



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**RELOCALIZACION DINAMICA DE
VEHICULOS Y *STAFF* PARA UN SERVICIO
DE *CAR-SHARING***

DIEGO STROBL AGRELA

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

RICARDO GIESEN ENCINA

MATHIAS ALBERTO KLAPP BELMAR

Santiago de Chile, Agosto 2020

© MMXX, DIEGO STROBL AGRELA



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

RELOCALIZACION DINAMICA DE VEHICULOS Y *STAFF* PARA UN SERVICIO DE *CAR-SHARING*

DIEGO STROBL AGRELA

Miembros del Comité:

RICARDO GIESEN ENCINA

MATHIAS ALBERTO KLAPP BELMAR

ÁLVARO HUGO LORCA GÁLVEZ

TITO HOMEM-DE-MELLO

SERGIO EDUARDO VERA ARAYA

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto 2020

© MMXX, DIEGO STROBL AGRELA

*A Dios y toda mi familia por su
incondicional apoyo*

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer a Sofía Amenábar por darme el primer impulso para tomar la decisión de empezar con este proceso y por ayudarme a que estos años se hayan hecho más fáciles. Agradezco a mis padres por su incondicional apoyo y sus consejos cuando los necesité, a mi abuelo Enrique por sus incansables ayudas, y a mis hermanos Sofía, Benjamín y Elisa por su siempre presente espíritu de ánimo.

En segundo lugar, agradecer a Mathias y Ricardo, mis profesores guías, por su infinita paciencia y ayuda durante estos años. En particular, a Mathias le doy las gracias por haberme guiado desde el pregrado hasta este momento y por haber confiado en mí para ofrecerme el tema que desarrollé. A Ricardo le agradezco su constante generosidad en transmitirme sus conocimientos y agudeza, que con seguridad me ayudarán en el futuro.

Agradecer también a tantos compañeros con los que pude compartir. En particular, a Andrés Navarrete, Sebastián Vásquez y José Martín por hacerlo de esto una experiencia más grata y por su ayuda cuando la necesité. Mención especial a Carlos Lagos, por su generosa paciencia en introducirme al cluster.

Agradezco a la empresa Awto, por abrirme sus datos y permitirme trabajar con ellos. En especial quiero darle las gracias a Sebastián Breit y José Daniel López, por su constante paciencia y apoyo con lo que les pidiera.

Siendo esta la última página que escribo, nuevamente me va a faltar espacio para poner todo lo que me gustaría. Agradezco por último, a todos mis amigos que no pude mencionar, pero que me apoyaron en estos dos años y que también fueron parte de este proceso.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	IV
Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	X
ABSTRACT	XII
RESUMEN	XIII
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Contexto y Motivación	1
1.2. Problema a Estudiar	2
1.3. Objetivos	4
1.4. Alcances	5
1.5. Principales Contribuciones	5
1.6. Estructura de la Tesis	6
Capítulo 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	7
2.1. Metodología de Decisiones Dinámicas	7
2.2. Relocalización de Recursos Móviles	8
2.2.1. Estado actual de la literatura	8
2.2.2. Brecha en la literatura	11
Capítulo 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA DINÁMICO	14
3.1. Supuestos de Modelación	14
3.1.1. Características de la red	14
3.1.2. Supuestos de la demanda	14
3.1.3. Generación de la demanda	15
3.1.4. Duración del servicio	16
3.1.5. Recursos de la agencia	16

3.1.6.	Costos y penalidades	17
3.1.7.	Ejemplo gráfico	17
3.2.	Proceso de Decisión Markoviana	18
3.2.1.	Estados del sistema	18
3.2.2.	Conjunto factible de decisiones	19
3.2.3.	Transición de estados	19
3.2.4.	Esperanzas de recogida y retorno	19
3.2.5.	Mínimo costo total esperado	20
Capítulo 4. COTA DE INFORMACIÓN PERFECTA		22
4.1.	Supuestos	22
4.2.	Definición de Conjuntos y Parámetros	23
4.3.	Variables	23
4.4.	Función Objetivo	24
4.5.	Restricciones	24
Capítulo 5. SIMULADOR Y POLÍTICAS DE OPERACIÓN PROPUESTAS		28
5.1.	Simulador de la Operación	28
5.2.	Política de Horizonte Rodante Estocástico (S-RH)	29
5.2.1.	Función de Pérdida	30
5.2.2.	Modelación	36
5.2.3.	Definición de la política S-RH	39
5.3.	Modelo estocástico <i>a priori</i> (S-AP)	40
5.4.	Horizonte rodante determinístico (D-RH)	41
5.5.	Política reactiva de control entre bandas (BC)	42
5.6.	Política pasiva (PP): <i>Benchmark</i>	44
Capítulo 6. EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES		45
6.1.	Caso Base	45
6.1.1.	Diseño del experimento	45
6.1.2.	Resultados: Caso base	52

6.2. Caso de Estudio: Awto	59
6.2.1. Descripción del escenario: Awto	59
6.2.2. Resultados: Awto	61
Capítulo 7. CONCLUSIONES	68
7.1. Principales resultados y lecciones	68
7.2. Extensiones al Trabajo	69
REFERENCIAS	71
Apéndice	78
A. Glosario	78
B. Función de transición de estados	82
C. Sub-Rutinas de simulación	83
D. Convexidad de la función de pérdida	86
E. Proceso de demanda de llegada de viajes	88
F. Aproximación de función de Skellam	89
G. Cálculo del vector \hat{V}	90
H. Sub-Rutinas de política BC	91
I. Tasas de demanda: Caso base	94
J. Condiciones de ajuste a las tasas de demanda	97
K. Gráfico de demanda satisfecha en el sistema no optimizado de Awto	99

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Ejemplo de una relocalización en un servicio de OWCS	3
3.1. OWCS system without relocation	17
3.2. Sistema de OWCS con relocalización	18
5.1. Representación gráfica de la transformación (3b)	32
5.2. Ejemplo de cuatro distintos $\mathbb{E}_V[C_D(I^F)]$ bajo diferentes valores de λ, μ en función de I . ($\alpha = 10, \beta = 8, Q = 6$)	35
6.1. Topología de la red en los experimentos simulados	46
6.2. Evolución de las tasas de demanda en estaciones i y j	47
6.3. Resultados promedio de 200 réplicas simuladas sobre el experimento del caso base bajo las distintas políticas (réplicas idénticas entre políticas)	54
6.4. Gráfico de Pareto para SRH de <i>over-parking versus</i> recogidas perdidas bajo distintos valores de β	55
6.5. Costo total de tres niveles de simetría para las distintas políticas. (<i>bajo</i> $\leq 30\% < medio \leq 70\% < alto$)	56
6.6. Costo total del escenario del caso base por cantidad de períodos evaluados hacia adelante con la política SRH	57
6.7. Demanda satisfecha promedio de 200 réplicas simuladas en función de distintos niveles de <i>staff</i> e inventaro inicial de vehículos por estación	58
6.8. Mapa de Santiago con zonas de estacionamiento habilitadas para Awto	59
6.9. Frecuencia de estaciones de Awto según cantidad de estacionamientos	60

6.10. Resultados promedio de 50 réplicas simuladas en el escenario de Awto bajo las distintas políticas	63
6.11. Demanda satisfecha promedio bajo distintos niveles de <i>staff</i> e inventario inicial de vehículos	64
6.12. Promedio de estacionamientos necesarios para evitar por completo el <i>over-parking</i> bajo distintos niveles de <i>staff</i> e inventario inicial de vehículos	65
6.13. % promedio de tiempo de utilización por nivel de <i>staff</i> e inventario inicial de vehículos	66
K.1. Gráfico de la demanda satisfecha promedio de 50 réplicas en el escenario de Awto no optimizado bajo distintos niveles de <i>staff</i> e inventario inicial de vehículos	99

ÍNDICE DE TABLAS

2.1.	Clasificación de trabajos previos sobre relocalización de recursos móviles	13
6.1.	Tasas de recogida para el escenario del caso base	48
6.2.	Tasas de retorno para el escenario del caso base antes de los ajustes y el recálculo	49
6.3.	Tasas de retorno para el escenario del caso base después de los ajustes y el recálculo	50
6.4.	Políticas simuladas	51
6.5.	Parámetros establecidos para el experimento del caso base	52
6.6.	Resultados básicos del costo total bajo distinta cantidad de réplicas simuladas	53
6.7.	Resultados promedio de 50 réplicas simuladas sobre el escenario de Awto por cantidad de períodos evaluados hacia adelante	61
6.8.	Resultados básicos del costo total bajo distinta cantidad de réplicas simuladas	62
6.9.	Otros resultados en el escenario de Awto bajo las distintas políticas	62
6.10.	Estacionamientos necesarios para evitar <i>over-parking</i> y demanda satisfecha en función del inventario inicial extra por zona respecto a la línea base	67
A.1.	Glosario de siglas utilizadas en la tesis	78
A.2.	Glosario de conjuntos utilizados en la tesis	79
A.3.	Glosario de parámetros utilizados en la tesis	80
A.4.	Glosario de variables utilizadas en la tesis	81
I.1.	Tasas de recogida para el escenario del caso base	94

I.2.	Tasas de retorno para el escenario del caso base antes de los ajustes y el recálculo	94
I.3.	Tasas de retorno para el escenario del caso base después de los ajustes y el recálculo	95
I.4.	Tasas de recogida para el escenario de simetría media	95
I.5.	Tasas de retorno para el escenario de simetría media antes de los ajustes y el recálculo	95
I.6.	Tasas de retorno para el escenario de simetría media después de los ajustes y el recálculo	96
I.7.	Tasas de recogida para el escenario de alta simetría	96
I.8.	Tasas de retorno para el escenario de alta simetría antes de los ajustes y el recálculo	97
I.9.	Tasas de retorno para el escenario de alta simetría después de los ajustes y el recálculo	97

ABSTRACT

Recently, urban transport systems based on the shared economy have experienced significant growth driven by customers demanding flexible and efficient ways of mobilization. Nowadays, it is common to see services of shared vehicles, such as bikes (Mobike, Ofo), scooters (Lime, Bird) and automobiles (Zipcar, Shared Now, Car2go).

We study the daily operation of a one-way-car-sharing (OWCS) service, whose purpose is to offer the customer to pick-up and return a shared car of the agency in two different and enabled geographic locations. Such a service poses major operational challenges. First, it is common to observe asymmetric demand patterns in space and time, producing a geographical imbalance of vehicle inventory. This phenomenon may cause shortages (loss of demand) or excess of parked cars in not enabled places (over-parking). To avoid this, vehicle must be dynamically relocated over time. Second, unlike bike/scooter-sharing services in which is possible to relocate multiple vehicles in one trip, each car must be relocated by a driver who should also be dynamically relocated over space and time.

We formulate a dynamic optimization model to jointly relocate cars and company staff throughout the operating day. Moreover, we propose and compare different online policies. Some of these policies are reactive, others anticipative, and others incorporate both aspects. For example, an approximate dynamic programming (ADP) policy estimating a loss function. The value of our strategies is estimated through computationally simulated instances and in a study performed with real data from the chilean car-sharing company Awto in Santiago. Finally, our ADP-based policy presented the best results relative to the others and improve the cost of do nothing in a 48 % in the Awto scenario.

Keywords: *Car-sharing*, Mobile resource allocation, Vehicle and staff relocation.

RESUMEN

Recientemente, los sistemas de transporte urbano basados en uso compartido (*shared economies*) han experimentado un significativo crecimiento, guiados por la demanda de clientes a modos más flexibles y eficientes de movilizarse. Por esto, es común ver servicios de vehículos compartidos, como bicicletas (Mobike, Ofo), *scooters* (Lime, Bird) y automóviles (Zipcar, Shared Now, Car2go).

Estudiamos la operación de un servicio de *one way car-sharing* (OWCS), cuyo propósito consiste en ofrecerle al cliente recoger y devolver un automóvil de la agencia que ofrece el servicio en dos lugares geográficos distintos y habilitados. Este tipo de servicios presenta grandes desafíos logísticos. Primero, es común observar patrones de asimetría espacial y temporal de la demanda, que producirán desbalances de los inventarios de vehículos geográficamente. Esto, puede generar pérdidas de demanda por estaciones vacías o exceso de devoluciones de vehículos en estacionamientos no habilitados (*over-parking*). Para evitar esto, los vehículos deben ser relocalizados dinámicamente durante la operación. Segundo, a diferencia de sistemas de *bike/scooter-sharing*, en los que es posible relocalizar múltiples vehículos en un sólo viaje, cada automóvil debe ser relocalizado por un conductor de la agencia, que a la vez, también debe ser relocalizado durante la operación.

Formulamos un modelo de optimización dinámico que relocaliza conjuntamente vehículos y *staff* durante la operación. Además, proponemos y comparamos diferentes políticas *online* para el problema. Algunas de estas políticas son reactivas, otras anticipativas y otras incorporan ambos aspectos. Por ejemplo, una política basada en *approximate dynamic programming* (ADP) que estima una función de pérdida. El valor de las políticas es estimado computacionalmente mediante instancias simuladas en un experimento base y en el escenario con datos reales de la agencia chilena de OWCS, Awto. Finalmente, nuestra política basada en ADP presentó los mejores resultados, con respecto a las otras políticas, y mejoró el costo de no hacer en nada en un 48 % en el escenario de Awto.

Palabras Claves: *Car-sharing*, Relocalización de recursos móviles, Relocalización de vehículos y *staff*.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

1.1. Contexto y Motivación

El número de viajes en auto privado ha crecido en la última década en muchas ciudades. Por ejemplo, en Santiago de Chile los viajes en vehículo privado aumentaron un 40 % en 11 años (Muñoz, Thomas, y Contreras, 2015). Por otro lado, conjuntamente ha aumentado la tasa de motorización y el tiempo de no utilización. En Santiago hay un parque automotriz de 0,26 vehículos por persona (INE, 2018) y estos se encuentran estacionados en promedio un 96 % del tiempo (Awto, 2019b). Frente a esto, los servicios de *car-sharing* (CS) son una alternativa para movilizarse dentro de la ciudad, e incluso entre ciudades. Este tipo de servicios ofrece al cliente una flota de vehículos compartidos disponibles en estaciones de la compañía ubicadas en diferentes puntos de la ciudad. El cliente puede agendar un auto mediante una aplicación web, a un cobro típicamente dependiente del tiempo de utilización del auto.

En el mundo hay diversos ejemplos de servicios CS. En EEUU la industria es liderada por la compañía Zipcar, que ofrece servicios del tipo *round-trip car-sharing*. En este tipo de servicio, el usuario puede retirar el vehículo en diferentes estaciones definidas por la compañía operadora y retornarlo en la misma estación. Actualmente, Zipcar está valuada en \$1,2 miles de millones de dólares, posee una flota de más de 12.000 vehículos, está presente en alrededor de 500 ciudades y registra crecimientos mayores al 30 % anual en cantidad de usuarios (Mauricio Sabater, 2016). Existen otros tipos de servicios de *car-sharing* más flexibles llamados *free-floating*, en que el usuario puede retirar y retornar en zonas abiertas definidas por la compañía. El principal referente de este servicio es la compañía car2Go, valuada en \$341 millones de dólares y presente en 25 ciudades (Ingrid Lunden, 2018). En esta tesis, consideraremos un tipo de servicio híbrido entre los dos mencionados llamado *one-way car-sharing* (OWCS), en el cual el usuario puede retirar y retornar el vehículo en dos estaciones distintas, que no son zonas abiertas (estacionamientos limitados).

Este servicio le ofrece al cliente una versatilidad y precio intermedio entre un automóvil particular y el sistema de transporte público. El servicio de CS permite a los usuarios a cambio de una cuota fija mensual, realizar un viaje totalmente independiente en auto sin tener que poseer uno, a menor precio que un viaje en taxi, Uber, etc. De acuerdo a [Uber \(2019\)](#), [Taxímetro \(2019\)](#) y [Awto \(2019a\)](#), respectivamente, las tarifas promedio el 2019 en Santiago para un viaje de 30 minutos y 20 kilómetros son 7.250 clp en Uber, 13.300 clp en taxi y 5.700 clp en Awto (servicio de CS) . Además, un usuario del servicio no paga directamente estacionamiento, mantención, patente, seguros, etc.

1.2. Problema a Estudiar

Desde el punto de vista de la oferta, un servicio de CS presenta grandes desafíos operativos. En primer lugar, su demanda es revelada dinámicamente en el tiempo y está distribuida en distintas ubicaciones geográficas. Además, esta demanda puede ser asimétrica, es decir, la cantidad de clientes que solicitan recoger vehículos en una estación y período de tiempo puede ser muy diferente a la cantidad de solicitudes de retorno, o, viceversa. Si esta asimetría de demanda se mantiene en el tiempo, genera una tendencia a acumular vehículos en estaciones que son mayoritariamente de retorno y a que falten vehículos, en estaciones que mayoritariamente originan viajes.

Para atacar este problema, el operador del servicio podría rebalancear inventario relocalizando vehículos entre estaciones durante la operación. Sin embargo, cada relocalización debe ser ejecutada por un conductor de la agencia (*staff*), que a su vez debe ser relocalizado para mover vehículos en el área de servicio durante la operación. Así, el *staff* se mueve dinámicamente en la ciudad. Por ello, el operador del servicio debe planificar el movimiento de ambos recursos móviles, vehículos y *staff* dinámicamente en el tiempo de forma costo eficiente.

A modo de ejemplo, la Figura 1.1 ejemplifica el problema de relocalizar vehículos y *staff*. En ella se representan dos estaciones, i y j , de una agencia de CS que poseen

4 estacionamientos cada una, en 5 horas distintas del día. La estación i cuenta con tres autos y la j con un auto más un miembro de *staff*, a las 6:00 . En la estación j se demanda retornar un auto a las 6:30 y a las 7:30, mientras que en la estación j se requiere recolectar uno a las 6:30 y a las 7:30.

En ausencia de relocalizaciones de parte de la agencia, dos de los cuatro servicios involucrados no quedarían satisfechos. Un vehículo tendría que estacionarse en un estacionamiento no autorizado (asumiendo que no sigue buscando más estaciones con disponibilidad) en la estación 1 a las 7:30 y en la estación 2 se perdería un servicio a la misma hora.

Para evitar esto, la agencia puede mover el miembro del *staff* desde la estación j hacia la i a las 6:30 y luego este *staff* podría relocalizar un auto desde i a j a las 7:00.

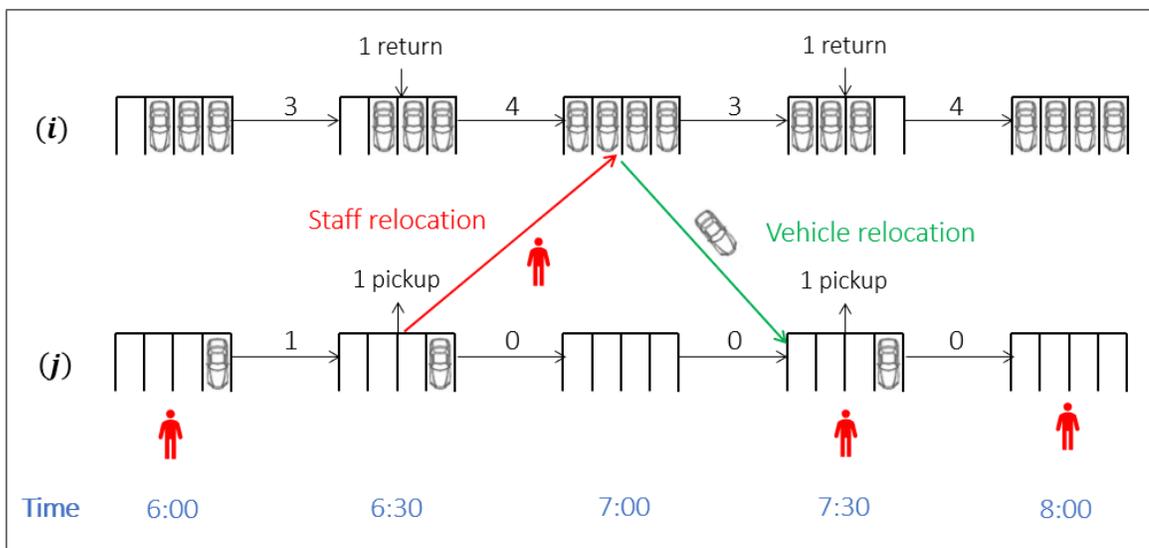


Figura 1.1. Ejemplo de una relocalización en un servicio de OWCS

Planificar una operación dinámica para que sea costo eficiente puede ser complejo, pues un operador debe buscar diseñar un plan tanto reactivo como proactivo. Este plan es conocido como política de decisión. La reactividad implica que la planificación cambia periódicamente adaptándose a nueva información disponible del sistema. La proactividad

de una política implica que su accionar anticipe potenciales escenarios de demanda futuros y las posibles decisiones asociadas. Una política dinámica debe decidir qué hacer en cada estado del sistema considerando todas las posibles decisiones y escenarios de información futuros. Puede ser complejo identificar políticas dinámicas eficientes, por lo que otra opción es considerar políticas *a priori*, que diseñan un plan al comienzo de la operación y luego simplemente lo ejecutan sin adaptarlo dinámicamente. Otra política posible es la miope, que es reactiva, pero asume total desconocimiento de posibles escenarios futuros. Nuestro objetivo con estas políticas es maximizar el nivel de servicio otorgado al cliente al recoger y retornar vehículos, y minimizar costos de operación.

1.3. Objetivos

En este trabajo, estudiamos cómo relocalizar vehículos y *staff* dinámicamente en el tiempo para un servicio de OWCS. Esto con el objetivo de desarrollar una metodología para la relocalización dinámica de vehículos y *staff* de una agencia de OWCS y cuantificar los beneficios de esta, con respecto a otras políticas sencillas. Para tal efecto, proponemos los siguientes objetivos específicos:

- Formular un modelo que integre vehículos y *staff* para el problema de relocalización dinámica.
- Desarrollar una metodología para estimar el costo futuro esperado de potenciales pérdidas de demanda futura y de escasez de estacionamientos disponibles.
- Proponer una política de decisión que incorpore el modelo dinámico de relocalización, junto con otras cuatro políticas alternativas más sencillas y compararlas en instancias computacionalmente simuladas.
- Analizar un caso de estudio con datos reales de la operación de la empresa Awto que provee servicios de OWCS en Santiago de Chile.

1.4. Alcances

Los siguientes puntos se encuentran fuera del alcance de este trabajo: la posibilidad de consolidar más de un *staff* en un mismo vehículo, distintos tipos de categorías de usuario como económica, *premium*, etc., la valorización del estado del sistema al final del día, las restricciones para incorporar vehículos eléctricos, métodos de aprendizaje tipo *Value Function Approximation* para calcular las pendientes de la función de pérdida, resoluciones más complejas de la ejecución del modelo de optimización y flexibilización temporal y espacial de la demanda.

1.5. Principales Contribuciones

Las principales contribuciones de esta tesis se pueden resumir en:

- La formulación de un modelo para el problema de relocalización de vehículos y *staff*, que incorpora dinámicamente la demanda conocida. De acuerdo a nuestro conocimiento, en la literatura no existen modelos dinámicos con estas características.
- Una nueva metodología que estima el costo futuro esperado de potenciales pérdidas de demanda y de escasez de estacionamientos disponibles en función del número actual de vehículos en cada estación, y que se puede incorporar analíticamente en un modelo de decisión dinámico.
- Una política de decisión que basándose en nuestra estimación de costo futuro, es más eficiente que la serie de políticas de decisión alternativas en instancias computacionalmente simuladas. Además, es compatible con las necesidades de planificación en tiempo real.
- Un caso de estudio, que según nuestro conocimiento no se había realizado hasta el momento, del escenario de Santiago de Chile con datos reales de la operación de la empresa Awto que provee servicios de OWCS. En este estudio, mostramos

el beneficio que traería para la empresa implementar la política de relocalización propuesta.

1.6. Estructura de la Tesis

La estructura de esta tesis es la siguiente: En el Capítulo 2, presentamos una revisión bibliográfica y la brecha que existe en la literatura sobre relocalización en CS. En el Capítulo 3, modelamos matemáticamente el problema operativo de OWCS y presentamos su formulación como proceso de decisión Markoviano (MDP). En el Capítulo 4, presentamos una relajación que asume perfecto conocimiento de la demanda futura, la cual utilizamos como punto de referencia del mejor servicio posible. Luego, en el Capítulo 5, mostramos el simulador que utilizamos para los experimentos computacionales y proponemos diferentes políticas dinámicas para resolver el problema. En el Capítulo 6, evaluamos las políticas propuestas sobre dos escenarios distintos: un experimento simulado computacionalmente y un caso de estudio para la agencia de OWCS, Awto, y luego discutimos algunas lecciones obtenidas en base a estos resultados. Finalmente, en el Capítulo 7 exponemos las conclusiones del trabajo realizado y mostramos potenciales extensiones de nuestro trabajo a futuro. En el Apéndice A se encuentran glosarios las variables, parámetros, conjuntos y siglas utilizadas en esta tesis.

CAPÍTULO 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo presentamos una revisión bibliográfica de la literatura relacionada con este trabajo. Primero, en la Sección 2.1 revisamos artículos referentes a metodologías utilizadas en este trabajo. Luego, en la Subsección ?? nos enfocamos en artículos que abordan la relocalización de distintos tipos de recursos móviles (contenedores vacíos, bicicletas, vehículos, etc.) y artículos específicos de relocalización de automóviles y *staff*. Por último, en la Subsección ?? presentamos una brecha en el estado actual de la literatura sobre relocalización de recursos en CS.

2.1. Metodología de Decisiones Dinámicas

En el desarrollo de este trabajo adaptamos a nuestro problema diversas metodologías disponibles en la literatura para planificar decisiones dinámicas. En la Sección 3.2 planteamos un modelo de decisión dinámica, cuyas políticas óptimas están definidas mediante el principio de recursión de Bellman (Bellman, 2003). En el Capítulo 4 se estudia una relajación de información perfecta de un proceso de decisión Markoviano (Puterman, 1994), para subestimar el costo total esperado del problema (Brown y Haugh, 2017). Powell (2011) propone diversas políticas heurísticas para abordar problemas dinámicos complejos, algunas de las cuales son consideradas en el Capítulo 5 (*Myopic policy*, *Lookahead policy* y *Value Function Approximation (VFA)*). En particular, nuestra política definida en la Sección 5.2 basada en estimar el costo futuro esperado, se puede reinterpretar como una forma de hacer un VFA, pues estima la función *cost-to-go* de cada estación en cada período mediante un modelo analítico con estructura similar a la que utilizan Godfrey y Powell (2002b).

En el Capítulo 4 y en la Sección 5.2 se formulan modelos de optimización para representar la actividad en una red espacio-tiempo, planteados con una estructura general de flujo en redes basada en *network flows* (Ahuja, Magnanti, y Orlin, 1993) excluyendo algunas restricciones. Adicionalmente, las formulaciones matemáticas que utilizamos en

esta investigación para modelar el flujo de vehículos y *staff*, se pueden entender como variables de una *index capacity formulation* (Toth y Vigo, 2014).

Por último, las políticas propuestas se fundamentan en dos formas de tomar decisiones; la primera es una política *a priori* (Jaillet, 1988) en la Sección 5.3 (política S-AP) y la segunda son políticas resueltas a través de un horizonte rodante (Bertsekas, 1995) en las secciones 5.2, 5.4 y 5.5 (políticas S-RH, D-RH y BC), ya sea con pronósticos hechos con escenarios puntuales o mediante estimaciones más sofisticadas del *cost-to-go*.

2.2. Relocalización de Recursos Móviles

2.2.1. Estado actual de la literatura

La relocalización de recursos móviles en el espacio-tiempo se ha estudiado en diferentes contextos, por ejemplo contenedores (*empty container relocation*, ECR), bicicletas (*bike-sharing*, BS), vehículos compartidos (*car-sharing*, CS), y camiones y remolques. Los artículos precursores sobre el tema estudian cómo relocalizar contenedores vacíos en la red de transporte marítimo de una compañía naviera, para garantizar la disponibilidad de estos según requiera la demanda por transporte de carga. Por ejemplo, Crainic, Gendreau, y Dejax (1993) desarrollan un modelo determinístico y uno estocástico de dos etapas (Dantzig, 1955) para redistribuir contenedores vacíos. En la misma línea, Erera, Morales, y Savelsbergh (2005) desarrollan un modelo *multi-commodity flow* (Crainic y Laporte, 1997; Crainic, 2000) determinístico que planifica eficientemente cómo relocalizar contenedores en una red espacio-tiempo. Modelos determinísticos o estocásticos de dos etapas son herramientas útiles de planificación frente a escenarios de demanda conocidos o bastante predecibles, pero los servicios de CS tienen un grado de dinamismo e incertidumbre mayor, por lo que una planificación dinámica en el tiempo en más de dos etapas podría ser beneficiosa.

Los trabajos de Godfrey y Powell (2002a, 2002b) estudian cómo relocalizar camiones y remolques en la industria camionera. Este sistema está sujeto a demanda estocástica

de transporte definida por solicitud de servicios entre pares origen y destino para un determinado momento del tiempo. Este modelo no considera movimientos de *staff* en el sistema.

El trabajo de [Brinkmann y Ulmer \(2019\)](#) propone una política de relocalización dinámica de bicicletas para un sistema de BS que enfrenta demanda incierta. Los autores cuantifican el valor esperado de la demanda no satisfecha para distintos posibles escenarios en las estaciones y en función del inventario actual de bicicletas. Si bien comparte ciertas similitudes con nuestro trabajo, la propuesta de estos autores no es aplicable a CS, pues no considera *staff* y desestima efectos geográficos de la red como distancia, tiempos de viaje, etc.

El trabajo de [Nourinejad y Roorda \(2014\)](#) desarrolla un modelo de tres etapas para relocalizar dinámicamente vehículos de un servicio de CS. La primera etapa consiste en definir la flota de vehículos suponiendo información determinística de la demanda basada en valores esperados. La segunda etapa consiste en un modelo dinámico, que planifica qué relocalizaciones hacer considerando períodos discretos de tiempo. La tercera etapa consiste en un modelo que determina el momento específico dentro del período discreto en que debe iniciarse y finalizar cada relocalización. Esta metodología asume un servicio de CS con reserva de viaje en que el usuario indica con antelación el origen, destino y tiempo exacto de cada viaje. Además, tampoco considera la relocalización del *staff*.

[Datner et al. \(2017\)](#) desarrollan una solución *off-line* al problema de relocalización de bicicletas, pues consideran que las relocalizaciones se ejecutan antes de comenzar a operar el sistema. Este enfoque sufre de las complejidades asociadas a abordar problemas dinámicos con soluciones *off-line*.

Otros autores han abordado la incertidumbre de demanda con modelos de optimización robusta. [Erera, Morales, y Savelsbergh \(2009\)](#) desarrollan un modelo de dos etapas que planifica una relocalización de recursos móviles sujeto a que siempre exista una medida reactiva factible de bajo costo en cada escenario de demanda dentro de un conjunto

de incertidumbre. En CS la demanda posee alta incertidumbre y dinamismo, por lo que es demasiado restrictivo diseñar soluciones mayoritariamente *a priori*. Una reacción limitada no es suficiente, pues a veces podría requerirse reoptimizar decisiones estructurales del problema.

Para reducir la necesidad de relocalizar vehículos por parte del operador se puede incentivar al usuario para que se comporte de la manera deseada. Fricker y Gast (2012) proponen explotar la flexibilidad del usuario. Esta consiste en que el cliente indique de antemano dos estaciones de la red que puedan ser su destino y luego el sistema escoge el lugar en base a criterios de inventario. Esta política es modelada para un servicio de BS en una red con tasas de demanda uniformes en el tiempo y el espacio. También, Stroehle, Flath, y Gärttner (2018) estudian las disposiciones a pagar por flexibilidad espacial y temporal del usuario mediante encuestas. Este tipo de políticas están fuera del alcance de nuestro trabajo.

Las relocalizaciones de *staff* también debiesen ser planificados durante la operación de un servicio de CS. Si bien la literatura de relocalización de *staff* es escasa, existen estudios sobre el impacto de la disponibilidad del *staff* sobre relocalización de vehículos. Boyaci, Geroliminis, y Zografos (2015) incorporan sólo el costo por contratación de *staff* en su modelo de CS, pero no planifican su relocalización. Los siguientes trabajos sí incorporan el *staff* en la planificación y consideran sus movimientos en la red.

El trabajo de Smith *et al.* (2013) estudia un servicio de CS integrado con una flota de taxis, es decir, los clientes pueden viajar en vehículos manejados por ellos mismos o por conductores designados. Desarrollan un modelo que planifica las tasas de reposición de vehículos y *staff* entre estaciones, el tamaño de la flota y la cantidad óptima de *staff*. Se asume que el *staff* puede relocalizarse entre estaciones mediante los taxis y los vehículos manejados por el usuario, lo que es una política de privacidad difícilmente aceptable en servicios CS. Este modelo planifica decisiones estratégicas, como el tamaño de la flota y *staff*, pero no tácticas y operativas.

El trabajo de [Kek et al. \(2009\)](#) desarrollan un modelo que planifica el itinerario individual de cada *staff*, con restricciones de horario, origen, destino, cantidad de relocalizaciones, entre otras. El esquema propuesto por los autores posee un alto nivel de detalle, lo que lo hace difícil de implementarse en instancias de mediano y gran tamaño, o en ambientes dinámicos bajo incertidumbre, ya que requeriría gran esfuerzo computacional y complejización del modelo.

[Weikl y Bogenberger \(2013\)](#) plantean una política de relocalización de vehículos y *staff* que se basa en reaccionar a ciertas reglas optimizadas que gatillen decisiones durante la operación. En su trabajo realizan un estudio del comportamiento histórico de la demanda, para optimizar las reglas que se tomarán durante la operación. Esta política es principalmente reactiva, dado que no busca anticiparse a la demanda futura.

En el trabajo de [Jorge, Correia, y Barnhart \(2014\)](#) también desarrollan una política de relocalización de vehículos y *staff*. Esta política consiste en tomar una decisión que se anticipe a la demanda con ayuda de datos históricos conocidos solo antes de la operación, y luego realizar ajustes según algunas reglas durante la operación. Esta política es principalmente *a priori*, dado que la decisión que anticipa la demanda se toma antes de la operación, y luego se realizan ajustes sobre esta misma, sin poder reaccionar de forma eficaz en caso de que la demanda se aleje mucho de lo esperado.

Finalmente, [Nourinejad et al. \(2015\)](#) plantean un modelo determinístico que planifica decisiones de relocalización y dimensionamiento de flota y *staff*. Este modelo es compatible con problemas de mayor tamaño, pero asume que no existe incertidumbre en la demanda.

2.2.2. Brecha en la literatura

La Tabla [2.1](#) resume la literatura científica disponible relacionada a esta investigación, clasificando los trabajos previos en base a la industria sobre la que se trabaja (ECR, BS, CS), el objetivo de su política (minimizar costos operacionales, flota y *staff*, minimizar

demanda satisfecha, maximizar ganancias, etc) y los tipos de ejecución de la política; optimización *a priori*, reoptimización reactiva y reoptimización proactiva. En el primer tipo, solo se ejecuta una toma de decisiones antes de la operación y luego se realizan ajustes menores, en la reoptimización reactiva, se incorpora la demanda conocida durante la operación, pero sin anticipar la demanda, y la reoptimización proactiva reejecuta la toma de decisiones incorporando la demanda conocida de cada período y además busca anticiparse proactivamente a la demanda. En resumen, al analizar los trabajos previos se observa que existe una brecha no abordada porque ninguno de estos diseña una política que considere la relocalización de *staff* en *car-sharing* y que además se reoptimice siendo proactiva. Por lo tanto, se clarifica la necesidad de la industria CS de contar con herramientas que planifiquen decisiones dinámicas (proactivas y reactivas) con demanda bajo incertidumbre, integrando simultáneamente la relocalización de vehículos y *staff*.

Tabla 2.1. Clasificación de trabajos previos sobre relocalización de recursos móviles

Reference	Industry	Objective Function	Staff Relocation	Proactive re-optim.	Reactive re-optim.	<i>A priori</i> optim.
Crainic <i>et al.</i> (1993)	ECR	min OOPP cost + unattended demand				✓
Godfrey y Powell (2002a)	Generic	max profit - OOPP cost		✓		
Erera <i>et al.</i> (2005)	ECR	min relocation cost				✓
Kek <i>et al.</i> (2009)	CS	min relocation cost + unattended demand	✓			✓
Erera <i>et al.</i> (2009)	ECR	min OOPP cost				✓
Smith <i>et al.</i> (2013)	CS	min relocation cost				✓
Weikl y Bogenberger (2013)	CS	max satisfied demand - OOPP cost,staff			✓	
Nourinejad y Roorda (2014)	CS	min relocation cost + fleet + unattended demand			✓	
Jorge <i>et al.</i> (2014)	CS	max profit - OOPP cost				✓
Nourinejad <i>et al.</i> (2015)	CS	min relocation cost + fleet + staff	✓			
Datner <i>et al.</i> (2017)	BS	max user total travel				✓
Brinkmann y Ulmer (2019)	BS	max satisfied demand		✓		
This Research	CS	min relocation cost + unattended demand	✓	✓	✓	✓

CAPÍTULO 3. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

En este capítulo presentamos la modelación general del problema y su formulación como proceso de decisión Markoviano (MDP). En primer lugar, en la Sección 3.1 describimos la modelación del problema dinámico de relocalización de vehículos y *staff* para una agencia de OWCS y definimos los parámetros que lo determinan. Luego, en la Sección 3.2 presentamos la formulación del problema dinámico modelado como un MDP mediante ecuaciones de Bellman.

3.1. Supuestos de Modelación

3.1.1. Características de la red

En este trabajo consideramos la operación de una agencia que opera un servicio de OWCS a lo largo de un día dividido en T períodos de tiempo de igual duración. La agencia posee estaciones de recogida y retorno de vehículos definidas en el conjunto N , donde cada estación $i \in N$ cuenta con $Q_i \in \mathbb{N}$ estacionamientos disponibles. En la modelación, construimos un diagrama espacio-tiempo de $N \times T$ nodos, en que cada nodo representa una estación-período. Cada par de estaciones $i, j \in N$ están conectadas entre si, mediante tiempos de traslado continuos de d_{ij} períodos.

3.1.2. Supuestos de la demanda

Los supuestos que tomamos respecto a la demanda son los siguientes:

- i*) No es posible conocer con antelación el momento de cada demanda por recogida o retorno de un servicio, es decir, se asume que la agencia no ofrece la posibilidad de hacer reservas.
- ii*) En la práctica, la elección del período o estación de origen y destino podría depender de la congestión de estacionamientos en el sistema. Por ejemplo, una estación sin vehículos podría motivar a un usuario a recoger el auto en una estación o

período distinto al original, o podría ocurrir algo similar con usuarios que quieran retornar vehículos en estaciones sin estacionamientos disponibles. También, podrían generarse pérdidas futuras de demanda si estos problemas son sostenidos en el tiempo. Para simplificar el análisis, asumimos que la elección de la estación de retorno de un vehículo es independiente de la ocupación de cada estación del sistema. Es decir, si un usuario desea retornar un vehículo en la estación j , entonces lo hará incluso si es que no hay estacionamientos disponibles. Este supuesto asume que el vehículo se estacionará en algún lugar no habilitado por la agencia (*over-parking*) incurriendo en una penalidad para la agencia de CS (multas de tránsito o incomodidad del usuario, por ejemplo). Intuitivamente, este supuesto no impactará considerablemente en la correcta representación de la realidad cuando la razón entre flota y estacionamientos disponibles en el sistema sea relativamente bajo. En este caso, la penalidad a pagar motivará al operador a evitar *over-parking* y podrá hacerlo, si existe una gran disponibilidad de estacionamientos. Además, el supuesto aproxima mejor la realidad cuando es factible estacionar fuera de la estación, como es el caso de zonas suburbanas con amplio espacio de estacionamientos en las calles.

- iii) También asumimos que no existe elasticidad en la demanda por recogida, es decir, si un usuario no encuentra un vehículo disponible para recoger en la estación y período deseado, entonces dicha demanda se pierde.

3.1.3. Generación de la demanda

Cada servicio lleva implícito una recogida con origen i durante el período t , un retorno con destino j , y su respectiva duración. La demanda por recoger autos en la estación $i \in N$ y en el período $t \in \{1, \dots, T\}$ se asume como un proceso de Poisson homogéneo por período $t \leq T$ de tasa $\mu_i^t[\text{veh}/\text{per}]$. La demanda por retorno, a diferencia de la anterior, depende de la demanda de vehículos recogidos con anterioridad, de la duración estocástica de cada servicio y de su destino. La probabilidad de que un servicio iniciado en i durante t tenga destino j es p_{ij}^t . Llamaremos ω al vector de una realización estocástica de demanda.

También definimos las variables aleatorias $D_i^t(\omega)$ y $A_i^t(\omega)$ como el conteo de recogidas y retornos de vehículos en la estación i durante el período t , respectivamente. Para estudiar el nivel de servicio entregado al usuario, llamamos "satisfecho" a un servicio en que el usuario pudo recoger el vehículo en la estación deseada y retornarlo sin incurrir en *over-parking*.

3.1.4. Duración del servicio

A cada servicio se le asigna una demora ($\hat{L}_{i,t}$) estocástica que asumimos exponencial, la cual representa el tiempo de servicio adicional más allá del traslado, como por ejemplo, un paseo o una ida al supermercado. Entonces, la duración de un servicio entre i y j iniciado en t será $d_{ij} + \hat{L}_{i,t}$, con $\hat{L}_{i,t}$ *i.i.d.*. La probabilidad de que este servicio se retorne durante t' es $r_i^{t,t'}$. En esta definición se encuentra implícito el supuesto de que la demora es independiente del destino del viaje. Este supuesto se basa en que las razones de una demora pueden ser muchas, y por lo tanto, no se debe concluir el destino a partir de ellas ni viceversa.

3.1.5. Recursos de la agencia

Asumimos que la duración de una relocalización es igual al tiempo de viaje entre las estaciones correspondientes. Además, suponemos que el costo de ubicar *staff* es proporcional a la cantidad de *staff* reubicado. Este supuesto es válido cuando la relocalización se realiza por medio externos con tarifa variable en función de la cantidad de viajes por pasajero, como por ejemplo taxi o transporte público. Sin embargo, no aplica cuando hay vehículos de la agencia que pueden mover varios miembros del staff en un solo viaje incurriendo en un solo costo. Este último problema queda fuera del alcance de nuestro trabajo. También, asumimos que la cantidad inicial de vehículos y *staff* al inicio del horizonte de operación en cada estación $i \in N$, es $I_{i,0}^F$ e $I_{i,0}^P$, respectivamente. En consecuencia, definimos el tamaño de flota $\bar{F} = \sum_{i \in N} I_{i,0}^F$ y de *staff* $\bar{P} = \sum_{i \in N} I_{i,0}^P$.

3.1.6. Costos y penalidades

Los costos son los siguientes: costo de relocalización de vehículos, c_F [\$/relocalización], costo de relocalización de *staff*, c_P [\$/relocalización] y penalidades por demanda no satisfecha y no ejecutada, modeladas como un costo por no atender una recogida, α [\$/recogida perdida], y por *over-parking*, β [\$/veh-per], que se paga por cada período (o fracción) que un vehículo se encuentre en *over-parking*. Típicamente se cumple que $c_F, c_P \ll \alpha, \beta$, pues los costos de operación son relativamente bajos frente a la pérdida incurrida por no atender correctamente al cliente (daño de imagen corporativa, ingresos no percibidos, etc.). El conteo de vehículos en *over-parking* se realiza al final de cada período en cada estación.

3.1.7. Ejemplo gráfico

La Figura 3.2 muestra la modelación del problema de relocalizar vehículos y *staff* ejemplificado en la Figura 1.1. En esta se representa un diagrama espacio-tiempo, en que cada nodo representa las estaciones i y j en 5 distintos períodos de tiempo. La capacidad de cada estación, Q_i es igual a 4 estacionamientos. Los arcos negros representan el inventario de vehículos, los arcos rojos el inventario de *staff*, el arco rojo punteado una relocalización de *staff* y un arco negro de relocalización de vehículo. Además, los arcos verticales entrantes representan demandas de retorno y los arcos salientes representan demanda de recogida. De esta forma, el escenario explicado en la Figura 1.1 es idénticamente representado en la Figura 3.2.

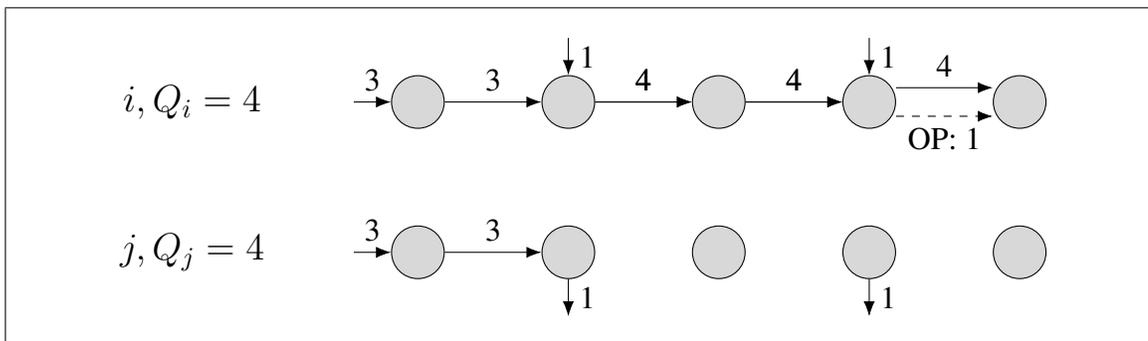


Figura 3.1. OWCS system without relocation

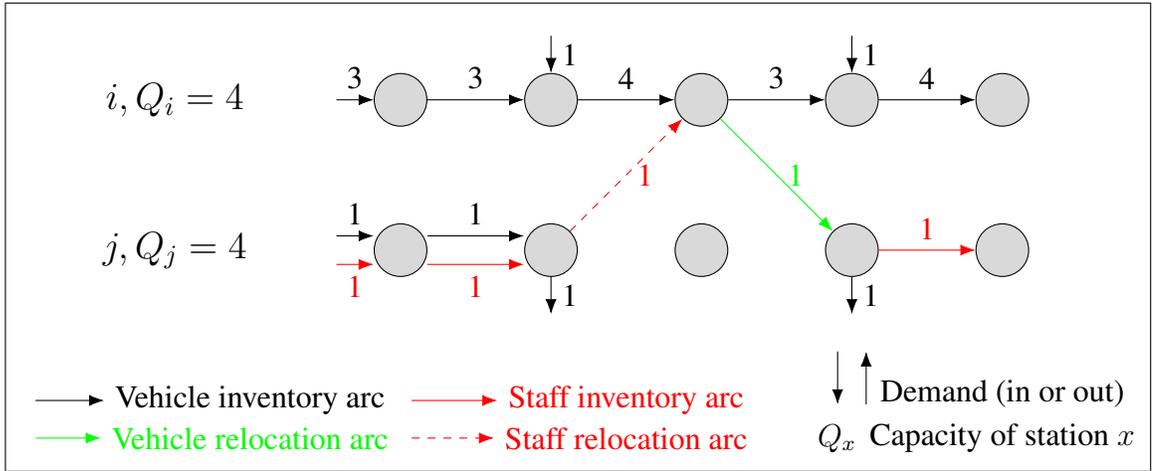


Figura 3.2. Sistema de OWCS con relocalización

3.2. Proceso de Decisión Markoviana

A continuación modelamos el proceso de decisión dinámico de la agencia como un proceso de decisión Markoviana (MDP).

3.2.1. Estados del sistema

En cada periodo t , el estado del sistema es $S_t = (S_t^F, S_t^P, S_t^U)$ y está definido por el estado de la flota de vehículos $S_t^F = (\mathbf{q}_0^F, \mathbf{q}_1^F, \dots, \mathbf{q}_{d_{\max}}^F)$, de *staff* $S_t^P = (\mathbf{q}_0^P, \mathbf{q}_1^P, \dots, \mathbf{q}_{d_{\max}}^P)$ y de usuarios en *pipeline* $S_t^U = (\mathbf{u}_1^U, \mathbf{u}_1^U, \dots, \mathbf{u}_{t-1}^U)$. Los vectores $\mathbf{q}_0^F, \mathbf{q}_0^P$ indican la cantidad disponible de vehículos y *staff*, respectivamente, al inicio del período t en cada estación; mientras que, $\mathbf{q}_d^F = (\mathbf{q}_{id}^F : \forall i \in N)$, $\mathbf{q}_d^P = (\mathbf{q}_{id}^P : \forall i \in N)$ contienen vectores que indican los tiempos de arribo de relocalizaciones de vehículos y *staff* en *pipeline* que llegarán a destino durante el período $[t + d - 1, t + d]$. Así, el vector $\mathbf{q}_{id}^F = (t_1^F, t_2^F, \dots)$ se define con los tiempos de llegada de las relocalizaciones de vehículos, t_k^F , con $t_1^F < t_2^F < \dots$, y análogamente, se define el vector

$\mathbf{q}_{\text{id}}^P = (t_1^P, t_2^P, \dots)$. Por último, el vector $\mathbf{u}_{t'}^U = (\mathbf{u}_{it'}^U : \forall i \in N)$ contiene vectores que indican los tiempos de inicio de los servicios de usuarios en *pipeline* durante el período t' . Así, el vector $\mathbf{u}_{it'}^U = (t_1^U, t_2^U, \dots)$ se define con los tiempos de recogida de los vehículos, t_k^U , con $t_1^U < t_2^U < \dots$. La cardinalidad del espacio de estados es de orden $\mathcal{O}\left(\left(\bar{F}\right)^{|N|} (Q_{\max} + 1)^{|N|} \bar{P}^{d_{\max} \cdot |N|} \cdot T\right)$, con $Q_{\max} := \max_{i \in N} \{Q_i\}$ y $d_{\max} := \max_{\{i,j \in N\}} \{\lceil d_{i,j} \rceil\}$. Esto, pues la cardinalidad de estados posibles de viajes de usuario no finalizados es $(\bar{F})^{|N|}$, de inventario en un período $(Q_{\max} + 1 + \bar{P})^{|N|}$ (a lo más) y de relocalizaciones de vehículos y *staff* en un período $\bar{P}^{d_{\max} \cdot |N|}$ (a lo más).

3.2.2. Conjunto factible de decisiones

En cada estado S_t se define a $\chi(S_t)$ como el conjunto factible de decisiones de relocalización de vehículos y *staff*. Matemáticamente, $\chi(S_t) = \{(\mathbf{x}_t^F, \mathbf{x}_t^P) \in \mathbb{Z}^{|N| \times |N|} \times \mathbb{Z}^{|N| \times |N|} : \sum_{\forall j \in N} x_{ijt}^F \leq q_0^F \wedge \sum_{j \in N} x_{ijt}^F + x_{ijt}^P \leq q_0^P, \forall j \in N\}$ donde $\mathbf{x}_t^F = (\dots, x_{ijt}^F, \dots)$, $\mathbf{x}_t^P = (\dots, x_{ijt}^P, \dots)$ son vectores de variables de decisión que indican la cantidad relocalizada de vehículos y *staff* respectivamente. La cantidad de acciones posibles en cada período es a lo más $\mathcal{O}(|N|^{2 \cdot \bar{P}})$.

3.2.3. Transición de estados

El estado del *staff* S_t^P queda completamente determinado por S_{t-1} y las decisiones $\mathbf{x}_{t-1}^F, \mathbf{x}_{t-1}^P \in \chi(S_{t-1})$. Sin embargo, los estados S_t^F y S_t^U son variables aleatorias, pues dependen de la demanda de viajes y tiempos de uso en el período $t - 1$. La función de transición de estados entre períodos consecutivos se define en el Apéndice B.

3.2.4. Esperanzas de recogida y retorno

Definimos las esperanzas de recogidas perdidas, $V_{it}^-(S_{it}^F, S_{it}^U, \mathbf{x}_{it})$, y de vehículos que se estacionarán en *over-parking*, $V_{it}^+(S_{it}^F, \mathbf{x}_{it})$, durante el período t en la estación i en el sistema para una decisión de relocalización $\mathbf{x}_{it} \in \chi(S_{it})$. Matemáticamente,

$$V_{it}^+(S_{it}, \mathbf{x}_{it}) = \mathbb{E}_{\{\omega\}} [I_i(t+1) - Q_i | I_i(t+1) > Q_i] \cdot \mathbb{P}(I_i(t+1) > Q_i | S_{it}) \quad (1a)$$

$$V_{it}^-(S_{it}, \mathbf{x}_{it}) = \sum_{m=0}^{\infty} \mathbb{E}_{\{\omega\}} \left[\sum_{k=1}^m \delta_k(\tau_k) \middle| S_{it}, D_i^t(\omega) = m \right] \cdot \mathbb{P}(D_i^t(\omega) = m) \quad (1b)$$

Para estas expresiones consideramos el parámetro τ_k como el tiempo de demanda por recogida del k -ésimo vehículo en la estación i durante el período t . En otras palabras, si $D_i^t = m$, entonces $\tau_1 < \dots < \tau_m$. Además, utilizamos $\delta(\tau_k) = \{0, 1\} : 1, \text{ si } I_i(\tau_k) = 0; 0, \text{ en otro caso}; \forall k = 1, \dots, m\}$ como una función de *output* binario, que indica si es que en el momento de la k -ésima demanda por recogida τ_k el inventario es igual a 0, es decir, si dicha demanda se pierde. También, la función $I_i(t', \omega)$ representa el inventario de vehículos de i en t' . $D_i^t(\omega)$ es la variable aleatoria de demanda de recogida de vehículos. El primer término de V_{it}^+ representa el valor esperado del inventario, dado que este sea al menos igual a su capacidad al final del período t (**antes** de que salgan las relocalizaciones del período $t + 1$). El segundo término representa la probabilidad de que el inventario final sea, al menos, igual a su capacidad. El primer término de V_{it}^- representa el valor esperado de las recogidas no atendidas, dado un estado del sistema y una cierta cantidad m de demandas por recogidas. El segundo término es la probabilidad de que la cantidad de recogidas sea igual a m .

3.2.5. Mínimo costo total esperado

Sea $C_t(S_t)$ el mínimo costo total esperado desde el período t en adelante dado el estado S_t . Dado el estado inicial del sistema S_1 , se define la función mínimo costo total esperado futuro o *cost-to-go*, $\forall t \in \{1, \dots, T\}$ como:

$$C_t(S_t) = \min_{\mathbf{x}_t \in \chi(S_t)} \{(c_F, c_P, \alpha, \beta) \cdot (\|\mathbf{x}_t^F\|_1, \|\mathbf{x}_t^P\|_1, V_t^-(S_t^F, \mathbf{x}_t), V_t^+(S_t^F, \mathbf{x}_t)) + \xi(S_t^F, \mathbf{x}_t)\} \quad (1c)$$

$$C_{T+1}(S_{T+1}) = 0 \quad (1d)$$

donde $\xi(S_t^F, \mathbf{x}_t) = \mathbb{E}_{\{\omega\}} [C_{t+1}(S_{t+1}) | S_t^F, \mathbf{x}_t]$ es el mínimo costo esperado futuro en el estado de post-decisión (S_t^F, \mathbf{x}_t) . La función $\|\mathbf{x}_t^F\|_1$ es la norma 1 del vector y cuenta la cantidad de relocalizaciones ejecutadas. Análogamente para $\|\mathbf{x}_t^P\|_1$.

Encontrar una política óptima de relocalización de vehículos y *staff* es complejo, pues requiere resolver las ecuaciones recursivas de Bellman en (1), que sufren la triple maldición de la dimensionalidad (Powell, 2011). Por ello, no nos enfocaremos en resolver este problema de forma óptima, sino que en el diseño de políticas heurísticas de decisión.

CAPÍTULO 4. COTA DE INFORMACIÓN PERFECTA

En este capítulo, presentamos un modelo de planificación que asume conocimiento de la demanda por servicios un día antes de comenzar la operación. En primer lugar, en la Sección 4.1 explicamos los supuestos que tomamos para la modelación. En segundo lugar, en las secciones 4.2 y 4.3 definimos, respectivamente, los parámetros (y conjuntos de parámetros) y las variables de decisión que utilizamos en la modelación. Luego, en la 4.4 presentamos la función objetivo del modelo y en la 4.5 las restricciones de este.

Este modelo tiene una solución óptima infactible, pues asume conocido un escenario de demanda para el día. Sin embargo, permite estimar el mínimo costo total esperado del modelo dinámico definido en la Subsección 3.2.5. Esta cota se conoce como relajación de información perfecta o *PIR*, por sus siglas en inglés (*perfect information relaxation*) (Brown, Smith, y Sun, 2010; Secomandi y Margot, 2009). Formalmente, para un escenario conocido de demanda diaria, ω , obtenemos su mínimo costo posible $C^*(\omega)$ si se planifica de forma costo-eficiente. Luego, la cota de información perfecta es $C_{PIR} = \mathbb{E}_{\omega}[C^*(\omega)]$. Evaluarla de forma exacta requiere calcular $C^*(\omega)$ para una gran cantidad (posiblemente infinita) de escenarios de demanda. Para resolver esta dificultad, estimamos C_{PIR} mediante simulación de Montecarlo sobre un muestreo aleatorio de M escenarios, es decir, $C_{PIR} \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M C^*(\omega^m)$.

4.1. Supuestos

Para calcular $C^*(\omega)$ vía MIP, hacemos dos supuestos; la distancia entre estaciones se mide en períodos discretos y todos los servicios que inician y finalizan en una estación en un mismo período se consolidan, es decir, se considera una demanda neta de viajes (demanda de retorno - demanda de recogida) para todas las estaciones y períodos. Ambos supuestos los tomamos para trabajar con variables de períodos discretos y evitar variables de tiempo continuo que complejizan el modelo. No obstante estos supuestos le quitan

realidad al modelo, son necesarios para evitar que este se complejice y crezca mucho la cantidad de variables a tal punto que podría ser inmanejable.

4.2. Definición de Conjuntos y Parámetros

Un escenario de demanda ω queda definido por los parámetros: $D_i^t(\omega)$, la demanda por recogida de vehículos en la estación i durante el período t ; j_{it}^k , el destino del k -ésimo servicio que se origina en la estación i durante el período t , y l_{it}^k , su duración respectiva. Con esto, definimos el conjunto de arcos entrantes a la estación $j \in N$ en el período t como $A^-(j, t, \omega) = U^-(j, t, \omega) \cup \delta^-(j, t)$, siendo $U^-(j, t, \omega) = \{(i, t', k) : i \in N, t' \in \{1, \dots, t\}, k \in \{1, \dots, D_i^{t'}(\omega)\}, j_{it}^k = j \wedge l_{it}^k + t' = t\}$ los servicios de usuario que retornan el auto y $\delta^-(j, t) = \{(i, j) : i \in N, d_{ij} + 1 \leq t, j \neq i\}$ los potenciales arcos de viaje de relocalizaciones entrantes. El conjunto de arcos salientes de la estación j en el período t se define como $A^+(j, t, \omega) = U^+(j, t, \omega) \cup \delta^+(j, t)$, siendo $U^+(j, t, \omega) = \{(j, t, k) : k \in \{1, \dots, D_j^t(\omega)\}\}$ los potenciales servicios de usuario que recogen un auto y $\delta^+(j, t) = \{(j, i) : i \in N, d_{ji} + t \leq T, j \neq i\}$ los potenciales viajes de relocalización salientes.

4.3. Variables

Las variables de decisión del modelo son: x_{ij}^t , el número de vehículos a relocalizar desde la estación i a la estación j al comienzo del período t e y_{ij}^t , la cantidad de *staff* a ser relocalizado desde la estación i a la estación j en el período t . Adicionalmente, definimos las siguientes variables auxiliares: $I_{i,t}^F$, el inventario de vehículos en i al inicio del período t **después** de las recogidas por relocalizaciones; v_{it}^+ , la cantidad de vehículos en *over-parking* en la estación i al final del período t ; v_{it}^- , la cantidad de recogidas perdidas en la estación i durante el período t ; u_{it}^k , es 1 si se ejecuta el k -ésimo servicio de usuario que recoge un vehículo desde la estación i en el período t , y 0 en otro caso; z_{it}^- , la cantidad de servicios de usuario que recogen vehículos de i en t ; y $z_{i,t}^+$, la cantidad de servicios de usuarios que retornan vehículos en i en t .

4.4. Función Objetivo

$$C^*(\omega) = \min_{x,a,d} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N} \left(c_F \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^F + c_P \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^P + \beta v_{it}^+ + \alpha v_{it}^- \right) \quad (2a)$$

La función objetivo (2a) representa la suma de los costos de relocalización de vehículos y *staff* más la penalización por retornos en *over-parking* y recogidas no atendidas.

4.5. Restricciones

Balance de vehículos:

$$I_{j,1}^F + \sum_{a \in \delta^+(j,1)} x_{a1}^F = I_{j,0}^F \quad \forall j \in N \quad (2b)$$

$$I_{j,t}^F + \sum_{a \in \delta^+(j,t)} x_{at}^F + z_{jt}^+ = I_{j,t-1}^F + \sum_{a \in \delta^-(j,t)} x_{a,t-d_a}^F + z_{jt}^- \quad \forall j \in N, \forall t \in \{2, \dots, T\} \quad (2c)$$

La familia de restricciones (2b) y (2c) garantizan conservación de vehículos en el tiempo y espacio.

Balance de staff:

$$x_{jj1}^P + \sum_{a \in \delta_j^+} (x_{a1}^P + x_{a1}^F) = I_{j,0}^P \quad \forall j \in N \quad (2d)$$

$$x_{jjt}^P - x_{jj,t-1}^P + \sum_{a \in \delta_j^+} (x_{at}^F + x_{at}^P) - \sum_{a \in \delta_j^-} (x_{a,t-d_a}^F + x_{a,t-d_a}^P) = 0 \quad \forall j \in N, \forall t \in \{2, \dots, T\} \quad (2e)$$

La familia de restricciones (2d) y (2e) garantiza conservación del *staff* en el tiempo y espacio.

Conteo de recogidas y retornos de servicios de usuario:

$$\sum_{e \in U^-(j,t)} u_e = z_{jt}^- \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2f)$$

$$\sum_{e \in U^+(j,t)} u_e = z_{jt}^+ \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2g)$$

Las restricciones (2f) y (2g) cuentan los retornos y recogidas de servicios de usuario en cada período t y estación j , respectivamente.

Definición de recogidas perdidas:

$$I_{j,t}^F + z_{jt}^- - z_{it}^+ \leq M u_{jt}^k \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall k \in \{1, \dots, D_j^t(\omega)\} \quad (2h)$$

$$u_{jt}^k \leq u_{jt}^{k+1} \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall k \in \{1, \dots, D_j^t(\omega) - 1\} \quad (2i)$$

$$D_j^t(\omega) = v_{jt}^- + z_{jt}^+ \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2j)$$

Las familias de restricciones (2h), (2i) y (2j) definen las recogidas perdidas. La restricción (2h) evita que el modelo genere una recogida perdida existiendo inventario para atenderla, pues si es que el inventario de la estación de origen en el período de inicio del servicio no es igual a 0 al final de dicho período, no se permite una recogida sin atender. Por otro lado, (2i) fuerza al modelo a no decidir arbitrariamente qué servicios no van a realizarse dentro de un período y estación para evitar simetría entre decisiones equivalentes. La restricción (2j) establece que la demanda por recogidas de vehículos es igual a la cantidad de recogidas no ejecutadas más las ejecutadas.

Definición de over-parking:

$$I_{j,t}^F + \sum_{a \in \delta^+(j,t)} x_{at}^F \leq v_{jt}^+ + Q_j \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2k)$$

La restricción (2k) define que la cantidad de vehículos en *over-parking* debe ser mayor o igual a la cantidad de vehículos estacionados por sobre la capacidad de la estación al comienzo del día.

Naturaleza de las variables:

$$x_{at}^F, x_{at}^P \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall a \in (N, N), \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2l)$$

$$I_{i,t}^F, z_{it}^+, z_{it}^-, v_{it}^+, v_{it}^- \in \mathbb{Z}_0^+ \quad \forall i \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (2m)$$

$$u_{it}^k \in \{0, 1\} \quad \forall i \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall k \in \{1, \dots, D_i^t(\omega)\} \quad (2n)$$

CAPÍTULO 5. SIMULADOR Y POLÍTICAS DE OPERACIÓN PROPUESTAS

En la sección 3.2 desarrollamos una modelación del problema dinámico de relocalización de vehículos y *staff*, que dado su orden de complejidad es difícil de resolver en forma óptima. En este capítulo, presentamos cinco posibles políticas heurísticas a este problema. En la Sección 5.1 mostramos el simulador con el que se evaluarán todas la políticas. Luego, en la Sección 5.2 desarrollamos una metodología para calcular una aproximación de una función de pérdida y una política de horizonte rodante (HR) estocástico basada en esta aproximación. Por último, en las siguientes secciones definimos una política basada en un modelo estocástico *a priori*, una política de HR determinístico, una política reactiva de control de bandas y una política pasiva.

5.1. Simulador de la Operación

Las políticas que proponemos en las secciones 5.2- 5.5 se rigen según la siguiente simulación:

Algorithm 1 Simulación

- 1: Ejecutar $\Omega \leftarrow INICIALIZACION^1$, para obtener parámetros Ω
 - 2: Sea \mathbf{X} el vector de decisiones de relocalización de vehículos y *staff*
 - 3: Sea $\bar{\mathbf{q}}$ el vector de # de vehículos y *staff* en estado de **pre-decisión**
 - 4: Sean $\mathbf{V}^-, \mathbf{V}^+ \leftarrow \mathbf{0}, \mathbf{0}$ los vectores con variables de conteo de recogidas perdidas y vehículos en OP, repectivamente
 - 5: Ejecutar $\mathbf{X} \leftarrow PLAN_INICIAL(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{X})$
 - 6: **for** $h \in \{1, \dots, T - 2\}$ **do**
 - 7: Ejecutar $\bar{\mathbf{q}}, \Omega \leftarrow RELOCALIZACIONES^2(h, \bar{\mathbf{K}}, \Omega, x_h, h)$ para generar las relocalizaciones
 - 8: Ejecutar $\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{V}, \Omega \leftarrow TRANCISION_ESTADOS^3(h, \bar{\mathbf{q}}, \mathbf{V}, \Omega)$
 - 9: Ajustar $\hat{\lambda} \leftarrow AJUSTAR_1^4(h, \mathbf{V}^-, \Omega)$ según las recogidas perdidas
 - 10: $\mathbf{X} \leftarrow ACCION_t(h, \bar{\mathbf{q}}, \mathbf{X}, \Omega)$
 - 11: Ejecutar $\bar{\mathbf{q}}, \Omega \leftarrow RELOCALIZACIONES(\bar{\mathbf{q}}, \Omega, x_{T-1}, T - 1)$ para generar las relocalizaciones
 - 12: Ejecutar $\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{V}, \Omega \leftarrow TRANCISION_ESTADOS(\bar{\mathbf{q}}, \mathbf{V}, \Omega)$
 - 13: Sea $C_{EC} \leftarrow \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^T \left(\alpha V_{it}^+ + \beta V_{it}^- + c_F \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^F + c_P \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^P \right)$ el costo total
-

En este simulador, lo primero que hacemos es inicializar el sistema y obtener los parámetros de entrada que representamos en el conjunto Ω y en los vectores \mathbf{X} , \mathbf{V} , $\bar{\mathbf{q}}$. El simulador funciona en base a eventos de tiempo continuo, por lo tanto, en el conjunto Ω , explicitado en detalle en la subrutina del Algoritmo 8 (ver Apéndice C), se encuentran los vectores con los tiempos de ocurrencia de cada evento (demandas por recogida y retorno de vehículos, y retornos de relocalizaciones, obviamente inicialmente vacío este último) por estación y período. Luego, realizamos una toma de decisiones pre-operación según cada política. Después, generamos el comienzo de la operación, donde lo primero que ocurre en todos los períodos es el inicio de las relocalizaciones planificadas correspondientes, que se ejecutan a través de la subrutina del Algoritmo 9 (ver Apéndice C). Luego de esto, simulamos el desarrollo del período h con la subrutina del Algoritmo 10 (ver Apéndice C), que entrega como *outputs* los inventarios por estación, $\bar{\mathbf{q}}^F$, $\bar{\mathbf{q}}^S$, el conteo de las recogidas perdidas y OP, \mathbf{V} , y los vectores y parámetros Ω . Al término de cada período reajustamos las tasas de retorno a futuro, $\hat{\lambda}$, en función de las recogidas efectivas que ocurrieron durante el período. Antes de simular el próximo período, se realiza una nueva toma de decisiones según cada política y se repite todo el proceso $T - 1$ períodos. Finalmente, se calcula el costo total de la operación entre relocalizaciones y penalidades incurridas.

5.2. Política de Horizonte Rodante Estocástico (S-RH)

En la ecuación (1c), vimos que el costo en t (C_t) del problema dinámico consta de la suma de las penalidades esperadas y el costo futuro. En esta sección, primero desarrollamos un modelo de aproximación del valor esperado de estas penalidades por demanda no satisfecha (1a, 1b) en función del inventario (I^F) y capacidad (Q) por estación en cada período, que definimos como función de pérdida. Luego, incorporamos esta función de pérdida en un modelo de optimización con una red espacio-tiempo para tratar de estimar

¹Ver sub-rutina en Apéndice C

²Ver sub-rutina en Apéndice C

³Ver sub-rutina en Apéndice C

⁴Ver sub-rutina en Apéndice J

los costos futuros, y finalmente, presentamos una política de relocalización que ejecuta este modelo en cada período de la operación, es decir, con una toma de decisiones *on-line* y dinámica.

5.2.1. Función de Pérdida

En las secciones anteriores vimos que la demanda y los viajes, tanto de usuario como de relocalización, se desarrollan en tiempo continuo durante la operación, sin embargo, para desarrollar nuestra política discretizamos toda ocurrencia de evento y tiempo de viaje en el modelo. Concretamente, consideramos los supuestos: (1) Tiempos de viaje entre estaciones son discretas, (2) eventos de usuario en un mismo período ocurren todos al mismo momento, es decir, las recogidas y retornos se netean. Estos supuestos son necesarios en el modelo para no complejizarlo, pero no se deben incluir en el simulador, pues hace el problema menos real.

A continuación estimamos el costo de *over-parking* y de demanda insatisfecha para un período t en función del inventario de autos disponibles en una estación después de ejecutar la relocalización de vehículos. Consideramos una estación y un período del sistema. Sea I^F la cantidad de vehículos disponibles en la estación luego de las reposiciones, Q la cantidad de estacionamientos en la estación, A una variable aleatoria que representa la cantidad de demanda por retornos de vehículos en el período, y D una variable aleatoria que representa la cantidad de demanda por recogida de vehículos en el mismo período. Entonces, $V = A - D$ es una variable aleatoria que representa la demanda neta de viajes en dicha estación y período. Si $I^F > Q$, se debe pagar un costo α por cada vehículo en *over-parking*, es decir, por $(I^F - Q)^+$. Si la demanda $V < I^F$, se debe pagar un costo β por cada recogida no satisfecha. La penalidad total para una realización particular de V es:

$$C_D(I^F, V) = \alpha \cdot \text{máx}(V + I^F - Q, 0) + \beta \cdot \text{máx}(-V - I^F, 0) \quad (3a)$$

y su valor esperado dado I^F :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_V [(C_D(I^F, V), \lambda, \mu)] &= \sum_{v=Q-I^F+1}^{\infty} \alpha(v + I^F - Q) \cdot \mathbb{P}(V = v) \\ &\quad - \sum_{v=-\infty}^{-I^F-1} \beta(v + I^F) \cdot \mathbb{P}(V = v) \end{aligned} \quad (3b)$$

Podemos notar que la función $C_D(\cdot)$ es convexa en V e I^F , pues es una suma ponderada de funciones máximo. En consecuencia, $E_V[C_D(\cdot)]$ también es convexa dado que también es una suma ponderada de funciones convexas. En el Apéndice D demostramos formalmente la convexidad de $E_V[C_D(\cdot)]$ en función de I^F . Esta función considera el costo esperado asumiendo conocida la distribución de la demanda neta (retornos - recogidas) de vehículos y el número de vehículos en la estación, pero no considera que estos valores dependen del resto de los movimientos en la red.

Es necesario adaptar esta fórmula para incorporarla en una modelo de flujo en redes. Lo primero, es transformar la variable de inventario $I_{i,t}^F = \sum_{n=1}^{Q_i} I_{i,t}^n : I_{i,t}^n \in \{0, 1\}, \forall i \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}$ (3c) en una *index capacity formulation*, es decir, como una suma de variables binarias. En la Figura 5.1 definimos el arco $u = ((i, t), (i, t + 1)) = (i_t, i_{t+1})$ y podemos ver gráficamente esta transformación, pues el arco de la Figura 5.1a representa la variable de inventario I_u^F , mientras la apertura de este arco en los Q_i arcos de capacidad 1 de la Figura 5.1b, representan las variables I_u^n .

Luego, si consideramos que el *input* de la función costo del arco u , $c_u = g_u(\cdot)$, es una variable que solo toma valores enteros y es acotada ($I_u^F \in \{0, \dots, Q_u\}$), podemos limitar el recorrido de esta función en el conjunto discreto $\{g_u(0), g_u(1), \dots, g_u(Q_u)\}$. Entonces, si definimos el cambio marginal de la función g_u , $\theta_u^n = g_u(n) - g_u(n-1), \forall n = 1, \dots, Q_i$, sus posibles valores serán el conjunto $\{\theta_u^1, \dots, \theta_u^{Q_i}\}$. En la Figura 5.1b, asignamos cada θ_u^n del conjunto como costo del arco de su respectiva variable, I_u^n .

Ahora, dado que $g_u(\cdot)$ es función convexa, se cumple que $\theta_u^1 \leq \dots \leq \theta_u^{Q_i}$, con lo cual probamos que en un problema de flujo en redes, las unidades de flujo seguirán el orden de

los arcos $I_u^1, \dots, I_u^{Q_i}$. De esto, concluimos que $g_u(I_u^F) = g_u(0) + \theta_u^1 \cdot I_u^1 + \dots + \theta_u^1 \cdot I_u^{Q_i}$, y que por lo tanto, la transformación (3c) representada en la Figura 5.1 es correcta.

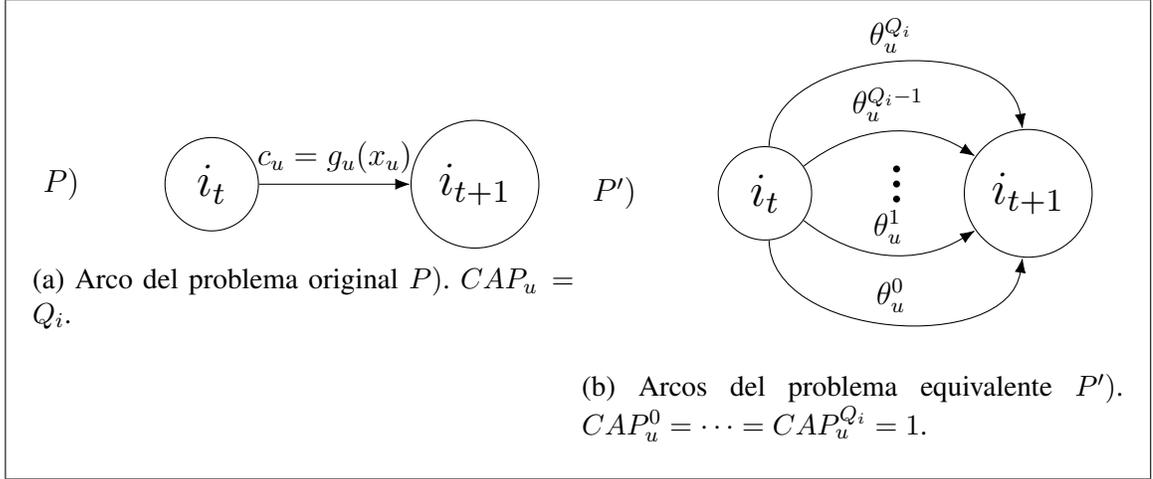


Figura 5.1. Representación gráfica de la transformación (3b)

La demanda por retornar vehículos es endógena al modelo, pues depende de la recogidas efectivas que se realicen. Sin embargo, en los modelos asumiremos que la tasa de esta demanda es igual a la tasa de demanda potencial (todas las recogidas se ejecutan), y así esta es exógena. Este supuesto tiene sentido, en cuanto con la política podamos cubrir gran parte de la demanda. Para nuestro caso particular, en la Sección 3.1 definimos que las salidas D se rigen según un proceso de Poisson, con lo que se sigue la siguiente propiedad:

PROPIEDAD 5.1 (Proceso de llegada es Poisson). *La demanda potencial por retornos de vehículos, sin información de lo ocurrido anteriormente en la operación, se rige según un proceso de Poisson en toda estación y período. Matemáticamente, $A_j^{t'} \sim Poisson(\lambda_j^{t'})$, $\forall j \in N, t' \in \{1, \dots, T\}$, con $\lambda_j^{t'} = \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^{t'} \mu_i^t p_{ij}^t r_{ij}^{t,t'}$.*

con p_{ij}^t la probabilidad de que un servicio iniciado en i durante t tenga como destino j y $r_{ij}^{t,t'}$ la probabilidad de que se retorne durante t' . En el Apéndice E probamos la Propiedad 5.1. Cabe destacar que cuando existe información sobre viajes en *pipeline*, es decir, que

ya iniciaron y no han finalizado, la demanda por retornar vehículos deja de ser un proceso de Poisson. En otras palabras, $A_j^{t'} | \{\dots, D_i^t, \dots : \forall i \in N, t \in \{1, \dots, t'\}\}$, no distribuye necesariamente Poisson. Por simplificación, asumimos que el flujo de demanda de salida y el flujo de demanda de entrada de viajes son ambos un proceso de Poisson. De esta forma, $A \sim Poisson(\lambda)$, $D \sim Poisson(\mu)$, y por tanto, $V = A - D \rightarrow V \sim Skellam(\lambda, \mu)$, cuya función de probabilidad de masa es igual a:

$$\mathbb{P}(V = v) = \sum_{u=0}^{\infty} \mathbb{P}(A = u + v) \cdot \mathbb{P}(D = u) = \begin{cases} \sum_{u=0}^{\infty} \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^{u+v}}{(u+v)!} \right) \left(\frac{e^{-\mu} \mu^u}{u!} \right) & \text{Si } v \geq 0 \\ \sum_{u=-v}^{\infty} \left(\frac{e^{-\lambda} \lambda^{u+v}}{(u+v)!} \right) \left(\frac{e^{-\mu} \mu^u}{u!} \right) & \text{Si } v < 0 \end{cases}$$

En el Apéndice F se muestra que si $v \in \mathbb{N}_0$ y $\lambda\mu \rightarrow 0$, entonces esta función se puede aproximar como (Abramowitz y Stegun, 1964):

$$\mathbb{P}(V = v) = \begin{cases} e^{-\mu} \mathbb{P}(A = v) & \text{Si } v \geq 0 \\ e^{-\lambda} \mathbb{P}(D = -v) & \text{Si } v < 0 \end{cases} \quad (3c)$$

Finalmente, al unir (3b) y (3c) obtenemos una fórmula cerrada para estimar $\mathbb{E}_V[C_D(I^F)]$:

$$\begin{aligned}
\mathbb{E}_V[C_D(I^F)] &= \alpha e^{-\mu} \left(\sum_{v=Q-I^F+1}^{\infty} (I^F - Q) \cdot \mathbb{P}(A = v) + v \cdot \mathbb{P}(A = v) \right) \\
&\quad - \beta e^{-\lambda} \left(\sum_{v=-\infty}^{-I^F-1} I^F \cdot \mathbb{P}(D = -v) + v \cdot \mathbb{P}(D = -v) \right) \\
&= \alpha e^{-\mu} \left((I^F - Q) \left(1 - \sum_{v=0}^{Q-I^F} \frac{e^{-\lambda} \lambda^v}{v!} \right) + \left(\lambda - \sum_{v=0}^{Q-I^F} v \frac{e^{-\lambda} \lambda^v}{v!} \right) \right) \\
&\quad - \beta e^{-\lambda} \left(I^F \left(1 - \sum_{v=0}^{I^F} \frac{e^{-\mu} \mu^v}{v!} \right) - \left(\mu - \sum_{v=0}^{I^F} v \frac{e^{-\mu} \mu^v}{v!} \right) \right) \tag{3d}
\end{aligned}$$

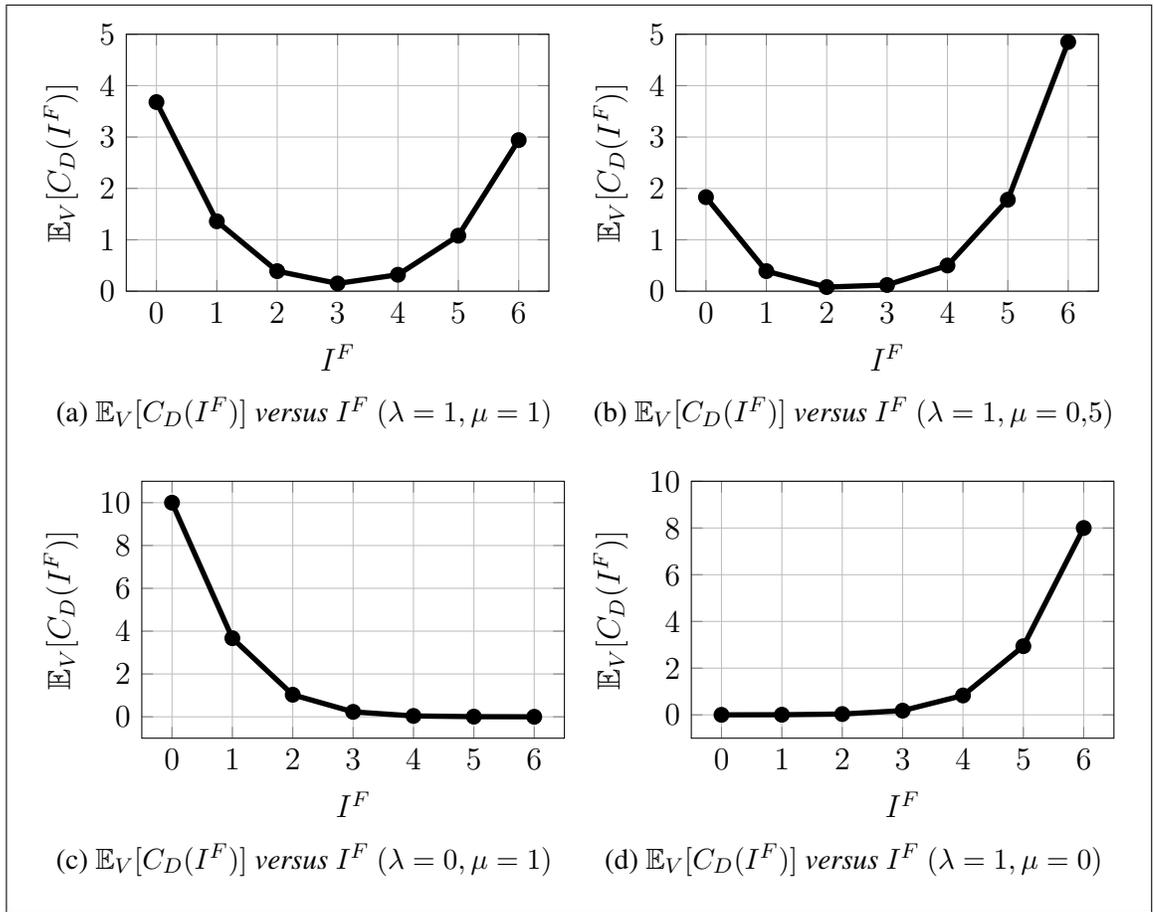


Figura 5.2. Ejemplo de cuatro distintos $\mathbb{E}_V[C_D(I^F)]$ bajo diferentes valores de λ, μ en función de I . ($\alpha = 10, \beta = 8, Q = 6$)

La Figura 5.2 presenta un ejemplo de una estación con 6 estacionamientos y penalidad $\alpha = 10$ por recogida perdida y $\beta = 8$ por *over-parking* (son los valores utilizados en los experimentos). Esta figura muestra empíricamente la convexidad de la función $\mathbb{E}_V[\cdot]$. En la Figura 5.2a se muestra que si $\mu = \lambda$, la curva es levemente mayor hacia la izquierda, pues $\alpha > \beta$. La Figura 5.2b muestra que si $\mu < \lambda$, entonces la función $\mathbb{E}_V[C_D(I)]$ no es simétrica y es mayor cuando el inventario es cercano a la capacidad de la estación. Luego, en la Figura 5.2c se muestra que si $\lambda = 0$ el costo esperado por llegada no satisfecha será cero, y, análogamente, en la Figura 5.2d se ve que si $\mu = 0$ el costo esperado por salida perdida también será cero.

5.2.2. Modelación

A continuación, proponemos una política de decisión que utilizamos con el simulador del Algoritmo 1. Esta política en cada periodo de operación resuelve las ecuaciones de recursión de Bellman descritas en (1c,1d) de forma aproximada valorizando el mínimo costo total esperado futuro mediante una aproximación que combina la función de pérdida desarrollada en la Subsección 5.2.1 para cada estación y período futuro con una estrategia de horizonte rodante. Por ello, la llamamos política de horizonte rodante estocástico (S-RH).

La política S-RH consiste en la ejecución de un modelo de optimización que evalúa la toma de decisiones utilizando como parámetro las tasas λ, μ , pero además necesitamos considerar un escenario específico de una realización de demanda para poder tener un pronóstico aproximado de qué vehículos relocalizar y de dónde se ubicarán estos. Sin embargo, vimos que el modelo trabaja con supuestos de tiempo discreto, por lo tanto, diseñamos el Algoritmo 12 (en el Apéndice G, se encuentra el detalle de este algoritmo), que consiste en transformar tasas de una demanda de usuario incierta que ocurre en tiempo continuo en la simulación, a un vector de demanda puntual determinística en tiempo discreto, $\hat{V} = (\dots, \hat{v}_i^t, \dots) \in \mathbb{R}^{|N| \times T}$, con $\hat{v}_i^t \approx \mathbb{E}[\hat{D}_i^t - \hat{A}_i^t | \hat{\lambda}, \hat{\mu}]$ un pronóstico de demanda neta de viajes en el período t de la estación i . Dado esto, las variables de decisión del modelo son: x_{ijt}^F , cantidad de vehículos que son relocalizados de la estación i a la estación j en el período t ; x_{ijt}^P , cantidad de *staff* que es relocalizado de la estación i a la estación j en el período t . Las variables auxiliares son: I_{it}^n , es 1 si al menos n vehículos se encuentran disponibles en la estación i y período t , **después** de las recogidas por relocalizaciones, y 0 en otro caso; I_{it}^F , el inventario de vehículos en la estación i y período t , **después** de las recogidas por relocalizaciones; v_{it}^+ , cantidad de vehículos estacionados en *over-parking* en la estación i al inicio del período t ; v_{it}^- , cantidad de recogidas perdidas en la estación i durante el período t ; q_{it} , cantidad de vehículos en la estación i al inicio del período t (**antes** de las recogidas por relocalizaciones); γ_i^t , tiene valor 1 si el inventario de

la estación i durante el período t , **antes** de los retornos de las relocalizaciones, es cero, y toma valor 0 en otro caso.

$$\hat{C}^*(\hat{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \min_{\mathbf{x}} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N} \left(c_F \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^F + c_P \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^P + \beta v_{it}^+ + f_{i,t}(I_{i,t}^F) \right) \quad (4a)$$

La función $f_{i,t}(n) = \mathbb{E}_V [C_D(n, Q_i), \lambda_i^t, \mu_i^t]$ es la función de pérdida en el período t y estación i , con $\mathbb{E}_V[\cdot]$ definido en (3d). Esta función objetivo suma los costos por las relocalizaciones de vehículos y *staff*, y las penalidades incurridas por *over-parking* y recogidas perdidas. Por un lado, se debe sumar el *over-parking* que existe en inventario (βv_{it}^+) desde el inicio del período, y por otro, con la función $f_{i,t}(\cdot)$ sumamos los potenciales vehículos que retornarán en *over-parking* durante el período t en la estación i .

Para reducir la función objetivo (4a) a una expresión analítica aproximada, a esta le aplicamos la transformación explicada en la Sección 5.2:

$$\hat{C}^*(\hat{\mathbf{v}}, \boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\mu}) = \min_{\mathbf{x}} \sum_{t=1}^T \sum_{i \in N} \left(c_F \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^F + c_P \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_{at}^P + f_{i,t}(0) + \sum_{n=1}^{Q_i} I_{i,t}^n \cdot f'_{i,t}(n) \right) \quad (4a,2)$$

$$\text{con } f'_{i,t}(n) = f_{i,t}(n) - f_{i,t}(n-1).$$

$$s.t. \quad I_{j,1}^F + \sum_{a \in \delta^+(j,t)} x_{a1}^F + v_{j1}^+ = I_{j,0}^F \quad \forall j \in N \quad (4b)$$

$$\sum_{a \in \delta^+(j,t)} x_{at}^F + v_{jt}^+ + I_{j,t}^F = q_{jt} \quad \forall j \in N, \forall t \in \{2, \dots, T\} \quad (4c)$$

$$\sum_{a \in \delta^-(j,t+1)} x_{a,t-d_a}^F + v_{j,t}^+ + I_{j,t}^F + \hat{v}_j^t + v_{j,t}^- = q_{j,t+1} \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T-1\} \quad (4d)$$

$$\sum_{n=1}^{Q_j} I_{j,t}^n = I_{j,t}^F \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4e)$$

$$-\hat{v}_j^t - I_{j,t}^F - v_{j,t}^+ \leq M\gamma_j^t \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}$$

$$\hat{v}_j^t + I_{j,t}^F + v_{j,t}^+ \leq M(1 - \gamma_j^t) \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4f)$$

$$v_{j,t}^- \leq M\gamma_j^t \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4g)$$

$$x_{jj1}^F + \sum_{a \in \delta_j^+(j,t)} (x_{a1}^F + x_{a1}^P) = I_{j,0}^P \quad \forall j \in N \quad (4h)$$

$$x_{jjt}^F + \sum_{a \in \delta_j^+(j,t)} (x_{at}^F + x_{at}^P) -$$

$$\left(x_{jj,t-1}^P + \sum_{a \in \delta^-(j,t)} (x_{a,t-d_a}^F + x_{a,t-d_a}^P) \right) = 0 \quad \forall j \in N, \forall t \in \{2, \dots, T\} \quad (4i)$$

$$x_{at}^F, x_{at}^P \in \mathbf{Z}_0^+ \quad \forall a \in (N, N), \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4j)$$

$$I_{j,t}^F, v_{j,t}^+, v_{j,t}^- \in \mathbf{Z}_0^+ \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4k)$$

$$\gamma_j^t \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\} \quad (4l)$$

$$I_{j,t}^n \in \{0, 1\} \quad \forall j \in N, \forall t \in \{1, \dots, T\}, \forall n \in \{1, \dots, Q_j\} \quad (4m)$$

A las variables definidas en el modelo del [Capítulo 4](#), se agregan dos nuevas variables; γ_j^t, q_j^t . Estas son necesarias para balancear y contabilizar las recogidas perdidas, dado que ya no se utiliza la variable u_{it}^w . Por consiguiente, estas variables deben definirse según el conjunto de restricciones ((4e)-(4g)). Las restricciones de continuidad de vehículos ((4b)-(4d)) son equivalentes a las restricciones ((2b),(2c)) y las restricciones de continuidad de *staff* ((4h),(4i)) son idénticas a las restricciones ((2g),(2h)).

5.2.3. Definición de la política S-RH

Formalmente, la política S-RH se define con los Algoritmos 2 y 3 que se ejecutan en el simulador del Algoritmo 1.

Algorithm 2 PLAN_INICIAL (S-RH)

- 1: Se reciben como parámetros $\bar{\mathbf{q}}_0^F, \bar{\mathbf{q}}_0^P, \hat{\mu}, \hat{\lambda}$
 - 2: Sea H la cantidad de períodos que el modelo evalúa hacia adelante
 - 3: Calcular el pronóstico de demanda a futuro $\hat{v}^1, \dots, \hat{v}^T \leftarrow \text{CALCULAR}.\hat{v}^5(1, \hat{\mu}, \hat{\lambda})$
 - 4: $\mathbf{X}^* \leftarrow \text{ARGMAX}_X \left\{ \hat{C}^* \left(\mathbf{I}_0^F, \mathbf{I}_0^P, \hat{v}, \hat{\mu}, \hat{\lambda} \right) \mid T = H + 1 \right\}$
 - 5: Retornar \mathbf{X}^* como resultado
-

El Algoritmo 2 se debe ejecutar antes de iniciar la operación. Generalmente, por capacidad de memoria computacional no se pueden evaluar todos los períodos del horizonte en una ejecución del modelo de optimización, por lo tanto, se define un parámetro, H , de períodos que el modelo evalúa a futuro. Luego, calculamos el vector de predicción de demanda \hat{V} , ejecutamos el modelo de optimización del conjunto de ecuaciones (4) asumiendo un horizonte de $H + 1$ períodos y se retorna como *output* la toma de decisiones $\mathbf{X}^*, \mathbf{Y}^*$.

Algorithm 3 ACCION_t (S-RH)

- 1: Se reciben como parámetros $h, \bar{\mathbf{q}}^F, \bar{\mathbf{q}}^P, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}$
 - 2: Sea H la cantidad de períodos que el modelo evalúa hacia adelante
 - 3: Calcular el pronóstico de demanda a futuro $\hat{v}^h, \dots, \hat{v}^T \leftarrow \text{CALCULAR}_{\hat{v}}(h, \hat{\mu}, \hat{\lambda})$
 - 4: Fijar el vector de demanda conocida de los períodos anteriores $\hat{v}^t \leftarrow \hat{A}^t - \hat{D}^t, \forall t \leq h - 1$
 - 5: Se fijan las variables de decisión ya ejecutadas $\Phi \leftarrow \{\mathbf{X}_t = \hat{\mathbf{X}}_t, \forall t \leq h - 1\}$
 - 6: $\mathbf{X}^* \leftarrow \text{ARGMAX}_X \left\{ \hat{C}^* \left(\bar{\mathbf{q}}^F, \bar{\mathbf{q}}^P, \hat{v}, \hat{\mu}, \hat{\lambda} \right) \mid \Phi \right\}$
 - 7: Retornar \mathbf{X}^* como resultado
-

El Algoritmo 3 se debe ejecutar al finalizar cada período y antes de iniciar las relocalizaciones del próximo. A diferencia del plan inicial, esta vez se deben fijar los vectores de pronóstico de demanda de períodos anteriores a la demanda ya conocida de dichos períodos y las variables de decisión de los períodos anteriores a lo efectivamente ejecutado. Finalmente, ejecutamos el modelo de optimización asumiendo estas variables fijadas como parámetros.

5.3. Modelo estocástico *a priori* (S-AP)

Esta política, al igual que S-RH, consiste en resolver el modelo de optimización del conjunto de ecuaciones (4), utilizando como parámetros el vector \hat{V} y las tasas λ, μ . Sin embargo, tiene una estrategia de toma de decisiones *a priori* y no en horizonte rodante, es decir, se ejecuta el modelo antes del inicio de la operación y luego sólo se vuelve a ejecutar cada H períodos, con lo cual pierde capacidad de reactividad. En el Algoritmo 4 podemos ver que el plan inicial de S-AP es idéntico al de S-RH. Luego, en el Algoritmo 5 podemos ver que cada h períodos, S-AP se comporta igual que S-RH y se ejecuta el modelo de optimización (4) para evaluar la siguiente toma de decisiones, pero en el resto de los períodos intermedios se respeta el plan de relocalizaciones tomado en la última ejecución, siempre y cuando existan los vehículos para relocalizar en cada estación y período requeridos. De lo contrario, en las filas 9-13 se cambia la relocalización del vehículo por una de *staff* con la misma ruta y así no alterar el itinerario planificado. Nuestra intención, es

⁶Ver Apéndice G

comparar esta política con **S-RH** y evaluar el costo por perder reactividad. Formalmente, la política es:

Algorithm 4 PLAN_INICIAL (S-AP)

- 1: Se reciben como parámetros $\bar{\mathbf{q}}_0^F, \bar{\mathbf{q}}_0^S, \hat{\mu}, \hat{\lambda}$
 - 2: Sea H la cantidad de períodos que el modelo evalúa hacia adelante
 - 3: Calcular el pronóstico de demanda a futuro $\hat{v}^1, \dots, \hat{v}^T \leftarrow \text{CALCULAR_}\hat{v}^7(1, \hat{\mu}, \hat{\lambda})$
 - 4: $\mathbf{X}^* \leftarrow \text{ARGMAX}_X \left\{ \hat{C}^* \left(\mathbf{I}_0^F, \mathbf{I}_0^P, \hat{v}, \hat{\mu}, \hat{\lambda} \right) \mid T = H + 1 \right\}$
 - 5: Retornar \mathbf{X}^* como resultado
-

Algorithm 5 ACCION_t (S-AP)

- 1: Se reciben como parámetros $h, \mathbf{q}^F, \mathbf{q}^S, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}$
 - 2: Sea H la cantidad de períodos que el modelo evalúa hacia adelante
 - 3: **if** $h - 1 \in \{H, 2H, \dots\}$ **then**
 - 4: Calcular el pronóstico de demanda a futuro $\hat{v}^h, \dots, \hat{v}^T \leftarrow \text{CALCULAR_}\hat{v}^8(h, \hat{\mu}, \hat{\lambda})$
 - 5: Fijar el vector de demanda conocida de los períodos anteriores $\hat{v}^t \leftarrow \hat{A}^t - \hat{D}^t, \forall t \leq h - 1$
 - 6: Se fijan las variables de decisión ya ejecutadas $\Phi \leftarrow \left\{ \mathbf{X}_t = \hat{\mathbf{X}}_t, \forall t \leq h - 1 \right\}$
 - 7: $\mathbf{X}^* \leftarrow \text{ARGMAX}_X \left\{ \hat{C}^* \left(\bar{\mathbf{q}}^F, \bar{\mathbf{q}}^P, \hat{v}, \hat{\mu}, \hat{\lambda} \right) \mid \Phi \right\}$
 - 8: **else**
 - 9: **for** estaciones con relocalizaciones infaciles: $\{i \in N : \sum_{j \in N} \hat{x}_{ijh}^F > q_{i,h}^F\}$ **do**
 - 10: **for** $j \in N$ **do**
 - 11: Se agrega relocalización de *staff* $\hat{x}_{ijh}^P \leftarrow \hat{x}_{ijh}^F$
 - 12: Se quita relocalización de *vehículo* $\hat{x}_{ijh}^F \leftarrow 0$
 - 13: **break if** relocalizaciones son factibles $\sum_{j \in N} \hat{x}_{ijh}^F \leq q_{i,h}^F$
 - 14: Se respeta último plan de relocalizaciones $\mathbf{X}^* \leftarrow \hat{\mathbf{X}}$
 - 15: Retornar \mathbf{X}^* como resultado
-

5.4. Horizonte rodante determinístico (D-RH)

Ahora, con la intención de evaluar el modelo de función de pérdida desarrollado en la Sección 5.1, diseñamos la política de horizonte rodante determinístico (D-RH). Esta consiste en una estrategia que ejecuta un modelo de optimización todos los períodos para

⁷Ver sub-rutina Apéndice G

⁸Ver sub-rutina Apéndice G

la predicción puntual de demanda determinística y no a través de la función de pérdida. Llamaremos a este modelo C_{D-RH}^* . Formalmente, la política es idéntica a los Algoritmos 2 y 3, pero con el modelo $C_{D-RH}^*(\cdot)$ en vez de $C^*(\cdot)$.

5.5. Política reactiva de control entre bandas (BC)

También desarrollamos una cuarta política principalmente no anticipativa e intuitiva para un operador no especializado, con el fin de evaluar los beneficios de planificar en base a un modelo de optimización que sea anticipativo. La estrategia de la política consiste en un criterio reactivo de control entre bandas, es decir, si el inventario de una estación sube o baja por sobre cierto límite establecido previamente, se reacciona y se va a recoger un vehículo de la estación o se relocaliza hacia ella, respectivamente.

En particular, nosotros dividimos las estaciones en céntricas o de alta demanda y en periféricas o de baja demanda, y definimos dos límites superiores e inferiores según esta categoría. s, s^c son los niveles de control de inventario en las zonas periféricas y centrales, respectivamente, por bajo los cuales se reacciona. S, S^c son la diferencia máxima del inventario con la capacidad de la estación en las zonas periféricas y centrales, respectivamente, bajo la cual se reacciona. El conjunto de estaciones centrales, $C_h = \left\{ i_1, \dots, i_{[N]} : i_k \in N, \sum_{t=h}^{h+t_a} \mu_{i_k}^t + \lambda_{i_k}^t \geq \sum_{t=h}^{h+t_a} \mu_{i_{k+1}}^t + \lambda_{i_{k+1}}^t \right\}$, se define para cada período t como el 10% superior de estaciones ordenadas según la suma de sus tasas λ, μ hasta $t + t_a$, con t_a una cantidad optimizada de períodos de anticipación de la demanda. Además, utilizamos el conjunto de estaciones ordenadas descendentemente por λ , $Z_h^\lambda = \left\{ i_1, \dots, i_N : i_k \in N, \sum_{t=h}^{h+t_a} \lambda_{i_k}^t \geq \sum_{t=h}^{h+t_a} \lambda_{i_{k+1}}^t \right\}$, y el conjunto Z_h^μ definido análogamente. Por último, definimos la función $R^F(i, h) = \sum_{t \geq h+1} \sum_{j \in N} x_{ji}^t$ como la cantidad de vehículos relocalizados por llegar a i desde h en adelante, y $R^P(i, h)$ la función análoga para las relocalizaciones de *staff*, x^P .

En el caso de la política BC, los algoritmos $PLAN_INICIAL(BC)$ y $ACCION_t(BC)$ son idénticos. Formalmente, esta política es:

Algorithm 6 ACCION_t (BC) ⁹

```

1: Se reciben parámetros y variables  $\Omega \leftarrow h, \bar{q}^F, \bar{q}^P, \hat{X}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}$ 
2: Sea  $W \leftarrow \sum_{i \in N} \bar{q}_{i,h}^P$  la cantidad de staff disponible para relocalizar
3: Sea  $\Delta \leftarrow W$  una variable auxiliar que define la cantidad de staff relocalizado en el último loop
4: while exista staff disponible y decisiones por tomar:  $W > 0 \wedge \gamma > 0$  do
5:   for  $c \in C_h$  do
6:     if  $c$  es generadora:  $\mu[h, h + t_a] > \lambda[h, h + t_a]$  then
7:       if inventario + llegadas en camino bajo banda:  $\bar{q}_{c,h}^F + R^F(c, h) \leq s_c$  then
8:         Ejecutar y actualizar  $\Omega \leftarrow PEDIR\_VEHICULO^{10}(\Omega)$ 
9:       else if inventario por sobre banda:  $\bar{q}_{c,h}^F \geq Q_c - S^c$  then
10:        if staff disponible en  $c$ :  $q_{c,h}^P > 0$  then
11:          Ejecutar y actualizar  $\Omega \leftarrow ENTREGAR\_VEHICULO^{11}(\Omega)$ 
12:        else if inventario - Staff en camino por sobre banda:  $\bar{q}_{c,h}^F - R^S(c, h) \geq Q_c - S^c$  then
13:          Ejecutar y actualizar  $\Omega \leftarrow PEDIR\_STAFF^{12}(\Omega)$ 
14:   Actualizar  $\gamma \leftarrow W - \sum_{i \in N} \bar{q}_{i,h}^P$ 
15:   Actualizar  $W \leftarrow \sum_{i \in N} \bar{q}_{i,h}^P$ 
16: Retornar  $\hat{X}$  como resultado

```

Este algoritmo, en primer lugar asegura que exista *staff* disponible a relocalizar, para luego recorrer todas las estaciones céntricas del período según el orden de C_h . Si la zona es generadora de demanda dentro de los próximos t_a períodos, se examina si su inventario de vehículos actual más los que van en camino por relocalización es menor a su banda inferior de reacción, y si es así, entonces se pide un vehículo a dicha estación. Por otra parte, si la estación es sumidero, se examina si el inventario del período está por sobre la banda de reacción superior. En caso positivo, si existe *staff* disponible en c , este libera un estacionamiento y relocaliza un vehículo a otra estación, y si no, en caso de que no

⁹Política de decisión validada por la la agencia de OWCS, Awto.

¹⁰Ver sub-rutina Apéndice H

¹¹Ver sub-rutina Apéndice H

¹²Ver sub-rutina Apéndice H

exista ningún *staff* en camino hacia dicha estación, se relocaliza alguno hacia *c*. Finalmente, después de todo esto se comprueba si es que se ejecutó alguna relocalización en el *loop* con la variable Δ (si $\Delta = 0$, no se necesitan más relocalizaciones) y si queda *staff* disponible. Si no se cumple alguna de estas condiciones, se termina la toma de decisiones del período para retornar la planificación obtenida.

5.6. Política pasiva (PP): *Benchmark*

Por último, esta política consiste en no relocalizar y dejar que el sistema actúe sin control alguno. Intuitivamente, no es una política deseable, pero sirve como referencia del mínimo nivel de servicio entregado al usuario. Utilizaremos esta política como *benchmark* para comparar las otras políticas.

CAPÍTULO 6. EXPERIMENTOS COMPUTACIONALES

En este capítulo evaluamos el desempeño de las políticas propuestas en el Capítulo 5 sobre dos escenarios distintos y presentamos sus resultados. En la Sección 6.1 explicamos el diseño de un escenario simple que utilizamos como caso base y luego mostramos los resultados de las políticas sobre este experimento. Luego, en la Sección 6.2 presentamos los resultados de las políticas aplicadas sobre el escenario de la agencia de OWCS, Awto. Ambos experimentos fueron implementados en el lenguaje de programación *Python* y ejecutados sobre un cpu montado en un clúster con dos procesadores *Intel Xeon E5-2640* de 8 cores y 2,3 GHz. Además, se utilizó *Gurobi 7.5.2* para resolver los MIPs involucrados con un criterio de término definido por un gap de optimalidad relativo igual a 10^{-4} y sin tiempo máximo de ejecución.

6.1. Caso Base

6.1.1. Diseño del experimento

El experimento base considera una red de cuatro estaciones periféricas con 4 estacionamientos y una central con 8 estacionamientos, tal como se ilustra en la Figura 6.1. La idea de esta red es que represente un prototipo de escenario de lo que ocurre en una ciudad, es decir, una zona central con mucha demanda, y por lo tanto, mayor capacidad, y otras 2 zonas periféricas (1 – 2 y 4 – 5) no completamente aledañas al centro (2 períodos de viaje de distancia) con 2 estaciones cada una, que tienen menor demanda, y por lo tanto, menor capacidad.

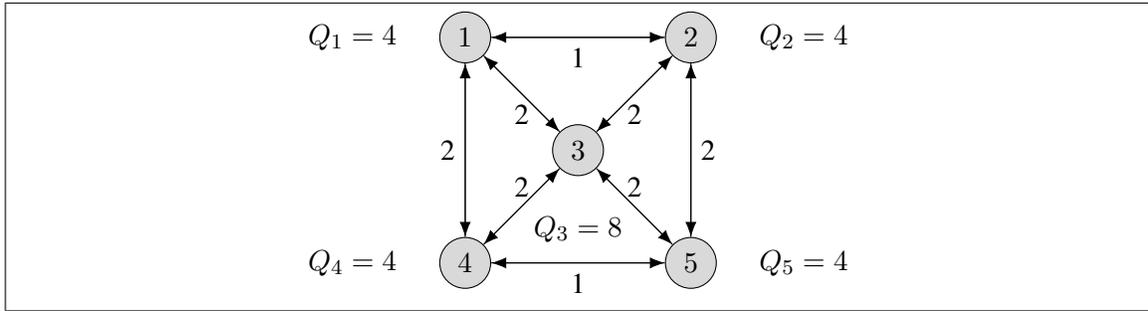


Figura 6.1. Topología de la red en los experimentos simulados

Los números sobre cada arco representan tiempos de viaje (en períodos) y el horizonte de operación es de 14 períodos. Ahora, para simular la demanda de viajes, es necesario definir un conjunto de tasas de retorno y recogida. En el Capítulo 1 mencionamos que el efecto de asimetría de la demanda puede impactar en el desempeño de las políticas, y por lo tanto, es necesario incorporarlo en el diseño de la misma. Existen dos tipos de simetría en la demanda: espacial y temporal. La espacial se refiere al desbalance entre retornos y recogidas entre diferentes zonas geográficas en un momento específico y la temporal se refiere al desbalance entre la demanda por recogida y retorno para una misma estación dentro de una ventana de períodos.

Por ejemplo, consideremos la Figura 6.2 que representa la evolución de las tasas de demanda por retorno, λ , y las tasas de demanda por recogida, μ , en las estaciones i y j , en un horizonte de 6 períodos. Podemos ver que en la ventana de todo el horizonte, existe una relativa simetría temporal, tanto en la estación i , como en la estación j , pues sus tasas netas de demanda ($\lambda - \mu$) varían desde $2/ - 2$ a $-2/2$. No obstante, si consideramos como ventana temporal los bloques del mismo color (1-2, 3-4, 5-6), ambas estaciones tendrían simetría temporal en el segundo bloque, pues no son generadoras ni sumideros, pero en el primer y último bloque, las estaciones serían asimétricas, pues son sumideros todo el bloque o generadoras todo el bloque. De esto, se sigue que la simetría temporal de un escenario depende del largo de la ventana de tiempo en que se mire. Por otro lado, también podemos ver que en los períodos 1-2 y 5-6, existe asimetría espacial entre

las estaciones i y j , pues mientras una es generadora con tasa neta igual a -2 , la otra es sumidero con tasa neta igual a 2 . Aunque, entre los períodos $3 - 4$, ambas estaciones serían simétricas espacialmente.

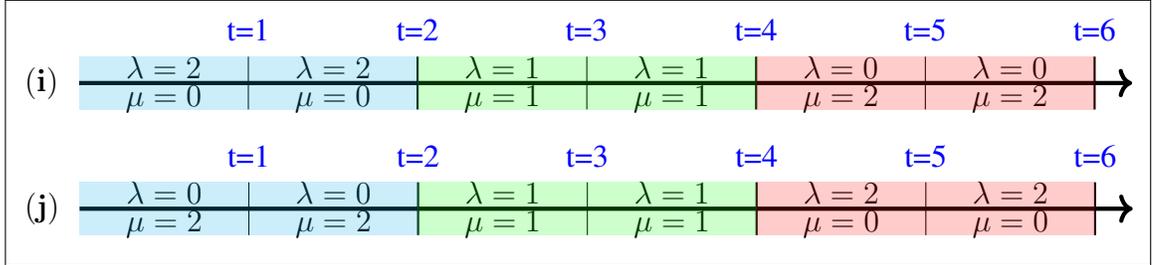


Figura 6.2. Evolución de las tasas de demanda en estaciones i y j

Entonces, para evaluar el efecto de la simetría sobre el desempeño de nuestras políticas, desarrollamos la siguiente medida de simetría, que incorpora un efecto temporal y espacial:

$$Symmetry = 1 - \frac{\sum_{z \in N} \left(\sum_{p=1}^3 \sum_{t=a_p}^{b_p} |\lambda_z^t - \mu_z^t| \right)}{\sum_{z \in N} \left(\sum_{p=1}^3 \max \left\{ \sum_{t=a_p}^{b_p} \lambda_z^t, \sum_{t=a_p}^{b_p} \mu_z^t \right\} \right)} \quad (6a)$$

Con $a = \{1, \lceil \frac{T}{3} \rceil + 1, 2\lceil \frac{T}{3} \rceil + 1\}$ y $b = \{\lceil \frac{T}{3} \rceil, 2\lceil \frac{T}{3} \rceil, T\}$. En nuestro caso particular de 14 períodos, $a = \{1, 5, 9\}$ y $b = \{4, 8, 14\}$. Esta medida valoriza la simetría temporal dentro de tres ventanas de períodos, $a_1 - b_1$, $a_2 - b_2$ y $a_3 - b_3$, representando los momentos del día; mañana, mediodía y tarde. Esta aproximación comete el error de desestimar el paso de que una estación se convierta de sumidero a generadora (o viceversa) durante el día, pero considerar que todo el horizonte actúa como una sola ventana de tiempo no es real, pues pueden generarse altas acumulaciones dentro de estos tres momentos por asimetrías. Además, incorpora simetría espacial sumando las diferencias absolutas por sobre todas las estaciones, para luego dividir por el máximo de las sumas de las tasas y obtener un valor entre 0 y 1. Entonces, esta medida representa con un % la direccionalidad

de los viajes en un sistema. En el caso particular de la Figura 6.2, según esta medida, la simetría sería de un 20 %.

El nivel de simetría lo clasificamos en tres categorías; bajo ($< 33\%$), medio ($< 66\%$) y alto ($> 66\%$). En nuestro escenario base diseñamos las tasas de demanda con una baja simetría del sistema, pues este es el escenario más complejo en términos de servicio al cliente, dado que los vehículos tienden a desbalancearse, y además, es el caso de gran parte de las ciudades en que existen servicios de CS . Por ejemplo, en Santiago de Chile, la simetría de demanda en el sistema es de un 30 %. Además, para simular viajes entre zonas residenciales hacia/desde zonas de trabajo con un efecto mañana-tarde, la dirección de la demanda será desde las periferias hacia el centro en la primera mitad del horizonte de operación, y luego se invertirá en la segunda mitad. En las Tablas 6.1 y 6.2 se encuentran las tasas de demanda por recogida, μ , y de demanda por retorno, λ , para cada estación y período. Podemos ver que se cumplen las características de baja simetría en la demanda, 6 %, y un efecto mañana-tarde, pues $\mu > 0$ y $= 0$ si $t \leq 8$, y $\mu = 0$ y > 0 si $t \leq 8$ en las periferias (1, 2, 4, 5), y exactamente lo opuesto en la estación céntrica (3).

En el Apéndice I, se detallan las tasas de demanda construidas para el caso base.

Tabla 6.1. Tasas de recogida para el escenario del caso base

μ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,8	0,6	0,8	0,2	0,6	0,4	0	0	0	0	0	0	0
2	0,2	0,8	0,4	1,0	1,0	0,4	0,2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1,6	2,0	2,4	3,0	2,6	1,8	1,4
4	0,2	0,8	0,4	0,2	0,8	0,6	0,2	0	0	0	0	0	0	0
5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0	0	0	0	0	0	0

Tabla 6.2. Tasas de retorno para el escenario del caso base antes de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0,6	0,2	0,8	0,6	0,8	0,2
2	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,4	1,0	1,0	0,4	0,8	0,2
3	1,4	1,8	2,6	3,0	2,4	2,0	1,6	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,6	0,8	0,2	0,4	0,8	0,2
5	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Ahora, antes del proceso de generación de viajes, es necesario ajustar las tasas de retorno y recogida para que se cumplan dos condiciones:

i) Dado que todos los viajes de usuario tienen origen y destino, la suma acumulada de las tasas de recogida y retorno en el sistema debe ser igual:

$$\sum_{i \in N} \sum_{t=1}^T (\mu_i^t - \lambda_i^t) = 0$$

ii) Dado que todo retorno está ligado a una recogida anterior, en cualquier momento de la operación la suma de las tasas de demanda por recogida hasta ese período, debe ser mayor o igual que la respectiva suma de las tasas por retorno:

$$\sum_{t'=1}^t \sum_{i \in N} (\mu_i^{t'} - \lambda_i^{t'}) \geq 0, \forall t = 1, \dots, T$$

Asumiendo que las tasas empíricas de recogida son más fidedignas que las de retorno, cuando ajustamos las tasas con estas dos condiciones mantenemos μ fijo. En el Algoritmo 16 que se encuentra en el Apéndice J, se define formalmente la subrutina de ajuste de las tasas. Respecto a la demora de cada viaje, la calculamos como $\hat{L}_{i,t} \sim EXP(L)$, con L una demora promedio uniforme para toda estación y período. La probabilidad de destino en j de cada viaje desde i iniciado en el periodo t se define como $p_{ij}^t = \frac{\lambda_j^{\lfloor t+d_{ij}+L \rfloor}}{\sum_{j' \in N} \lambda_{j'}^{\lfloor t+d_{ij}+L \rfloor}}$. En otras palabras, el destino se elige según una probabilidad definida de forma ponderada por la tasa λ de los potenciales destinos en el período esperado. Esto significa que la tasa λ en el proceso de generación de viajes, puede no representar realmente el promedio de

demandas por retorno. Entonces, este supuesto implica que debemos recalcular λ empíricamente al final del proceso de generación de viajes, como el promedio de los retornos que efectivamente ocurren en cada estación y período. Las tasas λ para el caso base, después de los ajustes y el recálculo, se encuentran en la Tabla 6.3. En esta tabla podemos ver que si bien las tasas siguen un patrón similar a las originales en la Tabla 6.2, no son idénticas.

Tabla 6.3. Tasas de retorno para el escenario del caso base después de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,4	0,7	0,9	0,8
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0,6	0,5	0,8	0,4
3	0	0	1,2	2,9	2,1	2,4	2,4	2,0	1,2	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6	0,4	0,6	0,9	0,4
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0,7	0,6	0,5	0,8

En el Algoritmo 7 mostramos en detalle el proceso de una generación de viajes de usuario con R réplicas. El objetivo de este algoritmo es construir los vectores $\hat{D}_{it}^r, \hat{A}_{it}^r$ que contienen los tiempos de demandas por recogidas y retornos, respectivamente, para toda estación i , período t y réplica r . Antes de la ejecución formal, es necesario ajustar las tasas λ con el Algoritmo 16 (ver Apéndice J) y las condiciones ya mencionadas. Luego, en cada réplica, estación y período, se genera un vector con tiempos de recogida generado por un proceso de Poisson. Por cada una de estas recogidas, se selecciona un destino aleatoriamente con las probabilidades p_{ij}^t y se genera una demora también aleatoria con distribución exponencial, para agregar la llegada al vector correspondiente a este destino y demora. Finalmente, se recalcula empíricamente la tasa $\hat{\lambda}_{it} \leftarrow \frac{\sum_{r=1}^R |\hat{A}_{it}^r|}{R}$ como el promedio de retornos efectivos en i y t , y la probabilidad, $\hat{p}_{ij}^{t_1 t_2}$, de que un viaje iniciado en la estación i durante el período t_1 , tenga como destino la estación j durante el período t_2

Algorithm 7 Generación de Viajes

- 1: Sean $\hat{\mu}, \hat{\lambda} \leftarrow AJUSTAR_0(\mu, \lambda)$ ¹ los vectores de tasas de demanda por recogida y entrega de viajes ajustados, respectivamente
 - 2: **for** $r \in \{1, \dots, R\}$ **do**
 - 3: **for** $i \in N$ **do**
 - 4: **for** $t \in \{1, \dots, T - 1\}$ **do**
 - 5: Sea \hat{D}_{it}^r un vector aleatorio generado por un proceso de Poisson a tasa $\hat{\mu}_{it}$
 - 6: **for** $d \in \hat{D}_{it}^r$ **do**
 - 7: Se selecciona el destino j con probabilidad p_{ij}^t
 - 8: Sea \hat{L} la demora generada aleatoriamente por $EXP(L)$ y $a = \lfloor d + d_{ij} + \hat{L} \rfloor$ el período de retorno
 - 9: Agregar llegada al vector $\hat{A}_{j,a}^r \leftarrow \hat{A}_{j,a}^r \cup \{d + d_{ij} + \hat{L}\}$
 - 10: Se recalcula la tasa de retorno, $\hat{\lambda}_{it}$, empíricamente
 - 11: Se calcula la probabilidad $\hat{p}_{ij}^{t_1 t_2}$
-

Por último, en la Tabla A.4 se muestra la simbología de las políticas aplicadas.

Tabla 6.4. Políticas simuladas

Símbolo	Estrategia	Sección
PP	Política pasiva	5.6 (PP)
BC	Política de control de bandas	5.5 (BC)
SAP	Estocástico <i>a priori</i>	5.3 (S-AP)
DRH	Horizonte rodante determinístico	5.4 (D-RH)
SRH	Horizonte rodante estocástico	5.2 (S-RH)
PIR	Cota de información perfecta	4

¹Ver Apéndice J

6.1.2. Resultados: Caso base

En esta subsección mostramos los resultados de los experimentos aplicados de las políticas propuestas comparados con la PIR sobre una simulación de 200 corridas simuladas de generación de viajes. Los valores utilizados para los parámetros de costo y tiempo para esta simulación se detallan en la Tabla 6.5.

Tabla 6.5. Parámetros establecidos para el experimento del caso base

Parámetro	Símbolo	Valor
Costo por relocalizar un vehículo	c_F	1
Costo por relocalizar un <i>staff</i>	c_P	1
Penalidad por recogida perdida	α	10
Penalidad por <i>over-parking</i> [<i>veh</i> – <i>per</i>]	β	8
Períodos totales del día	T	14
Demora promedio por viaje [<i>per</i>]	L	1/4

La proporción de los costos y penalidades las definimos en conjunto con la empresa Awto. La demora es un valor arbitrariamente pequeño para evitar prolongaciones de los viajes. Estos valores implican que el objetivo de primer orden del modelo es maximizar la demanda satisfecha y el objetivo de segundo orden es ser costo-eficiente en las relocalizaciones de vehículos y *staff*.

En la Tabla 6.6 se detallan algunos resultados del costo total de la política S-RH aplicada sobre distinta cantidad de réplicas. En esta tabla, se muestran el coeficiente de variación (CV) del costo total en %, el mínimo y máximo costo total dentro de las réplicas, y la probabilidad de que el promedio real del costo total (μ) tenga un diferencia menor al 5 % del costo total promedio (\bar{x}) obtenido empíricamente.

Podemos ver que el proceso tiene una varianza con un $CV \approx 43\%$, y que se requieren al menos 200 réplicas para asegurar con 95 % de confianza que el error de estimar μ con \bar{x}

Tabla 6.6. Resultados básicos del costo total bajo distinta cantidad de réplicas simuladas

# réplicas	CV (%)	Min	Max	$P(\mu \in \bar{x} \pm 5\%)$
25	40,06 %	24	147	73,24 %
50	46,48 %	21	181	77,64 %
100	44,68 %	20	198	86,65 %
150	42,27 %	19	198	92,51 %
200	42,29 %	19	198	95,25 %

sea menor a un 5 %. Dado esto, los siguientes experimentos del caso base los realizamos con 200 réplicas.

Ahora, los parámetros que asumimos para este caso base en el modelo son un nivel de *staff* igual a 4 y una flota de 15 vehículos, con un inventario inicial de 3 vehículos por estación. Esto porque en base a experimentos, estos valores mostraron reflejar la exigencia del sistema y las características de cada política.

En la Figura 6.3 se detallan resultados promedio para cada política. La PIR es muy superior en desempeño al resto de las políticas, pues anticipa 100 % el futuro y sabe exactamente qué recogidas es conveniente no atender y evitar así *over-parking*. La política SRH presenta el mejor desempeño entre todas las política factibles implementadas. Posee el mayor costo de opeación, pero este costo es compensado con mayores ahorros en penalidades. Luego, las política SAP y DRH presentan el segundo mejor desempeño en términos de costo. Interesante es que ambas lo logran con estrategias diferentes. La política SAP utiliza su proactividad para evitar recogidas perdidas, pero no es reactiva frente al exceso de inventario, dejando los autos por mucho tiempo en *over-parking*. La política DRH es reactiva frente al *over-parking* reduciendo su costo, pero posee mayores costos de demanda perdida. La política BC es la de peor desempeño en el experimento, después de PP, pues es puramente reactiva y no anticipa escenarios futuros.

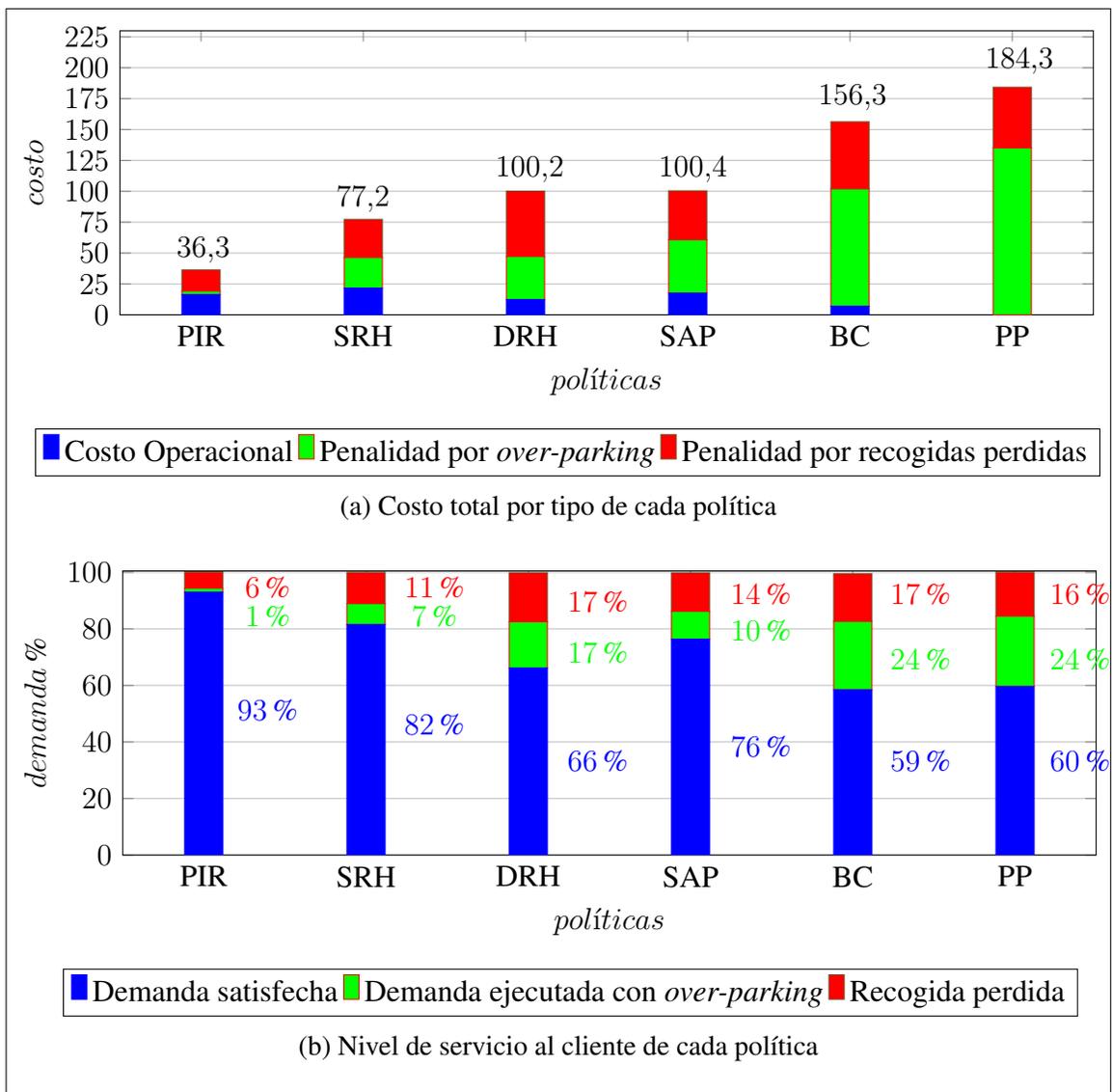


Figura 6.3. Resultados promedio de 200 réplicas simuladas sobre el experimento del caso base bajo las distintas políticas (réplicas idénticas entre políticas)

La Figura 6.4 grafica la frontera de Pareto de los valores promedio de *over-parking* contra recogidas perdidas para diferente valores de β (costo de *over-parking*) para SRH. La tasa de sustitución (TS), es decir, la pendiente absoluta de la frontera de Pareto tiene un tendencia decreciente, pues cada unidad de ahorro de *over-parking* adicional requiere incurrir en un mayor costo por salidas perdidas en el sistema. La pérdida de convexidad

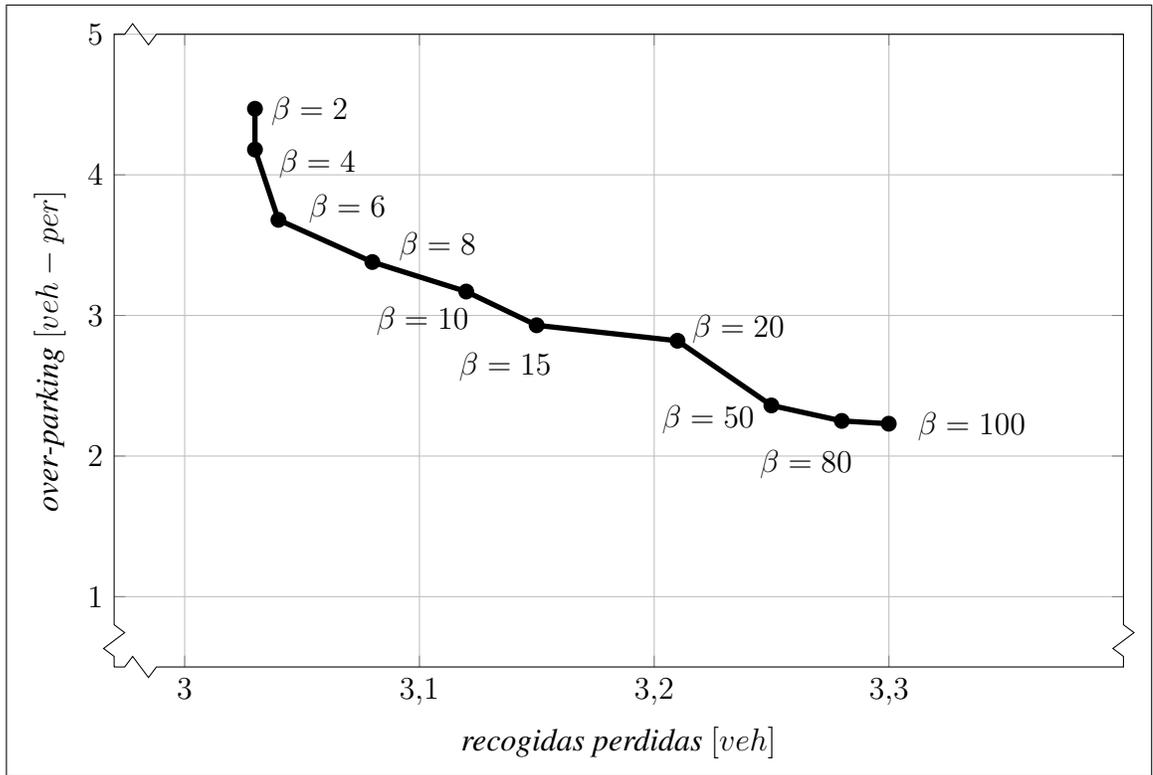


Figura 6.4. Gráfico de Pareto para SRH de *over-parking versus* recogidas perdidas bajo distintos valores de β

de la frontera en los puntos $\beta = 10$ y $\beta = 20$, se debe a la integralidad del problema, pues en estos puntos β debe ser mayor que α y 2α , respectivamente, para que sea conveniente priorizar 1 o 2 *over-parking* frente a 1 recogida perdida en estos casos.

En base a la medida (6a), la Figura 6.5 muestra los resultados de diferentes políticas en función de tres escenarios con distintos niveles de simetría. En el Apéndice I, se detallan las tasas de demanda para cada nivel de simetría.

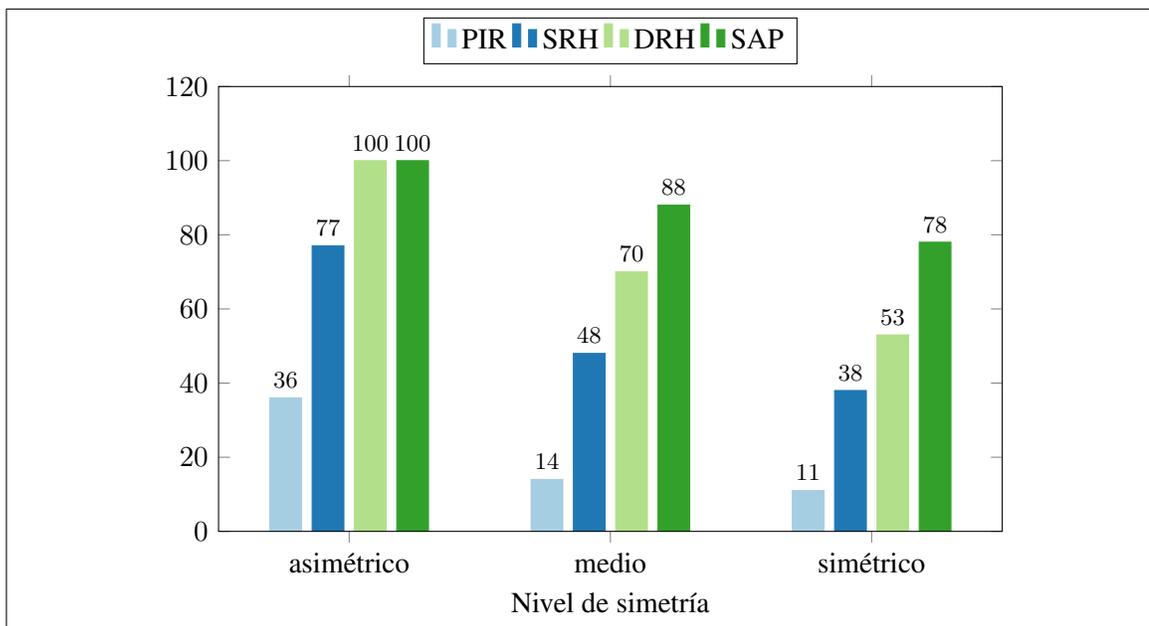


Figura 6.5. Costo total de tres niveles de simetría para las distintas políticas. (*bajo* $\leq 30\%$ < *medio* $\leq 70\%$ < *alto*)

A mayor nivel de simetría, mejoran los desempeños de todas las políticas y la PIR. Este es un resultado esperable, pues se reducen los desbalances de inventario y el sistema tiende a funcionar mejor sin requerir tantas relocalizaciones. En términos relativos con respecto a la PIR, a mayor nivel de asimetría los resultados de SRH en comparación con la PIR tienden a ser mejores, pues es capaz de anticipar dicha información y reaccionar de manera adecuada. Por esta misma razón, la capacidad en una política de ser proactiva es más valiosa al aumentar la asimetría. Por último, la política SRH presenta los mejores resultados en los tres niveles de simetría.

En conclusión, es fundamental para una agencia de OWCS incorporar anticipatividad y reactividad en sus políticas de relocalización. Además, le será importante saber que frente a bajos niveles de simetría, sus políticas serán más eficaces y necesarias.

La Figura 6.6 detalla el promedio de los resultados de la política SRH, en función de la cantidad de períodos que el horizonte rodante planifica hacia el futuro. En el Algoritmo

3 se explica que para cada $h \in \{1, \dots, T - 1\}$, se resuelve el modelo SRH evaluando H períodos hacia el futuro. En la Figura 6.6 se ve que, si bien el beneficio marginal de 5 períodos en adelante es, a lo más, 0,6 %, existe una gran mejora entre 3 y 4 períodos. Esta mejora se debe a que el modelo, evaluando menos de 4 períodos hacia adelante, no considera la posibilidad de relocalizar un *staff* hacia el centro para luego relocalizar un vehículo hacia fuera, por la limitación de que se requieren 4 períodos de tiempos de viaje.

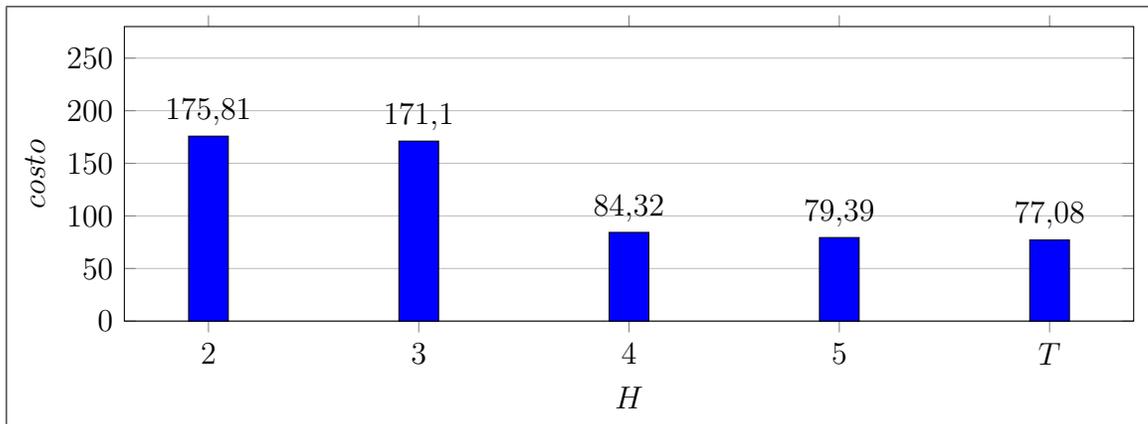


Figura 6.6. Costo total del escenario del caso base por cantidad de períodos evaluados hacia adelante con la política SRH

Por último, la Figura 6.7 detalla el promedio de demanda satisfecha sobre las realizaciones para diferente cantidad de miembros del *staff* y vehículos iniciales por estacionamiento. Para hacer comparaciones, simulamos con los mismo números aleatorios en cada configuración de vehículos y *staff*. Con $I_{i0}^F = Q_1 \cdot fleet\%$ el inventario inicial de vehículos por estación y *Staff* la cantidad total de *staff* en el sistema. Empíricamente, la demanda en función de *fleet* es unimodal. Con pocos vehículos tiende a haber un alto nivel de recogidas no satisfechas, mientras que con muchos vehículos estos saturan la capacidad de estacionamientos del sistema y se genera OP. En este caso, el inventario inicial con mejor desempeño es 3 vehículos por estación. Además, la demanda satisfecha crece con la cantidad de *staff* en el sistema y el beneficio marginal por persona adicional es decreciente.

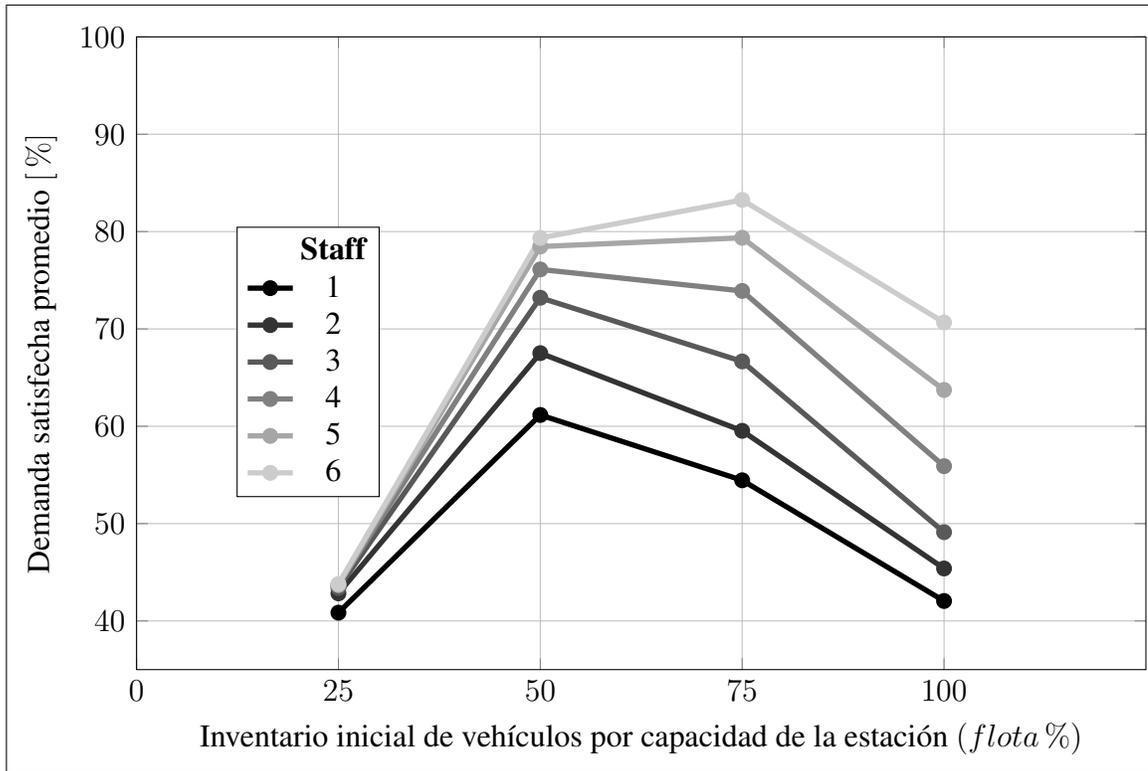


Figura 6.7. Demanda satisfecha promedio de 200 réplicas simuladas en función de distintos niveles de *staff* e inventario inicial de vehículos por estación

Las principales lecciones del experimento son: (1) Existe un nivel de flota óptimo, que equilibra el costo de no servir las demandas por recogida con no generar excesivo *over-parking*. (2) La política con mejor desempeño es SRH por ser proactiva y reactiva. (3) El valor relativo de β con respecto a α impacta en la cantidad de *over-parking* y recogidas perdidas, pues a mayor β en menos *over-parking* incurre el modelo, sacrificando más recogidas perdidas. La tasa de sustitución de este efecto es decreciente en β . (4) El sistema presenta menores costos frente a niveles altos de simetría en la demanda con todas las políticas, pero con asimetría el desempeño relativo de estas frente a la PIR es mejor. (5) Además, observamos que a mayor asimetría, mayor valor tiene la anticipatividad respecto a la reactividad.

6.2. Caso de Estudio: Awto

6.2.1. Descripción del escenario: Awto

A continuación, presentamos un caso de estudio de nuestras políticas en la agencia de OWCS, Awto. Esta agencia opera en la ciudad de Santiago de Chile, con 208 zonas habilitadas para estacionamiento, 170 vehículos y 3,1 estacionamientos, o *slots*, en promedio por zona. En nuestro estudio, consideramos sólo el 75 % de las estaciones con mayor demanda.

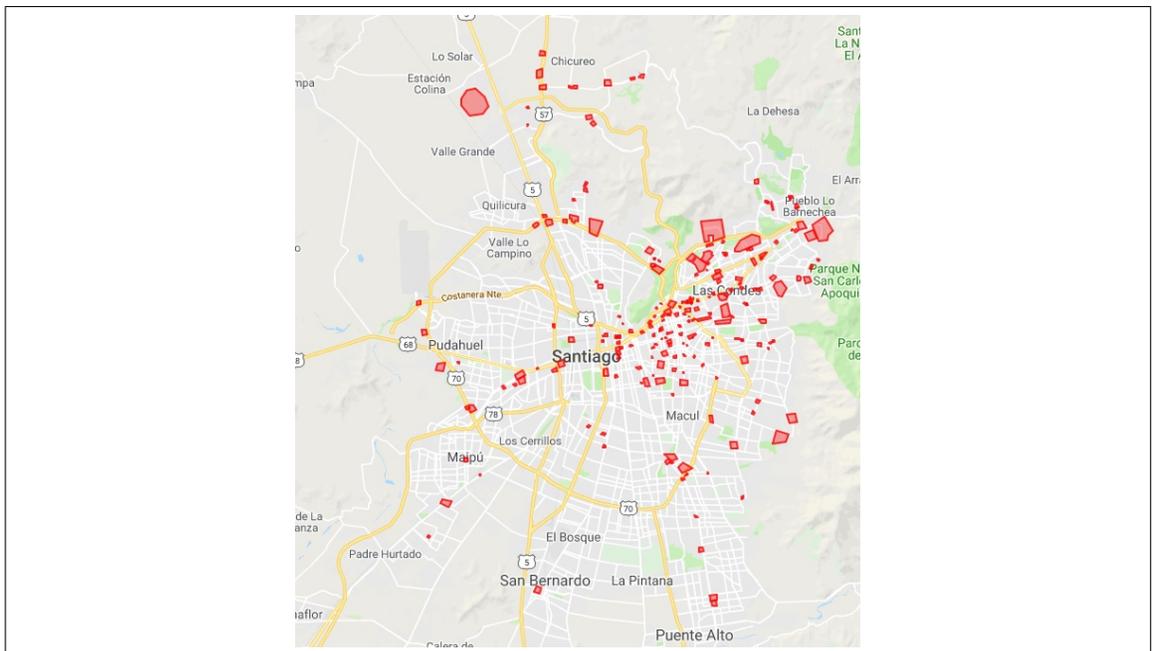


Figura 6.8. Mapa de Santiago con zonas de estacionamiento habilitadas para Awto

En la Figura 6.8 se ilustra un mapa de Santiago con las estaciones de Awto. Una pequeña parte de estas zonas (~ 10) funcionan como áreas libres sin estacionamientos específicos, las cuales se consideran de capacidad ilimitada, mientras que las restantes están limitadas por la cantidad de estacionamientos. Además, en la Figura 6.9 se presenta

el histograma de frecuencia de las estaciones en función de su cantidad de estacionamientos. La gran mayoría de las zonas tienen 2 estacionamientos, mientras sólo algunas (< 10 %) tienen 6 o más estacionamientos. La cantidad de estacionamientos por estación, muchas veces no está bien distribuida en función de focalizar zonas con alta demanda, y por lo tanto, antes de ejecutar la simulación redistribuimos los estacionamientos entre estaciones mediante una heurística, manteniendo fija la cantidad total de estos. Además, optimizamos el inventario de vehículos al inicio del día por estación.

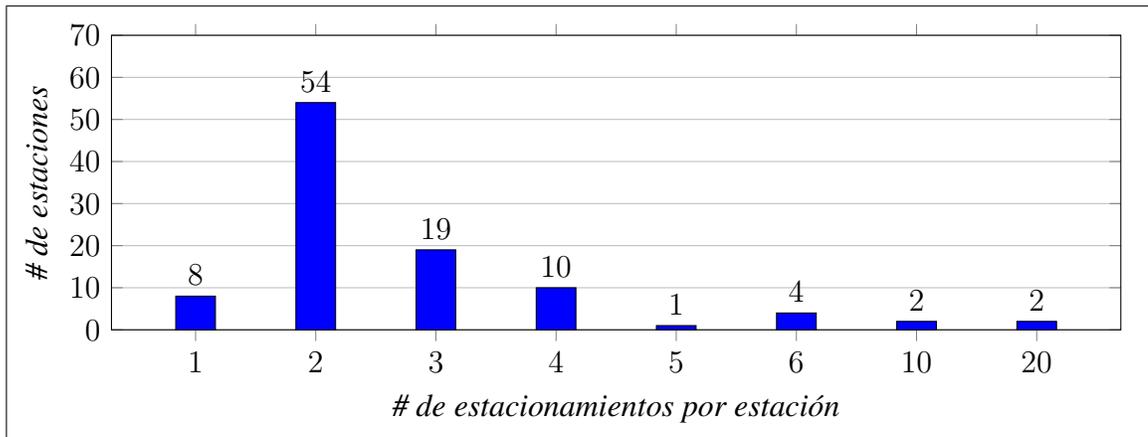


Figura 6.9. Frecuencia de estaciones de Awto según cantidad de estacionamientos

Según la expresión (6a), Awto tiene un 30 % de grado de simetría, es decir, existe asimetría.

La cantidad de *staff* es 6 y el tamaño de la flota es 170 vehículos. Cada periodo considera 30 minutos y el horizonte de operación va desde las 6:00 a las 23:00. Para el análisis de este escenario, utilizamos el simulador del Algoritmo 1, con tiempos de ocurrencia de eventos (demandas por recogida y retorno, término de relocalizaciones) y distancia entre estaciones en tiempo continuo.

6.2.2. Resultados: Awto

En primer lugar, la Tabla 6.7 detalla los resultados promedio de los costos totales de la política SRH, en función de la cantidad de períodos que evalúa hacia el futuro la estimación de costo. El tiempo de ejecución por período con $H = 7$ es de 9 minutos, y por lo tanto, no es factible en la práctica con períodos de 30 minutos. Escogimos ejecutar nuestras políticas evaluando 5 períodos hacia el futuro, porque su tiempo de ejecución es compatible con la práctica, y además, el beneficio marginal adicional es reducido.

Tabla 6.7. Resultados promedio de 50 réplicas simuladas sobre el escenario de Awto por cantidad de períodos evaluados hacia adelante

Periods look ahead (H)	Total cost		Computation Time	
	\$	δ (- %)	seg/per	δ (%)
2	1940	—	7,3	—
3	1853	4,54 %	15,5	113 %
5	1798	2,94 %	139,3	796 %
7	1752	2,57 %	526,7	278 %
9	1739	0,76 %	956,3	82 %

En la Tabla 6.8 se muestran los resultados de la política SRH aplicada sobre el escenario de Awto, en función del número de réplicas. De esta se desprende que la variación es menor al caso base, con un $CV \approx 10\%$, y que se requieren al menos 50 réplicas para asegurar con 95 % de confianza que el error de estimar μ con \bar{x} no es mayor a un 2,5 %. Los siguientes resultados del escenario de Awto se realizaron con 50 réplicas.

En la Figura 6.10 se detalla el promedio de los resultados de las políticas aplicadas sobre 50 réplicas. La política SRH muestra empíricamente ser costo-eficiente, con un 50 % menos de costo que la política PP. La política SRH también muestra ser la de mejor nivel de servicio, con un 12 % más de demanda satisfecha y un 12 % menos de recogidas

Tabla 6.8. Resultados básicos del costo total bajo distinta cantidad de réplicas simuladas

# de réplicas	CV (%)	Min	Max	$P(\mu \in \bar{x} \pm 2,5\%)$
5	8,3 %	1545	1826	74,91 %
10	6,9 %	1505	1931	87,42 %
25	10,4 %	1465	2156	88,45 %
50	10,0 %	1342	2225	96,15 %
100	11,0 %	1342	2289	98,86 %

de usuario no satisfecha que la PP. Si bien, el costo de la política DRH es 13 % inferior a la política SAP, su demanda satisfecha es 3 % inferior, pues la política DRH se enfoca en resolver el *over-parking*, lo que no necesariamente implica más demanda satisfecha. La política BC es la segunda peor política en costo, e incluso peor que la PP en demanda satisfecha, de lo que se puede intuir que incorporar proactividad es necesario para políticas en el contexto de Awto.

Tabla 6.9. Otros resultados en el escenario de Awto bajo las distintas políticas

Políticas	CV (%)	Tiempo de Cómputo (<i>seg/per</i>) PROM / MAX
SRH	10,8 %	141,7 / 332,1
DRH	9,3 %	105,6 / 222,3
SAP	12,4 %	24,65 / 32,13
BC	16,3 %	0,15 / 0,23
PP	16,6 %	0,11 / 0,14

De la Tabla 6.9 se ve que las políticas SRH y DRH obtienen costos con un 6 % menos de coeficiente de variación frente a la PP y a la BC. En otras palabras, además de obtener menores costos y mayor nivel de servicio, se uniformiza el desempeño. Respecto al tiempo de ejecución, la política SRH es la que más tiempo demora, pero sigue siendo factible de aplicar, incluso en el peor escenario.

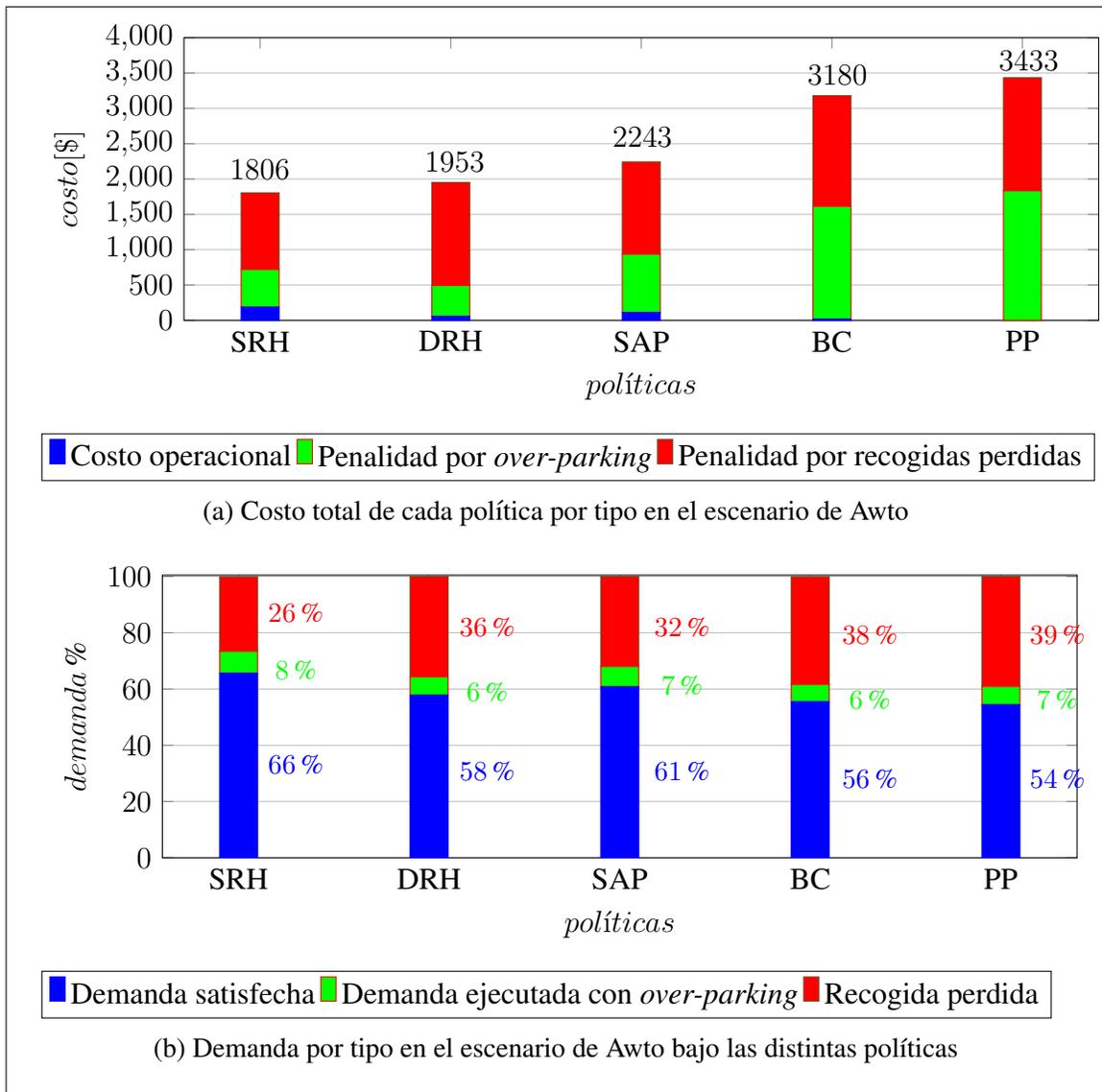


Figura 6.10. Resultados promedio de 50 réplicas simuladas en el escenario de Awto bajo las distintas políticas

De los resultados, se concluye que la política SRH es la que presenta mejor desempeño. Sin embargo, esta puede ser difícil de aplicar pues implica reconsiderar las decisiones cada 30 minutos. Si bien, el desempeño en resultados y variabilidad de SAP frente a SRH son peores, esta puede ser una buena alternativa y más simple de aplicar para la agencia, pues requiere planificar solamente una vez al día.

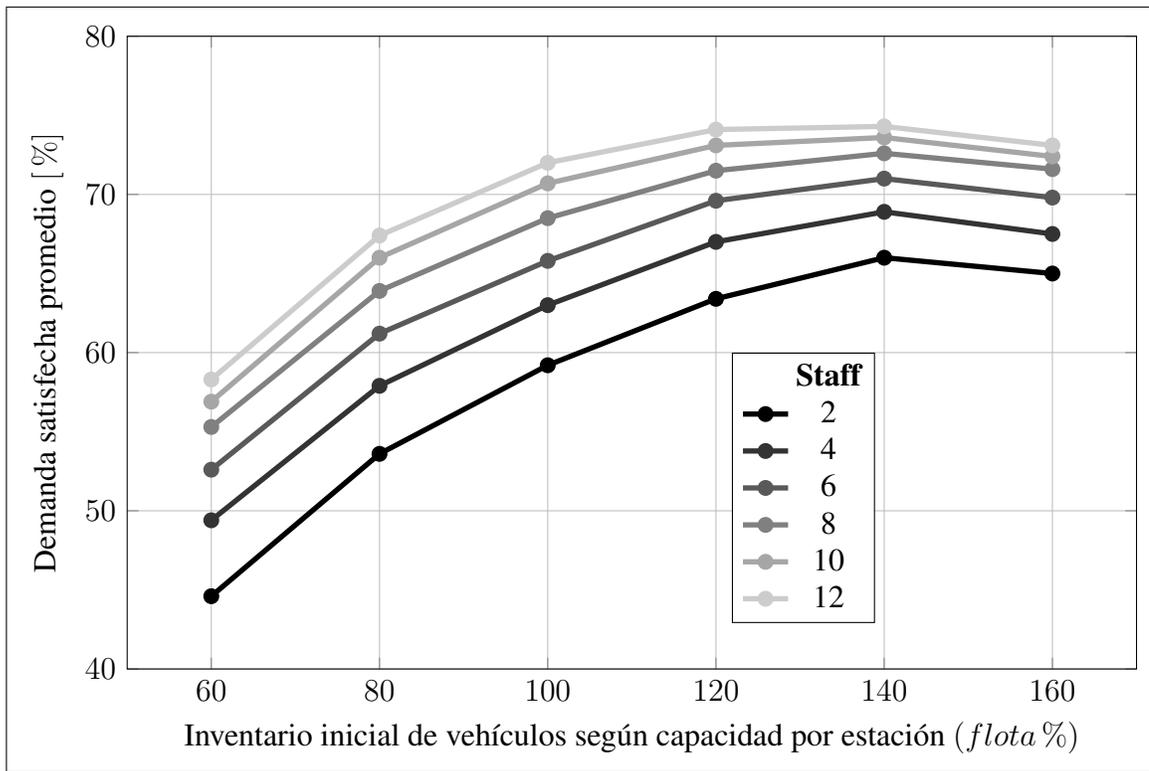


Figura 6.11. Demanda satisfecha promedio bajo distintos niveles de *staff* e inventario inicial de vehículos

La Figura 6.11 detalla el promedio de demanda satisfecha con la política SRH en función del *staff* y la flota. La flota se muestra en función al porcentaje respecto a la flota inicial, y por lo tanto, con un nuevo inventario inicial optimizado con la misma heurística de las simulaciones anteriores. Se ve que la flota que maximiza el porcentaje de demanda satisfecha para Awto, es aproximadamente un 40% superior a la flota actual y que el beneficio marginal de agregar más *staff* en el sistema es decreciente. En el Apéndice K se muestra el mismo gráfico, pero aplicado en el sistema de Awto sin los ajustes realizados por la heurística de distribución de estacionamientos por estación e inventario inicial, es decir, el sistema original de Awto con realizaciones reales de inventario inicial.

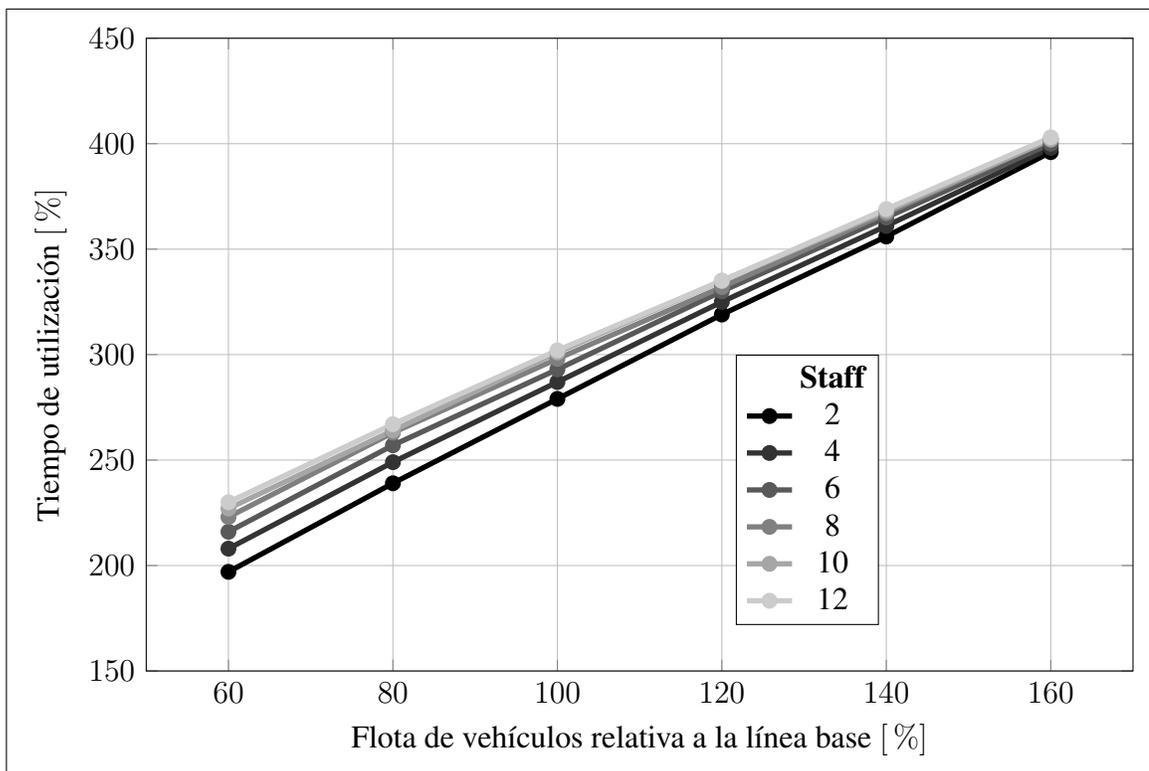


Figura 6.12. Promedio de estacionamientos necesarios para evitar por completo el *over-parking* bajo distintos niveles de *staff* e inventario inicial de vehículos

Si la agencia quisiera llevar a cero la cantidad de vehículos en *over-parking*, debiese aumentar la cantidad de estacionamientos en algunas estaciones. En la Figura 6.12 se muestra el promedio de la cantidad de estacionamientos necesarios en cada realización, para evitar por completo los *over-parking*. Obviamente, la distribución de estacionamientos por estación es una decisión estratégica que no cambia día a día, y por lo tanto, se requieren más estacionamientos que los reflejados para tener un sistema robusto que evite todo *over-parking* todos los días. Sin embargo, la cantidad de estacionamientos de Awto en las zonas estudiadas (484) es mayor, en cualquier combinación de *staff*/flota, que el promedio de la cantidad de estacionamientos totales necesaria por realización, y por lo tanto, una buena distribución de estos, ayudará en buena medida a incurrir en menos

over-parking. Por otro lado, podemos ver que, previsiblemente, la cantidad de estacionamientos necesarios aumenta según la flota de la agencia y según la cantidad de *staff*. Lo segundo, probablemente se deba a que se están realizando más viajes, y por lo tanto, los vehículos fluyen hacia las zonas sumideros.

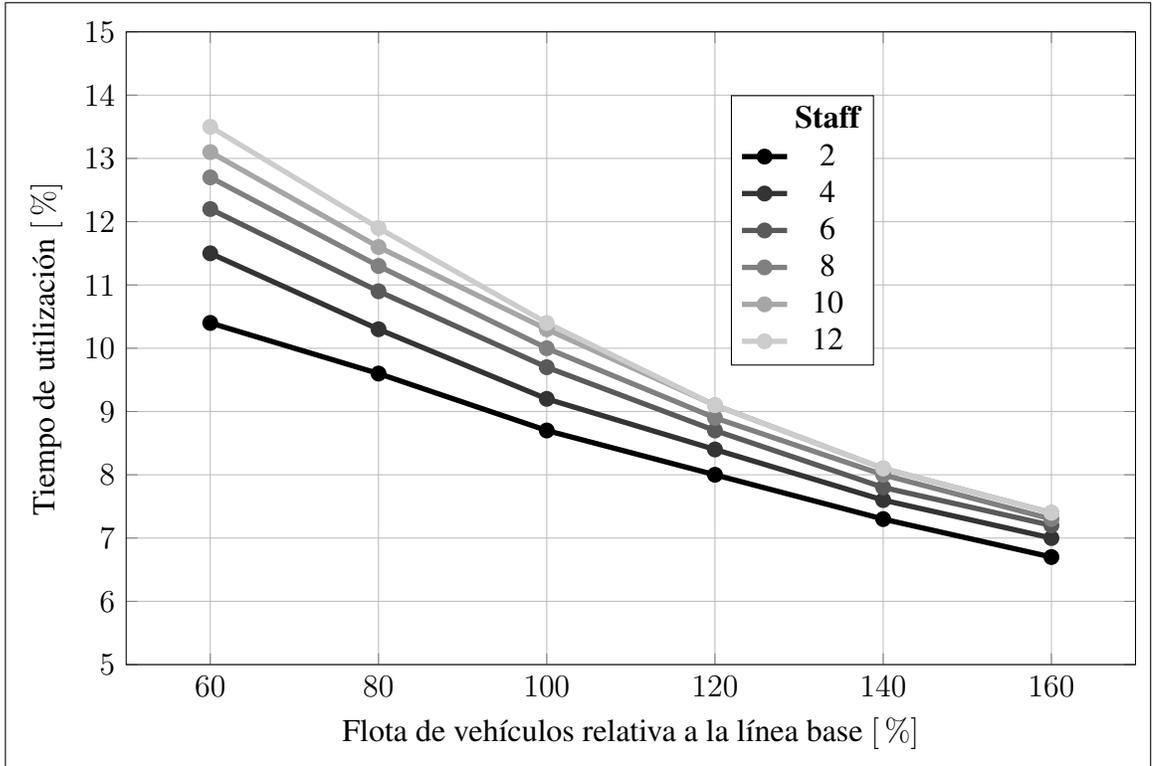


Figura 6.13. % promedio de tiempo de utilización por nivel de *staff* e inventario inicial de vehículos

Respecto a la utilización de los vehículos, la Figura 6.13 muestra empíricamente que a mayor nivel de flota de la agencia, menor utilización tendrán los vehículos previsiblemente. Esta disminución en la utilización de los vehículos es marginalmente decreciente según aumenta la flota, de lo que se puede inferir que sí se le está dando un uso a cada vehículo ingresado. Contrariamente, a mayor nivel de *staff* de la agencia, mayor nivel de utilización de los vehículos.

Tabla 6.10. Estacionamientos necesarios para evitar *over-parking* y demanda satisfecha en función del inventario inicial extra por zona respecto a la línea base

Inventario inicial extra por zona	Staff	Estacionamientos	Demanda Satisfecha (%)
+1	12	476	92,1 %
+2	12	647	96,5 %
+3	12	809	99,1 %

Por último, si la agencia quisiera lograr al menos un 99 % de la demanda satisfecha, la agencia tendría que ampliar sus recursos. La Tabla 6.10 muestra empíricamente que para tener un 99 % de demanda satisfecha con 12 *staff*, se requieren 809 estacionamientos bien distribuidos entre las 156 estaciones (75 % considerado) y 3 vehículos de inventario inicial adicionales.

CAPÍTULO 7. CONCLUSIONES

En este capítulo primero resumimos los principales resultados y lecciones obtenidas. Luego, describimos posibles extensiones al trabajo realizado.

7.1. Principales resultados y lecciones

En este trabajo presentamos el problema de relocalización de vehículos y *staff* para una agencia de OWCS. La modelación de este problema consiste en una red espacio-tiempo con realización dinámica de demanda. Desarrollamos un modelo de optimización entero que incorpora una simplificación del cálculo del valor esperado del costo por demanda no satisfecha en cada período y estación, según su nivel de inventario. Proponemos una política que utiliza dicho modelo para ejecutarlo en horizonte rodante (**S-RH**), la cual es comparada con la relajación de información perfecta (**PIR**) y otras cuatro otras políticas; una política *a priori* basada en este mismo modelo llamada estocástica *a priori* (**S-AP**), una política de horizonte rodante basada en un pronóstico de demanda puntual determinístico llamada horizonte rodante determinístico (**D-RH**), una reactiva de control de bandas (**BC**), y una cuarta política pasiva que consiste en no hacer nada (**PP**). Estas políticas fueron testeadas empíricamente a través de instancias simuladas computacionalmente, primero en una red simple y luego en el escenario de la agencia de OWCS, Awto.

En los experimentos simulados computacionalmente, la política **S-RH** fue la con mejor desempeño, disminuyendo un 42 % los costos y aumentando un 22 % la demanda satisfecha frente a la **PP**. La política **S-AP** mostró igual desempeño en costo, pero mayor demanda satisfecha que la política **D-RH**, y sumado a esto, la política **BC** presentó resultados muy similares a la **PP**. Además, de los resultados también podemos concluir que mientras la capacidad de reaccionar en línea ayuda a disminuir el exceso de vehículos en *over-parking* y la capacidad de anticipar el futuro es efectiva para evitar que el cliente no disponga de un auto al necesitarlo. Combinar ambas características es lo más eficaz.

Respecto al escenario de Awto, la política **S-RH** sí es factible de aplicar con una ejecución por período de menos de 3 minutos. Esta política presenta los mejores resultados, con costos 40 % menores y demanda satisfecha 11 % mayor que la **PP**. La política **S-AP** presenta peores resultados que la política **S-RH**, pero tiene mayor simplicidad de operación y puede ser preferida por la agencia. Finalmente, observamos que las políticas propuestas, a excepción de la **BC**, disminuyen la variabilidad de los resultados con respecto a la **PP**.

Por último, en el caso base y en el escenario de Awto observamos que el nivel de demanda satisfecha aumenta en función de la cantidad de *staff*, de forma marginalmente decreciente, y tiene un máximo en función de la flota, pues en exceso de vehículos se genera más *over-parking* del deseado. Entonces, una agencia de OWCS debe saber cuál es su nivel óptimo de flota según su política y escenario, y además, determinar la importancia (o penalidad) que dará al *over-parking* (β) frente a las recogidas perdidas, pues también puede influir en los resultados de las políticas.

7.2. Extensiones al Trabajo

Existen posibles líneas de investigación que pueden ser una extensión al desarrollo de este trabajo:

1. Existe la posibilidad de realizar los movimientos de *staff* con vehículos de la misma agencia que tengan capacidad para transportar varios *staff*. Este enfoque disminuiría los costos de transporte porque se generarían economías de escala en los viajes. Sin embargo, tiene la complejidad de que habría que rutear las relocalizaciones de *staff* como un modelo de ruteo de vehículos con flota variable.
2. En este trabajo consideramos el problema de la agencia con un solo tipo de vehículo, pero se puede modelar este problema para diversos tipos de vehículo como; lujo, cargo, económico, etc. Una dificultad para esta modelación, es que, generalmente, un cliente tipo *premium* puede acceder a cualquier categoría de vehículos, mientras que un cliente tipo *free* sólo puede acceder a la categoría de

vehículo económico. Esta característica conlleva un modelo tipo *multi-commodity* con características específicas.

3. Considerar el efecto del inventario final en un día sobre el inicio del día siguiente. Por ejemplo, es posible agregar una función de *cost-to-go* al final del día, que valore el impacto que tendrá el estado del sistema sobre el día siguiente.
4. Agregar restricciones de funcionamiento a los vehículos y los *staff*. A modo de ejemplo, una compañía de OWCS cuya flota es eléctrica, requeriría considerar restricciones asociadas al rendimiento de la batería de los vehículos y su respectivo tiempo de carga. Además, se pueden agregar restricciones horarias a los *staff* para que cumpla con ciertas normas laborales.
5. Aplicar técnicas de aprendizaje tipo *Value Function Approximation* para calcular de forma más exacta los valores de las pendientes de las funciones de pérdida en nuestra política propuesta. En el presente trabajo utilizamos una aproximación analítica con supuestos simplificados.
6. Resolver el modelo basado en el valor esperado de la función de pérdida del Capítulo 5.2 mediante un método más eficiente. Por ejemplo, dada la estructura, se puede plantear un método de "Descomposición de Benders" que resuelva iterativamente los modelos de flujo en redes de relocalizaciones de *staff* y de vehículos, fijando las decisiones x e y , respectivamente.
7. Incorporar los diversos estudios de elasticidad temporal y espacial de la demanda de usuarios, con un modelo que considere la posibilidad de flexibilizar las recogidas y retornos entre estaciones y períodos.

REFERENCIAS

- Abramowitz, M., y Stegun, I. A. (1964, 06). Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables (10.^a ed.) [Manual de software informático]. Washington, D.C..
- Ahuja, R. K., Magnanti, T. L., y Orlin, J. B. (1993). *Network flows: Theory, algorithms, and applications*. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, Inc.
- Awto. (2019a, 11). *Muévete inteligente*. Descargado de <https://awto.cl>
- Awto. (2019b, 11). *Quiénes somos*. Descargado de <https://awto.cl/quienes-somos>
- Bellman, R. E. (2003). *Dynamic programming*. USA: Dover Publications, Inc.
- Bertsekas, D. P. (1995, 1). Dynamic programming and optimal control. En (3.^a ed., Vol. 1). Belmont, Massachusetts: Athena Scientific.
- Boyacı, B., Geroliminis, N., y Zografos, K. (2015, 2). An optimization framework for the development of efficient one-way car-sharing systems. *European Journal of Operational Research*, 718-733. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221714005864> doi: [10.1016/j.ejor.2014.07.020](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.07.020)
- Brinkmann, J., y Ulmer, M. W. (2019, 6). The multi-vehicle stochastic-dynamic inventory routing problem for bike sharing systems. *Business Research*. doi: <https://doi.org/10.1007/s40685-019-0100-z>
- Brown, D., y Haugh, M. (2017, 8). Information relaxation bounds for infinite horizon markov decision processes. *Operations Research*, 65, 1355-1379. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/opre.2017.1631> doi: [10.1287/opre.2017.1631](https://doi.org/10.1287/opre.2017.1631)
- Brown, D., Smith, J., y Sun, P. (2010, 07). Information relaxations and duality in stochastic dynamic programs. *Operations Research*, 58, 785-801. doi: [10.2307/40792725](https://doi.org/10.2307/40792725)

Chemla, D., Meunier, F., y Calvo, R. (2013, 05). Bike sharing systems: Solving the static rebalancing problem. *Discrete Optimization*, 10, 120–146. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1572528612000771> doi: 10.1016/j.disopt.2012.11.005

Crainic, T. G. (2000, 4). Service network design in freight transportation. *European Journal of Operational Research*, 122, 272-288. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221799002337> doi: 10.1016/S0377-2217(99)00233-7

Crainic, T. G., Gendreau, M., y Dejax, P. (1993, 2). Dynamic and Stochastic Models for the Allocation of Empty Containers. *Operations Research*, 41(1), 102-126. Descargado de <https://www.jstor.org/stable/171947> doi: 10.1287/opre.41.1.102

Crainic, T. G., y Laporte, G. (1997). Planning models for freight transportation. *European Journal of Operational Research*, 97(3), 409-438. Descargado de <https://EconPapers.repec.org/RePEc:eee:ejores:v:97:y:1997:i:3:p:409-438> doi: 10.1016/S0377-2217(96)00298-6

Dantzig, G. B. (1955). Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1(3-4), 197-206. Descargado de <https://EconPapers.repec.org/RePEc:inm:ormnsc:v:1:y:1955:i:3-4:p:197-206> doi: 10.1287/mnsc.1.3-4.197!

Datner, S., Raviv, T., Tzur, M., y Chemla, D. (2017, 9). Setting inventory levels in a bike sharing network. *Transportation Science*, 53, 62-76. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/trsc.2017.0790> doi: 10.1287/trsc.2017.0790

Di Febbraro, A., Sacco, N., y Saeednia, M. (2012, 12). One-way carsharing: Solving the relocation problem. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2319, 113-120. Descargado de <https://journals.sagepub.com/doi/10.3141/2319-13> doi: 10.3141/2319-13

- Erera, A., Morales, J., y Savelsbergh, M. (2005, 11). Global intermodal tank container management for the chemical industry. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 41, 551-566. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554505000499> doi: 10.1016/j.tre.2005.06.004
- Erera, A., Morales, J., y Savelsbergh, M. (2009, 4). Robust optimization for empty repositioning problems. *Operations Research*, 57, 468-483. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1080.0650?journalCode=opre> doi: 10.1287/opre.1080.0650
- Forma, I., Raviv, T., y Tzur, M. (2015, 01). A 3-step math heuristic for the static repositioning problem in bike-sharing systems. *Transportation Research Part B: Methodological*, 71, 230-247. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0191261514001726> doi: 10.1016/j.trb.2014.10.003
- Fricker, C., y Gast, N. (2012, 1). Incentives and redistribution in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 5, 261-291. Descargado de <https://link.springer.com/article/10.1007/s13676-014-0053-5> doi: 10.1007/s13676-014-0053-5
- Godfrey, G., y Powell, W. (2001, 08). An adaptive, distribution-free algorithm for the newsvendor problem with censored demands, with applications to inventory and distribution. *Management Science*, 47, 1101-1112. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/mnsc.47.8.1101.10231> doi: 10.1287/mnsc.47.8.1101.10231
- Godfrey, G., y Powell, W. (2002a, 2). An adaptive dynamic programming algorithm for dynamic fleet management, ii: Multiperiod travel times. *Transportation Science*, 36, 40-54. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/trsc.36.1.40.572> doi: 10.1287/trsc.36.1.40.572
- Godfrey, G., y Powell, W. (2002b, 2). An adaptive dynamic programming algorithm for dynamic fleet management, i: Single period travel times. *Transportation Science*, 36, 21-39. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/>

trsc.36.1.21.570 doi: 10.1287/trsc.36.1.21.570

He, L., Mak, H.-Y., Rong, Y., y Shen, Z.-J. (2017, 04). Service region design for urban electric vehicle sharing systems. *Manufacturing Service Operations Management*, 19, 165-335. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/msom.2016.0611> doi: 10.1287/msom.2016.0611

INE. (2018). *Parque de vehículos en circulación*. Descargado de <https://www.ine.cl/estadisticas/economicas/transporte-y-comunicaciones?categoria=Anuarios>

Ingrid Lunden. (2018, 3). *Daimler buys remaining 25% stake of car sharing startup car2Go from EuropCar for \$85M*. tech crunch. Descargado de <https://techcrunch.com/2018/03/01/daimler-buys-remaining-25-stake-of-car-sharing-startup-car2go-from-europcar-for-85m/>

Jaillet, P. (1988, 12). A priori solution of a traveling salesman problem in which a random subset of the customers are visited. *Oper. Res.*, 36(6), 929-936. Descargado de <http://dl.acm.org/citation.cfm?id=2752916.2752926>

Jorge, D., Correia, G. H. A., y Barnhart, C. (2014). Comparing optimal relocation operations with simulated relocation policies in one-way carsharing systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 15(4), 1667-1675.

Kek, A., Cheu, R., y Chor, M. (2006, 1). Relocation simulation model for multiple-station shared-use vehicle systems. *Transportation Research Record*, 1986, 81-88. Descargado de <https://journals.sagepub.com/doi/abs/10.1177/0361198106198600111> doi: 10.3141/1986-13

Kek, A., Cheu, R., Meng, Q., y Fung, C. (2009, 1). A decision support system for vehicle relocation operations in carsharing systems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 45, 149-158. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554508000720> doi: 10.1016/j.tre.2008.02.008

Mauricio Sabater. (2016, 3). *Entrevista con Mauricio Sabater, marketing manager de Avancar*. ecommerce-news. Descargado de <https://ecommerce-news.es/>

[entrevista-avancar-38967](#)

Muñoz, V., Thomas, A., y Contreras, R. (2015). *Encuesta origen-destino de Santiago 2012: Resultados y validaciones* (EOD). SECTRA RM: Teatinos 950, piso 17. Santiago.: SECTRA. Ministerio de Transporte y Telecomunicaciones. Descargado de <http://ingenieriadetransporte.org/index.php/sochitran/article/viewFile/141/72>

Nourinejad, M., y Roorda, M. (2014, 6). A dynamic carsharing decision support system. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 66, 36–50. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554514000362> doi: [10.1016/j.tre.2014.03.003](https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.03.003)

Nourinejad, M., Zhu, S., Bahrami, S., y Roorda, M. J. (2015, 9). Vehicle relocation and staff rebalancing in one-way carsharing systems. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 81, 98-113. Descargado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1366554515001349> doi: [10.1016/j.tre.2015.06.012](https://doi.org/10.1016/j.tre.2015.06.012)

Powell, W. B. (2011). *Approximate dynamic programming: Solving the curses of dimensionality* (2.^a ed.). John Wiley Sons, Inc. Descargado de <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/book/10.1002/9781118029176> doi: [10.1002/9781118029176](https://doi.org/10.1002/9781118029176)

Puterman, M. L. (1994). *Markov decision processes: Discrete stochastic dynamic programming* (1st ed.). USA: John Wiley Sons, Inc.

Secomandi, N., y Margot, F. (2009). Reoptimization approaches for the vehicle-routing problem with stochastic demands. *Operations Research*, 57, 214-230. doi: [10.1287/opre.1080.0520](https://doi.org/10.1287/opre.1080.0520)

Serrano, P., y Hernández, J. A. (2017). *Una introducción amable a la teoría de colas*. Madrid, España: Universidad Carlos III.

- Smith, S., Pavone, M., Schwager, M., Frazzoli, E., y Rus, D. (2013, 3). Rebalancing the rebalancers: Optimally routing vehicles and drivers in mobility-on-demand systems. *Proceedings of the American Control Conference*. Descargado de <https://ieeexplore.ieee.org/document/6580187/citations#citations> doi:10.1109/ACC.2013.6580187
- Stroehle, P., Flath, C., y Gärtner, J. (2018, 5). Leveraging customer flexibility for car-sharing fleet optimization. *Transportation Science*, 53. Descargado de <https://pubsonline.informs.org/doi/10.1287/trsc.2017.0813> doi: 10.1287/trsc.2017.0813
- Taxímetro. (2019, 11). *Calcula cuánto saldrá tu taxi en santiago*. Descargado de <https://www.taximetro.cl/>
- Toth, P., y Vigo, D. (Eds.). (2014). *Vehicle routing: Problems, methods, and applications, second edition* (2.^a ed.) (n.º 18). SIAM. Descargado de <https://research.vu.nl/en/publications/vehicle-routing-problems-methods-and-applications-second-edition>
- Uber. (2019, 11). *¿cuánto cuesta un viaje uber?* Descargado de <https://www.uber.com/cl/es/price-estimate/>
- Weikl, S., y Bogenberger, K. (2013). Relocation strategies and algorithms for free-floating car sharing systems. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine*, 5(4), 100-111.

APÉNDICE

A. GLOSARIO

En las siguientes tablas listamos todas las variables, parámetros y conjuntos utilizados en la tesis:

Tabla A.1. Glosario de siglas utilizadas en la tesis

Sigla	Significado
CS	<i>Car-sharing</i>
OWCS	<i>One-way car-sharing</i>
OP	<i>over-parking</i>
ADP	<i>Approximate dynamic programming</i>
MDP	<i>Markovian decision process</i>
VFA	<i>Value function approximation</i>
ECR	<i>Empty container relocation</i>
BS	<i>Bike-sharing</i>
OOPP	Operacional
PIR	Cota de información perfecta (<i>Perfect information relaxation</i>)
MIP	<i>Mixed-integer programming</i>
HR	Horizonte rodante
S-RH	Horizonte rodante estocástico (<i>Stochastic rolling horizon</i>)
S-AP	Estocástico <i>a priori</i> (<i>Stochastic a priori</i>)
D-RH	Horizonte rodante determinístico (<i>Deterministic rolling horizon</i>)
BC	Control de banda (<i>Band control</i>)
S-RH	Horizonte rodante estocástico (<i>Stochastic rolling horizon</i>)
PP	Política pasiva (<i>Passive policy</i>)
CV	Coefficiente de variación
TS	Tasa de sustitución

Tabla A.2. Glosario de conjuntos utilizados en la tesis

Conjunto	Definición	Elementos	Primera Referencia
N	Estaciones de la agencia de CS	–	Características de la red (3.1.1)
S_t	Estados del sistema en t	(S_t^F, S_t^S, S_t^U)	Estados del sistema (3.2.1)
S_t^F/S_t^P	Estado de vehículos/ <i>staff</i> en t	$(\mathbf{q}_0^F, \mathbf{q}_1^F, \dots, \mathbf{q}_{d_{\max}}^F)$	Estados del sistema (3.2.1)
S_t^U	Usuarios en <i>pipeline</i> en t	$(\mathbf{u}_1^U, \mathbf{u}_1^U, \dots, \mathbf{u}_{t-1}^U)$	Estados del sistema (3.2.1)
$\mathbf{q}_0^F/\mathbf{q}_0^P$	# de vehículos/ <i>staff</i> disponibles al inicio del período t	$q_{0i} \in \mathbf{q}_0, \forall i \in N$	Estados del sistema (3.2.1)
$\mathbf{q}_{id}^F/\mathbf{q}_{id}^P$	Vector con tiempos de arribo de relocalizaciones de vehículos/ <i>staff</i> en <i>pipeline</i> en el período $t + d - 1$ en i	$(t_1^F, t_2^F, \dots) : t + d - 1 \leq t_1^F \leq t_2^F \leq \dots \leq t + d$	Estados del sistema (3.2.1)
$\mathbf{u}_{it'}^U$	Vector con tiempos de recogida en t' de usuarios en <i>pipeline</i>	$(t_1^U, t_2^U, \dots) : t + d - 1 \leq t_1^U \leq t_2^U \leq \dots \leq t + d$	Estados del sistema (3.2.1)
$\chi(S_t)$	Espacio factible de decisiones	$\mathbf{x}_t \in \chi(S_t)$ (ver 3.2.2)	Conjunto factible de decisiones (3.2.2)
$(x_t^F)/(x_t^P)$	Vector de decisión de relocalizaciones de vehículos/ <i>staff</i>	(\dots, x_{ijt}, \dots)	Conjunto factible de decisiones (3.2.2)
$A^-(i, t, \omega)/A^+(i, t, \omega)$	Arcos entrantes/salientes a/de i en t	$U(j, t, \omega)^{-/+} \cup \delta(j, t)^{-/+}$	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
$U^-(j, t, \omega)/U^+(j, t, \omega)$	Potenciales servicios de usuario que retornan/recogen un veh. en j en t	$\{(i, t', k)\}/\{(j, t, k)\}$	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
$\delta^-(j, t)/\delta^+(j, t)$	Potenciales arcos de viaje de relocalizaciones entrantes/salientes en j en t	$\{(i, j)\}/\{(j, i)\}$	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
Ω	Conjunto de parámetros utilizados en cada algoritmo	Elementos cambiantes según algoritmo	Simulador de la Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
\hat{V}	Vector de demanda esperada puntual determinística	$(\dots, \hat{v}_i^t, \dots) \in \mathbb{R}^{ N \times T}$	Modelación (5.2.2)

Tabla A.3. Glosario de parámetros utilizados en la tesis

Parámetro	Definición	Def. Matemática	Primera Referencia
T	# de períodos de la operación	—	Características de la red (3.1.1)
Q_i	# de estacionamientos en i	$i \in N, Q_i \in \mathbb{N}$	Características de la red (3.1.1)
d_{ij}	Tiempo de traslado entre i y j	$d_{ij} \in \mathbb{R}, 0 \leq d_{ij} \leq T$	Características de la red (3.1.1)
μ_i^t	Tasa de demanda por recogida de vehículos en i_t	$\mu_i^t[\text{veh/per}] \in \mathbb{R}_0^+$	Generación de la demanda (3.1.3)
p_{ij}^t	Probabilidad de que un servicio iniciado en i_t tenga destino j	$p_{ij}^t \in [0, 1]$	Generación de la demanda (3.1.3)
$r_i^{t,t'}$	Probabilidad de que un servicio iniciado en i_t se retorne durante t'	$r_i^{t,t'} \in [0, 1]$	Duración del servicio (3.1.4)
$I_{i,0}^F/I_{i,0}^P$	# inicial de vehículos/staff en i	$I_{i,0}^F, I_{i,0}^P \in \mathbb{N}_0$	Recursos de la agencia (3.1.5)
F/P	# total de vehículos/staff	$\sum_{i \in N} I_{i,0}^F / \sum_{i \in N} I_{i,0}^P$	Recursos de la agencia (3.1.5)
c_F/c_P	Costo por relocalización de vehículo/staff	—	Costos y penalidades (3.1.6)
α/β	Penalidad por recogida perdida/over-parking	$\$/\text{recogida perdida}, \$/\text{veh-periodo}$	Costos y penalidades (3.1.6)
Q_{max}	Capacidad máxima de estacionamientos de N	$\max_{i \in N} \{Q_i\}$	Estados del sistema (3.2.1)
d_{max}	Máximo tiempo de viaje entre dos estaciones	$\max_{\{i,j \in N\}} \{[d_{i,j}]\}$	Estados del sistema (3.2.1)
j_{it}^k	Destino del k -ésimo servicio que se origina en i_t	—	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
l_{it}^k	Duración del k -ésimo servicio que se origina en i_t	—	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
i_t	Nodo equivalente a estación i período t	(i, t)	Función de pérdida (5.2.1)
u	Arco de nodo i_t a i_{t+1}	(i_t, i_{t+1})	Función de pérdida (5.2.1)
θ_u^n	Cambio marginal de costo en el arco u al pasar de un flujo $n-1$ a n	$g_u(n) - g_u(n-1)$	Función de pérdida (5.2.1)
λ_i^t	Tasa de demanda por retorno de vehículos en i_t	$\lambda_i^t[\text{veh/per}] \in \mathbb{R}_0^+$	Función de pérdida (5.2.1)
\hat{v}_i^t	Esperanza de demanda puntual en i_t	$\mathbb{E}[\hat{D}_i^t - \hat{A}_i^t \hat{\lambda}, \hat{\mu}]$	Modelación (5.2.2)
$f_{i,t}(n)$	Función de pérdida en i_t	$\mathbb{E}_V [C_D(n, Q_i), \lambda_i^t, \mu_i^t]$	Modelación (5.2.2)
$f'_{i,t}(n)$	Cambio marginal en $f(n)$	$f_{i,t}(n) - f_{i,t}(n-1)$	Modelación (5.2.2)
H	# de períodos evaluados hacia el futuro	—	Resultados: Caso base (6.1.2)
CH	Coefficiente de variación	μ/σ	Resultados: Caso base (6.1.2)

Tabla A.4. Glosario de variables utilizadas en la tesis

Variable	Definición	Características	Primera Referencia
D_i^t/A_i^t	# estocástico de potenciales recogidas/retornos de servicio en i y t	Estocástica exógena, dep. de ω .	Generación de la demanda (3.1.3)
$\hat{L}_{i,t}$	Demora estocástica adicional al traslado en el tiempo de servicios iniciados en i y t	Estocástica exógena, no dep. de ω .	Generación de la demanda (3.1.3)
ω	Realización de demanda	Estocástica exógena.	Generación de la demanda (3.1.3)
$\hat{V}_{it}^- (S_{it}^F, S_{it}^U, \mathbf{x}_{it}^F)$	Esperanza de recogidas perdidas en i durante t	Endógena, dep. de ω .	Esp. de recogida y retorno (3.2.4)
$\hat{V}_{it}^+ (S_{it}^F, S_{it}^U, \mathbf{x}_{it}^F)$	Esperanza de vehículos en <i>overparking</i> al final de t en i	Endógena, dep. de ω .	Esp. de recogida y retorno (3.2.4)
$C_t(S_t)$	Mínimo costo total esperado de período t en adelante	Endógena, dep. de ω .	Esp. de recogida y retorno (3.2.4)
$\xi(S_t^F, \mathbf{x}_t)$	Mínimo costo esperado desde el período $t + 1$ en adelante	Endógena, dep. de ω .	Mín. costo total esperado (3.2.5)
$C^*(\omega)$	Mínimo costo posible de la relajación de información perfecta, dada la realización de demanda ω	Endógena, dep. de ω .	Cota de información perfecta (4)
C_{PIR}	Cota mínima promedio de información perfecta	Endógena, si $M \rightarrow \infty$ no dep. de ω	Cota de información perfecta (4)
j_{it}^k / l_{it}^k	Destino/duración del k -ésimo servicio que se origina en i durante t	Estocástica exógena, no dep. de ω .	Definición de Conjuntos y Parámetros (4.2)
x_{ijt}^F / x_{ijt}^P	# de relocalizaciones de vehículos/ <i>staff</i> iniciadas en i_t hacia j	Var. de decisión	Variables (4.3)
$I_{i,t}^F$	Inventario de vehículos en i al inicio de t <i>post</i> -relocalizaciones	Var. auxiliar	Variables (4.3)
v_{it}^+	# de veh. en OP en i al final de t	Var. de decisión	Variables (4.3)
v_{it}^-	# de recogidas perdidas en i_t	Var. de decisión	Variables (4.3)
u_{it}^k	1 si se ejecuta el k -ésimo servicio de recogida de usuario en i_t	Var. auxiliar (binaria)	Variables (4.3)
z_{it}^- / z_{it}^+	# de servicios de usuario que recogen/retornan vehículos en i_t	Var. auxiliar	Variables (4.3)
V	Demanda neta de servicios	Exógena, dep. de ω	Función de pérdida (5.2.1)
$C_D(I^F, V)$	Costo por demanda no satisfecha	Endógena, dep. de ω	Función de pérdida (5.2.1)
$E_V[C_D(I^F, V)]$	Esperanza de penalidad por demanda no satisfecha	Endógena, dep. de ω	Función de pérdida (5.2.1)
I_{it}^n	1 si el inventario en i_t es $\geq n$	Var. auxiliar	Función de pérdida (5.2.1)
q_{it}	# de vehículos al inicio de i_t (<i>pre</i> -relocalizaciones)	Var. auxiliar	Modelación (5.2.2)
γ_i^t	1 si $q_{it} > 0$, 0 en otro caso	Var. auxiliar	Modelación (5.2.2)

B. FUNCIÓN DE TRANSICIÓN DE ESTADOS

Dado un estado $\hat{S}_t = (\hat{S}_t^F, \hat{S}_t^P, \hat{S}_t^U)$ y los vectores de decisión $\hat{\mathbf{x}}_t^F, \hat{\mathbf{x}}_t^P \in \chi(\hat{S}_t)$, ambos producen una función de transición al conjunto de posibles estados $\zeta(\hat{S}_t, \hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{y}}_t) = \{\hat{S}_{t+1} | \hat{S}_t, \hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{y}}_t\} = \left\{ \left(\zeta^V(\hat{S}_t, \hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{y}}_t), \tilde{S}_{t+1}^P, F^U(\hat{S}_t, \hat{\mathbf{x}}_t, \hat{\mathbf{y}}_t) \right) \right\}$.

Las funciones ζ^F y ζ^U representan las posibilidades de estados \tilde{S}_{t+1}^F y \tilde{S}_{t+1}^U , respectivamente, mientras $\tilde{S}_{t+1}^P = (\tilde{\mathbf{q}}_0^P, \tilde{\mathbf{q}}_1^P, \dots, \tilde{\mathbf{q}}_{d_{\max}}^P)$ queda definido por $\tilde{\mathbf{q}}_d^P = (\dots, \tilde{\mathbf{q}}_{d,i}^P, \dots)$, con $\tilde{q}_{0,i}^P = \sum_{j \in N: d_{ji} \leq 1} x_{jit}^F + \|\hat{\mathbf{q}}_{1,i}^P\|_1 + \hat{q}_{0,i}^P - \sum_{j \in N} x_{ijt}^F$ y $\tilde{\mathbf{q}}_{d,i}^P = \hat{\mathbf{q}}_{d+1,i}^P \cup \{t + d_{ji} : \forall j \in N, d - 1 < d_{ji} \leq d\}$. La función $\|\mathbf{q}\|_1$ es la norma 1 del vector y cuenta la cantidad de relocalizaciones ejecutadas. Matemáticamente:

$$\zeta^F = \left\{ \tilde{\mathbf{q}}^F \in \mathbb{Z}^{|N| \times d_{\max}} : 0 \leq \|\tilde{\mathbf{q}}_{d,i}^F\|_1 \leq \bar{F}, \forall i \in N, \forall d \in \{0, \dots, d_{\max}\} \right\}$$

$$\zeta^U = \left\{ \tilde{\mathbf{u}}^U \in \mathbb{Z}^{|N| \times t} : \|\tilde{\mathbf{u}}_{t,i}^U\|_1 \in \left[0, \hat{\mathbf{q}}_{0,i}^F + \sum_{j \in N: d_{ji} \leq 1} x_{jit}^F - \sum_{j \in N} x_{ijt}^F \right] \wedge \tilde{\mathbf{u}}_{t',i}^U \subseteq \hat{\mathbf{u}}_{t',i}^U, \forall i \in N, \forall t' \in \{1, t-1\} \right\}$$

C. SUB-RUTINAS DE SIMULACIÓN

Algorithm 8 INICIALIZACION

- 1: Sean $\hat{\mu}, \hat{\lambda}$ los vectores de tasas de demanda por recogida y retorno de vehículos, respectivamente
 - 2: Sea \hat{p} el vector de probabilidades de destino
 - 3: Sean \hat{D}_i^t, \hat{A}_i^t los vectores de tiempos de demanda por recogida y retorno de vehículos, respectivamente, en la estación i y período t , y $j_i(t'), d_i(t')$ el destino y duración de la demanda por recogida en el tiempo t'
 - 4: Sean $\mathbf{T}^X, \mathbf{T}^Y$ los vectores que contienen los tiempos de llegada de las relocalizaciones de vehículos y *staff*, respectivamente
-

En el Algoritmo 8, definimos todos los parámetros iniciales que son necesarias para ejecutar el simulador del Algoritmo 1. Los vectores $\hat{D}^t, \hat{A}^t, \mathbf{T}$ contienen los tiempos de llegada de los diferentes eventos, pues el simulador funciona en base a ocurrencia de eventos en tiempo continuo.

Algorithm 9 RELOCALIZACIONES

- 1: Sean x_h, y_h las decisiones tomadas en el período h
 - 2: **for** $i \in N$ **do**
 - 3: Actualizar inventario de vehículos $K_{i,h}^F \leftarrow K_{i,h-1}^F - \sum_{a \in \delta^+(i,t)} x_a^h$
 - 4: Actualizar inventario de *staff* $K_{i,h}^S \leftarrow K_{i,h-1}^S - \sum_{a \in \delta^+(i,t)} (x_a^h + y_a^h)$
 - 5: **for** $j \in N$ **do**
 - 6: Definir período de llegada $t_2 \leftarrow \lfloor h + d_{ij} \rfloor$
 - 7: Agregar a j llegada de reposición de vehículo $\mathbf{T}_{j,t_2}^X \leftarrow \mathbf{T}_{j,t_2}^X \cup \{h + d_{ij}\} \times x_{ij}^h$
 - 8: Agregar a j llegada de reposición de *staff* $\mathbf{T}_{j,t_2}^Y \leftarrow \mathbf{T}_{j,t_2}^Y \cup \{h + d_{ij}\} \times y_{ij}^h$
-

El Algoritmo 9 es una subrutina que realiza una relocalización en el simulador del Algoritmo alg:sim. Primero, extraemos de los inventarios los vehículos y *staff* que salen por relocalizaciones. Luego, agregamos los tiempos de llegada en el conjunto de la estación y período de destino.

Algorithm 10 TRANSICION_ESTADOS

```
1: Se reciben como parámetros  $\Omega \leftarrow h, \hat{D}^t, \hat{A}^t, \mathbf{T}_t^X \cup \mathbf{T}_t^Y, \mathbf{K}, \mathbf{V}$ 
2: while  $\hat{D}^t \cup \hat{A}^t \cup \mathbf{T}_t^X \cup \mathbf{T}_t^Y \neq \emptyset$  do
3:   Sean  $t_{min}, i'$  el tiempo y la estación de ocurrencia del próximo evento, respectivamente
4:   Sea  $i' : t_{min} \in \{\hat{D}_{i'}^h \cup \hat{A}_{i'}^h \cup \mathbf{T}_{i'h}^X \cup \mathbf{T}_{i'h}^Y\}$  la estación del próximo evento
5:   if demanda por recogida then
6:     Ejecutar  $\Omega \leftarrow RECOGIDA^1(\Omega)$  y generar demanda por recogida
7:   else if demanda por retorno then
8:     Agregar vehículo a inventario  $K_{i',h}^F \leftarrow K_{i',h}^F + 1$ 
9:     Eliminar evento  $\hat{A}_{i'}^h \leftarrow \hat{A}_{i'}^h \setminus \{t_{min}\}$ 
10:  else if llegada por retorno de relocalización de vehículo then
11:    Agregar vehículo y staff a inventario  $K_{i',h}^F \leftarrow K_{i',h}^F + 1$  y  $I_{i',h}^S \leftarrow K_{i',h}^S + 1$ 
12:    Eliminar evento  $\mathbf{T}_{i',h}^X \leftarrow \mathbf{T}_{i',h}^X \setminus \{t_{min}\}$ 
13:  else if demanda por retorno de relocalización de staff then
14:    Agregar staff a inventario  $K_{i',h}^S \leftarrow K_{i',h}^S + 1$ 
15:    Eliminar evento  $\mathbf{T}_{i',h}^Y \leftarrow \mathbf{T}_{i',h}^Y \setminus \{t_{min}\}$ 
16: Sumar over-parking  $V_h^+ = \sum_{i \in N} \max\{K_{ih}^F - Q_i, 0\}$ 
17: Retornar  $\Omega$  actualizado
```

El Algoritmo 10 es una subrutina auxiliar al simulador del Algoritmo 1 que consiste en simular el paso de un período. Los vectores, $\hat{D}^t, \hat{A}^t, \mathbf{T}$, contienen todos los tiempos de los eventos que ocurrirán durante el período. Entonces, la subrutina se ejecuta hasta que no quede ningún evento pendiente en estos vectores. Por cada evento, dependiendo de a qué correspondan, se actualizan los inventarios correspondientes y se elimina el evento del vector que lo contiene. Finalmente, se suman los OP al final del período y se retornan los nuevos estados del sistema, Ω .

Algorithm 11 RECOGIDA

- 1: Se recibe como parámetro Ω
 - 2: Sea t' el tiempo de ocurrencia de la demanda por recogida
 - 3: Sea i la estación de origen de la demanda
 - 4: Sean $j \leftarrow j_i(t')$ y $t_2 \leftarrow \lfloor t' + d_i(t') \rfloor$ el destino y período de llegada del viaje, respectivamente
 - 5: **if** $K_{i,h}^F = 0$ **then**
 - 6: Actualizar conteo de salidas perdidas $V_{i,h}^- \leftarrow V_{i,h}^- + 1$
 - 7: Actualizar llegadas del destino $\hat{A}_j^{t_2} \leftarrow \hat{A}_j^{t_2} \setminus \{t' + d_i(t')\}$
 - 8: **else**
 - 9: Actualizar inventario $I_{i,h}^F \leftarrow I_{i,h}^V - 1$
 - 10: Eliminar evento $\hat{D}_i^h \leftarrow \hat{D}_i^h \setminus \{t'\}$
 - 11: Retornar Ω
-

El Algoritmo 11 es una subrutina auxiliar de la función de transición de estados del Algoritmo 10 que simula una demanda por recogida de un usuario. Entonces, si el inventario de vehículos en la estación de recogida, i , es igual a 0, se genera una recogida perdida con la variable de conteo V^- y se quita del vector de tiempos de retorno de usuario, en el respectivo destino de la recogida el tiempo de retorno de esta recogida perdida. En caso de sí haber vehículos disponibles, se quita un vehículo del inventario. Finalmente, se elimina el evento de los tiempos de recogida y se retornan las variables actualizadas.

D. CONVEXIDAD DE $\mathbb{E}_V[C_D(I, Q)]$

Sea la función $\Delta(I_1, I_2) = \mathbb{E}_V[C_D(I_2, Q)] - \mathbb{E}_V[C_D(I_1, Q)]$, con $\mathbb{E}_V[C_D(I, Q)]$ definido en (3d). Entonces,

$$C_D(I^F, Q, V) = \alpha \cdot \text{máx}(V + I^F - Q, 0) + \beta \cdot \text{máx}(-V - I^F, 0) \quad (3a)$$

y su valor esperado dado Q e I^F :

$$\mathbb{E}_V [(C_D(I^F, Q, V), \lambda, \mu)] = \sum_{v=Q-I^F+1}^{\infty} \alpha(v + I^F - Q) \cdot \mathbb{P}(V = v) - \sum_{v=-\infty}^{-I^F-1} \beta(v + I^F) \cdot \mathbb{P}(V = v) \quad (3b)$$

$$\begin{aligned} \Delta(\bar{I}, \bar{I} + 1) &= \mathbb{E}_V[C_D(\bar{I} + 1, Q)] - \mathbb{E}_V[C_D(\bar{I}, Q)] \\ &= \sum_{v=Q-I^F}^{\infty} \alpha(v + \bar{I} + 1 - Q) \cdot \mathbb{P}(V = v) - \sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}-2} \beta(v + \bar{I} + 1) \cdot \mathbb{P}(V = v) \\ &\quad - \left(\sum_{v=Q-\bar{I}+1}^{\infty} \alpha(v + \bar{I} - Q) \cdot \mathbb{P}(V = v) - \sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}-1} \beta(v + I^F) \cdot \mathbb{P}(V = v) \right) \\ &= \alpha \sum_{v=Q-\bar{I}}^{\infty} \mathbb{P}(V = v) - \beta \sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}-2} \mathbb{P}(V = v) \end{aligned}$$

Además, podemos comprobar que si $\bar{I}_1 < \bar{I}_2$, entonces $\sum_{v=Q-I_1^F}^{\infty} \mathbb{P}(V = v) \leq \sum_{v=Q-\bar{I}_2}^{\infty} \mathbb{P}(V = v)$ y $-\sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}_1-2} \mathbb{P}(V = v) \leq -\sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}_2-2} \mathbb{P}(V = v)$. De esto, es posible afirmar:

$$\begin{aligned}
& \alpha \sum_{v=Q-\bar{I}_1}^{\infty} \mathbb{P}(V = v) - \beta \sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}_1-2} \mathbb{P}(V = v) \\
& < \alpha \sum_{v=Q-\bar{I}_2}^{\infty} \mathbb{P}(V = v) - \beta \sum_{v=-\infty}^{-\bar{I}_2-2} \mathbb{P}(V = v)
\end{aligned}$$

$$\Delta(\bar{I}_1, \bar{I}_1 + 1) < \Delta(\bar{I}_2, \bar{I}_2 + 1)$$

Finalmente, con esto podemos concluir que la función $\mathbb{E}_V[C_D(I, Q)]$ es convexa en valores enteros de I^F .

E. PROCESO DE DEMANDA DE LLEGADA DE VIAJES

En primer lugar, es necesario exponer dos propiedades de la distribución de Poisson (Serrano y Hernández, 2017).

PROPIEDAD B. 1 (Propiedades Poisson). *Sea $N \sim Poisson(\mu)$ una variable aleatoria que representa el conteo de un proceso de Poisson:*

- 1) *Sea $A \sim Poisson(\beta)$ el conteo de un proceso de Poisson y $B = A + N$. Entonces, $B \sim Poisson(\mu + \beta)$.*
- 2) *Supongamos que por cada evento que ocurre en N , con probabilidad p ocurre un evento en la variable de conteo A . Entonces, $A \sim Poisson(p\mu)$*

Ahora, con las Propiedades 1) y 2) de B.1 demostraremos la Propiedad 5.1.

DEMOSTRACIÓN. La probabilidad de que un servicio iniciado en la estación i durante el período t tenga como destino la estación j en el período t' es $p_{ij}^t \cdot r_i^{t'-t-d_{ij}}$. Entonces, dado que el proceso de demanda por recogida de vehículos es Poisson y la Propiedad 2) de B.1, el proceso de retorno de vehículos que iniciaron en i y t en j en t' , es Poisson a tasa $\mu_i^t \cdot p_{ij}^t \cdot r_i^{t',t-t-d_{ij}}$.

Luego, considerando la Propiedad 1) de B.1 y sumando todos los posibles orígenes de vehículos que se retornan en j durante t' , el proceso agregado de demanda por retornos de vehículos en esa estación y período ($D_j^{t'}$) es Poisson a tasa $\lambda_j^{t'}$.

$$\lambda_j^{t'} = \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^{t'-1} \mu_i^t p_{ij}^t r_i^{t',t-t-d_{ij}}$$

Finalmente, sin perder generalidad, se puede concluir que la demanda por retornos de vehículos en todas las estaciones en cada período es un proceso de Poisson y se demuestra lo pedido. □

F. APROXIMACIÓN DE FUNCIÓN DE SKELLAM

Consideremos $A \sim \text{Poisson}(\lambda)$, $D \sim \text{Poisson}(\mu)$ y $V = A - D \sim \text{Skellam}(\lambda, \mu)$.

Entonces,

$$\mathbb{P}(V = v) = e^{-(\lambda+\mu)} \lambda^v \sum_{u=\max\{0, -v\}}^{\infty} \frac{(\lambda\mu)^u}{(u+v)!u!} = e^{-(\lambda+\mu)} \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{v/2} I_{|v|} \left(2\sqrt{\lambda\mu}\right)$$

con $I_{|v|}$ la función de Bessel:

$$I_v(x) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{m!(m+k)!} \left(\frac{x}{2}\right)^{2m+k}$$

Según ([Abramowitz y Stegun, 1964](#)), si $v \in \mathbb{Z}$ y $z \rightarrow 0$:

$$I_v(x) \sim \frac{(0, 5x)^{|v|}}{|v|!}$$

Con lo cual, es posible reescribir $\mathbb{P}(V = v)$ como:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(V = v) &= e^{-(\lambda+\mu)} \sqrt{\lambda^{|v|+v} \mu^{|v|-v}} \frac{1}{|v|!} \\ &= \begin{cases} e^{-(\lambda+\mu)} \frac{\lambda^v}{v!} & \text{Si } v \geq 0 \\ e^{-(\lambda+\mu)} \frac{\mu^{-v}}{(-v)!} & \text{Si } v < 0 \end{cases} \\ &= \begin{cases} e^{-\mu} \mathbb{P}(A = v) & \text{Si } v \geq 0 \\ e^{-\lambda} \mathbb{P}(D = -v) & \text{Si } v < 0 \end{cases} \end{aligned}$$

G. CÁLCULO DEL VECTOR \hat{V}

Algorithm 12 Cálculo del vector \hat{V}

```

1: Sea  $\hat{v}_i^t \leftarrow 0$  la predicción de demanda neta de viajes en la estación  $i$  el período  $t$ , inicialmente igual a 0
2: for  $i \in N$  do
3:   Sea  $\Delta$  la tasa neta acumulada de viajes ( $\lambda - \mu$ ), inicialmente igual a 0
4:   for  $t \in \{1, \dots, T\}$  do
5:     Actualizamos la tasa neta acumulada  $\Delta \leftarrow \Delta + (\lambda_i^t - \mu_i^t)$ 
6:     if tasa neta acumulada llega a 1 se generan retornos:  $\Delta \geq 1$  then
7:       Se define el período  $t_{in} \leftarrow$  primer período en que se acumula  $\Delta \geq 0,5$  desde último evento
8:       Se genera un retorno de vehículo en el período  $t_{in}$ :  $\hat{v}_i^{t_{in}} \leftarrow \hat{v}_i^{t_{in}} + 1$ 
9:       Si se acumula más de un retorno, este se genera en  $t$ :  $\hat{v}_i^t \leftarrow \hat{v}_i^t + \lfloor \Delta - 1 \rfloor$ 
10:      Se limpian los retornos acumulados en  $\Delta$ :  $\Delta \leftarrow \Delta - \lfloor \Delta \rfloor$ 
11:     else if tasa neta acumulada llega a -1 se generan recogidas:  $\Delta \leq -1$  then
12:       Se define el período  $t_{out} \leftarrow$  primer período en que se acumula  $\Delta \leq -0,5$  desde último evento
13:       Se genera una recogida en  $t_{out}$ :  $\hat{v}_i^{t_{out}} \leftarrow \hat{v}_i^{t_{out}} - 1$ 
14:       Si se acumula más de una recogida, esta se genera en  $t$ :  $\hat{v}_i^t \leftarrow \hat{v}_i^t + \lceil \Delta - 1 \rceil$ 
15:       Se limpian las recogidas acumuladas en  $\Delta$ :  $\Delta \leftarrow \Delta - \lceil \Delta \rceil$ 

```

El supuesto del cálculo del vector \hat{V} es que la demanda, tanto de recogida como de retorno, ocurren en un mismo instante todos los períodos, y por lo tanto, se netean. Entonces, el Algoritmo 12 se basa en la tasa neta acumulada por estación, Δ , a través de los períodos. Si esta tasa llega a 1, significa que debe generarse un retorno, pero, este retorno se generará en una aproximación de su valor esperado teórico, es decir, cuando Δ haya alcanzado 0,5 desde el período en que ocurrió el último evento de usuario t_{evento} . Además, si Δ acumuló más de 1 retorno, todos estos restantes se generarán en t . Análogamente, cuando Δ llega a -1 ocurre algo similar con las recogidas, en lugar de los retornos.

H. SUB-RUTINAS DE POLÍTICA BC

Algorithm 13 PEDIR_VEHICULO

- 1: Se reciben como parámetros $\Omega \leftarrow h, c, \mathbf{K}^F, \mathbf{K}^S, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}, Z_h^\lambda$
 - 2: Sea Ψ el 1° conjunto a observar: estaciones con inventario por sobre banda superior, odenadas según λ y con *staff* disponible
 - 3: Sea Ψ' el 2° conjunto a observar: estaciones odenadas según λ y con *staff* y vehículos disponibles
 - 4: Sea Ψ'' el 3° conjunto a observar: estaciones odenadas según λ con vehículos disponibles
 - 5: **if** si Ψ y Ψ' son vacíos se utiliza Ψ'' : $\Psi = \Psi' = \emptyset$ **then**
 - 6: Sea $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ''
 - 7: Ejecutar $\Omega \leftarrow PEDIR_STAFF(\Omega)$ para pedir un *staff* a z_1 y relocalizar vehículos desde esa estación
 - 8: **else**
 - 9: **if** 1° conjunto no es vacío $\Psi \neq \emptyset$ **then**
 - 10: Se define $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ para relocalizar un vehículo desde ahí
 - 11: **else**
 - 12: Se define $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ' para relocalizar un vehículo desde ahí
 - 13: Generar relocalización de vehículo de z_1 a c : $\hat{x}_{cz_1}^h \leftarrow \hat{x}_{cz_1}^h + 1$
 - 14: Quitar el vehículo y *staff* del inventario en z_1 $K_{z_1,h}^F \leftarrow K_{z_1,h}^F - 1$ y *staff* $K_{z_1,h}^S \leftarrow K_{z_1,h}^S - 1$
 - 15: Retornar Ω
-

El Algoritmo 13 es una subrutina auxiliar del Algoritmo 6 para relocalizar un vehículo hacia la estación c . En este algoritmo planteamos tres conjuntos de estaciones, con orden de prioridad, en los cuales buscamos de dónde relocalizar. El primer conjunto, $\Psi = \{z \in Z_h^\lambda : K_{z,h}^F \geq Q_z - S^z, K_{z,h}^S > 0, z \neq c\}$, es el más deseable como origen de la relocalización, pues son estaciones que ya están congestionadas, tienen alta probabilidad de recibir más retornos y tienen *staff* disponible. El segundo conjunto de estaciones, $\Psi' = \{z \in Z_h^\lambda : K_{z,h}^F > 0, K_{z,h}^S > 0, z \neq c\}$, es el segundo más deseable, pues son estaciones con alta probabilidad de recibir retornos a futuro y tienen *staff* disponible. Por último, si no existe ninguna estación que cumpla las condiciones de Ψ o Ψ' , seleccionamos la primera estación del conjunto $\Psi'' = \{z \in Z_h^\lambda : K_{z,h}^F > 0, z \neq c\}$, es decir, la con mayor probabilidad de recibir retornos y con vehículos disponibles. Luego, relocalizamos

un *staff* a esta estación, para, a continuación, relocalizar un vehículo hacia c , en caso de seguir siendo necesario.

Algorithm 14 ENTREGAR_VEHICULO

- 1: Se reciben como parámetros $\Omega \leftarrow h, c, \mathbf{K}^F, \mathbf{K}^S, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}, Z_h^\mu$
 - 2: Sea Ψ el 1º conjunto a observar: estaciones odenadas según μ y con inventario de vehículos bajo banda
 - 3: Sea Ψ' el 2º conjunto a observar: estaciones odenadas según μ y con inventario de vehículos menor a su capacidad
 - 4: **if** 1º conjunto no es vacío: $\Psi \neq \emptyset$ **then**
 - 5: Se define $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ para relocalizar un vehículo hacia allá
 - 6: **else**
 - 7: Se define $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ' para relocalizar un vehículo hacia allá
 - 8: Sea $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ω
 - 9: Generar relocalización de vehículo de c a z_1 : $\hat{x}_{cz_1}^h \leftarrow \hat{x}_{cz_1}^h + 1$
 - 10: Quitar el vehículo y *staff* del inventario en c $K_{c,h}^F \leftarrow K_{c,h}^F - 1$ y *staff* $K_{c,h}^S \leftarrow K_{c,h}^S - 1$
 - 11: Retornar Ω
-

El Algoritmo 14 es una subrutina auxiliar del Algoritmo 6 para relocalizar un vehículo desde la estación c , que por condición de este algoritmo, sabemos que tiene *staff* disponible. En este algoritmo planteamos dos conjuntos de estaciones, con orden de prioridad, en los cuales buscamos hacia dónde relocalizar. El primer conjunto, $\Psi = \{z \in Z_h^\mu : K_{z,h}^F \leq s^z, z \neq c\}$, es el más deseable como destino de la relocalización, pues son estaciones con escasez de vehículos y alta probabilidad de demandar más recogidas. El segundo conjunto de estaciones, $\Psi' = \{z \in Z_h^\mu : K_{z,h}^F \leq Q_z - 1, z \neq c\}$, es el segundo más deseable, pues son estaciones con alta probabilidad de demandar más recogidas y tienen estacionamientos disponibles. Finalmente, relocalizamos un vehículo desde c hacia la primera estación de Ψ , o, en caso de estar vacío este conjunto, hacia la primera estación de Ψ' .

Algorithm 15 PEDIR_STAFF

- 1: Se reciben como parámetros $\Omega \leftarrow h, c, \mathbf{K}^F, \mathbf{K}^S, \hat{\mathbf{X}}, \hat{\mathbf{Y}}, \hat{\mu}, \hat{\lambda}, Z_h^\lambda$
 - 2: Sea Ψ el conjunto de estaciones ordenadas inversamente según λ y con *staff* disponible
 - 3: Se define $z_1 \leftarrow$ primera zona de Ψ para relocalizar un *staff* desde allá
 - 4: Generar relocalización de *staff* de z_1 a c : $\hat{y}_{z_1 c}^h \leftarrow \hat{y}_{z_1 c}^h + 1$
 - 5: Quitar el *staff* del inventario en z_1 : $K_{z_1, h}^S \leftarrow K_{z_1, h}^S - 1$
 - 6: Retornar Ω
-

El Algoritmo 15 es una subrutina auxiliar del Algoritmo 6 para relocalizar un *staff* hacia la estación c . En este algoritmo, planteamos un conjunto $\Psi = \{z \in (Z_h^\lambda)^{-1} : I_{z, h}^S > 0, z \neq c\}$, con $(Z_h^\lambda)^{-1}$ el conjunto Z_h^λ ordenado de forma inversa. Planteamos que el conjunto Ψ , representa las estaciones más atractivas desde las cuales relocalizar un *staff* hacia c , pues son estaciones con *staff* disponible y que tienen poca probabilidad de recibir retornos, y por lo tanto, requerir relocalizar un vehículo desde ahí. Finalmente, seleccionamos la primera estación de Ψ y relocalizamos un *staff* desde esa estación hacia c .

I. TASAS DE DEMANDA: CASO BASE

Las tasas de demanda para el caso base antes de los ajustes son las siguientes:

Tabla I.1. Tasas de recogida para el escenario del caso base

μ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,8	0,6	0,8	0,2	0,6	0,4	0	0	0	0	0	0	0
2	0,2	0,8	0,4	1,0	1,0	0,4	0,2	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	1,6	2,0	2,4	3,0	2,6	1,8	1,4
4	0,2	0,8	0,4	0,2	0,8	0,6	0,2	0	0	0	0	0	0	0
5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0	0	0	0	0	0	0

Tabla I.2. Tasas de retorno para el escenario del caso base antes de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0,6	0,2	0,8	0,6	0,8	0,2
2	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,4	1,0	1,0	0,4	0,8	0,2
3	1,4	1,8	2,6	3,0	2,4	2,0	1,6	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,6	0,8	0,2	0,4	0,8	0,2
5	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Las tasas de demanda para el caso base se construyeron de tal forma que la simetría después de los ajustes fuera 6 %, es decir, baja. Las condiciones de ajuste de las tasas de demanda son las explicadas en el Apéndice J. Las tasas de recogida se mantienen fijas, pero las tasas de entrega luego de los ajustes y de recalcularlas empíricamente son las siguientes:

Tabla I.3. Tasas de retorno para el escenario del caso base después de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0,4	0,7	0,9	0,8
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,8	0,6	0,5	0,8	0,4
3	0	0	1,2	2,9	2,1	2,4	2,4	2,0	1,2	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,6	0,4	0,6	0,9	0,4
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0,7	0,6	0,5	0,8

Las tasas de demanda para el caso de simetría media (48 %) antes de los ajustes son:

Tabla I.4. Tasas de recogida para el escenario de simetría media

μ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,8	0,6	0,2	0,8	0,6	0,2	0,2	0	0,4	0,2	0	0	0,4
2	0,2	0,6	0,4	0,6	0,4	0,2	0,2	0	0	0,2	0,2	0,6	0,2	0
3	0,6	1,0	0,6	0,8	0,4	0,4	0	0,8	1,4	2,0	2,8	0,8	1,6	0,4
4	0,2	0,6	0,8	0,4	0,6	0,2	0	0	0,2	0,2	0,2	0,6	0,2	0
5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Tabla I.5. Tasas de retorno para el escenario de simetría media antes de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0	0	0,2	0,4	0	0,2	0,2	0,6	0,8	0,2	0,6	0,8	0,4
2	0	0,2	0,6	0,2	0,2	0	0	0,2	0,2	0,4	0,6	0,4	0,6	0,2
3	0,4	1,6	0,8	2,8	2,0	1,4	0,8	0	0,4	0,4	0,8	0,6	1,0	0,6
4	0	0,2	0,4	0,2	0,2	0,2	0	0	0,2	0,6	0,4	0,8	0,6	0,2
5	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4

Las tasas de demanda de entrega para el caso de simetría media (48 %) después de los ajustes y de recalcularlas empíricamente:

Tabla I.6. Tasas de retorno para el escenario de simetría media después de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,1	0	0,4	0,2	0,5	0,9	0,5
2	0	0	0,2	0,3	0,1	0,2	0	0,1	0	0,2	0,6	0,4	0,6	0,3
3	0	0	1,2	2,4	2,1	1,5	2,4	1,2	0,9	0,4	0,4	1,0	0,9	1,4
4	0	0	0,2	0,2	0,1	0,2	0	0	0	0,2	0,4	0,7	0,9	0,3
5	0	0	0,1	0,3	0,2	0,2	0,3	0,2	0	0,2	0,3	0,3	0,6	0,4

Las tasas de demanda para el caso de simetría alta (72 %) antes de los ajustes son:

Tabla I.7. Tasas de recogida para el escenario de alta simetría

μ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,8	0,4	0	0,2	0,4	0,6	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4	0	0
2	0,2	0,2	0	0,4	0,6	0,4	0,2	0	0	0,8	0,4	0	0,6	0
3	1,0	1,4	0,4	0,8	1,8	0	0,4	1,2	0,2	0,4	0,6	1,6	0	0
4	0,2	0,6	0,6	0,4	0	0	0,2	0	0,2	0,6	0,8	0	0	0
5	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0

Las tasas de demanda de entrega para el caso de simetría alta (72 %) después de los ajustes y de recalcularlas empíricamente son:

Tabla I.8. Tasas de retorno para el escenario de alta simetría antes de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0,4	0,8	0,4	0	0,2	0,4	0,6	0,2	0,2	0,4	0,2	0,4	0	0,6
2	0,2	0,2	0	0,4	0,6	0,4	0,2	0	0	0,8	0,4	0	0,6	0,4
3	1,0	1,4	0,4	0,8	1,8	0	0,4	1,2	0,2	0,4	0,6	1,6	0,4	0,2
4	0,2	0,6	0,6	0,4	0	0	0,2	0	0,2	0,6	0,8	0	0	0,2
5	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0	0,4	0

Tabla I.9. Tasas de retorno para el escenario de alta simetría después de los ajustes y el recálculo

λ	Períodos (t)													
Estaciones (i)	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	0	0,6	0	0,1	0,2	0,8	0	0,3	0,2	0	0,2	0	0,6
2	0	0	0	0,7	0,2	0,2	0,2	0	0	0,4	0	0	0,4	0,6
3	0	0	1,3	1,6	1,4	0,8	1,2	0,8	1,4	0,2	0,8	1,8	2,1	0,4
4	0	0	0,3	0,7	0	0,1	0,3	0	0,1	0,6	0,5	0,1	0	1,0
5	0	0	0,2	0	0,2	0,2	0,6	0	0,2	0	0,1	0,1	0,3	0,3

J. CONDICIONES DE AJUSTE A LAS TASAS DE DEMANDA

En la Sección 6.1 se definieron dos condiciones para las tasas λ, μ . La subrutina $AJUSTAR_0$ se ejecuta antes de empezar la simulación y muestra cómo se ajustan las tasas a estas condiciones.

Algorithm 16 *AJUSTAR*₀

- 1: Se reciben como parámetros los vectores μ, λ
 - 2: Sean $\Lambda = \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^T \lambda_i^t$ y $\sigma = \sum_{i \in N} \sum_{t=1}^T \mu_i^t$, las sumas de las tasas de entrega y recogida de vehículos, respectivamente
 - 3: Sean $\hat{\mu} \leftarrow \mu, \hat{\lambda} \leftarrow \lambda$ los vectores ajustados de tasas de demanda. Nótese que μ se fijará y λ se ajusta, porque la medición de recogidas es más fidedigna que las entregas
 - 4: **for** $t \in \{1, \dots, T\}$ **do**
 - 5: **for** $i \in N$ **do**
 - 6: Se ajusta según condición i): $\hat{\lambda}_i^t = \lambda_i^t * \frac{\sigma}{\Lambda}$
 - 7: **for** $t \in \{1, \dots, T-1\}$ **do**
 - 8: **if** No se cumple condición ii): $\sum_{t'=1}^t \sum_{i \in N} (\mu_i^{t'} - \lambda_i^{t'}) \geq 0$ **then**
 - 9: Sea Δ el error de la condición ii): $\Delta = \sum_{t'=1}^t \sum_{i \in N} (\lambda_i^{t'} - \mu_i^{t'})$
 - 10: **for** $i \in N$ **do**
 - 11: Sea $\delta_i = \Delta \frac{\lambda_i^t}{\sum_{j \in N} \lambda_j^t}$ el error de la condición ii) atribuible a λ_i^t
 - 12: Corregir $\hat{\lambda}^t$ para que se cumpla la condición ii): $\hat{\lambda}_i^t \leftarrow \hat{\lambda}_i^t - \Delta \delta_i$
 - 13: Redistribuir el error al próximo período: $\hat{\lambda}_i^{t+1} \leftarrow \hat{\lambda}_i^{t+1} + \Delta \delta_i$
-

Luego, las tasas de recogida también se ajustan durante la operación en función de las salidas reales que hayan ocurrido. La subrutina *AJUSTAR*₁ se ejecuta al final de cada período para recalcular $\hat{\lambda}$:

Algorithm 17 *AJUSTAR*₁

- 1: Sean $\hat{\mu}, \hat{\lambda}$ los vectores de tasas de demanda
 - 2: Sea h el período en que se ejecuta la subrutina
 - 3: Sea $\tilde{d}_i^h = |D_i^h| - V_{ih}^-$ la cantidad de recogidas efectivas en la estación i durante el período h
 - 4: Sea \hat{p} el vector de probabilidades de destino espacio-temporal de un viaje, según su origen espacio-temporal
 - 5: **for** $i \in N$ **do**
 - 6: Sea $\epsilon_i = \tilde{d}_i^h - \hat{\mu}_i^h$ la diferencia en i de las recogidas efectivas con respecto a su tasa de recogida
 - 7: **for** $j \in N$ **do**
 - 8: **for** $t \in \{h+1, \dots, T\}$ **do**
 - 9: Se corrigen las tasas de entrega, en función de ϵ : $\hat{\lambda}_j^t \leftarrow \hat{\lambda}_j^t - \epsilon_i \cdot \hat{p}_{ij}^{ht}$
 - 10: Se retorna $\hat{\lambda}$
-

K. GRÁFICO DE DEMANDA SATISFECHA EN EL SISTEMA NO OPTIMIZADO DE AWTO

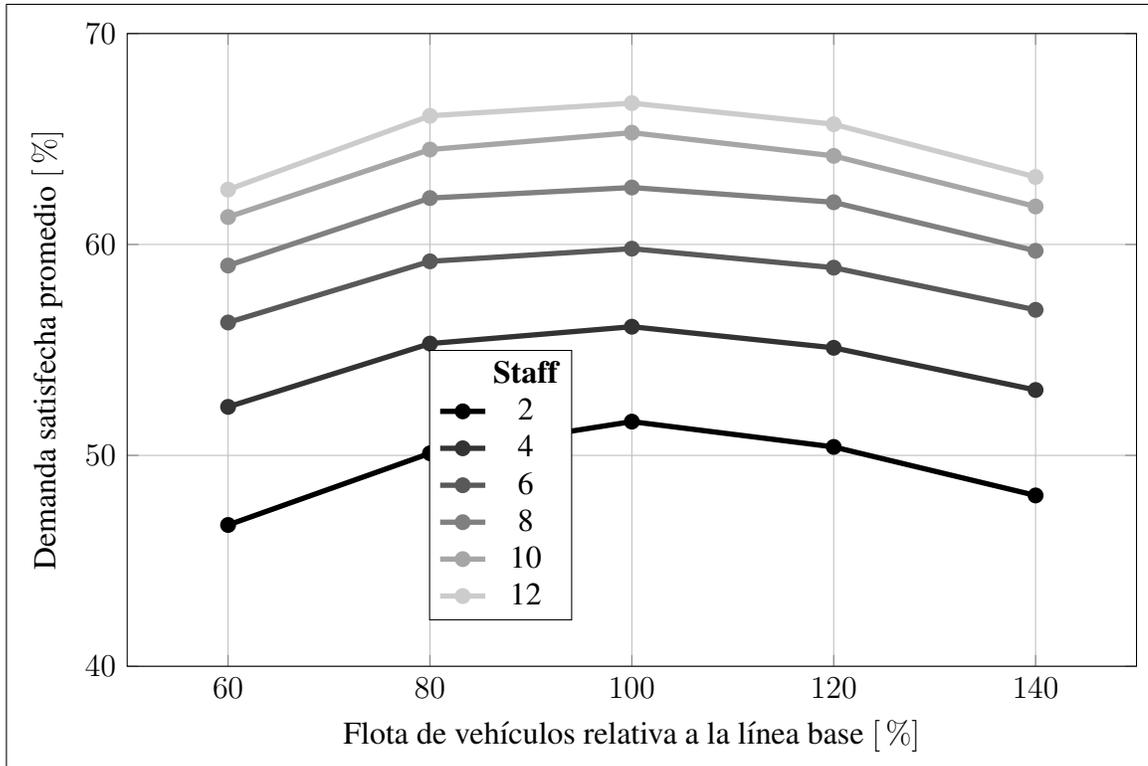


Figura K.1. Gráfico de la demanda satisfecha promedio de 50 réplicas en el escenario de Awto no optimizado bajo distintos niveles de *staff* e inventario inicial de vehículos

La Figura K.1 muestra un mapa de calor de la demanda satisfecha con la política SRH aplicada sobre el escenario no optimizado de Awto en función del *staff* y la flota. Se obtienen patrones similares a lo observado en la Figura 6.3, pero con flota óptima de 100 % de la original. Esto muestra empíricamente que en todos los casos, y en particular el caso base (6 *staff* y 100 % de flota), la demanda satisfecha es al menos un 6 % menor en el escenario no optimizado. Es decir, Awto también podría aumentar la demanda satisfecha redistribuyendo eficientemente los recursos con los que cuenta actualmente.