



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**VALORIZACIÓN Y VOLATILIDAD DE
ACCIONES EN MERCADOS DE BAJA
LIQUIDEZ UTILIZANDO UN MODELO EN
BASE A VARIABLES LATENTES
ESTIMADO MEDIANTE EL FILTRO DE
KALMAN**

JUAN PABLO ARAÚJO GUERRA

Tesis para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
GONZALO CORTAZAR

Santiago de Chile, Marzo 2008

© MMVIII, JUAN PABLO ARAÚJO GUERRA



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**VALORIZACIÓN Y VOLATILIDAD DE
ACCIONES EN MERCADOS DE BAJA
LIQUIDEZ UTILIZANDO UN MODELO EN
BASE A VARIABLES LATENTES
ESTIMADO MEDIANTE EL FILTRO DE
KALMAN**

JUAN PABLO ARAÚJO GUERRA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

GONZALO CORTAZAR

JAIME CASASSUS

AUGUSTO CASTILLO

AXEL CHRISTENSEN

JOSÉ MANUEL DEL VALLE

Para completar las exigencias del grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Marzo 2008

*A mis padres Carlos y Carmen, y a
Karin*

AGRADECIMIENTOS

Quisiera comenzar agradeciendo a mi profesor guía, Gonzalo Cortázar, por sus valiosos consejos y tiempo dedicado durante el desarrollo de esta tesis. Mi labor junto a él ha sido una experiencia de gran crecimiento académico y personal. Quiero agradecer también a Jaime Cassasus por su siempre excelente disposición y colaboración durante todo este período.

Un importante reconocimiento a todos mis compañeros de magíster y RiskAmerica, su apoyo y conocimientos han sido fundamentales durante el desarrollo de esta tesis, al igual que los gratos momentos vividos.

Finalmente, quiero hacer una especial mención a mis padres por su incondicional apoyo y paciencia, y a Karin por su constante soporte y cariño.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	iv
INDICE DE FIGURAS	viii
INDICE DE TABLAS	x
RESUMEN	xiv
ABSTRACT	xv
1. INTRODUCCION	1
2. MODELOS DE SERIES DE TIEMPO	5
2.1. Series de Tiempo en Finanzas	5
2.2. Procesos de volatilidad	9
2.2.1. ARCH	10
2.2.2. GARCH	12
2.2.3. Volatilidad Estocástica	14
3. MODELOS DE CORTE TRANSVERSAL	16
3.1. CAPM	16
3.1.1. Betas Invariantes en el Tiempo	17
3.1.2. Betas Variantes en el Tiempo	18
3.2. APT	19
4. FILTRO DE KALMAN	21
4.1. El espacio de Estados	21
4.2. Estimación óptima en el espacio de estados	22
4.3. Extensión para paneles incompletos	24
5. MODELO PROPUESTO	26
5.1. Estrategia del modelo	26

5.2.	Formulación del modelo	27
5.2.1.	Matriz de Varianza-Covarianza	28
5.3.	Estimación de Parámetros	29
6.	APLICACIÓN AL MERCADO CHILENO	31
6.1.	Datos	31
6.2.	Modelos alternativos de valorización	32
6.2.1.	Último Precio Observado	33
6.2.2.	CAPM beta invariante en el tiempo	33
6.2.3.	CAPM beta variante en el tiempo	34
6.3.	Metodología de valorización	34
6.4.	Resultados valorización	35
6.4.1.	Resultados dentro de la muestra	37
6.4.2.	Resultados fuera de la muestra	41
6.5.	Riesgo	44
6.5.1.	Beta de las acciones	45
6.5.2.	VaR	47
6.6.	Discusión de resultados	53
7.	CONCLUSIONES	56
	BIBLIOGRAFÍA	58
	ANEXOS	63
	ANEXO A. ESTACIONARIDAD Y RESTRICCIONES DEL MODELO	64
	A.1. Definición de Estacionaridad	64
	A.2. Estacionaridad de los factores en el modelo GLFM	64
	ANEXO B. MODELO FLEXIBLE MULTIVARIATE GARCH	67
	ANEXO C. METODOLOGÍA RISKMETRICS	69
	ANEXO D. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS	70

ANEXO E. PARÁMETROS MODELO GLFM	71
ANEXO F. RESULTADOS MODELO GLFM	80
A	108

INDICE DE FIGURAS

1.1	Iliquidez en el mercado accionario Chileno para las 75 acciones más transadas durante el año 2007. Las columnas representan las acciones mientras que las filas el tiempo cronológico en días. Las celdas en negro representan días no transados.	1
2.1	Autocorrelación en retornos logarítmicos del IPSA	7
2.2	Autocorrelación en retornos logarítmicos al cuadrado del IPSA	11
6.1	Regresión lineal de acciones CAP y CCU <i>in sample</i> , entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores	41
6.2	Desviación estándar anualizada del IPSA desde el año 1994 hasta el 2007 para las distintas metodologías	44
6.3	Retornos diarios del IPSA <i>versus</i> su desviación estándar del modelo GLFM 2 factores, desde el año 1994 hasta el 2007.	45
6.4	Betas para la acción COPEC estimados por los modelos GLFM 2 factores, FlexM e histórico	46
6.5	Betas para la acción COPEC estimados por los modelos GLFM 2 factores e histórico	46
6.6	Betas para la acción QUIÑENCO	47
F.1	Regresión lineal acciones <i>in sample</i> , entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores	85
F.2	Regresión lineal acciones <i>out of sample</i> , entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores	86
F.3	Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 1	87
F.4	Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 2	88

F.5	Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 3	89
F.6	Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 4	90
F.7	Betas de acciones estimados por las metodologías GLFM 2 factores, FlexM e histórico	91

INDICE DE TABLAS

2.1	Resultados del test de Ljung-Box para la serie del IPSA	6
2.2	Resultados del test de Ljung-Box para la serie del IPSA al cuadrado	11
6.1	Composición de precios	34
6.2	Resultados <i>in sample</i> desglosados por año, correspondientes al promedio de los errores MAE^j y $RMSE^j$ por acción. Valores en puntos base.	37
6.3	Resultados <i>in sample</i> desglosados por año, correspondientes al promedio de los errores MAE^j y $RMSE^j$ por acción, quitando el efecto de las acciones SCHWAGER, TATTERSALL y PILMAIQUEN. Valores en puntos base.	38
6.4	Presencia promedio anual de las acciones seleccionadas	38
6.5	Mejoras <i>in sample</i> del modelo GLFM 2 factores <i>versus</i> metodologías alternativas.	39
6.6	Error MAE <i>in sample</i> desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.	39
6.7	Error RMSE <i>in sample</i> desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.	39
6.8	R2 promedio de las metodologías GLFM	40
6.9	Resultados <i>out of sample</i> para el año 2007. Valores en puntos base.	41
6.10	Mejoras <i>out of sample</i> del modelo GLFM 2 factores <i>versus</i> metodologías alternativas	42
6.11	Error MAE <i>out of sample</i> desglosado por meses. Valores en puntos base.	42
6.12	Error RMSE <i>out of sample</i> desglosado por meses. Valores en puntos base.	43
6.13	Error MAE <i>out of sample</i> desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.	43
6.14	Error RMSE <i>out of sample</i> desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.	43
6.15	Resultados promedio de la estimación del VaR con $\alpha = 5\%$, de cada una de las metodologías	51

6.16	Resultados promedio desglosados por presencia de la estimación del VaR con $\alpha = 5\%$, de cada una de las metodologías	51
6.17	Porcentaje de acciones que aceptan la hipótesis H0 de los test Kupiec y Ljung-Box para 12 niveles de rezagos. Ambos con un nivel de significancia del 5% .	52
6.18	Resultados de la estimación del VaR al 5% de los distintos portafolios a partir de cada una de las metodologías	53
6.19	Correlación entre el mercado (IPSA) y los factores de los modelos GLFM . .	54
D.1	Presencia 75 Acciones Chilenas	70
E.1	Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 1 factor	71
E.2	Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 2 factores	72
E.3	Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 3 factores	73
E.4	Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 1 factor . . .	74
E.5	Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 2 factores . .	74
E.6	Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 3 factores . .	74
E.7	Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 1 factor	74
E.8	Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 2 factores	74
E.9	Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 3 factores	74
E.10	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 1 factor	75
E.11	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 2 factores	76
E.12	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 3 factores	77
E.13	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 1 factor	79

E.14	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 2 factores	79
E.15	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 3 factores	79
E.16	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 1 factor	79
E.17	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 2 factores	79
E.18	Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 3 factores	79
F.1	R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 1 factor en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra	80
F.2	R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 2 factores en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra	81
F.3	R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 3 factores en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra	82
F.4	Betas de los modelos GLFM e histórico, para el término de los períodos dentro y fuera de muestra	83
F.5	Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 3 factores. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	92
F.6	Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 2 factores. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	94
F.7	Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 1 factor. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	96

F.8	Resultados VaR al 5% para la metodología de simulación histórica. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	98
F.9	Resultados VaR al 5% para la metodología RiskMetrics. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	100
F.10	Resultados VaR al 5% para la metodología FlexM. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	102
F.11	Resultados del test de Kupiec y de Ljung-Box para los distintos portafolios. Los tests están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente	104
F.12	Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 1 factor	105
F.13	Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 2 factores	106
F.14	Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 3 factores	107

RESUMEN

El monitoreo y valorización diaria de carteras de activos es un proceso fundamental para cualquier institución financiera. Sin embargo, éste se dificulta en mercados de baja liquidez ya que muchos de los activos no son transados y por lo tanto no se dispone del valor de los mismos. Como solución a este problema, en esta investigación se define un modelo de valorización de acciones no transadas en base a variables latentes o no observables. Consiste en modelar los retornos como una combinación lineal de n factores no observables comunes más un error de medición, mientras que para la serie de tiempo o dimensión temporal de los factores, se utiliza una dinámica autoregresiva con volatilidad variante en el tiempo. Así, el proceso permite a los factores capturar la dinámica tanto del valor esperado como de las covarianzas de los retornos accionarios.

La estimación del modelo se realiza utilizando el filtro de Kalman extendido para paneles incompletos, incorporando la información de los instrumentos transados en el mercado. De esta manera, se obtienen estimaciones para todas las acciones no transadas, aún en días con muy pocas observaciones. Adicionalmente, la utilización del filtro de Kalman permite estimar matrices de varianza-covarianza variantes en el tiempo para el conjunto de acciones estimadas.

El modelo es testado empíricamente en el mercado Chileno para un universo de 75 acciones. Éste es comparado con modelos tradicionales como el CAPM con betas variantes e invariantes en el tiempo, y contra la solución tradicionalmente utilizada de mantener el último precio observado. Adicionalmente, se evalúa la matriz de covarianzas mediante el cálculo del Value-at-Risk. Los resultados muestran una significativa mejora tanto en la valorización como en la estimación del VaR.

Palabras Claves: Modelos de valorización, GARCH, Matrices de varianza-covarianza variantes en el tiempo, Filtro de Kalman

ABSTRACT

A key process in financial institutions is the monitoring and daily valuation of stock portfolios. However, this is a difficult task in markets with infrequent trading due to the lack of transactions, and consequently, missing prices.

As a solution to this problem, this research offers a latent factor pricing model for untraded stocks. The cross section of the stock returns are modeled as a linear function of n unobserved factors plus an observation noise, while an autoregressive dynamic with time varying volatility is proposed for the factor time series. This process allows the factors to capture the dynamics of the expected return and covariance of stock returns.

The modified Kalman filter for incomplete panel data is used to estimate the model. This way, estimations for all untraded stocks can be obtained even for days with an arbitrary low number of observations. Additionally, the use of the Kalman filter allows the estimation of time varying covariance matrices for the estimated stocks.

The model is empirically tested in the Chilean market for 75 stocks and compared with traditional models, such as the CAPM with fixed and time varying betas, as well as the last traded price solution. In addition, in order to evaluate the covariance matrix performance, the Value-at-Risk is computed. Results show strong improvements in asset pricing and VaR calculations.

Keywords: Pricing models, GARCH, Time varying covariance matrices, Kalman filter

1. INTRODUCCION

El mercado bursátil cumple labores fundamentales dentro de la economía. Es una de las principales fuentes de financiamiento para las empresas, además de ser un atractivo campo de inversión. Sin embargo, la baja liquidez es una característica presente en muchos mercados emergentes. Específicamente en Chile, durante el primer semestre del año 2007 sólo el 13% de las acciones se transaron todos los días. Para los inversionistas, esto representa un grave problema ya que para ellos es fundamental monitorear diariamente sus carteras. De esta manera, se hace necesaria la valorización de acciones no transadas de manera adecuada y confiable. En la figura 1.1 se muestra gráficamente la iliquidez de las 75 acciones más transadas durante el año 2007. Las columnas representan las acciones mientras que las filas el tiempo cronológico en días. Cada celda en negro representa un día sin transacción.

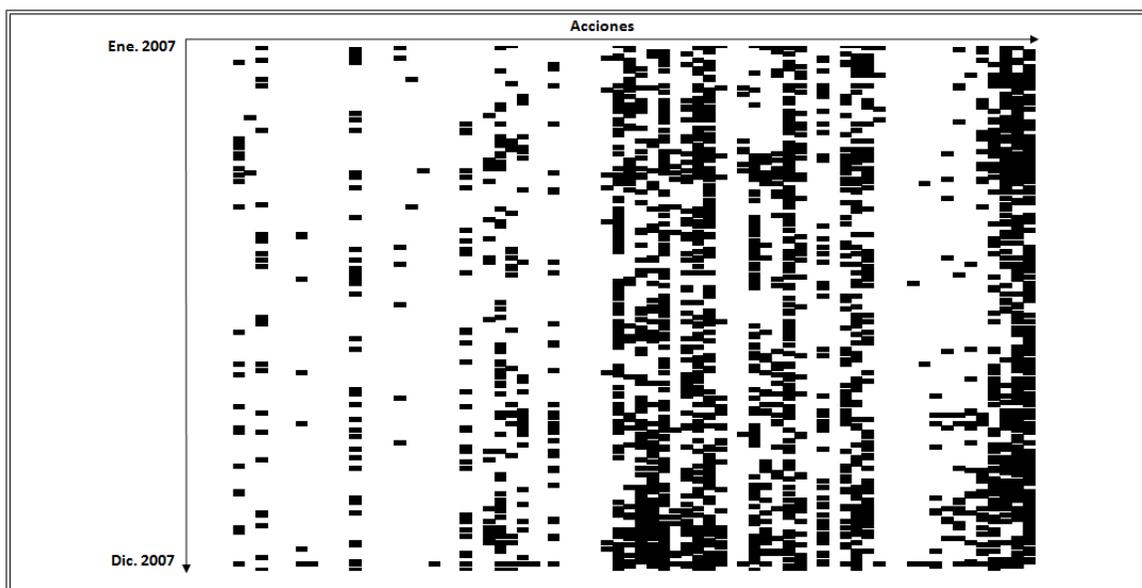


FIGURA 1.1. Iliquidez en el mercado accionario Chileno para las 75 acciones más transadas durante el año 2007. Las columnas representan las acciones mientras que las filas el tiempo cronológico en días. Las celdas en negro representan días no transados.

La solución actualmente utilizada por muchos agentes del mercado para la valorización de acciones no transadas y por la Superintendencia de Administradoras de

Fondos de Pensiones (SAFP) en Chile, es utilizar el último precio observado para éstas. Sin embargo, dicho precio no aprovecha la información actual presente en el mercado.

En base a esto, en esta investigación se pretende definir, estimar e implementar un modelo de valorización de acciones no transadas que mejore la metodología actualmente utilizada, modelando la dinámica y el corte transversal de la serie de retornos de manera conjunta incorporando la información contenida en paneles incompletos de precios de mercado. De este modo, se espera obtener una mejor estimación del precio de las acciones no transadas, en base a la información de aquellas que si se transaron.

El CAPM (*Capital Asset Pricing Model*) introducido de forma independiente y casi simultánea por Jack Treynor, William Sharpe, John Lintner, y Jan Mossin (Treynor, 1961; Sharpe, 1964; Lintner, 1965; Mossin, 1966), es el modelo de corte transversal más difundido en la teoría financiera. Éste supone que el exceso de retorno de una determinada acción (retorno por sobre la tasa libre de riesgo), depende de sólo un factor correspondiente al exceso de retorno del portafolio de mercado. Sin embargo, es un modelo bastante restrictivo. Particularmente, el portafolio de mercado debiera incluir teóricamente todo tipo de activos que se utilicen como inversión. En la práctica, dicho portafolio no es observable y se utilizan estimaciones del mismo mediante índices de mercado. Esta sustitución resulta ser comúnmente inadecuada, y se ha llegado incluso a decir que el CAPM no podría ser evaluado empíricamente (Roll, 1977). Más adelante, Ross (1976) introduce el modelo APT (*Arbitrage Pricing Theory*) el cual relaciona el exceso de retorno de una determinada acción, a un conjunto de n factores macroeconómicos, resultando ser un modelo mucho menos restrictivo.

Dentro de la serie de tiempo de los retornos, un importante tópico de investigación ha sido el estudio de la volatilidad de los mismos. Engle (1982) propuso un proceso para la volatilidad con varianza condicional variante en el tiempo llamado ARCH (*AutoRegressive Conditional Heteroskedasticity*). Cuatro años después, Bollerslev (1986) propuso el modelo ARCH generalizado (GARCH), como una solución al problema de los altos órdenes del ARCH. Éste está basado en una especificación infinita del ARCH y permite

reducir dramáticamente el número de parámetros estimados. Numerosas extensiones han nacido a partir del modelo GARCH, como el modelo EGARCH presentado por Nelson (1991) y adaptaciones multivariadas del mismo.

Una alternativa a los modelos de volatilidad variante en el tiempo son los modelos de volatilidad estocástica. Éstos difieren de los anteriores en que los modelos de volatilidad variante en el tiempo asumen dependencia en los *shocks* previamente realizados de la serie, mientras que los modelos de volatilidad estocástica asumen un proceso estocástico propio donde la potencial dependencia viene dada por la correlación entre la serie y el proceso de volatilidad. Un extenso resumen sobre estos modelos puede ser encontrado en Andersen, Bollerslev, y Diebold (2002). Diversas extensiones han surgido en el área, una de ellas son los modelos estocásticos multivariados donde destacan los trabajos de Pitt y Shephard (1999), Aguilar y West (2000) y Chib, Nardari, y Shephard (2006).

Recientemente Han (2006), basándose en el trabajo de Chib et al. (2006) sobre volatilidad estocástica multivariada, presenta una investigación en *asset allocation*, donde modela las acciones a través de una combinación lineal de factores latentes o no observables comunes, los cuales siguen una dinámica AR(1), y sus varianzas un proceso estocástico autoregresivo de tres factores. Este modelo es estimado mediante el uso de *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), el cual es un método de estimación bayesiano donde la distribución *a posteriori* se muestrea a través de métodos de simulación. Chib y Greenberg (1996) presentan un buen resumen sobre esta metodología de estimación.

Una alternativa al MCMC es el filtro de Kalman. Éste ha sido utilizado extensamente en otras áreas de las finanzas como precios de *commodities*, tasas de interés, inflación, y tipos de cambio (Pennacchi, 1991; Schwartz, 1997; Babbs y Nowman, 1999; Pindyck, 1999). Desarrollada inicialmente por Kalman (1960), permite estimar variables de estado no-observables a partir de observaciones que pueden contener algún error de medición. Una ventaja que provee esta metodología es su adaptabilidad a mercados con pocas transacciones (paneles incompletos), tal como se señala en Sørensen (2002), Naranjo (2002), Cortazar y Naranjo (2006) y Cortazar, Schwartz, y Naranjo (2007).

En esta investigación, se define un modelo de valorización de acciones no transadas en base a variables latentes o no observables. En base a Han (2006), el modelo presentado sigue la línea del modelo APT, asumiendo que la sección transversal de los retornos depende de una combinación lineal de n factores no observables comunes más un error de medición. Para la serie de tiempo o dimensión temporal de los factores latentes, se utiliza una dinámica AR(1)-GARCH(1,1). Es decir se modela tanto la varianza como el nivel del factor latente. Si bien no se asume volatilidad estocástica en favor de la simplicidad del modelo, la metodología GARCH(1,1) reporta buenos resultados y es posible aseverar de forma confiable que seguirá siendo utilizada en el futuro (Andersen, Bollerslev, y Lange, 1999; Bao, Lee, y Saltoglu, 2006). Además, para la estimación del modelo, se utiliza el filtro de Kalman extendido para paneles incompletos de manera de relacionar las variables latentes con las observables, incorporando la información de los instrumentos transados en el mercado.

Una característica particular del filtro de Kalman, es que recursivamente estima la matriz de varianza-covarianza de las variables de estado, lo cual permite a su vez obtener matrices de varianza-covarianza para las acciones estimadas. Este es un resultado importante ya que dicha matriz es un ingrediente esencial en diversas áreas financieras, como manejo del riesgo, selección de portafolios, *asset allocation*, entre otras. Además, el modelo permite su estimación en mercados con pocas transacciones, lo cual lo hace ser aún más relevante.

El documento a continuación se organiza de la siguiente manera. El capítulo 2 provee una introducción a las series de tiempo en finanzas haciendo hincapié en los procesos de volatilidad variantes en el tiempo. El capítulo 3 entrega una descripción de los modelos de corte transversal en finanzas, particularmente del CAPM y APT. El capítulo 4 explica en detalle el funcionamiento del filtro de Kalman. El capítulo 5 describe el modelo propuesto en esta investigación, mientras que en el capítulo 6 se estima el modelo para el mercado Chileno. Finalmente, en el capítulo 7 se concluye la investigación.

2. MODELOS DE SERIES DE TIEMPO

La modelación de la dinámica de la serie de retornos, es un pilar fundamental en la definición del modelo de valorización de acciones no transadas que se desarrollará en esta investigación. Es por esto, que en este capítulo se entrega un resumen sobre la literatura en series de tiempo, realizando hincapié en temas como los procesos en media y volatilidad variantes en el tiempo.

2.1. Series de Tiempo en Finanzas

El análisis de series de tiempo en finanzas se enfoca en la búsqueda de modelos que permitan explicar la dinámica en el tiempo de los datos observados en el mercado. Normalmente se trabaja sobre los *retornos logarítmicos* de las series:

$$X_t = \log\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (2.1)$$

Donde P_t es el precio en el instante t y P_{t-1} es el precio en un instante anterior (meses, días, horas, etc.). Esta representación de la serie permite por un lado la comparación de distintos activos entre sí ya que carece de unidad, además de poder ser representada por un proceso estocástico estacionario (proceso cuyas características no cambian en el tiempo)¹. La serie de precios en cambio, no necesariamente sigue un proceso de estas características.

Distintos modelos han sido propuestos para modelar X_t , donde el más común es:

$$X_t = \mu + \sigma_t Z_t \quad (2.2)$$

Donde $\{Z_t\}$ es una secuencia de variables aleatorias simétricas independientes e idénticamente distribuidas (i.i.d.), y $\{\sigma_t\}$ es un proceso estocástico no negativo donde Z_t y σ_t son independientes para un t fijo. El proceso $\{\sigma_t\}$ se llama proceso de volatilidad. Por otra parte, normalmente se asume que las variables aleatorias Z_t poseen una distribución normal, es decir, $\{Z_t\} \sim \text{i.i.d. } N(0, 1)$. Otras distribuciones utilizadas son t de Student,

¹Para mayor detalle, ver A.1

GED (Distribución de Error Generalizado, por sus siglas en inglés) e hiperbólica (Eberlein y Keller, 1995).

Comúmente, lo que se hace es obtener μ de la muestra (media de la serie) y crear una nueva variable:

$$X_t^* = X_t - \mu = \sigma_t Z_t \quad (2.3)$$

De esta manera, la dirección del cambio en los precios (X_t^*) está dada puramente por la variable aleatoria Z_t , mientras que σ_t determina la magnitud de este cambio.

Sin embargo, particularmente en mercados emergentes, existe evidencia de componentes autoregresivos significativos en los retornos de la siguiente forma:

$$X_t = \sum_{i=1}^n \beta_t^i X_{t-i} + \mu + \sigma_t Z_t \quad (2.4)$$

Ferenstein y Gasowski (2004) encuentran componentes autoregresivos en el mercado accionario Polaco, mientras que un estudio realizado por Días e Higuera (2005) descubre un comportamiento similar en Latinoamérica. En vista de dicha evidencia, se decide evaluar este efecto en el mercado accionario Chileno. En primer lugar, en la tabla 2.1 se muestran los resultados del test de Ljung-Box sobre los retornos logarítmicos del índice IPSA:

TABLA 2.1. Resultados del test de Ljung-Box para la serie del IPSA

$Q_{lb}(n)$	Rechaza Hipótesis Nula	Estadístico Q_{lb}	Valor Crítico (5%)
$Q_{lb}(1)$	Si	40,6	3,8
$Q_{lb}(6)$	Si	55,8	12,6
$Q_{lb}(12)$	Si	63,1	21,0
$Q_{lb}(24)$	Si	76,2	36,4

La hipótesis nula del test de Ljung-Box $Q_{lb}(n)$ determina que todos los coeficientes de las autocorrelaciones hasta el rezago n (β_t^i en la ecuación 2.4) son estadísticamente

iguales a cero. Es decir, al rechazar esta hipótesis, se acepta que al menos uno de los n coeficientes es significativamente distinto de cero. El valor crítico está calculado a partir de una distribución chi-cuadrado (χ^2) de n grados de libertad con un nivel de significancia del 5%. La hipótesis nula es aceptada si el estadístico Q_{lb} es inferior al valor crítico.

Los resultados de la tabla 2.1 confirman la presencia de coeficientes autoregresivos en el IPSA. Particularmente el primer rezago AR(1), resulta ser significativo. En la figura 2.1 se muestra la función de autocorrelación de los retornos del IPSA:

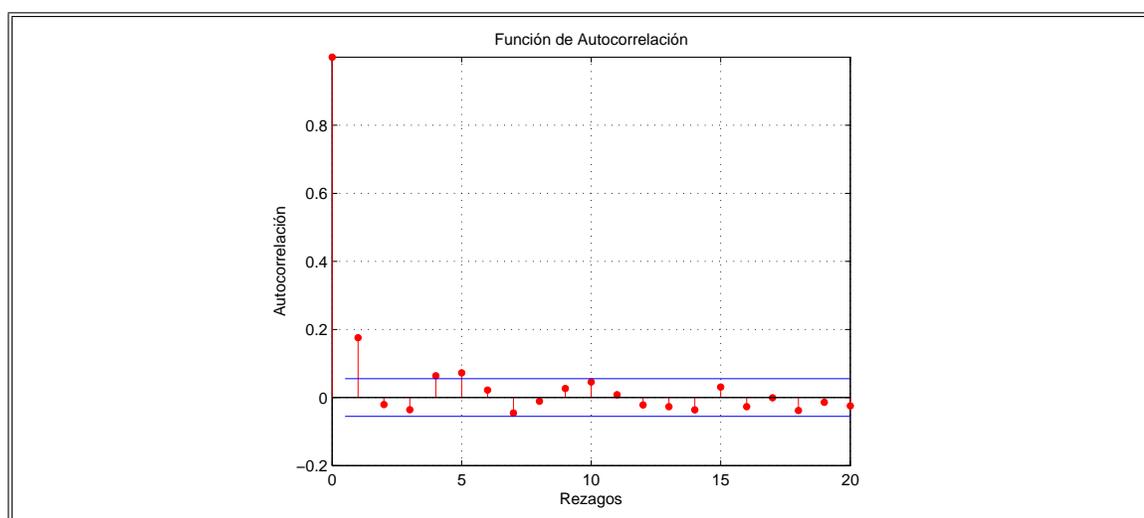


FIGURA 2.1. Autocorrelación en retornos logarítmicos del IPSA

La figura muestra el nivel de autocorrelación de cada uno de los rezagos de la serie, junto con los límites superior e inferior a partir de los cuales la autocorrelación se considera aproximadamente 0 con un nivel de significancia del 5%. Como se puede apreciar, el primer rezago AR(1) resulta ser significativo coincidiendo con el previo test de Ljung-Box. Al realizar las mismas pruebas en diversas acciones del mercado Chileno con 100% de presencia, se obtuvieron resultados similares². De esta manera, en esta investigación se empleará un modelo que considere dicho comportamiento como se señala en la ecuación 2.5.

$$X_t = \beta X_{t-1} + \mu + \sigma_t Z_t \quad Z_t \sim N(0, 1) \quad (2.5)$$

²Se evaluó en acciones como CCU, COPEC, CTC-A y ENDESA

Una característica importante de este modelo es su varianza condicional a la información pasada Ω_{t-1} . Por condicional se entiende al valor en cada instante t *condicionado* a la información anterior. Por el contrario, incondicional se asocia al valor en el largo plazo del proceso. En este caso, la varianza condicional se calcula de la siguiente manera:

$$Var(X_t|\Omega_{t-1}) = E(X_t^2|\Omega_{t-1}) - E(X_t|\Omega_{t-1})^2 \quad (2.6)$$

Así, la primera componente de la ecuación 2.6, $E(X_t^2|\Omega_{t-1})$ resulta ser:

$$E(X_t^2|\Omega_{t-1}) = E(\beta^2 X_{t-1}^2 + \mu^2 + \sigma_t^2 Z_t^2 + 2\beta X_{t-1}\mu + 2\beta X_{t-1}\sigma_t Z_t + 2\mu\sigma_t Z_t|\Omega_{t-1}) \quad (2.7)$$

Es importante recordar que:

$$\begin{aligned} E(Z_t) &= 0 \\ Var(Z_t) &= 1 \\ E(Z_t^2|\Omega_{t-1}) &= Var(Z_t|\Omega_{t-1}) + E(Z_t|\Omega_{t-1})^2 = 1 + 0 = 1 \end{aligned} \quad (2.8)$$

Por otra parte, por independencia:

$$E(\sigma_t Z_t|\Omega_{t-1}) = E(\sigma_t|\Omega_{t-1})E(Z_t|\Omega_{t-1}) = 0 \quad (2.9)$$

Además, se debe considerar que al tener un proceso dinámico para la volatilidad, la información hasta $t - 1$, Ω_{t-1} , permite obtener un valor para σ_t . De esta manera σ_t pasa a ser un valor dado (condicional a Ω_{t-1}):

$$E(\sigma_t|\Omega_{t-1}) = \sigma_t \quad (2.10)$$

Por lo tanto:

$$E(\sigma_t^2|\Omega_{t-1}) = Var(\sigma_t|\Omega_{t-1}) + E(\sigma_t|\Omega_{t-1})^2 = 0 + \sigma_t^2 = \sigma_t^2 \quad (2.11)$$

Esto implica que:

$$\begin{aligned} E(\sigma_t^2 Z_t^2 | \Omega_{t-1}) &= \text{Var}(\sigma_t Z_t | \Omega_{t-1}) + E(\sigma_t Z_t | \Omega_{t-1})^2 \\ &= \sigma_t^2 \text{Var}(Z_t | \Omega_{t-1}) = \sigma_t^2 \end{aligned} \quad (2.12)$$

Así, $E(X_t^2 | \Omega_{t-1})$ queda:

$$E(X_t^2 | \Omega_{t-1}) = \beta^2 X_{t-1}^2 + \mu^2 + \sigma_t^2 + 2\beta X_{t-1} \mu \quad (2.13)$$

La segunda componente de la ecuación 2.6 $E(X_t | \Omega_{t-1})^2$ se determina como:

$$\begin{aligned} E(X_t | \Omega_{t-1})^2 &= (E(\beta X_{t-1} | \Omega_{t-1}) + E(\mu | \Omega_{t-1}) + E(\sigma_t Z_t | \Omega_{t-1}))^2 \\ &= (\beta X_{t-1} + \mu)^2 = \beta^2 X_{t-1}^2 + \mu^2 + 2\beta X_{t-1} \mu \end{aligned} \quad (2.14)$$

Por lo tanto $\text{Var}(X_t | \Omega_{t-1})$ resulta ser:

$$\text{Var}(X_t | \Omega_{t-1}) = E(X_t^2 | \Omega_{t-1}) - E(X_t | \Omega_{t-1})^2 = \sigma_t^2 \quad (2.15)$$

En resumen, la varianza condicional de X_t es simplemente³ σ_t^2 , y dado que σ_t sigue un proceso dinámico, σ_t^2 posee toda la información hasta el instante $t - 1$. De esta manera, durante las últimas dos décadas se han realizado considerables esfuerzos para modelar correctamente el proceso $\{\sigma_t\}$.

2.2. Procesos de volatilidad

Una característica importante del proceso de los retornos de acciones en finanzas, es la presencia de heterocedasticidad. En términos simples, una secuencia o vector de variables aleatorias es heterocedástico si las variables aleatorias que lo componen tienen distinta varianza. Existe numerosa literatura sobre la evidencia de esta característica en las series de retornos, Bollerslev, Chou, y Kroner (1992) proveen una extensa descripción de las investigaciones realizadas sobre el tema.

³Se debe esencialmente a la independencia entre σ_t y Z_t

Mandelbrot (1963) señaló que grandes cambios en los precios tienden a ser seguidos por grandes cambios (en cualquier dirección), y pequeños cambios tienden a ser seguidos por pequeños cambios. En esa frase, Mandelbrot señala una de las características más significativas de la volatilidad, el agrupamiento o *clustering*. Engle (1982) captura este comportamiento en el modelo ARCH.

2.2.1. ARCH

Engle (1982) propuso un proceso para la volatilidad con varianza condicional variante en el tiempo llamado ARCH (*Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*). En este modelo, la varianza condicional es una función lineal de las innovaciones pasadas, y en general, puede ser expresado de la siguiente forma:

$$X_t = \mu + \sigma_t Z_t \quad Z_t \sim N(0, 1) \quad (2.16)$$

$$\sigma_t^2 = c + \sum_{i=1}^p \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 \quad (2.17)$$

$$\epsilon_t = \sigma_t Z_t \quad (2.18)$$

Donde p es el número de rezagos utilizados en las innovaciones (normalmente el modelo se especifica como ARCH(p)). De manera de asegurar estacionaridad y varianza positiva, se deben cumplir las siguientes restricciones:

$$c > 0 \quad (2.19)$$

$$\gamma_i \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots p \quad (2.20)$$

$$\sum_{i=1}^p \gamma_i < 1 \quad (2.21)$$

Para probar la validez de este modelo, lo que se hace es evaluar la significancia de la autocorrelación de las innovaciones al cuadrado. En el mercado Chileno, se elige nuevamente el IPSA como índice representativo. Lo que se hace en este caso es utilizar un modelo como el señalado en la ecuación 2.3 para X_t^* . Luego se evalúa la autocorrelación de dicho proceso al cuadrado. En términos simples, se calcula la autocorrelación de la

serie de retornos logarítmicos del IPSA al cuadrado corregidos por su media. El test de Ljung-Box en este caso entregó los resultados señalados en la tabla 2.2:

TABLA 2.2. Resultados del test de Ljung-Box para la serie del IPSA al cuadrado

$Q_{lb}(n)$	Rechaza Hipótesis Nula	Estadístico Q_{lb}	Valor Crítico (5%)
$Q_{lb}(1)$	Si	65,1	3,8
$Q_{lb}(6)$	Si	212,0	12,6
$Q_{lb}(12)$	Si	263,6	21,0
$Q_{lb}(24)$	Si	297,2	36,4

Como se puede apreciar, existe clara presencia de autorrelación en la serie. La función de autocorrelación se presenta en la figura 2.2:

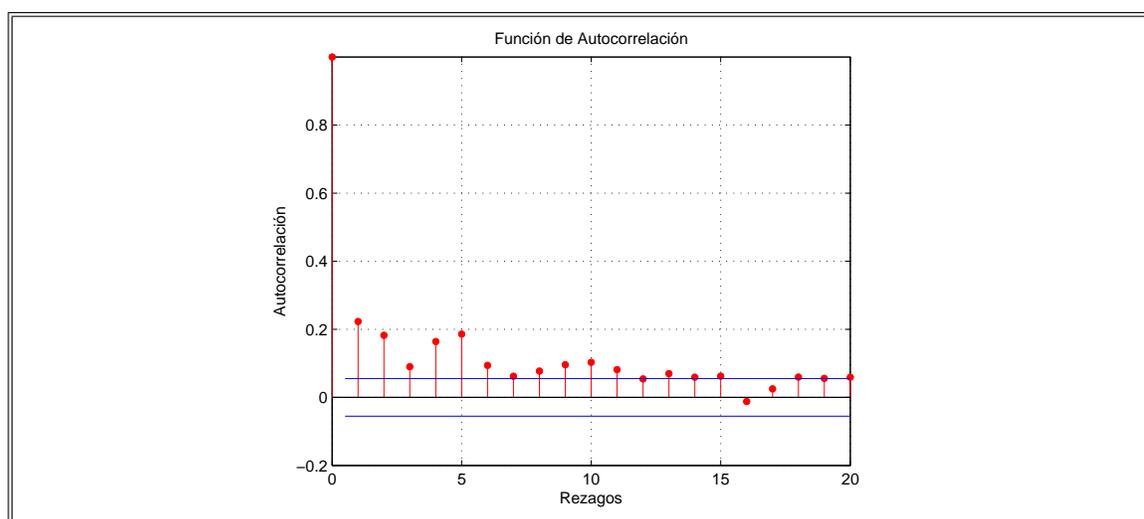


FIGURA 2.2. Autocorrelación en retornos logarítmicos al cuadrado del IPSA

A diferencia de la función de autocorrelación de la serie de retornos logarítmicos presentada en la figura 2.1, en la serie al cuadrado se evidencia significancia para una gran cantidad de rezagos. El problema de este resultado, es que de utilizar este modelo se tendrían que estimar una gran cantidad de parámetros, lo cual se tornaría bastante costoso en términos de cálculos. Sin embargo, Bollerslev (1986) evidenció este dilema hace más

de dos décadas, y publicó la solución al mismo conocida como modelo GARCH (*General Auto Regressive Conditional Heteroskedasticity*).

2.2.2. GARCH

Bollerslev (1986) propuso el modelo ARCH generalizado (GARCH), como una solución al problema de los altos órdenes del ARCH. Éste está basado en una especificación infinta del ARCH y permite reducir dramáticamente el número de parámetros estimados.

En el modelo GARCH de Bollerslev, la varianza condicional es una función lineal de las innovaciones pasadas y de las varianzas condicionales pasadas calculadas:

$$\begin{aligned} X_t &= \mu + \sigma_t Z_t & Z_t &\sim N(0, 1) \\ \sigma_t^2 &= c + \sum_{i=1}^p \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \phi_j \sigma_{t-j}^2 & (2.22) \\ \epsilon_t &= \sigma_t Z_t \end{aligned}$$

Donde p es el número de rezagos utilizados en las innovaciones y q en las varianzas (normalmente el modelo se especifica como GARCH(p,q)). Para asegurar estacionaridad y varianza positiva para el proceso $\{\sigma_t^2\}$, se debe cumplir que:

$$c > 0 \quad (2.23)$$

$$\gamma_i \geq 0 \quad \forall i = 1 \dots p \quad (2.24)$$

$$\phi_j \geq 0 \quad \forall j = 1 \dots q \quad (2.25)$$

$$\sum_{i=1}^p \gamma_i + \sum_{j=1}^q \phi_j < 1 \quad (2.26)$$

Numerosas variantes de este modelo han surgido, como el NGARCH, LGARCH, GJR-GARCH o el EGARCH que propone Nelson (1991). Éste último, corresponde a una modificación del modelo GARCH que permite medir asimetrías en el proceso de volatilidad. Por asimetrías se entiende que la volatilidad tiende a ser mayor después de

shocks negativos que después de *shocks* positivos de la misma magnitud, característica observada en algunos estudios empíricos.

Por supuesto que no existe un método uniformemente mejor que el resto, pero en general, como señalan Andersen et al. (1999) y Bao et al. (2006), el modelo GARCH(1,1) entrega buenos resultados y se puede asumir con bastante seguridad que seguirá siendo utilizado en el futuro.

Bollerslev (1990) extiende el modelo GARCH a n variables. Básicamente consiste en modelar más de un activo conjuntamente, de forma de estimar su matriz de varianza-covarianza. A este modelo se le conoce como GARCH Multivariado. Para el caso de dos variables, el modelo GARCH(1,1) se vería de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} X_{t1} \\ X_{t2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu_1 \\ \mu_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \epsilon_{t1} \\ \epsilon_{t2} \end{pmatrix} \quad \epsilon'_t \sim N(0, H_t)$$

$$H_t = \begin{pmatrix} \sigma_{11,t}^2 & \sigma_{12,t} \\ \sigma_{21,t} & \sigma_{22,t}^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} \sigma_{11,t}^2 \\ \sigma_{12,t} \\ \sigma_{22,t}^2 \end{pmatrix} &= \begin{pmatrix} c_{11} \\ c_{12} \\ c_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \gamma_{23} \\ \gamma_{31} & \gamma_{32} & \gamma_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{1,t-1}^2 \\ \epsilon_{1,t-1}\epsilon_{2,t-1} \\ \epsilon_{2,t-1}^2 \end{pmatrix} \\ &+ \begin{pmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_{11,t-1}^2 \\ \sigma_{12,t-1} \\ \sigma_{22,t-1}^2 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.27)$$

Uno de los principales problemas de este modelo es su gran cantidad de parámetros, lo que hace bastante costosa su estimación, particularmente para dimensiones sobre

5 variables. Además, se debe exigir que la matriz de varianza-covarianza sea semi-positiva definida, lo que agrega restricciones y por ende complejidad al modelo. Ledoit, Santa-Clara, y Wolf (2003) proponen una solución, estimando la diagonal de la matriz (varianzas) a través de un GARCH univariado y luego dado este dato, estimar de a parejas a través de un GARCH bivariado los elementos fuera de la diagonal (covarianzas). La estimación de varios GARCH univariados y bivariados (dado el dato univariado, por lo que se reduce el número de parámetros estimado), es bastante menos costosa que una estimación completa de GARCH multivariado. Esto debido a la complejidad con que interactúan los parámetros en la función de verosimilitud. Por otra parte, se aseguran que la matriz sea semi-positiva definida realizando una transformación de la misma. Para ello, minimizan la distancia de Frobenius entre la matriz estimada y la real (semi-positiva definida). Una gran ventaja de este método es que no impone restricciones *a priori* (en la estimación de la matriz), siendo menos costosa la estimación.⁴

2.2.3. Volatilidad Estocástica

Una alternativa a los modelos de volatilidad variante en el tiempo son los modelos de volatilidad estocástica. Éstos difieren de los anteriores en que los modelos de volatilidad variante en el tiempo asumen dependencia en los *shocks* previamente realizados de la serie, mientras que los modelos de volatilidad estocástica asumen un proceso estocástico propio donde la potencial dependencia viene dada por la correlación entre la serie y el proceso de volatilidad. El modelo más popular de volatilidad estocástica es el propuesto por Taylor (1986):

$$\begin{aligned}
 X_t^* &= \sigma_t Z_t & Z_t &\sim N(0, 1) \\
 \sigma_t &= \exp(h_t) \\
 h_t &= c + \beta h_{t-1} + \eta_t Y_t & Y_t &\sim N(0, 1)
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

En este caso, se modela el logaritmo de la varianza, h_t , lo que permite que el proceso pueda tomar valores negativos. Como se puede observar, básicamente h_t sigue un proceso

⁴Para mayor detalle, ver Anexo B.

autoregresivo más un factor estocástico dado por $\eta_t Y_t$. Shephard (1996) provee una muy buena comparación entre los modelos ARCH/GARCH, y los de volatilidad estocástica.

Otro trabajo que provee un extenso resumen sobre estos modelos es el de Andersen et al. (2002). Diversas extensiones han surgido en el área, una de ellas son los modelos estocásticos multivariados donde destacan los trabajos de Pitt y Shephard (1999), Aguilar y West (2000) y Chib et al. (2006).

3. MODELOS DE CORTE TRANSVERSAL

Un segundo pilar en que se sustenta el modelo de valorización de acciones no transadas que se desarrollará en esta investigación, es el modelamiento del corte transversal de la serie de retornos.

Los modelos de corte transversal en finanzas pretenden explicar datos observados en el mercado para un determinado instante de tiempo, utilizando un set de variables explicativas. Al igual que los modelos de serie de tiempo, se trabaja en base a los retornos de los activos debido a sus ya mencionadas ventajas.

Dentro de la literatura, existen diversos modelos que buscan estimar retornos de acciones. En esta investigación se presentarán dos de las teorías más influyentes, el CAPM y el APT. A ambos comúnmente se le llama modelos de valorización, debido a que la estimación de retornos permite estimar un precio y por ende darle valor a un determinado activo. En este capítulo se realiza una descripción de estos modelos y las distintas aplicaciones que han tenido en la literatura.

3.1. CAPM

Un modelo clásico de valorización es el CAPM (*Capital Asset Pricing Model*). Éste fue introducido por Treynor (1961), Sharpe (1964), Lintner (1965), y Mossin (1966) independientemente en los años 60, construido a partir del trabajo de Harry Markowitz en diversificación y teoría de portafolios. El modelo establece que la tasa de retorno de equilibrio de todos los activos riesgosos es función de su covarianza (co-movimiento) con el portafolio de mercado (aquel que reúne a todos los activos riesgosos de la economía). En términos matemáticos, el CAPM dice que el retorno esperado, que se exige a cualquier activo riesgoso viene dado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_i(E(R_m) - R_f) \quad (3.1)$$

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (3.2)$$

Donde $E(R_i)$ corresponde al retorno esperado del activo i , $E(R_m)$ al retorno esperado del mercado, y R_f corresponde al retorno libre de riesgo.

El término $(E(R_m) - R_f)$ se denomina premio por riesgo de mercado. Ello, porque representa el retorno, por sobre la tasa libre de riesgo, que demandan los inversionistas para mantener el portafolio de mercado.

La ecuación 3.1 se puede re-escribir de la siguiente forma:

$$E(R_i) - R_f = \beta_i(E(R_m) - R_f) \quad (3.3)$$

Esta representación señala que el premio por riesgo de un activo es igual a su beta, multiplicado por el premio por riesgo del mercado. Es decir, el parámetro beta captura la sensibilidad del activo hacia el riesgo de mercado o no diversificable.

Para estimar los betas, existen diversos métodos los cuales se dividen en dos grandes familias, betas invariantes y variantes en el tiempo.

3.1.1. Betas Invariantes en el Tiempo

El cálculo de betas constantes, se realiza normalmente estimando varianzas y covarianzas históricas. Éstas se construyen a partir de las series de retornos históricas de la acción y el mercado. Simplemente se calculan las varianzas y covarianzas asumiendo que los datos tienen igual probabilidad, utilizando las siguientes ecuaciones:

$$E(X) = \mu \quad (3.4)$$

$$E(Y) = \nu \quad (3.5)$$

$$Cov(X, Y) = E((X - \mu)(Y - \nu)) \quad (3.6)$$

$$Var(X) = E((X - \mu)^2) \quad (3.7)$$

Sin embargo, existe considerable evidencia que la invariabilidad del factor beta es inválida. Básicamente, se argumenta que dado que el beta expresa la correlación entre una acción y el mercado, no hay razón para que éste no cambie ya que las condiciones

del mercado están lejos de ser estáticas. Estudios en Estados Unidos (Fabozzi y Francis, 1978; Sunder, 1980; Bos y Newbold, 1984; Collins, Ledolter, y Rayburn, 1987), Finlandia (Bos, Fetherston, Martikainen, y Perttunen, 1995), Suecia (Wells, 1994), Malasia (Brooks, Faff, y Ariff, 1997), y Australia (Brooks, Faff, y Lee, 1992), entre otros, observan esta característica.

3.1.2. Betas Variantes en el Tiempo

El debate sobre la variabilidad de los betas es extenso. Como se mencionó en la sección anterior, una gran cantidad de estudios confirman el dinamismo de este factor. Brooks, Faff, y Mckenzie (1998) al igual que Wells (1994) proveen un buen resumen sobre el tema.

En líneas generales, existen dos grandes vertientes para el cálculo de los betas variantes en el tiempo:

- Estimación de Varianzas y Covarianzas: Consiste en la modelación de la matriz de varianza-covarianza. El método más popular es el GARCH multivariado.
- Estimación a través del Filtro de Kalman: Consiste en una estimación recursiva de los betas (parámetro no observado), a través de datos observados en el mercado.

Como se señaló en el capítulo 2, el modelo GARCH multivariado permite estimar matrices de varianza-covarianza entre n activos. Lo que se hace para el cálculo de los betas, es estimar una matriz entre la acción y el mercado (GARCH bivariado) obteniendo como resultado las varianzas y covarianzas condicionales necesarias para el cálculo de dicho factor en el tiempo:

$$\beta_{i,t} = \frac{Cov_t(R_i, R_m)}{Var_t(R_m)} \quad (3.8)$$

Este método ha sido utilizado en numerosos estudios incluyendo los de Braun, Nelson, y Sunier (1995); Giannopoulos (1995); McClain, Humphreys, y Boscan (1996); González-Rivera (1996); Brooks et al. (1998). Braun et al. (1995) modela la matriz a través de un EGARCH multivariado.

El filtro de Kalman, es una herramienta que permite estimar factores no observables a partir de variables observables con algún error de medición. Este método se explica con detalle en el capítulo 4, pero básicamente es un proceso recursivo donde se determinan estimaciones para las variables no-observables a partir de una cierta dinámica que éstas desarrollan y su relación con las variables observables. Para el caso de estimación de betas, la gran mayoría de los estudios suponen una dinámica del tipo:

$$\beta_{i,t} = \beta_{i,t-1} + \eta_t \quad (3.9)$$

Donde η_t es el error asociado a la medición de β_t . Por otra parte, las variables observadas corresponden al retorno de la acción estimada y el mercado. De esta manera, el filtro de Kalman relaciona óptimamente la dinámica con la observación del beta en el mercado. Estudios como el de Bos y Newbold (1984) y Wells (1994) utilizan esta metodología de estimación.

3.2. APT

El modelo APT introducido por Ross (1976) sostiene que el retorno de un determinado activo se puede representar mediante la combinación lineal de n factores macroeconómicos o índices de mercado, donde la sensibilidad de cada factor está dada por un beta específico para cada uno de esos factores. En términos matemáticos, el modelo viene dado por:

$$E(R_i) = R_f + \beta_{i1}\lambda_1 + \beta_{i2}\lambda_2 + \dots + \beta_{in}\lambda_n \quad (3.10)$$

$$R_i = E(R_i) + \beta_{i1}f_1 + \beta_{i2}f_2 + \dots + \beta_{in}f_n + \epsilon_i \quad (3.11)$$

Donde $E(R_i)$ es el retorno esperado del activo i , R_f el retorno libre de riesgo, β_{in} la sensibilidad del activo i al factor n , λ_n el premio por riesgo del factor n , f_n el factor macroeconómico n , y ϵ_i el error idiosincrático del activo i .

El APT es más general y menos restrictivo que el CAPM, permitiendo múltiples factores de riesgo y no siendo necesaria la identificación del portafolio de mercado.

Numerosos estudios se han llevado a cabo con respecto a la identificación de los factores que afectan al retorno de las acciones. Fama y French (1992) identificaron variables específicas de cada firma (factores fundamentales) como el tamaño de la misma y su razón bolsa/libro. Por otra parte Chen, Roll, y Ross (1986) identificaron variables macroeconómicas relevantes como *spreads* entre tasas de corta y larga duración, expectativas de inflación, producción industrial y *spreads* entre distintas clasificaciones de bonos. Continuando con la línea de investigación, Chan, Karceski, y Lakonishok (1998) realizan un estudio sobre una gran cantidad de posibles variables explicativas, y concluyen que los factores fundamentales y técnicos (retornos pasados), son los más significativos.

Otro enfoque es determinar los factores como no-observables, y estimarlos mediante algún método estadístico como componentes principales, o métodos recursivos y de simulación como el Filtro de Kalman o MCMC (*Markov Chain Monte Carlo*) entre otros. Por ejemplo, Burmeister y McElroy (1988) proponen un modelo en base a variables observables y latentes en conjunto.

Recientemente Han (2006), basándose en el trabajo de Chib et al. (2006) sobre volatilidad estocástica multivariada, propone un modelo en base a una combinación lineal de factores latentes comunes (siguiendo la línea del APT), los cuales siguen una dinámica AR(1) como la descrita en la ecuación 2.5 y sus varianzas siguen un proceso estocástico autoregresivo de tres factores. El agregar una dinámica AR(1) fue el principal aporte de Han (2006), ya que permite que los factores no sólo tengan volatilidad condicional variante en el tiempo, sino que también su valor esperado condicional sea dinámico. Así, el modelo puede capturar persistencias en las series de tiempo.

4. FILTRO DE KALMAN

El tercer y último pilar fundamental en que se sustenta el modelo de valorización de acciones no transadas propuesto en esta investigación, es su metodología de estimación. Para ello, se utiliza el filtro de Kalman el cual es un método que permite estimar variables de estado no-observables a partir de observaciones que pueden contener algún error de medición. Esta metodología fue desarrollada inicialmente por Kalman (1960) para controlar procesos de ingeniería y ha sido ampliamente utilizada en áreas como la navegación satelital.

Una característica muy atractiva del filtro de Kalman es que las estimaciones de las variables de estado se realizan en base a la dinámica de estas variables (dimensión temporal) así como de las mediciones que se van obteniendo en cada instante del tiempo (dimensión transversal). De esta forma, la estimación de las variables de estado utiliza toda la información disponible hasta ese momento, y no sólo la información de retornos del momento al cual se realiza la estimación. Esto puede ser relevante en los días de la muestra para los cuales se disponga de muy poca información de retornos.

El filtro de Kalman ha sido extensamente utilizado en las áreas de economía y finanzas. De acuerdo a Harvey (1991), el filtro de Kalman es una metodología extremadamente poderosa que permite manejar una gran variedad de modelos de series de tiempo. En particular, en finanzas se ha visto un creciente uso de esta metodología en la última década.

En esta sección se detalla y explica el funcionamiento y las características principales de esta metodología de estimación.

4.1. El espacio de Estados

El filtro de Kalman se define para procesos lineales gaussianos que están representados en el espacio de estados. En esta representación se tiene una ecuación de

medida que relaciona las variables observadas con las no observadas en forma lineal:

$$z_t = H_t x_t + d_t + v_t \quad v_t \sim \mathcal{N}(0, R_t) \quad (4.1)$$

El vector z_t , de dimensión $m \times 1$, representa las variables observadas. Es decir, se asume que se observan en cada instante de tiempo m variables que podrían ser por ejemplo, retornos de alguna acción. Sin embargo, como se mostrará más adelante, m puede depender del tiempo. Esto es muy útil al aplicar este método a mercados con pocas transacciones donde los activos no se transan todos los días.

El vector x_t es de dimensión $n \times 1$ y representa las variables no observadas. Esto significa que cada una de las m variables observadas es explicada por n variables no observadas. La matriz H_t debe ser por lo tanto de dimensión $m \times n$ y representa al operador lineal que relaciona x_t con z_t . Esta matriz en su forma más simple es una matriz de constantes, aunque sus elementos pueden también ser funciones del tiempo. Asimismo, el vector d_t es de dimensión $m \times 1$. El vector v_t es una variable aleatoria de dimensión $m \times 1$ con distribución $\mathcal{N}(0, R_t)$. Esta variable aleatoria se incluye para indicar que las variables observadas contienen algún error de medición.

En el espacio de estados también se tiene una ecuación de transición que caracteriza la evolución o dinámica de las variables no observadas en el tiempo:

$$x_t = A_t x_{t-\Delta t} + c_t + w_t \quad w_t \sim \mathcal{N}(0, Q_t) \quad (4.2)$$

Esta ecuación de transición relaciona el nuevo estado x_t con el estado anterior $x_{t-\Delta t}$ en forma lineal a través de la matriz A_t que es de dimensión $n \times n$. El vector w_t es una variable aleatoria de dimensión $m \times 1$ con distribución $\mathcal{N}(0, Q_t)$ que modela la incertidumbre de las variables de estado.

4.2. Estimación óptima en el espacio de estados

Por estimación óptima se entenderá el proceso de encontrar un estimador del vector de estados que minimice el valor esperado del error cuadrático entre el vector de estados

y su estimación, dada toda la información que se disponga hasta ese momento. Este error representaría la varianza del estimador si es insesgado, lo que se verifica en este caso.

Formalmente, si \hat{x}_t denota el estimador de x_t , se tiene que:

$$\hat{x}_t = E_t(x_t) \quad (4.3)$$

$$P_t = E_t(x_t - \hat{x}_t)(x_t - \hat{x}_t)' \quad (4.4)$$

Donde E_t representa la esperanza condicional a la información disponible hasta t . La estimación del vector de estados también permite encontrar su varianza.

El filtro de Kalman es un método de estimación recursivo en el sentido que dado \hat{x}_t y P_t , si se tiene un nuevo conjunto de información dado por $z_{t+\Delta t}$, entonces se puede encontrar $\hat{x}_{t+\Delta t}$ y $P_{t+\Delta t}$. Nótese que en cada instante del tiempo \hat{x}_t contiene toda la información hasta ese momento, ya que para estimarlo se utilizó $\hat{x}_{t-\Delta t}$ y z_t , pero para encontrar $\hat{x}_{t-\Delta t}$ se utilizó $\hat{x}_{t-2\Delta t}$ y $z_{t-\Delta t}$, y así sucesivamente. Este hecho ilustra la naturaleza bayesiana del filtro de Kalman.

Ahora, si se tiene en algún instante del tiempo una estimación del vector de estados y de su varianza dados por $\hat{x}_{t-\Delta t}$ y $P_{t-\Delta t}$, entonces la predicción del vector de estados y su varianza en el siguiente instante es:

$$\hat{x}_t^p = A_t x_{t-\Delta t} + c_t \quad (4.5)$$

$$P_t^p = A_t P_{t-\Delta t} A_t' + Q_t \quad (4.6)$$

La predicción del vector de estados permite a su vez realizar una predicción sobre las variables observadas:

$$z_t^p = H_t \hat{x}_t^p + d_t \quad (4.7)$$

Estas predicciones se comparan luego con la nueva información que se hace disponible a través de z_t y esto permite encontrar la nueva estimación del vector de estados:

$$\hat{x}_t = \hat{x}_t^p + K_t(z_t - z_t^p) \quad (4.8)$$

$$\hat{P}_t = (I - K_t H_t) P_t^p \quad (4.9)$$

Donde I es la matriz identidad y K_t es lo que tradicionalmente se llama la ganancia de Kalman y se define como:

$$K_t = P_t^p H_t' (H_t P_t^p H_t' + R_t)^{-1} \quad (4.10)$$

De esta manera, la estimación de la variable de estado es un promedio entre las observaciones que se tienen en t y la historia reflejada por el valor de la variable de estado en el tiempo $(t - \Delta t)$.

La varianza de la predicción de las innovaciones está dada por el término que se invierte en la fórmula de la ganancia de Kalman:

$$\Omega_t = (H_t P_t^p H_t' + R_t) \quad (4.11)$$

Esta varianza junto al valor esperado de la predicción de las observaciones será la base para calcular la función de verosimilitud de las innovaciones, lo que permitirá desarrollar un método para estimar los parámetros estructurales del modelo.

4.3. Extensión para paneles incompletos

Como señalan Sørensen (2002) y Naranjo (2002), la naturaleza recursiva de las ecuaciones del filtro de Kalman permite extender bajo ciertas condiciones el análisis anterior cuando el panel de datos es transversalmente incompleto. Formalmente, esto se traduce en que la dimensión del vector de observaciones de la ecuación de medida puede depender del tiempo.

En la sección anterior, se mostró que el filtro de Kalman itera en cada instante del tiempo sobre los valores anteriores del estimador del vector de estado y de su varianza para incorporar las nuevas observaciones que se hacen disponibles. Esto significa que independientemente del número de observaciones que se hayan tenido para encontrar $\hat{x}_{t-\Delta t}$ y $P_{t-\Delta t}$, si ya se dispone de estos valores, se puede entonces aplicar el filtro de Kalman sin problema para un nuevo conjunto de observaciones. Al término de la iteración se encontrarán nuevos valores para \hat{x}_t y P_t , lo que permitirá realizar una nueva iteración cuando se disponga de un nuevo conjunto de observaciones.

En el caso extremo de no haber observaciones para un determinado instante de tiempo, se utilizan las predicciones del filtro \hat{x}_t^p y P_t^p , como nuevos valores para \hat{x}_t y P_t .

5. MODELO PROPUESTO

5.1. Estrategia del modelo

El modelo presentado en esta investigación tiene como principal objetivo estimar el comportamiento de las series de retornos de acciones en mercados con pocas transacciones. Dicho objetivo, se divide en tres principales tareas:

- Modelar el corte transversal de la serie de retornos
- Modelar la dinámica de la serie de retornos
- Entrelazar ambos modelos y adaptarlos a mercados con pocas transacciones capturando toda la información disponible en paneles incompletos de retornos.

En primer lugar el modelo sigue la línea del APT, asumiendo que para la sección transversal los retornos siguen una combinación lineal de n factores no-observables comunes más un error de medición. Por otra parte, para la serie de tiempo o dimensión temporal, el modelo supone una cierta dinámica dada por los factores latentes, asumiendo un AR(1)-GARCH(1,1). Es decir se modela tanto la varianza como el nivel del factor. De esta manera, no sólo se asume que la volatilidad de los factores varía en el tiempo (GARCH), sino que también su valor esperado condicional (AR(1)) (Chib et al., 2006; Han, 2006). Así, se provee a los factores de un proceso bastante completo, permitiéndoles capturar ampliamente la dinámica de las series accionarias. Si bien no se asume volatilidad estocástica en favor de la simplicidad del modelo, la metodología GARCH ofrece muy buenos resultados (Andersen et al., 1999; Bao et al., 2006).

Por otra parte, la estimación del modelo se realiza a través del filtro de Kalman extendido para mercados con pocas transacciones (Sørensen, 2002; Naranjo, 2002; Cortazar y Naranjo, 2006; Cortazar et al., 2007) utilizando como variables observables los retornos de las acciones transadas en el mercado. Ello permite incorporar de forma óptima toda la información disponible en paneles incompletos de retornos.

5.2. Formulación del modelo

Formalmente, si se define el vector de retornos $r_t = (r_{1t}, \dots, r_{mt})$ como los retornos en el instante t de m acciones; el vector de factores latentes $X_t = (X_{1t}, \dots, X_{nt})$ asumiendo n variables no observables; el vector $\eta_t = (\eta_{1t}, \dots, \eta_{mt})$ como los errores de medición del modelo y el vector $\epsilon_t = (\epsilon_{1t}, \dots, \epsilon_{nt})$ como la incertidumbre de las variables de estado:

$$r_t = \lambda X_t + \eta_t \quad (5.1)$$

$$X_t = \beta X_{t-1} + \mu + \epsilon_t \quad (5.2)$$

Donde λ es una matriz de parámetros de tamaño $m \times n$, β es una matriz de coeficientes autoregresivos de tamaño $n \times n$, y μ es un vector de constantes de tamaño n . Particularmente, la matriz β es definida como diagonal ($b_{ij} = 0, \forall i \neq j$).

Por otra parte, se asume que la distribución de los *shocks* es condicionalmente Gaussiana:

$$\eta_t | R \sim \mathcal{N}(0, R) \quad (5.3)$$

$$\epsilon_t | Q_t \sim \mathcal{N}(0, Q_t) \quad (5.4)$$

Donde:

$$R = R(\delta) = \text{diag} \{ \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m \}, m \times m \quad (5.5)$$

$$Q_t = Q_t(\sigma_t) = \text{diag} \{ \sigma_{t,1}^2, \sigma_{t,2}^2, \dots, \sigma_{t,n}^2 \}, n \times n \quad (5.6)$$

Adicionalmente, se asume que la incertidumbre de las variables de estado ϵ_t poseen varianza condicional variante en el tiempo (Q_t), modelada a través de un GARCH(1,1) de la siguiente manera:

$$\sigma_{t,i}^2 = \alpha_i + \phi_i \sigma_{t-1,i}^2 + \gamma_i \epsilon_{t-1,i}^2 \quad \forall i = 1 \dots n \quad (5.7)$$

Ahora, para que el proceso sea estacionario y de varianza positiva, se debe cumplir que¹:

$$b_{ii} \in (-1, 1), \forall i = 1 \dots n \quad (5.8)$$

$$\alpha_i > 0, \phi_i \geq 0, \gamma_i \geq 0, \forall i = 1 \dots n \quad (5.9)$$

$$\phi_i + \gamma_i < 1, \forall i = 1 \dots n \quad (5.10)$$

Al ser R una matriz diagonal, se asume que (en línea con el modelo APT), la variabilidad que no es capaz de explicar el modelo viene dada por comportamientos propios de cada acción (idiosincráticos) y no por movimientos comunes entre ellas. De hecho, son los factores no observables X_t los encargados de modelar el comportamiento común de las acciones.

Por otra parte, al ser Q_t una matriz diagonal, se asume que los *shocks* que afectan a los factores macroeconómicos modelados por las variables de estado son propios, y por ende no influyen en el resto de los factores. Lo mismo ocurre para la matriz β , donde se asume que las únicas persistencias que afectan a los factores son las propias.

5.2.1. Matriz de Varianza-Covarianza

Una de las particularidades del filtro de Kalman, es que éste estima recursivamente la matriz de varianza-covarianza de las variables de estado (ver ecuación 4.4). A partir de esta estimación, se puede obtener la matriz de varianza-covarianza de los retornos Ω_t de la siguiente manera:

$$\Omega_t = \lambda P_t^p \lambda' + R \quad (5.11)$$

$$P_t^p = \beta P_{t-\Delta t} \beta' + Q_t \quad (5.12)$$

$$P_{t-\Delta t} = (I - K_{t-\Delta t} \lambda) P_{t-\Delta t}^p \quad (5.13)$$

¹Ver sección A.2 para mayor detalle

Donde Ω_t corresponde a la matriz de varianza-covarianza de los retornos condicional a la información hasta $(t - \Delta t)$, $K_{t-\Delta t}$ es la ganancia de Kalman en el instante $(t - \Delta t)$ y P_t es la matriz de varianza-covarianza de las variables de estado en t .

5.3. Estimación de Parámetros

La estimación de los parámetros $\hat{\psi}$ del modelo se realiza mediante el método de máxima verosimilitud. Básicamente, este método consiste en encontrar el conjunto de parámetros que garantiza que los datos observados son las más probables, bajo una cierta distribución de probabilidad.

Como se indica en la ecuación 5.1, los retornos están caracterizados por la siguiente ecuación:

$$r_t = \lambda X_t + \eta_t \quad (5.14)$$

Sean $r_{t|t-\Delta t}$, $X_{t|t-\Delta t}$ y $\eta_{t|t-\Delta t}$ las variables aleatorias r_t , X_t y η_t condicionales a la información disponible hasta el tiempo $(t - \Delta t)$. Como $X_{t|t-\Delta t}$ y $\eta_{t|t-\Delta t}$, son variables aleatorias normales, también lo es $r_{t|t-\Delta t}$ como combinación lineal de estas variables y una constante. La media condicional de $r_{t|t-\Delta t}$ es:

$$E_t(r_{t|t-\Delta t}) = r_t^m = \lambda X_t^m \quad (5.15)$$

Donde:

$$X_t^m = \beta X_{t|t-\Delta t} + \mu \quad (5.16)$$

Por otra parte, como se señala en la ecuación 5.11 la varianza condicional de $r_{t|t-\Delta t}$ es:

$$\Omega_t = \lambda P_t^p \lambda' + R \quad (5.17)$$

Por lo tanto, la distribución de probabilidad condicional de $r_{t|t-\Delta t}$ es:

$$f_{r_{t|t-\Delta t}}(r_t) = \frac{1}{2\pi|\Omega_t|^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2}(r_t - r_t^m)' \Omega_t^{-1} (r_t - r_t^m)\right) \quad (5.18)$$

Como además se tiene que $\{X_{t_i|t_{i-1}} : t_i = t_{i-1} + \Delta t, i = 1, 2, \dots\}$ y $\{\eta_{t_i|t_{i-1}} : t_i = t_{i-1} + \Delta t, i = 1, 2, \dots\}$ son conjuntos de variables aleatorias independientes, la distribución de probabilidad conjunta de $\{r_{t_i|t_{i-1}} : t_i = t_{i-1} + \Delta t, i = 1, 2, \dots\}$ se puede calcular como el producto de las distribuciones condicionales calculadas en la ecuación 5.18:

$$L(\Psi) = \prod_t \left(\frac{1}{2\pi|\Omega_t|^{\frac{1}{2}}} \exp \left(-\frac{1}{2}(r_t - r_t^m)' \Omega_t^{-1} (r_t - r_t^m) \right) \right) \quad (5.19)$$

En su forma logarítmica:

$$\log L(\Psi) = \sum_t \left(\log \frac{1}{2\pi} - \frac{1}{2} \log |\Omega_t| - \frac{1}{2}(r_t - r_t^m)' \Omega_t^{-1} (r_t - r_t^m) \right) \quad (5.20)$$

Esta es la distribución de probabilidad de las innovaciones de las observaciones (retornos observados diarios) del proceso y que si se maximiza con respecto a los parámetros desconocidos del modelo, permite encontrar estimaciones consistentes de los parámetros. De esta manera, los parámetros estimados se obtienen de:

$$\hat{\psi} = \arg \max_{\psi} (\log L(\Psi)) \quad (5.21)$$

Bajo ciertas condiciones de regularidad, se tiene que $\hat{\psi}$ distribuye asintóticamente normal con media ψ (parámetros verdaderos) y varianza dada por $I(\psi)^{-1}$, con:

$$I(\psi) = \frac{\partial^2 \log L(\Psi)}{\partial \Psi \partial \Psi'} \quad (5.22)$$

La diagonal de la matriz $I(\psi)^{-1}$ contiene las varianzas de los errores de estimación, lo que entrega información importante respecto a la confiabilidad de los parámetros estimados. También se pueden calcular las correlaciones entre los distintos parámetros estimados.

Debido a que la expresión analítica para la matriz de información $I(\psi)$ es muy compleja, las segundas derivadas deben ser calculadas de forma numérica, lo cual no representa mayor dificultad.

6. APLICACIÓN AL MERCADO CHILENO

En este capítulo se evaluará el desempeño del modelo propuesto en el mercado Chileno en lo que respecta a la valorización y evaluación del riesgo de los activos estimados.

En términos de valorización, se comparará con tres modelos alternativos. Uno corresponde a la solución actualmente utilizada en Chile, mientras que los otros dos están basados en la metodología CAPM con betas variantes e invariantes en el tiempo.

En lo que se refiere a la medición del riesgo, se evaluarán las matrices de varianza-covarianza de los activos estimados. Particularmente, se estudiará el *Value-at-Risk* estimado por el modelo propuesto, contra tres metodologías. Dos de ellas corresponden a metodologías paramétricas, correspondientes al modelo Flexible Multivariate GARCH desarrollado por Ledoit et al. (2003) y a la metodología RiskMetrics desarrollada por el banco de inversiones J.P. Morgan, mientras que la última corresponde a una metodología de simulación histórica.

De manera de hacer la referencia más simple, en lo que queda de la investigación se abreviará el modelo propuesto por GLFM (*GARCH Latent Factor Model*).

6.1. Datos

Se definen dos períodos, uno de estimación y otro de evaluación. Para el período de estimación (*in sample*), se utilizan cuatro años de datos diarios desde el 2 de enero del 2003 al 29 de diciembre del 2006. Para el período de evaluación (*out of sample*), se utiliza un año de datos diarios desde el 2 de enero del 2007 hasta el 28 de diciembre del 2007.

Para seleccionar el conjunto de acciones a estimar, se definen dos criterios. En primer lugar, con el objetivo de tener suficientes datos para evaluar el desempeño fuera de muestra de los modelos, se seleccionan las acciones con 20% o más de presencia para dicho período. En segundo lugar, de manera de poder tener una estimación confiable de los parámetros, se determina que su presencia en el período de estimación, debe ser mayor a

10%. De esta manera, se define un universo de 75 acciones a estimar. Mayor detalle sobre la presencia de dichas acciones se provee en la tabla D.1.

Como índice de mercado, se utiliza el Índice de Precio Selectivo de Acciones (IPSA), mientras que como índice de renta fija se utiliza el índice de intermediación financiera RACLIF_CLPN1C provisto por RiskAmerica¹, el cual está constituido por todos los depósitos y efectos de Comercio emitidos en pesos con clasificación N1 y N1+.

Es importante señalar, que tanto para las acciones como para los índices, se asume que el precio de cierre es el que contiene toda la información del día y por ende es el que mejor refleja el valor de la acción al término del día. Por ello, los retornos diarios son calculados en base a los precios de cierre. Además, de forma de mantener lo más pura posible las series de retornos, se impone que la existencia de los mismos está sujeta a que hayan dos precios de manera consecutiva. Así, los modelos son estimados con datos efectivamente realizados del mercado.

De manera de entregarle la mayor cantidad de información posible al modelo adicional a la provista por las acciones transadas, se incorpora el índice de mercado IPSA como fuente de información. Por lo tanto, el modelo GLFM se evalúa finalmente utilizando un universo de 75 acciones más el IPSA. Además, éste se estima utilizando de 1 a 3 factores no observables. El resultado de la estimación de parámetros se puede observar en el anexo E.

6.2. Modelos alternativos de valorización

A continuación se describen los modelos alternativos de valorización utilizados en esta investigación. El primero tiene relación la solución utilizada actualmente en Chile, mientras que los otros están basados en la metodología CAPM con betas variantes e invariantes en el tiempo.

¹www.riskamerica.com

6.2.1. Último Precio Observado

Esta metodología, consiste en utilizar el último precio de cierre observado como estimación del precio de las acciones no transadas. Actualmente, este es el método tradicionalmente utilizado por la mayoría de las instituciones financieras Chilenas para solucionar el problema de los paneles incompletos de precios, al igual que por la Superintendencia de Administradoras de Fondos de Pensiones (SAFP)².

6.2.2. CAPM beta invariante en el tiempo

Este método consiste en estimar los retornos de acciones no transadas mediante el modelo CAPM. En este caso, los betas serán estimados históricamente de la siguiente forma:

$$\beta_i = \frac{Cov(R_i, R_m)}{Var(R_m)} \quad (6.1)$$

Donde:

$$E(X) = \mu \quad (6.2)$$

$$E(Y) = \nu \quad (6.3)$$

$$Cov(X, Y) = E((X - \mu)(Y - \nu)) \quad (6.4)$$

$$Var(X) = E((X - \mu)^2) \quad (6.5)$$

De esta manera, la covarianza entre la acción y el mercado se estima para los días comunes de retorno, pero dado que el mercado siempre es “transado”, equivale a utilizar el número de días en que la acción posee retornos.

²Específicamente, la SAFI utiliza el último precio observado, pero no el precio de cierre, sino que un “precio ponderado del día”. Éste se calcula ponderando las transacciones válidas diarias, según el porcentaje que represente el número de unidades transadas en cada una de las operaciones respecto del total de acciones transadas en el día. Por transacción válida se entiende aquella cuyo monto transado sea mayor a 150 UF.

6.2.3. CAPM beta variante en el tiempo

En esta metodología, se estiman betas variantes en el tiempo modelando las varianzas y covarianzas de las acciones con el mercado:

$$\beta_{i,t} = \frac{Cov_t(R_i, R_m)}{Var_t(R_m)} \quad (6.6)$$

Para la estimación de las varianzas y covarianzas variantes en el tiempo, se utiliza el método Flexible Multivariate GARCH (FlexM) desarrollado por Ledoit et al. (2003) el cual se detalla en el anexo B.

El principal problema de esta metodología, es que exige paneles completos de retornos. Lo que se hace en este caso, es completar la serie utilizando la metodología CAPM con betas invariantes en el tiempo, manteniendo el enfoque principal del método que es utilizar el CAPM como modelo comparativo.

6.3. Metodología de valorización

La metodología de valorización presentada en esta investigación, busca darle valor a las acciones en días en que éstas no son transadas. Para los días en que éstas se transan, su valor es su precio de transacción. De esta manera, una vez estimados los retornos para cada una de las metodologías de valorización, el precio de una determinada acción se compondrá como se señala en la tabla 6.1:

TABLA 6.1. Composición de precios

	Precio Realizado	Retornos Estimados	Precio Estimado	Valor Acción
$t = 0$	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$t = 1$	$P_{real,1}$	$\tilde{r}_{1,0}$	$\tilde{P}_{est,1}$	$P_{real,1}$
$t = 2$	$P_{real,2}$	$\tilde{r}_{2,1}$	$\tilde{P}_{est,2} = P_{real,1}e^{\tilde{r}_{2,1}}$	$P_{real,2}$
$t = 3$	$P_{real,3}$	$\tilde{r}_{3,2}$	$\tilde{P}_{est,3} = P_{real,2}e^{\tilde{r}_{3,2}}$	$P_{real,3}$
$t = 4$	no hubo precio	$\tilde{r}_{4,3}$	$\tilde{P}_{est,4} = P_{real,3}e^{\tilde{r}_{4,3}}$	$P_{est,4}$
$t = 5$	no hubo precio	$\tilde{r}_{5,4}$	$\tilde{P}_{est,5} = P_{real,3}e^{\tilde{r}_{4,3}+\tilde{r}_{5,4}}$	$P_{est,5}$
$t = 6$	$P_{real,6}$	$\tilde{r}_{6,5}$	$\tilde{P}_{est,6} = P_{real,3}e^{\tilde{r}_{4,3}+\tilde{r}_{5,4}+\tilde{r}_{6,5}}$	$P_{real,6}$
$t = 7$	$P_{real,7}$	$\tilde{r}_{7,6}$	$\tilde{P}_{est,7} = P_{real,6}e^{\tilde{r}_{7,6}}$	$P_{real,7}$
$t = 8$	no hubo precio	$\tilde{r}_{8,7}$	$\tilde{P}_{est,8} = P_{real,7}e^{\tilde{r}_{8,7}}$	$P_{est,8}$
$t = 9$	$P_{real,9}$	$\tilde{r}_{9,8}$	$\tilde{P}_{est,9} = P_{real,7}e^{\tilde{r}_{8,7}+\tilde{r}_{9,8}}$	$P_{real,9}$

Como se puede apreciar, el precio estimado para cada uno de los días se basa en el último precio de transacción. En $t=4$, el precio estimado será $P_{real,3}e^{\tilde{r}_{4,3}}$ y debido a que la acción no fue transada ese día, dicho precio corresponde al valor final de la acción. En $t=6$, dado que la acción no se transó en $t=4$ y $t=5$ su precio estimado será $P_{real,3}e^{\tilde{r}_{4,3}+\tilde{r}_{5,4}+\tilde{r}_{6,5}}$, sin embargo, como la acción se transó ese día, su valor final corresponde al precio de transacción.

Ahora, como no existe forma de saber cuánto es el valor real de una acción no transada, para medir el desempeño de cada uno de los modelos lo que se hace es estimar retornos de acciones transadas suponiendo que éstas no se transaron. De esta manera se puede comparar el valor estimado por cada uno de los modelos con el valor real de la acción.

Para llevar a cabo esta medición, se deben tener en cuenta diversos detalles. En primer lugar, para los modelos CAPM y GLFM se debe construir un portafolio de mercado suponiendo que la acción no se transó. Esto para que el retorno de mercado no se vea influenciado por el retorno de la acción que se supone no transada. En este caso, el IPSA mantiene el último precio observado para cada acción. En segundo lugar, si en un determinado día hay n acciones transadas, el modelo GLFM debe ser estimado n veces suponiendo en cada una de las estimaciones que la acción i ($i = 1 \dots n$) no fue transada y de esta forma obtener una estimación para la misma.

6.4. Resultados valorización

Los resultados se diferenciarán entre los períodos dentro y fuera de muestra. En este caso, los resultados dentro de la muestra no son un indicador ideal del rendimiento práctico (uso diario) del modelo principalmente por dos razones. En primer lugar, son poco realistas ya que los parámetros de los modelos son calibrados con la información utilizada para evaluarlos. En segundo lugar, tienden a favorecer a los modelos con más grados de libertad.

Sin embargo, los resultados dentro de la muestra poseen otro tipo de relevancia, como por ejemplo ser un *benchmark* o punto de comparación con los resultados fuera de muestra.

Al momento de valorizar activos, se desea por un lado que el error cometido sea el menor posible, y por otro que éste sea lo menos volátil posible. De esta manera, la evaluación de los resultados se realizará mediante dos indicadores de error, el MAE y el RMSE³:

$$MAE^j = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\left| \frac{\tilde{P}_i^j - P_i^j}{P_i^j} \right| \right) \quad (6.7)$$

$$RMSE^j = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left(\frac{\tilde{P}_i^j - P_i^j}{P_i^j} \right)^2} \quad (6.8)$$

Donde \tilde{P}_i^j es el valor estimado del precio i para la acción j , P_i^j el valor observado del mismo y n es el tamaño de la muestra. El indicador MAE^j , simplemente entrega la media del error absoluto en la muestra para la acción j , mientras que el $RMSE^j$, al elevar al cuadrado la diferencia del error, penaliza de mayor forma a los *outliers* o errores que se encuentren muy fuera de la media del error de la acción j , siendo una medida de volatilidad de los errores. De esta manera, ambos miden características distintas de las estimaciones de los modelos.

³Siglas en inglés para *Mean Absolute Error* y *Root Mean Squared Error*

6.4.1. Resultados dentro de la muestra

Los resultados dentro de la muestra, corresponden al período de los años 2003 a 2006. La tabla 6.2 muestra los resultados desglosados por año de cada una de las metodologías evaluadas. Estos corresponden al promedio de los errores MAE^j y $RMSE^j$ por acción:

$$MAE = \frac{1}{75} \sum_{i=1}^{75} MAE^j \quad (6.9)$$

$$RMSE = \frac{1}{75} \sum_{i=1}^{75} RMSE^j \quad (6.10)$$

TABLA 6.2. Resultados *in sample* desglosados por año, correspondientes al promedio de los errores MAE^j y $RMSE^j$ por acción. Valores en puntos base.

	2003		2004		2005		2006	
	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
Últ. Precio Observado	172,7	241,4	188,0	263,2	147,5	201,3	130,7	185,6
CAPM Beta Variante	164,6	232,3	182,4	253,7	141,5	192,7	125,2	177,4
CAPM Beta Invariante	163,3	230,0	181,6	255,1	139,8	191,2	123,6	175,2
GLFM 1 Factor	160,8	226,6	180,2	254,9	139,3	190,8	122,6	173,5
GLFM 2 Factores	159,0	225,2	179,7	254,1	138,8	190,2	122,0	172,5
GLFM 3 Factores	158,6	224,4	179,1	254,3	137,6	188,2	121,4	172,1

Como se puede apreciar, las metodologías CAPM y GLFM se comportan consistentemente mejor que la solución tradicional de utilizar el último precio observado. Particularmente, los modelos GLFM con 1, 2 y 3 factores presentan un mejor desempeño que los modelos CAPM alternativos.

Por otra parte, transversal a todas las metodologías, se puede observar que el año 2004 existe un aumento en el error promedio. Esto sucede debido al nacimiento de las acciones SCHWAGER, TATTERSALL, y PILMAIQUEN, las cuales tienen un comienzo bastante volátil, generando errores elevados en su estimación. La tabla 6.3 muestra los resultados quitando el efecto de estas tres acciones:

TABLA 6.3. Resultados *in sample* desglosados por año, correspondientes al promedio de los errores MAE^j y $RMSE^j$ por acción, quitando el efecto de las acciones SCHWAGER, TATTERSALL y PILMAIQUEN. Valores en puntos base.

	2003		2004		2005		2006	
	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
Últ. Precio Observado	172,7	241,4	150,9	205,9	147,5	201,3	130,7	185,6
CAPM Beta Variante	164,6	232,3	145,3	198,7	141,5	192,7	125,2	177,4
CAPM Beta Invariante	163,3	230,0	144,9	197,8	139,8	191,2	123,6	175,2
GLFM 1 Factor	160,8	226,6	144,7	198,2	139,3	190,8	122,6	173,5
GLFM 2 Factores	159,0	225,2	143,0	195,5	138,8	190,2	122,0	172,5
GLFM 3 Factores	158,6	224,4	142,1	193,2	137,6	188,2	121,4	172,1

Como se puede observar, al quitar el efecto de estas tres acciones para el año 2004, los errores disminuyen a medida que aumentan los años. Esto tiene directa relación con la presencia de las acciones. Como se muestra en la tabla 6.4 la presencia promedio de las acciones seleccionadas aumenta a medida que aumentan los años, por ende, dado que los datos son los que finalmente determinan los parámetros de los modelos, éstos tienden a ajustarse naturalmente a las zonas donde las acciones tienen mayor presencia.

TABLA 6.4. Presencia promedio anual de las acciones seleccionadas

Año	Presencia Promedio
2003	49%
2004	59%
2005	69%
2006	75%

Otro resultado interesante, es que las mejoras de los modelos GLFM son consistentes tanto en el error MAE como en RMSE. Esto indica que además de haber mejoras en el promedio absoluto del error, los modelos GLFM poseen errores menos volátiles lo cual es una característica deseada al momento de valorizar activos. La tabla 6.5 muestra las mejoras del modelo GLFM 2 factores respecto a las metodologías alternativas.

TABLA 6.5. Mejoras *in sample* del modelo GLFM 2 factores *versus* metodologías alternativas.

	2003		2004		2005		2006	
	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE	MAE	RMSE
Últ. Precio Observado	7,9%	6,7%	5,3%	5,0%	5,9%	5,5%	6,7%	7,1%
CAPM Beta Variante	3,4%	3,0%	1,6%	1,6%	2,0%	1,3%	2,6%	2,8%
CAPM Beta Invariante	2,6%	2,1%	1,3%	1,1%	0,7%	0,5%	1,3%	1,5%

Por otra parte, resulta atractivo desglosar los resultados por rango de presencia de las acciones, de forma de determinar qué modelo resulta más conveniente para cada rango. Las tablas 6.6 y 6.7 muestran los errores MAE y RMSE de cada una de las metodologías desglosados por presencia.

TABLA 6.6. Error MAE *in sample* desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.

Presencia	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
100%	99,5	78,7	77,6	77,7	77,3	77,0
80% - 100%	121,1	107,8	107,0	106,9	104,5	102,8
60% - 80%	123,2	117,8	116,8	113,7	111,0	108,3
40% - 60%	223,6	219,3	217,0	216,4	215,9	214,2
20% - 40%	164,3	162,6	161,5	160,5	159,5	160,9
20% o menor	211,0	224,2	221,7	214,2	211,9	211,0

TABLA 6.7. Error RMSE *in sample* desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.

Presencia	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
100%	134,0	107,8	106,5	106,5	105,9	105,6
80% - 100%	166,5	149,7	148,4	148,1	144,1	141,8
60% - 80%	172,7	165,1	163,8	163,3	157,0	153,4
40% - 60%	344,4	333,3	335,9	331,2	329,6	330,1
20% - 40%	245,7	243,7	241,4	239,7	238,0	240,0
20% o menor	305,4	320,0	317,6	305,2	306,3	306,9

Se puede apreciar que tanto para el error RMSE como para el MAE, los modelos GLFM proporcionan una mejoría para todos los rangos de presencia. Sin embargo, mejora más mientras mayor es la presencia. Esto tiene directa relación con la explicabilidad que posee el modelo para las distintas acciones. A medida que la presencia disminuye, por un lado hay cada vez menos datos para estimar el comportamiento de las acciones y además sus dinámicas se tornan más complejas de modelar, con movimientos erráticos y

alta volatilidad. En el anexo F se muestran los R2 de las distintas acciones, ordenados por presencia dentro de muestra. Este coeficiente es calculado mediante el cociente entre la volatilidad explicada por el modelo y la volatilidad total de las observaciones. Particularmente, la volatilidad que no es explicada por el modelo, se puede observar como el parámetro δ en el anexo E, mientras que la volatilidad total se obtiene de la ecuación 5.11. En general, a medida que disminuye la presencia, disminuye también el R2 para la acción. Adicionalmente, la tabla 6.8 muestra un promedio de los R2 para la metodología GLFM. Es importante destacar que dicha tabla sirve como un indicador global del comportamiento de los modelos, sin embargo, los R2 por acción son muy variables, tal como se puede observar en los resultados señalados en el anexo F:

TABLA 6.8. R2 promedio de las metodologías GLFM

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
R2	21,9%	26,1%	26,5%

Como se puede observar, si bien un tercer factor genera un aumento en la explicabilidad del modelo, la mejora no es sustancial. Otro análisis interesante de realizar es comparar las estimaciones de los retornos con sus valores reales, mediante una regresión lineal simple de la siguiente forma:

$$r = \alpha \hat{r} + \gamma \quad (6.11)$$

Donde r es el valor real del retorno, \hat{r} el valor estimado del mismo, y α, γ son constantes de la regresión. Óptimamente, los valores de α y γ debieran ser 1 y 0 respectivamente. La figura 6.1 muestra los resultados de esta regresión para las acciones CAP y CCU:

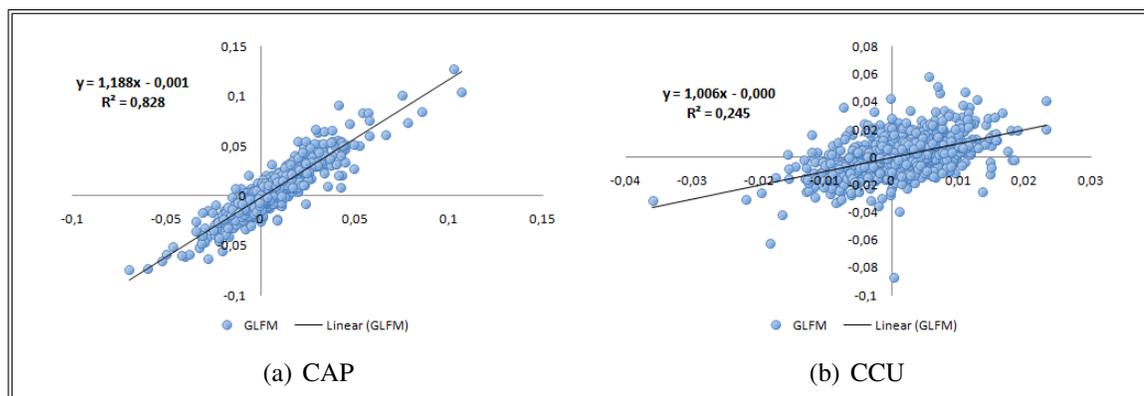


FIGURA 6.1. Regresión lineal de acciones CAP y CCU *in sample*, entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores

En general los resultados son bastante buenos, obteniendo R2 sobre el 20% para la mayoría de las acciones estimadas y coeficientes siempre cercanos a sus valores óptimos. En el anexo F se pueden apreciar resultados para otras de las acciones estimadas, utilizando el modelo GLFM 2 factores.

6.4.2. Resultados fuera de la muestra

Como se señaló previamente, los resultados fuera de la muestra corresponden al año 2007. La tabla 6.9 provee un resumen de los resultados durante el año, donde se muestra el promedio de los errores MAE y RMSE por acción.

TABLA 6.9. Resultados *out of sample* para el año 2007. Valores en puntos base.

	2007	
	MAE	RMSE
Últ. Precio Observado	140,3	189,8
CAPM Beta Variante	125,1	170,2
CAPM Beta Invariante	126,1	170,0
GLFM 1 Factor	121,9	164,5
GLFM 2 Factores	120,6	162,6
GLFM 3 Factores	120,0	162,0

La tabla 6.10 señala las mejoras del modelo GLFM 2 factores *versus* las metodologías alternativas de valorización.

TABLA 6.10. Mejoras *out of sample* del modelo GLFM 2 factores *versus* metodologías alternativas

	2007	
	MAE	RMSE
Últ. Precio Observado	16,3%	22,6%
CAPM Beta Variante	3,7%	6,3%
CAPM Beta Invariante	4,5%	6,1%

En términos globales el modelo GLFM provee mejores resultados que las metodologías alternativas. Cabe destacar que la inclusión de un tercer factor en el modelo GLFM no representa mayor diferencia en los resultados fuera de muestra. Además, el modelo GLFM de un factor ya presenta mejoras sustanciales frente a las metodologías alternativas.

De forma de verificar si estos resultados son sostenidos a lo largo del año, las tablas 6.11 y 6.12 desglosan los errores MAE y RMSE respectivamente, en meses.

TABLA 6.11. Error MAE *out of sample* desglosado por meses. Valores en puntos base.

	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
Enero	124,8	115,2	115,1	114,1	113,2	113,4
Febrero	165,2	135,6	137,8	130,8	127,8	127,6
Marzo	123,0	111,0	109,8	109,1	109,2	106,4
Abril	116,6	114,5	114,4	112,2	111,8	110,6
Mayo	144,6	133,4	136,6	131,8	130,5	129,6
Junio	134,9	126,2	128,0	125,7	123,4	122,3
Julio	123,9	119,0	119,1	115,9	115,4	114,8
Agosto	173,7	139,8	135,6	127,7	124,3	124,8
Septiembre	126,4	109,3	111,4	108,1	107,4	107,1
Octubre	119,9	111,7	113,6	112,4	112,3	110,9
Noviembre	162,5	137,9	137,6	129,0	129,0	129,8
Diciembre	169,4	152,8	163,7	156,1	151,5	150,9

Como se puede apreciar, el modelo GLFM posee un mejor desempeño que las metodologías alternativas de forma sostenida a lo largo del año 2007 tanto en MAE como

TABLA 6.12. Error RMSE *out of sample* desglosado por meses. Valores en puntos base.

	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
Enero	162,0	149,8	149,5	147,8	146,6	146,3
Febrero	213,5	176,3	175,8	166,6	163,7	163,8
Marzo	153,8	140,0	139,2	137,4	137,5	135,3
Abril	149,8	145,6	145,3	142,7	142,4	140,8
Mayo	190,7	173,2	175,3	169,8	168,3	167,4
Junio	181,0	168,4	169,4	166,8	163,2	162,8
Julio	157,6	153,0	153,0	149,5	148,8	147,4
Agosto	221,4	182,7	174,8	164,1	160,2	160,9
Septiembre	158,0	139,9	142,2	139,2	138,4	137,4
Octubre	152,6	143,6	146,0	144,6	144,5	141,8
Noviembre	203,6	175,3	174,5	164,1	163,8	164,7
Diciembre	214,0	191,6	201,5	192,6	187,5	186,3

en RMSE. Se destaca nuevamente el modelo de GLFM de un factor, el cual logra mejoras sustanciales y sostenidas frente a las metodologías alternativas.

Adicionalmente, es importante verificar que estos resultados sean consistentes tanto para las acciones con alta y baja presencia. Para ello, las tablas 6.13 y 6.14 desglosan los resultados por rango de presencia.

TABLA 6.13. Error MAE *out of sample* desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.

Presencia	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
100%	128,5	93,8	90,9	90,3	88,5	87,2
80% - 100%	142,3	130,6	129,9	126,5	124,3	122,9
60% - 80%	140,4	133,4	132,9	130,8	131,0	129,6
40% - 60%	158,6	155,9	169,7	153,6	152,2	151,8
20% - 40%	152,2	166,2	172,1	152,4	151,9	153,3

TABLA 6.14. Error RMSE *out of sample* desglosado por rango de presencias. Valores en puntos base.

Presencia	Últ. Precio Obs.	CAPM Beta Var.	CAPM Beta Invar.	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.
100%	170,5	127,0	122,2	121,2	118,5	116,9
80% - 100%	193,7	178,2	176,3	172,6	169,2	167,6
60% - 80%	191,1	181,7	180,1	176,8	176,7	175,7
40% - 60%	213,0	208,8	221,5	207,6	208,4	206,4
20% - 40%	214,0	230,3	237,7	214,6	212,0	213,2

Nuevamente, el modelo GLFM provee mejoras para todos los rangos de presencia tanto en MAE como RMSE. Al igual que en el resultado dentro de muestra, la mejoría del modelo GLFM es cada vez menor a medida que disminuye la presencia. Esto va acorde

con la disminución en la explicabilidad de las acciones de baja presencia. En el anexo F se muestran los R2 de las distintas acciones para el período *out of sample*.

6.5. Riesgo

El riesgo relevante en mercados accionarios, se puede capturar a través de la matriz de varianza-covarianza entre los retornos de las distintas acciones. De esta manera, en esta sección se analizan los resultados obtenidos para la estimación de dicha matriz, y sus implicancias tanto en los betas de las acciones, como en el cálculo del *Value-at-Risk* (VaR) de acciones y portafolios. Particularmente el VaR, resulta muy interesante de evaluar ya que permite validar los resultados a través de procesos de *back-testing* o comprobación.

Resulta relevante observar la estabilidad de la medida de riesgo a través del tiempo. La figura 6.2 muestra la desviación estándar anualizada del IPSA desde el año 1994 hasta el 2007 para la metodología GLFM 2 factores, añadiéndose la desviación por media móvil de 6 meses y la histórica para el período en cuestión.

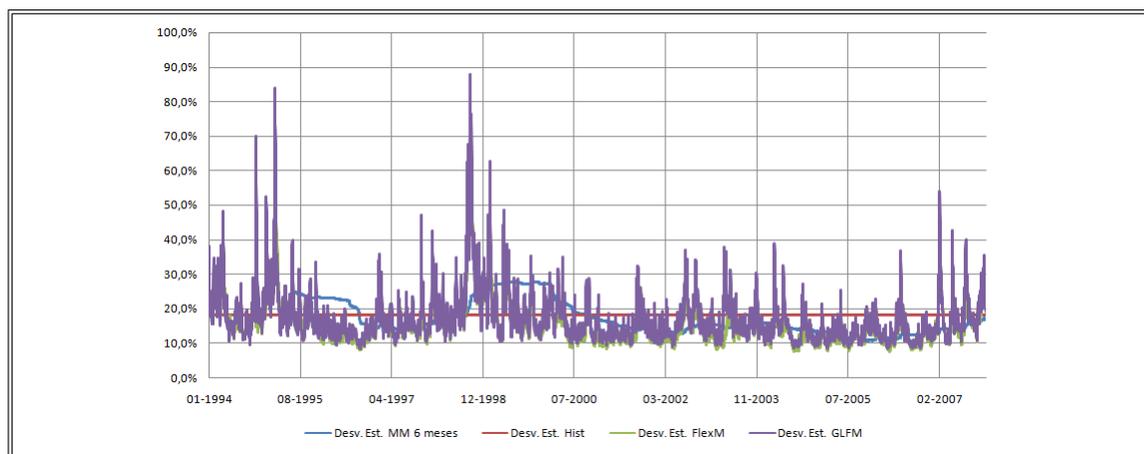


FIGURA 6.2. Desviación estándar anualizada del IPSA desde el año 1994 hasta el 2007 para las distintas metodologías

Adicionalmente, es interesante realizar un paralelo entre los retornos y la volatilidad de este índice accionario. Por definición, cuánto mayor sea el cambio en los retornos, mayor será la volatilidad. La figura 6.3 grafica esta situación.

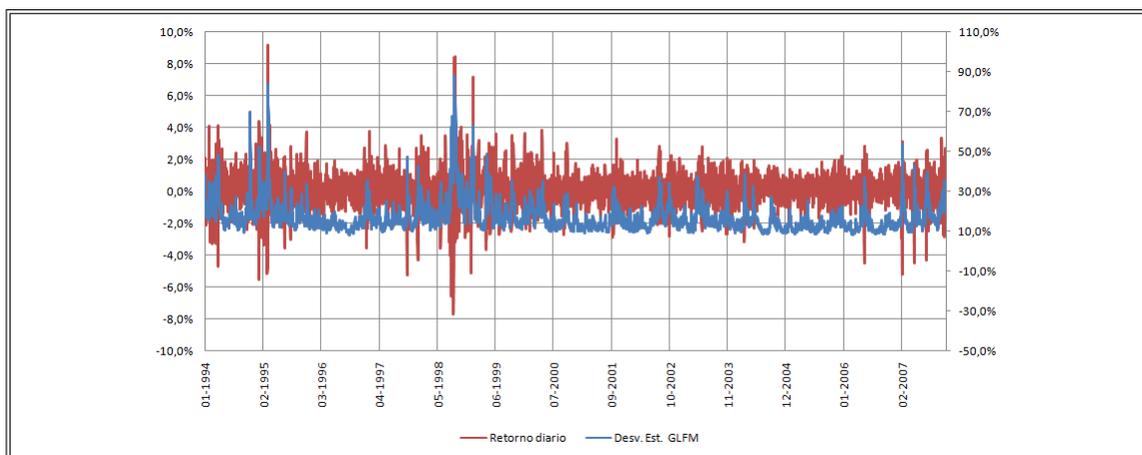


FIGURA 6.3. Retornos diarios del IPSA *versus* su desviación estándar del modelo GLFM 2 factores, desde el año 1994 hasta el 2007.

A partir de los gráficos, se pueden apreciar etapas de alta volatilidad en el mercado Chileno, donde destaca fuertemente el período de la crisis Asiática entre los años 1998 y 1999, además de la crisis Mexicana (*Efecto Tequila*) durante los años 1994 y 1995. En menor grado, el año 2007 también se distingue por su alta volatilidad. Las figuras F.3, F.4, F.5, F.6 muestran las desviaciones estándar anualizadas de diversas acciones estimadas. Adicionalmente se grafica la volatilidad obtenida mediante el modelo FlexM⁴. Cada una de las acciones poseen comportamientos particulares, sin embargo, todas a excepción de CAP reflejan un aumento en su volatilidad durante el año 2007.

6.5.1. Beta de las acciones

El parámetro beta, entrega una medida de la sensibilidad de las acciones respecto al riesgo de mercado o no diversificable. De esta manera, resulta interesante observar el comportamiento de los mismos en el tiempo, dada la estimación de la matriz de varianza-covarianza. La figura 6.4 muestra la dinámica de los betas de la acción COPEC estimados mediante las metodologías GLFM y FlexM, además de los betas históricos de la acción para el período en cuestión.

⁴Ver Anexo B

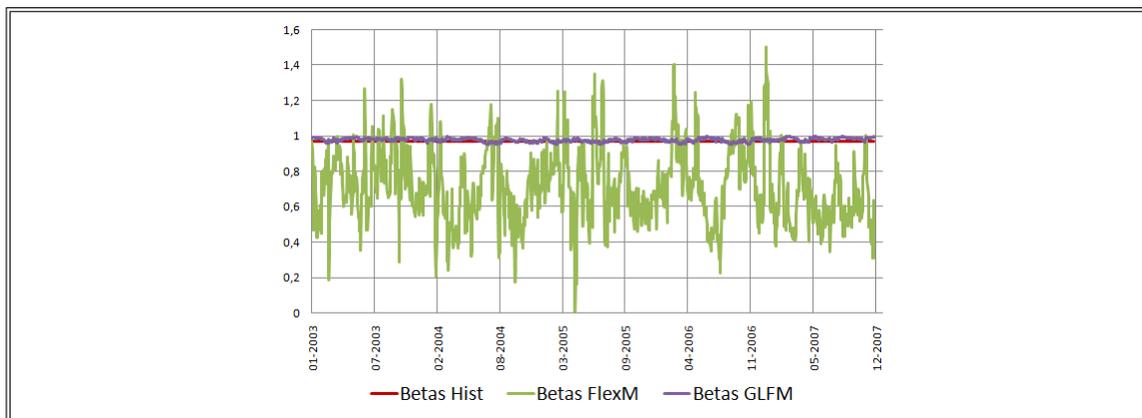


FIGURA 6.4. Betas para la acción COPEC estimados por los modelos GLFM 2 factores, FlexM e histórico

Los betas de la metodología FlexM resultan ser extremadamente volátiles, contradiciendo la gran mayoría de la literatura que señala que si bien los betas varían en el tiempo, este cambio es parsimonioso y sin mucha variabilidad. La metodología GLFM en cambio, ofrece betas mucho más estables y consecuentes con el beta histórico de la acción. La figura 6.5 es similar a la figura 6.4, con la diferencia que no se grafican los betas FlexM y se realiza un cambio de escala en el eje de las ordenadas.

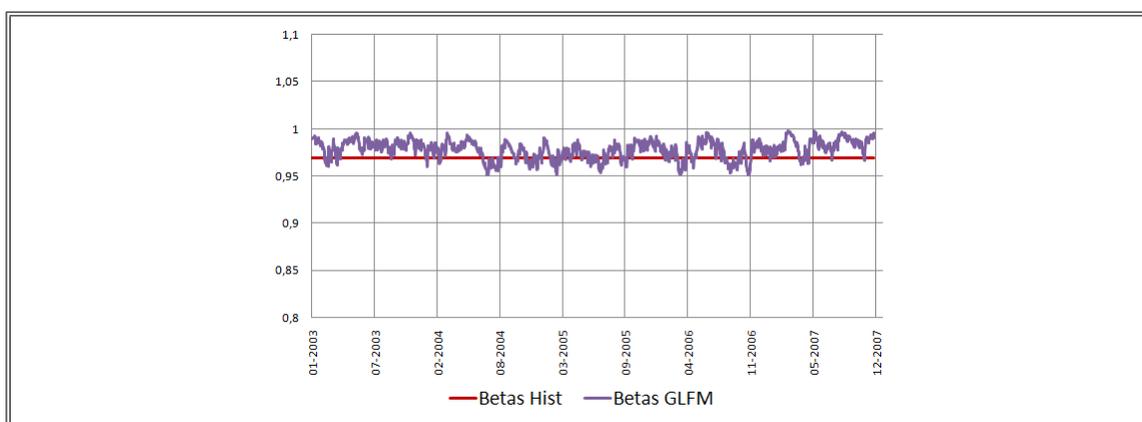


FIGURA 6.5. Betas para la acción COPEC estimados por los modelos GLFM 2 factores e histórico

Esta situación se repite para todas las acciones estimadas. Las figura 6.6 muestra el mismo comportamiento para la acción QUIÑENCO.

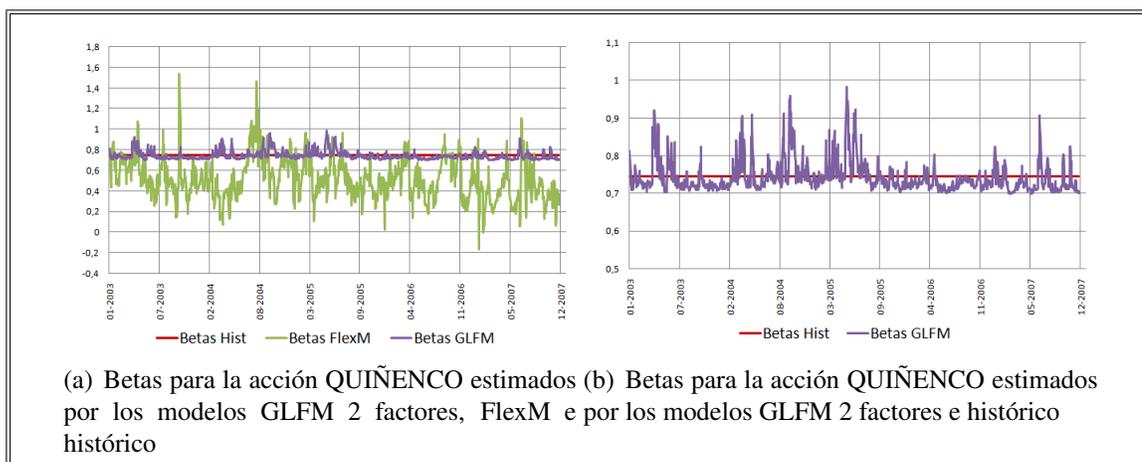


FIGURA 6.6. Betas para la acción QUIÑENCO

La figura F.7 presenta gráficos para los betas de diversas acciones estimadas. En ella, se puede apreciar que este comportamiento se presenta en cada una de ellas.

Adicionalmente, la tabla F.4 presenta los betas al término de los períodos dentro y fuera de muestra (29 de diciembre de 2006 y 28 de diciembre de 2007). En ella, se pueden observar tanto los betas históricos como los entregados por los modelos GLFM.

6.5.2. VaR

Un importante uso de la matriz de varianza-covarianza ocurre en la gestión del riesgo, y particularmente en el cálculo del *Value-at-Risk* (VaR). Este concepto, proviene de la necesidad de cuantificar con determinado nivel de significancia o incertidumbre el monto o porcentaje de pérdida que un portafolio enfrentará en un período predefinido de tiempo. Formalmente⁵, dado un intervalo de confianza $\alpha \in (0, 1)$, el VaR de un portafolio se determina como el menor valor de l tal que la probabilidad que la pérdida L exceda a l no sea mayor a $1 - \alpha$:

$$VaR_{\alpha} = \inf \{l \in \mathfrak{R} : P(L > l) \leq 1 - \alpha\} \quad (6.12)$$

⁵Definición según McNeil, Frey, y Embrechts (2005)

En palabras simples, un $VaR_{5\%}=l$ a un día de un determinado portafolio, significa que dicho portafolio tendrá una pérdida mayor a l una de cada veinte veces (5% de las veces). Ahora, para estimar el VaR existen básicamente tres metodologías:

- Metodología Paramétrica: Ajusta la historia de los retornos de un determinado portafolio a una distribución conocida. Una vez estimados los parámetros de dicha distribución, se calcula el VaR utilizando la distribución asumida.
- Metodología de Simulación Histórica: Se realiza en función de los retornos históricos del portafolio en cuestión, sin suponer *a priori* ningún tipo de distribución para los retornos.
- Metodología de Simulación de Monte Carlo: Se estima un proceso estocástico utilizando los datos históricos. Luego se simula este proceso y se calcula el VaR.

En esta investigación, se analiza el VaR calculado mediante los métodos paramétricos GLFM, FlexM⁶ y RiskMetrics⁷, además de la metodología de simulación histórica. En los modelos paramétricos, dado que todos asumen una distribución normal para los retornos, la estimación del VaR en el instante t se obtiene de la siguiente manera:

$$VaR_{\alpha,t} = M_t(e^{(\mu_t + \sigma_t \kappa)} - 1) \quad (6.13)$$

$$\alpha = 5\% \rightarrow \kappa \approx -1,645 \quad (6.14)$$

$$\alpha = 1\% \rightarrow \kappa \approx -2,326 \quad (6.15)$$

Donde M es el monto invertido en el portafolio en el instante t , μ_t la media de los retornos del portafolio en el instante t , σ_t la desviación estándar del portafolio para el instante t , y κ el número de desviaciones estándar necesarias para alcanzar el nivel de significancia deseado⁸. Los tres métodos paramétricos estudiados, poseen σ_t variante en el tiempo, sin embargo, sólo el modelo GLFM posee μ_t variante en el tiempo.

⁶Ver Anexo B

⁷Ver Anexo C

⁸Es importante recordar que se está trabajando con retornos logarítmicos, es por ello que se utiliza la fórmula $e^{(\mu_t + \sigma_t \kappa)} - 1$

Para la metodología de simulación histórica, lo que se hace es realizar un histograma con los retornos históricos del activo, para luego obtener el retorno al percentil α del mismo (\hat{r}_α). Luego, el VaR en el instante t se calcula como:

$$VaR_{\alpha,t} = M_t * (e^{\hat{r}_\alpha} - 1) \quad (6.16)$$

Ahora, para evaluar cada una de estas metodologías en el mercado Chileno, lo que se hace es estimar un $VaR_{\alpha,t}$ condicional a la información que se tiene hasta $(t - 1)$, para un período definido de tiempo. Particularmente, esta evaluación se realizará para el período fuera de muestra (año 2007). Hecho esto, se define una variable h_t de la siguiente manera:

$$h_t = I \left\{ M_t(e^{r_t} - 1) < \widehat{VaR}_{\alpha,t} \right\} \quad (6.17)$$

Donde $I \{ \cdot \}$ es la función indicatriz, r_t es el retorno realizado real del activo en el instante t , y $\widehat{VaR}_{\alpha,t}$ es el VaR estimado en t para un nivel de significancia α . De esta manera, la variable h_t es una secuencia de unos y ceros, donde el valor uno indica cuando la pérdida realizada fue mayor al VaR estimado.

Christoffersen (1998), señala que para medir la precisión en el cálculo del VaR de un determinado modelo, la variable h_t debe cumplir con dos propiedades:

- (i) Propiedad de Cobertura Incondicional: La probabilidad que h_t sea igual a 1, debe ser igual al nivel de significancia α elegido para el cálculo del VaR ($Pr(h_t = 1) = \alpha$). En otras palabras, el valor esperado de la variable h_t debe ser α .
- (ii) Propiedad de Independencia: Los elementos de la secuencia h_t deben ser independientes entre sí. En otras palabras, la historia de violaciones del VaR ($h_t = 1$), no debe entregar ninguna información sobre la ocurrencia de una nueva violación del nivel del VaR.

Ambas propiedades son importantes y miden distintos aspectos de la estimación del VaR. Si bien la propiedad de cobertura incondicional es la más intuitiva y estudiada al momento de medir el VaR, la propiedad de independencia es igualmente fundamental.

Como ejemplo, si se observa una secuencia donde las violaciones al $VaR_{5\%}$ ocurren siempre de a parejas, la probabilidad de observar una violación una vez que ya ocurrió una es 100%, cuando debiera ser 5%. De esta manera, el VaR señalado no refleja con exactitud la pérdida que se espera que sea excedida un 5% de las veces.

Para evaluar estas propiedades se utilizará el test de Kupiec y el de autocorrelación de Ljung Box. El test de Kupiec (1995) se enfoca exclusivamente en la propiedad de cobertura incondicional, y supone que si M es el número de violaciones del VaR ($h_t = 1$), entonces M sigue una distribución binomial con parámetros (N, p) , donde N es el número de mediciones del VaR (largo del vector h_t) y α el porcentaje esperado de violaciones del VaR:

$$\binom{N}{\alpha} \alpha^M (1 - \alpha)^{N-M} \quad (6.18)$$

De esta manera, el test de Kupiec es:

$$K = 2 \log \left(\left(\frac{1 - \hat{\alpha}}{1 - \alpha} \right)^{N-M} \left(\frac{\hat{\alpha}}{\alpha} \right)^M \right) \quad (6.19)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{M}{N} \quad (6.20)$$

Donde K distribuye chi-cuadrado (χ^2) con un grado de libertad. Bajo la hipótesis nula (H0), la proporción de pérdidas que exceden el VaR ($\hat{\alpha} = \frac{M}{N}$) es igual a α , entendiéndose que el VaR obtenido es adecuado bajo un cierto nivel de significancia. Para un 5%, el valor crítico del test es 3,84. Como se puede observar, a medida que $\hat{\alpha}$ se acerca a α , el test K tiende a cero indicando que la medición del VaR es precisa.

Por otra parte, el test de autocorrelación de Ljung-Box evalúa la propiedad de independencia del VaR. Como se señala en la sección 2.1, la hipótesis nula (H0) del test de Ljung-Box $Q_{lb}(n)$ señala que todos los coeficientes de las autocorrelaciones hasta el rezago n son estadísticamente iguales a cero. Es decir, al rechazar esta hipótesis, se acepta que al menos uno de los n coeficientes es significativamente distinto de cero. El valor

crítico está calculado a partir de una distribución chi-cuadrado (χ^2) de n grados de libertad para un determinado nivel de significancia.

6.5.2.1. Resultados VaR

En primer lugar, se evalúa el VaR en el período fuera de muestra para cada una de las 75 acciones. Dado que la evaluación es en un mercado con pocas transacciones, para la metodología RiskMetrics se supondrá que la volatilidad permanece constante hasta obtener un valor para el retorno de la acción. Para la metodología FlexM, al igual que en el proceso de valorización, se completa la serie de retornos utilizando la metodología CAPM con betas históricos. En el anexo F se muestran tablas con los resultados para los distintos modelos con un nivel de significancia del 5% en el VaR respectivamente. En general el modelo GLFM presenta mejores resultados respecto al resto de las metodologías. Las tablas 6.15 y 6.16 muestran un resumen de los resultados en términos globales y desglosados por presencia:

TABLA 6.15. Resultados promedio de la estimación del VaR con $\alpha = 5\%$, de cada una de las metodologías

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.	Histórico	RiskMetrics	FlexM
\widehat{VaR}	4,25%	4,29%	4,62%	8,35%	9,11%	7,65%

TABLA 6.16. Resultados promedio desglosados por presencia de la estimación del VaR con $\alpha = 5\%$, de cada una de las metodologías

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.	Histórico	RiskMetrics	FlexM
100%	3,10%	3,35%	3,88%	8,81%	7,86%	3,83%
80% - 100%	5,54%	5,23%	5,39%	8,85%	8,90%	7,80%
60% - 80%	3,76%	4,33%	4,46%	7,67%	10,23%	10,74%
40% - 60%	3,54%	3,52%	4,04%	6,27%	10,89%	10,51%
20% - 40%	5,87%	5,52%	5,70%	8,79%	10,24%	12,26%

Como se puede observar, los modelos GLFM poseen un valor estimado para el VaR bastante más cercano al nivel de significancia requerido respecto a las metodologías alternativas. Particularmente, los modelos histórico, RiskMetrics y FlexM, subestiman constantemente el valor del VaR (a excepción del modelo FlexM, para las acciones con

100% de presencia). La tabla 6.17 informa el porcentaje de acciones que aceptan las hipótesis H0 de los test Kupiec y Ljung-Box:

TABLA 6.17. Porcentaje de acciones que aceptan la hipótesis H0 de los test Kupiec y Ljung-Box para 12 niveles de rezagos. Ambos con un nivel de significancia del 5%

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.	Histórico	RiskMetrics	FlexM
Kupiec	97%	97%	96%	71%	52%	79%
Ljung-Box	77%	76%	73%	68%	85%	65%

Como se puede apreciar, la metodología GLFM nuevamente posee buen desempeño en comparación a las metodologías alternativas. Es interesante destacar, que el modelo RiskMetrics posee el índice más alto de acciones que aceptan la hipótesis H0 para el test de Ljung-Box. Sin embargo, su estimación del VaR, dista considerablemente de la significancia requerida.

Por otra parte, adicional al cálculo del VaR en las 75 acciones individualmente, se evaluó el mismo para 3 portafolios de acciones distintos. De esta manera, no sólo se evaluó el comportamiento de las varianzas, sino que de la matriz de covarianzas completa. Con el objetivo que los portafolios tuvieran una presencia adecuada durante el período fuera de muestra para ser evaluados, estos están compuestos por las 30, 35, y 40 acciones más líquidas, obteniéndose un 98%, 86% y 61% de presencia para cada uno de ellos respectivamente. Además, se supone igual ponderación de cada una de las acciones dentro de cada portafolio. Es importante recordar, que si w representa los pesos de cada acción dentro del portafolio ($\sum w = 1$), ϕ_t el vector de valores esperados en el instante t de cada una de las acciones que compone el portafolio, y Ω_t la matriz de varianza-covarianza en el instante t de las acciones que componen el portafolio, entonces la media $\mu_{p,t}$ y la desviación estándar $\sigma_{p,t}$ del mismo se obtienen de la siguiente forma:

$$\mu_{p,t} = w\phi_t \quad (6.21)$$

$$\sigma_{p,t} = w\Omega_t w' \quad (6.22)$$

Los resultados para el cálculo del VaR de los distintos portafolios se muestran en la tabla 6.18.

TABLA 6.18. Resultados de la estimación del VaR al 5% de los distintos portafolios a partir de cada una de las metodologías

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.	Histórico	RiskMetrics	FlexM
<i>port</i> _{98%}	4,15%	4,56%	4,98%	8,71%	8,30%	6,64%
<i>port</i> _{86%}	6,13%	5,66%	5,19%	10,85%	10,38%	8,49%
<i>port</i> _{61%}	6,67%	6,00%	6,00%	11,33%	12,67%	10,67%

Como se puede apreciar, nuevamente el modelo GLFM presenta muy buenos resultados, con niveles de VaR estimados muy cercanos al 5% de significancia. La tabla F.11 posee información adicional sobre los resultados del VaR calculados para dichos portafolios, incluyendo los dos tests relevantes.

6.6. Discusión de resultados

En líneas generales, el modelo GLFM obtuvo buenos resultados en su aplicación al mercado Chileno. En términos de valorización, se pudo constatar que posee un desempeño superior a las metodologías alternativas, tanto dentro como fuera de muestra. Además, se corroboró que este mejor comportamiento es sostenido y para todo rango de presencias. Por otra parte, el modelo GLFM con sólo un factor logró muy buenos resultados, sobre todo fuera de muestra.

Otro punto interesante de analizar, es la relación de los factores no observables con factores macroeconómicos presentes en la economía. Si bien los factores latentes tienen la función de capturar la dinámica del mercado, no necesariamente existe una relación directa entre un factor no observable, y un factor macroeconómico observable. Normalmente los factores latentes se interpretan como una función (portafolio) de factores macroeconómicos observables. Sin embargo, existen casos en que estos factores pueden ser interpretados. Particularmente en esta investigación, se pudo constatar que en cada uno de los modelos GLFM (1, 2 y 3 factores), existe una correlación extremadamente alta

entre uno de los factores y el mercado (IPSA). La tabla 6.19 muestra las correlaciones de los distintos factores y el mercado.

TABLA 6.19. Correlación entre el mercado (IPSA) y los factores de los modelos GLFM

GLFM 1 factor	GLFM 2 factores		GLFM 3 factores		
X_1	X_1	X_2	X_1	X_2	X_3
99,8%	24,7%	92,5%	96,9%	35,5%	10,6%

Este es un resultado sumamente interesante, ya que con el sólo hecho de extraer información de datos observados en el mercado y proveer de una determinada dinámica a los factores latentes, éstos capturaron el mercado como uno de los factores explicativos, en línea con modelos como el CAPM o Fama-French de tres factores los cuales utilizan el mercado como un factor observable dentro de su modelo.

Resulta atractivo evaluar también, el supuesto realizado sobre la matriz R de errores de medición del modelo GLFM. En la sección 5.2 se asumió que en línea con el modelo APT, la variabilidad que no es capaz de explicar el modelo viene dada por comportamientos propios (idiosincráticos) de cada acción, y no por movimientos comunes entre ellas. De hecho, son los factores no observables los encargados de modelar el comportamiento común de las acciones. Para evaluar este supuesto, lo que se hace es reordenar la ecuación 5.1 y armar una matriz con las diferencias entre los retornos realizados y los estimados por el modelo:

$$r_t - \lambda X_t = \eta_t \quad (6.23)$$

$$\eta_t | R \sim \mathcal{N}(0, R) \quad (6.24)$$

Obtenida dicha matriz, se calcula la matriz de varianza-covarianza de la misma, y es de esperar que sea similar a R , es decir con sus covarianzas iguales a cero. La evaluación se realizó para el período fuera de muestra con las 25 acciones que tienen un 100% de presencia en dicho período. Las tablas F.12, F.13 y F.14 muestra el resultado de esta evaluación utilizando el modelo con 1, 2 y 3 factores. Se puede observar que las correlaciones son cercanas a cero, validando el supuesto realizado.

En términos de volatilidad, el modelo GLFM consiguió muy buenas estimaciones del VaR, tanto para las acciones individuales como para los portafolios evaluados. Los modelos alternativos consistentemente subvaloraban al VaR, obteniendo demasiadas excepciones para el mismo, dado un cierto nivel de significancia. Una posible razón de este comportamiento, es que el año 2007 fue considerablemente más volátil que los anteriores, por ende, estos modelos no fueron capaces de adaptarse rápidamente al cambio en la dinámica de la volatilidad, subestimando constantemente el valor del VaR. El modelo GLFM en cambio, utiliza en cada instante la información del mercado para adaptarse a posibles cambios en el comportamiento del mismo.

7. CONCLUSIONES

El monitoreo y valorización diaria de carteras de activos es un proceso fundamental para cualquier institución financiera. Sin embargo, éste se dificulta en mercados de baja liquidez ya que muchos de los activos no son transados y por lo tanto no se dispone del valor de los mismos. Como solución a este problema, en esta investigación se desarrolló un modelo de valorización de acciones no transadas en base a variables latentes o no observables. Consiste en modelar los retornos como una combinación lineal de n factores no observables comunes más un error de medición, mientras que para la serie de tiempo o dimensión temporal de los factores, se utiliza una dinámica AR(1)-GARCH(1,1). Así, el proceso permite a los factores capturar la dinámica tanto del valor esperado como de las covarianzas de los retornos accionarios.

La estimación del modelo se realiza utilizando el filtro de Kalman extendido para paneles incompletos, incorporando la información de los instrumentos transados en el mercado. De esta manera, se obtienen estimaciones para todas las acciones no transadas, aún en días con muy pocas observaciones. Adicionalmente, una característica particular del filtro de Kalman, es que recursivamente estima la matriz de varianza-covarianza de las variables de estado, lo cual permite a su vez obtener matrices de varianza-covarianza para las acciones estimadas. Dicha matriz es un ingrediente esencial en diversas áreas financieras, como manejo del riesgo, selección de portafolios, *asset allocation*, entre otras; por lo que su estimación en mercados con pocas transacciones es un resultado sumamente relevante.

El modelo es evaluado empíricamente en el mercado Chileno para un universo de 75 acciones. Éste es comparado con modelos tradicionales como el CAPM con betas variantes e invariantes en el tiempo, y contra la solución tradicionalmente utilizada de mantener el último precio observado.

Los resultados muestran una significativa mejora en la valorización tanto dentro como fuera de la muestra. Además, se corroboró que este mejor comportamiento es sostenido

y para todo rango de presencias. Particularmente, el modelo de sólo un factor ya entrega mejorías considerables.

Por otra parte, se comprobó que para los modelos estudiados de 1, 2 y 3 factores, el mercado, en este caso el IPSA, es capturado en uno de los factores latentes, siguiendo la línea de modelos como el CAPM y Fama-French de tres factores, que utilizan al mercado como un factor observable.

Adicionalmente, en lo que respecta a la estimación de matrices de varianza-covarianza, se logran muy buenos resultados para el cálculo del VaR en comparación a modelos como RiskMetrics y FlexM, tanto en acciones individuales como en portafolios.

Una interesante extensión al modelo desarrollado en esta investigación tiene relación con el modelamiento de la volatilidad. En primer lugar, se podría relajar la suposición de ortogonalidad de los factores latentes, y modelar las covarianzas mediante alguna dinámica apropiada. Por otra parte, la incorporación de volatilidad estocástica aparece como un desarrollo futuro interesante. Además, evaluaciones con otro tipo de distribuciones de probabilidad para la serie de retornos, y el uso de otras metodologías de estimación como *Markov Chain Monte Carlo* (MCMC), se plantean como interesantes desarrollos futuros.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar, O., West, M. (2000). Bayesian Dynamic Factor Models and Portfolio Allocation. *Journal of Business & Economic Statistics*, 18(3), 338–357.

Andersen, T., Bollerslev, T., Diebold, F. (2002). Parametric and Nonparametric Volatility Measurement. *NBER Working Paper*.

Andersen, T., Bollerslev, T., Lange, S. (1999). Forecasting Financial Market Volatility: Sample Frequency vis-a-vis Forecast Horizon. *Journal of Empirical Finance*, 6(5), 457–477.

Babbs, S., Nowman, K. (1999). Kalman Filtering of Generalized Vasicek Term Structure Models. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 34(1), 115–130.

Bao, Y., Lee, T., Saltoglu, B. (2006). Evaluating Predictive Performance of Value-at-Risk Models in Emerging Markets: A Reality Check. *Journal of Forecasting*, 25(2), 101–128.

Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307–327.

Bollerslev, T. (1990). Modelling the Coherence in Short-Run Nominal Exchange Rates: A Multivariate Generalized Arch Model. *The Review of Economics and Statistics*, 72(3), 498–505.

Bollerslev, T., Chou, R., Kroner, K. (1992). ARCH Modeling in Finance. *Journal of Econometrics*, 52(1), 5–59.

Bos, T., Fetherston, T., Martikainen, T., Perttunen, J. (1995). The International Co-Movements of Finish Stocks. *The European Journal of Finance*, 1(1), 95–111.

Bos, T., Newbold, P. (1984). An Empirical Investigation of the Possibility of Stochastic Systematic Risk in the Market Model. *The Journal of Business*, 57(1), 35–41.

Braun, P., Nelson, D., Sunier, A. (1995). Good News, Bad News, Volatility, and Betas. *The Journal of Finance*, 50(5), 1575–1603.

Brooks, R., Faff, R., Ariff, M. (1997). The Nature and Extent of Beta Instability in the Kuala Lumpur Stock Market. *Capital Markets Review*, 4(2).

Brooks, R., Faff, R., Lee, J. (1992). The Form of Time Variation of Systematic Risk: Some Australian Evidence. *Applied Financial Economics*, 2(4), 191–198.

Brooks, R., Faff, R., McKenzie, M. (1998). Time-Varying Beta Risk of Australian Industry Portfolios: A Comparison of Modelling Techniques. *Australian Journal of Management*, 23(1).

Burmeister, E., McElroy, M. (1988). Joint Estimation of Factor Sensitivities and Risk Premia for the Arbitrage Pricing Theory. *The Journal of Finance*, 43(3), 721–733.

Chan, L., Karceski, J., Lakonishok, J. (1998). The Risk and Return from Factors. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 33(2), 159–188.

Chen, N., Roll, R., Ross, S. (1986). Economic Forces and the Stock Market. *The Journal of Business*, 59(3), 383–403.

Chib, S., Greenberg, E. (1996). Markov Chain Monte Carlo Simulation Methods in Econometrics. *Econometric Theory*, 12(3), 409–431.

Chib, S., Nardari, F., Shephard, N. (2006). Analysis of High Dimensional Multivariate Stochastic Volatility Models. *Journal of Econometrics*, 134(2), 341–371.

Christoffersen, P. (1998). Evaluating Interval Forecasts. *International Economic Review*, 39(4), 841–862.

Collins, D., Ledolter, J., Rayburn, J. (1987). Some Further Evidence on the Stochastic Properties of Systematic Risk. *The Journal of Business*, 60(3), 425–448.

Cortazar, G., Naranjo, L. (2006). An N-factor Gaussian Model of Oil Futures Prices. *Journal of Futures Markets*, 26(3), 243–268.

Cortazar, G., Schwartz, E., Naranjo, L. (2007). Term Structure Estimation in Markets with Infrequent Trading. *International Journal of Finance & Economics*, 12(4), 353–369.

- Días, C., Higuera, F. (2005). Análisis de la Volatilidad Accionaria en Latinoamérica. *Forum empresarial*, 10(2), 2-17.
- Eberlein, E., Keller, U. (1995). Hyperbolic Distributions in Finance. *Bernoulli*, 1(3), 281–299.
- Engle, R. (1982). Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50(4), 987-1008.
- Fabozzi, F., Francis, J. (1978). Beta as a Random Coefficient. *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 13(1), 101–116.
- Fama, E., French, K. (1992). The Cross-Section of Expected Stock Returns. *The Journal of Finance*, 47(2), 427–465.
- Ferenstein, E., Gasowski, M. (2004). Modelling Stock Returns with AR-GARCH Processes. *Statistics and Operations Research transactions*, 28(1), 55-68.
- Giannopoulos, K. (1995). Estimating the Time Varying Components of International Stock Markets' Risk. *The European Journal of Finance*, 1(2), 129–164.
- González-Rivera, G. (1996). Time-varying Risk: The case of the American Computer Industry. *Journal of Empirical Finance*, 2(4), 333–342.
- Han, Y. (2006). Asset Allocation with a High Dimensional Latent Factor Stochastic Volatility Model. *Review of Financial Studies*, 19(1), 237.
- Harvey, A. (1991). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*. Cambridge University Press.
- Kalman, R. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1), 35–45.
- Kupiec, P. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Management Models. *Journal of Derivatives*, 3(2), 73–84.

Ledoit, O., Santa-Clara, P., Wolf, M. (2003). Flexible Multivariate GARCH Modeling with an Application to International Stock Markets. *Review of Economics and Statistics*, 85(3), 735–747.

Lintner, J. (1965). The Valuation of Risk Assets and the Selection of Risky Investments in Stock Portfolios and Capital Budgets. *The Review of Economics and Statistics*, 47(1), 13–37.

Mandelbrot, B. (1963). The Variation of Certain Speculative Prices. *The Journal of Business*, 36(4), 394–419.

McClain, K., Humphreys, H., Boscan, A. (1996). Measuring Risk in the Mining Sector with ARCH Models with Important Observations on Sample Size. *Journal of Empirical Finance*, 3(4), 369–391.

McNeil, A., Frey, R., Embrechts, P. (2005). *Quantitative Risk Management: Concepts, Techniques and Tools*. Princeton University Press.

Mossin, J. (1966). Equilibrium in a Capital Asset Market. *Econometrica*, 34(4), 768–783.

Naranjo, L. (2002). *Modelos Lognormales De Precios De Commodities Y Calibración Mediante El Filtro De Kalman Utilizando Paneles De Datos Incompletos De Futuros De Cobre Y Petróleo*. Unpublished master's thesis, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Nelson, D. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59(2), 347–370.

Pennacchi, G. (1991). Identifying the Dynamics of Real Interest Rates and Inflation: Evidence Using Survey Data. *Review of Financial Studies*, 4(1), 53–86.

Pindyck, R. (1999). The Long-Run Evolution of Energy Prices. *The Energy Journal*, 20(2), 1–27.

Pitt, M., Shephard, N. (1999). Time-Varying Covariances: A Factor Stochastic Volatility Approach. *Bayesian Statistics*, 6, 547–570.

Roll, R. (1977). A Critique of the Asset Pricing Theory's Tests: Part I: On Past and Potential Testability of the Theory. *Journal of Financial Economics*, 4(2), 129–176.

Ross, S. (1976). The Arbitrage Theory Of Capital Asset Pricing. *Journal of Economic Theory*, 13(3), 341–360.

Schwartz, E. (1997). The Stochastic Behaviour of Commodity Prices: Implications for Valuation and Hedging. *The Journal of Finance*, 52(3), 923–973.

Sharpe, W. (1964). Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium under Conditions of Risk. *The Journal of Finance*, 19(3), 425–442.

Shephard, N. (1996). Statistical Aspects of ARCH and Stochastic Volatility. *Time Series Models in Econometrics, Finance and Other Fields*.

Sørensen, C. (2002). Modeling Seasonality in Agricultural Commodity Futures. *Journal of Futures Markets*, 22(5), 393–426.

Sunder, S. (1980). Stationarity of Market Risk: Random Coefficients Tests for Individual Stocks. *The Journal of Finance*, 35(4), 883–896.

Taylor, S. (1986). *Modelling financial time series*. Wiley New York.

Treynor, J. (1961). Market Value, Time, and Risk. *Unpublished manuscript. Rough Draft dated*, 8(8), 61.

Wells, C. (1994). Variable Betas on the Stockholm Exchange 1971-1989. *Applied Financial Economics*, 4(1), 75–92.

ANEXOS

ANEXO A. ESTACIONARIDAD Y RESTRICCIONES DEL MODELO

A.1. Definición de Estacionaridad

Definición A.1. $\{X_t\}$ es un proceso estacionario (en su forma débil) si:

- $E(X_t)$ es independiente de t
- $Cov(X_{t+h}, X_t)$ es independiente de t para todo h

Definición A.2. $\{X_t\}$ es un proceso estrictamente estacionario si:

$$(X_1, \dots, X_n) \stackrel{d}{=} (X_{1+h}, \dots, X_{n+h})$$

para todos los enteros h y $n > 0$ ($\stackrel{d}{=}$ es utilizado para indicar que dos vectores tienen la misma función de distribución conjunta)

A.2. Estacionaridad de los factores en el modelo GLFM

Supongamos que el siguiente proceso $\{X_t\}$ es estacionario (en su forma débil):

$$X_t = \beta X_{t-1} + \mu + \epsilon_t \tag{A.1}$$

$$\sigma_t^2 = \alpha + \phi \sigma_{t-1}^2 + \gamma \epsilon_{t-1}^2 \tag{A.2}$$

$$\epsilon_t = \sigma_t Z_t \quad Z_t \sim N(0, 1) \tag{A.3}$$

y que además cumple las siguientes restricciones:

$$\beta \in (-1, 1) \tag{A.4}$$

$$\alpha > 0, \phi \geq 0, \gamma \geq 0 \tag{A.5}$$

$$\phi + \gamma < 1 \tag{A.6}$$

Adicionalmente, dicho proceso cumple que ϵ_t no está correlacionado con X_s para $s < t$. Además, σ_t y Z_t son procesos independientes. De esta manera, debemos encontrar $E(X_t)$ y $Cov(X_{t+h}, X_t)$.

En primer lugar, $E(X_t) = \beta E(X_{t-1}) + \overbrace{E(\mu)}^{\mu} + \underbrace{E(\epsilon_t)}_0$

Por estacionaridad: $E(X_t) = E(X_{t-1})$, por lo tanto:

$$E(X_t) = \frac{\mu}{1 - \beta} \quad (\text{A.7})$$

Ahora, como $\{X_t\}$ es estacionario, entonces $Cov(X_{t+h}, X_t) = Cov(X_{t-h}, X_t)$. De esta manera:

$$Cov(X_{t-h}, X_t) = Cov(X_{t-h}, \beta X_{t-1} + \mu + \epsilon_t) \quad (\text{A.8})$$

$$= Cov(X_{t-h}, \beta X_{t-1}) + \underbrace{Cov(X_{t-h}, \mu)}_0 + \underbrace{Cov(X_{t-h}, \epsilon_t)}_0 \quad (\text{A.9})$$

$$= \beta Cov(X_{t-h}, X_{t-1}) = \dots = \beta^h Cov(X_{t-h}, X_{t-h}) \quad (\text{A.10})$$

Ahora:

$$Cov(X_{t-h}, X_{t-h}) = Var(X_{t-h}) = Var(\beta X_{t-h-1} + \mu + \epsilon_{t-h}) \quad (\text{A.11})$$

$$= \beta^2 Var(X_{t-h-1}) + Var(\epsilon_{t-h}) \quad (\text{A.12})$$

Pero:

$$Var(\epsilon_{t-h}) = Var(\sigma_{t-h} Z_{t-h}) = E(\sigma_{t-h}^2 Z_{t-h}^2) - E(\sigma_{t-h} Z_{t-h})^2 \quad (\text{A.13})$$

$$= E(\sigma_{t-h}^2) E(Z_{t-h}^2) - E(\sigma_{t-h})^2 \underbrace{E(Z_{t-h})^2}_0 \quad (\text{A.14})$$

$$= E(\sigma_{t-h}^2) E(Z_{t-h}^2) \quad (\text{A.15})$$

Por un lado,

$$E(Z_{t-h}^2) = Var(Z_{t-h}) + E(Z_{t-h})^2 = 1 + 0 = 1 \quad (\text{A.16})$$

Además: $E(\sigma_{t-h}^2) = E(\alpha) + \phi E(\sigma_{t-h-1}^2) + \gamma \overbrace{E(\epsilon_{t-h-1}^2)}^{E(\sigma_{t-h}^2), \text{por A.15}}$

Asumiendo estacionaridad para el proceso $\{\sigma_t^2\}$, se tiene que $E(\sigma_{t-h}^2) = E(\sigma_{t-h-1}^2)$.

De esta manera:

$$E(\sigma_{t-h}^2) = \frac{\alpha}{1 - (\phi + \gamma)} \quad (\text{A.17})$$

Reemplazando A.16 y A.17 en A.15:

$$\text{Var}(\epsilon_{t-h}) = \frac{\alpha}{1 - (\phi + \gamma)} \quad (\text{A.18})$$

Ahora, reemplazando A.18 en A.12:

$$\text{Cov}(X_{t-h}, X_{t-h}) = \text{Var}(X_{t-h}) = \beta^2 \text{Var}(X_{t-h-1}) + \frac{\alpha}{1 - (\phi + \gamma)} \quad (\text{A.19})$$

$$= \frac{\alpha}{(1 - \beta^2)(1 - (\phi + \gamma))} \quad (\text{A.20})$$

En resumen:

$$E(X_t) = \frac{\mu}{1 - \beta} \quad (\text{A.21})$$

$$\text{Cov}(X_{t+h}, X_t) = \frac{\alpha}{(1 - \beta^2)(1 - (\phi + \gamma))}, h = 0 \quad (\text{A.22})$$

$$\text{Cov}(X_{t+h}, X_t) = \frac{\beta^h \alpha}{(1 - \beta^2)(1 - (\phi + \gamma))}, h \neq 0 \quad (\text{A.23})$$

Por lo tanto, dadas las restricciones del modelo, los requerimientos de la definición A.1 son satisfechos.

ANEXO B. MODELO FLEXIBLE MULTIVARIATE GARCH

El método Flexible Multivariate GARCH desarrollado por Ledoit et al. (2003) consiste en estimar la matriz de varianza-covarianza en dos etapas. En primer lugar, se estiman los elementos de la diagonal (varianzas) a través de un GARCH(1,1) univariado:

$$\begin{aligned} X_{i,t} &= \sigma_{i,t} Z_{i,t} & Z_{i,t} &\sim N(0, 1) \\ \sigma_{ii,t}^2 &= c_{ii} + \gamma_{ii} X_{i,t-1}^2 + \phi_{ii} \sigma_{ii,t-1}^2 \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

En una segunda etapa, se estiman los elementos fuera de la diagonal realizado un GARCH bivariado, utilizando como dato las varianzas estimadas en la primera etapa:

$$\sigma_{ij,t}^2 = c_{ij} + \gamma_{ij} X_{i,t-1} X_{j,t-1} + \phi_{ij} \sigma_{ij,t-1}^2 \quad (\text{B.2})$$

Donde:

$$\begin{pmatrix} X_{i,t} \\ X_{j,t} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{i,t} Z_{i,t} \\ \sigma_{j,t} Z_{j,t} \end{pmatrix} \quad H_t = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{ii,t}^2 & \sigma_{ij,t} \\ \sigma_{ij,t} & \hat{\sigma}_{jj,t}^2 \end{pmatrix}$$

Ahora, sea $C = [c_{ij}]_{i,j=1,\dots,N}$, $\Phi = [\phi_{ij}]_{i,j=1,\dots,N}$ y $\Gamma = [\gamma_{ij}]_{i,j=1,\dots,N}$ las matrices que contienen los parámetros del modelo. $H_t = [\sigma_{ij,t}]_{i,j=1,\dots,N, \forall (i \neq j)}$, $[\sigma_{ij,t}^2]_{i,j=1,\dots,N, \forall (i=j)}$ la matriz de varianza-covarianza condicional en el tiempo t , y $\Sigma_t = [X_{i,t-1} X_{j,t-1}]_{i,j=1,\dots,N}$ la matriz de productos de las variables observadas en el tiempo t . Entonces la dinámica de la matriz de varianza-covarianza puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$H_t = C + \Gamma * \Sigma_{t-1} + \Phi * H_{t-1} \quad (\text{B.3})$$

Donde el símbolo $*$ corresponde al producto Hadamard entre dos matrices, el cual representa la multiplicación elemento a elemento de éstas, $A * B = [a_{ij} b_{ij}]_{i,j=1,\dots,N}$. Similarmente, se define \div como la división elemento a elemento, $A \div B = [a_{ij}/b_{ij}]_{i,j=1,\dots,N}$. De esta manera, Ledoit et al. (2003) prueban que si $D = C \div (1 - \Phi)$, Γ y Φ son matrices semi definidas positivas, entonces H_t es semi definida positiva.

Así, una vez estimados $\hat{D} = \hat{C} \div (1 - \hat{\Phi})$, $\hat{\Gamma}$ y $\hat{\Phi}$, se definen nuevas matrices semi definidas positivas \tilde{D} , $\tilde{\Gamma}$ y $\tilde{\Phi}$ las cuales son elegidas para ser las más cercanas bajo la norma de Frobenius a \hat{D} , $\hat{\Gamma}$ y $\hat{\Phi}$ respectivamente. Formalmente esto se define como:

$$\min_{\tilde{D}} \left\| \tilde{D} - \hat{D} \right\| \quad \text{s.a. } \tilde{D} \text{ es semi definida positiva y } \tilde{d}_{ii} = \hat{d}_{ii}, \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{B.4})$$

$$\min_{\tilde{\Gamma}} \left\| \tilde{\Gamma} - \hat{\Gamma} \right\| \quad \text{s.a. } \tilde{\Gamma} \text{ es semi definida positiva y } \tilde{\gamma}_{ii} = \hat{\gamma}_{ii}, \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{B.5})$$

$$\min_{\tilde{\Phi}} \left\| \tilde{\Phi} - \hat{\Phi} \right\| \quad \text{s.a. } \tilde{\Phi} \text{ es semi definida positiva y } \tilde{\phi}_{ii} = \hat{\phi}_{ii}, \forall i = 1, \dots, N \quad (\text{B.6})$$

Luego, teniendo \tilde{D} y $\tilde{\Phi}$ se recalcula $\tilde{C} = \tilde{D} * (1 - \tilde{\Phi})$.

ANEXO C. METODOLOGÍA RISKMETRICS

La metodología RiskMetrics, o metodología de decaimiento exponencial, consiste en modelar los retornos de la siguiente manera:

$$R_t = \begin{pmatrix} r_{1,t} \\ \vdots \\ r_{n,t} \end{pmatrix}, H_t = \begin{pmatrix} \sigma_{11,t}^2 & \cdots & \sigma_{1n,t} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1,t} & \cdots & \sigma_{nn,t}^2 \end{pmatrix}$$

$$R_t = \epsilon_t \quad \epsilon_t \sim \mathcal{N}(0, H_t) \quad (\text{C.1})$$

Donde:

$$\sigma_{i,j,t}^2 = \lambda_{RM} \sigma_{i,j,t-1}^2 + (1 - \lambda_{RM}) r_{i,t-1} r_{j,t-1} \quad \forall i, j = 1 \dots n \quad (\text{C.2})$$

$$\lambda_{RM} = [\text{diario} = 0.94; \text{mensual} = 0.97] \quad (\text{C.3})$$

Básicamente, la metodología de decaimiento exponencial corresponde a un caso particular de un IGARCH(1,1)¹, donde el coeficiente autoregresivo es λ_{RM} , el coeficiente de media móvil $1 - \lambda_{RM}$ y la constante nula.

¹ Similar a un GARCH: $\sigma_t^2 = c + \sum_{i=1}^p \gamma_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \phi_j \sigma_{t-j}^2$, pero con $\sum_{i=1}^p \gamma_i + \sum_{j=1}^q \phi_j = 1$

ANEXO D. DESCRIPCIÓN DE LOS DATOS

TABLA D.1. Presencia 75 Acciones Chilenas

(a) Presencia primeras 38 acciones			(b) Presencia siguientes 37 acciones		
	Presencia 2007	Presencia 2003-2006		Presencia 2007	Presencia 2003-2006
ALMENDRAL	100,0%	61,5%	SECURITY	93,1%	52,2%
ANDINA-B	100,0%	97,5%	INVERMAR	92,7%	24,0%
ANTARCHILE	100,0%	99,4%	COLO COLO	91,5%	32,8%
BCI	100,0%	95,4%	PARAUCO	89,9%	55,4%
BSANTANDER	100,0%	99,2%	PROVIDA	88,3%	78,8%
CAP	100,0%	97,4%	CUPRUM	87,9%	77,2%
CCU	100,0%	100,0%	QUINENCO	85,0%	86,8%
CENCOSUD	100,0%	66,1%	INVERCAP	83,4%	71,5%
CHILE	100,0%	99,6%	SAN PEDRO	82,6%	78,8%
CMPC	100,0%	98,7%	ANDINA-A	81,4%	70,8%
COLBUN	100,0%	99,8%	ZOFRI	81,0%	39,5%
COPEC	100,0%	100,0%	CAMPOS	79,8%	45,2%
CTC-A	100,0%	100,0%	CRISTALES	77,7%	73,1%
D&S	100,0%	99,8%	CEMENTOS	76,5%	69,6%
ENDESA	100,0%	100,0%	PILMAIQUEN	75,3%	17,9%
ENERSIS	100,0%	99,7%	BANMEDICA	74,9%	30,3%
ENTEL	100,0%	99,8%	CINTAC	74,9%	43,8%
FALABELLA	100,0%	98,8%	FASA	70,9%	61,0%
IAM	100,0%	23,2%	PEHUENCHE	67,2%	23,8%
IANSÁ	100,0%	95,2%	PUCOBRE-A	66,0%	17,9%
LA POLAR	100,0%	80,3%	BESALCO	65,6%	34,6%
LAN	100,0%	95,1%	ORO BLANCO	62,8%	52,3%
MADECO	100,0%	94,8%	SOQUICOM	56,7%	50,0%
MASISA	100,0%	63,0%	CALICHERAA	56,3%	42,8%
RIPLEY	100,0%	36,5%	TATTERSALL	55,9%	46,6%
CORPBANCA	99,2%	98,6%	EMBONOR-B	52,2%	15,9%
GENER	99,2%	42,4%	BANVIDA	49,8%	38,4%
SQM-B	99,2%	99,6%	ANDROMACO	49,0%	12,9%
VAPORES	99,2%	82,7%	INFORSA	48,6%	65,5%
CONCHATORO	98,4%	83,6%	CIC	45,3%	27,7%
EDELNOR	98,4%	80,9%	GASCO	40,5%	58,0%
SK	98,4%	29,4%	HABITAT	38,1%	14,8%
SCHWAGER	97,6%	50,7%	NORTEGRAN	38,1%	33,5%
SALFACORP	96,0%	39,1%	VENTANAS	34,4%	28,7%
SM-CHILE B	94,7%	86,6%	ESVAL-A	32,8%	51,9%
CGE	94,3%	83,0%	MINERA	30,4%	20,8%
AGUAS-A	93,5%	77,8%	ENAEX	23,5%	13,7%
			QUINTEC	21,5%	10,5%

ANEXO E. PARÁMETROS MODELO GLFM

TABLA E.1. Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 1 factor

(a) Primeras 38 acciones			(b) Sigüientes 37 acciones más el IPSA		
	λ	δ		λ	δ
IANSA	0,792	5,71E-04	GASCO	0,595	2,37E-04
CCU	0,859	1,39E-04	BESALCO	0,347	3,54E-04
ANDINA-B	0,881	1,47E-04	INFORSA	0,491	1,67E-04
SAN PEDRO	0,490	2,33E-04	SOQUICOM	0,678	5,03E-04
CONCHATORO	0,667	2,03E-04	ESVAL-A	0,409	3,36E-04
ANDINA-A	0,721	1,58E-04	PARAUCO	0,704	2,99E-04
BSANTANDER	0,784	1,29E-04	CALICHERAA	1,032	3,83E-04
CHILE	0,635	1,32E-04	NORTEGRAN	1,185	8,77E-04
BCI	0,650	9,72E-05	VENTANAS	0,591	2,31E-03
SM-CHILE B	0,434	1,49E-04	ZOFRI	0,504	5,09E-04
CORPBANCA	0,649	1,25E-04	LA POLAR	0,997	1,73E-04
COPEC	0,968	1,03E-04	SECURITY	0,427	1,29E-04
D&S	1,163	1,52E-04	BANVIDA	0,762	3,78E-04
FALABELLA	1,144	1,83E-04	CINTAC	0,795	6,06E-04
FASA	0,638	2,12E-04	BANMEDICA	0,537	3,35E-04
ENDESA	1,028	8,26E-05	MINERA	0,188	2,00E-04
COLBUN	0,797	1,49E-04	PEHUENCHE	0,431	2,64E-04
ENERSIS	1,231	1,00E-04	CENCOSUD	1,121	1,16E-04
CGE	0,562	1,30E-04	PUCOBRE-A	0,439	3,85E-04
EDELNOR	0,986	1,12E-03	MASISA	1,029	2,33E-04
GENER	1,017	1,60E-03	TATTERSALL	0,814	2,35E-03
SQM-B	1,050	1,41E-04	CIC	1,113	2,41E-03
MADECO	1,117	3,81E-04	EMBONOR-B	0,698	6,53E-04
CAP	1,247	3,69E-04	SALFACORP	0,646	3,33E-04
CEMENTOS	0,474	2,10E-04	IAM	0,598	1,60E-04
ANTARCHILE	0,868	1,07E-04	RIPLEY	1,051	1,64E-04
QUINENCO	0,769	1,97E-04	SK	0,592	1,73E-04
ORO BLANCO	1,157	4,99E-04	SCHWAGER	1,502	8,65E-03
INVERCAP	1,127	5,98E-04	INVERMAR	0,781	4,27E-04
CAMPOS	0,621	9,06E-04	COLO COLO	0,840	5,32E-04
VAPORES	0,908	2,59E-04	CUPRUM	0,361	1,58E-04
CMPC	0,777	1,36E-04	PROVIDA	0,254	1,07E-04
CRISTALES	0,458	1,36E-04	PILMAIQUEN	0,908	1,10E-03
CTC-A	1,113	1,65E-04	ANDROMACO	0,247	7,33E-04
ENTEL	1,047	1,74E-04	HABITAT	0,157	3,93E-04
LAN	1,070	2,04E-04	ENAEX	0,473	3,80E-04
ALMENDRAL	1,082	5,40E-04	QUINTEC	-0,068	1,18E-03
AGUAS-A	0,628	1,88E-04	IPSA	1,005	2,08E-06

TABLA E.2. Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 2 factores

(a) Primeras 38 acciones				(b) Siguietes 37 acciones más el IPSA			
	λ_1	λ_2	δ		λ_1	λ_2	δ
IANSA	1,022	0,949	5,28E-04	GASCO	0,796	0,636	2,29E-04
CCU	0,896	1,039	1,33E-04	BESALCO	0,956	0,373	2,85E-04
ANDINA-B	1,079	0,976	1,40E-04	INFORSA	0,761	0,518	1,49E-04
SAN PEDRO	0,775	0,637	2,22E-04	SOQUICOM	1,343	0,708	4,52E-04
CONCHATORO	1,111	0,836	2,01E-04	ESVAL-A	0,477	0,478	3,35E-04
ANDINA-A	1,033	0,854	1,57E-04	PARAUCO	1,254	0,884	2,73E-04
BSANTANDER	0,780	0,950	1,27E-04	CALICHERAA	1,549	1,197	3,44E-04
CHILE	0,676	0,800	1,27E-04	NORTEGRAN	1,807	1,390	7,88E-04
BCI	0,674	0,772	9,44E-05	VENTANAS	1,028	0,594	2,26E-03
SM-CHILE B	0,669	0,641	1,45E-04	ZOFRI	1,455	0,665	4,86E-04
CORPBANCA	0,788	0,795	1,20E-04	LA POLAR	1,100	1,274	1,63E-04
COPEC	1,100	1,242	9,97E-05	SECURITY	0,688	0,492	1,18E-04
D&S	1,131	1,453	1,44E-04	BANVIDA	1,492	0,873	3,39E-04
FABELLA	1,338	1,402	1,80E-04	CINTAC	2,160	0,885	5,43E-04
FASA	0,809	0,721	1,89E-04	BANMEDICA	0,956	0,610	3,11E-04
ENDESA	0,967	1,283	7,54E-05	MINERA	0,594	0,119	1,79E-04
COLBUN	0,932	1,028	1,41E-04	PEHUENCHE	0,911	0,487	2,12E-04
ENERGIS	1,154	1,545	9,53E-05	CENCOSUD	1,043	1,419	1,10E-04
CGE	0,711	0,719	1,29E-04	PUCOBRE-A	1,142	0,434	3,45E-04
EDELNOR	2,270	0,975	1,00E-03	MASISA	1,096	1,268	2,20E-04
GENER	1,485	1,206	1,44E-03	TATTERSALL	2,002	0,846	2,13E-03
SQM-B	1,389	1,290	1,37E-04	CIC	3,036	1,039	2,18E-03
MADECO	1,443	1,372	3,60E-04	EMBONOR-B	1,369	0,883	5,87E-04
CAP	4,816	1,024	1,38E-04	SALFACORP	1,093	0,752	2,93E-04
CEMENTOS	0,754	0,496	2,04E-04	IAM	0,790	0,747	1,40E-04
ANTARCHILE	1,099	1,048	1,05E-04	RIPLEY	0,957	1,332	1,54E-04
QUINENCO	1,165	0,866	1,89E-04	SK	0,764	0,764	1,66E-04
ORO BLANCO	1,745	1,366	4,98E-04	SCHWAGER	6,838	1,773	7,78E-03
INVERCAP	5,928	0,723	2,07E-04	INVERMAR	0,844	0,923	3,83E-04
CAMPOS	1,827	0,648	8,13E-04	COLO COLO	0,872	1,058	4,78E-04
VAPORES	1,529	1,033	2,45E-04	CUPRUM	0,398	0,398	1,62E-04
CMPC	1,018	0,971	1,28E-04	PROVIDA	0,170	0,254	1,01E-04
CRISTALES	0,555	0,527	1,30E-04	PILMAIQUEN	2,130	1,058	8,87E-04
CTC-A	1,023	1,472	1,52E-04	ANDROMACO	0,418	0,171	6,57E-04
ENTEL	1,129	1,348	1,66E-04	HABITAT	0,347	-0,029	3,55E-04
LAN	1,360	1,369	2,02E-04	ENAEX	0,816	0,589	3,40E-04
ALMENDRAL	1,844	1,248	5,14E-04	QUINTEC	-0,002	-0,045	1,06E-03
AGUAS-A	0,887	0,700	1,88E-04	IPSA	1,125	1,243	1,23E-06

TABLA E.3. Parámetros ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 3 factores

(a) Primeras 38 acciones					(b) Sigüientes 37 acciones más el IPSA				
	λ_1	λ_2	λ_3	δ		λ_1	λ_2	λ_3	δ
IANSA	0,793	0,441	2,082	5,26E-04	GASCO	0,480	0,567	1,517	2,18E-04
CCU	0,930	0,216	0,010	1,29E-04	BESALCO	0,257	0,498	4,175	3,11E-04
ANDINA-B	1,110	-2,323	2,370	7,26E-05	INFORSA	0,439	0,219	1,239	1,58E-04
SAN PEDRO	0,466	0,363	-0,228	2,24E-04	SOQUICOM	0,621	0,447	1,991	4,49E-04
CONCHATORO	0,653	0,236	3,082	2,04E-04	ESVAL-A	0,366	0,272	2,947	3,20E-04
ANDINA-A	0,972	-2,451	1,897	8,71E-05	PARAUCO	0,708	0,042	3,623	2,51E-04
BSANTANDER	0,781	0,630	0,686	1,26E-04	CALICHERAA	0,926	0,804	0,824	3,61E-04
CHILE	0,634	0,310	1,112	1,23E-04	NORTEGRAN	1,096	0,875	5,004	7,43E-04
BCI	0,666	0,229	0,725	9,40E-05	VENTANAS	0,468	0,284	1,762	2,32E-03
SM-CHILE B	0,516	0,110	1,616	1,44E-04	ZOFRI	0,413	0,224	5,663	4,90E-04
CORPBANCA	0,648	0,469	0,796	1,17E-04	LA POLAR	1,054	0,767	2,739	1,63E-04
COPEC	1,012	0,860	0,116	9,81E-05	SECURITY	0,402	0,265	4,475	1,29E-04
D&S	1,217	1,235	0,518	1,39E-04	BANVIDA	0,694	0,268	2,757	3,44E-04
FALABELLA	1,209	0,863	2,133	1,81E-04	CINTAC	0,708	0,559	8,141	5,31E-04
FASA	0,759	-0,050	3,002	1,95E-04	BANMEDICA	0,501	0,476	3,604	3,09E-04
ENDESA	0,995	1,319	1,449	7,31E-05	MINERA	0,167	0,292	3,186	1,70E-04
COLBUN	0,798	1,028	1,005	1,40E-04	PEHUENCHE	0,338	0,589	3,982	2,13E-04
ENERSIS	1,195	1,772	1,147	9,19E-05	CENCOSUD	1,161	0,886	2,208	1,12E-04
CGE	0,577	0,116	2,027	1,28E-04	PUCOBRE-A	0,397	0,502	3,329	3,39E-04
EDELNOR	0,962	0,362	7,268	1,05E-03	MASISA	1,057	0,787	2,442	2,13E-04
GENER	1,079	0,049	6,361	5,10E-04	TATTERSALL	0,788	0,573	3,939	2,10E-03
SQM-B	1,071	1,037	0,319	1,35E-04	CIC	1,156	0,128	6,361	1,34E-03
MADECO	1,227	0,404	3,833	3,53E-04	EMBONOR-B	0,027	0,491	7,632	6,44E-04
CAP	1,130	-0,076	28,266	1,35E-04	SALFACORP	0,640	0,590	4,410	2,94E-04
CEMENTOS	0,551	-0,313	3,844	1,99E-04	IAM	0,538	0,444	3,709	1,49E-04
ANTARCHILE	0,897	0,798	1,573	1,02E-04	RIPLEY	1,045	1,343	2,701	1,55E-04
QUINENCO	0,792	0,540	4,363	1,88E-04	SK	0,550	0,574	4,123	1,53E-04
ORO BLANCO	1,063	0,969	2,035	4,73E-04	SCHWAGER	1,448	0,778	42,405	4,15E-03
INVERCAP	0,885	0,112	38,682	2,07E-04	INVERMAR	0,642	0,691	4,019	3,83E-04
CAMPOS	0,497	0,675	4,359	8,11E-04	COLO COLO	0,759	0,682	3,501	5,05E-04
VAPORES	0,841	0,945	7,643	2,38E-04	CUPRUM	0,353	0,065	-0,096	1,66E-04
CMPC	0,817	0,487	1,428	1,26E-04	PROVIDA	0,168	0,153	0,682	1,03E-04
CRISTALES	0,474	0,249	2,073	1,29E-04	PILMAIQUEN	0,733	0,757	4,163	8,99E-04
CTC-A	1,182	1,118	1,012	1,56E-04	ANDROMACO	0,298	0,026	0,568	6,10E-04
ENTEL	1,089	1,010	1,488	1,60E-04	HABITAT	-0,260	0,048	1,955	4,43E-04
LAN	1,104	0,846	1,108	1,93E-04	ENAEX	0,569	0,450	1,426	3,87E-04
ALMENDRAL	1,023	1,241	6,361	3,86E-04	QUINTEC	-0,656	0,212	4,806	8,38E-04
AGUAS-A	0,565	0,548	2,555	1,85E-04	IPSA	1,036	0,974	1,907	1,25E-08

TABLA E.4. Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 1 factor

	β	μ
X	0,304	2,12E-03

TABLA E.5. Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 2 factores

	β	μ
X_1	0,304	6,78E-04
X_2	0,179	1,10E-03

TABLA E.6. Parámetros ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 3 factores

	β	μ
X_1	0,171	8,18E-04
X_2	0,134	2,29E-04
X_3	0,419	4,23E-05

TABLA E.7. Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 1 factor

	α	ϕ	γ
σ^2	2,55E-05	0,449	0,304

TABLA E.8. Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 2 factores

	α	ϕ	γ
σ_1^2	2,47E-06	0,449	0,494
σ_2^2	3,36E-06	0,702	0,283

TABLA E.9. Parámetros ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 3 factores

	α	ϕ	γ
σ_1^2	3,64E-06	0,747	0,226
σ_2^2	1,98E-06	0,547	0,249
σ_3^2	4,85E-08	0,350	0,632

TABLA E.10. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 1 factor

(a) Primeras 38 acciones			(b) Siguietes 37 acciones más el IPSA		
	λ	δ		λ	δ
IANSA	2,92E-02	4,06E-06	GASCO	1,09E-02	2,81E-06
CCU	1,76E-02	2,16E-06	BESALCO	2,34E-03	3,27E-06
ANDINA-B	1,73E-03	3,26E-06	INFORSA	1,83E-03	3,59E-06
SAN PEDRO	1,06E-02	4,10E-06	SOQUICOM	5,07E-02	1,07E-05
CONCHATORO	9,74E-03	2,93E-06	ESVAL-A	2,95E-02	4,63E-06
ANDINA-A	1,40E-02	1,19E-06	PARAUCO	2,97E-02	1,17E-06
BSANTANDER	3,46E-03	2,00E-06	CALICHERAA	4,83E-02	5,79E-06
CHILE	8,05E-04	2,52E-05	NORTEGRAN	7,22E-03	1,08E-05
BCI	3,85E-03	1,89E-05	VENTANAS	1,57E-02	4,55E-06
SM-CHILE B	1,07E-02	2,61E-07	ZOFRI	1,42E-02	6,57E-06
CORPBANCA	1,42E-02	8,94E-07	LA POLAR	5,29E-03	1,43E-06
COPEC	3,20E-03	9,95E-07	SECURITY	9,01E-03	5,92E-07
D&S	3,35E-02	2,28E-06	BANVIDA	9,88E-03	5,75E-06
FALABELLA	3,51E-02	2,52E-06	CINTAC	3,30E-02	8,32E-06
FASA	8,47E-03	1,21E-06	BANMEDICA	2,58E-02	1,22E-06
ENDESA	7,41E-03	1,82E-07	MINERA	7,54E-03	1,39E-06
COLBUN	1,10E-03	7,52E-07	PEHUENCHE	2,35E-02	1,25E-06
ENERSIS	7,75E-03	4,71E-06	CENCOSUD	3,27E-03	1,09E-06
CGE	1,53E-02	6,04E-06	PUCOBRE-A	5,16E-03	1,01E-05
EDELNOR	7,97E-03	2,50E-06	MASISA	6,18E-03	6,28E-06
GENER	2,34E-02	2,70E-06	TATTERSALL	9,51E-03	5,02E-05
SQM-B	8,64E-03	2,88E-07	CIC	2,32E-02	4,01E-05
MADECO	1,90E-02	1,38E-06	EMBONOR-B	9,27E-02	2,96E-06
CAP	2,28E-02	7,05E-06	SALFACORP	8,74E-02	5,18E-06
CEMENTOS	5,52E-03	4,84E-06	IAM	6,50E-03	3,18E-06
ANTARCHILE	4,16E-03	1,86E-06	RIPLEY	2,32E-02	2,21E-07
QUINENCO	4,01E-02	4,46E-06	SK	5,87E-03	6,84E-07
ORO BLANCO	6,29E-02	8,44E-06	SCHWAGER	3,27E-02	1,75E-05
INVERCAP	3,17E-03	6,07E-06	INVERMAR	2,43E-02	3,50E-06
CAMPOS	3,41E-02	8,42E-06	COLO COLO	1,01E-02	6,37E-06
VAPORES	4,61E-02	3,20E-06	CUPRUM	6,53E-03	3,65E-07
CMPC	2,38E-03	2,02E-06	PROVIDA	2,13E-03	1,40E-06
CRISTALES	3,65E-03	6,66E-07	PILMAIQUEN	2,55E-02	7,98E-06
CTC-A	5,66E-03	5,20E-07	ANDROMACO	6,76E-02	8,64E-06
ENTEL	2,00E-02	9,07E-07	HABITAT	4,21E-02	4,50E-06
LAN	2,36E-02	3,21E-06	ENAEX	1,20E-02	1,16E-05
ALMENDRAL	1,62E-02	3,47E-06	QUINTEC	3,98E-03	3,30E-05
AGUAS-A	5,23E-04	3,07E-06	IPSA	5,12E-03	9,13E-09

TABLA E.11. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 2 factores

(a) Primeras 38 acciones				(b) Sigüientes 37 acciones más el IPSA			
	λ_1	λ_2	δ		λ_1	λ_2	δ
IANSA	5,91E-02	6,54E-03	1,56E-05	GASCO	3,78E-02	2,80E-02	5,73E-06
CCU	1,99E-03	1,34E-02	2,37E-06	BESALCO	4,84E-02	1,17E-02	7,27E-06
ANDINA-B	1,14E-01	1,67E-02	6,52E-06	INFORSA	1,80E-03	3,36E-02	6,80E-07
SAN PEDRO	9,19E-02	1,51E-02	1,04E-05	SOQUICOM	1,60E-01	3,71E-02	5,76E-06
CONCHATORO	1,37E-01	1,78E-02	1,04E-06	ESVAL-A	5,43E-02	1,51E-02	3,69E-06
ANDINA-A	1,18E-01	1,44E-02	8,79E-07	PARAUCO	4,02E-02	1,97E-03	4,32E-06
BSANTANDER	5,11E-03	1,20E-02	4,11E-06	CALICHERAA	1,86E-02	3,08E-02	6,64E-07
CHILE	1,83E-02	6,19E-03	3,41E-06	NORTEGRAN	1,32E-01	2,37E-02	4,80E-06
BCI	1,69E-02	7,51E-03	1,80E-06	VENTANAS	6,52E-02	1,27E-02	1,09E-06
SM-CHILE B	5,25E-02	6,42E-04	1,86E-06	ZOFRI	4,67E-02	5,15E-03	2,79E-06
CORPBANCA	6,41E-02	9,62E-03	6,98E-07	LA POLAR	1,10E-02	2,68E-02	1,88E-06
COPEC	4,68E-02	2,00E-02	3,86E-06	SECURITY	1,21E-02	1,36E-02	6,48E-07
D&S	1,24E-02	9,28E-03	5,99E-06	BANVIDA	3,43E-02	4,25E-02	6,84E-06
FABELLA	1,98E-02	1,35E-02	2,84E-06	CINTAC	2,71E-02	3,94E-02	1,04E-05
FASA	1,64E-02	6,71E-03	2,77E-06	BANMEDICA	1,37E-02	1,80E-02	9,52E-06
ENDESA	8,56E-03	1,20E-03	1,44E-06	MINERA	7,89E-03	8,19E-03	5,97E-06
COLBUN	9,10E-03	3,74E-03	1,32E-06	PEHUENCHE	1,95E-02	2,93E-02	4,14E-06
ENERSIS	4,57E-03	5,35E-03	4,38E-07	CENCOSUD	4,75E-03	3,05E-03	1,62E-06
CGE	2,48E-02	4,72E-03	1,42E-06	PUCOBRE-A	1,78E-02	1,46E-02	1,27E-06
EDELNOR	7,19E-02	3,70E-02	2,38E-05	MASISA	8,06E-03	3,21E-02	1,14E-06
GENER	2,29E-02	4,61E-02	1,31E-05	TATTERSALL	3,09E-02	5,87E-03	3,03E-05
SQM-B	5,06E-03	1,97E-03	2,36E-07	CIC	5,07E-03	2,23E-02	8,72E-06
MADECO	1,13E-02	3,41E-02	7,11E-07	EMBONOR-B	4,09E-02	3,78E-03	8,41E-06
CAP	1,18E-02	2,29E-02	7,80E-07	SALFACORP	9,26E-03	7,62E-03	3,05E-06
CEMENTOS	2,23E-02	9,34E-03	2,50E-06	IAM	1,56E-02	6,64E-03	1,42E-06
ANTARCHILE	2,92E-02	1,15E-02	3,59E-07	RIPLEY	5,26E-02	5,58E-02	8,85E-07
QUINENCO	1,23E-02	1,15E-02	2,24E-06	SK	4,62E-02	2,86E-02	2,35E-06
ORO BLANCO	1,99E-02	2,33E-02	1,53E-06	SCHWAGER	5,11E-03	1,79E-02	6,22E-05
INVERCAP	1,43E-02	1,23E-03	1,44E-06	INVERMAR	3,30E-02	2,31E-02	7,18E-06
CAMPOS	4,51E-01	1,10E-02	5,98E-06	COLO COLO	2,72E-02	1,67E-02	7,42E-06
VAPORES	3,73E-01	8,88E-03	9,34E-06	CUPRUM	9,95E-02	4,28E-03	6,57E-06
CMPC	3,95E-02	9,69E-03	4,94E-06	PROVIDA	4,14E-02	7,12E-04	4,35E-06
CRISTALES	2,98E-02	9,22E-03	2,08E-06	PILMAIQUEN	7,43E-02	2,80E-02	1,46E-05
CTC-A	4,64E-03	8,35E-03	2,93E-06	ANDROMACO	2,44E-02	5,87E-03	7,48E-06
ENTEL	3,38E-03	1,83E-02	4,29E-06	HABITAT	1,80E-02	3,48E-04	2,66E-06
LAN	5,72E-03	4,30E-02	6,40E-06	ENAEX	2,37E-02	1,80E-02	6,29E-06
ALMENDRAL	2,40E-02	3,71E-02	5,68E-06	QUINTEC	5,08E-05	2,21E-03	2,03E-05
AGUAS-A	1,14E-02	5,83E-03	3,66E-06	IPSA	8,94E-04	2,45E-02	1,11E-08

TABLA E.12. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de medida λ y δ para el modelo GLFM 3 factores

(a) Primeras 38 acciones

	λ_1	λ_2	λ_3	δ
IANSA	4,42E-02	1,79E-02	3,10E-02	9,83E-06
CCU	9,78E-03	1,55E-02	2,10E-03	2,27E-06
ANDINA-B	5,79E-02	9,20E-03	3,36E-02	4,89E-06
SAN PEDRO	5,12E-02	1,28E-02	3,20E-02	7,26E-06
CONCHATORO	7,35E-02	1,38E-02	4,36E-02	1,98E-06
ANDINA-A	6,58E-02	1,42E-02	4,00E-02	1,04E-06
BSANTANDER	4,28E-03	7,74E-03	6,01E-03	3,05E-06
CHILE	9,56E-03	3,50E-03	6,53E-03	1,43E-05
BCI	1,04E-02	5,68E-03	8,01E-03	1,03E-05
SM-CHILE B	3,16E-02	5,65E-03	1,86E-02	1,06E-06
CORPBANCA	3,92E-02	1,19E-02	2,55E-02	7,96E-07
COPEC	2,50E-02	1,16E-02	1,83E-02	2,43E-06
D&S	2,29E-02	2,14E-02	2,22E-02	4,14E-06
FALABELLA	2,74E-02	2,43E-02	2,59E-02	2,68E-06
FASA	1,24E-02	7,59E-03	1,00E-02	1,99E-06
ENDESA	7,98E-03	4,31E-03	6,15E-03	8,10E-07
COLBUN	5,10E-03	2,42E-03	3,76E-03	1,03E-06
ENERSIS	6,16E-03	6,55E-03	6,35E-03	2,58E-06
CGE	2,01E-02	1,00E-02	1,51E-02	3,73E-06
EDELNOR	4,00E-02	2,25E-02	3,12E-02	1,32E-05
GENER	2,31E-02	4,34E-03	1,37E-02	7,87E-06
SQM-B	6,85E-03	5,31E-03	6,08E-03	2,62E-07
MADECO	1,52E-02	2,66E-02	2,09E-02	1,05E-06
CAP	1,73E-02	5,71E-03	1,15E-02	3,91E-06
CEMENTOS	1,39E-02	7,43E-03	1,07E-02	3,67E-06
ANTARCHILE	1,67E-02	7,82E-03	1,23E-02	1,11E-06
QUINENCO	2,62E-02	2,58E-02	2,60E-02	3,35E-06
ORO BLANCO	4,14E-02	4,31E-02	4,23E-02	4,98E-06
INVERCAP	8,74E-03	2,20E-03	5,47E-03	3,76E-06
CAMPOS	6,06E-02	2,26E-02	4,16E-02	7,20E-06
VAPORES	5,24E-02	2,75E-02	4,00E-02	6,27E-06
CMPC	2,09E-02	6,04E-03	1,35E-02	3,48E-06
CRISTALES	1,67E-02	6,43E-03	1,16E-02	1,37E-06
CTC-A	5,15E-03	7,00E-03	6,07E-03	1,73E-06
ENTEL	1,17E-02	1,92E-02	1,54E-02	2,60E-06
LAN	1,47E-02	3,33E-02	2,40E-02	4,80E-06
ALMENDRAL	2,01E-02	2,67E-02	2,34E-02	4,58E-06
AGUAS-A	5,96E-03	3,18E-03	4,57E-03	3,36E-06

(b) Siguietes 37 acciones más el IPSA

	λ_1	λ_2	λ_3	δ
GASCO	2,43E-02	1,94E-02	2,19E-02	4,27E-06
BESALCO	2,54E-02	7,03E-03	1,62E-02	5,27E-06
INFORSA	1,81E-03	1,77E-02	9,77E-03	2,14E-06
SOQUICOM	1,05E-01	4,39E-02	7,45E-02	8,25E-06
ESVAL-A	4,19E-02	2,23E-02	3,21E-02	4,16E-06
PARAUCO	3,49E-02	3,95E-03	1,94E-02	2,74E-06
CALICHERAA	3,35E-02	3,95E-02	3,65E-02	3,23E-06
NORTEGRAN	6,96E-02	1,55E-02	4,25E-02	7,78E-06
VENTANAS	4,04E-02	1,42E-02	2,73E-02	2,82E-06
ZOFRI	3,05E-02	9,67E-03	2,01E-02	4,68E-06
LA POLAR	8,16E-03	1,60E-02	1,21E-02	1,65E-06
SECURITY	1,06E-02	1,13E-02	1,09E-02	6,20E-07
BANVIDA	2,21E-02	2,62E-02	2,42E-02	6,29E-06
CINTAC	3,00E-02	3,62E-02	3,31E-02	9,36E-06
BANMEDICA	1,97E-02	2,19E-02	2,08E-02	5,37E-06
MINERA	7,71E-03	7,87E-03	7,79E-03	3,68E-06
PEHUENCHE	2,15E-02	2,64E-02	2,40E-02	2,69E-06
CENCOSUD	4,01E-03	3,16E-03	3,58E-03	1,36E-06
PUCOBRE-A	1,15E-02	9,89E-03	1,07E-02	5,68E-06
MASISA	7,12E-03	1,92E-02	1,31E-02	3,71E-06
TATTERSALL	2,02E-02	7,69E-03	1,40E-02	4,02E-05
CIC	1,41E-02	2,27E-02	1,84E-02	2,44E-05
EMBONOR-B	6,68E-03	4,83E-02	2,75E-02	5,69E-06
SALFACORP	4,83E-02	4,75E-02	4,79E-02	4,12E-06
IAM	1,10E-02	6,57E-03	8,81E-03	2,30E-06
RIPLEY	3,79E-02	3,95E-02	3,87E-02	5,53E-07
SK	2,61E-02	1,72E-02	2,16E-02	1,52E-06
SCHWAGER	1,89E-02	2,53E-02	2,21E-02	3,99E-05
INVERMAR	2,86E-02	2,37E-02	2,61E-02	5,34E-06
COLO COLO	1,87E-02	1,34E-02	1,60E-02	6,89E-06
CUPRUM	5,30E-02	5,41E-03	1,46E-02	1,73E-06
PROVIDA	2,18E-02	1,42E-03	1,16E-02	2,87E-06
PILMAIQUEN	4,99E-02	2,67E-02	3,83E-02	1,13E-05
ANDROMACO	4,60E-02	9,19E-03	2,76E-02	8,06E-06
HABITAT	3,01E-02	5,31E-03	1,77E-02	3,58E-06
ENAEX	1,78E-02	1,50E-02	1,64E-02	8,92E-06
QUINTEC	2,02E-03	3,10E-03	2,56E-03	2,66E-05
IPSA	3,01E-03	1,48E-02	8,92E-03	1,01E-09

TABLA E.13. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 1 factor

	β	μ
X	1,61E-03	3,21E-05

TABLA E.14. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 2 factores

	β	μ
X_1	3,15E-03	5,49E-06
X_2	1,16E-03	1,32E-05

TABLA E.15. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación de transición β y μ para el modelo GLFM 3 factores

	β	μ
X_1	2,38E-03	1,88E-05
X_2	1,39E-03	1,13E-05
X_3	1,88E-03	1,26E-06

TABLA E.16. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 1 factor

	α	ϕ	γ
σ^2	2,77E-07	5,50E-03	2,50E-03

TABLA E.17. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 2 factores

	α	ϕ	γ
σ_1^2	1,75E-08	3,80E-03	3,90E-03
σ_2^2	3,98E-08	1,04E-02	6,94E-04

TABLA E.18. Desviación estándar de los parámetros de la ecuación volatilidad GARCH α , ϕ y γ para el modelo GLFM 3 factores

	α	ϕ	γ
σ_1^2	1,75E-08	3,80E-03	3,90E-03
σ_2^2	3,98E-08	1,04E-02	6,94E-04
σ_3^2	1,43E-09	3,56E-04	2,30E-03

ANEXO F. RESULTADOS MODELO GLFM

TABLA F.1. R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 1 factor en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra

(a) Primeras 38 acciones			(b) Sigüientes 37 acciones		
	R2 in sample	R2 out of sample		R2 in sample	R2 out of sample
CCU	28,7%	36,0%	MASISA	25,4%	32,4%
COPEC	43,6%	51,2%	ALMENDRAL	16,9%	22,7%
ENDESA	49,4%	56,7%	FASA	12,8%	17,7%
CTC-A	37,9%	45,4%	GASCO	10,3%	14,6%
D&S	40,7%	48,3%	PARAUCO	12,4%	17,2%
COLBUN	24,6%	31,4%	ORO BLANCO	16,9%	22,7%
ENTEL	32,9%	40,4%	SECURITY	9,8%	13,9%
ENERSIS	52,0%	59,1%	ESVAL-A	3,7%	5,7%
CHILE	19,0%	25,2%	SCHWAGER	3,7%	5,6%
SQM-B	37,7%	45,3%	SOQUICOM	6,6%	9,7%
ANTARCHILE	34,3%	41,8%	TATTERSALL	2,2%	3,3%
BSANTANDER	26,2%	33,2%	CAMPOS	3,2%	4,9%
FALABELLA	34,6%	42,1%	CINTAC	7,5%	10,8%
CMPC	27,1%	34,2%	CALICHERAA	17,4%	23,3%
CORPBANCA	20,6%	26,9%	GENER	12,5%	17,4%
ANDINA-B	28,2%	35,5%	ZOFRI	3,7%	5,7%
CAP	24,9%	31,8%	SALFACORP	9,6%	13,6%
BCI	24,5%	31,4%	BANVIDA	10,6%	14,9%
IANSA	8,2%	11,8%	RIPLEY	33,2%	40,7%
LAN	29,4%	36,7%	BESALCO	2,6%	4,0%
MADECO	19,8%	26,1%	NORTEGRAN	10,9%	15,4%
QUINENCO	18,5%	24,6%	COLO COLO	9,3%	13,2%
SM-CHILE B	8,9%	12,7%	BANMEDICA	6,3%	9,2%
CONCHATORO	14,3%	19,5%	SK	13,4%	18,4%
CGE	15,6%	21,1%	VENTANAS	1,2%	1,8%
VAPORES	19,4%	25,6%	CIC	5,8%	8,5%
EDELNOR	7,0%	10,2%	INVERMAR	9,9%	14,0%
LA POLAR	31,9%	39,3%	PEHUENCHE	5,2%	7,7%
SAN PEDRO	7,4%	10,7%	IAM	14,5%	19,8%
PROVIDA	4,5%	6,7%	MINERA	1,4%	2,1%
AGUAS-A	13,8%	18,9%	PILMAIQUEN	5,5%	8,2%
CUPRUM	6,0%	8,8%	PUCOBRE-A	3,8%	5,7%
CRISTALES	10,6%	14,9%	EMBONOR-B	5,5%	8,1%
INVERCAP	13,9%	19,1%	HABITAT	0,5%	0,8%
ANDINA-A	21,4%	27,9%	ENAEX	4,4%	6,6%
CEMENTOS	7,6%	11,1%	ANDROMACO	0,7%	1,0%
CENCOSUD	44,1%	51,7%	QUINTEC	0,0%	0,0%
INFORSA	10,0%	14,2%			

TABLA F.2. R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 2 factores en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra

(a) Primeras 38 acciones			(b) Sigüientes 37 acciones		
	R2 in sample	R2 out of sample		R2 in sample	R2 out of sample
CCU	31,6%	41,8%	MASISA	26,0%	36,5%
COPEC	42,2%	53,5%	ALMENDRAL	32,2%	37,3%
ENDESA	48,9%	60,4%	FASA	12,8%	19,4%
CTC-A	38,5%	50,5%	GASCO	8,9%	13,8%
D&S	39,8%	51,5%	PARAUCO	15,1%	21,3%
COLBUN	26,8%	37,2%	ORO BLANCO	17,8%	25,3%
ENTEL	33,8%	45,2%	SECURITY	11,0%	16,2%
ENERSIS	52,1%	63,3%	ESVAL-A	2,4%	5,0%
CHILE	19,7%	29,0%	SCHWAGER	45,3%	45,3%
SQM-B	38,5%	49,2%	SOQUICOM	7,7%	10,6%
ANTARCHILE	38,1%	48,2%	TATTERSALL	2,4%	3,2%
BSANTANDER	25,2%	35,7%	CAMPOS	5,6%	6,4%
FALABELLA	34,9%	45,9%	CINTAC	12,9%	15,7%
CMPC	27,5%	37,6%	CALICHERAA	19,6%	27,3%
CORPBANCA	25,1%	33,8%	GENER	67,0%	68,1%
ANDINA-B	26,5%	36,2%	ZOFRI	7,3%	9,5%
CAP	63,4%	65,5%	SALFACORP	10,7%	15,6%
BCI	23,4%	33,4%	BANVIDA	13,8%	18,8%
IANSA	7,9%	12,9%	RIPLEY	33,9%	45,7%
LAN	31,7%	42,4%	BESALCO	4,5%	5,5%
MADECO	21,5%	30,5%	NORTEGRAN	12,5%	18,4%
QUINENCO	19,2%	26,7%	COLO COLO	9,8%	16,2%
SM-CHILE B	12,8%	19,7%	BANMEDICA	7,0%	10,4%
CONCHATORO	17,1%	24,2%	SK	15,2%	22,9%
CGE	17,0%	25,2%	VENTANAS	0,2%	0,3%
VAPORES	21,8%	29,2%	CIC	38,2%	38,7%
EDELNOR	8,2%	10,3%	INVERMAR	9,6%	15,8%
LA POLAR	32,1%	43,2%	PEHUENCHE	7,7%	10,6%
SAN PEDRO	9,1%	14,1%	IAM	17,3%	25,4%
PROVIDA	1,7%	4,3%	MINERA	1,4%	1,0%
AGUAS-A	13,0%	19,2%	PILMAIQUEN	9,3%	12,3%
CUPRUM	4,0%	7,4%	PUCOBRE-A	5,3%	6,4%
CRISTALES	9,8%	15,7%	EMBONOR-B	7,7%	11,4%
INVERCAP	60,6%	60,1%	HABITAT	1,1%	1,2%
ANDINA-A	20,7%	29,0%	ENAEX	5,3%	8,4%
CEMENTOS	6,9%	10,3%	ANDROMACO	1,0%	0,9%
CENCOSUD	44,5%	56,3%	QUINTEC	1,6%	1,6%
INFORSA	10,1%	14,8%			

TABLA F.3. R2 de las 75 acciones para el modelo GLFM 3 factores en los períodos dentro y fuera de muestra, ordenadas por presencia dentro de muestra

(a) Primeras 38 acciones			(b) Siguietes 37 acciones		
	R2 in sample	R2 out of sample		R2 in sample	R2 out of sample
CCU	25,4%	38,2%	MASISA	22,8%	34,2%
COPEC	36,1%	49,1%	ALMENDRAL	16,3%	24,1%
ENDESA	46,9%	58,0%	FASA	14,3%	23,4%
CTC-A	33,3%	45,9%	GASCO	14,9%	18,9%
D&S	37,4%	50,1%	PARAUCO	10,6%	17,7%
COLBUN	22,8%	33,2%	ORO BLANCO	12,2%	20,4%
ENTEL	32,1%	43,7%	SECURITY	9,7%	14,0%
ENERSIS	49,4%	60,5%	ESVAL-A	2,5%	4,5%
CHILE	15,0%	24,9%	SCHWAGER	11,0%	11,2%
SQM-B	32,3%	44,9%	SOQUICOM	4,4%	8,6%
ANTARCHILE	33,3%	45,0%	TATTERSALL	1,2%	2,9%
BSANTANDER	21,7%	32,9%	CAMPOS	2,0%	3,4%
FALABELLA	30,6%	43,2%	CINTAC	15,4%	18,5%
CMPC	25,5%	36,4%	CALICHERAA	11,9%	20,2%
CORPBANCA	16,6%	26,8%	GENER	12,3%	19,8%
ANDINA-B	58,9%	67,2%	ZOFRI	3,1%	4,4%
CAP	59,3%	64,3%	SALFACORP	17,3%	21,7%
BCI	19,8%	31,4%	BANVIDA	7,3%	13,1%
IANSA	10,5%	15,4%	RIPLEY	30,7%	42,1%
LAN	28,6%	40,0%	BESALCO	2,6%	3,1%
MADECO	22,3%	32,3%	NORTEGRAN	17,4%	22,6%
QUINENCO	17,4%	26,5%	COLO COLO	6,5%	11,5%
SM-CHILE B	9,1%	16,3%	BANMEDICA	5,3%	8,8%
CONCHATORO	11,0%	18,4%	SK	20,5%	26,0%
CGE	12,6%	21,2%	VENTANAS	0,2%	0,4%
VAPORES	19,4%	26,8%	CIC	5,5%	9,9%
EDELNOR	5,1%	9,0%	INVERMAR	6,9%	11,4%
LA POLAR	30,3%	41,7%	PEHUENCHE	14,3%	15,9%
SAN PEDRO	4,8%	9,5%	IAM	11,9%	18,4%
PROVIDA	1,1%	2,6%	MINERA	11,8%	12,0%
AGUAS-A	9,8%	16,3%	PILMAIQUEN	3,5%	6,4%
CUPRUM	3,4%	7,3%	PUCOBRE-A	3,3%	5,4%
CRISTALES	9,3%	15,9%	EMBONOR-B	2,0%	1,0%
INVERCAP	57,4%	59,0%	HABITAT	0,4%	1,2%
ANDINA-A	52,4%	60,3%	ENAEX	13,4%	16,9%
CEMENTOS	13,4%	18,6%	ANDROMACO	10,0%	10,7%
CENCOSUD	39,3%	52,1%	QUINTEC	3,0%	5,4%
INFORSA	6,1%	11,6%			

TABLA F.4. Betas de los modelos GLFM e histórico, para el término de los períodos dentro y fuera de muestra

(a) Primeras 38 acciones

	29 de diciembre de 2006				28 de diciembre de 2007			
	Histórico	GLFM 1f	GLFM 2f	GLFM 3f	Histórico	GLFM 1f	GLFM 2f	GLFM 3f
IANSÁ	0,783	0,762	0,810	0,741	0,779	0,763	0,763	0,750
CCU	0,739	0,826	0,806	0,794	0,828	0,827	0,827	0,865
ANDINA-B	0,786	0,847	0,844	0,725	0,797	0,848	0,786	0,943
SAN PEDRO	0,429	0,471	0,576	0,419	0,461	0,472	0,516	0,442
CONCHATORO	0,510	0,641	0,791	0,621	0,638	0,642	0,680	0,615
ANDINA-A	0,684	0,728	0,771	0,589	0,689	0,729	0,691	0,811
BSANTANDER	0,738	0,754	0,722	0,725	0,750	0,755	0,754	0,744
CHILE	0,541	0,611	0,616	0,578	0,602	0,612	0,637	0,598
BCI	0,542	0,625	0,602	0,589	0,598	0,626	0,615	0,624
SM-CHILE B	0,395	0,417	0,540	0,468	0,405	0,417	0,515	0,482
CORPBANCA	0,611	0,624	0,654	0,600	0,633	0,625	0,636	0,616
COPEC	0,969	0,978	0,974	0,930	0,972	0,979	0,990	0,965
D&S	1,141	1,119	1,083	1,145	1,157	1,120	1,152	1,168
FALABELLA	1,068	1,100	1,135	1,129	1,126	1,101	1,121	1,148
FASA	0,493	0,613	0,628	0,678	0,567	0,614	0,581	0,702
ENDESA	1,006	0,989	0,945	0,986	0,999	0,990	1,016	0,967
COLBUN	0,863	0,767	0,814	0,785	0,805	0,768	0,820	0,774
ENERSIS	1,293	1,180	1,134	1,194	1,206	1,181	1,223	1,168
CGE	0,460	0,541	0,591	0,527	0,522	0,541	0,576	0,539
EDELNOR	0,980	0,949	1,277	0,947	0,895	0,950	0,830	0,908
GENER	0,759	0,978	1,098	1,014	0,929	0,979	0,977	1,004
SQM-B	1,080	1,010	1,102	1,001	1,043	1,011	1,038	1,026
MADECO	1,190	1,074	1,159	1,128	1,099	1,075	1,102	1,151
CAP	1,241	1,199	2,228	1,434	1,181	1,200	0,965	1,072
CEMENTOS	0,395	0,456	0,504	0,494	0,373	0,457	0,407	0,501
ANTARCHILE	0,847	0,835	0,884	0,854	0,856	0,836	0,842	0,858
QUINENCO	0,746	0,739	0,824	0,790	0,723	0,740	0,706	0,755
ORO BLANCO	1,300	1,113	1,266	1,017	1,070	1,114	1,109	1,017
INVERCAP	1,286	1,084	2,494	1,436	1,024	1,085	0,777	0,865
CAMPOS	0,691	0,597	0,965	0,559	0,553	0,598	0,564	0,487
VAPORES	0,711	0,873	1,034	0,931	0,873	0,874	0,847	0,819
CMPC	0,739	0,785	0,819	0,753	0,770	0,786	0,780	0,773
CRISTALES	0,375	0,440	0,445	0,456	0,430	0,441	0,423	0,448
CTC-A	1,206	1,124	1,052	1,114	1,149	1,125	1,163	1,132
ENTEL	1,031	1,007	1,034	1,034	1,041	1,008	1,072	1,043
LAN	1,026	1,030	1,127	1,023	1,053	1,030	1,097	1,050
ALMENDRAL	0,967	1,041	1,248	1,090	1,002	1,042	1,022	0,996

(b) Sigüientes 37 acciones

	29 de diciembre de 2006				28 de diciembre de 2007			
	Histórico	GLFM 1f	GLFM 2f	GLFM 3f	Histórico	GLFM 1f	GLFM 2f	GLFM 3f
AGUAS-A	0,571	0,604	0,646	0,571	0,540	0,604	0,568	0,544
GASCO	0,498	0,572	0,584	0,483	0,505	0,573	0,516	0,465
BESALCO	0,149	0,334	0,521	0,339	0,314	0,334	0,321	0,260
INFORSA	0,455	0,472	0,517	0,409	0,404	0,473	0,424	0,414
SOQUICOM	0,636	0,652	0,816	0,597	0,629	0,653	0,592	0,592
ESVAL-A	0,493	0,394	0,394	0,384	0,373	0,394	0,383	0,351
PARAUCO	0,520	0,678	0,865	0,657	0,627	0,678	0,723	0,659
CALICHERAA	1,117	0,992	1,117	0,866	0,931	0,993	0,972	0,884
NORTEGRAN	1,264	1,140	1,300	1,088	1,128	1,141	1,130	1,048
VENTANAS	-0,206	0,569	0,649	0,449	0,083	0,569	0,492	0,444
ZOFRI	0,191	0,484	0,837	0,467	0,393	0,485	0,563	0,396
LA POLAR	0,839	1,007	0,989	1,002	0,989	1,008	1,015	1,003
SECURITY	0,353	0,411	0,478	0,440	0,394	0,411	0,402	0,385
BANVIDA	0,591	0,733	0,946	0,653	0,670	0,733	0,723	0,653
CINTAC	0,910	0,765	1,196	0,758	0,732	0,766	0,758	0,680
BANMEDICA	0,526	0,516	0,630	0,529	0,503	0,517	0,502	0,483
MINERA	0,120	0,180	0,271	0,225	0,156	0,181	0,113	0,168
PEHUENCHE	0,405	0,414	0,557	0,412	0,387	0,415	0,406	0,338
CENCOSUD	1,026	1,078	1,035	1,094	1,086	1,079	1,122	1,106
PUCOBRE-A	0,367	0,422	0,616	0,440	0,399	0,423	0,375	0,388
MASISA	0,951	0,990	0,985	1,002	0,983	0,990	1,010	1,007
TATTERSALL	0,888	0,783	1,120	0,783	0,743	0,783	0,722	0,752
CIC	1,480	1,070	1,586	1,086	0,930	1,071	0,909	1,078
EMBONOR-B	1,201	0,672	0,906	0,209	0,599	0,672	0,726	0,051
SALFACORP	0,339	0,652	0,745	0,671	0,610	0,653	0,615	0,617
IAM	0,569	0,575	0,633	0,558	0,513	0,576	0,600	0,517
RIPLEY	0,911	1,011	0,963	1,053	1,009	1,012	1,053	1,015
SK	0,642	0,569	0,631	0,589	0,559	0,570	0,612	0,533
SCHWAGER	1,316	1,445	3,310	2,037	0,986	1,446	1,614	1,412
INVERMAR	0,710	0,751	0,733	0,675	0,669	0,752	0,736	0,622
COLO COLO	0,976	0,808	0,806	0,762	0,764	0,809	0,841	0,729
CUPRUM	0,228	0,347	0,329	0,298	0,276	0,347	0,319	0,328
PROVIDA	0,164	0,244	0,179	0,168	0,143	0,244	0,200	0,162
PILMAIQUEN	0,978	0,873	1,264	0,760	0,795	0,874	0,889	0,708
ANDROMACO	0,021	0,238	0,231	0,260	0,228	0,238	0,146	0,276
HABITAT	0,132	0,151	0,113	-0,176	0,136	0,152	-0,009	-0,236
ENAEX	0,370	0,455	0,569	0,544	0,439	0,455	0,480	0,543
QUINTEC	-0,870	-0,066	-0,022	-0,437	-0,061	-0,066	-0,035	-0,592

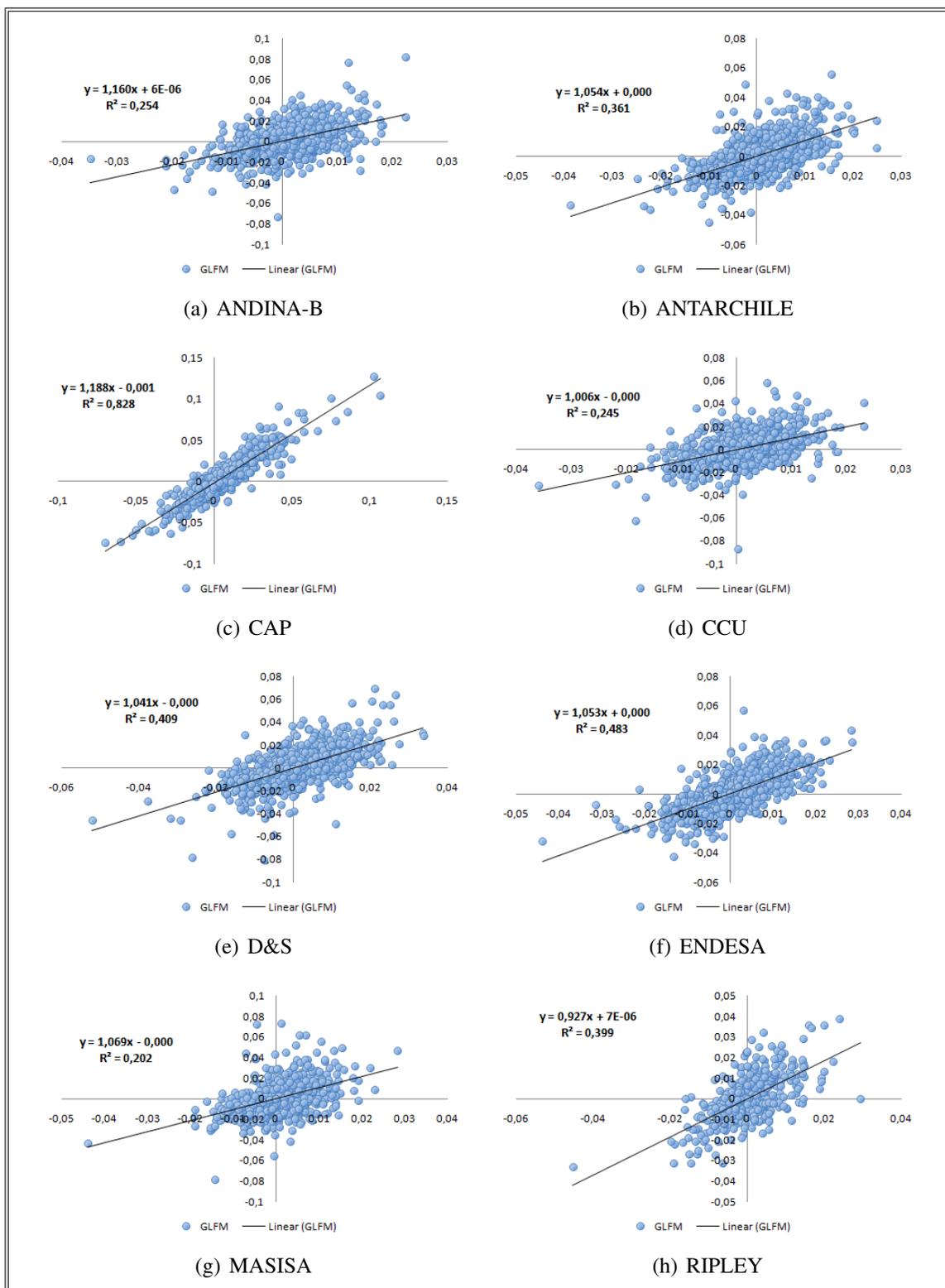


FIGURA F.1. Regresión lineal acciones *in sample*, entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores

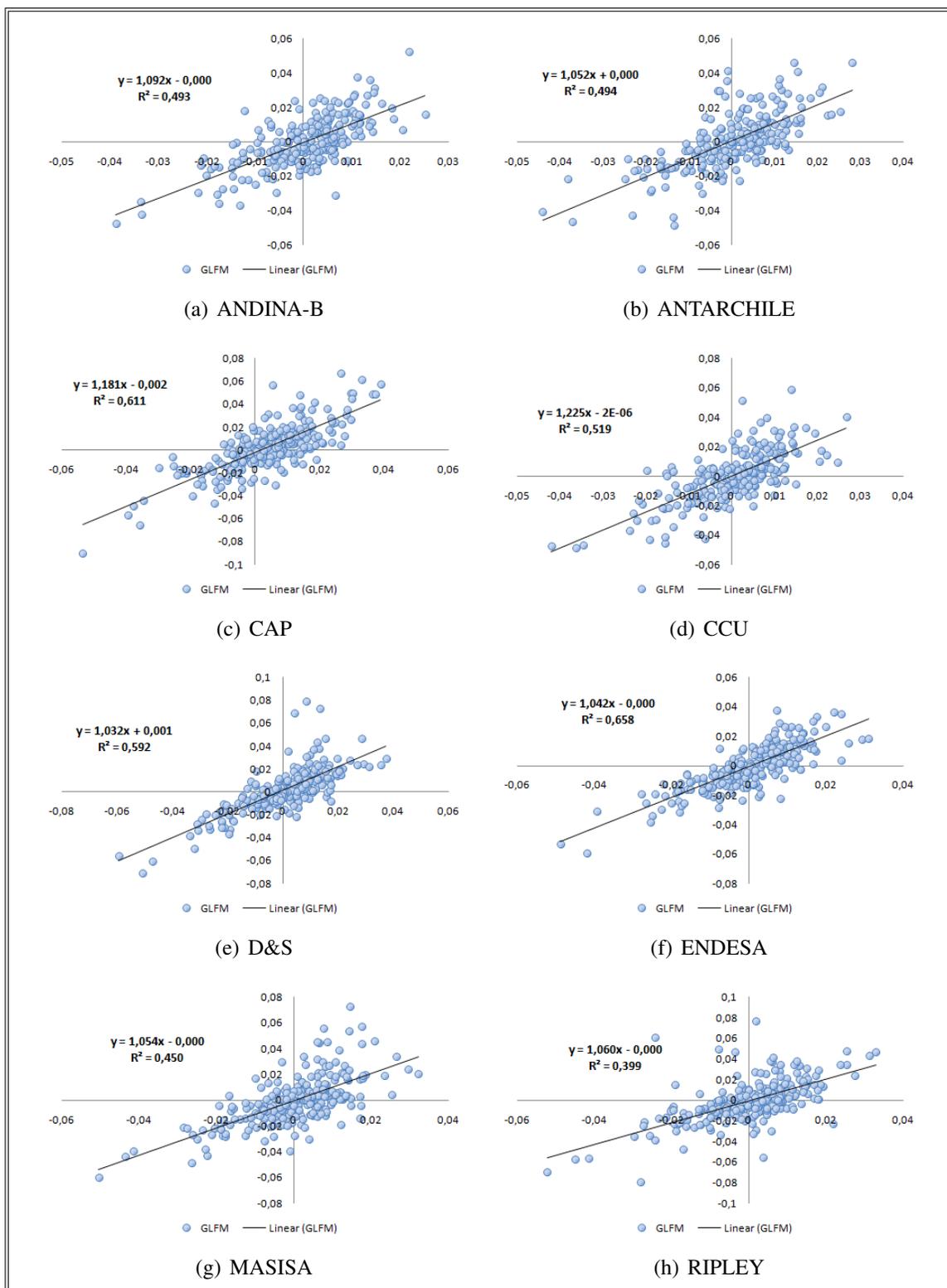


FIGURA F.2. Regresión lineal acciones *out of sample*, entre el valor observado y el valor estimado por el modelo GLFM 2 factores

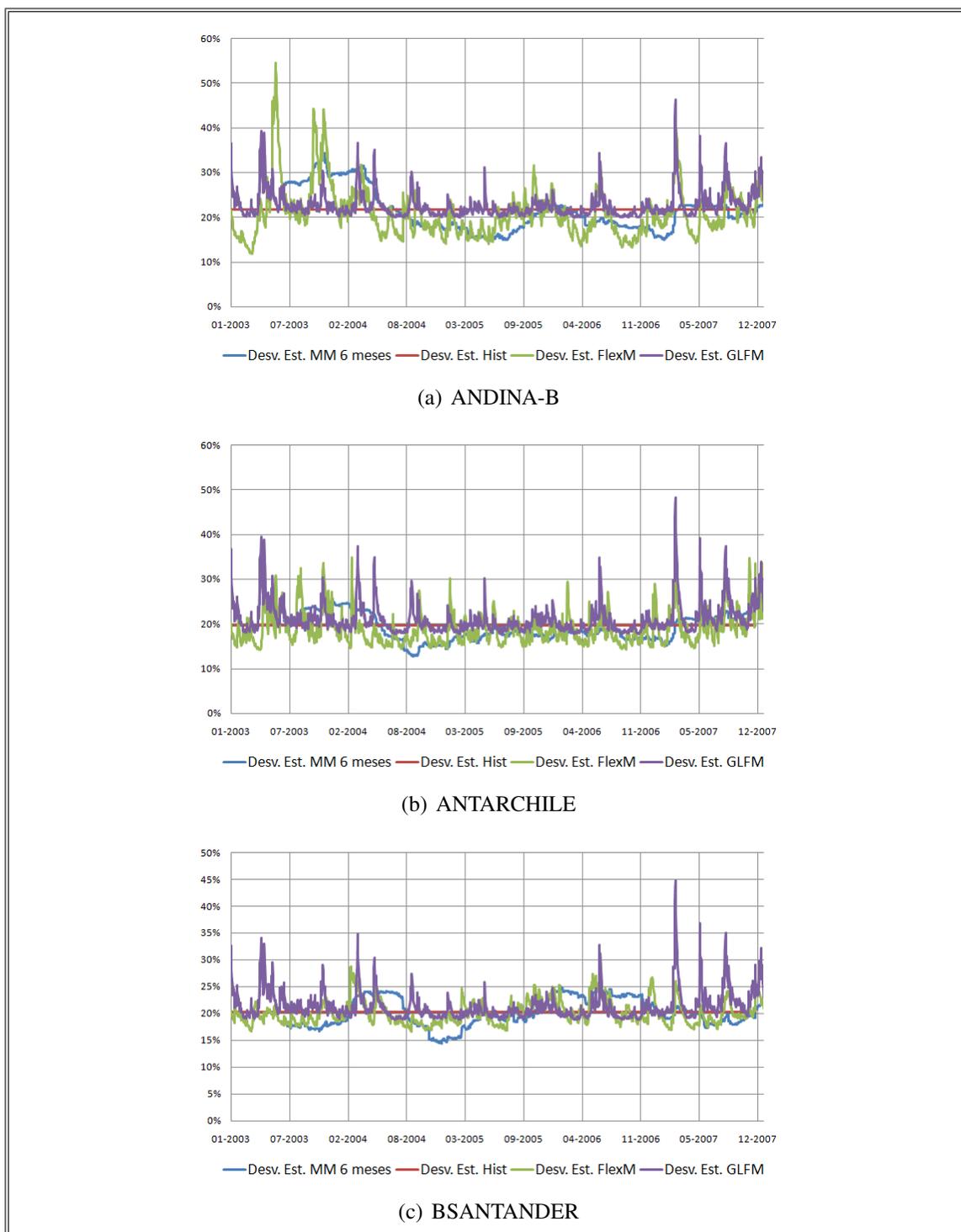
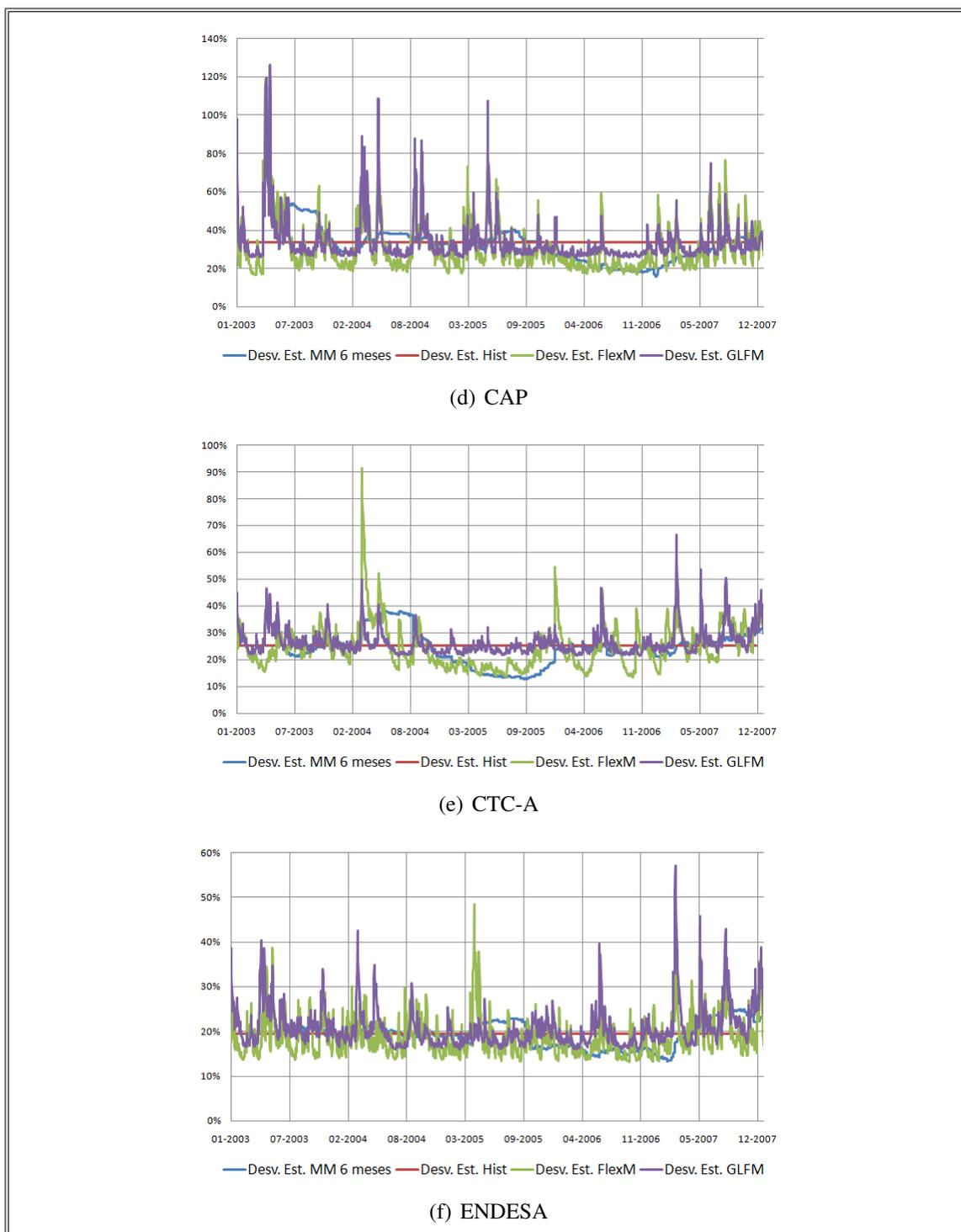
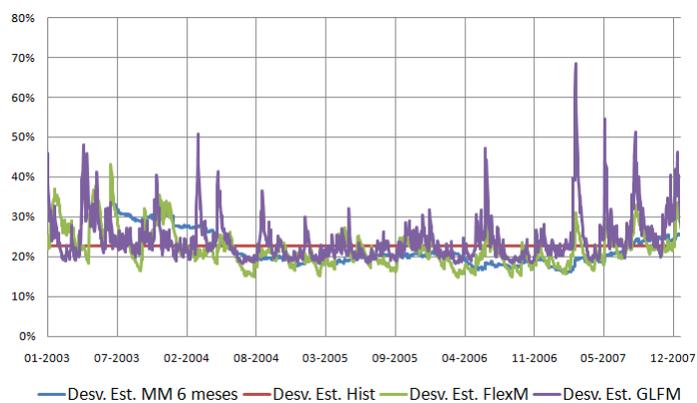
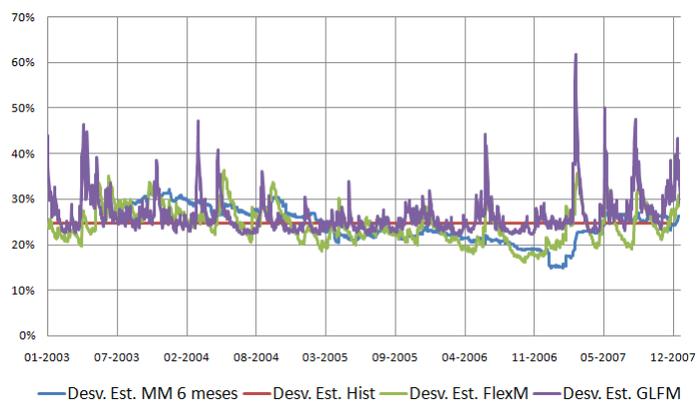


FIGURA F.3. Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 1

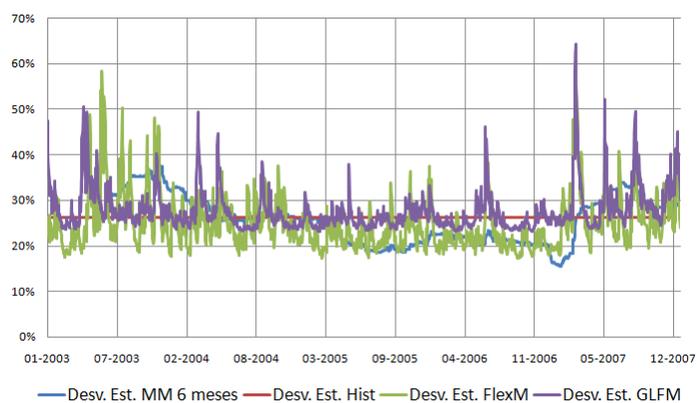




(g) ENERSIS



(h) ENTEL



(i) FALABELLA

FIGURA F.5. Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 3

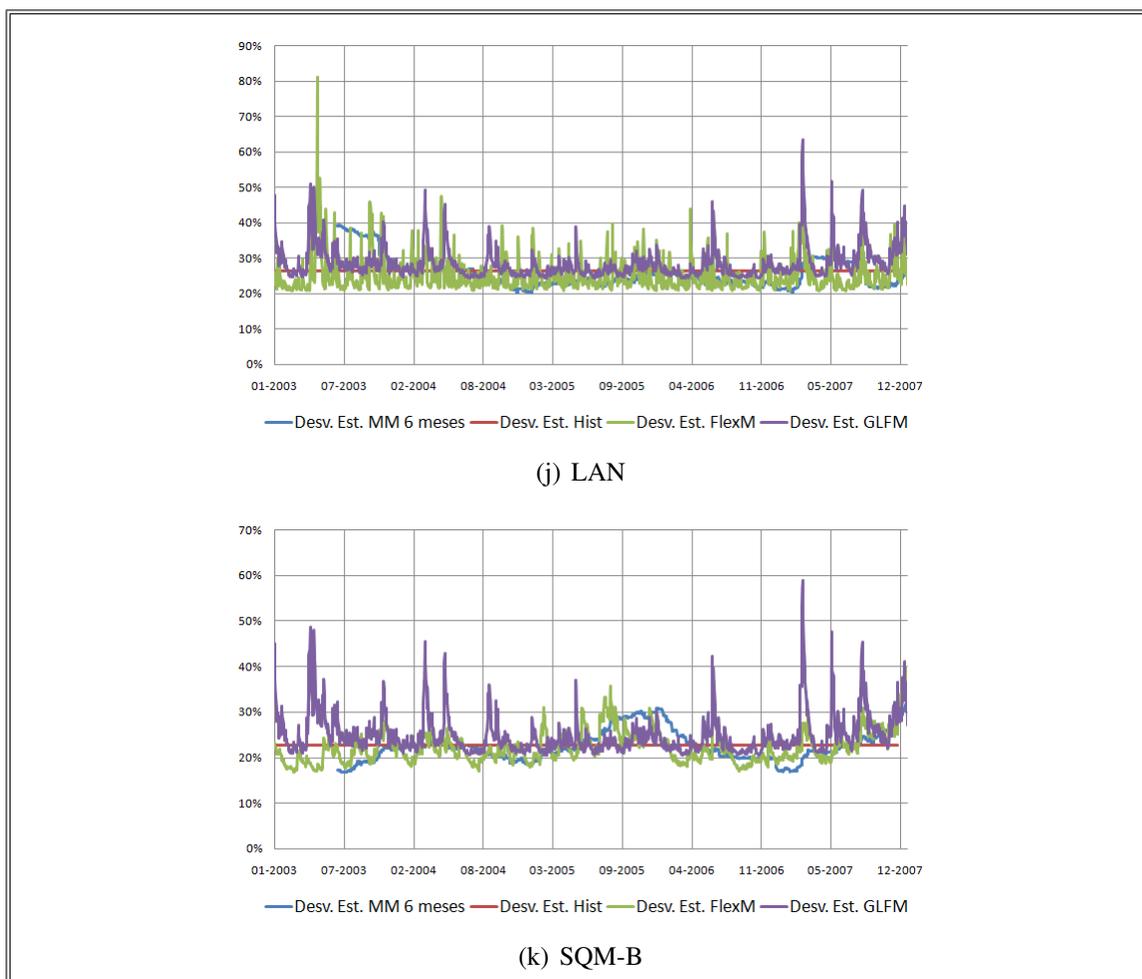


FIGURA F.6. Desviaciones estándar de acciones estimadas por las metodologías FlexM, GLFM 2 factores, media móvil 6 meses e histórico, parte 4

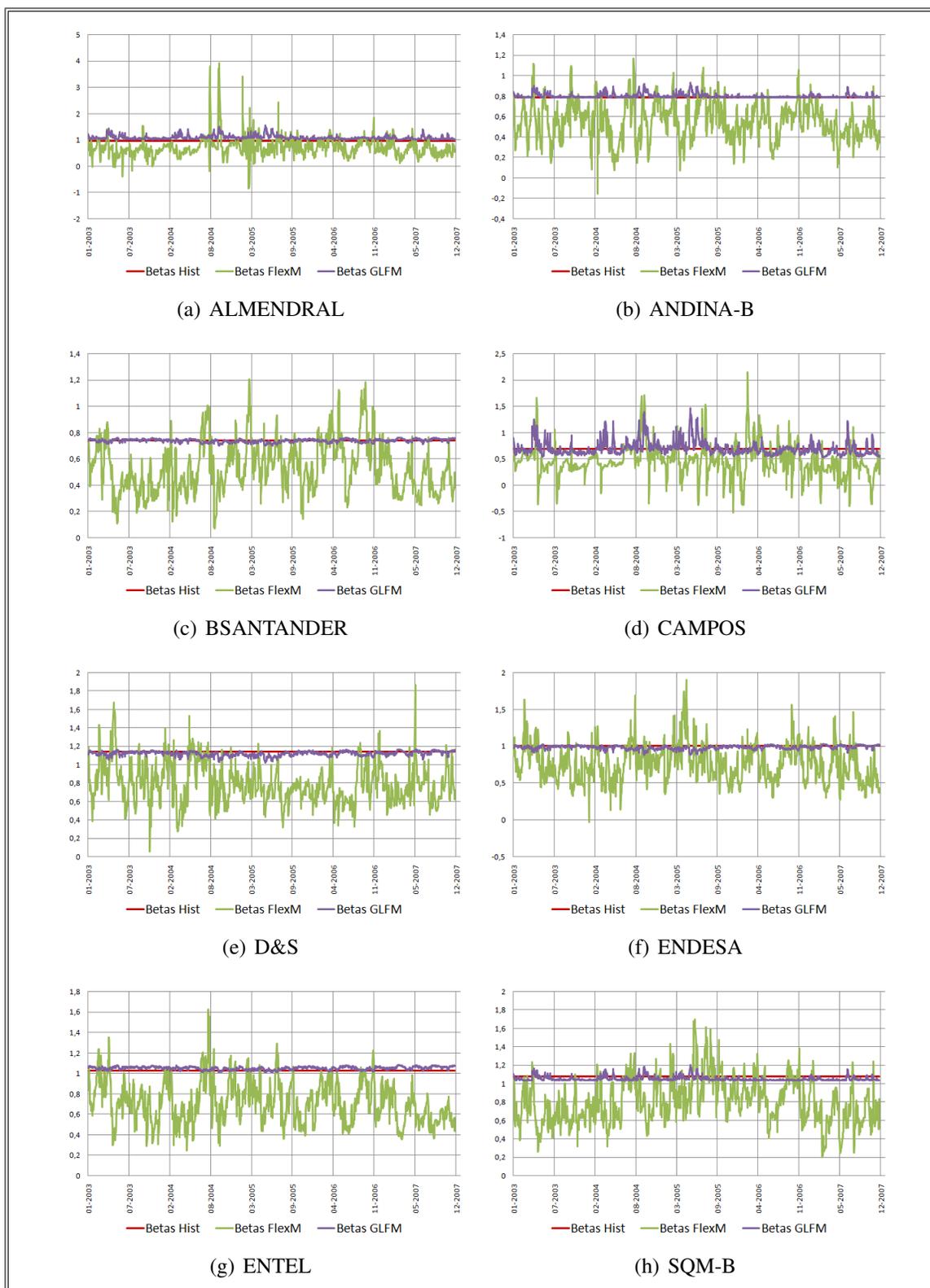


FIGURA F.7. Betas de acciones estimados por las metodologías GLFM 2 factores, FlexM e histórico

TABLA F.5. Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 3 factores. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	3,04%	0,93	Acepta	12,96	Acepta
COPEC	4,88%	0,00	Acepta	0,49	Acepta
ENDESA	3,66%	0,44	Acepta	31,02	Rechaza
CTC-A	3,00%	0,98	Acepta	31,29	Rechaza
D&S	3,67%	0,43	Acepta	98,16	Rechaza
COLBUN	3,70%	0,41	Acepta	9,73	Acepta
ENTEL	3,67%	0,43	Acepta	25,27	Rechaza
ENERSIS	4,49%	0,06	Acepta	23,51	Rechaza
CHILE	4,82%	0,01	Acepta	10,11	Acepta
ANTARCHILE	4,00%	0,22	Acepta	14,90	Acepta
BSANTANDER	4,62%	0,03	Acepta	0,06	Acepta
FALABELLA	4,55%	0,05	Acepta	14,59	Acepta
CMPC	4,24%	0,13	Acepta	15,78	Acepta
ANDINA-B	4,20%	0,15	Acepta	12,83	Acepta
CAP	4,08%	0,20	Acepta	0,22	Acepta
BCI	5,29%	0,02	Acepta	9,76	Acepta
IANSÁ	4,24%	0,13	Acepta	15,00	Acepta
LAN	1,21%	4,59	Rechaza	3,70	Acepta
MADECO	4,17%	0,16	Acepta	15,73	Acepta
LA POLAR	4,47%	0,07	Acepta	7,11	Acepta
CENCOSUD	4,07%	0,21	Acepta	9,55	Acepta
MASISA	2,89%	1,15	Acepta	17,00	Acepta
ALMENDRAL	0,89%	5,21	Rechaza	0,24	Acepta
RIPLEY	4,92%	0,00	Acepta	43,59	Rechaza
IAM	4,11%	0,17	Acepta	14,03	Acepta
SQM-B	4,62%	0,03	Acepta	9,54	Acepta
CORPBANCA	5,33%	0,02	Acepta	10,98	Acepta
VAPORES	5,04%	0,00	Acepta	16,14	Acepta
GENER	3,40%	0,61	Acepta	25,68	Rechaza
SK	3,37%	0,57	Acepta	11,80	Acepta
CONCHATORO	8,02%	1,51	Acepta	16,41	Acepta
EDELNOR	5,26%	0,01	Acepta	11,53	Acepta
SCHWAGER	4,61%	0,03	Acepta	7,42	Acepta
SALFACORP	8,87%	2,28	Acepta	20,11	Acepta
SM-CHILE B	5,13%	0,00	Acepta	10,25	Acepta
CGE	5,45%	0,04	Acepta	16,52	Acepta
AGUAS-A	3,30%	0,55	Acepta	14,79	Acepta
SECURITY	5,78%	0,09	Acepta	17,26	Acepta

(b) Siguietes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	6,73%	0,52	Acepta	14,25	Acepta
COLO COLO	5,70%	0,08	Acepta	24,31	Rechaza
PARAUCO	7,14%	0,68	Acepta	8,44	Acepta
PROVIDA	6,74%	0,45	Acepta	10,52	Acepta
CUPRUM	4,55%	0,03	Acepta	28,54	Rechaza
QUINENCO	6,21%	0,22	Acepta	28,81	Rechaza
INVERCAP	5,92%	0,12	Acepta	6,28	Acepta
SAN PEDRO	6,98%	0,55	Acepta	11,28	Acepta
ANDINA-A	1,24%	2,94	Acepta	0,35	Acepta
ZOFRI	4,60%	0,03	Acepta	18,97	Acepta
CAMPOS	1,27%	2,84	Acepta	39,79	Rechaza
CRISTALES	4,55%	0,03	Acepta	10,65	Acepta
CEMENTOS	6,94%	0,45	Acepta	11,33	Acepta
PILMAIQUEN	2,52%	1,09	Acepta	10,01	Acepta
CINTAC	5,03%	0,00	Acepta	5,05	Acepta
BANMEDICA	4,38%	0,05	Acepta	6,35	Acepta
FASA	4,17%	0,08	Acepta	19,69	Acepta
PEHUENCHE	4,00%	0,12	Acepta	9,74	Acepta
PUCOBRE-A	5,22%	0,00	Acepta	10,83	Acepta
BESALCO	6,35%	0,19	Acepta	10,62	Acepta
ORO BLANCO	4,65%	0,01	Acepta	8,60	Acepta
SOQUICOM	3,48%	0,27	Acepta	9,06	Acepta
CALICHERAA	2,47%	0,58	Acepta	22,63	Rechaza
TATTERSALL	1,71%	1,54	Acepta	4,97	Acepta
EMBONOR-B	2,17%	0,84	Acepta	24,14	Rechaza
BANVIDA	4,26%	0,05	Acepta	26,14	Rechaza
ANDROMACO	4,44%	0,03	Acepta	11,80	Acepta
INFORSA	7,14%	0,31	Acepta	40,63	Rechaza
CIC	4,88%	0,00	Acepta	24,69	Rechaza
GASCO	5,80%	0,04	Acepta	9,61	Acepta
NORTEGRAN	4,17%	0,05	Acepta	2,66	Acepta
HABITAT	6,25%	0,09	Acepta	12,82	Acepta
VENTANAS	5,45%	0,01	Acepta	0,19	Acepta
ESVAL-A	5,56%	0,01	Acepta	33,26	Rechaza
MINERA	7,69%	0,30	Acepta	9,07	Acepta
ENAEX	8,11%	0,28	Acepta	0,95	Acepta
QUINTEC	2,70%	0,21	Acepta	0,60	Acepta

TABLA F.6. Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 2 factores. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	3,04%	0,93	Acepta	8,55	Acepta
COPEC	3,66%	0,44	Acepta	0,05	Acepta
ENDESA	3,66%	0,44	Acepta	54,49	Rechaza
CTC-A	2,15%	2,19	Acepta	41,48	Rechaza
D&S	4,08%	0,20	Acepta	136,12	Rechaza
COLBUN	3,29%	0,73	Acepta	0,89	Acepta
ENTEL	3,67%	0,43	Acepta	25,37	Rechaza
ENERSIS	4,08%	0,20	Acepta	20,76	Acepta
CHILE	2,63%	1,40	Acepta	6,00	Acepta
ANTARCHILE	2,22%	1,99	Acepta	24,79	Rechaza
BSANTANDER	3,36%	0,66	Acepta	40,43	Rechaza
FALABELLA	4,13%	0,18	Acepta	14,93	Acepta
CMPC	3,81%	0,33	Acepta	14,58	Acepta
ANDINA-B	2,94%	1,08	Acepta	0,06	Acepta
CAP	3,67%	0,43	Acepta	0,05	Acepta
BCI	3,96%	0,24	Acepta	15,08	Acepta
IANSA	4,24%	0,13	Acepta	25,88	Rechaza
LAN	1,21%	4,59	Rechaza	0,49	Acepta
MADECO	4,17%	0,16	Acepta	26,22	Rechaza
LA POLAR	3,25%	0,78	Acepta	9,76	Acepta
CENCOSUD	4,07%	0,21	Acepta	0,05	Acepta
MASISA	2,89%	1,15	Acepta	22,27	Rechaza
ALMENDRAL	0,44%	7,01	Rechaza	0,06	Acepta
RIPLEY	4,92%	0,00	Acepta	33,95	Rechaza
IAM	4,11%	0,17	Acepta	0,30	Acepta
SQM-B	3,78%	0,35	Acepta	7,08	Acepta
CORPBANCA	4,89%	0,00	Acepta	14,12	Acepta
VAPORES	4,62%	0,03	Acepta	10,95	Acepta
GENER	3,40%	0,61	Acepta	0,04	Acepta
SK	3,37%	0,57	Acepta	10,64	Acepta
CONCHATORO	6,13%	0,23	Acepta	11,70	Acepta
EDELNOR	4,39%	0,08	Acepta	0,23	Acepta
SCHWAGER	3,23%	0,71	Acepta	0,06	Acepta
SALFACORP	9,36%	2,84	Acepta	21,98	Rechaza
SM-CHILE B	5,64%	0,07	Acepta	5,55	Acepta
CGE	3,96%	0,21	Acepta	28,44	Rechaza
AGUAS-A	3,30%	0,55	Acepta	13,81	Acepta
SECURITY	6,36%	0,27	Acepta	10,29	Acepta

(b) Siguietes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	6,25%	0,28	Acepta	14,24	Acepta
COLO COLO	4,66%	0,02	Acepta	14,43	Acepta
PARAUCO	6,59%	0,39	Acepta	11,03	Acepta
PROVIDA	9,55%	2,69	Acepta	14,32	Acepta
CUPRUM	6,82%	0,48	Acepta	31,55	Rechaza
QUINENCO	6,78%	0,46	Acepta	37,18	Rechaza
INVERCAP	2,96%	0,75	Acepta	0,08	Acepta
SAN PEDRO	7,56%	0,90	Acepta	11,73	Acepta
ANDINA-A	4,35%	0,07	Acepta	39,29	Rechaza
ZOFRI	2,30%	1,44	Acepta	0,32	Acepta
CAMPOS	1,90%	1,80	Acepta	17,38	Acepta
CRISTALES	4,55%	0,03	Acepta	10,50	Acepta
CEMENTOS	6,94%	0,45	Acepta	14,94	Acepta
PILMAIQUEN	1,89%	1,83	Acepta	17,49	Acepta
CINTAC	4,40%	0,05	Acepta	0,09	Acepta
BANMEDICA	3,65%	0,25	Acepta	0,37	Acepta
FASA	5,00%	0,00	Acepta	13,80	Acepta
PEHUENCHE	4,80%	0,00	Acepta	18,95	Acepta
PUCOBRE-A	3,48%	0,27	Acepta	7,87	Acepta
BESALCO	7,14%	0,47	Acepta	10,06	Acepta
ORO BLANCO	3,88%	0,16	Acepta	0,11	Acepta
SOQUICOM	3,48%	0,27	Acepta	7,85	Acepta
CALICHERAA	1,23%	1,49	Acepta	0,20	Acepta
TATTERSALL	1,71%	1,54	Acepta	0,51	Acepta
EMBONOR-B	2,17%	0,84	Acepta	0,14	Acepta
BANVIDA	3,19%	0,32	Acepta	11,40	Acepta
ANDROMACO	4,44%	0,03	Acepta	9,92	Acepta
INFORSA	5,95%	0,07	Acepta	36,53	Rechaza
CIC	3,66%	0,15	Acepta	29,69	Rechaza
GASCO	5,80%	0,04	Acepta	12,34	Acepta
NORTEGRAN	4,17%	0,05	Acepta	0,23	Acepta
HABITAT	7,81%	0,40	Acepta	15,47	Acepta
VENTANAS	3,64%	0,10	Acepta	0,06	Acepta
ESVAL-A	1,85%	0,64	Acepta	52,04	Rechaza
MINERA	7,69%	0,30	Acepta	11,70	Acepta
ENAEX	8,11%	0,28	Acepta	5,50	Acepta
QUINTEC	5,41%	0,01	Acepta	13,96	Acepta

TABLA F.7. Resultados VaR al 5% para el modelo GLFM 1 factor. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	3,04%	0,93	Acepta	10,17	Acepta
COPEC	3,25%	0,78	Acepta	14,32	Acepta
ENDESA	2,85%	1,23	Acepta	24,50	Rechaza
CTC-A	2,15%	2,19	Acepta	22,86	Rechaza
D&S	3,67%	0,43	Acepta	67,58	Rechaza
COLBUN	3,29%	0,73	Acepta	13,56	Acepta
ENTEL	3,27%	0,76	Acepta	20,27	Acepta
ENERSIS	3,27%	0,76	Acepta	23,80	Rechaza
CHILE	2,19%	2,06	Acepta	10,11	Acepta
ANTARCHILE	2,22%	1,99	Acepta	21,18	Rechaza
BSANTANDER	2,52%	1,62	Acepta	7,36	Acepta
FALABELLA	4,55%	0,05	Acepta	21,39	Rechaza
CMPC	4,24%	0,13	Acepta	19,96	Acepta
ANDINA-B	2,52%	1,62	Acepta	16,79	Acepta
CAP	2,86%	1,21	Acepta	4,11	Acepta
BCI	3,52%	0,50	Acepta	9,48	Acepta
IANSÁ	3,81%	0,33	Acepta	18,18	Acepta
LAN	1,21%	4,59	Rechaza	14,24	Acepta
MADECO	3,33%	0,69	Acepta	13,69	Acepta
LA POLAR	3,25%	0,78	Acepta	13,48	Acepta
CENCOSUD	4,07%	0,21	Acepta	14,53	Acepta
MASISA	2,89%	1,15	Acepta	15,59	Acepta
ALMENDRAL	0,44%	7,01	Rechaza	13,52	Acepta
RIPLEY	4,92%	0,00	Acepta	41,92	Rechaza
IAM	4,11%	0,17	Acepta	20,19	Acepta
SQM-B	5,04%	0,00	Acepta	11,60	Acepta
CORPBANCA	4,89%	0,00	Acepta	11,70	Acepta
VAPORES	5,04%	0,00	Acepta	14,94	Acepta
GENER	2,98%	1,02	Acepta	24,36	Rechaza
SK	3,37%	0,57	Acepta	17,50	Acepta
CONCHATORO	7,55%	1,10	Acepta	16,39	Acepta
EDELNOR	5,26%	0,01	Acepta	16,26	Acepta
SCHWAGER	3,23%	0,71	Acepta	3,74	Acepta
SALFACORP	7,88%	1,32	Acepta	28,11	Rechaza
SM-CHILE B	5,13%	0,00	Acepta	15,95	Acepta
CGE	5,94%	0,15	Acepta	11,76	Acepta
AGUAS-A	3,30%	0,55	Acepta	13,02	Acepta
SECURITY	6,36%	0,27	Acepta	28,09	Rechaza

(b) Sigüientes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	5,77%	0,11	Acepta	13,77	Acepta
COLO COLO	6,22%	0,24	Acepta	21,85	Rechaza
PARAUCO	5,49%	0,04	Acepta	12,26	Acepta
PROVIDA	8,99%	2,12	Acepta	12,04	Acepta
CUPRUM	7,95%	1,20	Acepta	20,44	Acepta
QUINENCO	6,78%	0,46	Acepta	26,57	Rechaza
INVERCAP	3,55%	0,36	Acepta	6,61	Acepta
SAN PEDRO	8,72%	1,80	Acepta	11,38	Acepta
ANDINA-A	5,59%	0,05	Acepta	2,98	Acepta
ZOFRI	2,30%	1,44	Acepta	23,14	Rechaza
CAMPOS	0,63%	4,33	Rechaza	37,91	Rechaza
CRISTALES	5,19%	0,01	Acepta	12,78	Acepta
CEMENTOS	6,94%	0,45	Acepta	9,40	Acepta
PILMAIQUEN	1,89%	1,83	Acepta	11,95	Acepta
CINTAC	4,40%	0,05	Acepta	7,75	Acepta
BANMEDICA	3,65%	0,25	Acepta	9,20	Acepta
FASA	3,33%	0,34	Acepta	24,59	Rechaza
PEHUENCHE	4,00%	0,12	Acepta	7,74	Acepta
PUCOBRE-A	3,48%	0,27	Acepta	14,73	Acepta
BESALCO	3,17%	0,44	Acepta	13,30	Acepta
ORO BLANCO	4,65%	0,01	Acepta	21,22	Rechaza
SOQUICOM	3,48%	0,27	Acepta	10,79	Acepta
CALICHERAA	1,23%	1,49	Acepta	15,28	Acepta
TATTERSALL	0,85%	2,77	Acepta	9,57	Acepta
EMBONOR-B	2,17%	0,84	Acepta	12,24	Acepta
BANVIDA	3,19%	0,32	Acepta	21,83	Rechaza
ANDROMACO	6,67%	0,21	Acepta	9,47	Acepta
INFORSA	4,76%	0,00	Acepta	25,79	Rechaza
CIC	3,66%	0,15	Acepta	24,69	Rechaza
GASCO	5,80%	0,04	Acepta	8,81	Acepta
NORTEGRAN	4,17%	0,05	Acepta	2,66	Acepta
HABITAT	9,38%	0,90	Acepta	10,37	Acepta
VENTANAS	1,82%	0,67	Acepta	3,94	Acepta
ESVAL-A	1,85%	0,64	Acepta	33,26	Rechaza
MINERA	7,69%	0,30	Acepta	9,21	Acepta
ENAEX	10,81%	0,87	Acepta	3,21	Acepta
QUINTEC	5,41%	0,01	Acepta	7,71	Acepta

TABLA F.8. Resultados VaR al 5% para la metodología de simulación histórica. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	12,61%	8,72	Rechaza	7,38	Acepta
COPEC	8,13%	1,87	Acepta	28,16	Rechaza
ENDESA	11,38%	6,84	Rechaza	17,98	Acepta
CTC-A	11,59%	6,85	Rechaza	14,42	Acepta
D&S	7,76%	1,47	Acepta	36,99	Rechaza
COLBUN	6,58%	0,51	Acepta	17,40	Acepta
ENTEL	5,71%	0,11	Acepta	15,26	Acepta
ENERSIS	8,57%	2,38	Acepta	24,09	Rechaza
CHILE	10,96%	5,62	Rechaza	10,12	Acepta
ANTARCHILE	9,33%	3,11	Acepta	27,46	Rechaza
BSANTANDER	5,88%	0,16	Acepta	14,67	Acepta
FALABELLA	9,50%	3,59	Acepta	28,19	Rechaza
CMPC	10,17%	4,50	Rechaza	24,13	Rechaza
ANDINA-B	7,14%	0,89	Acepta	20,76	Acepta
CAP	7,76%	1,47	Acepta	8,01	Acepta
BCI	11,01%	5,67	Rechaza	9,20	Acepta
IANSA	6,36%	0,37	Acepta	21,35	Rechaza
LAN	8,50%	2,31	Acepta	24,77	Rechaza
MADECO	6,25%	0,32	Acepta	11,65	Acepta
LA POLAR	11,38%	6,84	Rechaza	19,84	Acepta
CENCOSUD	12,60%	9,32	Rechaza	19,51	Acepta
MASISA	8,68%	2,48	Acepta	14,18	Acepta
ALMENDRAL	4,89%	0,00	Acepta	26,81	Rechaza
RIPLEY	11,48%	6,96	Rechaza	40,25	Rechaza
IAM	5,94%	0,17	Acepta	26,34	Rechaza
SQM-B	10,50%	5,08	Rechaza	13,67	Acepta
CORPBANCA	11,11%	5,79	Rechaza	12,42	Acepta
VAPORES	10,92%	5,79	Rechaza	13,73	Acepta
GENER	5,53%	0,06	Acepta	23,04	Rechaza
SK	6,73%	0,52	Acepta	23,20	Rechaza
CONCHATORO	11,79%	6,58	Rechaza	16,38	Acepta
EDELNOR	2,63%	1,40	Acepta	20,99	Acepta
SCHWAGER	0,46%	6,69	Rechaza	0,06	Acepta
SALFACORP	16,26%	15,17	Rechaza	36,11	Rechaza
SM-CHILE B	10,26%	3,83	Acepta	21,64	Rechaza
CGE	10,40%	4,16	Rechaza	6,99	Acepta
AGUAS-A	7,69%	1,04	Acepta	11,26	Acepta
SECURITY	12,72%	6,73	Rechaza	38,92	Rechaza

(b) Sigüientes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	12,98%	8,58	Rechaza	13,29	Acepta
COLO COLO	5,70%	0,08	Acepta	19,39	Acepta
PARAUCO	9,34%	2,53	Acepta	16,08	Acepta
PROVIDA	8,43%	1,60	Acepta	13,57	Acepta
CUPRUM	10,80%	4,12	Rechaza	12,35	Acepta
QUINENCO	10,17%	3,37	Acepta	24,33	Rechaza
INVERCAP	4,14%	0,12	Acepta	6,94	Acepta
SAN PEDRO	9,30%	2,35	Acepta	11,47	Acepta
ANDINA-A	8,70%	1,66	Acepta	5,62	Acepta
ZOFRI	6,90%	0,51	Acepta	27,31	Rechaza
CAMPOS	3,16%	0,56	Acepta	36,03	Rechaza
CRISTALES	7,79%	0,95	Acepta	14,90	Acepta
CEMENTOS	14,58%	8,16	Rechaza	7,47	Acepta
PILMAIQUEN	4,40%	0,05	Acepta	13,90	Acepta
CINTAC	4,40%	0,05	Acepta	10,44	Acepta
BANMEDICA	5,84%	0,08	Acepta	12,05	Acepta
FASA	11,67%	3,60	Acepta	29,49	Rechaza
PEHUENCHE	15,20%	7,89	Rechaza	5,75	Acepta
PUCOBRE-A	7,83%	0,72	Acepta	18,63	Acepta
BESALCO	7,94%	0,85	Acepta	15,98	Acepta
ORO BLANCO	1,55%	1,90	Acepta	33,85	Rechaza
SOQUICOM	4,35%	0,05	Acepta	12,53	Acepta
CALICHERAA	7,41%	0,38	Acepta	7,92	Acepta
TATTERSALL	3,42%	0,30	Acepta	14,16	Acepta
EMBONOR-B	2,17%	0,84	Acepta	0,35	Acepta
BANVIDA	8,51%	0,88	Acepta	17,51	Acepta
ANDROMACO	11,11%	2,32	Acepta	7,15	Acepta
INFORSA	8,33%	0,72	Acepta	10,95	Acepta
CIC	2,44%	0,60	Acepta	29,83	Rechaza
GASCO	8,70%	0,71	Acepta	8,02	Acepta
NORTEGRAN	2,78%	0,38	Acepta	28,02	Rechaza
HABITAT	15,63%	4,33	Rechaza	7,91	Acepta
VENTANAS	5,45%	0,01	Acepta	7,69	Acepta
ESVAL-A	3,70%	0,09	Acepta	25,71	Rechaza
MINERA	9,62%	0,81	Acepta	9,35	Acepta
ENAEX	8,11%	0,28	Acepta	5,47	Acepta
QUINTEC	16,22%	2,75	Acepta	14,81	Acepta

TABLA F.9. Resultados VaR al 5% para la metodología RiskMetrics. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	8,70%	2,38	Acepta	17,38	Acepta
COPEC	7,72%	1,44	Acepta	7,19	Acepta
ENDESA	7,72%	1,44	Acepta	7,55	Acepta
CTC-A	9,87%	3,99	Rechaza	7,96	Acepta
D&S	8,57%	2,38	Acepta	60,20	Rechaza
COLBUN	7,82%	1,52	Acepta	5,92	Acepta
ENTEL	8,57%	2,38	Acepta	25,17	Rechaza
ENERSIS	5,71%	0,11	Acepta	26,25	Rechaza
CHILE	7,46%	1,10	Acepta	5,98	Acepta
ANTARCHILE	8,89%	2,55	Acepta	7,77	Acepta
BSANTANDER	6,72%	0,59	Acepta	21,49	Rechaza
FALABELLA	8,26%	1,99	Acepta	14,25	Acepta
CMPC	7,63%	1,29	Acepta	16,98	Acepta
ANDINA-B	8,82%	2,62	Acepta	25,60	Rechaza
CAP	8,16%	1,90	Acepta	14,28	Acepta
BCI	7,49%	1,12	Acepta	10,96	Acepta
IANSÁ	7,63%	1,29	Acepta	4,12	Acepta
LAN	6,88%	0,72	Acepta	6,92	Acepta
MADECO	6,67%	0,55	Acepta	5,24	Acepta
LA POLAR	5,69%	0,10	Acepta	7,09	Acepta
CENCOSUD	7,72%	1,44	Acepta	19,05	Acepta
MASISA	8,26%	1,99	Acepta	11,73	Acepta
ALMENDRAL	8,44%	2,04	Acepta	38,75	Rechaza
RIPLEY	7,38%	1,11	Acepta	53,23	Rechaza
IAM	9,59%	3,36	Acepta	3,41	Acepta
SQM-B	9,24%	3,17	Acepta	35,06	Rechaza
CORPBANCA	8,44%	2,04	Acepta	26,35	Rechaza
VAPORES	7,56%	1,24	Acepta	12,42	Acepta
GENER	5,53%	0,06	Acepta	11,05	Acepta
SK	9,62%	3,23	Acepta	12,96	Acepta
CONCHATORO	8,96%	3,06	Acepta	8,37	Acepta
EDELNOR	6,58%	0,47	Acepta	22,82	Rechaza
SCHWAGER	7,83%	1,81	Acepta	14,78	Acepta
SALFACORP	9,36%	4,11	Rechaza	8,09	Acepta
SM-CHILE B	7,18%	1,55	Acepta	13,26	Acepta
CGE	6,44%	1,35	Acepta	5,32	Acepta
AGUAS-A	10,44%	4,52	Rechaza	15,77	Acepta
SECURITY	10,40%	5,86	Rechaza	13,99	Acepta

(b) Sigüientes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	9,13%	3,23	Acepta	12,56	Acepta
COLO COLO	8,81%	3,93	Rechaza	34,19	Rechaza
PARAUCO	8,79%	1,97	Acepta	12,12	Acepta
PROVIDA	10,11%	5,53	Rechaza	6,98	Acepta
CUPRUM	10,23%	6,51	Rechaza	18,90	Acepta
QUINENCO	9,60%	4,81	Rechaza	13,47	Acepta
INVERCAP	9,47%	5,30	Rechaza	12,47	Acepta
SAN PEDRO	8,72%	5,11	Rechaza	10,28	Acepta
ANDINA-A	13,66%	11,84	Rechaza	10,42	Acepta
ZOFRI	8,62%	3,52	Acepta	10,56	Acepta
CAMPOS	6,33%	5,21	Rechaza	8,15	Acepta
CRISTALES	11,69%	9,29	Rechaza	10,80	Acepta
CEMENTOS	13,19%	15,11	Rechaza	8,63	Acepta
PILMAIQUEN	5,03%	1,73	Acepta	8,59	Acepta
CINTAC	10,06%	6,89	Rechaza	10,02	Acepta
BANMEDICA	14,60%	8,84	Rechaza	12,32	Acepta
FASA	10,83%	13,24	Rechaza	14,86	Acepta
PEHUENCHE	9,60%	12,56	Rechaza	16,91	Acepta
PUCOBRE-A	13,04%	8,94	Rechaza	11,02	Acepta
BESALCO	14,29%	12,43	Rechaza	7,13	Acepta
ORO BLANCO	3,88%	15,93	Rechaza	17,09	Acepta
SOQUICOM	10,43%	10,12	Rechaza	10,27	Acepta
CALICHERAA	18,52%	15,44	Rechaza	11,76	Acepta
TATTERSALL	4,27%	1,12	Acepta	9,42	Acepta
EMBONOR-B	10,87%	10,63	Rechaza	8,59	Acepta
BANVIDA	10,64%	11,68	Rechaza	12,19	Acepta
ANDROMACO	17,78%	16,80	Rechaza	13,67	Acepta
INFORSA	10,71%	9,14	Rechaza	11,36	Acepta
CIC	6,10%	13,69	Rechaza	19,68	Acepta
GASCO	8,70%	19,95	Rechaza	6,87	Acepta
NORTEGRAN	6,94%	17,41	Rechaza	5,10	Acepta
HABITAT	14,06%	15,86	Rechaza	15,47	Acepta
VENTANAS	1,82%	8,08	Rechaza	0,33	Acepta
ESVAL-A	12,96%	31,56	Rechaza	14,48	Acepta
MINERA	11,54%	19,22	Rechaza	6,44	Acepta
ENAEX	13,51%	22,96	Rechaza	6,44	Acepta
QUINTEC	10,81%	14,06	Rechaza	8,90	Acepta

TABLA F.10. Resultados VaR al 5% para la metodología FlexM. El test de Kupiec y de Ljung-Box, están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

(a) Primeras 38 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
CCU	2,61%	1,45	Acepta	6,78	Acepta
COPEC	2,44%	1,80	Acepta	7,29	Acepta
ENDESA	1,63%	3,43	Acepta	14,97	Acepta
CTC-A	2,58%	1,51	Acepta	36,04	Rechaza
D&S	2,86%	1,21	Acepta	32,99	Rechaza
COLBUN	2,88%	1,17	Acepta	2,79	Acepta
ENTEL	2,04%	2,50	Acepta	1,39	Acepta
ENERSIS	0,41%	7,83	Rechaza	0,05	Acepta
CHILE	7,02%	0,76	Acepta	6,06	Acepta
ANTARCHILE	4,89%	0,00	Acepta	20,09	Acepta
BSANTANDER	1,26%	4,29	Rechaza	26,71	Rechaza
FALABELLA	3,31%	0,72	Acepta	5,63	Acepta
CMPC	5,51%	0,05	Acepta	5,02	Acepta
ANDINA-B	2,94%	1,08	Acepta	9,03	Acepta
CAP	3,67%	0,43	Acepta	6,88	Acepta
BCI	4,41%	0,08	Acepta	12,38	Acepta
IANSÁ	4,66%	0,03	Acepta	6,86	Acepta
LAN	2,43%	1,83	Acepta	23,11	Rechaza
MADECO	3,33%	0,69	Acepta	7,29	Acepta
LA POLAR	4,47%	0,07	Acepta	23,20	Rechaza
CENCOSUD	6,91%	0,74	Acepta	19,85	Acepta
MASISA	7,85%	1,54	Acepta	25,48	Rechaza
ALMENDRAL	0,89%	5,21	Rechaza	0,24	Acepta
RIPLEY	6,15%	0,27	Acepta	38,07	Rechaza
IAM	8,68%	2,24	Acepta	22,21	Rechaza
SQM-B	4,20%	0,15	Acepta	13,30	Acepta
CORPBANCA	6,67%	0,52	Acepta	8,88	Acepta
VAPORES	4,20%	0,15	Acepta	12,17	Acepta
GENER	4,26%	0,13	Acepta	6,72	Acepta
SK	8,17%	1,62	Acepta	24,61	Rechaza
CONCHATORO	10,85%	5,04	Rechaza	18,47	Acepta
EDELNOR	3,07%	0,90	Acepta	8,78	Acepta
SCHWAGER	8,76%	2,31	Acepta	13,37	Acepta
SALFACORP	9,85%	3,45	Acepta	32,70	Rechaza
SM-CHILE B	10,26%	3,83	Acepta	16,01	Acepta
CGE	11,39%	5,62	Rechaza	10,22	Acepta
AGUAS-A	6,59%	0,39	Acepta	10,28	Acepta
SECURITY	9,25%	2,31	Acepta	29,74	Rechaza

(b) Sigüientes 37 acciones

	VaR Estimado	Kupiec Test	H0	Ljung-Box Test	H0
INVERMAR	7,21%	0,82	Acepta	22,51	Rechaza
COLO COLO	7,25%	0,79	Acepta	24,60	Rechaza
PARAUCO	7,69%	1,04	Acepta	22,37	Rechaza
PROVIDA	8,43%	1,60	Acepta	22,63	Rechaza
CUPRUM	10,80%	4,12	Rechaza	27,97	Rechaza
QUINENCO	6,78%	0,46	Acepta	6,49	Acepta
INVERCAP	5,92%	0,12	Acepta	10,40	Acepta
SAN PEDRO	11,05%	4,34	Rechaza	16,20	Acepta
ANDINA-A	9,94%	2,82	Acepta	15,16	Acepta
ZOFRI	6,90%	0,51	Acepta	22,54	Rechaza
CAMPOS	6,96%	0,50	Acepta	7,40	Acepta
CRISTALES	11,04%	3,88	Rechaza	5,58	Acepta
CEMENTOS	15,28%	9,21	Rechaza	10,25	Acepta
PILMAIQUEN	6,29%	0,22	Acepta	23,80	Rechaza
CINTAC	8,81%	1,73	Acepta	16,84	Acepta
BANMEDICA	13,14%	5,85	Rechaza	17,47	Acepta
FASA	14,17%	6,30	Rechaza	9,34	Acepta
PEHUENCHE	8,00%	0,88	Acepta	21,57	Rechaza
PUCOBRE-A	13,91%	5,75	Rechaza	22,17	Rechaza
BESALCO	15,87%	8,88	Rechaza	9,10	Acepta
ORO BLANCO	4,65%	0,01	Acepta	7,82	Acepta
SOQUICOM	7,83%	0,72	Acepta	20,13	Acepta
CALICHERAA	16,05%	5,87	Rechaza	16,04	Acepta
TATTERSALL	6,84%	0,33	Acepta	18,23	Acepta
EMBONOR-B	8,70%	0,95	Acepta	13,49	Acepta
BANVIDA	8,51%	0,88	Acepta	22,97	Rechaza
ANDROMACO	14,44%	4,98	Rechaza	19,02	Acepta
INFORSA	11,90%	2,68	Acepta	29,16	Rechaza
CIC	7,32%	0,35	Acepta	34,85	Rechaza
GASCO	13,04%	2,89	Acepta	7,68	Acepta
NORTEGRAN	9,72%	1,16	Acepta	20,12	Acepta
HABITAT	12,50%	2,37	Acepta	21,13	Rechaza
VENTANAS	3,64%	0,10	Acepta	15,92	Acepta
ESVAL-A	14,81%	3,19	Acepta	46,02	Rechaza
MINERA	15,38%	3,39	Acepta	20,35	Acepta
ENAEX	18,92%	3,96	Rechaza	16,99	Acepta
QUINTEC	10,81%	0,87	Acepta	22,92	Rechaza

TABLA F.11. Resultados del test de Kupiec y de Ljung-Box para los distintos portafolios. Los tests están calculados con una significancia del 5%, y los valores críticos son 3,84 y 21,03 respectivamente

	GLFM 1 Fact.	GLFM 2 Fact.	GLFM 3 Fact.	Histórico	RiskMetrics	FlexM
<i>port</i> _{98%}	4,15%	4,56%	4,98%	8,71%	8,30%	6,64%
<i>Kupiec</i>	0,17	0,04	0,00	2,51	2,02	0,54
<i>H0</i>	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta
<i>LB</i>	8,98	6,23	7,42	8,21	10,43	14,21
<i>H0</i>	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta
<i>port</i> _{86%}	6,13%	5,66%	5,19%	10,85%	10,38%	8,49%
<i>Kupiec</i>	0,23	0,08	0,01	0,11	4,34	1,97
<i>H0</i>	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Rechaza	Acepta
<i>LB</i>	10,22	15,31	17,22	9,31	25,22	23,11
<i>H0</i>	Acepta	Acepta	Acepta	Acepta	Rechaza	Rechaza
<i>port</i> _{61%}	6,67%	6,00%	6,00%	11,33%	12,67%	10,67%
<i>Kupiec</i>	0,35	0,13	0,13	4,11	5,77	3,37
<i>H0</i>	Acepta	Acepta	Acepta	Rechaza	Rechaza	Acepta
<i>LB</i>	22,54	19,66	20,12	24,98	17,41	9,33
<i>H0</i>	Rechaza	Acepta	Acepta	Rechaza	Acepta	Acepta

TABLA F.12. Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 1 factor

1,00	-0,10	-0,02	0,04	-0,04	0,02	-0,05	-0,02	0,00	-0,13	-0,02	0,00	-0,03	0,06	-0,06	0,09	0,10	-0,08	-0,14	-0,13	-0,07	0,06	-0,10	-0,19	-0,07
-0,10	1,00	-0,12	-0,10	-0,10	0,16	0,08	-0,03	0,01	0,59	-0,08	-0,15	0,16	-0,08	0,04	0,01	-0,14	-0,03	-0,12	-0,02	-0,10	-0,13	-0,01	-0,01	0,01
-0,02	-0,12	1,00	0,05	-0,15	0,14	-0,15	0,38	-0,14	-0,15	0,05	-0,09	-0,18	-0,05	-0,17	-0,11	-0,09	-0,16	-0,05	-0,12	-0,07	0,04	-0,08	-0,05	-0,03
0,04	-0,10	0,05	1,00	-0,04	-0,01	-0,02	-0,05	-0,03	-0,09	-0,04	0,10	-0,03	0,02	-0,18	0,08	0,05	-0,05	0,00	-0,06	-0,07	-0,09	0,04	-0,12	-0,03
-0,04	-0,10	-0,15	-0,04	1,00	-0,15	-0,16	-0,11	0,03	-0,09	-0,01	0,18	-0,04	-0,05	0,01	-0,13	-0,07	0,04	0,02	-0,02	-0,04	-0,08	-0,08	-0,05	-0,05
0,02	-0,16	0,14	-0,01	-0,15	1,00	-0,04	0,08	-0,03	-0,14	-0,07	-0,05	-0,06	0,00	-0,02	0,02	0,04	-0,07	-0,02	-0,10	-0,04	-0,03	0,04	-0,12	0,01
-0,05	0,08	-0,15	-0,02	-0,16	-0,04	1,00	-0,13	0,06	0,08	-0,01	-0,06	-0,05	-0,04	-0,09	0,06	-0,06	-0,01	-0,01	-0,07	0,11	-0,10	0,61	0,01	-0,03
-0,02	-0,03	0,38	-0,05	-0,11	0,08	-0,13	1,00	-0,09	-0,06	0,00	-0,14	-0,10	-0,07	-0,09	-0,17	-0,10	-0,09	-0,07	-0,18	-0,06	-0,08	-0,09	-0,07	-0,05
0,00	0,01	-0,14	-0,03	0,03	-0,03	0,06	-0,09	1,00	0,02	0,11	0,02	0,02	-0,10	-0,15	0,07	0,09	-0,04	-0,03	-0,05	-0,06	-0,07	-0,05	0,02	0,02
-0,13	0,59	-0,15	-0,09	-0,09	-0,14	0,08	-0,06	0,02	1,00	0,04	-0,05	0,12	-0,05	0,04	0,05	0,00	-0,04	-0,06	-0,16	-0,11	-0,13	0,04	-0,08	0,12
-0,02	-0,08	0,05	-0,04	-0,01	-0,07	-0,01	0,00	0,11	0,04	1,00	-0,09	0,00	-0,02	-0,07	-0,10	0,09	-0,01	0,06	-0,21	0,00	0,04	-0,06	-0,09	-0,07
0,00	-0,15	-0,09	0,10	0,18	-0,05	-0,06	-0,14	0,01	-0,05	-0,09	1,00	0,01	0,02	-0,07	0,04	-0,10	-0,04	0,03	0,14	-0,05	-0,11	-0,04	0,02	-0,05
-0,03	0,16	-0,18	-0,03	-0,04	-0,06	-0,05	-0,10	0,02	0,12	0,00	0,01	1,00	0,01	0,21	0,01	-0,03	-0,18	-0,14	-0,07	-0,07	0,03	-0,12	-0,06	0,02
0,06	-0,08	-0,05	0,02	-0,05	0,00	-0,04	-0,07	-0,10	-0,05	-0,02	0,02	0,01	1,00	0,00	0,12	0,05	-0,07	0,00	-0,12	0,04	0,15	-0,06	-0,09	0,04
0,09	0,04	-0,11	0,08	0,01	-0,02	-0,09	-0,09	0,09	0,05	0,10	-0,04	0,01	0,12	-0,08	1,00	0,02	0,10	-0,01	-0,04	-0,14	0,10	-0,02	-0,07	0,03
0,10	-0,14	-0,09	0,05	-0,07	0,04	-0,06	-0,10	0,09	0,00	0,09	-0,10	-0,03	0,05	-0,09	0,02	1,00	-0,10	0,05	-0,02	0,00	-0,03	0,00	-0,04	0,07
-0,08	-0,03	-0,16	-0,05	0,04	-0,07	-0,01	-0,09	-0,04	-0,04	-0,01	-0,04	-0,18	-0,07	-0,05	0,10	-0,10	1,00	-0,03	0,05	-0,15	0,02	-0,08	-0,02	0,01
-0,14	-0,12	-0,05	0,00	0,02	-0,02	-0,01	-0,07	-0,03	-0,06	0,06	0,03	-0,14	0,00	-0,09	-0,01	-0,05	-0,03	1,00	0,10	-0,02	0,00	-0,07	0,01	-0,11
-0,13	-0,02	-0,12	-0,06	-0,02	-0,10	-0,07	-0,18	-0,05	-0,16	-0,21	0,14	-0,07	-0,12	-0,05	0,02	0,00	0,10	1,00	0,10	-0,12	-0,05	-0,01	0,18	-0,10
-0,07	-0,10	-0,07	-0,07	-0,04	-0,04	0,11	-0,06	-0,06	-0,11	0,00	-0,05	-0,07	-0,04	-0,14	-0,14	-0,04	-0,05	0,10	1,00	0,07	0,07	-0,05	0,01	-0,02
0,06	-0,13	0,04	-0,09	-0,08	-0,03	-0,10	-0,08	-0,07	-0,13	0,04	-0,11	0,03	0,15	-0,08	0,10	-0,03	0,02	0,00	-0,05	0,07	1,00	-0,05	0,05	0,08
-0,10	-0,01	-0,08	0,04	-0,08	0,04	0,61	-0,09	0,02	0,04	-0,06	-0,04	-0,12	-0,06	-0,09	-0,02	0,00	-0,08	-0,07	-0,01	0,18	-0,05	1,00	0,01	0,02
-0,19	-0,01	-0,05	-0,12	-0,05	-0,12	0,01	-0,07	-0,05	-0,08	-0,09	0,02	-0,06	-0,09	-0,04	-0,07	-0,04	-0,02	0,01	0,18	0,01	0,05	0,01	1,00	0,06
-0,07	0,01	-0,03	-0,03	-0,05	0,01	-0,03	-0,05	0,02	0,12	-0,07	-0,05	0,02	0,04	0,01	0,03	0,07	0,01	-0,11	-0,10	-0,02	0,08	0,02	0,06	1,00

TABLA F.13. Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 2 factores

1.00	-0.09	-0.02	0.04	-0.06	0.01	-0.06	-0.04	0.00	-0.13	-0.01	0.01	-0.02	0.08	0.00	0.10	0.09	-0.09	-0.14	-0.13	-0.07	0.06	-0.08	-0.20	-0.07
-0.09	1.00	-0.13	-0.10	-0.17	0.09	-0.04	0.01	0.60	-0.08	-0.15	0.17	-0.07	0.05	0.01	-0.14	-0.04	-0.13	-0.01	-0.10	-0.10	-0.13	-0.01	-0.01	0.01
-0.02	-0.13	1.00	0.03	-0.17	0.14	-0.15	0.36	-0.15	-0.14	0.04	-0.09	-0.16	-0.04	-0.09	-0.11	-0.10	-0.16	-0.05	-0.13	-0.09	0.03	-0.06	-0.06	-0.02
0.04	-0.10	0.03	1.00	-0.04	-0.01	-0.02	-0.07	-0.03	-0.08	-0.04	0.10	-0.01	0.02	-0.11	0.08	0.04	-0.05	0.00	-0.07	-0.08	-0.10	0.06	-0.13	-0.02
-0.06	-0.10	-0.17	-0.04	1.00	-0.15	-0.16	-0.12	0.03	-0.09	-0.01	0.17	-0.03	-0.05	0.06	-0.13	-0.08	0.03	0.02	-0.04	-0.06	-0.09	-0.08	-0.06	-0.04
0.01	-0.17	0.14	-0.01	-0.15	1.00	-0.03	0.09	-0.03	-0.13	-0.07	-0.06	-0.06	-0.01	-0.04	0.01	0.04	-0.07	-0.02	-0.11	-0.05	-0.03	0.04	-0.13	0.02
-0.06	0.09	-0.15	-0.02	-0.16	-0.03	1.00	-0.12	0.06	0.08	-0.01	-0.07	-0.04	-0.03	-0.08	0.07	-0.06	-0.02	-0.01	-0.08	0.10	-0.10	0.61	0.01	-0.02
-0.04	-0.04	0.36	-0.07	-0.12	0.09	-0.12	1.00	-0.09	-0.04	-0.02	-0.15	-0.08	-0.09	-0.02	-0.18	-0.12	-0.09	-0.07	-0.20	-0.09	-0.09	-0.09	-0.08	-0.04
0.00	0.01	-0.15	-0.03	0.03	-0.03	0.06	-0.09	1.00	0.02	0.11	0.04	-0.08	-0.14	0.08	0.09	0.09	-0.04	-0.02	-0.05	-0.06	-0.07	0.03	-0.05	0.02
-0.13	0.60	-0.14	-0.08	-0.09	-0.13	0.08	-0.04	0.02	1.00	0.05	-0.05	0.12	-0.04	-0.03	0.05	0.00	-0.05	-0.06	-0.16	-0.10	-0.12	0.04	-0.08	0.13
-0.01	-0.08	0.04	-0.04	-0.01	-0.07	-0.06	-0.07	-0.15	0.01	1.00	-0.09	0.01	-0.01	0.08	-0.10	0.08	-0.02	0.05	-0.21	-0.01	0.04	-0.06	-0.09	-0.07
0.01	-0.15	-0.09	0.10	0.17	-0.06	-0.07	-0.15	0.01	-0.05	-0.09	1.00	0.02	0.03	-0.06	0.04	-0.11	-0.05	0.03	0.14	-0.05	-0.11	-0.03	0.02	-0.05
-0.02	0.17	-0.16	-0.01	-0.03	-0.06	-0.04	-0.08	0.04	0.12	0.01	0.02	1.00	0.02	0.13	0.03	-0.03	-0.18	-0.14	-0.05	-0.05	0.04	-0.14	-0.04	0.02
0.08	-0.07	-0.04	0.02	-0.05	-0.01	-0.03	-0.09	-0.08	-0.04	-0.01	0.03	0.02	1.00	-0.04	0.13	0.06	-0.06	-0.01	-0.10	0.05	0.16	-0.05	-0.08	0.03
0.00	0.05	-0.09	-0.11	0.06	-0.04	-0.06	-0.04	-0.08	-0.02	0.08	-0.06	0.13	-0.04	1.00	-0.08	-0.07	-0.04	-0.14	-0.08	-0.05	-0.06	-0.20	0.03	-0.02
0.10	0.01	-0.11	0.08	-0.13	0.01	0.07	-0.18	0.08	0.05	-0.10	0.04	0.03	0.13	-0.08	1.00	0.02	0.10	-0.01	-0.04	-0.14	0.10	-0.01	-0.07	0.03
0.09	-0.14	-0.10	0.04	-0.08	0.04	-0.06	-0.12	0.09	0.00	0.08	-0.11	-0.03	0.06	-0.07	0.02	1.00	-0.10	0.05	-0.02	-0.01	-0.02	0.01	-0.05	0.07
-0.09	-0.04	-0.16	-0.05	0.03	-0.07	-0.02	-0.09	-0.04	-0.05	-0.02	-0.05	-0.18	-0.06	-0.04	0.10	-0.10	1.00	-0.02	0.04	-0.16	0.02	-0.07	-0.03	0.02
-0.14	-0.12	-0.05	0.00	0.02	-0.02	-0.01	-0.07	-0.02	-0.06	0.05	0.03	-0.14	-0.01	-0.14	-0.01	-0.05	-0.02	1.00	0.10	-0.02	0.00	-0.07	0.01	-0.10
-0.13	-0.01	-0.13	-0.07	-0.04	-0.11	-0.08	-0.20	-0.05	-0.16	-0.21	0.14	-0.05	-0.10	-0.08	-0.04	-0.02	0.04	0.10	1.00	-0.13	-0.05	0.00	0.18	-0.10
-0.07	-0.10	-0.09	-0.08	-0.06	-0.05	0.10	-0.09	-0.06	-0.10	-0.01	-0.05	-0.05	0.05	-0.14	-0.01	-0.01	-0.16	-0.02	-0.13	1.00	0.06	0.20	0.00	-0.01
0.06	-0.13	0.03	-0.10	-0.09	-0.03	-0.10	-0.09	-0.07	-0.12	0.04	-0.11	0.04	0.16	0.06	0.10	-0.02	0.02	0.00	-0.05	0.06	1.00	-0.04	0.05	0.09
-0.08	-0.01	-0.06	0.06	-0.08	0.04	0.61	-0.09	0.03	0.04	-0.06	-0.03	-0.14	-0.05	-0.20	-0.01	0.01	-0.07	-0.07	0.00	0.20	-0.04	1.00	0.02	0.02
-0.20	-0.01	-0.06	-0.13	-0.06	-0.13	0.01	-0.08	-0.05	-0.08	-0.09	0.02	-0.04	-0.08	0.03	-0.07	-0.05	-0.03	0.01	0.18	0.00	0.05	0.02	1.00	0.06
-0.07	0.01	-0.02	-0.02	-0.04	0.02	-0.02	-0.04	0.02	0.13	-0.07	-0.05	0.02	0.03	-0.02	0.03	0.07	0.02	-0.10	-0.10	-0.01	0.09	0.02	0.06	1.00

TABLA F.14. Matriz de correlaciones de la ecuación $r_t - \lambda X_t$ para las 25 acciones con presencia total durante el período fuera de muestra. La estimación se realiza utilizando el modelo GLFM de 3 factores

1,00	-0,10	0,00	0,04	-0,05	0,03	-0,05	0,00	0,00	-0,12	-0,02	-0,01	-0,03	-0,09	0,03	0,08	0,08	-0,09	-0,16	-0,13	-0,09	0,04	-0,07	-0,18	-0,06
-0,10	1,00	-0,13	-0,10	-0,09	-0,17	0,10	-0,05	0,02	0,61	-0,07	-0,14	0,19	-0,10	0,11	0,02	-0,15	-0,04	-0,13	-0,02	-0,11	-0,13	0,00	0,00	0,02
0,00	-0,13	1,00	0,04	-0,18	0,13	-0,14	0,34	-0,12	-0,13	0,05	-0,09	-0,15	0,11	-0,12	-0,08	-0,09	-0,18	-0,04	-0,14	-0,08	0,05	-0,06	-0,07	0,01
0,04	-0,10	0,04	1,00	-0,04	-0,01	-0,01	-0,06	-0,02	-0,07	-0,04	0,11	-0,01	0,02	-0,13	0,08	0,04	-0,06	0,00	-0,06	-0,07	-0,09	0,07	-0,12	-0,01
-0,05	-0,09	-0,18	-0,04	1,00	-0,16	-0,16	-0,14	0,04	-0,08	-0,01	0,18	-0,02	-0,03	0,07	-0,12	-0,09	0,02	0,02	-0,04	-0,06	-0,09	-0,08	-0,06	-0,04
0,03	-0,17	0,13	-0,01	-0,16	1,00	-0,04	0,07	-0,02	-0,13	-0,07	-0,05	-0,05	0,07	-0,04	0,03	0,04	-0,08	-0,01	-0,12	-0,05	-0,03	0,04	-0,13	0,02
-0,05	0,10	-0,14	-0,01	-0,16	-0,04	1,00	-0,11	0,07	0,09	0,00	-0,05	-0,03	-0,04	-0,08	0,07	-0,07	-0,01	-0,01	-0,07	0,11	-0,10	0,61	0,02	-0,01
0,00	-0,05	0,34	-0,06	-0,14	0,07	-0,11	1,00	-0,07	-0,03	0,00	-0,14	-0,05	0,15	-0,03	-0,14	-0,11	-0,13	-0,06	-0,23	-0,08	-0,05	-0,09	-0,11	-0,02
0,00	0,02	-0,12	-0,02	0,04	-0,02	0,07	-0,07	1,00	0,03	0,12	0,04	0,14	-0,10	-0,13	0,08	0,09	-0,03	-0,04	-0,03	-0,05	-0,07	0,04	-0,03	0,04
-0,12	0,61	-0,13	-0,07	-0,08	-0,13	0,09	-0,03	0,03	1,00	0,05	-0,04	0,14	-0,10	0,02	0,06	0,00	-0,04	-0,06	-0,16	-0,10	-0,12	0,06	-0,07	0,14
-0,02	-0,07	0,05	-0,04	-0,01	-0,07	0,00	0,00	0,12	0,05	1,00	-0,08	0,02	-0,08	0,09	-0,10	0,08	-0,02	0,04	-0,21	-0,01	0,04	-0,05	-0,08	-0,06
-0,01	-0,14	-0,09	0,11	0,18	-0,05	-0,05	-0,14	0,02	-0,04	-0,08	1,00	0,02	0,05	-0,08	0,04	-0,11	-0,05	0,03	0,13	-0,05	-0,11	-0,03	0,03	-0,03
-0,03	0,19	-0,15	-0,01	-0,02	-0,05	-0,03	-0,05	-0,03	0,04	0,02	0,02	1,00	-0,11	0,16	0,02	-0,04	-0,17	-0,15	-0,06	-0,06	0,03	-0,12	-0,04	0,02
-0,09	-0,10	0,11	-0,12	-0,03	0,07	-0,04	-0,08	-0,03	-0,10	-0,08	0,05	-0,11	1,00	-0,12	1,00	-0,08	-0,02	-0,15	-0,12	-0,12	-0,11	-0,21	-0,04	-0,07
0,03	0,11	-0,12	-0,13	0,07	-0,04	-0,08	0,15	-0,18	0,02	0,09	0,02	0,16	-0,12	0,02	-0,08	-0,08	0,01	-0,02	-0,15	-0,12	-0,11	0,09	0,00	-0,04
0,08	0,02	-0,08	0,08	-0,12	0,03	0,07	-0,14	0,08	0,06	-0,10	0,04	0,02	0,02	-0,08	1,00	0,01	1,00	-0,02	-0,03	-0,14	0,09	0,00	-0,05	0,04
0,08	-0,15	-0,09	0,04	-0,09	0,04	-0,07	-0,11	0,09	0,00	0,08	-0,11	-0,04	-0,03	-0,08	0,01	1,00	-0,11	-0,06	-0,02	0,00	-0,04	0,02	-0,03	0,07
-0,09	-0,04	-0,18	-0,06	0,02	-0,08	-0,01	-0,13	-0,03	-0,04	-0,02	-0,05	-0,17	-0,04	-0,02	-0,11	-0,11	1,00	-0,03	0,04	-0,17	0,01	-0,08	-0,03	0,03
-0,16	-0,13	-0,04	0,00	0,02	-0,01	-0,01	-0,06	-0,02	-0,06	0,04	0,03	-0,15	-0,08	-0,15	-0,02	-0,06	-0,03	1,00	0,10	-0,02	-0,02	-0,07	0,03	-0,11
-0,13	-0,02	-0,14	-0,06	-0,04	-0,12	-0,07	-0,23	-0,03	-0,16	-0,21	0,13	-0,06	-0,08	-0,12	-0,14	-0,06	-0,03	0,10	1,00	-0,13	-0,06	0,00	0,18	-0,08
-0,09	-0,11	-0,08	-0,07	-0,06	-0,05	0,11	-0,08	-0,05	-0,10	-0,01	-0,05	-0,06	0,03	-0,12	-0,14	0,00	-0,17	-0,02	-0,13	1,00	0,06	0,20	0,02	0,01
0,04	-0,13	0,05	-0,09	-0,09	-0,03	-0,10	-0,05	-0,07	-0,12	0,04	-0,11	0,03	0,07	-0,11	0,09	-0,04	0,01	-0,02	-0,06	0,06	1,00	-0,03	0,07	0,10
-0,07	0,00	-0,06	0,07	-0,08	0,04	0,61	-0,09	0,04	0,06	-0,05	-0,03	-0,12	-0,02	-0,21	0,00	0,02	-0,08	-0,07	0,00	0,20	-0,03	1,00	0,01	0,04
-0,18	0,00	-0,07	-0,12	-0,06	-0,13	0,02	-0,11	-0,03	-0,07	-0,08	0,03	-0,04	0,07	-0,04	-0,05	-0,03	-0,03	0,03	0,18	0,02	0,07	0,01	1,00	0,08
-0,06	0,02	0,01	-0,01	-0,04	0,02	-0,01	-0,02	0,04	0,14	-0,06	-0,03	0,02	-0,04	-0,07	0,04	0,07	0,03	-0,11	-0,08	0,01	0,10	0,04	0,08	1,00