



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**UN MODELO DE SOLUCIÓN
APROXIMADO PARA EL PREDISEÑO
OPTIMIZADO DE EDIFICIOS DE
MADERA PREFABRICADA CON EL
SISTEMA MARCO-PLATAFORMA**

JOSÉ IGNACIO MACHERONE CHAPARRO

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
GUSTAVO ANGULO OLIVARES

Santiago de Chile, Octubre 2021

© MMXXI, JOSÉ IGNACIO MACHERONE CHAPARRO



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**UN MODELO DE SOLUCIÓN
APROXIMADO PARA EL PREDISEÑO
OPTIMIZADO DE EDIFICIOS DE
MADERA PREFABRICADA CON EL
SISTEMA MARCO-PLATAFORMA**

JOSÉ IGNACIO MACHERONE CHAPARRO

Miembros del Comité:

GUSTAVO ANGULO OLIVARES

JORGE VERA ANDREO

GONZALO MUÑOZ MARTÍNEZ

CÉSAR SÁEZ NAVARRETE

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Octubre 2021

© MMXXI, JOSÉ IGNACIO MACHERONE CHAPARRO

A mi familia

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer en primer lugar a mi familia, quienes me apoyaron siempre que lo necesité y a quienes debo todo lo que soy: a mis padres Carmen Gloria y Rafael, y a mi hermana Catalina.

A Gustavo Angulo, cuya guía, paciencia y buenas ideas dieron un empuje a este trabajo e impulsaron mi curiosidad y afecto por la investigación de operaciones. A Claudia Rojas y a Sebastián Berwart, cuya contribución forma parte imprescindible de este trabajo y que además contribuyeron a que estos años fueran más gratos y amenos. También agradezco a los demás integrantes del proyecto DEODEM: Claudio Mourgues, Pablo Guindos y Clara Codron, quienes desde la academia y el mundo profesional aportaron con su visión experta en ingeniería, construcción y arquitectura. Y también a Ricardo Zepeda y Viet Tran, cuya participación desde el exterior y el ultramar nos acercó a consolidar este proyecto.

Al Centro UC de Innovación en Madera, por financiar este proyecto y por su compromiso con la investigación.

También a los profesores José Verschae, Marcos Sepúlveda, Jorge Vera, Karim Pichara, Álvaro Lorca y Ricardo Castro, quienes de manera directa o indirecta contribuyeron a que me entusiasmara por las matemáticas aplicadas, la ingeniería y la investigación.

Finalmente, a mis amigos y compañeros, que hicieron todo más agradable durante mi paso por la universidad: JR, VZ, FP, PD, SG, VG, NT, JW y muchos más.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

AGRADECIMIENTOS	v
ÍNDICE DE FIGURAS	viii
ÍNDICE DE TABLAS	x
ABSTRACT	xi
RESUMEN	xii
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Industria de la construcción	1
1.2. Construcción en madera prefabricada	3
1.3. Definición del problema y objetivos	5
1.4. Estructura de la tesis	7
2. REVISIÓN DE LITERATURA	8
2.1. Optimización estructural	8
2.2. Contribución del trabajo	9
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	11
3.1. Entrada	11
3.2. Variables de decisión	13
3.3. Función objetivo	15
3.4. Restricciones	17
3.4.1. Soluciones constructivas	17
3.4.2. Mesas de prefabricado	18
3.4.3. Panelización y segmentación de muros	18
3.4.4. Panelización de losa	20
3.4.5. Verificación estructural	24

4. MODELO DE OPTIMIZACIÓN	26
4.1. Modelo de optimización exacto	26
4.2. Estrategias para abordar la no linealidad	28
4.2.1. Método de Descomposición	28
4.2.2. Enfoque aproximado	39
5. CASOS DE ESTUDIO	41
5.1. Metodología de validación	41
5.2. Conjunto de datos	42
5.3. Experimentos Computacionales	46
5.3.1. Gap de optimalidad	55
6. CONCLUSIONES	57
REFERENCIAS	59
ANEXO	63
A. APÉNDICE DE TABLAS	64
B. ENVOLTURAS DE MCCORMICK	66
C. MODELO DE OPTIMIZACIÓN DETALLADO	67
D. ANÁLISIS GRAVITACIONAL	75

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1	Tasas de adopción de construcción prefabricada en Chile en comparación a países referentes	4
1.2	Uso de materiales para construcción de viviendas en Chile según cantidad de pisos	5
3.1	Esquema general del paño de losa	12
3.2	Panelización de losa	14
3.3	Vista en alzado de segmentación estructural de panel de muro	14
3.4	Flujograma de variables de decisión	15
3.5	Ejemplo de curvas de Pareto	17
3.6	Vista en alzado de tipos de composición de paneles constructivos de muro . .	20
3.7	Vista en planta de esquema asignación de áreas tributarias a muros	22
3.8	Vista en planta de conjunto de apoyos válidos de un panel constructivo	23
3.9	Vista en planta de condiciones de validez de apoyos para paneles cuya dimensión no es menor o igual a 300×300 cm	24
3.10	Proceso de verificación estructural	25
4.1	Método de solución aproximado para resolver el problema DPEM	40
5.1	Imágenes del diseño arquitectónico de los casos de estudio A y B.	44
5.2	Resultado de soluciones constructivas de muros de caso de estudio A con grado estructural MGP10	50

5.3	Resultado de soluciones constructivas de muros de caso de estudio B con grado estructural MGP12	51
5.4	Resultado de soluciones constructivas de pisos, panelización de losa y modelos de anclaje para caso de estudio A con grado estructural MGP10	53
5.5	Resultado de soluciones constructivas de pisos, panelización de losa y modelos de anclaje para caso de estudio B con grado estructural MGP12	54
5.6	Comparación de resultados de panelización de losa estructural y constructiva para caso de estudio A con grado estructural MGP10	55
5.7	Comparación de resultados de panelización de losa estructural y constructiva para caso de estudio B con grado estructural MGP12	55
D.1	Análisis gravitacional	75

ÍNDICE DE TABLAS

5.1	Configuración del proyecto para casos de estudio A y B.	43
5.2	Cantidad de soluciones constructivas de muro antes y después del filtro según tipo de muro y grado estructural	45
5.3	Cantidad de soluciones constructivas de entepiso y techumbre antes y después del filtro según grado estructural	46
5.4	Tiempos de ejecución algorítmicos por etapa según caso de estudio y grado estructural.	47
5.5	Resultado de costo de materiales según caso de estudio y grado estructural. .	48
5.6	Resultado de cantidad de paneles caso de estudio y grado estructural.	49
5.7	Gap de optimaliad de soluciones obtenidas para el caso A y B	56
A.1	Cálculo de coeficiente $\beta^{m,l}$	64
A.2	Aplicación de cálculo de coeficientes $\beta^{m,l}$	65

ABSTRACT

In the context of prefabricated construction of timber buildings with the frame-platform system, an automated methodology is proposed to assist in the schematic pre-design, aiming to speed up the design process.

The structural pre-design problem is modeled using mathematical programming. As a result, a non-linear mixed integer programming model (MINLP) is obtained, which seeks to minimize the cost of materials and the number of panels. The model considers the determination of different Building Information Modelling (BIM) parameters such as: the choice of wall constructive solutions, flooring constructive solutions, choice of shear wall-segments, choice of anti-overturning anchors and panel configuration (wall and slab). In turn, the solution is subject to structural compliance according to the allowable stress design (ASD) and static analysis, following Chilean standards NCh433 and NCh1198.

Exact solving methods based on the complete problem formulation and a decomposition method rooted from Hamming's distance are presented. An approximate method is also proposed which combines exact mixed integer programming methods and heuristics. In practice, only the approximate method is computationally tractable.

To validate the algorithm, two case studies (A and B) based on realistic timber building designs are considered. The approximate scheme is used to solve these instances and a structurally feasible solution is obtained in no more than 2 minutes with an optimality gap of 14.9% and 8,9% and a cost of materials of 2,3 UF / m^2 and 2,0 UF / m^2 , for cases A and B respectively.

Keywords: Mixed Integer Non-Linear Programming, Decomposition Methods, Timber Framed Buildings, Prefabrication, BIM.

RESUMEN

En el contexto de construcción prefabricada para edificios de madera con el sistema marco-plataforma, se plantea una metodología automatizada para asistir en el prediseño esquemático, con el objetivo de agilizar el proceso de diseño.

El problema de prediseño estructural se modela mediante programación matemática. Como resultado, se obtiene un modelo de programación entera mixta no-lineal (MINLP), que busca minimizar el costo de materiales y la cantidad de paneles. El modelo considera la determinación de distintos parámetros del tipo *Building Information Modelling* (BIM), tales como: la elección de soluciones constructivas de muro, soluciones constructivas de piso, elección de segmentos estructurales de corte, elección de anclajes anti-volcamiento y configuración de paneles (de muro y losa). A su vez, la solución se encuentra sujeto al cumplimiento estructural según el método de tensión admisible (ASD) y el análisis estático, según las normas chilenas NCh433 y NCh1198.

Se presentan métodos de resolución exactos basados en la formulación completa del problema y un método de descomposición basado en la distancia de Hamming. También se propone un método aproximado que combina métodos exactos de programación entera mixta y heurísticas. En la práctica, solamente el método aproximado resulta tratable computacionalmente.

Para validar el algoritmo, se consideran dos casos de estudio (A y B) basados en diseños realistas de edificios de madera. Se utiliza el esquema aproximado para resolver estas instancias y se obtiene una solución incumbente estructuralmente factible en no más de 2 minutos con un gap de optimalidad de 14,9% y 8,9% y costo de materiales de 2,3 UF/m² y 2,0 UF/m², para los casos A y B respectivamente.

Palabras Claves: Programación Entera Mixta No-Lineal, Métodos de Descomposición, Edificios de Madera con Sistema Marco-Plataforma, Prefabricación, BIM.

1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se introduce el contexto del problema y se expone el alcance del trabajo de investigación. En la sección 1.1 se describe la industria de la construcción: su diagnóstico actual y los principales desafíos que enfrenta. La sección 1.2 detalla las características y beneficios de la construcción en madera prefabricada. Luego, la sección 1.3 define el problema de investigación, junto a sus objetivos y limitaciones. Finalmente, la sección 1.4 enuncia la estructura general de la tesis.

1.1. Industria de la construcción

En las últimas décadas, de acuerdo a (McKinsey Global Institute, 2020), múltiples indicadores revelan un bajo rendimiento histórico del sector de la construcción. En primer lugar, el crecimiento promedio de la productividad laboral anual de la industria ha sido en torno al 1%, en contraste con el 2,8% de crecimiento de productividad de la economía mundial. Adicionalmente, la industria se caracteriza por bajos índices de innovación y digitalización. Por ejemplo, la adopción de tecnologías BIM (*Building Information Modelling*) ha alcanzado solo un 60-70% en los últimos 35 años. Por último, existe un historial de baja satisfacción de clientes, debido a la frecuente prolongación de plazos de construcción y a costos que exceden el presupuesto inicial. Por otro lado, el informe *2020 Global Status Report for Buildings and Construction* (United Nations Environment Programme, 2020) indica que la industria presenta cifras de eficiencia energéticas preocupantes, siendo responsable por el 38% de las emisiones mundiales de CO₂ relacionadas con la energía. Además, el informe estima que para alcanzar la meta establecida en el acuerdo de París de 2015, las emisiones necesitan disminuir un 6% anual desde el año 2020 al 2030. De este modo, son múltiples los desafíos que enfrenta el sector, que con un gasto anual valorizado en 11.500.000 millones de dólares (13% del PIB mundial) (McKinsey Global Institute, 2020), se considera uno de los principales motores de la economía mundial.

En Chile, la industria constructiva representa el 7% del PIB nacional y emplea a cerca del 10% de los trabajadores (Comisión Nacional de Productividad, 2020). En cuanto a su rendimiento, la situación también posee índices deficientes. La productividad laboral de la construcción en Chile en el periodo 2000-2018 fue de casi la mitad que la productividad promedio de países de la OCDE (Comisión Nacional de Productividad, 2020). De acuerdo con la Cámara Chilena de la Construcción (Cámara Chilena de la Construcción, 2020), revertir este déficit de productividad depende de cinco factores:

- (i) Diseño, gestión y ejecución
- (ii) Adopción y desarrollo de tecnología y metodologías constructivas
- (iii) Sostenibilidad ambiental y social
- (iv) Capital humano
- (v) Institucionalidad y regulación.

Uno de los factores con mayor potencial de impacto en la productividad es el punto (ii). Dentro de las tecnologías más relevantes destaca la industrialización y el uso de BIM. La industrialización se define como una serie de prácticas que involucran la estandarización, producción en serie y modularización de elementos constructivos. Entre ellas se encuentra la prefabricación o construcción *off-site*, que consiste en la fabricación de elementos constructivos (módulos o paneles) en manufacturas especializadas para su posterior ensamblaje *on-site* (Cámara Chilena de la Construcción, 2020). La prefabricación cuenta con una serie de ventajas, tales como: la reducción de plazos y disminución de costos de construcción, condiciones favorables para la optimización de la logística, reducción de errores de ejecución y disminución de accidentes laborales (Hermes, 2015). Se estima que la prefabricación, cuando se implementa correctamente, puede disminuir los costos de instalación en un 10% o más (Sullivan & Dye, 2015) y el tiempo de ejecución de un proyecto en un 25% (Smith, Griffin, & Rice, 2015).

Por su parte, BIM es un conjunto de metodologías para la gestión de información de una obra de construcción que permite representar a un proyecto, comúnmente a través de

modelos en 2-D y 3-D. Cuando se utiliza en conjunto con la prefabricación, esta tecnología puede entregar distintos beneficios, entre ellos: mejorar la estimación de plazos, acortar el cronograma de adquisición de materiales, permitir identificar limitaciones de manufactura, reducir diferencias entre modelos de diseño y manufactura, disminuir tiempos de fabricación y evitar errores de coordinación (Mostafa, Kim, Tam, & Rahnamayiezekavat, 2020).

En Chile, las tasas de adopción de construcción prefabricada se encuentran por detrás de países referentes¹, como se ve en la Figura 1.1, mientras que el uso de tecnología BIM llega a 34% (Loyola, 2019), también por debajo de la media internacional. Lo anterior da pie a una oportunidad de mejora en la productividad laboral de la construcción en Chile si se adoptan las tecnologías correspondientes.

1.2. Construcción en madera prefabricada

A nivel mundial, la madera es utilizada ampliamente en la industria de la construcción. En países desarrollados, alrededor de 70% de las casas utilizan madera como material constructivo (Hu, Dewancker, Zhang, & Wongbumru, 2016). En Estados Unidos y Canadá, esta cifra asciende a 90%. En Chile, si bien la tasa de adopción del material ha crecido en los últimos años, aún no alcanza los niveles de países líderes de la industria global. La madera corresponde al segundo material más utilizado en viviendas del país (detrás del hormigón) y en los últimos años su uso ha presentado un crecimiento constante (Banco Mundial, 2020). En viviendas de uno y dos pisos, su utilización pasó de 20,6% en el año 2002 a 38,9% en el año 2017, como se exhibe en la Figura 1.2. En relación a la producción de madera, existe un potencial de crecimiento debido a los recursos forestales existentes en el país. La superficie nacional ocupada por bosques en 2019 se registró en 18,04 millones de hectáreas (23,8% de la superficie total del país), donde el 81,5% corresponde a bosques nativos y el 18,5% a plantaciones forestales (Soto Aguirre et al., 2020). Además, se reporta que Chile se encuentra dentro de los diez productores más importantes

¹Alemania, Australia, Canadá, Estados Unidos, Japón, Nueva Zelanda, Reino Unido, Singapur y Suecia.

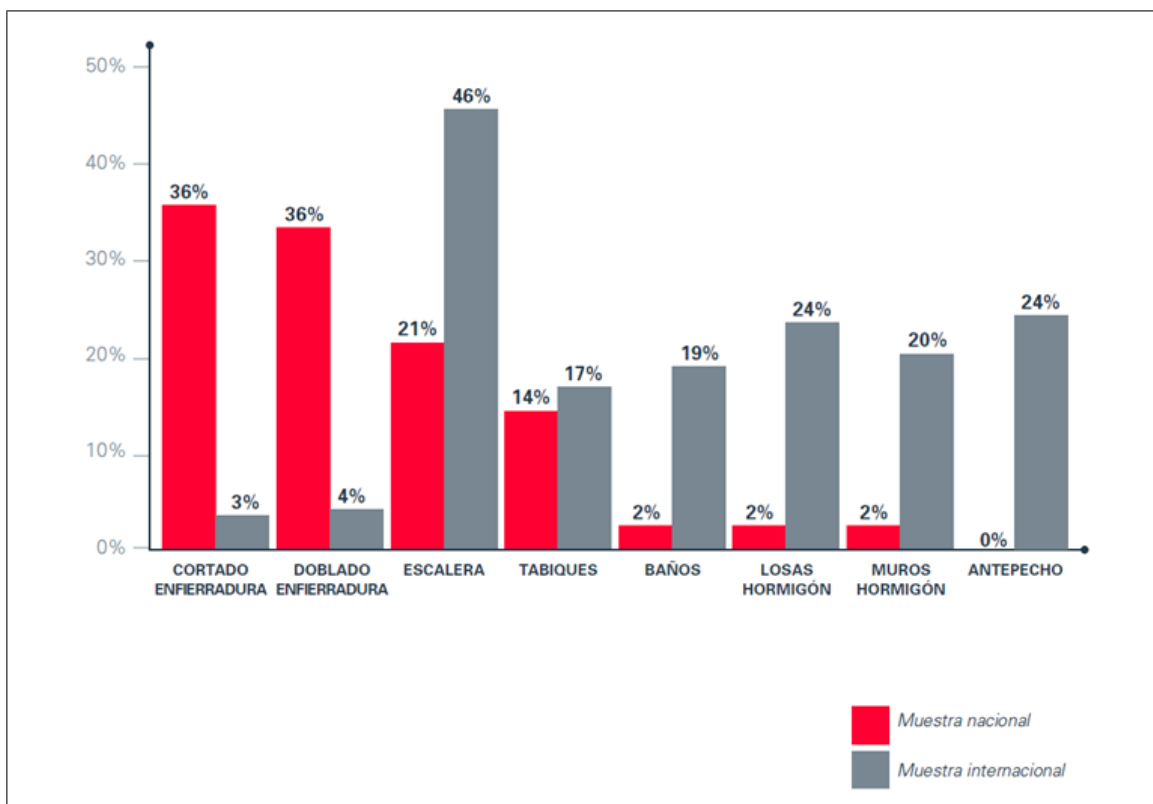


Figura 1.1. Tasas de adopción de construcción prefabricada en Chile en comparación a países referentes (Cámara Chilena de la Construcción, 2020).

de madera a nivel mundial y la madera constituye el segundo producto más exportado a nivel nacional, cifra que ascendió a 5.662 millones de dólares el año 2019 (Soto Aguirre et al., 2020). Por consiguiente, existe un elevado potencial de desarrollo de la madera como material constructivo en el país.

La madera resulta ser un material ideal para la prefabricación, debido a que durante décadas se han industrializado distintos productos de madera sólida destinados para diversas industrias. En el ámbito medioambiental, este material posee ventajas frente a alternativas como el hormigón o acero. El análisis de ciclo de vida (ACV) de estos materiales revela que la madera posee un menor índice GWP (*Global Warming Potential*). Esto se debe en general a que su producción es menos intensiva en carbono, a sus propiedades de fijación

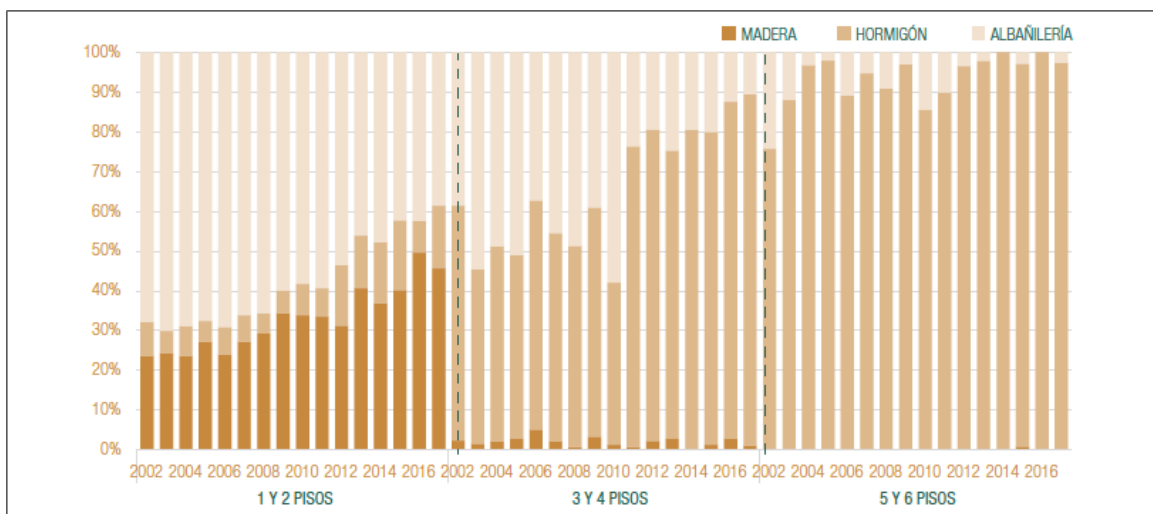


Figura 1.2. Uso de materiales para construcción de viviendas en Chile según cantidad de pisos (Banco Mundial, 2020).

de carbono a largo plazo y a que su razón fuerza/peso permite reducir las emisiones del transporte del material (Santana-Sosa & Fadai, 2019).

A pesar de sus beneficios, la madera continúa siendo un material secundario en la construcción de edificios de varios pisos. Esto se debe a que existen múltiples barreras de entrada. Una de ellas se debe a que la planificación requiere mayor pericia debido a que se necesitan considerar factores estructurales, de resistencia al fuego, aislación térmica y prefabricación en etapas muy tempranas del proyecto. Otra de ellas es que la cantidad de soluciones constructivas que existen resulta abrumadora debido al amplio rango de opciones entre distintas compañías (Santana-Sosa & Fadai, 2019). De este modo, resulta necesario tomar medidas adicionales para promover la utilización de este material.

1.3. Definición del problema y objetivos

Una propuesta para potenciar la construcción prefabricada de madera es facilitar la etapa de diseño estructural de edificios. Vale decir, dado un diseño arquitectónico de un edificio, entregar de manera automatizada un esquema preliminar del tipo de paneles de muro, paneles de losa y elementos estructurales necesarios para llevar a cabo el proyecto.

De esta manera, se elimina la barrera de entrada debido a la falta de *know-how* asociada al material y se crea una oportunidad para mejorar aspectos relacionados a la prefabricación. Tener control sobre el diseño permite tomar decisiones que estén en sintonía con una prefabricación y el ensamblaje más eficiente de los materiales, que se traduce en una elección óptima en cuanto a costo y plazo.

En la literatura, hay estudios relacionados a la automatización de procesos constructivos. En particular, existen soluciones que apoyan en el diseño geométrico, fabricación y logística de edificaciones basados principalmente en algoritmos genéticos y programación matemática. Sin embargo, no hay fuentes donde se aborde el problema del diseño estructural en madera a partir de un enfoque algorítmico completamente automatizado.

La hipótesis que se plantea en este trabajo de investigación es que se puede modelar de manera adecuada el problema denominado como Diseño Preliminar de Edificios de Madera (DPEM) a partir de un enfoque basado en programación entera no lineal. Con el fin de verificar esta hipótesis, se enuncian los siguientes objetivos:

- (i) Modelar el problema del diseño preliminar de edificios de madera prefabricada con el sistema marco-plataforma desde la perspectiva de la programación matemática.
- (ii) Diseñar un método de resolución que permita obtener un diseño estructuralmente válido utilizando herramientas de programación entera y abordando la no linealidad a través de métodos de descomposición .
- (iii) Implementar el algoritmo mediante *solvers* de programación entera.
- (iv) Realizar la validación a partir de la resolución de casos de estudio basados en diseños de edificaciones reales.

Se estima que el cumplimiento exitoso de estos objetivos permitiría sustentar una metodología cuyos beneficios permiten incentivar la construcción en madera prefabricada y, por consiguiente, conllevar a largo plazo una mejora en la productividad y eficiencia energética de la industria.

1.4. Estructura de la tesis

En el Capítulo 2, se exhibe la revisión bibliográfica de literatura sobre la optimización del diseño y fabricación en el marco de construcción prefabricada. Se describen enfoques basados en programación entera, en algoritmos genéticos y se detalla la contribución de este trabajo.

En el Capítulo 3, se enuncia el planteamiento del problema. Se define la notación, se describen sus características específicas y se presentan los supuestos.

En el Capítulo 4, se definen las estrategias de resolución del problema a tratar a partir de programación entera. Se enuncian esquemas basados en métodos de descomposición, aproximaciones lineales y métodos heurísticos.

En el Capítulo 5, se dan a conocer los resultados de distintos casos de estudio del problema. Se evalúa el rendimiento de los métodos de resolución descritos en el Capítulo 4 y se compara la solución con diseños basados en casos reales.

Por último, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones del trabajo de investigación y se presentan las futuras líneas de desarrollo.

2. REVISIÓN DE LITERATURA

2.1. Optimización estructural

En el contexto de ingeniería civil, la optimización estructural se refiere al conjunto de metodologías cuya meta es seleccionar la mejor configuración de estructuras o elementos estructurales de acuerdo a un objetivo determinado bajo ciertas condiciones prescritas (Mei & Wang, 2021). Según el tipo de variables involucradas, la optimización se puede clasificar en *size*, *shape*, *topology* o *layout optimization* (Xiao, Wang, & Jin, 2013). También se consideran distintos objetivos a optimizar, ya sea el costo total de la estructura, su impacto medioambiental, métricas de rendimiento estructural o un enfoque multi-objetivo. Métodos convencionales de optimización, tales como programación lineal, han sido ampliamente utilizados desde etapas tempranas (1960) del desarrollo de esta área (Cohn & Dinovitzer, 1994). Posteriormente, la tendencia ha sido utilizar métodos metaheurísticos: algoritmos genéticos, *Simulated annealing*, búsqueda armónica, búsqueda tabú, entre otros (Mei & Wang, 2021).

La optimización estructural se encuentra ampliamente vinculada al concepto de sistema de construcción industrializada. Este se refiere a la técnica de construcción donde las componentes del edificio son fabricadas en un ambiente controlado para luego ser transportadas y montadas *in situ* (Kamarul et al., 2010), con el objetivo de reducir costos y mejorar la calidad y sustentabilidad del producto (Richard, 2005; Zabihi, Habib, & Mirsaedie, 2013). De este modo, la optimización se configura como una herramienta con un potencial de mejora en las etapas de diseño, manufactura, logística y montaje del edificio (Santana-Sosa & Fadai, 2019). Por otro lado, la integración de tecnología BIM resulta de gran ayuda para el desarrollo de estas herramientas. Por ejemplo, en el trabajo de (Diao, Kato, & Hiyama, 2011), se propone una metodología para un sistema de ayuda de diseño, donde se integra la flexibilidad que otorga BIM a un esquema de optimización iterativo.

En la construcción prefabricada, existen diversos ejemplos donde se aplican algoritmos de optimización a distintas fases del proceso constructivo. El trabajo realizado por

(Said, Chalasani, & Logan, 2017) aborda el problema del conflicto entre la flexibilidad de diseño y la estandarización de paneles de acero necesaria para una manufactura eficiente. Utilizando un algoritmo genético no-dominado, se determina el *tradeoff* óptimo entre minimizar los costos de fabricación y un índice de desviación con respecto al diseño original. En (Marzouk, Hisham, Elsheikh, & Al-Gahtani, 2013), se utilizan algoritmos genéticos para seleccionar materiales constructivos que minimicen métricas medioambientales (ACV, sistema de *ranking* LEED) en edificios de hormigón. En procesos de manufactura, (Rausch, Sanchez, & Haas, 2021) utiliza *Simulated annealing* para resolver una versión modificada del *2D Cutting Stock Problem* relacionada al despliegue y anidamiento de paneles de acero. Otro estudio por (K. Huang, Wu, & Wang, 2005) desarrolló un modelo de programación lineal entera que minimiza el costo de almacenamiento y transporte de paneles prefabricados. Otros trabajos incluyen aplicaciones adicionales utilizando enfoques metaheurísticos (Camp, Bichon, & Stovall, 2005; Lee, Shepherd, Evernden, & Metcalfe, 2018; Agirbas, 2019).

2.2. Contribución del trabajo

La contribución de este trabajo de investigación se traduce en el desarrollo de un algoritmo de optimización para asistir en el diseño de edificaciones de madera prefabricada con el sistema marco-plataforma. En relación a los estudios existentes vinculados, el trabajo se distingue en tres puntos primordiales: el enfoque teórico, la procedencia de los datos a utilizar y el modelo estructural subyacente.

En primer lugar, a diferencia de los estudios más recientes que se basan principalmente en el uso de metaheurísticas, el presente trabajo tiene como característica el uso de modelos de optimización exactos basados en programación entera. Para su posterior implementación y evaluación, se utiliza el *solver* de optimización **GUROBI**, junto a librerías de manejo de datos disponibles en **PYTHON**. Adicionalmente, para lidiar con las características no lineales del problema, se utilizan métodos de descomposición, aproximaciones lineales y métodos heurísticos.

En segundo lugar, los datos utilizados tienen como fuente principal la plataforma Diseña Madera. Esta consiste en un catálogo de soluciones constructivas desarrollada en conjunto por el CIM-UC, la Pontificia Universidad Católica de Chile y el Ministerio de Vivienda y Urbanismo, con el apoyo de CORFO (proyecto 18BPE-93826). El catálogo se compone por soluciones que integran aspectos productivos y normativos vigentes en Chile y fue creado para apoyar en la toma de decisiones de la etapa de diseño de edificaciones de madera.

Por último, se distingue el procedimiento utilizado para realizar la verificación estructural de edificios de madera. El análisis se encuentra basado en la metodología de diseño estructural descrita en Manual de Diseño de Estructuras en Madera (Berwart, Montaña, & Santa María, 2021). Esta metodología fue desarrollada por el CIM-UC, la Universidad de Bío Bío y el Ministerio de Vivienda y Urbanismo con la finalidad de proponer un procedimiento para el diseño de edificaciones en madera de hasta seis pisos. El análisis estructural descrito sigue la filosofía del Método por Tensión Admisible (ASD) y de Análisis Estático, adaptado a las normas chilenas NCh433 (diseño sísmico de edificios) y NCh1198 (cálculo de construcciones en madera).

3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

En este capítulo, se definen las características específicas del problema Diseño Preliminar de Edificios de Madera (DPEM). Se presentan los supuestos del problema a tratar: a) las características de la entrada, b) las decisiones que se desean determinar, c) la función objetivo que se busca optimizar y d) las restricciones a las que se encuentra sujeto el problema.

3.1. Entrada

La entrada del DPEM consiste en el diseño geométrico y parámetros generales del proyecto.

El diseño geométrico se limita a edificios residenciales de madera. Se asume además que cada planta del edificio es idéntica en términos geométricos. Por consiguiente, la información geométrica se reduce a la especificación de una planta base con las siguientes características:

- (i) El número de plantas o pisos del edificio (entre 1 y 6).
- (ii) La altura libre de los muros (entre 230 y 250 cm).
- (iii) Las coordenadas (en eje) de inicio y fin de cada muro.
- (iv) El tipo de función de cada muro (perimetral, divisorio, interior).
- (v) Las coordenadas de inicio y fin de las aberturas (puertas y ventanas).
- (vi) El tipo de recinto adyacente a cada muro (seco, húmedo).
- (vii) La región geométrica correspondiente al paño de losa.

El conjunto de plantas del edificio se representa mediante el conjunto $I = \{1, \dots, n_{\text{pisos}}\}$. En (ii), se considera que los paneles de muros tienen altura constante, denotada por H_{muro} . En (iii), se hace el supuesto de que los muros son ortogonales entre sí, es decir, solo se admiten muros en la dirección del eje X o el eje Y. Además, se llama M al conjunto de

muros, M_{per} a los muros perimetrales, M_{div} a los muros divisorios, M_{int} a los muros interiores y l_{muro}^m a la longitud de cada muro $m \in M$. Para caracterizar la región en (vii), es conveniente introducir definiciones adicionales. En primer lugar, se denota al paño de losa como un polígono ortogonal $P = Q - R$ (Figura 3.1), donde Q es un polígono ortogonal simple y $R = \bigcup r_i$ es la unión de rectángulos r_i . De este modo, la región geométrica se encuentra determinada por los segmentos perimetrales de Q y los segmentos que conforman a cada rectángulo r_i .

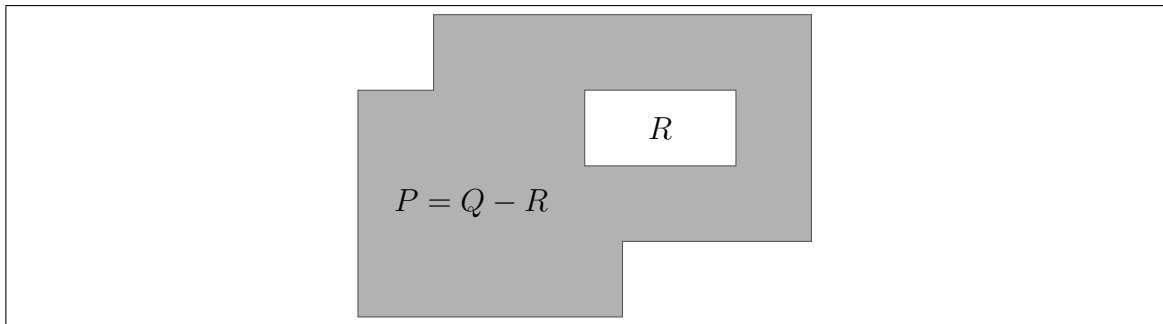


Figura 3.1. Esquema general del paño de losa

Los parámetros generales corresponden a información no geométrica relevante del proyecto. Estos se detallan a continuación:

- (viii) Región y comuna del proyecto.
- (ix) Tipo de normativa térmica (vigente/futura).
- (x) Tipo de suelo (A, B, C, D, E, F).
- (xi) Zona sísmica (1, 2, 3).
- (xii) Tipo de agrupación (aislada, pareada verticalmente, pareada horizontalmente, continua, colectiva).
- (xiii) Tipo de primer piso (ventilado, radier).

3.2. Variables de decisión

El objetivo del problema DPEM es apoyar en la toma de decisiones relacionadas a la construcción de edificios de madera. En particular, estas decisiones tienen relación con a) la elección de soluciones constructivas para los paneles de muro y de losa del edificio (el término solución constructiva no debe confundirse con su uso más general para referirse a la solución del problema de optimización), b) la naturaleza estructural de los muros junto con el tipo de anclaje estructural necesario y c) la forma en que se determinan y construyen los paneles en las mesas de prefabricación.

En primer lugar, se debe determinar la panelización de tanto los muros como la losa. La panelización se refiere al proceso donde se eligen los paneles o unidades constructivas de un muro o losa. En otras palabras, panelizar quiere decir obtener una partición o subdivisión de un muro o del piso del edificio para determinar las piezas que posteriormente serán reensambladas en obra. Para el caso de un muro, hay que decidir si se mantiene la dimensión designada en la entrada geométrica o si conviene dividir el muro en paneles de menor dimensión. En el caso de la losa, la decisión radica en encontrar una forma de cubrir el paño de losa a partir de paneles rectangulares más pequeños y a su vez, elegir la dirección de las vigas para cada panel (Figura 3.2). En segundo lugar, se debe elegir una solución constructiva para todos los paneles en cada una de las plantas del edificio. Es importante notar que, por convención de la industria, el piso del nivel $i \in I$ se refiere en realidad al techo del piso i . Se distingue entre el catálogo de soluciones aptas para muros S_{muro} y para pisos S_{piso} . Además, el conjunto de soluciones factibles se encuentra pre-determinado por los parámetros generales del proyecto (donde se tienen en cuenta filtros térmicos, acústicos y de fuego) y en el caso de los muros, por su tipo de función y tipo de recinto adyacente. De este modo, se tiene que para cada muro $m \in M$ existe un conjunto $S_{\text{muro}}^m \subseteq S_{\text{muro}}$ de soluciones factibles. Análogamente, cada piso $i \in I$ posee un conjunto de soluciones viables $S_{\text{piso}}^i \subseteq S_{\text{piso}}$.

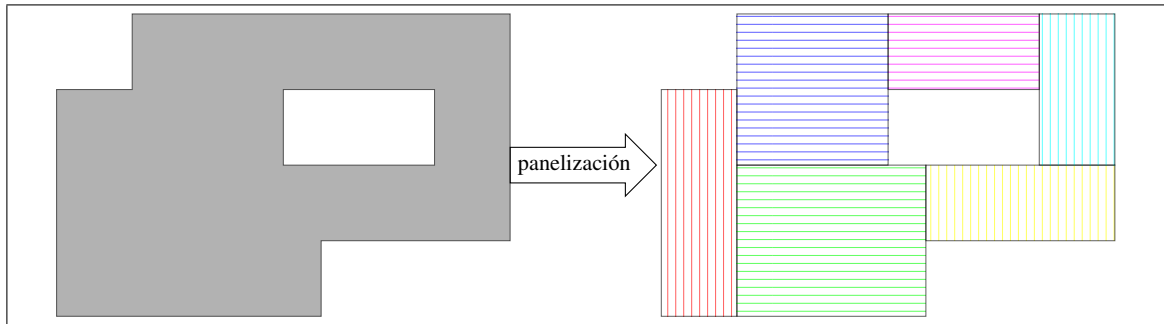


Figura 3.2. Panelización de losa

Existen dos tipos de muros estructurales: gravitacionales y de corte. Los gravitacionales son aquellos que se consideran para el análisis de cargas gravitacionales del edificio, mientras que los muros de corte o laterales son los que se consideran para el análisis sísmico. Para efectos de este trabajo, todos los muros provenientes de la entrada se consideran gravitacionales, pero no todos de corte. Para elegir qué elemento es de corte, primero se segmentan los paneles de muros. Esta segmentación hace posible que un panel se pueda dividir en segmentos que pueden o no ser de corte (Figura 3.3). Lo que distingue a los segmentos de corte es que necesitan llevar un anclaje estructural. Por esta razón, primeramente, se debe elegir qué modelo de anclaje se va a utilizar (de tipo *hold-down*) por cada segmento de corte. El conjunto de anclajes se denota por el conjunto A .

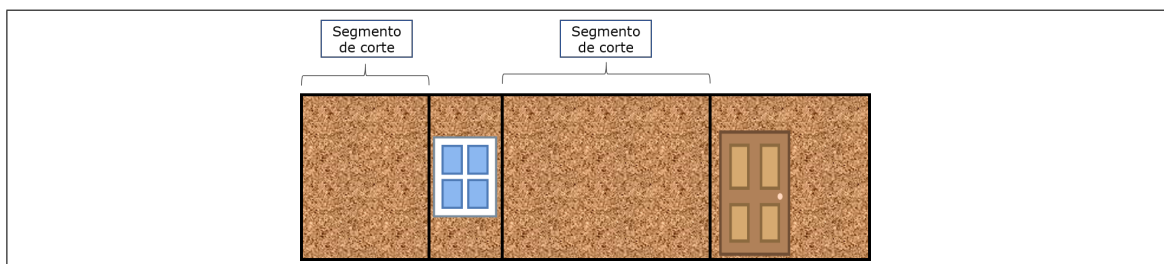


Figura 3.3. Vista en alzado de segmentación estructural de panel de muro

Finalmente, una vez que se tiene definida la panelización de muros y losa, se puede proceder a prefabricar los paneles. Por lo tanto, la decisión a tomar consiste en asignar paneles a sus respectivas mesas constructivas. Esta asignación corresponde a la disposición

geométrica de los paneles en una mesa de tamaño fijo, determinando qué subconjunto de paneles se construyen simultáneamente en la mesa.

Es importante señalar que el DPEM no considera todas las variables estructurales existentes como variables de decisión. Algunas, tales como el tipo de clavado o la cantidad de pies derechos de borde, se fijan en valores constantes pues no se consideran críticas en un diseño preliminar. La Figura 3.4 resume las decisiones que se deben tomar a partir de un diagrama de flujo.

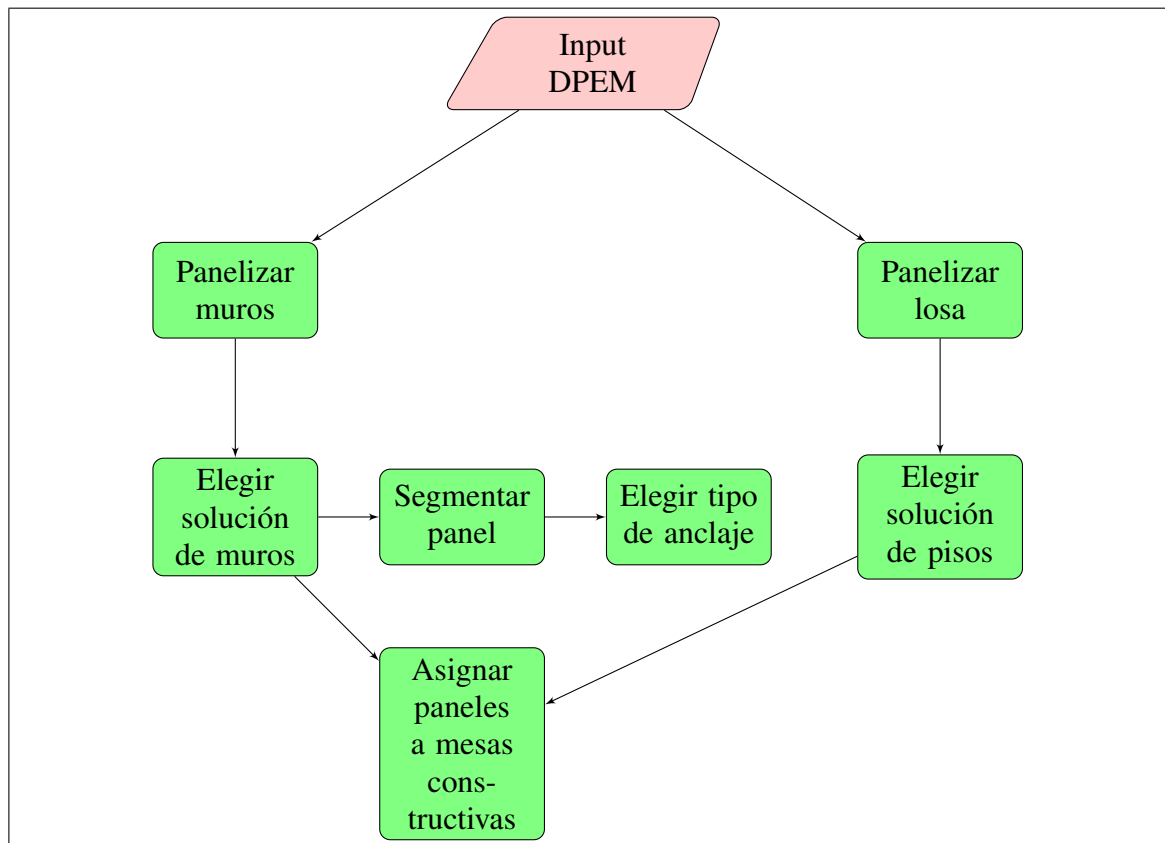


Figura 3.4. Flujograma de variables de decisión

3.3. Función objetivo

La calidad de una solución se encuentra determinada por el costo de fabricación y el plazo de construcción. Tanto el costo como el plazo son variables que dependen, aparte

de variables de diseño, de factores externos tales como la empresa de prefabricación, el montaje y los proyectos que se llevan a cabo en paralelo. Para efectos de este trabajo, estos últimos factores se ignorarán dado que corresponden a decisiones que se toman en etapas posteriores al diseño preliminar del proyecto.

El costo de fabricación depende del costo de materiales $C_{\text{materiales}}$ y del costo de prefabricado de paneles $C_{\text{prefabricación}}$. Los materiales corresponden a los paneles de muros, paneles de losa y los anclajes estructurales. Por otro lado, el costo de prefabricación se relaciona con el tiempo de uso de las mesas constructivas en las fábricas panelizadoras. Por lo tanto, es proporcional al número de mesas constructivas utilizadas. Por último, el plazo de construcción T depende de la cantidad de elementos que se deben montar. Esta cantidad se determina por el número de paneles constructivos de muros y de losa que se deben ensamblar en obra. Dado que estos tres factores se encuentran en distintas unidades, se decidió abordar el problema a partir de un enfoque con pesos relativos.

De este modo, la función objetivo es:

$$F = \alpha C_{\text{materiales}} + \beta C_{\text{prefabricación}} + \gamma T \quad (3.1)$$

Si bien los pesos relativos α , β y γ se puede estimar, se decidió que una manera conveniente de abordar este problema era a partir de curvas de Pareto. De esta manera, se obtiene un resultado que es fácil de interpretar y que se ajusta a distintas preferencias que puedan tener los potenciales usuarios.

El esquema propuesto consiste en obtener curvas de Pareto para distintos valores de $C_{\text{prefabricación}}$. Vale decir, dado un número de mesas n_{mesas} fijo, obtener los valores de la frontera óptima resolviendo el siguiente problema de optimización (con variable x), para distintos valores de $\alpha \in (0, 1)$. La Figura 3.5 exhibe el esquema de resultados que se obtiene mediante esta metodología.

$$\begin{aligned}
& \min_x \quad \alpha C_{\text{materiales}}(x) + (1 - \alpha)T(x) \\
& \text{s.a.} \quad C_{\text{prefabricación}}(x) = n_{\text{mesas}}
\end{aligned} \tag{3.2}$$

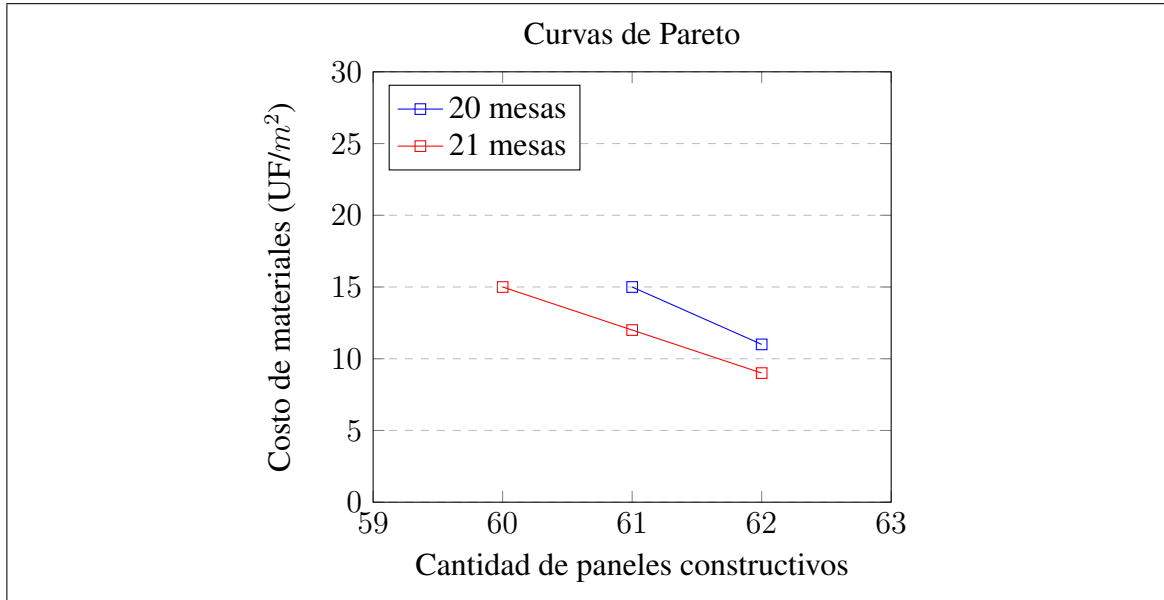


Figura 3.5. Ejemplo de curvas de Pareto

3.4. Restricciones

En la siguiente sección, se describen las principales restricciones a las que se encuentra sujeto el DPEM.

3.4.1. Soluciones constructivas

Se debe asignar una única solución constructiva para todo muro $m \in M$ en cada planta y también para todos los pisos $i \in I$. Cada solución constructiva de muro se distingue por una serie de atributos de carácter estructural y también por el costo por unidad de área c_{muro}^s , para todo $s \in S_{\text{muro}}$. Análogamente, las soluciones de piso poseen parámetros propios y un costo por unidad de área c_{piso}^s , para todo $s \in S_{\text{piso}}$. A continuación, se presentan las reglas que deben cumplir las asignaciones de soluciones.

- (i) Las soluciones constructivas de muro escogidas de todo el edificio deben tener el mismo grado estructural.
- (ii) Por cada piso, se elige una única solución constructiva para muros que compartan el mismo tipo, la misma cantidad de caras húmedas y su naturaleza estructural (segmento de corte o no).
- (iii) La solución constructiva de piso es única para todo el edificio, salvo el último piso (solución de techumbre) y el primer piso cuando este es ventilado.

Además, se define E como el conjunto de posibles espesores de las soluciones constructivas y S^e para $e \in E$ denota a las soluciones con espesor e . Por último, en relación a las soluciones de piso, se conoce como V al conjunto de posibles espaciamientos de vigas.

3.4.2. Mesas de prefabricado

Los paneles de muros y de losa se construyen en mesas rectangulares ubicadas en plantas panelizadoras de prefabricación. La mesa posee dimensiones de ancho w_{mesa} y de largo l_{mesa} . Además, se asume que se cuenta con una cantidad fija de pasadas de mesa dado por n_{mesas} . Las reglas de asignación de paneles son:

- (i) La cantidad de paneles que se asignan a una mesa se encuentra restringido por las dimensiones de esta.
- (ii) No se pueden asignar paneles de distinto espesor a una misma mesa.
- (iii) El posicionamiento de los paneles es uni-direccional, es decir, se distribuyen solo a lo largo de la mesa.

3.4.3. Panelización y segmentación de muros

La panelización de muros se refiere a la posible división de un muro en paneles de menor tamaño para fines constructivos. En cambio, la segmentación de un muro es la subdivisión de estos paneles para generar segmentos estructurales de corte. La relación de

ambos términos se da en que los paneles constructivos se componen por segmentos estructurales adyacentes, de acuerdo a los requerimientos que se detallan en esta subsección.

Para definir un segmento estructural de un muro $m \in M$, es necesario definir en qué puntos se puede dividir el muro. Sea $a^m \in \mathbb{R}$ la posición inicial de un muro y $b^m \in \mathbb{R}$ su posición final, entonces se define $\Xi^m \subseteq \{\xi \in \mathbb{R} : a^m \leq \xi \leq b^m\}$ como su conjunto finito de puntos de división, donde $a^m, b^m \in \Xi^m$. La única condición de estos puntos es que estén a una distancia mayor que l_{abertura} de una abertura del muro (puertas y ventanas). Adicionalmente, se define $J^m = \{(j_1, j_2) \in \Xi^m \times \Xi^m : j_1 < j_2\}$ como el conjunto de segmentos que se pueden formar con los puntos de división. Luego, la segmentación de $m \in M$ se define como una partición del muro a partir de segmentos en J^m . Se definen también el conjunto $J_{\min}^m$ como los intervalos de J^m que son minimales y J_{aber}^m como aquellos que contienen aberturas (puertas o ventanas).

Para que un segmento estructural pueda ser de corte, este debe cumplir lo siguiente:

- (i) Tener una longitud mayor a 120 cm.
- (ii) No contener aberturas en su interior.

Por su parte, los paneles constructivos se componen por la unión de segmentos estructurales adyacentes. Esta unión se encuentra sujeta a las siguientes condiciones:

- (iii) Los segmentos contiguos de un panel deben ser de disinto tipo (uno que no es de corte y otro que sí).
- (iv) Si se tienen dos segmentos consecutivos, el segmento que no es de corte debe contener una abertura.

Las restricciones (iii) y (iv) implican que existen solo tres tipos de paneles constructivos: a) un solo segmento de corte, b) un solo segmento que no es de corte, c) segmentos de corte y segmentos que no son de corte intercalados. Esta tipología se exhibe en la Figura 3.6.

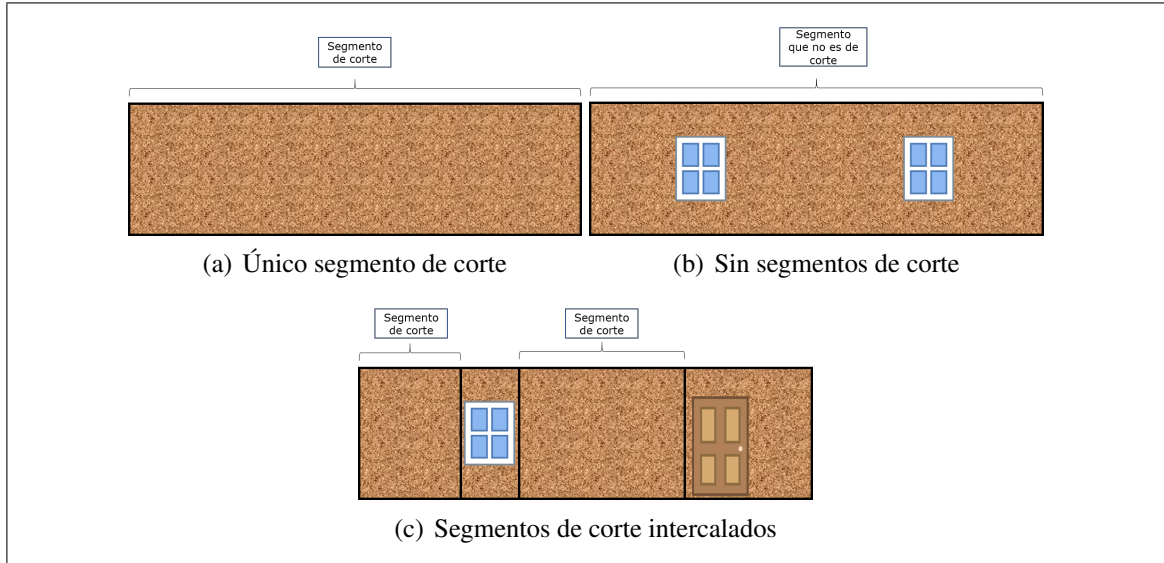


Figura 3.6. Vista en alzado de tipos de composición de paneles constructivos de muro

3.4.4. Panelización de losa

La panelización del paño de losa puede ser vista como un proceso de dos etapas: i) panelización estructural de losa y ii) panelización constructiva de losa. La primera etapa tiene como fin obtener elementos de panel que permitan realizar cálculos estructurales para uso posterior. La segunda etapa se refiere a la panelización de la losa para fines constructivos.

3.4.4.1. Panelización estructural de losa

Una manera de medir el impacto estructural de los paneles de losa sobre los muros es a través del cálculo del área tributaria. El área tributaria de un muro con respecto a un panel de losa es la fracción de área de esta última que se carga gravitacionalmente sobre el muro. De este modo, el área tributaria total $a_{\text{tributaria}}^m$ de un muro $m \in M$, corresponde a la suma de las áreas tributarias del muro con respecto a paneles de losa adyacentes. Sea R_{borde}^m el conjunto de paneles de losa adyacentes al muro $m \in M$ y $a_{\text{tributaria } c/r}^{m,l}$ el aporte individual del panel de losa l . Se tiene que:

$$a_{\text{tributaria}}^m = \sum_{l \in L^m} a_{\text{tributaria } c/r}^{m,l} \quad (3.3)$$

Sea a^l el área de un panel de losa l . Luego, $a_{\text{tributaria } c/r}^{m,l} = \beta^{m,l} f^{m,l} a^l$, donde $\beta^{m,l} \in (0, 1)$ corresponde a un coeficiente que depende de la configuración de muros adyacentes al panel l y se calcula en función del parámetro β_0^l . Este parámetro depende de la longitud de la viga l_{viga} , el espaciamiento de vigas e_{viga} de la solución constructiva de piso y el área del panel de losa. Por último, el parámetro $f^{m,l} \in (0, 1)$ representa el peso relativo de m respecto a todos los muros adyacentes a l en el mismo borde (que son colineales).

$$\beta_0^l = (2l_{\text{viga}} - e_{\text{viga}}) \frac{e_{\text{viga}}}{4a^l} \quad (3.4)$$

$$f^{m,l} = \frac{l_{\text{muro}}^m}{\sum_{m': l \in L^{m'}, m \text{ y } m' \text{ colineales}} l_{\text{muro}}^{m'}} \quad (3.5)$$

La Tabla A.1 en el Anexo resume la manera en que se obtienen los valores de $\beta^{m,l}$ en función de β_0^l y la configuración de los muros adyacentes al panel de losa. La Figura 3.7 permite ejemplificar el mecanismo de asignación de áreas tributarias. En este caso, el muro m_1 recibe carga desde los paneles l_1 y l_2 , mientras que el muro m_2 es cargado por los paneles l_1 , l_2 , l_3 y l_4 . Además, se puede notar que el valor de $f^{m,l}$ para $l \in \{l_1, l_2\}$ es estrictamente menor a 1, ya que m_1 y m_2 se ubican en el mismo borde del panel. En anexos, la Tabla A.2 exhibe los casos que se aplican para el cálculo de $\beta^{m,l}$ de la Tabla A.1, para cada combinación de $m \in \{m_1, m_2\}$ y $l \in \{l_1, l_2, l_3, l_4\}$.

No todos los paneles de losa son válidos para realizar el cálculo de áreas tributarias. A aquellos que sean válidos, se les denomina panel de losa estructural. Los requisitos de validez se resumen a continuación:

- (i) El panel no debe contener muros apoyados su interior.

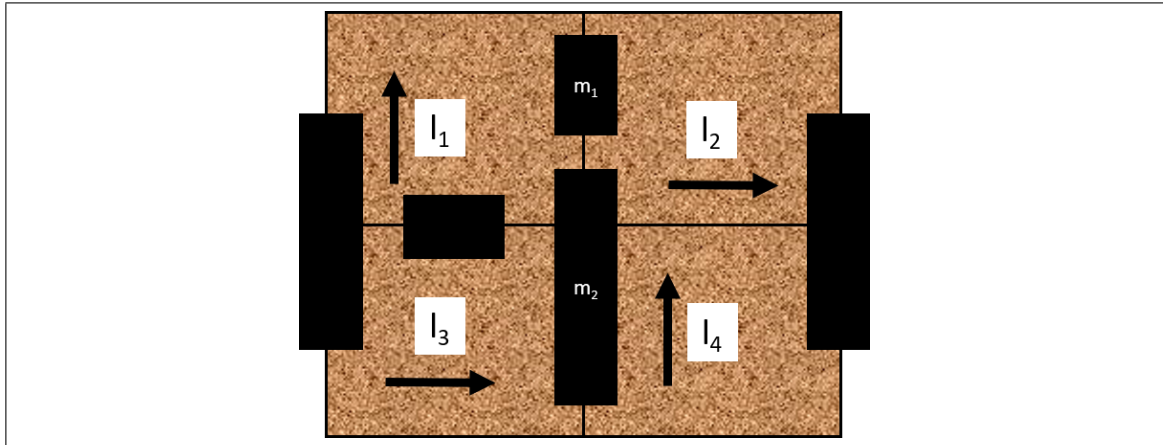


Figura 3.7. Vista en planta de esquema asignación de áreas tributarias a muros

- (ii) Cumple con requerimientos de dimensión dados por la mesa de prefabricado.
- (iii) Se encuentra apoyado en al menos dos muros paralelos.

A priori, el requisito (iii) puede ser problemático, ya que es posible que ciertas geometrías no permitan cubrir el paño de losa con rectángulos de esa naturaleza. En tal caso, la regla permite relajar la condición de validez (iii) para algunos paneles.

3.4.4.2. Panelización constructiva de losa

Una vez obtenidos los paneles estructurales, se está en condición de obtener los paneles constructivos. Estos se componen por un conjunto de paneles estructurales y cumplen lo siguiente:

- (i) Es la unión de paneles estructurales adyacentes.
- (ii) La unión conforma un rectángulo.
- (iii) Se unen paneles con la misma dirección de envigado y la dirección resultante es a través de la dimensión de menor tamaño.
- (iv) La unión respeta la dimensión de la mesa de prefabricado.
- (v) El ancho del panel (la dimensión de menor longitud) supera la longitud $w_{\min}$.

- (vi) La cantidad de paneles estructurales es minimal. Esto quiere decir que, si $\bigcup_{l \in L} r_l$ es una unión válida (con L un conjunto de índices y $(r_l)_{l \in L}$ una familia de rectángulos), entonces no existe $L' \subsetneq L$ tal que $\bigcup_{l \in L'} r_l$ es un panel estructural.
- (vii) Posee 4 puntos de apoyo válidos.

En (vii), un apoyo se define como un punto de intersección entre el perímetro del panel constructivo y otros muros. En la Figura 3.8, se muestra en rojo el conjunto de apoyos válidos de una losa constructiva. Para tener apoyos válidos, se deben cumplir las siguientes condiciones:

- (viii) Si el panel tiene una dimensión menor o igual a 300×300 cm, debe tener 4 apoyos válidos y al menos 2 de ellos tienen que ubicarse en bordes paralelos del panel.
- (ix) Si el panel no es menor o igual a 300×300 cm, entonces debe contener 4 apoyos en la dimensión de mayor longitud (2 en cada lado) y estos deben cumplir con los requisitos exhibidos en la Figura 3.9

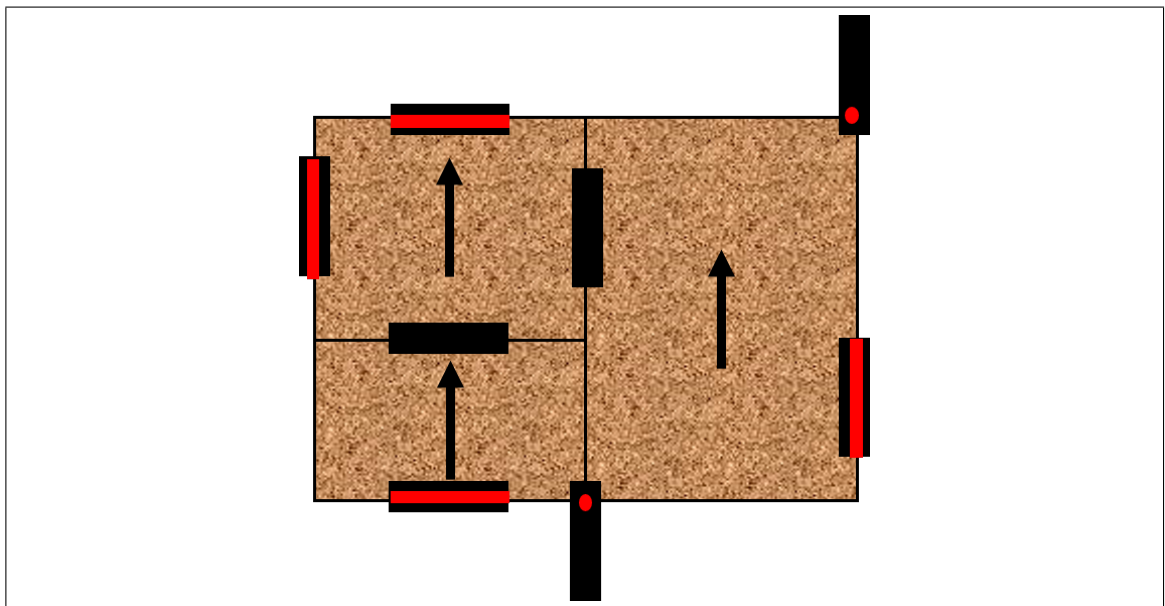


Figura 3.8. Vista en planta de conjunto de apoyos válidos de un panel constructivo

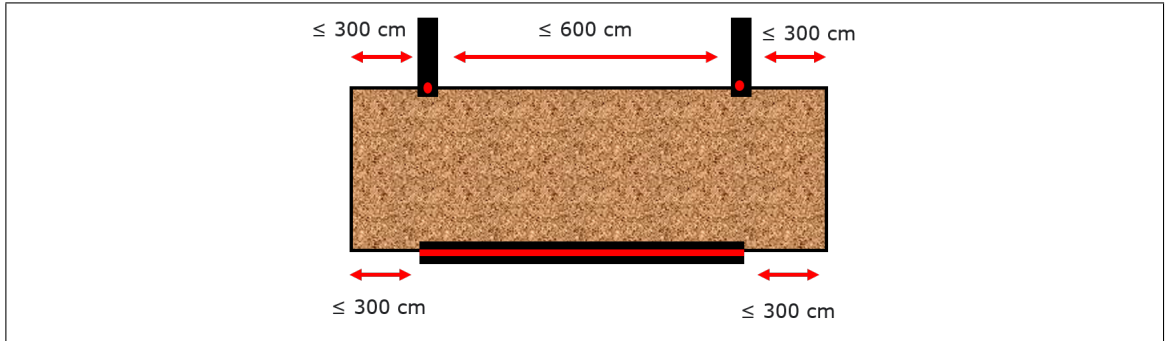


Figura 3.9. Vista en planta de condiciones de validez de apoyos para paneles cuya dimensión no es menor o igual a 300×300 cm

3.4.5. Verificación estructural

En esta subsección, se detalla el procedimiento utilizado para realizar la verificación estructural de un edificio de madera. El análisis se encuentra basado en la metodología de diseño estructural descrita en Manual de Diseño de Estructuras en Madera (Berwart et al., 2021). Esta metodología fue desarrollada por el Centro UC-Corma de Innovación en Madera (CIM), la Universidad de Bío Bío y el Ministerio de Vivienda y Urbanismo (Minvu) con la finalidad de proponer un procedimiento para el diseño de edificaciones en madera de hasta seis pisos. El análisis estructural descrito sigue la filosofía del Método por Tensión Admisible (ASD) y de Análisis Estático, adaptado a las normas chilenas NCh433 (diseño sísmico de edificios) y NCh1198 (cálculo de construcciones en madera).

El proceso consiste en un algoritmo verificador que entrega como respuesta SÍ si todos los elementos del edificio cumplen con los requerimientos estructurales y NO en caso contrario. La entrada del algoritmo consiste en las soluciones constructivas elegidas para muros, piso y el tipo de anclaje de los segmentos estructurales de corte. A través de esta entrada se obtiene un vector de parámetros $\nu \in N \subseteq \mathbb{R}^d$, que corresponde a una serie de atributos dados por el tipo de solución y anclaje. Posteriormente, se realiza el análisis gravitacional y el sísmico. Ambos análisis están dados por transformaciones no lineales $T_{\text{gravitacional}} : N \rightarrow \mathbb{R}^{n_1}$ y $T_{\text{sísmico}} : N \rightarrow \mathbb{R}^{n_2}$ ($n_1 + n_2 = n$), que permiten obtener las combinaciones de carga de esfuerzos gravitacionales $T_{\text{gravitacional}}(\nu)$ y de los esfuerzos

sísmicos junto al drift $T_{\text{sísmico}}(\nu)$. Paralelamente, se obtiene a partir de la entrada un vector $r \in \mathbb{R}^n$ que denota las resistencias que se deben cumplir en las solicitaciones. Finalmente, el algoritmo entrega SÍ si se cumple que el vector $\left(T_{\text{gravitacional}}(\nu), T_{\text{sísmico}}(\nu)\right)^T \leq r$ componente a componente. El proceso completo se resume en la Figura 3.10. Por su parte, el análisis gravitacional se explica con mayor detalle en el anexo D.

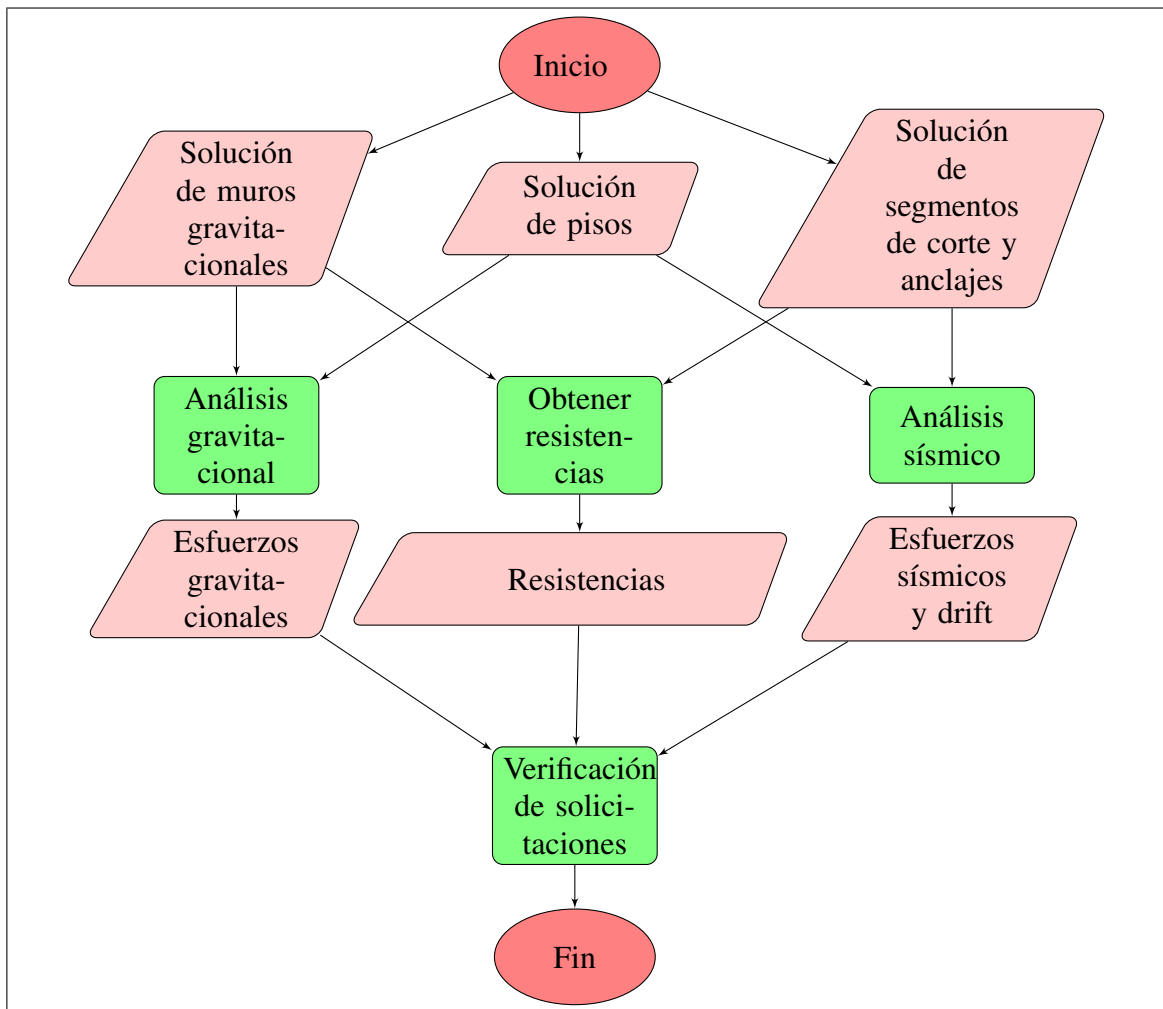


Figura 3.10. Proceso de verificación estructural

4. MODELO DE OPTIMIZACIÓN

En este capítulo, se presentará el modelo de optimización utilizado para la resolución del DPEM. Debido a su naturaleza altamente combinatorial, este problema se decidió abordar desde la perspectiva de programación entera. Se expondrán a continuación enfoques exactos, apoyados en métodos de descomposición y basados en heurísticas.

4.1. Modelo de optimización exacto

Las variables involucradas se pueden dividir en tres tipos: variables de *template* x , variables de solución y y variables constructivas z . Las variables de *template* corresponden a la decisiones que involucran a la panelización (de muro y losa) y la segmentación del edificio. Las variables de solución hacen referencia a la elección de soluciones constructivas de muros y pisos y también al tipo de anclaje de los segmentos de corte. Por último, las variables constructivas denotan la decisión vinculada a la construcción de paneles en la mesas de prefabricación. Todas estas variables son enteras binarias, tal que $(x, y, z) \in \{0, 1\}^{n \times m \times p}$.

La función objetivo f es una función lineal que depende de la cantidad de paneles, que se determina por las variables de *template* x y del costo de materiales, que depende de las variables de solución y .

Las restricciones del problema se representan mediante dos grupos: las restricciones combinatoriales y estructurales. Las restricciones combinatoriales son de carácter lineal y se refieren a los requerimientos de soluciones constructivas, panelización, segmentación y mesas de prefabricación. Estas se denotan por el vector de desigualdades $g(x, y, z) \leq 0$. La versión detallada de estas restricciones se encuentra disponible en el Anexo C. Por su lado, las restricciones estructurales son en parte no lineales y representan la serie de cálculos y cumplimientos que se deben cumplir para que el edificio sea factible estructuralmente. Este grupo de restricciones se denota por $h(x, y) \leq 0$.

De esta manera, el problema de optimización general queda de la siguiente manera:

$$\min \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.1a)$$

$$\text{s.a.} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq \mathbf{0} \quad (4.1b)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \leq \mathbf{0} \quad (4.1c)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \{0, 1\}^{n \times m \times p} \quad (4.1d)$$

la

Las componentes no lineales de $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ son en su mayoría funciones algebraicas, es decir, funciones compuestas solamente por operaciones algebraicas de adición, resta, multiplicación, división y potenciación (donde el exponente es racional y fijo para cada proyecto). El otro tipo de no linealidad presente corresponde a los operadores min y max. A partir de técnicas estándares de programación entera, se puede reducir el carácter no lineal de $\mathbf{h}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ si se agregan variables auxiliares $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^q$ (por ejemplo, se pueden linealizar las multiplicaciones de variables continuas acotadas con variables binarias). Al reescribir estas restricciones, se obtiene un conjunto de restricciones bilineales dado por $\mathbf{h}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}) \leq \mathbf{0}$ y un conjunto de restricciones $\mathbf{h}_2(\mathbf{w}) \leq \mathbf{0}$, donde $\mathbf{h}_2$ es una función

potencia con exponente racional. Así, el problema de optimización se reescribe como el siguiente MINLP:

$$\min \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.2a)$$

$$\text{s.a.} \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq \mathbf{0} \quad (4.2b)$$

$$\mathbf{h}_1(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}) \leq \mathbf{0} \quad (4.2c)$$

$$\mathbf{h}_2(\mathbf{w}) \leq \mathbf{0} \quad (4.2d)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \{0, 1\}^{n \times m \times p} \quad (4.2e)$$

$$\mathbf{w} \in \mathbb{R}^q \quad (4.2f)$$

Si se aproxima $\mathbf{h}_2$ como una función afín a trozos, la forma del modelo (4.2) es compatible con *solvers* que soportan restricciones bilineales, tales como **BARON** y **GUROBI**. Sin embargo, la gran escala del problema ocasiona problemas numéricos y dificulta su resolución en un tiempo razonable. Esto hace necesario buscar otras estrategias de resolución para abordar la no linealidad del problema.

4.2. Estrategias para abordar la no linealidad

En esta sección, se presentan formas alternativas para enfrentar la naturaleza no lineal del problema de optimización, que proviene de las funciones $\mathbf{h}_1$ y $\mathbf{h}_2$, definidas en la sección anterior. Esto incluye una estrategia basada en métodos de descomposición y otra en un enfoque heurístico para obtener soluciones estructuralmente factibles.

4.2.1. Método de Descomposición

Una manera de abordar este problema es a través de métodos de descomposición. Las no linealidades dadas por (4.2c) y (4.2d) pertenecen a la verificación estructural del

edificio. Esta verificación se divide a su vez en dos análisis independientes: el gravitacional y sísmico. Sea $\mathbf{w} = [\mathbf{w}_g, \mathbf{w}_s]^T$, donde $\mathbf{w}_g \in \mathbb{R}^{q_g}$ y $\mathbf{w}_s \in \mathbb{R}^{q_s}$ son las variables auxiliares provenientes del análisis gravitacional y sísmico, respectivamente. Luego, el conjunto de (4.2c) y (4.2d) se puede reordenar y reescribir como $\mathbf{h}_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_g) \leq \mathbf{0}$ y $\mathbf{h}_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s) \leq \mathbf{0}$, para denotar la parte gravitacional y sísmica del análisis estructural. Bajo esta nueva representación, se tiene que $\mathbf{h}_g$ es lineal y $\mathbf{h}_s$ tiene algunas componentes no lineales. Esto permite realizar una descomposición donde el problema maestro (PM) se compone por la parte lineal del problema, dado por:

$$\text{(PM) } \min \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.3a)$$

$$\text{s.a. } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq \mathbf{0} \quad (4.3b)$$

$$\mathbf{h}_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_g) \leq \mathbf{0} \quad (4.3c)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \{0, 1\}^{n \times m \times p} \quad (4.3d)$$

$$\mathbf{w}_g \in \mathbb{R}^{q_g} \quad (4.3e)$$

La segunda etapa se compone por la verificación estructural sísmica y se puede entender como el siguiente problema de optimización no lineal sin función objetivo:

$$Q(\mathbf{x}, \mathbf{y}) := \min \quad 0 \quad (4.4a)$$

$$\mathbf{h}_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s) \leq \mathbf{0} \quad (4.4b)$$

$$\mathbf{w}_s \in \mathbb{R}^{q_s} \quad (4.4c)$$

Sin embargo, las únicas variables del problema $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ son auxiliares y se pueden escribir como una función cerrada que depende de las variables $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$. Por lo tanto, $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ se puede concebir como un verificador y no como un problema de optimización.

Si $Q(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ es infactible ($\mathbf{h}_s(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s) \not\leq \mathbf{0}$), quiere decir que la solución dada por $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ no cumple con los requerimientos sísmicos. En tal caso, se debe agregar un corte que elimine a la solución $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ del problema maestro. Dado que $\mathbf{x}$ e $\mathbf{y}$ son vectores binarios, basta con agregar un corte del tipo *no-good cut* basado en la distancia de Hamming. Sea $\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}})$ una solución del problema maestro y sea $S(\hat{\boldsymbol{\theta}}) := \{i : \hat{\theta}_i = 1\}$ el soporte de $\hat{\boldsymbol{\theta}}$. Luego, la distancia de Hamming entre $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ y $\boldsymbol{\theta}$ se define como:

$$\Delta S(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}) := \sum_{i \in S(\hat{\boldsymbol{\theta}})} (1 - \theta_i) + \sum_{i \notin S(\hat{\boldsymbol{\theta}})} \theta_i \quad (4.5)$$

Si $Q(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ es infactible, el corte de Hamming que elimina a esta solución es $\Delta S(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}) \geq 1$. Esta descomposición puede ser implementada a través *callbacks* mediante la adición de *lazy constraints* cada vez que se encuentre una solución factible en el árbol de B&B (*Branch & Bound*). Esto es posible de implementar en interfaces de optimización tales como Gurobipy o JuMP. No obstante, la cantidad de cortes que se agregan es potencialmente muy alta. Esto motiva a estudiar posibles modificaciones del modelo.

4.2.1.1. Relajación de la segunda etapa

Una alternativa es incorporar una versión relajada del análisis sísmico en el (PM), vale decir, encontrar una manera de relajar las restricciones (4.4b). Sea $\mathbf{h}_s = (\mathbf{h}_{s_1}, \mathbf{h}_{s_2}, \mathbf{h}_{s_3})$, donde $\mathbf{h}_{s_1}$ corresponde a las componentes lineales, $\mathbf{h}_{s_2}$ a las bilineales y $\mathbf{h}_{s_3}$ a aquellas con funciones de potencia. Luego, basta encontrar una forma de relajar las restricciones asociadas a $\mathbf{h}_{s_2}$ y $\mathbf{h}_{s_3}$.

La función $\mathbf{h}_{s_2}$ está compuesta por términos bilineales. Cuando se trata de la multiplicación de dos variables continuas, se puede relajar la restricción a partir de envolturas de McCormick (Anexo B) o utilizando una aproximación lineal a trozos de funciones bivariadas (Huchette & Vielma, 2017). Por su lado, la forma más directa de aproximar a la función $\mathbf{h}_{s_3}$ es a partir de funciones afines a trozos. Sea $\mathbf{w}_r \in \mathbb{R}^{q_r}$ el vector de variables

adicionales utilizado para la relajación. Las nuevas restricciones se encuentran dadas por $\mathbf{h}_r(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s, \mathbf{w}_r) \leq \mathbf{0}$, donde $\mathbf{h}_r$ es lineal.

De esta manera, se obtiene el problema maestro modificado (PMM):

$$\text{(PMM) } \min \quad f(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (4.6a)$$

$$\text{s.a. } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \leq \mathbf{0} \quad (4.6b)$$

$$\mathbf{h}_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_g) \leq \mathbf{0} \quad (4.6c)$$

$$\mathbf{h}_{s_1}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s) \leq \mathbf{0} \quad (4.6d)$$

$$\mathbf{h}_{s_r}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{w}_s, \mathbf{w}_r) \leq \mathbf{0} \quad (4.6e)$$

$$(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}) \in \{0, 1\}^{n \times m \times p} \quad (4.6f)$$

$$(\mathbf{w}_g, \mathbf{w}_s, \mathbf{w}_r) \in \mathbb{R}^{q_g \times q_s \times q_r} \quad (4.6g)$$

4.2.1.2. Cortes de Hamming Modificados

Si $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ es una solución de (PM) tal que $Q(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ es infactible, es natural pensar que las soluciones cercanas a $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ también son infactibles. Para denotar a las soluciones cercanas, se define el conjunto de vecinos de $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ de grado d como $V_d(\hat{\boldsymbol{\theta}}) := \{\boldsymbol{\theta} : \Delta S(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}) \leq d \wedge \exists(\mathbf{z}, \mathbf{w}_g) \in \{0, 1\}^p \times \mathbb{R}^{q_g} : (\boldsymbol{\theta}, \mathbf{z}, \mathbf{w}_g) \text{ es solución factible de (PM)}\}$. Si todos los vecinos de grado d son infactibles, se agrega el siguiente corte de Hamming al (PM):

$$\Delta S(\hat{\boldsymbol{\theta}}, \boldsymbol{\theta}) \geq d + 1 \quad (4.7)$$

Dada la naturaleza del problema, se tiene que $d \geq 2$. Además, se puede notar que a medida que d aumenta, la cantidad de vecinos aumenta exponencialmente. Por esta razón, es conveniente limitar el valor a $d = 2, 3$.

4.2.1.3. Solución inicial basada en heurística

Es posible acelerar la búsqueda de B&B a través de soluciones iniciales factibles. Para encontrar una solución inicial, se utiliza el hecho de que existen soluciones constructivas y tipos de anclajes más resistentes que otros. Esta información se obtiene a partir del conocimiento de expertos del dominio.

Se puede estimar la resistencia gravitacional de una solución constructiva de muro a partir del parámetro llamado carga admisible. Por otro lado, la resistencia sísmica depende mayoritariamente de la cantidad de tableros estructurales y en segundo lugar, del espesor de los tableros. Teniendo en cuenta lo anterior, se pueden ordenar las soluciones constructivas. Así, se obtiene un sistema de *ranking* de soluciones constructivas de muros. Luego, para todo $m \in M$, se puede seleccionar la solución $s \in S_m$ que se ubique en la posición más alta del *ranking*. En caso de empate, se elige la opción con menor costo. Asimismo, las soluciones de piso se pueden ordenar de acuerdo al parámetro conocido como luz admisible y se puede seleccionar de manera análoga aquella que sea más resistente.

En cuanto a los tipos de anclaje, se tiene que los anclajes, la variable que estima la resistencia es la resistencia a tracción. Así, se obtiene también un *ranking* de anclajes estructurales y se selecciona igualmente el anclaje más resistente.

De este modo, se puede fabricar una solución inicial considerando las soluciones constructivas y anclajes más resistentes. Además, la panelización y segmentación del modelo se pueden obtener mediante un problema de optimización, donde se asume que todos los segmentos estructurales son de corte. En este modelo, se fijan las variables de solución

en $\mathbf{y} = \mathbf{y}_0$ y se obtiene la solución de template $\mathbf{x}_0$ a través del siguiente problema de programación entera (IP1):

$$(IP1) \min f(\mathbf{x}, \mathbf{y}_0) \quad (4.8a)$$

$$\text{s.a. } \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}) \leq \mathbf{0} \quad (4.8b)$$

$$\mathbf{x}, \mathbf{z} \in \{0, 1\}^{n \times p} \quad (4.8c)$$

Por lo tanto, se obtiene una solución inicial para las variables de *template* $\mathbf{x}$ y variables de solución $\mathbf{y}$. Si el catálogo de soluciones está suficientemente provisto, esta solución cumple con los requerimientos gravitacionales y sísmicos. La única excepción es que se trate de un edificio cuya geometría sea imposible de construir por motivos estructurales.

A partir de esta solución inicial $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$, se puede obtener una segunda solución de menor costo a través de heurísticas. A estas heurísticas se les denominará heurísticas de mejoramiento, puesto que su meta es obtener una solución de mejor (menor) costo a través de la degradación de la calidad de las soluciones constructivas y el modelo de anclaje.

Una de las variables de mayor influencia en el costo del edificio es la cantidad de segmentos de corte. El Algoritmo 1 muestra el funcionamiento de la heurística de mejoramiento de corte, que tiene como finalidad disminuir la cantidad de segmentos de corte. Para ello, se ordena en orden no decreciente a los segmentos de muros interiores según su longitud. Luego, se seleccionan estos segmentos y se remueven del *pool* de segmentos de corte si no alteran la factibilidad estructural del edificio. De esta manera, se mantiene como segmentos de corte a los perimetrales, divisorios y a los interiores de mayor longitud.

Algoritmo 1 Heurística de mejoramiento de corte

Input: $(x_0, y_0), (l_{\text{muro}}^m)_{m \in M_{\text{int}}}$
Output: (x, y)

- 1: $(x, y) \leftarrow (x_0, y_0)$
 - 2: Ordenar los segmentos de muros interiores tal que $l_{\text{muro}}^{m_1} \leq l_{\text{muro}}^{m_2} \leq \dots \leq l_{\text{muro}}^{|M_{\text{int}}|}$.
 - 3: **for** $i = 1, \dots, |M_{\text{int}}|$ **do**
 - 4: Sea x' la modificación de x tal que m_i no es de corte.
 - 5: **if** $h(x', y) \leq 0$ **then**
 - 6: $x \leftarrow x'$
 - 7: **end if**
 - 8: **end for**
 - 9: **return** (x, y)
-

Para mejorar las soluciones constructivas de muros y el anclaje, es conveniente identificar los muros y segmentos estructurales que cumplen los requerimientos estructurales con mayor holgura. Una vez identificados, se procede a mejorar la solución y anclaje de acuerdo a los *rankings* de resistencia obtenidos previamente. Se selecciona la siguiente solución del *rankings* siempre y cuando se obtenga una solución de menor costo y factible estructuralmente.

Dentro de las restricciones asociadas a la verificación estructural gravitacional y sísmica, existe un subconjunto de ellas que permiten definir la holgura. Estas restricciones son lineales, poseen una forma estándar que se detalla a continuación y se pueden indexar por los conjuntos C_g y C_s , para diferenciar el caso gravitacional del sísmico. Las desigualdades (4.9) y (4.10) denotan a estas restricciones gravitacionales y sísmicas, respectivamente, donde $s_{c,i,m}$, $r_{c,i,m}$ y $s_{c,i,m,j}$ son variables. Adicionalmente, se definen los márgenes de una restricción como los cocientes $\frac{r_{c,i,m}}{s_{c,i,m}}$ para $c \in C_g, i \in I, m \in M$ y $\frac{r_{c,i,m}}{s_{c,i,m,j}}$ para $c \in C_s, i \in I, m \in M, j \in J^m$.

$$s_{c,i,m} \leq r_{c,i,m} \quad \forall c \in C_g, i \in I, m \in M \quad (4.9)$$

$$s_{c,i,m,j} \leq r_{c,i,m} \quad \forall c \in C_s, i \in I, m \in M, j \in J^m \quad (4.10)$$

Para el mejoramiento de soluciones de muro, el objetivo es ir mejorando las soluciones de muros desde el último al primer piso. Por lo tanto, para un piso $i \in I$ del edificio, se quiere encontrar un muro (i, m^*) que cumpla con mayor holgura las restricciones $c \in C_g \cup C_s$. En el caso de los anclajes, el objetivo es encontrar el segmento de muro (i, m^*, j^*) que cumpla con mayor holgura las restricciones $c \in C_s$. La holgura de un muro o segmento se define como el menor margen de sus restricciones asociadas. La ecuaciones (4.11) y (4.12) muestran cómo se obtienen los muros y segmentos de muros con mayor holgura en un piso i .

$$(i, m^*) \in \arg \max_{m \in M} \min \left\{ \min_{c \in C_g} \frac{r_{c,i,m}}{s_{c,i,m}}, \min_{c \in C_s, j \in J^m} \frac{r_{c,i,m}}{s_{c,i,m,j}} \right\} \quad (4.11)$$

$$(i, m^*, j^*) \in \arg \max_{m \in M, j \in J^m} \min_{c \in C_s} \frac{r_{c,i,m}}{s_{c,i,m,j}} \quad (4.12)$$

Los Algoritmos 2 y 3 muestran el funcionamiento de las heurísticas de mejoramiento de las soluciones constructivas de muros y de los anclajes.

Algoritmo 2 Heurística de mejoramiento de solución de muro

Input: (x_0, y_0)
Output: (x, y)

```

1:  $(x, y) \leftarrow (x_0, y_0)$ 
2: for  $i = n_{\text{pisos}}, \dots, 1$  do
3:   AUX = TRUE
4:   while AUX = TRUE do
5:     Sea  $(i, m^*)$  el muro con mayor holgura y  $s \in S_{m^*}$  la siguiente solución en el
       ranking.
6:     Sea  $y'$  la nueva solución al elegir  $s$  como la nueva solución del muro  $(i, m^*)$ .
7:     if  $h(x, y') \leq 0$  then
8:        $y \leftarrow y'$ 
9:       AUX = FALSE
10:    end if
11:  end while
12: end for
13: return  $(x, y)$ 

```

Algoritmo 3 Heurística de mejoramiento de anclaje

Input: (x_0, y_0)
Output: (x, y)

```

1:  $(x, y) \leftarrow (x_0, y_0)$ 
2: for  $i = n_{\text{pisos}}, \dots, 1$  do
3:   AUX = TRUE
4:   while AUX = TRUE do
5:     Sea  $(i, m^*, j^*)$  el segmento de muro con mayor holgura y  $a \in A$  el siguiente
       anclaje en el ranking.
6:     Sea  $y'$  la nueva solución al elegir  $a$  como el nuevo anclaje de  $(i, m^*, j^*)$ .
7:     if  $h(x, y') \leq 0$  then
8:        $y \leftarrow y'$ 
9:       AUX = FALSE
10:    end if
11:  end while
12: end for
13: return  $(x, y)$ 

```

Por su parte, el mejoramiento de la solución de piso consiste en reemplazar la solución por la siguiente del *ranking* que tenga menor costo. Puesto que la solución es única para el edificio (exceptuando el primer piso si es que es ventilado y el último piso), esta heurística es la más simple de implementar y se exhibe en el pseudocódigo del Algoritmo 4.

Algoritmo 4 Heurística de mejoramiento de solución de piso

Input: (x_0, y_0)
Output: (x, y)

```

1:  $(x, y) \leftarrow (x_0, y_0)$ 
2: AUX = TRUE
3: while AUX = TRUE do
4:   Sea  $s$  la siguiente solución de techumbre de acuerdo al ranking.
5:   Sea  $y'$  la nueva solución luego de elegir  $s$  como la nueva solución del piso  $n_{\text{pisos}}$ .
6:   if  $h(x, y') \leq 0$  then
7:      $y \leftarrow y'$ 
8:     AUX = FALSE
9:   end if
10: end while
11: if  $n_{\text{pisos}} > 1$  then
12:   while AUX = TRUE do
13:     Sea  $s$  la siguiente solución de entrepiso de acuerdo al ranking.
14:     Sea  $y'$  la nueva solución luego de elegir  $s$  como la nueva solución de los pisos
         $1, \dots, n_{\text{pisos}} - 1$ .
15:     if  $h(x, y') \leq 0$  then
16:        $y \leftarrow y'$ 
17:       AUX = FALSE
18:     end if
19:   end while
20: end if
21: return  $(x, y)$ 

```

Finalmente, la heurística para obtener una solución inicial mejorada consiste en la combinación de los Algoritmos 1, 2, 3 y 4. A partir de las distintas permutaciones, se obtienen 24 posibles soluciones y se selecciona aquella con menor costo (en la práctica,

la mejor combinación resulta ser mejorar el corte, mejorar anclaje y luego mejorar las soluciones de muro y piso). Sea esta heurística dada por el mapeo $H : \{0, 1\}^{n \times m} \rightarrow \{0, 1\}^{n \times m}$. Luego, $(x_1, y_1) = H(x_0, y_0)$ corresponde a la solución inicial que se le entrega al (PM).

Por último, es importante señalar que para que se cumpla la restricción que obliga que el grado estructural de las soluciones sea el mismo para todo el edificio, esta heurística debe ser implementada por separado para cada grado estructural. De esta manera, se debe obtener una solución inicial mejorada por cada uno de los ocho tipo de grados estructurales: G2, G1, G1 y mejor, GS, C16, C24, MGP10 y MGP12.

4.2.2. Enfoque aproximado

Otra manera de abordar el problema DPEM es a través de un enfoque heurístico. Este se basa en la heurística utilizada para encontrar una solución inicial. Una vez encontrada la solución $(x_1, y_1) = H(x_0, y_0)$, se puede completar la solución mediante la resolución de un problema de optimización que completa la solución combinatorial del problema, dado por el siguiente problema de programación entera (IP2):

$$(IP2) \min f(x_1, y_1) \quad (4.13a)$$

$$\text{s.a. } g(x_1, y_1, z) \leq 0 \quad (4.13b)$$

$$z \in \{0, 1\}^p \quad (4.13c)$$

Este método, resumido en la Figura 4.1, permite obtener soluciones factibles pero no da ninguna garantía sobre optimalidad global del problema. Sin embargo, sí garantiza óptimos locales tales como la cantidad de paneles.

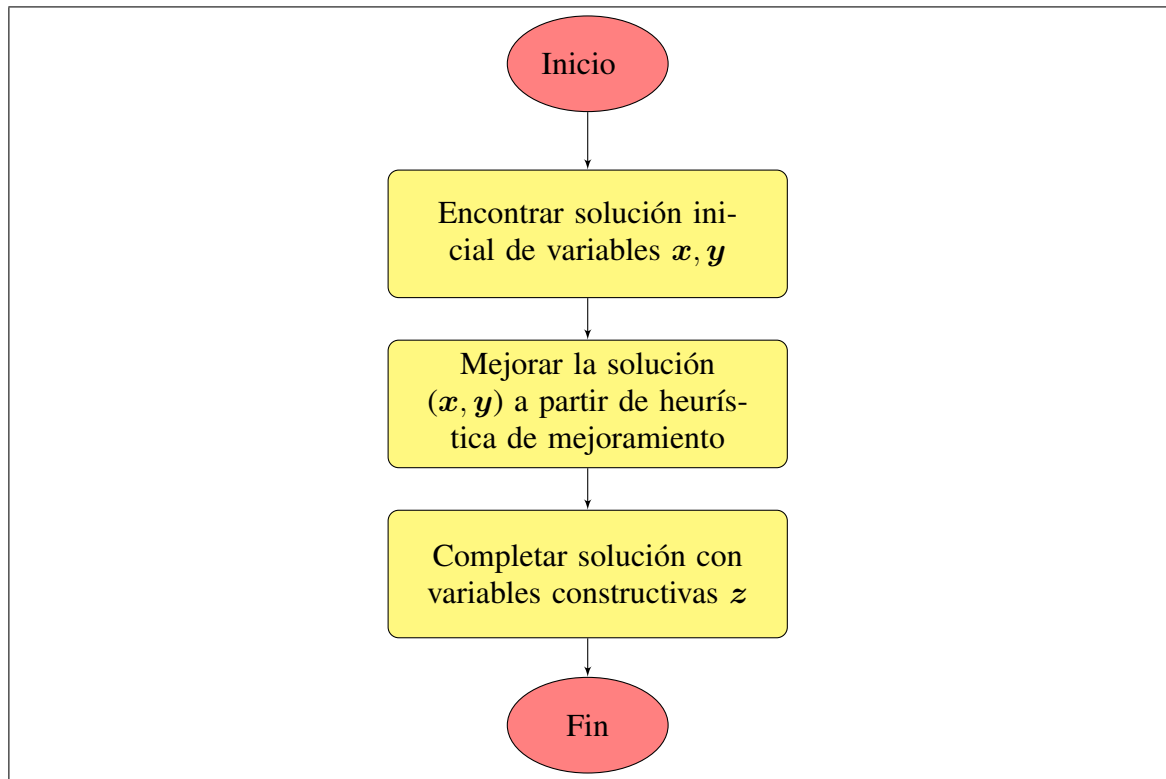


Figura 4.1. Método de solución aproximado para resolver el problema DPEN

5. CASOS DE ESTUDIO

El objetivo de esta sección es validar los métodos de resolución planteados en el Capítulo 4. En primer lugar, la sección 5.1 presenta la metodología que se utilizará para la validación. Posteriormente, la sección 5.2 detalla las características de los dos casos de estudio definidos, que corresponden a diseños arquitectónicos realistas de edificaciones en madera. Por último, en la sección 5.3 se muestran los resultados obtenidos a partir de las pruebas computacionales.

5.1. Metodología de validación

Los algoritmos presentados en el Capítulo 4 presentan limitaciones relacionadas con su factibilidad computacional y optimalidad. El modelo 4.2 es un MINLP de alta complejidad debido a su extensa cantidad de restricciones y de variables. Además, si bien se puede aproximar como un problema bilineal, el orden polinomial (grado 4) conlleva problemas numéricos en algunos *solvers* de optimización como **BARON** y **GUROBI** (en su configuración de problemas cuadráticos no-convexos). De esta manera, el problema se vuelve intratable computacionalmente. Por otra parte, si bien el método de descomposición y sus versiones modificadas se configuran como una metodología exacta con mayor tratabilidad computacional, su desempeño no es satisfactorio en la práctica. La cantidad de cortes de Hamming que se agregan crece de manera exponencial con el tamaño de la instancia. Además, las relajaciones de la segunda etapa propuestas no logran reducir de manera significativa el tamaño del poliedro y los cortes de Hamming modificados tampoco son suficientes para generalizar los cortes de Hamming simples. De esta manera, la alternativa basada en la heurística se consolida como la opción más viable para realizar la validación.

Así, la metodología propuesta para la validación consiste en:

- (i) Elegir dos edificaciones de prueba basadas en diseños realistas.

- (ii) Ejecutar el enfoque heurístico definido en 4.2.2 que combina enfoques exactos con aproximados, con el fin de obtener una solución sub-óptima en un tiempo acotado.
- (iii) Obtener gap de optimalidad ingresando la solución obtenida en (a) como solución inicial en el método de descomposición definido en 4.2.1
- (iv) Comentar la solución a partir de su inspección visual y métricas obtenidas.

Una de las limitaciones de esta metodología es que no contrasta la solución entregada por el modelo de optimización con una solución realista de los edificios. Esto se debe a que para los casos de estudio, no existe una solución comparable debido a que no se parte del mismo catálogo de soluciones constructivas y tampoco se diseña en base a la misma función objetivo. Por esta razón, se enfatiza que el aporte de este trabajo no consiste en entregar un mejor diseño estructural en términos de costo o de cumplimientos estructurales, sino que en entregar de manera automatizada una solución que permite facilitar el proceso de diseño y ser un punto de partida para el diseño final del edificio.

5.2. Conjunto de datos

En esta sección se describe el conjunto de datos que será utilizada para realizar la validación del modelo de optimización. Primero, se enuncian las características generales de dos plantas de edificaciones realistas en madera. Luego, se exhibe la configuración del proyecto que será utilizada. Finalmente, se detalla un resumen general del catálogo de soluciones constructivas tras aplicar los filtros basados en la configuración.

- (i) Caso A: Planta tipo hotel (Guindos, 2019). Este diseño consiste en un edificio de 4 pisos, 168 muros arquitectónicos (perimetrales, divisorios y interiores) y un área total de 904,8 m². Para esta planta, no se consideran cavidades en la losa.
- (ii) Caso B: Planta tipo B (Berwart et al., 2021). Este diseño consiste en un edificio de 4 pisos, 232 muros arquitectónicos (perimetrales, divisorios y interiores) y

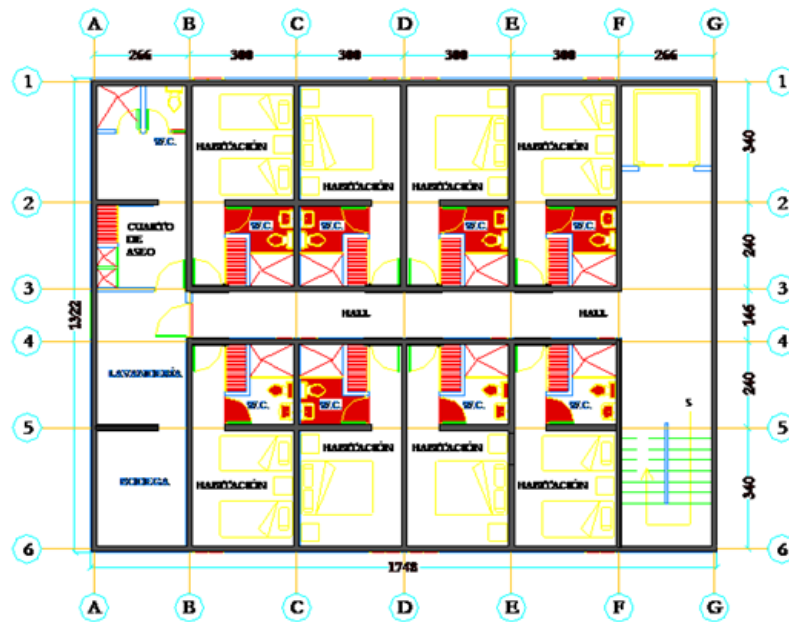
un área total de 1909,1 m². Para este caso, sí se considerarán cavidades en las regiones dadas por el ascensor y las escaleras.

Una vista en planta de los edificios definidos en los casos A y B se puede apreciar en la Figura 5.1. Se observa que ambas plantas presentan simetría de muros. Sin embargo, la planta del caso B presenta una asimetría de losas por la presencia de cavidades. Por otro parte, los parámetros de configuración del proyecto se describen en la Tabla 5.1.

Tabla 5.1. Configuración del proyecto para casos de estudio A y B.

Parámetro	Valor
Región	Metropolitana
Comuna	Santiago
Regulación térmica	Normativa térmica vigente
Tipo de suelo	B
Zona sísmica	2
Tipo de edificio	2
Tipo de agrupación	Colectiva
Tipo de primer piso	Radier

El catálogo de soluciones constructivas cuenta con soluciones de muros (perimetrales, divisorios, interiores) y de losa (entrepisos, pisos ventilados y techumbres). Estas soluciones deben ser filtradas según la configuración del proyecto siguiendo normativas térmicas, sísmicas, acústicas y de fuego. Las Tablas 5.2 y 5.3 muestran la cantidad de soluciones constructivas de muros y pisos por función y grado estructural antes y después de aplicar los filtros. Se puede observar que existe una escasez de soluciones de muros divisorios e interiores y que los únicos grados estructurales que poseen todos los tipos de muros para la configuración definida son los grados C16, C24, MGP10 y MGP12.



(a) Caso A



(b) Caso B

Figura 5.1. Imágenes del diseño arquitectónico de los casos de estudio A y B.

Tabla 5.2. Cantidad de soluciones constructivas de muro antes y después del filtro según tipo de muro y grado estructural

Configuración	Muros perimetrales		Muros divisorios		Muros interiores	
	Pre-filtro	Filtrado	Pre-filtro	Filtrado	Pre-filtro	Filtrado
G2	29	3	0	0	9	0
G1	29	3	0	0	9	0
G1 y mejor	29	3	0	0	9	0
Gs	29	3	0	0	9	0
C16	41	8	6	6	18	3
C24	41	8	6	5	18	3
MGP10	34	5	3	3	13	1
MGP12	34	5	3	3	13	1
Total	266	38	18	17	98	8

Tabla 5.3. Cantidad de soluciones constructivas de entrepiso y techumbre antes y después del filtro según grado estructural

Configuración	Entrepisos		Pisos Ventilados		Techumbres	
	Pre-filtro	Filtrado	Pre-filtro	Filtrado	Pre-filtro	Filtrado
G2	2	0	1	0	0	0
G1	2	0	1	0	0	0
G1 y mejor	2	0	1	0	0	0
Gs	2	0	1	0	0	0
C16	13	5	1	0	10	2
C24	13	5	1	0	10	2
MGP10	8	2	1	0	5	1
MGP12	6	2	1	0	5	1
Total	54	14	8	0	30	6

5.3. Experimentos Computacionales

El algoritmo se encuentra programado en el lenguaje de programación Python 3.8. Para resolver los problemas de programación entera, se utilizó el *solver* de optimización **GUROBI** a través del *framework* de optimización Pyomo. En cuanto a los experimentos, estos fueron ejecutados en una máquina Intel Core i7 9750H con 16GB RAM. La Tabla 5.4 muestra los tiempos de ejecución de las distintas etapas del algoritmo, para los casos de estudio A y B. La nomenclatura de las distintas etapas se describe a continuación:

- (i) PP (Pre-procesamiento): esta etapa incluye la lectura de datos, el cálculo de parámetros para el problema de optimización, la obtención del ranking de soluciones constructivas de muro y la obtención de rectángulos válidos para la panelización de losa.

- (ii) O1 (Solución inicial): problema de optimización entera (**IP1**) donde se obtienen las variables de template, se fijan soluciones constructivas de muro y se elige la solución constructiva de entrepiso/techumbre.
- (iii) H (Heurística): heurística de mejora de solución donde se modifica la cantidad de segmentos de corte, el tipo de anclaje y las soluciones constructivas de muros.
- (iv) O2 (Completación de solución): problema de optimización entera (**IP2**) donde se completa la solución mediante la incorporación de la variable de asignación de paneles a mesas constructivas.
- (v) TT (Tiempo total): $PP + IP1 + H + IP2$

Tabla 5.4. Tiempos de ejecución algorítmicos por etapa según caso de estudio y grado estructural.

Caso de estudio	Grado estructural	PP (s)	O1 (s)	H (s)	O2 (s)	TT (s)
A	C16	-	-	-	-	-
	C24	-	-	-	-	-
	MGP10	0,66	9,81	16,10	6,63	33,20
	MGP12	0,65	9,58	13,90	5,52	29,65
B	C16	-	-	-	-	-
	C24	-	-	-	-	-
	MGP10	-	-	-	-	-
	MGP12	8,08	26,50	42,80	7,09	84,47

Se tiene que para ciertos grados estructurales, el problema es infactible para los casos A o B. Para A, los grados estructurales C16 y C24 son infactibles, mientras que para B el único grado que es factible es el MGP12. Una posible explicación de lo anterior es que no existen soluciones con tales grados estructurales que sean suficientemente resistentes en el catálogo filtrado. Esto produce que para instancias más complejas (caso B) el único grado factible sea el más resistente. Por otro lado, se observan tiempos de ejecución similares

para los subcasos de A. Se puede notar que en términos prácticos casi no existe varianza en las etapas PP y O1, mientras que la mayor variabilidad en tiempos se produce en H. Por último, la diferencia entre los tiempos de A y B se explica porque tamaño de la instancia B es mayor y, por ende, el problema es de mayor complejidad. Cabe mencionar que la etapa PP es altamente sensible al tamaño de la instancia, puesto que la complejidad de la obtención de los rectángulos es de un alto orden polinomial.

Tabla 5.5. Resultado de costo de materiales según caso de estudio y grado estructural.

Caso de estudio	Grado estructural	Costo anclaje (UF)	Costo de pisos (UF)	Costo de muros (UF)	Costo de edificio (UF)	Costo por área (UF/m ²)
A	C16	-	-	-	-	-
	C24	-	-	-	-	-
	MGP10	801,2	1048,1	208,9	2058,2	2,27
	MGP12	843,7	1048,1	278,6	2170,4	2,40
B	C16	-	-	-	-	-
	C24	-	-	-	-	-
	MGP10	-	-	-	-	-
	MGP12	1258,0	2224,5	268,2	3750,7	1,96

La Tabla 5.5 muestra el desglose del costo por caso de estudio y grado estructural. Se puede notar que la solución con menor costo es aquella con grado estructural MGP10 en el caso de estudio A, con un costo de 2,27 UF/m². Esta solución también es la que tiene un menor costo de anclaje y costo de solución de muros. En este caso se cumple la expectativa de que las soluciones más resistentes son más caras (pues MGP12 es más resistente que MGP10). Para el caso B, la única solución obtenida tiene un costo por de 1,96 UF/m². Se observa que a pesar de ser una instancia con un mayor número de muros, el costo de anclaje promedio por panel es menor en el caso B.

Tabla 5.6. Resultado de cantidad de paneles caso de estudio y grado estructural.

Caso de estudio	Grado estructural	Cantidad de paneles	Cantidad de paneles
		de muro	de losa
A	C16	168	48
	C24	168	48
	MGP10	168	48
	MGP12	168	48
B	C16	232	104
	C24	232	104
	MGP10	232	104
	MGP12	232	104

La Tabla 5.6 muestra que la cantidad de paneles constructivos de muros y de losa es el mismo dentro de los casos A y B. Esto se debe a que hasta la etapa O1, donde se obtienen las variables de *template*, el algoritmo es independiente del grado estructural.

En la Figura 5.2 se muestra el resultado gráfico de las soluciones constructivas de muro para el grado estructural MGP10 del caso de estudio A. Se puede observar que en los primeros tres pisos elige la misma solución para cada muro. Respecto al ranking de soluciones, se tiene que los primeros pisos utilizan soluciones más fuertes. Esto se explica debido al funcionamiento de la heurística, ya que mejora soluciones comenzando desde el último piso y continúa hasta que no se pueda mejorar de manera factible. En particular, esto produce que se mejore la solución de muros perimetrales y divisorios en el cuarto piso. De manera similar, la Figura 5.3 mejora únicamente soluciones del último piso.

En la Figuras 5.4 y 5.5 se exhiben las soluciones de entrepisos, la panelización, la elección de muros de corte y del tipo de anclaje. Se puede apreciar que se escoge una

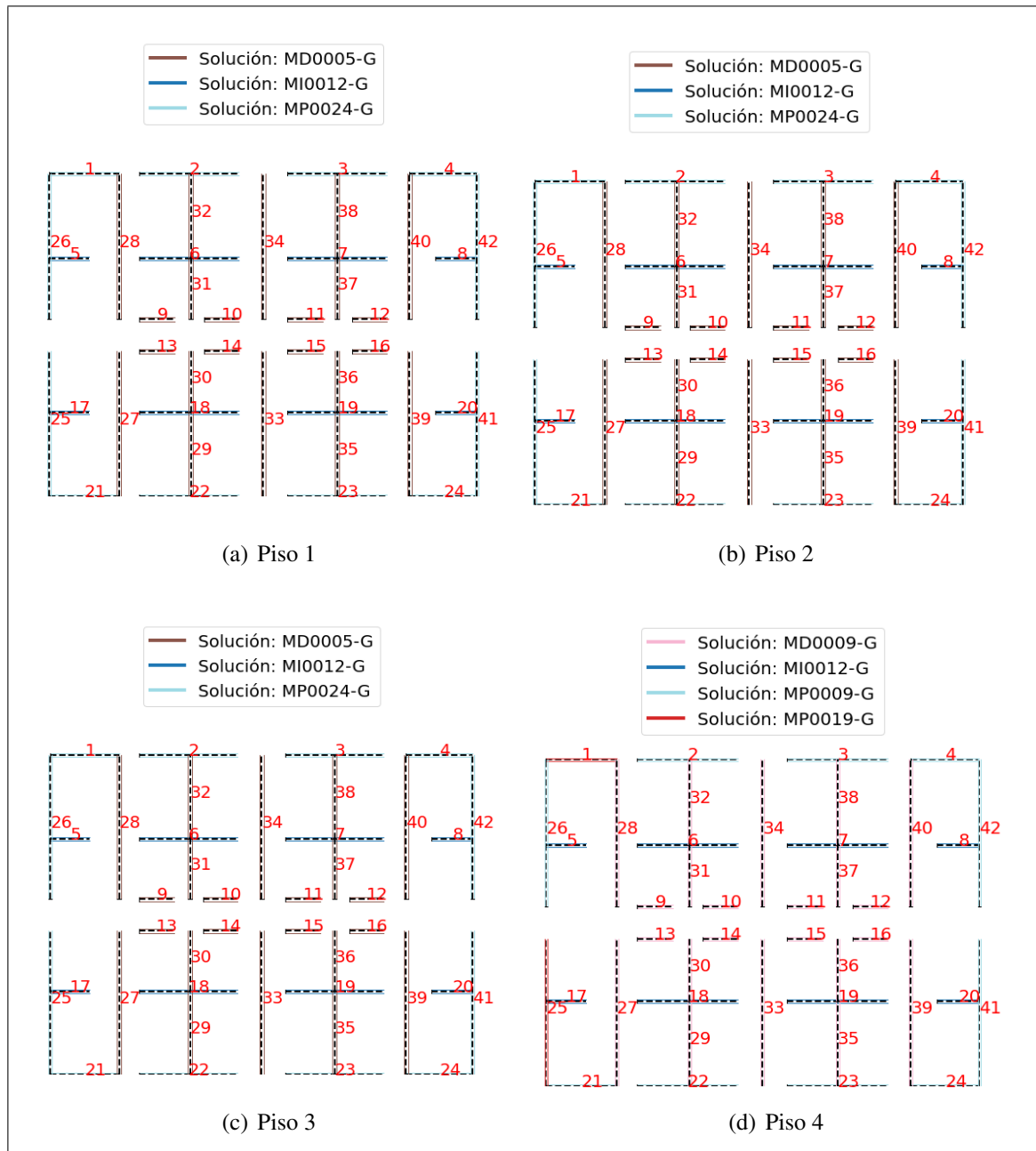


Figura 5.2. Resultado de soluciones constructivas de muros de caso de estudio A con grado estructural MGP10

misma solución de entrepiso desde el primer al tercer piso y se elige una solución de techumbre para el último piso. En cuanto a la panelización constructiva del caso A, se observan 12 paneles por piso, todos con dirección de envigado (flecha color verde) en el

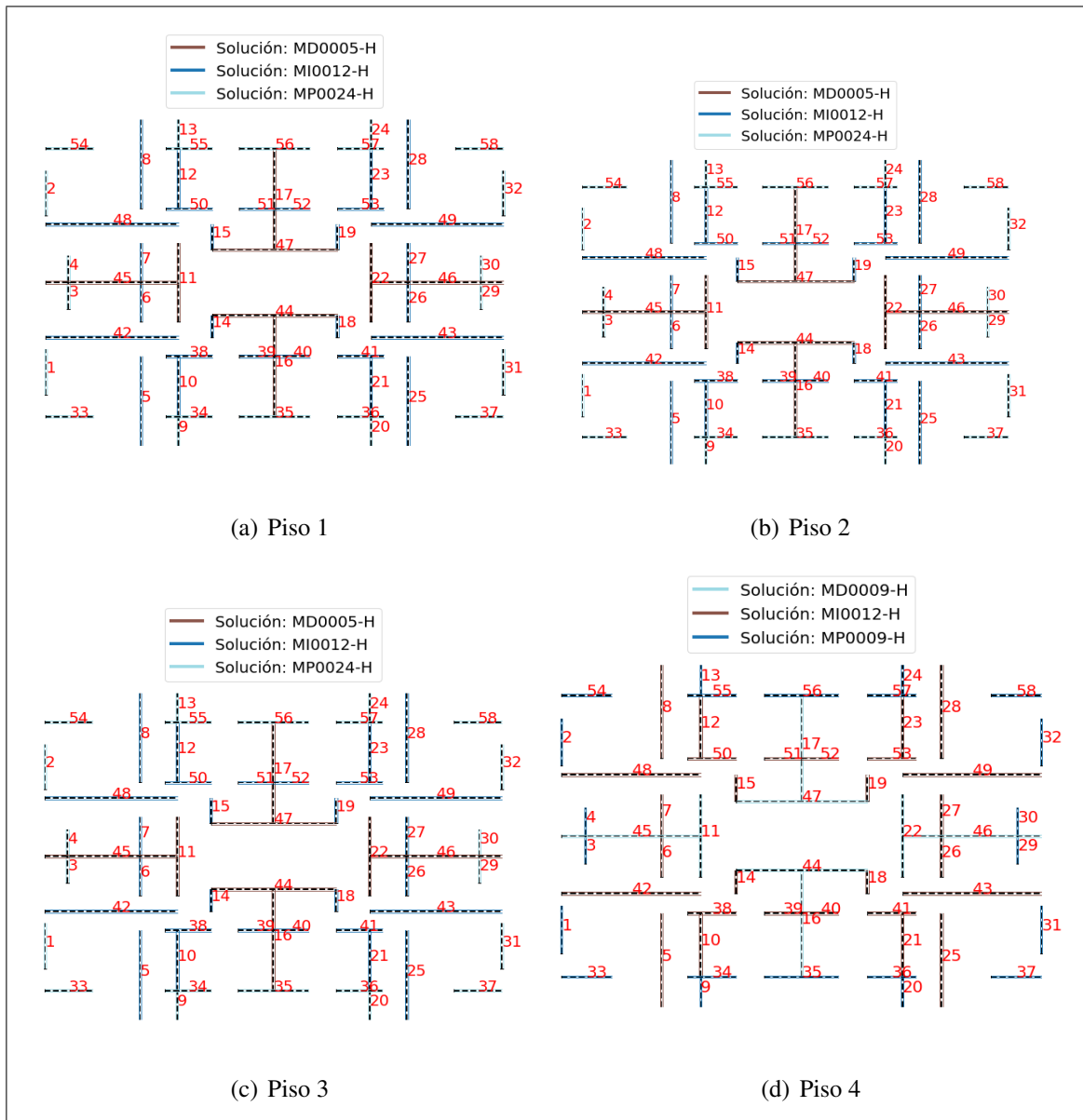


Figura 5.3. Resultado de soluciones constructivas de muros de caso de estudio B con grado estructural MGP12

sentido horizontal de la figura. Para el caso B, se tienen 20 paneles y de ellos, hay dos con dirección de vigas en el sentido vertical de la figura. Por otro lado, se puede observar una elección de segmentos de corte (en color negro) asimétrica en ambos casos de estudio. En A, se ignoran los muros 5, 6, 7, 8, 17 y 20, pero los muros 18 y 19 sí son de corte. Por su lado, en B se dejan de lado los muros 14 y 18, pero no sus homólogos 15 y 19. Respecto

al tipo de anclajes, se observa una degradación en la resistencia y mejora en el costo de los anclajes a medida que aumenta la altura y una variabilidad significativa entre pisos para ambos casos. Por último, las Figuras 5.6 y 5.7 comparan la panelización estructural (28 paneles por piso en A y 65 en B) contra la constructiva (12 paneles por piso en A y 20 en B). Se puede verificar que todos los paneles estructurales de B se encuentran en las configuraciones 1-8 definidas en A.1. En cambio, B posee paneles que clasifican en los casos 9-10 (paneles 51, 32) y 11 (paneles 34, 62). Esto se debe a la presencia de balcones en el diseño de planta y también de cavidades al interior de la losa.

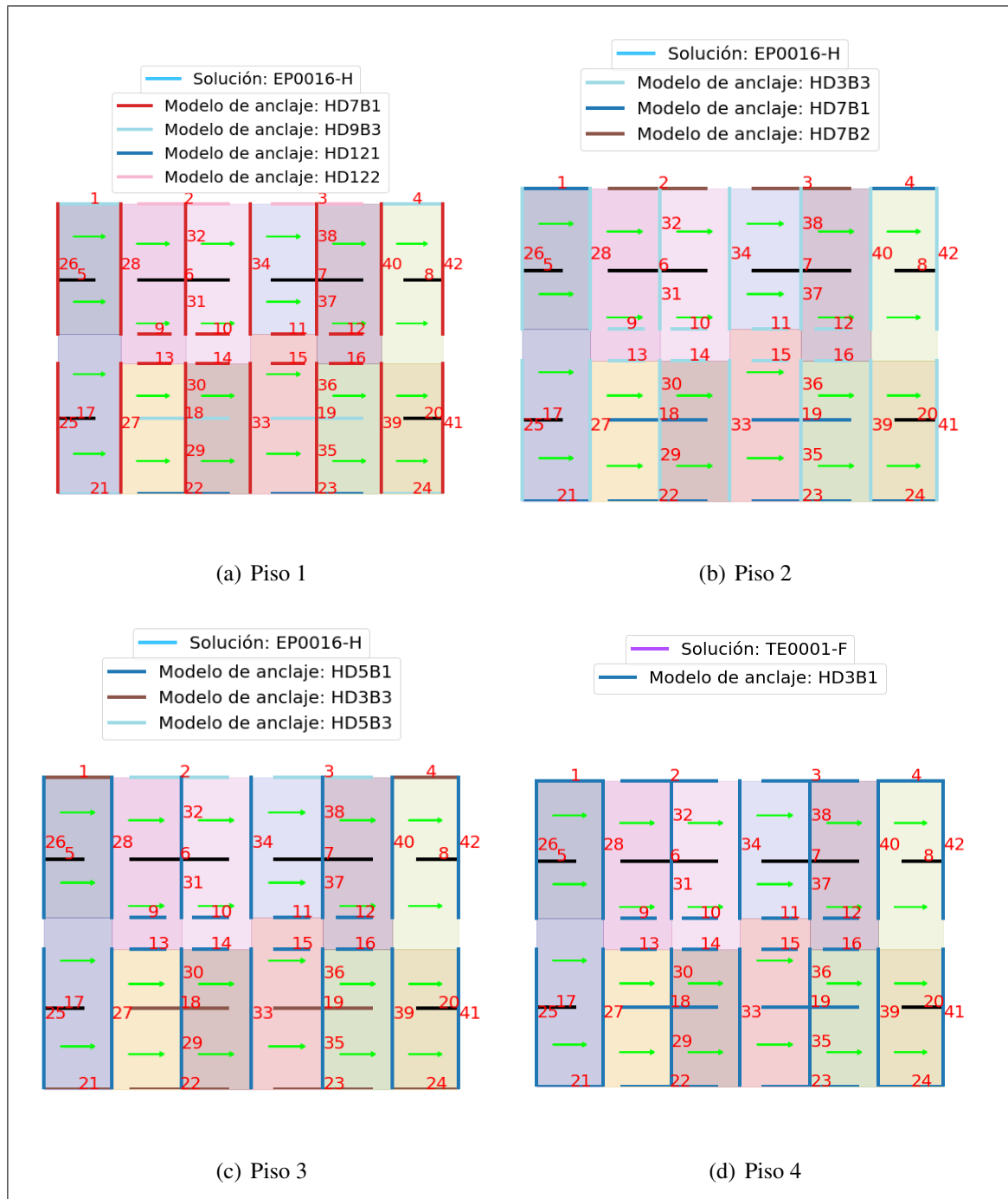


Figura 5.4. Resultado de soluciones constructivas de pisos, panelización de losa y modelos de anclaje para caso de estudio A con grado estructural MGP10

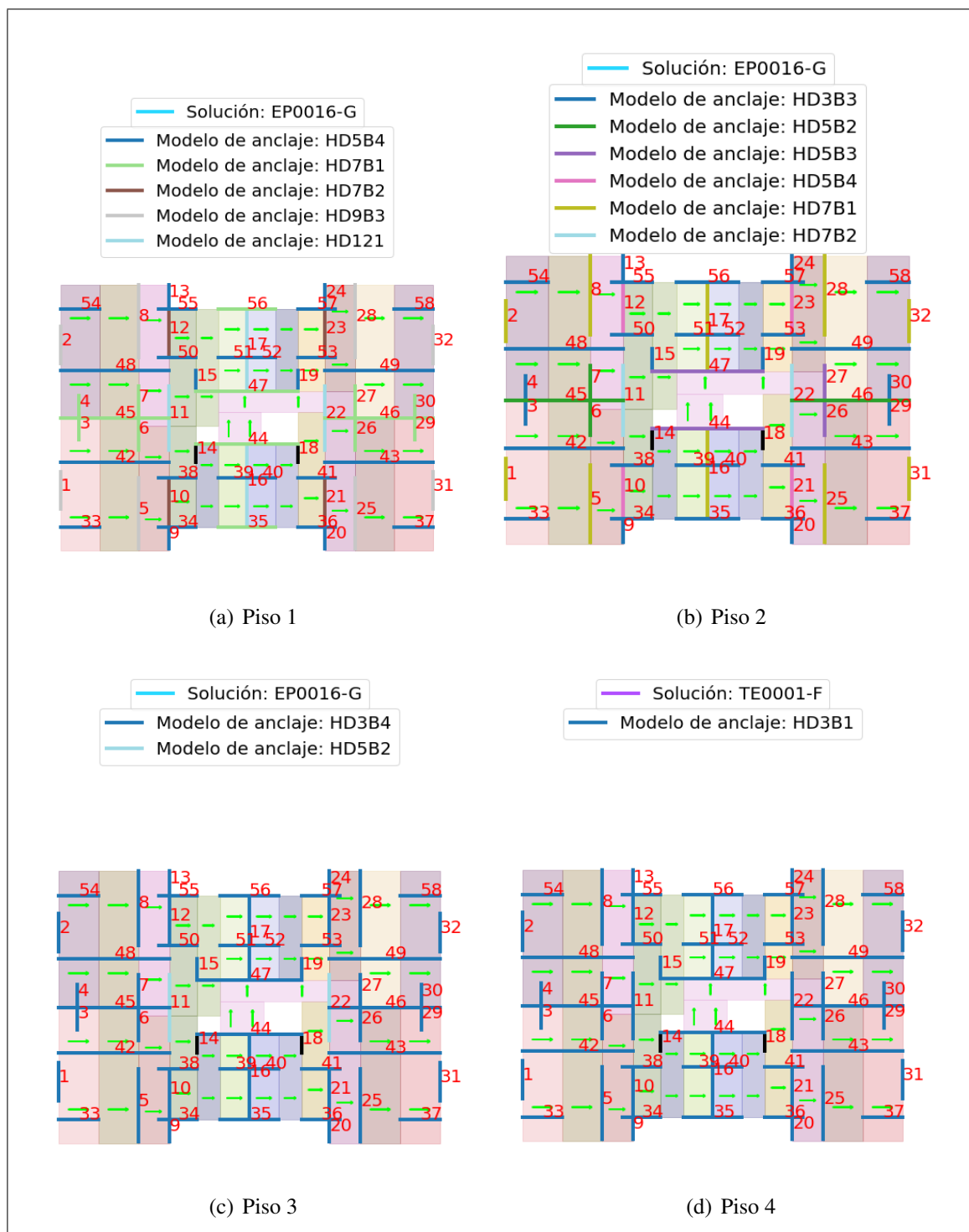


Figura 5.5. Resultado de soluciones constructivas de pisos, panelización de losa y modelos de anclaje para caso de estudio B con grado estructural MGP12

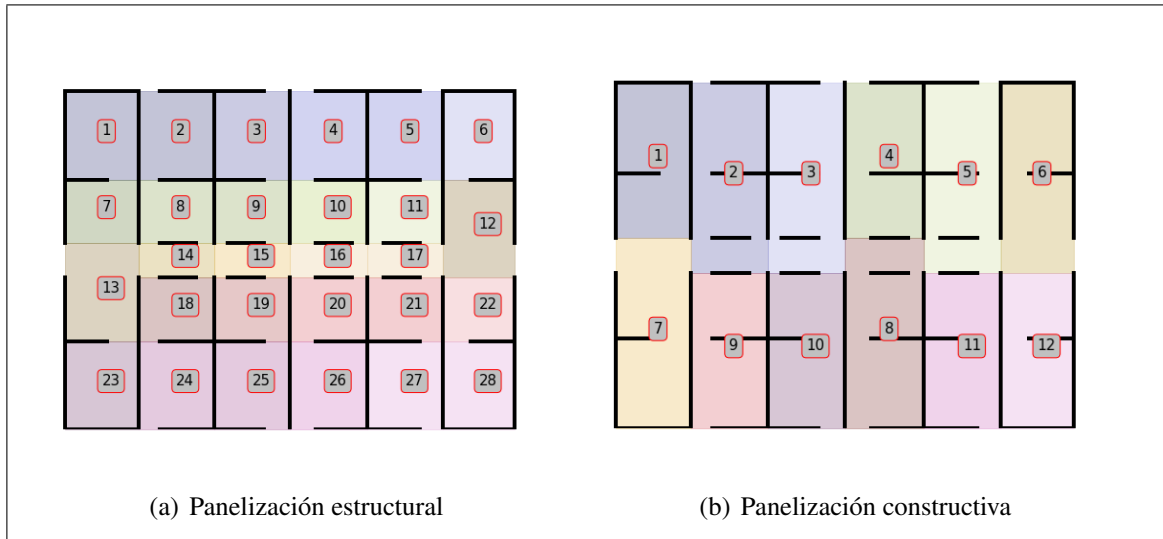


Figura 5.6. Comparación de resultados de panelización de losa estructural y constructiva para caso de estudio A con grado estructural MGP10

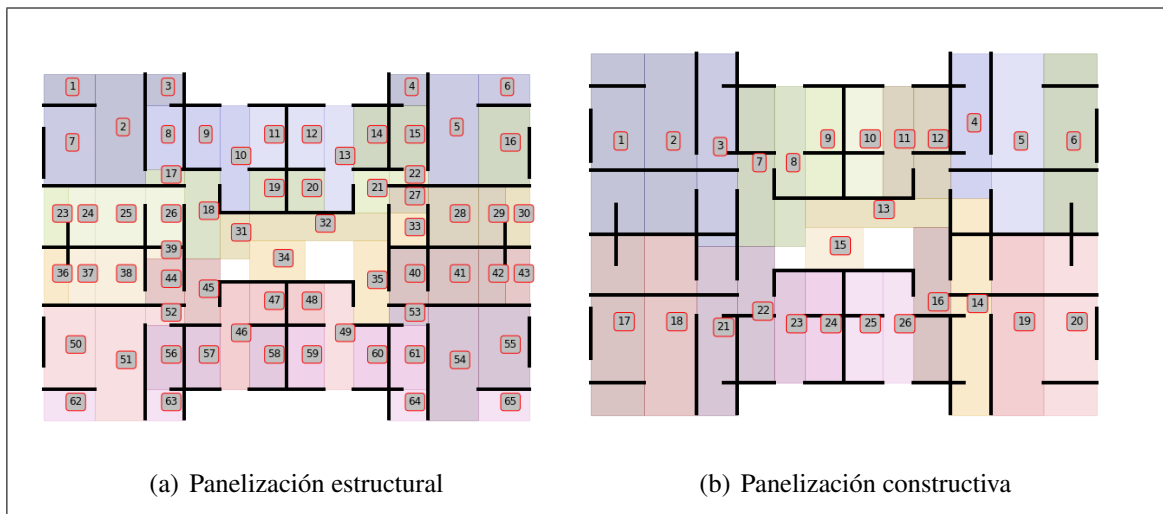


Figura 5.7. Comparación de resultados de panelización de losa estructural y constructiva para caso de estudio B con grado estructural MGP12

5.3.1. Gap de optimalidad

Para tener una noción de qué tan bueno es el valor objetivo de las soluciones, se utiliza el algoritmo basado en el método de descomposición. Para ello, se le entrega como solución inicial la obtenida mediante el enfoque heurístico y se define un límite de tiempo (60

minutos) para ejecutar el algoritmo. Esta implementación del método de descomposición fue realizada mediante *callbacks* utilizando el framework de optimización Gurobipy.

La Tabla 5.7 muestra los gaps de optimalidad obtenidos para las soluciones factibles de los casos de estudio A y B. Se puede observar gaps de optimalidad de 13,6%, 14,86% para los subcasos de A y de 8,89% para la única solución de B. Se puede ver también que las soluciones de A alcanzan a explorar más nodos, hacer más iteraciones y a agregar más cortes de Hamming (*lazy constraints*). Esto nuevamente se explica ya que el problema maestro es de menor escala y por lo tanto, se espera que el tiempo de ejecución sea menor.

Tabla 5.7. Gap de optimaliad de soluciones obtenidas para el caso A y B

Caso de estudio	Grado estructural	Gap de optimalidad	<i>Lazy constraints</i>	Tiempo en <i>call-back</i>	Nodos explorados
A	MGP10	13,59%	2542	1750s	16028
A	MGP12	14,86%	2958	1925s	13063
B	MGP12	8,89%	1910	1412s	10856

Tras ejecutar este algoritmo durante una hora no se encontraron más soluciones factibles, por lo que la solución inicial sigue siendo la mejor alternativa. Esto refuerza el argumento de que los cortes de Hamming no son suficientes para entregar un corte generalizado. Una observación relevante es que las soluciones candidatas en el problema maestro son soluciones que verifican el análisis gravitacional pero que sin embargo, al poseer pocos segmentos de corte, no logran obtener una solución que cumpla con el análisis sísmico. Con el fin de mejorar este algoritmo, una posible camino es encontrar una cota inferior del número de segmentos de corte, que considere factores como su longitud y sus propiedades de rigidez.

6. CONCLUSIONES

En resumen, el problema DPEM se logró modelar como un problema de programación matemática donde se consideran tres categorías de variables: a) *template*, b) de solución y c) constructivas. Estas variables permiten obtener un diseño estructural preliminar de una edificación en madera prefabricada que busca minimizar el costo de materiales y la cantidad de paneles. Adicionalmente, el modelo incorpora restricciones que representan las características geométricas del problema como también los requerimientos estructurales según la normativa chilena NCh433 (diseño sísmico de edificios) y NCh1198 (cálculo de construcciones en madera). De este modo, se obtiene un esquema automatizado para asistir en el diseño preliminar de edificios de madera. Esto posibilita a) eliminar barreras de entrada de la construcción en madera debido a la falta de *know-how* en materias de diseño estructural con esta materialidad y b) disminuir los tiempos de ejecución de un proyecto en madera debido a que se facilita la evaluación inicial de este mismo.

Respecto a la resolución del DPEM, se diseñaron tres estrategias algorítmicas: dos de carácter exacto y otra aproximada. La primera consiste en la formulación de un MINLP que es intratable computacionalmente debido a su gran escala. La segunda consiste en la aplicación del método de descomposición basado en distancias de Hamming para obtener una solución exacta. Sin embargo, esta formulación también sufre de intratabilidad. Por último, se obtuvo un algoritmo aproximado donde se combinan métodos exactos y heurísticas para obtener una solución factible del DPEM. Todas estas estrategias abordan el problema de no-linealidad presente en las restricciones asociadas a los requerimientos estructurales de las edificaciones.

La implementación del modelo aproximado se ejecutó sobre dos casos de estudio basados en prediseños realistas de edificaciones en madera. Se logró obtener resultados en un tiempo promedio de 31,4s para los grados MGP10 y MGP12 del caso A y de 84,5s para el grado estructural MGP12 del caso B. Los demás grados estructurales resultan ser infactibles dado el catálogo de soluciones disponibles. Además, la soluciones de menor

costo fueron de $2,3\text{UF}/\text{m}^2$ y $2,0\text{UF}/\text{m}^2$ para los casos A y B, respectivamente. En cuanto al gap de optimalidad medido a partir del método de descomposición, las soluciones factibles encontradas estuvieron en un rango entre 8,9% y 14,9%.

Posibles extensiones de este trabajo consisten en a) la utilización de otras normativas para la validación estructural de las edificaciones tal como el análisis modal espectral en el sistema marco plataforma, b) la extensión a otras materialidades de construcción en el marco de construcción prefabricada, donde surgen alternativas válidas como paneles de acero u hormigón, c) la posibilidad de extender a modelos de anclaje ATS y d) la incorporación de reglas de negocio adicionales tales como la mutabilidad del diseño geométrico inicial o la presencia de muros no ortogonales.

Como trabajo futuro, una posibilidad es explorar otras estrategias de resolución para enfrentar el problema DPEM. Siguiendo la línea más abordada en la literatura, la opción más natural es utilizar metaheurísticas (algoritmos genéticos, simulated annealing, entre otros) para resolver el problema de optimización de manera aproximada. Otra posibilidad es utilizar herramientas de aprendizaje de máquina supervisado que permitan facilitar el diseño estructural (C.-h. Huang, 2021). Dentro de estas herramientas destaca la técnica de *Reinforcement Learning*, que se basa en un sistema de recompensas para asistir en el aprendizaje y que ha sido estudiado en el diseño de vigas estructurales (Seo & Kapania, 2021).

REFERENCIAS

Agirbas, A. (2019). Façade form-finding with swarm intelligence. *Automation in Construction*, 99, 140–151.

Banco Mundial. (2020). La construcción de viviendas en madera en Chile: un pilar para el desarrollo sostenible y la agenda de reactivación.

Berwart, S., Montaña, J., & Santa María, H. (2021). *Manual de diseño de estructuras en madera*. Centro de Innovación en Madera CIM-UC.

Camp, C. V., Bichon, B. J., & Stovall, S. P. (2005). Design of steel frames using ant colony optimization. *Journal of Structural Engineering*, 131(3), 369–379.

Cámara Chilena de la Construcción. (2020). Estudio de productividad: Impulsar la productividad de la industria de la construcción en Chile a estándares mundiales.

Cohn, M., & Dinovitzer, A. (1994). Application of structural optimization. *Journal of Structural Engineering*, 120(2), 617–650.

Comisión Nacional de Productividad. (2020). Productividad en el sector de la construcción.

Diao, Y., Kato, S., & Hiyama, K. (2011). Development of an optimal design aid system based on building information modeling. In *Building simulation* (Vol. 4, pp. 315–320).

Guindos, P. (2019). *Conceptos avanzados del diseño estructural con madera: Parte ii: Clt, modelación numérica, diseño anti-incendios y ayudas al cálculo*. Ediciones UC.

Hermes, M. (2015). Prefabrication & modularization as a part of lean construction-status quo in Germany. In *Proceedings for the 23th annual conference of the international group for lean construction* (pp. 235–245).

Hu, Q., Dewancker, B., Zhang, T., & Wongbumru, T. (2016). Consumer attitudes towards timber frame houses in china. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 216, 841–849.

Huang, C.-h. (2021). Reinforcement learning for architectural design-build-opportunity of machine learning in a material-informed circular design strategy.

Huang, K., Wu, S., & Wang, M. (2005). Study on the storage and transportation optimization of prefabrication factory. *ISARC 2005*.

Huchette, J., & Vielma, J. P. (2017). Nonconvex piecewise linear functions: Advanced formulations and simple modeling tools. *arXiv preprint arXiv:1708.00050*.

Kamarul, A., Zuhairi, A., Ghani, M., Egbu, C., Arif, M., et al. (2010). Collaboration initiative on green construction and sustainability through industrialized buildings systems (ibs) in the malaysian construction industry. *International Journal of Sustainable Construction Engineering & Technology*, 1(1), 1–9.

Lee, A. D., Shepherd, P., Evernden, M. C., & Metcalfe, D. (2018). Optimizing the architectural layouts and technical specifications of curtain walls to minimize use of aluminium. In *Structures* (Vol. 13, pp. 8–25).

Loyola, M. (2019). Encuesta nacional bim 2019: Informe de resultados.

Marzouk, M., Hisham, M., Elsheikh, M., & Al-Gahtani, K. (2013). Building information model for selecting environmental building materials. *New Developments in Structural Engineering and Construction*, Pages Su-11-268, Singapore, Singapore.

McKinsey Global Institute. (2020). The next normal in construction: How disruption is reshaping the world's largest ecosystem.

Mei, L., & Wang, Q. (2021). Structural optimization in civil engineering: A literature review. *Buildings*, 11(2), 66.

Mostafa, S., Kim, K. P., Tam, V. W., & Rahnamayiezekavat, P. (2020). Exploring the status, benefits, barriers and opportunities of using bim for advancing prefabrication practice. *International Journal of Construction Management*, 20(2), 146–156.

Rausch, C., Sanchez, B., & Haas, C. (2021). Topology optimization of architectural panels to minimize waste during fabrication: algorithms for panel unfolding and nesting. *Journal of Construction Engineering and Management*, 147(7), 05021006.

Richard, R.-B. (2005). Industrialised building systems: reproduction before automation and robotics. *Automation in construction*, 14(4), 442–451.

Said, H. M., Chalasani, T., & Logan, S. (2017). Exterior prefabricated panelized walls platform optimization. *Automation in Construction*, 76, 1–13.

Santana-Sosa, A., & Fadai, A. (2019). A holistic approach for industrializing timber construction. In *Iop conference series: Earth and environmental science* (Vol. 323, p. 012015).

Seo, J., & Kapania, R. K. (2021). Development of an artificial intelligence system to design of structures using reinforcement learning: Proof of concept. In *Aiaa scitech 2021 forum* (p. 1692).

Smith, R., Griffin, G., & Rice, T. (2015). *Solid timber construction: Process, practice, performance. university of utah, integrated technology in architecture center, college of architecture and planning.*

Soto Aguirre, D. A., Gysling Caselli, A. J., Kahler González, C., Alvarez González, V., Poblete, P., Pardo, V., ... others (2020). Anuario forestal 2020.

Sullivan, T., & Dye, D. (2015). Reducing costs and increasing efficiency through prefabrication.

United Nations Environment Programme. (2020). 2020 global status report for buildings

and construction: Towards a zero-emission, efficient and resilient buildings and construction sector.

Xiao, A., Wang, B., & Jin, Y. (2013). Evolutionary truss layout optimization using the vectorized structure approach. In *2013 IEEE Congress on Evolutionary Computation* (pp. 2879–2886).

Zabihi, H., Habib, F., & Mirsaedie, L. (2013). Definitions, concepts and new directions in industrialized building systems (ibs). *KSCE Journal of Civil Engineering*, 17(6), 1199–1205.

ANEXO

A. APÉNDICE DE TABLAS

Tabla A.1. Cálculo de coeficiente $\beta^{m,l}$

Configuración	Dirección de envigado		$\beta^{m,l}$
	X	Y	
1			β_0^l
2			$\frac{1-2\beta_0^l}{2}$
3			β_0^l
4			$\frac{1-2\beta_0^l}{2} + \frac{\beta_0^l}{2}$
5			$\beta_0^l + \frac{1-2\beta_0^l}{4}$
6			$\frac{1-2\beta_0^l}{2}$
7			$\frac{1-2\beta_0^l}{2} + \frac{\beta_0^l}{2}$
8			$\frac{1-2\beta_0^l}{2} + \frac{\beta_0^l}{2}$
9			$\beta_0 + \frac{1-2\beta_0^l}{4}$
10			$\beta_0 + \frac{1-2\beta_0^l}{4} + \frac{1-2\beta_0^l}{2}$
11			1

Tabla A.2. Aplicación de casos de Tabla A.1 para cálculo de áreas tributaria de ejemplo de Figura 3.7

	l_1	l_2	l_3	l_4
m_1	caso 5	caso 8	-	-
m_2	caso 5	caso 8	caso 6	caso 7

B. ENVOLTURAS DE MCCORMICK

En este apéndice, se detalla un tipo de relajación convexa de restricciones bilineales dada por las envolturas de McCormick. Sea $x_3 = x_1 x_2$ tal que $x_1 \in [x_1^L, x_1^U]$ y $x_2 \in [x_2^L, x_2^U]$. Luego, la desigualdad $(x_1 - x_1^L)(x_2 - x_2^L) \geq 0$ permite obtener la siguiente cota para x_3 :

$$x_3 \geq x_1^L x_2 + x_1 x_2^L - x_1^L x_2^L \quad (\text{B.1})$$

De manera análoga, también se pueden obtener:

$$x_3 \geq x_1^U x_2 + x_1 x_2^U - x_1^U x_2^U \quad (\text{B.2})$$

$$x_3 \leq x_1^U x_2 + x_1 x_2^L - x_1^U x_2^L \quad (\text{B.3})$$

$$x_3 \leq x_1 x_2^U + x_1^L x_2 - x_1^L x_2^U \quad (\text{B.4})$$

De esta manera, basta con encontrar cotas inferiores y superiores de x_1 y x_2 para obtener la relajación de términos bilineales de la forma $x_1 x_2$. En el (PM), estas cotas se pueden obtener teniendo en consideración las características geométricas del diseño de planta y el catálogo de soluciones constructivas y anclajes.

C. MODELO DE OPTIMIZACIÓN DETALLADO

A continuación, se presenta la parte combinatorial del modelo 4.2. Para facilitar la escritura del modelo, se presentan algunas definiciones adicionales que permitirán modelar de manera más conveniente la panelización y segmentación del DPEM.

Sea $m \in M$ un muro. Se asume que el conjunto de posibles paneles de este muro está dado por $P^m = \{1, \dots, p_{\max}^m\}$, donde $p_{\max}^m$ corresponde al máximo número de paneles que puede tener. Adicionalmente, las eventuales longitudes de estos paneles están dadas por el conjunto L^m . En relación a la segmentación, se tendrá que C_{adj}^m es el conjunto de pares de segmentos del muro $m \in M$ que son adyacentes, $C_{\text{antes}}^{m,j}$ son los segmentos cuyas coordenadas son menores que las del segmento j (según el orden lexicográfico) y que $C_{\text{cubre}}^{m,j}$ son los segmentos de m que cubren al segmento j . Para la panelización de losa, se asume que existe un conjunto R_{estr} de posibles rectángulos válidos que son candidatos a paneles estructurales de losa. Además, se tiene que $R_{\min}$ son aquellos rectángulos minimales y Q_{estr}^r son los rectángulos que contienen a $r \in R_{\text{estr}}$. Por último, se considera que R_{const} son los posibles rectángulos candidatos a paneles de losa constructivos, Q_{const}^r son los que contienen a $r \in R_{\text{const}}$, R_{borde}^m son los rectángulos que limitan en alguno de sus bordes con el muro m , R_{sub}^r los rectángulos que componen al panel constructivo r y $k_{\max}$ es un parámetro que fija la cantidad máxima de paneles de losa estructurales que pueden conformar un panel constructivo. Además, la siguiente es una lista de parámetros definidos previamente:

- (i) $I = \{1, \dots, n_{\text{pisos}}\}$: conjunto de pisos del edificio.
- (ii) A : conjunto de modelos de anclajes.
- (iii) T : conjunto de mesas constructivas.
- (iv) S_{muro}^m : conjunto de soluciones constructivas de muro válidas para muro m
- (v) E : conjunto de espesores de soluciones constructivas de muro.
- (vi) $S_{\text{entrepiso}}$: conjunto de soluciones constructivas de entrepiso
- (vii) S_{techo} : conjunto de soluciones constructivas de techumbre.

- (viii) V : conjunto de espaciamentos de viga de soluciones constructivas de entepiso o techumbre.
- (ix) U_{entepiso}^r : conjunto de soluciones de entepiso cuya luz máxima es compatible con las dimensiones del rectángulo r .
- (x) $U_{\text{techumbre}}^r$: conjunto de soluciones de techumbre cuya luz máxima es compatible con las dimensiones del rectángulo r .
- (xi) U_{viga}^v : conjunto de soluciones de entepiso o techumbre con espaciamento de viga v .
- (xii) J^m : conjunto de candidatos a segmentos estructurales asociados al muro m .
- (xiii) J_{min}^m : conjunto de segmentos minimales asociados al muro m .
- (xiv) J_{abertura}^m : conjunto de segmentos que contienen un abertura asociados al muro m .
- (xv) $l_{\text{seg}}^{m,j}$: longitud de segmento j del muro m .
- (xvi) $a_{\text{trib}}^{m,r,v}$: área tributaria que se asigna al muro m desde el rectángulo r con espaciamento de viga v .
- (xvii) c_{anc}^a : costo de anclaje a .
- (xviii) c_{muro}^s : costo de solución s de muro por unidad de longitud.
- (xix) c_{piso}^s : costo de solución s de piso por unidad de área.
- (xx) a_{piso} : área de un piso de la planta del edificio.
- (xxi) l_{mesa} : longitud de la mesa donde se construyen paneles.

A continuación se detallan las restricciones del problema combinatorial. Se mantiene la convención de que las variables x denotan al template, y a las soluciones y z a las decisiones constructivas. Por su lado, w denotará a las variables auxiliares.

Para la elección de soluciones, se define la variable binaria $y_{\text{muro solución}}^{i,m,s}$ ($i \in I, m \in M, s \in S_{\text{muro}}^m$) que vale 1 si el muro m del piso i se construye con solución s . Adicionalmente, se define la variable binaria $x_{\text{muro panel}}^{m,p,l}$ ($m \in M, p \in P^m, l \in L^m$) que vale 1 cuando el panel p del muro m se construye con longitud l . Esto permite definir la variable binaria $w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s}$ ($i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m$) que toma el valor 1 cuando el panel p del muro m y piso i se construye con solución s y longitud l .

- (i) (C.1a-C.1c) Definición de variable $w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s}$ como multiplicación de dos variables binarias.
- (ii) (C.1d) Se elige una única longitud por panel.
- (iii) (C.1e) Se elige una única solución por muro.

$$w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} \leq x_{\text{muro panel}}^{m,p,l} \quad \forall i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m \quad (\text{C.1a})$$

$$w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} \leq y_{\text{muro solución}}^{i,m,s} \quad \forall i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m \quad (\text{C.1b})$$

$$1 + w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} \geq x_{\text{muro panel}}^{m,p,l} + y_{\text{muro solución}}^{i,m,s} \quad \forall i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m \quad (\text{C.1c})$$

$$\sum_{l \in L^m} x_{\text{muro panel}}^{m,p,l} \leq 1 \quad \forall m \in M, p \in P^m \quad (\text{C.1d})$$

$$\sum_{s \in S_{\text{muro}}^m} y_{\text{muro solución}}^{i,m,s} = 1 \quad \forall i \in I, m \in M \quad (\text{C.1e})$$

La segmentación estructural de muros se encuentra determinada por la variable binaria $x_{\text{seg}}^{m,j}$ ($m \in M, j \in J^m$), que toma el valor 1 cuando el segmento j del muro m se elige. Por otra parte, la variable binaria $x_{\text{corte}}^{m,j}$ ($m \in M, j \in J^m$) vale 1 si además el segmento j del muro m es de corte. Por último, se tiene la variable binaria $y_{\text{anc}}^{i,m,j,a}$ ($i \in I, m \in M, j \in J^m, a \in A$) que vale 1 si al segmento j del muro m y piso i se le asigna el modelo de anclaje a .

- (i) (C.2a) Garantiza que la intersección entre los segmentos sea vacía y que se cubra la totalidad del muro.
- (ii) (C.2c) Relaciona la elección de segmentos y segmentos de corte.
- (iii) (C.2c) Impide que segmentos que contengan aberturas sean de corte.
- (iv) (C.2d) Obliga la elección de un modelo de anclaje para los segmentos de corte.

$$\sum_{k \in C_{\text{cubre}}^{m,j}} x_{\text{seg}}^{m,k} = 1 \quad \forall m \in M, j \in J_{\text{min}}^m \quad (\text{C.2a})$$

$$x_{\text{corte}}^{m,j} \leq x_{\text{seg}}^{m,j} \quad \forall m \in M, j \in J^m \quad (\text{C.2b})$$

$$x_{\text{corte}}^{m,j} = 0 \quad \forall m \in M, j \in J_{\text{aber}}^m \quad (\text{C.2c})$$

$$x_{\text{corte}}^{m,j} = \sum_{a \in A} y_{\text{anc}}^{i,m,j,a} \quad \forall i \in I, m \in M, j \in J^m \quad (\text{C.2d})$$

Para la definición de la panelización de muros, se utiliza la variable binaria $x_{\text{muro panel}}^{m,p,l}$ ($m \in M, p \in P^m, l \in L^m$) que vale 1 si se escoge el p -ésimo panel del muro m con longitud l . Adicionalmente, la variable binaria $x_{\text{seg panel}}^{m,j,p}$ ($m \in M, j \in J^m, p \in P^m$) toma el valor 1 si el segmento j del muro m es asignado a su p -ésimo panel. También se tiene la variable binaria $x_{\text{ultimo}}^{m,j,p}$ ($m \in M, j \in J^m, p \in P^m$), que equivale a 1 cuando el segmento j del muro m corresponde al último segmento del p -ésimo panel (donde último se refiere a que su coordenadas son mayores según el orden lexicográfico). Finalmente, se tiene la variable binaria $x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p}$ ($m \in M, j \in J^m, p \in P^m$) que vale 1 cuando el segmento j del muro m es de corte y es asignado a su p -ésimo panel.

- (i) (C.3a - C.3b) Definición de la variable $x_{\text{ultimo}}^{m,j,p}$.
- (ii) (C.3c - C.3d) La asignación de segmentos estructurales a paneles respeta el orden lexicográfico de los segmentos (si $p_1 < p_2$, entonces las coordenadas de los segmentos asignados a p_1 son menores que los de p_2).
- (iii) (C.3e) La cantidad de segmentos asignados a un panel de un muro se encuentra acotado por la cantidad de aberturas del muro más 1.
- (iv) (C.3f - C.3g) Si dos segmentos contiguos se asignan al mismo panel, entonces uno de ellos debe ser de corte.
- (v) (C.3h - C.3i) El tamaño de un panel es igual a la suma de los tamaños de los segmentos asignados al panel.

(vi) (C.3j-C.3l) Definición de variable $x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p}$ como multiplicación de dos variables binarias.

$$x_{\text{último}}^{m,j,p} \geq x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} - \sum_{j'=(j'_1,j'_2) \in J_m, j_2=j'_1} x_{\text{seg panel}}^{m,j',p} \quad \forall m \in M, p \in P^m, j = (j_1, j_2) \in J^m \quad (\text{C.3a})$$

$$\sum_{j \in J^m} x_{\text{último}}^{m,j,p} = \sum_{l \in L^m} x_{\text{muro panel}}^{m,p,l} \quad \forall m \in M, p \in P^m \quad (\text{C.3b})$$

$$\sum_{p \in P_m} x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} = x_{\text{seg}}^{m,j} \quad \forall m \in M, j \in J^m \quad (\text{C.3c})$$

$$x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} \leq \sum_{k \in C_{\text{antes}}^{m,j}} x_{\text{último}}^{m,k,p-1} \quad \forall m \in M, p \in P^m, j \in J^m : p \geq 2 \quad (\text{C.3d})$$

$$\sum_{j \in J^m} x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} \leq \sum_{k \in J^m \cup J_{\text{aber}}^m} x_{\text{seg}}^{m,k} + 1 \quad \forall m \in M, p \in P^m \quad (\text{C.3e})$$

$$x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} + x_{\text{seg panel corte}}^{m,k,p} \geq x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} + x_{\text{seg panel}}^{m,k,p} \quad \forall m \in M, p \in P^m, (j, k) \in C_{\text{adj}}^m \quad (\text{C.3f})$$

$$x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} + x_{\text{seg panel corte}}^{m,k,p} \leq 1 \quad \forall m \in M, p \in P^m, (j, k) \in C_{\text{adj}}^m \quad (\text{C.3g})$$

$$\sum_{l \in L^m} l x_{\text{muro panel}}^{m,p,l} = \sum_{j \in J^m} l_{\text{seg}}^{m,j} x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} \quad \forall m \in M, p \in P^m \quad (\text{C.3h})$$

$$\sum_{l \in L^m} x_{\text{muro panel}}^{m,j,p} \geq x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} \quad \forall m \in M, p \in P^m, j \in J^m \quad (\text{C.3i})$$

$$x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} \leq x_{\text{corte}}^{m,j} \quad \forall m \in M, j \in J^m, p \in P^m \quad (\text{C.3j})$$

$$x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} \leq x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} \quad \forall m \in M, j \in J^m, p \in P^m \quad (\text{C.3k})$$

$$1 + x_{\text{seg panel corte}}^{m,j,p} \geq x_{\text{seg panel}}^{m,j,p} + x_{\text{corte}}^{m,j} \quad \forall m \in M, j \in J^m, p \in P^m \quad (\text{C.3l})$$

Para la construcción de paneles en mesa, se define la variable binaria $z_{\text{mesa}}^{t,e}$ ($t \in T$, $e \in E$) que vale 1 si la mesa t construye paneles de espesor e . Adicionalmente, se define

la variable binaria $z_{\text{mesa solución}}^{t,s}$ ($t \in T, s \in S_{\text{muro}}^m$) que toma el valor 1 cuando se asigna algún panel de solución s a la mesa t . Por último, se tiene la variable binaria $z_{\text{mesa panel}}^{i,m,p,l,s,t}$ ($i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m, t \in T$) que vale 1 cuando el p -ésimo panel del muro m en el piso i se construye con solución s en la mesa t con longitud l .

- (i) (C.4a) Se asigna a lo más un espesor a cada mesa.
- (ii) (C.4b) Se elige una mesa para cada panel.
- (iii) (C.4c) La suma del tamaño de los paneles construidos en la mesa t es a lo más l_{mesa} .
- (iv) (C.4d- C.4e) Definición de variable $z_{\text{mesa solución}}^{t,s}$ y se asignan a lo más dos tipos de solución por mesa.
- (v) (C.4f) Sólo se utiliza la mesa t si se utiliza la mesa $t - 1$.
- (vi) (C.4g) Relación entre $z_{\text{mesa}}^{t,e}$ y $z_{\text{mesa panel}}^{i,m,p,l,s,t}$.

$$\sum_{e \in E} z_{\text{mesa}}^{t,e} \leq 1 \quad \forall t \in T \quad (\text{C.4a})$$

$$w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} = \sum_{t \in T} z_{\text{panel mesa}}^{i,m,p,l,s,t} \quad \forall i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m \quad (\text{C.4b})$$

$$\sum_{i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S^e} l z_{\text{panel mesa}}^{i,m,p,l,s,t} \leq l_{\text{mesa}} z_{\text{mesa}}^{t,e} \quad \forall t \in T, e \in E \quad (\text{C.4c})$$

$$\sum_{s \in S^e} z_{\text{mesa solución}}^{t,s} \leq 2 z_{\text{mesa}}^{t,e} \quad \forall t \in T, e \in E \quad (\text{C.4d})$$

$$z_{\text{panel mesa}}^{i,m,p,l,s,t} \leq z_{\text{mesa solución}}^{t,s} \quad \forall i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m, t \in T \quad (\text{C.4e})$$

$$z_{\text{mesa}}^{t,e} \leq \sum_{e' \in E, e' \leq e} z_{\text{mesa}}^{t-1,e'} \quad \forall t \in T, e \in E : t \geq 2 \quad (\text{C.4f})$$

$$\sum_{e \in E} z_{\text{mesa}}^{t,e} \leq \sum_{i \in I, m \in M, p \in P^m, l \in L^m, s \in S_{\text{muro}}^m} z_{\text{panel mesa}}^{i,m,p,l,s,t} \quad \forall t \in T \quad (\text{C.4g})$$

La variable binaria x_{losa}^r ($r \in R_{\text{estr}}$) representa la panelización estructural de la losa y vale 1 si se elige el rectángulo r . Análogamente, la variable binaria $x_{\text{panel losa}}^r$ ($r \in R_{\text{const}}$) representa la panelización constructiva y toma el valor 1 si se elige el rectángulo r .

- (i) (C.5a) La partición de la losa estructural se encuentra bien definida (se cubre toda la losa y no se superponen paneles).
- (ii) (C.5b) La partición de la losa constructiva se encuentra bien definida (se cubre toda la losa y no se superponen paneles).
- (iii) (C.5c) Se elige un panel de losa constructiva solamente si también se eligen todos los paneles estructurales que lo componen.

$$\sum_{q \in Q_{\text{estr}}^r} x_{\text{losa}}^q = 1 \quad \forall r \in R_{\text{min}} \quad (\text{C.5a})$$

$$\sum_{q \in Q_{\text{const}}^r} x_{\text{panel losa}}^q = 1 \quad \forall r \in R_{\text{min}} \quad (\text{C.5b})$$

$$x_{\text{panel losa}}^k \leq x_{\text{losa}}^r \quad \forall k \in R_{\text{const}}, r \in R_{\text{sub}}^k \quad (\text{C.5c})$$

La variable binaria $y_{\text{piso}}^{i,s}$ ($i \in I$, $s \in S_{\text{entrepiso}} \cup S_{\text{techo}}$) vale 1 si se elige la solución constructiva s en el piso i . La variable binaria $y_{\text{viga}}^{i,r,v}$ ($i \in I$, $r \in R_{\text{estr}}$, $v \in V$) vale 1 si se asigna una solución con espaciamiento de viga v al rectángulo r en el piso i . Por último, la variable continua $w_{\text{area trib}}^{i,m}$ ($i \in I$, $m \in M$) representa el área tributaria que se carga sobre el muro m en el piso i .

- (i) (C.6a) Se elige la misma solución de entrepiso para los pisos $1, \dots, n_{\text{piso}} - 1$.
- (ii) (C.6d-C.6c) Se elige una única solución de entrepiso y de techumbre.
- (iii) (C.6e-C.6f) Se elige el rectángulo r solamente si las soluciones de entrepiso y techumbre tienen una luz máxima superior al ancho de la losa.
- (iv) (C.6g-C.6h) Se asigna un espaciamiento de viga por piso a cada panel de losa estructural que depende de la solución de entrepiso o techumbre.

(v) (C.6i) Definición de área tributaria.

$$y_{\text{piso}}^{i,s} \leq y_{\text{piso}}^{i+1,s} \quad \forall i \in I : i < n_{\text{pisos}} - 1, s \in S_{\text{entrepiso}} \quad (\text{C.6a})$$

$$\sum_{s \in S_{\text{entrepiso}}} y_{\text{piso}}^{i,s} = 1 \quad \forall i \in I : i < n_{\text{pisos}} \quad (\text{C.6b})$$

$$\sum_{s \in S_{\text{techo}}} y_{\text{piso}}^{n_{\text{pisos}},s} = 1 \quad (\text{C.6c})$$

$$\sum_{s \in S_{\text{techo}}, i \in I : i < n_{\text{pisos}}} y_{\text{piso}}^{i,s} + \sum_{s \in S_{\text{entrepiso}}} y_{\text{piso}}^{n_{\text{pisos}},s} = 0 \quad (\text{C.6d})$$

$$x_{\text{losa}}^r \leq \sum_{s \in U_{\text{entrepiso}}^r} y_{\text{piso}}^{1,s} \quad \forall r \in R_{\text{estr}} \quad (\text{C.6e})$$

$$x_{\text{losa}}^r \leq \sum_{s \in U_{\text{entrepiso}}^r} y_{\text{piso}}^{n_{\text{pisos}},s} \quad \forall r \in R_{\text{estr}} \quad (\text{C.6f})$$

$$\sum_{v \in V} y_{\text{viga}}^{i,r,v} = x_{\text{losa}}^r \quad \forall i \in I, r \in R_{\text{estr}} \quad (\text{C.6g})$$

$$y_{\text{viga}}^{i,r,v} \leq \sum_{u \in U_{\text{viga}}^v} y_{\text{piso}}^{i,u} \quad \forall i \in I, r \in R_{\text{estr}}, v \in V \quad (\text{C.6h})$$

$$w_{\text{area trib}}^{i,m} = \sum_{r \in R_{\text{borde}}^m, v \in V} a_{\text{trib}}^{m,r,v} y_{\text{viga}}^{i,r,v} \quad \forall m \in M, i \in I \quad (\text{C.6i})$$

Finalmente, La función objetivo del problema consiste en minimizar la suma ponderada del costo de materiales y la cantidad de paneles, con $\alpha \in (0, 1)$.

$$\alpha \left(\sum_{\substack{i \in I, m \in M \\ p \in P^m, l \in L^m \\ s \in S_{\text{muro}}^m}} l c_{\text{muro}}^s w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} + \sum_{\substack{i \in I \\ s \in S_{\text{entrepiso}} \cup S_{\text{techo}}}} a_{\text{piso}} c_{\text{piso}}^s y_{\text{piso}}^{i,s} + \sum_{\substack{i \in I, m \in M \\ j \in J^m, a \in A}} c_{\text{anc}}^a y_{\text{anc}}^{i,m,j,a} \right) + (1-\alpha) \left(\sum_{\substack{i \in I, m \in M \\ p \in P^m, l \in L^m \\ s \in S_{\text{muro}}^m}} w_{\text{panel}}^{i,m,p,l,s} + \sum_{\substack{k \leq k_{\text{max}} \\ r \in Q_{\text{const}}^r}} x_{\text{panel losa}}^{k,r} \right) \quad (\text{C.7})$$

D. ANÁLISIS GRAVITACIONAL

En esta sección se explican los cálculos realizados para el análisis gravitacional y cómo se traducen en restricciones de un problema de programación lineal. El detalle completo de los cálculos se encuentra en el Manual de Diseño de Estructuras en Madera (Berwart et al., 2021). El objetivo de este análisis es obtener los esfuerzos gravitacionales en componentes de muro para luego comparar combinaciones de estos con las resistencias gravitacionales. La Figura D.1 muestra el flujo de cálculos necesarios para obtener estos valores dado que se conoce el valor del área tributaria $w_{\text{área trib}}^{i,m}$ de cada muro $m \in M$ y piso $i \in I$ del edificio.

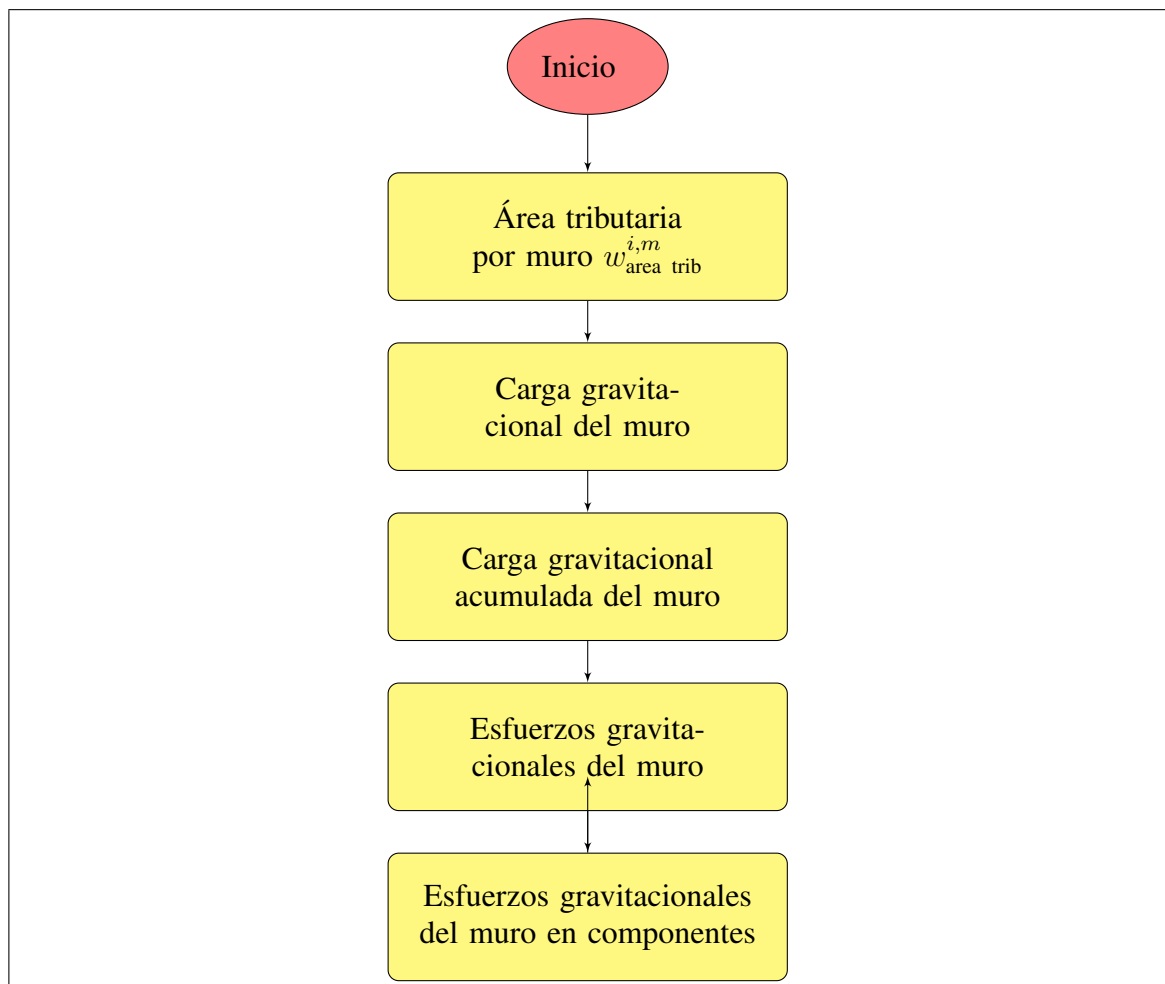


Figura D.1. Análisis gravitacional

En primer lugar, se definirá una serie de parámetros que dependen de la solución constructiva del muro o piso:

- $p_{D, \text{muro}}^s$: peso de carga muerta por unidad de longitud de un muro con solución constructiva $s \in S_{\text{muro}}$.
- $p_{D, \text{piso}}^s$: peso de carga muerta por unidad de área de un piso con solución constructiva $s \in S_{\text{piso}}$.
- $p_{L, \text{piso}}^s$: peso de carga viva por unidad de área de un piso con solución constructiva $s \in S_{\text{piso}}$.
- l_{muro}^m : longitud del muro m .
- $b_{ext}^{s_m}, l_{dist}^{s_m}, A_{ext}^{s_m}, A_{dist}^{s_m}$: parámetros estructurales de la solución constructiva s_m .
- $w_{D+L, \text{res cp}}^{s_m}, w_{D+L, \text{res cp}}^{s_m}$: resistencias gravitacionales para solución de muro s_m .

Se tiene que la carga gravitacional muerta $w_{D, \text{carga grav}}^{i,m}$ para un muro con solución s_m y cuyo piso superior o techumbre tenga solución s_e está dada por:

$$w_{D, \text{carga grav}}^{i,m} = w_{\text{area trib}}^{i,m} p_{D, \text{piso}}^{s_e} + l_{\text{muro}}^m p_{D, \text{muro}}^{s_m} \quad (\text{D.1})$$

Por su parte, la carga viva se calcula como:

$$w_{L, \text{carga grav}}^{i,m} = w_{\text{area trib}}^{i,m} p_{L, \text{piso}}^{s_e} \quad (\text{D.2})$$

Las cargas gravitacionales acumuladas (muerta y viva) se definen por:

$$w_{D, \text{carga grav ac}}^{i,m} = \sum_{i' \geq i} w_{D, \text{carga grav}}^{i',m} \quad (\text{D.3})$$

$$w_{L, \text{carga grav ac}}^{i,m} = \sum_{i' \geq i} w_{L, \text{carga grav}}^{i',m} \quad (\text{D.4})$$

Posteriormente, se calculan los esfuerzos gravitacionales de los muros:

$$w_{D, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} = \frac{w_{D, \text{carga grav ac}}^{i,m}}{l_{\text{muro}}^m} \quad (\text{D.5})$$

$$w_{L, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} = \frac{w_{L, \text{carga grav ac}}^{i,m}}{l_{\text{muro}}^m} \quad (\text{D.6})$$

Luego, se obtienen los esfuerzos gravitacionales de muros por componentes: compresión paralela de pies derechos distribuidos (carga viva y muerta) y compresión paralela de pies derechos distribuidos (carga viva y muerta).

$$w_{D, \text{cp PPDD dist}}^{i,m} = w_{D, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} \frac{l_{\text{dist}}^{sm}}{A_{\text{dist}}^{sm}} \quad (\text{D.7})$$

$$w_{L, \text{cp PPDD dist}}^{i,m} = w_{L, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} \frac{l_{\text{dist}}^{sm}}{A_{\text{dist}}^{sm}} \quad (\text{D.8})$$

$$w_{D, \text{cp PPDD ext}}^{i,m} = w_{D, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} \frac{\frac{l_{\text{dist}}^{sm}}{2} + \frac{b_{\text{ext}}^{sm}}{2}}{A_{\text{ext}}^{sm}} \quad (\text{D.9})$$

$$w_{L, \text{cp PPDD ext}}^{i,m} = w_{L, \text{esfuerzos grav}}^{i,m} \frac{\frac{l_{\text{dist}}^{sm}}{2} + \frac{b_{\text{ext}}^{sm}}{2}}{A_{\text{ext}}^{sm}} \quad (\text{D.10})$$

Finalmente, se verifican las combinaciones de esfuerzo contra las resistencias:

$$w_{D, \text{cp PPDD dist}}^{i,m} \leq w_{D, \text{res cp}}^{sm} \quad (\text{D.11})$$

$$w_{L, \text{cp PPDD ext}}^{i,m} \leq w_{D, \text{res cp}}^{sm} \quad (\text{D.12})$$

$$w_{D, \text{cp PPDD dist}}^{i,m} + w_{L, \text{cp PPDD dist}}^{i,m} \leq w_{D+L, \text{res cp}}^{sm} \quad (\text{D.13})$$

$$w_{D, \text{cp PPDD ext}}^{i,m} + w_{L, \text{cp PPDD ext}}^{i,m} \leq w_{D+L, \text{res cp}}^{sm} \quad (\text{D.14})$$

Para traducir lo anterior a restricciones lineales, se tendrá en cuenta la variable binaria $y_{\text{muro solución}}^{i,m,s}$ que vale 1 cuando se asigna la solución constructiva s al muro m del piso i y también la variable binaria $y_{\text{piso}}^{i,s}$ que toma el valor 1 cuando el piso i se construye con

solución s . También se usará el hecho de que la variable $w_{\text{area trib}}^{i,m}$ se define como la suma ponderada de variables binarias del tipo $y_{\text{viga}}^{i,r,v}$ (ver anexo C para más detalles):

$$w_{\text{area trib}}^{i,m} = \sum_{r \in R_{\text{borde}}^m, v \in V} a_{\text{trib}}^{m,r,v} y_{\text{viga}}^{i,r,v} \quad \forall m \in M, i \in I \quad (\text{D.15})$$

De este modo, basta con reemplazar todos los parámetros que dependen de s_e y s_m por sumas ponderadas de variables binarias que determinan a las soluciones. Por ejemplo, $w_{\text{L, carga grav}}^{i,m}$ pasaría a ser:

$$w_{\text{L, carga grav}}^{i,m} = w_{\text{area trib}}^{i,m} p_{\text{L, piso}}^{s_e} \quad (\text{D.16})$$

$$= w_{\text{area trib}}^{i,m} \sum_{s_e \in S_{\text{piso}}} y_{\text{piso}}^{i,s_e} p_{\text{L, piso}}^{s_e} \quad (\text{D.17})$$

$$= \sum_{r \in R_{\text{borde}}^m, v \in V} \sum_{s_e \in S_{\text{piso}}} a_{\text{trib}}^{m,r,v} p_{\text{L, piso}}^{s_e} y_{\text{viga}}^{i,r,v} y_{\text{piso}}^{i,s_e} \quad (\text{D.18})$$

Si se replica este procedimiento, se observa que las ecuaciones D.11, D.12, D.13 y D.14 pasan a ser sumas cuyas componentes son parámetros y variables binarias. Puesto que la multiplicación de variables binarias se puede representar como una restricción lineal, se tiene que el análisis gravitacional se puede representar como un conjunto lineal entero.