



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**EFFECTOS DE LOS PERNOS DE ANCLAJE
Y FLEXIBILIDAD DEL SUELO SOBRE LA
RESPUESTA SÍSMICA DE TANQUES DE
ALMACENAMIENTO DE LÍQUIDOS**

FRANCISCO ANTONIO JARAMILLO GUIJARRO

Tesis para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JOSÉ LUIS ALMAZÁN CAMPILLAY
JORGE CREMPIEN

Santiago de Chile, Agosto 2021

© MMXXI, FRANCISCO ANTONIO JARAMILLO GUIJARRO



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

EFECTOS DE LOS PERNOS DE ANCLAJE Y FLEXIBILIDAD DEL SUELO SOBRE LA RESPUESTA SÍSMICA DE TANQUES DE ALMACENAMIENTO DE LÍQUIDOS

FRANCISCO ANTONIO JARAMILLO GUIJARRO

Miembros del Comité:

JOSÉ LUIS ALMAZÁN CAMPILLAY 

JORGE CREMPIEN 

HERNÁN SANTA MARÍA 

RICARDO HERRERA 

JORGE RAMOS 

Tesis para optar al grado de

Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto 2021

© MMXXI, FRANCISCO ANTONIO JARAMILLO GUIJARRO

*A mi familia por su amor y apoyo
constante e impulsarme a ser mejor
cada día*

AGRADECIMIENTOS

A la Pontificia Universidad Católica de Chile por haberme brindado la oportunidad de realizar este estudio. A mi profesor supervisor Phd. José Luis Almazán, por su esfuerzo y dedicación quien con sus conocimientos y motivación ha logrado que culmine este estudio con éxito. A mis padres y hermanas por ser un motor incesante de amor y soporte en toda mi carrera universitaria. Finalmente, agradezco a mis amigos, quienes cumplieron el papel principal al convertir esta etapa universitaria en una experiencia inolvidable.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

Agradecimientos	IV
ÍNDICE DE FIGURAS	VII
ÍNDICE DE TABLAS	X
Resumen	XII
Abstract	XIV
1. Introducción	1
2. Modelo simplificado 3D	4
2.1. Descripción de los tanques cilíndricos de pared delgada considerados	4
2.2. Ecuaciones del Movimiento	5
2.2.1. Descripción general y suposiciones	5
2.2.2. Cinemática (Grados de libertad del modelo considerado)	7
2.2.3. Relaciones Constitutivas	10
2.2.4. Equilibrio Dinámico	17
3. Análisis y discusión de resultados	19
3.1. Respuesta a carga sinusoidal creciente de baja frecuencia	19
3.2. Respuesta a excitación sísmica	22
3.2.1. Acomplamiento entre las respuestas impulsiva y convectiva	23
3.2.2. Efectos del sistema de anclaje y la flexibilidad del suelo	28
3.2.3. Sensibilidad al número de anclajes	37
3.3. Aplicación del método capacidad-demanda	39
3.3.1. Análisis de sensibilidad al número de anclajes y tipo de suelo	41
4. Conclusiones y trabajo a futuro	46
BIBLIOGRAFÍA	48

ANEXO A. Manuales de diseño sísmico	54
A.1. Respuesta sísmica en estanques de apoyo continuo	54
A.2. Normativas de diseño	56
A.2.1. Norma API-650	57
A.2.2. Norma NZSEE	66
A.3. Comparación de momento de volteo, esfuerzo de compresión y tracción en anclajes utilizando ambas normativas	77
A.3.1. Momento de volteo	79
A.3.2. Tensión de Compresión	84
A.3.3. Carga axial en anclajes	89
A.4. Algoritmo de diseño para estanques anclados según la norma NZSEE	92
ANEXO B. Cálculo de la matriz de mas	93
ANEXO C. Cálculo del vector de fuerzas sísmicas	98
ANEXO D. Cálculo de auto valores y auto vectores del sistema estructural	102

ÍNDICE DE FIGURAS

2.1. Modelo de estructura analizada	6
2.2. Modelo simplificado tri-dimensional del sistema tanque-líquido.	7
2.3. Vista esquemática del modelo suelo-fundación-tanque con los grados de libertad considerados.	8
2.4. Relación fuerza-deformación para el elemento de anclaje: (a) fuerza y desplazamiento durante los siete ciclos de prueba impuestos, y (b) comportamientos de la histéresis y gap de apertura/cierre.	15
3.1. Input sinusoidal armónico	19
3.2. Comportamiento cíclico de (a) Tanque B y (b) pernos de anclaje.	21
3.3. (a) Distribución tangencial del esfuerzo de compresión y (b) Tiempo-historia del levantamiento de la base.	21
3.4. Espectros de respuesta ($\xi = 5\%$) del sismo de Maule 2010 (a) registros naturales y (b) registros compatibles para zona sísmica II y suelo tipo C. . . .	23
3.5. Timepo-Historia del corte basal en los tanques sujetas al sismo de Curicó: (a) Tanque B, y (b) Tanque C.	24
3.6. Overturning moment as function of base rotation of tanks subjected to Curico record: (a) Tank B, and (b) Tank C.	24
3.7. Comportamiento cíclico del momento en la base sometido al sismo de Curicó: (a) Tank B y (b) Tank C.	26
3.8. Comportamiento cíclico del momento en la base sometido al sismo de Talca: (a) Tank B y (b) Tank C.	27
3.9. Evolución en el tiempo de las deformaciones efectiva y permanente de los pernos de anclaje para el registro compatible de Curicó: (a) suelo rígido, (b) $V_s = 400m/s$, (c) $V_s = 300m/s$ and (d) $V_s = 200m/s$	29

3.10. Porcentaje de Energía Disipada por cada elemento estructural para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) $V_s = 200 \text{ m/s}$ y (b) $V_s = 400 \text{ m/s}$	30
3.11. (a) Respuesta tiempo-historia del esfuerzo axial de compresión del tanque C sometidos al registro de Curicó: sin ISE y con ISE ($V_s = 300 \text{ m/s}$) y (b) valores máximos del esfuerzo axial de compresión.	32
3.12. (a) Tangential distribution of the axial stress and (b) time-history response of the base uplift for soil condition ($V_s = 300 \text{ m/s}$)	33
3.13. Momento base en función de la rotación base para Tanques ubicados en diferentes flexibilidades del suelo y sujetos al registro de Curico: (a) Tanque A y (b) Tanque B.	35
3.14. Momento base en función de la rotación base para Tanques con diferentes flexibilidades de suelo y sujetos al registro de Talca: (a) Tanque A y (b) Tanque B.	36
3.15. Sensibilidad al cambio en el número de anclajes y tipo de suelo para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) Amortiguamiento efectivo y (b) Periodo efectivo.	38
3.16. Sensibilidad al cambio en el número de anclajes y tipo de suelo para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) Esfuerzo de compresión y (b) Levantamiento.	38
3.17. Diagrama de capacidad-demanda para el tanque C: (a) $V_s = 400 \text{ m/s}$ and (b) $V_s = 300 \text{ m/s}$	42
3.18. Curvas de Pushover del tanque C: (a) $\sigma_c \text{ vs } w$ and (b) $S_a \text{ vs } \sigma_c$	43
3.19. Sensibilidad del MNLE 3D para una condición diferente de suelo y diferente número de anclajes: (a) Periodo efectivo, (b) Amortiguamiento efectivo, (c) Esfuerzo de compresión y (d) Levantamiento	44
A.1. Modelos 2D de estanques: (a) Estanque rígido y (b) Estanque Flexible (NZSEE)	55
A.2. Presión hidrodinámica inducida por la aceleración del suelo (NZSEE)	56
A.3. Factor K_s (API650)	60

A.4. Masas efectivas (API650)	62
A.5. Alturas efectivas (API650)	62
A.6. Distribución de masas (NZSEE)	74
A.7. Distribución de alturas (NZSEE)	74
A.8. Posible distribución de fuerza sobre los anclajes (NZSEE 2009)	76

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Características geométricas de los estanques considerados	5
2.2. Propiedades dinámicas de los tanques analizados	11
2.3. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento del NLEM	13
2.4. Parámetros de suelo para los tanques considerados.	17
3.1. Respuesta máxima de los tanques sometidos a una carga sinusoidal	20
3.2. Características de los acelerogramas naturales usados para el análisis tiempo historia.	22
3.3. Respuestas máximas de los estanques anclados sometidos a los tres sismos seleccionados.	25
3.4. Máximo esfuerzo de compresión, máxima carga y deformación axial en anclajes para todos los casos considerados.	31
3.5. Respuestas máximas de los tanques considerados ubicados en diferentes tipos de suelo y sujeto a los registros seleccionados.	36
3.6. Periodo y amortiguamiento efectivos para el tanque C usando un número diferente de anclajes	39
3.7. Comparación de resultados para los diferentes análisis realizados	41
3.8. Máximas repuestas de los estanques asentados en diferentes tipos de suelo con diferentes condiciones de anclajes.	45
A.1. Coeficiente del suelo S	60
A.2. Condicion de anclaje	63
A.3. Factores de ductilidad μ	70
A.4. Amortiguamiento para modo impulsivo	71
A.5. Factor de corrección por ductilidad y amortiguamiento	71

A.6. Factores de riesgo R	71
A.7. Propiedades de estanques analizados	78
A.8. Coeficientes Sísmicos	83
A.9. Comparación de momento de volteo	84
A.10. Comparación de esfuerzo de compresión admisible	88
A.11. Comparación de capacidad mínima de anclajes	90

RESUMEN

Cuando los tanques cilíndricos reciben una fuerte excitación sísmica, la principal característica que presentan es el levantamiento del fondo debido a la presión hidrodinámica que se produce sobre las paredes del tanque. Este levantamiento parcial de la base, aumenta la tensión de compresión axial en las paredes del tanque y puede provocar varios tipos de fallas. Realizar un análisis exhaustivo del levantamiento de la base del tanque implica considerar diferentes mecanismos de no linealidad. Esta tesis presenta un modelo simple y eficiente que toma en consideración los efectos producidos en la base del tanque (es decir, elevación y balanceo), así como la flexibilidad del suelo y la interacción fundación-estructura. Se realizó un análisis integral de los efectos de la interacción suelo-fundación-estructura, en conjunto con la influencia de la parte convectiva del fluido, para tres tanques de acero cilíndricos anclados y sometidos a cargas sísmicas laterales. Primero, se aplicó un movimiento de suelo sinusoidal a los tanques y se discutió la respuesta para una mejor comprensión de las capacidades del modelo y la interacción suelo-cimiento-estructura. Posteriormente se realizó un análisis dinámico 3D y se evaluó el efecto de considerar o no la componente convectiva. Se consideraron tres acelerogramas sísmicos de suelo y cuatro diferentes flexibilidades del suelo. Finalmente, se realizó un análisis estático incremental y un método de capacidad-demanda considerando la interacción suelo-cimiento-estructura para los tanques anclados. El modelo simplificado no lineal propuesto en este estudio fue capaz de obtener una buena estimación de la resistencia al balanceo, los efectos del perno de anclaje (considerando post-fluencia y la apertura / cierre del elemento gap en la interfaz tanque-fundación), la flexibilidad del suelo y la distribución de esfuerzos en las paredes del tanque. Los resultados obtenidos permiten una mejor comprensión del comportamiento de tanques anclados y muestran que la interacción suelo-fundación-estructura reduce la respuesta sísmica, lo que motiva posibles modificaciones en los códigos actuales de diseño sísmico.

Palabras Claves: Tanques de acero anclados, interacción suelo-fundación, interacción fundación-estructura, comportamiento sísmico, pernos de anclaje.

ABSTRACT

When cylindrical tanks are subjected to strong seismic excitations, the main characteristic that they present is the partial uplifting of the base plate due to the hydrodynamic pressure on the tank walls. This partial base uplifting increases the axial compression stress on the tank walls, and can provoke several types of failure. A comprehensive analysis of the tank base uplifting implies considering different non-linearity mechanisms. This paper presents a simple and efficient model that takes into consideration the effects produced at the tank base (i.e., uplifting and rocking), as well as, the soil flexibility and foundation-structure interaction. A comprehensive analysis of the soil-foundation-structure interaction effects, in conjunction with the influence of the convective part of the fluid, was carried out for three anchored cylindrical steel tanks subjected to lateral seismic loads. First, a sinusoidal ground motion was applied to the tanks and the response was discussed for a better understanding of the model capabilities and the soil-foundation-structure interaction. Later, a 3D dynamic analysis was carried out and the effect of considering or not considering the convective component was evaluated. Three seismic ground motion and four different soil flexibilities were considered. Finally, an incremental static analysis and a capacity-demand method considering soil-foundation-structure interaction were performed for the anchored tanks. The non-linear simplified model proposed in this study was able to obtain a good estimate for the rocking resistance, the anchor bolt effects (considering post-yielding and gap opening/closing at the tank-foundation interface), soil flexibility and the stress distribution on the tank walls. The obtained results allow a better understanding of anchored tanks and shows that the soil-foundation-structure interaction reduces the seismic response, which motivates possible modifications in current seismic design codes.

Keywords: anchored steel tanks, soil-foundation interaction, foundation-structure interaction, seismic behavior, anchor bolts.

1. INTRODUCCION

Los tanques cilíndricos de acero se utilizan comúnmente en las instalaciones nucleares e industriales, específicamente para el almacenamiento de diferentes tipos de líquidos como agua, aceite, petróleo, vino, químicos, entre otros. Debido al uso generalizado de los tanques de almacenamiento de líquidos, su rendimiento sísmico es un problema primordial. Además, el daño y colapso de estas estructuras puede provocar la pérdida del líquido contenido, generando pérdidas económicas y riesgos ambientales (Yazdanian, Ingham, Kahaneck, y Dizhur, 2020; Zama, Hatayama, Yamada, Yoshihara, y Ogawa, s.f.).

En los últimos cuarenta años, varios informes y estudios han documentado los daños causados por un terremoto en este tipo de estructuras. Los patrones de daños por terremoto más comunes observados en los tanques de almacenamiento de acero son: (i) daño en la conexión entre el manto y la placa base debido al levantamiento parcial de la placa base, (ii) daño en el manto y el techo causado por el chapoteo de la superficie del líquido libre, (iii) pandeo de la pared del tanque causado por altas fuerzas de compresión, (iv) rotura o falla de los pernos de anclaje debido al momento de vuelco en la base de la estructura y (v) penetración de los pernos de anclaje en la pared del tanque. Los daños severos ocasionados por este tipo de fallas pueden provocar el derrame del líquido contenido, y generar pérdidas económicas y peligros ambientales (González, Almazán, Beltrán, Herrera, y Sandoval, 2013; Almazán, Cerda, De la Llera, y López-García, 2007). Entre estos diferentes modos de falla, nuestros principales intereses en este estudio son el pandeo de la pared del tanque y la falla de los pernos de anclaje. Durante un terremoto, las presiones hidrodinámicas en las paredes del tanque generan un momento de vuelco. Este momento de vuelco puede causar un levantamiento parcial de la placa base tanto en tanques anclados como no anclados (P. K. Malhotra y Veletsos, 1995). Se pueden activar varios mecanismos no lineales complejos cuando ocurre el levantamiento parcial de la base, tales como: (i) el área de contacto variable entre la base del tanque y la fundación; (ii) la fluencia del material de la conexión base-manto; (iii) los efectos de la membrana debido a grandes deflexiones de

las placas; (iv) la deformación de los pernos de anclaje; (v) el comportamiento de apertura/cierre del gap en la interfaz entre los pernos y las sillas de anclaje (P. K. Malhotra y Veletsos, 1995; J. I. Colombo y Almazán, 2015; J. Colombo y Almazán, 2019).

Varios estudios han investigado el comportamiento sísmico de tanques de almacenamiento de líquidos de acero cilíndricos. Los primeros estudios se desarrollaron con los supuestos de una base completamente fija y paredes de tanque rígidas (Jacobsen, 1949; Housner, 1957). Posteriormente, se tuvo en cuenta la flexibilidad de la pared del tanque y mostró su influencia significativa en la respuesta sísmica de estas estructuras (A. S. Veletsos, 1974; Haroun y Housner, 1981). Más recientemente, se han llevado a cabo modelos de elementos finitos para capturar comportamientos más específicos en este tipo de estructuras. Por ejemplo, se han realizado análisis estáticos incrementales (pushover) para calibrar la relación entre el momento de vuelco y la rotación de la base utilizando modelos dinámicos simplificados (Vathi y Karamanos, 2015; Wood y Davidson, 1986). De manera similar, se han desarrollado algunos modelos complejos de elementos finitos considerando la interacción fluido-estructura y la interacción suelo-estructura para tanques de almacenamiento de líquidos con base aislada (Cho, Kim, Lim, y Cho, 2004; Kildashti, Mirzadeh, y Samali, 2018). Además, también se han utilizado modelos simplificados para evaluar la influencia de la flexibilidad del suelo en tanques de almacenamiento de base completamente fija (Larkin, 2008; A. S. Veletsos y Tang, 1990). Sin embargo, al mejor conocimiento de los autores, ninguna investigación numérica considera en conjunto lo siguiente: (i) los efectos no lineales debido al levantamiento parcial de la placa base, (ii) los efectos no lineales debido al comportamiento del perno de anclaje y (iii) la flexibilidad del suelo en tanques de acero cilíndricos anclados, estos efectos combinados no han sido reportados en la literatura técnica. Solo unos pocos trabajos experimentales recientes han investigado los efectos de la flexibilidad del suelo en tanques de almacenamiento cilíndricos (Ormeño, Larkin, y Chouw, 2019; Park, Ha, Kwon, Lee, y Kim, 2017). Este estudio presenta un análisis exhaustivo de la influencia de los pernos de anclaje (en términos de número de pernos, capacidad de fuerza y ductilidad requerida) y la flexibilidad del suelo en la respuesta sísmica de tres tanques de almacenamiento cilíndricos de acero diferentes.

La respuesta sísmica se evaluó en términos de esfuerzo axial de compresión, levantamiento de la base, deformaciones del sistema de anclaje, energía disipada, cortante basal y período de elongación, entre otros y se discute en detalle para los tres tanques analizados. Se desarrolló y utilizó un modelo simplificado y eficiente para análisis dinámicos no lineales y cuasi-estáticos de tanques cilíndricos anclados. Este modelo simplificado fue capaz de tener en cuenta los efectos no lineales generados debido a la variación del área de contacto entre la base del tanque y la cimentación; la fluencia del material de la conexión base-manto; el rendimiento de los pernos de anclaje; el gap de apertura/cierre en la interfaz entre los pernos y las sillas de anclaje (P. K. Malhotra y Veletsos, 1995; J. Colombo y Almazán, 2019). Además, el modelo también consideró el componente convectivo del líquido contenido en los tanques. Primero, se aplicó un input del suelo sinusoidal a los tanques y se discutió la respuesta para una mejor comprensión de las capacidades del modelo y la interacción suelo-fundación-estructura. Posteriormente, se consideraron para los tanques tres movimientos sísmicos del suelo y cuatro flexibilidades del suelo diferentes. Finalmente, se realizó un análisis cuasi-estático y un método de capacidad-demanda, considerando la interacción suelo-fundación-estructura para los tanques anclados. El modelo simplificado no lineal propuesto en este estudio fue capaz de obtener una buena estimación de la resistencia al balanceo, los efectos del perno de anclaje (considerando la post-fluencia y la apertura/cierre del gap en la interfaz tanque-fundación), la flexibilidad del suelo y la distribución de esfuerzos en las paredes del tanque. Los resultados obtenidos permiten una mejor comprensión del comportamiento de tanques anclados y muestran que la interacción suelo-fundación-estructura reduce la respuesta sísmica, lo que motiva posibles modificaciones en los códigos actuales de diseño sísmico.

2. MODELO SIMPLIFICADO 3D

2.1. Descripción de los tanques cilíndricos de pared delgada considerados

Se analizaron tres tanques típicos de acero inoxidable con geometría generalmente utilizada en tanques de almacenamiento de petróleo. Las dimensiones consideradas corresponden a tanques reales diseñados con las recomendaciones de la NZSEE (NZSEE, 2009). Para el procedimiento de diseño se realizó un proceso iterativo. Más específicamente, dado un volumen específico de líquido a almacenar, se definieron el radio y la altura del tanque. Luego, se seleccionó un espesor de pared del tanque y se verificaron las condiciones de los valores permisibles del esfuerzo de compresión axial y el levantamiento de la base. Las características geométricas y dinámicas de los tanques se detallan en la Tabla 2.1. El procedimiento de diseño se encuentra detallado en el Anexo A de este documento.

Las propiedades de los materiales para los tres tanques considerados fueron las mismas. El módulo de elasticidad de Young y el límite elástico del material del tanque fueron 193 GPa y 210 MPa, respectivamente. La relación de Poisson fue de 0,3 y el líquido contenido fue petróleo con una densidad de 1100 kg/m^3 . La base donde descansaban los tanques estaba sostenida por un suelo flexible, y este suelo estaba sometido a un movimiento horizontal bidireccional $u_{g_x}(t)$ y $u_{g_y}(t)$. Cuando los tanques fueron sometidos a una fuerte sacudida, la placa base flexible se levantó parcialmente y los pernos de anclaje cedieron. Se consideraron cuatro flexibilidades de suelo diferentes y tres ductilidades de anclaje diferentes para los tanques analizados.

TABLA 2.1. Características geométricas de los estanques considerados

Propiedades	Tanque A	Tanque B	Tanque C
Fluido almacenado	Petróleo	Petróleo	Petróleo
Capacidad [m3]	393	628	785
Altura [m]	5	8	10
Diámetro [m]	10	10	10
Espesor de placa base [mm]	3	3	4.5
Espesor de pared [mm]	3	5	9
Número de anclajes	12	20	32
Capacidad de anclajes [kN]	147	147	176

2.2. Ecuaciones del Movimiento

2.2.1. Descripción general y suposiciones

En el presente estudio se consideraron dos formas de interacción: i) la interacción entre el tanque y el líquido contenido; y ii) la interacción entre el sistema tanque-fluido y el medio que lo soporta (suelo) (ver Fig.2.1). Los dos efectos se evalúan en un solo sistema estructural que se puede dividir en dos subsistemas, uno que representa el movimiento de la super-estructura y otro que reproduce el movimiento del suelo y la cimentación. El primer subsistema determina las respuestas del sistema tanque-líquido, incluido el movimiento lateral de la pared del tanque, el componente de balanceo de la base inferior, el levantamiento de la base, la tensión axial de compresión en la pared del tanque y la deformación por tracción axial en los pernos de anclaje. El segundo subsistema evalúa las fuerzas transmitidas desde el sistema tanque-líquido a la base, junto con la base y los movimientos del suelo, y la rigidez y amortiguamiento del suelo. La respuesta del sistema acoplado se obtiene encontrando la relación apropiada que existe entre todas las diferentes masas del sistema estructural. El análisis se implementó en el dominio del tiempo utilizando la teoría de Euler LaGrange para determinar las ecuaciones de movimiento de la

estructura y un método de integración numérica de ecuaciones diferenciales para encontrar su solución. Las ecuaciones de equilibrio dinámico del sistema acoplado se describen a continuación.

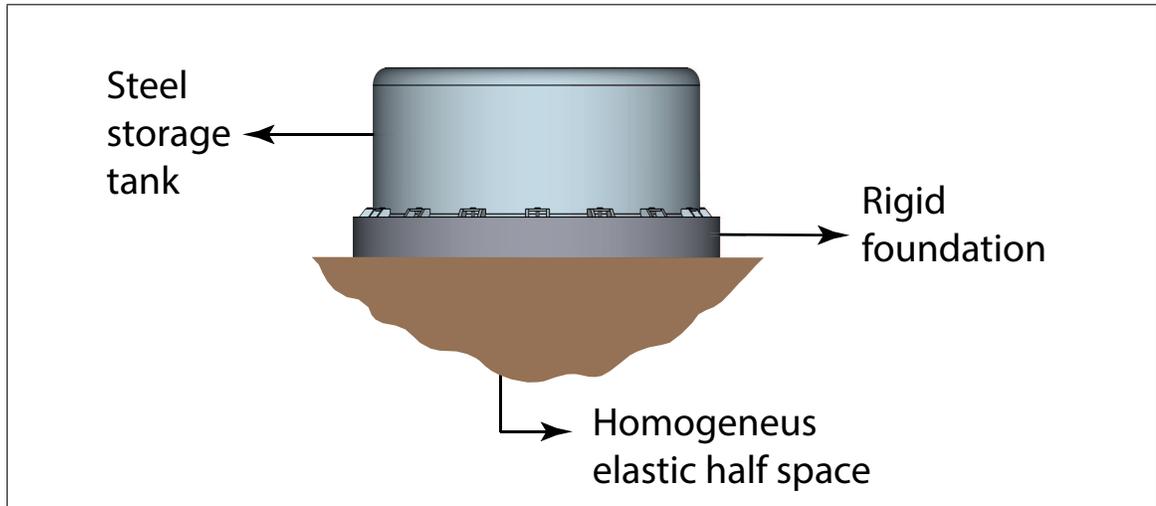


FIGURA 2.1. Modelo de estructura analizada

El modelo utilizado en este estudio fue una extensión del modelo simplificado no lineal elástico (NLEM por sus siglas en inglés) propuesto para el análisis dinámico tridimensional de estanques de almacenamiento de líquidos con soporte continuo, (J. Colombo y Almazán, 2019). Este nuevo modelo agregó tres efectos con respecto al anterior: (i) sloshing o chapoteo de la superficie libre del líquido, (ii) histéresis y apertura/cierre del gap que captura la deformación de los pernos de anclaje y (iii) interacción suelo-fundación-estructura. El modelo contempla este tipo de estructuras como columnas elásticas embebidas de forma inelástica a la fundación; además, la fundación se modeló como un cuerpo rígido soportado de forma elástica por el suelo. En la Fig.2.2 se muestra una vista esquemática del modelo suelo-fundación-estructura. Se asumió que no hay deslizamiento entre la base del tanque y los cimientos y no se consideró los efectos de torsión.

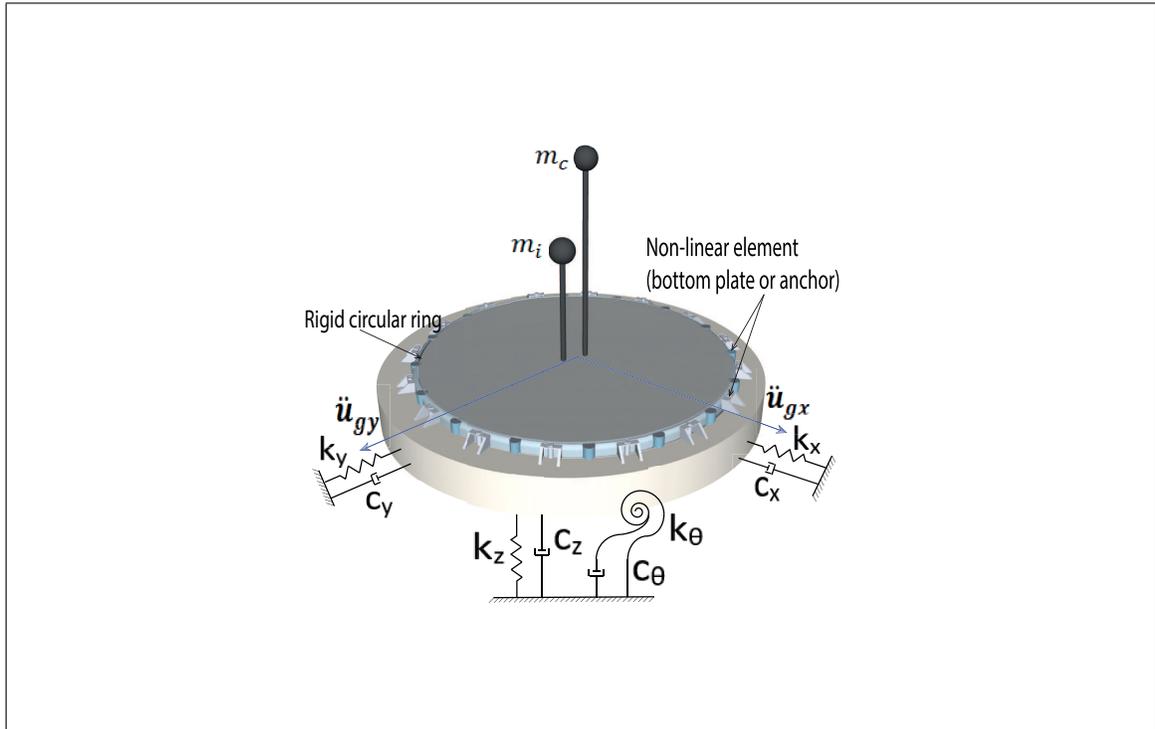


FIGURA 2.2. Modelo simplificado tri-dimensional del sistema tanque-líquido.

2.2.2. Cinemática (Grados de libertad del modelo considerado)

El modelo aquí propuesto es capaz de tener en cuenta las tres componentes del movimiento del suelo, sin embargo se usó solamente las componentes laterales del movimiento sísmico dejando para un próximo estudio los efectos de la componente vertical. Esta metodología brinda algunas ventajas entre las cuales están: i) capacidad de estimar de manera confiable la tensión axial de compresión en la pared del tanque, ii) puede cuantificar la fuerza axial y la deformación de los pernos de anclaje; y iii) la implementación para un análisis dinámico con carga sísmica (análisis tiempo-historia) es sencilla.

La cinemática global del modelo (ver Fig.2.3) está representada por el siguiente vector de grados de libertad (GDL):

$$\mathbf{q} = [\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2] \quad (2.1)$$

$$\mathbf{q}_1 = [u_{xi}, u_{yi}, u_{xc}, u_{yc}, \varphi_x, \varphi_y, u_z] \quad ; \quad \mathbf{q}_2 = [u_{xf}, u_{yf}, u_{zf}, \theta_x, \theta_y] \quad (2.2)$$

Donde, q_1 es un vector que contiene los grados de libertad del sistema tanque-líquido, medidos relativos a la fundación; q_2 es un vector que contiene los grados de libertad de la cimentación, medidos relativos al suelo. Con respecto a los grados de libertad del sistema tanque-líquido, u_{xi} y u_{yi} son los desplazamientos horizontales de la masa impulsiva (m_i), u_{xc} y u_{yc} son los desplazamientos horizontales de la masa convectiva (m_c) en las direcciones X e Y, respectivamente; φ_x y φ_y corresponden a las rotaciones de la base del tanque en las direcciones X e Y, respectivamente; u_z es el desplazamiento vertical del centro geométrico de la base del tanque. Con respecto a los grados de libertad suelo-fundación, u_{xf} , u_{yf} , u_{zf} son los desplazamientos horizontales y vertical de la cimentación en las direcciones X, Y y Z, respectivamente; θ_x y θ_y corresponden a las rotaciones de la fundación en las direcciones X e Y, respectivamente.

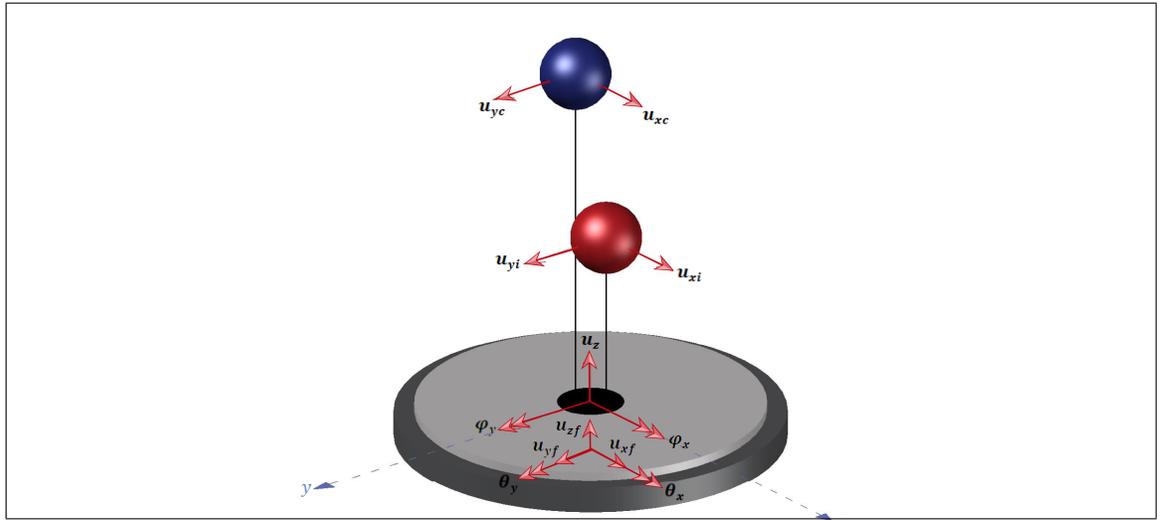


FIGURA 2.3. Vista esquemática del modelo suelo-fundación-tanque con los grados de libertad considerados.

Con los GDLs definidos, se puede determinar la posición de cada masa en el modelo para las diferentes variaciones que ocurren en los grados de libertad en cada instante de tiempo. Si se conoce la posición, por lo tanto, se conoce la velocidad y aceleración de cada

masa, así como la energía que estos producen, ya sea energía cinética, energía potencial o ambas. La posición de cada masa está determinada por las siguientes expresiones:

- Posición de la masa impulsiva

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{L}_{i1}\mathbf{q}_1 + \mathbf{L}_{i2}\mathbf{q}_2 \quad (2.3)$$

$$\mathbf{r}_i = \begin{bmatrix} x_i & y_i & z_i \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{L}_{i1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -h_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{i2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \hat{h}_i + \frac{h_f}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\hat{h}_i + \frac{h_f}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Posición de la masa convectiva

$$\mathbf{r}_c = \mathbf{L}_{c1}\mathbf{q}_1 + \mathbf{L}_{c2}\mathbf{q}_2 \quad (2.4)$$

$$\mathbf{r}_c = \begin{bmatrix} x_c & y_c & z_c \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{L}_{c1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & h_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -h_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{c2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \hat{h}_c + \frac{h_f}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -\hat{h}_c + \frac{h_f}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Posición de la masa del estanque

$$\mathbf{r}_s = \mathbf{L}_{s1}\mathbf{q}_1 + \mathbf{L}_{s2}\mathbf{q}_2 \quad (2.5)$$

$$\mathbf{r}_s = \begin{bmatrix} x_s & y_s & z_s & \psi_{xs} & \psi_{ys} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{L}_{s1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_s & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -h_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{L}_{s2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & h_s + \frac{h_f}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -h_s + \frac{h_f}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Posición de la masa de la fundación

$$\mathbf{r}_f = \mathbf{q}_2 \quad (2.6)$$

2.2.3. Relaciones Constitutivas

Se consideraron varios elementos en el modelo propuesto. Las masas impulsivas y convectivas se conectaron a la base del tanque mediante resortes lineales y amortiguadores. Estos elementos transmitieron el corte basal y el momento de vuelco a la base del tanque. Además, la resistencia al balanceo de la placa base cargada con líquido se modeló mediante varios elementos no lineales. Estos elementos no lineales consideraron el levantamiento que existe en la base del tanque con respecto a la fundación. El sistema de anclaje se modeló mediante elementos histeréticos no lineales que conectan el borde de la base del tanque a la fundación. Finalmente, se modeló la interacción entre la fundación y el suelo utilizando elementos amortiguadores y resortes equivalentes, que se conectaron debajo de

la cimentación. Las relaciones constitutivas de los elementos antes mencionados se presentan en las siguientes subsecciones. Es importante mencionar que no se consideraron efectos de torsión.

2.2.3.1. Fuerzas de interacción fluido-estructura impulsiva y convectiva

Las fuerzas impulsiva y convectiva están representadas por las siguientes ecuaciones lineales:

$$f_x^{(i)} = k_i u_{xi} + c_i \dot{u}_{xi} \quad (2.7)$$

$$f_y^{(i)} = k_i u_{yi} + c_i \dot{u}_{yi} \quad (2.8)$$

$$f_x^{(c)} = k_c u_{xc} + c_c \dot{u}_{xi} \quad (2.9)$$

$$f_y^{(c)} = k_c u_{yc} + c_c \dot{u}_{yi} \quad (2.10)$$

donde, $k_i = \omega_i^2 m_i$ es la rigidez impulsiva, siendo m_i y ω_i la masa impulsiva y la frecuencia lateral impulsiva, respectivamente; $k_c = \omega_c^2 m_c$ es la rigidez convectiva, siendo m_c y ω_c la masa convectiva y la frecuencia lateral convectiva, respectivamente; $c_i = 2\xi\omega_i m_i$ es el coeficiente de amortiguamiento lateral impulsivo, siendo $\xi_i = 0,02$ el factor de amortiguamiento impulsivo; $c_c = 2\xi_c\omega_c m_c$ es el coeficiente de amortiguamiento lateral convectivo, siendo $\xi_c = 0,005$ el factor de amortiguamiento convectivo. Las propiedades dinámicas de los tanques analizados se muestran en la Tabla 2.2.

TABLA 2.2. Propiedades dinámicas de los tanques analizados

Propiedades	Tank A	Tank B	Tank C
Masa impulsiva [kg]	212,9	457,1	614,2
Masa convectiva [kg]	171,7	179,6	180,4
Altura impulsiva (relativa a la base) [m]	1.9	3.1	4.1
Altura convectiva (relativa a la base) [m]	3.0	5.6	7.4
Altura impulsiva (relativa a la fundación) [m]	3.9	4.6	5.6
Altura convectiva (relativa a la fundación) [m]	3.9	5.8	7.5
Periodo impulsivo [s]	0.075	0.096	0.095
Periodo convectivo [s]	3.4	3.3	3.3
Amortiguamiento impulsivo [%]	2	2	2
Amortiguamiento convectivo [%]	0.5	0.5	0.5

2.2.3.2. Elementos no lineales para la placa base

Para modelar la resistencia al balanceo de la placa base cargada con las presiones estática e hidrodinámica del líquido, se utilizan elementos elásticos no lineales, en adelante denominados elementos de fondo, distribuidos uniformemente en la periferia del estanque (Fig 2.2). Estos elementos, a su vez, se componen de dos subelementos. El primero funciona solo en compresión (elemento gap) y representa la fuerza de contacto que la fundación transmite al borde inferior de la pared del tanque; mientras que el segundo representa la fuerza de tensión que la placa inferior transmite al borde inferior de la pared del tanque cuando se produce el levantamiento. Los valores de rigidez de ambos subelementos se muestran en la Tabla 2.3. La relación fuerza-desplazamiento para los elementos no lineales se puede expresar como la ecuación 2.11 y el procedimiento para obtener esta expresión se puede encontrar en la referencia (J. Colombo y Almazán, 2019).

$$\mathbf{f}_j^r(\mathbf{s}_j) = k_{cc} \frac{2\pi R}{N} \mathbf{s}_j U(-\mathbf{s}_j) + \left(\frac{p}{N} \mathbf{f}_{jp}^o + \frac{p}{N} \mathbf{k}_{jp}^t \mathbf{s}_j \right) U(\mathbf{s}_j) \quad (2.11)$$

donde, \mathbf{f}_j^r es la fuerza vertical total, el coeficiente k_{cc} la rigidez a la compresión vertical por unidad de longitud, s_j es el levantamiento, p es el número de vigas del modelo de Malhotra para la placa base (B. P. K. Malhotra y Veletsos, 1995), N es el número de elementos elásticos no lineales, \mathbf{f}_{jp}^o es la fuerza vertical a la que comienza el levantamiento, \mathbf{k}_{jp}^t es la rigidez posterior al levantamiento y $U()$ es la función Heaviside. Además, el vector que representa el levantamiento vertical en cada elemento $\mathbf{s} = [s_1, s_2, \dots, s_N]^T$ está relacionado con el vector de GDL del sistema tanque-líquido \mathbf{q}_1 mediante la siguiente relación lineal (cinemática lineal):

$$\mathbf{s}_j = \mathbf{L}_{s_j} \mathbf{q}_1 \quad (2.12)$$

$$\mathbf{L}_s(j, :) = [0, 0, 0, 0, -y_j, x_j, 1]$$

Donde, \mathbf{L}_s ($N \times 7$) es la matriz de transformación cinemática; x_j y y_j son la coordenadas en el plano del elemento j en las direcciones X e Y, respectivamente.

TABLA 2.3. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento del NLEM

Tank	$k_{cc}[kN]$	$k^t[kN]$	$f^o[kN]$
A	$2,45 \times 10^4$	32.58	1.95
B	$2,45 \times 10^4$	57.52	3.10
C	$2,45 \times 10^4$	89.49	5.71

2.2.3.3. Sistema de Anclaje

Un sistema de anclaje típico utilizado en tanques de soporte continuo se muestra en la Fig. 2.4, diseñado para trabajar solo en tensión. Si suponemos un comportamiento elasto-plástico ideal, las siguientes dos ecuaciones diferenciales de primer orden representan el comportamiento histórico de los elementos de anclaje.

$$\dot{f}_{aj} = K_j^{tg} \dot{w}_j \quad (2.13a)$$

$$K_j^{tg} = K_{oj} \{1 + [U(f_{aj} - F_{yj}) + U(f_{aj})] U(f_{aj} \dot{w}_j)\} U(w_j - w_{j0} + \Delta_{yj}) \quad (2.13b)$$

$$\dot{w}_{j0} = \dot{w}_j U(\dot{w}_j) U(w_j - w_{j0}) \quad (2.14)$$

donde, $f_{aj}(t) \geq 0$ es la fuerza desarrollada por el j -ésimo anclaje; $w_j(t)$ es el desplazamiento vertical del elemento de anclaje, medido en la conexión del manto con el sistema de anclaje; $w_{j0}(t) = \max_{0 \leq \tau \leq t} w_j(\tau)$ es la deformación previa a la fluencia del elemento de anclaje; K_{oj} y F_{yj} son la rigidez y la fuerza de fluencia iniciales del anclaje; $\Delta_{yj} = F_{yj}/K_{oj}$ es la deformación de fluencia y $K_j^{tg} = \frac{\partial f_{aj}}{\partial w_j} \geq 0$ la rigidez tangente del ancla. Es importante mencionar que el diseño de la silla de anclaje debe asegurar que permanezca en rango elástico.

El vector de desplazamiento vertical de los elementos de anclaje $\mathbf{w} = [w_1, w_2, \dots, w_Q]^T$ está relacionado con el vector de GDL del sistema tanque-líquido \mathbf{q}_1 mediante la siguiente relación lineal (cinemática lineal):

$$\mathbf{w}_j = \mathbf{L}_{w_j} \mathbf{q}_1 \quad (2.15)$$

$$\mathbf{L}_w(j, :) = [0, 0, 0, 0, -y_j, x_j, 1]$$

donde, \mathbf{L}_{w_j} ($P \times 7$) es la matriz de transformación cinemática; x_j y y_j son las coordenadas planas del j-ésimo elemento en las direcciones X e Y, respectivamente.

En la Fig. 2.4 se presenta la relación fuerza-desplazamiento $\mathbf{f}_a(t)$ vs $\mathbf{w}(t)$, que se obtuvo por integración numérica de las ecuaciones 2.13b y 2.14, considerando un patrón de desplazamiento monótonico-cíclico $\mathbf{w}_j(t)$. Para mostrar los comportamientos histerético y de apertura/cierre (gap) de estos elementos, se impusieron siete ciclos de prueba y sus amplitudes de desplazamiento fueron $\Delta_y, 2\Delta_y, 3\Delta_y, 4\Delta_y, 3\Delta_y, 2\Delta_y$ and Δ_y , respectivamente (ver Fig. 2.4(a)). Como puede verse en la Fig. 2.4(b), el primer ciclo no provocó ninguna deformación plástica; el segundo ciclo provocó una deformación plástica igual a Δ_y , lo que también provocó una apertura del gap de la misma magnitud. Del mismo modo, para el tercer ciclo, el cierre del gap se produjo después de un desplazamiento igual al gap provocado anteriormente, Δ_y , y una nueva deformación plástica igual a $2\Delta_y$ se alcanzó (es decir, una gap de deformación de $2\Delta_y$). Finalmente, para el cuarto ciclo, el cierre del gap requirió un desplazamiento igual al del gap anterior, $2\Delta_y$, y la nueva deformación plástica alcanzada durante este ciclo fue $3\Delta_y$. Los ciclos quinto, sexto y séptimo no tenían fuerza sobre el elemento porque las amplitudes de desplazamiento eran menores que la deformación existente del gap igual a $3\Delta_y$.

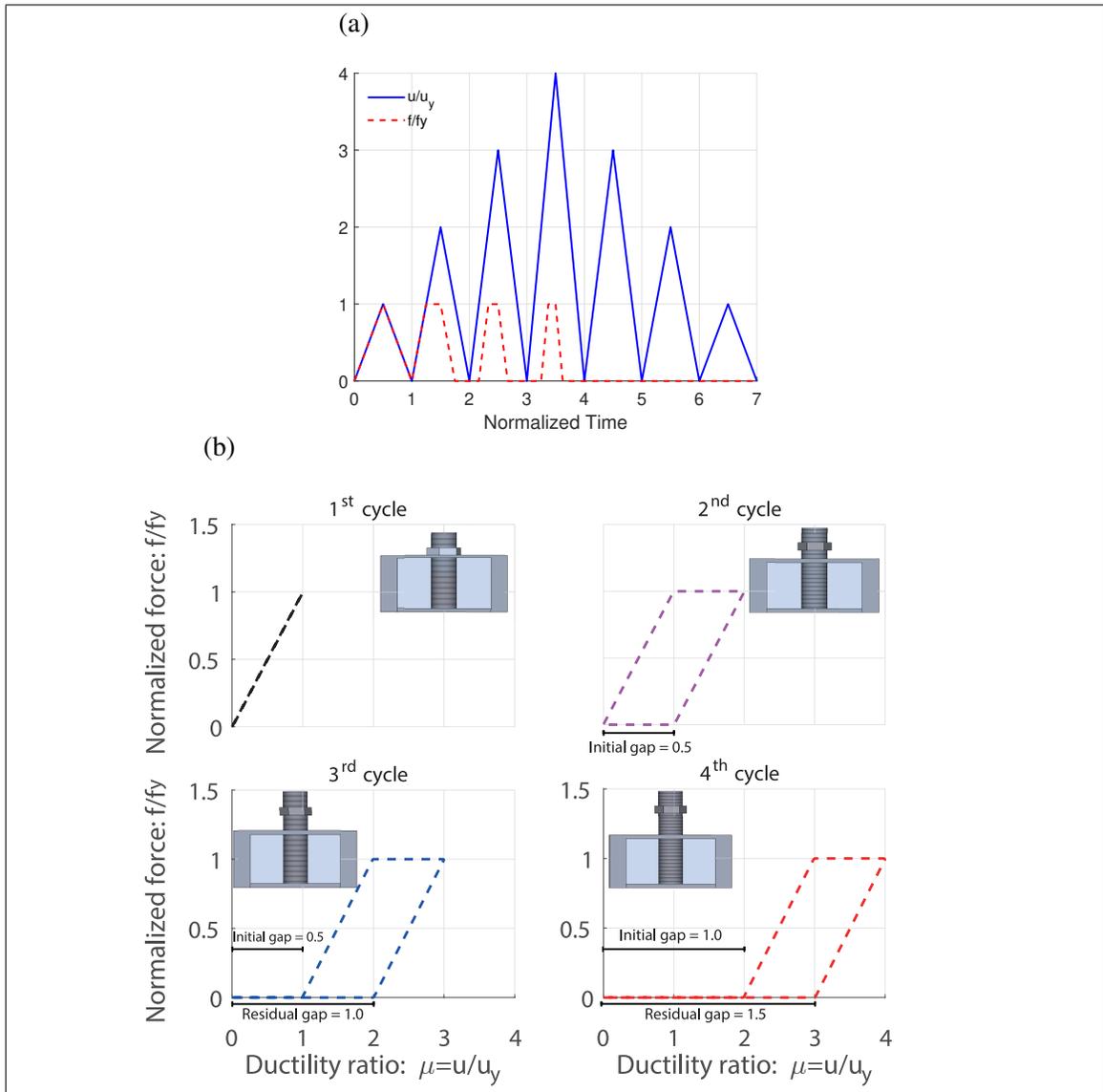


FIGURA 2.4. Relación fuerza-deformación para el elemento de anclaje: (a) fuerza y desplazamiento durante los siete ciclos de prueba impuestos, y (b) comportamientos de la histéresis y gap de apertura/cierre.

2.2.3.4. Elementos para representar el suelo

Para tener en cuenta los efectos de ISSE (Interacción suelo estructura) en los tanques de almacenamiento, se adoptó el enfoque utilizado por la norma NZSEE (NZSEE, 2009). El modelo de tanque y suelo adoptado es similar al utilizado por (A. S. Veletsos y Tang, 1990), donde las propiedades dinámicas del suelo son calculadas usando funciones

de impedancia en las cuales la rigidez corresponde a la parte real de la función, siendo el amortiguamiento la parte imaginaria Veletsos et.al Además, dichos parámetros deben ser afectados por los factores adimensionales (α, β) que dependen de la frecuencia fundamental de la estructura, la velocidad de propagación de la onda de corte en el suelo y el radio de la fundación, con esto se puede obtener un sistema equivalente lineal resorte-amortiguador que representa al medio soportante. Las funciones para calcular la rigidez y amortiguamiento del suelo se muestran a continuación:

$$K_x = \alpha_x \frac{8GR}{2 - \nu} \quad K_\theta = \alpha_\theta \frac{8GR^3}{3(1 - \nu)} \quad K_z = \alpha_z \frac{4GR}{1 - \nu} \quad (2.16)$$

$$C_x = \beta_x \frac{K_x R}{V_s} \quad C_\theta = \beta_\theta \frac{K_\theta R}{V_s} \quad C_z = \beta_z \frac{K_z R}{V_s} \quad (2.17)$$

Donde, $K_x, C_x, K_z, C_z, K_\theta, C_\theta$ corresponden a los valores de rigidez y amortiguamiento del suelo en las direcciones lateral, vertical y rotacional, respectivamente; G es el módulo de corte del suelo; R es el radio de la fundación; ν es el coeficiente de Poisson del suelo; V_s es la velocidad de propagación de la onda de corte en el suelo y los factores α y β son usados para considerar el comportamiento dinámico del suelo, los valores que toman cada uno de ellos dependen de si se quiere considerar un comportamiento lineal o no lineal del suelo. Si el comportamiento es lineal, el medio soportante tiene una capacidad de amortiguamiento producida solamente por radiación (A. S. Veletsos y Tang, 1990, 1987), sin embargo, si el comportamiento es no lineal se debe considerar además el amortiguamiento histerético (A. Veletsos y Bervic, 1973). Para este estudio se trabajó bajo el supuesto de un comportamiento elástico y lineal del suelo.

La base flexible del modelo se determina relacionando tres tipos de suelo con diferentes parámetros mecánicos y los cuales son clasificados de acuerdo la velocidad de propagación de la onda de corte en el medio, similar a la clasificación que usan algunas normativas de diseño. La Tabla 2.4 indica los valores de los coeficientes de rigidez y

amortiguamiento adoptados para los resortes y amortiguadores colocados en la base del modelo para cada tipo de suelo.

TABLA 2.4. Parámetros de suelo para los tanques considerados.

Tank	ν	$\rho_s(\text{kg}/\text{m}^3)$	$V_s(\text{m}/\text{s})$	$G_s(\text{N}/\text{m}^2)$	$K_l(\text{N}/\text{m})$	$C_l(\text{Ns}/\text{m})$	$K_z(\text{N}/\text{m})$	$C_z(\text{Ns}/\text{m})$	$K_\theta(\text{N} - \text{m})$	$C_\theta(\text{Ns} - \text{m})$
A									$2,79 \cdot 10^{10}$	$1,71 \cdot 10^8$
B	0.50	1800	200	$7,20 \cdot 10^7$	$1,85 \cdot 10^9$	$2,83 \cdot 10^7$	$7,88 \cdot 10^8$	$1,72 \cdot 10^7$	$3,31 \cdot 10^{10}$	$1,75 \cdot 10^8$
C									$3,28 \cdot 10^{10}$	$1,76 \cdot 10^8$
A									$8,44 \cdot 10^{10}$	$2,59 \cdot 10^8$
B	0.50	1900	300	$1,71 \cdot 10^8$	$4,43 \cdot 10^9$	$4,39 \cdot 10^7$	$4,65 \cdot 10^9$	$6,64 \cdot 10^7$	$9,28 \cdot 10^{10}$	$2,23 \cdot 10^8$
C									$9,23 \cdot 10^{10}$	$2,25 \cdot 10^8$
A									$1,43 \cdot 10^{11}$	$2,51 \cdot 10^8$
B	0.33	2100	400	$3,36 \cdot 10^8$	$7,85 \cdot 10^9$	$5,98 \cdot 10^7$	$8,76 \cdot 10^9$	$9,16 \cdot 10^7$	$1,50 \cdot 10^{11}$	$2,05 \cdot 10^8$
C									$1,50 \cdot 10^{11}$	$2,08 \cdot 10^8$

2.2.4. Equilibrio Dinámico

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento del sistema se pueden expresar en formato matricial como:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_1 \\ \ddot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}}_1 \\ \dot{\mathbf{q}}_2 \end{bmatrix} + \dots \\
 & \begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_w^T \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}_r + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s^T \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_g
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

donde \mathbf{M}_{11} , \mathbf{M}_{12} , y \mathbf{M}_{22} son sub-matrices de masa, en que los subíndices 1 y 2 corresponden a los GDL \mathbf{q}_1 y \mathbf{q}_2 respectivamente, cuyas expresiones se presentan en el Anexo B de este documento; $\ddot{\mathbf{u}}_g = [\ddot{\mathbf{x}}_g, \ddot{\mathbf{y}}_g]^T$ es el vector de aceleraciones horizontales del suelo; siendo \mathbf{S}_1 y \mathbf{S}_2 las correspondientes matrices de incidencia, cuyas expresiones se presentan en el Anexo C; $\mathbf{f}_r = [f_{r1}, f_{r2}, \dots, f_{rN}]^T$ es el vector de fuerzas de los elementos de fondo; $\mathbf{f}_a = [f_{a1}, f_{a2}, \dots, f_{aP}]^T$ es el vector de fuerzas de los anclajes; $c_{\phi x}$, $c_{\phi y}$ y c_z son el amortiguamiento efectivo en los GDL 5, 6 y 7, respectivamente, debidos a los elementos de fondo.

$$C1 = \text{diag}[c_i \ c_i \ c_c \ c_c \ c_{\phi x} \ c_{\phi y} \ c_z] \ ; \ C2 = \text{diag}[C_x \ C_y \ C_z \ C_{\theta x} \ C_{\theta y}] \quad (2.19)$$

$$K1 = \text{diag}[k_i \ k_i \ k_c \ k_c \ 0 \ 0 \ 0] \ ; \ K2 = \text{diag}[K_x \ K_y \ K_z \ K_{\theta x} \ K_{\theta y}] \quad (2.20)$$

Para determinar los coeficientes de la matriz de masas M, se tomó como referencia el proceso que se muestra en (A. S. Veletsos y Tang, 1990). Cabe señalar que, a diferencia del trabajo realizado por Veletsos y Tang, se consideró una conexión flexible suelo-estructura. Además, se consideraron los efectos de las presiones hidrodinámicas así como los efectos inerciales del tanque y el líquido. Es importante mencionar que la presión que se ejerce en el fondo del tanque no es la misma que se ejerce sobre la cimentación, por lo que las alturas de la masa impulsiva para determinar el corte en la base correspondiente son diferentes. El proceso para obtener la matriz de masas se describe en el anexo A.

3. ANÁLISIS Y DISCUSIÓN DE RESULTADOS

3.1. Respuesta a carga sinusoidal creciente de baja frecuencia

Antes de someter el modelo 3D a cargas sísmicas, se impuso al modelo un movimiento sinusoidal de baja frecuencia con el fin de analizar y explicar las capacidades del modelo aquí propuesto. Más precisamente, se tomó como entrada una carga armónica lateral con seis ciclos en la dirección X (ver figura 3.1), y los resultados obtenidos se discutieron en esta sección para una mejor comprensión del comportamiento de los tanques antes de imponer cargas sísmicas. Además, los resultados obtenidos permitieron presentar una visión inicial de los efectos de la relación de esbeltez (H/D) y el sistema de anclaje en estas estructuras. Primero, el análisis dinámico de los tres tanques se realizó utilizando el NLEM (con el supuesto de suelo infinitamente rígido). A continuación, se incluyeron los efectos del suelo en el modelo simplificado para los tres tanques analizados. Los siguientes parámetros se discutieron en detalle: fuerza cortante de la base normalizada V_b/W_t , rotación de la base del anillo rígido φ_x , ángulo de contacto entre la pared del tanque y la base cuando ocurre un levantamiento parcial de la base α , y esfuerzo axial de compresión en la pared del tanque calculado de dos maneras: (i) a través de la fuerza ejercida por los elementos del fondo y (ii) usando una fórmula aproximada de la viga. Se presenta un resumen de los resultados en la Tabla 3.1.

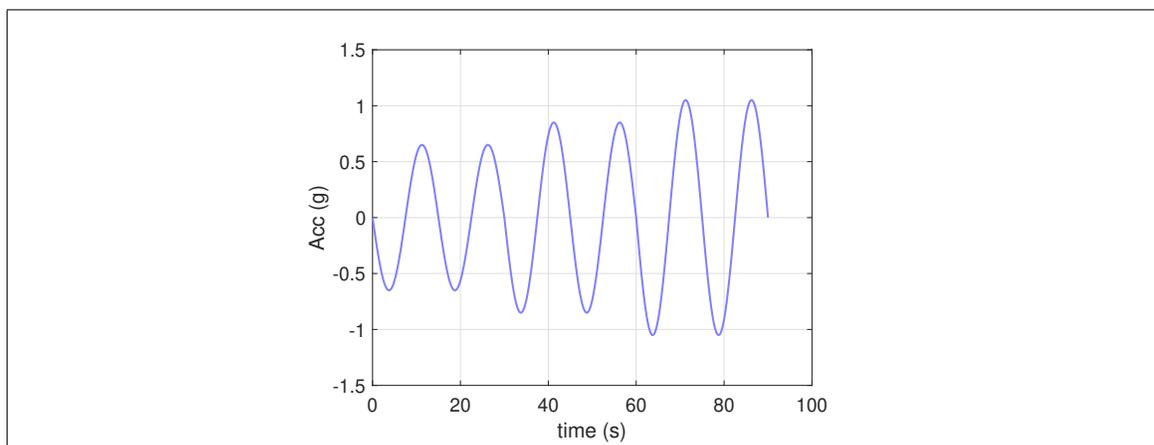


FIGURA 3.1. Input sinusoidal armónico

TABLA 3.1. Respuesta máxima de los tanques sometidos a una carga sinusoidal

Tanque	V_b/W_t	φ_x^{max} [militrad]	μ_a	α_{min} [°]	σ_c^{max} [MPa]	σ_c^{beam} [MPa]	e_{σ_c} [%]
A	1.05	0.55	0.62	56	29.83	17.77	40
B	1.06	4.18	5.21	49	70.80	36.32	49
C	1.06	3.56	4.00	64	56.27	36.01	36

Como se puede ver en la Tabla 3.1, las dimensiones del tanque y el número de pernos de anclaje tuvieron una influencia significativa en la respuesta. El tanque más chato (Tanque A con $H/R = 1$), con el menor número de pernos de anclaje (es decir, 12 pernos de anclaje), mostró la respuesta más baja en términos de rotación de la base (levantamiento de la base), demanda de ductilidad del anclaje y esfuerzo axial de compresión en la pared del tanque. Para el Tanque B ($H/R = 1,6$ y 20 pernos de anclaje) y el Tanque C ($H/R = 2$ y 32 pernos de anclaje), se obtuvo una demanda similar de rotación de la base y ductilidad del anclaje; aunque, el Tanque B presentó valores de aproximadamente un 20 % mayores que el Tanque C. En cuanto a la tensión axial de compresión, el Tanque B alcanzó un valor aproximadamente 25 % mayor que el Tanque C. A pesar de que el tanque más esbelto fue el Tanque C, el mayor número y mayor capacidad de los pernos de anclaje utilizados contribuyó a obtener una menor elevación de la base y un menor esfuerzo axial de compresión en comparación con el Tanque B. Finalmente, es importante mencionar que la fórmula aproximada de la viga ($\sigma_c = \frac{M_y}{\pi R^2 t}$) subestimó por mucho el esfuerzo axial de compresión (el error fue de alrededor del 40-50 %).

Por brevedad, la Fig. 3.2 presenta solo los resultados de los ciclos histeréticos del Tanque B. La Fig. 3.2(a) muestra el momento de vuelco normalizado en términos de la rotación de la base y la Fig. 3.2(b) presenta la fuerza normalizada versus el desplazamiento vertical en dos pernos de anclaje (en 0 y 90 grados con respecto al eje X). Como se puede observar, ambas figuras muestran el comportamiento histerético esperado del tanque y los pernos de anclaje.

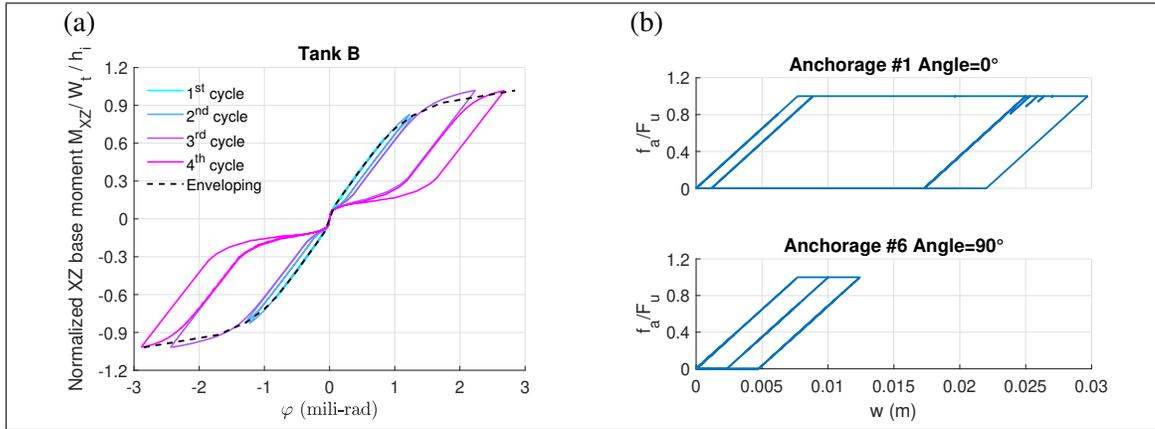


FIGURA 3.2. Comportamiento cíclico de (a) Tanque B y (b) pernos de anclaje.

La Fig. 3.3 muestra la distribución del esfuerzo axial en una línea tangencial (en la condición de momento de vuelco máximo) y la respuesta de historia en el tiempo del levantamiento de la base para los tres tanques considerados. Como se mencionó anteriormente, el tanque B logró el mayor esfuerzo axial de compresión y el mayor levantamiento de la base debido al efecto combinado del número y la capacidad de sus pernos de anclaje y la esbeltez del tanque.

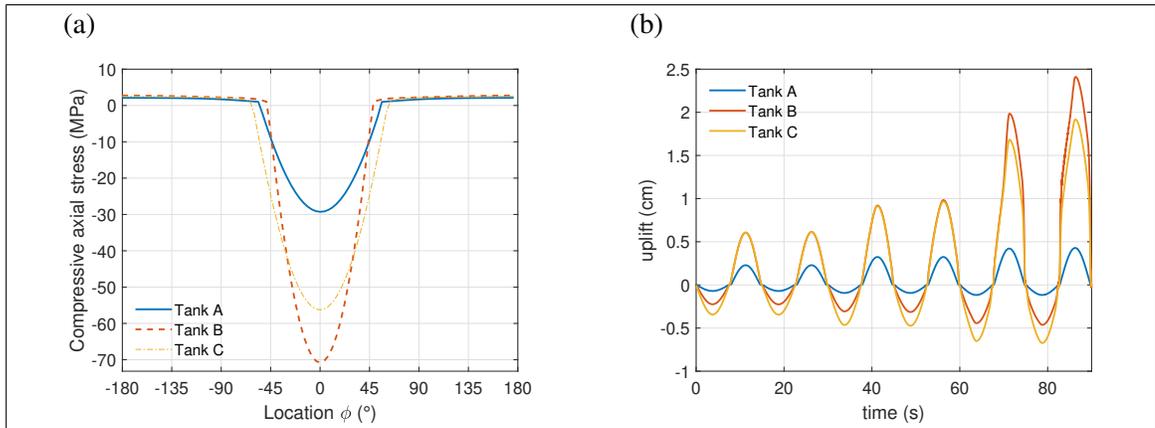


FIGURA 3.3. (a) Distribución tangencial del esfuerzo de compresión y (b) Tiempo-historia del levantamiento de la base.

Resumiendo los resultados anteriores, se puede observar que en el Tanque A (el tanque más ancho) los pernos de anclaje se mantuvieron elásticamente, mientras que en los Tanques B y C las demandas de ductilidad del ancla fueron 5.21 y 4.00, respectivamente.

Estas demandas de alta ductilidad implican que los pernos de anclaje cedieron significativamente y que la disipación de energía se produjo a través de los pernos de anclaje. Para el análisis aquí presentado, usando una función matemática simple como una aceleración del suelo de entrada, el costo computacional de considerar un modelo elasto-plástico bi-lineal para los elementos de anclaje fue demasiado alto en comparación con el uso de un modelo histérico de Bouc-Wen modificado. Además, los resultados obtenidos de ambos modelos fueron los mismos. En consecuencia, para los siguientes apartados, la relación fuerza-desplazamiento constitutiva de los elementos de anclaje se evaluó mediante un modelo histérico de Bouc-Wen modificado.

3.2. Respuesta a excitación sísmica

Utilizando el modelo 3D simplificado (NLEM) descrito en las secciones anteriores, los tanques de almacenamiento de fluidos en consideración fueron sometidos a tres registros de movimiento sísmico natural del suelo compatibles con el espectro de respuesta del código chileno NCh2745-of.2003 para Suelo Tipo C y Zona Sísmica II (Instituto Nacional de Normalización, 2003a). Más precisamente, se utilizaron los componentes horizontales de tres registros naturales del terremoto del Maule de 2010. Las principales características de los registros seleccionados se muestran en la Tabla 3.2, y sus respectivos espectros de respuesta se presentan en la Figura 3.4.

TABLA 3.2. Características de los acelerogramas naturales usados para el análisis tiempo historia.

Acelerograma	Evento (año)	Mw	x-dir. PGA (g)	y-dir. PGA (g)
Curicó			0.41	0.47
Hualañe	Maule Earthq. (2010)	8.8	0.45	0.38
Talca			0.41	0.47

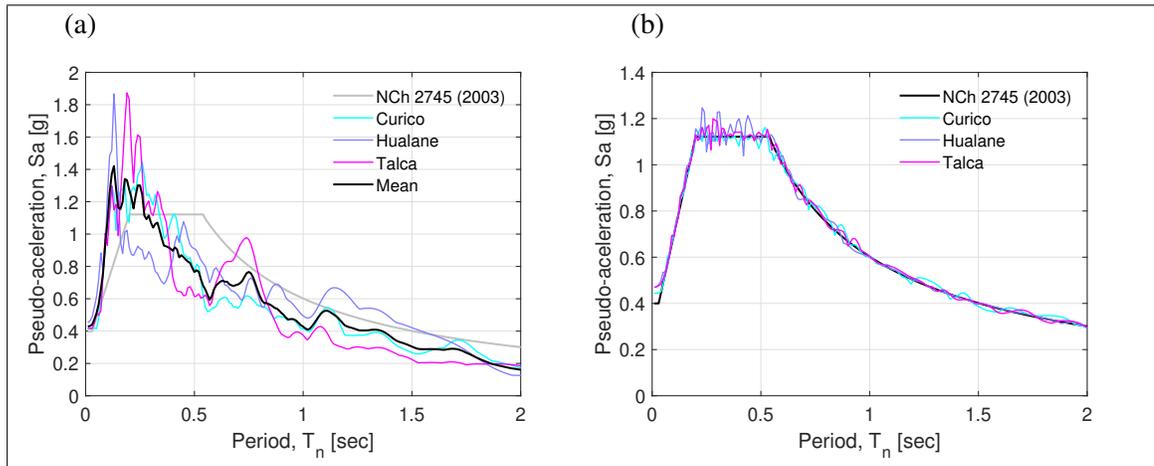


FIGURA 3.4. Espectros de respuesta ($\xi = 5\%$) del sismo de Maule 2010 (a) registros naturales y (b) registros compatibles para zona sísmica II y suelo tipo C.

3.2.1. Acomplamiento entre las respuestas impulsiva y convectiva

Es bien sabido que, en el rango lineal, los modos de vibración impulsiva y convectiva pueden considerarse completamente desacoplados. Esto se debe a que las respectivas frecuencias naturales asociadas son generalmente muy diferentes entre sí. De hecho, el modelo mecánico equivalente propuesto por Housner (Housner, 1957; Haroun y Housner, 1981), desacopla físicamente ambos componentes. Como muestra la Figura 2.3, el modelo propuesto aquí utiliza la misma idea. Sin embargo, al considerar la flexibilidad del sistema de anclaje, se acoplan las respuestas de masa impulsiva (m_i) y masa convectiva (m_c). Este problema se debe a que el momento de vuelco que produce la deformación de los anclajes es igual a la suma de los momentos producidos por ambas masas. Además, incluso en el caso de que se ignore la deformabilidad del sistema de anclaje, la interacción suelo-estructura también acopla las repuestas impulsiva y convectiva. Para evaluar este efecto de acoplamiento, y la importancia relativa del componente convectivo cuando se considera la interacción suelo-fundación-tanque, las comparaciones entre las respuestas con y sin la masa convectiva se presentan a continuación.

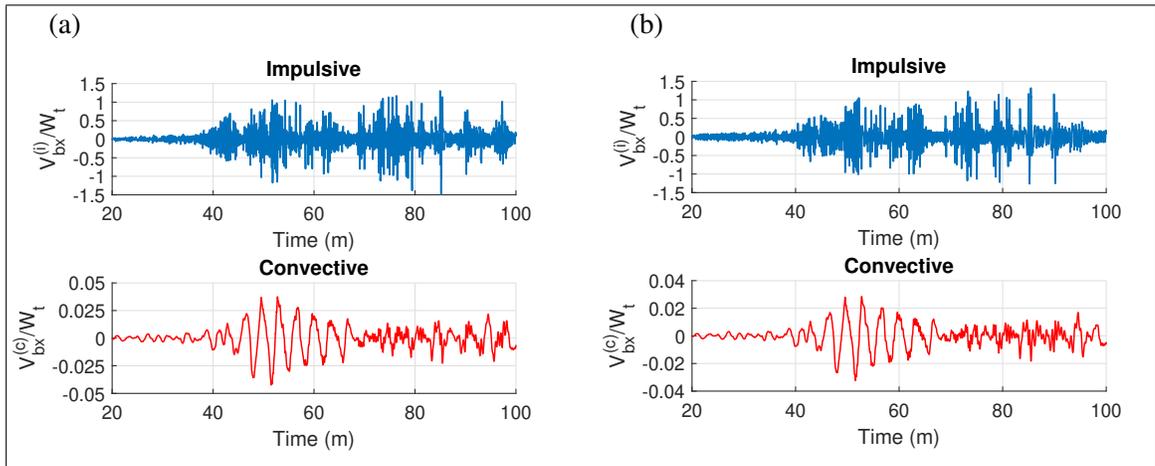


FIGURA 3.5. Tiempo-Historia del corte basal en los tanques sujetas al sismo de Curicó: (a) Tanque B, y (b) Tanque C.

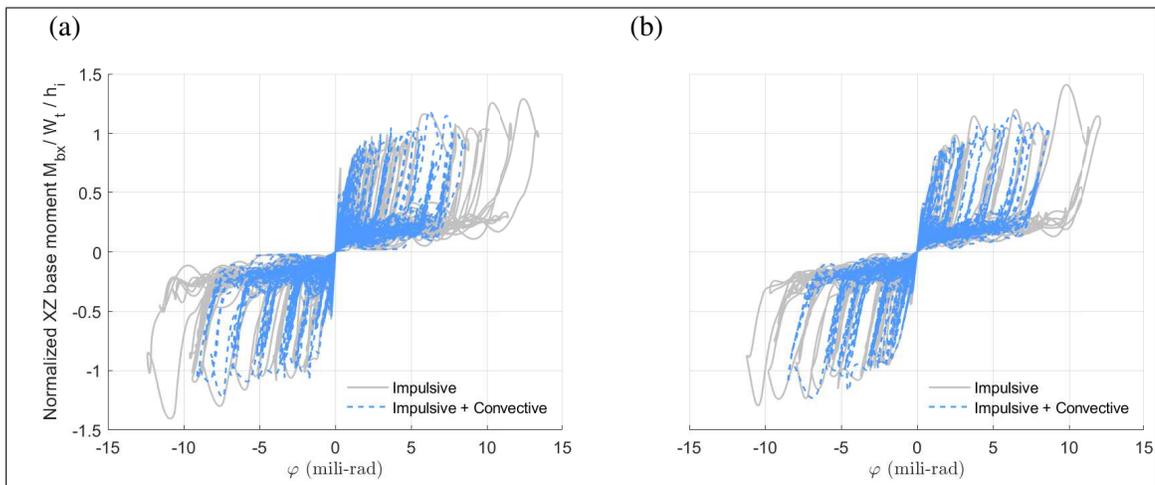


FIGURA 3.6. Overturning moment as function of base rotation of tanks subjected to Curico record: (a) Tank B, and (b) Tank C.

La respuesta del corte basal normalizado del análisis tiempo-historia de los tanques B y C, sujeto al registro de Curicó en la dirección -X, se muestra en la Fig. 3.5, tanto para el componente impulsivo ($V_{bx}^{(i)} / W_t$), así como para la componente convectiva ($V_{bx}^{(c)} / W_t$), ambos medidos en la base de la pared del tanque. Por otro lado, la relación momento de vuelco-rotación normalizada de los tanques B y C con y sin masa convectiva, medida en la base de la pared del tanque, sometidos a la dirección -X del registro Curicó, se muestra

en la Fig. 3.6. Puede verse que el efecto del componente convectivo es muy pequeño en comparación con el componente impulsivo.

TABLA 3.3. Respuestas máximas de los estanques anclados sometidos a los tres sismos seleccionados.

Tanque	Registro sísmico	V_b/W_t				φ_{max} [milirad]				σ_c^{max} [MPa]			
		I ¹	I+C ²	e [%]	\bar{e} [%] ³	I	I+C	e [%]	\bar{e}	I	I+C	e [%]	\bar{e}
A	Curicó	0.82	0.89	8		0.44	0.52	15		24	28	14	
	Hualañe	0.79	0.84	6	4.6	0.41	0.44	7	7.0	23	25	8	6.3
	Talca	1.20	1.20	0		0.67	0.66	-1		36	35	-3	
B	Curicó	1.59	1.55	-3		13.45	10.28	-30		146	135	-8	
	Hualañe	1.56	1.54	-1	-0.33	14.10	13.56	-4	-11.0	145	145	0	-0.33
	Talca	1.45	1.49	3		12.56	12.68	1		132	142	7	
C	Curicó	1.51	1.31	-15		12.13	10.50	-13		117	103	-14	
	Hualañe	1.54	1.42	-8	-7.0	14.62	13.59	-8	-11	123	117	-5	-9
	Talca	1.52	1.56	3		15.67	13.99	-12		133	124	-7	

Como se puede ver en la Tabla 3.3, el Tanque A (es decir, el tanque más chato) presentó la respuesta sísmica más baja en comparación con los Tanques B y C. Por otro lado, la respuesta sísmica más alta fue obtenida por el Tanque B, pero también se obtuvieron valores altos para el Tanque C. Adicionalmente, el esfuerzo axial de compresión fue muy alto en los Tanques B y C. En esta tabla, para los tres parámetros considerados en la mayoría de los casos las diferencias máximas en porcentaje fueron aproximadamente 7 %, 11 % y 9 % para el corte basal, la rotación de la base y la tensión de compresión, respectivamente. Solo hay un parámetro (rotación de la base) donde la respuesta convectiva tiene una gran influencia, especialmente en tanques esbeltos, sin embargo, este efecto tiene un impacto positivo en el comportamiento de la estructura. En consecuencia, el componente convectivo tuvo una baja influencia (es decir, en general menos del 10 %) sobre los parámetros de respuesta sísmica aquí considerados. Como se esperaba, el tanque A (el tanque chato) presentó la respuesta sísmica más baja en comparación con el tanque B y C. Por otro lado, la mayor respuesta sísmica fue obtenida por el tanque B. Es importante

¹Respuesta Impulsiva

²Respuesta combinada (Impulsiva y convectiva)

³Error promedio obtenido entre los dos análisis, el signo positivo indica una tendencia a aumentar la respuesta mientras que el signo negativo indica una reducción.

señalar que Los tanques A y B fueron diseñados con una capacidad de anclaje menor que el tanque C.

Como puede verse en la mayoría de los análisis, la parte convectiva del líquido o los efectos de sloshing son insignificantes. Sin embargo, puede haber casos en los que la respuesta de la parte convectiva esté desfasada con la parte impulsiva lo que puede generar una mayor reducción en la respuesta, pero es un efecto favorable para la estructura. Adicionalmente, los efectos de sloshing pueden tomar relevancia al trabajar con inputs sísmicos laterales que tienen un contenido de frecuencia similar al de la frecuencia convectiva o al considerar la componente vertical del sismo, que activa el modo de respiración del tanque. Estos dos efectos se evaluarán en un estudio futuro.

Respecto al comportamiento de la estructura considerando solamente la parte impulsiva del fluido. La Fig. 3.7 muestra el comportamiento cíclico del momento de volteo como función de la rotación de la base para los tanques B y C. Por brevedad, se presentan los resultados obtenidos con los registros de aceleraciones de los sismo de Curicó y Talca. La curva envolvente también se muestra en la Fig. 3.8, y se puede observar que la respuesta sísmica máxima del análisis tiempo-historia se aproxima de buena manera con estas curvas envolventes para ambos tanques.

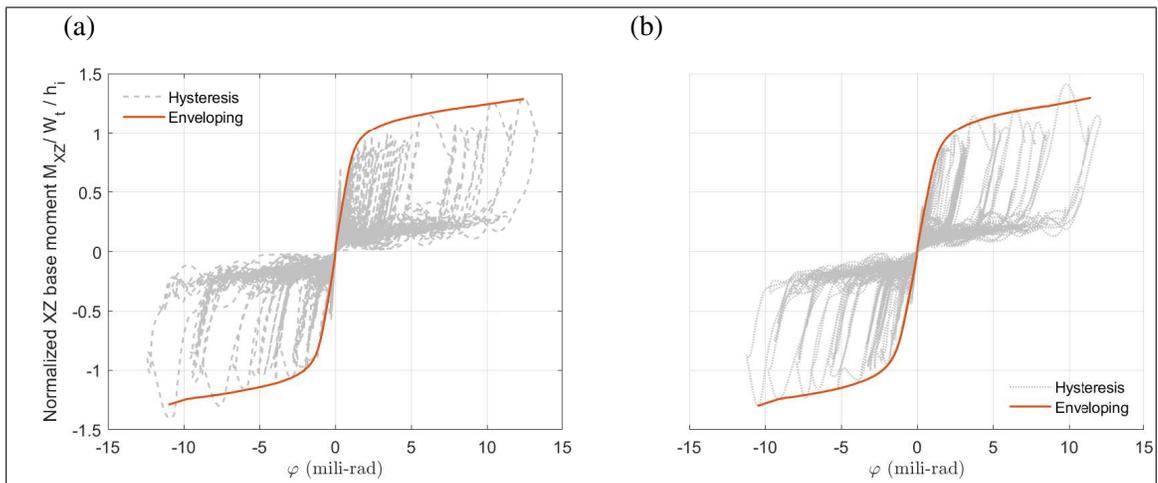


FIGURA 3.7. Comportamiento cíclico del momento en la base sometido al sismo de Curicó: (a) Tank B y (b) Tank C.

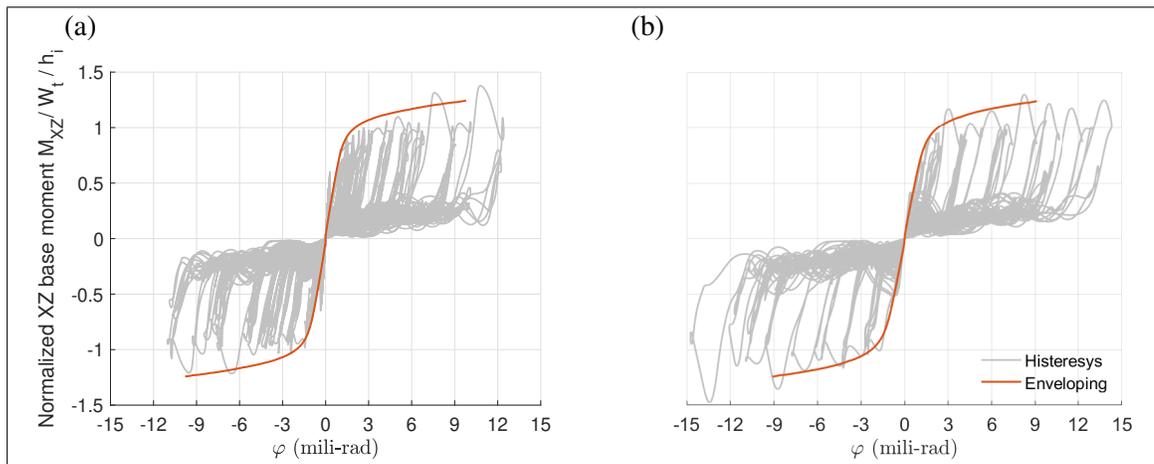


FIGURA 3.8. Comportamiento cíclico del momento en la base sometido al sismo de Talca: (a) Tank B y (b) Tank C.

Se puede observar en estas figuras (3.7,3.8) que el corte basal y el desplazamiento impulsivo son mayores a medida que aumenta la relación de esbeltez, de la misma manera para el momento y la rotación. Más precisamente, para el caso del registro de Curicó, el tanque C obtuvo un valor de corte basal máximo que fue al menos 1.18 veces mayor que el valor máximo para el tanque B y 3.66 veces mayor con respecto al tanque A y para el caso del sismo de Talca, en el tanque C el máximo corte producido en la base fue al menos 1.47 veces mayor que el valor máximo para el tanque B y 4.60 veces mayor con respecto al tanque A. Para el momento de volcamiento, en el primer caso la relación fue 1.71 veces más alta entre los tanques C y B, y 7.57 veces mayor entre los tanques C y A, mientras que en el segundo caso el valor obtenido en el tanque C fue 1.91 veces mayor que el tanque B y 9.60 veces mayor con respecto del tanque A. La respuesta máxima de todos los parámetros evaluados se muestran en la Tabla 3.3.

Las primeras tendencias que se observan al comparar las curvas histeréticas, en la mayoría de casos a medida que aumenta el radio de esbeltez: (1) disminuye la rigidez del tanque; (2) el periodo de vibración efectivo de la estructura aumenta, el incremento en la respuesta es consecuencia directa del aumento en el periodo, además esto explica el incremento que se produce en la pseudo-aceleración, lo cual produce una mayor presión hidrodinámica impulsiva; (3) finalmente hay una mayor disipación de energía, por

lo que el amortiguamiento efectivo es mayor para un tanque con mayor radio de esbeltez. Esto se debe al hecho que el sistema de anclaje se flexibiliza produciéndose mayores deformaciones que generan ciclos histeréticos donde se puede disipar energía de manera localizada.

3.2.2. Efectos del sistema de anclaje y la flexibilidad del suelo

El uso de sistemas de anclaje en tanques de apoyo continuo proporciona algunos beneficios estructurales como el incremento de la capacidad de resistencia al volcamiento, el control del levantamiento parcial de la base, y también funciona como elementos capaces de disipar energía localmente. Si bien los procedimientos de diseño de los tanques de almacenamiento no establecen una metodología específica para estos sistemas de anclaje, sí proponen límites en cuanto a la resistencia, ductilidad y deformación máxima de los pernos de anclaje. Para este estudio, se consideraron los límites indicados en el código chileno NCh 2369 (Instituto Nacional de Normalización, 2003a), que sugiere que $\eta \leq 0,85$ (factor de ductilidad) y $\epsilon \leq 20\%$ (deformación unitaria del perno). Para este estudio, los parámetros de la Tabla 2.1 se adoptaron para el análisis. Además, se adoptó una longitud de anclaje libre de 30 cm para permitir una deformación máxima del ancla de 6 cm. Los diámetros del tanque se mantuvieron constantes para evitar su influencia relativa en el momento de anclaje en la base del tanque.

La Tabla 3.4 muestra la máxima respuesta fuerza-desplazamiento del sistema de anclaje en los Tanques A, B y C, colocado en diferentes tipos de suelo con velocidades de onda de corte de $V_s = 200\text{ m/s}$, $V_s = 300\text{ m/s}$ y $V_s = 400\text{ m/s}$ sometidos al registro sísmico de Curicó. En primer lugar, se puede observar que el tanque chato (es decir, el tanque A) permaneció con los pernos en el rango elástico con una fuerza muy baja. Esto implica que el sistema de anclaje no generó un impacto significativo en la respuesta estructural del Tanque A. En segundo lugar, a medida que aumenta el valor de H/D , el sistema de anclaje seleccionado permitió un mayor levantamiento de la base, produciendo deformaciones permanentes del anclaje. La respuesta tiempo-historia de la deformación permanente de un perno de anclaje en particular (el más solicitado) en los tanques B y C

sometidos a la componente -X del registro de Curicó, para condiciones de suelo rígidas y flexibles, se muestra en la Fig. 3.9. Como puede observarse, estas deformaciones estuvieron por encima del valor límite permitido (6cm), excepto para la condición de suelo más flexible ($V_s = 200 \text{ m/s}$). Finalmente, si la deformación generada supera el límite, el suelo deja de comportarse elásticamente, lo que puede producir resultados incorrectos y se debe definir una constitutiva diferente para el suelo. Se obtuvieron resultados similares para todos los registros sísmicos y las flexibilidades del suelo (ver Tabla 3.4).

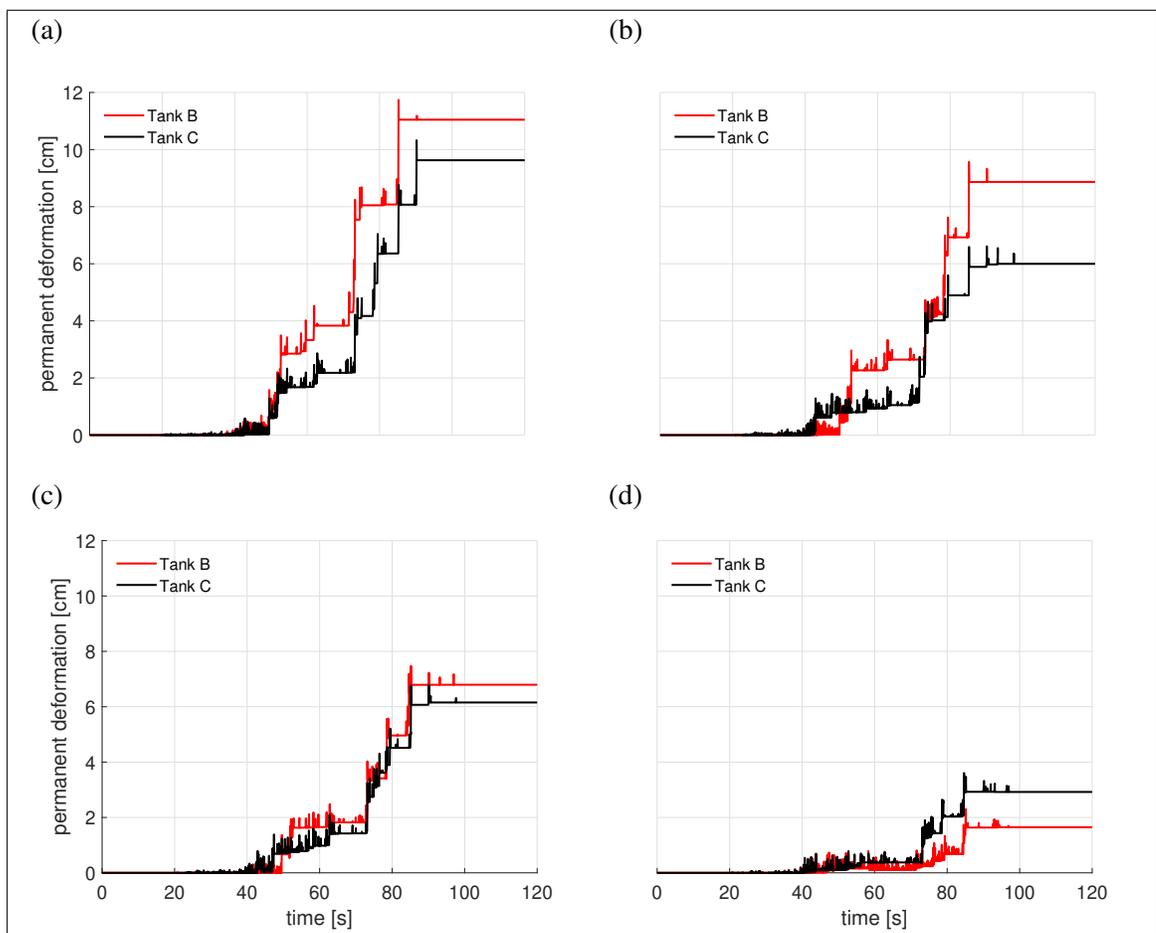


FIGURA 3.9. Evolución en el tiempo de las deformaciones efectiva y permanente de los pernos de anclaje para el registro compatible de Curicó: (a) suelo rígido, (b) $V_s = 400 \text{ m/s}$, (c) $V_s = 300 \text{ m/s}$ and (d) $V_s = 200 \text{ m/s}$

La energía disipada por el sistema suelo-cimentación-tanque para el tanque C sometido a la dirección -X del registro de Curicó, y dos diferentes condiciones de suelo, se

muestra en la Fig. 3.10. Las componentes de energía relativa disipada (en relación con la energía total disipada) por el componente impulsivo, la placa inferior, el sistema de anclaje, la traslación del suelo y el balanceo del suelo se compararon entre sí. Para el Tanque C colocado en una condición de suelo flexible ($V_s = 200 \text{ m/s}$), se puede observar que el sistema de anclaje fue capaz de disipar alrededor del 8 % de la energía total disipada, que fue el mecanismo que menos energía disipó (ver la Fig. 3.10 (a)). Sin embargo, el mecanismo que más energía disipó fue la interacción del suelo (efectos tanto de traslación como de balanceo), alcanzando alrededor del 73 % de la energía total disipada. Por otro lado, cuando el Tanque C se evaluó en una condición de suelo más rígida (es decir, $V_s = 400 \text{ m/s}$), la energía disipada por el suelo disminuyó significativamente, alcanzando alrededor del 23 % de la energía total disipada. Por otro lado, el sistema de anclaje disipó un 10 % más de energía que cuando el suelo es más flexible. Del mismo modo, los otros mecanismos de disipación (es decir, componente impulsivo y placa inferior) sufren un aumento del 15 % en su capacidad para disipar energía en condiciones de suelo rígido.

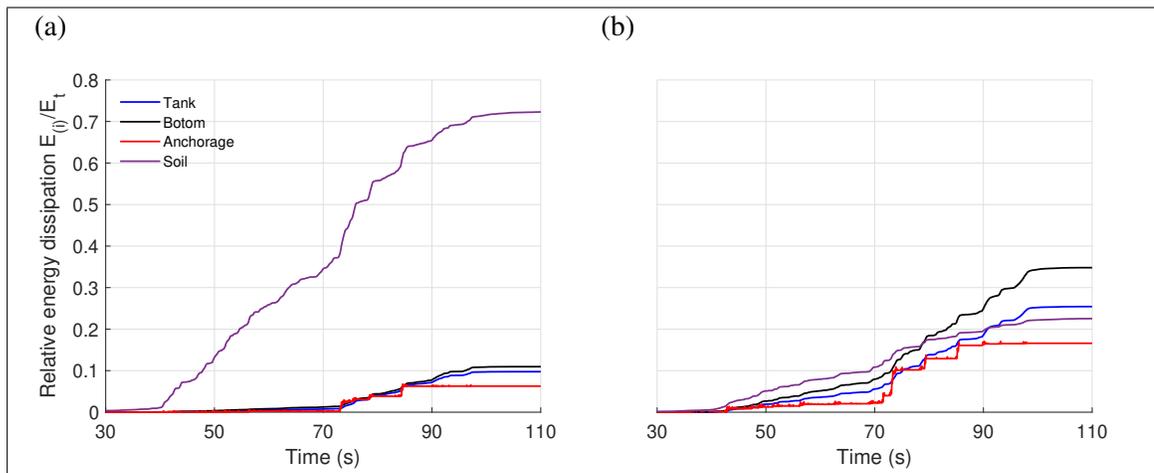


FIGURA 3.10. Porcentaje de Energía Disipada por cada elemento estructural para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) $V_s = 200 \text{ m/s}$ y (b) $V_s = 400 \text{ m/s}$.

Los resultados obtenidos para cada registro sísmico y las diferentes condiciones del suelo se muestran en la tabla 8. Se puede ver claramente que el comportamiento antes

mencionado se mantiene, el sistema de anclaje funciona elásticamente en el caso de tanque chato (Tanque A) independientemente del tipo de suelo, y a medida que aumenta la relación de esbeltez y el suelo se vuelve mas flexible, la respuesta sísmica disminuye.

TABLA 3.4. Máximo esfuerzo de compresión, máxima carga y deformación axial en anclajes para todos los casos considerados.

Id Tanque	Registro sísmico	Rígido			$V_s = 400 \text{ m/s}$			$V_s = 300 \text{ m/s}$			$V_s = 200 \text{ m/s}$		
		F_w^{max}/F_y [kN]	u_n^{max} [mm]	σ_c^{max} [MPa]	F_w^{max}/F_y [kN]	u_n^{max} [mm]	σ_c^{max} [MPa]	F_w^{max}/F_y [kN]	u_n^{max} [mm]	σ_c^{max} [MPa]	F_w^{max}/F_y [kN]	u_n^{max} [mm]	σ_c^{max} [MPa]
A	Curicó	0.44	2.1	24	0.32	1.7	20	0.38	2.2	22	0.33	2.1	19
	Hualañe	0.41	3.1	23	0.53	2.8	28	0.38	2.7	21	0.37	2.6	21
	Talca	0.67	5.3	36	0.48	4.8	26	0.40	2.2	22	0.38	2.5	22
B	Curicó	1	117	146	1	96	120	1	75	110	1	23	76
	Hualañe	1	121	145	1	103	127	1	29	76	0.99	50	92
	Talca	1	106	132	1	104	129	1	90	119	0.99	26	72
C	Curicó	1	103	117	1	89	85	1	68	89	0.99	32	79
	Hualañe	1	135	123	1	123	111	1	75	96	1	67	95
	Talca	1	146	133	1	131	121	1	78	97	1	44	75

El rendimiento de un tanque de almacenamiento no puede evaluarse completamente mediante la respuesta del sistema de anclaje. La respuesta crítica para estos sistemas estructurales es el esfuerzo axial de compresión máximo en la pared del tanque. La respuesta en el tiempo de la tensión axial de compresión de los tanques B y C, sometidos a la dirección -X del registro de Curicó, se presentan en la Fig. 3.11. Se consideran dos condiciones del suelo: rígido y flexible ($V_s = 300 \text{ m/s}$). Se observó que a medida que aumenta la flexibilidad del suelo, se produce una mayor reducción del esfuerzo de compresión. Esta reducción fue causada por el aumento en el amortiguamiento efectiva de el sistema suelo-fundación-tanque, así como la disminución de la pseudo-aceleración impulsiva. Además, la tensión axial de compresión obtenida por el NLEM se comparó con los valores obtenidos utilizando el supuesto clásico de viga en voladizo. Para ambos casos (es decir, con y sin ISE), se observó que solo para el tanque chato (Tanque A) la respuesta presentó un buen acuerdo entre el NLEM y el supuesto de la viga. Para los otros tanques, la ecuación en voladizo, subestimó con mucho el esfuerzo axial de compresión, el error fue mayor o igual al 50 %.

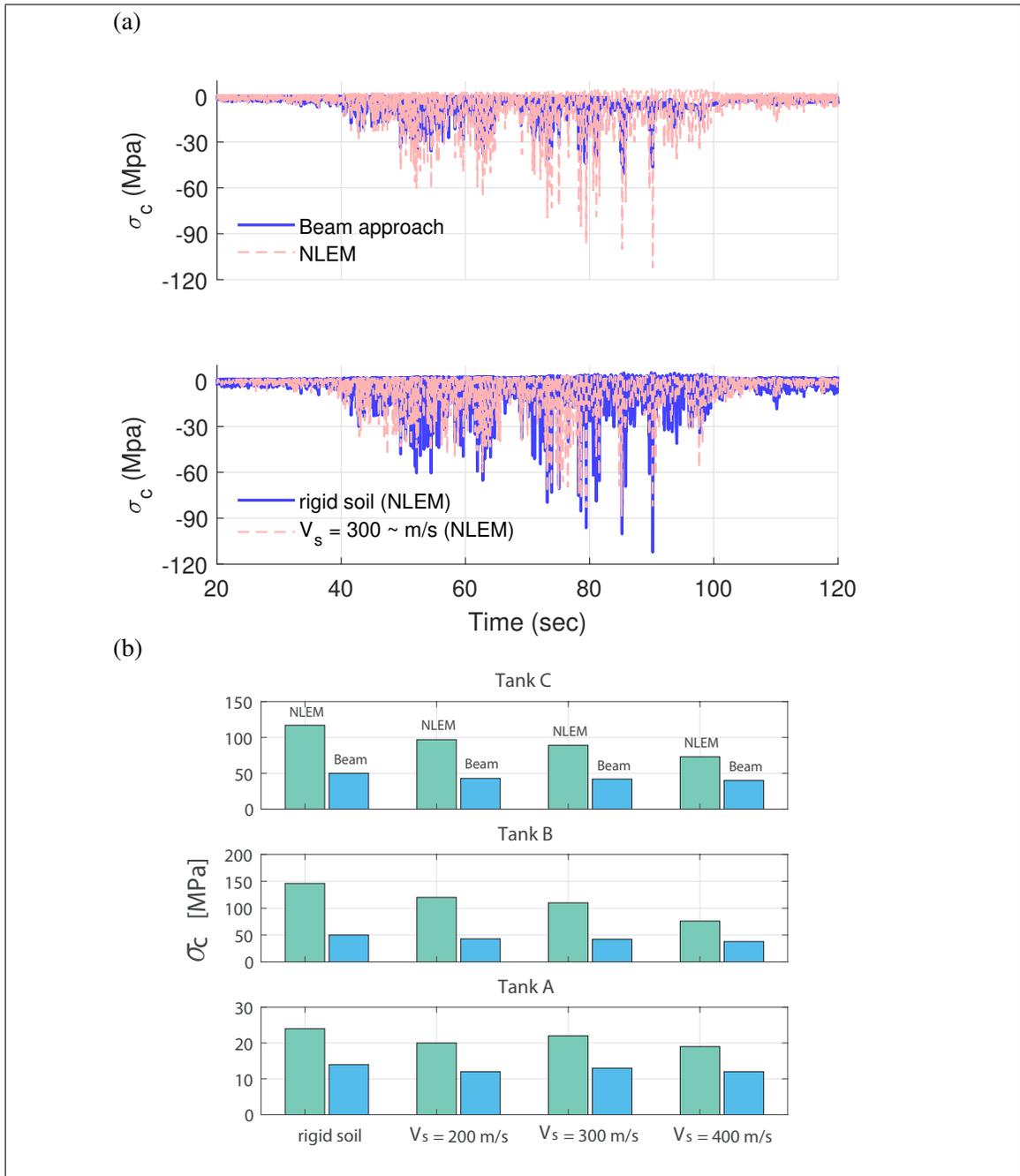


FIGURA 3.11. (a) Respuesta tiempo-historia del esfuerzo axial de compresión del tanque C sometidos al registro de Curicó: sin ISE y con ISE ($V_s = 300 \text{ m/s}$) y (b) valores máximos del esfuerzo axial de compresión.

Otra forma de visualizar el esfuerzo axial de compresión es mediante su distribución tangencial en línea (ubicada a la altura donde se obtuvo el valor máximo). Esta distribución

tangencial, en la condición donde se produce el máximo momento de vuelcon, se muestra en la Fig.3.12, para los todos los tanques considerando una condición del suelo rígida y flexible ($V_s = 300 \text{ m/s}$). El esfuerzo axial de compresión máximo en el tanque. 410 para los tres tanques evaluados y las diferentes condiciones del suelo se muestran en la Tabla 3.4, y en comparación con los valores límite permitidos por el código NZSEE 53Mpa, 75Mpa, 108Mpa, para los tanques A, B y C, respectivamente. Se observó que a medida que disminuye la rigidez del suelo se obtiene una mayor reducción del esfuerzo de compresión. En promedio, para el Tanque A, el esfuerzo máximo de compresión en la condición de suelo blando fue aproximadamente 1.3 veces menor que el valor máximo obtenido para una condición de suelo totalmente rígido. De manera similar, para el Tanque B y C, los resultados en la condición del suelo blando fueron aproximadamente 1,4 y 1,5 veces más bajos, respectivamente, en comparación con la condición del suelo totalmente rígido.

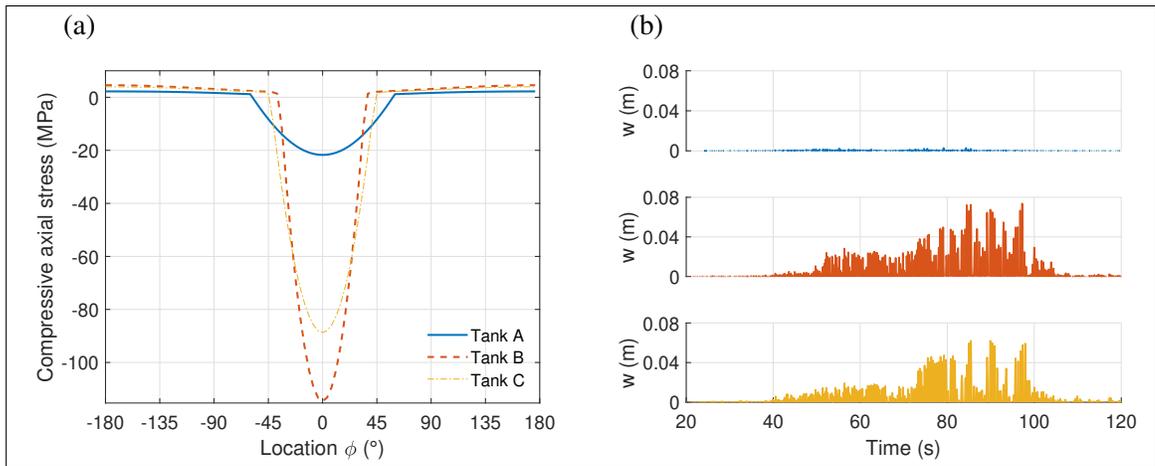


FIGURA 3.12. (a) Tangential distribution of the axial stress and (b) time-history response of the base uplift for soil condition ($V_s = 300 \text{ m/s}$)

Resumiendo los resultados anteriores, el Tanque A no superó el esfuerzo de compresión admisible establecido por la norma NZSEE y no superó la deformación permitida en los pernos de anclaje para todas las condiciones de suelo evaluadas. Además, el efecto de los pernos de anclaje en este tanque no fue significativo. El tanque B excedió el esfuerzo de compresión admisible para todos los registros sísmicos evaluados y las condiciones del suelo. Además, el Tanque B superó la deformación de anclaje permitida para todas las

condiciones del suelo, excepto para la más flexible ($V_s = 200 \text{ m/s}$). Finalmente, el tanque C excedió los valores permitidos para el esfuerzo de compresión y la deformación del anclaje para las dos condiciones de suelo más rígidas. El tanque C cumplió con los límites permitidos solo para la condición de suelo más blanda. Estos resultados muestran que el sistema de anclaje no funcionó correctamente para evitar pandeo en la pared del tanque y fallas en los pernos de anclaje. Por lo tanto, el procedimiento de diseño para la estimación del número de pernos de anclaje y sus capacidades debe revisarse con más detalle. Solo para el tanque chato, donde el sistema de anclaje tuvo una influencia insignificante en la respuesta sísmica, el desempeño del tanque fue satisfactorio.

Para evaluar los efectos de la interacción suelo-fundación-tanque en la respuesta global de la estructura, las Fig. 3.13 y 3.14 muestran el momento de vuelco versus la rotación base para los Tanques A y B sujetos a los registros de Curicó y Talca con las condiciones de suelo infinitamente rígidas y más flexibles ($V_s = 300 \text{ m/s}$). Se puede observar que la reducción de la aceleración (igual al momento en la base normalizado) fue mayor para el tanque chato que para el tanque esbelto. Por ejemplo, el tanque A presentó una aceleración máxima de 0,76g y 0,82g para el suelo flexible y las condiciones infinitamente rígidas, respectivamente. La reducción en el tanque A debido a la flexibilidad del suelo fue de aproximadamente un 8%. Del mismo modo, el tanque B presentó una aceleración máxima de 1,20g y 1,59g para el suelo flexible y las condiciones infinitamente rígidas, respectivamente. Este efecto de reducción se debe a que el efecto de balanceo es menor para tanques con relaciones de esbeltez bajas (chatos), lo que produce una presión hidrodinámica impulsiva más baja. Por el contrario, la reducción en la respuesta máxima para el tanque esbelto fue menor debido a que la capacidad de amortiguamiento del suelo disminuyó cuando el sistema de anclaje sufrió altas deformaciones. Más específicamente, cuando el anclaje logra una deformación significativa, entonces la conexión entre el tanque y la base se pierde y la interfaz suelo-fundación no experimenta un movimiento significativo (es decir, no hay disipación de energía). Sin embargo, es importante señalar que hay casos en los que la interacción suelo-estructura no aumenta la capacidad de amortiguación en tanques delgados (por ejemplo, (Meek y Veletsos, 1974; A. Veletsos, 1974)).

Los efectos de la interacción suelo-estructura sobre la respuesta sísmica fueron similares a los observados en estudios previos para sistemas de construcción (por ejemplo, (A. Veletsos y Jethro, 1974; A. Veletsos, 1977)); y en estudios previos para este tipo de estructuras (A. Veletsos y Bervic, 1973; A. Veletsos, 1986; A. S. Veletsos y Tang, 1990)). Más precisamente, el aumento en la flexibilidad del medio de soporte tuvo un efecto triple: (i) disminución de la aceleración impulsiva del sistema, (ii) disminución del período del sistema, y (iii) generalmente aumento de la capacidad de amortiguamiento del sistema, reduciendo las respuestas sísmicas.

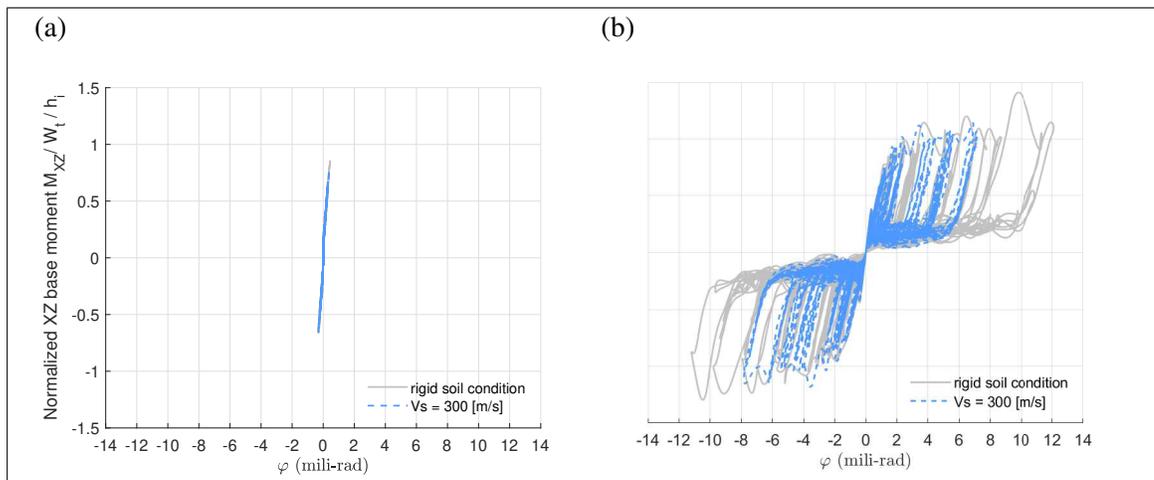


FIGURA 3.13. Momento base en función de la rotación base para Tanques ubicados en diferentes flexibilidades del suelo y sujetos al registro de Curico: (a) Tanque A y (b) Tanque B.

El resumen de resultados para cada tipo de suelo y las diferentes configuraciones de tanque se muestran en la Tabla 3.5. Se puede apreciar claramente que todos los tanques considerados presentaron un mejor comportamiento sísmico cuando se apoyaron en suelo blando. En general, el amortiguamiento efectivo fue mayor en condiciones de suelo blando, lo que resultó en una mayor disipación de energía y una menor respuesta sísmica. Adicionalmente, se puede observar que el período efectivo para el Tanque A fue casi el mismo para todos los registros y condiciones del suelo. Para los tanques B y C, el período efectivo disminuyó alrededor del 30-35 %, al comparar el periodo efectivo en suelos

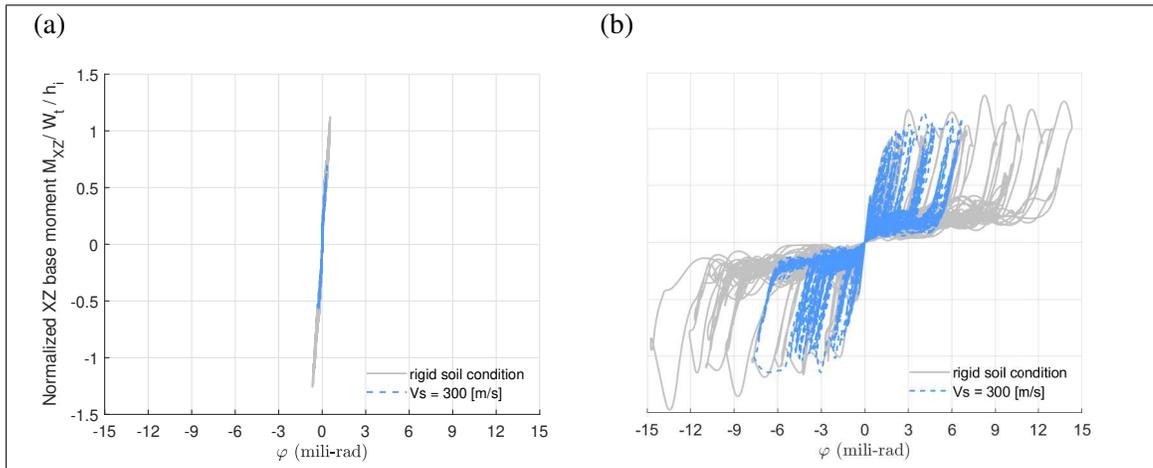


FIGURA 3.14. Momento base en función de la rotación base para Tanques con diferentes flexibilidades de suelo y sujetos al registro de Talca: (a) Tanque A y (b) Tanque B.

rígidos con los suelos blandos. En otras palabras, el periodo efectivo de estos tanques disminuyó en suelos blandos.

TABLA 3.5. Respuestas máximas de los tanques considerados ubicados en diferentes tipos de suelo y sujeto a los registros seleccionados.

Registro sísmico	Vs	Curicó				Hualañe				Talca			
		Rígido	400	300	200	Rígido	400	300	200	Rígido	400	300	200
Vb/Wt	Tank A	0.82	0.77	0.76	0.69	0.79	0.91	0.71	0.74	1.20	0.87	0.73	0.75
	Tank B	1.59	1.32	1.20	1.11	1.56	1.31	1.08	1.11	1.45	1.33	1.25	1.05
	Tank C	1.51	1.16	1.21	1.14	1.54	1.33	1.19	1.24	1.52	1.44	1.19	1.18
ξ_{eff} [%]	Tank A	2.44	3.62	4.30	5.08	2.77	3.01	4.77	4.33	2.12	3.19	4.55	4.33
	Tank B	2.43	3.38	4.42	5.13	2.91	3.75	5.47	5.15	3.20	3.62	4.07	5.64
	Tank C	2.80	4.07	4.37	4.88	2.64	3.62	4.18	4.14	2.76	3.09	4.28	4.56
T_{eff} [s]	Tank A	0.097	0.088	0.098	0.097	0.099	0.097	0.098	0.096	0.102	0.098	0.097	0.098
	Tank B	0.32	0.30	0.31	0.21	0.32	0.34	0.22	0.27	0.28	0.35	0.33	0.23
	Tank C	0.37	0.38	0.34	0.26	0.40	0.42	0.37	0.33	0.42	0.41	0.36	0.28

3.2.3. Sensibilidad al número de anclajes

Aprovechando la versatilidad del NLEM, un análisis de sensibilidad se llevó a cabo con respecto al número de pernos de anclaje para diferentes condiciones de suelo. Por brevedad, se eligió el tanque esbelto (Tanque C) para evaluar de forma global y local la respuesta estructural, esto debido a que este tanque presentó la mayor deformación en el sistema de anclaje.

Los parámetros dinámicos de la respuesta global del Tanque C sometido a la componente en la dirección X- del registro de Curicó se muestra en la Fig. 3.15. Como puede verse, a medida que el número de pernos de anclaje aumenta, tanto el período efectivo T_{eff} como el coeficiente de amortiguamiento efectivo ξ_{eff} disminuyen, ambos valores tienden a sus valores correspondientes en el caso de un tanque anclado con comportamiento elástico, esto significa que el punto de rendimiento de la estructura se encuentra aproximadamente en la zona de pseudo-aceleración constante del espectro de respuesta sísmico. Los resultados obtenidos para los tres registros sísmicos considerados se presentan en la Tabla 3.6. Los resultados destacan el hecho de que a medida que el suelo se vuelve más flexible, el periodo efectivo de la estructura disminuye. Aunque, en general, se espera que una estructura que se vuelve más flexible aumenta su período de vibración, en este caso ocurre lo contrario, aunque el suelo actúa como un elemento flexible, aumentar el número de anclajes añade mayor rigidez a la estructura, lo que resulta en un período más corto de vibración.

Finalmente, el efecto del número de anclajes sobre la máxima tensión de compresión y el levantamiento máximo del tanque C, sujeto al registro de Curicó, es presentado en la Fig. 3.16. Como se esperaba, a medida que aumenta el número de anclajes, el levantamiento máximo de la base disminuye. Por su parte, el esfuerzo máximo de compresión tiene un comportamiento menos obvio. Sin embargo, es evidente que se requieren un cierto número mínimo de anclajes para evitar fallas debido a pandeo o levantamiento excesivo. Este número mínimo depende del tipo de suelo.

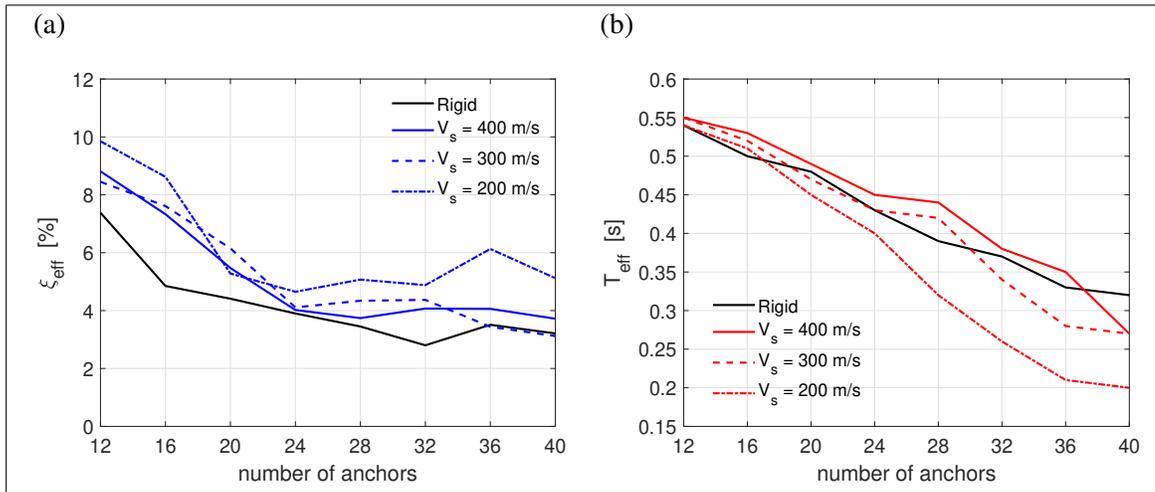


FIGURA 3.15. Sensibilidad al cambio en el número de anclajes y tipo de suelo para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) Amortiguamiento efectivo y (b) Periodo efectivo.

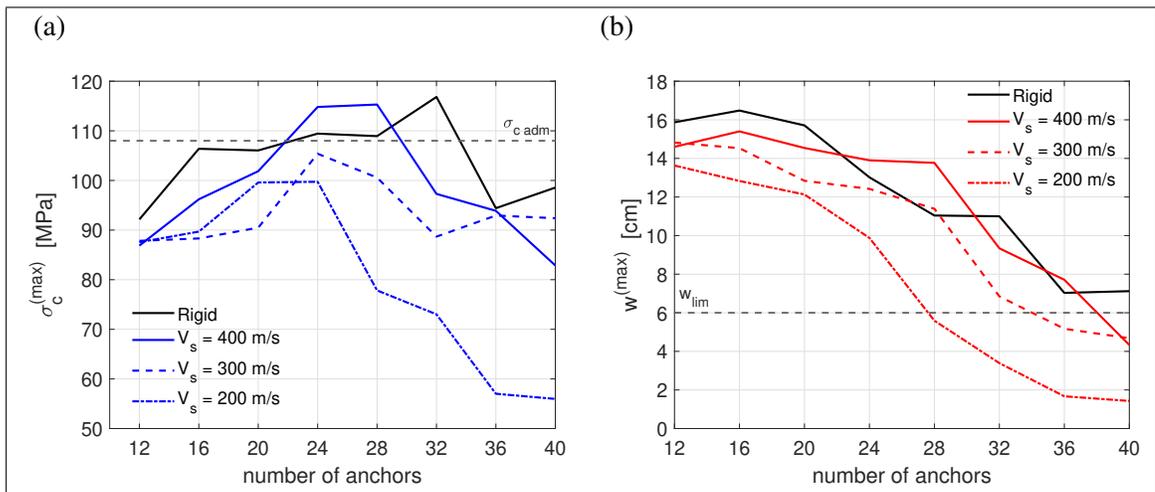


FIGURA 3.16. Sensibilidad al cambio en el número de anclajes y tipo de suelo para el tanque C sometido al sismo de Curicó: (a) Esfuerzo de compresión y (b) Levantamiento.

La Tabla 3.6 muestra la variación del amortiguamiento efectivo, así como del periodo efectivo de la estructura cuando se cambia la condición de anclaje (número de anclajes). A medida que el suelo se flexibiliza el amortiguamiento se incrementa como ya se mencionó antes, sin embargo es interesante notar que a un menor número de anclajes, el amortiguamiento se incrementa aún más pero las deformaciones que alcanzan los anclajes superan

por mucho el límite impuesto por la normativa por lo cual seguramente se producirá su falla antes de alcanzar tales niveles de deformación. Sin embargo, si se usa un elemento diferente, como por ejemplo un elemento disipador, este podría ser capaz de soportar los altos niveles de deformación. Por otro lado el periodo efectivo de la estructura disminuye a medida que el suelo se flexibiliza y el número de anclajes aumenta, esto se debe a que la respuesta de desplazamiento impulsiva disminuye y aunque en algunos casos la aceleración impulsiva aumenta, el punto de desempeño de la estructura se ubica generalmente sobre la zona de crecimiento o en el plateau del espectro de respuesta sísmica.

TABLA 3.6. Periodo y amortiguamiento efectivos para el tanque C usando un número diferente de anclajes

Parámetro	$V_s[m/s]$ N_a / Registro Sísmico	Rígido			400			300			200		
		C	H	T	C	H	T	C	H	T	C	H	T
ξ_{eff} [%]	12	6.47	8.24	6.64	9.99	9.19	9.53	9.84	9.87	9.74	11.14	11.86	10.25
	20	4.95	4.40	4.59	5.11	6.09	6.25	6.11	6.39	7.91	6.11	6.36	6.09
	24	3.66	3.57	4.27	4.79	4.86	4.58	5.78	4.95	4.77	7.15	5.27	5.31
	32	4.26	3.07	2.49	4.65	3.62	3.09	4.50	4.46	4.49	4.84	4.19	4.56
	40	3.93	4.27	2.57	3.84	3.58	3.75	3.67	3.66	3.65	6.00	6.63	5.36
	48	2.73	4.00	3.58	2.91	3.63	3.42	3.50	3.29	4.25	5.06	5.96	4.94
T_{eff} [s]	12	0.54	0.58	0.53	0.57	0.57	0.55	0.56	0.57	0.54	0.52	0.53	0.54
	20	0.48	0.48	0.46	0.45	0.47	0.46	0.43	0.47	0.51	0.42	0.44	0.45
	24	0.41	0.44	0.44	0.41	0.45	0.46	0.37	0.44	0.45	0.29	0.39	0.34
	32	0.35	0.41	0.40	0.34	0.42	0.41	0.29	0.35	0.33	0.27	0.33	0.28
	40	0.23	0.24	0.33	0.23	0.28	0.28	0.23	0.26	0.28	0.19	0.18	0.19
	48	0.29	0.20	0.21	0.23	0.19	0.21	0.19	0.19	0.18	0.18	0.17	0.18

3.3. Aplicación del método capacidad-demanda

Los resultados mostrados anteriormente indican que la respuesta dinámica máxima puede estimarse con buena precisión usando la relación momento basal vs rotación obtenida de un análisis cuasi-estático (ver figuras XX, YY, ZZ). Esto se debe a dos factores principales: (1) la respuesta dinámica está controlada por el modo impulsivo; y (2) los pernos de anclaje están sometidos a deformaciones inelásticas monotónicas en tracción, y por lo tanto, su fuerza de fluencia no sufre degradación cíclica.

Por lo tanto, resulta muy atractivo estimar la respuesta máxima usando el conocido método capacidad-demanda (Gilbert, Dzierwonski, y Bullard, 1975; Buland y Gilbert, 1978). Como es bien sabido, una vez definido el espectro de pseudo-aceleración (demanda), el método requiere los siguientes pasos: (i) resolver las ecuaciones no lineales de equilibrio estático con carga controlada; (ii) determinar el periodo efectivo y el factor de amortiguamiento efectivo del sistema de un grado de libertad asociado; y (iii) iterar hasta convergencia.

Si eliminamos los términos dinámicos de la ecuación 2.18, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_1 \\ \mathbf{q}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_s^T \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}^{(r)} + \begin{bmatrix} \mathbf{L}_w^T \\ 0 \end{bmatrix} \mathbf{f}^{(a)} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_{1x} \\ \mathbf{S}_{2x} \end{bmatrix} \alpha \quad (3.1)$$

donde α es la pseudo-aceleración aplicada en la dirección X ; \mathbf{S}_{1x} y \mathbf{S}_{2x} son las matrices de incidencia en dirección X sobre los grados de libertad \mathbf{q}_1 y \mathbf{q}_2 , respectivamente.

Es importante notar que al eliminar la matriz de masa, la ecuación 3.1 puede resolverse en forma desacoplada, lo cual simplifica notablemente la solución.

Por otra parte, el periodo efectivo y el factor de amortiguamiento efectivo, se estiman a partir del modo fundamental del sistema lineal-equivalente con amortiguamiento no-clásico. Este procedimiento se detalla en el Anexo D.

$$\left(-\lambda_l^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} + j\lambda_l \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \Psi_{1l} \\ \Psi_{2l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_1 = \text{diag} \left[k_i \quad k_i \quad k_c \quad k_c \quad \tilde{k}_{\phi x} \quad \tilde{k}_{\phi y} \quad \tilde{k}_z \right] \quad (3.3)$$

$$\tilde{\mathbf{C}}_1 = \text{diag} \left[c_i \quad c_i \quad c_c \quad c_c \quad \tilde{c}_{\phi x} \quad \tilde{c}_{\phi y} \quad \tilde{c}_z \right] \quad (3.4)$$

Donde $\tilde{k}_{\phi x}$, $\tilde{k}_{\phi y}$, y \tilde{k}_z son las rigideces efectivas en los GDL 5, 6 y 7, respectivamente; $\tilde{c}_{\phi x}$, $\tilde{c}_{\phi y}$, y \tilde{c}_z son los correspondientes amortiguamientos efectivos. Estos valores efectivos, debidos a las fuerzas no-lineales f_r y f_a , se obtienen a partir de la respuesta máxima estimada con la ecuación 3.1.

La Tabla 3.7 muestra la diferencia en los resultados que existe entre los diferentes métodos de análisis utilizados, se puede observar que el método de capacidad demanda da resultados ligeramente mayores, lo cual es aceptable debido a que es un método aproximado, sin embargo estima de buena manera la respuesta de los estanques.

TABLA 3.7. Comparación de resultados para los diferentes análisis realizados

Parámetro	Tipo de Análisis	Tiempo - Historia			Capacidad - Demanda		
	V_s [m/s]	400	300	200	400	300	200
	Tanque / Registro Sísmico	Sismo de Talca					
M_v [ton - m]	A	331.2	282.8	281.85	352.4	383.1	392.99
	B	1690.3	1666.9	1247.3	1793.7	1769.9	1701.5
	C	2831.7	2959.7	2707.7	3248.0	3204.9	3081.1
φ [mili - rad]	A	0.41	0.33	0.33	0.42	0.46	0.48
	B	9.9	8.6	1.7	10.6	9.7	7.1
	C	6.9	7.7	3.6	10	9.1	6.7

3.3.1. Análisis de sensibilidad al número de anclajes y tipo de suelo

Entre las principales ventajas que brinda el análisis cuasi-estático comparado con el análisis dinámico están el ahorro computacional, el menor tiempo de análisis y especialmente la variabilidad que se puede dar a ciertos parámetros como: geometría, número de anclajes y tipo de suelo. Aprovechando la versatilidad del modelo se realizó un análisis de sensibilidad para el esfuerzo máximo de compresión, el levantamiento máximo de la base, el ángulo de contacto entre la base del tanque y la fundación, la deformación máxima de los anclajes y las propiedades dinámicas de la estructura, todo esto para los diferentes tipos de tanques propuestos asentados sobre un tipo de suelo específico, cambiando el número de pernos de anclajes que los sujetan a la fundación.

El desempeño de la estructura se puede evaluar mediante el diagrama de capacidad demanda (Fig. 3.17). En general al usar un bajo número de anclajes la rigidez de la estructura no se ve afectada, obteniendo un punto de desempeño que cae en la zona de decaimiento del espectro, sin embargo la respuesta es mayor debido a que la rotación de la base supera el límite permitido. A medida que se aumenta el número de anclajes, la estructura se vuelve mas rígida lo que provoca que el punto de desempeño se ubique en zona de aceleración constante o en la zona de crecimiento del espectro, como resultado se obtiene una menor respuesta estructural, ya que un mayor número de anclajes permite una menor rotación de la base.

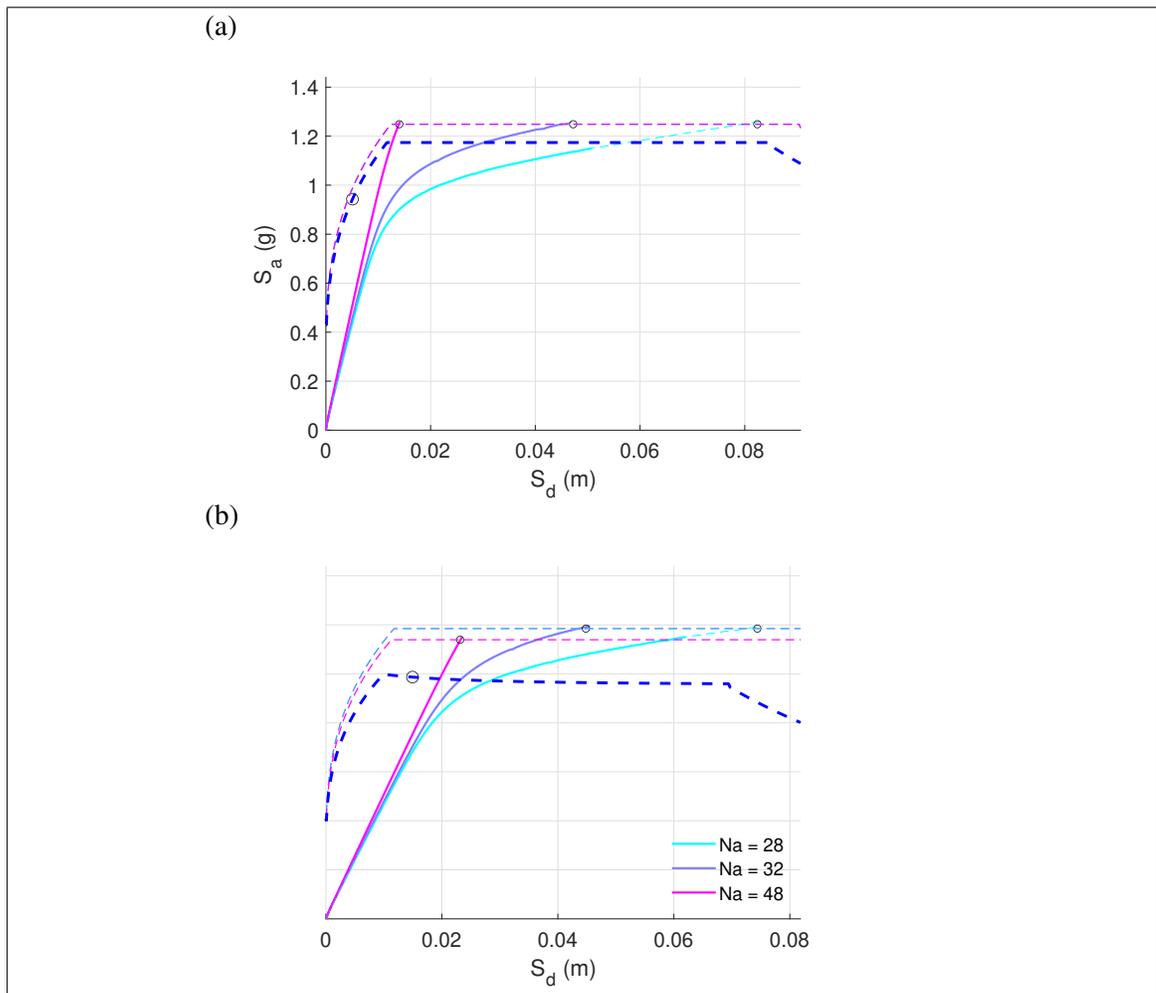


FIGURA 3.17. Diagrama de capacidad-demanda para el tanque C: (a) $V_s = 400$ m/s and (b) $V_s = 300$ m/s

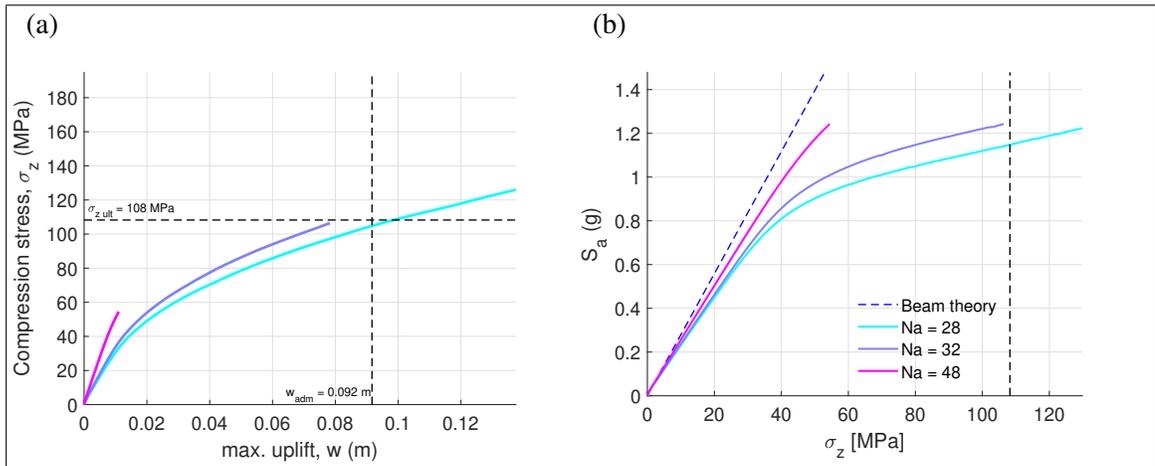


FIGURA 3.18. Curvas de Pushover del tanque C: (a) σ_c vs w and (b) S_a vs σ_c

En primer lugar la Fig. 3.19 (a,b) muestra las propiedades dinámicas junto con el diagrama de capacidad demanda de cada estanque propuesto para un mismo tipo de suelo y cuatro condiciones de anclaje diferentes. A medida que aumenta el número de pernos de anclaje, la estructura se vuelve más rígida, lo que provoca que el punto de desempeño de la estructura por lo general se encuentre en la zona de aceleración constante del espectro; si el número de anclajes es superior a 30, el punto de desempeño se ubica en la zona de crecimiento del espectro. Aunque, la pseudo-aceleración, se mantiene constante se obtiene un menor desplazamiento, además existe un decremento en el periodo natural de vibración y un menor amortiguamiento efectivo. Esto se debe a que los anclajes trabajan de forma elástica y su capacidad para disipar energía es baja o nula. Sin embargo, en la figura 3.19 (c,d) se presentan los valores máximos de esfuerzo de compresión y levantamiento del tanque, así como la deformación máxima de los anclajes, si bien al aumentar la cantidad de anclajes se logra un menor amortiguamiento y la misma pseudo aceleración, la respuesta en estos parámetros es mucho menor debido a la baja deformación del sistema de anclaje, la estructura completa se comporta de forma elástica.

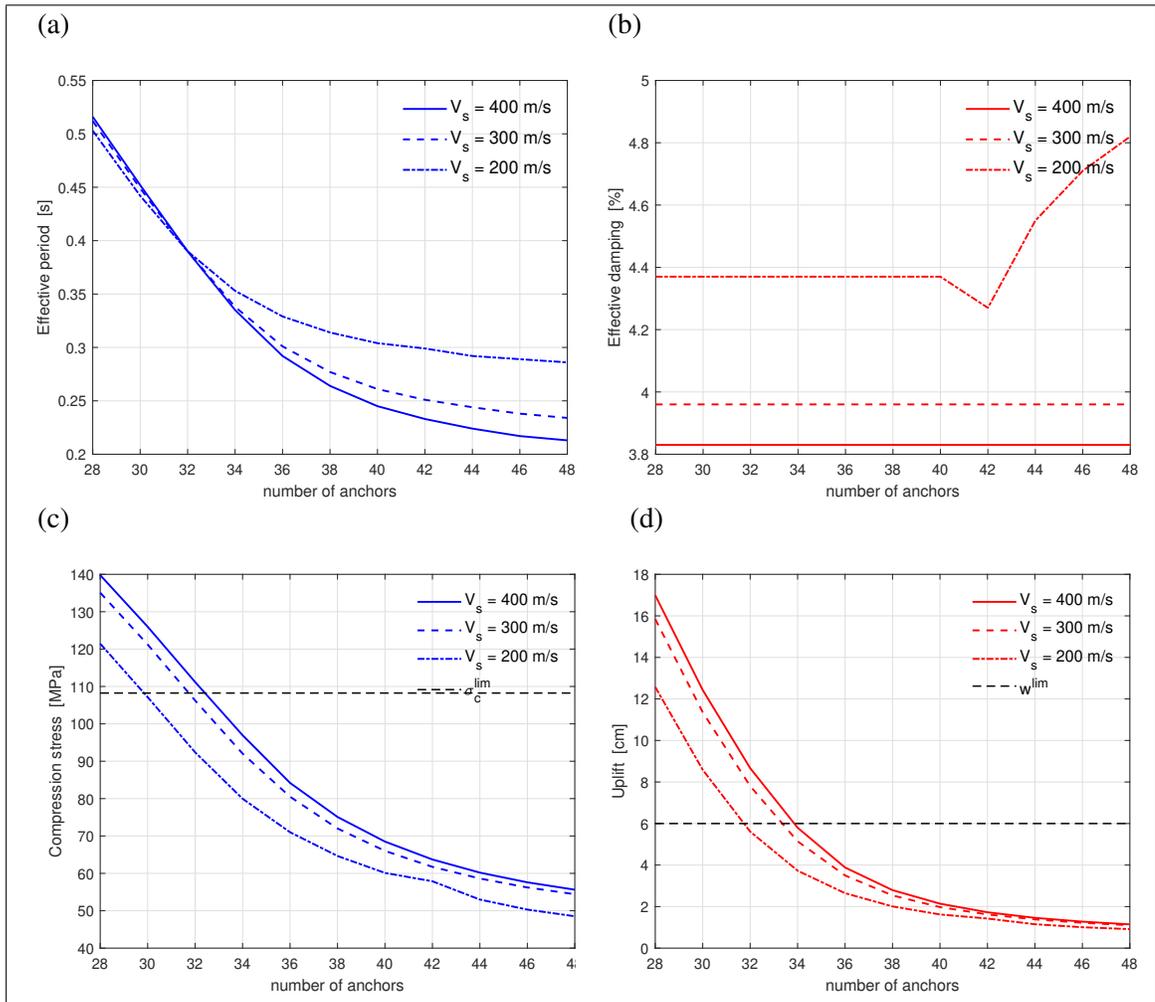


FIGURA 3.19. Sensibilidad del MNLE 3D para una condición diferente de suelo y diferente número de anclajes: (a) Periodo efectivo, (b) Amortiguamiento efectivo, (c) Esfuerzo de compresión y (d) Levantamiento

En la Tabla 3.8 se resumen los resultados para cada una de las diferentes velocidades de propagación de onda correspondientes a cada tipo de suelo, el número de pernos de anclaje usados en cada caso fue: tanque A [4, 8, 12], tanque B [12, 20, 28] y tanque C [28, 32, 48]. Se puede notar que al igual que en el análisis tiempo historia un suelo con menor capacidad o mas flexible, beneficia el comportamiento de la estructura, ya que su capacidad de amortiguamiento es mayor. Es importante resaltar este aspecto, debido a que como se mencionó antes, el mínimo coeficiente de amortiguamiento efectivo que se debe usar en el método de capacidad demanda depende del tipo de suelo donde se asienta la

estructura. Si comparamos las respuestas obtenidas en el análisis estático con el análisis dinámico, las diferencias son que se obtiene un resultado mayor para condiciones de anclaje que incursionan en el rango no lineal y uno menor para comportamiento elástico. Esta diferencia en promedio es del 5 % y 7 % para el máximo esfuerzo de compresión y la máxima deformación de anclajes respectivamente, lo cual es lo esperado, porque generalmente un método cuasi estático entrega resultados mayores a uno dinámico. Como se puede ver, el método aquí propuesto entrega una buena estimación de los parámetros que predominan en el diseño para este tipo de estructuras.

TABLA 3.8. Máximas repuestas de los estanques asentados en diferentes tipos de suelo con diferentes condiciones de anclajes.

		V_s [m/s]								
Parámetro	Tanque	400			300			200		
Sa [g]	A	1.25	1.13	1.03	1.23	1.01	0.94	1.181	0.99	0.96
	B	1.15	1.25	1.14	1.13	1.23	1.21	1.09	1.18	1.12
	C	1.25	1.25	1.25	1.23	1.23	1.23	1.18	1.18	1.14
σ_c [MPa]	A	97.04	35.20	28.22	94.08	30.96	25.67	86.09	30.56	26.36
	B	191.82	139.39	54.35	187.96	133.30	59.03	176.78	116.36	52.95
	C	139.79	111.19	55.63	135.09	106.25	54.42	121.45	92.39	48.52
w [mm]	A	97.04	6.61	3.99	91.52	5.64	3.59	75.64	5.55	3.69
	B	288.49	96.91	7.93	278.64	87.72	8.91	251.16	62.81	7.66
	C	169.94	86.68	11.44	158.47	78.04	11.02	125.75	56.12	9.14
ξ_{eff} [%]	A	3.83	2.15	2.50	3.96	3.39	3.78	4.37	5.54	5.94
	B	3.83	3.83	3.83	3.96	3.96	3.96	4.37	4.37	5.25
	C	3.83	3.83	3.83	3.96	3.96	3.96	4.37	4.37	4.82
T_{eff} [s]	A	0.27	0.12	0.11	0.27	0.14	0.13	0.27	0.17	0.16
	B	0.57	0.35	0.18	0.59	0.35	0.20	0.58	0.34	0.24
	C	0.52	0.39	0.21	0.51	0.39	0.23	0.50	0.39	0.29

4. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El desempeño de un modelo simplificado no lineal en 3D aplicado a tres tipos de tanques de almacenamiento anclados incluyendo los efectos de interacción suelo-estructura ha sido evaluado. Este tipo de estructuras son propensas a problemas en la conexión tanque-anclaje-fundación debido a las altas deformaciones que pueden alcanzar los pernos de anclaje si no se usa un nivel de ductilidad adecuado. Este documento presenta dos metodologías de análisis: (i) un análisis dinámico (T-H), que permite evaluar la historia de respuesta no lineal de cada tanque y (ii) un análisis cuasi-estático para cada tanque, reemplazado por un modelo de un GDL calibrado con los resultados del análisis tiempo historia. Los análisis desarrollados han mostrado que este sistema estructural tiende a tener una mayor reducción en la respuesta cuando está asentado sobre un suelo flexible o blando y el número de anclajes usado es elevado. Las siguientes conclusiones están basadas en los resultados presentados en este trabajo:

- Se desarrolló un modelo simple tridimensional para el análisis de tanques de almacenamiento que toma en cuenta las relaciones no lineales del momento-rotación de la base, fuerza-deformación de anclajes, así como, la capacidad de amortiguamiento del suelo.
- La componente de respuesta impulsiva sufre cambios considerables cuando se considera los efectos de interacción suelo-estructura en el análisis y/o diseño. Estos efectos pueden evaluarse mediante las metodologías que aquí se presentan separando el sistema estructural en dos subsistemas, uno que contenga los DOFs de la estructura y otro los de la fundación, ambos acoplados por la matriz de masa.
- La interacción suelo-estructura tiene un efecto insignificante en la componente de respuesta convectiva cuando solo se considera las componentes laterales del movimiento del suelo, esto cambiaría si se incluyera la componente vertical y el contenido de frecuencias del sismo fuera similar a la frecuencia convectiva.
- Una condición de base completamente anclada no es práctica ya que esto no asegura una reducción en la respuesta debido a la poca capacidad de disipación

de energía del sistema de anclajes, es necesario incluir los efectos de interacción con el suelo para obtener una mayor capacidad de disipación de energía.

- Para tanques de pared delgada ambos (esbeltos y anchos), la deformación de los pernos de anclaje no debe superar el límite admisible para asegurar la conexión tanque-fundación y que el suelo trabaje de forma elástica, caso contrario se debe usar un modelo no lineal del suelo.
- En general, el punto de desempeño en este tipo de estructuras se encuentra en la zona de mayor aceleración del espectro sísmico, lo que las hace sísmicamente vulnerables, por ello es recomendable incorporar dispositivos de disipación de energía.

BIBLIOGRFÍA

Almazán, J. L., Cerda, F. A., De la Llera, J. C., y López-García, D. (2007). Linear isolation of stainless steel legged thin-walled tanks. *Engineering Structures*, 29(7), 1596–1611. doi: 10.1016/j.engstruct.2006.08.022

American Petroleum Institute. (1979). *Welded Tanks for Oil Storage* (Vol. 552) (n.º 3).

Bielak, J. (1976). Modal analysis for building-soil interaction. *Journal of the Engineering Mechanics Division*, 102(5), 771–786.

Buland, R., y Gilbert, F. (1978, 03). Improved resolution of complex eigenfrequencies in analytically continued seismic spectra. *Geophysical Journal International*, 52(3), 457-470. doi: 10.1111/j.1365-246X.1978.tb04243.x

Cho, K. H., Kim, M. K., Lim, Y. M., y Cho, S. Y. (2004). Seismic response of base-isolated liquid storage tanks considering fluid-structure-soil interaction in time domain. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 24(11), 839-852. doi: <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2004.05.003>

Colombo, J., y Almazán, J. (2019). Simplified 3d model for the uplift analysis of liquid storage tanks. *Engineering Structures*, 196, 109278. doi: <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2019.109278>

Colombo, J. I., y Almazán, J. L. (2015). Seismic reliability of continuously supported steel wine storage tanks retrofitted with energy dissipation devices. *Engineering Structures*, 98, 201–211. doi: 10.1016/j.engstruct.2015.04.037

Gilbert, F., Dzierwonski, A. M., y Bullard, E. C. (1975). An application of normal mode theory to the retrieval of structural parameters and source mechanisms

from seismic spectra. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 278(1280), 187-269. doi: 10.1098/rsta.1975.0025

González, E., Almazán, J., Beltrán, J., Herrera, R., y Sandoval, V. (2013). Performance of stainless steel winery tanks during the 02/27/2010 Maule Earthquake. *Engineering Structures*, 56, 1402–1418. doi: 10.1016/j.engstruct.2013.07.017

Haroun, M. A., y Housner, G. (1981). Earthquake Response of Deformable Liquid Storage Tanks. *J. Appl. Mech*, 48, 411-418. doi: 10.1115/1.3157631

Housner, G. W. (1957, 01). Dynamic pressures on accelerated fluid containers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 47(1), 15-35.

Housner, G. W. (1963, 02). The dynamic behavior of water tanks. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 53(2), 381-387.

Instituto Nacional de Normalización. (2003a). *NCh 2369 of. 2003: Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales* (Inf. Téc.).

Instituto Nacional de Normalización. (2003b). *NCh 2369 of. 2003: Diseño sísmico de estructuras e instalaciones industriales*.

Jacobsen, L. S. (1949, 07). Impulsive hydrodynamics of fluid inside a cylindrical tank and of fluid surrounding a cylindrical pier*. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 39(3), 189-204.

Jimenez Huerta, D. (2004). Comparación de los códigos API-650 y NZSEE en el diseño sísmico de estanques cilíndricos de acero.

Kildashti, K., Mirzadeh, N., y Samali, B. (2018). Seismic vulnerability assessment of a case study anchored liquid storage tank by considering fixed and flexible base restraints. *Thin-Walled Structures*, 123, 382-394. doi: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2017.11.041>

Larkin, T. (2008). Soil Structure Interaction. , *134*(December), 1804–1814. doi: 10.1061/(ASCE)1090-0241(2008)134

Malhotra, B. P. K., y Veletsos, A. S. (1995). Beam model for base-uplifting analysis of cylindrical tanks. *Journal of Structural Engineering*, *120*(12), 3471–3488.

Malhotra, P. K., y Veletsos, A. S. (1995). Uplifting Response of Unanchored Liquid - Storage Tanks. *Journal of Structural Engineering*, *120*(12), 3525–3547.

Meek, J., y Veletsos, A. S. (1974). *Simple models for foundations in lateral and rocking motion*.

NZSEE. (2009). Seismic design of storage tanks - Recommendations of the New Zealand Society for Earthquake Engineering. *NZSEE Standard*.

Ormeño, M., Larkin, T., y Chouw, N. (2019). Experimental study of the effect of a flexible base on the seismic response of a liquid storage tank. *Thin-Walled Structures*, *139*, 334-346. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S026382311830733X> doi: <https://doi.org/10.1016/j.tws.2019.03.013>

Park, H.-J., Ha, J.-G., Kwon, S.-Y., Lee, M.-G., y Kim, D.-S. (2017). Investigation of the dynamic behaviour of a storage tank with different foundation types focusing on the soil-foundation-structure interactions using centrifuge model tests. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, *46*(14), 2301-2316. doi: <https://doi.org/10.1002/eqe.2905>

Vathi, M., y Karamanos, S. A. (2015). Simplified model for the seismic performance of unanchored liquid storage tanks. En *American society of mechanical engineers*. Boston, Massachusetts, USA.

Veletsos, A. (1974). Basic response functions for elastic foundations. *J.Engng. Mech*, *100*(2), 189–202.

Veletsos, A. (1977). Dynamics of structure-foundation systems. *Structural and geotechnical mechanics*, 333–361.

Veletsos, A. (1986). Some perspectives on dynamics of soil-structure interaction. *Proc. Workshop soil-structure interactions*, 213–232.

Veletsos, A., y Bervic, B. (1973). Vibration of viscoelastic foundations. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2(April), 87–102.

Veletsos, A., y Jethro, W. (1974). Dynamic behaviour of building-foundation systems. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 3(2), 121-138. doi: <https://doi.org/10.1002/eqe.4290030203>

Veletsos, A. S. (1974). Seismic effects in flexible liquid storage tanks. *5th World Conf. Earthq. Eng, Vol 1*, 630-639.

Veletsos, A. S., y Tang, Y. (1987). Rocking vibration of rigid ring foundations. *Journal of Geotechnical Engineering*, 113(9), 1019-1032. doi: 10.1061/(ASCE)0733-9410(1987)113:9(1019)

Veletsos, A. S., y Tang, Y. (1990). Soil-structure interaction effects for laterally excited liquid storage tanks. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics*, 19(4), 473-496. doi: <https://doi.org/10.1002/eqe.4290190402>

Wood, M. J. N. P. J. H., y Davidson, B. J. (1986). Seismic design of storage tanks. , 19(4), 272–284.

Yazdaniyan, M., Ingham, J. M., Kahanek, C., y Dizhur, D. (2020). Damage to flat-based wine storage tanks in the 2013 and 2016 new zealand earthquakes. *Journal of Constructional Steel Research*, 168, 105983. doi: <https://doi.org/10.1016/j.jcsr.2020.105983>

Zama, S., Hatayama, K., Yamada, M., Yoshihara, H., y Ogawa, Y. (s.f.). On Damage of Oil Storage Tanks due to the 2011 off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake (Mw9.0), Japan. En (p. 10).

ANEXOS

ANEXO A. MANUALES DE DISEÑO SÍSMICO

A.1. Respuesta sísmica en estanques de apoyo continuo

Ante una excitación lateral sísmica, (Housner, 1957, 1963) formuló una idealización muy aplicada en ingeniería la cual consiste en dividir la presión hidrodinámica del fluido en dos componentes, la primera denominada componente impulsiva, la cual considera a la parte del contenido más cercana a la base, misma que sufre un movimiento conjunto del fluido con las paredes del estanque, debido a este fenómeno la masa de ésta porción del líquido pasa a formar parte de la masa inercial de la estructura; la segunda denominada componente convectiva, ésta toma en cuenta la parte alta del contenido y al contrario que la anterior, no tiende a moverse en conjunto con las paredes del estanque, agregan además el desplazamiento vertical del fluido a este movimiento incompatible entre estanque y porción de líquido se generan olas conocidas como "sloshing". Los periodos del comportamiento impulsivo son bajos se encuentran en un rango menor a 1 segundo, mientras que para el comportamiento convectivo los periodos son altos actuando en un rango de 6 a 10 segundos, según las normas (NZSEE, 2009) y (American Petroleum Institute, 1979), como es conocido el valor del periodo natural de vibración de una estructura depende de su masa y rigidez, en este caso dado el tipo de estructura es relevante la geometría del estanque, con especial atención a la relación entre la altura y su diámetro (esbeltez), dado que el comportamiento para razones altas o bajas de esbeltez es diferente para valores altos predomina el modo impulsivo y en general se desprecia efecto del modo convectivo, mientras que para razones bajas solo un 30 % del fluido acompaña el movimiento del estanque y el resto se reparte en distintos modos de "sloshing".

De los trabajos realizados por Housner (1963) y (P. K. Malhotra y Veletsos, 1995), se propusieron modelos análogos mecánicamente en dos dimensiones que permiten analizar el comportamiento y la respuesta tanto para estanques rígidos como flexibles, tal como se muestra en la figura A.1. Para el caso de estanque rígido, la masa impulsiva se encuentra conectada de forma rígida a las paredes de la estructura, mientras que la masa convectiva dividida en varias submasas m_1, m_2, \dots, m_n , se encuentran unidas a las paredes mediante

resortes con rigideces k_1, k_2, \dots, k_n respectivamente, para el caso de estanques flexibles se agrega una componente de masa y rigidez que considera la influencia de la flexibilidad de las paredes en el modo de "sloshing" del estanque.

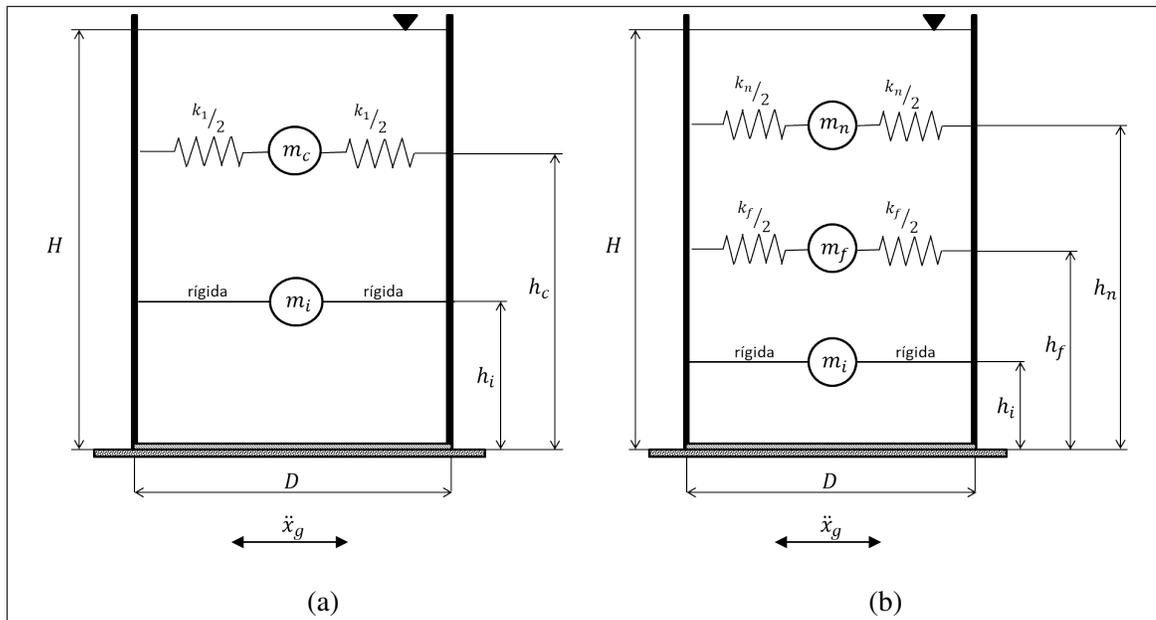


FIGURA A.1. Modelos 2D de estanques: (a) Estanque rígido y (b) Estanque Flexible (NZSEE)

El modelo o analogía mecánica presentada muestra como las masas que conforman el total del contenido dentro del estanque, además de las presiones hidrodinámicas que se producen en un evento sísmico, dan lugar a fuerzas sísmicas, las cuales a su vez producen el momento de volteo al que esta siendo sometida la estructura. La distribución de dichas presiones sobre la estructura (manto y placa de fondo del estanque) se muestran en la figura A.2.

En este tipo de estructuras, al considerar un sistema rígido se asume una interacción solidaria del fluido con la estructura lo que produce un periodo impulsivo significativo; por otro lado considerar la flexibilidad de las paredes en general se produce una interacción de la estructura con el modo convectivo modificando la respuesta, por lo general, en estudios clásicos estos efectos han sido ignorados.

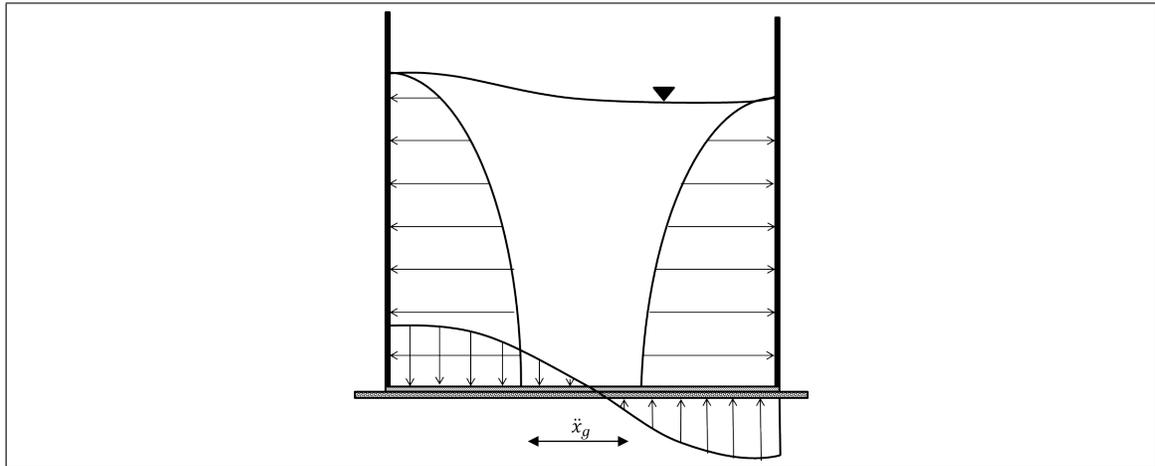


FIGURA A.2. Presión hidrodinámica inducida por la aceleración del suelo (NZ-SEE)

A.2. Normativas de diseño

Es necesario conocer algunos modelos teóricos que permitan evaluar propiedades relevantes de un estanque de forma manual, tales como: su resistencia máxima a compresión, carga axial en anclajes, esfuerzos admisibles, etc.,. De esta manera se podrán comparar dichos resultados teóricos con los resultados que entregue un modelo computacional. En el presente trabajo se usa como referencia la normativa chilena NCh2369 (2003b), el apéndice E del código “American Petroleum Institute Standard API-650” (1979) y el código “New Zealand Society for Earthquake Engineering (Seismic Design of Storage Tanks)” (2009). Con estos tres documentos se realiza una breve comparación de las propiedades relevantes para la investigación planteada y así poder determinar valores de comparación o ajuste para modelos matemáticos.

La norma NCh2369 propone un pequeño grupo de disposiciones tradicionalmente usadas para grandes estanques cilíndricos apoyados en el suelo, el diseño bajo esta normativa utiliza los criterios del API-650 ajustando los coeficientes de reducción para la sismicidad chilena.

El apéndice E del documento API-650 muy usado a nivel mundial para el diseño de estanques para petróleo, este documento está basado en la representación mecánica de

la analogía del estanque propuesta por Housner, tratando de representar valores adecuados para la sismicidad en USA. Su aplicabilidad a Nueva Zelanda no está clara, es por esto, que existe gran controversia en su uso por los neozelandeses, sobre todo en temas relacionados con los coeficientes de fuerza lateral para los modos convectivos, los niveles recomendados de amortiguamiento, la estimación de las tensiones de compresión en estanques no anclados y en general, el tratamiento de la flexibilidad y el pandeo.

El documento NZSEE (2009) posee un desarrollo diferente y bastante detallado considerando de forma relevante la geometría de la estructura además de los modos o comportamientos (impulsivo y convectivo) del fluido para determinar el comportamiento sísmico de estanques, ampliando extensamente problemas como la distribución de presiones en el manto, la contribución de la componente vertical del sismo, el pandeo elástico y elasto-plástico del manto, así como los efectos del “uplift” (levantamiento de la base del estanque por efecto del momento volcante); desplazamientos verticales, giros relativos en la base, tensión máxima en el manto y tensiones radiales en la base. Además, este documento posee recomendaciones no sólo para estanques cilíndricos, sino que también rectangulares y elevados.

Hasta el momento no existen disposiciones que identifiquen claramente los límites de diseño para estanques chilenos, y al no ser el apéndice E del API-650 un documento que explique con claridad la necesidad de refuerzos tales como, anclaje o anillos rigidizantes, para ciertos niveles tensionales, nos vemos frente a la necesidad de identificar criterios que permitan a los diseñadores chilenos evaluar casos, verificar el cumplimiento de disposiciones básicas y determinar métodos de mejora al comportamiento sísmico, ya sea por el uso de anclajes, anillos rigidizantes u otros sistemas estructurales.

A.2.1. Norma API-650

A.2.1.1. Coeficientes de fuerza lateral sísmica

La normativa define dos coeficientes: C_i para el caso del modo impulsivo y C_c para el modo convectivo. El coeficiente de fuerza lateral C_i tiene un valor mínimo de 0.6 pero

para ambos modos se debe calcular estos factores como el producto del mencionado valor junto con el factor de zona sísmica Z y el factor de importancia estructural I , como muestra la siguiente ecuación.

$$A_n = C_n Z I \quad (\text{A.1})$$

La ecuación A.1 es una forma aproximada que se ajusta de buena forma para el cálculo de los coeficientes de aceleración sísmica, dado que cada país tiene su propia normativa de diseño sísmico, el espectro de respuesta que vaya a usarse debe considerar: la actividad sísmica del lugar, si existen fallas activas, el tipo de falla, la magnitud del terremoto que podría ser generado, la distancia del lugar a la fuente de falla, la atenuación del movimiento de la tierra entre la falla y el lugar en cuestión y las condiciones del suelo existente.

En ambos casos el espectro debe ser el mismo, para ello se debe considerar factores de amortiguamiento impulsivo y convectivo diferentes. Para el primero de ellos se debe usar una razón de amortiguamiento del 2 %. Este valor se puede aumentar para considerar los efectos de disipación de energía del suelo o la sobre capacidad que tiene el estanque, ya que el diseño se realiza tomando en cuenta un factor de seguridad. Para el factor C_c debe usarse una razón de amortiguamiento igual a 0,5 %.

En caso de querer calcular el factor C_i usando el espectro de respuesta, se debe usar el período fundamental del estanque con su contenido a no ser que se use la aceleración máxima del espectro como el caso antes mostrado. La ecuación para determinar C_i es la siguiente:

$$A_i = 2,5QF_aS_o \frac{I}{R_{wi}} \geq 0,007 \quad (\text{A.2})$$

donde: Q : Factor de escala para el espectro igual a 1. S_o : Parámetro de aceleración de respuesta en un periodo de 0 segundos y 5 % de amortiguamiento (PGA). F_a : Coeficiente de amplificación del suelo, dependerá de la normativa usada. R_{wi} : Factor de modificación de fuerza impulsiva igual a 3.5 para estanques auto-anclados y 4 para estanques anclados.

Se puede determinar el coeficiente convectivo de forma analítica sin la necesidad de usar el espectro, este debe calcularse en función del periodo natural del primer modo de sloshing, la normativa define la siguiente expresión para el cálculo:

$$C_c = \frac{0,75 \cdot S}{T_c} \rightarrow T \leq 4,5 \quad (\text{A.3})$$

$$C_c = \frac{3,375 \cdot S}{T_c^2} \rightarrow T_c > 4,5 \quad (\text{A.4})$$

donde:

S : Coeficiente del suelo según tabla A.1

T_c : Periodo natural del primer modo de "sloshing", el cual será determinado de la siguiente ecuación:

$$T_c = 1,8K_s \cdot \sqrt{D} \quad (\text{A.5})$$

donde:

K_s : Factor obtenido de la figura A.3

La figura A.3 representa la variación del coeficiente de ajuste del espectro de aceleración correspondiente al 5 % de amortiguamiento. Este método no depende del periodo natural para comportamiento impulsivo del tanque, de ahí su forma más sencilla y rápida de obtenerlo.

La tabla A.1 presenta la equivalencia de la clasificación de suelos hecha por la norma API 650 junto con la realizada por la norma NCh433 y los valores correspondientes de S para el tipo de suelo sobre el cual se encuentre la estructura.

TABLA A.1. Coeficiente del suelo S

Tipo de Suelo		Descripción	Factor S
API-650	NCh433		
1	A	Roca o material rocoso con velocidad de onda de corte mayor a 2500 ft/s (762 m/s) u otra clasificación factible. Suelo rígido o denso cuya profundidad es menor a 200 ft (61 m)	1,0
2	B	Suelo rígido o denso cuya profundidad excede los 200 ft	1,2
3	C	Suelo con más de 40 ft (12 m) de profundidad conteniendo más de 20 ft (6 m) de arcilla blanda a medianamente rígida	1,5
4	D	Suelo con más de 40 ft (12 m) de arcilla blanda	2,0

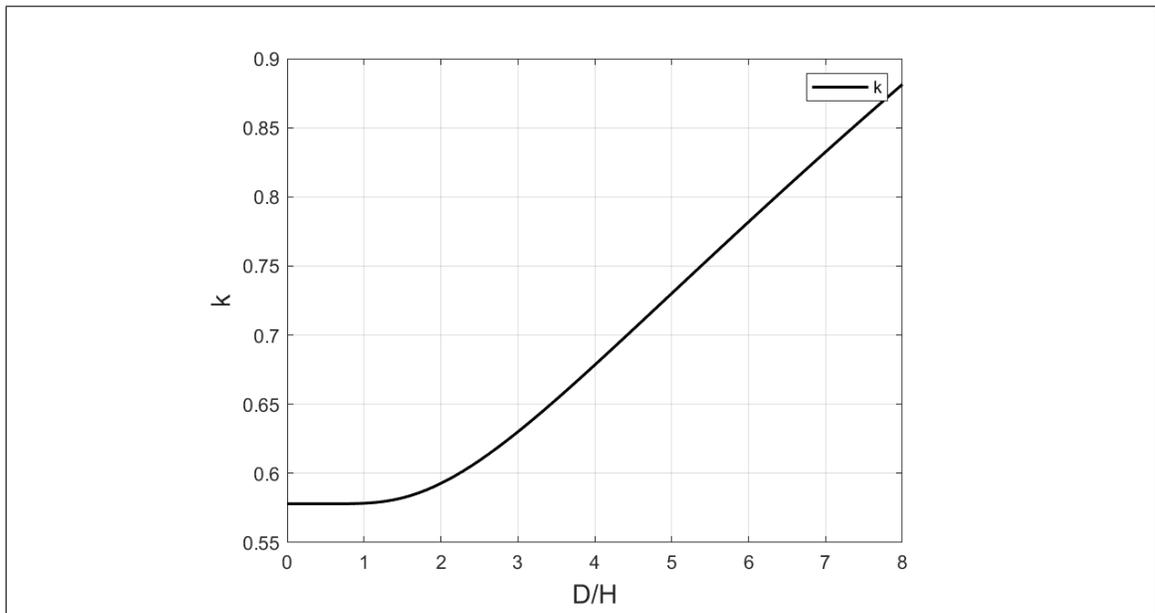


FIGURA A.3. Factor K_s (API650)

A.2.1.2. Momento de volteo

La evaluación del momento volcante se realiza en la sección del anillo basal rígido del estanque, es decir entre la conexión del tanque y la fundación, esto se debe a que en la cimentación se produce un momento adicional que resulta del desplazamiento lateral del contenido del estanque. El momento volcante debido a las fuerzas sísmicas aplicado en la base del estanque se determina como:

$$M_v = Z \cdot I \cdot (C_i \cdot W_s \cdot X_s + C_i \cdot W_r \cdot X_t + C_i \cdot W_i \cdot h_i + C_c \cdot W_c \cdot h_c) \quad (\text{A.6})$$

donde:

M_v : Momento volcante aplicado en el fondo del manto del estanque [N].

Z : Factor de zona sísmica.

I : Factor de importancia.

C_i, C_c : Coeficientes sísmicos de las masas impulsiva y convectiva respectivamente.

W_s : Peso total del manto del estanque [N].

h_s : Distancia del fondo del estanque al centro de gravedad del manto [m].

W_r : Peso total del techo del estanque [N].

h_r : Altura del manto [m].

W_i : Peso de la masa impulsiva del estanque [N].

h_i : Distancia desde el fondo al centro de acción de la fuerza impulsiva [m].

W_c : Peso de la masa del primer modo convectivo [N].

h_c : Distancia desde el fondo al centro de acción de la fuerza convectiva [m].

- Masa efectiva del contenido del estanque

Las distintas masas efectivas que corresponde a los modos impulsivo y convectivo, W_i y W_c respectivamente, se determinarán multiplicando el peso total del fluido por el valor de las razones W_i/W_t y W_c/W_t , obtenidas a partir de la figura A.4. Las ecuaciones para estas curvas dependen de la relación entre el diámetro del tanque y la altura del nivel del fluido, están descritas con mas detalle en la normativa.

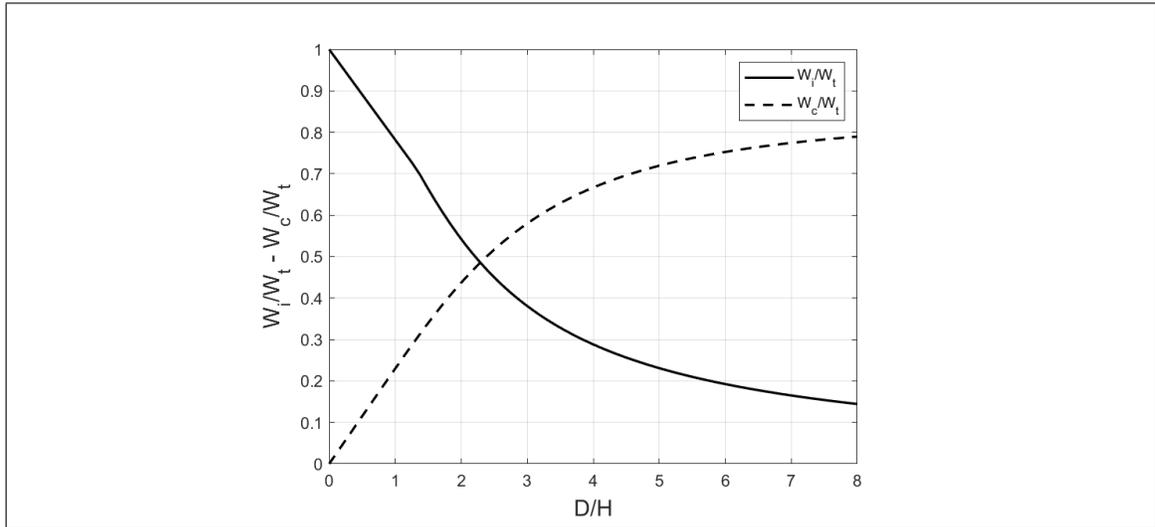


FIGURA A.4. Masas efectivas (API650)

- Posición del centro de gravedad de las masas efectivas

Las distancias o brazos medidos desde la base del estanque hasta los centros de acción de las fuerzas laterales h_i y h_c , aplicadas a W_i y W_c respectivamente, se determinan a partir de la figura A.5. Al igual que para las razones de masas, éstas dependen del diámetro del tanque y la altura del nivel del fluido, las ecuaciones para estas curvas se encuentran detalladas en la normativa.

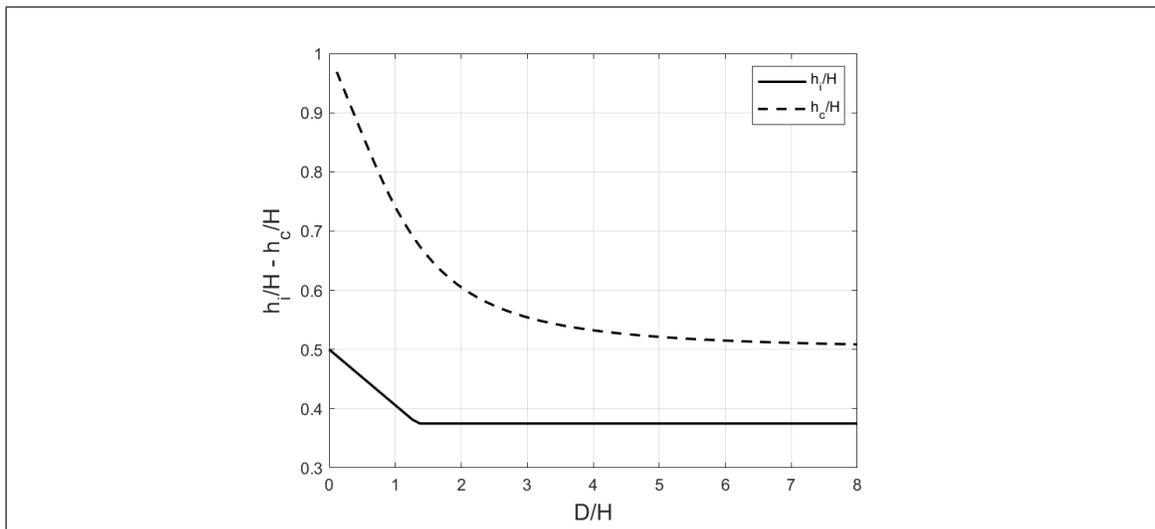


FIGURA A.5. Alturas efectivas (API650)

A.2.1.3. Esfuerzo de compresión en el manto

Para determinar el esfuerzo de compresión al que se encuentra sometido el manto del estanque es necesario verificar si este necesita anclajes o no, dado que las condiciones de apoyo influye directamente en un aumento o reducción del esfuerzo. Se deben determinar dos parámetros: 1) la carga distribuida sobre la base del estanque de la porción de contenido que se opone al movimiento w_a y 2) el radio o condición de anclaje J , en la tabla A.2 se presentan los valores de J y las diferentes condiciones de anclaje para estanques.

TABLA A.2. Condicion de anclaje

Radio de anclaje [J]	Condicion
$J \leq 0.785$	El estanque es auto-anclado
$0.785 < J \leq 1.54$	Existe levantamiento de la base pero es minimo, estanque no requiere anclajes
$J > 1.54$	El estanque no es estable, requiere anclajes

Las expresiones para determinar los parámetros antes mencionados en unidades del S.I son:

$$w_a = 99 \cdot t_a \cdot \sqrt{F_y \cdot H \cdot G_e} \leq 201,1 \cdot H \cdot D \cdot G_e \quad (\text{A.7})$$

$$J = \frac{M_v}{D^2 [w_t (1 - 0,4 \cdot A_v) + w_a - 0,4 \cdot w_{int}]} \quad (\text{A.8})$$

$$w_t = \left[\frac{W_s}{\pi D} + w_{rs} \right] \quad (\text{A.9})$$

donde:

M_v : Momento volcante aplicado en el fondo del manto del estanque [N-m].

D : Diámetro del estanque [m].

H : Altura del fluido [m].

t_a : Espesor del anillo de contención en la base [mm].

F_y : Esfuerzo de fluencia del acero [MPa].

G_e : Gravedad específica.

w_t : Peso total del estanque distribuido sobre la base a lo largo de su longitud circunferencial (manto y techo) [N].

w_{int} : Carga de diseño por levantamiento por unidad de longitud circunferencial [N/m].

w_{rs} : Peso de la cubierta distribuido sobre el manto [N/m].

A_v : Coeficiente de aceleración vertical.

Una vez definida la condición de anclaje del estanque se puede determinar el esfuerzo de compresión en el manto para ambas condiciones:

1. Estanques sin anclajes

- Si $J \leq 0,785$

$$\sigma_c = \left[w_t (1 + 0,4 \cdot A_v) + \frac{1,273 \cdot M_v}{D^2} \right] \cdot \frac{1}{1000 \cdot t_s} \quad (\text{A.10})$$

- Si $J > 0,785$

$$\sigma_c = \left[\frac{w_t (1 + 0,4 \cdot A_v) + w_a}{0,607 - 0,18667 \cdot [J]^{2,3}} - w_a \right] \cdot \frac{1}{1000 \cdot t_s} \quad (\text{A.11})$$

2. Estanques con anclajes

$$\sigma_c = \left[w_t (1 + 0,4 \cdot A_v) + \frac{1,273 \cdot M_v}{D^2} \right] \cdot \frac{1}{1000 \cdot t_s} \quad (\text{A.12})$$

El esfuerzo obtenido no deberá superar el valor del esfuerzo admisible normado el cual es determinado por las siguientes ecuaciones en unidades del S.I:

- Si $\frac{G \cdot H \cdot D^2}{t^2} \geq 44$

$$\sigma_{adm} = 83 \cdot \frac{t_s}{D} \quad (\text{A.13})$$

- Si $\frac{G \cdot H \cdot D^2}{t^2} < 44$

$$\sigma_{adm} = 83 \cdot \frac{t_s}{2,5D} + 7,5 \cdot \sqrt{G \cdot H} < 0,5 \cdot F_y \quad (\text{A.14})$$

A.2.1.4. Carga axial en anclajes

Si la geometría del tanque es tal que los requisitos para considerarse como estanque auto-anclado no se cumplen, se debe colocar un sistema de anclaje distribuido equitativamente a lo largo del perímetro del tanque. Los anclajes deben ser diseñados para resistir al menos la carga proporcionada por el momento basal, el peso transmitido a la base y el efecto del sismo vertical, dada por las siguientes expresiones:

$$w_{AB} = \left[\frac{1,273M_v}{D^2} - w_t (1 - 0,4 \cdot A_v) \right] \quad (\text{A.15})$$

$$P_{AB} = w_{AB} \cdot \left(\frac{\pi D}{n_A} \right) \quad (\text{A.16})$$

donde:

w_{AB} : Carga de levantamiento de diseño sobre anclajes por unidad de longitud [N/m].

n_A : Número mínimo de anclajes.

P_{AB} : Carga de diseño de anclajes [N].

Cuando se requiere anclaje mecánico, el empotramiento o fijación del anclaje a la cimentación, el conjunto de accesorios de fijación del anclaje y los accesorios del cuerpo del tanque serán diseñados para la carga de diseño de los accesorios de anclaje, PA. Esta carga de diseño será la menor de la carga entre el mínimo límite elástico especificado multiplicado por la raíz del área nominal del anclaje o 3 veces PAB.

A.2.2. Norma NZSEE

A.2.2.1. Periodos de Vibración

Los coeficientes de fuerza lateral sísmica dependen del periodo de vibración que tenga la estructura en cada modo, esto se aplica solamente para los coeficientes impulsivo y vertical, debido a que el coeficiente convectivo se puede calcular de forma directa para los n modos convectivos que puede tener el estanque, en el diseño se considera solamente el primer modo convectivo para lo cual su valor de λ_1 calculado con las funciones de Vessel como describe la norma es igual a 1.841. La norma presenta una alternativa de cálculo para obtener un valor adimensional del periodo directo de la figura C3.20.

- Periodo Impulsivo

$$T_i = \frac{5,61\pi H}{k_h} \sqrt{\frac{\rho_l g}{Eg10^3}}$$

- Periodo Vertical

$$T_v = \frac{5,61\pi H}{k_v} \sqrt{\frac{\rho_l g}{Eg10^3}}$$

- Periodo Convectivo

$$T_c = \frac{2\pi \sqrt{\frac{R}{g}}}{\sqrt{\lambda_1 \tanh(\lambda_1 \frac{H}{R})}}$$

Los factores k_h y k_v son coeficientes para determinar el periodo impulsivo y vertical respectivamente que depende de la relación de esbeltez H/R , así como de la relación de aspecto t/R del estanque y se encuentran detallados en la figuras C3.22 y C3.23 de la norma NZSEE.

A.2.2.2. Interacción suelo-estructura

Solo la norma Neo Zelandesa propone un procedimiento iterativo para incluir los efectos del suelo sobre la estructura corrigiendo su periodo de vibración, este tiene como

objetivo incorporar la capacidad de amortiguamiento del medio soportante, esto se debe a que al construir este tipo de estructuras sobre un suelo flexible, la respuesta de la misma puede variar considerablemente. El suelo es representado por un sistema equivalente de resortes que trabajan de forma lineal-elástica y amortiguadores que consideran la capacidad de disipar energía del suelo. El procedimiento para el calculo de dichos valores está basado en el trabajo de Jennings and Bielak Bielak (1976) los cuales aplicaron esta metodología en edificaciones y después Veletsos A. Veletsos (1974) lo incorporó en estanques. Básicamente el valor de rigidez y amortiguamiento depende de la frecuencia fundamental del sistema estructural para calcular este valor se hace uso de la siguiente ecuación:

$$a_j = \frac{2\pi R_f}{T_j V_s} \quad (\text{A.17})$$

Donde: a_j es la frecuencia fundamental del estanque; T_j es el periodo fundamental del estanque, el subíndice j denota si se considera un estanque flexible en donde se debe calcular las propiedades del modo rígido y del modo flexible; R_f corresponde al radio de la fundación; V_s es la velocidad de propagación de la onda de corte sobre el medio soportante (tipo de suelo).

A continuación se calcula la rigidez lateral y rotacional correspondiente al suelo, y con ello determinar la rigidez y periodo efectivos del sistema estructural:

$$K_x = \alpha_x \frac{8GR}{2 - \nu} \quad K_\theta = \alpha_\theta \frac{8GR^3}{3(1 - \nu)} \quad K_z = \alpha_z \frac{4GR}{1 - \nu} \quad (\text{A.18})$$

- Corrección modo lateral impulsivo

$$K_{eff} = \frac{4\pi(m_f + m_w + mt)}{T_i^2} \quad (\text{A.19})$$

$$T_{eff} = T_i \sqrt{1 + \frac{K_{eff}}{K_x} \left(1 + \frac{K_x h_f^2}{K_\theta}\right)} \quad (\text{A.20})$$

- Corrección modo vertical

$$K_b = \frac{4\pi^2 m_l}{T_v^2} \quad (\text{A.21})$$

$$T_f = T_v \sqrt{1 + \frac{K_b}{K_z}} \quad (\text{A.22})$$

Finalmente se procede a calcular el factor de amortiguamiento efectivo del sistema estructural.

$$\xi_{eff} = \xi_s + \frac{\xi_i}{(T_{eff}/T_i)^3} \quad (\text{A.23})$$

$$\xi_s = \left(\frac{2\pi^2 (m_i + m_t)}{K_x T_{eff}^2} \right) \left[\frac{\beta_x}{\alpha_x} + \frac{K_x h_i^2 \beta_\theta}{K_\theta \alpha_\theta} \right] \quad (\text{A.24})$$

Los valores de los factores α y β se determinan con la frecuencia fundamental a_j , tomando este valor y entrando a las figuras C3.24 y C3.25 de la norma NZSEE.

A.2.2.3. Coeficientes de fuerza lateral sísmica

Para calcular la fuerza sísmica horizontal el grupo de estudio de la norma NZSEE utiliza coeficientes sísmicos que introducen los conceptos de ductilidad y amortiguamiento, es decir combina la metodología propuesta en la norma NZSEE con la de la normativa NZS4203 (normativa de diseño sísmico), de tal forma que se pueda generar un espectro de aceleraciones acorde a las condiciones del lugar de diseño y asegure un desempeño adecuado de la estructura.

$$V_i = C(T_j) \cdot m_j \cdot g \quad (\text{A.25})$$

$$C(T_j) = C(T_1) \cdot C_f(\mu, \xi_j) \cdot S_p \cdot R \cdot Z \quad (\text{A.26})$$

donde:

V_j : Corte basal asociado al modo j (impulsivo o convectivo)

m_j : Masa del estanque o de su contenido que responde a modo particular

$C(T_j)$: Coeficiente sísmico para respuesta elástica según NZS4203.

$C_f(\mu, \xi_j)$: Factor de corrección que considera ductilidad y amortiguamiento.

T_j : Periodo de vibración del modo correspondiente.

μ : Factor de ductilidad.

ξ_j : Nivel de amortiguamiento para el modo de respuesta.

S_p : Factor de desempeño estructural.

R : Factor de riesgo.

Z : Factor de zona sísmica.

■ Factor de ductilidad

El uso de un factor de ductilidad de acuerdo al tipo de estanque tiene que ver con la posible falla que estos puedan tener si llegan a experimentar deformaciones inelásticas, el objetivo es evitar la pérdida o derrame del producto contenido cuando la estructura este sometida a un determinado sismo para cierto factor de riesgo y periodo de retorno, siendo capaz de soportar al sollicitación sin sufrir un gran daño, es decir generándose una falla dúctil. En otras palabras, el factor de ductilidad se usa para determinar la reducción de fuerza apropiada a la respuesta del tipo de tanque. En la tabla A.3 se encuentran los factores de ductilidad usados según el tipo de estanque.

TABLA A.3. Factores de ductilidad μ

Tipo de estanque	m
Estanque de acero sobre fundación de hormigón armado	1,25
Respondiendo elásticamente	
No anclados	2*
diseñados para “uplift”(pandeo tipo “pata de elefante”)	1,25
diseñados para “uplift”, y pandeo elástico del manto (pandeo con “forma de diamante”)	
Anclados	
con pernos de anclaje no dúctiles	1,25
Anclados con pernos de anclaje dúctiles	1,25
Pedestal de borde dúctil	3
Apoyado sobre base de hormigón diseñada para volcamiento	2
Estanques de Hormigón sobre fundación de hormigón armado	1,25
Hormigón armado	1
Hormigón pretensado	
Estanque de otros materiales sobre fundación de hormigón	
Armado	1
Madera	1
Materiales no dúctiles (como fibra de vidrio)	1
Materiales dúctiles y mecanismos de falla	3
Estanques elevados	Según estructura soportante

■ Amortiguamiento

La tabla A.4 entrega el amortiguamiento total para el modo impulsivo, equivalente al amortiguamiento de un estanque con su contenido empotrado más el amortiguamiento por radiación que aporta el suelo. El amortiguamiento vertical será independiente del valor de H/R , igual a 7,5 % para suelo blando y 5 % para suelo duro o roca. Para el “sloshing”, el amortiguamiento se asume como 0,5 %. Estos valores son aplicables también a estanques no anclados con o sin niveles importantes de levantamiento.

Conociendo el amortiguamiento asociado a la masa y el respectivo nivel de ductilidad, podemos obtener el factor de corrección $C_f(\mu, \xi_j)$ que considera ductilidad y nivel de amortiguamiento de la tabla A.4. Estos valores son aplicables con respecto a espectros elásticos con $\xi = 5\%$.

TABLA A.4. Amortiguamiento para modo impulsivo

Tipo de estanque y flexibilidad	$\frac{H}{R}$	ξ (%)	ξ (%)	ξ (%)
		$V_s = 1000$ m/s	$V_s = 500$ m/s	$V_s = 200$ m/s
Estanques de hormigón y Rígidos de acero $t/R = 0,002$	0,5	4	13	30
	1	4	10	20
	2	3	5	14
	3	2	3	7
Estanques de acero $t/R = 0,001$	0,5	3	7	20
	1	3	6	15
	2	2	3	6
	3	2	2	3
Estanques flexibles de Acero $t/R = 0,0005$	0,5	2	4	12
	1	2	4	9
	2	2	3	4
	3	2	2	3

TABLA A.5. Factor de corrección por ductilidad y amortiguamiento

Ductilidad	T_{eq}/T_+^+	zeta _h + (%)	Amortiguamiento (%)						
			0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	15,0	20,0
1,0	1,000	0,0	1,75	1,57	1,33	1,00	0,80	0,71	0,67
1,25	1,033	3,5	0,92	0,88	0,83	0,72	0,62	0,58	0,55
1,5	1,063	4,6	0,75	0,72	0,68	0,61	0,54	0,51	0,48
2,0	1,120	5,9	0,58	0,56	0,54	0,48	0,44	0,42	0,40
2,5	1,176	6,9	0,49	0,48	0,46	0,42	0,38	0,36	0,35
3,0	1,230	7,6	0,43	0,43	0,41	0,38	0,35	0,33	0,32

■ Factor de riesgo R

Los factores de riesgo consideran las consecuencias de la falla, basándose en la seguridad de población, el riesgo medioambiental, importancia para la comunidad, el valor de las propiedades adyacentes y el tiempo de vida útil que requiere el diseño del estanque. En la tabla se muestra los valores adoptados según ésta normativa.

TABLA A.6. Factores de riesgo R

Consecuencias de falla	Período de retorno según diseño (años)	Factor de riesgo R
Despreciable	50	0,5
Suave	200	0,8
Moderado	450	1,0
Serio	1000	1,3
Extremo	2000	1,6

- Factor de desempeño estructural S_p

La NZS 4203 incorpora este factor en la determinación de la carga sísmica de diseño. Se recomienda que para estanques sometidos a fuertes movimientos sísmicos el factor de desempeño estructural S_p sea igual a 1,0.

- Factor de zona sísmica Z

Según la sismología de la zona o región donde se construirá la estructura, el factor Z corresponde al factor de peligro de la zona sísmica que se detallan en la norma NZS1170.5.

A.2.2.4. Momento de volteo

Para obtener las fuerzas de corte y momento volcante total, debemos superponer la contribución de los modos convectivo e impulsivos rígido y flexible. Debido a la baja probabilidad de que los máximos de cada modo coincidan en el mismo instante, se utiliza el método de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS):

$$M_v = \sqrt{M_c^2 + (M_f + M_r)^2} \quad (\text{A.27})$$

$$M_v = \sqrt{(m_1 \cdot h_1 \cdot C(T_1) \cdot g)^2 + [(m_f \cdot h_f + m_w \cdot h_w + m_t \cdot h_t) \cdot C(T_0) \cdot g + (m_0 - m_f) \cdot h_0 \cdot C(T_f) \cdot g]^2} \quad (\text{A.28})$$

donde:

M_v : Momento volcante aplicado en el fondo del manto del estanque.

$C(T_1)$: Coeficientes sísmicos del primer modo de masa convectiva.

$C(T_0)$: Coeficientes sísmicos del sitio para $T = 0$.

$C(T_f)$: Coeficientes sísmicos de la masa impulsiva flexible.

m_f : Masa impulsiva del líquido para estanques flexibles.

h_f : Distancia del fondo del tanque al centro de acción de la fuerza impulsiva.

m_w : Masa total de paredes del estanque.

h_w : Distancia del fondo del estanque al centro de gravedad del manto.

m_t : Masa total del techo del estanque.

h_t : Distancia del fondo del tanque al centro de gravedad del techo.

m_1 : Masa del primer modo convectivo líquido.

h_1 : Distancia desde el fondo del tanque al centro de acción de la fuerza convectiva.

m_0 : Masa impulsiva para estanques rígidos.

h_0 : Distancia desde el fondo al centro de acción de la fuerza impulsiva rígida.

■ Masa efectiva del contenido del estanque

Las fuerzas hidrodinámicas inducidas por un sismo horizontal sobre un estanque con paredes flexibles serán determinadas a partir de la analogía masa-resorte mostrada en la figura A.1. La masa m_c a la altura h_c representa los efectos hidrodinámicos del primer modo convectivo. La masa inercial se divide esta vez en dos modos impulsivos de vibración, uno conformado por la masa m_i a la altura h_i , representando los efectos hidrodinámicos del desplazamiento de cuerpo rígido de las paredes del estanque, y el otro por la masa m_f , a la altura h_f , correspondiente a la influencia de la deformación de las paredes relativa a la base del estanque. La masa m_r viene dada por:

$$m_r = m_0 - m_f \quad (\text{A.29})$$

Las razones m_f/m_l y m_0/m_l se obtienen de resultados obtenidos por [Housner y Haroun] mostrados en la figura A.6 en función de H/R .

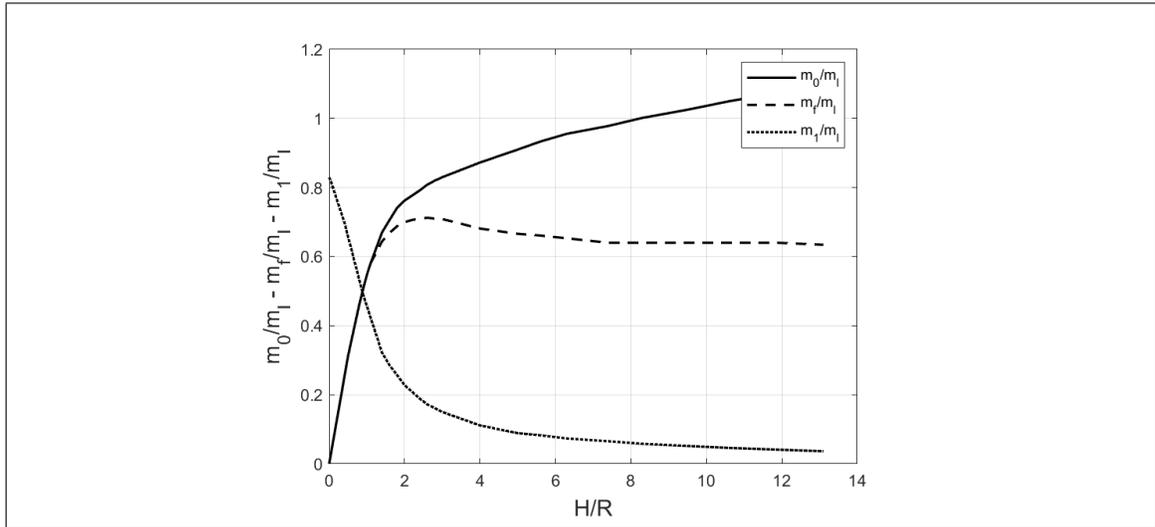


FIGURA A.6. Distribución de masas (NZSEE)

■ Posición de masas efectivas

Las alturas efectivas en las cuales actúan estas masas, para el caso en que se excluyen las presiones de la base tanto como para el caso en que se incluyen las presiones en la base se encuentran en la figura A.7, ambas figuras tabuladas para una amplia gama de razones H/R . Al igual que en el caso de las masas, las alturas efectivas dependen de otros parámetros que serán despreciados para propósitos de diseño.

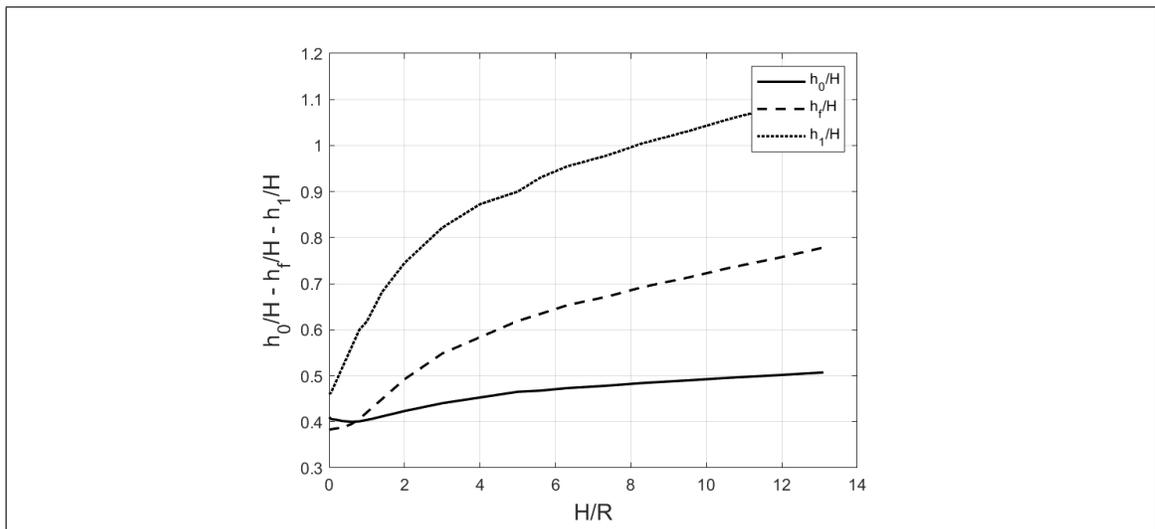


FIGURA A.7. Distribución de alturas (NZSEE)

A.2.2.5. Esfuerzo de compresión en el manto

La normativa Neo Zelandesa usa una metodología de análisis donde calcula los límites de esfuerzo que no produzcan pandeo del manto por compresión, pandeo del manto por corte, colapso elasto-plástico y que no se exceda el esfuerzo de fluencia del material. Para tanques cilíndrico de eje vertical se deben satisfacer las siguientes ecuaciones:

- Pandeo por compresión

$$\frac{f_m}{f_{cl}} \leq 0,19 + 0,81 \frac{f_p}{f_{cl}} \quad (\text{A.30})$$

donde:

f_m = tensión de compresión vertical de la membrana para tanque con presión interna, sujeto a compresión por flexión (viga en voladizo).

$$f_p = f_{cl} \sqrt{\left[1 - \left(1 - \frac{\bar{p}}{5} \right)^2 \left(1 - \left(\frac{f_0}{f_{cl}} \right)^2 \right) \right]} \leq f_{cl} \quad (\text{A.31})$$

$$f_{cl} = 0,6E \frac{t}{R} \quad (\text{A.32})$$

$$\bar{p} = \frac{pR}{t f_{cl}} \leq 5 \quad (\text{A.33})$$

Para el cálculo de f_0 se deben considerar dos condiciones:

Si $\lambda^2 = \frac{f_y}{\bar{\sigma} f_{cl}}$ es menor o igual que 2, entonces $f_0 = f_y \left(1 - \frac{\lambda^2}{4} \right)$, caso contrario $f_0 = \bar{\sigma} f_{cl}$.

donde: f_y es el esfuerzo de fluencia del material y $\bar{\sigma} = 1 - \psi \left(\frac{\delta}{t} \right) \left[\left(1 + \frac{2}{\psi \frac{\delta}{t}} \right)^{0,5} - 1 \right]$, δ/t corresponde a la relación entre la amplitud máxima de la imperfección y el espesor de la pared y $\psi = 1,24$.

- Colapso elasto-plástico

$$f_m \leq f_{cl} \left[1 - \left(\frac{pR}{t f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1,12 + s^{1,5}} \right) \left(\frac{s + \frac{f_y}{250}}{s + 1} \right) \quad (\text{A.34})$$

$$s = \frac{R}{400t} \quad (\text{A.35})$$

A.2.2.6. Carga axial en anclajes

Tres ecuaciones son dadas para determinar la mínima fuerza de sujeción por unidad de longitud requerida por tanques anclados. La normativa considera tres tipos de distribución de esfuerzos sobre la fundación que permiten evaluar la fuerza que se ejerce sobre los anclajes: (i) antisimétrica, es decir el esfuerzo en tracción es igual al esfuerzo en compresión; (ii) dúctil elástica, solo se producen esfuerzos de tracción en uno de los extremos del tanque y (iii) dúctil plástica, considera cierta ductilidad en los pernos de anclaje y define la fuerza por unidad de longitud constante a lo largo de la base (ver figura A.8).

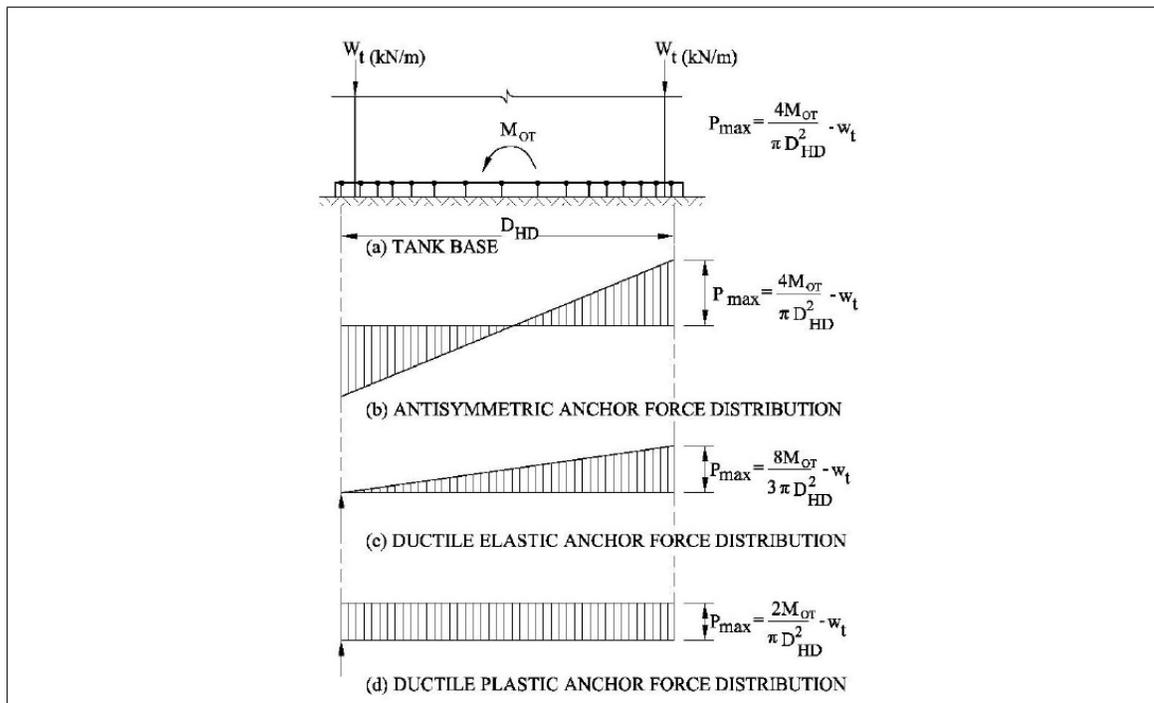


FIGURA A.8. Posible distribución de fuerza sobre los anclajes (NZSEE 2009)

Para este caso se utilizó la segunda opción debido a que los anclajes requieren cierta ductilidad para funcionar de manera adecuada. Es necesario escoger una geometría de perno de anclaje para después evaluar la fuerza que podrá soportar y saber si es el adecuado para el estanque en análisis.

$$W_{AB} = \frac{8M_v}{3\pi D_a^2} - W_t \quad (\text{A.36})$$

$$P_{AB} = \frac{W_{AB}g\pi D}{n_a} \quad (\text{A.37})$$

Donde:

W_{AB} : Fuerza de sujeción por unidad de longitud.

D_a : Diámetro del perno de anclaje.

P_{AB} : Fuerza axial máxima sobre el perno de anclaje

n_a : Número de pernos de anclaje.

A.3. Comparación de momento de volteo, esfuerzo de compresión y tracción en anclajes utilizando ambas normativas

A manera de verificar si ambas normativas entregan resultados similares para las variables en análisis se evaluó tres tipos de estanques, en donde varía su relación de esbeltez, geometría, espesores de pared en altura y fluido contenido. A manera de ejemplo en este anexo se presenta el procedimiento de cálculo para el estanque con relación de esbeltez igual a 1 usando ambas normativas y comparando los resultados obtenidos con las misma. Para los tanques restantes basta con usar el mismo procedimiento cambiando solamente la geometría.

Para realizar los cálculos respectivos se consideró la condición en que existe uplift (levantamiento de la base) con el fin de analizar la situación donde haya mayor probabilidad al volteo. Usando los procedimientos descritos por ambas normativas en los apartados anteriores se determinó los valores de momento de volteo, esfuerzo de compresión en las paredes del estanque y la carga axial a la que podrían estar sometidos los anclajes. Los resultados que se obtienen usando ambas normativas son datos de diseño, es decir, los valores máximos de capacidad que tiene el estanque. Para el diseño con ambas normativas se usarán los siguientes datos:

TABLA A.7. Propiedades de estanques analizados

Propiedades	Estanque		
	A	B	C
Fluido almacenado	Petróleo	Petróleo	Petróleo
Altura H (m)	5	8	10
Diámetro D (m)	10	10	10
Esbeltez geométrica H/D	0.50	0.80	1.00
Espesor placa de fondo (mm)	3.00	3.00	4.50
Espesor basal de pared del estanque (mm)	3.00	5.00	9.00
Número de anclajes	12	20	32
Separación de anclajes (m)	2.60	1.55	1.00
Capacidad de anclajes (KN)	147	147	176

■ Geometría y material:

$$R = 5m$$

$$H = 10m$$

$$t_b = 4,5mm$$

$$t = 9mm$$

$$f_y = 250MPa$$

$$E = 2,1 \times 10^5 MPa$$

$$\nu = 0,3mm$$

$$\rho_s = 7,85T/m^3$$

$$\rho_l = 1,00T/m^3$$

■ Parámetros sísmicos según NCh2369

Tipo de suelo = C

zona = 2

$$A_0 = 0,3g$$

$$V_s = 400m/s$$

$$T_0 = 0,30s$$

$$T_1 = 0,35s$$

$$n = 1,33$$

$$p = 1,5$$

$$R = 4$$

$$Sp = 1$$

$$I = 1$$

- Amortiguamiento

$$\xi_i = 0,05$$

$$\xi_c = 0,005$$

$$\xi_v = 0,075$$

A.3.1. Momento de volteo

A.3.1.1. Según API-650

- Coeficientes sísmicos

Los diseños se realizarán de acuerdo a lo especificado en la norma chilena NCh2369, para el diseño de estanques cilíndricos apoyados en el suelo, tomando un coeficiente sísmico para estanque rígido de $A_i = 0,32$ en zona sísmica 3. Para zonas sísmicas 2 y 1 este valor debe multiplicarse por 0,75 y 0,5 respectivamente. Mientras que para A_c se debe usar el mayor valor obtenido con la norma NZSEE y la norma NCh2369, este se calcula de la siguiente forma:

$$T_c = 1,8 \cdot 0,58 \cdot \sqrt{10} = 3,29 \text{ s}$$

1. API-650

$$C_c = \frac{0,75S}{T_c} = \frac{0,75 \cdot 1,2}{3,29} = 0,27$$

$$A_c = ZC_cI = 0,4 \cdot 0,27 \cdot 1 = 0,109$$

2. NCh2369

$$A_c = \frac{2,75A_0}{Rg} \left(\frac{T_1}{T_c} \right)^n \left(\frac{0,05}{\xi_c} \right)^{0,4} = \frac{2,75 \cdot 0,4}{5 \cdot 9,81} \left(\frac{0,35}{3,29} \right)^{1,33} \left(\frac{0,05}{0,005} \right)^{0,4} = 0,037$$

- Masas efectivas y alturas de su centro de gravedad

De las figuras A.4 y A.5 se puede obtener las relaciones a dimensionales de las masas y alturas correspondientes normalizadas respecto de la masa total del fluido y la altura del mismo.

$$\frac{W_i}{W_t} = 0,78 \rightarrow W_i = 6025,12 \text{ kN} \quad \frac{W_c}{W_t} = 0,23 \rightarrow W_c = 1769,80 \text{ kN}$$

$$\frac{h_i}{h_t} = 0,41 \rightarrow h_i = 4,06 \text{ m} \quad \frac{h_c}{h_t} = 0,74 \rightarrow h_c = 7,41 \text{ m}$$

- Corte basal y Momento volcante

Usando la ecuación A.6 se determina el momento de volteo que se ejerce sobre la estructura, para determinar el valor del corte basta con quitar las alturas correspondientes de la expresión. Para este caso se desprecia el peso de la cubierta.

$$V_b = 0,32(217,73 + 0 + 6025,12) + 0,109(1769,80) = 1691,82 \text{ kN} = 172 \text{ ton}$$

$$M_v = 0,32(217,73 \cdot 5 + 0 \cdot 10 + 6025,12 \cdot 4,06) + 0,109(1769,80 \cdot 7,41) = 7566,33 \text{ kN-m} = 771,29 \text{ ton}$$

A.3.1.2. Según NZSEE

Al considerar un estanque anclado cuyo diseño no permitirá levantamiento, esto puede generar un tipo de falla elasto-plástica o pata de lefante por lo cual es necesario usar un factor de ductilidad igual a 3 como lo indica la tabla A.3.

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección A.2.2.1, es necesario recurrir a la norma NZS4203 para obtener el espectro de respuesta sísmica para el tipo de suelo especificado anteriormente. Conociendo los periodos impulsivo, convectivo y vertical de la estructura se puede obtener el valor del coeficiente sísmico para cada caso.

- Masas efectivas y alturas de su centro de gravedad

De las figuras A.6 y A.7 se puede obtener las relaciones a dimensionales de las masas y alturas correspondientes normalizadas respecto de la masa total del fluido y la altura del mismo.

$$\frac{m_0}{m_t} = 0,76 \rightarrow m_0 = 598,87 \text{ ton} \qquad \frac{m_f}{m_t} = 0,70 \rightarrow m_f = 549,78 \text{ ton}$$

$$\frac{m_1}{m_t} = 0,23 \rightarrow m_1 = 178,84 \text{ ton}$$

$$\frac{h_0}{H} = 0,42 \rightarrow h_i = 4,24 \text{ m} \qquad \frac{h_f}{H} = 0,49 \rightarrow h_c = 4,93 \text{ m}$$

$$\frac{h_1}{H} = 0,75 \rightarrow h_c = 7,45 \text{ m}$$

■ Periodos de vibración

Recurriendo a la figura C3.22 de la norma NZSEE se obtienen, k_h el coeficiente del periodo para el primer modo horizontal impulsivo del tanque y k_v el coeficiente del periodo para el primer modo vertical de respiración del tanque. Además, para los periodos impulsivo y vertical se debe incluir los efectos de interacción suelo-estructura para lo cual se requiere corregir los mismos considerando la rigidez efectiva de la estructura así como la rigidez del suelo. Para esto se requiere de un proceso iterativo, partiendo con el valor de inicial del periodo para ambos casos Ec. A.2.2.1 y A.2.2.1, en primer lugar se determina la rigidez efectiva del estanque Ec.A.19, posterior a ello se determina el valor de a_j correspondiente a cada periodo, con este valor se ingresa a las figuras C3.24 y C3.25 de la normativa para obtener los factores α_x , α_θ y α_z que permiten calcular la rigidez del suelo (Ec. A.18); finalmente se calcula el periodo efectivo de la estructura Ec.A.20, este procedimiento se repite con el nuevo valor del periodo hasta que este no cambie.

- Periodo Impulsivo

$$T_i = \frac{5,61\pi 10}{0,12} \sqrt{\frac{1 \cdot 9,81}{2,1 \times 10^5 \cdot 9,81 \cdot 10^3}} = 0,105 \text{ s}$$

$$K_{eff} = \frac{4\pi (549,78 + 22,20 + 0)}{0,105^2} = 2051981,7 \text{ kN/m}$$

$$a_i = \frac{2\pi \cdot 10}{0,105 \cdot 400} = 0,75 \rightarrow \alpha_x = 0,98 \quad \alpha_\theta = 0,92$$

$$K_x = 7746107,8 \text{ kN/m}$$

$$K_\theta = 151044780 \text{ kN} - m$$

$$T_f = 0,105 \sqrt{1 + \frac{2051981,7}{7746107,8} \left[1 + \left(\frac{7746107,8 \cdot 4,93^2}{151044780} \right) \right]} = 0,132 \text{ s}$$

• **Periodo Vertical**

$$T_v = \frac{5,61\pi 10}{0,11} \sqrt{\frac{1 \cdot 9,81}{2,1 \times 10^5 \cdot 9,81 \cdot 10^3}} = 0,107 \text{ s}$$

$$K_b = \frac{4\pi^2 \cdot 785,40}{0,107^2} = 2686396,6 \text{ kN/m}$$

$$a_v = \frac{2\pi \cdot 10}{0,105 \cdot 400} = 0,74 \rightarrow \alpha_z = 0,93$$

$$K_z = 9161194 \text{ kN/m}$$

$$T_f = 0,107 \sqrt{1 + \frac{2686396,6}{9161194}} = 0,122 \text{ s}$$

• **Periodo Convectivo**

$$T_c = \frac{2\pi \sqrt{\frac{5}{9,81}}}{\sqrt{1,841 * \tanh(1,841 \frac{10}{5})}} = 3,31 \text{ s}$$

■ Coeficientes sísmicos

Como se menciono antes los diseños se realizarán de acuerdo a lo especificado en la norma chilena NCh2369. En este caso dado que la norma NZSEE tiene una manera diferente de calcular los coeficientes sísmicos, esta norma realiza una corrección de los factores de acuerdo al grado de ductilidad y amortiguamiento de la estructura. A manera de darle un factor de seguridad al diseño se escogerán los mayores coeficientes que se obtengan con ambas normativas. El amortiguamiento de cada modo de la estructura se dio a conocer en los datos iniciales, sin embargo, al incluir los efectos del suelo es necesario re calcular el amortiguamiento del modo impulsivo para lo cual se puede hacer uso de la figura 3.1 (Norma NZSEE) o utilizar las ecuaciones descritas en las sección A.2.2.3. Luego haciendo uso de las expresiones obtenidas por (Jimenez Huerta, 2004) para varios factores de ductilidad se calculan los coeficientes sísmicos.

TABLA A.8. Coeficientes Sísmicos

Coef. Sism.	NZSEE	NCh2369
$C(T_0) = C(T_f)$	0.31	0.32
$C(T_1)$	0.07	0.03
$C(T_v)$	0.28	0.21

■ Corte basal y Momento volcante

Usando la ecuación A.28 se determina el momento de volteo que se ejerce sobre la estructura, para determinar el valor del corte basta con quitar las alturas correspondientes de la expresión. Para este caso se desprecio el pero de la cubierta.

$$V_r = 0,32(598,87 - 549,78) \cdot 9,81 = 154,10 \text{ kN}$$

$$V_i = 0,32(598,87 + 22,20 + 0) \cdot 9,81 = 1748,62 \text{ kN}$$

$$V_c = 0,07(178,84) \cdot 9,81 = 123,10 \text{ kN}$$

$$V_b = \sqrt{(154,10 + 1748,62)^2 + 123,10^2} = 1906,69 \text{ kN} = 194,36 \text{ ton}$$

$$M_r = 0,32(598,87 \cdot 4,24 - 549,78 \cdot 4,93) \cdot 9,81 = -539,98 \text{ kN} - m$$

$$M_i = 0,32(598,87 \cdot 4,922 + 22,20 \cdot 5 + 0 \cdot 10) \cdot 9,81 = 8618,70 \text{ kN} - m$$

$$M_c = 0,07(178,84 \cdot 7,45) \cdot 9,81 = 917,61 \text{ kN} - m$$

$$M_v = \sqrt{(-539,98 + 8618,70)^2 + 917,61^2} = 8130,67 \text{ kN} - m = 828,81 \text{ ton} - m$$

Los resultados obtenidos para todos los estanques propuestos se muestran en la tabla A.9.

TABLA A.9. Comparación de momento de volteo

Norma	Momento de volteo [ton-m]		
	Tanque		
	A	B	C
API-650	153.47	453.95	771.29
NZSEE	143.84	482.76	828.81

A.3.2. Tensión de Compresión

A.3.2.1. Según API-650

- Tensión de trabajo

Al considerar un estanque anclado se calcula de la siguiente forma:

$$w_t = \frac{W_s + W_r}{\pi D} = \frac{217,73 + 0}{\pi 10} = 6,93 \text{ kN/m}$$

$$\sigma_c = \frac{w_t + \frac{1,273M}{D^2}}{t} = \frac{6,93 + \frac{1,273 \cdot 7566,33}{10^2}}{9} = 11,47 \text{ MPa}$$

- Tensión admisible

$$limite = \frac{GHD^2}{t^2} = \frac{1 \cdot 10 \cdot 10^2}{9^2} = 12 \rightarrow \leq 44$$

Entonces:

$$\sigma_{adm} = 83 \frac{9}{2,5 \cdot 10} + 7,5 \sqrt{1 \cdot 10} \leq 0,5 \cdot 250 = 53,60 \text{ MPa} \leq 125 \text{ MPa}$$

A.3.2.2. Según NZSEE

- Tensiones Admisibles

1. Presiones internas

Para determinar las tensiones admisibles tanto para el pandeo por compresión como para el pandeo por flexo-compresión, en primer lugar se debe calcular las presiones internas máximas que actúan sobre las paredes del estanque.

a) Presión Hidrostática

$$p_h = \rho_l H g = 1 \cdot 10 \cdot 9,81 = 98,10 \text{ ton/m}^2$$

b) Presión Impulsiva

Se calcula el factor adimensional de presión impulsiva en la base del tanque usando las expresiones aproximadas descritas anteriormente o haciendo uso de la figura C3.3 de la norma NZSEE:

Para estanques rígidos: Si $H/R \geq 2,8$

$$q_0(z) = 0,986$$

Si $H/R < 2,8$

$$q_0(z) = -0,0714 \left(\frac{H}{R}\right)^5 + 0,4902 \left(\frac{H}{R}\right)^4 - 1,1555 \left(\frac{H}{R}\right)^3 \\ + 0,8455 \left(\frac{H}{R}\right)^2 + 0,6265 \left(\frac{H}{R}\right) - 0,0019$$

Para estanques flexibles:

Si $H/R \geq 1,8$

$$q_0(z) = 0,8963 e^{-0,3215 \frac{H}{R}}$$

Si $H/R < 1,8$

$$q_0(z) = 0,1075 \left(\frac{H}{R}\right)^3 - 0,4641 \left(\frac{H}{R}\right)^2 + 0,359 \left(\frac{H}{R}\right) + 0,7425$$

$$q_0(z) = 0,4715$$

$$p_i = q_0 f C(T_i) \rho_l H g = 0,4715 \cdot 0,32 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 9,81 = 14,41 \text{ ton/m}^2$$

c) Presión Convectiva

$$p_c = 0,837 C(T_1) \rho_l R g = 0,837 \cdot 0,07 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 9,81 = 2,88 \text{ ton/m}^2$$

d) Presión Vertical

$$p_v = C(T_v) \rho_l H g = 0,29 \cdot 1 \cdot 10 \cdot 9,81 = 28,08 \text{ ton/m}^2$$

2. Pandeo en fibras en compresión

$$f_{cl} = 0,6 E \frac{t}{R} = 0,6 \cdot 2,1 \times 10^5 \frac{0,009}{5} = 216 \text{ MPa}$$

$$\frac{\delta}{t} = \frac{0,06}{a} \sqrt{\frac{R}{t}} = \frac{0,06}{1} \sqrt{\frac{5}{0,009}} = 1,41$$

$$\sigma = 1 - \psi \left(\frac{\delta}{t} \right) \left[\sqrt{1 + \frac{2}{\psi \left(\frac{\delta}{t} \right)}} - 1 \right] = 1 - 1,24 \cdot 1,41 \left[\sqrt{1 + \frac{2}{1,24 \cdot 1,41}} - 1 \right] = 0,188$$

- Tensión de pandeo por compresión sin presión interna

$$\lambda^2 = \frac{f_y}{\sigma f_{cl}} = \frac{250}{0,188 \cdot 216} = 6,16$$

Si $\lambda^2 \geq 2$ entonces $f_0 = \sigma f_{cl}$, caso contrario $f_0 = f_y (1 - \lambda^2/4)$

$$f_0 = 0,188 \cdot 216 = 40,61 \text{ MPa}$$

- Tensión de pandeo por compresión con presión interna

$$p_{min} = p_h + \sqrt{p_i^2 + p_c^2} - p_v = 98,1 + \sqrt{14,41^2 + 2,88^2} - 28,08 = 84,72 \text{ MPa}$$

$$P = \left[\frac{p_{min} R}{t f_{cl}} \right] \frac{1}{10^3} = \left[\frac{84,72 \cdot 5}{0,009 \cdot 216} \right] \frac{1}{10^3} = 0,22 \rightarrow < 5$$

$$\begin{aligned} f_p &= f_{cl} \sqrt{1 - \left(1 - \frac{P}{5}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{f_0}{f_{cl}}\right)^2\right]} \\ &= 216 \sqrt{1 - \left(1 - \frac{0,22}{5}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{40,61}{216}\right)^2\right]} = 74,07 \text{ MPa} \end{aligned}$$

- Tensión de pandeo por flexo-compresión con presión interna

$$f_{me} = f_{cl} \left(0,19 + 0,81 \frac{f_p}{f_{cl}} \right) = 216 \left(0,19 + 0,81 \frac{74,07}{216} \right) = 101,04 \text{ MPa}$$

- Colapso elasto-plástico

$$p_{max} = p_h + \sqrt{p_i^2 + p_c^2 + p_v^2} = 98,1 + \sqrt{14,41^2 + 2,88^2 + 28,08^2} = 129,80 \text{ MPa}$$

$$P = \left[\frac{p_{max} R}{t f_y} \right] \frac{1}{10^3} = \left[\frac{129,80 \cdot 5}{0,009 \cdot 250} \right] \frac{1}{10^3} = 0,29 \rightarrow < 5$$

$$s = \frac{R}{t} = \frac{5}{0,009} = 1,39$$

$$f_{mep} = f_{cl} \left[1 - \left(\frac{pR}{t f_y} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1,12 + s^{1,5}} \right) \left(\frac{s + \frac{f_y}{250}}{s + 1} \right)$$

$$= 216 \left[1 - \left(\frac{0,29 \cdot 5}{0,009 \cdot 250} \right)^2 \right] \left(1 - \frac{1}{1,12 + 1,39^{1,5}} \right) \left(\frac{1,39 + \frac{250}{250}}{1,39 + 1} \right) = 126,20 \text{ MPa}$$

La tensión de compresión admisible se determinara entre la menor de las siguientes:

$$f_{adm} = \min(f_{me}, f_{mep}) = 101,04 \text{ MPa}$$

Los resultados obtenidos para todos los casos considerados calculados con ambas normativas se muestran en la tabla A.10.

TABLA A.10. Comparación de esfuerzo de compresión admisible

Norma	Esfuerzo de compresión [MPa]		
	Tanque		
	A	B	C
API-650	24.90	37.81	53.60
NZSEE	50.72	70.32	101.04

A.3.3. Carga axial en anclajes

A.3.3.1. Según API-650

Siguiendo el procedimiento descrito en la sección A.2.1.4, la norma API-650 determina la mínima resistencia a tracción que deben tener los pernos de anclajes, esto quiere decir que de acuerdo a las necesidades se podrá usar anclajes con mayor resistencia, para este caso se consideró pernos de una pulgada de diámetro. El valor adoptado será el mínimo entre tres veces el valor calculado con el procedimiento descrito y el valor admisible que determina la norma AISC para pernos en tracción.

- API-650

$$w_{AB} = \left[\frac{1,273 \cdot 7566,33}{10^2} - 6,93 \right] = 89,39 \text{ kN/m} = 9,11 \text{ ton/m}$$

$$P_{AB} = 89,39 \cdot \left(\frac{\pi 10}{32} \right) = 108,01 \text{ kN} = 11,01 \text{ ton}$$

- AISC

$$P_{AB} = \frac{f_{nt} A_p 10^3}{2g} = \frac{620 \cdot 5,07 \times 10^{-4} 10^3}{2 \cdot 9,81} = 16,01 \text{ ton}$$

A.3.3.2. Según NZSEE

La norma NZSEE sigue el mismo procedimiento que la norma API-650, la única diferencia se encuentra en que esta normativa presenta tres distribución de carga diferentes sobre los anclajes y se debe usar una de ellas dependiendo del tipo de anclaje que se vaya a usar.

- NZSEE

$$w_{AB} = \left[\frac{8 \cdot 8130,67}{3 \cdot \pi \cdot 10^2} - 6,93 \right] = 62,08 \text{ kN/m} = 6,33 \text{ ton/m}$$

$$P_{AB} = 62,08 \cdot \left(\frac{\pi 10}{32} \right) = 60,95 \text{ kN} = 6,21 \text{ ton}$$

■ AISC

$$P_{AB} = \frac{f_{nt} A_p 10^3}{2g} = \frac{620 \cdot 5,07 \times 10^{-4} 10^3}{2 \cdot 9,81} = 16,01 \text{ ton}$$

Los resultados obtenidos para cada caso evaluado se muestran en la tabla A.11.

TABLA A.11. Comparación de capacidad mínima de anclajes

Norma	Capacidad de anclajes [ton]		
	Tanque		
	A	B	C
API-650	6.65	16.00	16.00
NZSEE	3.25	11.14	16.00

Analizando los resultados obtenidos, se puede observar que para los casos de momento de volteo y carga axial en anclajes las dos normas entregan un resultado similar, si bien no es exactamente igual su diferencia es pequeña por lo cual es aceptable tomar como dato de diseño dichos resultados (tablas A.9, A.11). La principal diferencia entre ambas normativas surge en el cálculo del esfuerzo de compresión, la norma API-650 es conservadora entregando valores mas bajos de σ_{adm} , esto debido a que pone un límite para el cual no acepta mayores valores de esfuerzo, por otro lado la norma NZSEE entrega valores mayores en términos de esfuerzo de compresión axial sobre el manto, ya que la misma considera la geometría del estanque y la porción de fluido que se opone al volcamiento, sin limitaciones, la diferencia está en que se necesita calcular el estado bi-axial de tensiones que se generan sobre la base del estanque cuando se consideran las presiones internas que ejerce el fluido, esto produce un aumento en la tensión de compresión, de aquí surge la diferencia entre ambas normativas; la norma NZSEE se asegura de trabajar con la capacidad total resistente de la estructura, no es conservadora.

Además los resultados obtenidos con ésta última normativa son coherentes sin importar la relación de aspecto de los estanques, la norma API-650 presenta problemas al considerar estanques esbeltos, con lo cual se puede concluir que la normativa Neo Zelanda permite abarcar una mayor gama de estanques entregando mejores resultados que se aproximan de mejor manera a la realidad en cuanto esfuerzos que sufren este tipo de estructuras, dicha normativa se usó en ésta investigación para la evaluación e implementación del nuevo modelo computacional.

A.4. Algoritmo de diseño para estanques anclados según la norma NZSEE

1. Conocer la capacidad o volumen, así como el fluido a almacenar en el estanque.
2. Definir geometría de acuerdo a la capacidad. Como punto de partida se puede escoger un espesor mínimo de 3mm para pared y fondo. Se debe cumplir que $t \leq t_b$.
3. Calcular las propiedades dinámicas del estanque: masas, alturas, periodos y amortiguamiento de la estructura usando las figuras A.6, A.7.
4. Considerar efectos de interacción suelo - estructura:
 - a) Iniciar con una frecuencia fundamental $a_j = 1$, en caso de ser un estanque flexible considerar las frecuencias fundamentales correspondientes a cada modo.
 - b) Determinar los factores α y β correspondientes a cada frecuencia fundamental, haciendo uso de las figuras C3.24 y C3.25 de la norma NZSEE.
 - c) Calcular los coeficientes de rigidez del suelo, rigidez efectiva y periodo efectivo del estanque.
 - d) Recalcular las frecuencias fundamentales.
 - e) Repetir el procedimiento hasta que la frecuencia fundamental no cambie.
5. Calcular los coeficientes sísmicos indicados en la sección A.2.1.1.
6. Calcular el corte basal, momento de volteo y esfuerzo de compresión del estanque.
7. Determinar la capacidad y número de pernos de anclaje.

ANEXO B. CÁLCULO DE LA MATRIZ DE MASA

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_i^T \mathbf{m}_i \dot{\mathbf{r}}_i + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_c^T \mathbf{m}_c \dot{\mathbf{r}}_c + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_s^T \mathbf{m}_s \dot{\mathbf{r}}_s + \frac{1}{2} \dot{\mathbf{r}}_f^T \mathbf{m}_f \dot{\mathbf{r}}_f \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{m}_i = \text{diag} \left[m_i \quad m_i \quad m_i \right]$$

$$\mathbf{m}_c = \text{diag} \left[m_c \quad m_c \quad m_c \right]$$

$$\mathbf{m}_s = \text{diag} \left[m_s \quad m_s \quad m_s \quad I_{xs} \quad I_{ys} \right]$$

$$\mathbf{m}_f = \text{diag} \left[m_f \quad m_f \quad m_f \quad I_{xf} \quad I_{yf} \right]$$

$$T = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{q}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{q}} \quad (\text{B.2})$$

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{12}^T & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{M}_{11}^{(i)} + \mathbf{M}_{11}^{(c)} + \mathbf{M}_{11}^{(s)} + \mathbf{M}_{11}^{(f)} \quad (\text{B.4})$$

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{M}_{12}^{(i)} + \mathbf{M}_{12}^{(c)} + \mathbf{M}_{12}^{(s)} + \mathbf{M}_{12}^{(f)} \quad (\text{B.5})$$

$$\mathbf{M}_{22} = \mathbf{M}_{22}^{(i)} + \mathbf{M}_{22}^{(c)} + \mathbf{M}_{22}^{(s)} + \mathbf{M}_{22}^{(f)} \quad (\text{B.6})$$

donde, m_i y m_c corresponden a las masas impulsiva y convectiva, respectivamente; m_s y m_f corresponden a las masas del estanque vacío y de la fundación, respectivamente;

I_{xs} e I_{ys} es la inercia de la base del estanque considerada como un anillo rígido respecto del eje vertical Z que pasa por su centro de gravedad; finalmente, I_{xf} e I_{yf} es la inercia de la fundación respecto del eje vertical Z que pasa por su centro de gravedad.

- Contribución de la masa impulsiva del fluido

$$\mathbf{M}_{11}^{(i)} = \mathbf{L}_{i1}^T \mathbf{m}_i \mathbf{L}_{i1} = m_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & h_i & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -h_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_i & 0 & 0 & h_i^2 & 0 & 0 \\ h_i & 0 & 0 & 0 & 0 & h_i^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12}^{(i)} = \mathbf{L}_{i1}^T \mathbf{m}_i \mathbf{L}_{i2} = m_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_f}{2} + \hat{h}_i \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_i & 0 & h_i(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i) & 0 \\ h_i & 0 & 0 & 0 & h_i(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22}^{(i)} = \mathbf{L}_{i2}^T \mathbf{m}_i \mathbf{L}_{i2} = m_i \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_f}{2} + \hat{h}_i \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_i & 0 & (\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i)^2 & 0 \\ \frac{h_f}{2} + \hat{h}_i & 0 & 0 & 0 & (\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i)^2 \end{bmatrix}$$

- Contribución de la masa convectiva del fluido

$$\mathbf{M}_{11}^{(c)} = \mathbf{L}_{c1}^T \mathbf{m}_c \mathbf{L}_{c1} = m_c \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & h_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -h_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -h_c & h_c^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & h_c & 0 & 0 & h_c^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12}^{(c)} = \mathbf{L}_{c1}^T \mathbf{m}_c \mathbf{L}_{c2} = m_c \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_f}{2} + \hat{h}_c \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_c & 0 \\ 0 & -h_c & 0 & h_c(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c) & 0 \\ h_c & 0 & 0 & 0 & h_c(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22}^{(c)} = \mathbf{L}_{c2}^T \mathbf{m}_c \mathbf{L}_{c2} = m_c \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \frac{h_f}{2} + \hat{h}_c \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{h_f}{2} - \hat{h}_c & 0 & (\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c)^2 & 0 \\ \frac{h_f}{2} + \hat{h}_c & 0 & 0 & 0 & (\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c)^2 \end{bmatrix}$$

■ Contribución de la masa del estanque

$$\mathbf{M}_{11}^{(s)} = \mathbf{L}_{s1}^T \mathbf{m}_s \mathbf{L}_{s1} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & h_s m_s & 0 \\ 0 & m_s & 0 & 0 & -h_s m_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_s m_s & 0 & 0 & m_s h_s^2 + I_{xs} & 0 & 0 \\ h_s m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & m_s h_s^2 + I_{ys} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & m_s \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12}^{(s)} = \mathbf{L}_{s1}^T \mathbf{m}_s \mathbf{L}_{s2} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) \\ 0 & m_s & 0 & -m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -h_s m_s & 0 & h_s m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) + I_{xs} & 0 \\ h_s m_s & 0 & 0 & 0 & h_s m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) + I_{ys} \\ 0 & 0 & m_s & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22}^{(s)} = \mathbf{L}_{s2}^T \mathbf{m}_s \mathbf{L}_{s2} = \begin{bmatrix} m_s & 0 & 0 & 0 & m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) \\ 0 & m_s & 0 & -m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) & 0 & I_{xs} + m_s(\frac{h_f}{2} + h_s)^2 & 0 \\ m_s(\frac{h_f}{2} + h_s) & 0 & 0 & 0 & I_{ys} + m_s(\frac{h_f}{2} + h_s)^2 \end{bmatrix}$$

- Contribución de la masa de cimentación

$$\mathbf{M}_{11}^{(f)} = \mathbf{L}_{f1}^T \mathbf{m}_f \mathbf{L}_{f1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{12}^{(f)} = \mathbf{L}_{f1}^T \mathbf{m}_f \mathbf{L}_{f2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{M}_{22}^{(f)} = \mathbf{L}_{f2}^T \mathbf{m}_f \mathbf{L}_{f2} = \begin{bmatrix} m_f & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xf} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yf} \end{bmatrix}$$

ANEXO C. CÁLCULO DEL VECTOR DE FUERZAS SÍSMICAS

$$\mathbf{Q} = \left[\frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial \mathbf{q}} \right]^T \mathbf{m}_{i\ell_i} \ddot{\mathbf{u}}_g + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_c}{\partial \mathbf{q}} \right]^T \mathbf{m}_{c\ell_c} \ddot{\mathbf{u}}_g + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_s}{\partial \mathbf{q}} \right]^T \mathbf{m}_{s\ell_s} \ddot{\mathbf{u}}_g + \left[\frac{\partial \mathbf{r}_f}{\partial \mathbf{q}} \right]^T \mathbf{m}_{f\ell_f} \ddot{\mathbf{u}}_g = \mathbf{S} \ddot{\mathbf{u}}_g \quad (\text{C.1})$$

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 \\ \mathbf{S}_2 \end{bmatrix} \quad (\text{C.2})$$

$$\mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_1^{(i)} + \mathbf{S}_1^{(c)} + \mathbf{S}_1^{(s)} + \mathbf{S}_1^{(f)} \quad (\text{C.3})$$

$$\mathbf{S}_2 = \mathbf{S}_2^{(i)} + \mathbf{S}_2^{(c)} + \mathbf{S}_2^{(s)} + \mathbf{S}_2^{(f)} \quad (\text{C.4})$$

- Contribución de la masa impulsiva

$$\mathbf{S}_1^{(i)} = \mathbf{L}_{i1}^T \mathbf{m}_{i\ell_i} = \begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & m_i \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -h_i m_i \\ h_i m_i & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_2^{(i)} = \mathbf{L}_{i2}^T \mathbf{m}_{i\ell_i} = \begin{bmatrix} m_i & 0 \\ 0 & m_i \\ 0 & 0 \\ 0 & -m_i \left(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i \right) \\ m_i \left(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_i \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\iota_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Contribución de la masa convectiva

$$\mathbf{S}_1^{(c)} = \mathbf{L}_{c1}^T \mathbf{m}_c \iota_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ m_c & 0 \\ 0 & m_c \\ 0 & -h_c m_c \\ h_c m_c & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_2^{(c)} = \mathbf{L}_{c2}^T \mathbf{m}_c \iota_c = \begin{bmatrix} m_c & 0 \\ 0 & m_c \\ 0 & 0 \\ 0 & -m_c(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c) \\ m_c(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_c) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\iota_c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Contribución de la masa estructura

$$\mathbf{S}_1^{(s)} = \mathbf{L}_{s1}^T \mathbf{m}_s \boldsymbol{\iota}_s = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -h_s m_s \\ h_s m_s & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_2^{(s)} = \mathbf{L}_{s2}^T \mathbf{m}_s \boldsymbol{\iota}_s = \begin{bmatrix} m_s & 0 \\ 0 & m_s \\ 0 & 0 \\ 0 & -m_s \left(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_s \right) \\ m_s \left(\frac{h_f}{2} + \hat{h}_s \right) & 0 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{\iota}_s = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- Contribución de la masa fundación

$$\mathbf{S}_1^{(f)} = \mathbf{L}_{f1}^T \mathbf{m}_f \iota_f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_2^{(f)} = \mathbf{L}_{f2}^T \mathbf{m}_f \iota_f = \begin{bmatrix} m_f & 0 \\ 0 & m_f \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\iota_f = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ANEXO D. CÁLCULO DE AUTOVALORES Y AUTOVECTORES DEL SISTEMA

$$\left(-\lambda_l^2 \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} \\ \mathbf{M}_{21} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} + j\lambda_l \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{K}}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_2 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \Psi_{1l} \\ \Psi_{2l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (\text{D.1})$$

Partiendo del equilibrio del sistema estructural, en términos generales se puede expresar la ecuación anterior en un formato más simple o formato de espacio estado, esta ecuación nos permite hallar el amortiguamiento no-clásico para el modo fundamental de vibración en el problema propuesto en este estudio, por lo cual se necesita introducir el concepto de auto valores y auto vectores de la matriz de estado de la estructura D.2 de la siguiente forma:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \quad (\text{D.2})$$

Para la cual sus auto valores y auto vectores quedan definidos por:

$$\mathbf{A} \Psi = \lambda_l^2 \Psi \quad (\text{D.3})$$

De ésta ecuación se puede obtener los auto vectores Ψ para algún valor de las raíces λ_l^2 , formándose un sistema de ecuaciones homogéneo en el cual debe anularse el determinante de la matriz de coeficientes:

$$\det(\mathbf{A} - \lambda_l^2 \mathbf{I}) = 0 \quad (\text{D.4})$$

A esta expresión se la denomina ecuación característica del sistema y es la que permite resolver el problema de auto valores o también llamados valores propios del sistema. Para determinar la frecuencia fundamental, el periodo y el coeficiente de amortiguamiento de cada modo de vibración se aplica las siguientes expresiones:

$$\omega_l = \|\lambda_l^2\|$$

$$\xi_l = -\frac{\text{real}(\lambda_l^2)}{\|\lambda_l^2\|}$$