PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

UN MODELO DE PLANIFICACION TACTICA EN LA LOGISTICA DE EMERGENCIA PARA EL CASO DE INUNDACIONES.

PATRICIO ANDRES LAMAS VILCHES

Tesis presentada para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
RODRIGO ANDRES GARRIDO HIDALGO

Santiago de Chile, Enero 2011

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

UN MODELO DE PLANIFICACION TACTICA EN LA LOGISTICA DE EMERGENCIA PARA EL CASO DE INUNDACIONES.

PATRICIO ANDRES LAMAS VILCHES

Miembros del Comité:
RODRIGO ANDRES GARRIDO HIDALGO
RICARDO GIESEN ENCINA
HERNAN ANDRES ROJAS OLAVARRIA
VLADIMIR MARIANOV KLUGE

Tesis presentada para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Enero 2011

A mi familia

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a mis padres Nelson y Mónica, a mis hermanos Alejandro y Beatriz, por el estímulo y apoyo a lo largo de toda mi vida. A mis mejores amigos Dan y Rodolfo, por estar siempre junto a mí durante todos los años en la universidad. También, quiero agraceder a los miembros del Comité de Tesis, profesores Vladimir Marianov, Ricardo Giesen y Hernán Rojas, quienes con sus correcciones, observaciones y consejos, me permitieron mejorar la calidad de la presente tesis. Finalmente, quiero agradecer a la persona que ha tenido la incidencia más directa y fundamental en la concepción, desarrollo y finalización de mi programa de Magister, profesor Rodrigo Garrido. Su entrega de conocimientos, dedicación y experiencias, han sido una ayuda invaluable en mi formación académica.

INDICE GENERAL

RESUMEN

La logística del abastecimiento de productos y servicios es, en general, un tarea compleja, que involucra un gran cantidad de agentes con diferentes objetivos y capacidades, como también distintos niveles de información. La complejidad de esta tarea se amplifica, cuando existe incerteza originada por un evento catastrófico, en el cual las redes de transporte y comunicaciones resultan dañadas (a niveles desconocidos) y las capacidades de los agentes son afectadas, originando el ingreso de nuevos agentes. Bajo estas cincunstancias, los patrones de demanda cambian en forma y magnitud, generando una cadena de modificaciones en una gran porción de la red de abastecimiento. Luego, la estructura de consumo estándar proyectada por los productores y distribuidores no se adecua al nuevo escenario, por lo tanto la logística asociada no es capaz de abastecer los bienes y servicios en los tiempos y lugares requeridos. Algunos eventos catastróficos son más fáciles de predecir que otros (en tiempo y espacio). Por ejemplo, desastres naturales pueden tener patrones estacionales que los ataques terroristas no. Esta tesis desarrolla una estructura de modelación para asistir a los tomadores de decisiones en la etapa de planificación de asistencia inmediata de víctimas. Esta estructura entrega una política de inventario óptima para productos de emergencia. En esta tesis, inundaciones son los únicos desastres posibles en el futuro proyectable. Luego, es posible definir un proceso estocástico para representar la ocurrencia probabilística de inundaciones en diferentes zonas a los largo del año.

El modelo matemático que optimiza los niveles de inventario es un problema de programación estocástica. El modelo es (aproximadamente) resuelto a través de aproximación de promedio muestral. Un ejemplo numérico es presentado.

Palabras Claves: logística de emergencia, programación estocástica, programación probabilística, chance constrained programming, aproximación de promedio muestral.

ABSTRACT

The logistics of supplying products and services is in general a complex task, involving a large number of agents with different objectives and capabilities as well as uneven levels of information. More so under the uncertainty posed by a catastrophic event in which the transportation and/or communication networks are damaged (to unknown extents) and the capabilities of some of the supply chain agents are affected and new agents come into play. Under these circumstances, the demand patterns change in shape and magnitude, generating a chain of changes in a large portion of the supply network. Thus the standard array of consumption typically forecasted by producers and distributors does not hold under the new scenario and hence the associated logistics is unable to deliver goods and services on time at the right place. Some catastrophic events are more predictable than others (in time and space). For example, natural disasters may exhibit seasonal patterns while terrorist attacks may not. This article presents a modeling framework to assist decision makers in the planning stage of immediate assistance of natural disasters victims. The modeling framework gives an optimal inventory policy for emergency supplies. In this article, floods are the only possible events in the foreseeable future. Thus, it is possible to establish a stochastic process to represent the probabilistic occurrence of floods in different zones throughout a year.

The mathematical model that optimizes the inventory levels flows and vehicles allocation is stochastic programming model. The model is (approximately) solved through sample average approximation. An example is provided.

Keywords: emergency logistics, stochastic programming, probabilistic programming, chance constrained programming, sample average approximation.

1. INTRODUCCION

La mayoría de los sistemas logísticos están diseñados para operar bajo condiciones estándares, es decir, cuando las redes de transporte y comunicación están absolutamente operativas. En estos casos la demanda fluctúa en límites que pueden ser predichos con alta confianza. Asimismo, las redes y recursos materiales y humanos están absolutamente disponibles para distribuir productos entre puntos de producción y demanda.

Incluso en la situación anteriormente descrita, definir la estrategia y operación logística, son tareas complejas, debido al tamaño de las instancias y el tipo de modelos a resolver, cuando se trata de encontrar valores óptimos a las variables de interés.

Toda la complejidad de la logística en condiciones estándares, se ve acentuada cuando existe incertidumbre en algún (o todos) los componentes del sistema. Éste es el caso de la logística de emergencia en desastres naturales. Típicamente, existirán víctimas que requieran de ayuda inmediata en distintas dimensiones, tales como salud, comida, agua, entre otros.

Ocurrido el desastre natural, la infraestructura utilizada para el abastecimiento de ayuda, puede resultar severamente dañada. Adicionalmente, la demanda por ayuda cambia abruptamente desde un punto nulo a uno de alta demanda. Como consecuencia, los planes de la logística estándar resultan insuficientes. Planes improvisados desarrollados en el momento inmediatamente posterior a la ocurrencia del desastre, en la práctica han fallado, debido a la carencia de información y preparación (Holguin-Veras, Pérez, Ukkusuri, Wachtendorf, & Brown, 2007).

Los desastres naturales caen en la categoría de eventos de baja probabilidad y altas consecuencias, en términos de pérdidas humanas y materiales. La presente tesis se enfoca en aquellos desastres que muestran tendencias temporales estacionales y geográficas, y como consecuencia, pueden ser representados como un proceso estocástico computacionalmente tratable. Tal es el caso de los desastres provocados por inundaciones.

1.1. Revisión Bibliográfica

A pesar de la importancia que posee la logística de emergencia, el número de publicaciones es muy inferior a la logística comercial estándar. Una investigación sobre el impacto de las interrupciones del transporte en la cadena de abastecimiento es la presentada en (Wilson, 2007). La publicación más citada relacionada a la logística de emergencia en el caso de desastres naturales es (Ozdamar, Ekinci, & Kucukyazici, 2004), el cual se enfoca en las decisiones operacionales en desastres naturales en general. La publicación (Fiedrich, Gehbauer, & Rickers, 2000), presenta una investigación para el caso de las decisiones estratégicas en el caso de terremotos. En (M. Chang, Tseng, & Chen, 2007), se desarrolla un modelo para las decisiones estratégicas, en el caso de inundaciones, considerando distintos escenarios.

La logística de emergencia en el caso de desastres por inundaciones, requiere como parámetros la proyección de la ocurrencia de inundaciones. Modelos para este tipo de proyecciones se pueden encontrar en (Ryder, 2009; T. Chang, Delleur, & Kavvas, 1987; Delleur & Kavvas, 1978).

El tipo de modelo planteado en la presente tesis, cae dentro de la categoría de programación estocástica. Bibliografía relacionada a ésta corresponde a (Shapiro, Dentcheva, & Ruszczyński, 2009; Birge & Louveaux, 1997; Ruszczynski & Shapiro, 2003; Kall & Wallace, 1994). En particular, se desarrolla un modelo tipo programación probabilística, los cuales se describen en profundidad en (Prekopa, 2003). Los primeros artículos relacionados a estos modelos corresponden a (Charnes, Cooper, & Symonds, 1958; Miller & Wagner, 1965).

Los artículos (Pagnoncelli, Ahmed, & Shapiro, 2009; Luedtke & Ahmed, 2008), presentan métodos para resolver problemas del tipo programación probabilística en casos reales.

Hasta la finalización de la realización de la presente tesis, no se han desarrollado modelos para las decisiones tácticas en la logística de emergencia en el caso de inundaciones.

Asimismo, para problemas de logística de emergencia en general, tampoco se conocen modelos del tipo programación probabilística.

1.2. Organización de la Tesis

La tesis se organiza de la siguiente forma. En primer lugar, se presenta un análisis del problema, que se compone de una descripción de las inundaciones, sus consecuencias y las características de los agentes que intervienen en la logística de emergencia. Luego, se desarrolla una modelación del problema, en la cual se realiza una modelación de la ocurrencia de inundaciones, de la demanda y se plantea matemáticamente el problema de optimización. Posteriormente, se expone un método para resolver el problema de optimización planteado. A continuación, se presenta la aplicación del método a una instancia de prueba. Finalmente, se entregan las conclusiones de la tesis.

2. ANALISIS DEL PROBLEMA

A continuación se presenta una descripción de las inundaciones, sus consecuencias y las características de los agentes que intervienen en la logística de emergencia.

2.1. Inundaciones

La palabra inundación significa cubrir las tierras con agua. La presencia de grandes cantidades de agua en la tierra se debe, en general, a fuertes lluvias que el suelo no puede absorber. También, puede ser consecuencia de mareas por encima de los niveles habituales, provocados, por ejemplo, por Tsunamis. El presente análisis se centra en las inundaciones originadas por fuertes lluvias.

Los niveles de precipitaciones se explican básicamente por factores que varían espacial y temporalmente. Considerando una determinada región del planeta en distintos períodos, se puede observar que existe una estacionalidad en los niveles de precipitaciones registrados, y también, en la frecuencia de ocurrencias de inundaciones.

2.2. Impactos de una inundación

Cuando ocurre una inundación, al igual que otros desastres naturales, se genera un conjunto de impactos negativos sobre la sociedad.

En el caso de zonas cuya actividad principal es la ganadería, en las cuales se enfocará el presente análisis, una inundación pone en riesgo la producción, a causa de la escasez de alimentos y agua limpia para el ganado. De esta forma, cuando ocurre una inundación en una zona ganadera, se generará, por parte de los productores, una demanda por forraje, suplementos nutricionales y agua limpia.

2.3. Logística de Emergencia

Como se explicó anteriormente, con la ocurrencia de una inundación en una zona ganadera, se generará una demanda por determinados insumos. Ésta, es una demanda de emergencia, que debe ser satisfecha lo antes posible y debe alcanzar a la mayor cantidad de productores.

El organismo público o privado responsable de satisfacer la demanda de emergencia, debe cumplir con la compleja tarea de coordinar el desplazamiento de los productos demandados, desde los puntos de origen (bodegas o fábricas), a los puntos de destino (zonas donde ocurrió el desastre).

Desde el punto de vista táctico, la logística, en general, se debe preocupar de que los niveles de inventario para cada uno de los productos demandados, sean suficientes para satisfacer la demanda con una cierta confianza. Adicionalmente, debe procurar cumplir con todas las tareas de manera eficiente, por ejemplo, minimizando el costo total sujeto a un cierto nivel de satisfacción de demanda o maximizando la satisfacción de demanda sujeto a un nivel de costos.

Además, el organismo responsable de la logística de emergencia debe interactuar con distintos agentes. Entre ellos, agentes que ofrecen productos y agentes que ofrecen servicios, y otros que demandan productos.

2.4. Proveedores de Productos

Estos agentes están dispuestos a ofrecer uno o un conjunto de productos de potencial demanda. Los productos se encuentran almacenados en bodegas que se ubican en distintos puntos geográficos. Desde estas bodegas se debe retirar el producto en el caso de una eventual demanda. Los precios de un mismo producto varían entre los distintos proveedores, y para un mismo proveedor, existen variaciones de precios en distintos períodos.

2.5. Proveedores de Transporte

Los proveedores de transporte ofrecen el servicio de trasladar la carga desde las bodegas hasta los puntos de demanda. Los vehículos disponibles se encuentran estacionados en distintos puntos geográficos, dependiendo del proveedor. Las tarifas se aplican por unidad de carga por kilómetros transportado. Ésta variará entre los distintos proveedores y también en el tiempo. Cada vehículo tiene una compatibilidad con la carga a transportar, es decir, existe un conjunto limitado de cargas factibles de transportar por un tipo de vehículo.

2.6. Puntos de Demanda

Corresponden a los puntos geográficos afectados por una inundación, en los cuales los productores ganaderos requieren de determinados insumos para aplacar los efectos del desastre. La carga proveniente de las bodegas, debe ser entregada en estos puntos. Se puede considerar que cada punto de demanda es la ubicación representativa de un conjunto de productores, y la magnitud de la demanda de estos puntos corresponde a la suma de las demandas individuales de los productores respectivos.

3. MODELACION DEL PROBLEMA

La presente modelación considera un área geográfica y un horizonte de tiempo definidos y limitados de acuerdo interés del tomador de decisiones. El área de análisis se divide en regiones y el horizonte de tiempo en períodos. Considerando esta segmentación, en primer lugar, se modela la demanda de los productores ganaderos una vez ocurrida una inundación, para posteriormente pasar a la modelación del problema de optimización, que utiliza como parámetro la demanda modelada.

3.1. Modelación de la Ocurrencia de las Inundaciones

Como se indicó en la sección Análisis del Problema, la ocurrencia de una inundación es un evento aleatorio. En una región del área geográfica de interés, en un período determinado, ocurrirá una inundación con una cierta probabilidad. Su estimación requiere, necesariamente, del uso de datos históricos que contengan los registros de las ocurrencias de inundaciones en cada período.

La probabilidad de ocurrencia de una inundación, para una región y período determinados, puede ser estimada como la razón entre el número de inundaciones y el número de datos históricos presentes en la muestra, lo cual corresponde a la frecuencia relativa. La calidad de esta estimación dependerá de la cantidad de datos, la calidad de éstos y de cuan adecuados sean los supuestos considerados.

Tan importante como la probabilidad de ocurrencia de una inundación es la autocorrelación geográfica y temporal que ésta pueda tener. Evidentemente, los factores climáticos que explican una inundación están correlacionados entre distintas regiones y períodos. En consecuencia, suponer esta correlación igual a cero, generaría un modelo con escaza aplicabilidad a la realidad.

Formalmente, se tiene las siguientes definiciones:

p_i^t: Probabilidad de la ocurrencia de una inundación en la región i en el período t.

P_i^t:Variable aleatoria Bernoulli que toma el valor 1 con probabilidad p_i^t.

$\rho p_{i,j}^{t_a,t_b}$: Correlación entre $P_i^{t_a}$ y $P_j^{t_b}$.

3.2. Modelación de la demanda

Una vez ocurrida una inundación se produce la demanda por determinados bienes, por parte de los productores. La demanda cambiará de magnitud instantáneamente y en forma aleatoria. La magnitud de este cambio variará de acuerdo a un conjunto de factores. Entre ellos se puede notar, como los más importantes, la severidad de la inundación, el número de productores afectados y la cantidad de ganado en peligro.

El número de productores afectados podría ser estimado con alta precisión. Contrariamente, la severidad de la inundación y la cantidad de ganado afectado son factores cuya estimación está sujeta a incertidumbre. Ésta, origina que el cambio instantáneo aleatorio tenga una magnitud también aleatoria.

La forma que tendrá esta magnitud aleatoria, o matemáticamente, el conjunto de funciones de distribución de probabilidades que se ajustan adecuadamente a la magnitud, puede ser acotado considerando las características que tiene una demanda en general. Luego, la función de distribución de probabilidades, debe tener como dominio, valores reales positivos.

Existen diversos métodos y software para ajustar funciones de distribución de probabilidades teóricas a datos empíricos (Law, 2006), los cuales pueden ser aplicados en este caso.

La demanda por el producto p, en la zona i, en el período t se define matemáticamente de la siguiente manera:

$$D_{ip}^t = \begin{cases} d_{ip}^t & \text{con probabilidad } p_i^t \\ 0 & \text{con probabilidad } 1 - p_i^t \end{cases} \tag{3.1}$$

$$d_{ip}^t \sim F_{ip}^t(x) \tag{3.2}$$

Donde $F_{ip}^{t}(x)$ es una función de distribución de probabilidades definida en un dominio real y positivo.

Alternativamente:

$$D_{ip}^{t} = d_{ip}^{t} P_{i}^{t} \tag{3.3}$$

Análogamente al caso de la ocurrencia de una inundación, la demanda por los productos puede tener correlación entre distintas zonas y períodos, luego se tiene la siguiente definición:

$\rho d_{i,j}^{t_a,t_b}$: Correlación entre $d_i^{t_a}$ y $d_j^{t_b}$.

3.3. Problema de Optimización

Tomando como base la modelación de la ocurrencia de inundaciones y la demanda, se puede crear un problema de optimización.

Como se indicó en la sección Análisis del Problema, al tomador de decisiones le interesa, desde el punto de vista táctico, qué cantidad de productos de potencial demanda debe mantener en inventario, para cada zona y período dentro de su área y horizonte de tiempo de interés. Además, es una de sus tareas, determinar cómo transportar todos los productos demandados, desde los puntos de almacenamientos a los puntos de demanda. Todo lo anterior lo debe hacer eficientemente.

La solución del problema de optimización debe responder a las preguntas que tiene el tomador de decisiones. Estas respuestas corresponderán al valor que tomen las variables del problema. Los parámetros del modelo son obtenidos directamente de la información con la que se cuenta, y no son modificados como consecuencia de las decisiones tomadas. La función objetivo entrega la calidad de la solución encontrada, el tomador de decisiones siempre querrá encontrar la de mejor calidad, o matemáticamente, el mínimo o máximo.

Los límites dentro de los cuales las decisiones deben ser tomadas, se representan mediante las restricciones del problema.

3.3.1. Parámetros

A continuación se presenta la definición de cada uno de los parámetros utilizados en el problema de optimización.

I: Cantidad total de regiones del área de interés.

Φ: Conjunto de todas las regiones $i = \{1 \dots I\}$.

P: Cantidad total de productos de potencial demanda.

Π: Conjunto de todos los productos $p = \{1 \dots P\}$.

T: Número total de períodos dentro del horizonte de tiempo de interés.

Ψ: Conjunto de todos los períodos $t = \{1 \dots T\}$.

C: Número total de clases de vehículos.

Ω: Conjunto de todas las clases $c = \{1 \dots C\}$.

D_{ip}^{t}: Demanda por el producto p, en región i, en el período t.

u_c: Capacidad de los vehículos clase c.

w_{pc}: Matriz de compatibilidad carga-clase. Elemento (p, c) toma el valor 1 si producto p, puede ser transportado por vehículo clase c y 0 en otro caso.

V_{ic}^{t}: Cantidad de vehículos clase c, ubicados en región i, en el inicio del período t.

L_{jp}: Capacidad de almacenamiento de la región j, para el producto p.

cv_{ijkp}^{t}: Costo de transportar una unidad de producto p, enviado a región k, comprado a proveedor en región j, transportado por vehículo estacionado en i, durante período t.

cl_{ijc}^{t}: Costo de transportar un vehículo clase c, enviado desde región i a región j, durante período t.

ci_{jp}^{t}: Costo de inventario por período, de mantener una unidad de producto p, en bogega ubicada en j, en período t.

α: Nivel de confinza.

3.3.2. Variables

Las variables de decisión del modelo se definen a continuación.

x_{ijkp}^{t}: Cantidad de producto p, enviado a región k, comprado a proveedor en región j, transportado por vehículo estacionado en i, durante período t.

y_{ijc}^{t}: Cantidad de vehículos clase$c$, enviados desde región i a región j, durante período t.

I_{jp}^{t}: Stock de producto p, en bogega ubicada en j, al inicio de período t.

3.3.3. Modelo de optimización

Considerando los parámetros y variables definidos anteriormente, se define el modelo de optimización.

$$\min \sum_{t\in\Psi}\sum_{p\in\Pi}\sum_{k\in\Phi}\sum_{j\in\Phi}\sum_{i\in\Phi} cv_{ijkp}^{t}x_{ijkp}^{t} + \sum_{c\in\Omega}\sum_{j\in\Phi}\sum_{i\in\Phi} cl_{ijc}^{t}y_{ijc}^{t} + \sum_{t\in\Psi}\sum_{p\in\Pi}\sum_{j\in\Phi} ci_{jp}^{t}I_{jp}^{t} \tag{3.4}$$

$$P\left\{\sum_{j\in\Phi}\sum_{i\in\Phi} x_{ijkp}^{t} \geq D_{kp}^{t} \quad \forall\, k\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi\right\} \geq \alpha \tag{3.5}$$

$$\sum_{p\in\Pi}\sum_{k\in\Phi}\sum_{j\in\Phi} w_{pc}x_{ijkp}^{t} \leq u_c \sum_{j\in\Phi} y_{ijc}^{t} \quad \forall\, i\in\Phi,\, t\in\Psi,\, c\in\Omega \tag{3.6}$$

$$\sum_{j\in\Phi} y_{ijc}^{t} \leq V_{ic}^{t} \quad \forall\, i\in\Phi,\, t\in\Psi,\, c\in\Omega \tag{3.7}$$

$$\sum_{k\in\Phi}\sum_{i\in\Phi} x_{ijkp}^{t} \leq I_{jp}^{t} \quad \forall\, j\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi \tag{3.8}$$

$$I_{jp}^{t} \leq L_{jp} \quad \forall\, j\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi \tag{3.9}$$

$$x_{ijkp}^{t}, I_{jp}^{t} \in \mathbb{R}^{+} \quad \forall\, i\in\Phi,\, j\in\Phi,\, k\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi \tag{3.10}$$

$$y_{ijc}^{t} \in \mathbb{Z}^{+} \quad \forall\, i \in \Phi,\, j \in \Phi, c \in \Omega,\, t \in \Psi \tag{3.11}$$

La función objetivo (3.4) tiene tres términos: el costo de transportar productos a las áreas del desastre, el costo de trasnportar vehículos vacíos y el costo de mantener un determinado nivel de inventario. El conjunto de restricciones (3.5) asegura la satisfacción de demanda a un nivel de cofianza deseado. El conjunto de restricciones (3.6) limita la capacidad de transporte para cada período y área. El conjunto de restricciones (3.7) controla que la cantidad de vehículos desplazados no supere la cantidad de vehículos disponibles en cada período. El conjunto de restricciones (3.8) asegura que el flujo de prodcutos no supere el inventario inicial disponible para los abastecedores. El conjunto de restricciones (3.9) controla que el inventario inicial disponible no supere la capacidad de almacenamiento. Finalmente, los conjuntos de restricciones (3.10) y (3.11) imponen integralidad y no negatividad.

4. METODO DE SOLUCION

A continuación se presenta el método de solución del problema, que utiliza Sample Average Approximation presentado en (Pagnoncelli et al., 2009). Las demandas estocásticas son generadas mediante muestreo de Monte Carlo. Para cada instancia generada, se resuelve el problema de optimización equivalente, considerando el nivel de confianza deseado, en el cumplimiento de la demanda de emergencia.

Introduciendo las variables binarias z_{kp}^{tn}, que tienen como objetivo medir la cantidad de veces que la restricciones de satisfacción de demanda no se cumplen, se define el siguiente modelo de optimización modificado para las muestras generadas.

$$\min \sum_{n=1}^{N} \sum_{t\in\Psi} \sum_{p\in\Pi} \sum_{k\in\Phi} \sum_{j\in\Phi} \sum_{i\in\Phi} cv_{ijkp}^{t} x_{ijkp}^{tn} + \sum_{n=1}^{N} \sum_{c\in\Omega} \sum_{j\in\Phi} \sum_{i\in\Phi} cl_{ijc}^{t} y_{ijc}^{tn} + \sum_{t\in\Psi} \sum_{p\in\Pi} \sum_{j\in\Phi} ci_{jp}^{t} I_{jp}^{t} \tag{4.1}$$

$$\sum_{j\in\Phi} \sum_{i\in\Phi} x_{ijkp}^{tn} + z_{kp}^{tn} D_{kp}^{tn} \geq D_{kp}^{tn} \quad \forall\, k\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi,\, n=1,\ldots,N \tag{4.2}$$

$$\sum_{p\in\Pi} \sum_{k\in\Phi} \sum_{j\in\Phi} w_{pc} x_{ijkp}^{tn} \leq u_c \sum_{j\in\Phi} y_{ijc}^{tn} \quad \forall\, i\in\Phi,\, t\in\Psi,\, c\in\Omega,\, n=1,\ldots,N \tag{4.3}$$

$$\sum_{j\in\Phi} y_{ijc}^{tn} \leq V_{ic}^{t} \quad \forall\, i\in\Phi,\, t\in\Psi,\, c\in\Omega,\, n=1,\ldots,N \tag{4.4}$$

$$\sum_{k\in\Phi} \sum_{i\in\Phi} x_{ijkp}^{tn} \leq I_{jp}^{t} \quad \forall\, j\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi,\, n=1,\ldots,N \tag{4.5}$$

$$I_{jp}^{t} \leq L_{jp} \quad \forall\, j\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi \tag{4.6}$$

$$\sum_{n=1}^{N} \sum_{t\in\Psi} \sum_{p\in\Pi} \sum_{k\in\Phi} z_{kp}^{tn} \leq N(1-\gamma) \tag{4.7}$$

$$x_{ijkp}^{tn}, I_{jp}^{t} \in \mathbb{R}^{+} \quad \forall\, i\in\Phi,\, j\in\Phi,\, k\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi,\, n=1,\ldots,N \tag{4.8}$$

$$y_{ijc}^{tn} \in \mathbb{Z}^{+} \quad \forall\, i\in\Phi,\, j\in\Phi, c\in\Omega,\, t\in\Psi,\, n=1,\ldots,N \tag{4.9}$$

$$z_{kp}^{tn} \in \{0,1\} \quad \forall\, k\in\Phi,\, p\in\Pi,\, t\in\Psi,\, n=1,\ldots,N \tag{4.10}$$

Donde, el superíndice n se refiere al número de la muestra, N indica el tamaño total del muestreo y γ es el nivel de servicio deseado al resolver el problema aproximado, el cual, no necesariamente, es igual al nivel α definido originalmente. La restricción (4.7), permite que la cantidad de veces que no se cumple la restricción de satisfacción de demanda (4.2), no supere el nivel $1-\gamma$.

4.1. Límite inferior

Para la obtención del límite inferior se aplica la metodología desarrollada en (Pagnoncelli et al., 2009). En primer lugar, se debe escoger dos valores enteros positivos M y N tal que:

$$\theta_N := \sum_{i=0}^{\lfloor(1-\gamma)N\rfloor} \binom{N}{i} (1-\alpha)^i (\alpha)^{N-i} \tag{4.11}$$

Y L el entero mayor tal que:

$$\sum_{i=0}^{L-1} \binom{M}{i} \theta_N^i (1-\theta_N)^{M-i} \leq 1-\beta \tag{4.12}$$

Luego, se debe generar M muestras independientes $D_{kp}^{t1m}, \ldots, D_{kp}^{tNm}, m = 1, \ldots, M$ cada una de tamaño N.

Para cada muestra se debe resolver el problema de optimización modificado planteado anteriormente.

Los valores óptimos para cada muestra, denominados $\hat{\theta}_N^m$, $m = 1, \ldots M$, se deben ordenar en orden no decreciente, $\hat{\theta}_N^{(1)}, \ldots, \hat{\theta}_N^{(M)}$, donde $\hat{\theta}_N^{(i)}$ es el i-ésimo valor más pequeño.

Finalmente, el valor $\hat{\theta}_N^{(L)}$ será un límite inferior del valor óptimo del problema original, con un nivel de confianza de al menos β.

4.2. Límite Superior

Para la obtención de un límite superior se utiliza la metodología planteada en (Luedtke & Ahmed, 2008). Uno de los resultados de este artículo, es el tamaño N que debe tener una muestra, para que la solución factible del problema modificado, sea una solución factible del problema original, a un nivel de confinza de β.

Este se obtiene de la siguiente manera:

$$N \geq \frac{2}{(\alpha-\gamma)^2}\log\left(\frac{1}{1-\beta}\right)+\frac{2m}{(\alpha-\gamma)^2}\log\left\lceil\frac{2DL}{\alpha-\gamma}\right\rceil \tag{4.13}$$

Este resultado da un sustento teórico de cuál debe ser el tamaño de la muestra N. Sin embargo, como es expuesto en (Pagnoncelli et al., 2009; Luedtke & Ahmed, 2008), la magnitud del problema con el tamaño N calculado, puede ser impracticable de resolver desde un punto de vista computacional. Además, esta estimación resulta ser demasiado conservadora para este tipo de problema.

Una alternativa a este método, es resolver el problema de optimización modificado con un N más pequeño, y luego realizar una comprobación a posteriori de la restricción probabilística.

Esta comprobación, se puede hacer utilizando una muestreo de tamaño N', y luego, para las muestras $D_{kp}^{t1},\ldots,D_{kp}^{tN'}$ contar el número de veces que se cumple $\sum_{j\in\Phi}\sum_{i\in\Phi}x_{ijkp}^{tn}\geq D_{kp}^{tn}$.

El límite superior correponderá al valor que tome la función objetivo, de aquella solución cuyo valor óptimo sea el mayor dentro de todas aquellas soluciones que son factibles, una vez realizada la comprobación a posteriori. Ver (Luedtke & Ahmed, 2008).

5. ANALISIS NUMERICO

En este capítulo se presenta la aplicación del método de solución del capítulo anterior, a una instancia de prueba.

La instancia consiste en seis zonas, cuatro periodos, dos productos y dos tipos de vehículos. Para cada zona se considera una demanda $i.i.d\ lognormal$ con media 100 y desviación estándar 10. En cada periodo se consideró una probabilidad de inundación de 0,2, con correlaciones entre distintos periodos y áreas, generadas aleatoriamente. El resto de los parámetros determinísticos del modelo se asignaron de manera arbitraria.

5.1. Límite Inferior

Utilizando la metodología expuesta en la sección (4.1), se obtuvo los valores de los parámetros. $M = 172$, $N = 20$, $L = 12$. Considerando los siguientes valores: $\alpha = 0,9$, $\beta = 0,99$, $\gamma = 1$.

Mediante el solver CPLEX 12, se resolvió $M = 172$ veces el problema de optimización modificado, planteado en la sección (4). Las demandas fueron generadas aleatoriamente con el método de Monte Carlo.

Las 172 soluciones obtenidas fueron ordenadas de manera no decreciente, obteniéndose un límite inferior al problema en $L = 12$, cuyo valor corresponde a 47.392.

5.2. Límite Superior

Para la obtención de este límite, se consideró un $N = 30$ y $\gamma = 0,95$, obteniéndose una solución factible que fue testeada a posteriori considerando 100 demandas generadas aleatoriamente.

La solución encontrada fue siempre factible en las 100 demandas consideradas, lo cual es un resultado satisfactorio, considerando el nivel de confianza inicial $\alpha = 0,9$. El valor óptimo para cada una de las 100 instancias, se resume de la siguiente forma:

- Valor Mínimo=52.989
- Valor Máximo=67.124
- Promedio=55.991,6
- Desviación Estándar=4.601,4

De esta forma, el límite superior del problema original, corresponde a 67.124.

5.3. Análisis de Resultados

La diferencia entre el límite superior e inferior corresponde a 41,6%. Esta diferencia es mayor a las encontradas para otros tipos de problemas en (Luedtke & Ahmed, 2008). Esto se puede explicar por la naturaleza del presente problema. Las inundaciones son eventos de baja probabilidad y altas consecuencias, lo que genera una alta variabilidad en los parámetros aleatorios (coeficiente de variación aproximadamente igual a 2), en relación a los problemas revisados en aquel artículo(coeficiente de variación igual a 0,1 y 0,5 dependiendo del caso).

A pesar de no tener estimaciones de cuan conservadores son ambos límites, si se puede concluir, con un alto grado de seguridad, que la solución encontrada para el límite superior, cumplirá con el abastecimiento de demanda al nivel de confianza deseado. Este resultado puede ser de gran utilidad para el tomador de decisiones.

6. CONCLUSIONES

La ocurrencia de una inundación, es un evento de baja probabilidad pero de altas consecuencias negativas para la sociedad. Estas características hacen que los métodos tradicionales de programación matemática, que consideran parámetros determinísticos, no son adecuados para modelar y resolver la logística de emergencia en el caso de inundaciones.

La programación estocástica es la herramienta adecuada para tratar este tipo de situaciones, pues se enfoca en aquellos problemas de optimización donde la aleatoriedad de los parámetros es un tema central.

Lamentablemente, los problemas de programación estocástica en la mayoría de los casos son imposibles de resolver de manera exacta, por lo cual se debe recurrir a aproximaciones y obtención de límites.

En la presente investigación se logró modelar el problema de optimización relacionado a las decisiones tácticas en la logística de emergencia. Además, se presentó un método para aproximar la solución óptima al problema. De esta forma, se logró responder a las preguntas del tomador de decisiones, las cuales se refieren al nivel de inventario de cada producto, en cada período, en cada zona, y una estimación de los costos totales relacionados a satisfacer la demanda a un determinado nivel de servicio.

Este método considera la ocurrencia de inundaciones y demanda por productos absolutamente generales, tanto en sus distribuciones de probabilidades como en la estructura de correlaciones. La aplicabilidad del método esta condicionada por la capacidad de generar variables aleatorias con las distribuciones deseadas, y de resolver el problema de programación matemática mixto del tamaño necesario.

El modelo fue aplicado a una instancia de prueba que considera seis zonas, dos productos y cuatro períodos. Las correlaciones entre las probabilidades de inundación entre las distintas zonas y periodos fueron generadas aleatoriamente. Se obtuvo un límite superior e inferior al problema. Lamentablemente, la diferencia entre ambos fue considerable (41,6%). Sin embargo, la solución para el límite superior, entrega un resultado valioso para el tomador de decisiones, por cuanto permite encontrar una solución que garantiza, con un alto grado de seguridad, que se cumplirá con el nivel de confianza deseado, la satisfacción de la demanda.

Investigaciones futuras en aproximaciones a modelos del tipo chance contrained programming, con varianza extremadamente alta en los parámetros, son esenciales para entregar al tomador de decisiones respuestas más precisas.

References

Birge, J., & Louveaux, F. (1997). *Introduction to stochastic programming*. Springer Verlag.

Chang, M., Tseng, Y., & Chen, J. (2007). A scenario planning approach for the flood emergency logistics preparation problem under uncertainty. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, *43*(6), 737–754.

Chang, T., Delleur, J., & Kavvas, M. (1987). Application of discrete autoregressive moving average models for estimation of daily runoff. *Journal of Hydrology*, *91*(1-2), 119–135.

Charnes, A., Cooper, W., & Symonds, G. (1958). Cost horizons and certainty equivalents: an approach to stochastic programming of heating oil. *Management Science*, *4*(3), 235–263.

Delleur, J., & Kavvas, M. (1978). Stochastic Models for Monthly Rainfall Forecasting and Synthetic Generation. *Journal of Applied Meteorology*, *17*, 1528–1536.

Fiedrich, F., Gehbauer, F., & Rickers, U. (2000). Optimized resource allocation for emergency response after earthquake disasters. *Safety Science*, *35*(1-3), 41–57.

Holguin-Veras, J., Pérez, N., Ukkusuri, S., Wachtendorf, T., & Brown, B. (2007). Emergency Logistics Issues Affecting the Response to Katrina: A Synthesis and Preliminary Suggestions for Improvement. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *2022*(-1), 76–82.

Kall, P., & Wallace, S. (1994). *Stochastic programming*. Citeseer.

Law, A. (2006). *Simulation Modeling and Analysis (McGraw-Hill Series in Industrial Engineering and Management)*. McGraw-Hill Science/Engineering/Math.

Luedtke, J., & Ahmed, S. (2008). A sample approximation approach for optimization with probabilistic constraints. *SIAM Journal on Optimization*, *19*(2), 674–699.

Miller, B., & Wagner, H. (1965). Chance constrained programming with joint constraints. *Operations Research*, *13*(6), 930–945.

Ozdamar, L., Ekinci, E., & Kucukyazici, B. (2004). Emergency logistics planning in natural disasters. *Annals of Operations Research*, *129*(1), 217–245.

Pagnoncelli, B., Ahmed, S., & Shapiro, A. (2009). Sample Average Approximation Method for Chance Constrained Programming: Theory and Applications. *Journal of optimization theory and applications*, *142*(2), 399–416.

Prekopa, A. (2003). Probabilistic programming. *Handbooks in operations research and management science*, *10*, 267–351.

Ruszczynski, A., & Shapiro, A. (2003). Stochastic programming models. *Handbooks in operations research and management science*, *10*, 1–64.

Ryder, P. (2009). Flood forecasting and warning. *Meteorological Applications*, *16*(1), 1–2.

Shapiro, A., Dentcheva, D., & Ruszczyński, A. (2009). *Lectures on stochastic programming: modeling and theory*. Society for Industrial Mathematics.

Wilson, M. C. (2007). The impact of transportation disruptions on supply chain performance. *Transportation Research Part E*(43), 295–320.