



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

MAGISTER EN ECONOMÍA APLICADA

PROYECTO PROFESIONAL EN POLÍTICAS PÚBLICAS

ANÁLISIS MULTIPRODUCTO: CASO DEL PROGRAMA DE INTEGRACIÓN ESCOLAR EN CHILE

Resumen

El Programa de Integración Escolar es una estrategia inclusiva que entrega recursos adicionales para la educación de estudiantes con Necesidades Educativas Especiales en establecimientos municipales y particulares subvencionados en Chile. En términos de organización industrial, estos establecimientos educacionales pueden ser vistos como instituciones multiproducto que ofrecen distintos niveles de enseñanza: básica, media y educación asociada al PIE. Se utilizan datos de establecimientos en Chile desde el año 2014 al 2019 para analizar los costos en educación mediante la estimación de una función de costos. Se encuentra que los establecimientos educacionales presentan economías a escala, por lo que se pueden beneficiar de un aumento proporcional en las matrículas. Además, en el caso del PIE, se encuentran economías a escala constantes en establecimientos que imparten educación básica. Finalmente, otro hallazgo importante es la existencia de complementariedades asociadas a la implementación del programa de integración escolar.

Julio, 2021

Autora: Valentina Hernández Vásquez

Profesores Guías: Carlos Alvarado y Salvador Valdés

Profesional de Apoyo: Isabel Zúñiga

Institución de Apoyo: Fundación Mis Talentos

Resumen Ejecutivo

En 2003 comienza uno de los procesos para reformar la educación inclusiva en Chile, donde se pensaba en un nuevo programa que (1) Aumente el acceso de estudiantes con necesidades educativas especiales (de ahora en adelante: NEE) a la educación regular (2) Aumente el financiamiento del Programa de Integración Escolar (de ahora en adelante: PIE) (3) Fortalezca la integración al interior de los establecimientos mediante ajustes curriculares y métodos educativos. Esta reforma culmina con la publicación del Decreto 170 del Ministerio de Educación, año 2010, que define normas para la identificación de NEE, además de otorgar directrices para el uso de recursos otorgados al Programa de Integración, que deben ser usados en la contratación de recursos humanos especializados y adquisición de material adicional, entre otros. Luego, la reforma implicó un aumento en el financiamiento y también en el gasto que enfrentan los proveedores de educación.

El presente informe tiene como eje central el análisis de costos en los establecimientos educacionales adheridos al PIE, con el objetivo de estudiar posibles mejoras al programa de integración y al Sistema de Educación Chileno. Para esto, se estiman los grados de economías a escala y economías de ámbito que puedan surgir en la provisión de distintos tipos de enseñanza. A modo de motivación, si existen economías a escala globales entonces aumentar la matrícula de manera proporcional, o consolidar establecimientos de menor tamaño, puede generar ahorros de costos para los proveedores de educación¹. Por otro lado, si existen economías de ámbito, podría ser costo efectivo ofrecer distintos tipos de enseñanza en un mismo establecimiento².

En primer lugar, se encuentra que para establecimientos de educación básica, existen economías a escala constantes asociados a la matrícula del PIE. Esto significa que, en estos establecimientos, el costo promedio asociado a un alumno con NEE permanece constante en caso de que decidan recibir a más alumnos PIE. Sin embargo, esta relación no se encuentra para educación Media Humanista-Científica y/o Media Técnica, donde los establecimientos ven aumentados sus costos promedio si deciden recibir más alumnos con NEE.

En segundo lugar, se encuentran economías de ámbito en costos asociadas a la implementación del PIE, en todos los tipos de establecimientos estudiados y para distintos niveles de matrícula. Esto sugiere, que al adherirse al programa los establecimientos aprovecharon de complementariedades de costos entre este tipo de educación y la educación básica, media o técnica. La existencia de economías de ámbito en la provisión de educación para niños, niñas y jóvenes con necesidades educativas especiales constituye un argumento a favor para la creación de políticas de integración en los sistemas educativos.

En tercer lugar, se encuentran diferencias entre establecimientos municipales y particulares subvencionados. Cabe destacar, que los municipales reciben únicamente recursos públicos, mientras que los particulares subvencionados reciben la subvención pública y también recursos privados. Se encuentra

¹Duncombe et al., 1995. Gronberg et al., 2015, Andrews et al., 2002.

²Evidencia de economías de ámbito existen para la educación superior (Cohn, Rhine y Santos, 1989. Lenton, 2008. Mamun, 2012).

que los establecimientos municipales presentan mayores costos asociados al PIE que los colegios particulares. Además, se encuentra que los municipales presentan economías de ámbito globales y no así los particulares subvencionados. Esto sugiere que los primeros se benefician de complementariedades en costos, y por ende, de la provisión de distintos tipos de enseñanza en un mismo establecimiento.

Se concluye que la implementación de programas de integración en los establecimientos en Chile es un movimiento costo-efectivo, debido principalmente a complementariedades entre distintos tipos de enseñanza. Sin embargo, se recomienda revisar el gasto y subvención para el PIE en educación media, ya que se observan costos marginales muy altos que podrían estar relacionados con un fenómeno de deseconomía a escala, que pueden desencadenar en un estancamiento de la política en este segmento

3

³La presente investigación se realiza con el apoyo de Fundación Mis Talentos, ONG que trabaja desde el año 2011 por una sociedad más justa, equitativa y democrática a través de educación y trabajo inclusivo (www.mistalentos.cl)

Índice

1. Introducción	1
2. Programa de Integración Escolar	2
3. Marco Conceptual	3
4. Datos	6
5. Metodología	8
6. Resultados	10
6.1. Estructura de Costos	11
6.2. Heterogeneidades por Tamaño del Establecimiento	14
6.3. Heterogeneidades entre Municipales y Particulares Subvencionados	19
7. Discusión de Política	22
8. Anexo	27
8.1. Limitaciones del Estudio	27
8.2. Programa de Integración Escolar en Detalle	27
8.3. Estimación de Salarios	29
8.4. Consideraciones de Metodología	34
8.5. Estructura de Costos con Calidad	35

1. Introducción

El Ministerio de Educación destina el 54 % de su presupuesto total anual a la entrega de subvenciones a establecimientos municipales y particulares subvencionados⁴. El Programa de Integración Escolar (de ahora en adelante: PIE), que entrega subvención adicional asociada a la incorporación de niños/as y jóvenes que presentan necesidades educativas especiales (de ahora en adelante: NEE) en establecimientos⁵, constituye aproximadamente un 22 % de las subvenciones otorgadas por el ministerio, lo que equivale a 716 mil millones de pesos en 2019⁶ y se posiciona como uno de los programas de subvenciones escolares específicas más importante.

La relevancia de estudiar la educación inclusiva, y en específico el PIE, desde una perspectiva económica, radica en que, en primer lugar, se ha destinado una gran cantidad de recursos a la incorporación de estudiantes con NEE a establecimientos de educación regular. En segundo lugar, porque ha aumentado la cantidad de beneficiados por la educación inclusiva: en 2011, un 11 % de los alumnos de colegios adheridos al PIE correspondían a alumnos con necesidades educativas especiales (promedio nacional), mientras que en 2019, esta cifra llega a un 24 % en 2019.

Por otro lado, la literatura económica ha analizado los beneficios de la educación desde distintos ángulos: efectos de la educación en los salarios, en el crecimiento económico, en la superación de la pobreza, efectos de la educación inclusiva en el rendimiento académico, etc. Sin embargo, para el análisis y sostenibilidad de políticas públicas, una línea de investigación interesante y necesaria es el análisis de la estructura de costos en el mercado educativo: ¿Cual es el costo asociado a distintos tipos de educación? ¿Cual es la estructura de costos de los establecimientos educacionales, es decir, surgen economías a escala o ámbito en la provisión de distintos tipos de educación? ¿Hay una estructura diferente si el establecimiento es público o privado? ¿Hay diferencias en la eficiencia en que se invierten los recursos?

La presente investigación busca responder a estas preguntas para los establecimientos en Chile y, específicamente, para aquellos adheridos al PIE. En esta línea, se estima una función de costos, en línea con Baumol, Panzar & Willig (1982) y Kumbhakar & Lovell (2000), con los siguientes objetivos: (1) Encontrar el costo marginal e incremental promedio por alumno asociado a tres tipos de enseñanza: básica, media y PIE (2) Utilizar la función estimada para calcular grados de economías a escala y de ámbito que podrían surgir en la provisión de distintos tipos de educación, según tamaño y tipo de dependencia administrativa. (3) Análisis de eficiencia relativa entre establecimientos Municipales y Particulares Subvencionados, así como entre los adheridos al PIE y los que no.

Uno de los aportes de este estudio a la literatura de costos educacionales es la incorporación de un nuevo tipo de educación a la función: la educación de estudiantes que presentan NEE en esta-

⁴Datos extraídos del resumen presupuestario por programas de la DIPRES (Dirección de Presupuesto).

⁵Un alumno presenta una Necesidad Educativa Especial cuando, debido a características y/o contexto personal, precisa de ayuda pedagógica extra y/o recursos adicionales para conducir su proceso de desarrollo y aprendizaje.

⁶Información extraída de Base de Datos Subvenciones a Establecimientos Educacionales del Ministerio de Educación. Recuperada de: <https://datosabiertos.mineduc.cl/>.

blecimientos regulares. Este análisis es posible gracias a la implementación y los datos obtenidos del Programa de Integración, que entrega recursos extra a los colegios adheridos. Luego, las conclusiones de la investigación son muy importantes para el análisis de sostenibilidad y barreras de entrada del programa. La investigación se estructura como sigue: La sección 2 repasa el programa de inclusión en Chile, la sección 3 presenta el marco conceptual y literatura, la sección 4 detalla las fuentes de datos, la sección 5 presenta la metodología implementada, la sección 6 presenta los resultados separados en: 6.1 estructuras de costos, 6.2 heterogeneidades por tipo de establecimiento, 6.3 análisis de eficiencia y finalmente la sección 7 discute la política y concluye.

2. Programa de Integración Escolar

El pilar de la investigación es la incorporación de un tipo de educación adicional en los establecimientos: La educación a niños, niñas y jóvenes con necesidades educativas especiales, las que se nombrarán de ahora en adelante como NEE, en colegios regulares. Este tipo de educación es posible debido a la implementación del Programa de Integración Escolar en Chile (de ahora en adelante: PIE) regulado por el Decreto 170-2010, del Ministerio de Educación, promulgado en 2009 y publicado en 2010⁷. El Decreto, fija normas para determinar los alumnos que serán beneficiados de las subvenciones para educación especial, además de regular donde pueden ser invertidos los recursos entregados.

Previo a la publicación del Decreto 170, los programas de integración eran regulados bajo otros marcos legales. En 1990, se publica el Decreto de Educación 490, que regula la entrega de subvenciones especiales a alumnos con discapacidades físicas o trastornos específicos del lenguaje, es decir, un espectro muy pequeño de alumnos. Luego, en 1998, se instala el Decreto Supremo N°01/98 y 374/99, que genera el primer Programa de Integración Escolar que nuevamente se focalizaba en un segmento de alumnos particular. Luego, en el año 2003 se inicia el trabajo hacia el Decreto 170 y actual PIE, donde se buscaba resaltar 3 focos: (1) ampliar el acceso a la educación regular de estudiantes con NEE (2) Aumentar el financiamiento de este tipo de educación (3) Fortalecer la integración al interior de las escuelas y realizar ajustes curriculares a los programas existentes.

Uno de los principales cambios es la distinción entre necesidades permanentes y transitorias. Aquellas de carácter permanentes se presentan durante toda la vida escolar y surgen como consecuencia de una discapacidad física, sensorial, físico-motora o trastornos del aprendizaje, entre otras. Por otro lado, las transitorias se presentan durante un periodo determinado de la vida escolar, como consecuencia de factores externos como estructura familiar o social, problemas de adaptación, madurez o deficiencias sensoriales, entre otras. Debido a que este tipo de educación no se brinda con las mismas exigencias administrativas que la educación básica y media, principalmente porque es regulada por un decreto de ley diferente, a continuación se detallan los principales costos asociados a la implementación del programa⁸

⁷Recuperado de: <https://especial.mineduc.cl>

⁸El Anexo 8.2 contiene un resumen más detallado del proceso para incorporarse Programa de Integración.

- (a) *Costos de postulación:* establecimientos educacionales municipales y particulares subvencionados se pueden adherir voluntariamente al programa mediante un proceso de postulación. Principalmente se deben cumplir dos requisitos: (1) planificar un programa educativo acorde con la educación inclusiva y (2) planificar evaluaciones diagnósticas integrales e interdisciplinarias a alumnos con necesidades educativas especiales. Este último requerimiento exige dos profesionales, uno de la salud que diagnostique alguna dificultad y otro educacional que identifique las necesidades educativas. Este proceso es previo a la entrega de la subvención, por lo que el costo debe ser asumido por el colegio o por la familia del alumno con NEE.
- (b) *Costos de implementación:* una vez realizada la postulación y aprobada la participación del establecimiento, se deben contratar recursos humanos especializados. La norma define un máximo de 7 alumnos con NEE por sala. Además, se exige un docente especializado en educación diferencial que debe trabajar exclusivamente con los estudiantes, en aulas comunes y diferenciadas. Entonces, en los cursos que tengan alumnos con NEE se tendrán dos profesores, uno de educación regular (básica o media) y otro de educación diferencial, ambos deben trabajar de manera colaborativa.
- (c) *Costos de mantención:* para mantenerse en el programa, se deben repetir las evaluaciones diagnósticas de los alumnos cada año. Además, se debe contar con un aula de recursos extra para el trabajo complementario de estudiantes con NEE. En caso de que se aumente la cantidad de alumnos NEE recibidos, se debe velar porque se tengan la cantidad suficientes de docentes. También, a final de año se deben realizar tareas administrativas de reporte y evaluación (Rendiciones de Cuenta del PIE e Informe Técnico Anual⁹).

3. Marco Conceptual

Luego del trabajo de Baumol, Panzar y Willig (1982) sobre estructura de costos en industrias multiproducto, la economía empírica ha aplicado esta teoría a mercados reales, con el objetivo de analizar implicancias en políticas públicas. El sistema educativo no ha quedado atrás, puesto que en la práctica, establecimientos educacionales pueden ser vistos como instituciones multiproducto que proveen un mix con distintos tipos de educación. En esta línea, la estimación de una función de costos resulta un enfoque atractivo para analizar el comportamiento de los establecimientos. En la presente sección se explica el marco conceptual, basado en BPW (1982), capítulo 3 y 4, que da base al análisis multiproducto de la investigación y específicamente, al análisis de costos del PIE.

El costo puede ser visto como una función de costos fijos (F), precio de factores (w) y del nivel de producto (Y). Específicamente, en el contexto educativo, el principal factor de producción son los profesores, por lo que el precio del factor corresponde al salario que reciben. Por otro lado, se considera la producción de tres tipos de educación: básica (b), media (m) y educación PIE (i)¹⁰. La

⁹Para las tareas administrativas, la norma permite la contratación extra de una persona para la realización de estas, pero no puede ser financiada por recursos provenientes de la subvención.

¹⁰Se utiliza subíndice i como referencia a inclusión. Sin embargo en el análisis posterior se hablará de educación

función de costos representada en (1), corresponde al costo asociado a niveles de producto Y_b , Y_m e Y_i promedios, dado el salario de tres tipos de profesores: profesores de básica (w_b), de media (w_m) y del PIE (w_i)¹¹.

$$C(Y) = C(F, Y_b, Y_m, Y_i, w_b, w_m, w_i) \quad (1)$$

En empresas uni-producto, se define el costo promedio de una unidad como el costo total dividido en el total de las unidades ($AC = C(Y)/Y$). Sin embargo, en el análisis multiproducto hay distintos tipos de unidades, por lo que, no hay claridad sobre qué debería incluir el denominador. En esta línea, BPW definen dos tipos de costos: (1) “Ray Average Cost”¹² como $RAC(Y) = C(Y)/\sum Y_i$, el cual está relacionado con cambios proporcionales en la matrícula total, es decir, se mantiene la proporción entre tipos de educación. (2) Para el análisis de particular un tipo de educación, se define el “Average Incremental Cost” $AIC_k = [C(Y) - C(Y_{-k})]/Y_k$, donde $C(Y_{-k})$ corresponde al costo de producir todos los tipos de enseñanza menos el k . El AIC_k corresponde al costo promedio para una matrícula adicional en el tipo de educación k .

A partir de la función 1 y los costos definidos anteriormente, podemos analizar la existencia (o no) de economías de escala y/o economías de ámbito. Las economías a escala se refieren al comportamiento del costo ante cambios en el nivel de producción de una institución. Por otro lado, las economías de ámbito se refieren a complementariedades en costos que surgen de producir dos tipos de productos de manera conjunta. En el caso multiproducto, estas pueden surgir de forma global, es decir, en el proceso general de producción, o de forma específica en un tipo de producto:

- (a) Economías a escala globales: consideramos $C(Y)$ el costo total de producir los tres tipos de educación y $C_k = \partial C(Y)/\partial Y_k$ el costo marginal de producir el tipo de enseñanza k , donde Y_k se refiere al nivel de matrícula para la enseñanza k . El coeficiente de economía de escala global $S(Y)$ se define como:

$$S(Y) = C(Y)/\sum Y_k C_k(Y) \quad (2)$$

Decimos que existen economías (deseconomías) a escala si el coeficiente $S(Y)$, es mayor (menor) a 1.

- (b) Economías a escala producto-específicas: las economías a escala también pueden surgir en la producción específica de un tipo de educación, con la matrícula de las demás enseñanzas constantes. Consideramos el costo incremental promedio AIC_k y el C_k . El coeficiente de economía a escala producto-específica para k corresponde a:

$$S_k(Y) = AIC_k/C_k(Y) \quad (3)$$

PIE (programa de integración escolar).

¹¹Una dimensión importante que se debe considerar es la calidad de la educación brindada, debido a que aún no se encuentra un indicador bueno para calidad, se omite del marco conceptual. Sin embargo, se realizan estimaciones con controles de calidad, las que se muestran en el anexo, junto con sus limitaciones.

¹²Se denomina de esta manera porque se refiere al comportamiento en costos de expandir proporcionalmente la producción a través de un Rayo que parte del origen. No se encuentra traducción directa al Español.

Entonces, existen economías (deseconomías) a escala en la producción del tipo de educación k , si el coeficiente $S_k(Y)$ es mayor (menor) a 1, con el nivel de matrícula de las demás enseñanzas constante.

- (3) Economías de Ámbito Globales: sea $C(Y_k)$ el costo de producir el tipo de educación k por separado. Además, tal como se definió anteriormente, $C(Y)$ corresponde al costo de producir los tres tipos de educación. El coeficiente para economía de ámbito global corresponde a:

$$SC(Y) = [\sum C(Y_k) - C(Y)]/C(Y) \quad (4)$$

Se considera que existe economía (deseconomía) de ámbito global si $SC(Y)$ es mayor (menor) a 0.

- (4) Economías de Ámbito Producto Específicas: en estricto rigor, estas economías pueden ser calculadas para un conjunto de productos y no necesariamente para uno en específico. Sin embargo, a modo de simplificar se definirán para un tipo de educación k . Sea $C(Y_{-k})$ el costo de producir todos los tipos de educación excepto el tipo k . El grado de economía de ámbito para la educación k corresponde a:

$$SC_k(Y) = [C(Y_k) + C(Y_{-k}) - C(Y)]/C(Y) \quad (5)$$

Existen economías (deseconomías) de ámbito en la producción del tipo k si el coeficiente $SC_k(Y)$ es mayor (menor) a 0.

Si hay economías (deseconomías) a escala en educación, entonces podrían existir ahorros en costos al aumentar (disminuir) el nivel de matrícula. La existencia de economías a escala globales¹³ se ha tomado como una fuerte evidencia a favor de la consolidación escolar de establecimientos de menor tamaño. Duncombe et al. (1995), Gronberg et al. (2015), Andrews et al. (2002) encuentran que unir dos establecimientos pequeños puede generar un ahorro en costos, debido a la existencia de efectos escala en educación escolar. Además, se argumenta que la razón detrás puede estar relacionado con aspectos administrativos. Por otro lado, si hay deseconomías a escala, podríamos estar ante un mercado con asimetrías de información, un nivel mayor de burocracia o algún comportamiento estratégico inusual¹⁴.

Por otro lado, si existen economías de ámbito podría ser costo-efectivo ofrecer el tipo de enseñanza k y el tipo j en un mismo establecimiento. Este tipo de análisis se ha realizado para la educación superior, donde se encuentra que la educación de pregrado, la de postgrado y la realización de investigaciones presentan complementariedades en costos (Cohn, Rhine y Santos, 1989. Lenton, 2008. Mamun, 2012). Sin embargo, poco se ha investigado sobre complementariedades en etapas escolares y específicamente, Jimenez (1986) y Callan (1990) no encuentran complementariedades

¹³Ray Economies of Scale

¹⁴Hay algunos trabajos que examinan las deseconomías a escala. Las explicaciones incorporadas son extraídas de: McAfee & McMillan (1995), Andrews, Duncombe, Yinger (2002)

entre educación básica y media.

Cabe destacar, que durante toda la investigación se aplica el trabajo de BPW (1982) y que se destacan tres aportes a este tipo literatura: (1) Estimación de funciones de costos para establecimientos educacionales en Chile se habían realizado para comparar la eficiencia y efectividad de los colegios públicos vs los privados religiosos (McEwan & Carnoy (2000))¹⁵, sin embargo, no se han encontrado cálculos de economías a escala y ámbito para Chile (2) Se realiza un aporte al análisis de complementariedades de costos en establecimientos escolares, ya que la literatura se ha centrado en encontrar efectos escala. (3) Los datos del programa de integración escolar permiten la incorporación de la educación inclusiva como un nuevo producto en los establecimientos educacionales, esto da la posibilidad de que existan economías a escala/ámbito asociados a este tipo de educación.

4. Datos

Para la estimación de la función de costos es necesario tener medidas de gasto, producto y precios, por lo que se utilizan diversas fuentes de datos. Con respecto al gasto, se utilizan los Estados Financieros de Establecimientos Educacionales (2014-2019) de la Superintendencia de Educación¹⁶, reportados por los establecimientos a fines de cada año y de la cual se extrae el **gasto anual incurrido** por todos los establecimientos educacionales en Chile. Para el presente trabajo se excluyen gastos en construcción y mantenimiento que superen el 10 % del gasto del año.

Para el nivel de matrícula, se utilizan las Bases de Matrícula del Centro de Estudios del MINEDUC, cuyos datos son extraídos del Sistema de Información General de Estudiantes (SIGE)¹⁷. A partir de estas, se calcula el número total de alumnos en cada tipo de enseñanza: básica, media, técnica y PIE para los años 2014-2019. Cabe destacar que se consideran sólo establecimientos municipales y particulares subvencionados, debido a que son los únicos tipos de establecimientos que pueden postular al PIE ¹⁸.

Para los salarios de profesores, se utilizan Encuestas de Caracterización Socioeconómica Nacional (CASEN) implementadas por el Ministerio de Desarrollo Social (2013, 2015, 2017)¹⁹. La encuesta incluye preguntas sobre el trabajo actual, horas trabajadas, años de escolaridad e instituciones de estudio, y se rescatan aquellas personas que se identifican como profesores de básica, media y diferencial para estimar el salario esperado en las profesiones respectivas. Con esta estimación, se utilizan las Base de Cargos Docentes (2014-2019) para aproximar el potencial salario entregado en

¹⁵Se encuentra que no hay diferencias significativas.

¹⁶Estados Financieros de Establecimientos Educacionales. Autor: Superintendencia de Educación. Fuente: Rendiciones de cuentas de establecimientos en Chile. Recuperado de forma interna por medio de canales de transparencia.

¹⁷Bases de Matrícula 2014-2019. Autor: Centro de Estudios Mineduc. Fuente de Información: Sistema de Información General de Estudiantes (SIGE). Recuperado de manera interna por medio de canales de transparencia.

¹⁸Para análisis de robustez, la información de matrícula se complementa con las Bases de Rendimiento Estudiantil del Centro de Estudios-MINEDUC, estimaciones que se muestran en el Anexo y Tabla 7.

¹⁹Encuestas de Caracterización Socioeconómica Nacional (CASEN) Autor: Ministerio de Desarrollo Social y Familia Fuente: en base a datos Encuesta Casen 2013, 2015 y 2017. Recuperado de: <http://observatorio.ministeriodesarrollosocial.gob.cl/encuesta-casen>.

cada establecimiento, cuya información es extraída del Formulario de Idoneidad Docente y Sistema de Idoneidad Docente (SIDOC)²⁰. En el Anexo se explica en detalle la estimación de salarios y sus limitaciones.

La Tabla 1 muestra un resumen estadístico de los datos. La primera columna corresponden a los promedios de todos los establecimientos en Chile. La columna (2) muestra los valores promedio para establecimientos PIE, la tercera de aquellos que imparten sólo enseñanza básica, la (3) corresponde a los establecimientos PIE que adicionalmente imparten educación media y la (4) corresponde a los establecimientos que adicionalmente imparten educación técnica. Cabe destacar, que del estudio específico (col. 2, 3 y 4) quedan excluidos los establecimientos que imparte un sólo tipo de enseñanza, como por ejemplo, los que sólo imparten educación media, sólo técnica o sólo educación especial²¹

Con el objetivo de sintetizar los datos, se enumeran cinco hechos estilizados que se usarán en el análisis posterior: (1) Se puede notar que los establecimientos PIE que ofrecen educación media (col. 4 y 5), son más grandes que el promedio nacional, el promedio de un establecimiento PIE y los establecimientos de básica (600 alumnos, en comparación a 300 aproximado en el resto). (2) Los establecimientos Media y Técnica (col. 4 y 5) ofrecen más matrículas para alumnos con NEE (13,5 % de sus alumnos adheridos al programa, en comparación a un 12 % en el promedio PIE). (3) Por otro lado, los de básica son establecimientos más pequeños en promedio que los demás (col. 3). (4) La estimación de salarios arroja que los establecimientos de media ofrecen mayores salarios promedios. (5) Los de media tienen un mayor ratio alumno-profesor para alumnos PIE, esto es número de alumnos PIE por profesor diferencial, lo que sugiere que puedan estar al límite de la exigencia del Decreto 170, sobre horas mínimas de trabajo.

²⁰Bases de Cargos Docentes 2014-2019. Autor: Centro de Estudios MINEDUC. Fuentes de información: Formulario de Idoneidad Docente y Sistema de Idoneidad Docente (SIDOC) y Sistema de Información General de Estudiantes (SIGE). Recuperado de: <http://datosabiertos.mineduc.cl>.

²¹Es por esto que de los establecimientos PIE totales hay 5776 establecimientos, mientras que los específicos corresponden a 4315 colegios. Esto surgió de la necesidad de agrupar establecimientos en tipos que impartieran distintos mix de educación, donde si consideramos los 5776 serían 9 tipos de establecimientos PIE. Esto es una limitación que se busca abordar mediante la incorporación de estos al análisis de la muestra total de establecimientos (1).

Tabla 1: Resumen de Datos

	Total	PIE	Básica	Media	Técnica
Gasto por Alumno	\$2,256,051	\$1,982,620	\$2,215,963	\$1,340,834	\$1,563,802
Gasto por alumno integrado	\$1,138,834	\$1,138,834	\$1,173,141	\$1,055,903	\$1,102,394
Municipal	46 %	66 %	74 %	40 %	65 %
Particulares	54 %	34 %	25 %	60 %	35 %
Alumno Total	282.9	362.4	237.2	621.7	655.1
Alumno Básica	216.2	234.6	189.2	391.3	342.7
Alumnos Media Humanista	53.3	61.4	0.0	208.9	212.4
Alumnos Media Técnica	20.3	28.5	0.0	0.0	144.2
Alumnos PIE	44	59	49	79	89
NEET	45	45	36	64	68
NEEP	13	13	11	15	20
Alumno por curso	19	23	19	31	30
Alumnos PIE por curso	5	5	5	5	6
w diferencial	\$792,022	\$785,505	\$757,040	\$848,436	\$855,466
w basica	\$811,625	\$809,974	\$794,188	\$861,675	\$862,622
w media	\$845,566	\$853,738	\$603,108	\$846,537	\$873,797
Ratio alumno PIE-prof	27	27	25	33	34
Ratio alumno-prof	15	14	12	17	14
Cantidad de establecimientos	11,398	5,776	3,129	943	243

Notas: Se considera el promedio de aquellos establecimientos que han operado desde 2014 al 2019. Se muestra los promedios de distintas variable para: (1) Total de establecimientos. Incorpora los 5,776 adheridos al PIE (2) Establecimientos adheridos al PIE (3) Aquellos establecimientos que ofrecen Básica PIE (4) Aquellos establecimientos que ofrecen Media PIE (además de Básica PIE) (5) Aquellos establecimientos que ofrecen Técnica PIE (además de Media PIE y Básica PIE). Además, w se refiere al salario. Ratio alumno-profesor corresponde al número de alumno dividido en el número de profesores, luego es el número de alumnos por profesor.

5. Metodología

Para analizar la estructura de costos y eficiencia de los establecimientos adheridos al PIE, se estima una función de costos cuadrática y estocástica. La estimación estocástica se basa en las recomendaciones de Kumbhakar & Lovell (2000), mientras que la forma funcional cuadrática con costos fijos (FFCQ) es recomendada por BPW. Hay dos ventajas centrales de elegir este método: (1) La forma funcional cuadrática permite la existencia de costos fijos, esenciales para proveer cualquier tipo de educación (2) La estimación estocástica permite que los establecimientos tengan un error

adicional asociado a la *ineficiencia técnica*, atribuida al manejo de recursos ²². Específicamente, se estima un error compuesto que corresponde a $\epsilon_i = v_i + u_i$, donde v_n representa el error tradicional asociado a una estimación econométrica, y u_n representa la ineficiencia técnica²³. Esta estimación se ha utilizado anteriormente en economía de la educación (Cohn et al., 1989. Lenton, 2008. Mamun, 2012).

Se realizan dos tipos de estimaciones, en primer lugar, se realiza una estimación que considera todos los establecimientos educacionales en Chile, pero se incorporan 4 variables dicotómicas, que indican si un establecimiento provee un tipo de educación específica ($D_i = 1$ si $Y_i > 0$, donde i corresponde a básica, media, técnica o PIE). Esto último nos permite analizar la estructura de costos del mercado educacional completo y también permite diferencias en costos fijos que pueden surgir a la hora de proveer distintos tipos de educación (ecuación (6)). En segundo lugar, se estima una función cuadrática para tres tipos de establecimientos que ofrecen distintos *mix* de educación, donde se asume que comparten un costo fijo F similar: (1) básica y PIE (de ahora en adelante, Básica PIE) (2) básica, media y PIE (de ahora en adelante, Media PIE) ; (3) básica, media, técnica y PIE (de ahora en adelante, Técnica PIE)²⁴. Esta ecuación se muestra en (7).

$$G_n = F + \sum F_i + \sum E_{ni} + 0,5 \sum E_{ni}^2 + \sum_{i \neq j} E_{ni} E_{nj} + \sum W_{ni} W_{nj} + \sum W_{ni} E_{nj} + \delta_{nt} + u_n + v_n \quad (6)$$

$$G_n = F + \sum E_{ni} + 0,5 \sum E_{ni}^2 + \sum_{i \neq j} E_{ni} E_{nj} + \sum W_{ni} W_{nj} + \sum W_{ni} E_{nj} + \delta_{nt} + u_n + v_n \quad (7)$$

La variable dependiente corresponde al gasto total anual incurrido en el establecimiento n (en MM de pesos)²⁵. Además, el subíndice i corresponde al tipo de educación: básica, media o PIE y entonces E_{ni} corresponde al número de alumnos matriculados en enseñanza i en el establecimiento n . F y F_i corresponde al costo fijo anual conjunto y específico al tipo de educación i respectivamente. W_{ni} , corresponde al salario promedio mensual que recibe un profesor del tipo de enseñanza i en el establecimiento n . Se agregan todos los cuadrados e interacciones para mejorar la flexibilidad. Finalmente, u_n representa el grado de ineficiencia técnica asociado a un establecimiento n , donde el establecimiento más eficiente tiene un error igual a 0, es decir, no presenta ineficiencia en costos ²⁶. Como se cuenta con un panel de datos, todas las estimaciones incorporan efectos fijos por tiempo

²²Específicamente, la literatura atribuye la ineficiencia técnica a las acciones del productor. Sin embargo, el presente informe no tiene como objetivo encontrar una causa, si no mostrar evidencia que pueda ser utilizada en investigaciones posteriores.

²³El modelo general de una frontera de costos estocástica cuadrática $G_i = \alpha + \sum \beta_i x_i + \sum \sum \beta_{ij} x_i x_j + v_i + u_i$, donde G es el gasto en logaritmo. Además, en los x se consideran medidas de precios como variables explicativas

²⁴Se puede notar que el nombre atribuido a cada submuestra corresponde al tipo de educación extra que ofrece. Así, Media PIE ofrece básica, PIE y educación media.

²⁵Se utiliza el gasto total incurrido en línea con lo que se ha hecho en la literatura (Jimenez, 1986. Cohn, Rhine, Santos, 1989. Callan, 1990. Lenton. P, 2008. Mamun, 2012).

²⁶La estimación implica que al menos un establecimiento opere de manera eficiente, por lo que el grado de ineficiencia es relativo a este establecimiento.

(2014-2019) y establecimiento (rbd) ²⁷.

6. Resultados

Los resultados de la estimación de (6) y (7) se muestran en la Tabla 8 en el Anexo, donde los coeficientes corresponden al aumento en el gasto (en \$ MM), asociados al aumento de una variable en 1 unidad, mientras que en el caso de las interacciones, los coeficientes corresponden a costos marginales cruzados, es decir, el cambio en el costo marginal de una variable asociado al aumento marginal de otra variable. Para el análisis, la Tabla 2 muestra el costo marginal final de cada tipo de educación, evaluados en el promedio muestral del resto de las variables²⁸.

La columna (1) muestra la estimación para el total de establecimientos municipales y particulares subvencionados que han operado entre 2014-2019. La columna (2), (3) y (4) corresponden a establecimientos PIE, donde (2) son establecimientos de básica y PIE, (3) corresponden a los que además ofrecen media y en (4) los que además ofrecen técnica²⁹. La relevancia dentro del programa PIE igual va en orden, ya que los establecimientos de básica corresponden a un 61 % de los establecimientos que están adheridos, los que ofrecen media son un 18 % y los que ofrecen técnica son sólo el 5 %. Los establecimientos PIE que quedan excluidos en el análisis particular corresponden a establecimientos que ofrecen otros mix menos comunes, sin embargo, estos son incluidos en la muestra total (columna 1)³⁰. Finalmente, cabe destacar que dentro de los 11.398 aproximadamente un 50 % está adherido al programa, es decir, 5776 establecimientos.

En primer lugar analizamos los costos marginales que se muestran entre la Fila 6 y 9 de la Tabla 2 y los cuales para el análisis deben ser multiplicados por \$1.000.000. El costo marginal corresponde al gasto que debe incurrir un establecimiento al aceptar un último alumno en cada tipo de educación específica. Con respecto a la estimación conjunta (col. 1) podemos ver que los alumnos pertenecientes al PIE tienen un mayor costo marginal, de \$ 3,8 MM anuales por alumno, seguido por alumnos de educación media (\$ 482.000 por alumno), básica (\$473.000 anuales) y técnica (\$371.000).

Al comparar con las estimaciones particulares (columna 2, 3 y 4), se puede concluir lo siguiente: (1) El costo marginal de alumnos PIE es menor en establecimientos que se “especializan” en educación básica (col. 2) (2) El costo marginal de alumnos PIE es mayor en establecimientos que ofrecen educación media, lo que puede constituir una barrera a la expansión del programa al interior del establecimiento. (3) Los costos marginales de los institutos técnicos adheridos al PIE (col. 4), son mayores para todos los tipos de educación, sin embargo, en este grupo, la significancia de los esti-

²⁷Enfoque de Efectos Fijos con eficiencia técnica invariante en el tiempo. En Ingles esta técnica se denomina por *Least Squares with dummy variables (LSDV)* o *Fixed Effects Model*. Detalles de las ventajas de este método se muestran en el Anexo Metodológico x

²⁸Esto es calcular la siguiente ecuación para cada variable: $\hat{\eta}_3 = \hat{\beta}_3 + 2\hat{\gamma}_3\bar{x}_3 + \hat{\beta}_{31}\bar{x}_1 + \hat{\beta}_{32}\bar{x}_2 + \hat{\alpha}_{11}\bar{w}_1 + \hat{\alpha}_{21}\bar{w}_2 + \hat{\alpha}_{31}\bar{w}_3$. Es decir, se considera el costo marginal inicial más los costos marginales cruzados evaluados en los promedios.

²⁹Se enfatiza que el nombre asignado corresponde a la educación que ofrecen “extra”, pero son colegios que ofrecen todos los niveles anteriores inclusive

³⁰Corresponden a un 16 % de los establecimientos PIE, pero al desagregar por combinaciones de educación

madores es baja (lo que se puede ver en la Tabla 8, por lo que la estimación es de menor calidad
31

Tabla 2: Resultados de Función Cuadrática

	Gasto Total (\$ MM)			
	(1)	(2)	(3)	(4)
Básica	0.473*** (0.028)	0.093*** (0.038)	0.306*** (0.104)	0.461** (0.213)
Media	0.482*** (0.029)		0.257** (0.108)	0.313 (0.282)
Técnica	0.371*** (0.037)			0.754** (0.277)
Integral	3.861*** (0.069)	3.302*** (0.142)	5.495*** (0.340)	6.917*** (0.931)
w_b	0.000 (0.000)	0.001 (0.000)	0.000 (0.001)	0.001 (0.002)
w_m	0.001 (0.000)		0.002 (0.000)	0.000 (0.002)
w_i	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.000 (0.000)	0.001 (0.001)
Observaciones	65,316	14,649	4,298	1,111
Número de establecimientos	11,398	3,129	943	243
Submuestra	Conjunta	Básica PIE	Media PIE	Técnica PIE

Notas: Se muestran los costos marginales de cada una de las variables de las ecuaciones (7) y (6). La columnas (1) corresponde a la estimación conjunta de todos los establecimientos educacionales en Chile (ecuación (6)). La columna (1), (2) y (3) corresponden a la estimación de la ecuación (7) para los establecimientos Básica PIE, Media PIE y Técnica PIE respectivamente. El cálculo realizado para cada una de las variables es $\beta_i + \sum \beta_{ij}\bar{x}$, es decir, el costo marginal evaluado en el promedio muestral del resto de las variables. Se muestran los errores estándar entre paréntesis. Además, la significancia se representa con asteriscos, donde *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$.

6.1. Estructura de Costos

El análisis anterior nos muestra una primera aproximación a los costos de proveer distintos tipos de educación. Pero no nos da una mirada amplia sobre la conveniencia de participar en un programa, expandir matrícula o combinar tipos de educación. Para este análisis, falta incorporar el Costo

³¹La mala calidad de la estimación se puede deber a que hay menos observaciones y gran cantidad de parámetros, lo que origina a una estimación con menos grados de libertad que el resto $gl = (1111 - 40)$. Finalmente, cabe destacar que estos costos no pueden ser interpretados como causales, es decir, aceptar un alumno extra en una educación no necesariamente genera necesariamente un aumento de tal magnitud.

Incremental Promedio asociado a los distintos tipos de educación. El AIC_i , por sus siglas en inglés³², corresponde al cambio promedio en el costo total del establecimiento asociado a agregar un estudiante de la educación i , con el nivel de matrícula de otras educaciones constante. Esto es distinto al costo marginal, debido a que este último corresponde al costo de un alumno en el margen (último alumno incorporado)³³.

Tabla 3: Costos Incrementales Promedio y Costos Marginales

	(1)	(2)	(3)	(4)
Panel A: Costos Incrementales Promedio				
Básica	\$372,717	\$162,917	\$286,118	\$428,706
Media HC	\$854,189	-	\$397,545	-\$4,130
Media TEC	\$505,154	-	-	\$840,475
PIE	\$3,373,701	\$3,423,874	\$3,122,709	\$1,917,327
Panel B: Costos Marginales				
Básica	\$473,051	\$92,577	\$306,398	\$461,475
Media HC	\$482,483	-	\$257,251	\$312,894
Media TEC	\$370,707	-	-	\$754,349
PIE	\$3,860,946	\$3,302,431	\$5,495,014	\$6,917,393

Notas: Se muestra el costo promedio incremental (AIC) y costo marginal (C_k) para cada tipo de enseñanza, derivados de la estimación conjunta y la estimación Básica PIE, Media PIE y Técnica PIE. La columna (1) corresponde al AIC y C_k derivados de la ecuación (6), la columna (2), (3) y (4) corresponden al AIC y C_k derivados de la ecuación (7). El AIC de cada educación corresponde a $AIC_k = [C(Y) - C(Y_{-k})]/Y_k$, donde $C(Y_{-k})$ el costo al excluir educación k . El costo marginal corresponde a $\beta_i + \sum \beta_{ij}\bar{x}$ y son los mismos mostrados en la Tabla 2 multiplicados por \$1 MM.

La Tabla 3 muestra los costos incrementales promedios asociados a cada educación en un establecimiento promedio³⁴. Además, se muestran los costos marginales a modo de referencia, los que coinciden a los analizados en la sección anterior. El costo incremental promedio, a priori, puede ser comparado con las subvenciones entregadas por el estado, lo que nos permitirá analizar cobertura de costos. Se entrega una subvención máxima total equivalente a \$ 790.000 anuales por estudiante de básica, \$ 930.000 anuales por estudiante de media o técnica, y \$ 2.330.000 por alumno PIE³⁵. Al mirar la columna 1 del Panel A, es decir, la estimación conjunta, se puede concluir que, en un establecimiento promedio, la educación básica, media y técnica está más que cubierta por la subvención

³²Average Incremental Cost

³³Baumol, Pinzar & Willig, capítulo 3 y 4. Más detalle en sección 3 Marco Conceptual.

³⁴Esto es, evaluado en los promedios muestrales de la muestra total, básica PIE, media PIE y técnica PIE

³⁵La subvención varía según tipo de establecimiento y tipo de alumno, por lo que para el análisis se utiliza el monto mayor otorgado por el estado para hacer un análisis general. Además, esta depende de la asistencia del alumno en cuestión.

general entregada por el estado.

Sin embargo, el incremental promedio asociado a los alumnos PIE está por sobre la subvención entregada. A modo de contexto, la subvención recibida por un estudiante con NEE se compone de dos partes: (1) una subvención general que coincide con la que se entrega a todos los alumnos, que en el caso de un estudiante de básica corresponde a \$790.000 anuales (2) la subvención por PIE corresponde a la diferencia, es decir, \$1.54 MM, aproximadamente. Por otro lado, la política está diseñada para que sólo este monto pueda ser gastado en recursos extra para alumnos con necesidades especiales.³⁶ De manera no intencionada, esto implica que si aumenta la subvención general, decae la disponibilidad de recursos extra para llevar a cabo actividades del programa, lo que puede constituir una barrera para que los establecimientos se adhieran.

Tabla 4: Economías a escala y de ámbito

	(1)	(2)	(3)	(4)
Panel A: Economías a escala				
Básica	0.79	1.76	0.93	0.93
Media HC	1.77	-	1.55	-0.01
Media TEC	1.36	-	-	1.11
PIE	0.87	1.04	0.57	0.28
Globales	1.23	1.81	1.27	0.91
Panel B: Economías de ámbito				
Básica	0.07	-	0.42	0.41
Media HC	0.04	-	0.38	0.37
Media TEC	0.11	-	-	0.44
PIE	0.06	-	0.49	0.56
Globales	0.19	0.39	0.84	1.25

Notas: Las primeras 3 filas de cada panel corresponden a aquellas economías producto-específicas. La última fila de cada panel se refiere a las globales. Para el caso de Básica PIE, se omiten las economías de ámbito producto específicas, ya que coinciden con las globales³⁷. La columna (1) utiliza la estimación de (6), mientras que (2), (3) y (4) utiliza la estimación de (7) para establecimientos Básica PIE, Media PIE y Técnica PIE. Corresponden a los resultados de las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) del Marco Conceptual.

La Tabla 4 muestra los grados de economías a escala y economías de ámbito, donde las columnas (1) corresponde a los resultados de la estimación conjunta, la (2) a establecimientos básica PIE, la (3) a establecimientos media PIE y la (4) a establecimientos Técnica PIE. Además, todas consideran el

³⁶Ley 20201, de Educación Sobre Subvenciones a Establecimientos Educativos y Otros Cuerpos Legales. Extraído de la Biblioteca del Congreso Nacional de Chile: <https://www.bcn.cl/portal/>.

cálculo en el nivel de matrícula promedio. Dos conclusiones generales surgen, en primer lugar, hay economías a escala globales en los establecimientos básica PIE y media PIE (col 1 y 2 fila 4), no así para educación Técnica PIE³⁸. Esto implica que, en términos de costos, a los establecimientos en Chile les podría convenir aumentar todas las matrícula de manera proporcional³⁹. En segundo lugar, hay economías de ámbito globales asociadas a todas las estimaciones, lo que sugiere que existen complementariedades de costos entre los distintos tipos de educación y podría ser costo-efectivo ofrecer distintos tipos de enseñanza en un mismo establecimiento.

Con respecto a economías a escala producto específicas, podemos ver que existen en media humanista científica y en media técnica, no así para básica y PIE (Panel A, fila 1, 2 y 3). Sin embargo, se encuentran heterogeneidades al analizar los establecimientos PIE por separado. En primer lugar, notamos que hay economías a escala constantes asociadas a la incorporación de alumnos PIE en establecimientos de básica. Esto implica necesariamente que el costo incremental asociado a alumnos con NEE permanece constante en caso de querer aumentar la matrícula de este segmento⁴⁰. Esto puede estar estrechamente relacionado (pero no necesariamente de manera causal) al hecho de que estos establecimientos constituyen un 68% de los establecimientos PIE. De manera opuesta, en establecimientos de educación media se encuentran deseconomías a escala asociados a los alumnos PIE.

6.2. Heterogeneidades por Tamaño del Establecimiento

Los resultados mostrados hasta ahora corresponden a la estructura de costos de un establecimiento con valores de matrícula promedio⁴¹. Sin embargo, estas economías (deseconomías) pueden existir con más o menos fuerzas en establecimientos con distintos niveles de matrícula. Por otro lado, una de las principales limitaciones del caso multiproducto es que no hay directa analogía con el “costo medio” de instituciones uni-producto, por lo que BPW (1982) sugiere re-calcular las ecuaciones (2), (3), (4) y (3) para distintos niveles de producto, sin cambiar la proporción entre estos⁴². Los resultados de este ejercicio se muestran en la figura (1), (2) y (3).

En primer lugar, la figura 1 muestra la evolución de economías globales a distintos niveles de matrícula. Se aprecia que las economías a escala globales se mantienen hasta niveles muy altos de matrícula, tanto en la totalidad de establecimientos en Chile, como para los establecimientos PIE específicos, con la excepción de los colegios Técnicos PIE, cuyas economías a escala se agotan al 80% de la matrícula promedio. Lo mostrado constituye evidencia importante a favor de la consolidación escolar, ya que en los establecimientos que tienen % de matrículas menores al promedio, las economías

³⁸En Técnica PIE se encuentran deseconomías, sin embargo, como se dijo anteriormente, es la estimación de menor calidad.

³⁹Ray Economies of Scale se refiere a economías a escala existentes ante cambios proporcionales del output, por lo que se debe analizar como conveniencia de aumentar todas las matrículas de manera proporcional.

⁴⁰En el caso de economías constantes a escala, la derivada del costo incremental promedio respecto al output es igual a 0, es decir, el costo no cambia al aumentar el nivel (BPW, capítulo 4)

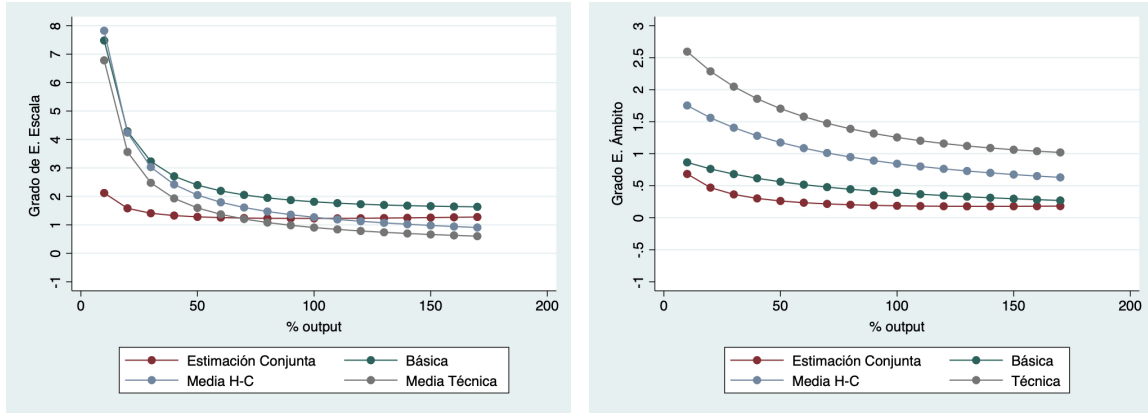
⁴¹Valores que son mostrados en la Tabla 1

⁴²BPW p.47 recomienda “fijar proporciones de output y analizar el comportamiento en costos a medida que varía el tamaño del paquete de producción resultante”

a escala son mayores, con coeficientes de entre 4 y 5 para colegios de 90 alumnos (30 % del nivel de matrícula promedio, lo que se considera un establecimiento pequeño). En estas escuelas, aumentar la matrícula de forma proporcional o unirse a otro establecimiento de menor tamaño puede ser un movimiento costo-efectivo.

Por otro lado, las economías de ámbito igual se mantienen hasta niveles muy altos de matrícula, para todos los establecimientos educacionales (muestra total y establecimientos específicos PIE). Se puede notar, que para niveles bajos de matrícula las economías de ámbito son mayores y a medida que aumenta la cantidad de alumnos, las complementariedades se agotan, hasta niveles muy cercanos a 0. A pesar de esto, en establecimientos grandes aún existen leves economías de ámbito. Esto constituye evidencia a favor para ofrecer distintos tipos de educación de manera conjunta, especialmente para establecimientos pequeños. Además, a priori, constituye evidencia a favor de la creación de programas de integración que incorporen alumnos con NEE a la educación regular⁴³.

Figura 1: Economías Globales para distintos niveles de matrícula



(a) Economías a Escala Globales

(b) Economías de Ámbito Globales

Notas: Se recalculan las ecuaciones (2) y (4) para distintos porcentajes del promedio de alumnos. El eje x corresponde al % de la matrícula promedio (mostrados en la Tabla 1, fila Alumno Total), mientras que el eje y corresponde al grado de economía en cuestión. Además se mantiene la proporción entre los distintos tipos de educación para cada muestra. El 100 % corresponde al promedio y por ende coinciden con los datos presentados en la Tabla 4. El gráfico (a) corresponde a economías a escala globales y el gráfico (b) a economías de ámbito globales. En Rojo es la muestra total, es decir, la estimación conjunta. Azul oscuro corresponde a establecimientos Básica PIE, Azul claro a la muestra Media PIE y en Gris a la muestra Media-Técnica.

En la Figura 2 podemos analizar si surgen economías a escala producto específicas en (a) la totalidad de establecimientos (b) los Básica PIE, (c) Media PIE y (d) Técnica PIE⁴⁴. De la estimación conjunta, se puede concluir que las economías a escala producto-específicas prevalecen para la media humanista-científica y la media técnica hasta niveles muy altos de matrícula. Esto implica que au-

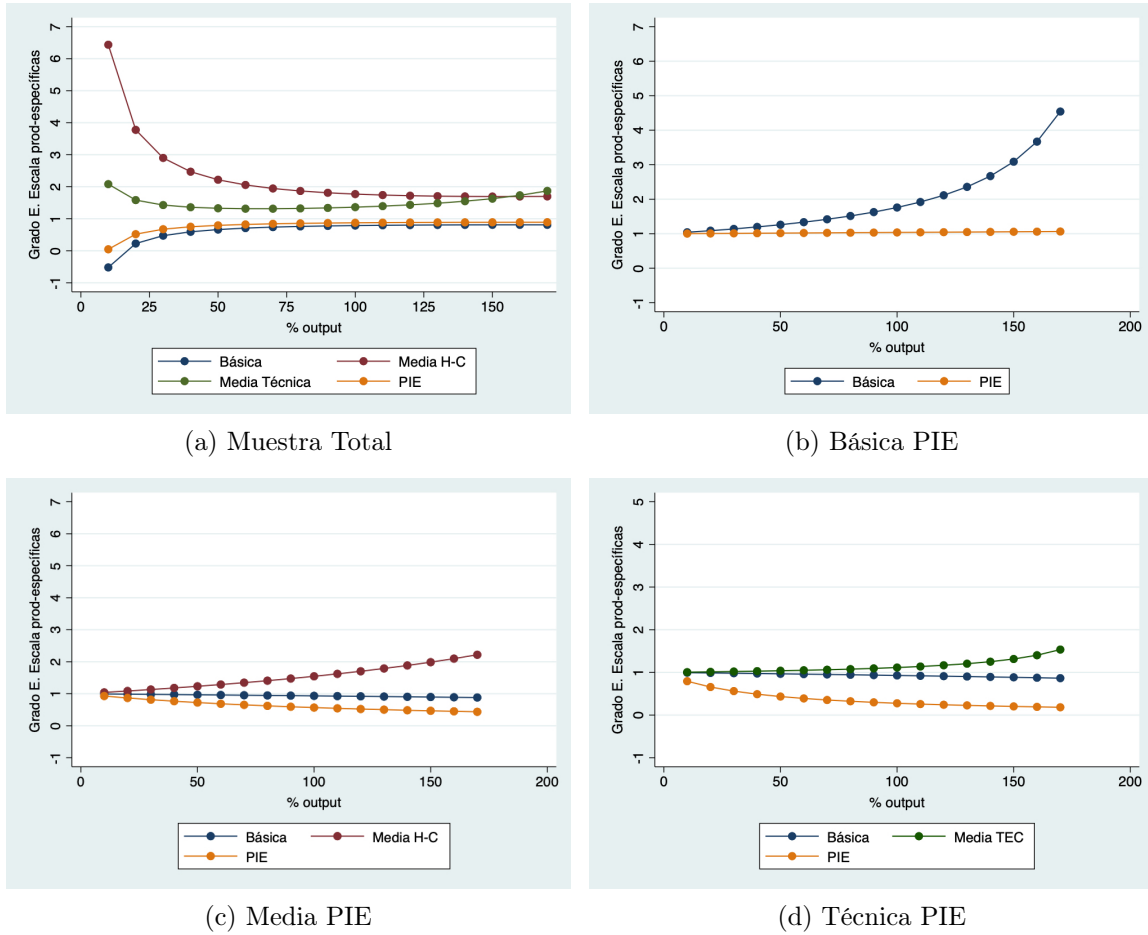
⁴³Conclusión que debe ser complementada con los resultados de economías de ámbito producto específicas, comentados posteriormente y expuestos en figura 3

⁴⁴Para los establecimientos técnica PIE se omite la educación media científico humanistas, ya que los valores resultantes en establecimientos pequeños eran irreales y se consideran no significativos, debido a que el coeficiente asociado a esta educación no es significativa al 10 %, lo que se puede ver en la Tabla 2.

mentar la matrícula de media puede ser conveniente, ya que el costo incremental promedio disminuye a medida que se incorporan más alumnos en estos tipos de enseñanza. Con respecto a la enseñanza básica y PIE, sólo para establecimientos muy pequeños hay un fenómeno de deseconomía a escala, sin embargo, en establecimientos de mayor tamaño, los que son más comunes, se encuentra algo más cercano a economías constantes a escala, donde el costo incremental de estos alumnos no varía sustancialmente al aumentar matrícula en este segmento.

En los establecimientos Básica PIE, notamos que existen economías a escala producto específicas para asociados a alumnos de básica, las que aumentan en establecimientos de mayor tamaño. Algo particularmente interesante, es que para estos colegios, las economías constantes en alumnos PIE prevalecen para todos los niveles de matrícula (grado equivalente a 1). En particular, el costo incremental para alumnos PIE permanece constante en 3.4 MM para todos los niveles de matrícula, mientras que el costo marginal disminuye. Esto no ocurre en establecimientos de educación media, donde la estimación arroja que el costo incremental promedio aumenta a medida que aumenta el nivel de matrícula.

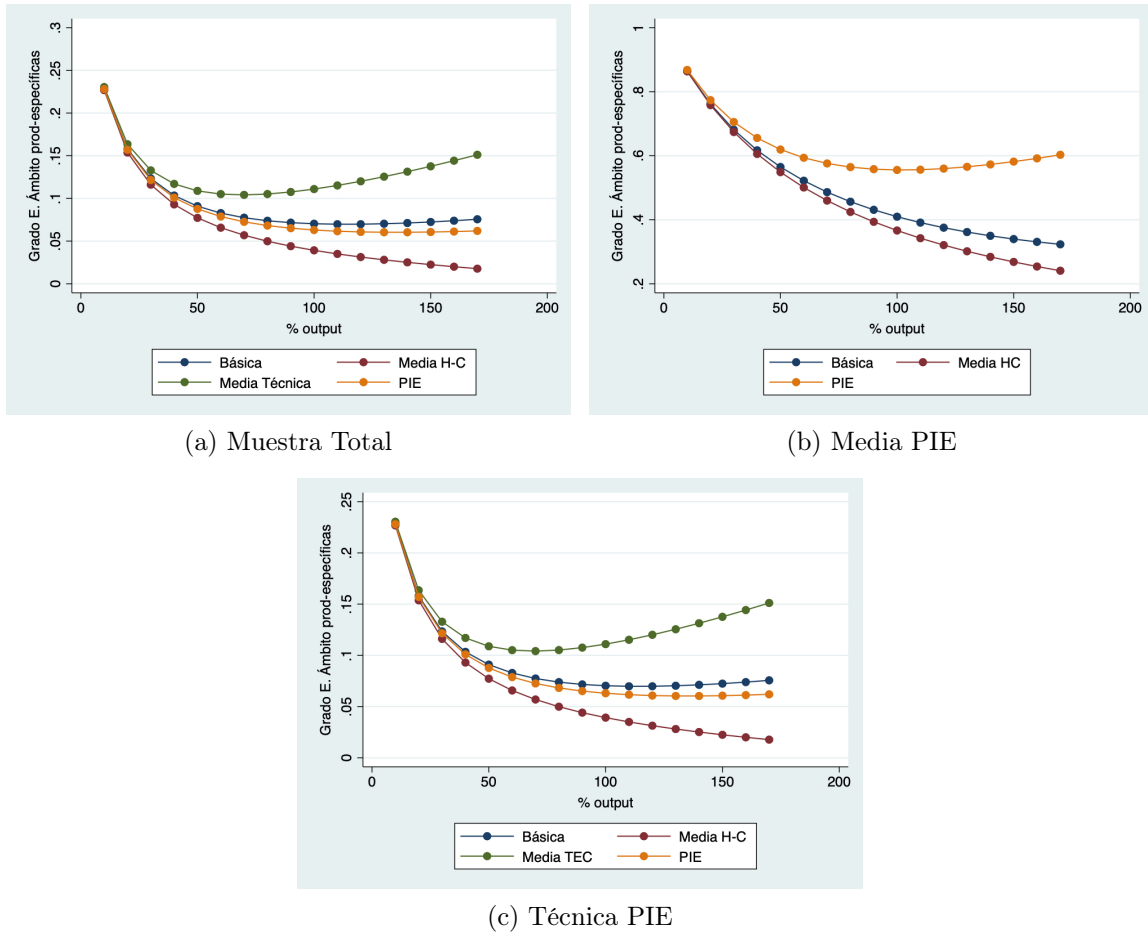
Figura 2: Economías a Escala producto específicas para distintos niveles de matrícula



Notas: Se recalcula la ecuación (3) para distintos porcentajes del promedio de matrículas de alumnos. El eje x corresponde al % de la matrícula promedio (mostrados en la Tabla 1, fila Alumno Total), mientras que el eje y corresponde al grado de economía en cuestión. Además se mantiene la proporción entre los distintos tipos de educación para cada muestra. El 100 % corresponde al promedio y por ende coinciden con los datos presentados en la Tabla 4. El gráfico (a) corresponden a las economías producto-específicas de la muestra total de establecimientos, el (b) corresponde a los establecimientos Básica PIE, el (c) Corresponden a los establecimientos Media PIE y el (d) corresponden a los establecimientos Técnica PIE. Además, el azul se refiere economías en educación básica, el rojo a economías en educación media, el verde a economías en educación técnica y en amarillo están las economías asociadas a educación del PIE

Con respecto a economías de ámbito producto específicas (Figura 3), se concluye que existen complementariedades de costos para todos los tipos de enseñanza, incluso para niveles altos de matrícula, lo que sugiere que ofrecer un tipo de educación en conjunto con otra es conveniente. Luego, se puede terminar de concluir lo expuesto en el análisis de economías de ámbito globales: tanto al mirar los establecimientos totales, como al desagregar por tipo de establecimiento PIE, se encuentran economías de ámbito producto específicas para la educación de estudiantes con NEE. Luego, el programa se complementa, en términos de costos, con otros niveles de educación.

Figura 3: Economías de Ámbito producto específicas para distintos niveles de matrícula



Notas: Se recalcula las ecuación (5) para distintos porcentajes del promedio de alumnos. Además se mantiene la proporción entre los distintos tipos de educación para cada muestra. El 100 % corresponde al promedio y por ende coinciden con los datos presentados en la Tabla 4. El gráfico (a) corresponden a las economías producto-específicas de la muestra total de establecimientos, (b) establecimientos Media PIE y (c) corresponden a los establecimientos Técnica PIE. Se omiten los establecimientos de básica ya que las economías de ámbito producto-específicas coinciden con las globales. Además, el azul se refiere economías en educación básica, el rojo a economías en educación media, el verde a economías en educación técnica y en amarillo están las economías asociadas a educación del PIE

6.3. Heterogeneidades entre Municipales y Particulares Subvencionados

El Programa de Integración está destinado a dos tipos de establecimientos educacionales: aquellos con dependencia administrativa municipal y aquellos con dependencia particular subvencionada. Debido a que el tipo de sostenedor difiere, hay razones para pensar que la estructura de costos y la inversión de recursos también puedan ser diferentes. Este análisis se puede hacer en dos niveles, primero mediante una comparación de costos incrementales y economías a escala o ámbito, y segundo, mediante un análisis de ineficiencia relativa. Cabe recordar que al estimar una función estocástica y específicamente la ecuación (6), el error se descompone en u y v , donde u corresponde al grado de ineficiencia técnica ⁴⁵

La Tabla (5) muestra la estructura de costos para municipales y particulares subvencionados. En primer lugar, vemos que los establecimientos municipales tienen un mayor costo incremental promedio (Panel A) y un mayor costo marginal (Panel B) asociado al PIE, diferencia que no se evidencia de forma tan clara para los otros niveles de educación. Estos costos se consideran muy elevados, en especial para los municipales por lo que pueden estar sobre estimados, a pesar de esto se evidencia que existe una diferencia. En segundo lugar, al analizar economías a escala (Panel C), notamos que los establecimientos municipales mantienen economías a escala constantes, por lo que aumentar matrícula proporcionalmente no genera aumentos sustanciales en el costo. Por otro lado, los particulares se pueden beneficiar de un aumento promedio de matrículas, debido a la existencia de economías a escala.

La diferencia más notoria se ilustra en el Panel D, donde vemos que los establecimientos municipales presentan economías de ámbito globales, por lo que se ven beneficiados al ofrecer distintos tipos de educación en un mismo establecimiento, una conclusión que no es posible hacer para particulares subvencionados⁴⁶. Luego, al analizar la existencia de economías de ámbito específicas al PIE, se concluye que los municipales se benefician de complementariedades de costos por estar adheridos al programa, mientras que los particulares, no presentan economías de ámbito. Sin embargo, el grado es muy cercano a 0, por lo que en se puede considerar que no se encuentran potenciales beneficios de adherirse al programa pero tampoco des-complementariedades fuertes.

Los resultados respecto al PIE pueden estar estrechamente relacionados con el hecho de que los establecimientos municipales constituyen un 66 % de estos establecimientos. Hay varias teorías posibles, por ejemplo, puede ser que los municipales estén en una etapa más avanzada del programa lo que se traduce en mayores costos. Además, esta puede ser la razón por la que se benefician de mayores complementariedades. A pesar de esto, las limitaciones del estudio impide concluir una razón de causalidad detrás de estas diferencias, lo que se puede retomar en análisis posteriores, mediante el

⁴⁵En la investigación de economía de la educación, se han estudiado diferencias en estructuras de costos y eficiencias entre distintos tipos de administradores con este método (Grongberg et al. 2010, McEwan et al, 2000. Cohn et al., 1989). Sin embargo, los resultados no son concluyentes puesto que en Estados Unidos se encuentran que establecimientos con mayor carga administrativa son más eficientes, mientras que en Chile no se encuentran diferencias.

⁴⁶A pesar de esto, el coeficiente de economía de ámbito es negativo pero muy pequeño, por lo que más que des-complementariedades, se puede hablar de que no hay beneficios en costos de la producción conjunta, lo que no implica que necesariamente se deban separar.

análisis detallado al interior de los establecimientos.

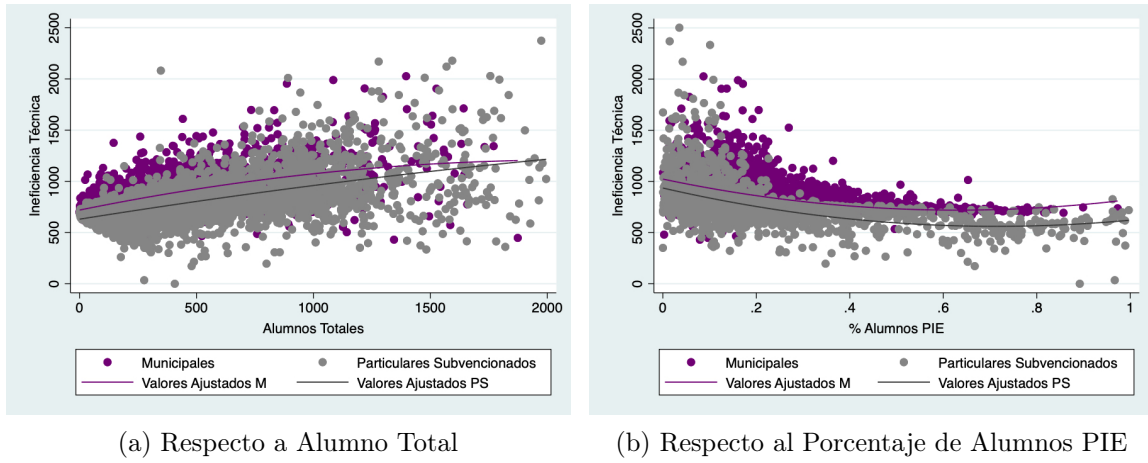
Tabla 5: Estructura de costos por dependencia administrativa

	Municipales	P. Subvencionados
Panel A: Costos Incrementales Promedio		
Básica	\$705,817	\$718,357
Media HC	\$761,905	\$682,648
Media TEC	\$407,376	\$525,412
PIE	\$4,208,105	\$2,634,856
Panel B: Costos Marginales		
Básica	\$812,645	\$743,936
Media HC	\$428,946	\$261,597
Media TEC	\$387,360	\$404,503
PIE	\$4,647,001	\$2,861,678
Panel C: Economías a escala		
Básica	0.87	0.97
Media HC	1.78	2.61
Media TEC	1.05	1.30
PIE	0.91	0.92
Globales	1.06	1.23
Panel D: Economías de ámbito		
Básica	0.03	-0.06
Media HC	0.15	-0.05
Media TEC	0.00	0.08
PIE	0.19	-0.08
Globales	0.38	-0.17
Número de Establecimientos	5243	6154

Notas: Resultados derivados de la estimación de 6, es decir, la estimación de todos los establecimientos. La columna 1 corresponde a municipales y la 2 a particulares subvencionados. El Panel A corresponde a los costos incrementales promedio. El Panel B corresponde a los costos marginales. El Panel C corresponde a economías a escala. El Panel D a Economías de Ámbito. Las primeras 3 filas de los últimos 3 paneles corresponden a aquellas economías producto-específicas. La última de los últimos tres paneles corresponden a economías globales. Además se utilizan las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) del Marco Conceptual.

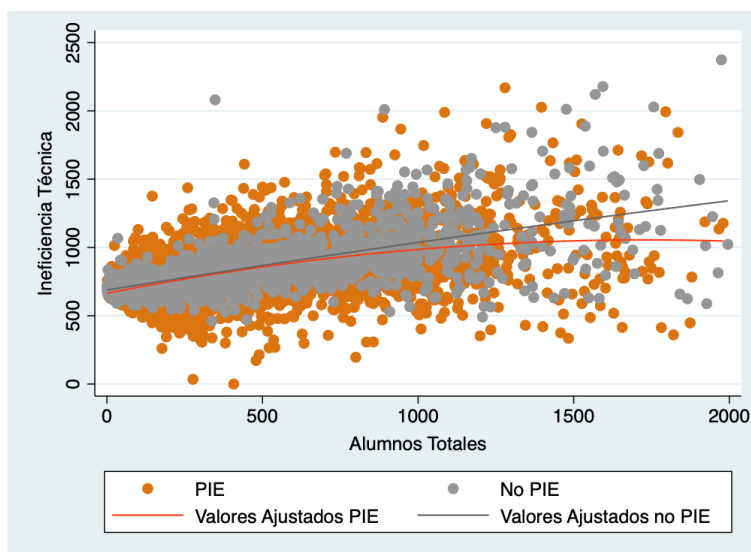
La Figura 4 compara el grado de ineficiencia entre Municipales y Subvencionados. Del gráfico (a) notamos que, a medida que aumenta la cantidad de alumnos, la ineficiencia técnica aumenta. Además, el nivel de ineficiencia es levemente mayor para los establecimientos municipales. Específicamente, la estimación entrega una diferencia de \$ 81,3 MM en promedio, sin embargo, no se puede concluir si esta diferencia es significativa o no. Por otro lado en el gráfico (b) se realiza el mismo análisis pero respecto al % de alumnos adheridos al programa PIE. Se puede concluir, que los establecimientos municipales adheridos también presentan un leve mayor grado de ineficiencia, en promedio, que los particulares. Finalmente, la Figura 5 compara el grado de ineficiencia técnica entre establecimientos adheridos al PIE y establecimientos que no están adheridos. Se concluye que no hay diferencias significativas, respecto a la eficiencia, entre ambos tipos de establecimientos.

Figura 4: Eficiencia Relativa entre Municipales y Particulares Subvencionados



Notas: El eje y de ambos gráficos muestra el grado de ineficiencia técnica. Esto es u_n que se deriva de la estimación de 6. El eje x del gráfico (a) muestra el número de alumnos, mientras que el eje x del gráfico (b) muestra el % de alumnos PIE en el establecimiento. En morado se muestran los municipales y en gris los particulares subvencionados.

Figura 5: Eficiencia relativa entre establecimientos PIE y no PIE



Notas: El eje y de ambos gráficos muestra el grado de ineficiencia técnica. Esto es u_n que se deriva de la estimación de 6. El eje x del gráfico (a) muestra el número de alumnos, mientras para establecimientos PIE (en naranja) (b) muestra el número de alumnos para establecimientos no adheridos (en gris).

Con respecto a la ineficiencia técnica, estas estimaciones se presentan a modo de sugerencia, ya que los resultados pueden estar muy ligados a la estrategia econométrica usada. Kumbhakar & Lovell (2000) proponen distintos métodos para la estimación de eficiencia en industrias multiproducto, donde se puede elegir entre utilizar una técnica de efectos fijos (implementada en la presente investigación) o estimaciones de máxima verosimilitud, cuyos resultados de eficiencia pueden ser distintos. Además, se escoge un modelo de eficiencia invariante en el tiempo, lo que puede ser creíble en algunos casos y en otros no. Por ejemplo, si un establecimiento cambia de administración, se puede dar que una reestructuración fuerte ocasione una mejor asignación de recursos, lo que puede implicar cambios en eficiencia. Es por esto que, dado la importancia que tiene la inversión de recursos en el programa de integración, se recomienda realizar este tipo de análisis con mejores métodos y datos en un futuro.

7. Discusión de Política

Actualmente, aproximadamente un 50 % de los establecimientos están adheridos (5776) e imparten educación para estudiantes con NEE. Además, son en su mayoría establecimientos municipales y establecimientos que imparten educación básica. La discusión se centra en análisis de costos monetarios por un lado y análisis de estructura de costos por otro. Con el objetivo de ordenar los comentarios, se exponen cuatro ejes que se consideran relevantes: (1) Análisis de costos asociados al programa de integración, como el costo marginal y el costo incremental promedio (2) Análisis de las principales economías o deseconomías a escala encontradas (3) Discusión sobre las complementariedades de costos (economías de ámbito) (4) Finalmente, principales diferencias encontradas entre municipales y particulares subvencionados.

En primer lugar, se concluye que los establecimientos PIE que imparten educación media tienen un costo marginal asociado a alumnos PIE más altos que aquellos que sólo imparten básica. Esto puede constituir una barrera para que estos establecimientos reciban más estudiantes con NEE, lo que perjudicaría principalmente a los jóvenes, quienes hoy ven reducida la oferta de establecimientos PIE (aproximadamente un 20 % de los adheridos al PIE imparten este tipo de educación). Esto se complementa con existencia de economías a escala para estudiantes de educación media, lo que puede generar un escenario donde los establecimientos prefieran incorporar alumnos sin NEE por sobre alumnos que las presentan.

En segundo lugar, un escenario posible es que la subvención entregada por concepto PIE es menor al costo percibido por el establecimiento. Esto se observa para todos los establecimientos PIE y también al considerar la estimación conjunta. Como se discutió anteriormente, la subvención a estudiantes NEE se divide en una parte general y una parte incremental exclusiva para el equipamiento PIE, lo que involuntariamente implica que si aumenta la subvención general otorgada, los recursos para el desarrollo del PIE disminuyen. Sumado a esto, la subvención se entrega en función de la asistencia de los alumnos, por lo que si los alumnos con NEE asisten menos al colegio, la llegada de recursos igual es menor, pero no así la inversión necesaria.

En tercer lugar, se concluye que en los establecimientos de básica, existen economías constantes a escala en alumnos con PIE. Estos establecimientos conforman un 68 % de los colegios del Programa. Además, de forma interesante la economía constante se mantiene para niveles bajos y altos de matrícula. Esto no ocurre en establecimientos de educación media, donde posiblemente incorporar a un alumno con NEE es costoso. Luego, se puede concluir que la política está bien ajustada, en términos de costos, a la enseñanza básica, pero no así a la media. Esta conclusión se puede apoyar en la idea de que, posiblemente, los establecimientos de educación básica aprovechen de mejor manera las complementariedades en costos entre distintos tipos de educación.

Con respecto a las economías de ámbito, se encuentran complementariedades en costos asociadas a la implementación del PIE en todos los tipos de establecimientos y para distintos niveles de matrícula. Esto sugiere que, al adherirse al programa, los establecimientos se beneficiaron de ahorros en costos al impartir educación a estudiantes con NEE en conjunto con la educación regular. La existencia de economías de ámbito es una conclusión relevante, ya que implica que los programas de integración son complementarios en costos con los tipos de enseñanza regulares y que, a priori, pueden ser beneficiosos para los establecimientos que se adhieren.

Finalmente y en cuarto lugar, se encuentra que los establecimientos municipales están en un escenario donde presentan mayores costos marginales e incrementales promedio asociados a alumnos PIE. Sin embargo, también se encuentra que se benefician de mayores complementariedades de costos entre el PIE y el resto de las enseñanzas, que los particulares subvencionados. Esta conclusión puede estar relacionada al hecho de que los establecimientos municipales constituyen la mayor parte de los establecimientos del programa y por ende, pueden estar en una etapa más avanzada. A modo de complemento, se encuentra que estos los municipales son levemente más ineficientes en costos que

los particulares subvencionados, cuya razón puede ser analizada en más detalle en investigaciones posteriores.

El presente informe tenía como objetivo analizar la estructura de costos de los establecimientos educacionales en Chile, con especial foco en el Programa de Integración Escolar (PIE) que permite la incorporación de estudiantes que presentan necesidades educativas especiales a establecimientos de educación regular. Para el análisis, se define un marco teórico de estructura de costos, para luego estimar una función de costos para los establecimientos educacionales. Las limitaciones asociadas a la estimación se muestran en el Anexo 9.1.

A modo de conclusión, el programa de integración se ajusta más, en términos de costos, a establecimientos de educación básica, debido a la existencia de economías constantes a escala y economías de ámbito. De hecho, estos tipos de establecimientos constituyen la mayoría de establecimientos PIE. En esta línea, se recomienda analizar los costos asociados a la educación media, ya que puede ser, que la norma esté sesgada hacia niveles de enseñanza más bajos, y que los alumnos con NEE de educación media tengan distintas necesidades que pueden no estar cubiertas por el marco que entrega el Decreto-170, lo que impide que estos establecimientos se adhieran al PIE.

Además, se encuentran economías de ámbito asociados al PIE para distintos tamaños de establecimientos, lo que sugiere que existen complementariedades de costos entre educación básica, media, técnica y educación PIE. Esto es evidencia a favor de la creación de este tipo de programas, puesto que los costos involucrados en la educación de niños/as con NEE son complementarios a los costos involucrados en la educación de sus pares.

Bibliografia

- Andrews, M., Duncombe, W., & Yinger, J. (2002). Revisiting economies of size in American education: are we any closer to a consensus? *Economics of education review*, 21(3), 245-262.
- Aigner, D., Lovell, C. K., & Schmidt, P. (1977). Formulation and estimation of stochastic frontier production function models. *Journal of econometrics*, 6(1), 21-37.
- Bradford, D. F., Malt, R. A., & Oates, W. E. (1969). The rising cost of local public services: Some evidence and reflections. *National Tax Journal*, 22(2), 185-202.
- Baker, B., & Duncombe, W. (2004). Balancing district needs and student needs: The role of economies of scale adjustments and pupil need weights in school finance formulas. *Journal of Education Finance*, 29(3), 195-221.
- Baumol, P., & Panzar, J. C. (1982). Willig "Contestable Markets and the Theory of Industry Structure". New York.
- Belotti, F., Daidone, S., Ilardi, G., & Atella, V. (2013). Stochastic frontier analysis using Stata. *The Stata Journal*, 13(4), 719-758.
- Callan, S. J., & Santerre, R. E. (1990). The production characteristics of local public education: A multiple product and input analysis. *Southern Economic Journal*, 468-480.
- Cohn, Elchanan, Rhine, Sherrie L. W., & Santos, Maria C. "Institutions of Higher Education as Multi-Product Firms: Economies of Scale and Scope." *The Review of Economics and Statistics* 71.2 (1989): 284-90. Web.
- Duncombe, W., Miner, J., & Ruggiero, J. (1995). Potential cost savings from school district consolidation: A case study of New York. *Economics of Education Review*, 14(3), 265-284.
- Duncombe, W., & Yinger, J. (2005). How much more does a disadvantaged student cost?. *Economics of Education Review*, 24(5), 513-532.
- Duncombe, W., & Yinger, J. (2007). Does school district consolidation cut costs?. *Education Finance and Policy*, 2(4), 341-375.
- Gronberg, T. J., Jansen, D. W., Karakaplan, M. U., & Taylor, L. L. (2015). School district conso-

lidation: Market concentration and the scale-efficiency tradeoff. *Southern Economic Journal*, 82(2), 580-597.

Jimenez, E. (1986). The structure of educational costs: multiproduct cost functions for primary and secondary schools in Latin America. *Economics of Education Review*, 5(1), 25-39.

Kumbhakar, S., & Lovell, C. (2000). The Estimation and Decomposition of Cost Efficiency. In *Stochastic Frontier Analysis* (pp. 131-183). *Cambridge: Cambridge University Press*.

Lenton, P. (2008). The cost structure of higher education in further education colleges in England. *Economics of Education Review*, 27(4), 471-482.

Mamun, S. A. K. (2012). Stochastic estimation of cost frontier: Evidence from Bangladesh. *Education Economics*, 20(2), 211-227.

McAfee, R. P., & McMillan, J. (1995). Organizational diseconomies of scale. *Journal of Economics & Management Strategy*, 4(3), 399-426.

8. Anexo

8.1. Limitaciones del Estudio

Nuestro estudio tiene varias limitaciones estadísticas que deberían ser consideradas en próximas investigaciones. Un aspecto importante de los establecimientos es la calidad de la educación que imparten, lo que no se pudo abordar de manera central en este estudio. Para hacer una referencia a estas estimaciones, se estima la estructura de costos para los establecimientos con la incorporación de un indicador de calidad, que corresponde al % de alumnos con promedio mayor a 6,0 en un establecimiento. Estas estimaciones se muestran en la Tabla 7 y se incorporan a modo de complemento.

Una segunda limitación corresponde a la estimación de salarios. Datos de salarios para profesores diferenciados por especialidad no están disponibles. Sin embargo, se utiliza la encuesta CASEN del Ministerio de Desarrollo Social y Familia para obtener una proxy de lo que pagarían en un establecimiento educacional. Debido a que esta encuesta es de auto-reporte y además constituyen datos de corte transversal, se puede dar que los salarios utilizados no sean de la mejor calidad estadística. Encontrar un mejor método es un aspecto a mejorar en investigaciones futuras.

Sin embargo, la presente investigación constituye un punto de partida para el análisis de economías a escala y de ámbito en establecimientos en Chile. Por lo que, a pesar de todas las mejoras que se puedan realizar, los hallazgos encontrados abren la puerta a futuros estudios, como por ejemplo la consolidación escolar o la especialización de colegios.

8.2. Programa de Integración Escolar en Detalle

El **Programa de Integración Escolar (PIE)** es una estrategia inclusiva que tiene como objetivo entregar apoyos adicionales a estudiantes que presentan Necesidades Educativas Especiales (NEE) en el contexto de un aula común. El propósito es integrar a los alumnos *“favoreciendo la presencia en la sala de clases, la participación y el logro de los aprendizajes esperados de todos y cada uno de los estudiantes”*⁴⁷

Postulación

Previo a la implementación del PIE, los establecimientos deben seguir cuatro etapas importantes para postular al PIE: (1) planificar y sensibilizar a la comunidad sobre el programa (2) Realizar las evaluaciones diagnósticas integrales e interdisciplinarias. (3) Registrar y declarar en la plataforma a Estudiantes evaluados que cumplan los requisitos para ser parte del PIE (4) Desarrollar el PIE en conjunto con el Programa de Mejoramiento Educativo (PME).

En primera instancia, el director está a cargo de planificar y realizar todas las acciones de sensibilización a la comunidad educativa. En esta etapa se debe planificar las actividades a realizar para el programa, la infraestructura requerida y comenzar un trabajo de preparación a la comunidad. Adicionalmente, el director deberá planificar rigurosamente la evaluación diagnóstica integral de los

⁴⁷Regulado por medio del Decreto 170

estudiantes y considerar qué procesos de detección de dificultades de aprendizaje son necesarios. Para esto, debe evaluar qué profesionales serán pertinentes en el proceso y que instrumentos de evaluación son necesarios. Eventualmente, el establecimiento podría contratar a un profesional para llevar a cabo la planificación educativa.

Luego, los establecimientos deben llevar a cabo una evaluación integral e interdisciplinaria. Esta tiene como objetivo, primero, determinar el tipo de dificultad o trastorno que presenta el alumno y segundo, identificar cuales son las Necesidades Educativas Especiales que requiere el estudiante, es decir, los requerimientos de apoyo educativo. La evaluación es integral al alumno, se realiza con un equipo multidisciplinario de profesionales educativos y de la salud. En la práctica, constituye pruebas diagnósticas, instrumentos y procedimientos específicos. En este proceso, se requerirán como mínimo dos profesionales. Uno de los profesionales debe diagnosticar al alumno y otro debe identificar cuales son las necesidades educativas especiales que requiere. Cabe destacar que, para ejercer esta tarea, todos los profesionales deberán estar inscritos en el “Registro de Profesionales de la Educación Especial”.

Aprobación y Financiamiento

Para que el Ministerio de Educación apruebe el programa de integración escolar, se exige que su planificación, ejecución y evaluación contemple la utilización total de los recursos entregados en los siguientes ítems: (1) Contratación de RRHH especializados. (2) Coordinación, trabajo colaborativo y evaluación. (3) Capacitación y perfeccionamiento como mínimo una vez al año. (4) Provisión de medios, recursos, materiales educativos, equipos tecnológicos, etc, que eliminen barreras para alumnos.

Los recursos no podrán ser gastados en: (1) Construcción de salas de clases y/o Aulas de Recursos PIE (2) Compra de vehículos (3) Compra de medicamentos (4) Financiamiento de bienes de tipo asistencial (ropa, alimentos, buzos, útiles escolares, etc.) (5) Arriendo de vehículos para traslado de estudiantes en zonas aisladas o con problemas de locomoción (6) Arrendamiento de espacios para el desarrollo del PIE. Si el establecimiento necesita arreglar el espacio físico debe utilizar recursos propios o municipales.

El establecimiento puede recibir un máximo de 5 estudiantes con NEE transitorias y 2 estudiantes con NEE permanentes **por sala**. Con respecto a estudiantes con discapacidad auditiva, excepcionalmente se podrán admitir más de 2 alumnos por curso. Por otro lado, para establecimientos rurales, los cuales están más alejados, también se podrán admitir más de 2 alumnos con NEE permanente. En caso de exceder este número de alumnos, los establecimientos deberán redistribuir los cursos para cumplir con la norma o solicitar aprobación al ente regulador.

Recursos Humanos

El decreto 170 que regula el PIE, establece horas mínimas de trabajo a aquellos profesionales que pertenezcan al programa y que por ende, trabajen directamente con alumnos integrados. En síntesis, los profesionales deberán destinar cómo mínimo 10 horas cronológicas al apoyo de 5 alumnos

con NEET, compuestas por al menos 6 horas de docencia cronológicas (apoyo en sala de clases). Además, se deberán considerar como mínimo 3 horas cronológicas adicionales en salas donde hay 2 alumnos con NEEP. Adicionalmente, la implementación del PIE debe considerar un tiempo de trabajo colaborativo y evaluación equivalente a 3 horas cronológicas de trabajo de profesores de educación regular.

Costos Fijos y Mantención

Los establecimientos deberán contar con un aula de recursos, donde los estudiantes con NEE puedan trabajar de manera colaborativa como complemento de sus clases regulares. Adicionalmente, deberán contar con un aula para facilitar el trabajo colaborativo del equipo docente PIE. Finalmente, deberán contar con la infraestructura necesaria para recibir a alumnos con necesidades permanentes y adquirir todos los materiales para conducir su proceso de aprendizaje.

El director del establecimientos deberá llevar a cabo evaluaciones diagnósticas para los estudiantes PIE cada año, las cuales se podrán financiar con la subvención especial. Particularmente, para los estudiantes con NEET, se deberá reacreditar las necesidades cada 2 años. Finalmente, todos los años se debe realizar un informe técnico para el Ministerio de Educación y la Superintendencia. En este se debe registrar los alumnos que presentan NEE, los docentes que trabajan en el PIE, los recursos comprados con la subvención y las capacitaciones realizadas.

8.3. Estimación de Salarios

La presente sección explica en detalle la estimación de salarios. Para tener una aproximación de cuanto pagan mensualmente en los establecimientos, se utilizan encuestas CASEN del Ministerio de Desarrollo Social, para los años 2013, 2015 y 2017, con la cual se realizan Ecuaciones de Mincer. Estas ecuaciones corresponden a una regresión del salario reportado sobre las horas trabajadas, el tipo de educación en que trabaja (media, básica o integral), institución en la que estudió y región en la que vive. La regresión estimada se muestra en 8

$$W_{ir} = \alpha + \beta_1 \text{Horas}_i + \beta_2 \text{Horas}_i * D_i + \beta_3 \text{ESC} + \beta_4 B_i + \beta_5 M_i + \beta_6 U_i + \beta_7 \text{TEC}_i + \beta_8 \text{IP}_i + \beta_9 \text{Mujer}_i + \gamma_r + \epsilon_{ir} \quad (8)$$

W_{ir} es el salario mensual reportado por individuos que trabajan como profesores escolares, ESC corresponden a los años de escolaridad que reportan, B , M , D son variables dicotómicas que indican 1 si el profesor es educador básica, media o diferencial, respectivamente. U , TEC e IP son variables dicotómicas que indica 1 si el profesor estudió en universidad, en un centro de formación técnica o en un instituto profesional, respectivamente. Además se agrega una variable que indica si es mujer (1 mujer) y efectos fijos por región. Además, para permitir diferencias de salarios variables entre las especialidades se incorporan interacciones entre horas y especialidad. Los resultados de las estimaciones se muestran en la Tabla 9.

Cómo sólo hay datos para 3 años, para las estimaciones de función de costos se consideran: (1) los

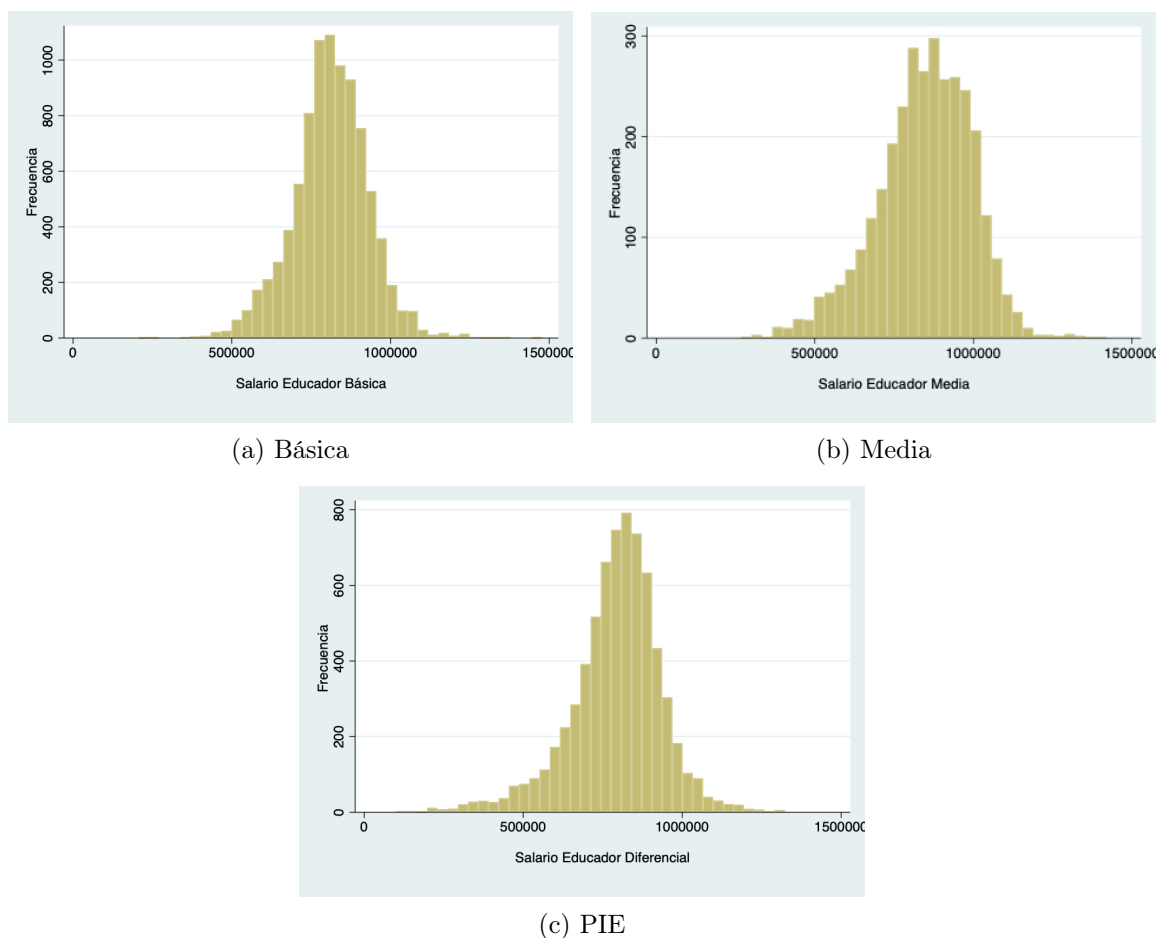
coeficientes del 2013 para el año 2014 (2) los coeficientes del 2015 para los años 2015 y 2016 (3) los coeficientes del 2017 para el 2017, 2018 y 2019. La estrategia consiste en utilizar la estimación de 8 para estimar el salario de que recibirían los profesores de cada establecimiento. Esto es posible debido a los datos obtenidos de Base de Cargos Docentes que resume la información de Formulario de Idoneidad Docente y Sistema de Idoneidad Docente (SIDOC), donde se especifican las horas de contrato, perfil académico y región donde trabaja. Finalmente, como el análisis de costos se realiza a nivel de establecimientos, se calcula el salario promedio otorgado por el colegio a profesores de distintos tipo de enseñanza. El salario por hora, especialidad y región se encuentra en la Tabla 6.

Luego, un profesor de básica recibe un salario variable por hora equivalente a \$ 7.072 - \$3.974 y un salario fijo debido a su especialidad de \$ 144.609. El salario varía según escolaridad, género y región donde imparte clases. Además, se puede notar que profesores con educación universitaria recibirían un mayor salario, así como aquellos que se encuentran en la región metropolitana. Cómo el salario reportado en la CASEN es líquido, se multiplica por 1.25 en caso de ser un profesor con contrato indefinido y por 1.1 en caso de ser un profesor a honorarios. En investigaciones posteriores se podría mejorar la estimación mediante la incorporación de salarios por hora diferente en regiones⁴⁸.

Se muestran las distribuciones de los salarios finales pagados por los establecimientos, según especialidad (figura 6) y según dependencia administrativa (figura 7). La distribución de los educadores de media y diferenciales está inclinada hacia mayores salarios que la básica. Además, la estimación muestra que los salarios para educadores en particulares subvencionados son, en promedio, mayores que los municipales.

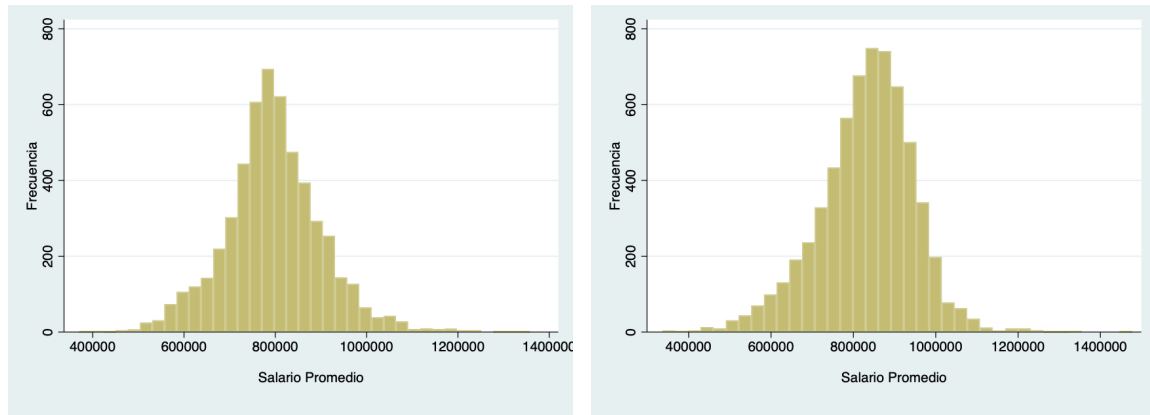
⁴⁸Se realiza este ejercicio, sin embargo la baja cantidad de datos es una limitación, ya que se debería incorporar un salario variable por región y un salario fijo por región, lo que implica una gran cantidad de datos a estimar y empeora los resultados. Las distribuciones de estas estimaciones se pueden pedir a vphernandez@uc.cl

Figura 6: Distribución de Salario por tipo de educación



Notas: Muestra las distribuciones de los salarios que resultan de utilizar los coeficientes de la Tabla 6 estimados de la ecuación (8) en la Base de Cargo Docente del Ministerio de Educación. En (a) distribución de salarios en educación básica, en (b) distribución de salarios en educación media y en (c) distribución de salarios en educación PIE, es decir, salarios de educadores diferenciales.

Figura 7: Distribución de Salario por dependencia administrativa



(a) Municipal

(b) Particular Subvencionado

Notas: Muestra las distribuciones de los salarios que resultan de utilizar los coeficientes de la Tabla 6 estimados de la ecuación (8) en la Base de Cargo Docente del Ministerio de Educación. En (a) distribución de salarios en establecimientos municipales, en (b) distribución de salarios en establecimientos particulares subvencionados.

Tabla 6: Resumen de la Estimación de Salarios

	2013	2015	2017
Panel A: Salario Por Hora			
Hora	\$7,072	\$10,232	\$8,138
Hora Básica	-\$3,974	-\$6,014	\$1,838
Hora Diferencial	-\$5,835	-\$2,470	\$673
Hora Media	-\$1,231	\$2,137	\$4,748
Panel B: Salario Fijo Común			
Constante	\$228,571	\$78,230	\$257,720
Panel C: Salario Fijo por Especialidad			
Básica	\$144,609	\$22,831	-\$11,563
Diferencial	\$207,278	\$38,863	-\$23,333
Media	\$123,348	-\$54,231	-\$79,760
Panel D: Salario por Educación			
Año de escolaridad	\$7,129	\$8,117	\$2,341
Técnica	-\$49,288	-\$14,719	-\$57,339
Instituto Profesional	-\$10,855	\$8,249	-\$16,108
Universidad	\$111,741	\$189,224	\$184,917
Panel E: Género			
Mujer	-\$84,017	-\$71,202	-\$69,973
Panel F: Salario por Región			
Región 2	-\$52,128	-\$80,241	-\$10,265
Región 3	-\$50,056	-\$109,771	\$7,809
Región 4	-\$109,127	-\$135,042	-\$52,047
Región 5	-\$153,939	-\$147,355	-\$101,707
Región 6	-\$123,763	-\$109,713	-\$135,230
Región 7	-\$97,802	-\$141,925	-\$98,931
Región 8	-\$89,026	-\$95,342	-\$69,821
Región 9	-\$71,461	-\$132,090	-\$92,239
Región 10	-\$52,227	-\$76,386	\$7,087
Región 11	\$176,601	\$164,108	\$200,568
Región 12	\$53,005	\$42,566	\$48,081
Región 13	-\$47,921	-\$54,701	-\$41,161
Región 14	-\$92,008	-\$128,890	-\$105,437
Región 15	-\$68,979	-\$93,747	-\$87,525
Región 16			-\$73,841

Notas: Muestra los resultados de la estimación 8. El Panel A muestra el salario por hora de los educadores, donde la fila 2, 3 y 4 muestra diferencias en salario por hora según especialidad. El Panel B muestra el salario fijo común a todos los educadores. El Panel C muestra el salario fijo por especialidad. El Panel D muestra el salario por educación cursada por el profesor. El Panel E muestra diferencias en salarios por género. El Panel F muestra diferencias en el salario fijo asociados a la región donde trabaja. La columna 1 corresponde a la estimación con la CASEN 2013, la columna 2 a la estimación con la CASEN 2015 y la columna 3 a la estimación con la CASEN 2017.

8.4. Consideraciones de Metodología

La forma funcional de la función de costos es una decisión relevante en la presente investigación, ya que debería ser lo suficientemente flexible como para permitir la existencia de economías (de-seconomías) de escala y/o ámbito. Además, debido a la importancia de costos fijos en la provisión de educación, debe permitir la existencia de estos y que varíen para distintos tipos de colegios. Es por esto que se utiliza una función de costos cuadrática con costos fijos (FFCQ), recomendada por BPW (1982) y utilizada para análisis de educación, especialmente en el sector universitario (Lenton, 2008. Mamun, 2012. Cohn, Rhine y Santos, 1989). Los beneficios de utilizar esta forma funcional es que permite que los valores tomen el valor de 0 cuando un establecimiento no produce ese tipo de educación. Esto se debe compensar con la incorporación de una dummy que indique si el colegio ofrece un tipo de educación específico ($D_i = 1$ si $i > 0$). Esto a su vez, permite la existencia de diferencias en costos fijos que surgen al proveer distintos mix. La principal limitación es que se sacrifica la condición de homogeneidad grado 1 en los precios de los factores y es una limitación importante en la investigación.

La función de costos a estimar es del tipo estocástica (enfoque de Aigner, Lovell & Schmidt (1977) y actualizado por Kumbhakar & Lovell (2000)). Esta estimación es atractiva por lo siguiente: la frontera de costos representa el mínimo costo posible al cual se puede producir un conjunto de productos, por lo que si se produce por sobre el mínimo se dice que el productor actúa de manera ineficiente. En esta línea, existe la ineficiencia técnica, que se refiere meramente a la ineficiencia desencadenada por las acciones del productor, por ejemplo por una mala distribución de factores. Sin embargo, en la realidad, la ineficiencia también puede ser originada por factores ambientales o sucesos aleatorios⁴⁹. En esta línea, los modelos estocásticos permiten la existencia de ineficiencia técnica, pero también incorporan la idea de que existen ruidos que están fuera del control del productor, mediante la estimación de un error compuesto $\epsilon_i = v_i + u_i$, donde v_n representa el error tradicional y u_n representa la ineficiencia técnica. Para el caso de la frontera de costo (mínimo costo posible), el supuesto necesario es que $u_n > 0$, es decir, la ineficiencia aumenta el costo por sobre del mínimo.

Para la estimación utilizamos el enfoque de Efectos Fijos con eficiencia técnica invariante en el tiempo⁵⁰. Es el modelo más simple para la estimación estocástica, sólo se impone que $u_n > 0$ y que $v \sim (0, \sigma^2)$, sin hacer un supuesto de distribución sobre u_i . Cabe destacar que se escoge un modelo invariante en el tiempo porque no se cuenta con suficientes años como para considerar cambios tecnológicos importantes que mejoren la eficiencia. Sin embargo, cambios de directores o sostenedores pueden generar cambios en eficiencia, por lo que no se descarta que estimaciones con eficiencia variante en el tiempo se puedan realizar en el futuro. Por otro lado, contar con datos de panel resulta bastante atractivo para la estimación. En primer lugar, podremos adaptar las técnicas tradicionales de panel a la estimación de la frontera. En segundo lugar, a diferencia de una estimación de corte transversal, tener observaciones repetidas en el tiempo sustituye la necesidad

⁴⁹Un ejemplo actual corresponde a una pandemia que afecte la enseñanza regular

⁵⁰en Inglés puede ser encontrado por *Least Squares with dummy variables (LSDV)* o *Fixed Effects Model*

de hacer supuestos de distribución fuertes sobre el error⁵¹. En tercer lugar, debido a que un panel agrega más información para una misma observación, cuando los periodos (T) o los establecimientos (I) tienden a infinito, los estimadores son consistentes.

8.5. Estructura de Costos con Calidad

A continuación se presenta la estructura de costos en un establecimiento promedio. Los cálculos se realizan a partir de la siguiente estimación:

$$\begin{aligned}
 G_n = & \beta_o + \sum \beta_{ni} E_{ni} + 0,5 \sum \gamma_{ni} E_{ni}^2 + 0,5 \sum \alpha_{ni} W_{ni}^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{nij} E_{ni} E_{nj} \\
 & + \sum_{i \neq j} \gamma_{nij} W_{ni} W_{nj} + \sum \alpha_{nij} W_{ni} E_{nj} + \sum q_{ni} + \sum q_{ni}^2 + \delta_{nt} + u_n + v_n
 \end{aligned} \tag{9}$$

⁵¹En la estimación con datos de corte transversal, se requieren fuertes supuestos sobre la distribución de cada componente del error (u y v) (Kumbhakar & Lovell (2000))

Tabla 7: Estructura de Costos al incorporar control de calidad

	(1)	(2)	(3)	(4)
Panel A: Costos Incrementales Promedio				
Básica	\$387,173	\$615,325	\$478,329	\$614,825
Media HC	\$669,413	-	\$708,745	\$155,748
Media TEC	\$522,101	-	-	\$573,961
PIE	\$3,191,353	\$3,207,382	\$3,462,425	\$1,947,819
Panel B: Costos Marginales				
Básica	\$412,187	\$441,867	\$373,148	\$438,126
Media HC	\$491,697	-	\$404,437	\$222,303
Media TEC	\$342,432	-	-	\$790,227
PIE	\$3,345,828	\$3,255,402	\$6,500,654	\$6,614,354
Panel C: Economías a escala				
Básica	0.78	1.39	1.08	1.00
Media HC	1.36	-	1.75	1.27
Media TEC	1.33	-	-	0.97
PIE	0.67	1.00	0.53	0.14
Globales	1.47	1.41	1.24	0.96
Panel D: Economías de ámbito				
Básica	0.32	-	0.34	0.16
Media HC	0.21	-	0.33	0.18
Media TEC	0.31	-	-	0.24
PIE	0.26	-	0.41	0.37
Globales	0.79	0.21	0.71	0.62

Notas: Resultados derivados de la estimación de 9 para la estimación de todos los establecimientos (1), Básica PIE (2), Media PIE (3) y Técnica PIE. El Panel A corresponde a los costos incrementales promedio. El Panel B corresponde a los costos marginales. El Panel C corresponde a economías a escala. El Panel D a Economías de Ámbito. Las primeras 3 filas de los últimos 3 paneles corresponden a aquellas economías producto-específicas. La última de los últimos tres paneles corresponden a economías globales. Además se utilizan las ecuaciones (2), (3), (4) y (5) del Marco Conceptual.

Tabla 8: Resultados de la Función Cuadrática

VARIABLES	(1) gasto	(2) gasto	(3) gasto	(4) gasto
basica	-17.62** (7.052)			
media	68.09*** (7.651)			
tecnica	16.62 (10.29)			
integral	-25.30*** (3.633)			
e_basica	-0.101*** (0.0371)	-0.677*** (0.101)	0.0769 (0.204)	0.361 (0.466)
e_media	-0.374*** (0.0563)		0.0993 (0.269)	-0.166 (0.732)
e_integral	1.643*** (0.0889)	1.255*** (0.356)	2.482*** (0.803)	-0.751 (1.698)
e_tecnica	-0.574*** (0.0722)			0.0706 (0.840)
price_b	2.89e-06 (2.15e-05)	-0.000112 (0.000120)	-3.20e-05 (0.000434)	-0.000508 (0.000875)
price_m	-0.000155*** (2.25e-05)		-0.000525** (0.000245)	0.000582 (0.000727)
price_d	-3.31e-05*** (9.32e-06)	-0.000143** (6.35e-05)	0.000445* (0.000250)	0.000362 (0.000550)
eb_eb	6.52e-05 (4.65e-05)	-0.000243* (0.000142)	3.46e-05 (0.000252)	6.23e-05 (0.000529)
em_em	-0.000212*** (6.55e-05)		-0.000462 (0.000368)	0.00114 (0.00152)
ei_ei	0.00115 (0.000743)	-0.00153 (0.00223)	0.0169*** (0.00335)	0.0312*** (0.00857)
et_et	-0.000181** (7.67e-05)			-0.000464 (0.000740)
pb_pb	0 (0)	2.89e-10 (2.21e-10)	-1.71e-10 (9.18e-10)	1.11e-09 (2.07e-09)
pm_pm	3.78e-10*** (0)		1.38e-09*** (4.18e-10)	3.83e-10 (1.88e-09)
pd_pd	1.98e-10*** (0)	1.77e-10* (1.05e-10)	-6.14e-10* (3.63e-10)	1.55e-10 (7.13e-10)
eb_em	0.000457*** (4.46e-05)		0.000490** (0.000237)	0.00139** (0.000564)
eb_ei	-0.000822*** (0.000114)	0.000185 (0.000306)	-0.00153*** (0.000580)	-0.00111 (0.00127)
eb_pb	5.42e-07*** (3.09e-08)	1.16e-06*** (1.28e-07)	-4.47e-07 (2.83e-07)	-1.60e-06*** (6.63e-07)
eb_pm	2.26e-07*** (2.16e-08)		5.02e-07** (2.17e-07)	1.58e-06*** (6.06e-07)
eb_pd	-1.36e-08 (1.24e-08)	-8.43e-08 (8.74e-08)	2.27e-07 (1.61e-07)	1.54e-07 (4.00e-07)
em_ei	-2.88e-05 (0.000172)		-0.000987 (0.000785)	-0.00617*** (0.00215)
em_pb	-1.41e-07*** (2.57e-08)		-6.52e-07*** (2.38e-07)	3.97e-07 (1.18e-06)
em_pm	1.23e-06*** (5.05e-08)		7.36e-07** (3.50e-07)	-3.07e-07 (1.26e-06)
em_pd	-1.68e-09 (1.87e-08)		1.95e-07 (2.14e-07)	-2.22e-08 (8.07e-07)
ei_pb	1.80e-06*** (9.19e-08)	-4.97e-07 (5.14e-07)	-2.37e-07 (1.55e-06)	6.54e-06* (3.58e-06)
ei_pm	7.79e-08 (7.96e-08)		8.98e-08 (1.04e-06)	-4.75e-06 (3.08e-06)
ei_pd	8.91e-07*** (6.49e-08)	3.33e-06*** (4.07e-07)	9.02e-07 (8.57e-07)	1.50e-06 (1.99e-06)
eb_et	-0.000501*** (9.12e-05)			-0.00203*** (0.000740)
em_et	-0.000326*** (9.29e-05)			0.00145 (0.00199)
ei_et	4.13e-05 (0.000179)			-0.00119 (0.00209)
et_pm	1.45e-06*** (5.62e-08)			2.47e-06** (1.15e-06)
et_pb	8.22e-08*** (2.82e-08)			-1.82e-06* (9.54e-07)
et_pd	-1.08e-07*** (1.78e-08)			8.51e-07 (6.86e-07)
pb_pm	-1.01e-10*** (0)		0 (5.12e-10)	-1.57e-10 (1.69e-09)
pd_pm	-0*** (0)		-4.03e-10 (2.87e-10)	0 (8.92e-10)
pb_pd	-5.77e-11*** (0)	-0 (1.23e-10)	4.10e-10 (4.61e-10)	-8.13e-10 (9.71e-10)
Constant	111.1*** (8.548)	221.4*** (41.21)	206.4 (152.6)	30.57 (295.3)
Observations	65.316	14.649	4.298	1.111
Number of rbd	11.398	3.129	943	243
TDS	No	No	No	No
Calidad	No	No	No	No
Submuestra	2	basica	media	tecnica

Notas: Resultados derivados de la estimación de 7 y 6 para la estimación de todos los establecimientos (1), Básica PIE (2), Media PIE (3) y Técnica PIE. Se muestran los errores estándar entre paréntesis. Además, la significancia se representa con asteriscos, donde *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$.

Tabla 9: Estimación de Salarios

VARIABLES	(1) ingreso_principal	(2) ingreso_principal	(3) ingreso_principal
horas	7,072*** (856.3)	10,232*** (987.0)	8,138*** (1,910)
hora_parvulario	-5,951*** (1,153)	-5,792*** (1,453)	-3,280 (2,362)
hora_diferencial	-5,835*** (1,522)	-2,470 (2,206)	672.6 (3,241)
hora_primaria	-3,974*** (1,014)	-601.4 (1,251)	1,838 (2,131)
hora_secundaria	-1,231 (1,256)	2,137 (1,370)	4,748** (2,325)
esc	7,129*** (1,281)	8,117*** (1,117)	2,341*** (802.1)
tecnica	-49,288** (23,168)	-14,719 (23,305)	-57,339* (30,475)
IP	-10,855 (18,508)	8,249 (17,925)	-16,108 (20,275)
U	111,741*** (12,888)	189,224*** (13,963)	184,917*** (14,602)
genero	-84,017*** (11,815)	-71,202*** (10,521)	-69,973*** (13,812)
parvulario	118,804*** (45,483)	130,460** (58,377)	40,722 (94,805)
diferencial	207,278*** (59,452)	38,863 (90,636)	-23,333 (131,439)
primaria	144,609*** (39,173)	22,831 (49,079)	-11,563 (83,683)
secundaria	123,348** (48,269)	-54,231 (53,440)	-79,760 (91,799)
2.region	-52,128 (33,800)	-80,241** (37,808)	-10,265 (38,746)
3.region	-50,056 (31,357)	-109,771*** (31,730)	7,809 (36,984)
4.region	-109,127*** (29,006)	-135,042*** (31,881)	-52,047 (35,028)
5.region	-153,939*** (25,761)	-147,355*** (28,306)	-101,707*** (29,790)
6.region	-123,763*** (26,493)	-109,713*** (28,651)	-135,230*** (31,639)
7.region	-97,802*** (27,813)	-141,925*** (30,021)	-98,931*** (31,611)
8.region	-89,026*** (24,088)	-95,342*** (27,203)	-69,821** (29,526)
9.region	-71,461*** (25,612)	-132,090*** (28,485)	-92,239*** (29,875)
10.region	-52,227* (27,329)	-76,386*** (29,479)	7,087 (31,227)
11.region	176,601*** (32,023)	164,108*** (42,257)	200,568*** (37,363)
12.region	53,005 (32,547)	42,566 (38,264)	48,081 (37,760)
13.region	-47,921** (24,068)	-54,701** (26,794)	-41,161 (27,722)
14.region	-92,008*** (28,474)	-128,890*** (33,512)	-105,437*** (34,138)
15.region	-68,979** (31,197)	-93,747* (48,822)	-87,525** (37,792)
16.region			-73,841** (35,911)
Constant	228,571*** (43,457)	78,230 (48,607)	257,720*** (78,779)
Observations	3,331	4,213	3,669
R-squared	0.254	0.286	0.254
Region FE	Si	Si	Si
AA±o	2013	2015	2017

Notas: Resultados derivados de la estimación de 8 para la estimación de salarios. La columna 1 corresponde a la estimación con la CASEN 2013, la columna 2 a la estimación con la CASEN 2015 y la columna 3 a la estimación con la CASEN 2017. Se muestran los errores estándar entre paréntesis. Además, la significancia se representa con asteriscos, donde *** $p < 0.01$, ** $p < 0.05$, * $p < 0.1$.