carga. En particular, presentan una revisión de los modelos usados para resolverlos. Terminan destacando los principales aprendizajes desde un punto de vista industrial y las brechas entre los estudios actuales y la realidad del mercado.

2.2. Manejo de Disrupciones en el Transporte de Pasajeros

En la literatura, se encuentra que existen dos enfoques para manejar las disrupciones: reactiva y proactiva. Por reactiva, o también llamada de recuperación, entenderemos los cambios que realiza la empresa de transporte una vez que las disrupciones ya han afectado

el estado de planificación original. En el enfoque proactivo, en cambio, la idea central es incorporar a la planificación original la posibilidad de absorber las interrupciones, o bien facilitar el trabajo de recuperación posterior. El enfoque proactivo también se conoce como robusto, ya que se le añade resiliencia a la solución, y será el foco principal de este trabajo. En esta sección se presentará la literatura correspondiente a ambos enfoques, pero haciendo un énfasis en planificación robusta.

En su revisión bibliográfica, Clausen et al. (2010) hacen un resumen de las metodologías existentes para el manejo de las interrupciones para la industria aérea, donde el principal objetivo es que una vez perturbada la planificación original, se vuelva a ajustar el itinerario incurriendo en los menores costos posibles. Estos ajustes incluyen la recuperación de itinerarios de aeronaves, de tripulaciones e incluso de los pasajeros.

En ese trabajo, los autores explican que las tres formas más usadas para representar la red aérea son: red expandida espacio-tiempo (como la que será utilizada posteriormente en este trabajo), redes de conexiones y redes por banda de tiempo. Se exponen las ventajas y desventajas de cada formulación y se presentan los trabajos más relevantes de cada uno de los tres tipos de red. El enfoque de esta revisión bibliográfica se centra en recuperación de itinerarios, pero también hacen al final de su trabajo una breve introducción a la robustez de los itinerarios, ya que ese enfoque es un complemento natural para esa línea de investigación.

La necesidad de introducir robustez en el proceso de planificación no es nueva y en el caso de los pasajeros (tanto en la industria del transporte aéreo como en otras, por ejemplo, del transporte ferroviario) se han hecho algunos intentos de lograrlo. Lan et al. (2006) estudió el problema de que, debido a que cada avión suele volar una secuencia de tramos de vuelo, el retardo de uno de ellos podría propagarse a lo largo de la ruta del avión hacia los segmentos aguas abajo y provocar retrasos e interrupciones adicionales. Por lo tanto, propusieron un nuevo enfoque para reducir la propagación de retrasos mediante el ruteo inteligente de aeronaves. Se le dice inteligente al ruteo porque se generan copias para cada tramo de vuelo en una pequeña ventana de tiempo, a modo de asignar correctamente

las holguras de tiempo a cada vuelo. Ellos formularon el problema como un problema de programación entera mixta con *inputs* generados estocásticamente.

Gao et al. (2009) abordó estos mismos desafíos desarrollando un nuevo enfoque que integra las conexiones de tripulación dentro del modelo de asignación de flota e impone lo que los autores denominan “pureza de estación” que consiste en limitar el número de tipos de flota y bases de tripulación permitidas para servir a cada aeropuerto. Este enfoque tiene como objetivo maximizar la capacidad de respuesta y versatilidad de la planificación original, ya que al contar con determinados tipos de flota en los aeropuertos se maximiza la posibilidad de hacer intercambio de aviones proceso conocido como *swap*.

Liebchen y Lübbecke (2009) aplican robustez en la planificación ferroviaria. Los autores proponen un nuevo concepto de optimización bajo incertidumbre: robustez recuperable. Se dice que una solución es robustamente recuperable si puede recuperarse por medios limitados en todos los escenarios posibles. Estudiando cómo se comporta este nuevo criterio para manejar las interrupciones, demostraron que la robustez recuperable combina la flexibilidad de la programación estocástica con la tractabilidad y las prestaciones garantizadas del enfoque robusto clásico.

Por último, Froyland y Maher (2013) proponen una técnica de robustez recuperable como una alternativa a la optimización robusta para las compañías aéreas para reducir el efecto de las interrupciones y el costo de la recuperación. Proponen una formulación basada en rutas de vuelo (*flight strings*, una ruta de vuelo es un conjunto de tramos) que busca minimizar los costos de recuperación y la desviación de la programación original. Sin embargo, el tiempo que consideraron para el programa obtenido es sólo un día.

Como se puede apreciar, los procesos de planificación de las aerolíneas son un objeto de estudio desde hace bastante tiempo. Sin embargo, los esfuerzos se han concentrado en el lado de pasajeros debido a las diferencias existentes con el lado de carga. Las dos grandes diferencias entre los mercados de pasajeros y carga son:

- (i) Mientras en pasajeros las interrupciones se originan principalmente por fallas mecánicas o imprevistos climáticos, en carga la principal fuente de incertidumbre es la demanda a ser transportada. Como se vio en la sección anterior, sólo se conoce con precisión horas antes del vuelo.
- (ii) Lo más importante en la industria de carga aérea es que los pedidos lleguen a destino en el tiempo pactado. De esta forma, la cantidad de escalas que realiza un paquete en particular, o el tiempo que espera en dichas escalas, no influyen en el nivel de servicio que la aerolínea entrega. Por lo tanto, puede ser re-ruteada o transbordada, lo que da la flexibilidad de modificar la planificación de los aviones a gusto del operador. Así, a diferencia del caso de pasajeros, no es necesario considerar penalidades por estas situaciones.

Estas diferencias son tan estructurales, que lo avanzado en el lado de pasajeros no es transferible ni aplicable a la industria de carga. En específico, dada la diferencia fundamental en el tipo de interrupciones, la planificación robusta de itinerarios está lejos de ser un tema resuelto para las aerolíneas de carga.

2.3. Programación estocástica en dos etapas

En la literatura encontramos algunos métodos para introducir estocasticidades en aplicaciones de programación lineal. Uno de los métodos más utilizados corresponde a la programación estocástica de dos etapas. El programa lineal estocástico de dos etapas clásico con recurso fijo fue originado por Dantzig (1955) y Beale (1955) y la idea principal detrás de él es resolver un problema con los siguientes dos tipos de variables (Birge y Louveaux, 2011):

- (i) Variables de primera etapa. Variables que toman valor antes de revelarse la incertidumbre.
- (ii) Variables de segunda etapa. Aquellas que son computadas luego que la incertidumbre se revela.

En la segunda etapa, pueden ocurrir una serie de eventos diferentes que normalmente se describen usando múltiples escenarios. En su libro, Birge y Louveaux (2011) discuten algunas de las aplicaciones más simples de este problema, siendo el problema del vendedor de periódicos y el problema del agricultor dos de los más relevantes y conocidos.

Sin embargo, en la literatura encontramos aplicaciones muy exitosas de este método en otras industrias. Xie et al. (2013) desarrolló un modelo inexacto de gestión de recursos en dos etapas para la planificación multiregional de los recursos hídricos en la cuenca del lago Nansihu, China.

Chen et al. (2010) formuló un método de dos etapas de programación estocástica inexacta (TISP) para planificar el comercio de emisiones de dióxido de carbono (CO₂) bajo incertidumbre.

Si buscamos en la industria de carga aérea encontramos el trabajo de Wada et al. (2017). Ellos formularon un modelo estocástico de dos etapas para determinar la proporción óptima a reservar de espacio en los aviones de carga para paquetes que llegan a último minuto (carga del tipo *free*).

Otro ejemplo, esta vez en el área médica, es el trabajo de Dillon et al. (2017), donde proponen un modelo de programación estocástica en dos etapas para definir las políticas de revisión periódica óptima para el manejo de inventario de glóbulos rojos. El objetivo se centra en minimizar los costos operativos, así como la escasez de sangre y el desperdicio debido a la perecibilidad de la sangre, teniendo en cuenta la obsolescencia y la incertidumbre de la demanda.

Finalmente, y como ya se mencionó anteriormente, Froyland y Maher (2013) utilizaron un enfoque estocástico para resolver el problema de la generación de itinerarios robustos para aerolíneas de pasajeros. Para lograr este objetivo, ellos utilizaron un modelo estocástico en dos etapas que minimiza los costos de recuperación y la desviación de la programación original.

2.4. Descomposición de Benders

La resolución de las aplicaciones de programación estocástica en dos etapas no siempre es una tarea fácil debido al gran crecimiento de las instancias que este método requiere al incluir escenarios. Cada escenario extra considerado (demanda en nuestro caso), implica necesariamente un conjunto de nuevas variables para ser incluido en el problema, ralentizando dramáticamente el tiempo que le toma al computador llegar a la solución. Además, la estructura base del modelo ya es un modelo MIP que es, por construcción, muy difícil de resolver.

Estas son las razones por las que usar la Descomposición de Benders parece una buena idea (Benders, 1962). La idea principal detrás de la Descomposición de Benders es abordar problemas con *complicating variables*, que, cuando se fijan temporalmente, producen un problema significativamente más sencillo de manejar. De hecho, existen aplicaciones exitosas de este método en muchos campos diversos, incluyendo planificación y calendarización, atención de la salud, transporte y telecomunicaciones, energía y gestión de recursos, y diseño de procesos químicos (Rahmaniani et al., 2016).

Finalmente, Magnanti y Wong (1981) propone una metodología para mejorar el rendimiento de la descomposición de Benders cuando se aplica a problemas tipo MIP. En su investigación, se obtuvieron buenos resultados al aplicar el algoritmo de descomposición de Benders a problemas de flujo en redes.

2.5. Aporte a la Literatura

La principal contribución de esta tesis es la incorporación de robustez en el diseño de itinerarios para aviones cargueros mediante la consideración de diferentes posibles escenarios de demanda, aspecto que no ha sido abordado en la literatura y que presenta características que lo hacen fundamentalmente diferente a los planteados anteriormente. Entre las contribuciones específicas destacan:

- (i) La formulación de un modelo basado en programación estocástica de dos etapas para la generación de itinerarios robustos de vuelo para el caso carguero.
- (ii) Explorar técnicas de optimización para resolver el problema.
- (iii) Estudiar el impacto que tiene en los costos de operación y en la estabilidad de la solución el operar con itinerarios robustos en comparación a su contraparte determinística.
- (iv) Caracterizar la solución analizando las condiciones de variabilidad en la demanda bajo las cuales el modelo propuesto genera mayores beneficios al ser utilizado.

Por estas razones se presentará un modelo innovador dentro de la literatura de carga aérea para atacar este problema. El modelo se comparará con su contraparte determinística para evaluar si efectivamente es un aporte en la gestión y en el ahorro de costos de la aerolínea. Además, se evaluará la descomposición de Benders como herramienta para mejorar la escalabilidad del modelo.

3. METODOLOGÍA Y MODELACIÓN

En esta sección del trabajo se expone la formulación matemática usada para dar solución a la problemática expuesta anteriormente. El problema expuesto en la sección anterior consiste en ser capaz de generar itinerarios robustos para aerolíneas cargueras, esto es, itinerarios que sean lo suficientemente estables para tolerar interrupciones sin la necesidad de aumentar excesivamente los costos. Además, para este problema en particular la naturaleza de las interrupciones vienen determinadas en este mercado en específico por la variabilidad en la demanda. De esta forma, se busca minimizar los costos totales, dados por el costo de ruteo y operación de las aeronaves, los costos variables del transporte de carga, los costos asociados a la logística en tierra de la carga y también los costos producto de una penalización ligada a la magnitud de la demanda no servida. Todo esto considerando múltiples escenarios plausibles, cada cual con una determinada probabilidad asociada.

En primer lugar se presenta el modelo determinístico base, exponiendo su estructura y también los supuestos utilizados en la modelación. En segundo lugar se presenta el modelo basado en programación estocástica de dos etapas para el problema de generación de itinerarios robustos para los aviones cargueros. Por último, se exhibe la aplicación de la Descomposición de Benders al modelo estocástico.

3.1. Formulación matemática Base

La forma en la que se trabajó el problema fue obteniendo una modelación base de naturaleza determinística, para luego añadirle la robustez utilizando el método de programación estocástica de dos etapas. El modelo determinístico permite además la posterior comparación de resultados con el modelo robusto para efectivamente apreciar si es que el modelo propuesto genera eficiencias en los costos.

3.1.1. *Red expandida espacio-tiempo*

Para representar la red se utiliza una red expandida espacio-tiempo. En la red propuesta, los nodos representan coordenadas de espacio-tiempo, es decir, un aeropuerto en un determinado instante en el tiempo. Además de los nodos correspondientes a los aeropuertos, se agregan nodos de recepción y despacho para cada pedido, los cuales se conectan a la red dependiendo de las ventanas de tiempo que tienen que cumplir. Análogamente se tienen nodos de inyección y de salida para las aeronaves, a modo de poder tener una continuidad con las planificaciones anteriores y posteriores. Por otro lado, se tienen dos tipos de arcos: de vuelo y terrestres. Los arcos de vuelo conectan aeropuertos distintos y consideran tanto el tiempo de vuelo como el *turnaround time*, es decir, una vez que una aeronave llega a cierto nodo de aeropuerto, esta inmediatamente habilitada para volar nuevamente. Los arcos terrestres conectan los nodos de un aeropuerto en particular a lo largo de la línea de tiempo.

La estructura de red expandida espacio-tiempo trae consigo una serie de beneficios. Las principales ventajas son: genera importantes ahorros tanto en variables como en restricciones. Esta manera de representar la red implica, por construcción, que se genera una red acíclica. Esto a su vez elimina una gran cantidad de restricciones de prevención de *subtours* y también las restricciones asociadas a la sincronización entre recepción y despacho (a estas restricciones se les conoce como de precedencia), tanto para el ruteo de las aeronaves como el de pedidos. Como desventaja se puede mencionar que el tamaño de la red crece considerablemente cuando se hace más granular, cuando se expande el horizonte de planificación y cuando se consideran más aeropuertos a los que servir.

Las ventajas de esta forma de representación son particularmente beneficiosas en este problema debido a que la naturaleza del problema hace que este sea muy complejo de resolver y por lo tanto estos ahorros se presuponen extremadamente relevantes para que el problema pueda ser resuelto en un tiempo aceptable. Esta es la razón por la cual para este problema en específico se decidió formular el modelo considerando esta forma de representar la red.

Otras de las ventajas que tiene esta forma de modelación son las presentadas a continuación:

- (i) Permite por construcción transbordos de carga de la red en cualquier aeropuerto.
- (ii) Fácil inclusión de costos de operación de carga terrestre, tanto de aviones como de carga. Basta con agregar costo a los arcos terrestres.
- (iii) Si se restringe el flujo de ciertas aeronaves en determinados arcos de la red se puede representar fácilmente las restricciones de vuelo por concepto de los distintos acuerdos de libertad del aire (acuerdos entre países que regulan la factibilidad de las rutas entre distintos aeropuertos)

A continuación se presenta un pequeño escenario de ejemplo para explicar de mejor forma la estructura de la red. Este ejemplo cuenta con 3 aeropuertos, 2 aeronaves, 2 pedidos y cada nodo representa un lapso de 1 hora. La información se encuentra resumida en la tabla 3.1 y la figura 3.1 es una representación gráfica de la misma.

Tabla 3.1. Escenario de ejemplo

Pedido	Origen	Destino	Nodo Origen	Nodo Destino	Hora Recepción	Hora Entrega
1	A1	A3	1 ⁺	1 ⁻	1	3
2	A1	A3	2 ⁺	2 ⁻	2	3

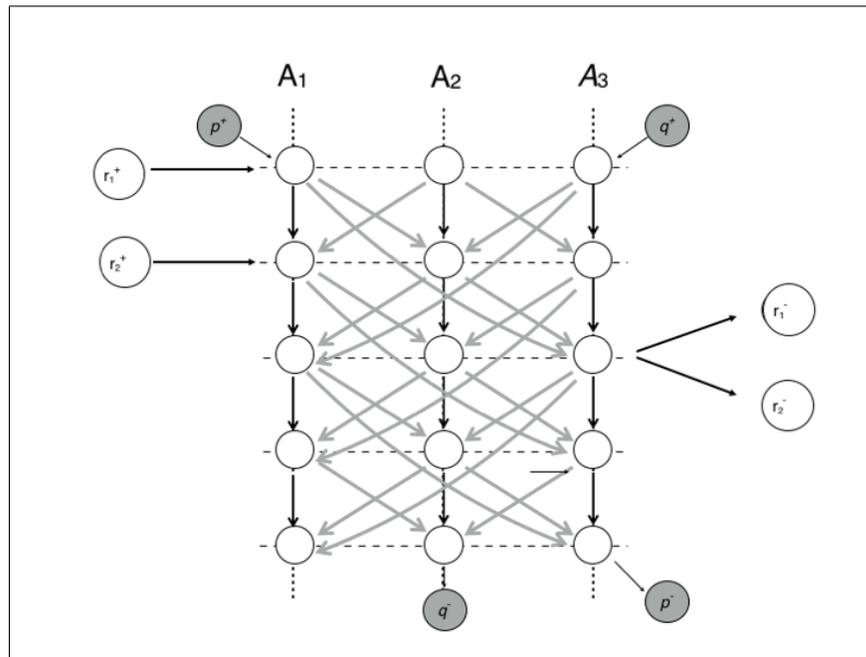


Figura 3.1. Grafo del modelo con la red espacio-tiempo expandida.

De la figura 3.1 se puede ver cómo cada aeropuerto está modelado por 5 nodos, cada uno de ellos representando una hora. Los arcos terrestres son negros y los arcos de vuelo son grises. En la figura se muestran los nodos de ingreso y egreso de los pedidos 1 y 2 con sus respectivos arcos de recepción y entrega de pedidos en los horarios que los determinan. Además, se puede ver el aeropuerto de inicio y término de las dos aeronaves (nodos p y q en color gris), esto permite acoplar el itinerario de un periodo con el siguiente, agregando continuidad a la planificación.

3.1.2. Supuestos de modelación

Los supuestos utilizados en la formulación matemática son los siguientes. Cabe mencionar que son los mismos supuestos que se emplearán para la versión estocástica del modelo, lo que es lógico si se piensa que la formulación robusta es una extensión del modelo base:

- (i) Se conocen los tiempos de viajes entre cada par de aeropuertos, que son fijos y determinísticos.
- (ii) Los pedidos son indivisibles: esto es un supuesto fuerte dado que cada pedido representa un consolidado de pedidos individuales en el viaje de un aeropuerto a otro.
- (iii) La capacidad de los aviones restringe a los pedidos solamente en peso, no en volumen. Si bien la capacidad no depende solo del peso sino también del volumen y forma de la carga, en la industria se utilizan conversiones de volumen a toneladas equivalentes (Leung et al., 2009).
- (iv) Los tiempos de carga/descarga son fijos y determinísticos. Aunque existen imprevistos, en general son constantes, por lo que se consideran como conocidos.
- (vi) La capacidad de un aeropuerto no es una restricción activa del problema. Esto considera bodegaje, *gates* disponibles o bien *slots* para el aterrizaje/despegue de los aviones.

3.1.3. Modelo Determinístico Base

El modelo base propuesto contempla el uso de la red espacio-tiempo extendida mencionada anteriormente, y a grandes rasgos es una adaptación del modelo clásico de flujo multi-commodity. En la sección siguiente se presentará en detalle la formulación del modelo base. Primero se introducirá la notación, luego la función objetivo y por último se revisarán las restricciones del modelo.

Conjuntos

N^N :conjunto de nodos de la red espacio-tiempo

N^D :conjunto de nodos de demanda de pedidos

N :conjunto de todos los nodos en la red $N^N \cup N^D$

A^V :conjunto de arcos de vuelo

A^T :conjunto de arcos terrestres

A^D :conjunto de arcos de oferta o demanda

A : conjunto de arcos totales : $A^V \cup A^T \cup A^D$

A^L : conjunto de arcos que puede recorrer un avión : $A^V \cup A^T$

K : conjunto de aviones

R : conjunto red de pedidos

L : conjunto de aeropuertos

$\delta^+(i)$: conjunto de arcos que salen del nodo $i \in N$

$\delta^-(i)$: conjunto de arcos que entran al nodo $i \in N$

i_k^+ : nodo de inyección a la red de aeronave $k \in K$

i_k^- : nodo de salida de la red de aeronave $k \in K$

i_r^+ : nodo de recepción de pedido $r \in R$

i_r^- : nodo de despacho de pedido $r \in R$

Parámetros

w^r : peso del pedido $r \in R$.

Q_k : capacidad del avión $k \in K$.

α_{ij}^k :
$$\begin{cases} 1 & \text{si avión } k \in K \text{ puede volar el tramo } ij \in A^V. \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

V_{ij} : costo marginal por unidad de peso por operar el tramo $ij \in A$.

F_{ij}^k : costo del avión $k \in K$ por operar el tramo $ij \in A^L$.

Variables

x_{ij}^k :
$$\begin{cases} 1 & \text{si el tramo } ij \in A^L \text{ pertenece al itinerario del avión } k \in K \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

$$q_{ij}^r: \begin{cases} 1 & \text{si el tramo } ij \in A \text{ pertenece al itinerario del pedido } r \in R \\ 0 & \text{eoc.} \end{cases}$$

Función Objetivo

$$\text{mín } z = \sum_{k \in K} \sum_{(ij) \in A^L} F_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{r \in R} \sum_{(ij) \in A^L} V_{ij} q_{ij}^r w_r \quad (3.1)$$

Restricciones

$$\sum_{r \in R} q_{ij}^r w_r \leq \sum_{k \in K} x_{ij}^k Q_k, \quad \forall ij \in A^V \quad (3.2)$$

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall ij \in A^V \quad (3.3)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in \delta^-(i)} x_{ji}^k = \begin{cases} 1, & i = i_k^+ \\ -1, & i = i_k^-, \quad i \in N, k \in K \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} q_{ij}^r - \sum_{(j,i) \in \delta^-(i)} q_{ji}^r = \begin{cases} 1, & i = i_r^+ \\ -1, & i = i_r^-, \quad i \in N, r \in R \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases} \quad (3.5)$$

$$x_{ij}^k \leq \alpha_{ij}^k, \quad \forall (i,j) \in A^L, k \in K \quad (3.6)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \forall (ij) \in A^L, k \in K. \quad (3.7)$$

$$q_{ij}^r \in \{0, 1\}, \forall (ij) \in A, r \in R. \quad (3.8)$$

La función objetivo del problema (3.1) equivale a la minimización de costos totales, que incluyen los costos fijos más los costos marginales por unidad de carga transportada del ruteo de las aeronaves y de la carga. Es importante mencionar que si se le asigna costo a los arcos terrestres, el costo marginal por unidad de carga de los paquetes representa el costo de la logística en tierra, y para el caso de las aeronaves podría representar el costo de oportunidad por no utilizarlas.

La restricción (3.2) se hace cargo de resguardar que no se exceda la capacidad máxima de los aviones en ningún momento. La restricción (3.3) limita a uno la máxima cantidad de aeronaves que pueden realizar un tramo de vuelo. De esta forma, se asegura que los pedidos no sean divididos en más de un avión al mismo tiempo. Por último, (3.4) y (3.5) representan restricciones de conservación de flujo tanto para aviones como para pedidos respectivamente. Estas restricciones son típicas de los problemas de flujo multi-commodity y dan origen a una matriz completamente unimodular, lo que es especialmente beneficioso para el tiempo de resolución.

La restricción (3.6) sirve para limitar los tramos posibles que puede realizar cada aeronave. Esta restricción es relevante sobretudo para una aerolínea que opera en múltiples países, los cuales pueden tener legislaciones que impidan a cualquier aeronave operar hacia o dentro de ellos. Las restricciones (3.7) y (3.8) corresponden a la naturaleza de las variables del problema.

El modelo propuesto posee la gran ventaja de lograr representar todos los aspectos más importantes de la planificación de una manera simple e intuitiva. Es esta la razón por la cual se eligió esta modelación como base para la posterior formulación robusta. Adicionalmente, se encontraron en el libro de Birge y Louveaux (2011) aplicaciones de programación estocástica en dos etapas a problemas de dicha estructura. Estas aplicaciones eran exitosas al introducir estocasticidad al problema original, lo que motivó aún más la elección de esta formulación.

3.2. Formulación Robusta

El objetivo del problema consiste en encontrar una planificación de itinerarios que minimice tanto los costos operativos como los costos por concepto de demanda no servida tomando en cuenta diferentes escenarios de demanda que son probables que se presenten al momento de ejecutar el itinerario, obteniendo de esa manera una solución relativamente estable (robusta). Como se mencionó en la sección 1, la estructura de incentivos propia de la industria de carga aérea hace que sea imposible tener certeza absoluta sobre la demanda por transporte con anticipación; esta es revelada apenas horas antes de que se cierren los vuelos. Así, el modelo propuesto debe ser capaz de incorporar múltiples escenarios distintos de demanda simultáneamente.

3.2.1. Modelo Estocástico en Dos Etapas

El método elegido para la formulación del problema fue la programación estocástica en dos etapas. Se eligió este método debido a que en la literatura especializada se encontraron aplicaciones de esta formulación a problemas con estructura muy similar a la del modelo determinístico base propuesto, como el problema de asignación de plantas expuesto en Birge y Louveaux (2011).

Como se mencionó en la sección 2, este tipo de formulación comprende separar las variables del problema en dos categorías:

- (i) Variables de primera etapa. Estas variables son comunes a todos los escenarios, por ende toman valor antes de que la incertidumbre (en este caso la demanda) sea revelada. Así, para este problema en particular, estas variables serían el ruteo de los aviones y los pedidos.
- (ii) Variables de segunda etapa. El valor de estas variables se calcula después de revelada la incertidumbre y es por eso que su valor difiere escenario a escenario. De esta forma se logra minimizar el costo esperado asociado a esas variables a lo largo de todo el conjunto de posibles escenarios. Para este problema en particular, las

variables de segunda etapa corresponden a la porción de los pedidos que se decide no llevar, incurriendo por ende en costos por concepto de demanda no satisfecha. Estas son variables que no estaban contempladas en el modelo original, por lo que se tuvieron que añadir al modelo robusto para poder utilizar el método.

El modelo estocástico de dos etapas que se propone toma como base el modelo determinístico, pero logrando incorporar satisfactoriamente la estocasticidad al modelo, y por ende el objetivo propuesto. A continuación se presenta el modelo robusto, además de los conjuntos, parámetros y variables extras que fueron necesarios añadir para la modelación:

Conjuntos

S : conjunto de escenarios

Parámetros

w^{rs} : peso del pedido $r \in R$ para el escenario $s \in S$.

p^s : probabilidad asociada al escenario $s \in S$

H^r : costo por kilo de demanda no satisfecha del pedido $r \in R$.

Variables

m^{rs} : porción del pedido $r \in R$ que es dejado en tierra en el escenario $s \in S$

z_{ij}^{rs} : porción del pedido $r \in R$ que es efectivamente transportado por el arco (i, j) en el escenario $s \in S$

Función Objetivo

$$Z = \sum_{k \in K} \sum_{(i,j) \in A^L} F_{ij}^k x_{ij}^k + \sum_{s \in S} p^s \left(\sum_{r \in R} \sum_{(i,j) \in A^L} V_{ij} w^{rs} z_{ij}^{rs} + \sum_{r \in R} m^{rs} w^{rs} H^r \right) \quad (3.9)$$

Restricciones de Primera Etapa

$$\sum_{k \in K} x_{ij}^k \leq 1, \quad \forall ij \in A^V \quad (3.10)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} x_{ij}^k - \sum_{(j,i) \in \delta^-(i)} x_{ji}^k = \begin{cases} 1, & i = i_k^+ \\ -1, & i = i_k^-, \quad i \in N, k \in K \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases} \quad (3.11)$$

$$\sum_{(i,j) \in \delta^+(i)} q_{ij}^r - \sum_{(j,i) \in \delta^-(i)} q_{ji}^r = \begin{cases} 1, & i = i_r^+ \\ -1, & i = i_r^-, \quad i \in N, r \in R \\ 0, & \text{e.o.c.} \end{cases} \quad (3.12)$$

$$x_{ij}^k \leq \alpha_{ij}^k, \quad (i,j) \in A^V, k \in K \quad (3.13)$$

$$x_{ij}^k \in \{0, 1\}, \quad (i,j) \in A^L, k \in K \quad (3.14)$$

$$q_{ij}^r \in \{0, 1\}, \quad (i,j) \in A, r \in R. \quad (3.15)$$

Restricciones de Segunda Etapa

$$\sum_{r \in \mathcal{R}} w^{rs} z_{ij}^{rs} \leq \sum_{k \in \mathcal{K}} Q_k x_{ij}^k, \quad (i, j) \in \mathcal{A}^V, s \in \mathcal{S} \quad (3.16)$$

$$q_{ij}^r - m^{rs} \leq z_{ij}^{rs}, \quad (i, j) \in A, r \in R, s \in S \quad (3.17)$$

$$z_{ij}^{rs} \in [0, 1], \quad (i, j) \in A, k \in K, s \in S \quad (3.18)$$

$$m^{rs} \in [0, 1], \quad r \in R, s \in S \quad (3.19)$$

La función objetivo (3.9) es análoga al modelo determinístico, pero con la diferencia de que se le agrega un término extra que corresponde a la esperanza del costo por demanda no servida y al costo marginal del ruteo de carga. Este término extra es el que asegura que la solución sea capaz de absorber las disrupciones a lo largo del conjunto de escenarios. Es importante mencionar que la penalidad por kilo de demanda no satisfecha puede variar pedido a pedido. Esto debido a que los pedidos pueden llegar a ser muy distintos entre sí y por ningún motivo es similar dejar desatendido, por ejemplo, un pedido de materias primas de otro de tecnología.

Además, aunque para el transporte de carga aérea los costos marginales por kilo transportado son prácticamente nulos, ya que la diferencia en combustible utilizado es mínima, este término de la función objetivo asegura que la carga no sea enviada por una ruta excesivamente larga y que la variable z_{ij}^{rs} sea consistente para todo arco (i, j) . De esta forma la solución se ajusta de mucho mejor forma a la realidad. Otra ventaja que tiene la incorporación de este término es que este costo marginal permite añadir al modelo costos de operación logística en tierra (*cargo holding costs*).

Las restricciones de primera etapa corresponden a las ecuaciones de la (3.11) a la (3.15) y las de segunda a (3.16)-(3.19). Las expresiones (3.11) y (3.12) imponen la conservación del flujo para aviones y pedidos, respectivamente. La restricción (3.13) indica si un avión puede volar o no un determinado tramo de vuelo. Las restricciones (3.14) y (3.15) imponen la naturaleza binaria de las variables en el modelo.

Las restricciones (3.16) aseguran que los pedidos sólo viajen por un determinado arco de vuelo si es que la capacidad de carga asignada a ese tramo lo permite. Estas restricciones se deben cumplir para cada escenario independientemente de como sean los demás. La restricción (3.17) obliga a las variables auxiliares $Z := \{z_{ij}^{rs}\}$ y $M := \{m^{rs}\}$ a adoptar los valores correctos en el modelo. La restricción (3.18) asegura que la porción de los pedidos efectivamente transportados sigan un comportamiento lógico. Finalmente, la restricción (3.19) impone límites a la porción máxima de los pedidos que pueden dejarse sin atender. Es importante mencionar que esta última restricción puede ser trivialmente adaptada para regular el nivel de servicio entregado.

3.3. Descomposición de Benders

Uno de los principales desafíos del problema planteado en este trabajo es la posibilidad de trabajar simultáneamente con múltiples escenarios de demanda. Dada la formulación matemática planteada para el modelo estocástico, la incorporación de un gran número de escenarios es una tarea computacionalmente compleja debido a que tanto las restricciones como el número de variables crece considerablemente con cada escenario extra. A modo de ilustrar la situación, se puede pensar que cada escenario añade una capa extra de ruteo sobre la red base.

Es por esto, e inspirados en casos de aplicaciones exitosas presentadas en la literatura, se decidió utilizar el método de la Descomposición de Benders para intentar solucionar este problema. Esta decisión se tomó debido a que como parte del método se separa el

problema en dos partes. Dada la estructura del problema original, el problema MIP complejo de ruteo queda en el problema maestro, mientras que la complejidad extra de los escenarios queda en el subproblema esclavo. Este subproblema esclavo además tiene la gran bondad de que se mantiene como un problema continuo y separable por escenario (se resuelve un problema independiente por cada escenario), lo que ayuda de gran forma a su tiempo de resolución. La formulación se expone en la siguiente subsección.

3.3.1. Formulación matemática de la descomposición

El enfoque principal de este método es dividir para conquistar. El objetivo es literalmente descomponer el problema en dos partes: el problema maestro y el problema esclavo. Para esto, se debe clasificar las variables en normales o complicadas (del inglés *complicating variables*). Las variables complicadas son aquellas variables que complican en el problema. Estas variables adquieren su nombre debido a que si se logra fijar su valor, el problema resultante es en teoría es de fácil resolución. Para nuestro problema en particular, las variables normales corresponden a las de segunda etapa, mientras que las de primera etapa las definiremos como complicadas debido a que si se fija su valor el problema es separable por escenarios.

A continuación se presenta la formulación matemática para ambos problemas y la definición de la notación adicional utilizada:

Conjuntos

V : conjunto de iteraciones

3.3.1.1. Problema Maestro

Función Objetivo

$$Z = \sum_{k \in \mathcal{K}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} F_{ij}^k x_{ij}^k + \beta \quad (3.20)$$

Restricciones

Este problema se encuentra sujeto a las restricciones (3.11) a la (3.15). Las restricciones adicionales se presentan a continuación:

$$\begin{aligned} & \sum_{s \in \mathcal{S}} p^s \left(\sum_{r \in \mathcal{R}} \sum_{(i,j) \in \mathcal{A}} V_{ij} w^{rs(v)} z_{ij}^{rs(v)} + \sum_{r \in \mathcal{R}} m^{rs(v)} w^{rs(v)} H^r \right) \\ & + \sum_{ijk} \lambda_{ij}^{k(v)} (x_{ij}^k - x_{ij}^{k(v)}) + \sum_{ijr} \phi_{ij}^{r(v)} (q_{ij}^r - q_{ij}^{r(v)}) \leq \beta; \quad v \in V \end{aligned} \quad (3.21)$$

$$\beta \geq \beta^{down} \quad (3.22)$$

La función objetivo del problema maestro (3.20) se compone por los costos asociados a las variables normales (de primera etapa en este caso), más la variable auxiliar β , cuya función es aproximar el valor del costo asociado a las variables complicadas (de segunda etapa, respectivamente). Ya que obtener una parametrización de los costos del problema esclavo es muy intensivo computacionalmente, se tiene las restricciones (3.21), que aproximan este valor por medio de hiperplanos. De esta forma, a medida que se avanza en las iteraciones, los cortes añadidos logran que la variable auxiliar adopte el valor correspondiente para que el método converja. Por último, se tiene la restricción (3.22), la cual da un punto de partida al algoritmo en base a restricciones físicas del problema. Para este caso, $\beta^{down} = 0$ ya que no se pueden tener costos negativos con este esquema de penalización.

3.3.1.2. Problema Esclavo

Función Objetivo

$$Z = \sum_{s \in S} p^s \left(\sum_{r \in R} \sum_{(i,j) \in A} V_{ij} w^{rs} z_{ij}^{rs} + \sum_{r \in R} m^{rs} w^{rs} H^r \right) \quad (3.23)$$

Este problema se encuentra sujeto a las restricciones (3.17) a la (3.19). Las restricciones adicionales se presentan a continuación:

Restricciones

$$x_{ij}^k = x_{ij}^{k(v)} : \lambda_{ij}^k, \quad (i, j) \in A, k \in K \quad (3.24)$$

$$q_{ij}^r = q_{ij}^{r(v)} : \phi_{ij}^r, \quad (i, j) \in A, r \in R. \quad (3.25)$$

La función objetivo del problema esclavo (3.23) corresponde en su totalidad a los costos asociados a las variables complicadas, los que para este caso en particular serían las variables de segunda etapa. Por otro lado, las ecuaciones (3.24) y (3.25) toman el valor de las variables del problema maestro y los fijan en cada iteración para que la resolución del problema esclavo sea más sencilla. Es importante mencionar también que de estas restricciones se obtienen los precios sombra que sirven como *input* para la generación de los cortes en las restricciones (3.21).

4. RESULTADOS

En esta sección se hará una descripción de los datos utilizados para los experimentos realizados, se explicará cómo se generaron los todas las instancias con sus correspondientes validaciones y finalmente se presentarán los resultados. Primero se expondrán los resultados de una forma general, mostrando los indicadores de desempeño para todos los experimentos considerados, y luego se hace un análisis detallado de los resultados del experimento más completo.

4.1. Descripción de los datos

Para obtener nuestros resultados, se generaron experimentos basados fuertemente en datos reales. Estos experimentos cumplen un rol clave en la validación del modelo propuesto y es por eso que es en extremo relevante que puedan representar fielmente la realidad a la que se ven expuestas las aerolíneas. La información requerida se compone por los siguientes parámetros:

- (i) Información de la flota: tipos de aviones, cantidad de cada tipo y restricciones de vuelo asociadas.
- (ii) Estructura de costos de una aerolínea tipo.
- (iii) Tarifas por par origen-destino.
- (iv) Estructura de la red.
- (v) Penalización por demanda no servida.

Para los puntos i), iii) y iv) se utilizó como referencia la red y la flota de LATAM Cargo. Por un lado, la información de la flota que esta compañía posee y los aeropuertos en los que opera es de dominio público. Luego, la velocidad crucero y la capacidad de los aviones son fácilmente obtenibles de la información que proporciona el fabricante. El tiempo de viaje entre aeropuertos se obtiene al dividir la distancia entre aeropuertos por la velocidad crucero de vuelo (determinada por el fabricante de las aeronaves). Para el

cálculo de la distancia se utilizó la función de Haversine, la cual requiere únicamente de la latitud y longitud de los aeropuertos. La fórmula es la siguiente y en el Anexo 1 se presenta una tabla con los tiempos de viaje entre los distintos aeropuertos de la red:

$$d = 2r_{tierra} \arcsin \left(\sqrt{\sin^2 \left(\frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \right) + \cos(\varphi_1) \cos(\varphi_2) \sin^2 \left(\frac{\lambda_2 - \lambda_1}{2} \right)} \right) \quad (4.1)$$

donde φ_1, φ_2 corresponden a la latitud del punto uno y del punto dos en radianes, respectivamente, mientras que análogamente λ_1, λ_2 corresponden a la longitud. Finalmente, r_{tierra} corresponde al radio de la esfera en cuestión, en este caso la tierra. Para este caso se utilizó el radio de la tierra en metros para obtener la distancia en esa misma unidad de medida. Luego, para obtener las horas bloque que toma cierto tramo se optó por sumar 1 hora al tiempo de viaje por concepto de *turnaround time*. Esto implica, para términos prácticos del modelo, que un avión se encuentra habilitado para realizar viajes consecutivos, ya que el tiempo mandatorio en tierra se encuentra ya incorporado en el tiempo efectivo de cada tramo.

Para los costos de operación se obtuvieron los valores consultando la *DOT Form 41* (s.f.). Se utilizó como referencia la compañía americana FedEx y se calcularon los costos operativos promedio por hora-bloque tanto para los aviones Boeing 777 como para los Boeing 767, los aviones con los que opera LATAM Cargo. Los parámetros relacionados a las aeronaves se presentan en la tabla 4.1.

Tabla 4.1. Parámetros de costos y capacidad de aviones.

Capacidad B767	70.000 kg
Capacidad B777	100.000 kg
Costo Fijo de operación B767	6.350 USD/block hour
Costo Fijo de operación B777	8.250 USD/block hour

Por otro lado, para poder efectivamente determinar la cantidad de vuelos diarios, tarifa promedio, cantidad de pedidos atendidos, magnitud promedio del peso de estos pedidos y las fluctuaciones históricas de la demanda se requirió de información extra proporcionada por la empresa. Para obtener estos valores, se contó con la planificación base para una semana completa de operación del año 2015. Ya que esta es información sensible y confidencial, se optó por generar instancias ficticias, pero utilizando estos valores como referencia para que los experimentos propuestos se asemejaran lo más posible a la realidad.

Finalmente, el último parámetro requerido para el uso de los modelos es el valor de las penalizaciones por concepto de demanda no servida. A pesar de que este parámetro sirve como una medida de ajuste en el modelo robusto para regular cuán conservadora se desea que sea la planificación, esta penalización en particular tiene muchos significados que son difíciles de cuantificar: venta perdida, pérdida de confianza del cliente, etc. Además, esta penalización debiera variar pedido a pedido, ya que no es lo mismo dejar en tierra un pedido de materias primas a uno con componentes electrónicos.

De esta forma, y para simplificar la ejecución de los experimentos, se decidió utilizar un valor único para las penalizaciones de $H = 6$ USD/kg. Se optó por este monto ya que se decidió que dos veces la tarifa sería una buena estimación para cuantificar tanto la venta perdida como los aspectos más blandos de los acuerdos comerciales. De esta forma, y como se encontró que la tarifa promedio variaba entre 1 y 3 USD, para ser conservadores se tomó el valor extremo de la tarifa y se obtuvo el monto final.

4.1.1. Descripción del Escenario Base

Todos los experimentos que se realizaron comparten la misma estructura base. Por estructura base se entenderán la red, la composición de la flota, el escenario base de los pedidos y la duración de la planificación requerida. La red utilizada se muestra en la figura 4.1, el detalle de la longitud y latitud se exponen en la tabla 4.2 y la composición de la flota utilizada se muestra en la tabla 4.3.



Figura 4.1. Red contemplada en el escenario base

Tabla 4.2. Detalle de los aeropuertos servidos

#	Aeropuerto	Lat	Long
1	SCL	-33.392975	-70.785803
2	EZE	-34.822222	-58.535833
3	GRU	-23.432075	-46.469511
4	LIM	-12.021889	-77.114319
5	BOG	4.701594	-74.146947

Tabla 4.3. Composición de la flota

	Cantidad de aeronaves
Boeing 777	1
Boeing 767	2

La duración de la planificación requerida será de 1 día, con cada nodo de la red expandida espacio-tiempo representando un lapso de 2 horas, es decir, cada aeropuerto se compondrá en la representación de la red por 12 nodos. De esta manera, cuando se hable de periodos de aquí en adelante se estará haciendo referencia al número del nodo espacio-tiempo en cuestión.

El escenario base de los pedidos, se muestra en la tabla 4.4 y se compone por el aeropuerto de inicio y término de cada pedido, las ventana de tiempo para la recepción y la entrega y la estimación del peso. Es importante mencionar que el peso de cada pedido en el escenario base no considera *a priori* las posibles interrupciones, estas se explicarán en la sección siguiente con la introducción de los experimentos de testeo.

El peso se generó de manera aleatoria con distribución $U(10000, 90000)$ tomando como media el valor obtenido de la semana de planificación de LATAM. Ya que se modeló un único día, se estableció que los pedidos podían llegar al inicio del horizonte de planificación o a medio día, y que debían ser despachados a medio o al final del día. Esto a modo de dar un tiempo prudente de servicio a cada pedido.

De la tabla 4.4 se puede ver que hay un mayor uso del aeropuerto número 1, que corresponde a la ciudad de Santiago. Se decidió mantener esta heterogeneidad en los pedidos puesto que es usual que las aerolíneas utilicen sistemas del tipo *hub and spoke* por lo que la densidad de los vuelos es mayor en los lugares definidos estratégicamente como centros operacionales. Así, la red generada simula lo que sucede en la realidad con LATAM ya

Tabla 4.4. Detalle de los pedidos

Pedidos	Inicio (aeropuerto)	Término (aeropuerto)	Recepción (periodo)	Entrega (periodo)	Peso [kg]
r1	1	4	1	12	44519
r2	3	2	1	6	48034
r3	2	1	6	12	69457
r4	5	3	1	12	45122
r5	4	3	1	12	66296
r6	5	3	6	12	14342
r7	1	4	1	6	69993
r8	1	3	6	12	44212
r9	2	5	1	6	16454
r10	1	4	1	12	48010

que Santiago también es uno de sus *hubs* principales en cuanto a carga. Esta heterogeneidad de la densidad en los pedidos es interesante además porque permite representar el hecho de que no todos los mercados tienen la misma demanda, y es interesante ser capaz de cuantificar el impacto del modelo propuesto tanto sobre mercados grandes como pequeños.

4.2. Diseño de los Experimentos

Como se mencionó en la sección 1, las interrupciones en la demanda de transporte por carga aérea son de dos tipos. Uno de estos tipos corresponde a que la magnitud de cada pedido existente puede variar, ya sea debido a que los clientes llegan con más o menos carga de la pactada. Esto implica que la estructura del pedido se mantiene inalterada, pero que el valor de su peso se modifica. El segundo tipo se debe a que a la hora de cerrar el vuelo hay reservas que nunca llegan a materializarse, o bien puede pasar también que aparezcan pedidos a último minuto que no se tenían contemplados.

Por último, puede suceder que las interrupciones se produzcan en mercados particulares y no necesariamente en toda la red. Por ejemplo, si consideramos una situación en la que el mercado de pescados se vea afectado, ya sea porque los criaderos se vieron afectados por alguna perturbación en particular como la marea roja, es extremadamente improbable que el mercado por repuestos para la minería se vea afectado de la misma manera.

De esta forma, los experimentos propuestos deben ser capaces de representar de alguna manera estos distintos tipos de interrupciones. Así, se diseñó un conjunto de cuatro experimentos para probar el modelo propuesto en los contextos mencionados anteriormente. Las características de cada uno de los experimentos propuestos se presentan a continuación en la tabla 4.5.

Tabla 4.5. Descripción de los experimentos

Experimento	Fluctuación Demanda	Mercado Particular	Aparición/Desaparición de Pedidos
1	+/- 20 %	No	No
2	+/- 20 %	Santiago	No
3	No	Santiago	+/- 40 % de los pedidos
4	+/- 20 %	No	+/- 20 % de los pedidos

En cada experimento, el modelo estocástico considera siempre tres escenarios para generar el itinerario: el base, el optimista (se materializa más demanda de la pronosticada) y el pesimista (se materializa menos demanda de la pronosticada). Es relevante mencionar que se consideró cada escenario como equiprobable, de esta forma la media de los escenarios da como resultado el peso original de los pedidos, que fue la información que se le entregó al modelo determinístico para generar su alternativa de ruteo.

Para la aparición y desaparición de pedidos, en el escenario pesimista se fuerza a que un porcentaje de los pedidos pasan a tener peso cero aleatoriamente dependiendo de las características de cada experimento en particular. Por otro lado, en el optimista el mismo porcentaje de pedidos se presenta sin estar contemplado en el escenario base. Para esto se tuvieron que generar dos pedidos más, cuya información en el caso de aparecer se presenta en la tabla 4.6.

Tabla 4.6. Detalle de los pedidos nuevos

Pedidos	Inicio (aeropuerto)	Término (aeropuerto)	Recepción (periodo)	Entrega (periodo)	Peso [kg]
r11	2	1	1	12	32918
r12	3	1	1	12	29989

Para representar el hecho de que un mercado en particular se vea afectado, se decidió por perturbar aquellos pedidos que tienen como origen o destino un aeropuerto en particular. En la realidad es muy común que un aeropuerto dependa bastante de un tipo de producto, por lo que si ese mercado se ve afectado es de esperar que el volumen total de carga en ese aeropuerto se vea significativamente afectado. Para estos experimentos en particular se decidió ver el impacto sobre los costos si es que el aeropuerto de Santiago se veía afectado.

Por último, para testear las planificaciones obtenidas para cada experimento, se realizó un total de 100 simulaciones por experimento en donde para cada caso se realizaron interrupciones a los pedidos de acuerdo a las características de cada escenario. Es importante mencionar que las interrupciones fueron generadas aleatoriamente. Para lograr esto se generaron tres variables aleatorias por simulación cuyo detalle se encuentra en la tabla 4.7. Dado que las tres variables son independientes, el set de prueba resultante se compone por una gran variedad de posibles combinaciones. Una vez generados los escenarios de simulación, se tomaron los itinerarios obtenidos por medio del modelo determinístico y estocástico, se aplicaron a cada una de las cien instancias de validación y se computó su costo para cada uno de los casos. Para obtener este costo, para cada iteración de la simulación se reoptimizaron las rutas de los pedidos tomando el ruteo de los aviones como fijo.

Tabla 4.7. Detalle de los pedidos nuevos

Variable aleatoria	Distribución	Uso
τ	$U(0,8, 1,2)$	Ponderador de la demanda.
θ	$Bernoulli(0,5)$	1 si aparecen pedidos, 0 e.o.c
ζ	$Bernoulli(0,5)$	1 si desaparecen pedidos, 0 e.o.c

Una vez obtenidos los resultados de la simulación se procedió a calcular los principales indicadores de desempeño para la muestra. Para este problema en particular, los indicadores de desempeño considerados corresponden a: costos totales medios, desviación estándar de los costos, ahorro potencial esperado por utilizar el modelo robusto en

vez del determinístico, los valores de los costos mínimo y máximo obtenidos por ambos modelos en las 100 instancias de simulación y el tiempo de resolución computacional.

4.3. Resultados

En esta sección se presentarán los resultados obtenidos para la serie de experimentos realizados. Primero se expondrán los resultados de manera general, para luego hacer un análisis del experimento más completo, el experimento número 4.

Para resolver los experimentos generados se utilizó el solver Gurobi v6.5.0, programado en el lenguaje Python v2.7.9. Se utilizó un notebook con un procesador Intel Core i7 2.7Ghz, 16Gb de memoria RAM y sistema operativo OSX 10.12.5.

4.3.1. Problemas con la Descomposición de Benders

Para correr el modelo robusto, se terminó utilizando su forma estándar y no la descomposición de Benders propuesta. Esto se debió a que no se obtuvo ninguna mejora en el rendimiento del modelo con este método. Es más, se intentó resolver el primero de los experimentos con este método y no fue posible llegar a una solución en un tiempo de 10 horas. El detalle de la evolución de las cotas a medida que avanzaba el algoritmo para esa prueba se presenta en las figuras 4.2 y 4.3. Como se aprecia en ambas figuras, el algoritmo sólo modificó las cotas dentro de las primeras iteraciones, pero a partir de la iteración 36 estas se mantuvieron constantes y no se logró acortar la diferencia entre ellas. Después de eso se descartó el uso de este método para la resolución de los posteriores experimentos.

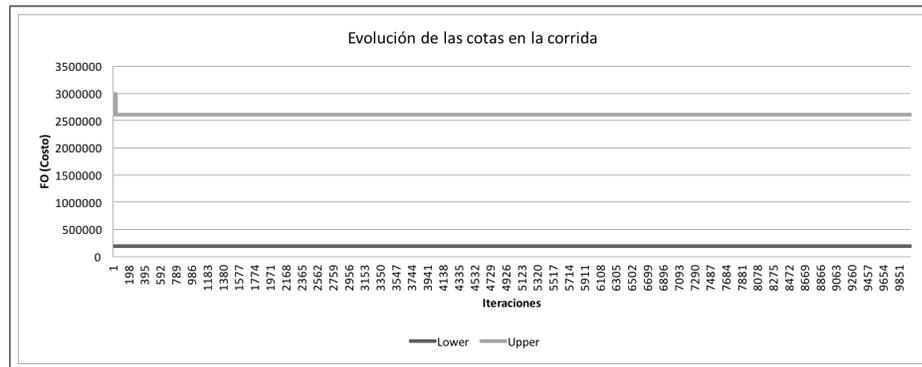


Figura 4.2. Evolución de las cotas para el algoritmo de Benders.

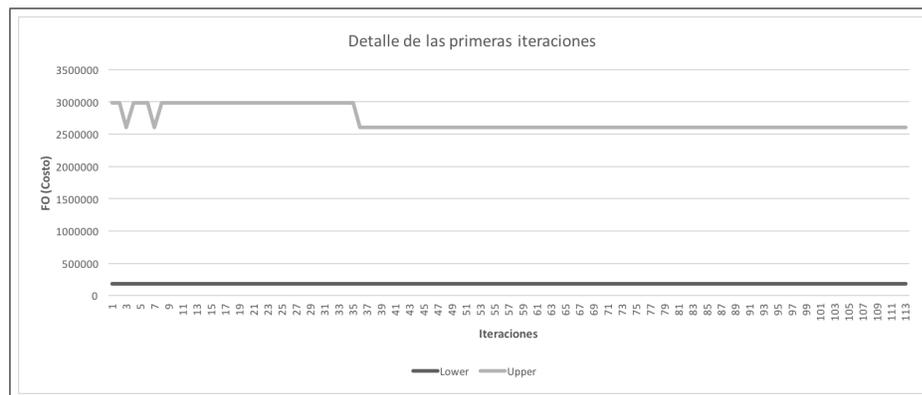


Figura 4.3. Detalle de la evolución de las cotas para las primeras iteraciones.

La Descomposición de Benders resulta especialmente útil cuando se debe lidiar con un gran número de escenarios. Al no ser ese el caso, el rendimiento del modelo no se comportó como se esperaba inicialmente. Es más, dada la enorme cantidad de simetrías propias de un problema de ruteo, se cree que el proceso de generación de cortes se vuelve muy ineficiente. Esto causa que el rendimiento del algoritmo sea muy pobre por lo que pierde toda competitividad en relación al modelo sin descomponer. Problemas como este no son nuevos para los problemas de optimización en redes e incluso en Magnanti y Wong (1981) los autores reportan experiencias similares. Como futura línea de investigación se propone mejorar este método de solución.

4.3.2. Resultados Generales

En esta sección se presentan los resultados de los cuatro experimentos. Se resolvió el problema MIP robusto original y no la Descomposición de Benders asociada por las razones que se presentaron en la sección 4.3.1. En la tabla 4.8 se encuentran los valores de los indicadores de desempeño presentados en la sección anterior. Después se presentará un análisis general de los resultados y en la sección siguiente se analiza con más detalle el experimento número 4 ya que este es el más transversal.

Tabla 4.8. Resultados de los experimentos

	E1		E2		E3		E4	
	Robusto	Det.	Robusto	Det.	Robusto	Det.	Robusto	Det.
Costo medio	355537	387333	349100	376591	325783	369673	351790	407250
Ahorro	8.2 %		7.3 %		11.9 %		13.6 %	
Min	345205	317461	341187	321259	315855	315025	337934	310180
Máx	371164	616111	357406	551726	333893	467223	371823	805444
Std. Dev	6213	89799	5454	71090	7475	69145	8489	122697
T. Resolución	135.46s	0.37s	86.43s	0.37s	53.57s	0.36s	89.5s	0.37s

De los resultados presentados, lo primero que llama la atención es que el modelo robusto se comporta considerablemente mejor a lo largo de todos los escenarios. El ahorro esperado por el uso de la planificación robusta varía experimento a experimento pero en promedio se producen ahorros esperados del orden del 10 %.

Si analizamos la variabilidad de los costos de las dos planificaciones nos encontramos nuevamente con que el modelo robusto se comportó de mucha mejor manera que su contraparte determinística. Como se puede apreciar en la tabla 4.8 el modelo robusto proporcionó soluciones que se mantuvieron relativamente estables a lo largo de todo el espectro de escenarios de prueba ya que la desviación estándar obtenida fue consistentemente menor. Para el modelo robusto se obtuvo que el mejor y el peor de los intervalos de confianza fueron $\pm 0,3\%$ y $\pm 0,5\%$ del costo total, respectivamente, mientras que para el modelo determinístico estos rangos fueron de $\pm 3,7\%$ y $\pm 5,9\%$. Este era el objetivo principal del modelo y los resultados validan que el modelo robusto le incorpora sin lugar

a dudas bastante estabilidad a la solución, consiguiendo que los cambios en la demanda afecten al costo total de forma mínima.

Como es de esperar, el impacto de la planificación robusta es mayor en la medida en la que las interrupciones son más significativas en el sistema (por ejemplo, el experimento 4). Si analizamos los resultados de los experimentos 1 y 2, los potenciales ahorros cuando la variabilidad afecta toda la red es 0,9 % mayor que cuando los pedidos afectados solo corresponden a un subconjunto del total. Si consideramos los dos tipos de interrupciones en la demanda a la vez (fluctuación en los pesos de los pedidos y aparición o desaparición de pedidos nuevos), el ahorro es incluso mayor. En específico, para el experimento 4 se obtuvieron ahorros potenciales del 13,6 %, el máximo ahorro obtenido en la serie de experimentos. En un mercado tan competitivo y con tan bajos márgenes operacionales, este ahorro es extremadamente bueno.

Si observamos los valores extremo de los costos, podemos ver por un lado que el modelo robusto siempre tiene menores costos máximos que el modelo determinístico. Esto es consistente con el análisis realizado anteriormente y da cuenta de la estabilidad de la solución, la cual es capaz de absorber gran parte de las interrupciones sin impactar mayormente en los costos. Si miramos los costos mínimos, por otro lado, observamos que en este caso el modelo determinístico registra los valores más bajos. El fenómeno anterior se debe a que por construcción el modelo estocástico genera soluciones más conservadores. Así, si una vez revelada la demanda resulta que ésta es menor a la pronosticada, el modelo determinístico se comportará de mejor forma debido a que este utiliza los recursos más eficientemente ante esta situación, como por ejemplo prefiriendo utilizar los aviones más pequeños que poseen costos operativos más bajos. No obstante, a pesar de que para esos casos el modelo determinístico es más eficiente, se puede ver que en esas situaciones el modelo robusto sigue siendo competitivo ya que los costos se elevan pero de forma moderada. Esto se verá con más detalle en la próxima sección, con el análisis detallado del experimento 4.

Otro aspecto importante es que si observamos en la tabla 4.8 el tiempo de resolución se puede ver que el modelo robusto toma notoriamente más tiempo de computación que la contraparte determinística en todos los experimentos. A pesar de que la red expandida espacio-tiempo es compartida entre ambos, cada escenario extra considerado en los *inputs* del modelo impacta fuertemente sobre el rendimiento del mismo.

De esta manera, incluso aunque para este experimento no se necesitó de un gran número de posibles escenarios para que la planificación obtenida fuese acertada (como se vio en los resultados de los experimentos), sí interesa ser capaz de tratar con redes de un tamaño similar al que enfrentan las aerolíneas normalmente. Así, si la escalabilidad del modelo en comparación con la contraparte determinística es pobre, el modelo robusto pierde sin lugar a dudas competitividad.

4.3.3. Análisis detallado del experimento 4

En esta sección se analizarán en detalle los resultados obtenidos del experimento número 4. Esto permite entender de mejor forma cómo funciona el modelo, sus principales beneficios y la estructura de solución que entrega. En específico, se analizarán la distribución de los costos obtenidos a lo largo de las 100 simulaciones, y la estructura de las rutas obtenidas para los aviones, y cómo se diferencian estas de las obtenidas con el modelo determinístico.

Es de especial relevancia revisar en detalle cómo se comportaron ambos modelos a lo largo de la serie de 100 simulaciones. Para esto, en la figura 4.4 se presentan los costos obtenidos para ambos modelos en cada corrida de la simulación. El detalle de los resultados para el resto de los experimentos se presentan en el Anexo 1.

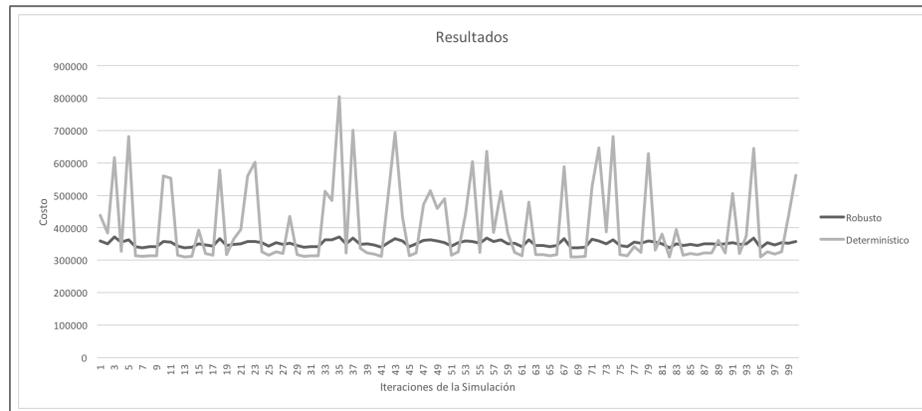


Figura 4.4. Detalle de los costos obtenidos en E4

Se pueden analizar tres aspectos relevantes a partir de la figura. En primer lugar, se puede apreciar que la variabilidad del modelo robusto es muy baja comparado con el determinístico. Esto es de absoluta relevancia ya que el objetivo más importante de este trabajo era proporcionar una herramienta de ayuda para la planificación de itinerarios cargueros que fuera capaz de lidiar con la variabilidad en la demanda con un mínimo impacto en los costos operativos.

Como ya se ha mencionado anteriormente, la planificación de itinerarios es una tarea extremadamente compleja y el ser capaz de contar con un ruteo robusto de aviones facilita de gran manera esta labor. Más aún, tener un poco más de certeza sobre el ruteo de los aviones no impacta únicamente sobre las penalidades por demanda no servida o por el reruteo de aeronaves, sino que impacta directamente también sobre los costos de la asignación de tripulaciones, la cual es otra de las fuentes de costo más relevantes para la aerolínea.

En segundo lugar, se puede ver en la figura que en el caso del modelo determinístico existen ciertas corridas para las cuales el costo se dispara de manera importante. Esto sucede en aquellas corridas en los que la demanda es mucho mayor a la prevista. En estas corridas, los aviones son incapaces de llevar toda la carga requerida y se debe incurrir en

altos costos de penalización por demanda no servida. En cambio, para el modelo robusto el efecto de estas perturbaciones en los costos es mucho menor.

Si analizamos el COV para ambos casos, se obtiene que $COV_{\text{determinístico}} = 30,1\%$, mientras que $COV_{\text{robusto}} = 2,4\%$. Esto nos indica que con nivel de confianza del 95% , en el caso del robusto, el costo se encontrará a $\pm 0,5\%$ de la media. Este resultado es muy potente e implica que las aerolíneas serían capaces de planificar y prever de una manera mucho más eficiente con la utilización de este modelo.

Estos resultados son consistentes con los histogramas obtenidos para los costos, los cuales se pueden ver en las figuras 4.5 y 4.6, en los que se ve claramente que para el caso determinístico los costos se distribuyen a lo largo de todo el rango, mientras que para el caso robusto estos se concentran en torno a la media.

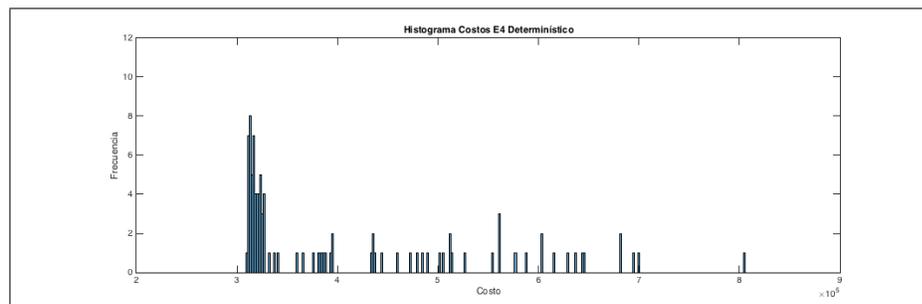


Figura 4.5. Histograma de los costos obtenidos con el modelo determinístico

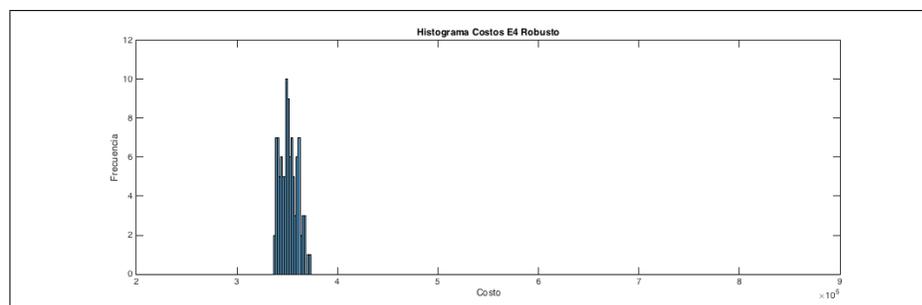


Figura 4.6. Histograma de los costos obtenidos con el modelo robusto

Por último, así como hay casos para los cuales el modelo robusto se comporta mejor que el determinístico, lo inverso también sucede. Esto ocurre debido a que como la solución del modelo robusto es más conservadora, esta deja cierta capacidad de holgura para ser capaz de absorber eventuales aumentos en el nivel de demanda. De esta manera, en el caso que estas fluctuaciones lleguen a no materializarse, se tiene que la solución no es óptima debido a que se tiende a utilizar más recursos que no son necesarios.

Un ejemplo de esto podría ser incurrir en vuelos extra o bien operar aviones más grandes con costos operativos mayores. Para este caso en particular, la estructura de las rutas obtenidas se analizará en detalle más adelante y se confirmará esta hipótesis. Sin embargo, es importante mencionar que en estos casos los ahorros en costo del modelo determinístico en comparación al modelo robusto son relativamente pequeños y no compensan por ningún motivo a los casos en los que los costos se disparan. Esta razón explica que la media de los costos para el modelo robusto sea menor que para el modelo determinístico.

4.3.3.1. Estructura de Rutas de los Aviones

El objetivo principal de este trabajo es la generación de itinerarios robustos para aviones cargueros. Un itinerario es la asignación de las aeronaves de la flota a determinados tramos de vuelo a modo de lograr satisfacer la demanda. Así, es clave revisar la estructura de las rutas de los aviones y cómo estas se diferencian del modelo determinístico.

Para realizar este análisis, a continuación se presentan las rutas obtenidas con ambos modelos para los tres aviones que conforman la flota. Además de eso, en la tabla 4.9 se presenta un resumen de los tramos volados y las horas de utilización para cada aeronave. Sin entrar en mucho detalle, lo primero que salta a la vista es que los itinerarios de ambos modelos son completamente distintos. Existen tramos de vuelo que coinciden en ambas soluciones pero son excepciones muy particulares.

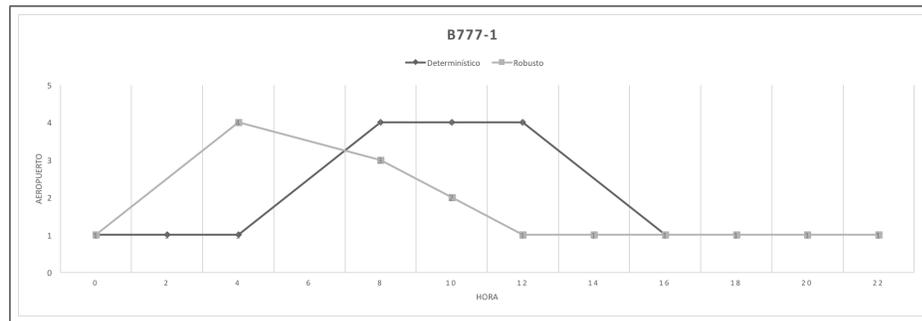


Figura 4.7. Comparación de estructura de rutas para B777-1

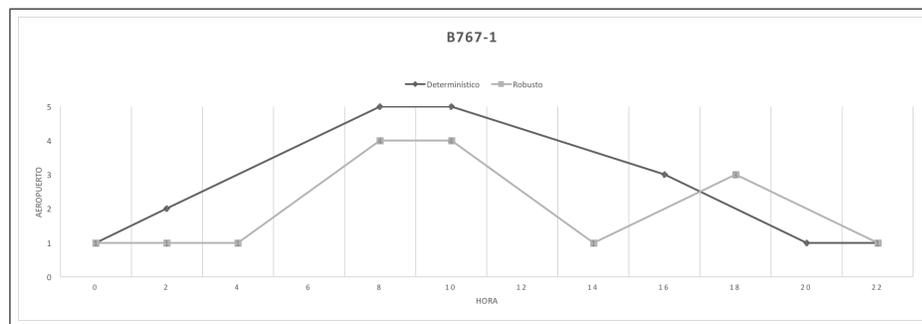


Figura 4.8. Comparación de estructura de rutas para B767-1

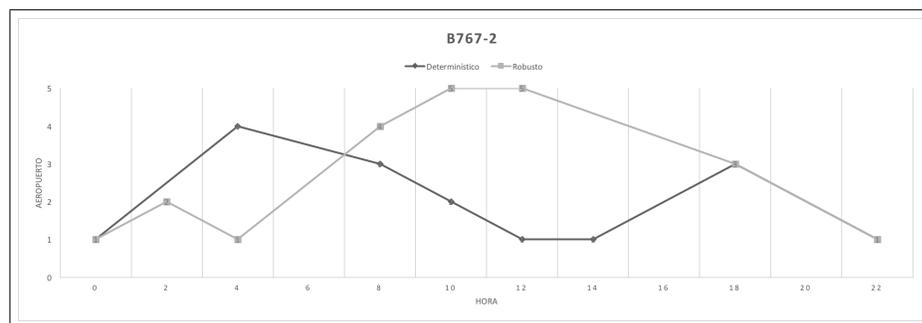


Figura 4.9. Comparación de estructura de rutas para B767-2

En primer lugar, si se observa la figura 4.7 se puede apreciar que en el modelo robusto la utilización del avión B777 es mayor que en el caso determinístico. Esto se puede ver en el hecho de que en el itinerario robusto este realiza 4 tramos, mientras que en el determinístico apenas realiza 2. Este resultado es consistente con el hecho de que la solución

robusta es más conservadora. Ya que es probable que haya fluctuaciones en la demanda, el modelo prefiere utilizar el avión con más capacidad aun cuando su operación es más costosa, a modo de prevenir penalidades por no ser capaz de cumplir con los pedidos. De hecho, no ocurre solo que este avión realice un mayor número de tramos, sino que si miramos la tabla 4.9 se puede ver que sus horas de vuelo pasan de 6 a casi 11.

En segundo lugar, si comparamos la figura 4.7 con la 4.9, se puede ver que el avión B777 adopta un ruteo que es extremadamente similar a la del avión B767-2 en el caso determinístico. Lo que esto indica es que la solución robusta tiende a traspasar carga de las aeronaves con menos capacidad a la con más capacidad. Esto sucede debido a que esa ruta se veía en riesgo de sobrepasar su capacidad instalada. Entonces, para asegurarse de que independiente del escenario no se incurriera en costos de penalización, el modelo decide realizar un intercambio de aeronaves para proporcionarle más holgura a la solución.

Tabla 4.9. Utilización de las aeronaves

	Tramos		Horas de Vuelo	
	Determinístico	Robusto	Determinístico	Robusto
B777-1	2	4	6.16	10.99
B767-1	4	4	16.03	12.74
B767-2	6	6	17.57	16.99
Total	12	14	39.76	40.72

En tercer lugar, si se observa la tabla 4.9 se puede observar cómo son distribuidas las tareas entre las aeronaves para los dos modelos. Mientras que para el caso determinístico la solución es bastante desbalanceada, para el caso robusto las horas de vuelo se reparten de una manera bastante más homogénea. Esto hace mucho sentido y es consistente con los resultados presentados con anterioridad debido a que en su búsqueda por ahorrar costos el modelo base tiende a utilizar más las aeronaves con costos operativos más bajos, recurriendo a los aviones más grandes sólo cuando los demás no se encuentran disponibles. Esto explica por qué para el modelo determinístico se obtienen 16.03 y 17.57 horas de vuelo para los B767 cuando para el B777 la utilización llega a apenas 6.16. En el modelo robusto, por otro lado, a pesar de que sigue habiendo un B767 cuya utilización es de 16.99

horas de vuelo, el otro es usado solamente por 12.74 horas y la utilización del B777 crece a 10.99 horas. De esa forma, el modelo logra generar una holgura extra para ser capaz de absorber las posibles interrupciones en la demanda. Además, las horas de vuelo son un poco mayores (40.72 contra 39.76), lo que refuerza aún más el punto anterior.

Finalmente, es de importancia mencionar que aunque el modelo no se preocupa por revisar explícitamente los límites de utilización ni la homogeneidad de uso para las aeronaves, el modelo robusto por sí solo entrega soluciones mucho más balanceadas en comparación con el modelo determinístico desde ese punto de vista para el escenario analizado.

5. CONCLUSIONES

Esta investigación aborda el problema del diseño robusto de itinerarios para una aerolínea carguera. Se abordó el problema bajo la lógica de la programación estocástica. En específico, se propuso un modelo base determinístico y se le aplicó robustez por medio del método de programación estocástica de dos etapas. Los modelos están fuertemente basados en un problema de flujo multi commodity, con la red representada a través de un grafo expandido espacio-tiempo con ventanas de tiempo para recepción y despacho de los pedidos. Se agregó una penalidad por demanda no servida y se optimizó minimizando el valor esperado del costo total, el que incluye tanto costos fijos de operación, marginales, y de logística en tierra además del costo por demanda no servida.

Dado el gran tamaño de las instancias a resolver, se buscó utilizar técnicas avanzadas de optimización para hacer el problema más tratable y con eso mejorar su tiempo de resolución computacional. Se propuso una reformulación del problema estocástico en dos etapas utilizando el método de la Descomposición de Benders. Sin embargo, a pesar de que en la literatura se encontraron varios ejemplos de casos de éxito al aplicar este método a problemas estocásticos de dos etapas, para el problema de generación de itinerarios la reformulación fue incapaz de mejorar el tiempo de resolución del modelo original. Es más, en las instancias de prueba el modelo sin descomponer resultó muy superior por lo que se decidió descartar la descomposición para los experimentos.

Los modelos fueron resueltos en diferentes instancias considerando distintas posibles formas de interrupciones de demanda. Se diseñó un conjunto de experimentos para ser capaces de contrastar las soluciones obtenidas de los modelos determinístico y estocástico. Para ello, se generaron cuatro experimentos distintos: variación en la demanda de todos los mercados, en la demanda de un mercado en particular, aparición/desaparición de pedidos y finalmente un experimento que incluye todas las anteriores. En todos los casos los modelos fueron resueltos a optimalidad y entregaron soluciones factibles para el problema. Los itinerarios generados para cada uno de los experimentos tanto para el modelo

determinístico como el robusto fueron evaluados bajo simulación en instancias generadas aleatoriamente.

De los resultados se puede extraer que el modelo robusto fue capaz de entregar consistentemente mejores itinerarios que la contraparte determinística ya que los costos se comportaron de una forma más estable. Para todos los experimentos realizados, el modelo propuesto logra ahorros en costos de aproximadamente un 10 % comparado con el determinístico. En relación a la dispersión de la muestra se pudo obtener que la variabilidad de los costos provenientes de la planificación robusta es considerablemente menor. Con un 95 % de confianza, el costo al utilizar el modelo robusto se encuentra dentro de un $\pm 0,5$ % del costo promedio. Para el modelo determinístico, por otro lado, este valor se encuentra dentro del $\pm 5,9$ %. De esta manera, se puede concluir efectivamente que los objetivos propuestos al inicio del trabajo fueron cumplidos a cabalidad por la formulación propuesta.

Es importante mencionar que la magnitud de las fluctuaciones en la demanda impactan sobre el ahorro potencial de la planificación robusta. En la medida en la que la aerolínea se encuentre ante escenarios de mayor variabilidad, la relevancia de utilizar el modelo propuesto aumenta. Este efecto se vio claramente en los experimentos de validación. En el caso del escenario donde existe variación de demanda en todos los pedidos se obtienen ahorros de 0.9 % extra respecto al caso en que la variación de demanda se concentra en ciertos pedidos de mercados específicos. Finalmente, si analizamos el escenario que considera el mayor nivel de variabilidad considerando fluctuaciones de peso de los pedidos en todos los mercados además de la posibilidad de que aparezcan o desaparezcan pedidos completos, se obtienen ahorros de 13,6 % comparado contra el modelo determinístico, porcentaje superior al 10 % promedio obtenido considerado en todos los escenarios.

Otro aspecto relevante a mencionar es el impacto que tienen los itinerarios robustos en el proceso completo de planificación de las aerolíneas. Al ser este un proceso secuencial las perturbaciones al itinerario original impactan a todas las etapas aguas abajo. Dado que el itinerario robusto entrega una holgura extra en la capacidad, las fluctuaciones en la

demanda no deberían impactar tan fuertemente en la ruta de las aeronaves con lo que la asignación de las tripulaciones a dichas rutas podría ser llevada a cabo más eficientemente. La tripulación es una de las fuentes de costo más relevantes para las aerolíneas por lo que esto podría tener un impacto importante en los costos. Este punto no se estudió directamente y se propone como un trabajo futuro. Luego, se concluye también que el impacto del modelo robusto sobre los costos totales de la aerolínea se encuentra subestimado debido a que en este trabajo el impacto aguas abajo no fue considerado.

El modelo propuesto presenta ciertas limitaciones, siendo la más importante el tiempo de resolución del modelo en comparación a la versión determinística. Como se vio en los experimentos, el tiempo hasta la optimalidad era considerablemente mayor para el modelo robusto e incluso fue imposible extender por más de 4 días el periodo de planificación. Esto tomando en cuenta incluso que el nivel de detalle de la red considerada fue bajo ya que se consideraron intervalos de 2 horas, y que consideraba únicamente los 5 aeropuertos más relevantes de la región.

Siguiendo esa línea, el no contar con un método de solución eficiente impacta considerablemente sobre la precisión de la red. Para los experimentos resueltos cada nodo representa dos horas completas. Si bien el modelo es altamente funcional y logra representar satisfactoriamente gran parte de la realidad con ese nivel de detalle, no se logra entregar una hora específica para los despegues y los aterrizajes y se producen pérdidas de eficiencia debido a la necesidad de aproximar los tiempos de vuelo. Así, en la realidad la flota estudiada podría servir más pedidos debido a que los aviones podrían haber realizado más vuelos.

A pesar de que en este trabajo se presenta un modelo novedoso para la literatura actual, ciertas decisiones y supuestos realizados durante el proceso abren diversas líneas para futura investigación respecto a este tema. Dentro de los temas más relevantes podemos mencionar:

- Hacer más eficiente el método de solución. Sería interesante, por ejemplo, aplicar el método de Magnanti y Wong (1981) a la descomposición de Benders propuesta para evaluar si de esa forma el tiempo de resolución se mejora.
- En la realidad, una vez revelada la incertidumbre los planificadores pueden hacer modificaciones al ruteo de las aeronaves. Sería interesante por ende incorporar al modelo la posibilidad de modificar el ruteo, en las decisiones de segunda etapa, a modo de obtener mejores soluciones.
- Añadir otras fuentes de disrupción en el modelo. El modelo, por ejemplo, considera que el tiempo de *turnaround time* es determinístico. En la realidad, y especialmente para ciertos tipos de carga como animales vivos, este supuesto es muy fuerte. De esta manera, podría ser relajado en una futura iteración del modelo para obtener soluciones más similares a lo que ocurre realmente.
- Considerar la posibilidad de entregar pedidos con retraso. Actualmente el modelo decide llevar o no llevar un pedido, pero no da la posibilidad de despacharlos fuera del plazo pactado. Para esto habría que introducir una penalidad extra por retraso y permitirle al modelo generar ruteos de carga que no cumplan con las ventanas de despacho. Asumiendo que la penalidad por pedido no despachado es mayor a la penalidad por retraso esto permitiría llegar a soluciones más eficientes.
- Considerar las restricciones de operación de los aeropuertos. El modelo propuesto considera un horario continuado, lo que no siempre es así. Además, no se revisa que el número de *slots* utilizados correspondan a los que efectivamente posee la aerolínea.
- Considerar el máximo de horas voladas por los aviones. El modelo actual no considera una restricción de este tipo y puede suceder que en ciertos casos las soluciones obtenidas resulten infactibles en la realidad.

BIBLIOGRAFÍA

- Barnhart, C., Belobaba, P., y Odoni, A. R. (2003). Applications of Operations Research in the Air Transport Industry. *Transportation Science*, 37(4), 368–391. doi: 10.1287/trsc.37.4.368.23276
- Belobaba, P., Odoni, A., y Barnhart, C. (2015). *The global airline industry*. John Wiley & Sons.
- Benders, J. F. (1962). Partitioning procedures for solving mixed-variables programming problems. *Numerische Mathematik*, 4(1), 238–252. doi: 10.1007/BF01386316
- Berge, M. (1994). Timetable optimization: Formulation, solution approaches, and computational issues. En *Agifors proceedings* (pp. 341–357).
- Birge, J. R., y Louveaux, F. (2011). *Introduction to stochastic programming*. Springer Science & Business Media.
- Boeing. (2015). World Air Cargo Forecast 2014-2015. *Forecast*.
- Boeing. (2016). World Air Cargo Forecast 2016-2017. *Forecast*.
- Chen, W. T., Li, Y. P., Huang, G. H., Chen, X., y Li, Y. F. (2010). A two-stage inexact-stochastic programming model for planning carbon dioxide emission trading under uncertainty. *Applied Energy*, 87(3), 1033–1047. doi: 10.1016/j.apenergy.2009.09.016
- Clausen, J., Larsen, A., Larsen, J., y Rezanova, N. J. (2010). Disruption management in the airline industry concepts, models and methods. *Computers & Operations Research*, 37(5), 809–821.
- Derigs, U., y Friederichs, S. (2013). Air cargo scheduling: Integrated models and solution procedures. *OR Spectrum*, 35(2), 325–362.
- Derigs, U., Friederichs, S., y Schafer, S. (2009). A New Approach for Air Cargo Network Planning. *Transportation Science*, 43(3), 370–380.
- Dillon, M., Oliveira, F., y Abbasi, B. (2017). Author's Accepted Manuscript A two-stage stochastic programming model for inventory management in the blood supply chain A Two-Stage Stochastic Programming Model for Inventory Management in the

- Blood Supply Chain. *Journal of Production Economics*, 187(May 2016), 27–41. doi: 10.1016/j.ijpe.2017.02.006
- Dot form 41*. (s.f.). https://www.transtats.bts.gov/DL_SelectFields.asp?Table_ID=297&DB_Short_Name=Air%20Carrier%20Financial. (Accessed: 2017-05-30)
- Etschmaier, M. M., y Mathaisel, D. F. X. (1985). Airline Scheduling: An Overview. *Transportation Science*, 19(2), 127–138.
- Feng, B., Li, Y., y Shen, Z.-J. M. (2015). Overview Paper: Air cargo operations: Literature review and comparison with practices. *Transportation Research Part C*, 56, 263–280.
- Froyland, G., y Maher, S. J. (2013). The Recoverable Robust Tail Assignment Problem. *Transportation Science*, 1655(2001), 1–22.
- Gao, C., Johnson, E., y Smith, B. (2009). Integrated Airline Fleet and Crew Robust Planning. *Transportation Science*, 43(1), 2–16.
- IATA. (2016). International Air Transport Association Annual Review 2016.
- IATA. (2017). Air Freight Market Analysis - May 2017.
- ICAO. (2015). Annual Report 2015.
- Lan, S., Clarke, J.-P., y Barnhart, C. (2006). Planning for Robust Airline Operations: Optimizing Aircraft Routings and Flight Departure Times to Minimize Passenger Disruptions. *Transportation Science*, 40(1), 15–28.
- Leung, L. C., Van Hui, Y., Wang, Y., y Chen, G. (2009). A 0-1 LP Model for the Integration and Consolidation of Air Cargo Shipments. *Operations Research*, 57(2), 402–412.
- Liang, Z., y Chaovalitwongse, W. A. (2012). A network-based model for the integrated weekly aircraft maintenance routing and fleet assignment problem. *Transportation Science*, 47(4), 493–507.
- Liebchen, C., y Lübbecke, M. (2009). The concept of recoverable robustness, linear programming recovery, and railway applications. *Robust and online large- . . .*
- Lin, C. C., y Chen, Y. C. (2003). The integration of Taiwanese and Chinese air networks for direct air cargo services. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 37(7), 629–647.

- Lohatepanont, M., y Barnhart, C. (2004). Airline schedule planning: Integrated models and algorithms for schedule design and fleet assignment. *Transportation Science*, 38(1), 19–32.
- Magnanti, T. L., y Wong, R. T. (1981). Accelerating benders decomposition: Algorithmic enhancement and model selection criteria. *Operations Research*, 29(3), 464-484.
- Marsten, R., Subramanian, R., y Gibbons, L. (1996). Junior analyst extraordinaire (jane): Route development at delta airlines. *AGIFORS Sympos., Atlanta, GA*.
- Marsten, R. E., y Muller, M. R. (1980). A Mixed-Integer Programming Approach to Air Cargo Fleet Planning. *Management Science*, 26(11), 1096–1107.
- Morrell, P. S. (2011). *Moving boxes by air: the economics of international air cargo*. Ashgate Publishing, Ltd.
- Pita, J. P., Barnhart, C., y Antunes, A. P. (2012). Integrated flight scheduling and fleet assignment under airport congestion. *Transportation Science*, 47(4), 477–492.
- Rahmaniani, R., Crainic, T. G., Gendreau, M., y Rei, W. (2016). The Benders Decomposition Algorithm: A Literature Review. *European Journal of Operational Research*, 259(3), 801–817. doi: 10.1016/j.ejor.2016.12.005
- Rau, R. (2011, August). *4 factors for considering air freight vs ocean freight*. Descargado de <http://www.universalcargo.com/4-factors-for-considering-air-freight-vs-ocean-freight/>
- Sherali, H. D., Bae, K.-H., y Haouari, M. (2013). An integrated approach for airline flight selection and timing, fleet assignment, and aircraft routing. *Transportation Science*, 47(4), 455–476.
- Tang, C. H., Yan, S., y Chen, Y. H. (2008). An integrated model and solution algorithms for passenger, cargo, and combi flight scheduling. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 44(6), 1004–1024.
- U.S. department of transportation, bureau of transportation statistics, transborder freight data. (s.f.). https://transborder.bts.gov/programs/international/transborder/TBDR_VWR.html. (Visitado: 2017-06-35)

- Wada, M., Delgado, F., y Pagnoncelli, B. K. (2017). A risk averse approach to the capacity allocation problem in the airline cargo industry. *Journal of the Operational Research Society*, 1–9.
- Xie, Y. L., Huang, G. H., Li, W., Li, J. B., y Li, Y. F. (2013). An inexact two-stage stochastic programming model for water resources management in Nansihu Lake Basin, China. *Journal of Environmental Management*, 127, 188–205. doi: 10.1016/j.jenvman.2013.04.027
- Yan, S., y Chen, C. H. (2008). Optimal flight scheduling models for cargo airlines under alliances. *Journal of Scheduling*, 11(3), 175–186.
- Yan, S., Chen, S.-c., y Chen, C.-h. (2006). Air cargo fleet routing and timetable setting with multiple on-time demands. *Transportation Research Part E*, 42, 409–430.

ANEXOS

A. ANEXO 1: RESULTADOS DETALLADOS DE LOS EXPERIMENTOS

En el anexo siguiente se presentan los resultados de los experimentos en formato más detallado. Los resultados de cada experimento incluyen: Gráfico de los costos obtenidos por los modelos a lo largo de los cien escenarios de prueba, itinerario obtenido para el avión B777-1 por cada modelo, itinerario obtenido por cada modelo para el avión B767-1 y itinerario obtenido para el avión B767-2 por ambos modelos. En el caso del experimento 3, ya que no fue posible realizar todos los escenarios de prueba (no fue compatible con el formato del experimento) se muestran los resultados para los tres escenarios bajo los cuales se validaron los modelos.

Por último, para el caso del experimento 1 se presentan al igual que se hizo para el experimento 4 el histograma de los costos obtenidos por cada modelo en el conjunto de testeo. Estos gráficos permiten apreciar lo distinto que se comportan las dispersiones de los costos en ambos casos.

A.1. Experimento 1

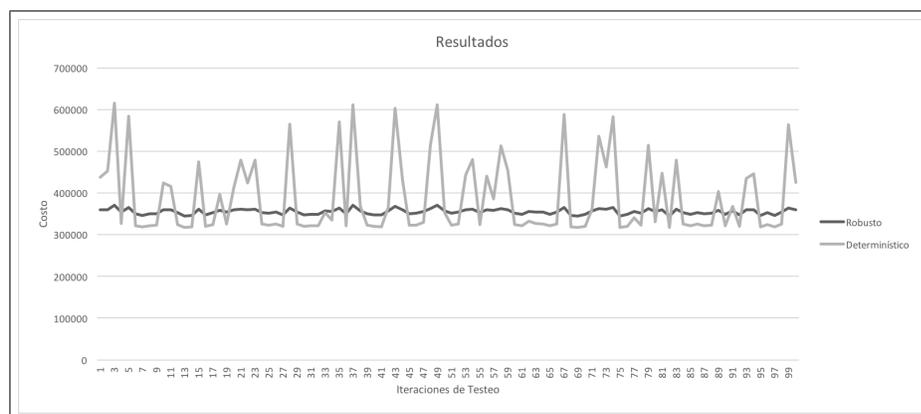


Figura A.1. Detalle de los costos obtenidos en E1

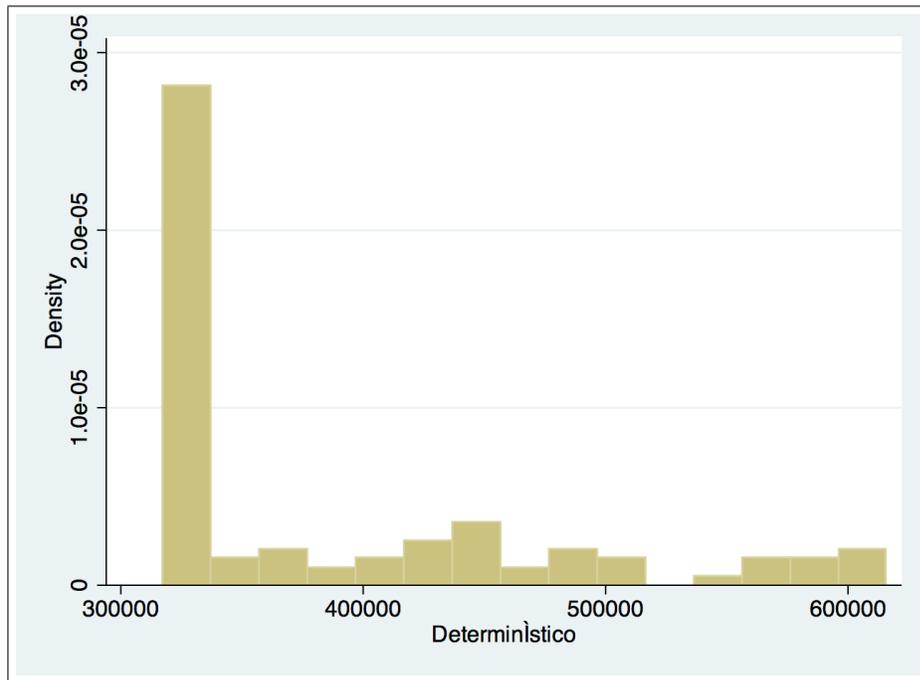


Figura A.2. Histograma costos, modelo determinístico, obtenidos en E1

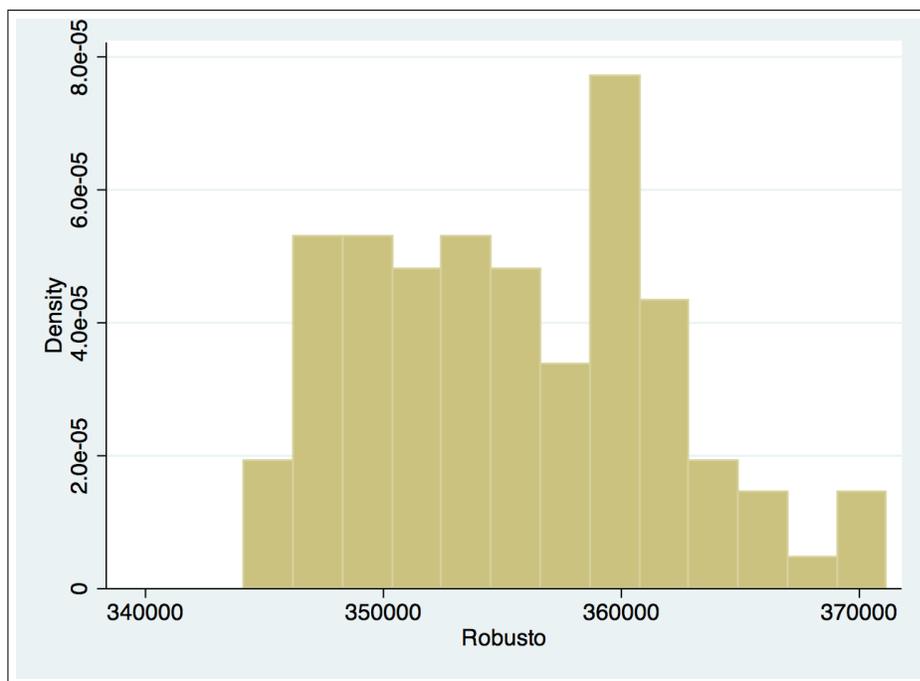


Figura A.3. Histograma costos, modelo robusto, obtenidos en E1

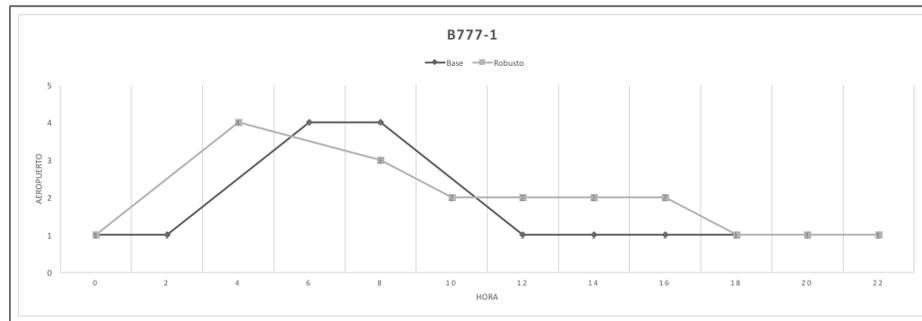


Figura A.4. Ruta B777 en E1

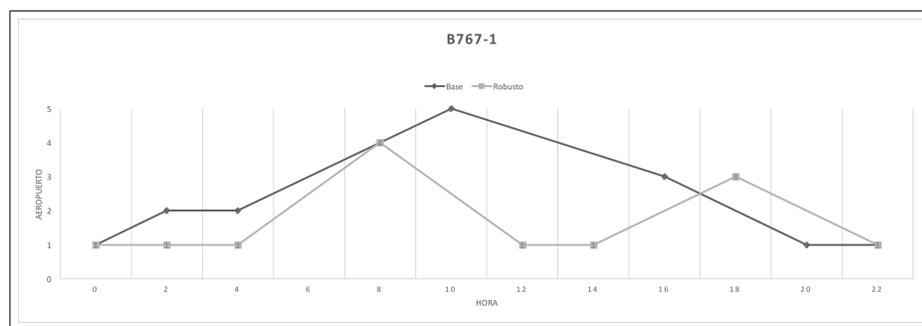


Figura A.5. Ruta B767-1 en E1

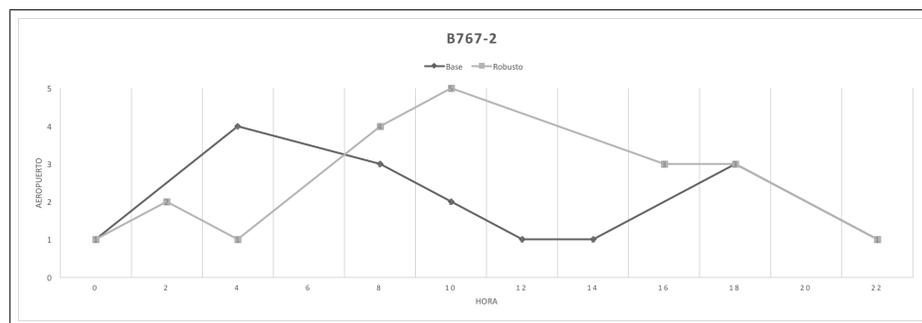


Figura A.6. Ruta B767-2 en E1

A.2. Experimento 2

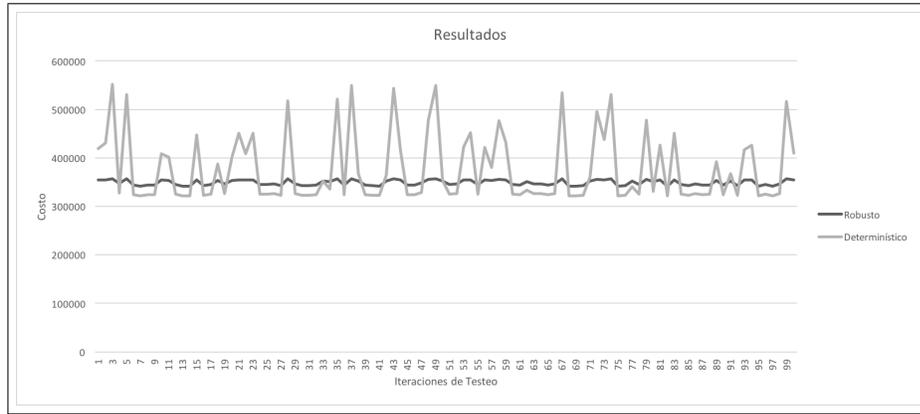


Figura A.7. Detalle de los costos obtenidos en E2

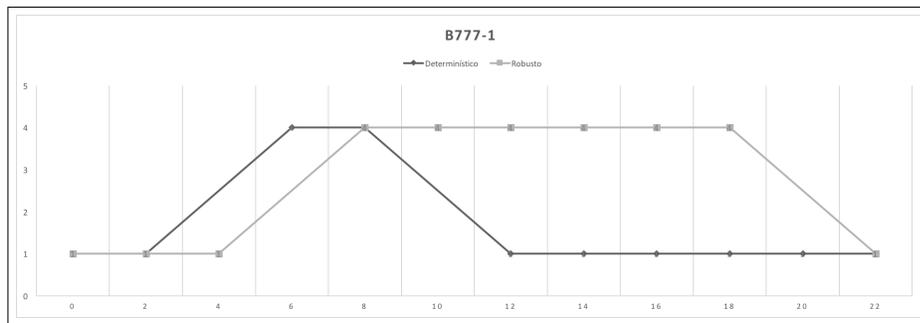


Figura A.8. Ruta B777 en E2

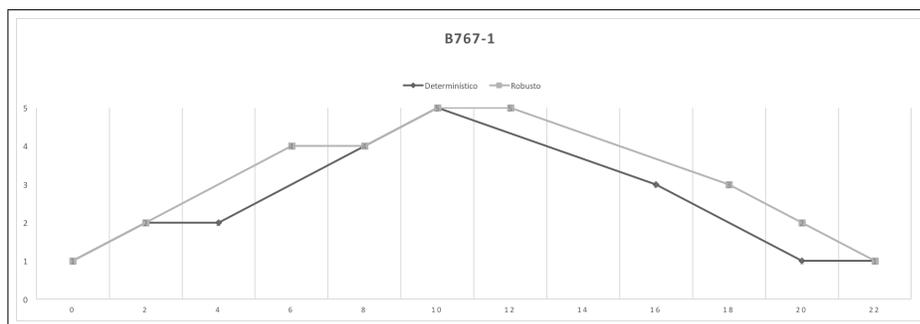


Figura A.9. Ruta B767-1 en E2

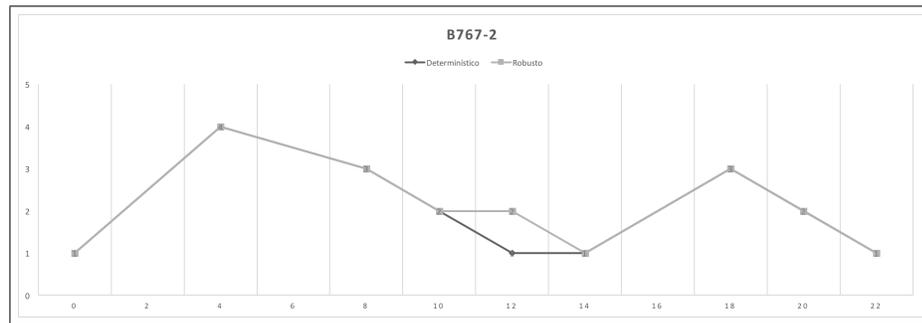


Figura A.10. Ruta B767-2 en E2

A.3. Experimento 3

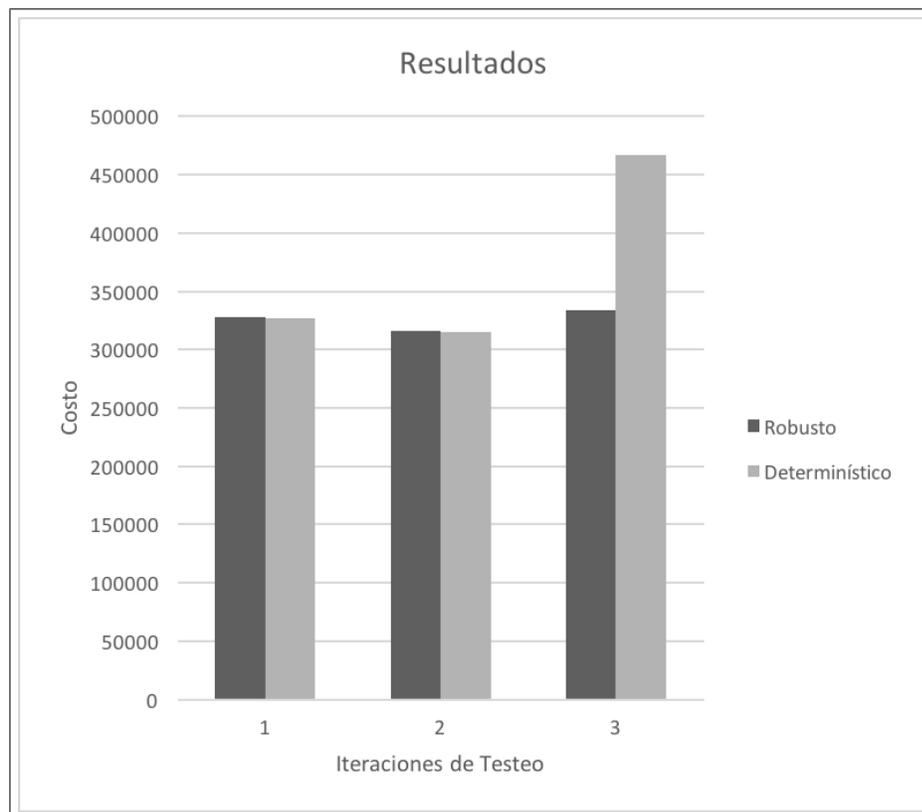


Figura A.11. Detalle de los costos obtenidos en E3

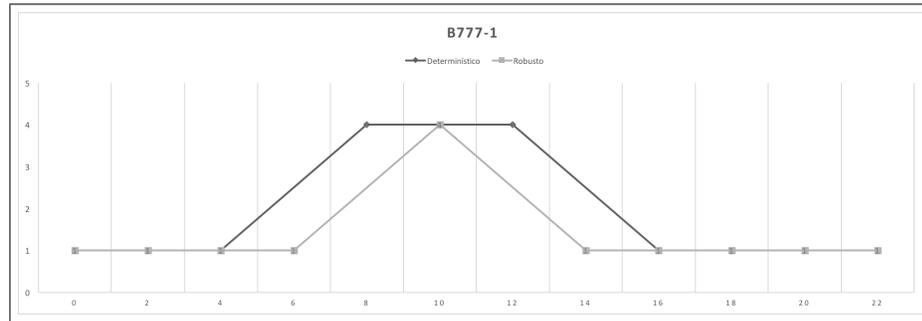


Figura A.12. Ruta B777 en E3

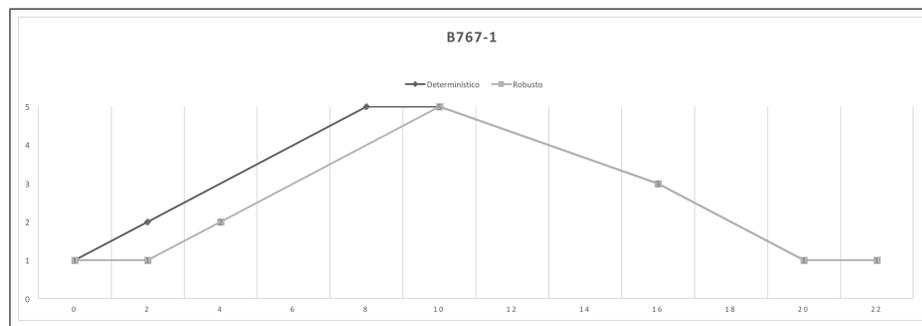


Figura A.13. Ruta B767-1 en E3

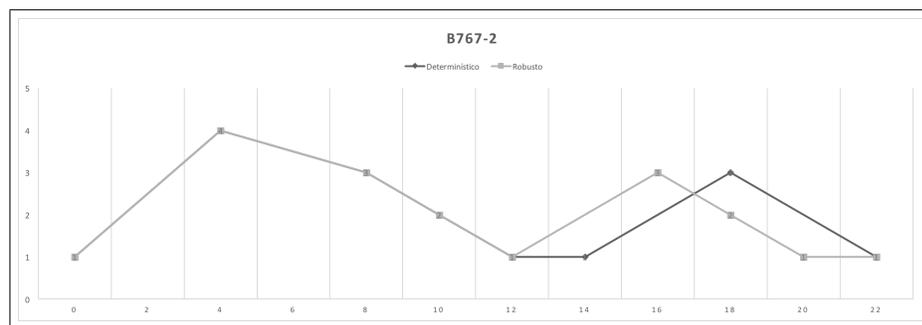


Figura A.14. Ruta B767-2 en E3

B. ANEXO 2: TIEMPOS DE VIAJE ENTRE AEROPUERTOS

En la siguiente tabla se presentan los tiempos de viaje utilizados como *input* para los modelos. Los valores se obtuvieron utilizando la distancia calculada con la fórmula de Haversine y con la información del fabricante en cuanto a velocidad de las aeronaves. Los tiempos se encuentran en horas.

Tabla B.1. Tiempos de viajes entre aeropuertos [hrs.]

	SCL	EZE	GRU	LIM	BOG
SCL	0	1.42	3.29	3.08	5.31
EZE	1.42	0	2.15	3.94	5.9
GRU	3.29	2.15	0	4.34	5.42
LIM	3.08	3.94	4.34	0	2.36
BOG	5.31	5.9	5.42	2.36	0