



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

ESTUDIO NUMÉRICO-EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA LÍMITE DE CHAPAS DE ALUMINIO EN PROCESOS DE CONFORMADO

ALICIA ISABEL DURÁN CORREA

Tesis para optar al grado de
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:
DIEGO CELENTANO
JAVIER SIGNORELLI

Santiago de Chile, Noviembre, 2015

© 2015, Alicia Isabel Durán Correa



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

ESTUDIO NUMÉRICO–EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA LÍMITE DE CHAPAS DE ALUMINIO EN PROCESOS DE CONFORMADO

ALICIA ISABEL DURÁN CORREA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

DIEGO CELENTANO

JAVIER SIGNORELLI

DANIEL HURTADO

JORGE RAMOS

ALBERTO MONSALVE

VICTOR FACHINOTTI

JORGE VÁSQUEZ

Para completar las exigencias del grado de
Doctorado en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Noviembre, 2015

A mis hijos Nathalia y Nelson

A mis tías Julita y Margarita

A mi hermana Ana María

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mis profesores guías Diego Celentano y Javier Signorelli por el apoyo otorgado durante la realización de este trabajo, por sus útiles sugerencias e intercambio, sin los cuales, éste no hubiera sido posible. También deseo expresar mi reconocimiento a la profesora Marcela Cruchaga por el apoyo prestado durante todo el desarrollo de esta Tesis.

A la Comisión Nacional de Ciencia y Tecnología (CONICYT), que a través de la Beca CONICYT, otorgó respaldo económico a mis estudios de post grado. Además, agradezco, el financiamiento proporcionado en esta investigación por el Proyecto CONICYT (Fondecyt N°1130404 y ECOS-CONICYT, Proyecto 2011 C11 E06).

A Manuel Francois, profesor UTT Université technologie de Troyes (Francia), al Ing. Bruno Guelorget y al profesor Claude Garnier, del laboratorio LASMIS-UTT, quienes me prestaron su valiosa colaboración, enseñándome el uso de todos los equipos para realizar los ensayos.

Doy las gracias, también, a la Embajada de Francia en Chile, la que, a través del Instituto Francés de Chile, me proporcionó ayuda financiera para hacer una pasantía en la Université technologie de Troyes (Francia), en el marco de mi tesis.

Asimismo, expreso mi reconocimiento a muchos profesores del Departamento de Ingeniería Metalúrgica de la Universidad de Santiago de Chile, por la ayuda que recibí de ellos. A mis propios colegas, a quienes no mencionaré, a fin de evitar la involuntaria omisión de algún nombre.

No puedo dejar de reconocer, también, al personal administrativo del Departamento de Ingeniería Mecánica y Metalurgia de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por el apoyo prestado durante el transcurso de esta tesis.

Por último, agradezco a mis hijos Nathalia y Nelson, a mi hermana Ana María, a mis tías Julita y Margarita y a mi amiga Estela. Sin su apoyo nunca hubiera alcanzado esta meta. Y a todos a los que de una u otra forma me apoyaron en la realización de este trabajo.

A todos y cada uno de ellos: ¡gracias!

INDICE GENERAL

Pág .

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iv
INDICE DE TABLAS	ix
INDICE DE FIGURAS.....	xi
RESUMEN.....	xxii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
1.1 Descripción general.....	1
1.2 Objetivos	5
1.2.1 Objetivos generales.....	5
1.2.2 Objetivos específicos	5
1.3 Hipótesis de trabajo.....	6
1.4 Revisión bibliográfica del conformado de chapas de aluminio	6
1.5 Metodología	20
1.6 Aportes de la tesis	24
2. ANTECEDENTES	25
2.1 Orientación cristalina	25
2.2 Textura cristalográfica.....	27
2.2.1 Textura de deformación en frío	28
2.2.2 Textura de recristalización.....	30
2.3 Función de distribución de orientaciones.....	32
2.4 Difracción de rayos X	34
2.4.1 Tamaño medio de la cristalita con DRX.....	34
2.4.2 Figura de polo (FP)	35
2.5 Anisotropía	36
2.6 Embutido	39
2.7 Acopado hidráulico	42
2.8 Curva límite de conformado FLC	45

2.9	Modelos basados en criterio de plasticidad.....	50
2.9.1	Modelos fenomenológicos o aproximación macroscópica.....	51
2.9.2	Modelos de deformación del policristal.....	57
2.10	Modelos basados en las teorías de inestabilidad plástica.....	61
2.10.1	Teoría de la inestabilidad difusa de SWIFT	61
2.10.2	Teoría de la inestabilidad de HILL	62
2.10.3	Teoría de la inestabilidad con MK.....	64
2.11	Características generales del material	68
3.	MARCO TEÓRICO ADOPTADO	71
3.1	Aproximación microscópica de la plasticidad cristalina.....	72
3.2	Deslizamiento y sistema de deslizamiento.....	74
3.3	Cinemática de la plasticidad.....	80
3.4	Modelo policristalino	84
3.4.1	Regla de flujo.....	85
3.4.2	Ley de endurecimiento.....	86
3.4.3	Homogeneización	89
3.5	Modelo policristalino autoconsistente.....	90
3.5.1	Definiciones generales.....	90
3.5.2	Problema de la inclusión.....	93
3.5.3	Método de la inclusión equivalente	94
3.6	Formulación viscoplástica autoconsistente	97
3.6.1	Características de un policristal viscoplástico	99
3.6.2	Formulación de Lebensohn y Tomé de 1-sitio	101
3.6.3	Formulación de 1-sitio VPSC-TGT.....	105
3.6.4	Linealización del problema no lineal.....	106
3.6.5	Calculo del desarrollo de textura	109
3.7	Análisis de Marciniak-Kuczynski (MK).....	113
3.7.1	Formulación extendida del modelo MK	113
3.7.2	Resolución numérica según Signorelli et al. (2009).....	119
3.7.3	Resolución numérica según Serenelli et al. (2011).....	121
4.	PROCEDIMIENTOS EXPERIMENTALES	124
4.1	Caracterización del material.....	125
4.1.1	Análisis químico por fluorescencia de rayos X	125

4.1.2	Análisis por difracción de rayos X.....	125
4.1.3	Microscopía óptica.....	126
4.1.4	Tratamiento térmico.....	127
4.1.5	Ensayo de microdureza.....	129
4.1.6	Textura cristalográfica	130
4.2	Ensayos de Tracción.....	131
4.2.1	Determinación de los parámetros mecánicos.....	132
4.2.2	Determinación del coeficiente de Lankford R.....	132
4.3	Formabilidad	133
4.3.1	Medición de la deformación	134
4.3.2	Determinación experimental de la deformación límite.....	139
4.3.3	Ensayo de Nakazima.....	141
4.3.4	Ensayo de Acopado Hidráulico	143
4.3.5	Ensayo de formabilidad con técnica DIC	146
5.	RESULTADOS y DISCUSIÓN	151
5.1	Caracterización del material.....	151
5.1.1	Análisis químico por fluorescencia de rayos X	151
5.1.2	Análisis por difracción de rayos X.....	152
5.1.3	Microscopía óptica.....	155
5.1.4	Tratamiento térmico.....	157
5.1.5	Ensayo de microdureza.....	158
5.1.6	Textura cristalográfica experimental	161
5.2	Ensayos de Tracción.....	164
5.2.1	Curvas de tracción material original	165
5.2.2	Curvas de tracción con tratamiento térmico	167
5.2.3	Determinación del coeficiente de Lankford R.....	170
5.2.4	Microdureza en probetas después del ensayo de tracción	173
5.2.5	Textura en probetas después del ensayo de tracción	175
5.3	Formabilidad: Ensayo de Nakazima	178
5.3.1	Curvas de carga del ensayo de Nakazima.....	181
5.3.2	Resultados FLC del método convencional	184
5.3.3	Resultados FLC del método de Bragard	184
5.3.4	Textura en probetas después del ensayo de Nakazima	187
5.4	Formabilidad: Ensayo de Acopado Hidráulico	193

5.4.1	Curva de carga del ensayo de acopado hidráulico	193
5.4.2	Resultado de la deformación límite en acopado hidráulico	193
5.4.3	Determinación de la tensión y deformación equivalente	194
5.4.4	Observaciones de la medición de los círculos	196
5.5	Formabilidad: Ensayo de tracción con DIC	196
5.5.1	Deformación límite según la Iso-estandar 12004:2008	196
5.5.2	Dependencia de la posición: Método de Holmberg.....	197
5.5.3	Dependencia de la posición: Método de Iso-optimizada	198
5.6	Formabilidad: Ensayo de deformación plana con DIC	200
5.6.1	Deformación límite según la Iso-estandar 12004:2008	200
5.6.2	Dependencia de la posición: Método de Holmberg.....	202
5.6.3	Dependencia de la posición: Método de Iso-optimizada	203
5.6.4	Dependencia del tiempo: Método de Huang.....	209
6.	SIMULACIÓN NUMERICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	211
6.1	Calibración del modelo	211
6.2	Comportamiento mecánico	214
6.3	Predicción de la FLD.....	217
6.4	Simulación y validación experimental de la textura en tracción.....	223
7.	CONCLUSIONES	228
	Trabajos Futuros	234
	BIBLIOGRAFIA.....	235
	A N E X O S.....	248
	Anexo A: Calculo del tensor de Eshelby de un medio elástico anisotrópico.....	249
	Anexo B: Criterios de fluencia.....	251
	Anexo C: Equipamiento experimental	261
	Anexo D: Participación en Congresos	262

INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-1: Ensayos experimentales de tracción y textura con tratamiento térmico.....	24
Tabla 2-1: Codificación de aleaciones de aluminio y propiedades mecánicas.	70
Tabla 4-1: Condiciones experimentales para la medición de figuras de polos.	131
Tabla 4-2: Dimensiones del entalle de las probetas en el ensayo Nakazima.	143
Tabla 5-1: Composición química de la aleación de aluminio AA1100-H14.....	151
Tabla 5-2: Parámetros cristalográficos teóricos y experimentales de chapa aluminio AA1100-H14.....	153
Tabla 5-3: Determinación del tamaño de la cristalita por DRX.....	154
Tabla 5-4: Resultados de microdureza del material original y C/TT.....	159
Tabla 5-5: Resultados de Microdureza Vickers a diferentes temperaturas a 10 min.....	160
Tabla 5-6: Parámetros mecánicos experimentales, material original y con tratamiento.....	165
Tabla 5-7: Temperaturas típicas de recocido para algunas de las aleaciones de aluminio forjado [ASM Metals Handbook V4, Heat Treating1985].	170
Tabla 5-8: Coeficiente de Lankford de fotografías inicial y final para RD, DD y TD.....	170
Tabla 5-9: Coeficiente de Lankford tomando la evolución de la deformación.....	171

Tabla 5-10: Coeficiente de Lankford para aleaciones de aluminio informados.	173
Tabla 5-11: Componentes de textura de la chapa AA1100-H14.	175
Tabla 5-12: Dimensión del entalle experimental inicial-final en las probetas de forma de reloj de arena en el ensayo de Nakazima.	179
Tabla 5-13: Deformación límite experimental según Bragard en RD, DD y TD.....	184
Tabla 5-14: Resultados de deformación límite usando el método de la Iso- optimizada en tracción a 300°C.	199
Tabla 5-15: Resultados de la deformación límite inicio de la localización en probetas de tracción para las direcciones RD, DD y TD en DIC.....	200
Tabla 6-1: Parámetros de endurecimiento de la curva en RD para la ley potencial.	212
Tabla 6-2: Parámetros de endurecimiento de la curva en RD para la ley saturación.	213

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2-1: Sistema de coordenada fijo a la muestra K_A y sistema de coordenada fijo al cristal K_B . [Bulge, 1982].	26
Figura 2-2: a) Sistema del cristal K_B paralelo al sistema muestra K_A , b) giro φ_1 en eje Z' , c) giro ϕ en eje X' , d) giro φ_2 en eje Z' [Bunge, 1982]	27
Figura 2-3: Representación de ángulos de Euler en un espacio de tres dimensiones.	27
Figura 2-4: Material policristalino a) sin textura, b) con textura [Bunge, 1969].	28
Figura 2-5: Textura Cube en monocristal FCC en planos (100) y (111) [Benard, 1973]. ..	29
Figura 2-6: Componentes de textura típicas en materiales FCC [Bunge, 1969].	31
Figura 2-7: Figuras de Polos de AA2014, a) extruida, b) laminada [Lee et al, 1982].	32
Figura 2-8: El espacio Euler es dividido en capa de intervalo $\varphi_2 = 5^\circ$	33
Figura 2-9: Representación de la ODF [Bunge, 1982; Valerie y Engler, 2009].	33
Figura 2-10: a) Goniómetro de textura, b) carta donde se dibuja la figura de polo.	35
Figura 2-11: Esquema de probeta para medición de coeficiente de Lankford.	37
Figura 2-12: Efecto ΔRp en el perfil de copas embutida [Wilson y Butler, 1961].	38
Figura 2-13: a) Esquema de la copa embutida, b) estados de esfuerzos desarrollado durante el embutido de una chapa [Engler y Kalz, 2004].	40
Figura 2-14: Modelo de acopado hidráulico que determinar la curva $\sigma e - \epsilon e$	43
Figura 2-15: Geometría de probetas para construir la FLC.	45
Figura 2-16: Esquema de una curva límite de conformación [Holmberg et al., 2004].	46

Figura 2-17: FLC: a) AA5052 recocido a 250°C [Narayanasamya et al, 2009], b) diferentes materiales [Kalpakjian, 1997].....	47
Figura 2-18: El efecto de la sensibilidad a la velocidad de deformación en el límite de conformado, a) Li y Chandra (1999), b) Serenelli et al, (2011).	49
Figura 2-19: Efecto del camino de deformación en la FLC en AA2008-T6, a) tensión uniaxial, b) tensión biaxial, [Graf y Hosford, 1994].....	49
Figura 2-20: Comparación en general de los criterio de fluencia, a) von Mises, Hill'48 y Barlat Yld'89, b) von Mises y Tresca.	53
Figura 2-21: Curva experimental y teóricas de AA6016-T4: a) curva $\sigma - \varepsilon$, b) superficie de fluencia. c) FLC [Barata da Rocha et al, 2009].	54
Figura 2-22: Comparación experimental y numérica de la aleación de aluminio AA5xxx, a) superficie de fluencia, b) FLC [Butuc et al, 2002].	54
Figura 2-23: Curvas experimental y numérica de AA5754: a) $\sigma - \varepsilon$, b) superficie de fluencia en tensión plana, c) FLCs [Dasappa et al, 2012].	55
Figura 2-24: FLC con MK, función de fluencia en aleación Al 2B06 [Li et al, 2012].....	55
Figura 2-25: Chapa de AA2198-T3(Al-Li): a) curva experimental $\sigma - \varepsilon$ para RD, DD y TD, b) las FLCs experimental-numérica con MK [Li et al, 2013].	56
Figura 2-26: Comparación experimental y numérica de la aleación AA6111-T43: a) superficie de fluencia, b) FLCs [Zhang et al, 2014].	57
Figura 2-27: Modelos de plasticidad policristalina de Taylor y Sachs.	60

Figura 2-28: El inicio de una banda estricción largo de una línea de cero extensiones según el análisis de Hill de localización en chapa.	62
Figura 2-29: Imperfección B sometido a deformación uniforme [Banabic, 2010].	65
Figura 2-30: Comparación numérica-experimental de las FLCs con diferentes teorías de inestabilidad en una aleación de aluminio 2B06 [Li et al, 2012]. ..	68
Figura 3-1: Deformación plástica por deslizamiento simple en un cristal.	74
Figura 3-2: Descomposición multiplicativa del gradiente de deformación [Yoon et al, 2005].	81
Figura 3-3: Deformación del medio continuo en el intervalo temporal entre t_0 y t	83
Figura 3-4: Representación esquemática de la hipótesis de homogeneización.	90
Figura 3-5: Interpretación de una autotensión debido a la presencia de una autodeformación en el dominio de la inclusión [Signorelli, 1999].	92
Figura 3-6: Suposición de Eshelby de la inclusión elipsoidal [Fergani et al., 2014].	102
Figura 3-7: Diagrama de flujo de la evolución de textura con VPSC.	113
Figura 3-8: Una chapa delgada en el plano x_1 - x_2 con una banda de imperfección.	114
Figura 3-9: Una chapa delgada anisotrópico con una imperfección espesor inicial inclinado inicialmente ψ_0 [Kuroda y Tvergaard, 2000].	117
Figura 4-1: Probetas: a) de tracción, b) de Nakazima y c) de acopado hidráulico.	128
Figura 4-2: a) Microdurómetro Modelo FM-300E, b) huella de las diagonales de microdureza Vickers medida en la muestra de aluminio AA1100-H14.	129
Figura 4-3: Difractómetro marca SEIFERT XDR 3000 PTS [UTT-Francia].	130
Figura 4-4: Configuración probeta de tracción.	132

Figura 4-5: Grilla impresa a) ensayo de Nakazima, b) ensayo de acopado hidráulico. ...	134
Figura 4-6: Cambios de forma de los círculos de acuerdo a la geometría de la chapa en el proceso de embutido [norma ASTM 2218].	135
Figura 4-7: Medición de los círculos con el software Imagen J en la dirección, a) vertical y b) horizontal.	136
Figura 4-8: Secuencia en la metodología de la medición DIC.	137
Figura 4-9: a) Método convencional, b) método de Bragard y c) Probeta con el grillado xerográfico después del ensayo de Nakazima.	140
Figura 4-10: a) Montaje del ensayo Nakazima en la máquina de tracción y punzón.	142
Figura 4-11: a) Geometría de la probeta para el ensayo Nakazima, b) probeta N°8, c) probeta N°1 ambas con el canal de fijación ante del ensayo.	142
Figura 4-12: Esquema del ensayo de acopado hidráulico: chapa, matriz, apretachapa, medidor de flujo de presión y medidor del domo.	143
Figura 4-13: Montaje del ensayo de acopado hidráulico.	144
Figura 4-14: a) Geometría de la probeta para el ensayo acopado hidráulico, b) probeta con la canal de fijación y orificio para pernos.	145
Figura 4-15: Etapa del ensayo de acopado hidráulico.	146
Figura 4-16: Esquema del ensayo de usando la técnica DIC.	147
Figura 4-17: a) Probetas ensayo de tracción con sistema DIC, 300°C, dirección a TD, b) imagen # 76 y 95, antes y después del ensayo respectivamente.	149
Figura 4-18: a) Plano de la probeta de deformación plana, b) probeta antes del ensayo y c) probeta después del ensayo.	149

Figura 5-1: Difractogramas patrón de Al (PDF 4-787) y AA1100-H14, con y sin tratamiento térmico.	152
Figura 5-2: Análisis experimental de DRX del plano (111) para las probetas tratadas a 250°, 300°, 400°, 500° y 550°C con tiempo de 10 minutos.	154
Figura 5-3: Curva tamaño de la cristalita versus temperatura, para probeta material original y con tratamiento térmico a diferentes temperaturas.	155
Figura 5-4: Microestructura de AA1100-H14 con matriz de aluminio y partículas insolubles de FeAl ₃ , a) sin tratamiento, b) con tratamiento térmico.	156
Figura 5-5: a) Microestructura de AA1100-O y b) AA1100-H18, laminado en frío, matriz de aluminio y partículas insolubles de FeAl ₃ [Metals Handbook, 1985].	156
Figura 5-6: Diagrama binario, a) Al-Fe [Kattner y Burton, 1992], b) Al-Si [Murray y McAlister, 1994].	157
Figura 5-7: a) Curva $S - e$ experimental de AA1100-H14 a 300°C con diferentes tiempos, b) probetas ensayadas en la dirección DD (45°).	158
Figura 5-8: Curva microdureza Vickers-temperatura y tamaño cristalita-temperatura. ...	160
Figura 5-9: Microdureza Vickers en muestras laminadas en frío: a) Zhou et al, (2003) y b) Souza et al, (2011) (HRS, hot rolled strips; CCS, continuously cast strip; TRC, twin roll caste; DC, direct chill).	161
Figura 5-10: FP planos (111), (200) y (222) para material original en UTT-Francia.	161
Figura 5-11: FP planos (111), (200) y (220) para material original en IFIR-Argentina. ...	162
Figura 5-12: FP planos (111), (200) y (220) para material original en IFIR-Argentina. ...	162

Figura 5-13: FPs (111), (200) y (220) a 300°C con 60 minutos y 0% de deformación, con pulido, a) superficial, b) hasta la mitad del espesor [IFIR-Argentina].	163
Figura 5-14: La ODF con cortes $\varphi_2 = 0^\circ$ y $\varphi_2 = 45^\circ$ para las probetas a) con pulido superficial, b) con pulido a la mitad del espesor.....	164
Figura 5-15: Propiedades mecánicas típicas según [Kaufman, 2000].....	165
Figura 5-16: a) Curvas $S - e$ experimental del material original y con tratamiento térmico para las direcciones RD, DD y TD, b) curva $\sigma - \epsilon$ de Chiba et al, (2013).....	166
Figura 5-17: Probetas de tracción AA1100-H14 en RD, DD y TD (UTT-Francia).	166
Figura 5-18: Curvas $S - e$ lado izquierdo y $\sigma - \epsilon$ lado derecho para deformaciones de 5%, 15% y hasta la fractura para las direcciones RD, DD y TD.	167
Figura 5-19: Curva $\sigma - \epsilon$ para las direcciones RD, DD, TD y deformación hasta la fractura, a) AA1100-H14 300°C y 60 minutos, b) López et al, (2003). ...	168
Figura 5-20: Curva tensión-deformación: a) aleación de aluminio 7A09 según Luo et al, (2012), b) AA5182-O según Abedrabbo et al, (2007).....	169
Figura 5-21: Imagen con DIC de probetas a RD, DD y TD con foto inicial y final.	171
Figura 5-22: Valores encontrado de R, utilizando DIC y programa VIC-2D.....	172
Figura 5-23: Coeficiente R en AA1100-H14 300°C a 1h y de Chiba et al,(2013); Niranjan et al,(2010); Beausir et al,(2010); Gosh et al,(2015); Banabic y Siegert (2004).	172
Figura 5-24: Curva LDR versus anisotropía normal, ΔR_n [Dieter, 1984].....	173

Figura 5-25: Evolución de la microdureza Vickers en probeta de tracción, para diferentes porcentajes de deformación, en las direcciones, a) RD, b) DD y c) TD.....	174
Figura 5-26: a) Curva microdureza Vickers-distancia zona útil en la dirección RD, DD y TD, b) curva microdureza-porcentaje de deformación promedio.....	174
Figura 5-27: FP (111), (200) y (220) para la sollicitación de tensión uniaxial según la dirección RD para a) 5%, b) 15% y c) fractura.....	176
Figura 5-28: FP (111), (200) y (220) para la sollicitación de tensión uniaxial según la dirección DD para deformaciones a) 5%, b) 15% y c) fractura.	177
Figura 5-29: FP (111), (200) y (220) para la sollicitación de tensión uniaxial según la.....	178
Figura 5-30: Serie de probetas de RD respecto la dirección de laminación.	180
Figura 5-31: Serie de probetas de DD respecto la dirección de laminación.	180
Figura 5-32: Serie de probetas de TD respecto de dirección de laminación.....	180
Figura 5-33: Carga aplicada a 12 de probetas en la dirección RD, DD y TD.....	181
Figura 5-34: Curvas carga-desplazamiento en la dirección de RD, DD y TD para las probetas a) N°1, b) N°2, c) N°3, d) N°4, e) N°5 y f) N°6.	182
Figura 5-36: Curvas FLCs de 12 probetas en la dirección de RD, DD y TD según método convencional.....	185
Figura 5-37: FLC a RD, DD y TD obtenida por el método de Bragard.	186
Figura 5-38: FLC por el método de Bragard en las direcciones RD, DD y TD.....	186
Figura 5-39: Ubicación de tomada de muestras para medición de figuras de polos en probeta después del ensayo de Nakazima, N°7 RD.	187

Figura 5-40: FP (111), (200), (220) probeta N°1 con 200 mm deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.	188
Figura 5-41: FP (111), (200), (220) probeta N°4 con 120.65 mm deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura lado derecho fuera de la fractura.	189
Figura 5-42: FP (111), (200), (220) probeta N°7 con 72.12 mm deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.	190
Figura 5-43: FP (111), (200), (220) probeta N°10 con 48.38 mm deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.	191
Figura 5-44: FP (111), (200), (220) probeta N°12 con 20.46 mm deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.	192
Figura 5-45: Curva presión hidráulica-altura del domo en acopado hidráulico.....	193
Figura 5-46: FLC con el ensayo Nakazima y acopado hidráulico para RD, DD y TD.	194
Figura 5-47: a) Curvas σe y presión hidráulica versus ϵe , b) curvas espesor polar y radio de curvatura versus ϵe , realizada en PUC.	195
Figura 5-48: a) Curvas σe y presión hidráulica versus ϵe , b) curvas espesor polar y radio de curvatura versus ϵe , realizada en UNS.	195
Figura 5-49: Círculos grillados con diferente precisión en el tamaño de la línea.....	196
Figura 5-50: Determinación de la deformación límite según la ISO 12004:2008, se toma la última imagen de fractura para las probetas de RD, DD y TD.	197
Figura 5-51: Determinación inicio de la localización, probetas de tracción RD, DD y TD con DIC. Dependencia de la posición: Método de Holmberg.	198

Figura 5-52: Distribución de la deformación mayor en una sección usando ISO optimizado. Para las probetas tracción a RD, DD y TD a 300°C y 60 minutos.....	199
Figura 5-53: FLC experimental Nakazima y DIC en probetas de tracción.....	200
Figura 5-54: Determinación de la deformación límite según la ISO 12004:2008 para 300°C 60 minutos en probetas plana RD, DD y TD.....	201
Figura 5-55: Determinación de la deformación límite según la ISO 12004:2008 para 350°C 60 minutos en probetas planas en RD y DD.....	202
Figura 5-56: Determinación inicio de la localización, probeta plana RD, DD y TD con DIC. Dependencia de la posición: Método de Holmberg.....	203
Figura 5-57: Determinación inicio de la localización, probeta plana RD y DD con DIC. Dependencia de la posición: Método de Holmberg.....	204
Figura 5-58: Distribución de la deformación mayor en una sección usando el método ISO Optimizada. La línea sólida negra indica la localización a 300°C y 1 h.	205
Figura 5-59: Distribución de la deformación mayor en una sección usando el método ISO Optimizada. La línea sólida negra indica la localización a 350°C y 1 h.	205
Figura 5-60: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 1h en la dirección RD.....	206
Figura 5-61: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 1h en la dirección DD.....	207
Figura 5-62: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 1h en la dirección TD.	208

Figura 5-63: FLC experimental del ensayo de Nakazima y DIC en probetas de deformación plana a 300°C y 350°C.	209
Figura 5-64: Evolución de ϵ_1 y ϵ_2 en la zona cerca a la falla en RD, DD y TD.	210
Figura 6-1: Curvas experimentales de $\sigma - \epsilon$ en tracción uniaxial a lo largo de RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación.	212
Figura 6-2: Respuesta en tracción de $\sigma - \epsilon$ para los tres modelos comparando el comportamientos de endurecimiento de ley potencial y saturación.	213
Figura 6-3: Curvas $\sigma - \epsilon$ medidas y calculadas en tracción uniaxial usando la ley de endurecimiento potencial (izquierda) y saturación (derecha).	215
Figura 6-4: Respuesta de la tensión de flujo predicha para el estiramiento biaxial. La línea continua es ley potencial y la línea punteada es ley de saturación.	216
Figura 6-5: Potencial de tensión prevista en el subespacio $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ para los tres modelos analizados.	217
Figura 6-6: FLCs experimentales a lo largo de RD, DD y TD (Símbolo sólido) y simulación (líneas continuas) para MK-FC, MK- α VPSC y MK-VPSC.	219
Figura 6-7: Predicción de la deformación límite biaxial para los modelos MK-FC, MK- α VPSC y MK-VPSC a lo largo de TD.	220
Figura 6-8: Predicción del potencial para los modelos MK-FC, MK-VPSC y MK- α VPSC en estiramiento biaxial ($p=0.5$) en el inicio del necking en RD, DD y TD.	222

Figura 6-9: Predicción del potencial para los modelos MK-FC, MK-VPSC y MK- α VPSC y estiramiento equibiaxial en el inicio del necking en RD, DD y TD.	223
Figura 6-10: FP experimentales (111), (200) y (220) del material inicial (IFIR).	224
Figura 6-11: FP experimentales (111), (200) y (220) del material inicial (UTT).	224
Figura 6-12: FP simuladas (111), (200) y (220) correspondientes a la textura inicial discretizada con 2000 orientaciones.	224
Figura 6-13: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para RD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.	225
Figura 6-14: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para DD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.	226
Figura 6-15: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para TD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.	227
Figura C-1: a) Horno Nabertherm (UTT-Francia), b) Horno Nabertherm con probetas de Nakazima, c) Horno LINDBERG (USACH-Chile).	261
Figura C-2: a) Instron 4111-1.5 kN (UTT), b) Instron 4206-15 Ton (PUC).	261
Figura C-3: a) Microdurómetro Modelo FM-300E, b) Microscopia óptico (UTT).	261

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

ESTUDIO NUMÉRICO–EXPERIMENTAL DE LA RESPUESTA LÍMITE DE
CHAPAS DE ALUMINIO EN PROCESOS
DE CONFORMADO

Tesis enviada a la Dirección de Investigación y Postgrado en cumplimiento parcial de
los requisitos para el grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.

ALICIA ISABEL DURÁN CORREA

RESUMEN

El objetivo de este trabajo es determinar experimentalmente y numéricamente la influencia de la anisotropía plástica en la curva límite de conformación (FLC) para una chapa de aleación de aluminio AA1100 con tratamiento térmico. Con ese fin, la aleación de aluminio comercial AA1100-H14 disponible como chapa laminada en frío de 1 mm de espesor, se trató térmicamente a 300°C durante 1 hora y, posteriormente, fue enfriada en aire a temperatura ambiente. En la primera parte se realizaron pruebas experimentales para caracterizar el material mediante: análisis químico, difracción de rayos X, medición de textura, microscopía óptica, microdureza, ensayos de tracción. Las curvas de límite conformación fueron obtenidos por del ensayo Nakajima, donde se evaluó el efecto de anisotropía en el FLC usando muestras de tipo reloj de arena tomadas a RD (0°), DD (45°) y TD (90°) con respecto a la dirección de laminado de la chapa. Dichas pruebas se complementan con la información aportada por el análisis de acopado hidráulico. La determinación experimental de las deformaciones límites, se realiza mediante el método tradicional y el análisis propuesto por Bragard. Las propiedades mecánicas del material se derivaron primero a través de ensayo de tracción, complementando estos datos con las mediciones de textura cristalográfica. En la segunda parte, estos datos se utilizaron para calibrar las respuestas de tres modelos de plasticidad policristalinas, es decir, viscoplástico autoconsistente-tangente (VPSC), viscoplástico autoconsistente-tangente con ajuste del coeficiente α (α -VPSC) y el modelo de Taylor basado en el esquema de

condiciones totalmente impuestas (FC), suponiendo el mismo comportamiento de la tasa sensible constitutiva de un solo cristal y, las leyes de endurecimiento potencial y saturación. La simulación de la FLCs se obtiene mediante el acoplamiento de los modelos de plasticidad cristalina con la técnica de Marciniak y Kuczynski (MK). El efecto de las orientaciones de cristal se reproduce numéricamente en la FLC, y una comparación detallada se hace entre los tres modelos. Las deformaciones límites previstos en el lado izquierdo de la FLC están bien de acuerdo con las mediciones de los ensayos experimentales a lo largo de las tres direcciones, mientras que las diferencias se encuentran en los estados de estiramiento biaxial. Particularmente, MK-VPSC predice un perfil de deformación límite inesperado en el lado derecho de la FLC para las muestras analizadas a lo largo de la dirección transversal. Sólo MK- α VPSC, predice satisfactoriamente el conjunto de mediciones FLC con un factor de ajuste de 0.2. Por último, también se discutió la correlación de las deformaciones límite prevista con la superficie de fluencia predicha por cada modelo, donde la forma de la superficie de fluencia es menos sensible a la evolución de la textura asociada con las trayectorias de las cargas impuestas.

Palabras Claves: Curva Límite de Formabilidad, Plasticidad Cristalina, Modelo Policristalino Autoconsistente, Análisis de Marciniak-Kuczynski, Textura, Aluminio.

Miembros de la Comisión de Tesis Doctoral

DIEGO CELENTANO
JAVIER SIGNORELLI
DANIEL HURTADO
JORGE RAMOS
ALBERTO MONSALVE
VICTOR FACHINOTTI
JORGE VÁSQUEZ

Santiago, noviembre, 2015

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

NUMERICAL-EXPERIMENTAL STUDY OF THE RESPONSE LIMIT IN
ALUMINUM SHEETS FORMING PROCESSES

Thesis submitted to the Office of Research and Graduate Studies in partial fulfillment of
the requirements for the Degree of Doctor in Engineering Sciences by

ALICIA I.DURÁN CORREA

ABSTRACT

The objective of this work is to experimentally and numerically determine the influence of plastic anisotropy on the forming limit curve (FLC) for a heat treated AA1100 aluminum alloy sheet. For this purpose, commercial AA1100-H14 aluminum alloy available as cold-rolled 1 mm thick sheets were heat treated at 300 °C during 1 hour and subsequently air cooled at room temperature. In a first stage, the following tasks aimed at characterizing the material were performed: chemical analysis, X-ray diffraction, measurement of texture, optical microscopy, microhardness, tensile tests. The forming limit curves were obtained by the Nakajima test, where the anisotropy effect on the FLC was evaluated using hourglass-type samples taken at RD (0°), DD (45°) and TD (90°) with respect to the sheet rolling direction. These tests were supplemented with information provided by the bulge test. In these forming tests, the Bragard and traditional methods were applied to experimentally determine the limiting deformation of the material. The material mechanical properties were first derived via tensile test, complementing these data with crystallographic texture measurements. In the second step, these data were used to calibrate the responses of three polycrystalline plasticity models, i.e., the tangent viscoplastic selfconsistent (VPSC), the tuned strength α VPSC and the full-constraint Taylor model (FC), assuming the same rate-sensitive single-crystal constitutive behavior and either power or saturation hardening laws. Simulated FLCs were obtained by coupling the crystal plasticity models with the Marciniak and

Kuczynski (MK) technique. The effect of crystal orientations on the FLC is reproduced numerically, and a detailed comparison between the three models was made. The predicted limit strains in the left hand side of the FLC agree well with experimental measurements along the three testing directions, while differences are found under biaxial stretching modes. Particularly, MK-VPSC predicts an unexpected limit strain profile in the right hand side of the FLC for samples tested along the transverse direction. Only MK- α VPSC, with a tuning factor of 0.2, predicts satisfactorily the set of FLC measurements. Finally, the correlation of the predicted limit strains with the predicted yield surface by each model was also discussed. Thus, the shape of the yield loci is less sensible to the texture evolution associated with the imposed loading paths.

Keywords: Forming Limit Curve, Crystal plasticity, Self-Consistent Polycrystalline Model, Marciniak-Kuczynski Analysis, Texture, Aluminum.

Members of the Doctoral Thesis Committee:

DIEGO CELENTANO
JAVIER SIGMORELLI
DANIEL HURTADO
JORGE RAMOS
ALBERTO MONSALVE
VICTOR FACHINOTTI
JORGE VÁSQUEZ

Santiago, november, 2015

1. INTRODUCCIÓN

Las aleaciones de aluminio se producen y utilizan de diferentes formas siendo las chapas laminadas las más empleadas en las áreas del transporte, en empaquetados, en la construcción y otros, donde muchas de estas partes o componentes estructurales se fabrican por el proceso de estirado o embutido profundo. De esta manera el conocimiento de la anisotropía plástica debido a la textura cristalográfica en los productos laminados tiene un impacto directo en la industria metal-mecánica. Los productos planos son generalmente sometidos a operaciones de conformado para obtener piezas, respetando en todos los casos el límite de formabilidad del material. El estudio de la relación existente entre la textura cristalográfica y morfológica, la anisotropía inducida por la microestructura, su evolución durante el proceso de deformación y la capacidad final de la chapa a ser conformada, se analizan en el presente trabajo en el marco del modelado de la plasticidad cristalina. A través de ello se espera lograr un mejor entendimiento, a escala microscópica, de los fenómenos involucrados: deformación plástica, anisotropía, localización, etc., para contribuir a la optimización de los procesos y a un mejor aprovechamiento de los materiales existentes mediante pequeñas modificaciones en el proceso termo-mecánico del material. Especial atención se pone en la realización conjunta de experiencias a escala de laboratorio y modelado numérico.

1.1 Descripción general

La resolución de problemas complejos de ingeniería, como es el conformado de chapas en frío, requiere del análisis acoplado de las ecuaciones de mecánica de sólidos con adecuadas relaciones constitutivas basadas en las propiedades microestructurales de los materiales utilizados. Por tanto, los modelos mecánicos deben integrar parámetros de estado metalúrgicos, tales como la forma y la morfología del grano, así como su orientación cristalográfica. La deformación plástica desarrollada en el material es función de la anisotropía y esta, a su vez

induce una evolución de las propiedades anisotrópicas del material que determinan la deformación plástica futura.

El proceso de conformado, es la capacidad de una chapa plana de soportar deformación plástica para transformarse en una pieza de forma deseada, sin que se produzca la fractura de la misma ni un adelgazamiento localizado excesivo. Este fenómeno depende de la interacción entre varios factores involucrados: material, diseño de la pieza, matriz, equipo de conformado, lubricación, operador, etc. Por lo tanto, al seleccionar un material para conformar, se deben conocer las propiedades mecánicas, microestructurales y formabilidad, de manera que permitan garantizar y alcanzar altos niveles de deformación sin presentar estricción o ruptura.

Estas propiedades dependen considerablemente del metal base, de los elementos de aleación, del proceso termo-mecánico, del tratamiento térmico y del espesor de la chapa. Es por eso que, muchas veces un material presenta diferentes grados de formabilidad de acuerdo a la sollicitación mecánica externa impuesta en el proceso de deformación plástica al cual esté sometido. El adecuado control de estas variables permitirá el éxito del proceso. En este contexto, la experimentación representa un papel clave en el desarrollo de tales investigaciones. La normativa internacional ISO 12004-2008 promueve la utilización de ensayos específicos, en los cuales el control minucioso de los factores externos permite una evaluación de la formabilidad.

Una forma eficiente para estimar la factibilidad de producir una pieza a partir de una chapa laminada sin la aparición de defectos es determinar los llamados diagramas de límite de conformado (FLD, Forming Limit Diagram), sobre la base de las curvas límite de conformado (FLC, Forming Limit Curve), lo que representa un primer criterio de seguridad para operaciones de embutición profunda. Esta tecnología útil y simple de interpretar muestra la evolución de las deformaciones principales mayores y menores en relación con los diferentes estados de deformación a los que la chapa se puede someter: deformación uniaxial, deformación plana y deformación biaxial.

La FLC, en primera instancia presentada por Keeler y Backofen (1963) y Goodwin (1968), ha sido ampliamente utilizado en la industria que involucra procesos de conformado. Este diagrama aporta información necesaria para la predicción de posibles problemas durante los procesos de conformado y constituyen una herramienta útil en las etapas de diseño, elección de material, definición de la geometría de la pieza/matriz, etc. Aunque la FLC ha demostrado ser un método útil en el análisis de formabilidad, los estudios experimentales y teóricos han demostrado también que los máximos admisibles de deformación límite dependen en gran medida de los modos de deformación, la historia de la carga y la anisotropía plástica introducida por laminación en frío [Ahmadi et al. 2009].

La anisotropía plástica tiene su origen en la textura cristalográfica desarrollada por el material, ya sea por procesos como solidificación, deformación (laminado en frío), recristalización o transformaciones de fase. La textura se determina con técnica de difracción de rayos X con que se obtienen las figuras de polos (PF, Pole Figure). El patrón de textura depende del material y del proceso mediante el cual se conforma el mismo. Así, las orientaciones típicas presentes en materiales cúbicos de caras centradas (FCC, Face Centered Cubic) laminados son: Cube, Brass, Copper, Goss, etc [Bunge, 1969].

Las propiedades mecánicas del material se determinan a través del ensayo de tracción: resistencia, tenacidad, límite de fluencia. Dichas propiedades dependen de manera considerable, del estado final en que se encuentre el material. Uno de éstos, es el aluminio, que es extremadamente útil en ingeniería y que presenta gran demanda mundial. Se utiliza combinado con otros metales que aumentan sus cualidades: resistencia mecánica, ductilidad y conductividad eléctrica. Las aleaciones de aluminio tienen una amplia gama de aplicaciones, por ejemplo, en la industria del embalaje, la construcción, la aeronáutica, la aeroespacial y, en los últimos años, también en el área automotriz. Para cumplir con esta demanda, la optimización de las aleaciones de aluminio se ha convertido en una necesidad para

entender con mayor profundidad en relación a los procesos de deformación, localización del flujo plástico y variables que limitan la formabilidad.

En los últimos años, se ha hecho un esfuerzo considerable para desarrollar modelos teóricos que permitan predecir la FLD. Sin embargo, las estrategias de simulación han sido dirigidas al modelado del comportamiento macroscópico del material, hacia mejores descripciones fenomenológicas que involucren menos costo computacional. Recientemente, se han empleado modelos basados en la plasticidad cristalina, tales como el modelo el de Taylor, de condiciones de deformación totalmente impuesta (FC, Full Constraint) y el de homogenización autoconsistente (SC, Self-Consistent). En ambos, se propone obtener las propiedades macroscópicas del material a partir de conocimiento de las características microscópicas a nivel de grano o del cristal simple. El modelo SC permite, en general, obtener un comportamiento más realista del policristal.

El objetivo de esta tesis es determinar experimental y numéricamente la influencia de la anisotropía plástica en la FLC de una chapa de aleación de aluminio tratada térmicamente. Los antecedentes del problema y el marco teórico adoptado se presentan respectivamente en los capítulos 2 y 3. El procedimiento experimental que abarca la caracterización del material, la determinación de textura y los ensayos mecánicos (tracción, Nakazima y ensayo de acopado hidráulico) se describen en el capítulo 4. Para estos ensayos, se dispone de la aleación de aluminio AA1100-H14 comercial, laminada en frío, la cual se trató térmicamente a 300°C a 60 minutos y posteriormente se enfrió al aire, a temperatura ambiente. La calibración del modelo, para la que se utilizan los datos del ensayo de tracción, así como la comparación de los resultados de las simulaciones con las mediciones experimentales de los problemas de conformado se presentan en el capítulo 5. Para predecir las curvas límite de conformado se utilizan probetas cortadas a RD (0°), DD (45°) y TD (90°) (RD, rolling direction; DD, diagonal direction; TD, transverse direction). Con respecto a la dirección de laminado de la chapa, se utiliza en forma conjunta, un modelo policristalino viscoplástico autoconsistente

(VPSC, Viscoplastic Polycrystalline Self-Consistent) y el análisis de localización de Marciniak y Kuczynski (MK, Marciniak y Kuczynski). Los resultados del modelo VPSC se comparan también con los del modelo de Taylor de condiciones totalmente impuestas.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos generales

- Determinar numérica y experimentalmente la respuesta límite de chapas de aluminio AA1100-H14 en procesos de conformado.
- Establecer la influencia de la textura cristalográfica en la aptitud de una chapa de aluminio frente a procesos de conformado.
- Desarrollar las experiencias necesarias a fin de validar los resultados simulados utilizando modelos de plasticidad cristalina.
- Utilizar la modelización de fenómenos físicos complejos mediante una metodología multiescala.

1.2.2 Objetivos específicos

- Caracterizar experimentalmente y modelar de forma computacional la deformación de la aleación de aluminio AA1100-H14 comercial utilizando la técnica de homogeneización autoconsistente.
- Obtener las FLCs experimentales a partir del ensayo de Nakazima con probetas extraídas a RD, DD y TD respecto de la dirección de laminado.
- Modelar la FLC utilizando el modelo MK-VPSC.
- Estudiar la evolución de la anisotropía planar.
- Validación experimental de los resultados de la simulación discutiendo los alcances y limitaciones del modelo MK-VPSC utilizado.

1.3 Hipótesis de trabajo

La hipótesis general del trabajo está basada en la posibilidad de modelar la respuesta a nivel del agregado a partir del comportamiento conocido del cristal simple. Si bien la deformación total se puede suponer como la suma de una contribución elástica más una plástica, en procesos de conformado con presencia de cargas monótonas se puede prescindir de la componente elástica en el análisis de las deformaciones límites del material. Bajo el marco de trabajo propuesto, el modelado de la deformación límite en materiales laminados presupone que el material, previo a la fractura, localiza en una banda estrecha. Por otra parte, se asume que la textura cristalográfica del material define fuertemente la anisotropía del mismo y su evolución. Los alcances y limitaciones de las hipótesis precedentes serán objeto de validación experimental durante el transcurso de la presente tesis.

1.4 Revisión bibliográfica del conformado de chapas de aluminio

Recientemente se ha hecho un esfuerzo considerable para desarrollar modelos teóricos para predecir el FLD. Éstos se pueden clasificar en dos grupos. El primer grupo de modelos lineales trata la inestabilidad plástica como un estado de bifurcación emergente en un material inicialmente homogéneo tal como se reporta en los estudios de Swift (1952), Hill (1952), Rudnicki y Rice (1975), Stören y Rice (1975). En el segundo grupo, modelos no-lineales, la inestabilidad aparece en un proceso de deformación debido a una imperfección ya presente en el material en su estado no deformado, tal como ha sido propuesto por Marciniak y Kuczynski (1967). El enfoque MK ha sido, probablemente, el más utilizado de las dos técnicas en el conformado de chapas metálicas. En el marco del método MK, Barata da Rocha et al. (1984-1985) exploraron el uso de modelos de plasticidad fenomenológica y plasticidad cristalina para determinar las FLCs teóricas con cargas proporcionales y no proporcionales. Generalmente las FLCs teóricas y experimentales se determinan por caminos de deformación proporcional, es decir, la relación de deformación menor y mayor es constante en cualquier etapa de ese

proceso. Sin embargo, esta hipótesis ya no es válida en la práctica debido a que los campos de tensiones son complejos y los caminos de deformación son generalmente no lineales. En los estampados industriales de piezas complejas no se observan trayectorias lineales porque las operaciones de conformado se hacen en general en varias etapas.

La evolución de la relación de deformación en ciertos puntos de la pieza de trabajo puede presentar cambios bruscos. Zhou y Neale (1995) aplican un modelo viscoplástico policristalino basado en el esquema de condiciones totalmente impuestas (FC) junto al modelo MK para predecir la FLC de una chapa FCC recocida. A través del modelo policristalino, se tiene en cuenta la evolución de la textura, asumiendo endurecimiento isotrópico, pero restringiendo la inclinación de la banda a la dirección normal de la tensión principal máxima. Los autores encuentran que la formabilidad del material decrece al aumentar la profundidad de la imperfección inicial.

Más tarde, Tóth et al. (1996A) trabajan con potenciales plásticos derivados de la viscoplasticidad policristalina, a través de la técnica de perturbación, para predecir las deformaciones límite en aluminio texturado. Los autores remarcan que la FLC depende notablemente de la textura inicial y de su evolución durante la deformación. Incluyendo efectos de elasticidad, Wu et al. (1997, 1998), realizan simulaciones numéricas de la curva de límite de conformado de una chapa de aluminio. Con un modelo viscoplástico policristalino basado en el esquema FC junto al modelo MK, estudian los efectos sobre la FLC de la textura inicial y su evolución, la sensibilidad a la velocidad de deformación y el endurecimiento mecánico, puesto que cada sollicitación mecánica induce una textura de deformación particular, las predicciones de la formabilidad sólo se capturan al incluir la evolución de la textura.

Por su parte, Li y Chandra (1999) adoptan esta técnica, obteniendo una solución cerrada independiente de la elección de la función de fluencia para el lado izquierdo (LHS) del FLD. Ellos, al utilizar la función de fluencia de von Mises,

obtienen una expresión para el lado derecho (RHS) del FLD. Los resultados indican que una mayor sensibilidad a la velocidad de deformación retrasa la aparición de la inestabilidad, en acuerdo con la evidencia experimental.

A su vez, Knockaert (2001) y Knockaert et al. (2002), implementan un modelo elastoviscopoplástico policristalino tipo Taylor en conjunto con MK, para calcular las deformaciones límite en la aleación de aluminio A6116-T4 y comparan sus resultados con las curvas experimentales y de fractura. Más tarde, Wu et al. (2004A) analizan los efectos de la orientación cristalográfica Cube, para diferentes sollicitaciones no proporcionales sobre el inicio de la localización de la deformación. Asimismo, un nuevo concepto del FLD basado en tensiones (σ -FLD) fue propuesto por Arrieux et al. (1982) y desarrollado por Stoughton (2000), teniendo en consideración que, para varios materiales investigados en el área de conformado mecánico, la FLC depende del camino de deformación. La desventaja es que las mediciones sobre el material siguen efectuándose en deformaciones y se requiere, por lo tanto, de un elemento transductor del comportamiento del material para la obtención de las tensiones límite.

En un trabajo posterior, Wu et al. (2005) muestran este mismo enfoque y calculan los FLD y σ -FLD. Sin embargo, el σ -FLD es mucho menos dependiente de la trayectoria de deformación. La investigación presentada sugiere que el σ -FLD es mucho más favorable que el FLD en la representación de los límites de conformado en la simulación numérica de los procesos de conformado de chapas metálicas. Recientemente, Zhang et al. (2014), tomando los datos experimentales de la aleación de aluminio AA6111-T43 de la literatura, analizan el efecto de la tensión normal a través del espesor en los FLD, σ -FLD y con pre-deformación ε -FLD. Consideran que el FLD mejora con el aumento de la tensión a través del espesor normal bajo trayectorias lineales y no lineales de tensión con diferente pre-deformación. Por otro lado, Inal et al. (2005) investigan el procedimiento para calcular y comparar las FLC de materiales BCC y FCC, realizando simulaciones con texturas iniciales y comportamiento mecánico idénticos para ambas estructuras

donde la única diferencia radica en la curva límite de conformado (para el material FCC es inferior que para el material BCC). Esta diferencia en la capacidad de conformado para los dos materiales se debe a las diferencias en la forma de la superficie de fluencia para los dos tipos de policristales, especialmente en el estado equibiaxial. Una superficie de fluencia más nítida se obtiene para el material FCC, debido al menor número de sistemas de deslizamiento disponibles [Barlat, 1989].

Observaciones similares fueron realizadas por Hiwatashi et al. (1998), donde un modelo fenomenológico anisotrópico basado en la textura inicial se emplea para predecir las FLCs. Posteriormente, Wen et al. (2005) y Lee y Wen (2006), utilizan un modelo de plasticidad cristalina basado en dislocaciones junto con el MK para predecir la FLC en materiales FCC. Los autores derivan expresiones analíticas para el cálculo de las deformaciones límite, que resultan de varias combinaciones de pares de granos cristalinos con diferentes orientaciones ideales, sin recurrir a la imperfección inicial (inhomogeneidad material).

Como resultado del estudio, obtienen los límites inferior y superior para la FLC, dados por combinaciones particulares de orientaciones. Finalmente, proponen que la FLC de un material real puede determinarse conociendo la topología de la distribución de orientaciones cristalográficas. Un método alternativo se presenta para predecir el límite de conformado en chapa de aluminio AA6111-T4 donde las inestabilidades de deformación, son consideradas el resultado de las fluctuaciones de campo de deformación causadas por la falta de homogeneidad de textura [Viatkina, 2005]. Dicha falta de homogeneidad inicial de la textura, se estima como una imperfección microestructural natural presente en cualquier metal real.

Los resultados obtenidos son consistentes con los datos experimentales en el lado izquierdo de la FLC. Para solicitaciones biaxiales, el modelo predice deformaciones límite bajas. Posteriormente, Yoshida et al. (2007) extienden el trabajo de Wu et al. (1997) y estudian numéricamente el efecto de las componentes típicas de textura, Copper, Brass, S, Cube y Goss observadas sobre FLC, en chapas de aleación de aluminio laminada, utilizando el modelo de Taylor generalizado y el

enfoque MK. Se muestra que sólo la componente de textura Cube tiene una deformación límite mucho más alta que la textura aleatoria en estiramiento biaxial, mientras que los otros cuatro componentes de textura tienden a producir límites de conformado inferiores. Además, se encontró que cuando los ejes del material ortotrópico de textura Cube están inclinados 45° con respecto a la dirección principal de estiramiento, el camino de deformación plana presenta altos límites de conformado.

La gran mayoría de los estudios citados hasta aquí utilizan el modelo MK y describen el comportamiento anisotrópico del material, sobre la base del modelo policristalino de Taylor. El conocimiento del hecho de que los vértices de la superficie de fluencia, la anisotropía y la sensibilidad del material a la velocidad de deformación afectan las predicciones de la FLC, es decir, que la predicción de la FLC utilizada sea muy sensible a la ecuación constitutiva, hace que las líneas de investigación se orienten hacia modelos policristalino avanzados [Ponte Castañeda, 1996; Segurado et al. 2012; Knezevic et al. 2013; Montagnat et al. 2014].

Recientemente, Signorelli et al. (2009) propusieron el modelo VPSC en conjunto con el enfoque MK, originalmente de Molinari et al. (1987), extendiendo el comportamiento anisotrópico descrito por Lebensohn y Tomé (1993, 1998). Los autores muestran que la utilización del MK-VPSC permite una descripción del material más realista, posibilitando explicaciones de las características de la deformación plástica que no pueden ser tratadas con el modelo de Taylor. Además, para evaluar la respuesta del modelo MK-VPSC, presentan un análisis paramétrico de la influencia de la imperfección inicial, la inclinación de la misma y del endurecimiento mecánico. La textura cristalográfica y morfológica inicial y su evolución son también analizadas a base de simulación es sobre materiales texturados y no texturados.

Como la formabilidad de la chapa metálica se evalúa de forma habitual por la deformación fuertemente dependiente de la trayectoria, Barata da Rocha et al. (2009) utilizan a través de experimentos y simulaciones numéricas, varios criterios

de fluencia fenomenológicos y el enfoque MK, describiendo caminos de deformación no proporcional que se incorporan en el análisis del FLD. Sin embargo, la predicción de estricción localizada con simulaciones de elementos finitos a menudo no da la respuesta correcta.

Para la deformación límite de la aleación AA6016-T4 se observa una correlación satisfactoria entre la FLC experimental y calculada cuando la función de fluencia es descrita por el criterio Yld'96 y la ley de endurecimiento de Voce. En este caso, la forma de la superficie de fluencia muestra un fuerte efecto en la capacidad de estiramiento en la parte derecha de la FLC. Además, la historia del camino de deformación exhibe una dependencia con el nivel de la FLC.

En los últimos años, varios investigadores han demostrado que la localización del flujo plástico está influenciada por la anisotropía y la textura [Asaro y Needleman, 1985; Tóth et al. 1996; Wu et al. 2004; Lee y Wen, 2006]. Por lo tanto, los modelos de plasticidad cristalina deben proporcionar un marco para una mejor comprensión de la relación entre la localización del flujo y la microestructura de material. Cuestiones tales como la forma de la superficie de fluencia, cambios en su curvatura, la anisotropía del material y la reorientación del cristal se abordan directamente dentro de un modelo policristalino. Es ampliamente reconocido que la textura cristalográfica afecta fuertemente tanto el FLC como la anisotropía macroscópica de la chapa policristalina.

Numerosos autores han adoptado el modelo de plasticidad cristalina en conjunción con el enfoque de MK para describir la localización de la deformación en chapas laminadas [Kuroda y Tvergaard, 2000; Knockaert et al. 2002; Wu et al. 2004; Inal et al. 2005; Lee y Wen, 2006; Yoshida et al. 2007; Neil y Agnew, 2009; Chiba et al. 2013]. Sobre la base de esta estrategia, los autores han examinado cómo la influencia de la anisotropía plástica afecta a las deformaciones límites.

En ese sentido, la deformación plástica en los metales es un fenómeno condicionado por la naturaleza cristalina de los mismos y, por lo tanto, es de esperar diferentes curvas de límite de conformado para materiales con estructuras

cristalinas diferentes. En general, para el lado derecho de la FLC, los investigadores han reportado valores de deformaciones límite más bajos para el caso de chapas de aleaciones de aluminio en relación a las correspondientes a aceros de bajo carbono.

Estos resultados indican que los materiales FCC poseen una menor formabilidad que los BCC [Barlat, 1987; Butuc, 2004]. Para la aleaciones de aluminio, varios autores utilizan el modelo MK-FC, obtienen límite de deformación bajo en el lado derecho de la FLC [Zhou y Neale, 1995; Wu et al. 2004A; Viatkina et al. 2005; Yoshida et al. 2007], especialmente en torno a la biaxialidad equilibrada. Dichos resultados son característicos del esquema FC para materiales débilmente texturados [Signorelli et al. 2009; Signorelli y Bertinetti, 2009].

En simulaciones de MK-VPSC [Signorelli et al. 2009], se examinó cómo el endurecimiento mecánico y la anisotropía plástica afectan a las deformaciones límites. Además, Signorelli y Bertinetti (2009) caracterizaron recientemente la influencia de la orientación cristalográfica Cube y su evolución con la deformación en las predicciones de la FLC para un material FCC intensamente texturado. Sus resultados indican que la selección del esquema de homogeneización juega un rol clave para la correcta predicción del comportamiento de materiales cuya anisotropía cristalográfica evoluciona con la deformación.

La mayoría de los chapas metálicas empleadas en operaciones de estiramiento se producen mediante una combinación de laminación y recocido. Como consecuencia, las orientaciones preferidas típicas están inevitablemente presentes en chapas laminadas. Estas orientaciones no pueden ser completamente transformadas en un estado al azar por recocido.

Muchos investigadores estudian experimental y computacionalmente, la influencia de diferentes texturas de partida y el comportamiento de endurecimiento por deformación en aleaciones de aluminio. Entre otros, los primeros trabajos de Wu et al. (1997), abordan los efectos de la distribución inicial de las orientaciones de

grano, la intensidad original de la imperfección y el cálculo numérico de la orientación del FLC a partir del modelo de plasticidad tipo Taylor junto con el enfoque MK. Las FLCs predichas, se comparan con datos experimentales para las siguientes chapas de aleación aluminio laminado: AA5754-O-A, AA5754-O-B, AA6111-T4-A, AA6111-T4-C y AA6111-T4-D.

También Choi et al. (2000) estudian la anisotropía macroscópica de chapas AA5019A que contiene las componentes típicas de la textura de las condiciones de revenido H48 y recocido (O). La chapa AA5019A-H48 deformada en frío, tiene una fuerte textura de laminación y una débil componente Cube, mientras la lámina AA5019A-O, contiene una fuerte componente Cube y un mínimo de componentes de textura de laminación. Además, su investigación experimental incluye ensayos de tracción para medir las tensiones de fluencia y relaciones de deformación plástica combinando estos resultados con las predicciones de propiedades plásticas realizadas con ambos modelos VPSC y FC.

Los autores llegan a la conclusión de que el modelo FC no sólo subestima los valores del coeficiente de Lankford (R), en particular para la carga a DD con respecto a la dirección de laminación, sino que predice incorrectamente la dependencia en orientación de tensión de fluencia. Por el contrario, las simulaciones VPSC están en buena concordancia con los resultados experimentales.

En tanto, Yuan et al. (2007) estudian experimentalmente el efecto de los procesos de fundición directa y continua en la formación de la microestructura de las aleaciones de aluminio AA1100 durante la laminación en frío. Yoshida et al. (2009) y Bertinetti et al. (2014) encuentran que para láminas de aleación de aluminio texturada, la textura Cube exhibe endurecimiento geométrico significativo cuando la dirección de estiramiento está inclinada a DD con respecto a los ejes ortotrópicos. Asimismo, Lopez et al. (2003) observan que la lámina de aluminio AA1050-O muestra un fuerte comportamiento de flujo anisotrópico en tensión uniaxial y cizallamiento simple. La anisotropía observada en el

endurecimiento por deformación se explica por la textura cristalográfica y su evolución con la deformación. La variación de la microestructura de dislocación es menor y no parece tener una fuerte influencia en la anisotropía de endurecimiento por deformación. Aunque la influencia de los efectos microestructurales (estructura de dislocación) no se pueden descartar, existe evidencia de que la evolución de textura es el principal contribuyente al comportamiento anisotrópico del endurecimiento de la aleación de aluminio AA1050-O.

Es conocido que la formación de una textura adecuada con un mínimo de orejamiento¹ depende de la resistencia de la textura Cube en la banda de laminación en caliente y del porcentaje de laminación en frío posterior. La evolución de la microestructura y de la textura durante la laminación en caliente es controlada en gran parte por procesos de recrystalización involucrados, lo que a su vez, dependerá de la temperatura de tratamiento, la velocidad de deformación, la cantidad de recuperación y, potencialmente, de la recrystalización entre el paso de laminación en caliente [Oscarsson et al. 1991; Engler, 2012].

Debido a la fuerte dependencia de la evolución de la microestructura y las propiedades resultantes del historial de tiempo/temperatura durante el procesamiento termomecánico, es importante tomar en cuenta todos los pasos del proceso, lo que requiere un acoplamiento termomecánico de modelos con herramientas de simulación de microestructura adecuada para representar la deformación y la recrystalización [Hutchinson et al. 1989; Cheng y Morris, 2002; Hirsch y Samman, 2013]. Los modelos acoplados son capaces de reproducir los efectos más importantes relacionados con la evolución de la textura.

De esta manera, Yoon et al. (2006) estudian la predicción del orejamiento en una aleación de aluminio AA2090-T3 por medio de una función de fluencia anisotrópica de transformación en base lineal, una aplicación combinada de los

¹ Earing u orejamiento es una irregularidad formada en el borde superior de la pieza embutida causada por anisotropía en la lámina de metal. Si el material es perfectamente isotrópico no se forman las orejas. La presencia de orejas reduce la altura efectiva de la copa, porque deben cortarse y se pierde material.

modelos actuales produce información valiosa sobre la evolución de la textura y el orejamiento que se utilizan para mejorar la calidad de los envases de aleaciones de aluminio.

Para chapas de aleación de aluminio AA5182 fabricadas por colada continua (CC) y fundición directa (DC), los resultados muestran que hay más textura Cube en una aleación fabricada por CC y una textura Cube débil en el proceso DC después del recocido a 454°C durante 3 horas [Moy et al. 2012]. La evolución de la textura y orejamiento durante el laminado es fuertemente afectada por la textura inicial y se establece que la minimización de orejamiento podría lograrse mediante el equilibrio de los componentes de textura Cube, r-Cube y fibra [Li et al. 2010].

En procesos de fabricación de latas comerciales, Yoon et al. (2011), observan experimentalmente para tres materiales diferentes, Al-5% Mg, AA2090-T3 y AA3104, que durante el proceso de embutido y re-embutido se desarrolla orejamiento mientras que durante el proceso de planchado éste se reduce.

Se ha demostrado que el orejamiento es la combinación de las contribuciones del valor del coeficiente de anisotropía R y de la dirección de la tensión de fluencia. Sin embargo, la anisotropía plástica puede ser también influenciada por otros parámetros microestructurales como la topología de partículas de segunda fase. Del mismo modo, Bate et al. (1981) muestran que los cambios en la anisotropía plástica causada por la precipitación puede ser explicada satisfactoriamente por dos diferentes modelos continuos. El primero de éstos, asume la deformación plástica de la segunda fase², mientras que el otro, asume que la deformación del precipitado es elástica. Otro factor es la topología de la subestructura, por ejemplo, disposición de dislocaciones, etc. [Engler, 2014].

Por su parte, Yoon et al. (2005) investigan las chapas de aleación de aluminio, 1050-O, midiendo las figuras de polos con técnicas estándar de difracción de rayos

² Debido a que en la mayoría de los sistemas de aleación existe una solubilidad limitada en el estado sólido del soluto en el solvente, al solidificar totalmente una aleación se presentará por lo general una segregación de los átomos del soluto, lo que trae como consecuencia la formación de una segunda fase.

X y utilizando la microscopía de imágenes de orientación para relacionar la microtextura (OIM). Las figuras de polo (111) resultantes, indican que el material exhibe una preponderante textura Cube $\{100\}\langle 001\rangle$, aunque con diferentes componentes de textura menores. La textura Cube es más fuerte en la chapa 1050-O que en la chapa 6022-T4. Como era de esperar, el aluminio de pureza comercial 1050-O desarrolla una microestructura con dislocaciones bien definidas durante la deformación, principalmente muestra paredes de dislocación en los planos (111) orientados cerca de los planos de máximo esfuerzo cortante. La aleación 6022-T4 muestra una estructura de dislocación con características similares, pero las paredes son mucho más débiles y la distribución total de dislocaciones es más uniforme. Las curvas de endurecimiento por corte simple en las dos direcciones investigadas (DD y TD) son drásticamente diferentes. Las simulaciones basadas en la plasticidad cristalina amplifican la diferencia entre las dos curvas de esfuerzo-deformación de cizallamiento a causa del efecto de la evolución de la textura como se muestra en Lopez et al. (2003).

De igual manera, Zhou y Neale (1995), desarrollan expresiones analíticas para obtener la deformación límite para la textura Cube ideal y la textura Goss, encontrando que la estricción localizada se produce cuando el esfuerzo cortante total acumulado en la región de la banda alcanza un valor crítico, que depende sólo de la ley de endurecimiento inducido por el deslizamiento (tensión de corte de referencia y total de corte acumulada sobre todo los sistemas de deslizamiento). Al mismo tiempo, indican que la evolución de la textura y, en consecuencia, la forma de la superficie de fluencia, puede tener durante la deformación una gran influencia en las deformaciones límite de conformado.

Nakamachi et al. (2002), investigan mediante un modelo de plasticidad cristalina, la formabilidad de las aleaciones de aluminio comparando ocho grupos de láminas AA5052-H34 recocidas a diferentes temperaturas para generar diferentes texturas, lo que evidenció que las texturas de chapas recocidas retrasan la localización de la deformación, mejorando así la capacidad de conformado. La mejor textura fue

generada por recocido a 475°C y posee la fracción más alta de textura Cube con respecto a la componente Brass.

En el estudio de Narayanasamy et al. (2009), se somete a la aleación de aluminio AA5052, a tratamiento térmico con diferentes temperaturas (200°, 250°, 300°, 350°, 400° y 450°C) para estudiar las componentes de textura y las FLCs. A 200°C y 350°C, se encuentra que a medida que crece la fracción de volumen de las componentes Cube y Brass aumenta la temperatura de recocido y sube la formabilidad; hecho que se verifica con la FLC. En cambio, al aumentar la componente de textura Goss, disminuye la formabilidad lo que ocurre a 200°C.

Recientemente, Moy et al. (2012) estudian cómo el endurecimiento por precipitación afecta a las propiedades mecánicas y la formabilidad de dos aleaciones AA2024. Determinan que la anisotropía causada por el endurecimiento por precipitación se puede utilizar para mejorar la formabilidad. La planificación cuidadosa del tiempo de envejecimiento fue llevada a cabo por Hu et al. (1998) quienes, además, introducen el daño por vacíos en el modelo MK que conduce a predicciones razonables de la aleación Al-Mg.

Lo mismo hace Tang y Tai (2000) al utilizar el modelo MK introduciendo los efectos del daño debido a la evolución de la textura y la presencia de microdefectos para predecir la FLC en aleaciones de aluminio. Estudios recientes muestran para una aleación de aluminio AA6016-T4, la curva límite de conformado predicho por el modelo GTN³ (GTN modelo de daño de Gurson-Tvergaard-Needleman) anisotrópico está en mejor acuerdo con los resultados experimentales especialmente en la región de tensión biaxial [Kami et al. 2015]. Además, analizan la fuerte dependencia de la deformación límite biaxial equilibrada en aleaciones AA6016 con el tamaño de grano mediante el uso del modelo MK con funciones de fluencia derivadas de datos de textura.

³ GTN es el modelo de daño de Gurson-Tvergaard-Needleman que permite, en base a la utilización de una serie de parámetros constitutivos, reproducir el comportamiento del material hasta su rotura. Estos parámetros hacen referencia a la nucleación, crecimiento y coalescencia de microhuecos, como mecanismos de evolución del daño en materiales dúctiles.

Mientras, Wilson et al. (1981) correlacionan el espesor inicial dividido por el tamaño de grano con las deformaciones límite de los materiales para las aleaciones en base de cobre. Lo contrario se señala por Moore y Bate (2002). A su vez, Wilson y Rodríguez (1985) llevan a cabo un estudio detallado de la localización de la deformación de chapas de aleación de aluminio estiradas en tensión biaxial. Narayanasamy et al. (2009) y Velmanirajan et al. (2013) analizan las chapas de aleaciones AA5052 y AA8081 sometidas a recocido con diferentes temperaturas: 200°C, 250°C, 300°C y 350°C, mostrando que un recocido de 350°C presenta la mejor condición de formabilidad con el exponente de endurecimiento por deformación plástica más alto.

Asimismo, Bariani et al. (2013) determinan a través de resultados experimentales de laboratorio en chapas de aluminio comercial AA5083, que a una baja velocidad de deformación, el material exhibe una ductilidad baja, independientemente de la temperatura del ensayo. En tanto, Yoshida y Kuroda (2012), supervisan las teorías de bifurcación y la imperfección de promover estricción localizada en el marco del modelo de plasticidad cristalina de tasa independiente. Se demostró que las FLCs obtenidas por bifurcación (es decir, no asumiendo una imperfección inicial) están fuertemente afectadas por la descripción del modelo constitutivo y una ligera variación de las texturas iniciales. Además, demuestran que las deformaciones límites predichas por el análisis de bifurcación en un material FCC, se calculan mediante el modelo de imperfección con valores de la sensibilidad a la velocidad de deformación inferior o igual a 0.001.

Por otro lado, Hu et al. (2012) presentan un análisis de sensibilidad utilizando tres modelos de plasticidad policristalina diferentes: el modelo de Taylor con condiciones totalmente impuestas (FC), una formulación tangente del modelo viscoplástico autoconsistente (VPSC-tangente) y un modelo viscoplástico basado en la transformada rápida de Fourier (VPFFT) N-sitio. Los autores informan una predicción de textura general buena al aplicar el modelo VPFFT N-sitio. Este hecho pone de manifiesto la importancia de considerar las interacciones de grano.

Sin embargo, comentan que las respuestas mecánicas obtenidas con un modelo de este tipo no coinciden satisfactoriamente con los experimentos para todas las diferentes trayectorias de cargas multiaxiales.

Hay otros estudios que se realizan para mejorar la capacidad de estiramiento de aleaciones de aluminio los que utilizan otros modelos de fluencia [por ejemplo, ver Barlat y Lian, 1989; Barlat et al. 1997; Abedrabbo et al. 2007; Lademo et al. 2008; Barata da Rocha et al. 2009; Khan y Baig, 2011], los cuales informan una predicción particularmente precisa del comportamiento del límite de conformado de chapas de aluminio. Sidor et al. (2008) evalúan la mejora en la formabilidad de chapas laminadas asimétricas de aluminio AA6016 introduciendo una deformación por cizallamiento intenso y la textura de cizallamiento asociada. Por otra parte, Chiba et al. (2013) estudian las capacidades de las teorías fenomenológicas de plasticidad cristalina en el modelado de la respuesta límite de conformado de una chapa de aleación de aluminio AA1100-medio duro. Recientemente, Chu et al. (2014) modelan la formabilidad de una lámina de aleación de aluminio AA5086 a diferentes temperaturas y velocidades de deformación a través del criterio de fluencia de Hill cuadrático y comparan las predicciones numéricas con las mediciones experimentales correspondientes obtenidas a través de una configuración de ensayo de Marciniak⁴. Por otro lado, Bruschi et al. (2014) presentan una exhaustiva y actualizada revisión de las técnicas experimentales y de modelamiento aplicadas al comportamiento de los materiales y la capacidad de conformado de chapa en las operaciones de conformado de metales. Recientemente, se ha realizado una gran cantidad de esfuerzos en investigación para mejorar y verificar estas teorías en diferentes condiciones. Entre ellos, Khan y Baig (2011) consideran los efectos de la velocidad de deformación y la temperatura sobre la formabilidad de la aleación de aluminio basado en el modelo

⁴ El ensayo de Marciniak es un modo de estirar de manera plana la plancha ensayada (sin doblado) y evitando el contacto de la plancha ensayada con el punzón. El punzón empuja una “plancha portadora”, la que a su vez empuja a la plancha ensayada. La plancha portadora tiene un agujero central que se expande al ser estirada, y así ésta expande a la plancha ensayada en todas direcciones. Dimensiones corrientes de la plancha ensayada y del punzón son: 8 in y 4 in respectivamente.

MK. También, Eyckens et al. (2011) extiende el modelo MK para chapas metálicas anisotrópicas con la consideración de cizallamiento a través del espesor. Señalan, en ese sentido, que el efecto del cizallamiento a través del espesor es significativo y debe tenerse en cuenta en el proceso de conformado de chapa.

Al mismo tiempo, la predicción del límite de conformado para diferentes materiales con el acoplamiento de plasticidad cristalina y MK hecho por Neil y Agnew (2009), Signorelli et al. (2009), revelan una fuerte dependencia de las deformaciones límites con la textura inicial de chapas metálicas. Se desarrolla un enfoque analítico para la predicción de las curvas límite de conformado para incorporar el efecto de las pre-deformaciones. Uppaluri et al. (2011), incorporan el efecto de las trayectorias de deformación combinadas (teniendo en cuenta la dependencia direccional de pre-deformación y más deformación) en dos etapas, es decir, pre-deformación y posterior carga. Los resultados experimentales y numéricos encuentran buen acuerdo. Li et al. (2012) proponen una nueva metodología experimental/teórica en dos curvas FLD y σ -FLD para AA5182-O sujeta a dos etapas en el proceso de conformado. Demuestran que σ -FLD son independientes de los niveles de la pre-deformación, trayectorias de pre-deformación y condiciones de recocido. Se propuso una deformación plástica efectiva constante o EPS, que es capaz de predecir eficazmente la pre-deformación y efectos de recocido. Esto permite una predicción fiable de la formabilidad en varias etapas de los procesos de conformados interrumpidos por el tratamiento de recocido empleado para recuperar estiramiento adicional en áreas críticas de la pieza conformada.

1.5 Metodología

- Se caracteriza inicialmente la aleación de aluminio AA1100-H14 disponible comercialmente, laminada en frío de 1 mm de espesor a través de análisis químico usando un espectrómetro secuencial de rayos X y difracción de rayos X. Para complementar esto, se hacen ensayos de tracción y microdureza al material

original para determinar las propiedades mecánicas iniciales que permiten cuantificar ductilidad.

- Con el fin de mejorar las propiedades de formabilidad, se analizan diferentes condiciones de tratamiento térmico en las muestras cortadas de 30x30 mm². Los tratamientos térmicos se realizaron entre 250°C y 550°C con una diferencia de 50°C utilizando un tiempo de 10 minutos y se enfrían fuera del horno a temperatura ambiente. Después de una evaluación de todos los resultados anteriores, el resto de las experiencias se realizan a 300°C por 60 minutos.

- Los ensayos de tracción se llevaron a cabo en una máquina de ensayos universal Instron 4411 con una capacidad de carga de 1.5 kN, en la Université Technologie de Troyes (UTT-Francia), por el método descrito en la norma ASTM E8M. La velocidad del ensayo se fija en 2.5 mm/min. Las chapas planas tratadas térmicamente (a 300°C por 60 minutos) se cortaron en tres direcciones a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación para determinar las propiedades mecánicas. Además, las probetas se deforman a 5%, 15% y hasta la fractura. La caracterización se completa con la medición de la textura cristalográfica experimental mediante difracción de rayos X a tres figuras de polos de los planos (111), (110) y (100) para los diferentes porcentajes de deformación indicados.

- A nivel del cristal simple, se adoptan los modelos constitutivo con las leyes de endurecimiento que mejor describa el comportamiento del material. En este estudio se analizan tres leyes de endurecimiento: “Potencial”, “Voce” y “Saturación”. La calibración de los diferentes parámetros involucrados en las leyes de endurecimiento se realiza en función de la respuesta observada en tracción simple usando para ello los modelos FC, VPSC y α -VPSC. Por otro lado, la validación de los resultados obtenidos se llevara a cabo mediante la confrontación de las predicciones numéricas con resultados experimentales de los ensayos de tracción a diferentes inclinaciones con respecto de la dirección de laminación. Finalmente en esta etapa se modela la evolución de la textura con el modelo VPSC.

-La determinación de las deformaciones límites en el material se lleva a cabo mediante el ensayo de Nakazima, teniéndose especial cuidado en las condiciones de lubricación entre chapa y matriz. Con este ensayo se evalúa la FLC usando probetas con 12 diferentes geometrías tipo reloj de arena tal que el entalle interior que le queda a cada probeta va de 20 mm (uniaxial) hasta 200 mm (biaxial) tomadas a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación de la chapa. Estas probetas tienen una grilla de círculos de diámetro calibrado mediante grabado xerográfico a través de la cual se determina la deformación límite experimental. Durante el ensayo de Nakazima se registran las curvas desplazamiento-carga de todos los ensayos. Se aplica el método tradicional, que consiste en medir los círculos deformados alrededor de la grieta, y el método de Bragard según la normativa internacional ISO 12004-2008. Con estos análisis se abarcan solicitaciones en el rango tracción uniaxial, deformación plana y estado biaxial. Además, se realiza la medición de textura cristalográfica experimental mediante difracción de rayos X a tres figuras de polos, a 5 de estas geometrías (las probetas denominadas 1, 4, 7, 10 y 12).

- Por otro lado, se evalúa el efecto de la anisotropía a través del coeficiente de Lankford. Este parámetro se determina al estirar las probetas en tracción uniaxial, a 0.5 mm/min tomadas a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación de la chapa, hasta 10% a 12% de deformación, donde se miden las deformaciones verdaderas longitudinal y transversal. La deformación del espesor se calcula por la condición de conservación de volumen y la medición del coeficiente de Lankford se realiza con técnicas de procesamiento de imágenes.

- Dichos análisis se complementan con la información aportada por el ensayo de acopado hidráulico (Bulge), donde se determina la altura del domo, se obtiene la curva presión-altura del domo y la deformación límite usando las técnicas anteriores.

- El modelado de la curva límite de conformado se realiza mediante la conjunción de dos modelos: uno a nivel constitutivo del material VPSC y el otro mediante un

análisis que describe el proceso de localización, deformación límite del material MK, el acoplado de MK-VPSC. Se realiza, también un estudio de sensibilidad del modelo propuesto. El modelado de la curva límite de conformado se hace en función del ajuste logrado a través del empleo de los datos correspondientes a los ensayos de tracción. La imperfección inicial en el modelo MK, se estima de acuerdo a datos usados en Serenelli et al. (2011), donde dicho valor, se ajusta al valor experimental en deformación plana, con el mismo enfoque que en el trabajo de Knockaert et al. (2002) y Kuroda y Tvergaard (1998).

- A partir de los resultados numéricos obtenidos se pueden realimentar los modelos propuestos con la finalidad de determinar tanto los alcances y limitaciones de los mismos como la selección de los parámetros que permitan la descripción más adecuada de las diferentes escalas involucradas. En función de los resultados experimentales obtenidos y los propios de la simulación, se valida el modelo utilizado.

- Finalmente, el rol de las orientaciones “Cube”: En materiales FCC, como lo es el aluminio objeto de este estudio, las orientaciones “Cube” han despertado en los últimos años un interés particular. Si bien esto se debe a varios factores, entre los más importantes se encuentra que dicha orientación se ve favorecida (aumento de su fracción de volumen) por los resultados de procesos de recrystalización en el material. Además, desde el punto de vista del modelamiento en términos de plasticidad cristalina, la predicción del comportamiento de los granos en esa orientación o una cercana se estudia continuamente.

En este trabajo, para determinar textura Cube, a partir de la chapa de aluminio inicial AA1100-H14, se propone obtener una fracción creciente de volumen de dichas componente de orientación variando el tiempo del tratamiento térmico a 300°C y 500°C por 1 y 3 horas respectivamente, y posterior deformación en algunos caso en las condiciones que se indican a continuación en la Tabla 1-1.

El modelamiento en términos de plasticidad cristalina, se realiza para cuantificar las componentes de textura finales de cada una de las probetas ensayadas. Desde el

punto de vista del modelado, estas predicciones permitirán evaluar los resultados teóricos contrapuestos reportados en la literatura, las que utilizan dos esquemas diferentes de homogenización.

Tabla 1-1: Ensayos experimentales de tracción y textura con tratamiento térmico

Material Inicial	T.Térmico + tiempo	Deformación [%]	T.Térmico + tiempo	Deformación [%]	Medición Experimental
AA1100-H14	Sin	---	---	---	Textura
	300°C+1h	---	---	---	Textura
	300°C+1h	15	---	---	Textura
	300°C+1h	15	500°C+3h	---	Textura
	500°C+3h	4	---	---	Textura

1.6 Aportes de la tesis

El principal aporte de esta tesis consiste en evaluar y comprender el efecto de la anisotropía planar en la curva límite de conformado de una chapa de aluminio comercial utilizando técnicas experimentales y modelización multiescala. Específicamente, la contribución original es la aplicación del modelo viscoplástico autoconsistente (VPSC) en conjunto con el análisis de Marciniak-Kuczynski (MK), lo cual permite lograr una mejor descripción de la anisotropía observada en el material y establecer su relación con la deformación límite del material.

2. ANTECEDENTES

Las aleaciones de aluminio como se mencionó anteriormente, se están utilizando cada vez más en la industria automotriz, aeronáutica, calefacción, etc. Las características de su conformado, sin embargo, difieren de los materiales convencionales, en la calidad del embutido profundo para reducir los tiempos de desarrollo. Actualmente se considera la simulación para establecer su factibilidad en etapas tempranas del diseño. La textura cristalográfica derivada de su historial termo-mecánico, tiene una gran influencia en las características de conformado y en la forma que el material se deforma plásticamente. La optimización de dichas tecnologías mediante la predicción de la distribución de deformación, requiere de modelos micromecánicos para cuantificar los parámetros físicos que se incorporan en su formulación, estimar propiedades y comportamientos que puedan ser comparados con las correspondientes mediciones experimentales.

En este capítulo se introducen los aspectos más relevantes del conocimiento de la anisotropía y textura cristalográfica que ocurren en el material y los correspondientes métodos de mediciones. Además, para entender de mejor manera el concepto de deformación límite, se da una introducción de la curva límite de conformado (FLC) y los métodos empleados en su medición. Finalmente, se indican algunos modelos de plasticidad cristalina y de inestabilidad plástica que se utilizan normalmente para el análisis de materiales.

2.1 Orientación cristalina

La orientación cristalina es la descripción de la situación espacial de un sistema de coordenadas de referencia intrínseco al cristal $K_B(X',Y',Z')$ (asociado a la red cristalina) respecto a un sistema de coordenadas externo al cristal $K_A(X,Y,Z)$, ver en la Figura 2-1. Para caracterizar la textura, se asocia a las cristalitas que conforman el policristal a un sistema de referencia K_B , mientras que la muestra se asocia a un sistema K_A , cuyos ejes coinciden con las direcciones longitudinal (RD, Rolling Direction), transversal (TD, Transverse Direction) y normal (ND, Normal Direction) de la muestra analizada.

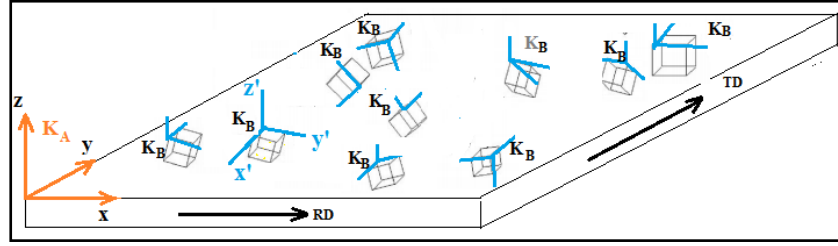


Figura 2-1: Sistema de coordenada fijo a la muestra K_A y sistema de coordenada fijo al cristal K_B . [Bulge, 1982].

La orientación se especifica por una cantidad g , que representa la rotación que lleva el sistema de referencia K_B al K_A y se escribe:

$$K_B = gK_A \quad (2.1)$$

La rotación g es así representada por los tres ángulos de Euler $g = \{\varphi_1, \phi, \varphi_2\}$ y puede especificarse en términos de la matriz de transformación entre ambos sistemas: $\mathbf{R} = [r_{ij}]$, de esta manera, permite la determinación de una dada orientación cristalográfica puede escribirse como sigue:

$\mathbf{R} =$

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_2 \sin \phi \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & \cos \varphi_2 \sin \phi \\ \sin \varphi_1 \sin \phi & -\cos \varphi_1 \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Las filas de $\mathbf{R}$: r_{1i}, r_{2i}, r_{3i} , $i = 1, 3$ son los cosenos directores de las direcciones de los ejes del cristal respecto de los ejes de la muestra. La definición de los ángulos de Euler se representa en la Figura 2-2a el sistema de coordenadas de cristal K_B (X', Y', Z') se encuentra paralelo sistema de coordenadas muestra K_A (X, Y, Z) (denominada orientación cube); Figura 2-2b el sistema K_B se gira alrededor del eje Z' a través de los ángulos φ_1 ; Figura 2-2c el sistema K_B se hace girar con respecto a la orientación (b) alrededor del eje X' a través de ángulo ϕ ; Figura 2-2d el sistema K_B se hace girar con respecto a la orientación (c) alrededor del eje Z' a través del ángulo φ_2 .

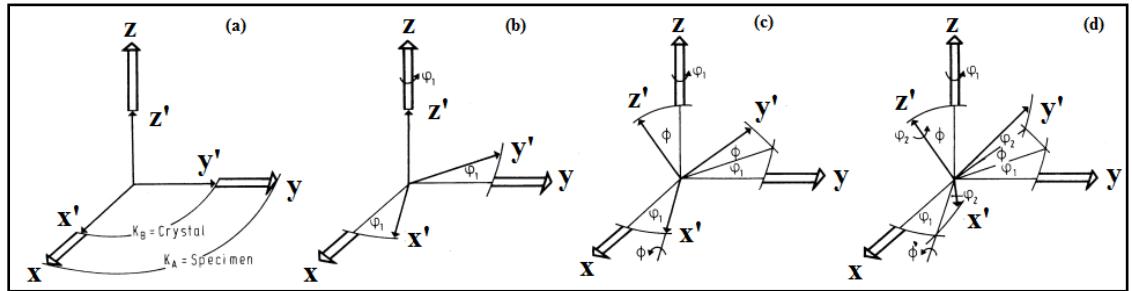


Figura 2-2: a) Sistema del cristal K_B paralelo al sistema muestra K_A , b) giro φ_1 en eje Z' , c) giro ϕ en eje X' , d) giro φ_2 en eje Z' [Bunge, 1982].

Los tres ángulos de rotación se representan en un espacio coordenado en tres dimensiones, llamado espacio de ángulos de Euler (Figura 2-3). Cada punto del espacio de Euler corresponde a una rotación particular que se encuentra dentro del intervalo $0 \leq \varphi_1 \leq 2\pi$, $0 \leq \phi \leq \pi$ y $0 \leq \varphi_2 \leq 2\pi$ [Bunge, 1982].

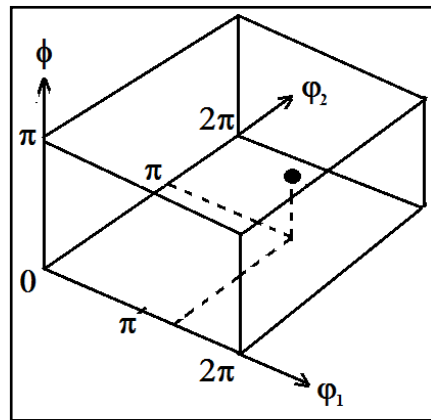


Figura 2-3: Representación de ángulos de Euler en un espacio de tres dimensiones.

Los metales se encuentran principalmente en forma policristalina donde cada grano tiene una diferente orientación cristalográfica, forma y fracción de volumen. La distribución de la orientaciones de grano se conoce como textura cristalográfica u orientación preferencial [Wassermann y Grewen, 1969; Bunge, 1982].

2.2 Textura cristalográfica

Cuando cada grano en un agregado policristalino tiene una orientación cristalográfica aleatoria, se dice que no tienen orientación preferencial, es decir, los polos aparecerán uniformemente distribuidos sobre la proyección (Ver Figura 2-

4a). Por el contrario, cuando los granos tienden a agruparse, en mayor o menor grado alrededor de una o varias orientaciones particulares, se dice que poseen orientación preferente o textura cristalográfica, que tiene una gran influencia sobre las intensidades de los máximos de difracción, tal como se ve en la Figura 2-4b. Tradicionalmente, la textura en materiales con estructura cristalina se caracteriza mediante figuras de polos (FP, figure pole) que es información cualitativa.

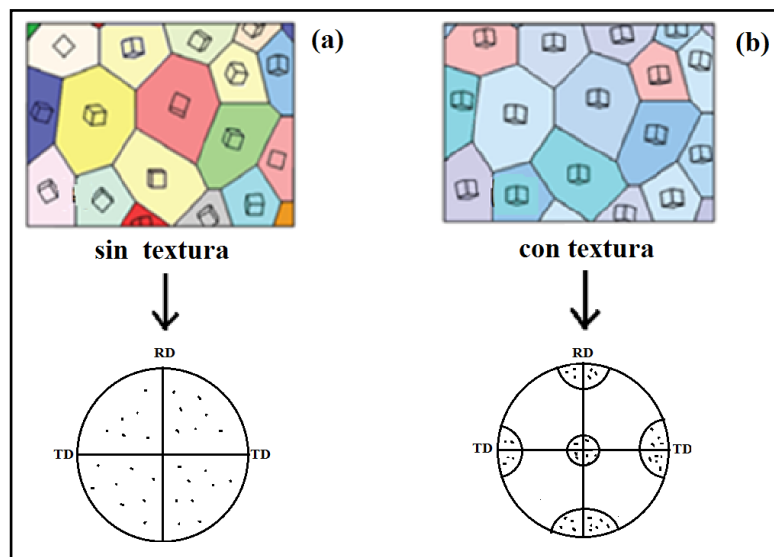


Figura 2-4: Material policristalino a) sin textura, b) con textura [Bunge, 1969].

Por otro lado, en una FP por convención en esta tesis, la dirección de laminación RD se sitúa arriba y la dirección transversal TD a la derecha. El centro del círculo corresponde a la dirección normal del plano de la placa ND [Adam y Mukul, 2000]. Las texturas determinadas mediante FP, se expresan generalmente como $\{hkl\}\langle uvw \rangle$, donde $\{hkl\}$ representa la familia de planos cristalográficos paralelos a la superficie de la chapa, y $\langle uvw \rangle$ representa la dirección coincidente con la dirección longitudinal de la muestra.

2.2.1 Textura de deformación en frío

En el proceso de solidificación el metal presenta textura debido al crecimiento de dendritas siendo difícil evitar esto; además, la deformación en frío también provoca textura. En un ensayo de tracción, por ejemplo, la orientación de un

monocristal o un policristal cambia como consecuencia del deslizamiento, dependiendo de la orientación inicial y del número los de sistemas de deslizamientos activos. El deslizamiento provocado tiende a orientar las direcciones en cada grano según la dirección de tensión y como resultado de las distintas rotaciones de estos. También la textura depende de la estructura cristalográfica del metal, de la clase de deformación provocada, sin contar con una gran diversidad de parámetros experimentales que influyen considerablemente en la intensidad de textura.

La representación de la textura se realiza generalmente mediante una proyección estereográfica de polos normales a un plano cristalográfico simple (001), (011) o (111); la proyección se orienta con relación a las direcciones características de la deformación para una plancha laminada, RD, TD y ND. En la Figura 2-5 se representan dos proyecciones de una textura Cube (Cúbica) de un monocristal con textura perfecta: 5 puntos para los polos (100), 4 para (111).

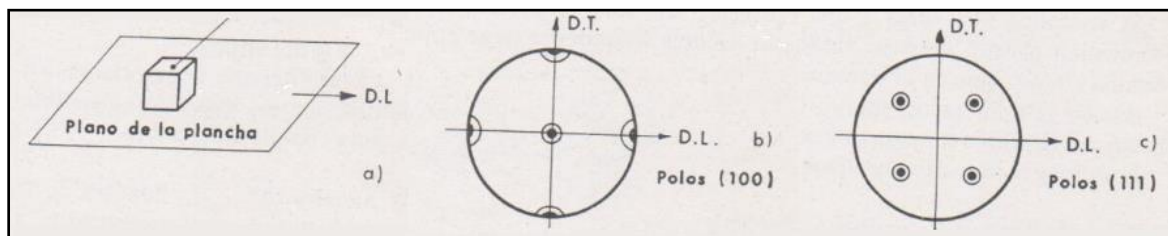


Figura 2-5: Textura Cube en monocristal FCC en planos (100) y (111) [Benard, 1973].

Para un policristal, los polos que corresponden a los distintos granos pueden estar distribuidos de una forma cualquiera; si existe textura son más numerosos en las proximidades de ciertas orientaciones características. En realidad, la textura es mucho menos acentuada y la distribución de las proyecciones de los polos de los granos está menos concentrada alrededor de las orientaciones preferentes. La determinación de las texturas se realiza mediante la difracción de rayos X.

a) Textura de trefilado

En los metales FCC la textura queda definida por una orientación preferencial de la dirección $\langle 100 \rangle$ o $\langle 111 \rangle$ según el eje del alambre. La elección de esta dirección

depende de la energía de falla de apilamiento γ_s , para un valor pequeño de la textura es $\langle 111 \rangle$ a medida que crece γ_s/Gb donde G es el módulo de corte y b es el vector de Burges tiende hacia $\langle 100 \rangle$ y luego para valores elevados de γ_s/Gb vuelve a $\langle 111 \rangle$ (Ni, Al) [English y Chin, 1965]. Las diferencias en la textura podrían ser causadas por un mecanismo dependiente de la temperatura [Calnan y Clews, 1950] y por el endurecimiento relativo a los sistemas de deslizamientos activos y latentes [Bishop, 1954; Calnan, 1954].

b) Textura de laminado

También existe en este caso una acusada relación entre textura y energía de falla de apilamiento γ_s . Se distinguen dos tipos de textura principales:

- **textura Copper (cobre):** se presenta en metales con γ_s/Gb elevado.
- **textura Brass (latón):** se observa en los metales con γ_s/Gb bajo.

Cuando se añade un elemento de aleación a un metal, se observa una disminución de γ_s y un tránsito de la textura del Copper a la de Brass. Este diferente comportamiento puede explicarse por la facilidad de desviación del deslizamiento, que sólo es posible para los metales con γ_s/Gb elevado, y conduce a la compleja textura Copper [Hosford, 1993].

2.2.2 Textura de recristalización

Los procesos de conformado de laminado y trefilado dan lugar a la existencia de textura de laminación. Después de la recristalización éstas dan lugar al nacimiento de nuevas texturas. En los metales FCC que poseen la textura Copper, las orientaciones más corrientes después de laminación y recristalización son la textura Cube $\{100\}\langle 001 \rangle$ y la Brass $\{110\}\langle \bar{1}\bar{1}2 \rangle$ [Michel et al. 1973].

Las texturas desarrolladas en el proceso de laminado y recocido son usualmente descritas sobre la base de las componentes de textura ideales como: Cube, Brass, Copper, Goss, S y Taylor, donde sus correspondientes ángulos de Euler, plano y dirección se presentan en la Figura 2-6.

Texture		$\{111\}$ Figura Polo RD	$\{110\}$ Figura Polo RD	$\{100\}$ Figura Polo RD	φ_1	ϕ	φ_2
Cube $\{100\}\langle 001 \rangle$	TD				0	0	0
Brass $\{110\}\langle 112 \rangle$	TD				35	45	90
Copper $\{112\}\langle 111 \rangle$	TD				90	35	45
Goss $\{110\}\langle 001 \rangle$	TD				0	45	90
S $\{123\}\langle 643 \rangle$	TD				59	37	63
Taylor $\{4\ 11\ 11\}\langle 11\ 11\ \bar{8} \rangle$	TD				90	27	45

Figura 2-6: Componentes de textura típicas en materiales FCC [Bunge, 1969].

En la Figura 2-7a se exhiben la figura de polo del plano (111) de la capa exterior de la aleación aluminio 2014 extruida, donde la textura de la capa exterior puede ser aproximada por $\{111\}\langle 335 \rangle$ para la dirección paralela al eje de laminado. En la Figura 2-7b se muestra una aleación de aluminio de una chapa laminada con un 95% de trabajo en frío, en que las direcciones axial y radial corresponden a la dirección de laminación y la dirección normal al plano de laminación, respectivamente.

Asimismo, Lee et al. (1982) encuentran que la textura de una barra de aluminio extruida es similar a la de una plancha de aluminio. Por otro lado, la textura de laminación depende de la energía de falla de apilamiento y de la deformación por la temperatura [English y Chin, 1965; Hosford, 1993].

Además, es ampliamente aceptado que el desarrollo de la textura cristalográfica en chapas de aleación de aluminio es la principal causa de la aparición de anisotropía [Engler, 2014; Bate y An, 2004], produce la formación de orejamiento que causa grandes problemas en la producción de latas de bebidas [Engler y Kalz, 2004; Engler, 2011; Engler, 2012].

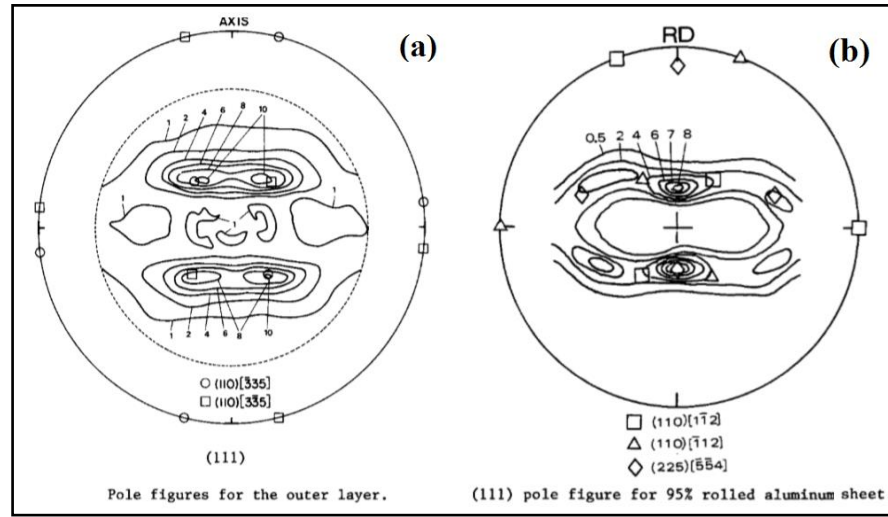


Figura 2-7: Figuras de Polos de AA2014, a) extruida, b) laminada [Lee et al. 1982].

2.3 Función de distribución de orientaciones

Las texturas cristalográficas se describen mediante las figuras de polos, sin embargo, la información completa puede obtenerse a través de la función de distribución de orientaciones (ODF, Orientation Distribution Function), la cual especifica la probabilidad de que una determinada orientación se encuentre en un punto del espacio tridimensional de Euler. La ODF se define $f(g)$ como:

$$f(g)dg = \frac{dV}{V} \quad (2.3)$$

donde dV/V representa la fracción de volumen de material que posee un valor de la función g comprendida entre g y $g + dg$. Así, en el volumen total del policristal debe cumplirse que:

$$\int_V f(g)dg = 1 \quad (2.4)$$

La ODF de $f(g)$ puede ser calculada de manera aproximada a través del desarrollo en serie de Fourier de armónicos esféricos [Bunge, 1982]. Esta representación se hace por medio de mapas o diagramas de distribución de orientación [Kocks et al.

1995; Kocks, 1998]. Esta no puede medirse en forma directa, se obtiene a partir de las mediciones experimentales de tres figuras de polos (Figura 2-8).

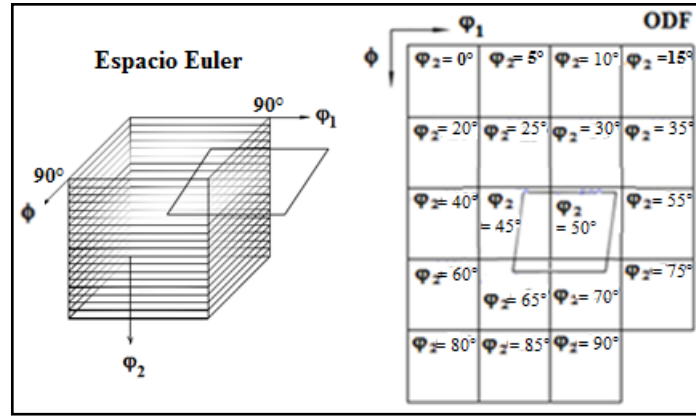


Figura 2-8: El espacio Euler es dividido en capa de intervalo $\varphi_2 = 5^\circ$.

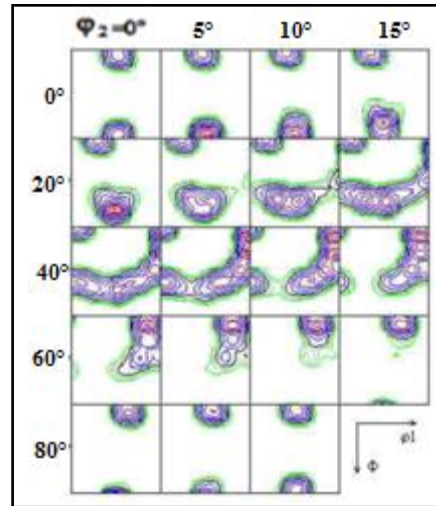


Figura 2-9: Representación de la ODF [Bunge, 1982; Valerie y Engler, 2009].

El espacio de Euler se construye haciendo variar los ángulos entre 0° a 90° . De esta forma, es posible generar un dominio como el mostrado en la Figura 2-9, en que se muestran los rangos de variación de cada ángulo donde es usual representar el espacio Euler dividido en capa o cortes de intervalo $\varphi_2 = 5^\circ$.

2.4 Difracción de rayos X

2.4.1 Tamaño medio de la cristalita con DRX

El ancho medio (FWHM, Full Width at Half Maximun) de los picos de difracción permiten medir el tamaño medio de la cristalita y microdeformación debido a la presencia de defectos en la red [Suryanarayana, 1999; Bushroa, 2012]. Para esto se utiliza la fórmula de Scherrer que es un el método simple para calcular el tamaño de las cristalitas, y es aplicable sólo cuando no hay tensión en los materiales. Un patrón DRX medido a ese tipo material, presenta perfiles de difracción asimétricos, ensanchados, y desplazados [Birkholz, 2006] producto de la presencia de pequeños tamaños de cristalitas, fallas de apilamientos, maclas, dislocaciones, precipitados de segunda fase, diferentes tipos de esfuerzos internos [Snyder, 1999; Ungár, 2004]. La ecuación de Scherrer se deriva en los supuestos perfiles de línea de Gauss y pequeños cristales cúbicos de tamaño uniforme (para la que $k = 0.94$). Sin embargo, esta ecuación se usa ahora frecuentemente para estimar los tamaños de las cristalitas de materiales cúbicos y materiales que no son cúbicos la cual se expresa de la siguiente forma:

$$B_{cristalito} = \frac{k\lambda}{L \cos \theta_{hkl}} \quad (2.5)$$

donde λ es la longitud de onda de los rayos X utilizados, θ_{hkl} es el ángulo de Bragg, L es el tamaño promedio medio cristalita medido en una dirección perpendicular a la superficie de la muestra y k es una constante.

Los otros métodos analíticos tales como Williamson-Hall (W-H) y Warren-Averbach (W-A) se utilizan generalmente para determinar la deformación y el tamaño de las cristalitas de nano-materiales. En general el término Cristalita puede significar un dominio con referencia a por ejemplo un metal trabajado en frío (parcialmente y recocido) o un grano en el caso de un metal bien recocido, en materiales deformados puede coincidir con el tamaño de grano, subgranos. Asimismo, un material deformado en frío contiene diferentes defectos cristalinos [Gubicza, 2005; Ungar, 1998, 2004].

2.4.2 Figura de polo (FP)

Existen diversos métodos para caracterizar la textura cristalográfica según la necesidad particular: difracción de rayos X (DRX, X-Ray Diffraction) [Cullity, 1956], difracción de neutrones y difracción de electrones por retrodispersión (EBSD, Electron Back Scattered Diffraction). El método más empleado es la medición de FP por difracción de rayos X en un goniómetro de textura [Godec, 2001]. Sin embargo, últimamente la técnica EBSD ha ganado importancia debido a que permite correlacionar microestructuras, relacionar granos vecinos y determinar la textura de modo automático y con gran velocidad. La adaptabilidad de la técnica de difracción de neutrones para los ensayos in-situ ha provocado el incremento en la utilización de estas técnicas [Wenk y Van Houtte, 2004]; no obstante, se requiere disponer de una fuente de neutrones, usando como fuente un reactor nuclear.

Para la medición de FPs se utiliza un goniómetro de texturas (Figura 2-10a), el cual se basa en el método de Schultz [Cullity, 1978]. Consiste esencialmente de una mesa que puede rotar alrededor de dos ejes φ y χ , cuyo intensidad se dibuja sobre la carta de la Figura 2-10b.

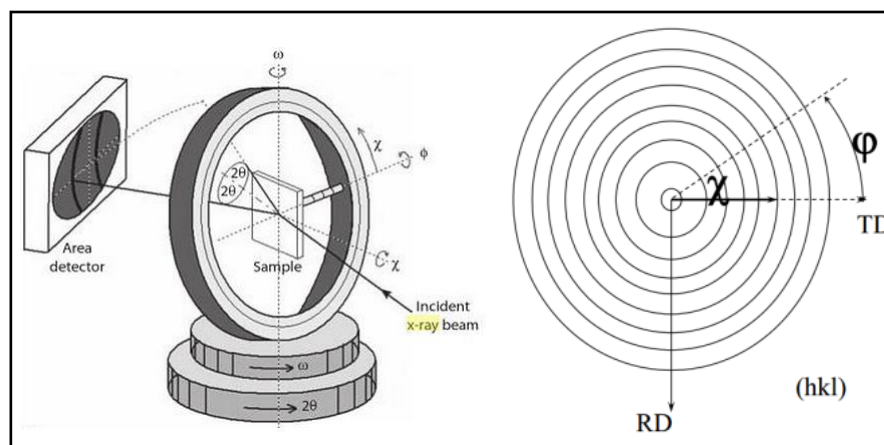


Figura 2-10: a) Goniómetro de textura, b) carta donde se dibuja la figura de polo.

El eje de rotación φ es perpendicular al plano de la muestra y el eje de rotación χ es fijo y está en la intersección del plano de difracción y el plano de la muestra.

Una familia de planos se analiza por vez. Primero se fija el ángulo θ (calculado a partir de la ley de Bragg para una reflexión (hkl) de interés), después para cada ángulo χ , el cual se mide en intervalos de 5° , se hace un barrido en φ con datos emitidos cada 5° , de 0 hasta 360° . Mientras la muestra rota alrededor de los ejes φ y χ , el detector mide la intensidad difractada ($0 \leq \chi \leq 90^\circ$, $0 \leq \varphi \leq 360^\circ$).

2.5 Anisotropía

La anisotropía plástica tiene su origen en la textura cristalográfica. En un material texturado, ésta queda determinada por los diferentes modos en que el material se deforma a nivel microscópico, por otro lado, en los metales presenta una fuerte dependencia con respecto al desarrollo de textura en los procesos de transformación, ya sea por procesos tales como solidificación, deformación, recristalización y transformaciones de fase. El parámetro que permite capturar la anisotropía es el índice de Lankford (R) o coeficiente de anisotropía [Lankford et al, 1950]. Aunque el valor de R está definido por una relación de deformaciones entre ancho (ε_w) y espesor (ε_t), esta última es difícil de ser determinada con precisión. El cálculo del valor de R se efectúa en forma indirecta, a partir de la medición de las deformaciones de ancho y longitud (ε_l) (Figura 2-11), a partir de:

$$\varepsilon_t = -(\varepsilon_w + \varepsilon_l) \quad (2.6)$$

$$R = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = \frac{\ln(w_0/w)}{\ln(wL/w_0L_0)} = - \frac{\varepsilon_w}{(\varepsilon_w + \varepsilon_l)} \quad (2.7)$$

El parámetro R se determina al estirar la probeta en tracción uniaxial, usualmente hasta 10% a 12% de deformación, midiendo las deformaciones verdaderas en el sentido longitudinal. Dicho R representa la capacidad del material para acomodar la deformación plástica en el plano de la chapa bajo sollicitaciones de tracción uniaxial. Si solamente existe anisotropía según el espesor de la plancha, pero el material es isotrópico en el plano, R se puede calcular mediante un único ensayo de tracción en el plano de la plancha.

Por otro lado, Asaro y Needleman (1985) han establecido la existencia de una fuerte relación entre la textura cristalográfica desarrollada durante el proceso de deformación y la anisotropía inducida por ésta sobre la localización de la deformación. Además, es conocido por Zhou y Neale (1995); Wu et al. (1997); Wu et al. (1998); Friedman y Pan (2000); Kuroda y Tvergaard (2000) que la FLC muestra una fuerte dependencia con la superficie de fluencia, anisotropía y sensibilidad a la velocidad de deformación del material.

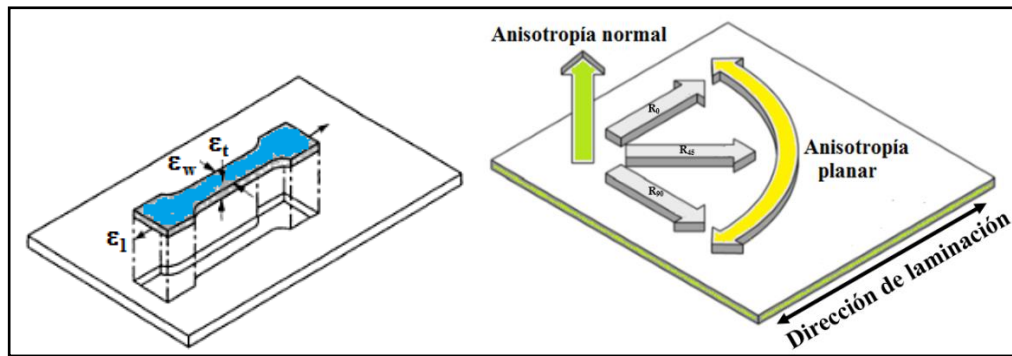


Figura 2-11: Esquema de probeta para medición de coeficiente de Lankford.

Si hay anisotropía en el plano de la plancha, es necesario realizar tres ensayos de tracción en tres ángulos diferentes respecto de la dirección de laminación: RD, DD y TD, determinándose así R_0 , R_{45} y R_{90} . La anisotropía plástica no sólo se manifiesta a través de la deformación diferencial entre espesor y ancho, sino también el valor es fuertemente dependiente de la dirección en la que se realiza la elongación de la probeta. En general, las propiedades de formabilidad del material se caracterizan a través del conocimiento de estos coeficientes. Se define la anisotropía planar, ΔR_p como:

$$\Delta R_p = \frac{R_0 - 2R_{45} + R_{90}}{2} \quad (2.8)$$

y la anisotropía normal, ΔR_n como:

$$\Delta R_n = \frac{R_0 + 2R_{45} + R_{90}}{4} \quad (2.9)$$

El material ideal para un proceso de embutido simétrico requiere que los valores de anisotropía planar sean lo más pequeños posibles mientras que el valor de la anisotropía normal, ΔR_n sea lo más elevado posible. El coeficiente ΔR_n investigado por Swift (1952) y Engler y Kalz (2004), está asociado a una buena embutibilidad, mientras que la anisotropía planar ΔR_p describe la tendencia del material a la formación de orejamiento (earring), ver Figura 2-12. Valores de $\Delta R_p > 0$ favorecen la aparición de orejamiento a 0° y 90° , mientras que valores de $\Delta R_p < 0$ se corresponden con la aparición de orejamiento a 45° .

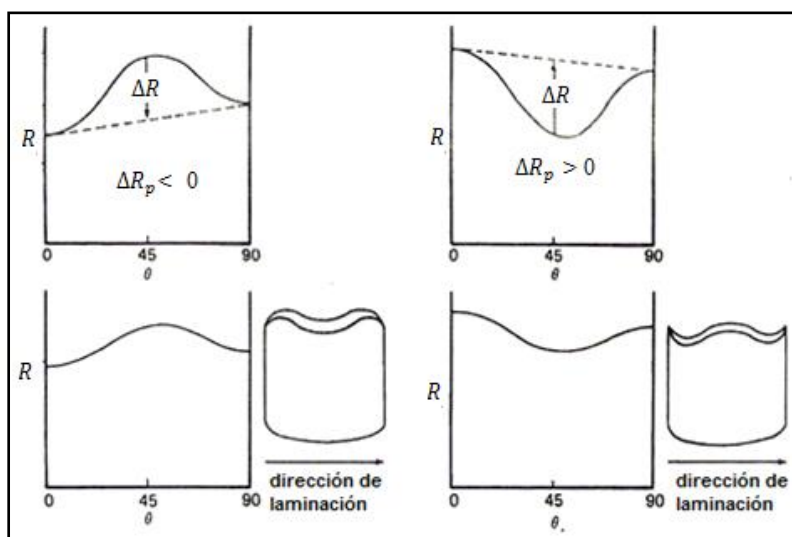


Figura 2-12: Efecto ΔR_p en el perfil de copas embutida [Wilson y Butler, 1961].

De esta manera, Engler y Kalz (2004) analizan los efectos de la textura cristalográfica en chapas de aluminio comercial laminadas a partir de simulaciones basadas en modelos de plasticidad cristalina viscoplástico autoconsistente (VPSC). Asimismo, Engler y Hirsch (2007) muestran además que las simulaciones corroboran el conocimiento establecido de que las texturas Cube en la recristalización causan orejamiento a 0° y 90° , mientras que la textura de laminación produce orejamiento a 45° . Otros estudios muestran que se puede describir con exactitud la respuesta mecánica anisotrópica de la chapa de aleación FCC usando un modelo de plasticidad cristalina basado únicamente en datos de

textura inicial, la ley de endurecimiento tipo potencial y una sola curva de tensión-deformación. De esta manera, Inal et al. (2010) proponen una metodología para sustituir ensayos mecánicos en la caracterización con pruebas virtuales para la identificación de los coeficientes de anisotropía involucrados en funciones de fluencia en escala macroscópica.

En materiales isotrópicos, R toma el valor unitario. Valores elevados de ΔR_n y cercanos a cero de ΔR_p constituyen buenos indicadores de embutibilidad, garantizando alta resistencia al adelgazamiento y al arrugado y, para piezas circulares, un conformado más simétrico. En las aleaciones de aluminio, cobre y latón son frecuentes valores entre 0.5 y 1.0 [Dieter, 1984]. Por otra parte, Abedrabbo et al. (2006) muestra que en una chapa de aleación de aluminio AA3003-H11 la variación de los parámetros de anisotropía R_0 , R_{45} y R_{90} aumentan con la temperatura, lo que sugiere que la formabilidad de la lámina de aluminio también mejora a temperaturas elevadas.

Del mismo modo, Fourmeau et al. (2011) estudian cómo afecta la anisotropía plástica en dos probetas con geometrías diferentes (una lisa y otra con muesca en forma de reloj de arena) en una aleación de aluminio AA7075-T651 que contiene precipitados de AlZnMg que aumentan las propiedades mecánicas. Los ensayos muestran que la textura cristalográfica y la morfología del grano dan lugar a una fuerte anisotropía plástica en la placa de ensayos de tracción lisa y es menor para muestras con muesca.

2.6 Embutido

El embutido es una operación que consiste en la formación de una copa a partir de un disco plano. Por medio de un punzón, un esfuerzo se ejerce sobre la chapa puesta sobre una matriz inferior llamada sufridera y sujeta con un apretachapa necesario para evitar arrugas en el proceso. El proceso está limitado por la posibilidad de fractura que ocurre durante el estirado donde la anchura máxima de la chapa rara vez es más que el doble del diámetro de la matriz. Este proceso se puede efectuar en frío o en caliente y permite obtener piezas de formas muy

variadas con un ritmo de producción muy elevado. Si se realiza en caliente, a una temperatura superior a la de recristalización, la pieza obtenida no posee acritud. En cambio, sí la embutición se efectúa en frío, el metal resulta con acritud, y por tanto, su límite elástico y su resistencia a la rotura aumenta, mientras que su alargamiento de rotura disminuye. Una parte de la energía gastada es absorbida por el rozamiento de la chapa donde la pérdida de esta energía disminuye utilizando un lubricante. En la pieza obtenida del proceso de embutido se observan tres zonas: el flange donde ocurre la deformación plástica, dirección radial (tracción) y transversal (compresión) [Engler y Kalz, 2004], la pared es la zona que debe soportar la fuerza que ejerce el punzón, sufre estiramiento axial simple, donde el esfuerzo principal máximo es de tracción y el fondo donde prácticamente no ocurren deformaciones. Las tensiones que se originan son complejas y el metal deformado puede ser muy anisotrópico (ver Figura 2-13).

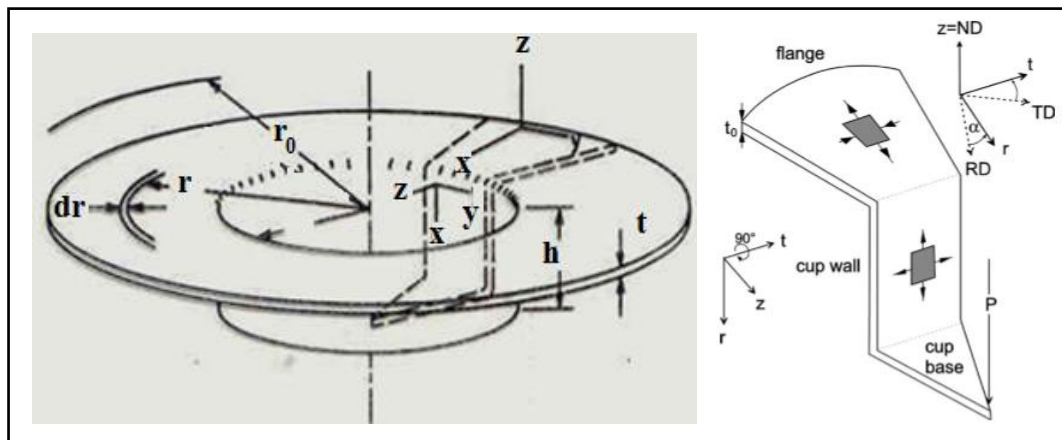


Figura 2-13: a) Esquema de la copa embutida, b) estados de esfuerzos desarrollado durante el embutido de una chapa [Engler y Kalz, 2004].

La falla en el proceso de embutido ocurre por inestabilidad plástica en tracción, cuando se forma un cuello en la parte baja del punzón, donde éste aplica la fuerza máxima. Si el disco inicial tiene un diámetro excesivo, la fuerza que deberá soportar la pared será excesiva, por eso existe la relación máxima de embutido (LDR, Limiting Drawing Ratio):

$$LDR = \frac{D_{inicial\ plantilla}}{D_{punzón}} = \frac{D_0}{D_p} \quad (2.10)$$

El LDR indica una medida de la severidad de una operación de embutido profundo. Ésta se define más fácilmente para una forma cilíndrica, como la relación entre el diámetro del disco inicial D_0 y diámetro del punzón D_p . Diversas investigaciones han mostrado LDR se relaciona con la deformación como:

$$\ln(LRD) = \mu(\Delta R_n + 1)^{1/2} \quad (2.11)$$

donde μ es la eficiencia del proceso de embutido y ΔR_n , Ec.(2.9). Por otro lado, la orientación del orejamiento de embutido (diferencia entre montes y valles de embutido) dependen de la variación de R con el ángulo respecto de la dirección de laminación y la altura de las orejas es proporcional a ΔR_p , Ec.(2.8).

La carga y sollicitación se determinan suponiendo un modelo donde el material se considera rígido plástico sin endurecimiento y no existe fricción del material con la herramienta. La superficie total del material se estima que permanece constante, es decir, el espesor antes y después del proceso es constante. El área al interior de un anillo circular es constante porque no hay cambio de espesor y es igual a:

$$\Sigma A_f = A_0 \quad (2.12)$$

$$\pi r^2 + 2\pi r_p h = \pi r_o^2 \quad (2.13)$$

donde r_p es el radio del punzón, r_o es el radio inicial, r es radio externo del flange en la etapa del proceso, derivando:

$$2\pi r dr + 2\pi r_p dh = 0 \quad (2.14)$$

Despejando queda:

$$dr = -r_p dh/r \quad (2.15)$$

La deformación circunferencial es $d\varepsilon_y = dr/r$; por conservación de volumen $d\varepsilon_x = -d\varepsilon_y$ y, por tanto, $d\varepsilon_x = r_p dh/r^2$, donde dh es el incremento de carrera del punzón. El incremento de trabajo por deformación plástica (dW) en un

elemento de volumen ($2\pi r t dr$) es: $dW = 2\pi r t dr (\sigma_x d\varepsilon_x + \sigma_y d\varepsilon_y + \sigma_z d\varepsilon_z)$. Bajo la condición de tensión plana queda $dW = 2\pi r t dr (\sigma_x - \sigma_y) r_p dh / r^2$. Aunque los valores relativos de σ_x y σ_y pueden variar con la posición del elemento, la diferencia ($\sigma_x - \sigma_y$) debe ser constante e igual a la tensión de fluencia del material en deformación plana, porque el material está fluyendo plásticamente. Aplicando las reglas de flujo plástico se tiene que la fuerza de embutido es:

$$F_{embutido} = \frac{dW}{dh} = \int_{r_p}^r 2\pi r t \sigma_{f(flange)} \frac{dr}{r} = 2\pi r t \sigma_{f(flange)} \ln\left(\frac{r}{r_p}\right) \quad (2.16)$$

h es la altura de la copa, t es el espesor de la chapa. La fuerza de embutido $F_{embutido} = dW/dh$ será máxima al comienzo del proceso si no hay endurecimiento, entonces $\sigma_{f(flange)} = \text{constante}$ alcanzando un valor:

$$F_{embutido(m\acute{a}xima)} = 2\pi r t \sigma_{f(flange)} \ln\left(\frac{D_0}{D_p}\right) \quad (2.17)$$

La formación de cuello en la pared llegará cuando:

$$\frac{F_{embutido(m\acute{a}xima)}}{2\pi r t} = \sigma_{f(pared)} \quad (2.18)$$

El límite de embutido se logrará igualando la tensión de embutido. Luego:

$$\ln(LDR) = \frac{\sigma_{f(pared)}^{\varepsilon_y=0}}{\sigma_{f(flange)}^{\varepsilon_z=0}} = \beta \quad (2.19)$$

Para un material completamente isotrópico, las anteriores tensiones de fluencia en la pared y en el flange son iguales, por tanto $\beta = 1$ y $LDR = e = 2.72$. Sin embargo, valores más reales están comprendidos entre 1.8 y 2.2.

2.7 Acopado hidráulico

Para determinar la tensión y deformación verdaderas es necesario utilizar el cálculo de la tensión polar, que se basa en la ecuación de Laplace de la teoría de la

membrana. Para un elemento axialmente simétrico, bajo la acción de una presión uniforme la ecuación de equilibrio puede ser escrita como:

$$\frac{\sigma_1}{\rho_1} + \frac{\sigma_2}{\rho_2} = \frac{p}{t} \quad (2.20)$$

donde σ_1 y σ_2 son los esfuerzos principales de la superficie; ρ_1 y ρ_2 son los radios de curvatura de la protuberancia en los dos meridianos (ver Figura 2-14); p es la presión hidráulica; t_b es el espesor polar real de la muestra.

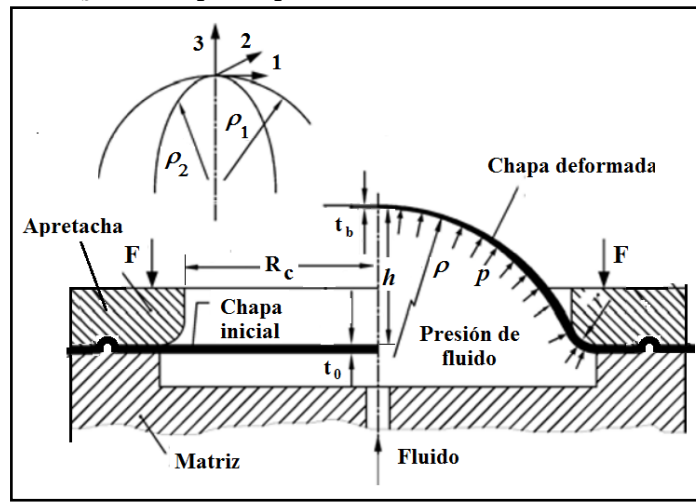


Figura 2-14: Modelo de acopado hidráulico que determinar la curva $\sigma_e - \varepsilon_e$.

Sobre la base de la suposición de que el material es isotrópico y la forma de la muestra deformada es esférica, el radio de curvatura es el mismo en cualquier sección meridiana $\rho_1 \cong \rho_2 = \rho$ y las tensiones polares son también equilibrada $\sigma_1 \cong \sigma_2 = \sigma$, la Ec. (4.9) queda:

$$\sigma = \frac{p \rho}{2t_b} \quad (2.21)$$

Para una membrana esférica con una proporción muy pequeña entre el radio de curvatura y el espesor polar, la teoría de la membrana asume que no hay efectos de flexión. También se descuida el componente normal de la tensión. Por lo tanto, la tensión equivalente, también llamado tensión biaxial (σ_e), se puede calcular mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_e = \frac{p \rho}{2t_b} \quad (2.22)$$

Suponiendo que el material es incompresible, y la forma de la muestra deformada es esférica, la deformación equivalente o biaxial (ε_e) es igual a la deformación real del espesor ε_t en la región polar. Por lo tanto, la ecuación utilizada para el cálculo de la deformación equivalente es:

$$\varepsilon_e = -\varepsilon_t = \ln\left(\frac{t_b}{t_0}\right) \quad (2.23)$$

Una de las expresiones que relacionan el radio de curvatura con la altura del domo puede ser obtenido en forma simple, en base a argumentos geométricos, asumiendo que el domo es esférico y despreciando la influencia del radio de empalme en la cavidad de la matriz. En base a estos argumentos Hill (1950) propone un modelo analítico que responde a la siguiente ecuación:

$$\rho = \frac{R_c^2 + h^2}{2h} \quad (2.24)$$

donde R_c es el radio de la matriz y h es la altura de acopado. No obstante, en este caso la matriz de la máquina de ensayo tiene un radio de empalme que se considera despreciable. La evolución del espesor en el polo de la probeta ha sido analizada por varios investigadores en profundidad: Hill (1950), Chakrabarty et al. (1970 y Kruglov et al. (2002) estos últimos desarrollan una fórmula simple basada en la hipótesis de que las deformaciones sobre el meridiano de la probeta se encuentran uniformemente distribuidas en la superficie del domo. Estudios recientes de Koç et al. (2011) realizan un estudio comparativo experimental de las diferentes aproximaciones, determinan que la fórmula propuesta por Kruglov aproxima con mayor precisión la evolución del espesor durante el ensayo según la siguiente expresión:

$$t_b = t_0 \left[\frac{(R_c/\rho)}{\arcsen(R_c/\rho)} \right]^2 \quad (2.25)$$

La Ec.(2.24) es válida en tanto el radio ρ sea mayor al radio de la abertura en la matriz R_c . La curva $\sigma_e - \varepsilon_e$, se obtienen del resultado del ensayo donde se mide la presión y la altura del domo aplicando las Ecs.(2.22) y (2.23).

2.8 Curva límite de conformado FLC

Esta curva representa un límite cuando la pieza sufre deformación segura de no falla (Ver Figura 2-15) zona verde y deformación insegura zona roja. También muestra la evolución de las deformaciones principales ε_1 y ε_2 en conexión con los diferentes estados de deformación a los que puede estar sometida la chapa, lado izquierdo uniaxial y lado derecho biaxial.

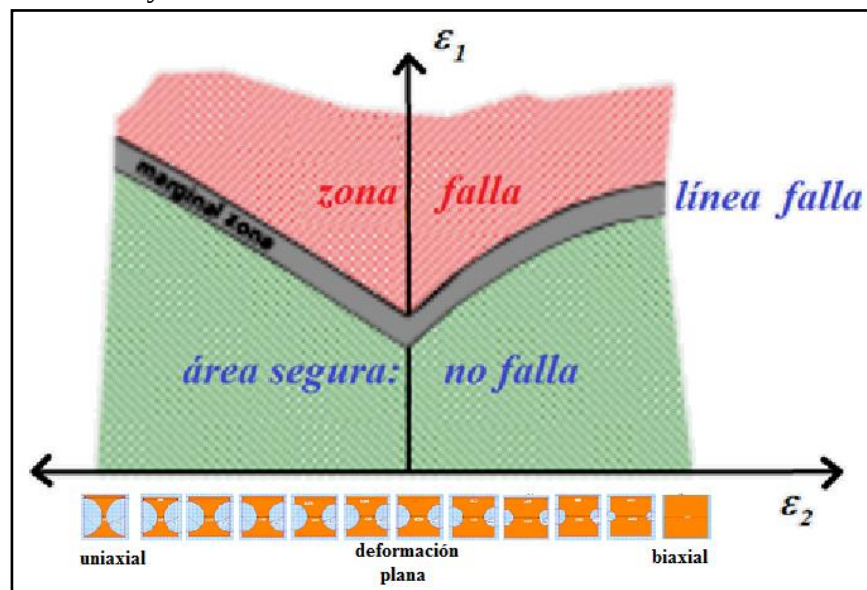


Figura 2-15: Geometría de probetas para construir la FLC.

La determinación experimental de la FLC no es una tarea simple, requiriendo en general una gran cantidad de geometrías de muestras y eventualmente más de un tipo de ensayo mecánico. Además, varios factores asociados al método de determinación influyen de manera compleja y no despreciable: condiciones de fricción, pequeñas desviaciones en las sollicitaciones mecánicas, debidas a efectos de flexión y variabilidad en los métodos de medición. De forma similar, factores asociados a propiedades del material (anisotropía plástica, endurecimiento

mecánico, sensibilidad a la velocidad de deformación) presentan también una marcada influencia en el desarrollo de la estricción y aparición de la fractura.

Las simulaciones numéricas posibilitan una mejor comprensión de los fenómenos de deformación y falla en agregados policristalinos, a través del examen de aspectos relacionados con la anisotropía del cristal simple y la heterogeneidad en la respuesta mecánica tensión-deformación.

Muchos trabajos se han hecho en los últimos años con el fin de aumentar la precisión de los programas de elementos finitos y la técnica de modelado. Holmberg et al. (2004) realizan un estudio en aceros que incluye tanto el trabajo numérico y experimental, donde encuentran que ocurren problemas, como el adelgazamiento excesivo, arrugas, estiramiento insuficiente, margen seguro, como se muestra Figura 2-16, estas condiciones se evalúan mediante los niveles de deformación.

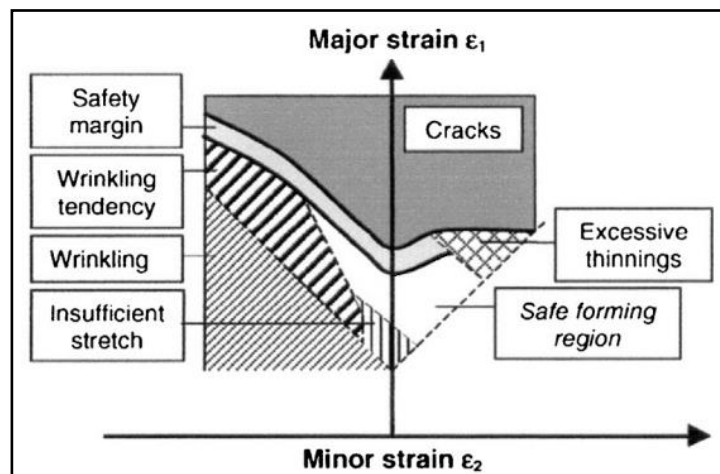


Figura 2-16: Problemas en una curva límite de conformado [Holmberg et al. 2004].

Las simulaciones se realizan con el fin de encontrar el diseño apropiado de la probeta antes del ensayo y para la realización de estudios de parámetros que proporcionan una medida del riesgo de falla. En la literatura se sabe que la FLC depende de la anisotropía y de la textura cristalográfica [Zhou y Neale, 1995; Tóth et al. 1996; Wu et al. 1997; 1998; Yoshida et al. 2007]. En la Figura 2-17, se muestra que las FLC van cambiando para distintos materiales, por ejemplo para

aleaciones de aluminio esta curva está muy abajo y para aleaciones más resistentes como el acero está más arriba. Además, en esta misma se coloca el resultado de la FLC de Chiba et al. (2013), aleación AA1100-H24, que se indica con una línea roja, condición cercana al material original de este estudio.

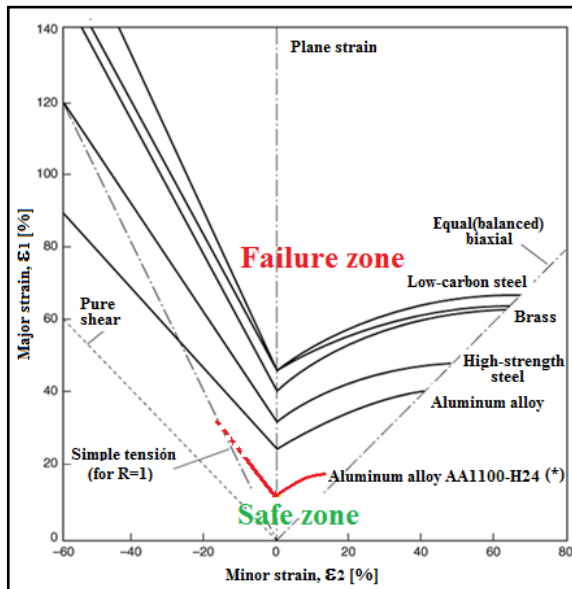


Figura 2-17: FLCs de diferentes materiales [Kalpakjian, 1997].

Por otro lado, la anisotropía y la textura cristalográfica también dependen considerablemente de los elementos de aleación, del proceso sufrido, del tratamiento térmico y del espesor de la chapa. Al elegir un material para una determinada aplicación, se debe establecer un compromiso entre las propiedades funcionales requeridas en la pieza y la formabilidad. El material a trabajar debe ser capaz de distribuir las deformaciones de manera uniforme y alcanzar altos niveles de deformación sin presentar estricción o romperse.

Análisis de sensibilidad de la FLC

La distribución de las deformaciones en el proceso de conformado está influenciada por algunos factores físicos: el coeficiente de endurecimiento n , la sensibilidad a la velocidad de deformación m , el camino de deformación ρ , el

factor de anisotropía plástica R , el desarrollo de daño estructural y la deformación en el plano y fuera del plano.

Endurecimiento por deformación

El exponente de endurecimiento n por deformación es la medida del aumento en la dureza y la resistencia mecánica causada por la deformación plástica. Se obtiene de la ecuación de Hollomon en la zona plástica dada por la ecuación siguiente:

$$\sigma = K \varepsilon^n \quad (2.26)$$

donde n es el coeficiente de endurecimiento y K es el coeficiente de resistencia o módulo plástico. Para determinar estos coeficientes se representa los valores de tensión y deformación en escala logarítmica, donde la pendiente de la recta nos dará el coeficiente de endurecimiento n . Este tiene un efecto no despreciable sobre la formabilidad. En la escala macroscópica se observa que con valores elevados de la tasa de endurecimiento posibilitan niveles de conformado de grado mayor, fundados en el control automático interno de los gradientes de deformación. A escala microscópica, el fenómeno resulta de las interacciones entre dislocaciones y obstáculos y además entre las propias dislocaciones.

Sensibilidad a la velocidad de deformación

La sensibilidad a la velocidad de deformación m sobre las curvas FLC es independiente de la elección de criterio de fluencia que se aplique [Li y Chandra, 1999]. La FLC se desplaza hacia arriba al aumentar el valor m . Las simulaciones del modelo extendido MK-VPSC muestran que, dependiendo del valor de m , no sólo cambia el nivel sino también la forma de la FLC [Serenelli et al. 2011], como se ve en la Figura 2-18a y 2-18b.

Caminos de deformación

Posteriormente, Hosford y Duncan (1999) analizan el efecto del cambio en los caminos de deformación para una aleación de aluminio AA2008-T6. Los autores encuentran que la pre-deformación en sentido de tracción uniaxial seguido de

deformación plana o tensión biaxial aumentan la FLC, mientras que pre-deformación en sentido de tensiones equibiaxiales seguido de deformación plana o tensiones equibiaxiales la disminuyen, tal como se observa en las Figuras 2-19a y 2-19b.

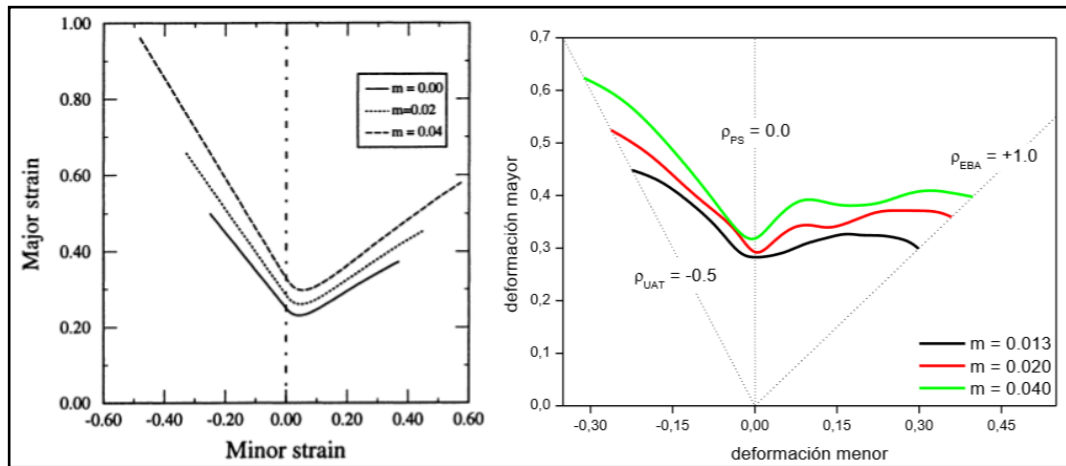


Figura 2-18: El efecto de la sensibilidad a la velocidad de deformación en el límite de conformado, a) Li y Chandra (1999), b) Serenelli et al. (2011).

Por tanto, el problema con la FLC es que únicamente son válidos los procesos con caminos de deformación lineales, es decir, con una relación de deformación constante durante el proceso de conformado [Stoughton, 2000].

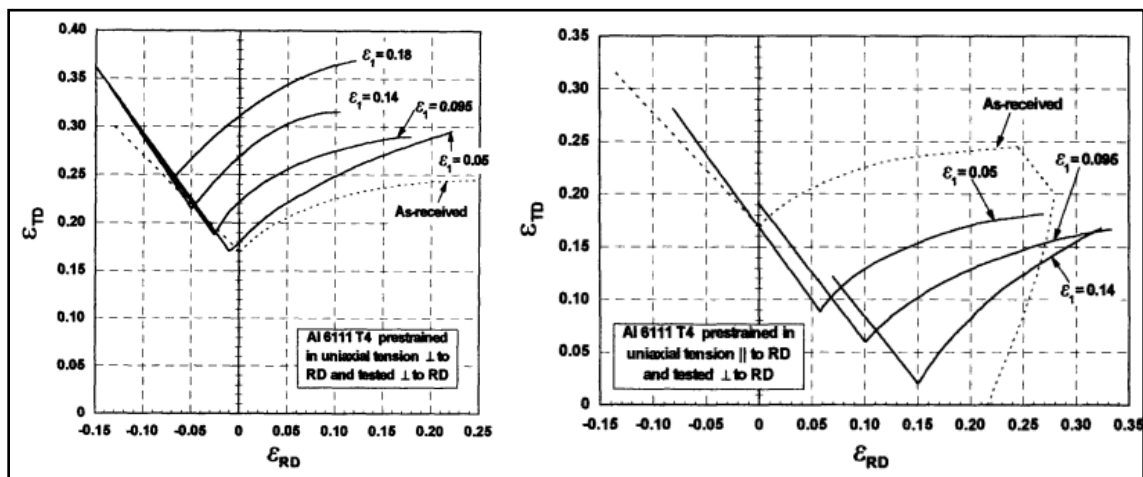


Figura 2-19: Efecto del camino de deformación en la FLC en AA2008-T6, a) tensión uniaxial, b) tensión biaxial, [Graf y Hosford, 1994].

La rápida expansión en la utilización de la FLC como herramienta de diseño en procesos de conformado derivó en una multiplicidad de desarrollos, tanto de técnicas experimentales como de criterios para la determinación de las deformaciones límites. En este sentido, se establece una forma acerca de cuáles deben ser los ensayos necesarios y suficientes para obtener información unificada como también un criterio de valoración para la determinación de las deformaciones límites. En 2002, aparece el primer intento de normalización con la ASTM-E2218 (actualizada en 2008). En ésta se establece una metodología basada en un ensayo de punzón semiesférico sobre probetas con círculos impresos como patrón de deformaciones, incorporando el concepto FLC y estableciendo un criterio de vecindad para la determinación de las deformaciones límite. Esta norma advierte además sobre la incapacidad de esta metodología para procesos con caminos de deformación no monotónicos y de sollicitación mecánica variable. El desarrollo estándar más acabado se consigue en la reciente ISO-12004 del año 2008. Se pretende que la FLC sea una característica del material: reproducible, confiable, representativa e independiente del laboratorio en que se llevan a cabo los ensayos.

2.9 Modelos basados en criterio de plasticidad

El análisis de los problemas complejos de ingeniería, como el conformado de chapas, requiere la solución de las ecuaciones de la mecánica de sólidos, junto con relaciones constitutivas adecuadas en función de las propiedades microestructurales de los materiales utilizados. Las condiciones de fluencia para policristales de un cierto material se dividen en dos: **modelos fenomenológicos** basado en un enfoque continuo, que consisten en la adopción de un potencial plástico con ciertos parámetros ajustables, de la forma: $f(\sigma_{ij}, \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$ donde los λ_i son los parámetros a determinar y el **modelo de deformación del policristal**, que se basa en un enfoque físico consistente en la determinación de la respuesta plástica de un policristal en base al comportamiento plástico de los

granos que lo componen, este requiere la resolución de problema de la deformación plástica del cristal, el que se aplica en esta tesis.

2.9.1 Modelos fenomenológicos o aproximación macroscópica

Desde un punto de vista macroscópico, la deformación plástica⁵ de metales se modela habitualmente utilizando modelos fenomenológicos, basados en la fluencia plástica, donde el conjunto de estados de tensión que provocan fluencia plástica en un material define una superficie en el estado de las componentes de tensión, llamada superficie de fluencia (YS, Yield Surface) descrita por la ecuación:

$$f(\sigma_{ij}) = \bar{\sigma} \quad (2.27)$$

La función de fluencia f describe la forma de la superficie de fluencia, mientras que el escalar $\bar{\sigma}$ denominado tensión equivalente define el tamaño de la misma. La función $f(\sigma_{ij})$ en la Ec.(2.27) se denomina potencial plástico.

La YS debe cumplir con la regla de normalidad, que establece que la dirección del incremento de deformación plástica provocado por un estado de tensiones que pertenece a la superficie de fluencia es normal a la misma en dicho punto:

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2.28)$$

donde $\dot{\varepsilon}_{ij}$ es la velocidad de deformación plástica, en todo punto ortogonal a la YS, λ es una constante. Esta regla permite, una vez definida la función de fluencia, determinar el estado de deformación plástica del material. La Ec.(2.28) se denomina regla de flujo.

El conocimiento de la superficie de fluencia permite definir límite de carga de elementos estructurales, estudia la inestabilidad plástica, dota de una relación constitutiva a los elementos de un código de elementos finitos, etc. Por ello, todos

⁵ La deformación plástica se produce por el deslizamiento debido a dislocaciones y/o el maclado de cada grano y depende de la orientación, el tamaño y la forma del grano.

los criterios de falla de materiales dúctiles se llaman Criterios de Fluencia; sin embargo, estos criterios no permiten determinar la relación existente entre la microestructura y su comportamiento macroscópico.

La superficie de fluencia evoluciona con la deformación plástica, lo cual es una expresión generalizada del endurecimiento mecánico verificado en ensayo uniaxial. Para cada instante del proceso de deformación la función f satisface las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned} f(\sigma_{ij}) &< 0 \text{ corresponde a la zona elástica} \\ f(\sigma_{ij}) &= 0 \text{ corresponde a la zona plástica} \\ f(\sigma_{ij}) &> 0 \text{ no admisible físicamente} \end{aligned} \tag{2.29}$$

Uno de los primeros criterios de fluencia propuestos para materiales isotrópicos es el Criterio de Fluencia de von Mises [von Mises, 1928] que supone que el material policristalino es homogéneo a nivel macroscópico, de modo que la superficie de fluencia depende de la medida de tensión y la deformación macroscópica, así como de su tasa. Más tarde, se introduce por primera vez el concepto de la anisotropía en la ecuación de fluencia con el Criterio de Fluencia de Hill 1948. Éste es la base de la teoría anisotrópica en deformación plástica y posteriormente este mismo criterio se perfecciona con los criterios propuestos por Hill (1950, 1979, 1990, 1993); Hosford (1979); Barlat y Lian (1989) (Yld'89); Barlat et al. (1991, 1997, 2004).

La descripción de algunos de estos criterios ampliamente usados se explica en el anexo B. Dado un tensor de tensiones arbitrario, referido a un cierto sistema de referencia, es siempre posible determinar otro sistema de referencia llamado sistema de ejes principales, tal que el tensor de tensiones, expresado en dicho sistema resulte diagonal, donde estos ejes principales constituyen las tres componentes principales de tensión $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$, que definen un espacio tridimensional llamado espacio de las tensiones principales. Es usual que los

criterios de fluencia sean formulados en función de dichas componentes principales de tensión.

A continuación se representan esquemáticamente en la Figura 2-20 las formas de la superficie de fluencia de una aleación de aluminio con diferentes criterios de fluencia para von Mises, Hill'48, Barlat Yld'89 y Tresca.

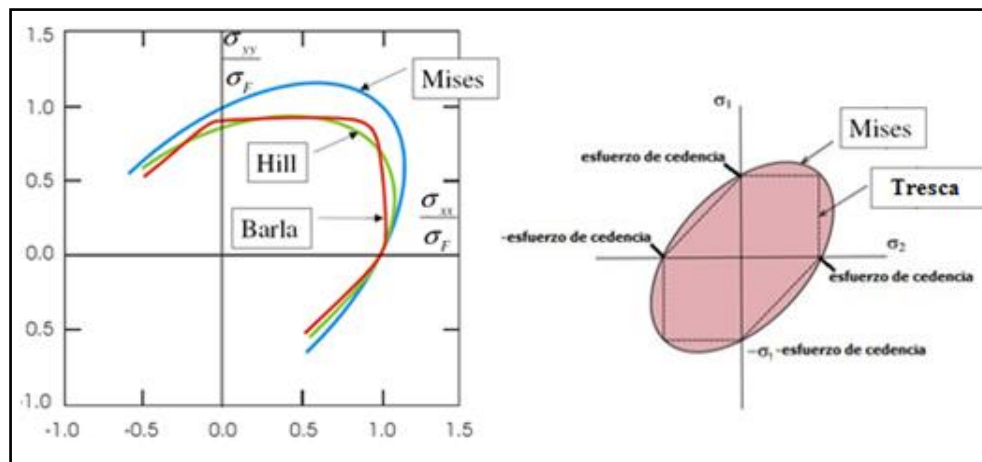


Figura 2-20: Comparación en general de los criterio de fluencia, a) von Mises, Hill'48 y Barlat Yld'89, b) von Mises y Tresca.

En lo que sigue, se presentan diferentes estudios recientes de la capacidad de las diferentes funciones de fluencia para predecir la FLC, con el enfoque de Marciniak-Kuczinski (MK) en chapas de aluminio. Como la formabilidad de la chapa de metal se evalúa habitualmente por la deformación fuertemente dependiente de la trayectoria, Barata da Rocha et al. (2009) utilizan a través de experimentos una aleación de aluminio AA6016-T4 y simulaciones numéricas, con varios criterios de fluencia fenomenológica y MK, en el análisis de la FLC se incorporan caminos de deformación no proporcional (ver Figura 2-21).

Comparando los datos experimentales el mejor acuerdo se encuentra cuando la forma de la superficie de fluencia se describe por el criterio Yld'96. Al mismo tiempo, Hill'48 sobrestima el límite de conformado biaxial en estiramiento, aunque el criterio de Hill'79 satisface la deformación límite en deformación plana uniaxial y biaxial no reproduce la forma experimental. La FLC experimental

coincide con la función Yld'96. Además, se incluye la curva $\sigma - \varepsilon$ para las tres direcciones RD, DD y TD y la superficie de fluencia. El mismo resultado presenta Butuc et al. (2002) para aleaciones de la serie AA5xxx indica el efecto de la forma de la superficie de fluencia en la capacidad de estiramiento, a la derecha de la FLC, y la influencia de la trayectoria de la deformación cambia el límite de conformado ver Figura 2-22.

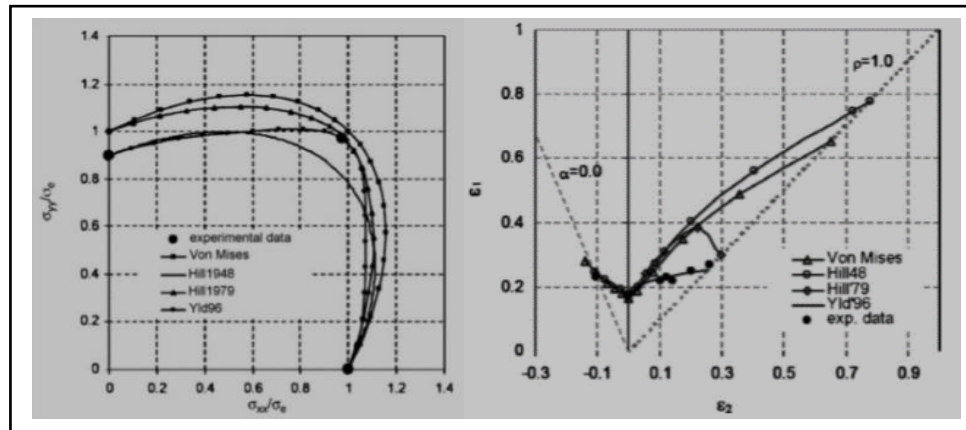


Figura 2-21: Curva experimental y teóricas de AA6016-T4: a) curva $\sigma - \varepsilon$, b) superficie de fluencia. c) FLC [Barata da Rocha et al. 2009].

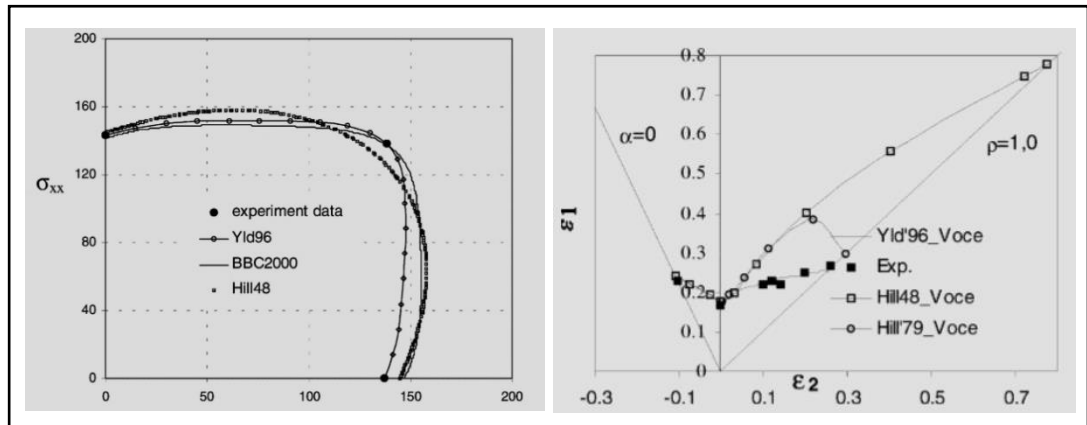


Figura 2-22: Comparación experimental y numérica de la aleación de aluminio AA5xxx, a) superficie de fluencia, b) FLC [Butuc et al. 2002].

Además, el resultado experimental muestra acuerdo con la deformación límite para caminos de deformación complejos, usando el criterio Yld'96 y la ley de endurecimiento de Voce. Estudios de Dasappa et al. (2012), muestran que la FLC

predicha dependen fuertemente del método de determinación de los parámetros de los materiales utilizados en las funciones de fluencia, ver Figura 2-23.

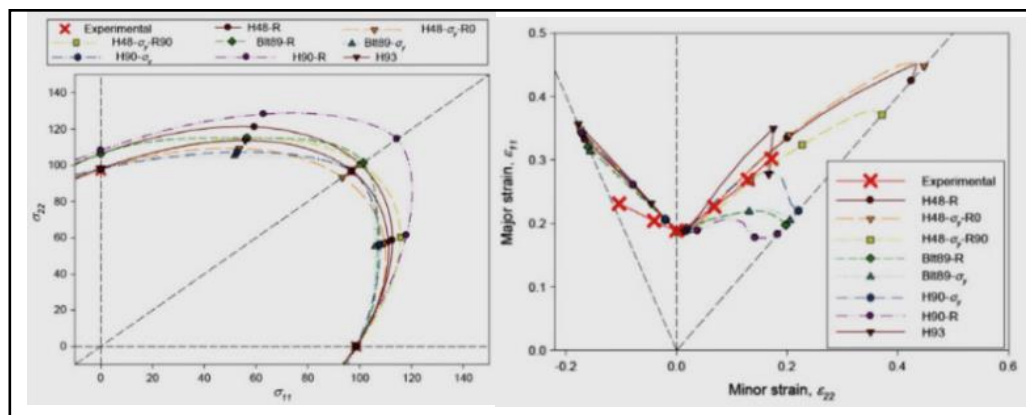


Figura 2-23: Curvas experimental y numérica de AA5754: a) $\sigma - \varepsilon$, b) superficie de fluencia en tensión plana, c) FLCs [Dasappa et al. 2012].

Además, las simulaciones muestran que para el estiramiento biaxial, la forma de la superficie de fluencia, es el factor más dominante que afecta la FLC, por otro lado, Li et al. (2012) hace una comparación de las FLCs obtenida basándose en la teoría MK y usando varias funciones de fluencia en una aleación de aluminio 2B06 (ver Figura 2-24).

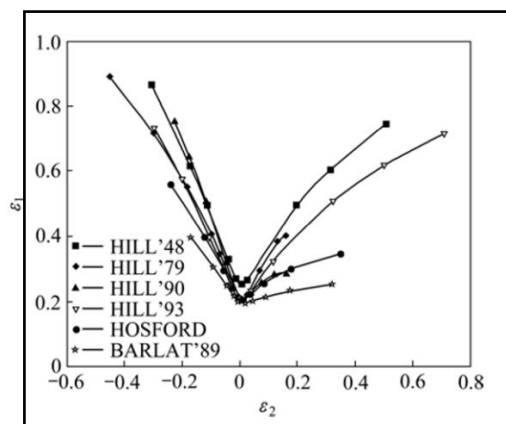


Figura 2-24: FLC con MK, función de fluencia en Al 2B06 [Li et al. 2012].

De esta manera, la influencia de las diferentes funciones de fluencia puede ser ignoradas porque las FLCs son las mismas en el estado de deformación plana. Asimismo, Li et al. (2013), presentan los trabajos experimentales y numéricos

donde utiliza el ensayo de cúpula semiesférica con muestra de diferentes anchuras, que se basan en la teoría MK y criterios de fluencia fenomenológicos, como son: von Mises, Hill'48, Hosford y Yld'89 para la aleación de aluminio-litio AA2198-T3, tanto en la Figura 2-23 y Figura 2-24, se ve que para diferentes funciones de fluencia, el valor en deformación plana se acerca a $\varepsilon_1 \approx 0.2$.

En la Figura 2-25 muestra diferencia entre las cuatro curvas numéricas. Todas están de acuerdo con la curva experimental en la zona cercana al estado de deformación plana es $\varepsilon_1 \approx 0.1$. En este caso la curva obtenida con el criterio de Hosford, se aproxima a los resultados experimentales. También se presentan las curvas $\sigma - \varepsilon$ en las direcciones de RD, DD y TD, que presentan anisotropía.

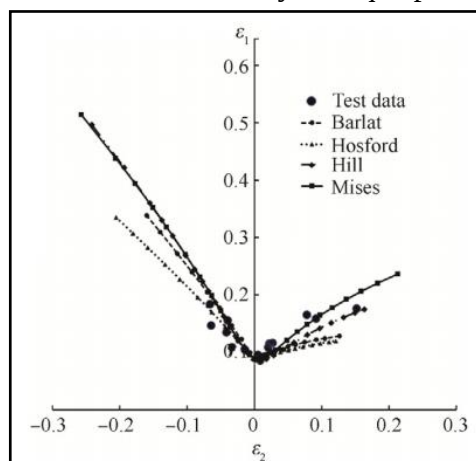


Figura 2-25: Chapa de AA2198-T3(Al-Li): a) curva experimental $\sigma - \varepsilon$ para RD, DD y TD, b) las FLCs experimental-numérica con MK [Li et al. 2013].

Finalmente, un estudio más reciente de Zhang et al. (2014) presenta el mismo resultado de los casos anteriores, bajo carga proporcional y deformación plana, en este caso el criterio de fluencia Yld'2003 y el Yld'89 son los que más se aproximan a los datos experimentales (ver Figura 2-26).

En resumen, las FLCs numéricas aplicadas a los diferentes criterios de fluencia presentan diferencias y coinciden en el valor de deformación plana, en todos los casos con el valor experimental en las diferentes aleaciones de aluminio ($0.1 \leq \varepsilon_1 \leq 0.3$). Además, Barata da Rocha et al. (2009); Butuc et al. (2002); Dasappa et

al. (2012); Zhang et al. (2014) encuentran que la forma de la superficie de fluencia afecta la formabilidad.

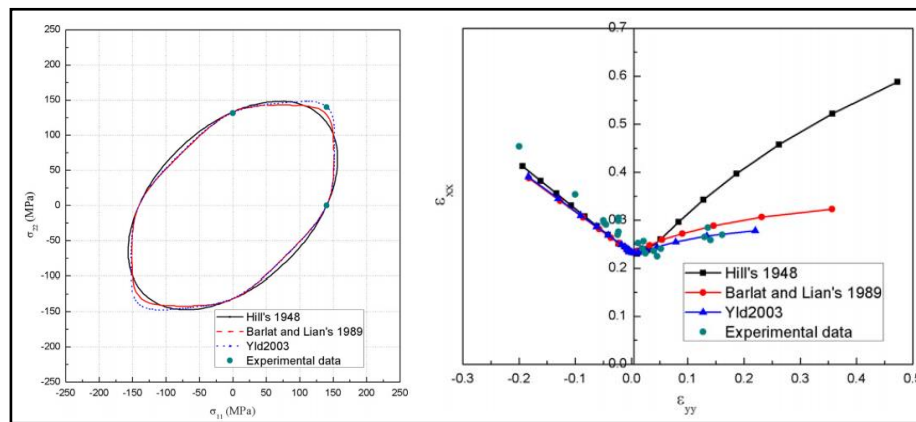


Figura 2-26: Comparación experimental y numérica de la aleación AA6111-T43: a) superficie de fluencia, b) FLCs [Zhang et al. 2014].

2.9.2 Modelos de deformación del policristal

Por otro lado, los criterios de fluencia físicos utilizan la información sobre los granos que conforman el agregado policristalino. Históricamente se han destacado el modelo de Taylor o límite superior [Taylor, 1938], el modelo de Sachs o límite inferior [Sachs, 1928]; Bishop y Hill, (1951a, b) y el modelo de condiciones relajadas [Kocks y Chandra, 1982]. En estos modelos los parámetros de los materiales pueden obtenerse a partir de un simple ensayo de tracción. Sin embargo, no permiten establecer la relación entre la microestructura y el comportamiento macroscópico.

Además de las hipótesis extremas de Taylor y Sachs, en los últimos años se ha desarrollado el modelo viscoplastico autoconsistente (VPSC), que es el utilizado en el presente trabajo, el cual ha sido implementado por Lebensohn y Tomé (1993) con las correspondientes mejoras propuestas sobre la formulación de Signorelli et al. (2009). Este modelo acopla conceptos sobre la base de la evolución de la microestructura y las propiedades mecánicas para simular la deformación plástica de materiales policristalino, en ambas escalas microscópicas y macroscópicas. En

la escala microscópica la simulación se basa en un modelo continuo de la plasticidad cristalina de la deformación de los granos, mientras que en la escala macroscópica cada punto corresponde a un sólido policristalino de tal manera que la respuesta plástica se determina utilizando una técnica de homogeneización.

Actualmente, se investigan modelos multiescala que acoplan elementos finitos con modelos de plasticidad cristalina [Segurado et al. 2012; Knezevic et al. 2013]. Esta técnica utiliza como modelo macroscópico del material uno de elementos finitos para determinar la respuesta mecánica a escala macroscópica como punto de partida para la determinación de la deformación de cada policristal, de tal manera que la evolución de la microestructura se actualiza durante la simulación. A continuación se describen algunos modelos de plasticidad policristalina y de inestabilidad plástica.

a) Modelos de Taylor y Sachs

La evolución de la textura durante un proceso de laminación se ha simulado utilizando distintos modelos de deformación plástica de policristales. Hay muchos modelos desarrollados con este objetivo, que vinculan el comportamiento del cristal simple con el policristal a través del método de homogeneización. Entre los clásicos se pueden mencionar modelos de condiciones totalmente impuestas (FC, Full Constraints) como el formulado por Taylor (1938) y Sachs (1928), considerados como modelos de referencia hasta hoy. En ambos casos el único mecanismo operativo es el deslizamiento cristalográfico. Este es homogéneo dentro de cada grano y la deformación de un grano está determinada únicamente por su orientación.

Taylor formula el modelo de deformación del policristal más ampliamente utilizado en el cálculo del desarrollo de textura, debido a su simplicidad y su indudable sustento físico en relación con materiales de baja anisotropía plástica. La hipótesis de Taylor FC consiste en asignarle a cada grano una deformación idéntica a la deformación del policristal:

$$d = D \quad (2.30)$$

donde d y D son las deformaciones en los granos y en el agregado respectivamente. Dado que la deformación en cada grano se encuentra completamente determinada, la hipótesis de Taylor requiere la activación simultánea de 5 sistemas independientes de deformación. La desventaja es el incumplimiento del equilibrio de tensiones en los bordes de grano. Este desajuste de las tensiones intergranulares será mayor cuanto mayor sea la anisotropía plástica de los granos que componen el policristal. Por lo tanto, con el modelo de Taylor se obtienen buenos resultados en el caso de materiales de baja anisotropía plástica (p.ej.: materiales FCC de alta energía de falla de apilamiento).

La hipótesis de Sachs, consiste en suponer que la tensión en cada grano es paralela a la tensión macroscópica y posee una magnitud suficiente como para activar el deslizamiento en el sistema más favorablemente orientado, es decir, cada grano deforma predominantemente por deslizamiento simple (excepto para el caso en el cual ciertos granos presenten orientaciones muy particulares). La desventaja es que predice incompatibilidades en deformación que producen la disgregación del policristal. Bajo la hipótesis de Taylor, el policristal es infinitamente rígido, incapaz de acomodar la más mínima incompatibilidad en deformación y, por lo tanto, condiciona completamente el comportamiento del grano. Pero, según la hipótesis de Sachs, el policristal es infinitamente compliant. De esta manera, cada grano puede deformar libremente, ya que el policristal es capaz de acomodar una incompatibilidad espacial completamente arbitraria, lo que conduce al cambio de forma representado en la Figura 2-27.

Los modelos de Taylor y Sachs constituyen dos extremos y se los convierte respectivamente en los límites superior e inferior del comportamiento plástico del policristal. Posteriormente fueron mejorados por Leffers (1979) quien propuso el modelo de condiciones relajadas (RC, Relaxed Constraints), en el cual se admitía además otros cambios de formas más complejas. En general estos predicen, en diferente grado, una reorientación precoz de los cristales, dando lugar a la

formación de texturas muy concentradas para deformaciones intermedias y no tienen en cuenta la influencia de vecinos cercanos.

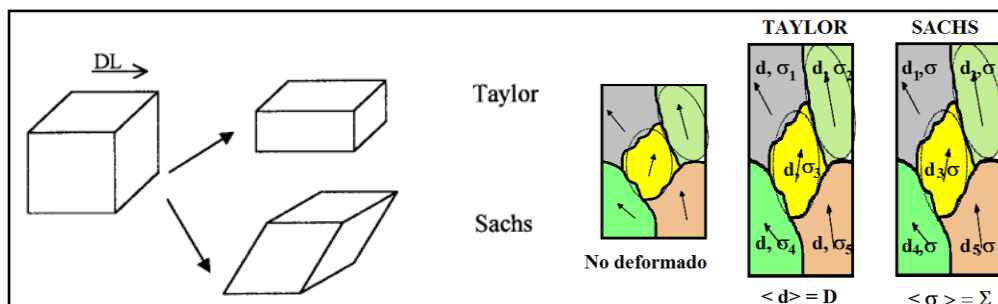


Figura 2-27: Modelos de plasticidad policristalina de Taylor y Sachs.

b) Modelos autoconsistentes

En los últimos años ha sido creciente el estudio de la modelización del comportamiento de materiales a nivel microestructural, donde la deformación juega un papel crucial en sus propiedades mecánicas. Se ha desarrollado una amplia gama de modelos analíticos para determinar el comportamiento elastoplástico, basado en el método de la inclusión elástica equivalente [Eshelby, 1957]. En dichos modelos analíticos, las tensiones y deformaciones se describen a partir de un esquema autoconsistente.

Este método fue inicialmente propuesto para calcular las propiedades elásticas efectivas de los materiales polifásicos y, posteriormente, se aplicó utilizando una formulación incremental a problemas de elasticidad no lineal [Kroner, 1958]. El modelo autoconsistente asume al material policristalino como un conjunto discreto de orientaciones cristalográficas. Estas orientaciones representan los granos, y los pesos son la fracción de volumen de los mismos en el policristal, representando ambos la textura inicial del material. Cada grano es tratado como una inclusión viscoplástica en un medio homogéneo equivalente, también con propiedades viscoplásticas. En los dos casos, tanto inclusión como matriz, pueden tener propiedades completamente anisótropas. Los mecanismos de deformación a nivel del grano pueden ser el deslizamiento y/o el maclado. El estado de tensión-

deformación y propiedades a nivel del agregado se obtienen al cabo de la resolución autoconsistente del problema inclusión-matriz.

2.10 Modelos basados en las teorías de inestabilidad plástica

Muchos intentos se han hecho para predecir las FLCs, teniendo en cuenta la teoría de la plasticidad, parámetros de los materiales y las condiciones de inestabilidad. Las deformaciones limitantes para la condición de formación del cuello difuso, se han derivado por Swift (1952), en el supuesto de que la inestabilidad plástica se produce a una carga máxima, para carga proporcional. En estampados industriales los niveles máximos admisibles de tensión no se determinan difuso, por lo tanto la curva límite estricción difusa tiene poco interés práctico. Más tarde, Hill (1948) describe por primera vez la estricción localizada en láminas finas bajo estados de tensión plana, este análisis predice deformación plástica localizada en las direcciones características de extensión cero, que sólo pueden suceder durante los estados de tensión, donde una de las deformaciones de la superficie es negativa. La teoría más ampliamente usada actualmente es la de Marciniak y Kuczynski, (MK) [Marciniak et al. 1967] basada en la suposición de que la estricción se desarrolla a partir de las regiones locales de heterogeneidad inicial, la cual permitió una descripción completa del proceso de estricción, bajo diversas condiciones dada de tensión plana. A continuación se describen brevemente estas teorías.

2.10.1 Teoría de la inestabilidad difusa de SWIFT

En 1952 SWIFT desarrolla una ampliación del criterio de Considère [Considère, 1885]. Sostiene que admitiendo un estado de tensión plana ($\sigma_{33} = 0$) y cargas proporcionales, la condición de inestabilidad de la deformación plástica ó estricción difusa se obtiene evaluando el estado para el cual la carga alcanza un valor máximo:

$$F_1 = \sigma_{11}A_1 \quad (2.31)$$

$$F_2 = \sigma_{22}A_2 \quad (2.32)$$

Según Considère las fuerzas en las dos direcciones son las siguientes:

$$dF_1 = d\sigma_{11}A_1 + \sigma_{11}dA_1 \quad (2.33)$$

$$dF_2 = d\sigma_{22}A_2 + \sigma_{22}dA_2 \quad (2.34)$$

Por lo tanto, la teoría de SWIFT plantea que la condición de estricción difusa se obtiene evaluando el estado para el cual la carga alcanza un valor máximo:

$$dF_1 = dF_2 = 0 \quad (2.35)$$

En procesos industriales, la formabilidad está en general limitada por la estricción localizada y no por la difusa, por lo que este criterio tiene aplicabilidad limitada. Este criterio de inestabilidad es también denominado criterio de fuerza máxima (MFC).

2.10.2 Teoría de la inestabilidad de HILL

La descripción dada por Hill permite la predicción a través de la inestabilidad del espesor en la chapa cargada biaxialmente. Esta inestabilidad toma la forma de una banda de formación de cuello, como se muestra en la Figura 2-28. En un análisis de dos dimensiones, la aparición de este cuello es posible a lo largo de una línea, característica de cero extensiones en el plano de la lámina ($\dot{\epsilon}_n = 0$).

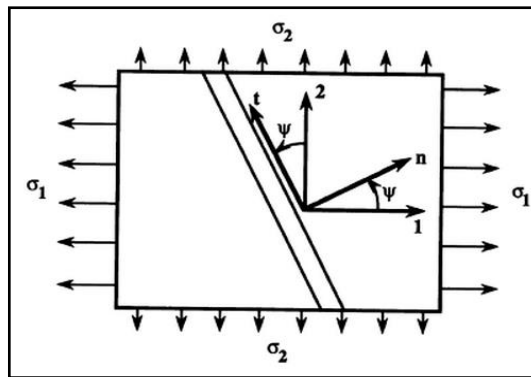


Figura 2-28: El inicio de una banda estricción largo de una línea de cero extensiones según el análisis de Hill de localización en chapa.

Suponiendo, por convención, que $\dot{\epsilon}_2 < \dot{\epsilon}_1$, esta condición permite la determinación del ángulo $\psi = (1, n)$ que define la orientación de la banda.

$$\psi = \text{Arctan}(\sqrt{-\rho}) \quad (2.36)$$

donde $\rho = \dot{\varepsilon}_2/\dot{\varepsilon}_1$ es la relación de la velocidad de deformación nominal. Por otra parte, bajo el supuesto de tensión plana, las ecuaciones de equilibrio normalmente a la banda son $(\partial/\partial X_n)(h\sigma_{na}) = 0$ con $a = n, t$, donde σ_{na} , los componentes de la tensión de Cauchy y h es el espesor de la lámina. Las condiciones de inestabilidad asociada a la estacionalidad simultánea de $\sigma_{nn}h$ y $\sigma_{nt}h$ puede ser escrito como:

$$\frac{d\sigma_{nn}}{\sigma_{nn}} + \frac{dh}{h} = 0 \quad (2.37)$$

$$\frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} + \frac{dh}{h} = 0 \quad (2.38)$$

Estas condiciones se verifican simultáneamente en el caso de una relación de tensión constante. Suponiendo además endurecimiento isotrópico y definiciones apropiadas de tensión equivalente ($\bar{\sigma}$) y deformación equivalente ($\bar{\varepsilon}$), las siguientes identidades son satisfechas:

$$\frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} + \frac{d\sigma_{nt}}{\sigma_{nt}} = \frac{d\bar{\sigma}}{\bar{\sigma}} \quad (2.39)$$

y

$$\frac{d\varepsilon_3}{\varepsilon_3} = \frac{d\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}} \quad (2.40)$$

donde ε_3 es la deformación del espesor. Finalmente, observando que $dh/h = d\varepsilon_3$, usando la ley de potencia, $\bar{\sigma} = K\bar{\varepsilon}^N$ (que es $d\bar{\sigma}/\bar{\sigma} = N d\bar{\varepsilon}/\bar{\varepsilon}$) la condición de la Ecs.(2.39) y (2.40) tenemos:

$$\varepsilon_3 = -N \quad (2.41)$$

usando la condición de incompresibilidad plástica.

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_2 = N \quad (2.42)$$

La condición para la orientación de la estricción local de la banda en la predicción de Hill, está restringida a los márgenes de embutición ($\varepsilon_2 < 0$). Vale la pena

señalar que la Ec.(2.42) es cierta, independientemente de la forma de la superficie de fluencia, la cual sólo proviene de las diferentes relaciones de deformación $\rho = \varepsilon_2/\varepsilon_1$ correspondiente a una relación de tensión dada $\rho = \sigma_2/\sigma_1$. Por ejemplo, con el criterio de fluencia cuadrática de Hill con la suposición de isotropía en el plano de la lámina, el camino de deformación está vinculada a la relación de tensiones por:

$$\rho = \frac{(1+R)a-R}{(1+R)-Ra} \quad (2.43)$$

Donde R es el coeficiente de anisotropía, identificado como la relación de la velocidad de deformación entre anchura y espesor en un ensayo de tracción uniaxial. Según el análisis de Hill, el efecto del coeficiente R en las operaciones de embutición profunda, por lo tanto, debe ser atribuida a esta dependencia de la trayectoria de deformación en R . Pero la condición no puede satisfacerse porque la línea de tensión cero no existe bajo estiramiento biaxial [Ferron y Zeghloul, 1993].

2.10.3 Teoría de la inestabilidad con MK

Este modelo se basa en la hipótesis de la existencia de la pérdida de estabilidad que se manifiesta por una ranura que se encuentra en una dirección perpendicular a la tensión principal. Según Marciniak-Kuczinski, la lámina de metal tiene desde la fabricación, las imperfecciones geométricas (variación de espesor, rugosidad), imperfecciones estructurales (inclusiones, huecos, poros, variación de textura, diferentes tamaño y orientación de granos) que provoca una disminución local de la resistencia mecánica (ver Figura 2-29).

La pérdida de estabilidad se analiza para chapas sometidas a tensión biaxial cuando la relación de los esfuerzos principales $0.5 \leq \sigma_2/\sigma_1 \leq 1$. En el proceso de conformado estas imperfecciones evolucionan progresivamente y la deformación poco a poco disminuye en las regiones adyacentes a la ranura, donde alcanza un determinado valor límite ε^* , y la inhomogeneidad conduce finalmente a la formación del cuello o necking en la chapa metálica.

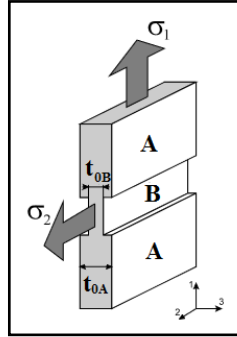


Figura 2-29: Imperfección B sometido a deformación uniforme [Banabic, 2010].

La resolución numérica de la deformación límite se determina con resultados experimentales y análisis teóricos de la plasticidad, basada en el modelo de la anisotropía presentada por Hill y para el estado $\sigma_{33} = 0$, son los siguientes:

1.- La condición de fluencia es:

$$\bar{\sigma}_p = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{(2\Delta R_n + 1)}}} [(\Delta R_n + 1)\sigma_{11}^2 - 2\Delta R_n\sigma_{11}\sigma_{22} + (\Delta R_n + 1)\sigma_{22}^2]^{1/2} \quad (2.44)$$

donde $\bar{\sigma}$ es la tensión equivalente y ΔR_n es el coeficiente definido por la Ec.(2.9).

2.- La regla de flujo es:

$$\frac{d\varepsilon_1}{(\Delta R_n + 1)\sigma_1 - \Delta R_n\sigma_2} = \frac{d\varepsilon_2}{(\Delta R_n + 1)\sigma_2 - \Delta R_n\sigma_1} = \frac{d\varepsilon_3}{-\sigma_1 - \sigma_2} = \frac{\bar{d\varepsilon}_i}{2\sqrt{[(2\Delta R_n + 1)/3]}\bar{\sigma}_p} \quad (2.45)$$

Donde el incremento de la deformación equivalentes $\bar{d\varepsilon}_i$ es expresado en términos de las deformaciones de las componentes $d\varepsilon_1, d\varepsilon_2, d\varepsilon_3$ por:

$$\bar{d\varepsilon}_i = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{\frac{3}{2\Delta R_n + 1}} \sqrt{(d\varepsilon_1)^2 + (d\varepsilon_2)^2 + (d\varepsilon_3)^2} \quad (2.46)$$

El incremento de trabajo hecho por deformación plástica esta expresada en forma idéntica que el caso de un material isotrópico por:

$$dW = \bar{\sigma}_p \bar{d\varepsilon}_i \quad (2.47)$$

3.- La función de endurecimiento por deformación se asume de la forma:

$$\sigma_p = c(\varepsilon_0 - \varepsilon_i)^n \quad (2.48)$$

El modelo teórico propuesto MK asume que la muestra está compuesta de dos regiones: Una región A con espesor uniforme t_{0A} y la región B la cual contiene una imperfección con un espesor t_{0B} . Las ecuaciones básicas son:

1.- El volumen permanece constante durante la deformación de la chapa:

$$d\varepsilon_1 + d\varepsilon_2 + d\varepsilon_3 = 0 \quad (2.49)$$

2.- Las tensiones principales en la región A permanecen constante durante todo el proceso:

$$\frac{d\sigma_{1A}}{\sigma_{1A}} = \frac{d\sigma_{2A}}{\sigma_{2A}} = \frac{d\sigma_{3A}}{\sigma_{3A}} = \frac{d\sigma_{pA}}{\sigma_{pA}} \quad (2.50)$$

3.- La relación de la deformación no cambia a través del proceso, se mantiene constante:

$$\frac{d\varepsilon_{3A}}{d\varepsilon_{2A}} = \frac{\varepsilon_{3A}}{\varepsilon_{2A}} = \rho \quad (2.51)$$

4.- El incremento de la deformación transversal (deformación menor) son las mismas en la región A y en la región B.

$$d\varepsilon_{2A} = d\varepsilon_{2B} = d\varepsilon_2 \quad (2.52)$$

5.- Por otra parte, la relación de tensiones $d\sigma_{1B}/d\sigma_{2B}$ en la ranura (región B), cambia gradualmente a medida que la inhomogeneidad de la chapa evoluciona. A cada instante se satisface la condición de la fuerza transmitida en forma constante por unidad a través de la ranura y el material adyacente en la dirección perpendicular a la ranura. Supongamos que en un determinado instante en que el espesor de la lámina de metal fuera de la ranura es t_A , mientras que en la ranura es t_B , $t_B < t_A$. La condición de equilibrio de las fuerzas perpendiculares a la ranura debería satisfacerse durante cada momento de la deformación:

$$\sigma_{1A}t_A = \sigma_{1B}t_B \quad (2.53)$$

6.- El factor de inhomogeneidad está dado por la relación de espesores:

$$f_0 = t_{0B}/t_{0A} < 1 \quad (2.54)$$

El valor de la deformación principal ε_{1A} en la región "A" corresponde al esfuerzo no significativo de esta región, en comparación con la región "B", representa la deformación límite de ε_1^* . Esta deformación junto con la deformación principal segunda ε_2^* en la región "A" define un punto perteneciente a la FLC. Suponiendo diferentes relaciones de deformación $\rho = d\varepsilon_{3A} / d\varepsilon_{2A}$, se obtiene diferentes puntos de la FLC. Que abarca el rango $0 \leq \rho \leq 1$ se tiene la FLC para la deformación plana y deformación biaxial. Cuando la relación de estas deformaciones $\varepsilon_{1B}/\varepsilon_{1A} \geq N_c \geq 20$ se hace demasiado grande se puede considerar que todo el esfuerzo de la muestra se localiza en la región de "B"(condición de finalización).

Esta teoría fue extendida por Hutchison y Neal (1978) para el rango entre la tensión uniaxial y tensión biaxial dándole una inclinación a la banda.

Muchos estudios se han hecho del tema en orden a buscar el mejor criterio de inestabilidad plástica que represente de mejor forma la realidad y después de muchas investigaciones se ha encontrado que la curva teórica basada en la teoría MK es eficaz para predecir el límite de conformado. A continuación a modo de ejemplo se muestra un estudio reciente, basadas en aplicaciones de aleación de aluminio 2B06 de Li et al. (2012) que evalúa experimentalmente y numéricamente la FLC, usando diferentes teorías de inestabilidad y la función de fluencia de Yld'89 aplicado al ensayo experimental de acopado hidráulico a fin de verificar la viabilidad y exactitud de las predicciones teóricas (ver Figura 2-30).

Los resultados de la comparación indican que la teoría de la inestabilidad difusa de SWIFT es más alta que la curva experimental. Al analizar la parte derecha de la FLC, la teoría de la inestabilidad localizada de HILL es válida, pero la curva de predicción teórica basada en la teoría MK está en mejor acuerdo con la FLC, medida experimentalmente. Así, las curvas teóricas basadas en la teoría MK es más aplicable al proceso de conformado para predecir la deformación límite.

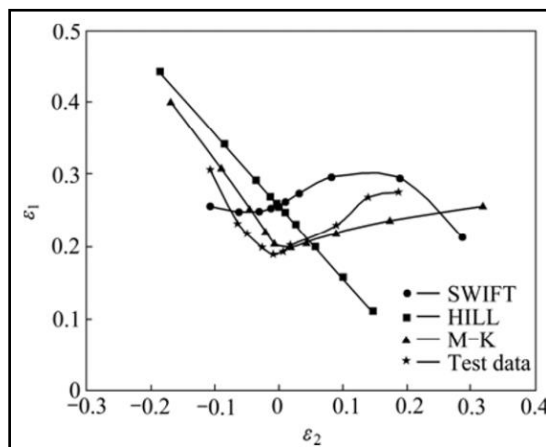


Figura 2-30: Comparación numérica-experimental de las FLCs con diferentes teorías de inestabilidad en una aleación de aluminio 2B06 [Li et al. 2012].

2.11 Características generales del material

El aluminio y sus aleaciones tienen características especiales como: alta dureza, ligereza, resistencia mecánica, conductividad térmica y resistencia a la corrosión, entre otras, las cuales son indispensables en diferentes áreas de la ingeniería. La resistencia se aumenta al agregar ciertos elementos aleantes como Si, Mg, Zn, etc, por trabajo en frío, y también algunas aleaciones que responden a los tratamientos térmicos en solución y envejecimiento. Estas se subdividen en dos grandes grupos:

- **Para forja** cuya clasificación es de acuerdo a los elementos que contengan, pueden ser chapas, láminas, extrusión, varillas y alambres (Norma H35.1 ANSI). Estas se dividen en: **no tratables térmicamente** y **tratable térmicamente**.
- **Para fundición**, de acuerdo con el proceso de fabricación (Norma ASTM B275).

2.11.1 Aleaciones de aluminio forjado no tratables térmicamente

Estas corresponden a la serie 1xxx, 3xxx, 5xxx y solo aceptan un tratamiento térmico de recocido y estabilizado, (este último no aumenta su resistencia). El temple corresponde al trabajo en frío seguido de recocido parcial, se indica con la letra "H" seguida de 2 cifras, como se ve en la Tabla 2-1. Las aleaciones no

tratables térmicamente: temple O-recocido, temple F-de fábrica. La primera cifra denota el tratamiento como se indica a continuación: H1—el material sólo ha sido sometido a endurecimiento de trabajo. H2—el material está endurecido por trabajo y parcialmente recocido. H3—el material está endurecido por trabajo y estabilizado. La segunda cifra denota el grado de endurecimiento de trabajo: 1—un octavo de dureza. 2—un cuarto de dureza. 4—medio duro. 6—tres cuarto duro. 8—duro. 9—extra duro.

2.11.2 Aleaciones de aluminio forjado tratables térmicamente

Estas corresponden a la series 2xxx, 6xxx, 7xxx y se trabajan en frío después del tratamiento térmico para darles mayor resistencia. Posteriormente, para aumentar la resistencia se les somete a un tratamiento térmico en solución y envejecimiento. El primero requiere que se caliente la aleación hasta una temperatura por debajo del punto de fusión durante tiempo específico, seguido de un enfriamiento rápido. El segundo es un tratamiento térmico a baja temperatura que produce endurecimiento adicional al material tratado en solución. Además, pueden envejecerse a la temperatura ambiente o envejecimiento artificial. Los temple obtenidos se indican con la letra "T" seguida de un número. El número indica el orden básico de las operaciones a que se ha sometido la aleación: T3—tratada térmicamente en solución y trabajada en frío. T4—tratada térmicamente en solución. T5—solamente envejecida artificialmente. T6—tratada térmicamente en solución y envejecida artificialmente. T8—tratada térmicamente en solución, trabajada en frío y envejecida artificialmente. T9—tratada térmicamente en solución, envejecida artificialmente y luego trabajada en frío. T10—envejecida artificialmente y luego trabajada en frío.

Las aleaciones de aluminio con 99.5% puro son las AA1050 tienen máxima resistencia a la corrosión, por lo que se usa en equipos para la industria química y de preparación de alimentos. Son fáciles de soldar y tienen excelente formabilidad. Aunque cualquiera aleación puede usarse para embutido, en la práctica sólo se usan algunas para producción en cantidad, las AA1100 con 99% mínimo de

aluminio y AA3003 con 1.2 de Mn. Estas dos aleaciones no son tratables térmicamente son muy resistente a la corrosión, tienen excelentes características para soldadura fuerte y al arco, se conforman bien en cualquier temple. Generalmente se utilizan en artefactos de cocina, conductos, envases de toda clases y para cualquier aplicación de lámina metálica donde se desea el costo más bajo con resistencia moderada. La AA3003 es la que mejor se presta para embutido y tiene mayor resistencia. En este trabajo se ocupa la aleación AA1100-H14.

Se han presentado en este capítulo algunos fundamentos importantes del marco teórico adoptado, como textura, anisotropía, curva FLC y algunos modelos de plasticidad, así como antecedentes generales a ser considerados en la presente tesis.

Tabla 2-1: Codificación de aleaciones de aluminio y propiedades mecánicas.

			Composición % peso	Tratamiento Térmico	σ_{UTS} MPa	σ_Y MPa	Alar %	Aplicaciones típicas
1xxx	99% Al	1100	>99Al, 0.12Cu	Recocido (O) Tr.en frio H14	89 124	24 97	25 4	Componentes eléctricos, hojas metálicas finas
2xxx	Cu	2024	4.4Cu1.5Mg, 0.6Mn	Recocido (O) Tr.en frio T6	220 442	97 345	12 5	Estructura aeronáuticas
3xxx	Mn	3003	1.2Mn	Recocido (O) Tr.en frio H14	117 159	34 149	23 7	Recipientes de presión, bebidas, chapas finas(papel)
4xxx	Si		-----	-----	---	---	---	-----
5xxx	Mg	5052	2.5Mg 0.25Cr	Recocido (O) Tr.en frio H34	193 262	65 179	18 4	Transporte, relleno en soldadura, recipientes, componentes marinos
6xxx	Mg Si	6061	1.0Mg 0.6Si, 0.27Cu 0.2Cr	Recocido (O) Tr.en frio T6	152 290	82 345	16 10	Transporte, estructuras de alta resistencia, aeronáuticas- marinas
7xxx	Zn	7075	5.6Zn2.5Mg, 1.6Cu 0.23Cr	Recocido (O) Tr.en frio T6	276 504	145 428	10 6	Estructuras aeronáuticas y aeroespaciales

3. MARCO TEÓRICO ADOPTADO

En el capítulo anterior se revisaron los casos extremos del comportamiento de un policristal, tal como son los modelos de Taylor y Sachs. En el primer caso, la matriz es infinitamente rígida e incapaz de acomodarse a la mínima incompatibilidad en deformación. En el segundo caso, la matriz es infinitamente compliant, es decir, capaz de acomodar cualquier tipo de incompatibilidad espacial. Ambos modelos son indiferentes a la existencia de los granos “duros o más rígidos” o “blandos o más compliantes”.

En este capítulo se presenta una descripción metodológica que permite evaluar la evolución de la textura global en una aleación de aluminio, sometida a acciones de sollicitación mecánica externa aplicada al agregado, sujeta a condiciones de contornos particulares, distribuidos entre los cristales que lo conforman. Primeramente, se define como estado local (grano) de un punto del policristal, al estado mecánico que resulta luego que éste inicie un proceso no lineal⁶ provocado por diversos mecanismos internos (por incremento de deformaciones irreversibles, pérdida de resistencia por efecto de la degradación de rigidez, etc.).

En la descripción metodológica que aquí se presenta, se utiliza un modelo policristalino para aproximar el campo de desplazamientos y, a partir de él, obtener el estado de deformación con el que se calculará el correspondiente estado de tensión en cada punto del policristal. Esto permite obtener los estados tensionales elástico predictivo en cada punto del policristal y, a partir de ellos, utilizar un modelo constitutivo formulado en tensión-deformación para obtener el correcto estado tensional del punto. En trabajos publicados por Kocks et al. (1998) y Roters et al. (2010), se ha desarrollado un modelo de plasticidad de un solo cristal. En este capítulo se detalla el comportamiento plástico del material y se vincula el comportamiento de un cristal simple con el policristal a través de la hipótesis de homogeneización. Por otro lado, se describe el modelo

⁶ El policristal tienen un comportamiento inicial elástico hasta que supere el correspondiente límite de resistencia, instante en que se inicia el comportamiento no lineal de dicho componente, induciendo también al policristal a un comportamiento no lineal.

autoconsistente (VPSC) y se vincula el esquema de homogeneización a un modelo de localización de la deformación como marco estratégico para la predicción de la formabilidad en materiales metálicos.

Esta tesis, usa el modelo autoconsistente de 1-sitio formulación tangente (1-sitio tangente VPSC-TGT), acoplado con el enfoque Marciniak-Kuczynski (MK), con el mejoramiento en la resolución numérica implementado por Serenelli (2011) que permite reducir el tiempo computacional.

En general, todos los materiales sometidos a sollicitaciones externas crecientes presentan, en una primera etapa, un comportamiento elástico que, a partir de un cierto nivel de tensión, llamado límite elástico, se producen deformaciones, que no son completamente suprimidas cuando se elimina la carga, denominadas deformaciones plásticas las cuales conllevan al movimiento de dislocaciones. Por lo tanto, las deformaciones totales ε_{ij}^t están formadas por una deformación elástica ε_{ij}^e y una deformación plástica ε_{ij}^p :

$$\varepsilon_{ij}^t = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p \quad (3.1)$$

Cuando las deformaciones plásticas están suficientemente desarrolladas y son muy superiores a las deformaciones elásticas, estas últimas pueden despreciarse frente a las deformaciones plásticas. Esto es lo que ocurre en los procesos de conformado plástico. Como consecuencia, se desprecia la elasticidad y sólo se considera la contribución plástica a la deformación. En consecuencia, nos limitaremos a una respuesta plástica dependiente de la frecuencia a nivel de un solo cristal.

3.1 Aproximación microscópica de la plasticidad cristalina

El estudio de las propiedades mecánicas de los metales, coincide esencialmente con el de sus propiedades plásticas a nivel microscópico, en especial la deformación plástica que refleja la habilidad que tiene un material de presentar deformaciones permanentes e irreversibles como resultado de la aplicación de una tensión. Éstas se caracterizan por los siguientes supuestos:

- 1) Se acepta que los sólidos son incompresibles, por lo que el volumen no cambia durante la deformación plástica, es decir:

$$\varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33} = 0 \quad (3.2)$$

Si durante la deformación plástica el volumen permanece constante, la suma de las componentes de deformación es cero; a esto se le llama compatibilidad.

- 2) La presión hidrostática no genera por sí sola deformación plástica en el material, sino que la misma se origina por la presencia de componentes desviatorias de la tensión aplicada. El tensor de tensiones desviatorias se define como:

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \frac{1}{3}\sigma_{ij}\delta_{ij} \quad (3.3)$$

- 3) La deformación plástica no produce cambios en la estructura cristalina, ni modificación en el parámetro de red.

Los mecanismos de deformación plástica suelen clasificarse como difusivos y no difusivos; los primeros son importantes en los procesos que involucren tiempos considerables, mientras que los segundos se producen siempre con las tensiones aplicadas que sean lo suficientemente altas. El principal mecanismo no difusivo de deformación es el deslizamiento, el cual está asociado con la movilidad de las dislocaciones en la red cristalina (sección 3.2). En ciertos materiales, el maclado aparece como un mecanismo de deformación activo y, por lo tanto, su efecto en la reorientación cristalográfica del volumen maclado no puede ser despreciado. En este trabajo no se considera el maclado⁷, porque el aluminio tiene alta energía de falla de apilamiento y alta simetría. El maclado es usual en algunos materiales de estructura cúbica de baja energía de falla de apilamiento (SFE, Stacking Fault Energy) así como en la mayoría de los materiales de baja simetría cristalina.

⁷ El maclado es otro mecanismo no difusivo de deformación plástica que, al igual que el deslizamiento, permite una deformación permanente del cristal sin cambio de volumen. Sin embargo, a diferencia del deslizamiento, la deformación se concentra en una región intragranular (macla) que posee un volumen determinado. Los metales hcp, por ejemplo, carecen de sistemas de deslizamiento adecuados para acomodar la deformación plástica a lo largo de ciertas direcciones cristalográficas. Esto determina que los sistemas de maclado jueguen un rol fundamental en el mantenimiento de la ductilidad del material.

3.2 Deslizamiento y sistema de deslizamiento

El deslizamiento es el movimiento de unos átomos sobre otros durante la deformación permanente de un material. En general, éste ocurre sobre los planos más compactos y en las direcciones más compactas, constituyendo los denominados sistemas de deslizamiento. El plano de deslizamiento está caracterizado por su normal $\mathbf{n}$, mientras que la dirección está dada por el vector de Burgers $\mathbf{b}$, siendo ambos vectores perpendiculares entre sí, ver Figura 3-1.

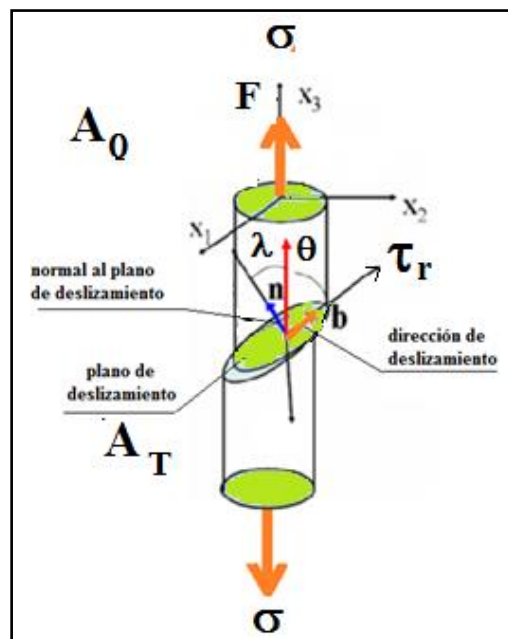


Figura 3-1: Deformación plástica por deslizamiento simple en un cristal.

Las dislocaciones se mueven sobre el plano de deslizamiento en la dirección $\mathbf{b}$ por acción de una tensión de corte aplicada, generando una distorsión de corte simple. Así, en la estructura FCC el deslizamiento siempre se produce en $\{111\}\langle 110 \rangle$ [(Honeycombe, 1984; Hosford, 1993)]. Esto significa que si se produce el deslizamiento sobre el plano (111), será en alguna de las tres direcciones $\pm [101]$, $\pm [110]$, $\pm [011]$. Los cristales FCC poseen 12 sistemas de deslizamiento independiente debido a que tienen cuatro grupos $\{111\}$ con tres direcciones $\langle 110 \rangle$

La tensión de corte resuelta τ_r^s es el componente de corte de un esfuerzo normal que actúa de manera directa sobre un plano para provocar el deslizamiento, se puede calcular a través de la siguiente expresión:

$$\tau_r^s = \sigma \cos \theta \cos \lambda \quad (3.4)$$

donde $\cos\theta\cos\lambda$ es el Factor de Schmid. Cuando τ_r^s alcanza un valor suficiente para iniciar el deslizamiento, se dice que ese valor corresponde a la tensión de corte resuelta crítica τ_c^s (CRSS, Critical Resolved Shear Stress):

$$\tau_c^s = \sigma_0 \cos \theta \cos \lambda \quad (3.5)$$

donde σ_0 es el esfuerzo de cedencia del monocristal en la dirección del esfuerzo aplicado. Cuando existen varios sistemas de deslizamiento, el que comience a deslizar será el sistema con el factor de Schmid más alto. Si el factor de Schmid vale cero significa que el deslizamiento en ese sistema es imposible.

La ley Schmid establece que, en respuesta a las cargas aplicadas en un solo cristal, el deslizamiento ocurre cuando el esfuerzo cortante resuelto τ_r^s en un sistema de deslizamiento cristalográfico (definido únicamente por una dirección de deslizamiento y un plano de deslizamiento normal) excede un valor crítico τ_c^s . El valor τ_c^s está ligado a la dificultad del movimiento de las dislocaciones en el material, por lo tanto, depende de las variables metalúrgicas: deformación, temperatura, velocidad de deformación, elementos aleantes, es decir, es una propiedad del material [Schmid y Boas, 1935; Frank, 1988]. En la mayoría de los cristales el deslizamiento puede ocurrir indistintamente en la dirección $\mathbf{b}$ o $-\mathbf{b}$. Por lo tanto, la condición necesaria para el deslizamiento puede expresarse como:

$$\tau_r^{(s)} = \pm \tau_c^{(s)} \quad (3.6)$$

donde $\tau_r^{(s)}$ es la tensión resuelta respecto del sistema (s) y $\tau_c^{(s)}$ la tensión resuelta crítica. Se supone que un cristal se encuentra sometido a un estado de tensión desviatoria σ'_{ij} . Sea un sistema de referencia fijo a la muestra (x_1, x_2, x_3) y una terna fija al sistema de deslizamiento ($\mathbf{b}, \mathbf{n}, \mathbf{t}$), la matriz de transformación entre un

sistema de referencia $S' = (\mathbf{b}, \mathbf{n}, \mathbf{n} \times \mathbf{b} = \mathbf{t})$ y un sistema fijo a la muestra S resulta:

$$A = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 & b_3 \\ n_1 & n_2 & n_3 \\ t_1 & t_2 & t_3 \end{vmatrix} \quad (3.7)$$

donde las filas de la matriz $\mathbf{A}$ son respectivamente los cosenos directores de los vectores $\mathbf{b}$, $\mathbf{n}$ y $\mathbf{t}$ expresados en el sistema S . La tensión de corte resuelta respecto del sistema de deslizamiento activo resulta:

$$\tau_r = \sigma'_{12} = a_{1j}a_{2j}\sigma'_{ij} \quad (3.8)$$

o de manera equivalente

$$\tau_r = b_i n_j \sigma'_{ij} \quad (3.9)$$

Haciendo uso de la propiedad de simetría del tensor de tensiones puede escribirse:

$$\tau_r = \frac{1}{2}(n_i b_j + n_j b_i)\sigma'_{ij} = m_{ij}\sigma'_{ij} \quad (3.10)$$

donde $m_{ij} = \frac{1}{2}(n_i b_j + n_j b_i)$ es el tensor de Schmid en que $\mathbf{n}$ es perpendicular a $\mathbf{b}$ resulta que $m_{ij} = 0$. La activación del sistema de deslizamiento $\mathbf{n} - \mathbf{b}$ produce una distorsión de corte simple γ tal que las únicas componentes no nulas del tensor de deformación en ejes del sistema S son $\varepsilon_{12}^S = \varepsilon_{21}^S = \gamma/2$. La deformación plástica del cristal resulta:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(n_i b_j + n_j b_i)\gamma = m_{ij}\gamma \quad (3.11)$$

A su vez, la componente antisimétrica de la distorsión determina la rotación del cristal debido a la activación del sistema de deslizamiento $\mathbf{n} - \mathbf{b}$ es:

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(n_i b_j - n_j b_i)\gamma \quad (3.12)$$

Si varios sistemas de deslizamiento son activados simultáneamente, la deformación resultante en el cristal se obtiene como la suma de las contribuciones parciales:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_S m_{ij}^S \gamma^S \quad (3.13)$$

donde el índice “s” se aplica a todos los sistemas de deslizamientos activos. Supóngase que se somete un cristal a una deformación arbitraria ε_{ij} y que se desea determinar la cantidad de sistemas de deslizamientos necesarios para acomodar dicha deformación. Si J sistemas se activan, la deformación plástica del cristal resulta:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{s=1}^J m_{ij}^s \gamma^s \quad (3.14)$$

Dado que el tensor de Schmid y el tensor de deformación son simétricos de traza nula, pueden definirse 5 componentes de un vector, como función de 6 componentes independientes de un tensor simétrico [Lequeu et al. 1987], de la forma:

$$T_k = f(T_{ij}) \quad (3.15)$$

La vectorización de las magnitudes m_{ij} , σ'_{ij} y $\dot{\varepsilon}_{ij}$ deben cumplir con las siguientes condiciones:

$$\tau_r = m_{ij} \sigma'_{ij} = m_j \sigma'_j \quad \text{y} \quad d\dot{W} = \sigma'_{ij} d\dot{\varepsilon}_{ij} = \sigma'_k d\dot{\varepsilon}_k \quad (3.16)$$

La Ec.(3.16) imponen la invariancia de la tensión resuelta y la potencia disipada, respectivamente. De manera análoga, si son conocidas las 5 componentes del tensor T_k , las expresiones anteriores junto con la condición de traza nula permiten obtener las 6 componentes del tensor T_{ij} . Las condiciones de invariancia son:

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{1}{\sqrt{2}} (T_{22} - T_{11}) \\ T_2 &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \left(T_{33} - \frac{1}{3} T_{ii} \right) = \frac{1}{\sqrt{3}} [(T_{33} - T_{11}) + (T_{33} - T_{22})] \\ T_3 &= \sqrt{2} \quad T_{23} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{23} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{32} \\ T_4 &= \sqrt{2} \quad T_{31} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{31} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{13} \\ T_5 &= \sqrt{2} \quad T_{12} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad T_{21} \\ T_{ii} &= 0 \end{aligned} \quad (3.17)$$

La Ec.(3.14) se expresa en notación vectorizada como:

$$\varepsilon_i = \sum_{s=1}^J m_i^s \gamma^s \quad (3.18)$$

También se puede expresar en forma matricial:

$$[\varepsilon] = [\mathbf{M}]_{5,j} [\gamma]_j \quad (3.19)$$

donde $\mathbf{M}$ es una matriz definida en función de las componentes de los vectores de Schmid. Invirtiendo la Ec.(3.19) se obtiene:

$$[\gamma] = [\mathbf{M}]^{-1} [\varepsilon] \quad (3.20)$$

Si, el tensor de deformación se supone conocido, la Ec.(3.20) permite obtener la deformación de corte γ en cada sistema de deslizamiento activo. La matriz $\mathbf{M}$ será invertible si se cumplen las siguientes condiciones: 1) $\mathbf{M}$ debe ser cuadrada y 2) los vectores de Schmid deben ser linealmente independientes. Por lo tanto, una deformación plástica arbitraria en un cristal puede acomodarse por medio de la activación de 5 sistemas independientes de deslizamiento. Ahora bien, un cristal posee una cantidad N de sistemas de deformación determinados por su estructura cristalina. Un conjunto cualquiera de 5 sistemas independientes puede ser capaz de acomodar una deformación arbitraria, de manera que es necesario definir un criterio de selección de sistemas. Taylor (1938) propuso para el caso de cristales en los cuales la tensión resuelta crítica es igual para todos los sistemas de deslizamiento el siguiente criterio: de todos los conjuntos de 5 sistemas, la combinación activa será aquella que minimice la suma de las deformaciones de corte simple:

$$\sum_{s=1}^5 \gamma^s \quad (3.21)$$

Bishop y Hill (1951) generalizan el postulado de Taylor para el caso de un material cuyas tensiones críticas pueden variar de un sistema a otro a través del principio de mínimo trabajo interno:

$$W^{int} = \sum_{s=1}^5 \tau_c^s \gamma^s \quad (3.22)$$

Este criterio requiere invertir la Ec.(3.19) con el fin de poder evaluar Ec.(3.20) para un conjunto propuesto. La implementación de este criterio requiere de un gran esfuerzo de cálculo (un cristal FCC con 12 sistemas de deslizamiento representa 384 posibles conjuntos). Asimismo, puede demostrarse [Bishop y Hill, 1951; Chin y Mammel, 1969] que la combinación de sistemas activos resultantes de la aplicación del criterio de Taylor verifica el criterio de fluencia:

$$\tau_r^{(s)} < \tau_c^{(s)} \quad s: \text{Sistema inactivos} \quad (3.23)$$

$$\tau_r^{(s')} = \tau_c^{(s')} \quad s': \text{Sistema activos} \quad (3.24)$$

Por su parte, Bishop y Hill proponen el principio de máximo trabajo externo:

$$W^{ext} = \sigma'_{ij} \varepsilon_{ij} = \sigma'_k \varepsilon_k \quad \text{máximo} \quad (3.25)$$

Entre todos los conjuntos que verifican el criterio de fluencia, expresando las Ecs.(3.23) y (3.24) en función de los tensores de Schmid en su forma vectorizada, se obtiene un sistema de ecuaciones:

$$m_k^s \sigma'_k = \tau_c^s \quad \text{en 5 sistemas} \quad (3.26)$$

$$m_k^s \sigma'_k < \tau_c^s \quad \text{en el resto} \quad (3.27)$$

Como alternativa a la formulación que deriva de la ley de Schmid, el modelo viscoplástico, propuesto originalmente por Canova y Kocks (1985) permite describir el comportamiento plástico de un cristal simple en términos de una relación constitutiva continua, entre la velocidad de deformación y la tensión aplicada, en contraposición con la formulación esencialmente discreta de la plasticidad provista por el criterio de fluencia dado por las Ecs.(3.23) y (3.24). La relación fundamental del modelo viscoplástico se expresa como:

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau_r^s}{\tau_c^s} \right|^n = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{m_k^s \sigma'_k}{\tau_c^s} \right|^n \quad (3.28)$$

donde $n = 1/m$ es el recíproco de la sensibilidad a la velocidad de deformación m en el cristal y $\dot{\gamma}_0$ es un factor de normalización. La Ec.(3.28) describe el comportamiento de un material cuyo comportamiento plástico es dependiente de la

velocidad de deformación impuesta. Por otro lado, Kocks (1975, 1987) demuestra que sólo en el caso de un material cuya respuesta sea independiente de la velocidad de deformación, la fluencia plástica, es decir, el inicio del movimiento de las dislocaciones, se inicia estrictamente a la tensión de fluencia. Por el contrario, en el caso de un material sensible a la velocidad de deformación, la activación térmica disminuye ligeramente la tensión necesaria para iniciar movimiento de las dislocaciones. Evidentemente, los valores de $\dot{\gamma}^s$ dados por la Ec.(3.28) son despreciables salvo cuando τ_r^s es muy próximo a τ_c^s .

La descripción de la plasticidad provista por el modelo viscoplástico produce un redondeo de las vértices de la superficie de fluencia y evita las ambigüedades resultantes de la aplicación del principio de máximo trabajo. Si una velocidad de deformación arbitraria es impuesta al cristal, la Ec.(3.28) permite escribir una relación entre la tensión y la velocidad de deformación en el cristal:

$$\dot{\epsilon}_i = \dot{\gamma}_0 \sum^s m_i^s \left(\frac{m_k^s \sigma_k'}{\tau_c^s} \right)^n \quad \text{s: sistemas de deslizamiento} \quad (3.29)$$

donde la suma se extiende sobre todos los sistemas de deslizamiento del material, aunque sólo los términos correspondientes a los sistemas cuya tensión resuelta se encuentre muy próxima a la condición de fluencia contribuirán en forma apreciable a la sumatoria. La Ec.(3.29) es la llamada Ecuación Constitutiva Viscoplastica del Cristal Simple.

3.3 Cinemática de la plasticidad

La deformación plástica total de un cristal es el resultado de dos mecanismos físicos diferentes: el deslizamiento cristalográfico debido al movimiento de las dislocaciones de los sistemas de deslizamiento activos y la distorsión elástica de la red [Lee et al. 1969; Wu et al. 1997]. Para tener en cuenta estos conceptos fundamentales, se adopta la descomposición multiplicativa del gradiente de deformación $\mathbf{F}$ propuesta por Lee (1969) que se expresa de la forma:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}^e \cdot \mathbf{F}^p \quad (3.30)$$

que corresponde al efecto de deslizamiento de la dislocación en la deformación del cristal, donde $\mathbf{F}^p$ es la parte plástica, que representa el efecto acumulativo de movimiento de las dislocaciones. La suma de la tensión de cizallamiento en cada sistema de deslizamiento y $\mathbf{F}^e$ es una combinación de deformación elástica y movimiento del cuerpo rígido de la red cristalina, es decir, representa la deformación no plástica restante [Teodosiu, 1971], tal como se muestra en la Figura 3-2.

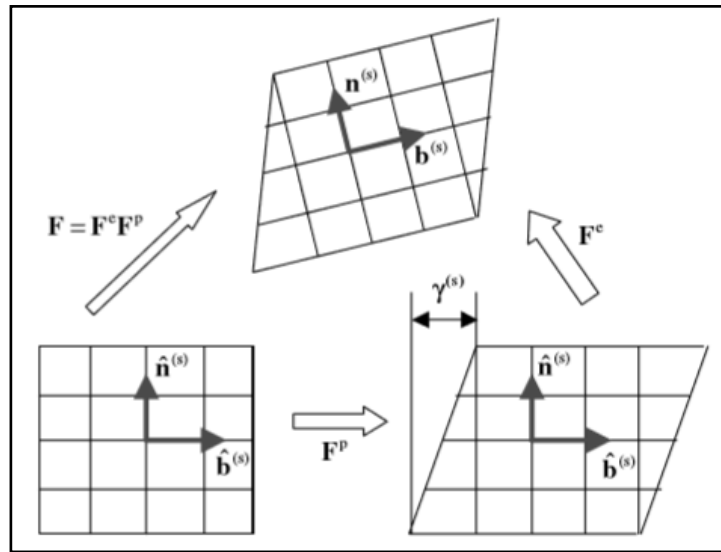


Figura 3-2: Descomposición multiplicativa del gradiente de deformación [Yoon et al. 2005].

Suponemos que $\mathbf{F}^p$ deja la red cristalina no sólo esencialmente sin distorsiones, sino también sin rotación. Por lo tanto, la distorsión y la rotación de la red sólo está contenida en $\mathbf{F}^e$, tal que $\mathbf{F}^e = \mathbf{R}$, donde se especifica la matriz de rotación cristalográfica en términos de los tres ángulos de Euler ($\varphi_1, \phi, \varphi_2$) como:

$\mathbf{R}$

$$= \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 - \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 \cos \phi & \sin \varphi_2 \sin \phi \\ -\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & -\sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 \cos \phi & \cos \varphi_2 \sin \phi \\ \sin \varphi_1 \sin \phi & -\cos \varphi_1 \sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

La deformación plástica está caracterizada por los tensores gradiente de velocidad L_{ij} y gradiente de deformación F_{ij} definidos como:

$$L_{ij} = \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right) \quad (3.32)$$

$$F_{ij} = \frac{\partial x_j}{\partial X_j} \quad (3.33)$$

donde X y $x = x(X)$ son los vectores posición que determinan respectivamente las coordenadas iniciales (relativas al tiempo inicial t_0) y finales (relativas al tiempo genérico t) de un punto material en el cristal no-deformado y deformado, ambas en relación a un sistema de referencia fijo en el espacio (Figura 3-3).

Incluyendo esta consideración en la Ec.(3.30), el tensor gradiente de velocidad se escribe como:

$$L_{ij} = \dot{F}_{ij} F_{ij}^{-1} \quad \text{ó} \quad \mathbf{L} = \dot{\mathbf{F}} : \mathbf{F}^{-1} \quad (3.34)$$

$$\dot{F}_{ij} = L_{ij} F_{ij} \quad (3.35)$$

donde el tensor gradiente de velocidad plástico resultante del movimiento de las dislocaciones es:

$$L_{ij}^p = \dot{F}_{ij}^p F_{ij}^{p-1} \quad \text{ó} \quad \mathbf{L}^p = \dot{\mathbf{F}}^p : \mathbf{F}^{p-1} \quad (3.36)$$

El tensor gradiente de velocidad en la configuración intermedia que se define en términos del deslizamiento a lo largo de los sistemas cristalográficos propuesto por Rice (1971) como:

$$L_{i,j}^p = \sum_s b_i^s n_j^s \dot{\gamma}^s \quad \text{ó} \quad \mathbf{L}^p = \sum_s (\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s) \dot{\gamma}^s \quad (3.37)$$

donde $\dot{\gamma}^s$ es la deformación de corte acumulada que determina la reorientación del cristal, $\mathbf{n}^s$ es la dirección normal al plano de deslizamiento y $\mathbf{b}^s$ es la dirección del plano de deslizamiento o vector de Burgers del sistema s [Kocks et al. 1998].

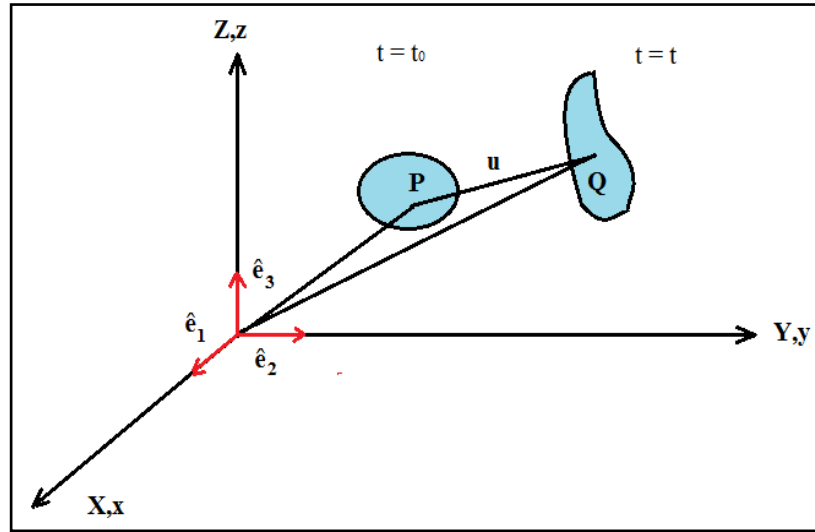


Figura 3-3: Deformación del medio continuo en el intervalo temporal entre t_0 y t .

Este producto $\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s$ es conocido como el tensor de Schmid m_{ij}^s que se descompone en sus componentes simétrica y anti-simétrica que se presentan en las siguientes expresiones:

$$m_{ij}^s = \frac{1}{2}(n_i b_j + b_i n_j) \quad \text{ó} \quad \mathbf{m}^s = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s + \mathbf{b}^s \otimes \mathbf{n}^s) \quad (3.38)$$

$$q_{ij}^s = \frac{1}{2}(n_i b_j - b_i n_j) \quad \text{ó} \quad \mathbf{q}^s = \frac{1}{2}(\mathbf{n}^s \otimes \mathbf{b}^s - \mathbf{b}^s \otimes \mathbf{n}^s) \quad (3.39)$$

El tensor gradiente de velocidad puede ser aditiva y se descompone en el tensor velocidad de deformación D_{ij} y el tensor velocidad de rotación W_{ij} según:

$$L_{ij} = D_{ij} + W_{ij} \quad \text{ó} \quad \mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (3.40)$$

Estos tensores se pueden obtener mediante la evaluación de la parte de la ecuación simétrica y anti-simétrica de L_{ij} , respectivamente. Como se despreció la parte elástica, vamos a asumir que $L_{ij}^p = L_{ij}$. Por tanto, la Ec.(3.40) queda:

$$\begin{aligned} D_{ij} &= \sum_s m_{ij}^s \dot{\gamma}^s \\ W_{ij} &= \sum_s q_{ij}^s \dot{\gamma}^s \end{aligned} \quad (3.41)$$

Reemplazando la Ec.(3.35) en la Ec.(3.34) y utilizando la Ec.(3.41), se tiene:

$$L_{ij} = D_{ij} + W_{ij} \quad \text{ó} \quad \mathbf{L} = \mathbf{D} + \mathbf{W} \quad (3.42)$$

$$D_{ij} = R_{ik} D_{km} R_{jm} \quad \text{ó} \quad \mathbf{D} = \mathbf{R} : \mathbf{D} : \mathbf{R}^T \quad (3.43)$$

$$W_{ij} = R_{ik} W_{km} R_{jm} + \dot{R}_{ij} R_{ji} \quad \text{ó} \quad \mathbf{W} = \mathbf{R} : \mathbf{W} : \mathbf{R}^T + \dot{\mathbf{R}} : \mathbf{R}^T \quad (3.44)$$

En el caso de la velocidad de deformación D_{ij} se verifica simplemente una transformación de coordenadas. Sin embargo, el término de rotación W_{ij} contiene un aporte extra, el giro de la red cristalina que se define como $\boldsymbol{\Omega} \equiv \dot{\mathbf{R}} : \mathbf{R}^T$. Remplazando en la Ec.(3.44), queda:

$$W_{ij} = R_{ik} W_{km} R_{im} + \Omega_{ij} \quad \text{ó} \quad \mathbf{W} = \mathbf{R} : \mathbf{W} : \mathbf{R}^T + \boldsymbol{\Omega} \quad (3.45)$$

Reordenando la Ecuación (3.45) nos permite obtener la velocidad de cambio de la matriz de orientación cristalina que se utiliza para determinar la reorientación del cristal y por consiguiente, permite seguir la evolución de textura.

$$\Omega_{ij} = W_{ij} - R_{ik} W_{km} R_{im} \quad \text{ó} \quad \boldsymbol{\Omega} = \mathbf{W} - \mathbf{R} : \mathbf{W} : \mathbf{R}^T \quad (3.46)$$

El cambio de orientación durante la deformación plástica puede ser descrito por las tasas de cambio de ángulos de Euler $(\dot{\phi}_1, \dot{\phi}, \dot{\phi}_2)$, relacionadas con el giro de la red de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_1 &= \Omega_{13} \frac{\sin \phi_2}{\sin \phi} - \Omega_{23} \frac{\cos \phi_2}{\sin \phi} \\ \dot{\phi} &= -\Omega_{23} \cos \phi_2 - \Omega_{13} \sin \phi_2 \\ \dot{\phi}_2 &= \cos \phi \left(\Omega_{13} \frac{\cos \phi_1}{\sin \phi} - \Omega_{23} \frac{\sin \phi_1}{\sin \phi} \right) + \Omega_{21} \end{aligned} \quad (3.47)$$

3.4 Modelo policristalino

Un modelo de plasticidad del cristal se propone para predecir la evolución de la anisotropía, la textura y el endurecimiento durante la deformación plástica en el proceso de conformado. El policristal se compone de diferentes granos, donde cada uno tiene su propio tamaño y orientación cristalográfica de modo que cada grano se considera como un solo cristal. La obtención de resultados satisfactorios empleando el modelo policristalino autoconsistente viscoplástico (VPSC) depende

básicamente de la definición de una relación de concentración dada por la hipótesis de homogeneización y de una descripción realista de las características microestructurales del material a través de la ley de endurecimiento conjuntamente con una ley constitutiva de tipo potencial en el régimen viscoplástico [Hutchinson, 1976]. A continuación se describen en forma simplificada las principales características del modelo.

3.4.1 Regla de flujo

El modelo viscoplástico permite describir el comportamiento plástico de un cristal simple en términos de una relación constitutiva continua entre la relación del esfuerzo aplicado en un dado plano cristalográfico y la tensión crítica de activación de ese sistema τ_c^s , en contraposición con la formulación (discreta) de la plasticidad provista por el criterio de fluencia. Cuando el cristal se somete a tensiones, el sistema de deslizamiento empieza a moverse cuando la tensión de cizallamiento alcanza el valor crítico $\tau_r^s = \tau_c^s$ en cualquier sistema. La relación fundamental del modelo viscoplástico se expresa a través de una ley potencial viscoplástica como:

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0^s \left| \frac{m^s : \sigma}{\tau_c^s} \right|^{1/m} \text{sign} \left| \frac{m^s : \sigma}{\tau_c^s} \right| \quad (3.48)$$

donde $\dot{\gamma}_0^s$ es velocidad de cizallamiento de referencia, τ_c^s es el esfuerzo de cizallamiento crítico resuelto (CRSS), σ es el tensor de tensión desviadora y m es el exponente de sensibilidad a la velocidad de deformación que normalmente se adopta bastante pequeño (del orden de ~ 0.02) para representar el comportamiento plástico independiente de la velocidad de deformación. Además, Kocks (1970) demuestra que sólo en el caso de un material cuya respuesta sea independiente de la velocidad de deformación, la fluencia plástica, es decir, el inicio del movimiento de las dislocaciones, se inicia estrictamente a la tensión de fluencia. Por el contrario, Luo et al. (2012) encontró que al disminuir la velocidad de deformación y aumentar la temperatura, disminuye ligeramente la tensión necesaria para iniciar

el movimiento de las dislocaciones. Evidentemente, los valores de $\dot{\gamma}^s$ dados por la Ec.(3.48) son despreciables salvo cuando τ_r^s es muy próximo a τ_c^s .

La velocidad de deformación total en el grano $\dot{\epsilon}$ se obtiene como la suma de las velocidades de deformación de corte simple $\dot{\gamma}^s$ aportadas por cada uno de los sistemas de deslizamiento potencialmente activos s como:

$$\mathbf{d} = \dot{\epsilon} = \sum_s \mathbf{m}^s \dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0^s \sum_s \mathbf{m}^s \left| \frac{\mathbf{m}^s : \boldsymbol{\sigma}}{\tau_c^s} \right|^{1/m} \text{sign} \left(\frac{\mathbf{m}^s : \boldsymbol{\sigma}}{\tau_c^s} \right) \quad (3.49)$$

La suma se extiende sobre todos los sistemas de deslizamiento del material, aunque sólo los términos correspondientes a los sistemas cuya tensión resuelta se encuentre muy próxima a la condición de fluencia contribuirán en forma apreciable a la sumatoria.

3.4.2 Ley de endurecimiento

El endurecimiento por deformación en un policristal está asociado al proceso de deformación plástica y tiene por efecto incrementar la densidad de dislocaciones en el material. El mecanismo está influenciado por la densidad de dislocaciones, la movilidad de las mismas, la interacción de las dislocaciones con obstáculos y las condiciones en que se desarrolla la deformación. A medida que el material se satura con nuevas dislocaciones, se crea una resistencia a la formación de otras dislocaciones y a su movimiento. Esto lleva a un incremento en la resistencia del material y a la consecuente disminución en la ductilidad. Las principales variables que afectan el endurecimiento son: la energía de falla de apilamiento, la densidad de dislocaciones, el camino libre medio entre éstas, la temperatura, etc.

Los modelos policristalinos deben considerar la evolución de la tensión crítica de activación durante la deformación plástica para capturar la respuesta mecánica y el desarrollo de textura. En la mayoría de los metales es ampliamente aceptada la idea que durante el proceso de deformación más de un sistema de deslizamiento se activa simultáneamente y el deslizamiento en cada sistema tiene un efecto en el endurecimiento de todos los sistemas potencialmente activos. Por lo tanto, para

calcular el valor de la velocidad de la tensión cizallamiento crítica $\dot{\tau}_c^s$ cuyo valor inicial es denotado como τ_0 , una ley de endurecimiento se define a nivel de cada cristal único como:

$$\dot{\tau}_c^s = \sum_{s'} h^{ss'} |\dot{\gamma}^{s'}| \quad (3.50)$$

donde $h^{ss'}$ es la matriz de endurecimiento que relaciona la interacción entre los sistemas (s) y (s') ; $\dot{\gamma}^{s'}$ es la tasa de deformación de corte en el sistema de deslizamiento (s') . La matriz $h^{ss'}$ determina la manera en que la actividad de los sistemas de deslizamiento afecta la evolución de la tensión crítica en ambos tipos de sistemas, activos e inactivos. De esta manera, a través de la incidencia en la evolución de la anisotropía plástica, se espera que la constitución particular de la matriz de endurecimiento afecte la superficie de fluencia del policristal [Kalidindi et al. 1992]. Los coeficientes de la diagonal describen el efecto de auto-endurecimiento que se debe principalmente al apilamiento de las dislocaciones en el sistema (s) , y el resto de los coeficientes asociados con efecto de endurecimiento latente, cuantifican la influencia de los otros sistemas que causan la interacción. Se supone que en cada grano la tensión crítica evoluciona con la suma acumulada de la contribución de un sólo deslizamiento $\gamma^s = \sum_s \int_0^t |\dot{\gamma}^s| dt$. En general, las aleaciones con estructuras cristalinas FCC presentan un endurecimiento que alcanza valores de saturación durante la deformación plástica, debido a la aniquilación de dislocaciones [Voce, 1948; Kocks, 1970; Kalidindi et al. 1992; Tomé et al. 1984]. En este trabajo, se analizan tres leyes de evolución: ley potencial [Wu et al. 1997], la ley de Voce [Kocks et al. 1998] y la ley de saturación [Knockaert et al. 2002] para la descripción del endurecimiento del material. A fin de evaluar la influencia de la descripción de endurecimiento, los parámetros de la aleación usada en este trabajo se calibran usando las tres leyes de endurecimiento siguientes.

a) Ley potencial

La ley tipo potencial isotrópica es una ley de Hollomon a escala microscópica, donde h_0 es la velocidad de endurecimiento inicial, n es el índice de endurecimiento por deformación, $\gamma = \sum_s \gamma^s$ es la deformación por cizallamiento acumulada y τ_0^s es la tensión crítica inicial de cada sistema

$$h^{ss'} = [q + (1 - q)\delta^{ss'}]h_0 \left(\frac{h_0 \gamma}{\tau_0^s n} + 1 \right)^{n-1} \quad (3.51)$$

b) Ley de Voce

En general, las aleaciones con estructuras cristalinas FCC presentan un endurecimiento que alcanza valores de saturación durante la deformación plástica debido a la aniquilación de dislocaciones [Voce, 1948]. La ley asociada a la descripción del endurecimiento en este tipo de materiales, sin considerar el endurecimiento diferencial, se expresa:

$$h_{st} = \tau_0 + (\tau_{SAT} + \theta_1 \gamma) \left(1 - \exp \left(-\gamma \left| \frac{\theta_0}{\tau_{SAT}} \right| \right) \right) \quad (3.52)$$

donde, θ_0 , θ_1 , son la velocidad de endurecimiento inicial, la tasa de endurecimiento asintótica, τ_{SAT} es la tensión de saturación asintótica y γ es la suma de los deslizamientos en cada uno de los sistemas activos, es decir, son parámetros que describen el endurecimiento como función del corte acumulado sobre todos los sistemas de deslizamiento.

c) Ley de saturación

La ley asociada a la descripción del endurecimiento con saturación es la siguiente:

$$h^{ss'} = [q + (1 - q)\delta^{ss'}]h_0 \left(1 - \frac{\tau_c^t}{\tau_{SAT}} \right)^a \quad (3.53)$$

donde a es el exponente de endurecimiento, q es la relación del coeficiente de endurecimiento latente, δ es el símbolo de Kronecker ($s = t, \delta = 1$; $s \neq t, \delta = 0$) y τ_{SAT} es la tensión de saturación.

3.4.3 Homogeneización

La interacción del comportamiento microscópico respecto del macroscópico queda determinada por la interacción entre un grano y el policristal. La relación entre las magnitudes macroscópicas (tensión y deformación) y las correspondientes a los estados microscópicos se llama hipótesis de homogeneización la que se basa en los siguientes principios:

- 1) Se debe conocer el comportamiento de los granos y las condiciones de tensión y/o deformación impuestas al policristal.
- 2) Se propone una relación constitutiva para el policristal, aun cuando ciertas magnitudes involucradas sean desconocidas y deban ser determinadas (lo cual constituye el propósito del cálculo).
- 3) Se resuelve el problema de interacción entre cada grano y el medio efectivo constituido por el policristal.
- 4) Se ajustan las propiedades macroscópicas en términos de las condiciones sobre el promedio ponderado de las magnitudes microscópicas, cuyos pesos son la fracción de volumen de cada cristal en el policristal.

De esta manera la hipótesis de homogeneización se expresa como:

$$\mathbf{E} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle \quad (3.54)$$

$$\mathbf{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle \quad (3.55)$$

donde $\boldsymbol{\sigma} - \boldsymbol{\varepsilon}$ y $\mathbf{\Sigma} - \mathbf{E}$ son los respectivos tensores de tensión y deformación en los granos y en el agregado y $\langle \rangle$ indica un promedio ponderado sobre todos los granos del policristal. Las Ecs.(3.54) y (3.55) ponen de manifiesto que una vez conocido el estado microscópico, el macroscópico queda completamente determinado (ver Figura 3-4). Por otro lado, su implementación involucra el problema inverso, es decir, a partir del conocimiento de las condiciones de borde macroscópicas del problema, se deben determinar los estados microscópicos correspondientes. A tal efecto resulta necesario formular alguna hipótesis suplementaria al principio de homogeneización con el fin de vincular los estados microscópicos y macroscópicos

de tensión y deformación. La formulación de tal hipótesis determina el modelo de deformación del policristal. Taylor (1938) introdujo la hipótesis de que la tasa de deformación es homogénea en el agregado:

$$\dot{\varepsilon} = \dot{E} \quad (3.56)$$

El modelo de Taylor impone la compatibilidad de deformación a costa de infringir el equilibrio de tensiones.

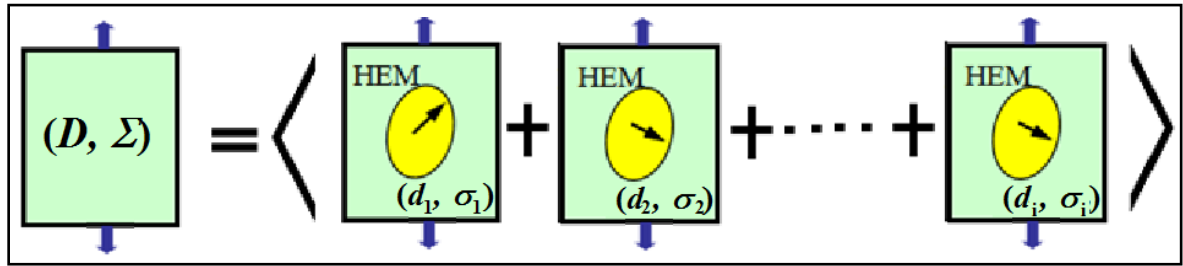


Figura 3-4: Representación esquemática de la hipótesis de homogeneización.

El modelo autoconsistente utiliza otro enfoque para este problema. El mismo se detalla a continuación.

3.5 Modelo policristalino autoconsistente

3.5.1 Definiciones generales

En el caso elástico el problema a resolver consiste en encontrar el campo de desplazamiento u , de deformación ε y el de tensión σ en cada punto x de un dominio D en base de las ecuaciones fundamentales siguientes:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad \text{ecuación de equilibrio de tensiones} \quad (3.57)$$

$$p_{pki}\varepsilon_{qlj}\varepsilon_{ij,kl} = 0 \quad \text{ecuación de compatibilidad de deformación} \quad (3.58)$$

$$\sigma_{ij} = E_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad \text{ley de Hooke} \quad (3.59)$$

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl})^n \quad \text{y} \quad \sigma_{ij} = K_{ijkl} \left(\frac{d\varepsilon_{kl}}{dt} \right)^m \quad (3.60)$$

donde n es coeficiente de acritud o coeficiente de endurecimiento por deformación, m es el coeficiente de sensibilidad a la velocidad de deformación.

Para determinar si un punto del sólido está en un estado de pequeñas deformaciones, se debe cumplir que el determinante del gradiente de deformaciones sea cercano a la unidad:

$$\det|\mathbf{F}| = \frac{dV}{dV_0} \cong 1 \quad (3.61)$$

Resultando en este caso la coincidencia entre las tensiones de Cauchy y de Piola Kirchhoff $\sigma_{ij} = S_{ij}$, entre la velocidad de deformación en la configuración actualizada y la correspondiente magnitud infinitesimal $D_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}$, y entre la densidad en las distintas configuraciones $\rho = \rho_0$. Con estas condiciones particulares los desplazamientos y deformaciones son despreciables frente a las dimensiones del sólido y, por lo tanto, puede escribirse la medida de la deformación de la siguiente forma:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\mathbf{F}\mathbf{F}^T - \mathbf{I}) = \nabla^S \mathbf{u} = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right) + \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} \right)^T \right] \quad (3.62)$$

Además, para un material particular cuyo comportamiento es elástico y en pequeñas deformaciones, ocurre la siguiente coincidencia en la definición de las deformaciones $\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{E}$. En este caso, la energía libre se escribe en la siguiente forma simplificada:

$$\Psi = \frac{1}{2\rho_0} (\boldsymbol{\varepsilon} : \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon}) \quad (3.63)$$

resulta la siguiente ley constitutiva [Lubliner, 1990; Oller, 2001].

$$\boldsymbol{\sigma} = \rho_0 \frac{\partial \Psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} \mathbf{C} : \boldsymbol{\varepsilon} \quad (3.64)$$

donde el tensor constitutivo coincide exactamente con el obtenido mediante la ley de Hooke generalizada y cuya expresión canónica es la siguiente:

$$C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) \quad (3.65)$$

Siendo λ y μ las constantes de Lamé y δ_{ij} es el tensor de Kroneker. El tensor de elasticidad de Hooke resulta definido positivo y posee las siguientes simetrías:

$$C_{ijkl} = C_{klij} = C_{jilk} = C_{iljk} \quad (3.66)$$

Cauchy definió cuerpo elástico como aquél en el cual las deformaciones en cualquier punto del sólido quedan determinadas por su estado de tensión y temperatura. En contraste con esta definición, se tendrá un material con comportamiento inelástico, por lo que es necesario establecer unas definiciones adicionales a las propias de la teoría de la elasticidad clásica, cuya formulación está relacionada con la historia del comportamiento del material. Esta formulación hace que no pueda garantizarse una relación biunívoca entre el tensor de tensiones y el de deformaciones o, dicho de otra forma, que no son relaciones invertibles una de otra.

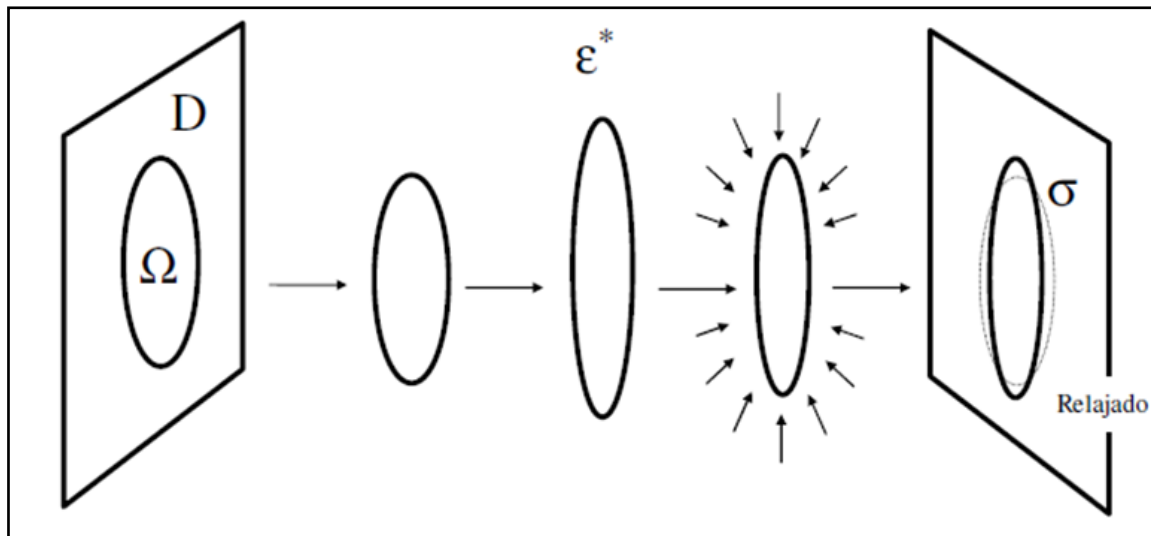


Figura 3-5: Interpretación de una autotensión debido a la presencia de una autodeformación en el dominio de la inclusión [Signorelli, 1999].

Cuando las deformaciones son no elásticas (inelásticas), también llamada autodeformación, pueden presentarse por: deformación por expansión térmica, deformación inducida por transformación de fases, deformación residuales, etc. [Mura, 1987]. Cuando una autodeformación ε^* es asignada a un sub-dominio Ω de un material homogéneo de dominio D (Figura 3-5) y nula en la matriz $D - \Omega$, el dominio Ω es llamado **inclusión**. Si el dominio Ω incluido en el dominio D tiene módulos elásticos diferentes a la matriz, el dominio Ω es denominado **inhomogeneidad**. Cuando una tensión es aplicada al material en el cual se

encuentra una inhomogeneidad, el campo de tensiones es distorsionado respecto del caso homogéneo.

3.5.2 Problema de la inclusión

Dada una distribución de autodeformación $\varepsilon^*(x)$ en un material que ocupa un dominio D, se quiere encontrar el campo de deformación y tensión generado por la presencia de la autodeformación. Suponiendo que el cuerpo está libre de tensiones externas y volumétricas, la deformación total será la suma de dos términos:

$$\varepsilon_{ij}(x) = \varepsilon_{ij}^{elas}(x) + \varepsilon_{ij}^*(x) \quad (3.67)$$

Haciendo uso de la ley de Hooke, si el material posee constantes elásticas homogéneas C_{ijkl} , podemos expresar la tensión asociada a la deformación elástica Ec.(3.60) como:

$$\sigma_{ij}(x) = C_{ijkl}[\varepsilon_{kl}(x) + \varepsilon_{kl}^*(x)] \quad (3.68)$$

La solución del problema de una inclusión Ω se simplifica si se hace la extensión del dominio D a un dominio infinito. De esta forma, es posible considerar despreciable el volumen de la inclusión con respecto a la matriz. Utilizando el formalismo de las funciones de Green, la deformación puede expresarse en la forma siguiente:

$$\varepsilon_{ij}(x) = -\frac{1}{2} \int_{R^3} C_{ijkl} \varepsilon_{ij}^*(x') \{G_{ik,lj}(x - x') + G_{jk,li}(x - x')\} dx' \quad (3.69)$$

donde la función de Green elástica es definida por:

$$G_{ik}(x - x') = (2\pi)^{-3} \int_{R^3} U_{ij}(\zeta) \exp(i\zeta(x - x')) d\zeta \quad (3.70)$$

Y el tensor U satisface la ecuación:

$$C_{ijkl} U_{km}(\zeta) \zeta_i \zeta_l = \delta_{im} \quad (3.71)$$

En caso de tratarse de una única inclusión, la integral de la Ec.(3.69) se reduce al volumen de la inclusión Ω . Eshelby (1957) resuelve el problema considerando una inclusión de forma elipsoidal y demuestra que si la autodeformación es uniforme

dentro del dominio Ω la deformación para los puntos interiores también resulta uniforme y consecuentemente lo será la tensión. No obstante, la deformación en los puntos exteriores sigue dependiendo de la posición:

$$\varepsilon_{ij} = \mathbf{S}_{ijkl}^{esh} \varepsilon_{kl}^* \quad \forall x \in \Omega \quad (3.72)$$

$$\varepsilon_{ij}(x) = D_{ijkl}(x) \varepsilon_{kl}^*(x) \quad \forall x \in D - \Omega \quad (3.73)$$

El tensor $\mathbf{S}^{esh}$ en la Ec.(3.72) es el denominado tensor de Eshelby, el cual depende de las constantes del medio y de la forma (pero no tamaño) de la inclusión elipsoidal. En caso de estar en presencia de un medio elástico isótropo el tensor $\mathbf{S}^{esh}$ puede evaluarse analíticamente y sus componentes se expresan en función del módulo de Poisson del material y de los radios principales del elipsoide [Mura, 1987]. En el caso de contar con un medio arbitrariamente anisotrópico no existe expresión analítica del tensor $\mathbf{S}^{esh}$, por lo tanto éste deberá ser calculado a través de métodos numéricos. Reemplazando la deformación en la Ec.(3.68) por la expresión Ec.(3.72) podemos expresar el estado de tensión en el dominio de la inclusión como:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\mathbf{S}_{klmn}^{esh} - I_{klmn}) \varepsilon_{kl}^* \quad (3.74)$$

Equivalentemente en términos de la deformación total en la inclusión:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(I_{klmn} - \mathbf{S}_{klmn}^{-1esh}) \varepsilon_{mn} \quad (3.75)$$

3.5.3 Método de la inclusión equivalente

En el caso de una inhomogeneidad, los módulos elásticos del sub-dominio elipsoidal difieren de los de la matriz. Asimismo, Eshelby (1957) fue el primero en puntualizar que la perturbación en la tensión puede ser simulada por una autotensión causada por una inclusión con una adecuada autodeformación. Esta técnica es conocida como **método de la inclusión equivalente**. En contraste con Eshelby, Zeller y Dederichs (1973) mantienen la dependencia espacial de las constantes elásticas y resuelven el problema en forma de ecuaciones integrales obtenidas a partir de las ecuaciones de equilibrio.

Supóngase una matriz infinitamente extendida con constantes elásticas C_{ijkl} conteniendo un sub-dominio elipsoidal Ω con constantes elásticas C_{ijkl}^* , una tensión aplicada en el infinito σ_{ij}^0 y su correspondiente deformación $1/2(u_{i,j}^0 + u_{j,i}^0)$. El desvío en tensión y en desplazamiento lo identificamos por $\tilde{\sigma}_{ij}$ y u_i respectivamente. La tensión total es $\sigma_{ij}^0 + \tilde{\sigma}_{ij}$ y el desplazamiento total $u_i^0 + u_i$. Las ecuaciones constitutivas en el dominio de la inhomogeneidad y de la matriz resultan:

$$\sigma_{ij}^0 + \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}^* (u_{k,l}^0 + u_{k,l}) \quad \text{en } \Omega \quad (3.76)$$

$$\sigma_{ij}^0 + \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (u_{k,l}^0 + u_{k,l}) \quad \text{en } D - \Omega \quad (3.77)$$

El método consiste en simular el desvío en tensión, usando la autotensión resultante de una inclusión la cual ocupa el espacio Ω .

$$\sigma_{ij}^0 + \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (u_{k,l}^0 + u_{k,l} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{en } \Omega \quad (3.78)$$

La condición necesaria y suficiente para satisfacer la equivalencia entre la inhomogeneidad y la inclusión es:

$$C_{ijkl}^* (u_{k,l}^0 + u_{k,l}) = C_{ijkl} (u_{k,l}^0 + u_{k,l} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{en } \Omega \quad (3.79)$$

o de manera equivalente

$$C_{ijkl}^* (\varepsilon_{kl}^0 + \tilde{\varepsilon}_{kl}) = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^0 + \tilde{\varepsilon}_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{en } \Omega \quad (3.80)$$

En función de las Ecs.(3.77) y (3.79), el problema puede ser escrito a través de una ecuación constitutiva en todo el dominio del material:

$$\sigma_{ij}^0 + \tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} (\varepsilon_{kl}^0 + \tilde{\varepsilon}_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad \text{en } D \quad (3.81)$$

Considerando ε^* no nula sólo dentro de la inclusión y utilizando, además, la expresión que relaciona los estados de tensión y deformación macroscópicos, se tiene que:

$$\sigma_{ij}^0 = C_{ijkl} \varepsilon_{kl}^0 \quad (3.82)$$

Lo cual permite sólo tener que resolver la siguiente Ec.(3.83) como sigue:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl}(\tilde{\varepsilon}_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad (3.83)$$

Haciendo uso de la relación de Eshelby:

$$\tilde{\sigma}_{ij} = C_{ijkl} \left(\tilde{\varepsilon}_{kl} - \mathbf{S}^{esh^{-1}}_{klmn} \tilde{\varepsilon}_{kl} \right) \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\sigma} &= C : \left(\tilde{\varepsilon} - \mathbf{S}^{esh^{-1}} : \tilde{\varepsilon} \right) = C : \left(I - \mathbf{S}^{esh^{-1}} \right) : \tilde{\varepsilon} = -C : \left(\mathbf{S}^{esh^{-1}} - I \right) : \tilde{\varepsilon} = -\tilde{\mathbf{L}} : \tilde{\varepsilon} \\ \tilde{\sigma} &= -\tilde{\mathbf{L}} : \tilde{\varepsilon} \end{aligned} \quad (3.85)$$

La Ec.(3.85) es la llamada Ecuación de Interacción, y C es el módulo macroscópico y el tensor $\tilde{\mathbf{L}}$ es el tensor de interacción dada en la Ec.(3.86).

$$\tilde{\mathbf{L}} = C : \left(\mathbf{S}^{esh^{-1}} - I \right) \quad (3.86)$$

Las expresiones Ecs.(3.85) y (3.86) pueden reescribirse en términos de las compliancias:

$$(\varepsilon - E) = -\tilde{\mathbf{M}}(\sigma - \Sigma) \quad (3.87)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = (I - \mathbf{S}^{esh})^{-1} : \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{M}^{p(tg)} \quad (3.88)$$

El tensor de acomodación $\mathbf{B}^c$ se obtiene como

$$\mathbf{B}^c = (\mathbf{M}^c + \tilde{\mathbf{M}})^{-1} : (\mathbf{M} + \tilde{\mathbf{M}}) \quad (3.89)$$

donde $\mathbf{M}^c$ es el modulo microscópico de compliancias, Las ecuaciones de autoconsistencia del problema Ecs.(3.54) y (3.55) determinan que el modulo macroscópico $\mathbf{M}$ debe obtenerse como el ponderado (con factores de pesos $\mathbf{B}^c$) de los módulos microscopicos $\mathbf{M}^c$:

$$\mathbf{M} = \langle \mathbf{M}^c : \mathbf{B}^c \rangle \quad (3.90)$$

El tensor de Eshelby está limitado entre $0 \leq \mathbf{S}^{esh} \leq I$, y presenta los siguientes casos límites:

$S = 0 \Rightarrow \tilde{C} = \infty$ para σ finito debe ser $\varepsilon = 0$. La cual significa que la matriz es infinitamente “rígida” con respecto a la inhomogeneidad.

$S = I \Rightarrow \tilde{C} = 0$ para ε finita debe ser $\sigma = 0$. Esto significa que la matriz es infinitamente “compliant” con respecto a la inhomogeneidad (no hay generación de tensiones internas).

3.6 Formulación viscoplástica autoconsistente

Los modelos policristalino estiman las sollicitaciones mecánicas externas aplicadas al policristal, sujeto a condiciones de contorno, y las distribuyen entre los cristales que lo conforman, independiente del régimen de deformación al cual se encuentre sometido (elástico, elastoplástico, viscoelástico, viscoplástico, elastoviscoplástico). Estos modelos se basan generalmente en los principios siguientes:

- 1) Caracterización: define la distribución estadística y espacial de cada fase constituyente conjuntamente con la ley constitutiva del material. Es frecuente la consideración de la orientación cristalina de los granos como magnitud representativa sin la diferenciación entre granos de igual orientación.
- 2) Localización: define el tipo de relación en la ecuación de interacción entre las magnitudes a escala microscópica y las correspondientes a escala macroscópicas. En el caso de policristales, el tipo de interacción permite diferenciar los modelos entre sí.
- 3) Homogeneización: determina el comportamiento global (efectivo) a partir de promedios de las magnitudes locales.

El caso más sencillo de interacción entre una inclusión embebida en un medio homogéneo es la inclusión elástica en un medio también elástico. En este caso, las ecuaciones constitutivas microscópica y macroscópica son lineales e independientes del tiempo. La solución completa de este problema, se debe a Eshelby (1957). Distintos modelos autoconsistentes han sido propuestos y desarrollados basándose en la formulación de la inclusión de Eshelby (1957). Los primeros en proponer un modelo para el tratamiento de la interacción intergranular durante el proceso de deformación plástica son Kroner (1961); Budiansky y Wu

(1962). La formulación consiste en suponer la existencia de una matriz isótropa capaz de acomodar elásticamente la diferencia entre la deformación plástica de los granos y la propia matriz. La llamada ecuación de interacción, que en este caso relaciona los desvíos en tensión y deformación, muestra serias limitaciones en relación con el tratamiento de grandes deformaciones. En tal situación, la deformación plástica resulta ser mucho mayor que la deformación elástica. Debido a ello, la matriz se vuelve rígida y el comportamiento predicho tiende al límite superior.

Del mismo modo, Berveiller y Zaoui (1980) sugieren una variación del modelo anterior consistente en la introducción de un factor de acomodación elástico α que es ajustado empíricamente, para obtener un resultado intermedio entre el límite superior e inferior del comportamiento del material. Por otro lado, Hill (1965) define un marco de referencia general para los métodos autoconsistentes basados en la solución de Eshelby del problema de la inclusión. Asimismo, Hutchinson (1976) propone una ley constitutiva que relaciona la velocidad de deformación y la tensión, en el caso isotrópico y posteriormente para el caso anisotrópico, Turner (1993). Para finalizar las formulaciones elastoplástico autoconsistente, debe mencionarse la variación del modelo de Hill, propuesta por Iwakuma y Nemat-Nasser (1984) quien incluye los efectos del cambio de forma y de las rotaciones del material.

La estrategia del problema asociado a grandes deformaciones plásticas consiste en descartar los efectos elásticos, proponiendo un comportamiento viscoplástico del material. Se introducen dos simplificaciones al problema. 1) se logra una formulación continua de la plasticidad, 2) al descartar los efectos elásticos, se describe el comportamiento del material tanto a nivel del grano como del policristal.

Las relaciones constitutivas entre la tensión y la velocidad de deformación son independientes del tiempo, lo que permite ingresar éste como un parámetro y calcular la deformación a partir de la correspondiente velocidad de deformación.

Este fue adoptado por Hutchinson (1976) y por Molinari et al. (1987) quienes lo aplican al cálculo del desarrollo de textura. Para la resolución del problema viscoplástico a deformaciones finitas utilizan una linealización tangente de la ley constitutiva no-lineal. Dentro de esta aproximación, el policristal es dividido en sub-dominios en los cuales la velocidad de deformación y la tensión son uniformes. El cálculo de la velocidad de deformación y de la tensión en un punto del policristal requiere el conocimiento de la velocidad de deformación y la tensión en todos los otros puntos del agregado. El medio heterogéneo del policristal es reemplazado por un medio homogéneo equivalente (HEM, Homogeneous Equivalent Medium) para los puntos lejanos del punto en el cual se calcula el estado velocidad de deformación y tensión, es decir, la interacción es tomada en cuenta sólo en primera aproximación a través de la interacción del grano con el HEM.

3.6.1 Características de un policristal viscoplástico

Durante un ensayo de tracción estático, hay una deformación inicial que aumenta simultáneamente con la carga. Si, bajo cualquier circunstancia, la deformación continúa mientras la carga se mantiene constante, a esta deformación adicional se la conoce como fluencia o “creep”. Hutchinson (1976) estudió la conexión entre el comportamiento en fluencia de un policristal y las propiedades de fluencia de los cristales simples, en especial la fluencia estacionaria⁸, que describe a través de una relación potencial pura entre tensión y velocidad de deformación. Por otro lado, se ha visto en la sección 3.2 que el comportamiento plástico de un cristal puede describirse a través de una relación potencial pura, siempre que se fije para ella un exponente lo suficientemente grande. Por lo tanto, resultará posible extender los

⁸ En el proceso de creep los materiales sometidos a un estado de fluencia lenta sufren una deformación cuya velocidad varía a medida que transcurre el tiempo, este tiene tres etapas: creep primario, creep estacionario, creep terciario. En el creep estacionario se caracteriza por una velocidad de fluencia que apenas varía a medida que transcurre el tiempo, como resultado de un equilibrio entre los procesos en competencia de endurecimiento y de recuperación [Dieter, 1986]. En la etapa estacionaria hay un equilibrio entre el proceso de endurecimiento por trabajado y de recuperación, lo que explica el predominio del creep por dislocaciones [Evans y Wilshire, 1993].

modelos policristalino de fluencia estacionaria al tratamiento de la plasticidad de policristales. El comportamiento plástico del cristal simple puede reescribirse como:

$$\dot{\varepsilon}_i = \left\{ \dot{\gamma}_0 \sum_{s=1}^S \frac{m_i^s m_j^s}{\tau_c^s} \left(\frac{m_j^s \sigma'_j}{\tau_c^s} \right)^{n-1} \right\} \sigma'_j = M_{ij}^{c(sec)}(\sigma') \sigma'_j = \mathbf{D} \quad (3.91)$$

donde $M_{ij}^{c(sec)}$ se denomina módulo secante de compliancias viscoplásticas y es el factor instantáneo entre tensión y velocidad de deformación. Si $n \neq 1$, $M_{ij}^{c(sec)}$ es dependiente de la tensión (tal dependencia se hace más fuerte a medida que aumenta n) y su validez como factor entre tensión y velocidad de deformación se limita sólo al punto $\sigma' - \dot{\varepsilon}$ donde es calculado. Si se pretende representar el comportamiento del material en un entorno del punto $\sigma' - \dot{\varepsilon}$, debe definirse el módulo tangente y el término independiente $M_{ij}^{c(tg)}$ y $\dot{\varepsilon}_i^0$ del cristal simple a través de un desarrollo de Taylor de primer orden, de la siguiente forma:

$$\dot{\varepsilon}_i = \left. \frac{\partial \dot{\varepsilon}_i}{\partial \sigma'_j} \right|_{\sigma'} \sigma'_j + \dot{\varepsilon}_i^0 = M_{ij}^{c(tg)}(\sigma') \sigma'_j + \dot{\varepsilon}_i^0 \quad (3.92)$$

Análogamente, pueden definirse los módulos secante, tangente y término independiente del policristal:

$$\dot{E}_i = -M_{ij}^{p(sec)} \Sigma'_j \quad (3.93)$$

$$\dot{E}_i = \left. \frac{\partial \dot{E}_i}{\partial \Sigma'_j} \right|_{\Sigma'} \Sigma'_j + \dot{E}_i^0 = M_{ij}^{p(tg)} \Sigma'_j + \dot{E}_i^0 \quad (3.94)$$

Si $\mathbf{M}^{c(sec)}$ es fuertemente dependiente de la tensión desviatoria, σ' , también lo será $\mathbf{M}^{p(sec)}$ de Σ' y, por lo tanto, el módulo secante macroscópico sólo vale como factor entre la velocidad de deformación y la tensión desviatoria en el punto $\dot{E} - \Sigma'$ donde es calculado. Por lo tanto, si se pretende describir el comportamiento del policristal en un entorno de dicho punto será necesario calcular el módulo tangente correspondiente.

Se prueba fácilmente que los módulos secante y tangente de un cristal simple cuya ecuación constitutiva responde a ley potencial entre tensión desviatoria y velocidad de deformación verifican la siguiente relación:

$$M_{ij}^{c(tg)} = nM_{ij}^{c(sec)} \quad (3.95)$$

dónde n es el exponente de la ley potencial Ec.(3.51), estudios realizado por Hutchison (1976) demuestra que los módulos secante y tangente de un policristal constituido por granos que responden a una ley potencial pura también se encuentran conectados a través de una relación análoga a la Ec.(3.95). Por tanto:

$$M_{ij}^{p(tg)} = nM_{ij}^{p(sec)} \quad (3.96)$$

Las Ecs.(3.95) y (3.96) resultan claves para la implementación numérica de la formulación, ya que conectan magnitudes fácilmente calculables (módulos secantes) con otras cuyo cálculo resulta engorroso (módulos tangentes) pero que describen adecuadamente la respuesta del medio en un entorno del punto donde son calculados.

3.6.2 Formulación de Lebensohn y Tomé de 1-sitio

A continuación se presentan las ecuaciones del modelo viscoplástico auto-consistente de 1-sitio las cuales fueron originalmente desarrolladas por Molinari et al. (1987) y posteriormente extendidas al comportamiento anisotrópico general por Lebensohn y Tomé (1993). La presente derivación es completamente general, basada en la formulación incompresible de Lebensohn et al. (1998). La ecuación constitutiva del cristal simple, descrita a continuación, no considera mecanismos de deformación de alta temperatura, deslizamiento de bordes de grano o recristalización.

Este modelo se basa en el comportamiento viscoplástico de un solo cristal y utiliza un esquema de homogeneización SC para la transición al policristal, a diferencia del modelo FC, en el que la deformación local en cada grano se considera igual a la deformación macroscópica aplicada al policristal. La formulación SC permite que

cada grano se deforme de manera diferente, de acuerdo con sus propiedades direccionales, la fuerza de interacción entre el grano y sus alrededores. En este sentido, cada grano se considera a su vez como una inclusión elipsoidal rodeado de un medio homogéneo equivalente, que tiene las propiedades promedio del policristal (ver Figura 3-6). La interacción entre la inclusión y el HEM se resuelve por medio del formalismo de Eshelby [Mura, 1987].

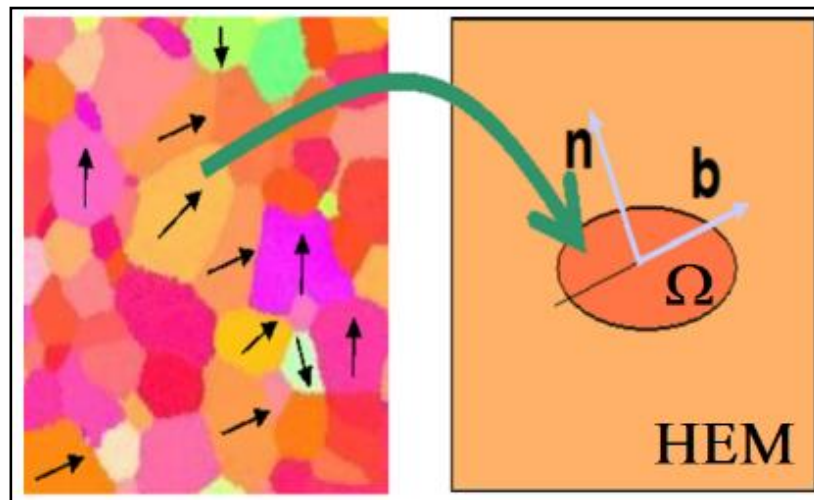


Figura 3-6: Suposición de Eshelby de la inclusión elipsoidal [Fergani et al. 2014].

Las propiedades del HEM no se conocen de antemano sino que tienen que ser calculadas como el promedio de los comportamientos individuales de cada grano, una vez que se consigue convergencia de los estados macro y microscópicos de tensiones y deformaciones.

En lo que sigue, sólo se presentarán las principales ecuaciones del modelo VPSC. El problema planteado por Lebensohn y Tomé (1993) es formalmente equivalente al caso elástico, reemplazando el módulo elástico (C_{ijkl}) por la inversa de la compliancia viscoplástica. Por lo tanto, la solución buscada es también idéntica a la del caso elástico, es decir, la tensión y la velocidad de deformación dentro del dominio de la inclusión serán uniformes, y sus desvíos respecto del promedio determinarán la interacción.

El modelo autoconsistente permite una solución dividiendo el medio en subdominio (g) en los cuales la deformación es uniforme. La ecuación de interacción que establece la relación entre desvíos de tensión y de velocidad de deformación se expresa por:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^g - \dot{\mathbf{E}} = -\tilde{\mathbf{M}}(\boldsymbol{\sigma}'^g - \boldsymbol{\Sigma}') \quad (3.97)$$

donde $(\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}, \dot{\mathbf{E}})$ y $(\boldsymbol{\sigma}', \boldsymbol{\Sigma}')$ son la velocidad de deformación y tensión desviatoria del grano y del policristal respectivamente (note que para el modelo de Taylor se cumple la Ec.(3.56)). El tensor de interacción $\tilde{\mathbf{M}}$ y el tensor de localización $\mathbf{B}^{g^c}$ son funciones del módulo viscoplástico macroscópico, el tensor de Eshelby, $\mathbf{S}^{esh}$ de forma y orientación del elipsoide que representa el grano embebido. El módulo secante macroscópico puede ser ajustado iterativamente utilizando la ecuación siguiente:

$$\tilde{\mathbf{M}} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{esh})^{-1} : \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{M}^{p(tg)} \quad (3.98)$$

donde $\mathbf{S}^{esh}$ es el tensor de Eshelby para un medio viscoplástico, que es función de la forma de la inclusión, $\mathbf{I}$ es el tensor identidad de cuarto orden y del tensor $\mathbf{M}^{p(tg)}$. El módulo secante macroscópico $\mathbf{M}^{p(sec)}$ se puede ajustar de forma iterativamente. Las relaciones de homogeneización Ecs.(3.94) y (3.95) proveen la conexión entre las magnitudes microscópicas y macroscópicas que permiten la resolución del problema policristalino. La ecuación Ec.(3.29) y su análoga macroscópica pueden combinarse con las relaciones Ecs.(3.94) y (3.95) para dar:

$$\boldsymbol{\sigma}'^g = \mathbf{B}^{g^c} : \boldsymbol{\Sigma}' \quad (3.99)$$

$$\tilde{\mathbf{M}} = (\mathbf{I} - \mathbf{S}^{esh})^{-1} : \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{M}^{p(tg)} \quad (3.100)$$

La formulación anterior se ha desarrollado en función del módulo tangente de manera de poder describir la respuesta del medio a estados de carga que se encuentran en un entorno del estado tensión-deformación. De todas maneras, la conexión entre los módulos secantes tangente del policristal dada por la Ec.(3.96) permite reescribir la Ec.(3.100) en función del módulo secante:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \mathbf{n}(\mathbf{I} - \mathbf{S}^{esh})^{-1} : \mathbf{S}^{esh} : \mathbf{M}^{p(sec)} \quad (3.101)$$

En lo concerniente al algoritmo de cálculo del tensor de Eshelby viscoplástico, deducido en principio en términos del módulo tangente, se muestra en el apéndice I que tanto $\mathbf{S}$ como $\mathbf{\Pi}$ son funciones homogéneas de grado cero de los módulos y, por tanto, valen las siguientes igualdades:

$$\mathbf{S}(\mathbf{M}^{p(tg)}) = \mathbf{S}(n\mathbf{M}^{p(sec)}) = \mathbf{S}(\mathbf{M}^{p(sec)}) \quad (3.102)$$

Las Ecs.(3.101) y (3.102) permiten formular completamente el problema en función del módulo secante, lo cual representa una ventaja desde el punto de vista numérico debida a la relativa simplicidad del cálculo de dicho módulo. En la sección siguiente se formula el llamado tensor de acomodación o localización $\mathbf{B}^{g^c}$. El módulo del agregado policristalino puede ser expresado en términos de los módulos microscópicos $\mathbf{M}^{(sec)}$ y de los correspondientes tensores de localización $\mathbf{B}^{g^c}$. Una vez alcanzada la convergencia, la velocidad de rotación de la red cristalina en cada inclusión está dada por:

$$\dot{\omega} = \dot{W} + \tilde{\omega} - \dot{\omega}^{desliz} \quad (3.103)$$

donde $\dot{W}$ es la velocidad de rotación macroscópica, $\tilde{\omega}$ es la velocidad de rotación autoconsistente y $\dot{\omega}^{desliz}$ es la velocidad de rotación debida al deslizamiento cristalino. Una característica particular en la implementación numérica del modelo Lebensohn y Tomé (1993) es la incorporación del maclado como posible modo de deformación del material. La reorientación por maclado, a diferencia de la reorientación gradual debido a deslizamiento cristalográfico, es discreta. El volumen maclado dentro del grano se reorienta respecto de la matriz con un ángulo que es función del tipo de maclado considerado. Además, el proceso es acumulativo en el sentido de que la fracción de volumen maclado dentro del grano se incrementa con la deformación.

3.6.3 Formulación de 1-sitio VPSC-TGT

A continuación se presenta una modificación al modelo de Lebensohn y Tomé (1993). Para la simulación de la respuesta del material, se emplea un modelo viscoplástico autoconsistente de tasa-dependiente. En lo que sigue, se presentan algunas de las características de la formulación de 1-sitio tangente VPSC-TGT. Para una descripción más detallada, se remite al lector a Lebensohn y Tomé (1993). El policristal se describe a través de un conjunto discreto de orientaciones pesos representativos de la textura cristalográfica del material.

Molinari y Toth (1994) introducen un coeficiente de interacción en la relación tensorial que vincula los desvíos en velocidad de deformación y el desvío en tensión:

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} - \dot{\mathbf{E}} = -\alpha \tilde{\mathbf{M}}(\boldsymbol{\sigma}' - \boldsymbol{\Sigma}') \quad (3.104)$$

siendo α un escalar positivo. Molinari y Toth encuentran un valor de $\alpha = (3n^2 + 4n - 2)/5n$ que surge de ajustar la solución del problema de la inclusión con los resultados obtenidos por Gilormini (1987). Un valor de $\alpha = 1$ conduce a la formulación utilizada por Lebensohn (1993), el modelo estático de Sachs se corresponde con un $\alpha = \infty$, el caso de una aproximación tipo Taylor resulta si $\alpha = 0$ y, finalmente, si $\alpha = 1/n$, se llega al caso secante. El parámetro α sintoniza la fuerza del tensor de interacción. En los modelos actuales, se utiliza el enfoque estándar SC-TGT con $\alpha = 1$ en este caso el tensor de interacción queda:

$$\tilde{\mathbf{M}} = \alpha: (\mathbf{1} - \mathbf{S}^{esh})^{-1}: \mathbf{S}^{esh}: \mathbf{M}^{p(tg)} \quad (3.105)$$

El módulo secante macroscópico $\mathbf{M}^{p(sec)}$ (Ec.(3.102)) se puede ajustar de forma iterativamente utilizando la siguiente ecuación de auto-consistente.

$$\boldsymbol{\sigma}'^g = \mathbf{B}^{g^c}: \boldsymbol{\Sigma}' \quad (3.106)$$

$$\mathbf{B}^{g^c} = (\mathbf{M}^{g(sec)} + \tilde{\mathbf{M}})^{-1}: (\mathbf{M}^{(sec)} + \tilde{\mathbf{M}}) \quad (3.107)$$

donde $\mathbf{B}^{g^c}$ es el llamado tensor de acomodación o localización. El módulo del agregado policristalino puede ser expresado en términos de los módulos microscópicos y de los correspondientes tensores de localización:

$$\mathbf{M}^{p(sec)} = \langle \mathbf{M}^{c(sec)} : \mathbf{B}^{g^c} \rangle \quad (3.108)$$

donde $\langle \rangle$ indica un promedio ponderado sobre todos los granos del policristal. La resolución de la ecuación autoconsistente Ec.(3.108) se obtiene a través de un proceso iterativo, donde el módulo macroscópico del policristal está dado como un promedio asociado a la fracción de volumen de los módulos microscópicos y a su vez ponderados por el tensor de localización $\mathbf{B}^{g^c}$. Estas ecuaciones fueron derivadas a partir de imponer que el promedio de las velocidades de deformación locales coincida con la velocidad de deformación macroscópica aplicada. Si todos los elipsoides tienen la misma forma y orientación, puede demostrarse que las mismas ecuaciones son obtenidas partiendo de la condición de que el promedio de tensiones locales coincida con la tensión macroscópica.

Las relaciones de homogenización $\mathbf{E} = \langle \boldsymbol{\varepsilon} \rangle$ (Ec.(3.54)) y $\boldsymbol{\Sigma} = \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle$ (Ec.(3.55)) proveen la conexión entre magnitudes microscópicas y macroscópicas que permiten la resolución del problema policristalino. La Ec.(3.91) y su análoga macroscópica pueden combinarse con las relaciones Ecs.(3.54) y (3.55) para encontrar la solución mediante un procedimiento iterativo involucrando las Ecs.(3.104), (106), (3.107) y (3.108) para todas las orientaciones de los granos. Con las condiciones de borde se obtienen tanto la respuesta local como global del policristal. Si los granos elipsoidales tienen entre sí diferente forma, como es en el caso de aleaciones multifásicas, los tensores de interacción no pueden obtenerse a partir de los promedios.

3.6.4 Linealización del problema no lineal

La no linealidad en la Ec.(3.91), sección 3.6.1 puede estar originada por distintos fenómenos, algunos de estos tipos de comportamiento que introducen la no

linealidad e inducen al deterioro de un material desde un punto de vista mecánico-numérico:

- **No linealidad constitutiva** debido al cambio de propiedades que sufre el material durante su comportamiento mecánico y se refleja en su tensor constitutivo C_{ijkl} .
- **No linealidad por grandes deformaciones** producidas por grandes movimientos, traslaciones y rotaciones, que también producen cambios en el sistema de referencia local en los puntos del sólido, afectando por ello al tensor de compatibilidad de deformaciones.
- **No linealidad por grandes desplazamientos** que sólo afecta al tensor de compatibilidad de deformaciones, porque en este caso sólo ocurren cambios en el sistema de referencia local de los puntos del sólido como consecuencia de grandes movimientos.

Existen otros efectos no lineales como la influencia del tiempo que produce en algunos sólidos comportamientos irreversibles. Estos pueden presentarse en forma aislada o participar todos ellos en distinto grado. Sobre la modelización constitutiva y su influencia en el comportamiento del material. Se recomienda profundizar el estudio en las fuentes orientadas a esta finalidad [Lubliner, 1990; Oller, 2001].

Para la ecuación de la conducta constitutiva viscoplástico del material a nivel del cristal Ec.(3.91), se debe linealizar, para lo cual existen diferentes aproximaciones la que influirá en la hipótesis de homogenización. Cada una de estas se definen en términos de la tensión en el grano (r). A continuación se nombran algunos de los esquemas de primer orden más conocidos:

- 1) Aproximación secante [Hill, 1965; Hutchinson, 1976], el módulo está dado por:

$$\mathbf{M}_{sec}^{(r)} = \dot{\gamma}_0 \sum_s \frac{\mathbf{m}^{s(r)} \otimes \mathbf{m}^{s(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^{n-1} \quad (3.109)$$

$$\dot{\varepsilon}_{sec}^{0(r)} = 0 \quad (3.110)$$

- 2) Aproximación affine [Ponte Castañeda, 1996; Masson et al. 2000], el módulo está dado por:

$$\mathbf{M}_{\text{aff}}^{(r)} = n\dot{\gamma}_0 \sum_s \frac{\mathbf{m}^{s(r)} \otimes \mathbf{m}^{s(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^{n-1} \quad (3.111)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{sec}}^{0(r)} = (1 - n)\dot{\gamma}_0 \sum_s \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^n x \operatorname{sgn}[\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}] \quad (3.112)$$

- 3) Aproximación tangente [Molinari et al. 1987; Lebensohn y Tomé, 1993], el módulo está dado por:

$$\mathbf{M}_{\text{aff}}^{(r)} = n\dot{\gamma}_0 \sum_s \frac{\mathbf{m}^{s(r)} \otimes \mathbf{m}^{s(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^{n-1} \quad (3.113)$$

$$\dot{\epsilon}_{\text{sec}}^{0(r)} = (1 - n)\dot{\gamma}_0 \sum_s \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^n x \operatorname{sgn}[\mathbf{m}^{s(r)} : \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}] \quad (3.114)$$

la diferencia con la anterior, en lugar de utilizar esta formulación evitando el ajuste iterativo del término independiente, [Molinari et al. 1987] hacen uso del módulo secante $\mathbf{M}_{\text{sec}}^{(r)}$ para ajustar $\mathbf{M}^{p(\text{sec})}$, en combinación con la relación tangente-secante: $M_{ij}^{p(tg)} = nM_{ij}^{p(\text{sec})}$ [Hutchinson, 1976]. Por lo tanto la expresión del tensor de interacción está dada por:

$$\tilde{\mathbf{M}} = (\mathbf{1} - \mathbf{S}^{\text{esh}})^{-1} : \mathbf{S}^{\text{esh}} : \mathbf{M}^{p(tg)} = n(\mathbf{1} - \mathbf{S}^{\text{esh}})^{-1} : \mathbf{S}^{\text{esh}} : \mathbf{M}^{p(\text{sec})} \quad (3.115)$$

Cualitativamente, la ecuación ($\tilde{\epsilon} = -\tilde{\mathbf{M}} : \tilde{\boldsymbol{\sigma}}'^{(r)}$) indica que mientras mayor sea el tensor de interacción, menor será la diferencia entre la tensión de los granos y la tensión promedio del agregado policristalino. Como consecuencia, insensibilidad a la velocidad de deformación, la aproximación tangente tiende a un estado de tensión uniforme (Sachs ó aproximación límite inferior).

- 4) Aproximación variacional⁹ [Ponte-Castañeda y Suquet, 1998], el módulo está dado por:

⁹ Tomada del artículo de Montagnat M., Castelnau, O., Bons, P.D., Faria, S.H., Gagliardini, O., Gillet-Chaulet, F., Grennerat, F., Griaer, A., Lebensohn, R.A., Moulinec, H., Roessiger, J., Suquet, P. (2014). Multiscale modeling of ice deformation behavior, *Journal of Structural Geology*, (61),78-108.

$$\mathbf{M}_{va}^{(r)} = \sum_s \frac{\dot{\gamma}_0^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \left| \frac{\mathbf{m}^{s(r)} \cdot \boldsymbol{\sigma}'^{(r)}}{\tau_0^{s(r)}} \right|^{n-1} \mathbf{m}^{s(r)} \otimes \boldsymbol{\sigma}'^{(r)} \quad (3.116)$$

En este trabajo se aplica la aproximación tangente [Molinari et al. 1987; Lebensohn y Tomé, 1993].

Existen otras aproximaciones de segundo orden basadas en el cálculo de las fluctuaciones promedio de la distribución de la tensión dentro de los granos [Bobeth y Diener, 1987; Kreher, 1990].

3.6.5 Calculo del desarrollo de textura

El cálculo del desarrollo de textura a través de un código del modelo VPSC, a partir de la deformación total después de sucesivos pasos de deformación, consta de las siguientes etapas:

- 1) Las condiciones de borde del problema
 - a) pueden ser impuestas o fijando el gradiente de velocidad macroscópico $\dot{U}_{ij}$, cuya parte, simétrica $\dot{E}_{ij}$ (velocidad de deformación macroscópica) y cuya parte antisimétrica es $\dot{W}_{ij}$ (velocidad de rotación macroscópica).
 - b) aproximación tipo Taylor $\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{E}_{ij}$.
 - c) textura inicial: 3 ángulos de Euler y un peso asociado (w^i), para cada orientación a través de la matriz de transformación R definida en la Ec.(2.1).
 - d) sistemas de deformación plástica del cristal con sus respectivas tensiones de fluencia¹⁰ y exponentes viscoplásticos.
- 2) Paso incremental de deformación $\Delta\epsilon = \dot{E}\Delta t$ donde inicialmente se supone $\dot{E} = 1$.

¹⁰ Por lo general, la superficie de fluencia varía a medida que aumenta la deformación plástica acumulada debido al endurecimiento por trabajado. Se supone que el endurecimiento por trabajado, los valores de la tensión crítica resuelta CRSS asociadas a los distintos sistemas de deformación permanecen constantes.

- 3) Para cada incremento se proponen valores de prueba para la velocidad de deformación, $\dot{\epsilon}$ y la tensión en cada grano, σ' . En el caso de imponer al problema condiciones de borde mixtas (tensión-velocidad deformación) la deformación local será igual al valor de prueba que se fija para la velocidad de deformación macroscópica, $\dot{E}$. En los pasos sucesivos el valor de prueba será el resultante del cálculo anterior.
- 4) El proceso autoconsistente se resuelve a través de tres procesos iterativos anidados. El módulo secante se calcula en función del tensor desviador. Dado que la Ec.(3.108) es una ecuación implícita en $M_{ij}^{c(sec)}$, éste se establece a través de un promedio de Voigt: $M_{ij}^{p(sec)-1} = \langle M^{c(sec)-1} \rangle$. En los incrementos sucesivos el valor de prueba será el resultante de la iteración anterior. Una vez determinado el módulo secante $M^{p(sec)}$ y el módulo $M^{p(tg)}$.

$$M^{c(sec)} (= f(\sigma'_k)) \text{ y tipo Voigt: } M^{p(sec)} = \langle M^{c(sec)-1} \rangle \quad (3.117)$$

- 5) El módulo $M^{p(tg)}$ es utilizado para el cálculo del tensor de Eshelby, el tensor de interacción $\tilde{\mathbf{M}}$ y los tensores de acomodación $\mathbf{B}^c$. Al imponer condiciones de borde mixtas, y dado que el problema es viscoplástico, es necesario, a fin de poder resolver el sistema de ecuaciones resultante, que al menos una componente principal del tensor de tensiones de Cauchy sea conocida.
- 6) Seguidamente, se calcula el promedio $\mathbf{M}^{p(sec)} = \langle \mathbf{M}^{c(sec)} : \mathbf{B}^c \rangle$ para utilizarlo como nuevo valor de prueba de $\mathbf{M}^{p(tg)}$. Estos dos niveles de iteración se repiten hasta que el valor de ambos promedios $\mathbf{M}^{p(sec)} = \langle \mathbf{M}^{c(sec)} : \mathbf{B}^c \rangle$ y $\mathbf{M}^{p(tg)} = \langle \mathbf{M}^{c(tg)} : \mathbf{B}^c \rangle$ coincidan, dentro de cierta tolerancia, con los valores de los módulos $\mathbf{M}^{p(sec)}$ y $\mathbf{M}^{p(tg)}$.
- 7) El valor obtenido para los módulos en forma autoconsistente se utiliza para el cálculo, primero de la tensión desviatoria macroscópica o, en caso de condiciones de borde mixtas, para el cálculo de las componentes desconocidas de $\dot{E}_{ij}$ y Σ_{ij} .

- 8) Utilizando la ecuación viscoplástico Ec.(3.29) y el valor de Σ' obtenido de ($\Sigma' = M^{P(sec)^{-1}} \dot{E}$) para reescribir la ecuación de interacción Ec.(3.93), se obtiene para cada grano el siguiente sistema de 5 ecuaciones no-lineales.

$$\dot{\gamma}_0 \Sigma^s m_i^s \left(\frac{m_k^s \sigma'_k}{\tau_c^s} \right)^n - \dot{E}_i = -\tilde{M}_{ij} (\sigma'_j - \Sigma'_j) \quad (3.118)$$

que se resuelve para las 5 componentes de tensión σ' en el grano utilizando el método de Newton-Raphson. La correspondiente velocidad de deformación $\dot{\epsilon}$ se calcula usando la Ec.(3.91). La autoconsistencia de la solución requiere que estos nuevos valores de $\dot{\epsilon}$ y σ' coincidan con los supuestos al iniciar el procedimiento iterativo más interno. Asimismo, el promedio de los estados microscópicos debe coincidir con las magnitudes macroscópicas correspondientes Ecs.(3.54) y (3.55). Por lo tanto, 3 condiciones de convergencia deben verificarse.

$$| \langle \dot{\epsilon}^n \rangle - \dot{E} | < error \quad (3.119)$$

$$| \langle \sigma'^{(n)} \rangle - \Sigma' | < error \quad (3.120)$$

$$| \sigma'^{(n)} - \sigma'^{(n-1)} | < error \quad (3.121)$$

donde los subíndices (n-1) y (n) se refieren a dos iteraciones sucesivas, mientras que el error se fija usualmente en el orden del 2%. Si las condiciones Ecs.(3.119) y (3.120) no se verifican simultáneamente los valores recalculados de $\dot{\epsilon}$ y σ' son utilizados como valores de prueba para iniciar una nueva iteración.

- 9) Una vez alcanzada la convergencia, para cada sistema de deformación s de cada grano se calculan los valores de las velocidades de distorsión $\dot{\gamma}^s$ asociadas a cada sistema de deformación definida en la Ec.(3.28) o expresada de la forma siguiente:

$$\dot{\gamma}^s = \dot{\gamma}_0^s \left| \frac{m^s : \sigma}{\tau_c^s} \right|^{1/m} \text{sign} \left| \frac{m^s : \sigma}{\tau_c^s} \right| \quad (3.122)$$

- 10) La velocidad de rotación de la red cristalina de un grano que deforma por deslizamiento viene dada por:

$$\dot{\omega} = \dot{W} + \tilde{\omega} - \dot{\omega}^{desliz} \quad (3.123)$$

donde $\dot{\omega}$ es el desvío de la rotación del grano respecto de la rotación macroscópica o rotación local, $\dot{\omega}^{desliz}$ es la velocidad de rotación debido al deslizamiento cristalino, $\dot{W}$ es la distorsión de la velocidad de deformación macroscópica, $\tilde{\omega}$ es la velocidad de rotación local calculada en función del desvío en velocidad de deformación como:

$$\tilde{\omega}_{ij} = \Pi_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^* \quad (3.124)$$

donde Π_{ijkl} es el tensor de rotación local viscoplástico, $\dot{\epsilon}_{kl}^*$ es una autodeformación ficticia haciendo uso de Ec.(3.123) junto con $\omega_{ij} = \frac{1}{2}(n_i b_j - n_j b_i) \gamma$ Ec.(3.12) la rotación total del grano resulta:

$$\dot{\omega}_{ij} = (\dot{\Omega}_{ij} + \Pi_{ijkl} (S_{klmn}^{-1}) \tilde{\epsilon}_{mn} - \sum_{s=1}^S \frac{1}{2} (b_i n_j - b_j n_i)^s \dot{\gamma}^s) \Delta t \quad (3.125)$$

Una vez producida la reorientación (actualización de las matrices de transformación asociadas a cada orientación. $\mathbf{R}$ definida en la Ec.(2.2), se actualiza la forma de los granos¹¹ y se pasa al siguiente paso incremental de deformación. A continuación se presenta un diagrama de flujo para la evolución de la textura en la Figura 3-7.

¹¹ Dado que bajo SC cada grano deforma diferente, la evolución de la morfología y la orientación del elipsoide difiere de grano a grano. Esto determina que a partir del 2do. paso de deformación el cálculo del tensor de Eshelby deba efectuarse para cada grano en particular. Una aproximación que permite conservar una única forma de grano (simplificando considerablemente el cálculo) consiste en actualizar la morfología y la orientación de todos los granos considerando el efecto de la deformación macroscópica aplicada. Todos los cálculos SC que se presentan en este trabajo corresponden a este tipo de actualización "de tipo Taylor" de la forma de grano.

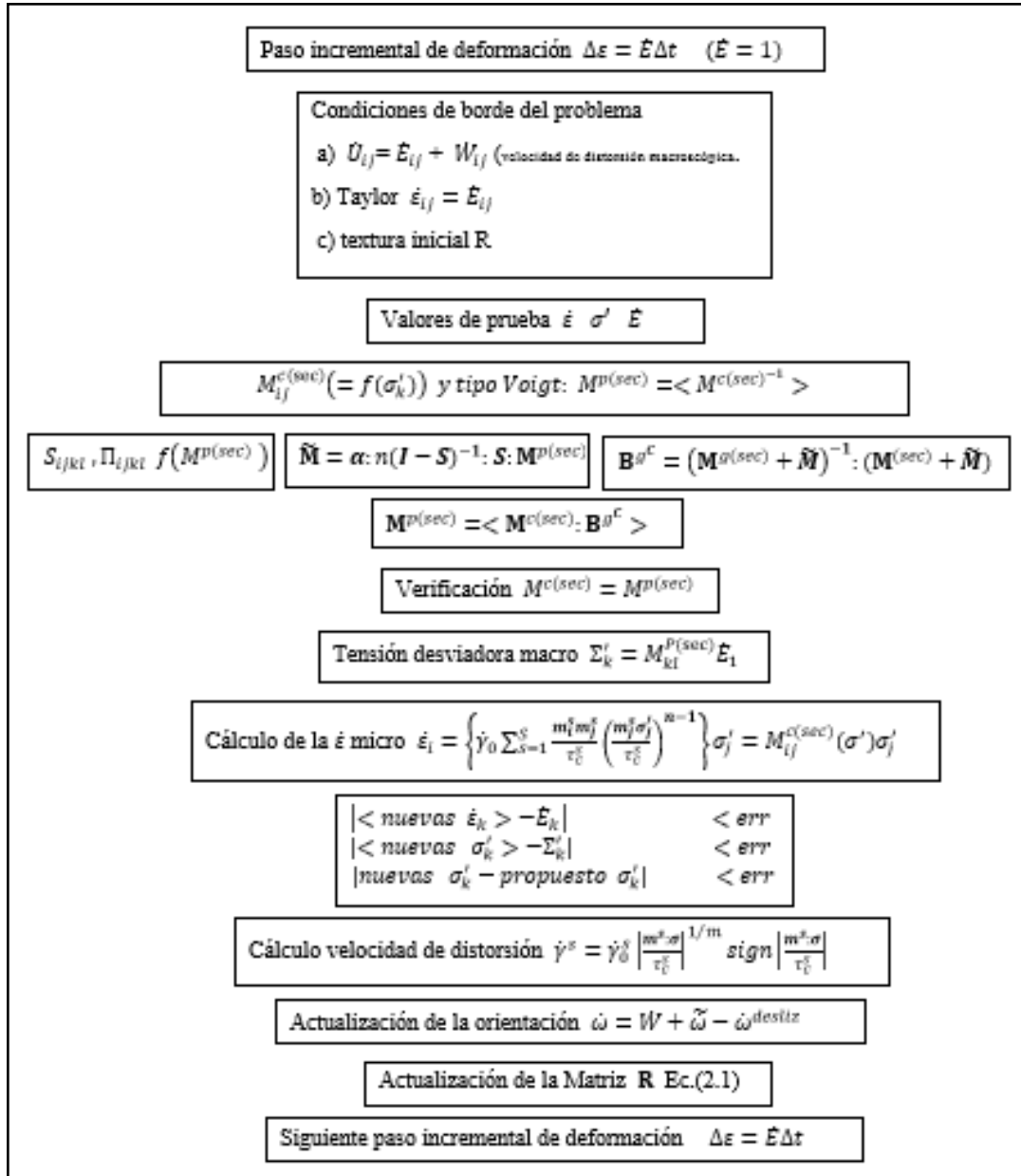


Figura 3-7: Diagrama de flujo de la evolución de textura con VPSC.

3.7 Análisis de Marciniak-Kuczynski (MK)

3.7.1 Formulación extendida del modelo MK

Para simular el comportamiento de la formabilidad, se utilizó la formulación VPSC descrita anteriormente en conjunto con el conocido enfoque MK [Marciniak y

Kuczynski, 1967]. De acuerdo con la formulación original del Marcianiak-Kuczynski (sección 2.9.3), la banda que representa la inhomogeneidad en el modelo MK se orienta de forma perpendicular a la dirección de tensión principal máxima. Esta particular característica del modelo original genera predicciones no realistas en el lado izquierdo de la curva FLC. Hutchinson y Neale (1978) extendieron el modelo MK, otorgando a la banda la posibilidad de una inclinación ψ_0 respecto al eje principal. La nueva inclinación genérica de valor nulo en el caso original, da lugar a la denominada formulación ampliada ver Figura 3-8. Todas las componentes tensoriales se describen en relación al sistema de referencia cartesiano (x_1, x_2, x_3) , y las cantidades dentro de la banda se denotan por el subíndice “b”, las cantidades en la zona homogénea con el subíndice “a” y la normal inicial de la banda es $n^0 = (\cos \psi_0, \sin \psi_0)$.

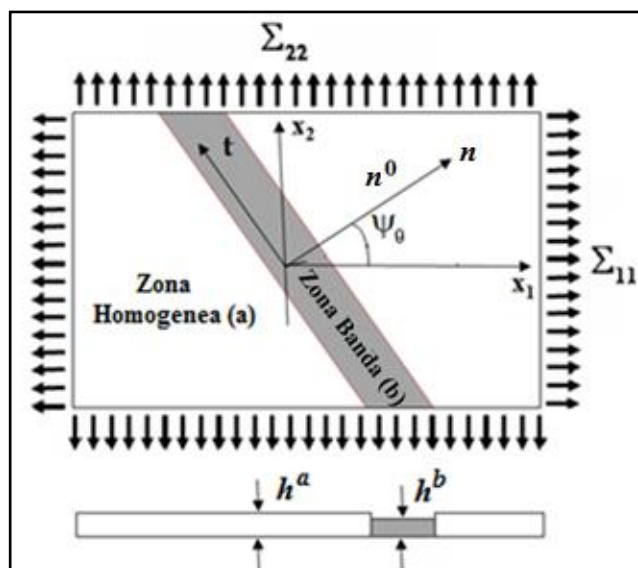


Figura 3-8: Una chapa delgada en el plano $x_1 - x_2$ con una banda de imperfección.

En esta formulación, se definen los vectores unitarios n y t , normales y tangenciales a la banda, respectivamente. Se determina un sistema de referencia solidario a la banda inicial (n, t, x_3) . Una vez aplicada la sollicitación mecánica en la zona homogénea, el problema consiste en hallar los estados de tensión-deformación en ambas zonas. Desde los campos de deformación uniformes son

asumidos tanto dentro como fuera de la banda, la ecuación de equilibrio en la interfase, para una inclinación arbitraria de la banda y teniendo en cuenta la condición de tensión plana ($\Sigma_{33}^a = 0$) esta dada por:

$$n_i \Sigma_{ij}^b h^b = n_i \Sigma_{ij}^a h^a \quad \text{ó} \quad n \cdot \Sigma^b h^b = n \cdot \Sigma^a h^a \quad i, j = 1, 2 \quad (3.126)$$

$$\varepsilon_{22}^b = \varepsilon_{22}^a \quad \text{compatibilidad} \quad (3.127)$$

y la compatibilidad dentro de estas dos regiones son automáticamente satisfechos dada por la Ec.(3.127), donde n , Σ y h representan el vector normal a la banda, el tensor de tensiones y el espesor, respectivamente [Kuroda y Tvergard, 2000]. Por lo tanto, en ambas zonas, sólo las componentes del tensor de tensiones ligados al plano son potencialmente distintas de cero y los componentes L_{23}^a , L_{32}^a , L_{31}^a y L_{13}^a son automáticamente cero.

$$\Sigma^a = \begin{bmatrix} \Sigma_{11}^a & \Sigma_{12}^a & 0 \\ \Sigma_{12}^a & \Sigma_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad L^a = \begin{bmatrix} L_{11}^a & L_{12}^a & 0 \\ L_{12}^a & L_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^a \end{bmatrix} \quad (3.128)$$

La condición de compatibilidad en la interfaz material-banda se da en términos de las diferencias entre los gradientes de velocidad (L^a, L^b) dentro y fuera de la banda, respectivamente [Wu et al. 1997]:

$$L_{ij}^b = L_{ij}^a + \dot{c}_i \otimes n_j \quad i, j = 1, 2 \quad L^b = L + \dot{c} \otimes n \quad (3.129)$$

donde n_j son las componentes del vector unitario normal a la banda y $\dot{c}_i$ son parámetros a determinar. El espesor a lo largo de la sección mínima en la banda se denota como h_t^b , con un valor inicial h_0^b , siendo h_0^a el espesor inicial en el material homogéneo. Mientras un factor de imperfección f_0 está dado por una relación de espesor inicial dentro y fuera de la banda por:

$$f_0 = \frac{h_0^b}{h_0^a} \quad (3.130)$$

Ec.(3.130) determina el desarrollo del cuello para cualquier historia prescrita en el plano gradientes de deformación fuera de la banda. La localización del flujo

plástico se dice que se produce cuando hay una tensión fuera de la banda, mientras la deformación plástica continúa dentro de la banda. Para una sollicitación mecánica particular constante $\rho = D_{22}/D_{11}$ (el cual describe los diferentes caminos de deformación que involucran el diagrama límite de conformado) aplicada a la zona homogénea, y una inclinación inicial de la banda ψ_0 . La Ec.(3.129) se descompone en el tensor de velocidad de deformación simétrica $\mathbf{D}^b$ y el tensor anti-simétrico de la velocidad de rotación del cuerpo rígido $\mathbf{W}^b$:

$$\mathbf{D}^b = \mathbf{D} + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{c}} \otimes \mathbf{n} + \mathbf{n} \otimes \dot{\mathbf{c}}) \quad (3.131)$$

$$\mathbf{W}^b = \mathbf{W} + \frac{1}{2}(\dot{\mathbf{c}} \otimes \mathbf{n} - \mathbf{n} \otimes \dot{\mathbf{c}}) \quad (3.132)$$

siendo, $\mathbf{n}$ la unidad normal a la banda y $\dot{\mathbf{c}}$ es un vector que se determina, $\boldsymbol{\Sigma}$ denota la tensión de Cauchy. La resolución del problema consiste entonces en determinar las incógnitas $\dot{\mathbf{c}}_i = (\dot{c}_1, \dot{c}_2)$, constituyen las soluciones del sistema de ecuaciones conformadas por las Ecs.(3.131) y (3.132) y la relación constitutiva dada por el modelo policristalino VPSC ($\dot{\mathbf{E}} = \bar{\mathbf{M}}:\boldsymbol{\Sigma}' + \dot{\mathbf{E}}^0$). La solución del problema se determina numéricamente, mediante el procedimiento incremental.

Donde que δ_{ij} es el símbolo de Kronecker, la condición de frontera $\Sigma_{33} = 0$ se aplica de la siguiente manera:

$$\Sigma_{ij} = S'_{ij} - S'_{33}\delta_{ij} \quad i=1,2,3 \quad (3.133)$$

donde S'_{ij} es el tensor desviador. La integración del modelo policristalino dentro y fuera de la banda se realiza en dos pasos. En primer lugar, un incremento de la deformación se aplica al material fuera de la banda. $\mathbf{D}\Delta t$, mientras que se supone que el camino de deformación impuesta sobre los bordes de la chapa es:

$$\rho = D_{22}/D_{11} = \dot{\epsilon}_{22}/\dot{\epsilon}_{11} = L_{22}/L_{11} = \text{constante} \quad (3.134)$$

Se asume que $D_{13}, D_{23}, W_{13}, W_{23}$ son nulos fuera y dentro de la banda. De esta manera, se impide la rotación de cuerpo rígido y las deformaciones de corte, según:

$$L_{12}^a = L_{21}^a = D_{12}^a = W_{12}^a = 0 \quad (3.135)$$

el tensor gradiente de velocidad queda definido según:

$$\mathbf{L}^a = \begin{bmatrix} L_{11}^a & L_{12}^a & 0 \\ L_{12}^a & L_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^a \end{bmatrix} = D_{11}^a \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \rho^a & 0 \\ 0 & 0 & -(1 + \rho^a) \end{bmatrix} \quad (3.136)$$

En este caso, la orientación actual de la banda, ψ , es simplemente dada por:

$$\tan \psi = \exp[(1 - \rho)\varepsilon_{11}] \tan \psi_1 \quad (3.137)$$

En el caso de endurecimiento isotrópico, las condiciones de las Ecs.(3.134) y (3.135) dará lugar automáticamente a la tensión de cizallamiento cero, $\Sigma_{12}^a = 0$, fuera de la banda. Lo mismo es cierto para la plasticidad anisótropa si los ejes ortótropos de la anisotropía están en las direcciones de coordenadas fijas, es decir, si $\theta_0 = \psi_0$, donde θ_0 es el ángulo ortotrópico definido en la Figura 3-8.

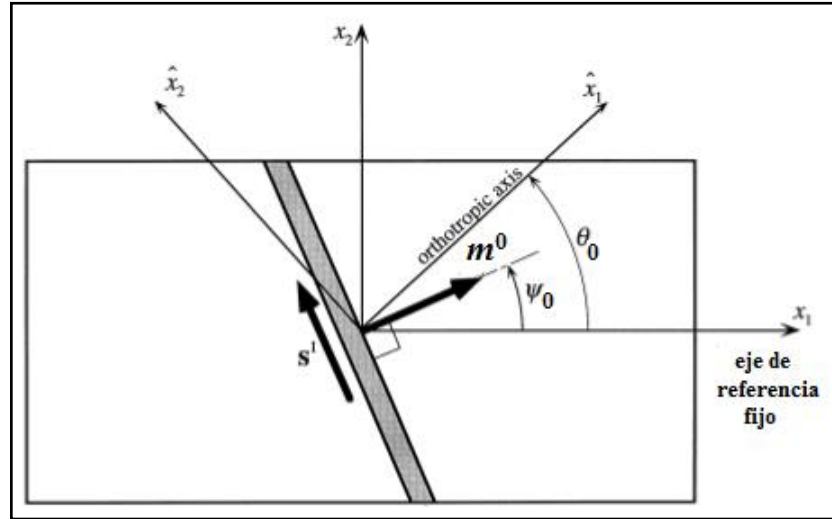


Figura 3-9: Una chapa delgada anisotrópica con una imperfección de espesor inicial inclinada inicialmente ψ_0 [Kuroda y Tvergaard, 2000].

Sin embargo, en muchos de los casos anisotrópico para ser analizados aquí $\theta_0 \neq \psi_0$ como se observa en Figura 3-9 [Kuroda y Tvergaard, 2000; Serenelli et al. 2011], y luego las condiciones Ec.(3.135) puede resultar en el desarrollo de los

valores distintos de cero, L_{12}^a fuera de la banda. Para algunos de estos casos se hizo comparación con los análisis donde Ec.(3.135) se sustituye por las condiciones:

$$L_{12}^a \neq 0 \quad L_{21}^a = 0 \quad \sigma_{12}^a = 0 \quad (3.138)$$

Estas condiciones alternativas significan que, fuera de la banda, líneas de material inicialmente paralelos al eje x_1 no girará, pero las líneas inicialmente paralelo al eje x_2 puede girar, por lo que las deformaciones de corte distintos de cero se desarrollarán, mientras que la tensión de cizallamiento sigue siendo cero.

En este caso, la unidad actual vector normal $\mathbf{n}$ de la banda se puede obtener de la siguiente manera más generalizada [Kuroda y Tveergard, 2000]:

$$\mathbf{n} = \frac{1}{\sqrt{s_1^2 + s_2^2}} \begin{bmatrix} s_2 \\ -s_1 \end{bmatrix} \quad (3.139)$$

$$s_1 = F_{11}t_1^0 + F_{12}t_2^0 \quad s_2 = F_{21}t_1^0 + F_{22}t_2^0 \quad (3.140)$$

donde t_1^0 y t_2^0 son las componentes del vector tangente a la banda en su estado inicial y F_{ij} son las componentes del tensor gradiente de deformación en la zona homogénea. Es importante destacar que para materiales plásticamente isotrópicos o anisotrópico con los ejes ortótropos a lo largo de los ejes fijos de coordenadas, idénticos resultados se obtienen mediante la prescripción de cualquiera de las condiciones Ecs.(3.134) y (3.135) o de las condiciones Ecs.(3.134) y (3.138), fuera de la banda.

Para el caso de $h_0^b/h_0^a < 1$, el inicio de la formación de cuello en la chapa, es decir, la localización, como se definió anteriormente, se calcula como la ocurrencia de una velocidad de deformación principal máxima mucho más alta, dentro de la banda que fuera de la banda, es decir, $\dot{\epsilon}_1^b \gg \dot{\epsilon}_1^a$, donde $\dot{\epsilon}_1^b$ y $\dot{\epsilon}_1^a$ son los valores máximos principales de los tensores velocidad de deformación $\dot{E}^b$ y $\dot{E}^a$, respectivamente. Para el caso de $h_0^b/h_0^a = 1$ (ningún caso de imperfección), el problema se convierte en un problema de bifurcación (el inicio de la formación del cuellos de la chapa) corresponde al punto donde el determinante de la matriz de coeficientes de la ecuación algebraica para $\dot{c}_1$ y $\dot{c}_2$ se convierte en cero.

3.7.2 Resolución numérica según Signorelli et al. (2009)

En esta sección se describe la operatoria propuesta en Signorelli et al. (2009) para el acoplamiento entre el modelo MK-VPSC. Para determinar las S'_{ij} se utiliza el hecho de que las tensiones de Cauchy normales al plano son nulas en ambas zonas. Por lo tanto se puede escribir:

$$\Sigma_{33}^{a,b} = S'_{33}^{a,b} + p = 0 \quad (3.141)$$

$$p = \frac{1}{3} \text{tr}(\Sigma_{ij}^{a,b}) = S'_{33}^{a,b} \quad (3.142)$$

donde p es la presión hidrostática, así se reescribe el tensor de tensiones en términos desviatorios a partir del tensor de Cauchy, donde las componentes subrayadas son las incógnitas del problema:

$$\sigma'^a = \begin{bmatrix} \sigma'_{11}^a & 0 & 0 \\ 0 & \sigma'_{22}^a & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_{33}^a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^a + \sigma'_{33}^a & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{22}^a + \sigma'_{33}^a & 0 \\ 0 & 0 & \sigma'_{33}^a \end{bmatrix} \quad (3.143)$$

Para hallar la velocidad de deformación, el gradiente de velocidad (L^a, L^b) queda como:

$$D_{ij}^b = D_{ij}^a + 1/2 (\dot{c}_i n_j + \dot{c}_j n_i) \quad (3.144)$$

$$W_{ij}^b = W_{ij}^a + 1/2 (\dot{c}_i n_j - \dot{c}_j n_i) \quad (3.145)$$

Una vez que σ'^a y $(D_{ij}^a + W_{ij}^a)$ quedan especificados, se utiliza la Ec.(3.146) del factor de inhomogeneidad y su evolución Ec.(2.48), para desarrollar la Ec.(3.141), según:

$$\begin{cases} (n_1 \sigma_{11}^b + n_2 \sigma_{21}^b) f_0 \exp(\varepsilon_{33}^b - \varepsilon_{33}^a) = n_1 \sigma_{11}^a + n_2 \sigma_{21}^a \\ (n_1 \sigma_{12}^b + n_2 \sigma_{22}^b) f_0 \exp(\varepsilon_{33}^b - \varepsilon_{33}^a) = n_1 \sigma_{12}^a + n_2 \sigma_{22}^a \end{cases} \quad (3.146)$$

A partir de la Ec.(3.2), y teniendo en cuenta que el tensor de tensiones de Cauchy es un tensor simétrico, la Ec.(3.146) puede reescribirse en $f(\sigma, \varepsilon)$ en el plano (x_1, x_2) , según:

$$\begin{cases} (n_1\sigma_{11}^b + n_2\sigma_{21}^b)f_0 \exp((\varepsilon_{11}^a + \varepsilon_{22}^a) - (\varepsilon_{11}^b + \varepsilon_{22}^b)) - n_1\sigma_{11}^a = 0 \\ (n_1\sigma_{12}^b + n_2\sigma_{22}^b)f_0 \exp((\varepsilon_{11}^a + \varepsilon_{22}^a) - (\varepsilon_{11}^b + \varepsilon_{22}^b)) - n_2\sigma_{22}^a = 0 \end{cases} \quad (3.147)$$

En ambas zonas, la deformación está definida como la integral en el tiempo t de la velocidad de deformación respectiva:

$$\varepsilon_{ij}^{a,b} = \int_0^t D_{ij}^{a,b} dt \quad (3.148)$$

Una vez impuestas la sollicitación ρ^a y la inclinación ψ de la banda, el sistema de ecuaciones no-lineales que permite determinar las incógnitas $\dot{c}_i = (\dot{c}_1, \dot{c}_2)$, queda conformado por Ecs.(3.142), (3.144), (3.147) y la relación constitutiva ($\dot{E} = \bar{M}:\Sigma' + \dot{E}^0$) del VPSC. Sustituyendo esta última en la forma incremental de la Ec.(3.147) y utilizando la Ec.(3.144) para eliminar los incrementos de deformación en la zona **(b)** quedan determinados los estados mecánicos completos en ambas zonas. Considerando direcciones principales de deformación y la condición $|D_{33}^b| > 20|D_{33}^a|$. La curva límite de conformado que barre el diagrama FLD desde tracción uniaxial hasta el estiramiento biaxial balanceado, está determinada según:

$$FLC(\varepsilon_{22}^{a*}, \varepsilon_{11}^{a*}) = \min \left\{ \varepsilon_{11}^{a*}(\psi_\rho) \Big|_{N_c} / \psi \in [\psi_i, \psi_f, \Delta\psi] \wedge \rho \in [-R/(R+1); 1; \Delta\rho] \right\} \quad (3.149)$$

donde R es el coeficiente de Lankford, los subíndices i y f refieren a los valores iniciales y finales del intervalo. En este caso ρ es para materiales isotrópicos o débilmente texturados.

Dado que ρ^a y ψ , se impone un paso incremental $\Delta\varepsilon_{11}^a = D_{11}^a \Delta t$ ($D_{11}^a = 1$). Utilizando la relación ($\dot{E} = \bar{M}:\Sigma' + \dot{E}^0$), conjuntamente con el estado de carga ($p = S_{33}^{'a,b}$) y $\sigma^{'a}$, se resuelve el estado completo en la zona **a**. Se actualizan luego las variables asociadas, tanto microscópicas (tensiones de corte críticas y reorientación de la red en cada grano) como macroscópico nuevo espesor de la zona **(a)** y reorientación de la banda). La banda sufre una rotación rígida dada por:

$$\tan \psi^{(k+1)} = \exp[(1 - \rho_i^a) \varepsilon_{11}^a] \tan \psi^{(k)} \quad (3.150)$$

donde k y $k + 1$ representan los estados antes y después de la deformación de la zona (**a**). Para resolución de los sistemas de ecuaciones no lineales se usa el método iterativo de Newton-Raphson¹², adoptando como estimación inicial del gradiente de velocidad en la zona (**b**), del valor obtenido en la zona (**a**) ($L_{ij}^b = L_{ij}^a$). Una vez calculados ($L_{ij}^a; \sigma_{ij}^a$), el sistema siguiente puede reducirse a un sistema de dos ecuaciones no lineales cuyas incógnitas son las que aparecen subrayadas.

$$\begin{cases} (n_1 \underline{\sigma}_{11}^b + n_2 \underline{\sigma}_{21}^b) f_0 \exp \left((\varepsilon_{11}^a + \varepsilon_{22}^a) - (\underline{\varepsilon}_{11}^b + \underline{\varepsilon}_{22}^b) \right) - n_1 \sigma_{11}^a = 0 \\ (n_1 \underline{\sigma}_{12}^b + n_2 \underline{\sigma}_{22}^b) f_0 \exp \left((\varepsilon_{11}^a + \varepsilon_{22}^a) - (\underline{\varepsilon}_{11}^b + \underline{\varepsilon}_{22}^b) \right) - n_2 \sigma_{22}^a = 0 \end{cases} \quad (3.151)$$

Las incógnitas marcadas son $f(\dot{c}_1, \dot{c}_2)$ de manera que el sistema se reduce a la Ec.(3.151), compuesto por dos funciones g_i cuyas raíces deben calcularse:

$$\begin{cases} g_1(\dot{c}_1, \dot{c}_2) = 0 \\ g_2(\dot{c}_1, \dot{c}_2) = 0 \end{cases} \quad (3.151)$$

3.7.3 Resolución numérica según Serenelli et al. (2011)

De acuerdo al trabajo de Signorelli et al. (2009) en la resolución numérica para el estado mecánico completo en la zona **a** se utiliza el método de Newton-Raphson. Para evitar la utilización del método iterativo, eliminando potenciales problemas de convergencia numérica y reduciendo el tiempo de cálculo necesario, una nueva estrategia de cálculo proponen Serenelli et al. (2011), que expresan el estado mecánico en la zona **a**, originalmente calculado en relación al sistema de referencia (x_1, x_2, x_3) , en el sistema de referencia solidario a la banda (n, t, x_3) , según la Ec.(3.153).

Durante un pequeño incremento de deformación se asume que el gradiente de velocidad en la banda L^b puede ser considerado constante. En relación al sistema solidario a la banda (n, t, x_3) , el cual es posible expresarlo en la forma siguiente:

¹² El método de Newton-Raphson es un método iterativo que nos permite aproximar la solución de una ecuación del tipo $f(x)=0$.

$$\mathbf{L}^b = \begin{bmatrix} L_{nn}^b & L_{nt}^b & 0 \\ L_{tn}^b & L_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{nn}^b & D_{nt}^b + W_{nt}^b & 0 \\ D_{nt}^b - W_{nt}^b & D_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^b \end{bmatrix} \quad (3.153)$$

Asumiendo la condición de material incompresible, se tiene que:

$$D_{33}^b = -D_{nn}^b - D_{tt}^b = -D_{11}^b - D_{22}^b \quad (3.154)$$

La condición de equilibrio en la interfase, en relación al sistema de referencia (n, t, x_3), deriva en el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\Sigma_{nn}^b h^b = \Sigma_{nn}^a h^a \rightarrow \Sigma_{nn}^b = \frac{1}{f} \Sigma_{nn}^a \quad (3.155)$$

$$\Sigma_{nt}^b h^b = \Sigma_{nt}^a h^a \rightarrow \Sigma_{nt}^b = \frac{1}{f} \Sigma_{nt}^a \quad (3.156)$$

$$f = f_0 \exp(\varepsilon_{33}^b - \varepsilon_{33}^a) \quad (3.157)$$

Por otra parte, la condición de compatibilidad, ahora reescrita en el sistema solidario a la banda, resulta en las siguientes restricciones respecto de los gradientes de velocidad:

$$L_{tt}^b = L_{tt}^a \quad (3.158)$$

$$L_{nt}^b = L_{nt}^a \quad (3.159)$$

El resto de las componentes del tensor, L_{nn}^b , L_{tn}^b y L_{33}^b , deben ser determinadas. Para ello, una vez impuestas la sollicitación ρ^a y la inclinación ψ de la banda de localización, se calculan los valores de las componentes D_{nn}^b , D_{tt}^b y W_{nt}^b . Utilizando las expresiones Ec.(3.152) a Ec.(3.158), las condiciones de borde en la banda se escriben según:

$$\mathbf{L}^b = \begin{bmatrix} L_{nn}^b & L_{nt}^b & 0 \\ L_{tn}^b & L_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & L_{33}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{nn}^b & D_{nt}^b & 0 \\ D_{nt}^b & D_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & D_{33}^b \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & W_{nt}^b & 0 \\ -W_{nt}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.160)$$

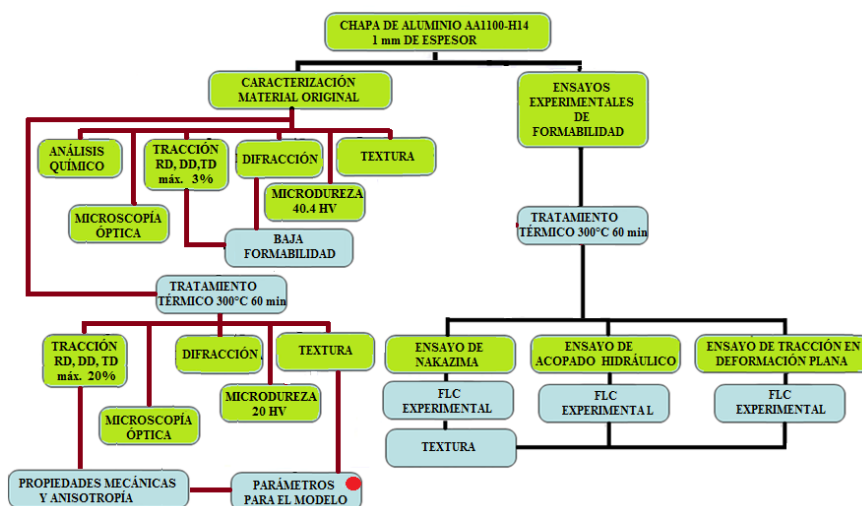
$$\Sigma^b = \begin{bmatrix} \Sigma_{nn}^b & \Sigma_{nt}^b & 0 \\ \Sigma_{nt}^b & \Sigma_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f} \Sigma_{nn}^a & \frac{1}{f} \Sigma_{nt}^a & 0 \\ \frac{1}{f} \Sigma_{nt}^a & \Sigma_{tt}^b & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3.161)$$

Dada la complementariedad de las componentes incógnitas entre las expresiones de las Ecs.(3.150) y (3.152), la relación constitutiva que describe el material permite resolver el problema viscoplástico expresado en condiciones de borde mixtas. Calculado la zona ***b*** en el sistema (n, t, x_3) , debe efectuarse la transformación de coordenadas al sistema (x_1, x_2, x_3) para las magnitudes correspondientes, antes de iniciar el siguiente paso. Es importante remarcar, que la modificación mencionada permite evitar dificultades relacionadas con la convergencia del método iterativo, tales como tareas de ajuste y reproceso de las simulaciones realizadas; en particular, en lo referente al cálculo del módulo tangente consistente [Segurado et al. 2012].

La FLD de una chapa se determina repitiendo el procedimiento para los diferentes caminos de deformación que se han definido en términos de las relaciones de la velocidad de deformación $\rho = D_{22}/D_{11}$ sobre el rango $-0.5 \leq \rho \leq 1$ con un incremento de 0.1. Puesto que todo en el plano son direcciones potenciales de formación de cuello, una estimación conservadora de la deformación límite de conformado se obtiene mediante la repetición de los cálculos con un ángulo de inclinación de la banda entre $-90^\circ \leq \psi \leq 90^\circ$ con un incremento de 5° . Las deformaciones de falla $\varepsilon_{11}^*, \varepsilon_{22}^*$ fuera de la banda y el ángulo de falla crítico ψ^* se obtienen después de reducir al mínimo la curva ε_{11}^* versus ψ_0 . En el presente trabajo, se supone que la falla ocurre cuando $|D_{33}^b| > 20|D_{33}^a|$. En esta tesis se usa, el código de Serenelli et al. 2011 para la predicción FLC basado en el modelo MK y la teoría de la plasticidad.

4. PROCEDIMIENTOS EXPERIMENTALES

En el presente capítulo se realiza el estudio experimental para la caracterización mecánica de la chapa de aluminio AA1100-H14 de 1 mm de espesor tratada a 300°C por 60 minutos. En una primera etapa se obtienen las propiedades mecánicas de la chapa a tracción. Los parámetros más relevantes conseguidos de la curva tensión-deformación son la tensión de fluencia y los coeficientes de anisotropía plástica. Dichas variables se calculan en la dirección de RD (0°), DD (45°) y TD (90°) respecto del laminado original. Las mediciones de textura se realizan para determinar cómo influye la distribución de orientaciones cristalinas en el proceso de conformado. En una segunda etapa se construye la FLC empleando ensayos de tipo Nakazima con punzón hemisférico de 100 mm de diámetro, el gradiente de deformación a través del espesor es prácticamente despreciable debido al radio de curvatura del punzón. La metodología para estimar la deformación límite ha seguido la norma ISO 12004-2. Además, se realizan ensayos de acopado hidráulico para determinar el comportamiento a grandes deformaciones que exceden las obtenidas en tracción uniaxial. En una tercera etapa se determina las deformaciones límites mediante la técnica de correlación de imagen digital (DIC) y el software de adquisición de datos VIC-2D-2009. En los siguientes apartados se expone el detalle del trabajo realizado. A continuación se muestra un resumen de la metodología empleada en los ensayos experimentales.



4.1 Caracterización del material

4.1.1 Análisis químico por fluorescencia de rayos X

En este estudio se caracteriza una aleación de aluminio comercial AA1100-H14¹³ disponible como chapa laminada en frío de 1 mm de espesor. El análisis químico se realiza en un Espectrómetro SIEMENS SRS 3000 de rayos X perteneciente a la Universidad de Santiago, Laboratorio de Rayos X (USACH-Chile). El software de adquisición y procesamiento de datos es el SPECTRA-SEMIQUANT, se usa radiación Rh k_{α} con una longitud de onda $\lambda=0.06136$ nm, el generador se opera a 100 kV y 30 mA. Para este ensayo se cortan dos muestras de 35 x 35 mm².

4.1.2 Análisis por difracción de rayos X

La técnica difracción de rayos X (DRX) se basa en el hecho de que cada sustancia cristalina produce un único patrón de difracción y aporta información sobre las estructuras, las fases, las orientaciones preferenciales, las formas alotrópicas, los polimorfismos, etc., basada en la ley de Bragg. Por otro lado, se puede utilizar para analizar parámetros de la estructura tales como, micro-deformación, densidad de dislocaciones, parámetro de red, composición y tamaño de cristalita [Suryanarayana, 1999]. Esta última se usó en la presente tesis.

En este estudio se efectúa un análisis de DRX en un Difractómetro marca SEIFERT XDR 3000 PTS perteneciente a la Université Technologie de Troyes (UTT-Francia). Se usa radiación Cr k_{α} con una longitud de onda $\lambda=0.2289$ nm, el generador se opera a 40 kV y 30 mA y el software de control y procesamiento de datos es el XRAYFLEX. El ensayo se realiza a temperatura ambiente de 21°C y las muestras se cortan de 30 x 30 mm². Primero se caracteriza la estructura cristalina de la aleación AA1100-H14, se define el rango de barrido de los planos

¹³ AA1100 H14 tiene una alta concentración de aluminio 99,5% como mínimo, tratamiento de temple H14, es no tratable térmicamente, su punto de fusión es 660°C, su densidad 2,71 grs/cm³, resistencia mecánica 110-144 MPa. Es ampliamente utilizado en la industria química, de alimentos y acabados decorativos (Norma ASTM B-209, UNS A91100). Tiene menor resistencia mecánica y resistencia a la corrosión que la aleación AA3003-H14, tiene una excelente capacidad de trabajo. Es ideal para aplicaciones que implican complejo conformado, porque por trabajo se endurece más lentamente que otras aleaciones. Es la más soldable de las aleaciones de aluminio.

indexados para la medición de las figuras de polos y finalmente se determina las condiciones del tratamiento térmico para mejorar la ductilidad del material original.

Para la caracterización estructural del material se toman dos probetas a las cuales se realiza un barrido entre $2\theta = 40^\circ$ a 170° , el paso del ángulo de barrido es 0.02° , tiempo de 1 segundo por paso. Primero se analiza el material original proveniente de fábrica y a continuación la probeta con tratamiento térmico a 300°C por 60 minutos. Durante el ensayo se registra el difractograma intensidad relativa (I_{hkl}) versus ángulo de difracción (2θ), se compara con el patrón de aluminio puro de la base de datos PDF 4-787 (INTERNATIONAL CENTRE FOR DIFFRACTION DATA, 1989) del archivo de difracción de polvo (PDF, Powder Diffraction File). Cada pico se identifica con el índice de Miller correspondiente al plano de difracción de la reflexión característica.

4.1.3 Microscopía óptica

Las muestras se cortan para la caracterización microestructural en la dirección transversal y longitudinal a la chapa, en una máquina Mecatome T 255T, perteneciente al Laboratorio Lasmin (UTT-Francia) que posee sistema de refrigeración. Las probetas antes y después del tratamiento térmico son montadas, en forma longitudinal y transversal en una máquina Struers LabPress3, con resina GEPD Phenolique Conductrice, el tiempo de fragüe es 120 minutos.

Para la observación óptica, a estas muestras se les realiza un pulido abrasivo con una serie de lijas de 400, 600, 800, 1000 y 1200 al agua. Después se realizan dos pulidos finos automáticos sobre paño 3, con alúmina disuelta en agua de $0.05\ \mu\text{m}$ de granulometría. Finalmente, con un paño 4 se pule con pasta de diamante. Después, se realiza un ataque con ácido fluorhídrico al 5%, por 30 segundos y se lava con abundante agua y alcohol. La microestructura se observa bajo un microscopio óptico equipado con una cámara fotográfica de adquisición de imágenes.

4.1.4 Tratamiento térmico

En general en las aleaciones de aluminio se dan diferentes tipos de tratamiento térmico, dependiendo de su uso:

1.- La homogeneización es un tratamiento para obtener una distribución uniforme de la composición y ablandamiento del material antes del laminado.

2.- El recocido es un tratamiento cuyo objeto es destruir mediante el calentamiento, la estructura distorsionada dejada por el trabajo en frío y hacer que adopte una forma libre de deformación. Este proceso puede dividirse en tres fases: restauración o recuperación, recristalización y crecimiento del grano.

3.- El tratamiento térmico de solución es para disolver una segunda fase que puede haber precipitado de la solución sólida.

Se sabe que mediante un recocido a elevadas temperaturas se eliminan dislocaciones en el material previamente deformado en frío, lo que supone que el aumento de la resistencia conseguida con la deformación en frío se puede aminorar en mayor o menor medida. Una eliminación total del endurecimiento acumulado se produce cuando el recocido se realiza a temperaturas por encima del umbral de recristalización. A temperaturas por debajo de este umbral aparece solamente una eliminación parcial del endurecimiento y hay una regeneración.

En este trabajo la mayoría de los tratamientos térmicos se realizan en el horno NABERTHERM perteneciente a la UTT-Francia (anexo Figura C-1, solamente los correspondiente a los ensayo de acopado hidráulico se realizan en el horno LINDBERG (anexo Figura C-1c) de resistencia eléctrica, perteneciente al Laboratorio de Fundición de la USACH-Chile.

Tratamiento térmico para definir condiciones de temperatura y tiempo

En estas experiencias se cortan trozos de $30 \times 30 \text{ mm}^2$ de material. Para definir las condiciones de temperatura y tiempo se realizan varios tratamientos térmicos los

cuales se programan en tres etapas: en la primera etapa se hacen tratamientos térmicos a 500°C y 550°C con tiempos de 10 y 20 minutos para cada temperatura, enfriando las probetas dentro del horno. En la segunda etapa se realizan tratamientos térmicos entre 250°C y 550°C con una diferencia de 50°C utilizando tiempos de 10 minutos (ver Tabla 4-5). Las probetas se enfrían fuera del horno a temperatura ambiente de 21°C. Finalmente, en la tercera etapa se realiza tratamiento térmico a 300°C a diferentes tiempos 10, 30 y 60 minutos.

Tabla 4-1: Resumen de condiciones de tratamiento térmico realizados en este estudio.

Ensayo	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
T°C	500	500	550	550	250	300	350	400	450	500	550	300	300	300
Minutos	10	20	10	20	10	10	10	10	10	10	10	10	30	60
Lugar	H	H	H	H	A	A	A	A	A	A	A	A	A	A

H: enfriamiento horno, A: enfriamiento a temperatura ambiente 21°C

Tratamiento térmico: probetas para ensayo de tracción

Para el ensayo de tracción se cortan 12 probetas de acuerdo a las dimensiones indicadas en la sección 4.2, en las direcciones de RD, DD y TD, y se les realiza tratamiento térmico a 300°C a 60 minutos. Las probetas se colocan dentro del horno todas separadas, para que el calor llegue más uniforme y se enfrían a temperatura ambiente de 21°C sobre un refractario (Figura 4-1a)

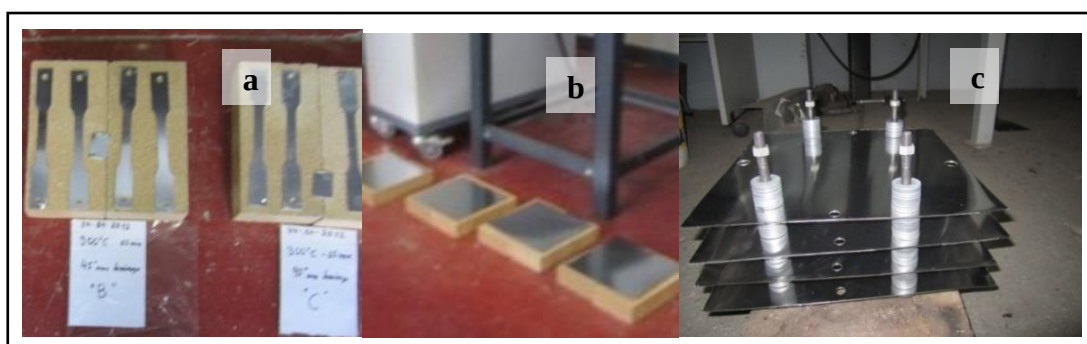


Figura 4-1: Probetas: a) de tracción, b) de Nakazima y c) de acopado hidráulico.

Tratamiento térmico: placas para ensayo de Nakazima

Para determinar la FLC del aluminio AA1100-H14, se cortan en total 45 secciones de $200 \times 200 \text{ mm}^2$ orientadas a RD, DD y TD respecto a la dirección de laminación y se le realiza el tratamiento térmico en las condiciones determinadas. Por su tamaño se ingresaron 4 placas al horno cada vez hasta completar 45, se tiene precaución de que se encuentren separadas dentro del horno. Las probetas se enfrían a temperatura ambiente de 21°C sobre refractario, ver en Figura 4-1b

Tratamiento térmico: placas para ensayo de Acopado hidráulico

El tratamiento térmico se realiza en un horno LINDBERG. Las probetas se cortan a $300 \times 300 \text{ mm}^2$. Previamente se realiza el perforado para los pernos del apretachapa. Las placas se ingresan todas juntas al horno, situadas en forma paralela para permitir un calentamiento homogéneo y facilitar la manipulación al ingresarla y sacarlas del horno, como se ve en la Figura 4-1c. Las probetas se enfriaron a temperatura ambiente de 16°C .

4.1.5 Ensayo de microdureza

Las mediciones de microdureza se realizan utilizando un microdurómetro modelo FM-300E (anexo Figura C-3a), de acuerdo a la norma ASTM-E384, perteneciente a la UTT-Francia. En este ensayo se aplican cargas de 50 g (0.49 N) y 100 g (0.981 N) en 10 s. Dos probetas se cortan de $30 \times 30 \text{ mm}^2$ en cada caso, que se denominan N°1 y N°2. Estas muestras se ensayan antes y después del tratamiento térmico en 5 puntos diferentes para encontrar un promedio representativo del material.

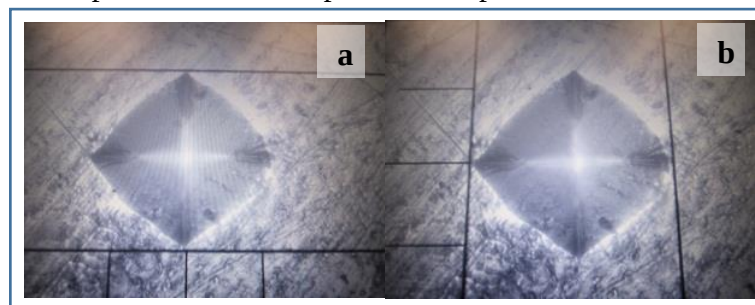


Figura 4-2: Diagonales de microdureza Vickers medida en la AA1100-H14.

El ensayo consiste en presionar contra la probeta un indentador piramidal de diamante. Luego de retirada la carga se miden las dos diagonales de la huella, con ayuda de un microscopio con un aumento 40x (Figura 4-2).

4.1.6 Textura cristalográfica

Las medidas de textura se realizan utilizando un difractómetro SEIFERT XRD 3000 PTS que permite tres movimientos angulares y utiliza radiación $\text{Cr } k_{\alpha}$ con una longitud de onda de $\lambda=0.2289 \text{ nm}$ (ver Figura 4-3). El generador se hace funcionar con 40 kV y 30 mA, modo de reflexión circular con $0 \leq \chi \leq 75^{\circ}$ (inclinación) y de $0 \leq \varphi \leq 360^{\circ}$ (azimut) con un incremento de 5° en ambos casos a un intervalo de tiempo de 4 segundos y ancho del paso de 0.06° .

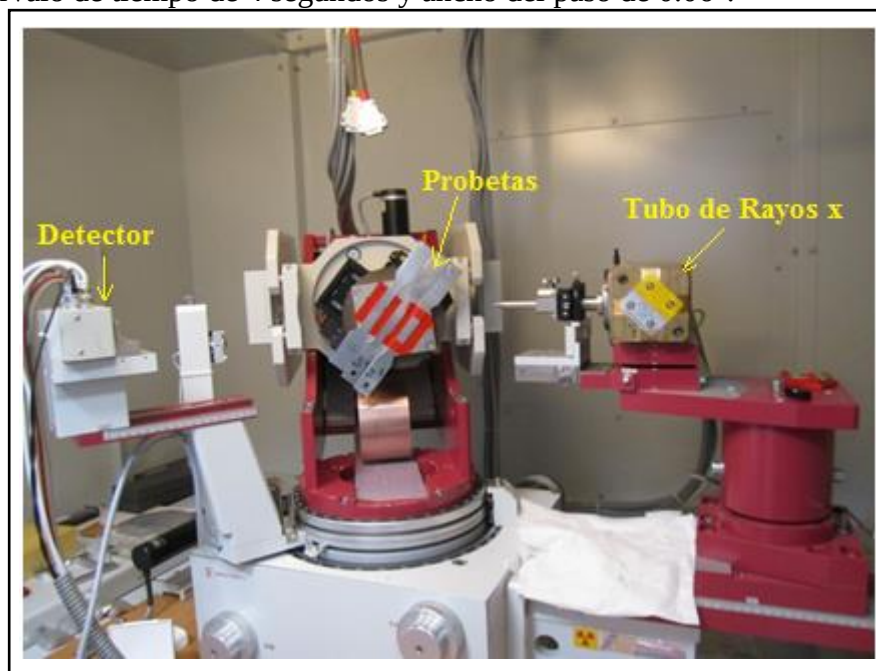


Figura 4-3: Difractómetro marca SEIFERT XDR 3000 PTS [UTT-Francia].

Para la aleación AA1100-H14 se mide un conjunto de tres figuras de polos en los planos (111), (200) y (220); mediciones que se hacen en probetas alineadas a RD, DD y TD.

La preparación de la superficie de la probeta para este ensayo sólo exige una limpieza con alcohol en la superficie. La Tabla 4-1 muestra las condiciones

experimentales que se utilizan en la determinación de la figuras de polos del material, donde se definen los rangos para cada plano de difracción, los modos de reflexión circular, el paso respecto al ángulo de barrido y el tiempo por paso. Los rangos de barrido seleccionados correspondiente a los planos (111), (200) y (220) que se utilizan en la medición de las figuras de polos. El plano (311) no se seleccionó por ser de baja intensidad en el aluminio puro. Adicionalmente, la textura inicial del material también se mide utilizando un difractómetro de rayos X marca Philips X'Pert, perteneciente al Laboratorio de Física de la Universidad de Rosario (IFIR-Argentina).

Las probetas tienen una preparación metalográfica de acuerdo a la sección 4.1.3 con dos tipos de pulido: un desbaste suave sobre la superficie y un desbaste profundo hasta la mitad del espesor de la probeta, luego las figuras de polos son completadas con el programa POPLA (Preferred Orientation Package - Los Alamos).

Tabla 4-1: Condiciones experimentales para la medición de figuras de polos.

Plano	Rango de barrido	Modo reflexión circular			Tiempo
(hkl)	2θ [°]	χ [°]	φ [°]	Paso [°]	[s]
111	55.39 – 61.89	0 – 75	0 – 360	5	4
200	65.65 – 72.15	0 – 75	0 – 360	5	4
220	103.65 – 109.55	0 – 75	0 – 360	5	4
222	153.42 – 159.92	0 – 75	0 – 360	5	4

4.2 Ensayos de Tracción

A continuación se describen los ensayos de tracción, los cuales se dividen en dos partes: ensayos para determinar las propiedades mecánicas, donde se usa un extensómetro, y ensayos de tracción encaminados a medir la anisotropía del material, en los cuales se utiliza el sistema DIC con el software VIC-2D.

4.2.1 Determinación de los parámetros mecánicos

Los ensayos se llevan a cabo en una máquina INSTRON 4411, con capacidad de carga de 1.5 kN conforme al método descrito en la norma ASTM E8M. La velocidad del ensayo es de 2.5 mm/min a temperatura ambiente. Las chapas planas se cortan en tres direcciones a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación. Sus dimensiones son 12.5 mm de ancho, 200 mm de longitud y 1 mm de espesor (Ver plano Figura 4-4a y probeta Figura 4-4b).

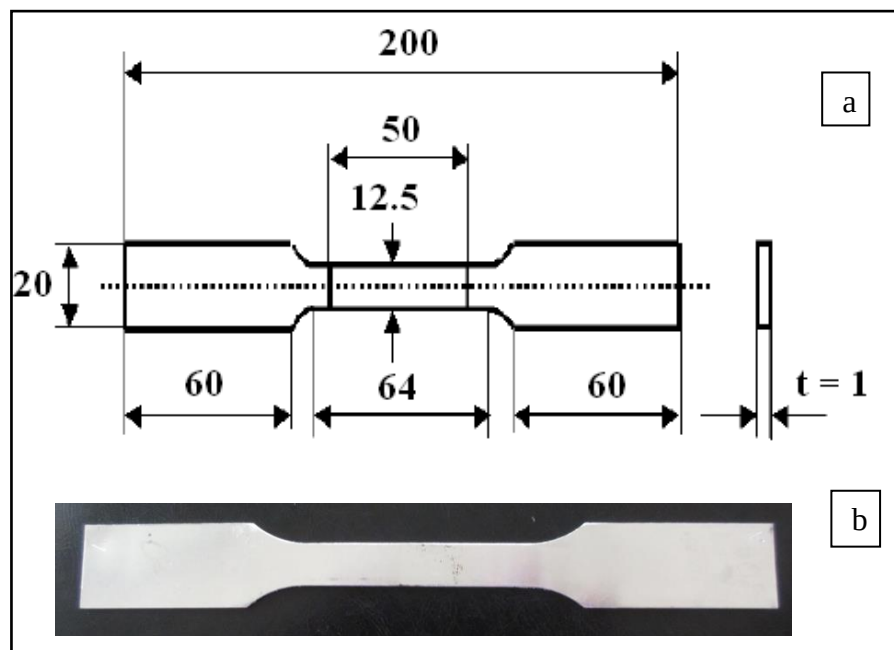


Figura 4-4: Configuración probeta de tracción.

Los ensayos se realizan a diferentes niveles de deformación, 5%, 15% y hasta la rotura. Además, en las curvas $\sigma - \epsilon$, se determina la tensión de fluencia, correspondiente al inicio de la deformación plástica (0.02%). El valor de n se determina mediante la ley de Hollomon, Ec.(2.14) por ajuste de la curva de $\sigma - \epsilon$ entre la tensión de fluencia y la tensión última.

4.2.2 Determinación del coeficiente de Lankford R

Los ensayos se llevan a cabo en una máquina universal conforme al método descrito en la norma ASTM E517 la que proporciona la metodología estándar para

el cálculo de coeficiente de Lankford, R , utilizando las Ecs.(2.17), (2.18) y (2.19). La velocidad del ensayo es de 3.5 mm/min a temperatura ambiente. Las chapas planas se cortan en tres direcciones a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación. El coeficiente de Lankford se determina para una deformación longitudinal próxima al 11%, éstos se promedian en un área rectangular, sobre el centro de la probeta y se calcula por medio de la deformación axial y el ancho, la probeta se deforma de manera homogénea y el campo de deformaciones resultante en la zona de medición es uniforme.

Para la determinación de la anisotropía plástica del material AA1100-H14 con tratamiento térmico a 300°C y 60 minutos, se utiliza el sistema de análisis óptico de deformación DIC, basado en cámara CCD (Charge Coupled Device). Un modelo estocástico se aplica en la superficie de la muestra para seguir la evolución de la deformación ver más detalle en la sección 4.3.5. La filmación de cada imagen es 1 cada 3 segundos y el análisis se hace mediante la utilización del software VIC-2D. Se debe tener la precaución de que la sección reducida de la probeta esté lo suficientemente alejada de las zonas de sujeción a las mordazas para no experimentar efectos restrictivos de deformación, para la obtención de resultados confiables.

4.3 Formabilidad

Actualmente existen muchos enfoques diferentes para determinar la FLC que incluyen diversas geometrías en la herramienta, diferentes formas de muestras (tipo reloj de arena, tipo cruz, etc.) y métodos de medición de la deformación límite (grilla de círculos, DIC, etc.). Los ensayos experimentales usados en este trabajo para la evaluación de la FLC son el de Nakazima [Nakazima et al. 1968], y el de acopado hidráulico. Finalmente, para corroborar los resultados anteriores se utiliza un sistema DIC, que permite registrar la deformación introducida en una probeta durante un ensayo evitando los errores que se podrían producir con el sistema en estático que sólo considera dos etapas de la deformación, la inicial y la final, debido a errores de mallado, de la propia malla y de resolución del equipo.

4.3.1 Medición de la deformación

a) Círculo deformado con grillado xerográfico

Sobre la placa de aluminio se imprime una grilla xerográfica de un patrón repetitivo de círculos, tanto para el ensayo de Nakazima (Figura 4-5a), como el Acopado Hidráulico (Figura 4-5b) para determinar la deformación límite. Durante el ensayo los círculos se deforman a elipses. Los ejes mayor y menor de una elipse representan las direcciones de deformaciones principales. Las deformaciones se miden como el cambio porcentual en las longitudes de los ejes mayor y menor (ε_1 y ε_2) usando para ello el software ImagenJ y siguiendo las directrices dadas en la norma ASTM 2218.

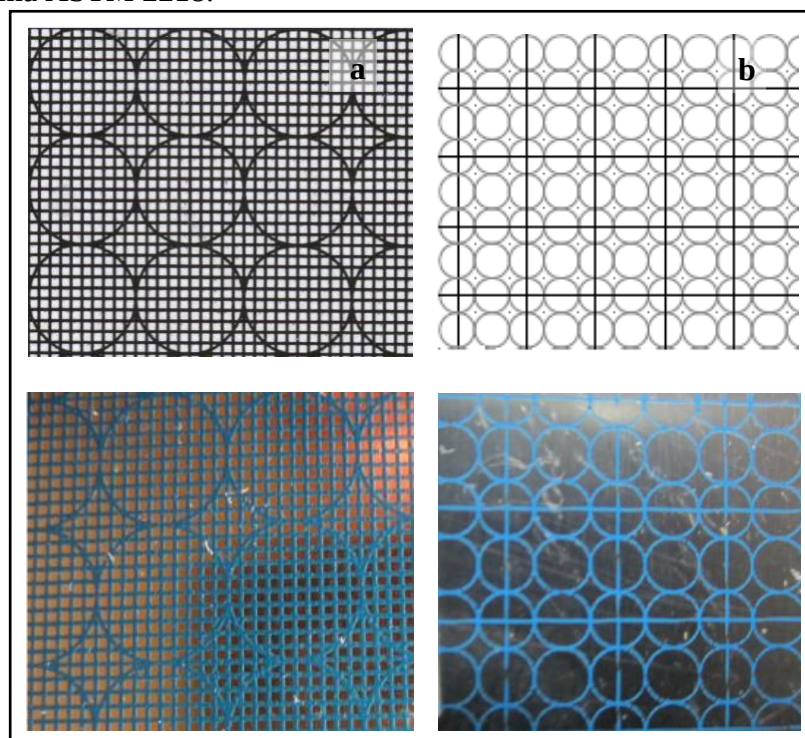


Figura 4-5: Grilla impresa a) ensayo de Nakazima, b) ensayo de acopado hidráulico.

En el caso del ensayo de Nakazima se usa una grilla de círculos impreso que mide 10 mm de diámetro y cada cuadrado interior 1 mm, como se observa en la Figura 4-5a, en el ensayo acopado hidráulico son círculos de 2.5 mm y cuadrados de 5 mm los que se imprimen sobre la malla.

En este estudio se usan 12 diferentes geometrías de probetas que analizan diversos grados de deformación plástica desde un estado uniaxial representada por la probeta N°12 donde el entalle es de 20 mm y 200 mm de largo. Los círculos individuales pasan a ser elipses alargadas, ver Figura 4-6b, mientras que el estado biaxial representado por la probeta N° 1 donde el entalle es de 200 mm y 200 mm de largo, los círculos se ensanchan, ver Figura 4-6d, [Hecker, 1973].

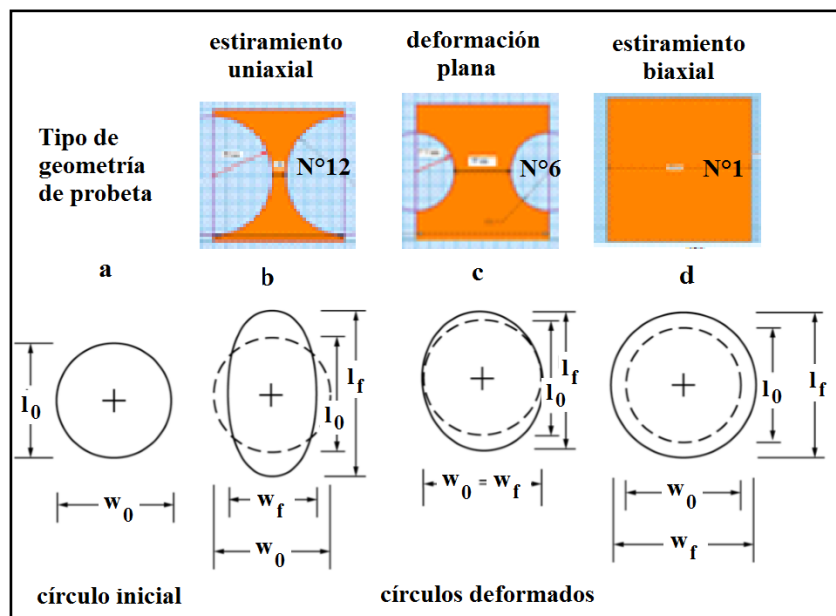


Figura 4-6: Cambios de forma de los círculos de acuerdo a la geometría de la chapa en el proceso de embutido [norma ASTM 2218].

La impresión de la grilla se realiza de la siguiente forma: en un marco que tiene la malla tejida con el diseño de los círculos, se coloca sobre la probeta previamente limpiada con diluyente y seca, se mezcla la tinta xerográfica, imprimante y diluyente, se coloca en un extremo sobre la malla del marco, con una pala especial que tiene en un extremo goma, se hace la transferencia de la tinta a través del área abierta de la malla como una imagen sobre un sustrato que en este caso es la probeta de aluminio y la grilla impresa, sobre la placa de aluminio y se deja secar 24 horas. En este estudio la longitud mayor inicial y final corresponden a l_0 y l_f y la longitud menor w_0 y w_f como se muestra en la Figura 4-6.

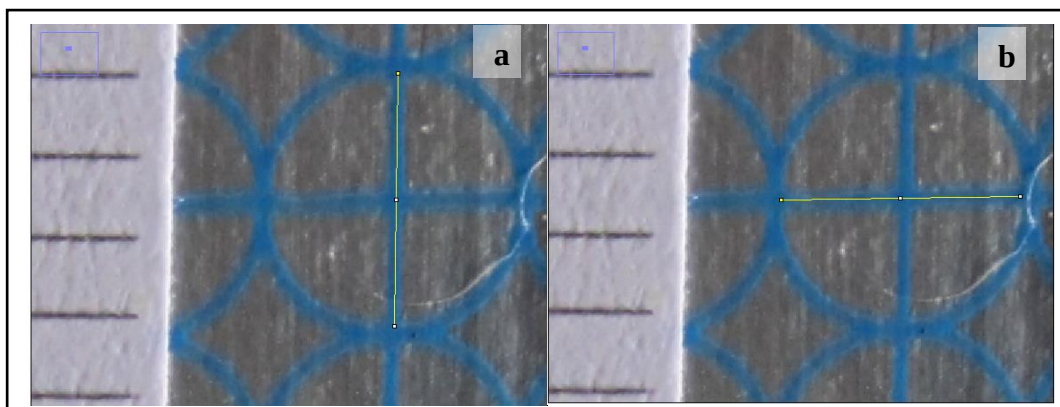


Figura 4-7: Medición de los círculos con el software Imagen J en la dirección, a) vertical y b) horizontal.

Una referencia se adhiere para establecer la magnitud de la captura de la foto. La dimensión vertical y horizontal de los círculos se mide en el interior de la línea (según ASTM 2218), como se muestra en la Figura 4-7.

b) Correlación de imagen digital (DIC)

La correlación de imagen digital es una técnica óptica del campo completo, que permite la medición de desplazamientos y deformaciones [Sutton et al. 2008,2009; Pan et al. 2009]. La técnica consiste en la toma de imágenes digitales durante el ensayo de una probeta, desde su estado inicial (referencia) hasta su estado final (deformado). Con estas pruebas se quiere conocer las deformaciones que ocurren en la chapa durante el ensayo. Las desventajas del método de los círculos son el tiempo de procesado, poca precisión de la medida, la disponibilidad de información sólo en el instante final del ensayo y la baja resolución de información, debido al tamaño de los círculos marcados.

Recientemente se han desarrollado otros sistemas basados en las técnicas DIC, capaces de reducir el tiempo de procesado y entregar gran precisión en la evaluación de la información. Dichos sistemas emplean un patrón estocástico continuo sobre la probeta. En este estudio se utilizan para medir las deformaciones el software VIC-2D. Este software a través del procesamiento de las imágenes

permite obtener la evolución de los desplazamientos y las deformaciones, y por ende determinar la distribución espacial y temporal de la deformación durante todo el ensayo. Finalmente se puede identificar la aparición de estricción localizada, y por lo tanto la determinación de la deformación límite en la chapa metálica. A continuación se explicará brevemente la forma de calcular las deformaciones, mediante el programa VIC-2D.

Cuando el programa VIC-2D se abre, se selecciona la imagen de referencia no deformada que es la primera fotografía tomada y las imágenes deformadas. El subconjunto y tamaños de paso se ajustan para mejorar la correlación. El Subset es el tamaño del subconjunto del área que se está analizando (Subset = 21), y el Step es el espacio entre los puntos que se analizan, (step = 5). Se debe tener en cuenta que mientras menor sea el paso entre puntos, mayor será el tiempo de análisis. Luego se marca el área rectangular de interés (Figura 4-8a), en este caso se selecciona toda la probeta, posteriormente se abre la ventana Guess (Figura 4-8b) donde aparecen tres imágenes.

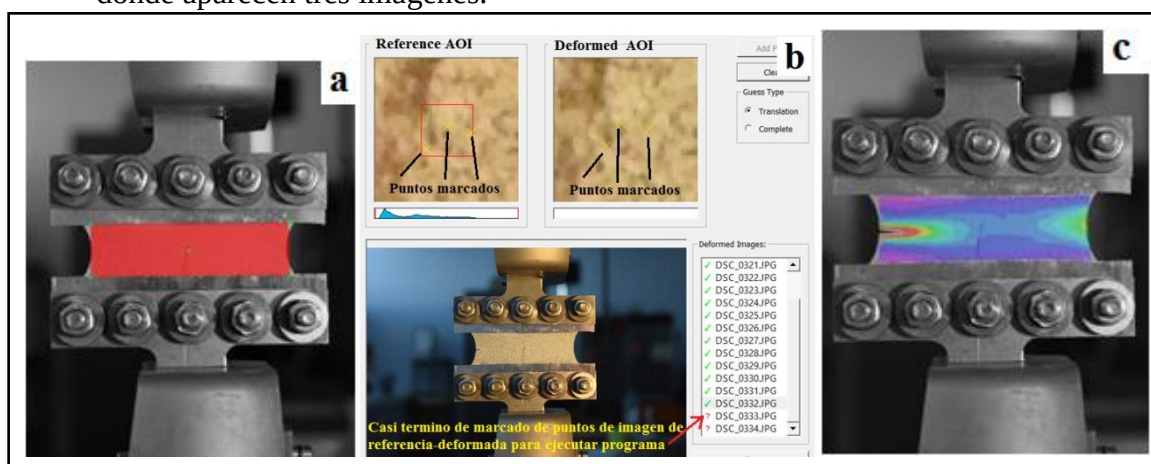


Figura 4-8: Secuencia en la metodología de la medición DIC.

En la figura 4-8 b, aparecen tres fotos, la primera foto corresponde a la muestra sin deformación “Referencia AOI”. En ella aparece un marco en rojo. Luego la segunda, corresponde a la foto “Deformada AOI”. La tercera imagen, abajo de las anteriores, mueve la deformación hasta coincidir con la imagen de referencia.

Al seleccionar la ventana Guess se da inicio, al marcado de puntos dentro del marco en rojo. Primero se marca un punto en la imagen de referencia, y se añade el mismo punto en la imagen deformada. Un segundo punto se marca en un lugar diferente en la imagen de referencia y se agrega el mismo segundo punto en la imagen deformada, hasta el tercer punto. Se recomienda no formar una línea recta con los tres puntos para obtener resultados más precisos. Finalizado todos los pares de fotos referencia-deformada se cierran y luego se ejecuta la correlación con “RUN”.

Durante el post-procesamiento, los parámetros recomendados se adoptan para calcular los datos de la topología de superficie, que pueden extraerse automáticamente de las gráficas calculadas. En esta etapa hay varias opciones (calculate strain, calculate velocity, calculate local rotation, apply function), entre las que se selecciona la “Calculate Strain” para calcular la deformación. Cuando el procesamiento termina, se cierra la ventana y el mapa de deformaciones aparece en pantalla (Figura 4-8c) donde se eligen de una lista de diferentes variables de deformación como: ϵ_{xx} , ϵ_{yy} , ϵ_{xy} , ϵ_1 , ϵ_2 , etc.

Una vez que el programa termina de efectuar el cálculo, automáticamente se cambia al modo en el que se extrae toda la información referente a las deformaciones. Estos datos salen con extensión .csv que son procesados posteriormente con alguna metodología. DIC primero correlaciona las imágenes y luego calcula el campo de desplazamientos y deformaciones. Igualmente, la técnica presenta algunas desventajas, como son la dependencia de la calidad de las imágenes tomadas en los ensayos, y las mediciones de deformaciones donde la superficie presente roturas, ya que conllevan pérdida de información.

c) Determinación de deformación límite con DIC

Según la ISO 12004-2: 2008, la FLC se genera cuando la grieta es visible y la estricción está localizada. La última imagen de la deformación se utiliza para identificar la deformación límite de acuerdo con los siguientes pasos:

- 1) Una línea perpendicular a través del área de estricción se traza sobre la imagen. Se obtienen las deformaciones mayores y menores de los nodos cerca de la línea.
- 2) Se exportan los valores de deformación verdadera ε_1 y ε_2 (mayor y menor) de cada punto de la sección y se grafican.
- 3) Se determina el valor de la segunda derivada para encontrar los puntos de ajuste.
- 4) Se representa los valores de la segunda derivada.
- 5) Se calcula una parábola $f(x) = ax^2 + bx + c$ para cinco pares de valores longitud de sección y ε_1 .
- 6) Se representan los valores de ε_1 en función de la longitud de la sección descartando los valores que se encuentran entre los máximos y se ajusta una parábola inversa $f(x) = \frac{1}{ax^2+bx+c}$. En este trabajo se usa Origin 8.5, de análisis de ajuste de curva no lineal para determinar la parábola cuadrática inversa.
- 7) El valor máximo de la parábola inversa representa la deformación límite ε_1^* .
- 8) Se repite el cálculo para los pares de valores ε_2 y longitud de la sección.

4.3.2 Determinación experimental de la deformación límite

a) Criterio Convencional ASTM E 2218

De acuerdo a la norma ASTM E2218 el procedimiento para determinar la FLC involucra lo siguiente: usando una máquina de ensayo con punzón semiesférico, el ensayo emplea un diámetro de perforación de superficie mecanizada de 100 mm. También se puede utilizar una matriz con punzón de 75 mm, 100 mm, o de mayor diámetro. El método se aplica a las chapas metálicas de 0.5 a 3.3 mm. Una máquina de ensayo universal se utiliza para aplicar la carga de tensión y un apretachapa para evitar el deslizamiento de la superficie de la lámina de metal. En esta tesis, 12 probetas se utilizan para este ensayo con diferentes geometrías, el mismo largo (200 mm que asegura el agarre), pero diferente entalle interior (w), cuyos valores se presentan en la Tabla 4-2, los cuales determinan diferentes

caminos de deformación, desde un estado uniaxial hasta un estado biaxial. La superficie de contacto de la pieza y punzón se lubrica para disminuir la fricción. Las mediciones se realizan antes y después del ensayo en la superficie alrededor de la grieta en todas las muestras ensayadas. Estas medidas pueden incluir: buena (sin estricción localizada), marginal (localizada estricción) y zonas de fractura. Otro procedimiento aceptable es medir la cuadrícula cerca del cuello o fractura (ver Figura 4-9a).

b) Método de Bragard

El método Bragard et al. (1972) presenta la característica principal de que para cada probeta ensayada, se genera un punto único en el diagrama FLC. Esto se hace mediante la aplicación de un ajuste polinomial a los datos de deformaciones a lo largo de una línea perpendicular a la grieta (Figura 4-9b), el que es también aplicable con la técnica DIC. El método de Bragard, con algunas modificaciones y mejoras, se adopta por la norma ISO 12004:2 como procedimiento estándar para la determinación de las deformaciones límite. En el caso de fallas múltiples la probeta debe rechazarse. Se excluyen la elipse atravesada por la estricción o fractura, y según el método de medición empleado, se deben escoger sobre estas líneas segmentos de 20 mm ó 10 elipses a cada lado de la falla, para el análisis con la técnica DIC y para probetas grilladas, respectivamente.

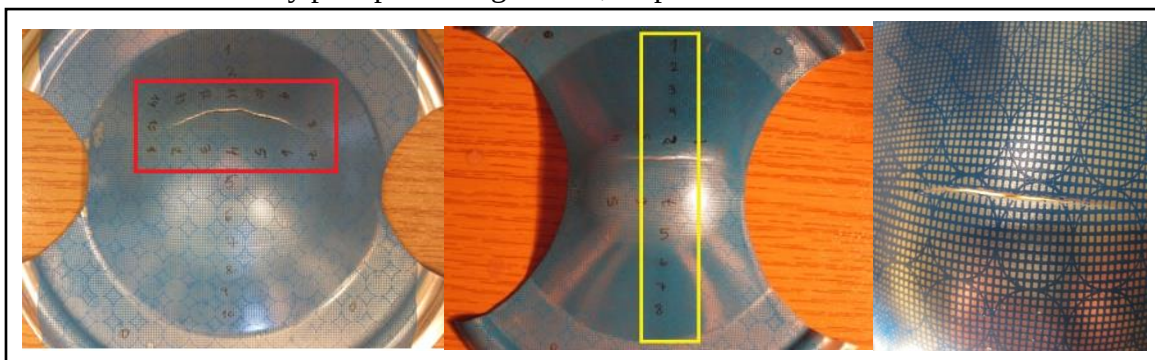


Figura 4-9: a) Método convencional, b) método de Bragard y c) Probeta con el grillado xerográfico después del ensayo de Nakazima con círculos deformados.

Los cálculos de la deformación mayor (ε_1) se define para coincidir con la dirección principal y la deformación menor (ε_2) debe estar perpendicular a la dirección de la deformación mayor de acuerdo a la siguiente expresión:

$$\text{Deformación mayor} = \ln \left(\frac{l_f}{l_0} \right) = \varepsilon_1 \quad (4.1)$$

$$\text{Deformación menor} = \ln \left(\frac{w_f}{w_0} \right) = \varepsilon_2 \quad (4.2)$$

donde l longitud, w ancho, 0 y f inicial y final.

4.3.3 Ensayo de Nakazima

El ensayo Nakazima [Nakazima et al. 2006] se aplica en esta tesis a la chapa de aluminio AA1100-H14 laminada, tratada térmicamente para determinar la curva límite de conformado (FLC), desde un estado de tracción uniaxial, pasando por deformación plana hasta el estado biaxial.

Metodología del ensayo de Nakazima

La FLC del material estudiado se obtiene a través del ensayo de Nakazima, que incluye una matriz y un punzón semiesférico de 100 mm de diámetro, montado en una máquina universal de ensayos INSTRON 4206, con una capacidad de carga de 150 kN, instalada en el laboratorio de Ingeniería Mecánica y Metalurgia de la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC-Chile). El ensayo se realiza a una velocidad uniforme de 10 mm/min hasta que la carga disminuye, a temperatura ambiente de 17°C. El montaje del ensayo se muestra en la Figura 4-10..

Las probetas se cortan con diferentes geometrías en forma de reloj de arena, de acuerdo a la Figura 4-11, donde r es el radio exterior y $w=200-2r$ es el entalle interior que le queda a cada probeta. Las dimensiones de las 12 probetas se presentan en la Tabla 4-2.

Con el fin de evitar que se deslice la muestra, se realiza un canal de fijación con el apretachapa mediante la aplicación de carga de 5 Ton. Finalmente, se procede a cortar el borde sobrante.

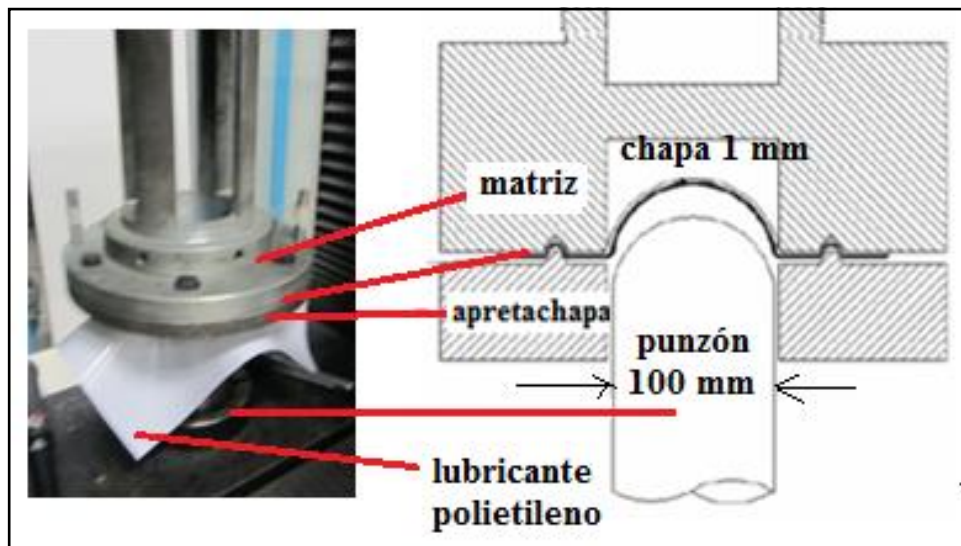


Figura 4-10: Montaje del ensayo Nakazima en la máquina de tracción y punzón.

El entalle se mide con un pie de metro y el espesor con un micrómetro. La probeta a ensayar se sitúa sobre la matriz con la cara no grillada frente al punzón. Además, entre el punzón y la placa se coloca polietileno como lubricante para evitar la fricción excesiva. La altura del domo más grande corresponde a la muestra N°1 y el domo más pequeño a la muestra N° 12.

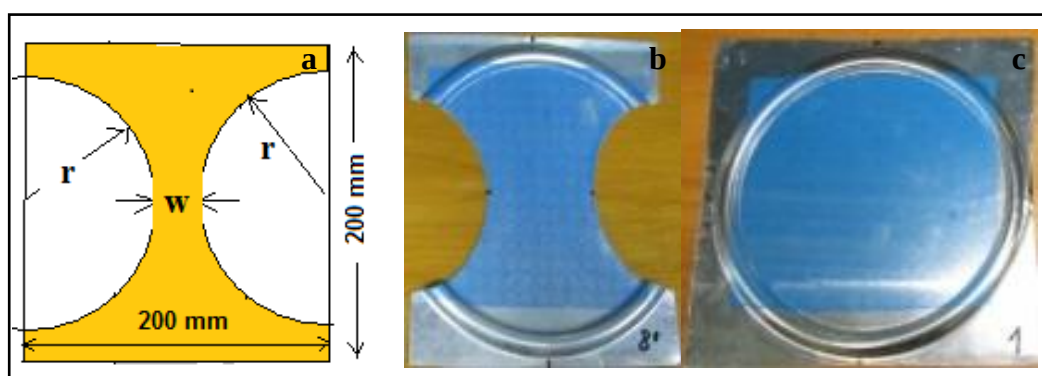


Figura 4-11: a) Geometría de la probeta para el ensayo Nakazima, b) probeta N°8, c) probeta N°1 ambas con el canal de fijación ante del ensayo.

Tabla 4-2: Dimensiones del entalle de las probetas en el ensayo Nakazima.

Muestra N°	r [mm]	w [mm]	Muestra N°	r [mm]	w [mm]
1 	0	200	7 	63.5	73.0
2 	25.4	149.2	8 	65.0	70.0
3 	38.1	123.8	9 	72.5	55.0
4 	40.0	120.0	10 	76.2	47.6
5 	50.0	100.0	11 	80.0	40.0
6 	57.5	85.0	12 	90.0	20.0

4.3.4 Ensayo de Acopado Hidráulico

El ensayo de acopado hidráulico es un método para determinar las propiedades de fluencia de los materiales bajo estados de deformación biaxial, para grandes deformaciones plásticas [Gutscher et al. 2004; Slota et al. 2008].

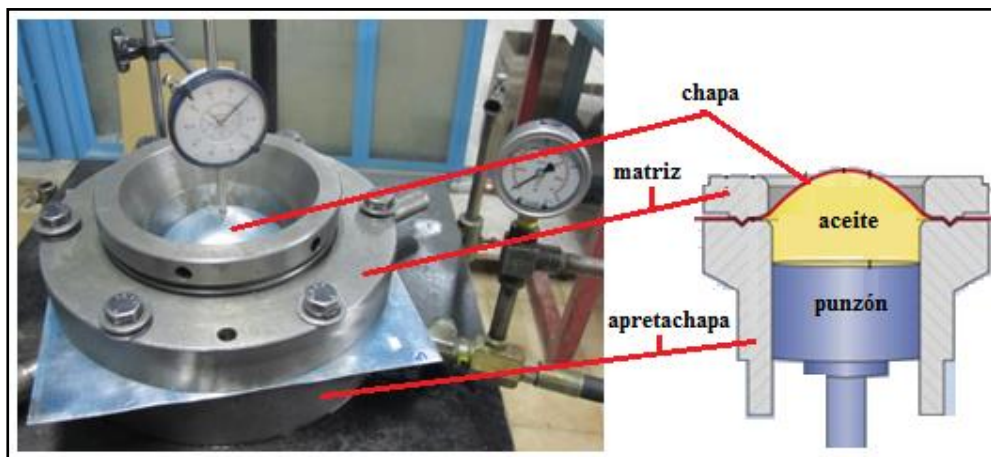


Figura 4-12: Esquema del ensayo de acopado hidráulico: chapa, matriz, apretachapa, medidor de flujo de presión y medidor del domo.

Una probeta plana es fijada entre un apretachapa y la matriz, para evitar el deslizamiento radial de ésta probeta durante el ensayo, de manera tal de recibir la acción continua de una presión hidráulica creciente ejercida por el bombeo de un fluido viscoso [Olsen, 1920], que fuerza a la chapa a estirarse libremente en forma

aproximada a una semiesfera, presentando un estado de tensión biaxial en el polo de la cúpula, ver Figura 4-12. El acopado de la probeta se produce así por la condición de borde impuesta.

El ensayo finaliza en el momento en que la pieza experimenta la fractura que se produce en la región polar de la muestra, cuando la deformación del material excede su límite de conformado. Este ensayo se desarrolla sin fricción.

Metodología del ensayo de Acopado Hidráulico (manual)

El ensayo de acopado hidráulico se realiza en una máquina montada en el laboratorio metalográfico de la Pontificia Universidad Católica de Chile. En esta ocasión, se usa sólo una geometría para obtener deformación biaxial. La probeta es de 300 mm x 300 mm (Figura 4-14a). Previamente, se realizan las perforaciones para los pernos del apretachapa y después se le realiza tratamiento térmico a 300°C a 60 minutos

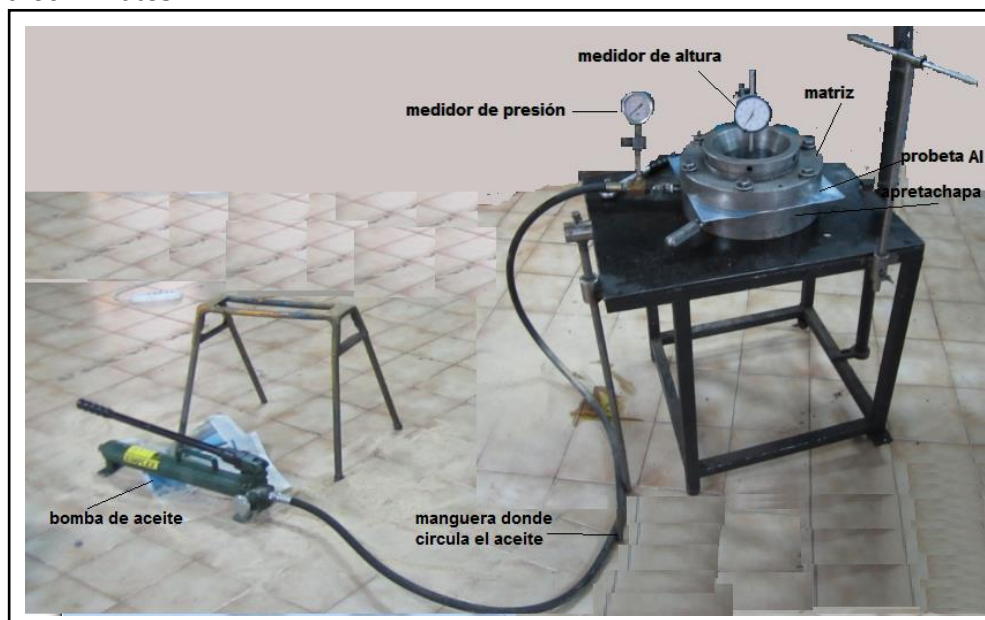


Figura 4-13: Montaje del ensayo de acopado hidráulico.

. Las probetas se enfrían a temperatura ambiente, tras lo cual a cada una se le imprime una grilla xerográfica de círculos de 2.5 mm y cuadrado de 5 mm (Figura 4-14b). La matriz usada tiene una abertura de 130.5 mm de diámetro. La presión

del flujo de aceite se mide con un medidor BTU en [psi] y para la evolución de la altura del domo se usa un reloj comparador, marca Mitutoyo. En la Figura 4-13 se muestra el montaje del ensayo. Con anterioridad a dicho ensayo, a cada probeta se le realiza un canal de fijación con la matriz y el apretachapa montada en la máquina de tracción Instrons, aplicándosele 10 Ton de carga, con el fin de evitar que la muestra se deslice durante la deformación.

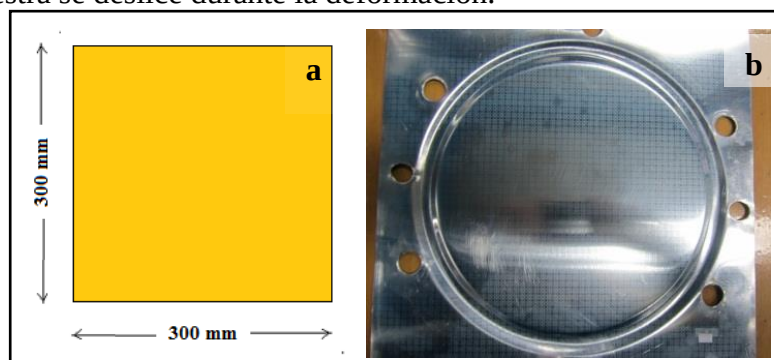


Figura 4-14: a) Geometría de la probeta para el ensayo acopado hidráulico, b) probeta con la canal de fijación y orificio para pernos.

Antes y después de que la chapa sea deformada, se toman fotos en la zona cercana a la fractura, cuidando que la distancia de la máquina a la chapa sea igual en ambos casos. En forma previa al inicio del ensayo se llena la bomba con aceite, y con todo montado -matriz- chapa de aluminio-apretachapa- instalado en la máquina se da inicio al procedimiento de acopado hidráulico moviendo la palanca de la bomba manualmente. La muestra se coloca con el grabado al lado opuesto del flujo de aceite.

La chapa de metal se expande con la presión interna, mientras que el borde de ésta, se mantiene firme para evitar movimiento axial. La altura del domo se mide cada cierta presión y la probeta se rompe cuando llega a 20 bar (Figura 4-15).

La chapa se retira de la matriz después del ensayo, el aceite adherido se limpia con un paño de algodón, de manera de no dañar el grabado xerográfico. Finalmente, los círculos deformados se miden colocando una escala adosada de 1 mm de ancho y se enumeran los círculos.



Figura 4-15: Etapa del ensayo de acopado hidráulico.

Metodología del ensayo de Acopado Hidráulico (automático)

El ensayo de acopado hidráulico automático se realiza en Laboratorio de metalurgia de UNS-Argentina [Cariac et al. 1999]. En el comienzo, el radio ρ es infinito, alcanzando valores de aproximadamente 70 mm al final. La presión y la altura esferométrica se obtienen en forma directa a través de un transductor de presión y un extensómetro lineal respectivamente. La evaluación indirecta del radio de curvatura instantáneo se realiza por medio de un esferómetro situado en el cabezal de la máquina que tiene un tubo de radio interno R_c igual a 62.5 mm y en su centro un vástago desplazable axialmente cuando se incrementa la altura h . El mismo deforma la viga cantiléver que tiene adheridos extensómetros eléctricos conectados a un puente Wheatstone, generando la señal requerida. Las señales correspondientes a la presión y a la altura son registradas por medio de una computadora equipada con una placa adquisidora de datos NI-DAQ SC-2043-SG. La interface de este software permite observar los gráficos de todas las variables del ensayo en el tiempo y la curva de tensión-deformación verdaderas, así como exportar los valores [Schwindt et al. 2012].

4.3.5 Ensayo de formabilidad con técnica DIC

El empleo de un sistema de cámara, permite registrar la evolución de la deformación en una probeta durante un ensayo evitando los errores que se producen con el sistema estático, mencionados anteriormente en las secciones 4.3.3 y 4.3.4 que sólo considera la deformación inicial y la final. En este caso las

muestras no necesitan ser grilladas con un patrón regular, ya que es suficiente generar sobre las superficies de las mismas una estructura estocástica. El ensayo se realiza en una máquina de tracción Universal para medir desplazamientos y tensiones. El montaje necesario es sencillo, una cámara digital CCD, y los elementos mecánicos para fijarla. La luz puede ser natural, o artificial para mejorar la calidad de las imágenes.

Una vez que la superficie de la probeta está preparada, se pone en la máquina que se encuentra calibrada y se ajusta el sistema máquina-cámara-computador antes de realizar cualquier ensayo (ver la Figura 4-16).

Sin embargo, el empleo de una sola cámara limita la aplicación del ensayo sólo a deformación en el plano. Al respecto, Sutton et al. (2008, 2009) proporcionan una amplia explicación de las técnicas DIC. La probeta se estira bajo una fuerza uniaxial hasta que se produce la estricción y comienza la fractura. Durante el ensayo, las imágenes se toman en forma automática, con una frecuencia de muestreo de 1 foto cada 3 segundos hasta el término del ensayo. El equipo utilizado permite registrar la fuerza y/o el desplazamiento.



Figura 4-16: Esquema del ensayo de usando la técnica DIC.

Generalmente, la primera imagen antes de la deformación es considerada referencial y se utiliza para calcular la deformación acumulada por comparación

con las subsiguientes imágenes. Estas se analizan con el software VIC-2D-2009¹⁴ para calcular el desplazamiento y la deformación [Eberl et al. 2006].

Modelo estocástico aplicado sobre la superficie de la probeta

Previo a la realización del ensayo, las probetas son tratadas para poder aplicar la técnica DIC. Primero se limpia la superficie con disolventes y quitagrasas, para eliminar posibles impurezas, como polvo y grasa. Luego se aplica una pintura blanca en aerosol cubriendo completamente la superficie metálica. Posteriormente, la pintura negra en aerosol se utiliza al azar en pequeñas gotas para formar un patrón aleatorio, lo que produce un alto contraste. En el caso de la pintura, se recomienda que la boquilla del tarro permita difuminar de una manera muy fina, ya que lo que se desea es obtener puntos lo suficientemente pequeños para conseguir una mejor discretización al evaluar las deformaciones usando la técnica DIC. Con este patrón aleatorio la medición es independiente de la iluminación y las propiedades ópticas de los materiales (reflexión, etc.).

Metodología del ensayo uniaxial con DIC

El ensayo se realiza en el laboratorio IFIR-Argentina. En este trabajo se usa la chapa de aluminio AA1100-H14 tratada térmicamente a 300°C y 60 minutos. Las probetas de tracción uniaxial se cortan en tres direcciones a RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación, y sus dimensiones son 12.5 mm de ancho, 135 mm de longitud y 1 mm de espesor. (Ver plano Figura 4-17a). Las probetas se estiran bajo una fuerza uniaxial hasta que se produce la estricción y comienzo de la fractura. En la Figura 4-17b se presenta la probeta antes y después del ensayo de tracción montada en la máquina.

Metodología del ensayo en deformación plana con DIC

En esta etapa se fabrican 6 probetas iguales con forma de reloj de arena. Su dimensión se muestra en la Figura 4-18a. Para un estado cercano a deformación

¹⁴ Vic-2D 2009 Digital Image Correlation Version 2009 1.0 build 933 contact support@correlatedSolution.com

plana en la dirección a RD, DD y TD y tratadas térmicamente a 300 y 350°C en 60 minutos, el entalle es de 71 mm y las mordazas tienen un accesorio adicional con pernos a fin de poder tomar las probetas más anchas.

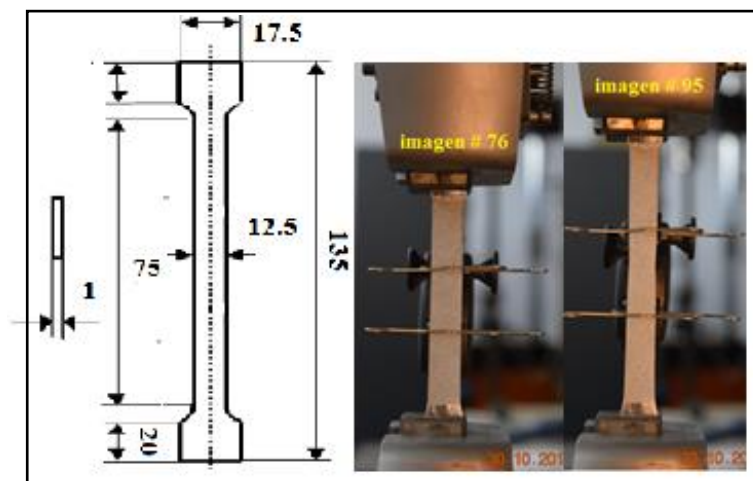


Figura 4-17: a) Probetas ensayo de tracción con sistema DIC, 300°C, dirección a TD, b) imagen # 76 y 95, antes y después del ensayo respectivamente.

Las piezas de trabajo diseñadas se estiran bajo una fuerza uniaxial hasta que se produce la estricción y comienzo de la fractura. En la Figura 4-18b y 4-18c se muestra la probeta plana antes y después del ensayo.

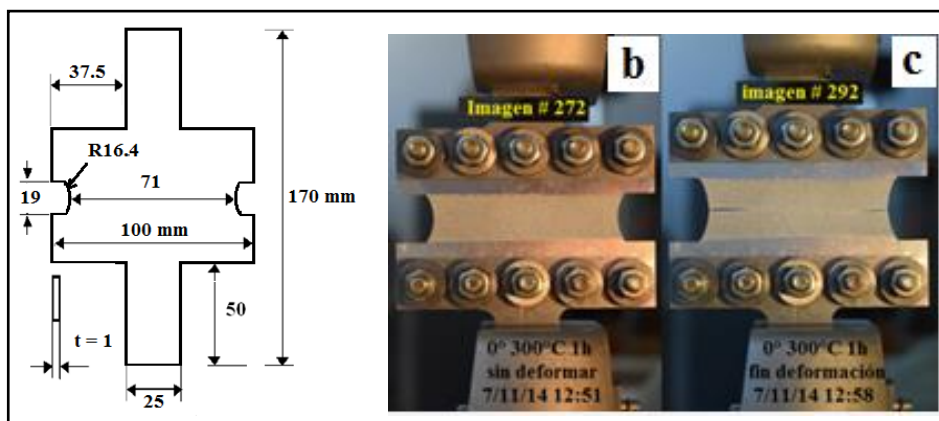


Figura 4-18: a) Plano de la probeta de deformación plana, b) probeta antes del ensayo y c) probeta después del ensayo.

Métodos de determinación de la deformación límite con DIC

Recientemente se han publicado varios métodos para identificar el inicio de la estricción incipiente que es necesaria para definir la FLC de una chapa metálica. Estos métodos se dividen en dos enfoques básicos, dependiente de la posición de la medición y dependiente del tiempo.

El primer enfoque se ha utilizado tradicionalmente en el análisis de la grilla de círculo según la definición de Hecker (1975), Zhang et al. (2013), ISO 12004-2 Estándar internacional, ISO Optimización 12004-2 de Hogstrom et al. (2009). Estos tres últimos se aplican para determinar las deformaciones límite.

El segundo enfoque permanece en fase de desarrollo. Sin embargo, la tecnología de DIC permite mediciones altamente eficientes y conociendo la evolución de la deformación de una muestra, se puede establecer el inicio de la localización de la estricción. Existen varios métodos dependientes del tiempo conocido en la literatura Vacher et al. (1999), Beaver (1983), Bressan y Williams (1983), Huang et al. (2008). Este último se aplica en esta tesis de manera comparativa basado en la historia de deformación de un punto de interés en la zona de estrechamiento.

5. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este capítulo se presentan los resultados del trabajo experimental realizado en esta tesis a la chapa de aluminio AA1100-H14, tratada térmicamente a 300°C por 60 minutos. En los ensayos de tracción se obtienen las curvas de tensión-deformación ingenieril, ($S - e$) y las curvas tensión-deformación verdadera, ($\sigma - \epsilon$) para las deformaciones impuestas de 5%, 15% y hasta la fractura. Por otro lado se exponen los resultados de los análisis de DRX, microscopía óptica, microdureza y textura. Finalmente se presentan las curvas de límite de conformado (FLC) obtenidas con el ensayo de Nakazima, acopado hidráulico y técnica DIC.

5.1 Caracterización del material

5.1.1 Análisis químico por fluorescencia de rayos X

El resultado del análisis químico por fluorescencia de rayos X se presenta en la Tabla 5-1. Este confirma que esta aleación es un aluminio puro sobre 99.5%. La presencia de hierro y silicio son las principales impurezas que se presentan en forma de partículas insolubles de aluminato de hierro FeAl_3 , así como AlSi , que aumentan la resistencia mecánica de la aleación, pero reducen su ductilidad causando una fractura prematura con una baja deformación de la chapa.

Tabla 5-1: Composición química de la aleación de aluminio AA1100-H14

Elemento	Fe	Si	Cu	Mn	Zn	Ti	Cr	Ni	Al
(% en peso)	0.37	0.37	0.006	0.005	0.06	0.02	0.005	0.006	Balance

Trabajos reportados en la literatura de Zhou et al. (2003) y King (1992), también encuentran presencia de estos tipos de impurezas, determinadas por microscopía electrónica de barrido. La denominación H14 indica que sólo ha sido sometido a endurecimiento por trabajo y el grado de endurecimiento es un cuarto medio duro según la ASTM Metals Handbook (1988).

5.1.2 Análisis por difracción de rayos X

Identificación material con DRX

En este estudio se realiza análisis de DRX al material original y después al material con tratamiento térmico (Figura 5-1). Al comparar los datos experimentales con los teóricos de la base de datos (PDF), los picos coinciden en ángulo, pero no en la intensidad con el aluminio puro, indicando presencia de una textura preferencial. Por otro lado, los compuestos de Fe y Si no aparecen en el difractograma debido a que el límite de detección de esta técnica es aproximadamente de 1.5% en peso. En la Tabla 5-2, se presentan: plano de difracción hkl ; ángulo de difracción 2θ ; espaciado interplanar d_{hkl} e intensidad relativa I_{hkl} .

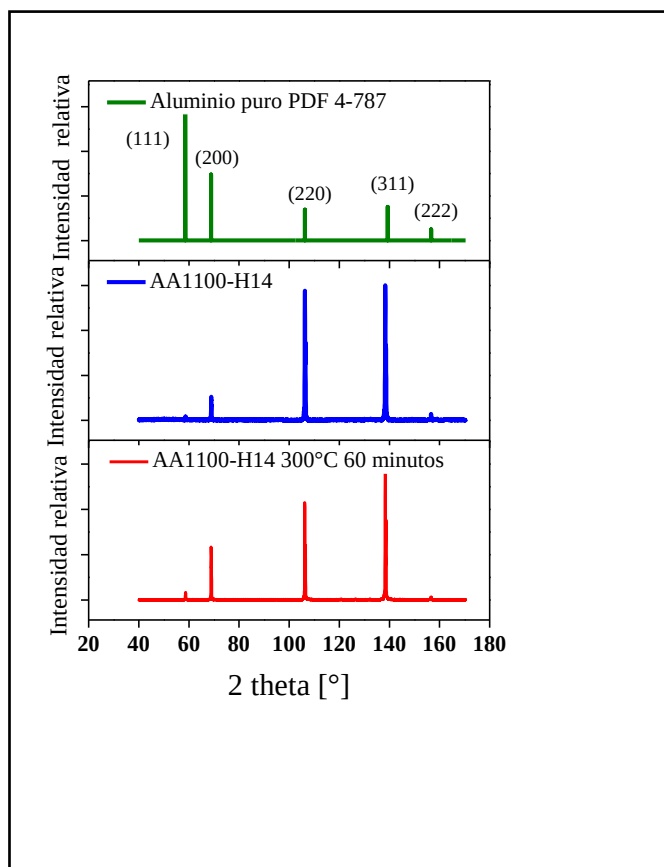


Figura 5-1: Difractogramas patrón de Al (PDF 4-787) y AA1100-H14, con y sin tratamiento térmico.

Al comparar los valores de las intensidades relativas obtenidas experimentales con las intensidades relativas teóricas de la base de datos, se observa que el pico más intenso del aluminio, tanto en la probeta sin tratamiento térmico y con tratamiento térmico corresponde al plano (311), el cual difracta en $2\theta = 138.32^\circ$. La intensidad teórica más alta corresponde al plano (111), que en el ensayo experimental corresponde a un 24%, por consiguiente las intensidades relativas son diferentes con la muestra teórica, lo que indica presencia de textura.

Tabla 5-2: Parámetros cristalográficos teóricos y experimentales de chapa aluminio AA1100-H14.

Plano	Teórico (PDF 4-787)			Experimental S/TT			Experimental C/TT		
	$2\theta [^\circ]$	$d [\text{\AA}]$	I_{hkl}	$2\theta [^\circ]$	$d [\text{\AA}]$	I_{hkl}	$2\theta [^\circ]$	$d [\text{\AA}]$	I_{hkl}
111	58.54	2.338	100	58.64	2.346	3	58.64	2.346	2
200	68.85	2.024	47	68.89	2.031	16	68.89	2.031	25
220	106.27	1.431	22	106.27	1.436	96	106.27	1.436	75
311	139.32	1.221	24	138.32	1.229	100	138.32	1.229	100
222	156.67	1.169	7	156.67	1.173	1	156.67	1.173	1

Cálculo del tamaño de la cristalita con DRX

En la Figura 5-2 se muestran los picos de DRX del plano (111) realizado entre $250-550^\circ\text{C}$ en el rango $2\theta = 55.5$ a 62.0° en tiempo de 10 minutos. A cada máximo se mide su ancho medio (FWHM) para determinar el tamaño de la cristalita con la fórmula de Scherrer, Ec(2.5).

La disminución del tamaño promedio de la cristalita, causa un ensanchamiento del ancho medio de los perfiles de difracción. Dicho ensanchamiento y forma de los máximos de difracción tiene su origen en varios factores [Ungár, 2004], entre los que figuran el instrumental, microdeformación, falla de apilamiento, dislocaciones, maclas, tamaño de la cristalita, etc. Los resultados de la Tabla 5-3 muestran que el tamaño de la cristalita aumenta de 44.5 a 118.5 nm cuando se incrementa la temperatura del tratamiento térmico de 300°C a 550°C respectivamente.

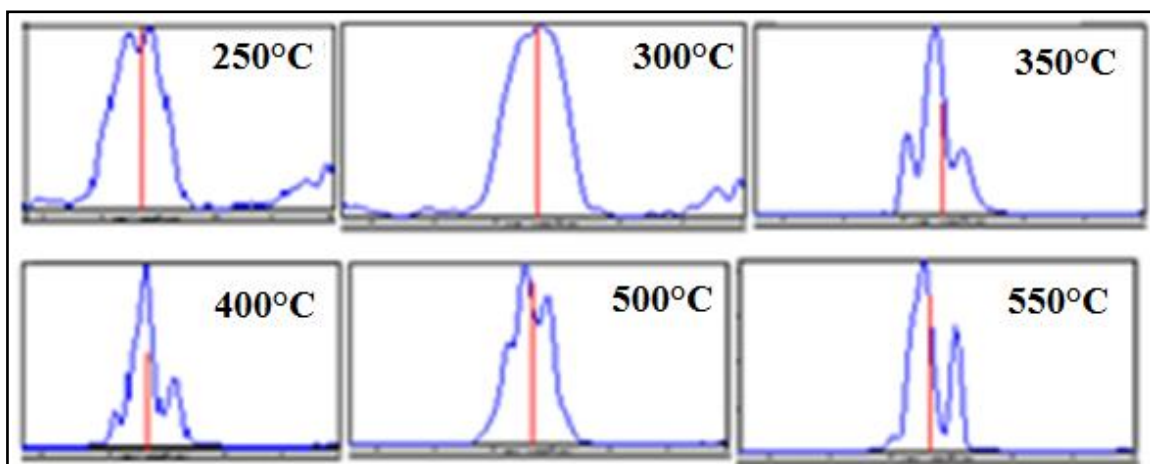


Figura 5-2: Análisis experimental de DRX del plano (111) para las probetas tratadas a 250°, 300°, 400°, 500° y 550°C con tiempo de 10 minutos.

Tabla 5-2: Determinación del tamaño de la cristalita por DRX.

	Temperatura [°C]	FWHM [nm]	Tamaño cristalita [nm]
	Material original	0.16539	51.6
	250	0.16556	51.6
	300	0.19109	44.5
	350	0.18271	46.5
	400	0.12276	69.6
	450	0.09019	95.6
	500	0.08692	99.0
	550	0.07312	118.6

En la Figura 5-3 se grafican los resultados de la Tabla 5-3, se observa que el material original tiene un tamaño de cristalita de 51.6 nm, similar que a la temperatura de 250°C. El pico a 300°C presenta un tamaño de cristalita más pequeño de 44.5 nm que indica el inicio de la recrystalización. Con el fin de trabajar con una textura parcialmente recrystalizada, se mantiene el tratamiento térmico a 300°C por 60 minutos.

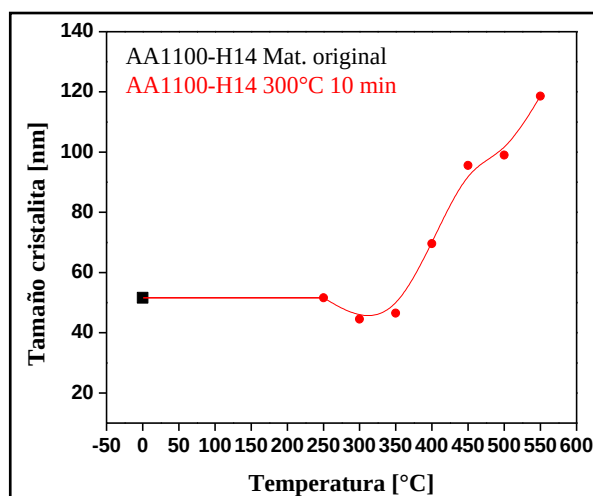


Figura 5-3: Curva tamaño de la cristalita versus temperatura, para probeta material original y con tratamiento térmico a diferentes temperaturas.

5.1.3 Microscopía óptica

La microestructura observada corresponde a una matriz de aluminio y partículas de FeAl_3 como segunda fase, las cuales son alargadas y están orientadas en la dirección de laminación. No se distinguen bordes de granos y no se aprecian diferencias microestructurales antes y después del tratamiento térmico (Figura 5-4). En la literatura la microestructura de una aleación AA1100-O laminada en frío y recrystalizada presenta algunos granos equiaxiales y partículas insolubles de FeAl_3 . De igual manera, una aleación AA1100-H18 muestra partículas FeAl_3 , que se encuentran alineadas en la dirección de laminación como se ve en la Figura 5-5a y Figura 5-5b [Kaufman, 2001; ASM Metals Handbook, 1985].

La aleación que se estudia posee una composición nominal de Al-0.37 % p. Fe y Al-0.37 % p. Si. Es posible realizar conjeturas de su microestructura a partir de los diagramas de fase binarios Al-Fe y Al-Si. En el diagrama binario Al-Fe se aprecia que el 1% de Fe aproximadamente está a 655°C donde hay una transformación de fase. Luego si la aleación se calienta a 600°C durante un tiempo suficiente para alcanzar la homogenización y se enfría suficientemente lento entonces a temperatura ambiente habrá una matriz de aluminio con precipitados o una pequeña cantidad de partículas de FeAl_3 lo que indica el diagrama de la Figura 5-

6a. De igual forma, el diagrama Al-Si presenta una transformación de fase eutéctica en 12.8% de Si, a la temperatura de 573°C. Para 1% de Si se observa una matriz de aluminio con partículas de AlSi (Figura 5-6b) [Murray y McAlister, 1994]. La microestructura antes y después de tratamiento térmico es similar, lo que indica que el tratamiento térmico no llegó a recrystalizar totalmente el material.

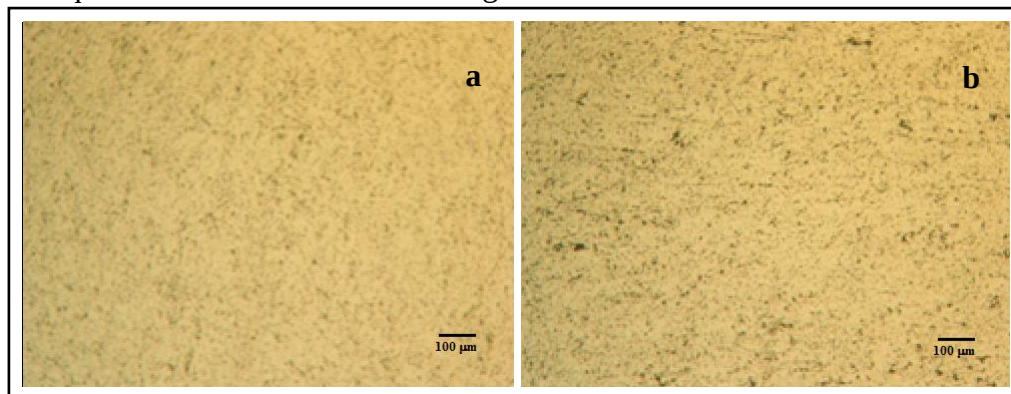


Figura 5-4: Microestructura de AA1100-H14 con matriz de aluminio y partículas insolubles de FeAl_3 , a) sin tratamiento, b) con tratamiento térmico.

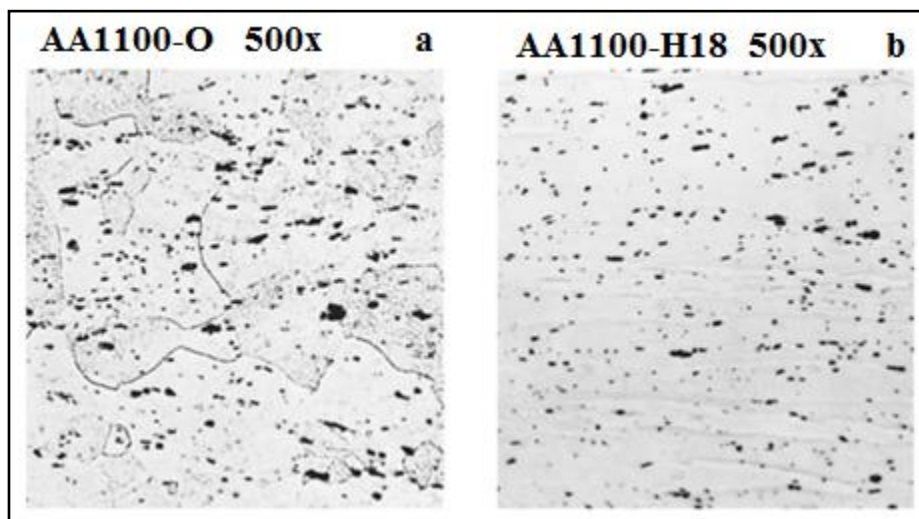


Figura 5-5: a) Microestructura de AA1100-O y b) AA1100-H18, laminado en frío, matriz de aluminio y partículas insolubles de FeAl_3 [Metals Handbook, 1985].

El tratamiento térmico a 300°C indica que no hay transformación de fase de acuerdo a los diagramas, solamente una estabilización del material o regeneración, es decir, hay eliminación parcial del endurecimiento acumulado.

tanto, todos los ensayos posteriores de las chapas de aluminio AA1100-H14 se tratan con estas condiciones.

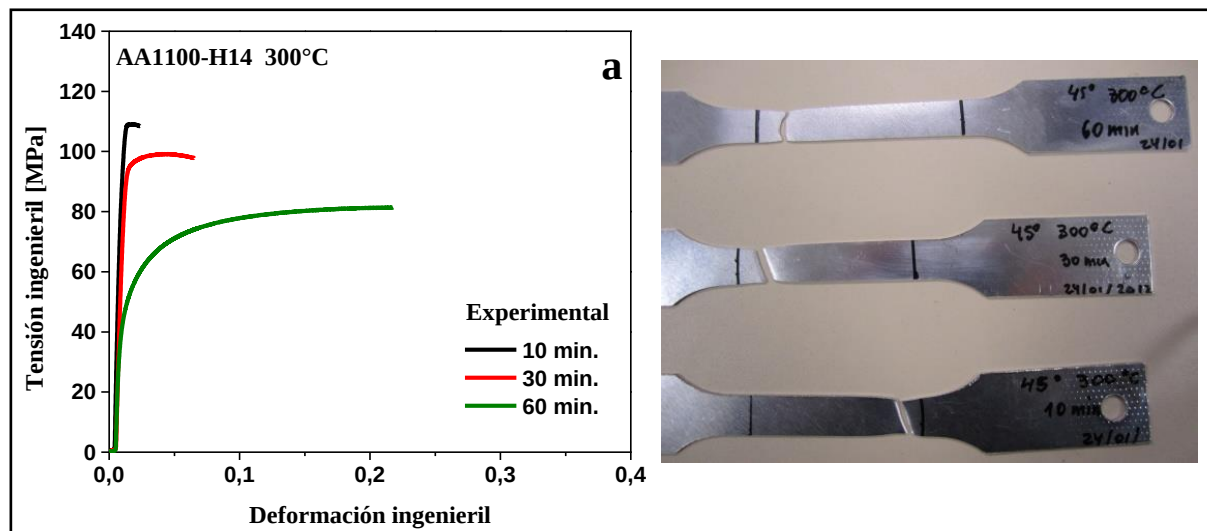


Figura 5-7: a) Curva $S - e$ experimental de AA1100-H14 a 300°C con diferentes tiempos, b) probetas ensayadas en la dirección DD (45°).

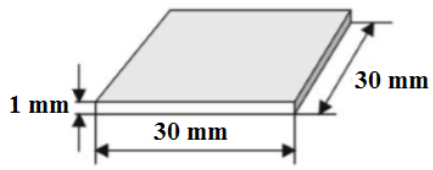
5.1.5 Ensayo de microdureza

A continuación se presentan los resultados de microdureza Vickers de las chapas de aluminio del material original y el material con tratamiento térmico de 500°C y 550°C enfriada dentro del horno y finalmente con tratamiento térmico entre 250 a 550°C.

Microdureza del material original a 500°C y 550°C enfriada dentro del horno

En la Tabla 5-4 se presentan los resultados de microdureza Vickers para el material original y con tratamiento térmico a 500°C y 550°C para tiempos de 10 y 20 min. El valor promedio para las muestras del material original para cargas de 50 y 100 g es de 40.5 HV. En cambio, para 500°C a 10 y 20 minutos es de 20.5 y 21.0 HV respectivamente, mientras que a 550°C para 10 y 20 minutos resulta 19.5 y 21.6 HV respectivamente. Como se observa después del tratamiento térmico los valores de microdureza del material disminuyen a la mitad en relación al material original lo cual hace al material más dúctil.

Tabla 5-3: Resultados de microdureza del material original y C/TT.

Probetas N° 1 y 2 Material original				Probetas N° 1 y 2 500°C a 10 minutos				Probetas N° 1 y 2 550°C a 10 minutos			
Microdureza Vickers HV				Microdureza Vickers HV				Microdureza Vickers HV			
100g	50g	100g	50g	100g	50g	100g	50g	100g	50g	100g	50g
40.0	39.9	41.5	42.2	19.5	20.6	20.7	20.6	20.4	21.0	21.0	21.5
42.1	39.3	38.5	41.6	19.7	20.0	20.0	21.3	19.6	21.4	21.4	21.3
39.8	42.3	40.0	42.1	19.3	20.6	20.0	21.2	19.5	21.0	21.0	21.3
40.2	42.0	37.8	41.4	20.8	21.3	20.2	20.1	20.2	21.3	21.3	21.7
39.7	40.3	39.7	39.7	20.2	20.5	20.7	21.3	20.5	21.8	21.8	21.9
40.7	40.8	39.5	41.4	19.9	20.6	20.3	20.9	20.0	21.3	21.3	21.5
Prom 40.5				Pom: 20.5				Prom: 21.0			
				20min				20min			
				100g	50g	100g	50g	100g	50g	100g	50g
				18.5	19.0	18.6	20.3	19.3	21.4	20.3	23.0
				18.3	20.3	19.2	19.6	20.4	20.8	20.9	22.4
				19.3	20.0	19.0	19.9	20.9	21.8	21.6	22.7
				18.7	19.8	19.3	19.3	21.0	22.7	22.2	23.2
				20.4	20.3	19.0	20.8	20.7	22.3	20.8	23.1
				19.0	19.9	19.0	20.0	20.5	21.8	21.2	22.9
				Prom. 19.5				Prom: 21.6			

Microdureza del material entre 250°C y 550°C enfriado fuera del horno

En la Tabla 5-5 se presentan los resultados de microdureza Vickers de las probetas con tratamientos térmicos a 250, 300, 350, 400, 450, 500 y 550°C con 10 minutos, las cuales son enfriadas a temperatura ambiente de 21°C. En la Figura 5-8 resume las curvas microdureza Vickers versus temperatura y tamaño de cristalita versus temperatura. En la primera, se observa que la microdureza disminuye con el aumento de la temperatura de 37 a 20 HV en el rango de 250 a 300°C. En la segunda, el tamaño de la cristalita es menor a 300°C, lo que evidencia la nucleación de granos nuevos. Después de los 350°C, éstos aumentan de tamaño, mostrando etapa de crecimiento.

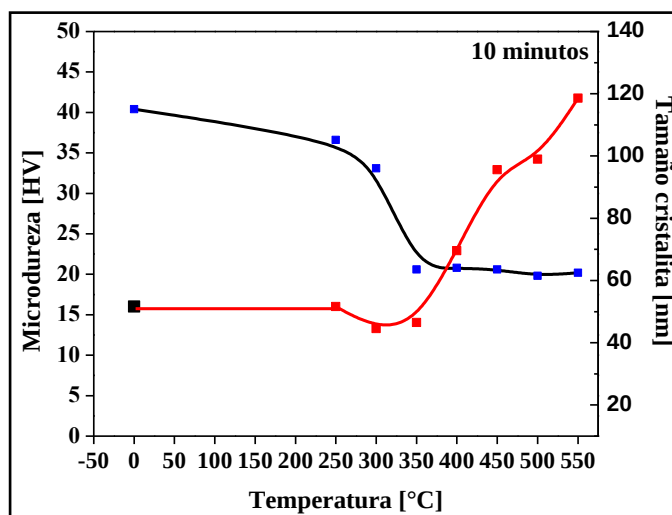


Figura 5-8: Curva microdureza Vickers-temperatura y tamaño cristalitas-temperatura.

Tabla 5-4: Resultados de Microdureza Vickers a diferentes temperaturas a 10 min.

	Microdureza Vickers HV con Carga de 100 g							
	S/TT	250°C	300°C	350°C	400°C	450°C	500°C	550°C
10 min	40.0	38.2	34.9	20.4	21.0	20.7	19.1	20.5
	42.1	36.5	33.5	20.0	21.7	20.4	20.1	19.5
	39.8	36.1	29.2	20.8	21.1	20.4	20.0	19.7
	40.2	36.1	33.5	20.6	20.6	21.2	19.9	20.3
	39.7	36.2	34.0	21.2	19.9	20.4	20.0	20.5
	40.4	36.9	33.8	20.8	20.6	20.3	20.2	20.6
	40.4	36.6	33.1	20.6	20.8	20.6	19.8	20.2
Prom.	40.4	36.6	33.1	20.6	20.8	20.6	19.8	20.2

Del mismo modo, Zhou et al. (2003), analizan similar comportamiento para una aleación de aluminio AA1050, al igual que Souza et al. (2011) para una aleación AA4006 exhibidas en las Figura 5-9a y Figura 5-9b. Estos autores observan, que al aumentar la temperatura de recocido, disminuye la microdureza hasta cierto valor a partir del cual ésta se mantiene constante. Lo mismo es percibido en este trabajo.

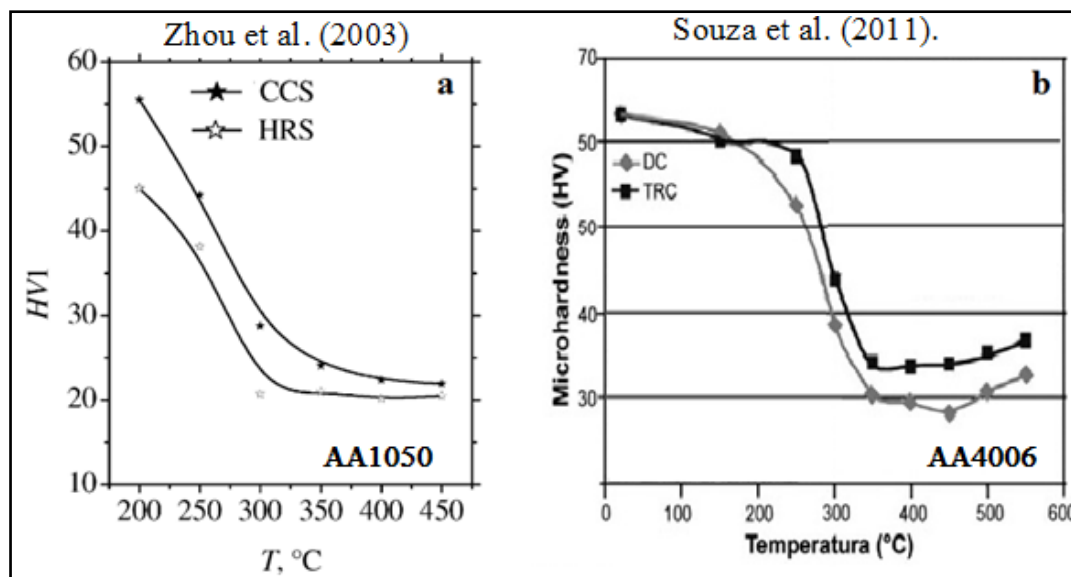


Figura 5-9: Microdureza Vickers en muestras laminadas en frío de Al: a) Zhou et al. (2003) y b) Souza et al. (2011) (HRS, hot rolled strips; CCS, continuously cast strip; TRC, twin roll caste; DC, direct chill).

5.1.6 Textura cristalográfica experimental

a) Textura del material original

En las Figura 5-10 se muestran las FPs experimentales obtenidas directamente del análisis, medidas en la UTT-Francia. Por otro lado, en la Figura 5-11 se presentan las FPs realizada en IFIR-Argentina, que también son experimentales, cuyos archivos son procesados con el programa Popla [Kocks y Kallend, 1995], para completar las FPs. En ambos casos los resultados son coherentes entre sí.

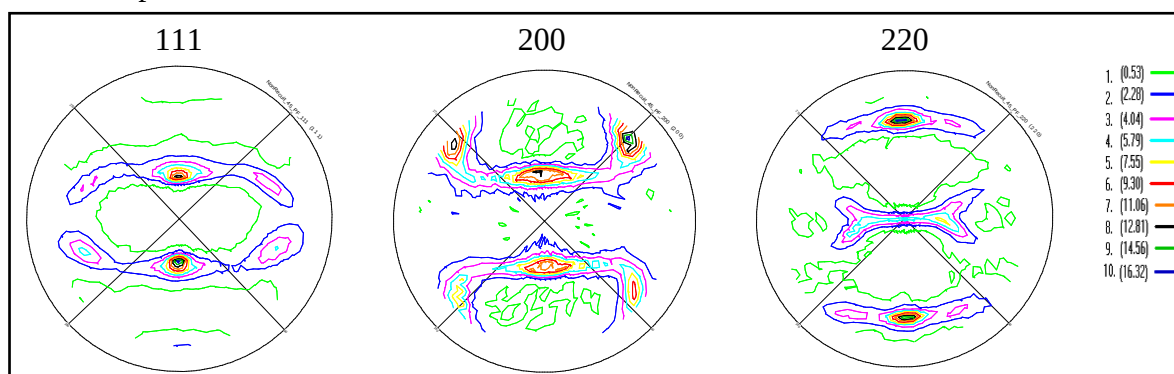


Figura 5-10: FP planos (111), (200) y (222) para material original en UTT-Francia.

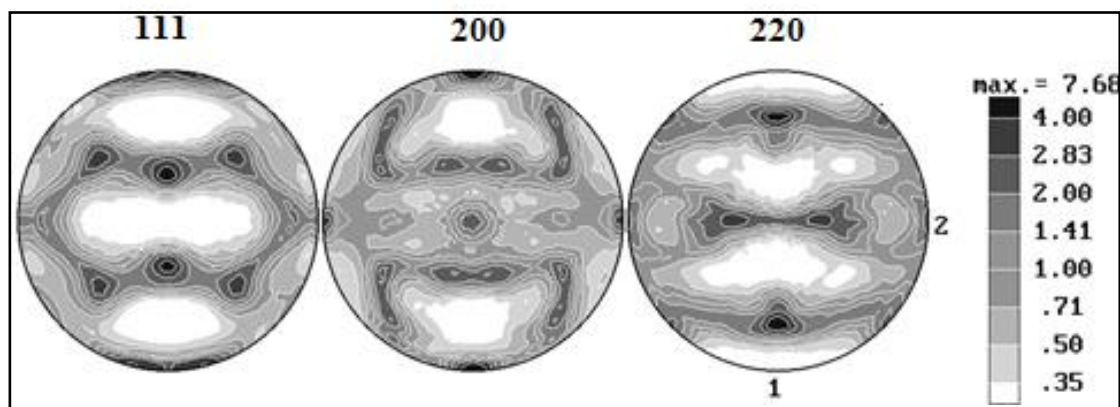


Figura 5-11: FPs planos (111), (200) y (220) para material original en IFIR-Argentina.

b) Textura del material con tratamiento térmico y 0% de deformación

En esta sección se presentan los resultados de la medición de texturas del material después del tratamiento térmico de 300°C a 60 minutos y 0% de deformación.

En la Figura 5-12 y la Figura 5-13 se presentan las FPs de los planos (111), (200) y (220) obtenidas en UTT-Francia y IFIR-Argentina respectivamente. En el primer caso no hay preparación superficial de la probeta, sólo limpieza con alcohol, mientras que en el segundo caso se realiza un desbaste suave sobre la superficie y un desbaste profundo hasta la mitad del espesor de la probeta. En el pulido profundo se observa que los contornos de las figuras de polos están más definidos que en el pulido superficial.

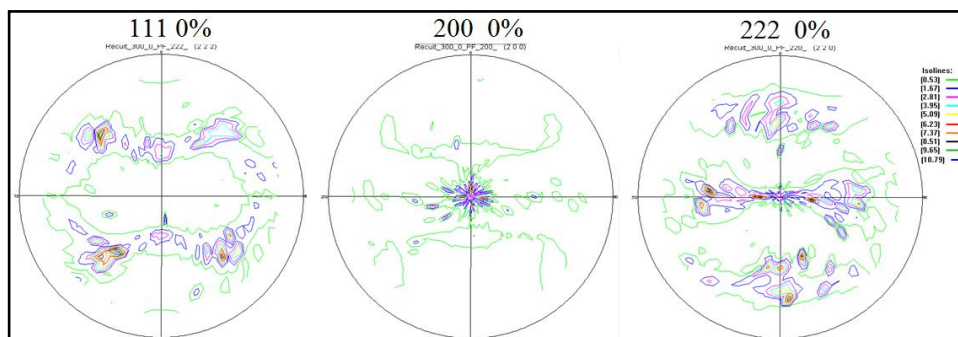


Figura 5-12: FPs planos (111), (200) y (220) para material original en UTT-Francia.

En las Figuras 5-14a y 5-14b se muestran las secciones de la función de distribución de orientaciones obtenidas con tres FPs para $\varphi_2 = 0^\circ$ y $\varphi_2 = 45^\circ$, tanto para la probeta con pulido superficial y a la mitad del espesor respectivamente.

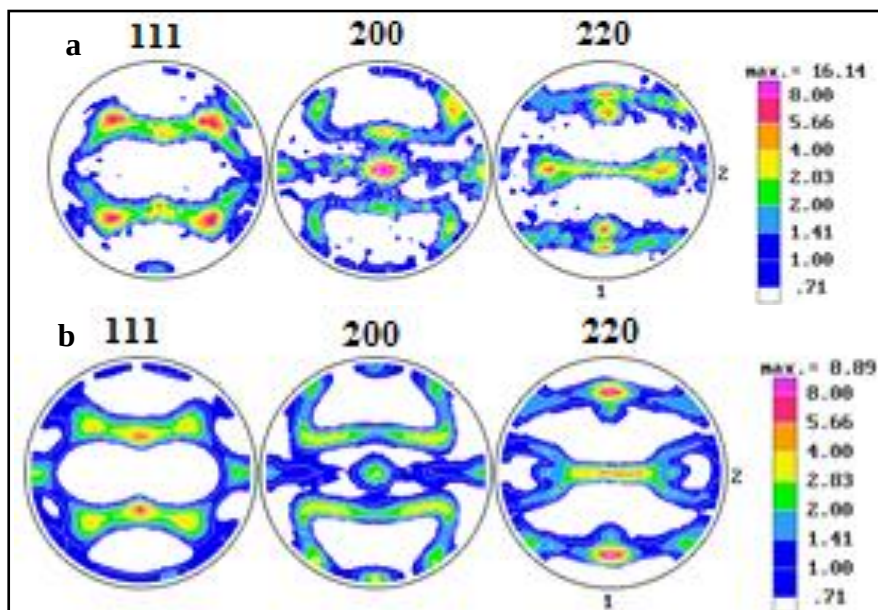


Figura 5-13: FPs (111), (200) y (220) a 300°C con 60 minutos y 0% de deformación, con pulido, a) superficial, b) hasta la mitad del espesor [IFIR-Argentina].

Al comparar los tres análisis se concluye que la textura no cambia con la preparación superficial. El material original y después de tratamiento térmico presentan figuras de polos, típicas de textura de laminación. Sus principales componentes son Cube $\{001\}\langle 100 \rangle$ con un 10.5%, Copper $\{112\}\langle 111 \rangle$ con un 8.8%, S $\{123\}\langle 634 \rangle$ con un 8.7%, Goss $\{011\}\langle 100 \rangle$ con un 6.3%, y en menor medida, Brass $\{011\}\langle 112 \rangle$ con un 5.8% y Brass girada $\{011\}\langle 111 \rangle$ con un 2.2%. Después del tratamiento térmico, la fracción de volumen de orientación de textura Cube aumenta ligeramente hasta el 11.9%, y se observan cambios en el mismo orden que en los otros componentes de textura. Solo las texturas Brass y Rot-Brass muestran una reducción de la fracción de volumen. Asimismo, hay una pequeña fracción de granos recrystalizados, al tiempo que la textura no difiere globalmente de lo que se observa antes del tratamiento térmico. La diferencia en el total

informado corresponde a textura random. Las fracciones de volumen calculadas se asumen con una tolerancia de 15° en este trabajo.

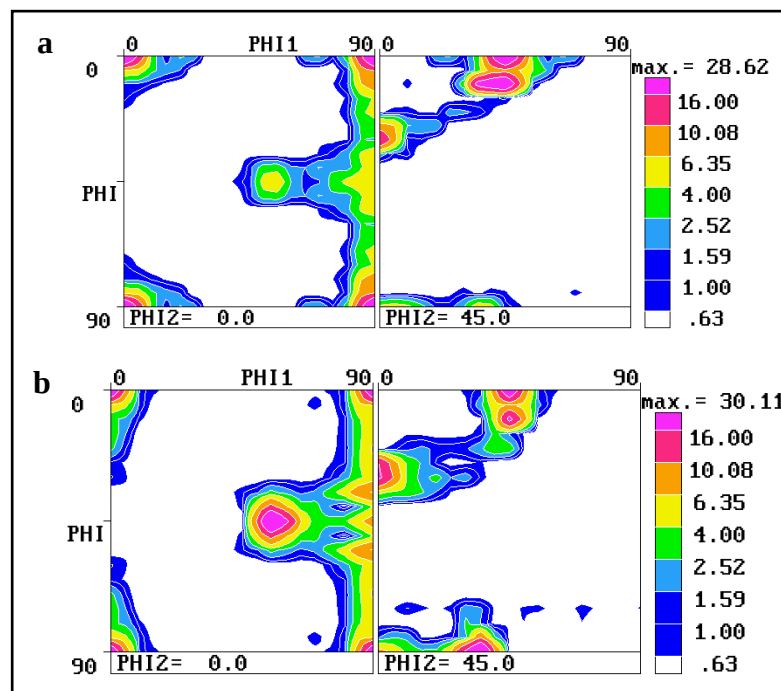


Figura 5-14: Las ODFs con cortes $\varphi_2 = 0^\circ$ y $\varphi_2 = 45^\circ$ para las probetas a) con pulido superficial, b) con pulido a la mitad del espesor.

5.2 Ensayos de Tracción

En la Tabla 5-6 se resumen los resultados de los parámetros mecánicos del material original y con tratamiento térmico. Datos publicados en la literatura por Kaufman¹⁵(2000) para AA1100-H14, dan valores del $\sigma_y = 115$ MPa y $\sigma_{UTS} = 125$ MPa, los cuales son cercanos a valores experimentales del material original de este estudio (Figura 5-15). A continuación se presentan las curvas $S - e$ y $\sigma - \varepsilon$ de estos ensayos para el material original y el material con tratamiento térmico.

¹⁵ J. Gilbert Kaufman. (2000). Introduction to Aluminum Alloys and Tempers. ASM International the Materials Information Society, Park, OH 44073-000 páginas 45. www.asminternational.org.

Tabla 5-5: Parámetros mecánicos experimentales, material original y con tratamiento.

	AA1100-H14 material original				AA1100-H14 300°C y 60 minutos				
[°]	σ_y	σ_{UTS}	n	%	σ_y	σ_{UTS}	n	%	
RD	108	117	0.028	3.8	68	112	0.15	18	
DD	115	120	0.015	1.7	68	106	0.14	16	
TD	128	132	0.016	2.8	69	112	0.15	20	

* σ_y [MPa], σ_{UTS} [MPa] y Elongación [%].

Table 1M Typical mechanical properties of wrought aluminum alloys		
Alloy and temper	Tensión Strength Ultimate [MPa]	Tension Yield [MPa]
1100-O	90	35
1100-H12	110	105
1100-H14	125	115
1100-H16	145	140
1100-H18	165	150

Figura 5-15: Propiedades mecánicas típicas según Kaufman, (2000).

5.2.1 Curvas de tracción material original

En la Figura 5-16a se presentan las curvas $S - e$ experimentales para RD, DD y TD, cuyos valores se encuentran para $\sigma_y = 108$ a 128 MPa y $\sigma_{UTS} = 117$ a 132 MPa. A lo largo de RD se observa una elongación de 3.8% mayor que las otras direcciones, en cambio en TD es de 2.8% y DD es de 1.7%, siendo el valor de microdureza promedio de 40.5 HV. La diferencia observada se debe a la anisotropía que presenta el material original en las tres direcciones. Por otro lado, Chiba et al. (2013), estudian la aleación de aluminio comercial AA1100-H24¹⁶, de 0.8 mm de espesor, encontrando que las curvas $\sigma - \epsilon$, presentan un comportamiento de endurecimiento por deformación muy débil ($n = 0.04$), con una pequeña deformación uniforme, inferior a 3%, siendo el valor de microdureza Vickers, de 43.6 HV como se muestra en la Figura 4-16b.

¹⁶ H14: La primera cifra H1: el material sólo ha sido sometido a endurecimiento por trabajo. La segunda cifra denota el grado de endurecimiento de trabajo en frío (4): medio duro. H24: La primera cifra H2: el material está endurecido por trabajo y parcialmente recocido. La segunda cifra denota el grado de endurecimiento de trabajo (4): medio duro.

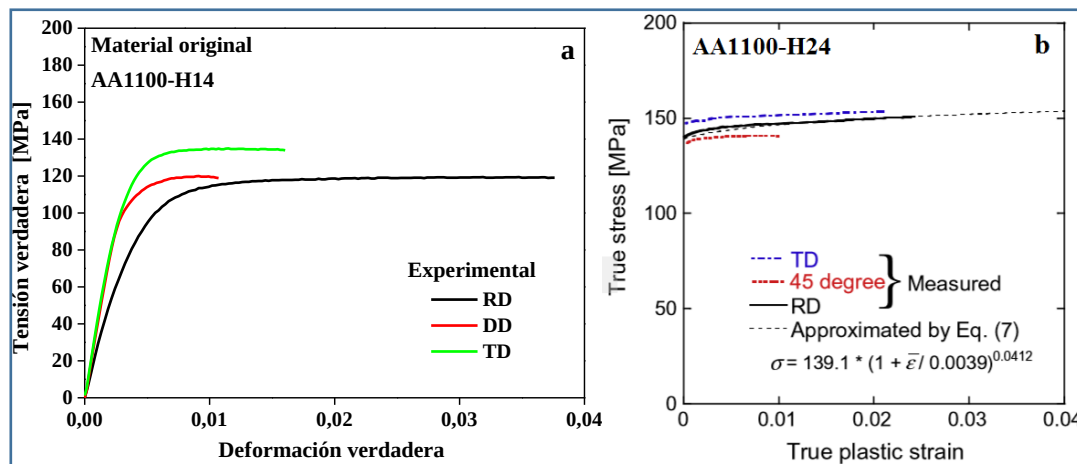


Figura 5-16: a) Curvas $S - e$ experimentales del material original para las direcciones RD, DD y TD, b) curva $\sigma - \epsilon$ de Chiba et al. (2013).

Asimismo, Lee et al. (2011) informan para la aleación AA1100-H26, que la resistencia a la tracción puede llegar a 141 MPa pero el alargamiento a la tracción es sólo de 3.5%. Ambos autores tienen valores cercanos al material original de este trabajo. Recientemente, Yu et al. (2004) estudian que el tamaño de grano también influye en la curva de tracción. Para una aleación de aluminio AA1050, con tamaño de grano que varía desde 0.35 a 45 μm , la elongación aumenta 9% a 40% y la tensión máxima disminuye de 180 a 70 MPa. También Hung et al. (2005) encuentran la misma tendencia, correlacionando el tamaño de grano y los valores de la tensión máxima. Finalmente, se incluye las imágenes de las probetas fracturadas del material original en la Figura 5-17, donde se observa que las probetas en la dirección DD y TD presentan el mismo ángulo de fractura frágil.



Figura 5-17: Probetas de tracción AA1100-H14 en RD, DD y TD (UTT-Francia).

5.2.2 Curvas de tracción con tratamiento térmico

En las Figura 5-18(a, b, c, d, e y f) se presentan las curvas experimentales $S - e$ y $\sigma - \varepsilon$, correspondientes a las probetas de RD, DD y TD con diferentes porcentajes de deformación impuesta de 5%, 15% y hasta la fractura.

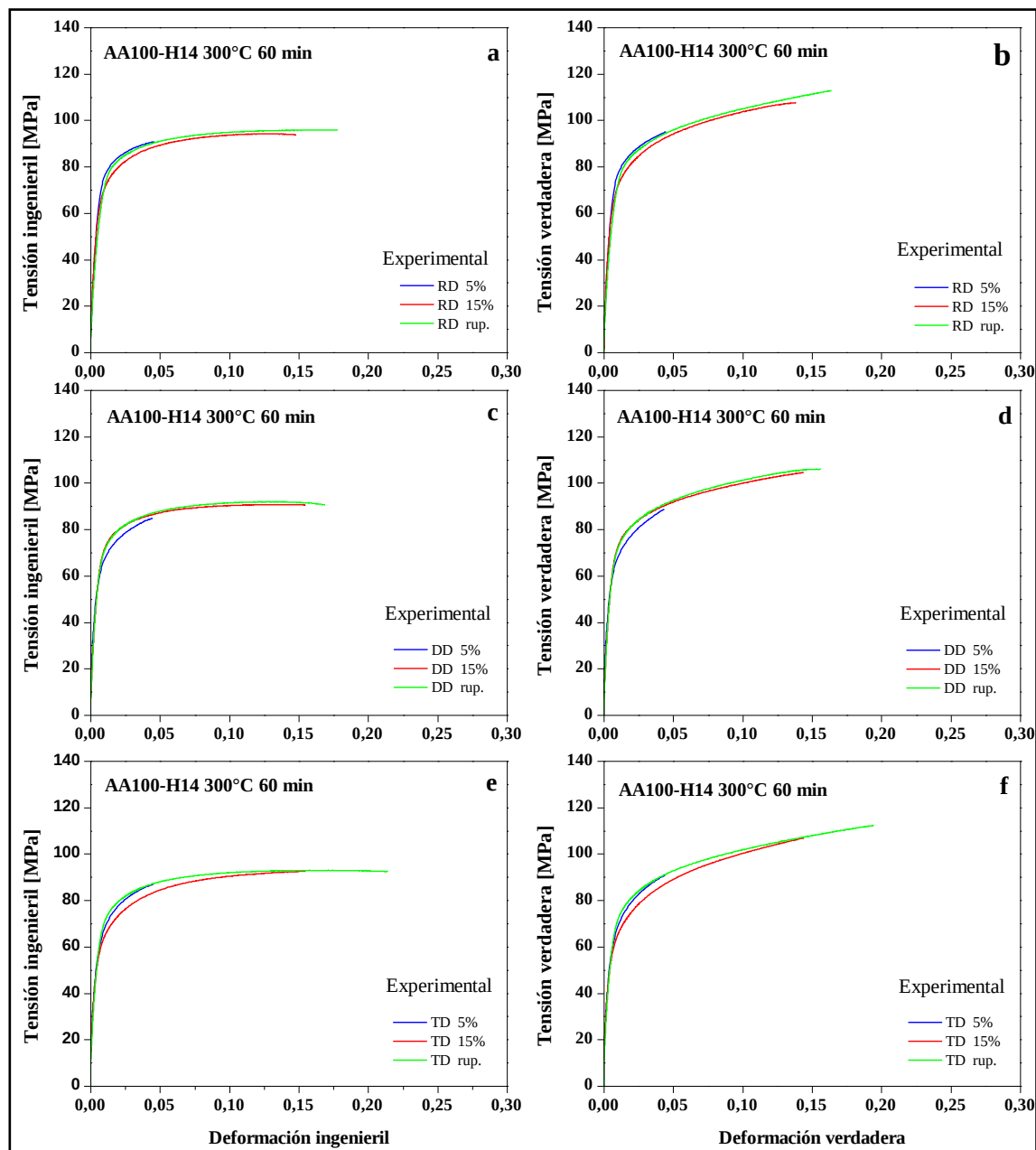


Figura 5-18: Curvas $S - e$ lado izquierdo y $\sigma - \varepsilon$ lado derecho para deformaciones de 5%, 15% y hasta la fractura para las direcciones RD, DD y TD de laminación.

Los valores encontrados de σ_{UTS} están entre 80 a 100 MPa en la curva $S - e$ y 100 a 120 MPa en la curva $\sigma - \varepsilon$. Estas presentan leves diferencias para los porcentajes de deformación de 5%, 15% y ruptura, que pueden deberse a errores experimentales.

A continuación en la Figura 5-19 se presenta una comparación de las curvas S-e de las probetas ensayadas hasta la fractura, antes y después del tratamiento térmico, la dirección DD se observa que está por debajo de la dirección RD y TD en probetas con tratamiento.

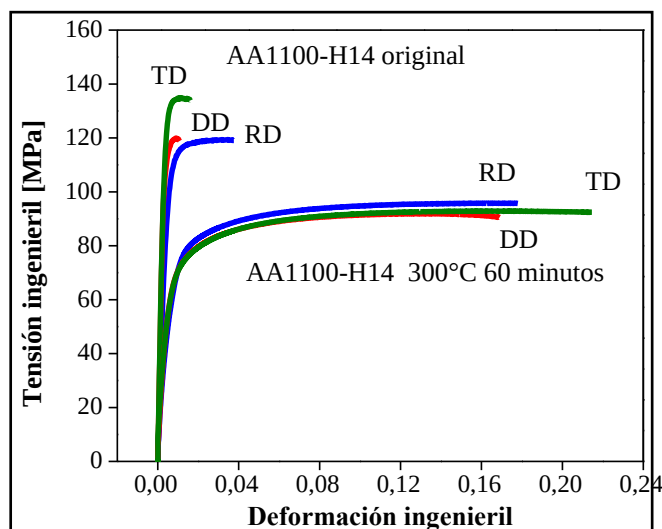


Figura 5-19: Curva S-e para las direcciones RD, DD, TD y deformación hasta la fractura material original y con tratamiento térmico de 300°C y 60 minutos.

Por otro lado, la deformación del material original y después del tratamiento térmico aumenta de 2.8 a 20% a lo largo de TD, σ_y disminuye de 128 a 69 MPa y σ_{UTS} no cambia mucho de 132 a 112 MPa. Hay que tener presente que la tensión de fluencia disminuye al aumentar la temperatura debido al movimiento de las dislocaciones y la resistencia a la fractura es casi independiente de la temperatura porque depende del enlace. Al examinar estos valores con los publicados por

López et al. (2003), que estudian la aleación de aluminio recocida AA1050-O¹⁷ en tracción y compresión, se encuentran valores de σ_y de 40 y 20 MPa y ε_{UTS} de 35 y 25% en estado de recocido, respectivamente. Muy bajo en comparación a lo encontrado en este trabajo, lo que indica que el tratamiento a 300°C, aún no es recocido total, lo que se determinó con los diagrama de fase en la Figura 4-5.

En la literatura es conocido que la temperatura de recocido típica utilizada para una aleación de aluminio AA1100-H14 es de 345°C, ver Tabla 5-7 [ASM Metals Handbook, 1938].

Recientemente, Luo et al. (2012), estudian que la σ_y se incrementa con el aumento de la velocidad de deformación, en una aleación de aluminio 7A09¹⁸, como se ve Figura 5-20a. Por otra parte, Abedrabbo et al. (2007) investigan que al aumentar la temperatura disminuye la σ_y para una velocidad de deformación dada y también depende de las orientaciones cristalinas en la muestra (Ver Figura 5-20b). Generalmente en el tratamiento térmico de una aleación de aluminio, el tiempo en el horno no tiene que ser más de lo necesario para llevar todas las partes de la probeta a la misma temperatura. Si se excede puede producir oxidación intergranular.

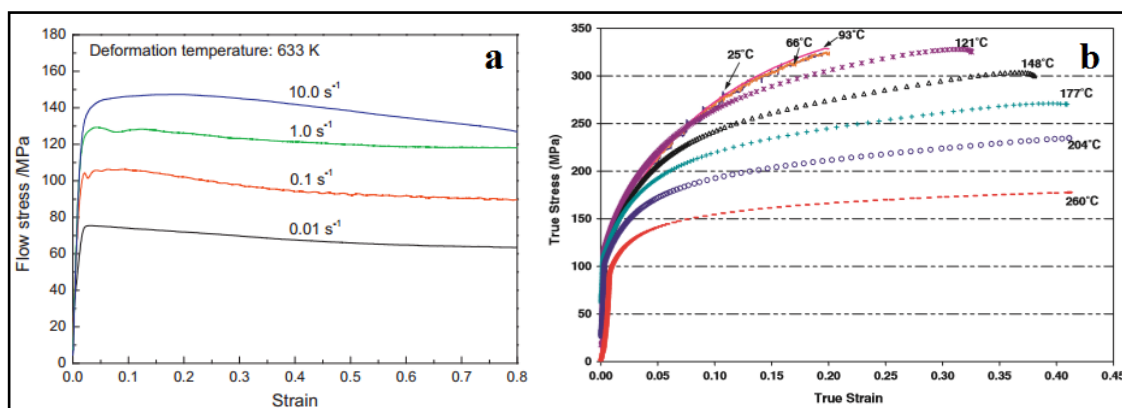


Figura 5-20: Curva tensión-deformación: a) aleación 7A09 según Luo et al. (2012), b) aleación AA5182-O según Abedrabbo et al. (2007).

¹⁷ O: Recocido que se aplica a los productos forjados que son recocidos para obtener más baja resistencia al temple y para mejorar la ductilidad y la estabilidad dimensional (ASM Metals Handbook Tomo 04-Heat Treatment, pag 1958).

¹⁸ denominación: 7A09 China GB, 7075 Francia NF y AlZnMgCu1.5 Alemania DIN

Tabla 5-6: Temperaturas típicas de recocido para algunas de las aleaciones de aluminio forjado [ASM Metals Handbook V4, Heat Treating1985].

Aleación	Temperatura [°C]	Tiempo aproximado [h]	Aleación	Temperatura [°C]	Tiempo aproximado [h]
1060	345	A	3003	415	A
1100	345	A	5052	345	A
1350	345	A	6061	415	2-3
2024	415	2-3	7075	415	2-3

A: tiempo en el horno no tiene que ser más del necesario, la velocidad de enfriamiento no es importante.

5.2.3 Determinación del coeficiente de Lankford R

A continuación se presentan en la Tabla 5-8 y la Tabla 5-9 dos formas de medir el coeficiente de Lankford usando DIC. En el primer caso se presentan los resultados a partir de las fotografías inicial y final, cuyos valores del coeficiente de Lankford son 0.34, 0.52 y 0.38 para las direcciones de RD, DD y TD respectivamente, con $\Delta R_n = 0.44$ que se indica con una flecha en la Figura 5-21.

El segundo caso los valores encontrados se obtienen del registro de la evolución de la deformación a partir de las fotografías tomadas 1 cada 3 segundos (línea roja) que son 0.59, 0.86 y 0.58 para las direcciones de RD, DD y TD respectivamente, con $\Delta R_n = 0.72$. Los valores determinados en ambos casos se grafican en la curva valor-R versus ángulo en RD presentada en la Figura 5-22. Los resultados indican que el índice del Lankford es mayor para la probeta en la dirección de DD.

Tabla 5-7: Coeficiente de Lankford de fotografías inicial y final para RD, DD y TD.

Medición del coeficiente de Lankford a partir de fotografías inicial y final			
Orientación	e ₁	e ₂	Índice Lankford
RD	0.115	-0.029	0.34
DD	0.112	-0.038	0.52
TD	0.114	-0.031	0.38
anisotropía normal $\Delta R_n = (R_0 + 2R_{45} + R_{90})/4$	---	---	0.44
anisotropía planar $\Delta R_p = (R_0 - 2R_{45} + R_{90})/2$	---	---	-0.17

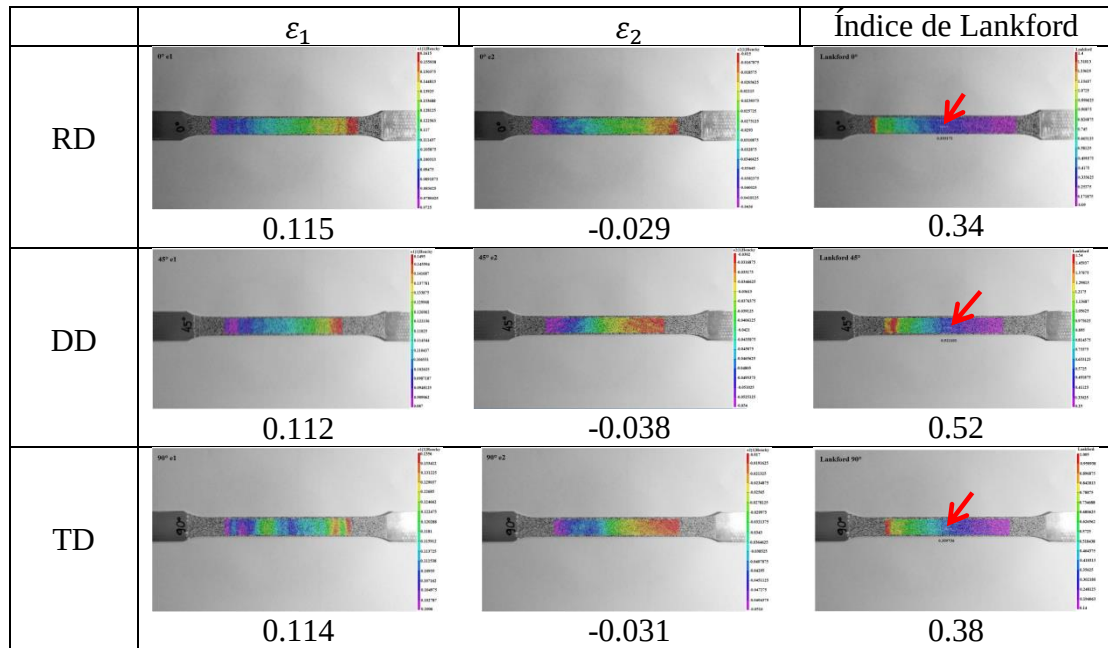


Figura 5-21: Coeficiente de Lankford con DIC para con fotografías inicial y final.

Tabla 5-8: Coeficiente de Lankford tomando la evolución de la deformación.

Medición del coeficiente de Lankford a partir de la filmación, imágenes cada 3 segundos									
	RD			DD			TD		
	ε_1	ε_2	Índice Lankford	ε_1	ε_2	Índice Lankford	ε_1	ε_2	Índice Lankford
1	0.013	-0.005	0.69	0.012	-0.006	0.87	0.014	-0.004	0.47
2	0.026	-0.010	0.62	0.026	-0.012	0.85	0.027	-0.009	0.53
3	0.040	-0.015	0.60	0.040	-0.018	0.86	0.041	-0.015	0.57
4	0.055	-0.019	0.55	0.053	-0.025	0.86	0.055	-0.021	0.60
5	0.069	-0.025	0.56	0.067	-0.031	0.86	0.068	-0.026	0.62
6	0.082	-0.030	0.56	0.080	-0.037	0.86	0.082	-0.031	0.62
7	0.096	-0.034	0.56				0.095	-0.037	0.62
8	0.106	-0.038	0.56						
Prom			0.59			0.86			0.58

Sin embargo estos valores son mucho menores en comparación con los valores del índice de Lankford reportados en la literatura para diferentes aleaciones de aluminio que se presentan en la Tabla 5-10 y se grafican en la Figura 5-23 [Chiba

et al. 2013; Niranjana et al. 2010; Beausir et al. 2010; Gosh et al. 2015; Banabic y Siegert, 2004].

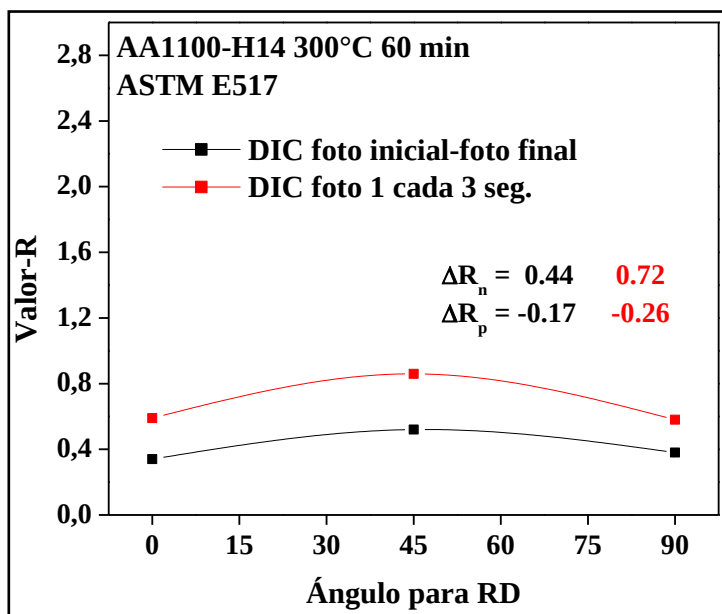


Figura 5-22: Coeficientes R de los dos casos, utilizando DIC y programa VIC-2D.

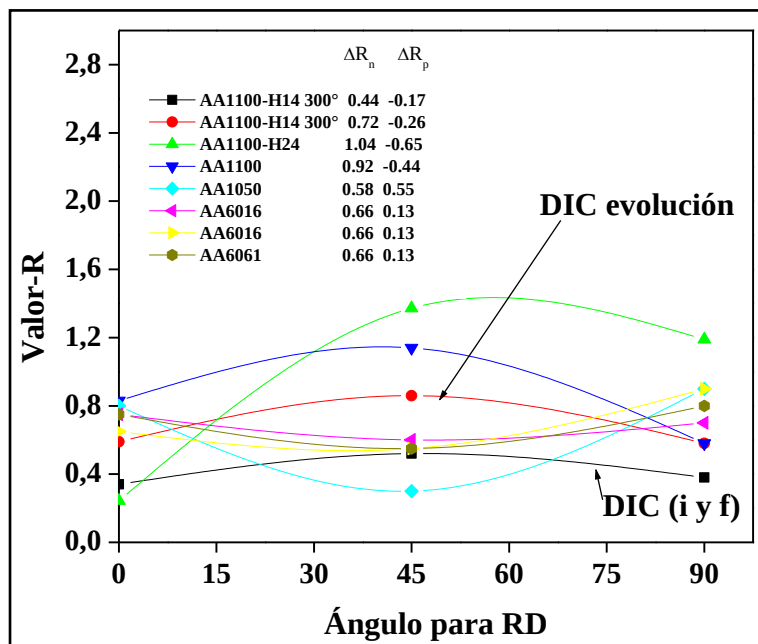


Figura 5-23: Coeficientes de R para AA1100-H14 (300°C-60 min), Chiba et al.(2013); Niranjana et al.(2010); Beausir et al.(2010); Gosh et al.(2015); Banabic y Siegert (2004).

Para discernir entre los dos casos anteriores, primero se calcula la relación máxima de embutido, según la Ec.(2.10), resultando $LDR = 2$. Al ingresar este dato en la curva LDR versus ΔR_n en la Figura 5-24, se observa que el valor dentro del círculo rojo sería el valor más adecuado del coeficiente de Lankford, correspondiente al método de la evolución de la deformación [Dieter, 1984].

Tabla 5-9: Coeficiente de Lankford para aleaciones de aluminio informados.

		r_0	r_{45}	r_{90}	ΔR_n	ΔR_p
AA1100-H24	Chiba et al, 2013	0.24	1.37	1.19	1.044	-0.655
AA1100	Niranjan et al, 2010	0.83	1.14	0.58	0.923	-0.435
AA1050	Beausir et al, 2010	0.80	0.30	0.90	0.575	0.550
AA6016	Beausir et al, 2010	0.75	0.60	0.70	0.663	0.125
AA6016	Gosh et al, 2015	0.65	0.55	0.90	0.663	0.125
AA6061	Gosh et al, 2015	0.75	0.55	0.80	0.663	0.125
AA5182-O	Banabic y Siegert, 2004	0.64	1.03	0.83	0.887	-0.525

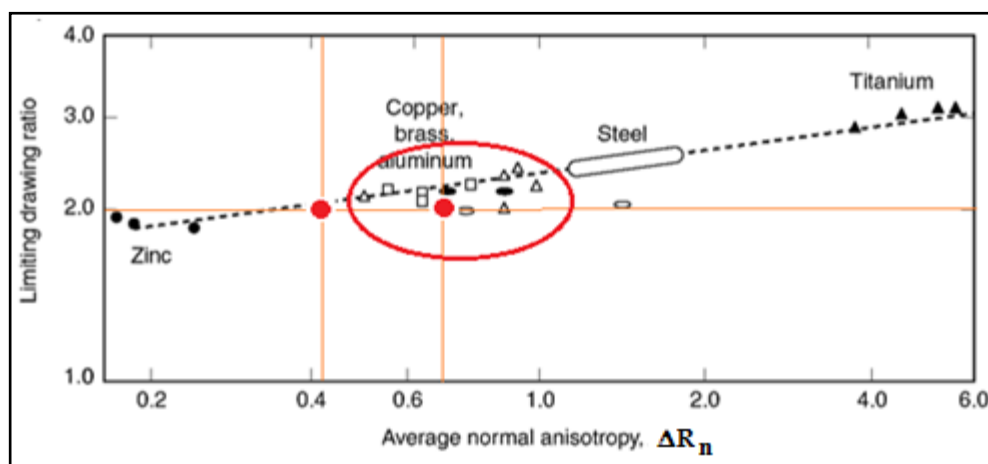


Figura 5-24: Curva LDR versus anisotropía normal, ΔR_n [Dieter, 1984].

5.2.4 Microdureza en probetas después del ensayo de tracción

A continuación se presentan en la Figura 5-25 la evolución de la microdureza Vickers en probetas después del ensayo de tracción, que han sido tratada

térmicamente a 300°C y 60 minutos, entre la zona útil, para diferentes porcentajes de deformación 5%, 15%, 17% y hasta la fractura, en la dirección de RD, DD y TD respecto de la dirección de laminación.

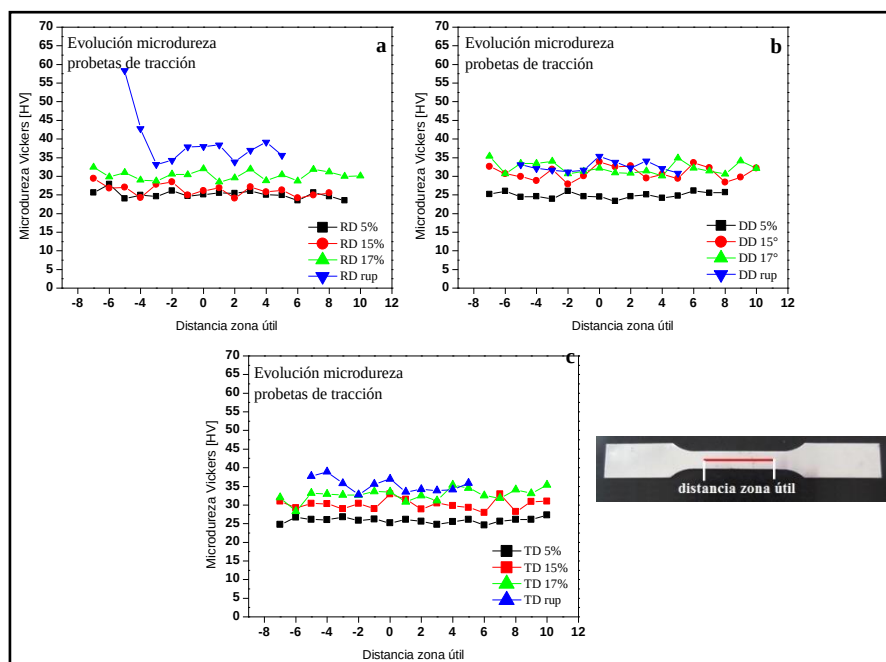


Figura 5-25: Evolución de la microdureza Vickers en probeta de tracción, para diferentes porcentajes de deformación, en las direcciones, a) RD, b) DD y c) TD.

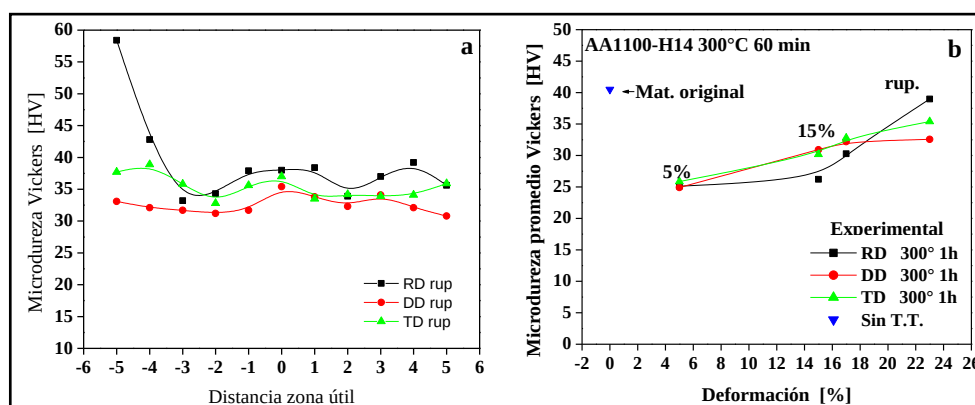


Figura 5-26: a) Curva microdureza Vickers versus distancia zona útil, b) curva microdureza versus deformación.

En la Figura 5-26a se presentan la evolución de la microdureza Vickers para probetas hasta la fractura en las direcciones RD, DD y TD y en la Figura 5-26b

indica que la microdureza aumenta a medida que se incrementa el porcentaje de deformación. Por otra parte, la microdureza del material original es 40 HV, en cambio, el máximo alcanzado en fractura es 38.9 HV a lo largo de RD.

5.2.5 Textura en probetas después del ensayo de tracción

La Textura en el ensayo de tracción se miden en las figuras de polos (111), (200) y (220) en la sección del centro de cada probeta para las muestras a RD, DD y TD cuyos resultados se muestran en la Figura 5-27 para 5%, en la Figura 5-28 para 15% y en la Figura 5-29 para la probeta hasta la fractura y Tabla 5-11 (AR: material original, RC: material con tratamiento térmico y 0% deformación).

A partir de las figuras de polos se observa que las diferencias surgen después del estiramiento uniaxial en todos los casos, en particular en la dirección de laminación DD. La orientación Cube aumenta de 11.9% a 16.2% para RD y hasta 15.9% para el caso TD, mientras que se observa una reducción en la fracción en volumen para la dirección DD de 10.4%. Una tendencia similar se encuentra para la orientación Rot-Brass $\{011\}\langle 111\rangle$. La orientación Brass muestra una importante tendencia a aumentar en toda la dirección ensayada, es decir, la fracción de volumen va desde 6.6% a 7.1%, 7.9% y 10.9% para RD, DD y TD, respectivamente. Por el contrario, la orientación Copper $\{112\}\langle 111\rangle$ y la orientación S $\{123\}\langle 634\rangle$ muestran una reducción de su fracción en volumen a medida que la deformación uniaxial avanza.

Tabla 5-10: Componentes de textura de la chapa AA1100-H14.

Componentes	Fracción de volumen					Plano dirección [Miller]		Ángulo de Euler [°]		
	AR	RC	RD	DD	TD	{hkl}	<hkl>	ϕ_1	ϕ	ϕ_2
Cube	10.5	11.8	16.2	10.4	15.9	001	100	0	0	0
Goss	6.3	5.1	5.0	6.1	4.3	011	100	0	45	90
Brass	5.8	6.6	7.1	7.9	10.9	011	112	35	45	90
Rot-Brass	2.2	1.6	2.0	0.7	2.1	011	111	125	45	0
Copper	8.8	10.0	6.0	4.3	4.4	112	111	90	35	45
S	8.7	9.2	6.0	5.5	7.6	123	634	59	29	63

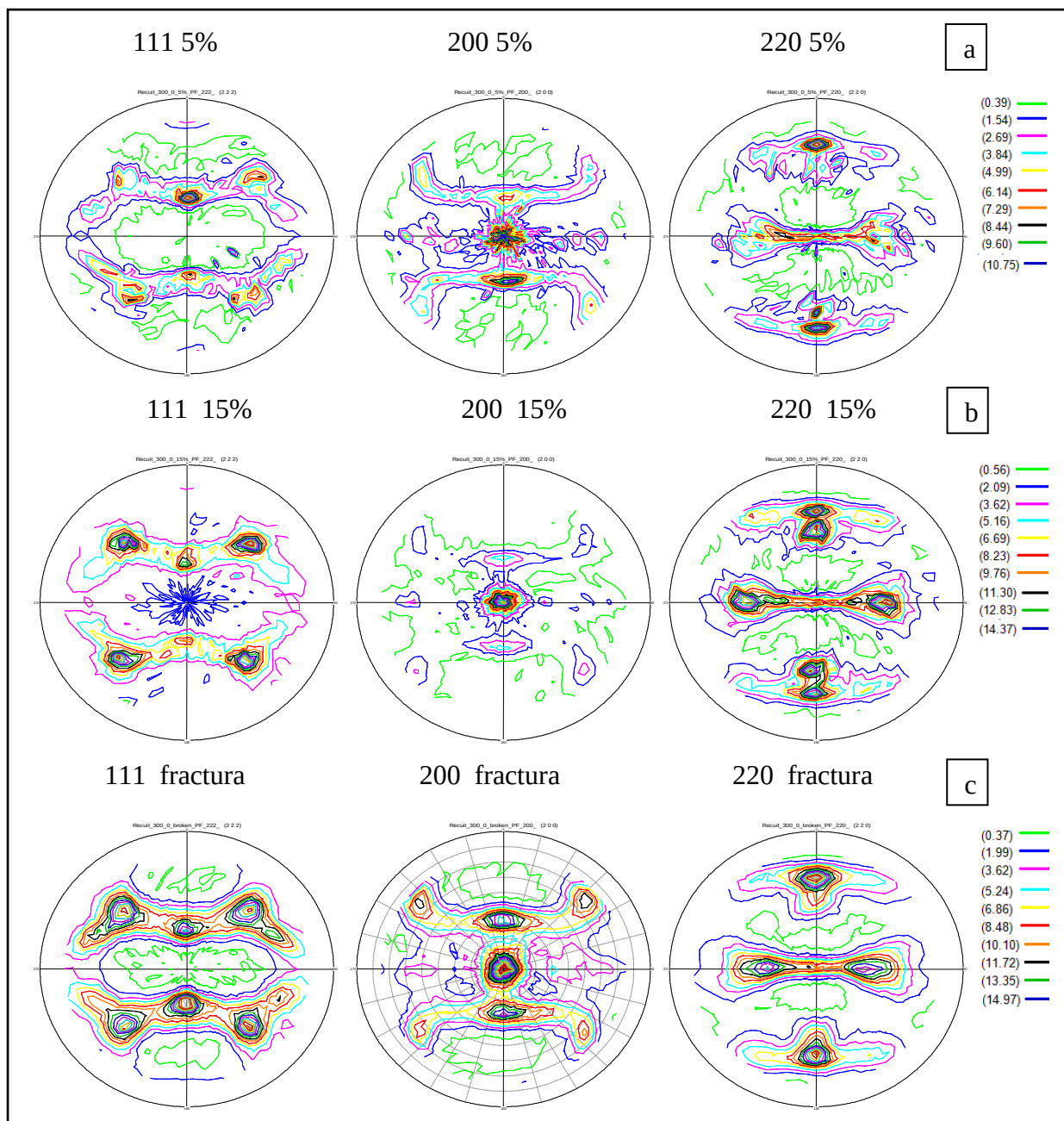


Figura 5-27: FPs de los planos (111), (200) y (220) para tensión uniaxial según la dirección RD, a) 5%, b) 15% y c) fractura.

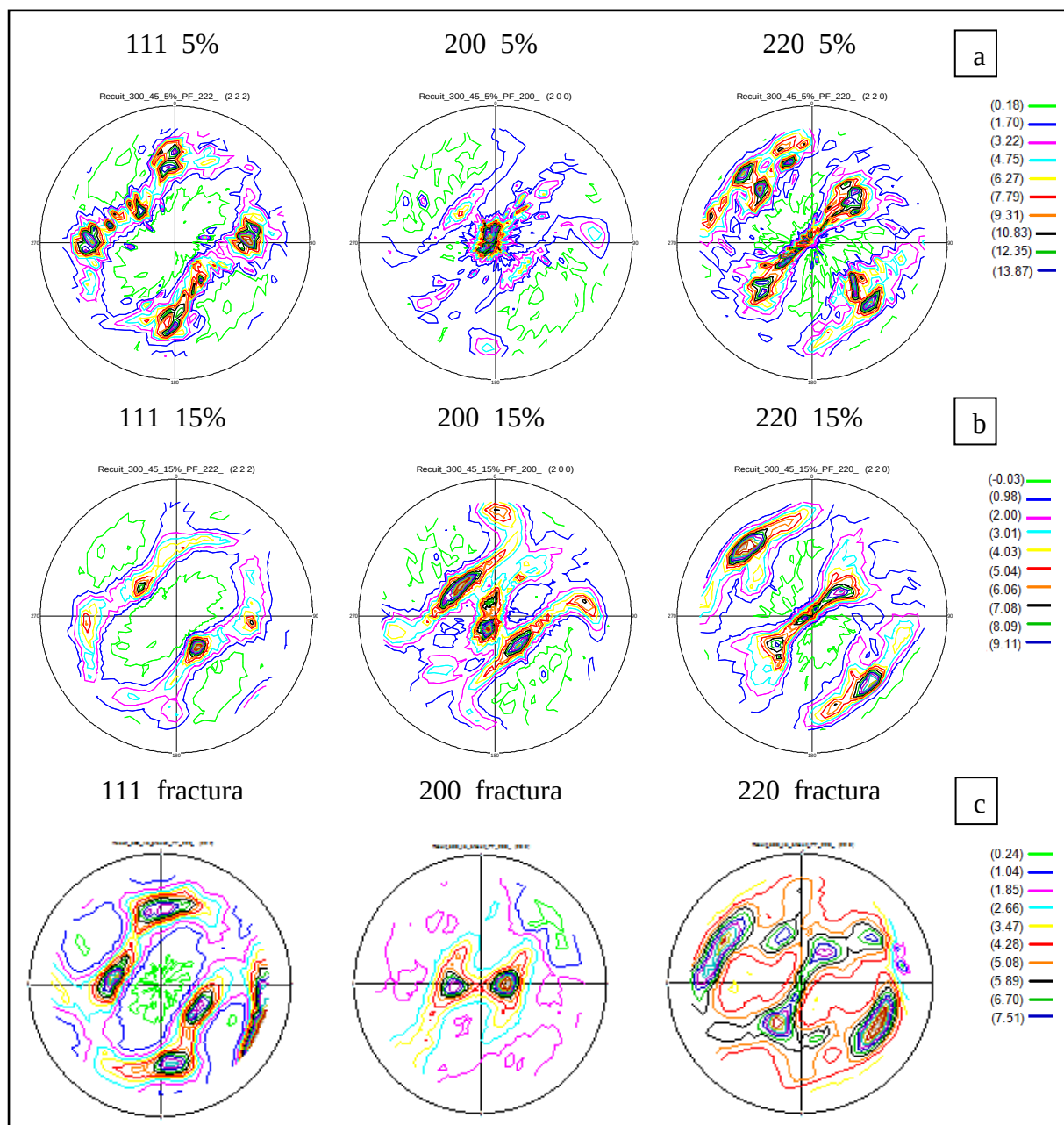


Figura 5-28: FPs de los planos (111), (200) y (220) para tensión uniaxial según la dirección DD, a) 5%, b) 15% y c) fractura.

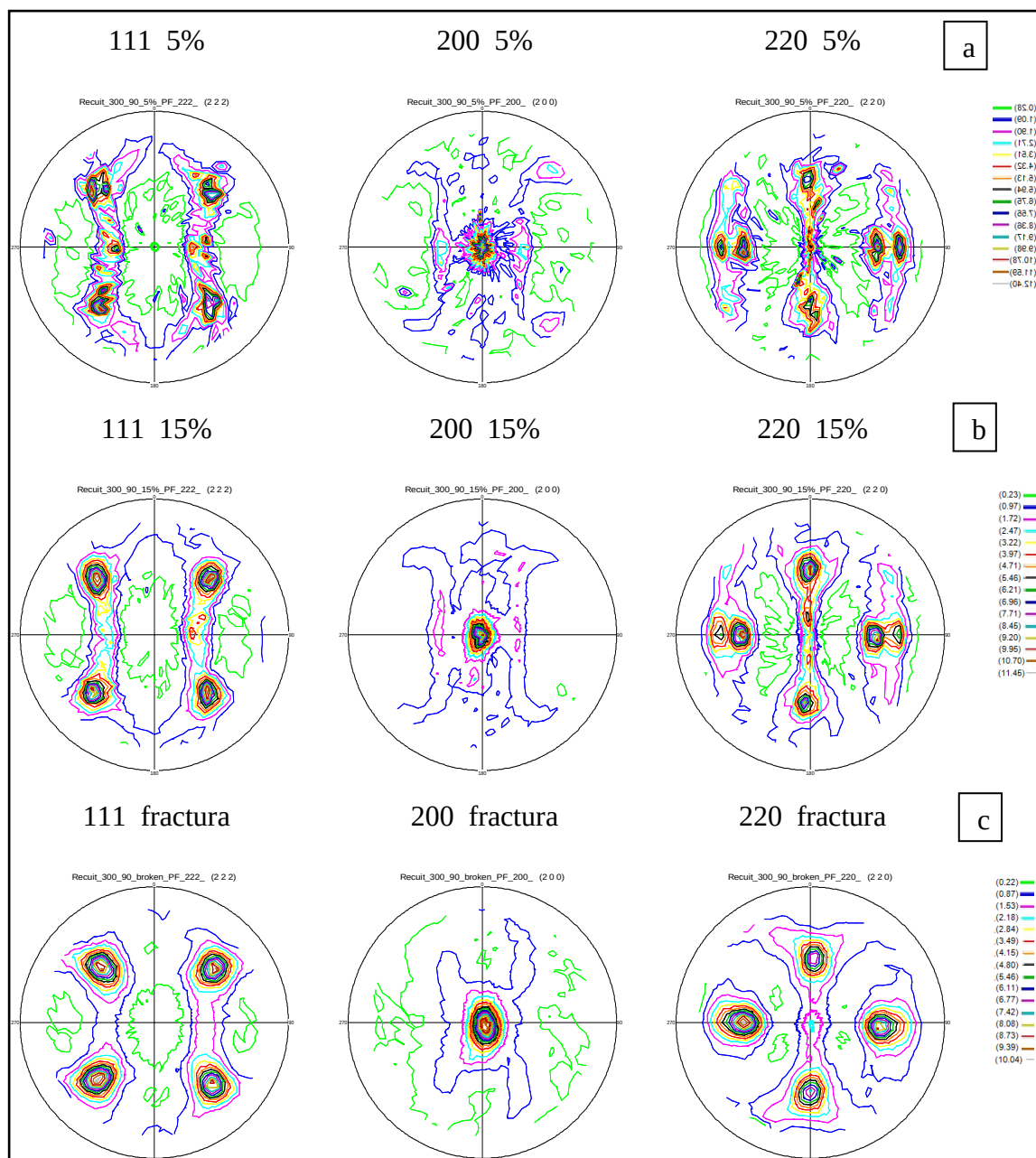


Figura 5-29: FPs de los planos (111), (200) y (220) para tensión uniaxial según la dirección TD, a) 5%, b) 15% y c) fractura.

5.3 Formabilidad: Ensayo de Nakazima

Las fotografías de las probetas ensayadas después del ensayo de Nakazima se muestran en la Figura 5-30, para la dirección de RD, en la Figura 5-31, para DD y

en la Figura 5-32, para TD. Además, en la Tabla 5-12 se reportan los valores del entalle inicial y final de las 12 probetas en cada dirección, y su carga soportada hasta la estricción o fractura. En el análisis de los resultados se observa que al disminuir el entalle, baja la carga en todas las direcciones ensayadas. La carga máxima es 1700 kgf, correspondiente a un estado biaxial, lado derecho de la FLC, en cambio, la carga mínima es 132 kgf, correspondiente a un estado uniaxial lado izquierdo de la FLC. En la Figura 5-33, se observa más dispersión en las probetas de la dirección DD respecto de la dirección de laminación, línea roja.

Tabla 5-11: Dimensión del entalle experimental inicial-final en las probetas de forma de reloj de arena en el ensayo de Nakazima.

	Nakazima en RD			Nakazima en DD			Nakazima en TD		
	Entalle inicial [mm]	Entalle final [mm]	Carga [kgf]	Entalle inicial [mm]	Entalle final [mm]	Carga [kgf]	Entalle inicial [mm]	Entalle final [mm]	Carga [kgf]
1	200.00	200.00	1614.6	200.00	200.00	1344.0	200.00	200.00	1700.0
2	148.78	147.40	1463.4	147.99	145.50	1505.4	148.60	145.98	1546.8
3	123.21	114.81	1246.8	125.33	119.23	1178.4	122.26	113.68	1136.4
4	120.65	114.24	1173.0	120.88	115.02	959.4	118.70	110.89	1114.2
5	100.07	91.35	996.0	99.74	92.07	966.6	99.39	92.19	954.0
6	85.26	80.71	591.6	85.12	80.92	571.8	82.84	75.17	738.0
7	72.12	66.42	652.2	71.50	65.80	824.4	72.42	68.24	441.0
8	70.18	65.74	484.8	70.56	65.03	578.4	70.33	65.17	601.8
9	54.93	50.92	510.0	55.00	51.54	620.4	55.91	52.58	477.0
10	48.38	45.25	368.4	47.50	44.57	462.6	48.66	45.74	355.2
11	40.15	37.05	360.0	40.10	37.16	431.4	40.87	38.94	287.4
12	20.46	18.00	150.0	18.83	16.80	126.6	19.77	18.92	132.0



Figura 5-30: Serie de probetas de RD respecto la dirección de laminación.



Figura 5-31: Serie de probetas de DD respecto la dirección de laminación.



Figura 5-32: Serie de probetas de TD respecto de dirección de laminación.

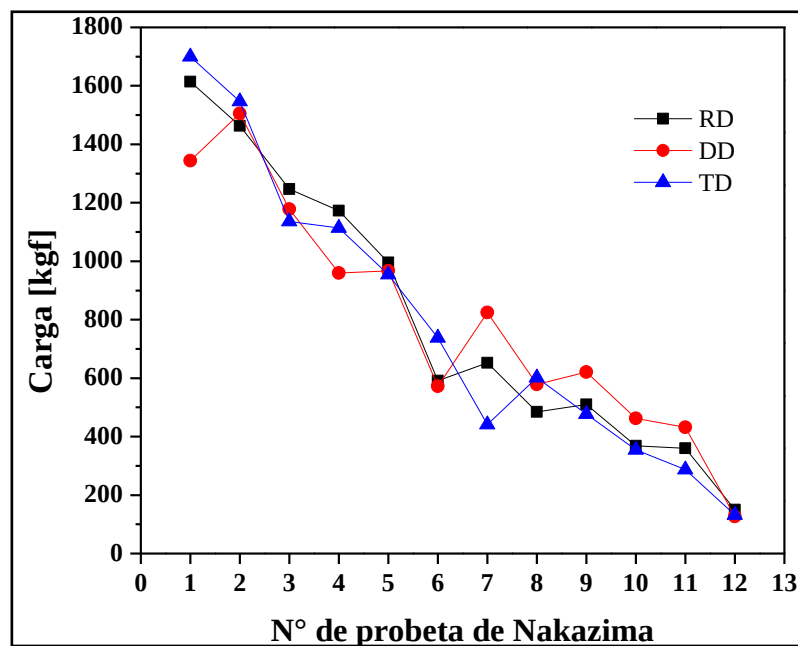


Figura 5-33: Carga aplicada a 12 de probetas en la dirección RD, DD y TD.

5.3.1 Curvas de carga del ensayo de Nakazima

En la Figura 5-34 (a, b, c, d, e y f) y Figura 5-35 (a, b, c, d, e y f) se presentan las curvas de carga-desplazamiento de las tres direcciones ensayadas: RD, DD y TD. La mayor carga se observa en la curva de la Figura 5-34a correspondiente a un estado biaxial.

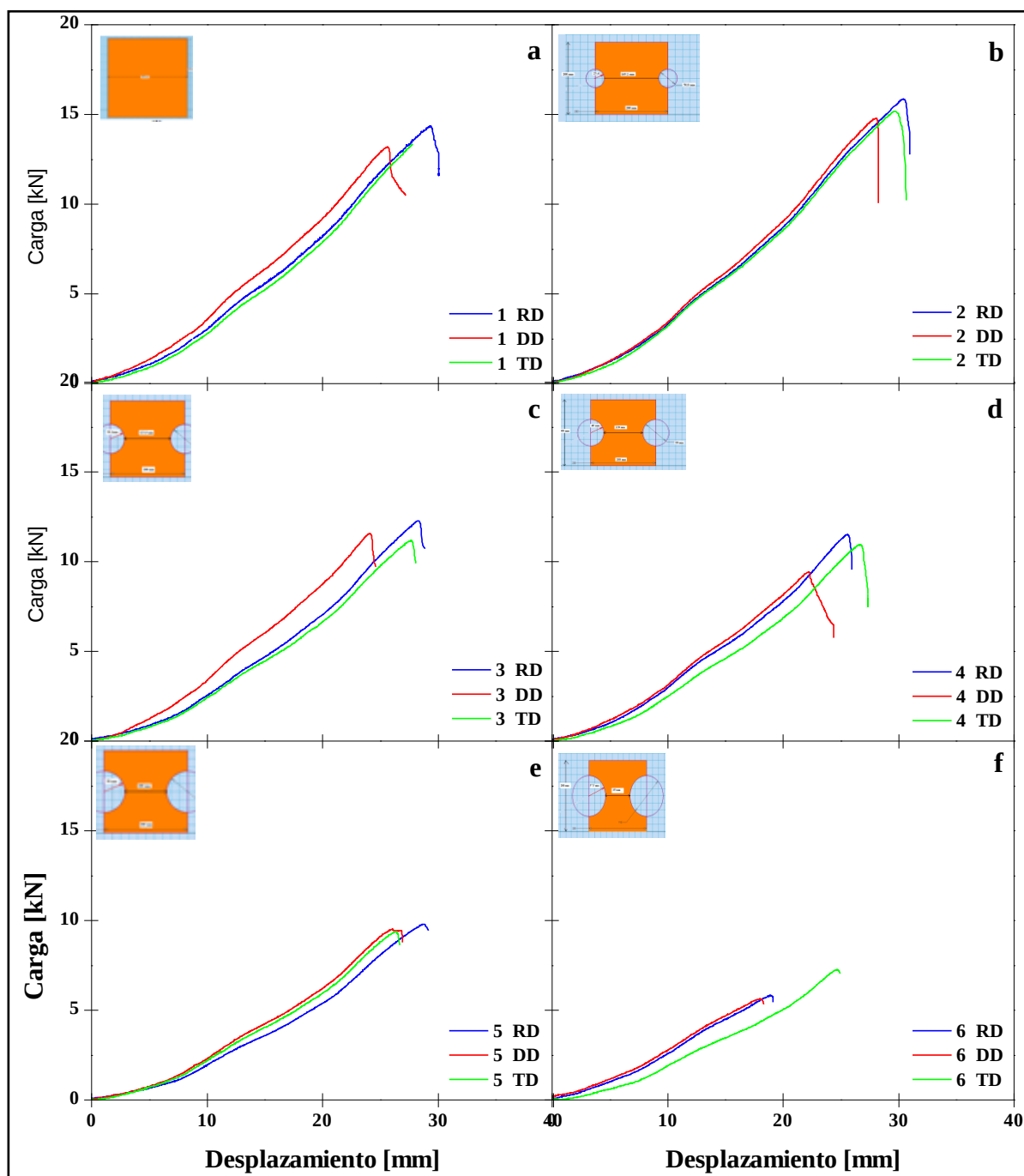


Figura 5-34: Curvas carga-desplazamiento en la dirección de RD, DD y TD para las probetas a) N°1, b) N°2, c) N°3, d) N°4, e) N°5 y f) N°6.

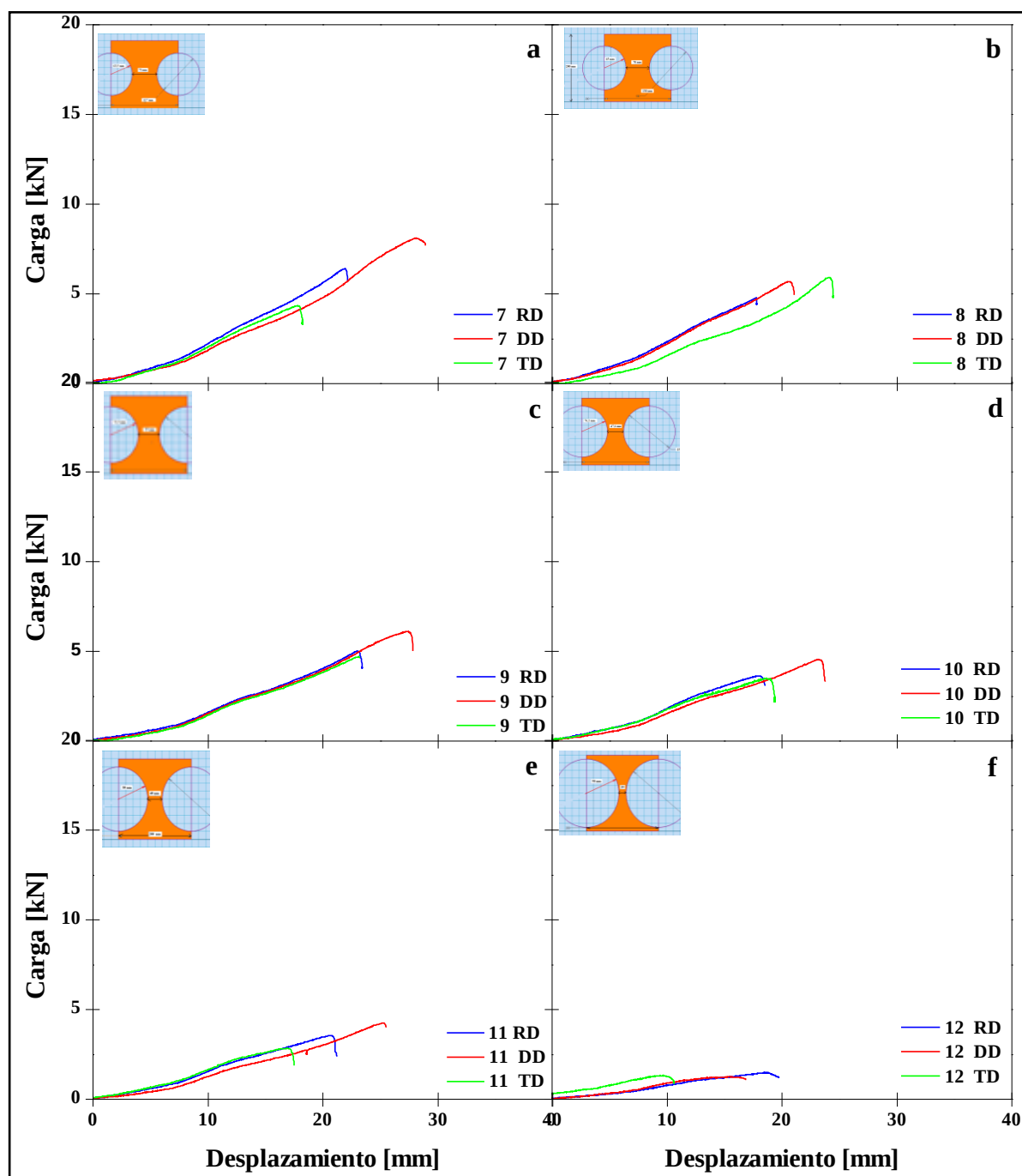


Figura 5-35: Curvas carga-desplazamiento en la dirección de RD, DD y TD para las probetas a) N°7, b) N°8, c) N°9, d) N°10, e) N°11 y f) N°12.

5.3.2 Resultados FLC del método convencional

En la Figura 5-36 se presentan los resultados obtenidos de deformación límite correspondiente a la Figura 5-30. Figura 5-31 y Figura 5-32 en las direcciones RD, DD y TD, a través del método convencional. Los estados de deformaciones obtenidas a partir de la medición de la grilla se representan con diferente color para cada una de las 12 probetas. Por ejemplo, en la dirección RD, la nube de puntos celestes que se encuentran al lado izquierdo de la curva corresponde a una probeta uniaxial (N°12), en cambio los puntos café del lado derecho, corresponden al estado de deformación biaxial (N°1).

5.3.3 Resultados FLC del método de Bragard

En la Figura 5-37(a, b y c) se presenta la FLC según el método de Bragard para cada dirección, donde se observa que dicha curva es lineal en el lado izquierdo con valores de deformación límite que se presentan en la Tabla 5-13.

Tabla 5-12: Deformación límite experimental según Bragard en RD, DD y TD.

	Uniaxial	Plana	Biaxial
RD	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.302, -0.138$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.173, -0.005$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.268, 0.216$
DD	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.314, -0.152$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.201, -0.002$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.300, 0.224$
TD	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.343, -0.133$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.178, -0.002$	$(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = 0.280, 0.209$

En la Figura 5-38 se comparan las tres direcciones para RD, DD y TD respecto de la dirección de laminación, se observa que la FLC del lado izquierdo, para RD y DD tiene un comportamiento cercano. A lo largo de TD se observa una sobrestimación sobre las dos anteriores y en el caso del lado derecho, la orientación RD esta subestimada respecto a lo largo de DD y TD. La formabilidad en deformación plana aumenta ligeramente a lo largo de DD ($\varepsilon_1 = 0.201$), mientras que se observa una respuesta estrecha entre RD y TD ($\varepsilon_1 = 0.173; 0.178$).

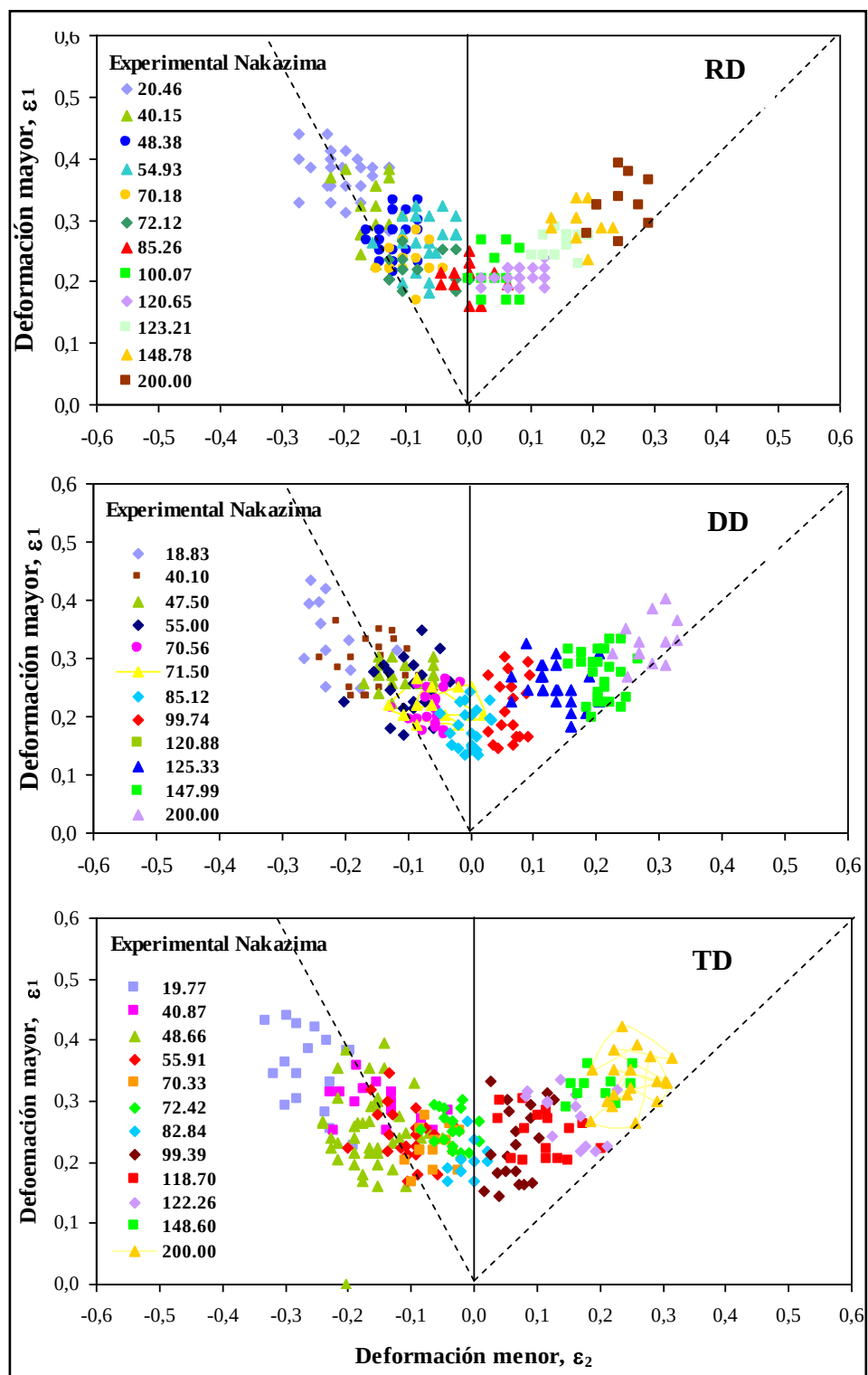


Figura 5-36: Curvas FLCs de 12 probetas en la dirección de RD, DD y TD según método convencional.

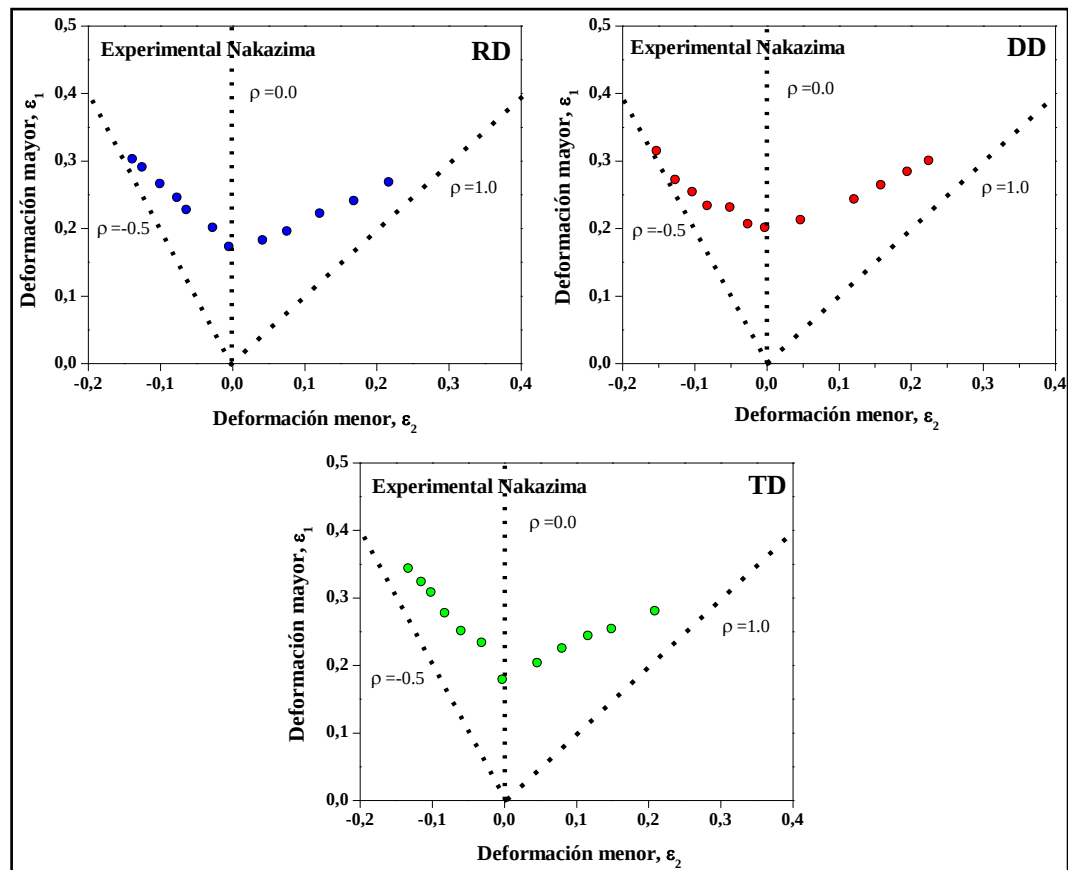


Figura 5-37: FLCs a RD, DD y TD obtenida por el método de Bragard.

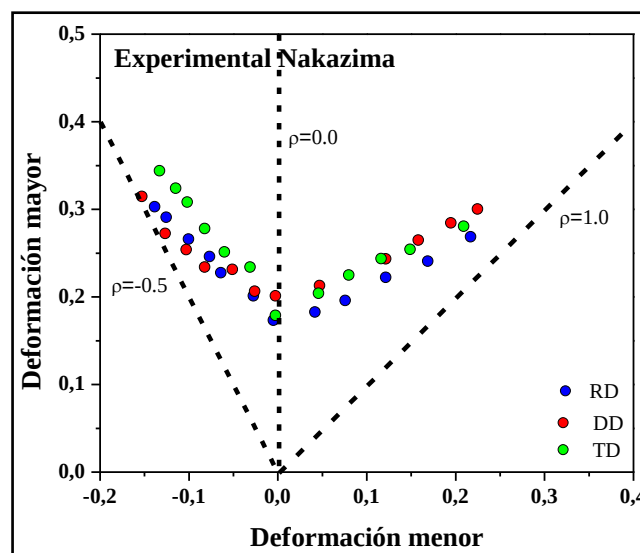


Figura 5-38: FLC por el método de Bragard en las direcciones RD, DD y TD.

5.3.4 Textura en probetas después del ensayo de Nakazima

Entre la Figura 5-40 a la Figura 5-44 se presentan las figuras de polos experimentales de los planos (111), (200) y (220) sólo en la dirección RD, tomadas a 5 probetas con geometría diferente después del ensayo de Nakazima, en dos zonas cercana a la fractura, lado izquierdo denominadas: N°1, N°4, N°7, N°10 y N°12 y fuera de la fractura, lado derecho (estas probetas se identificaron con una F después del número) N°1F, N°4F, N°7F, N°10F y N°12F, como se observa en la Figura 5-39.

Los resultados presentan pequeñas diferencias en las intensidades de las figuras de polos correspondientes a un lugar cercano a la fractura. Como era de esperar, se observa que el desarrollo de la textura después del estiramiento biaxial reduce la intensidad de la textura. Principalmente la orientación de textura Brass y Rot-Brass aumentan su fracción de volumen. En cambio el componente de textura Cube reduce su fracción de volumen.

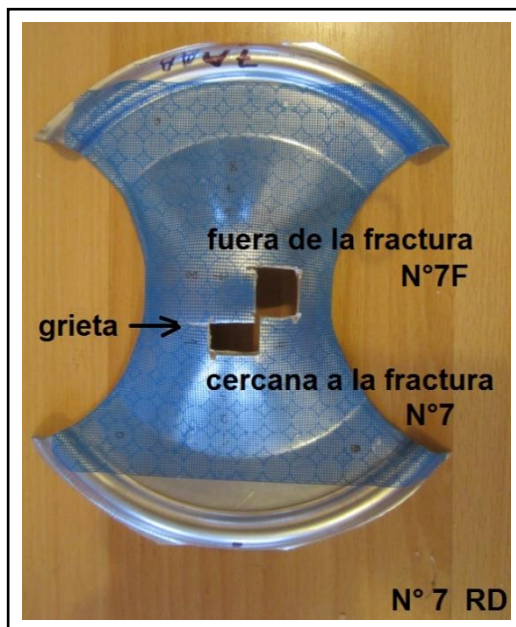


Figura 5-39: Ubicación de la zona de extracción de muestras para medición de figuras de polos en la probeta N°7 RD después del ensayo de Nakazima.

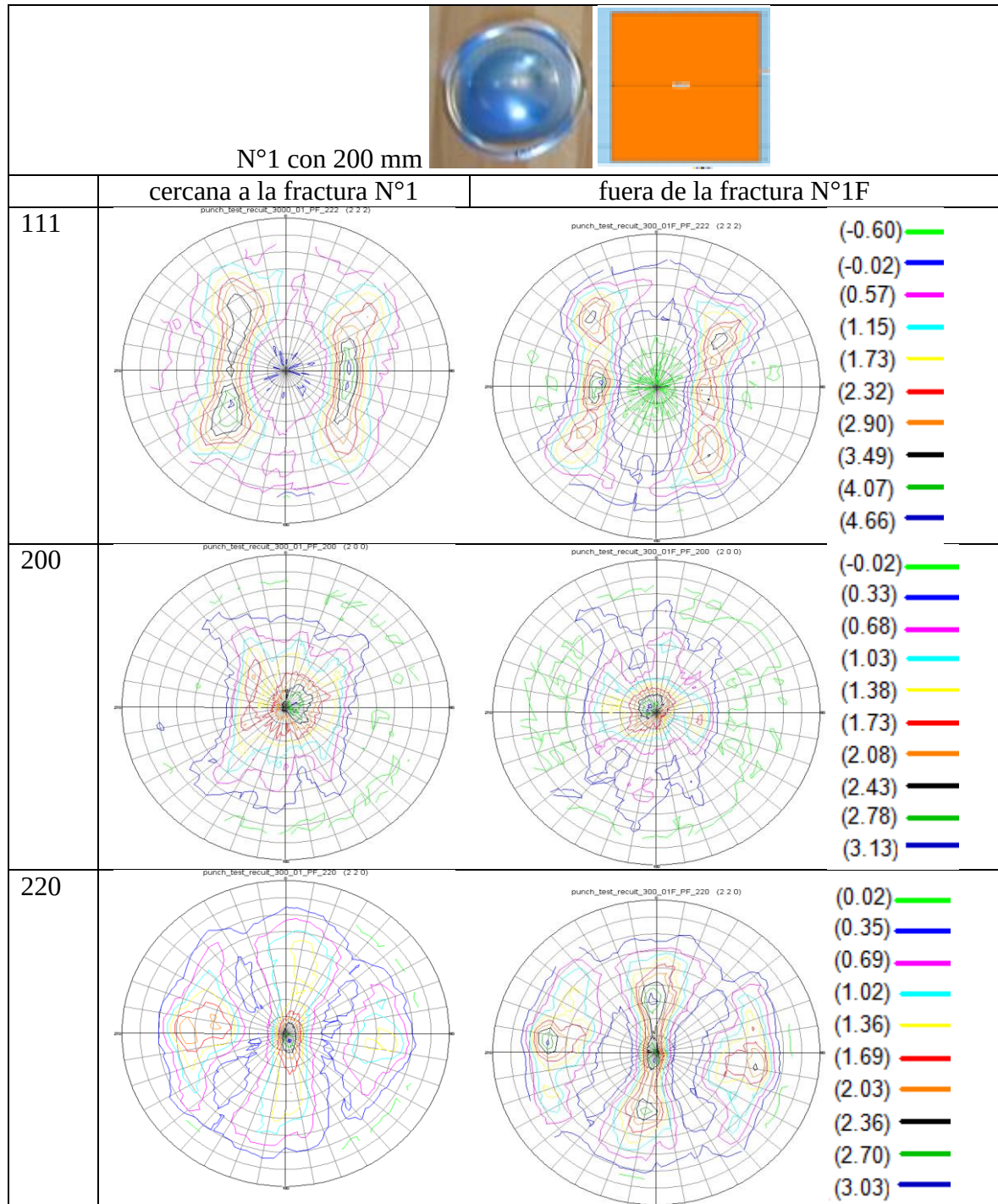


Figura 5-40: FPs de los planos (111), (200), (220) para la probeta N°1 deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.

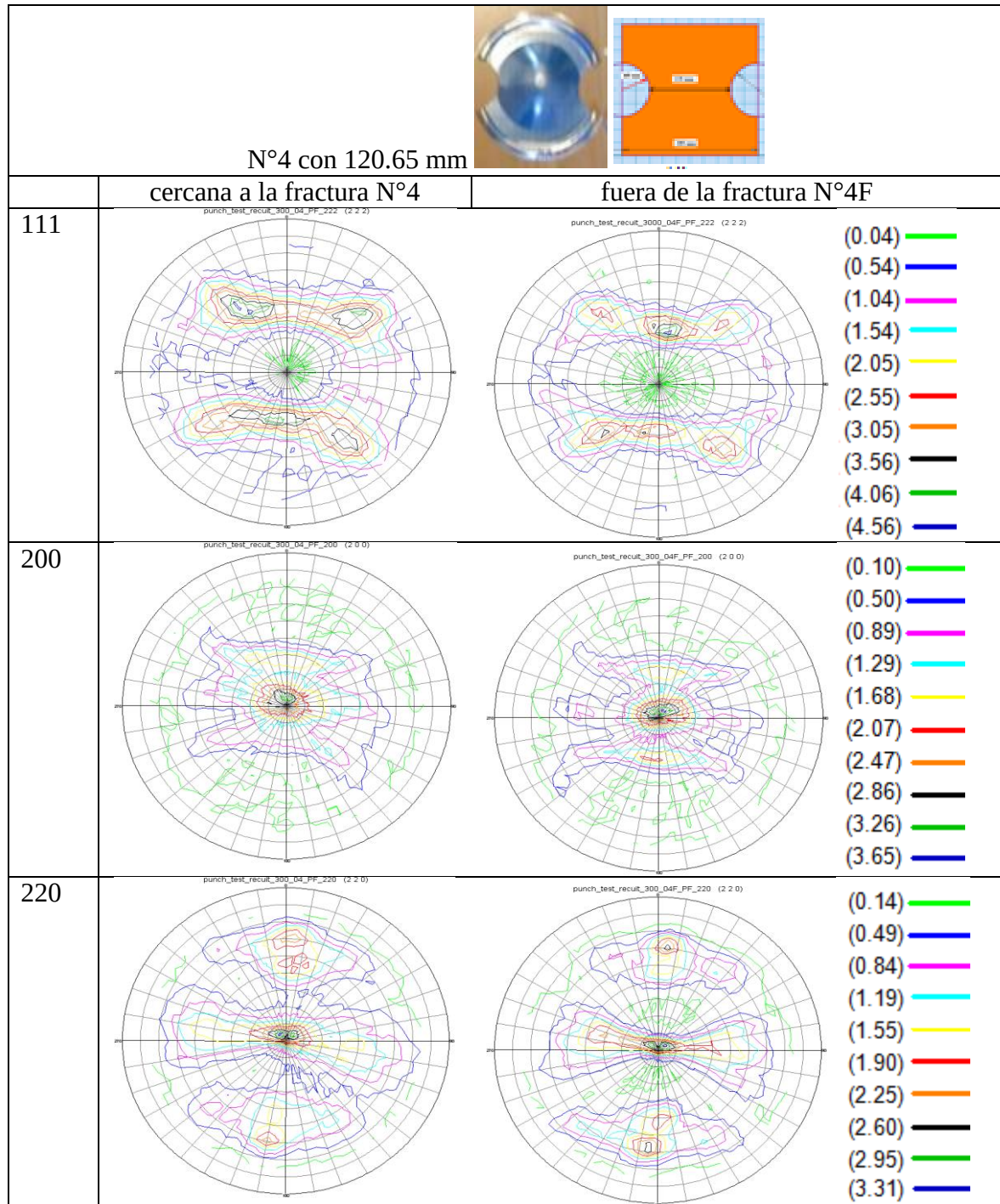


Figura 5-41: FPs de los planos (111), (200), (220) para la probeta N°4 deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.

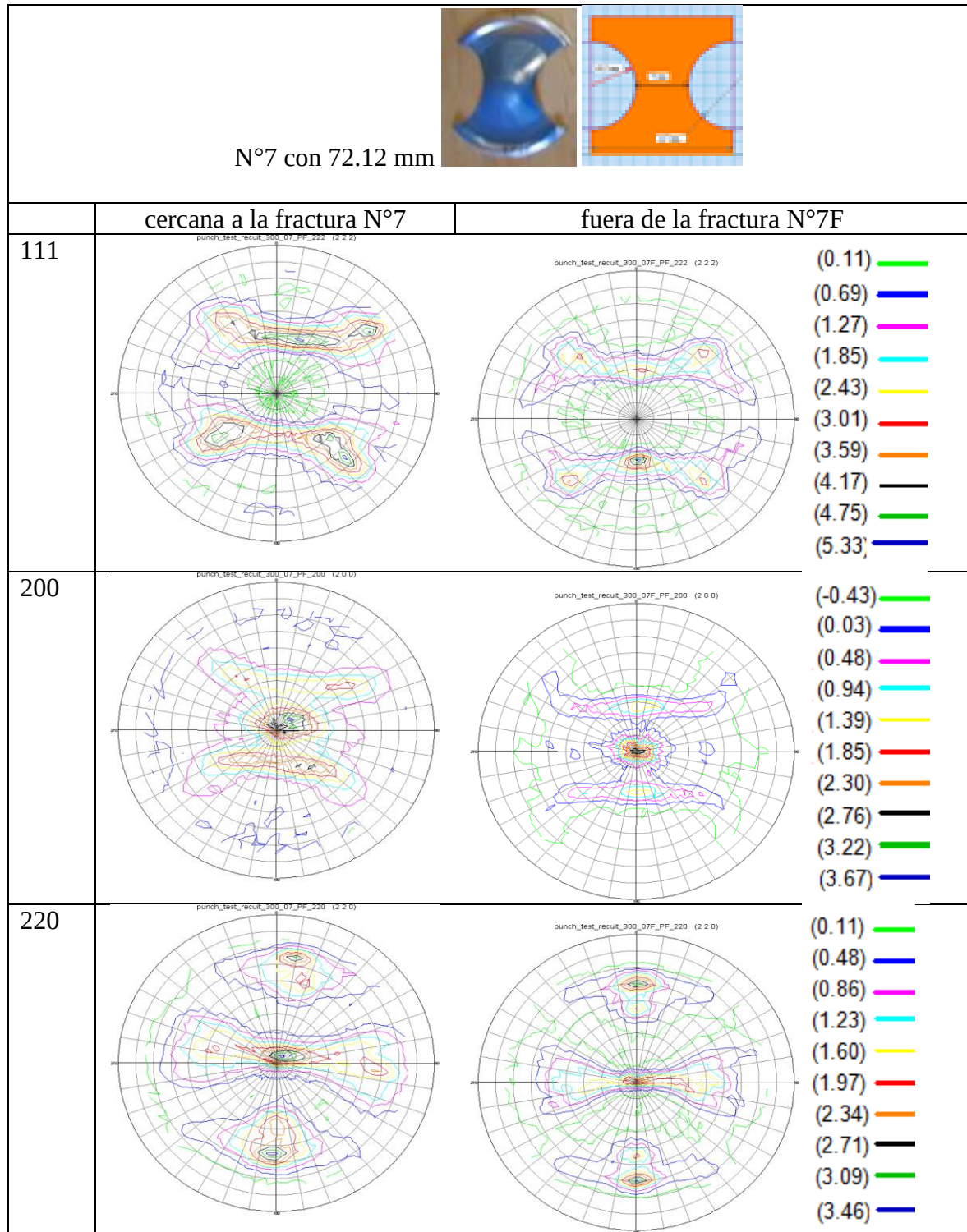


Figura 5-42: FPs de los planos (111), (200), (220) para la probeta N°7 deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.

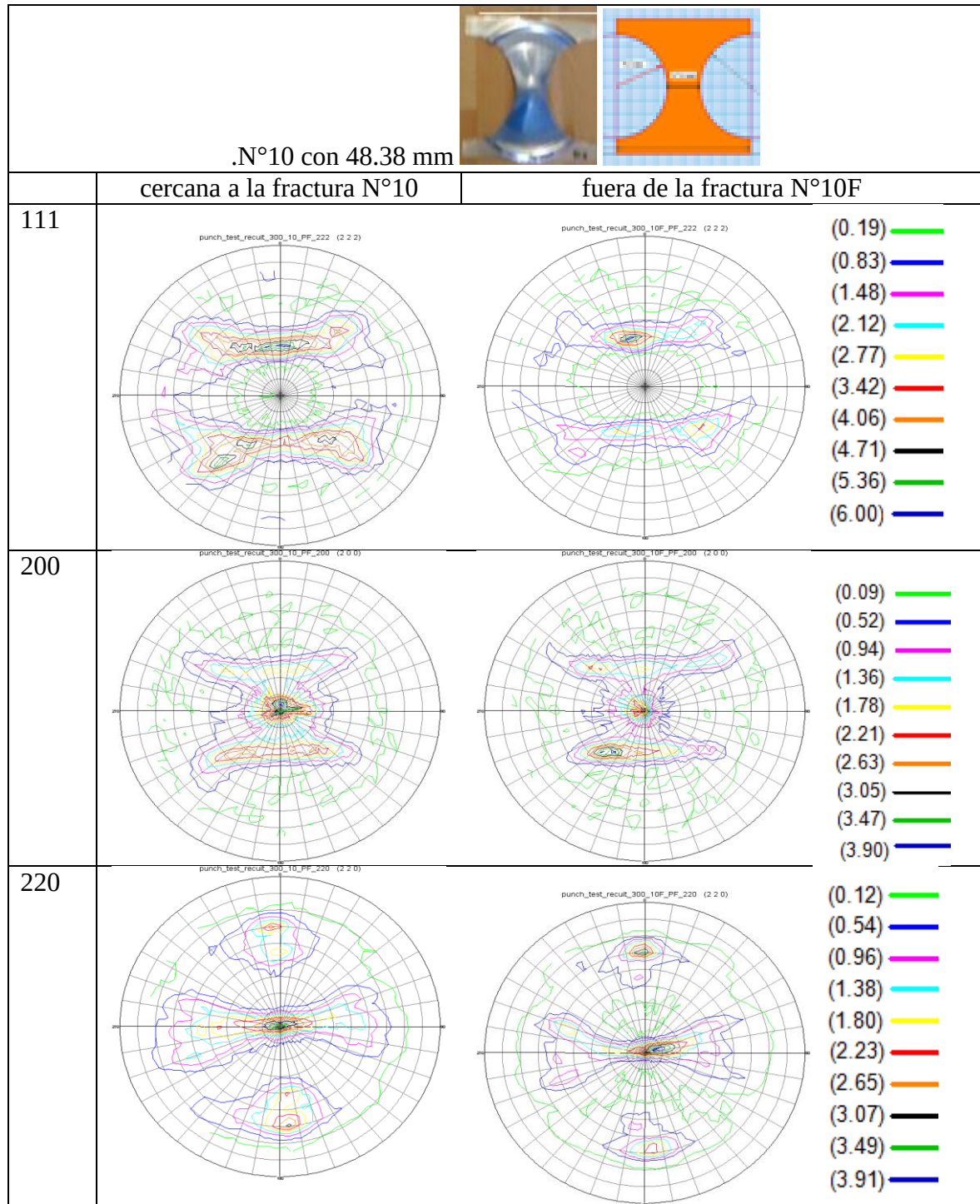


Figura 5-43: FPs de los planos (111), (200), (220) para la probeta N°10 deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.

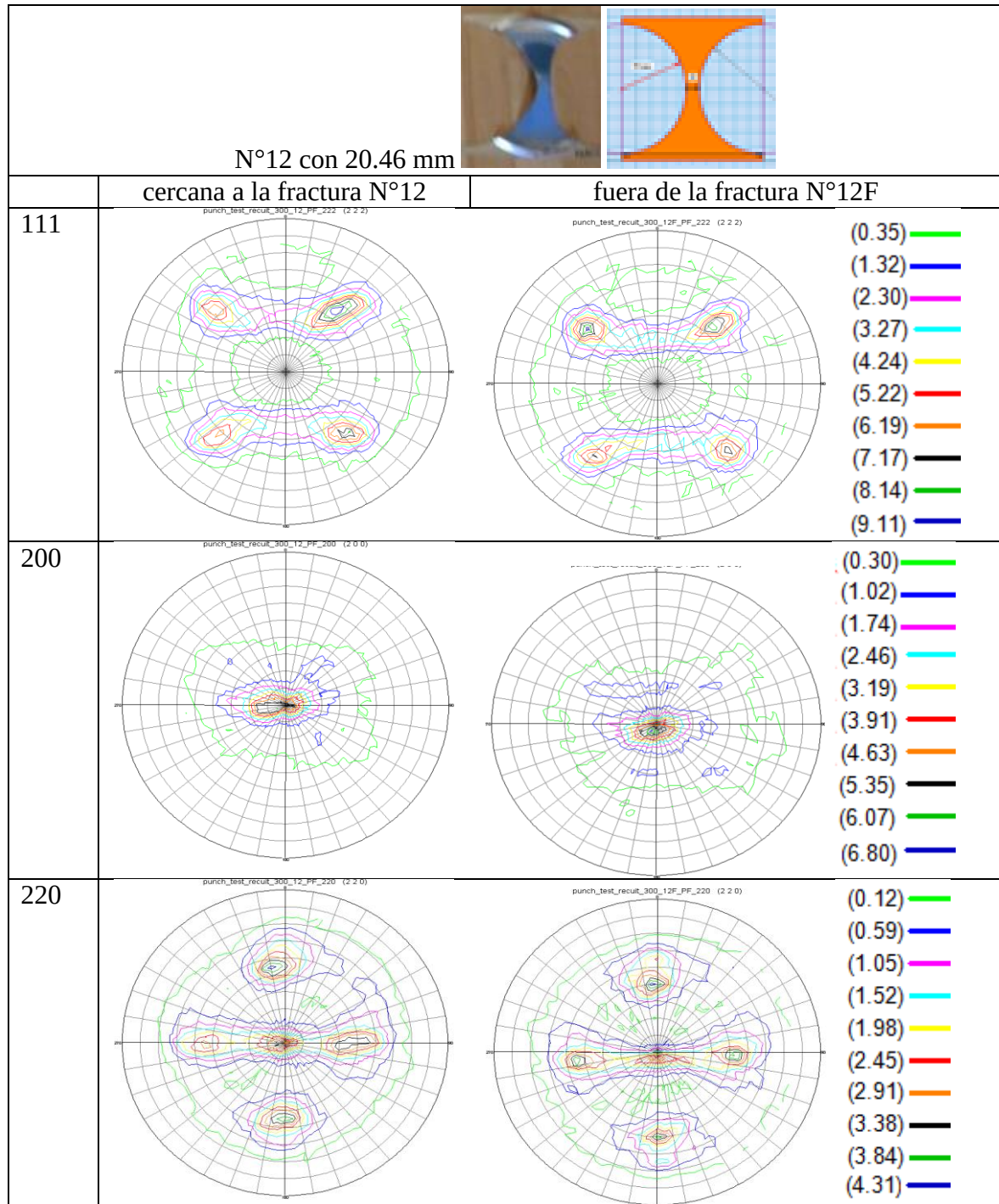


Figura 5-44: FPs de los planos (111), (200), (220) para la probeta N°12 deformada a ruptura lado izquierdo cerca de la fractura y lado derecho fuera de la fractura.

5.4 Formabilidad: Ensayo de Acopado Hidráulico

5.4.1 Curva de carga del ensayo de acopado hidráulico

En la Figura 5-45 se presenta la curva presión hidráulica versus altura del domo sobre la chapa de AA1100-H14 a 300°C y 60 minutos de 1 mm de espesor realizada en la PUC. Durante el ensayo se mide la presión y la altura del domo cuyos resultados son graficados para tres probetas N°1, N°2 y N°3. Como se esperaba, las curvas son muy cercanas. La altura del domo se incrementa de forma suave partiendo de un valor nulo y alcanzando una altura máxima de 37 mm para carga máxima.

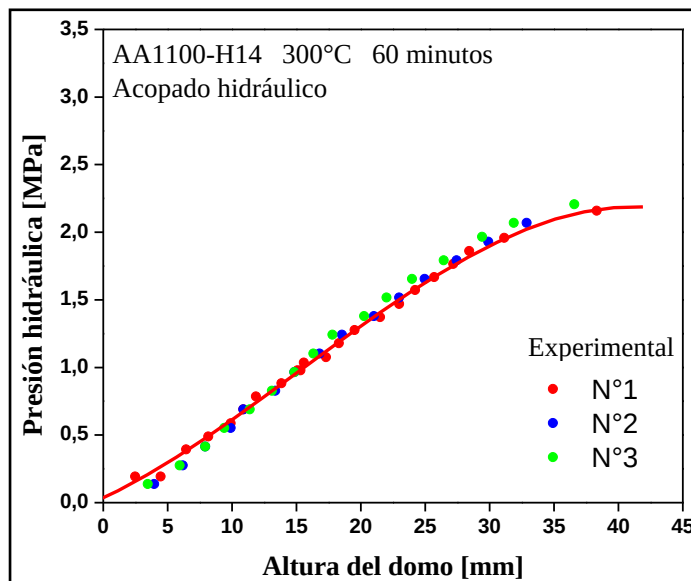


Figura 5-45: Curva presión hidráulica-altura del domo en acopado hidráulico.

5.4.2 Resultado de la deformación límite en acopado hidráulico

Los resultados obtenidos en el ensayo de acopado hidráulico es un punto en la curva FLC alcanzando una gran deformación límite de $(\varepsilon_1, \varepsilon_2) = (0.40, 0.40)$, más grande que los obtenidos con el ensayo Nakazima, ver en la Figura 5-46.

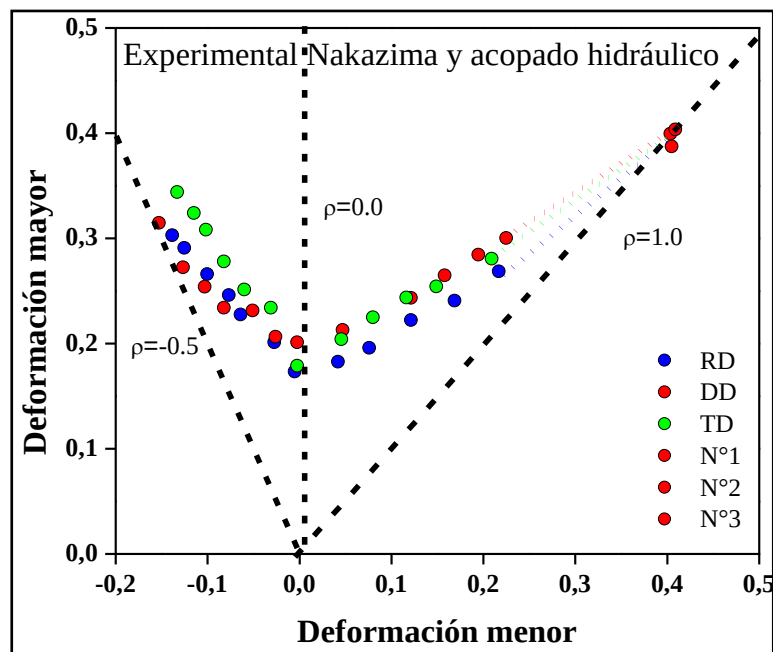


Figura 5-46: FLC con el ensayo Nakazima y acopado hidráulico para RD, DD y TD.

5.4.3 Determinación de la tensión y deformación equivalente

Curvas $\sigma_e - \epsilon_e$ en acopado hidráulico en la PUC

Las curvas exhibidas a continuación se obtienen de los resultados experimentales de la presión hidráulica y la altura del domo, usando las Ecs.(2.22) y (2.23). En la Figura 5-47a se muestran dos curvas: σ_e versus ϵ_e y presión hidráulica versus ϵ_e . Los resultados indican una $\sigma_e = 120$ MPa y presión hidráulica de 80 MPa para una $\epsilon_e = 0.40$. Por otro lado, en la Figura 5-47b se presentan también dos curvas: radio de curvatura versus ϵ_e y espesor polar versus ϵ_e . El radio de curvatura del domo en un principio tiene un valor infinito. Al final del ensayo es de 74 mm.

Curvas $\sigma_e - \epsilon_e$ en acopado hidráulico en la UNS

En este ensayo se emplean dos métodos para medir la σ_e y ϵ_e , con esferómetro y con cuchilla. En ambos métodos la tensión muestra una dispersión apreciable, particularmente en la etapa de la deformación plástica. En la Figura 5-48 se alcanzan valores de σ_e entre 140 -160 MPa y presión hidráulica entre 90-100 MPa

para una $\varepsilon_e = 0.45$. La curva presenta la misma tendencia del ensayo realizado en la PUC, donde el radio de curvatura al final del ensayo es de 73 mm.

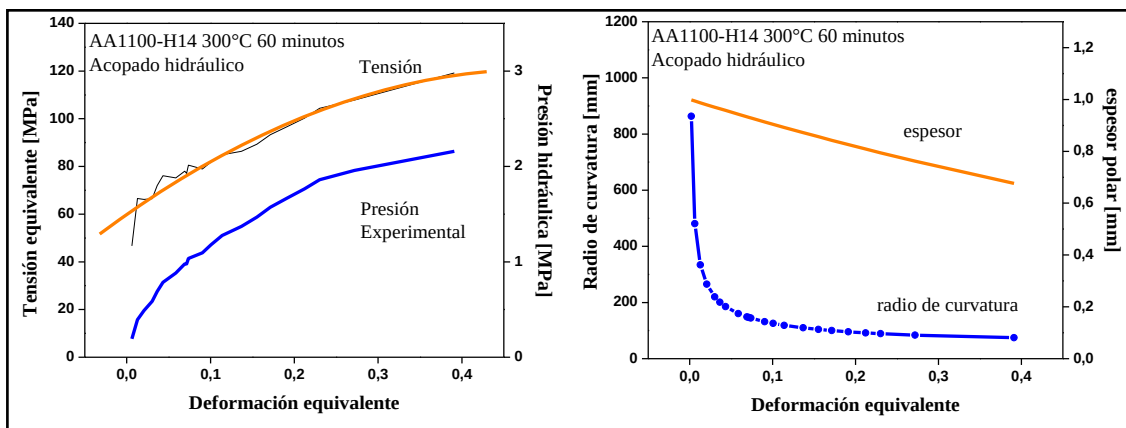


Figura 5-47: a) Curvas σ_e versus ε_e y presión hidráulica versus ε_e , b) curvas espesor polar versus ε_e y radio de curvatura versus ε_e , realizada en PUC.

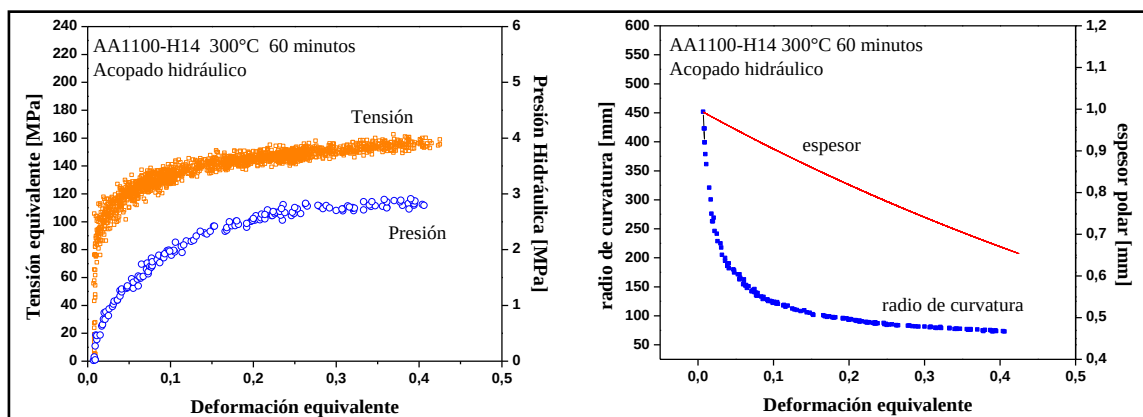


Figura 5-48: a) Curvas σ_e versus ε_e y presión hidráulica versus ε_e , b) curvas espesor polar versus ε_e y radio de curvatura versus ε_e , realizada en UNS.

Para el estudio de formabilidad, el ensayo de acopado hidráulico presenta algunas ventajas de interés, evita el problema de la fricción, se producen grandes deformaciones en comparación con el ensayo uniaxial y las probetas son de diseño repetible. Sin embargo, la metodología requiere de equipamiento especializado, tanto para el control del ensayo como para la adquisición y procesamiento de datos.

Al comparar los ensayos de acopado hidráulico realizado en la PUC y UNS estos presentan algunas pequeñas diferencias. Al final del ensayo el radio de curvatura es de 74 y 73 mm, así como altura del domo es de 37 y 38 mm, respectivamente, lo que indica que los comportamientos biaxiales se reproducen.

5.4.4 Observaciones de la medición de los círculos

Finalmente en las Figuras 5-49(a y b) se observa la diferencia en el tamaño de la línea en dos placas diferentes. La figura de la izquierda tiene una definición de círculos más precisa, mientras que la derecha presenta círculos más gruesos, probablemente debido a la utilización de mucha pintura diluida en esta muestra. Este parámetro tendrá un impacto importante en la precisión de la medición de los círculos, siendo desigual y difícil de evaluar.

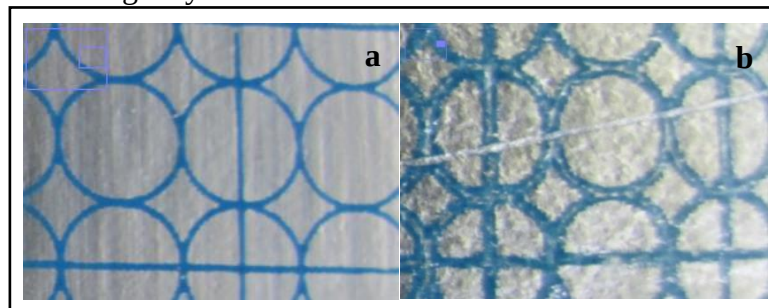


Figura 5-49: Círculos grillados con diferente precisión en el tamaño de la línea.

5.5 Formabilidad: Ensayo de tracción con DIC

5.5.1 Deformación límite según la Iso-estandar 12004:2008

El valor de la deformación límite se determina usando el valor máximo o mínimo de la parábola inversa, obtenida de los datos de la última imagen capturada de la probeta al fracturarse, cuyo procedimiento se encuentra en la norma Iso-estándar 12004:2008. En la Figura 5-50 se grafican los puntos de ajuste encontrados con la segunda derivada, el polinomio de orden 2 y finalmente la parábola inversa indicada con una línea negra usando el software Origin 8.5.

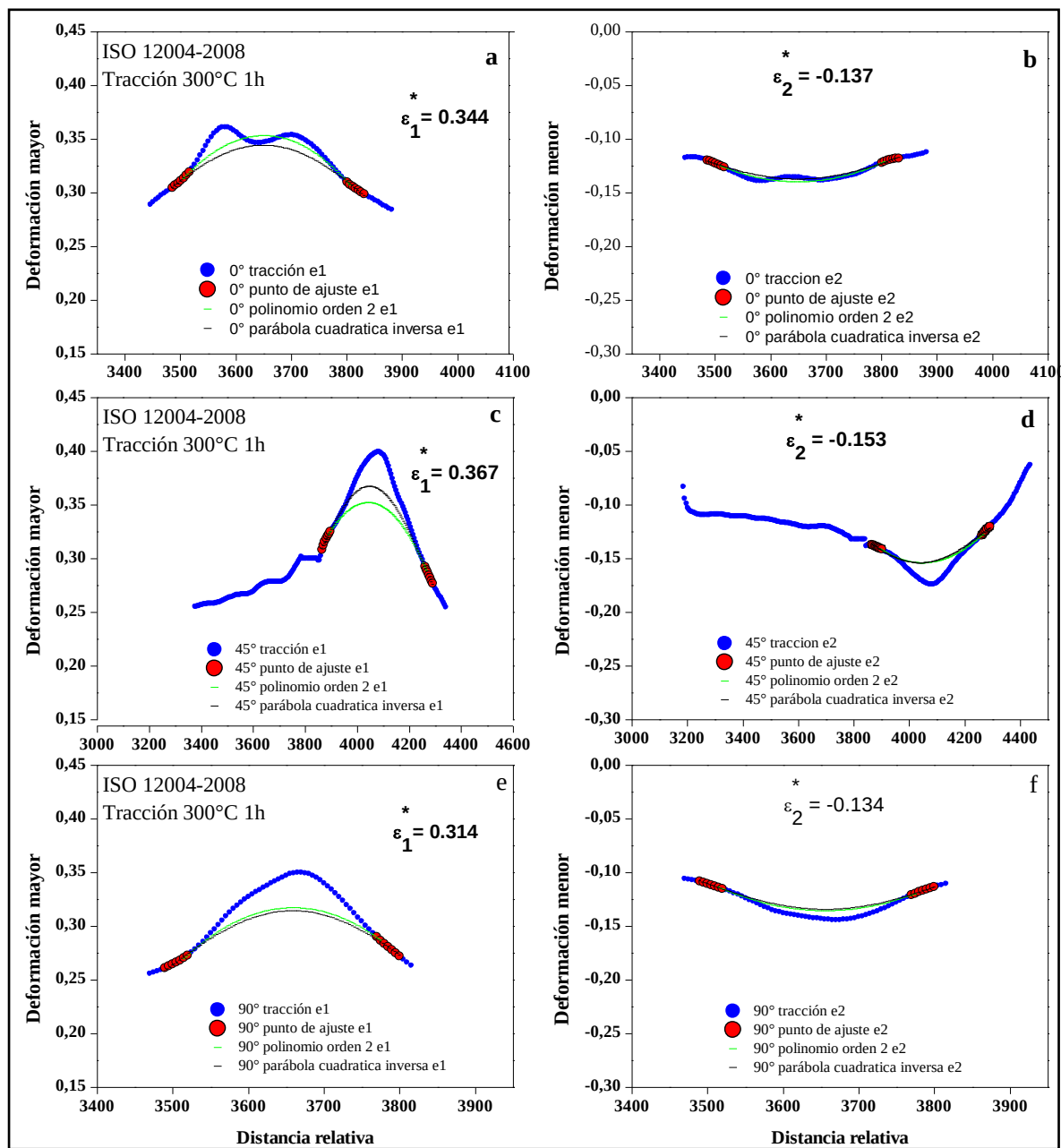


Figura 5-50: Determinación de la deformación límite según la Iso-estandar para las probetas en tracción en la dirección RD, DD y TD.

5.5.2 Dependencia de la posición: Método de Holmberg

A continuación se determina el inicio del necking a través del registro de la curva de deformación mayor versus número de imagen. Como se muestra en la Figura 5-

51(a, b y c), los valores del momento del inicio de la localización son $\varepsilon_1 = 0.28$ para RD, $\varepsilon_1 = 0.30$ para DD y $\varepsilon_1 = 0.24$ para TD.

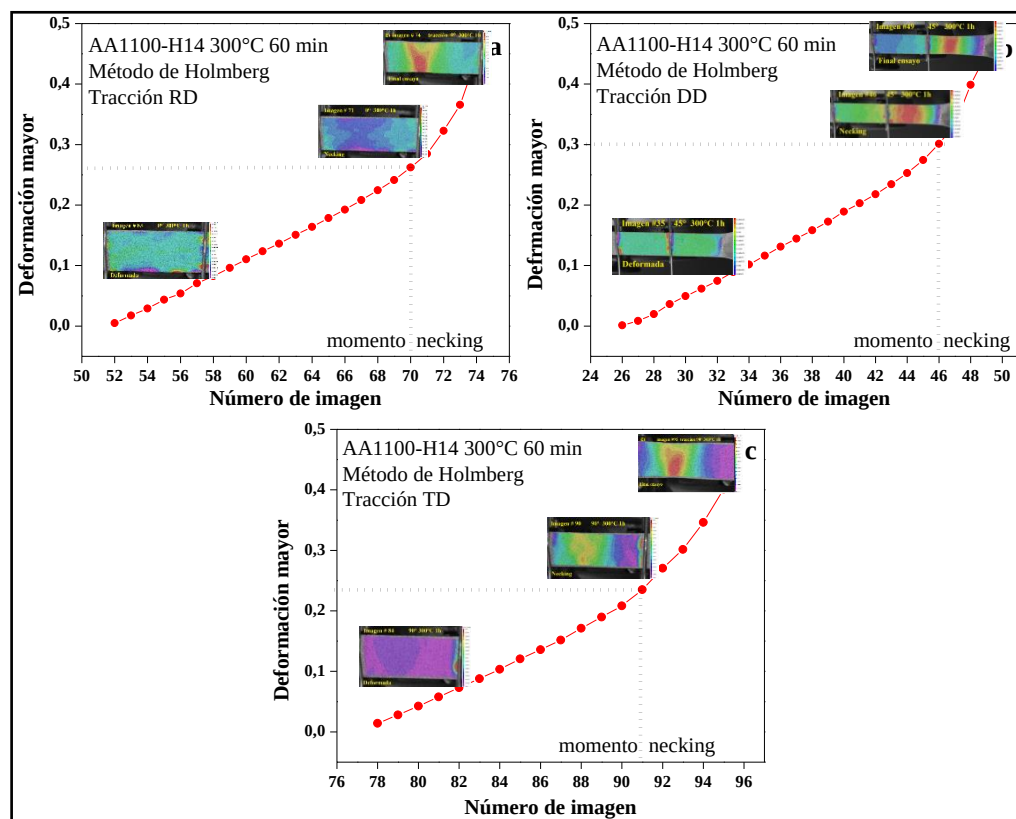


Figura 5-51: Determinación del inicio de la localización, con el método de Holmberg.

5.5.3 Dependencia de la posición: Método de Iso-optimizada

La historia de la distribución de deformación mayor se extrae de la curva de deformación mayor versus distancia, en una serie de imágenes elegidas antes de la estricción y después de ésta. Como se indica en las Figuras 5-52(a, b y c) y la Tabla 5-14, la ubicación de estricción localizada se identifica por la línea negra continua.

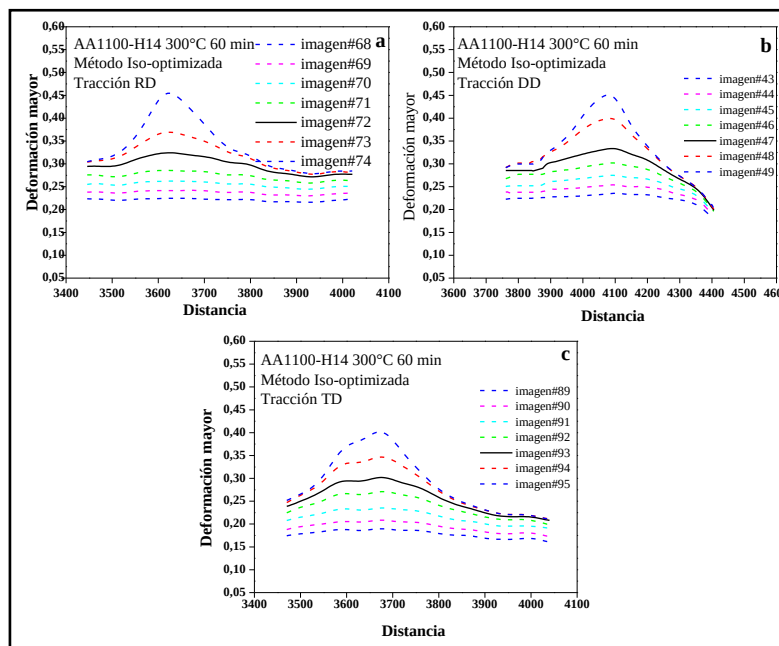


Figura 5-52: Distribución de la deformación mayor en una sección usando Iso-optimizada. Para las probetas de tracción a RD, DD y TD a 300°C y 60 minutos.

Tabla 5-13: Resultados de deformación límite usando el método de la Iso-optimizada en tracción a 300°C.

		ϵ_1^*	ϵ_1^*	ϵ_2^*	ϵ_{12}^*
RD		0.30824	0.315	-0.12933	-0.124
		0.31174		-0.12429	
		0.31377		-0.12376	
		0.31965		-0.1235	
		0.32215		-0.12403	
DD		0.32651	0.328	-0.14135	-0.143
		0.32786		-0.14167	
		0.32864		-0.14229	
		0.33094		-0.14393	
		0.33046		-0.14589	
TD		0.29804	0.304	-0.12594	-0.127
		0.30563		-0.12772	
		0.30229		-0.12112	
		0.30738		-0.13207	
		0.30667		-0.12926	

A continuación se presenta en la Tabla 5-15 una comparación de los resultados obtenidos de las deformaciones límites aplicando los dos métodos: Iso-estandar y Iso-optimizada para las mismas probetas. Por otro lado, en la Figura 5-53 se grafican estos resultados con los datos experimentales de Bragard.

Tabla 5-14: Resultados de la deformación límite inicio de la localización en probetas de tracción para las direcciones RD, DD y TD en DIC.

	ISO Estandar		ISO Optimizada	
	ε_1^*	ε_2^*	ε_1^*	ε_2^*
RD	0.344	-0.137	0.311	-0.124
DD	0.367	-0.153	0.328	-0.143
TD	0.314	-0.134	0.304	-0.127

Los resultados indican tendencias similares, encontrándose para RD y DD valores más altos según la Iso-estandar que la Iso-optimizada, debido a que en el primer caso se consideran las imágenes en fractura, en cambio en el segundo caso, las imágenes en el inicio de la localización.

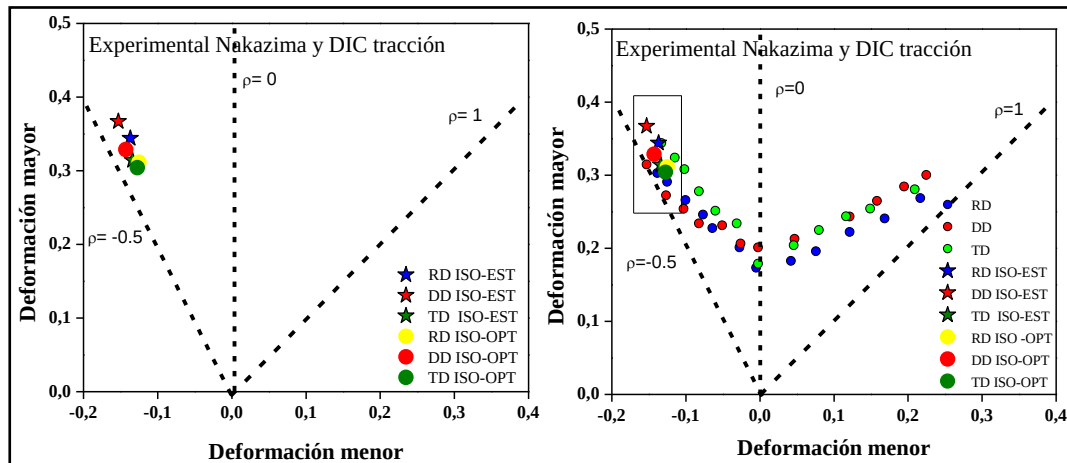


Figura 5-53: Comparación de la FLC experimental Nakazima y DIC en tracción.

5.6 Formabilidad: Ensayo de deformación plana con DIC

5.6.1 Deformación límite según la Iso-estandar 12004:2008

Los valores de la deformación límites de ε_1^* se muestran en la Figura 5-54 y 5-55.

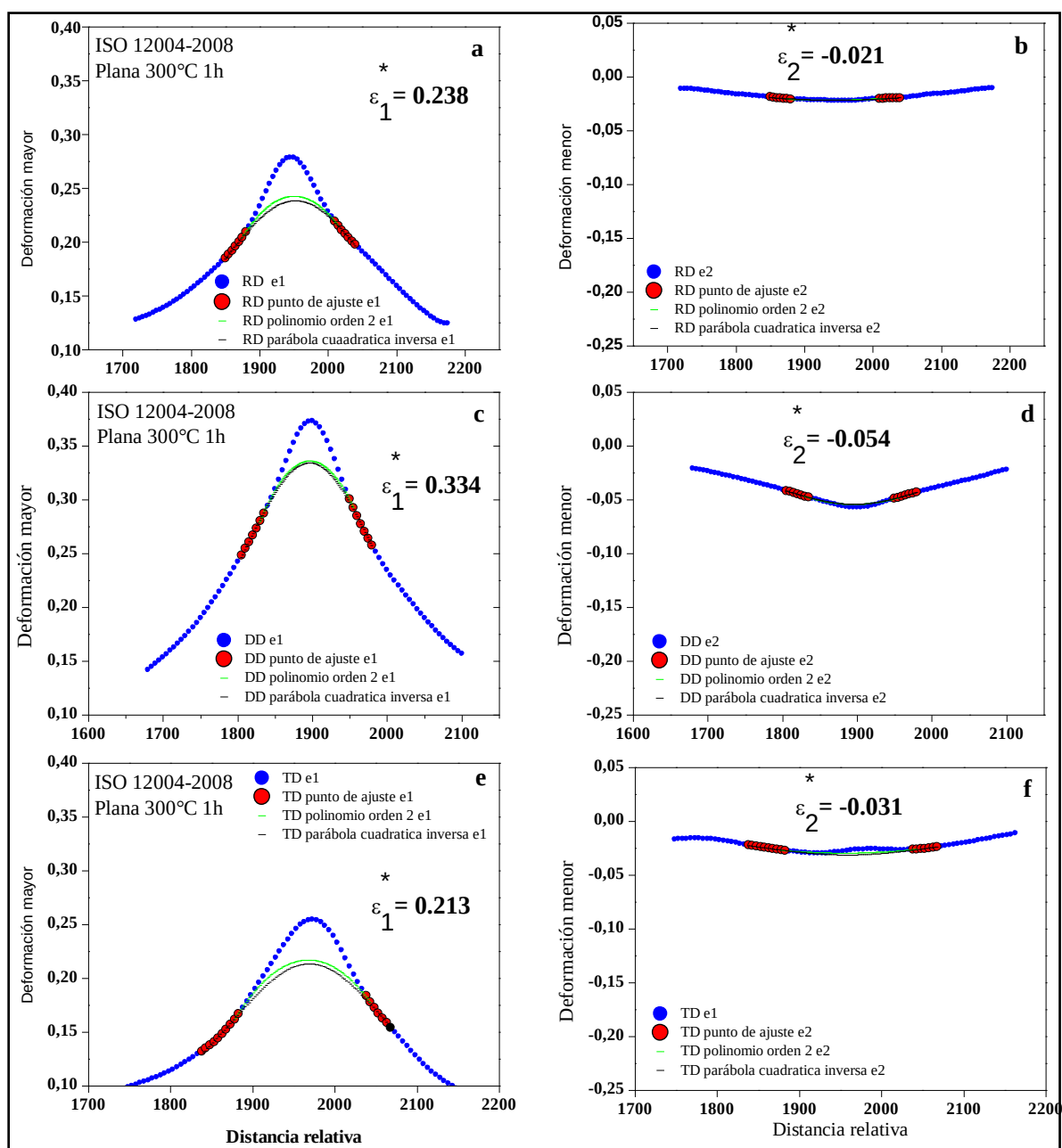


Figura 5-54: Determinación de la deformación límite según la Iso-estandar para las probetas plana en la dirección RD, DD y TD.

Los resultados obtenidos son los esperados, a mayor temperatura de tratamiento térmico aumenta la ductilidad y el material incrementa el tamaño de grano como

se observa en la Figura 5-8, por lo tanto, sube la formabilidad del material, que se ve reflejado en valores más altos de deformación límite.

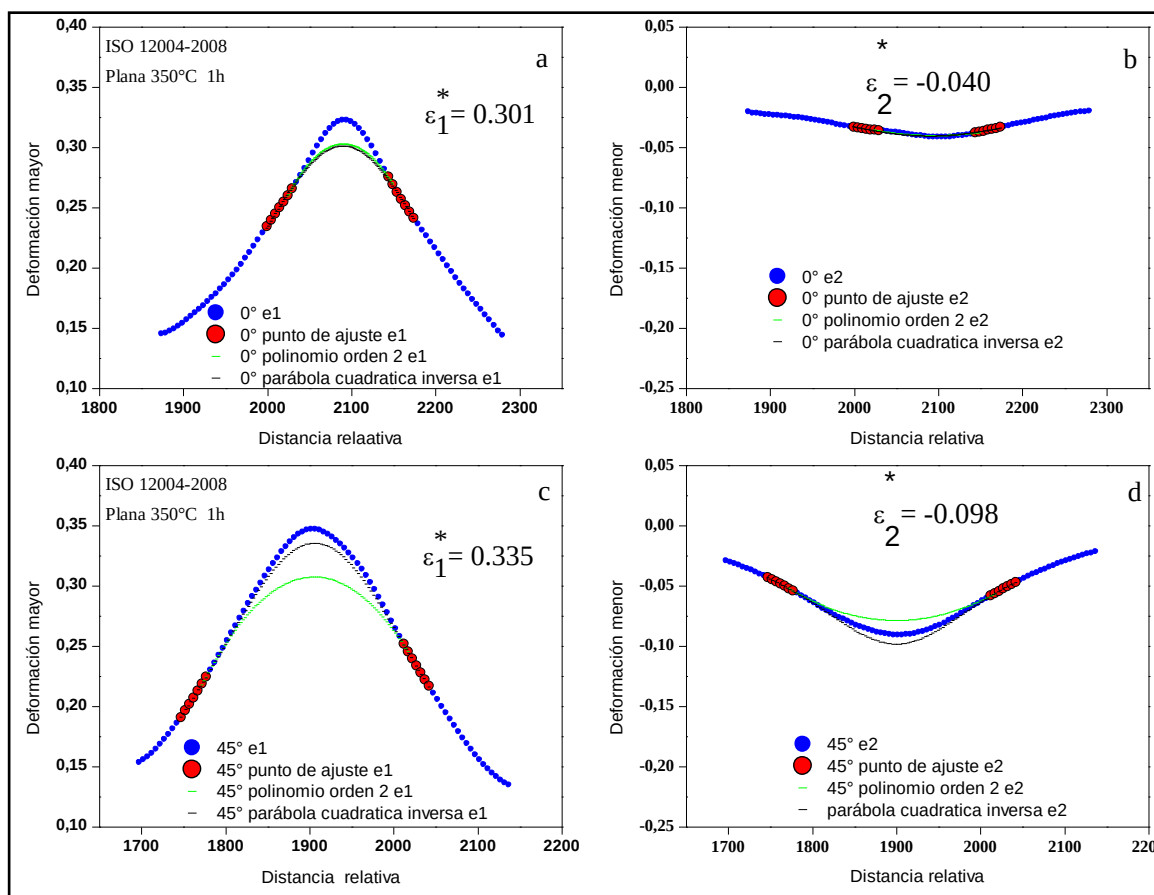


Figura 5-55: Determinación de la deformación límite según la Iso-estandar para las probetas plana en la dirección RD, DD y TD.

5.6.2 Dependencia de la posición: Método de Holmberg

El cambio de la trayectoria corresponde al punto de inicio de la localización como se muestra en la Figura 5-56(a, b y c), para las probetas plana con tratamiento a 300°C en las direcciones RD DD y TD. Los valores del momento del necking a 300°C son $\epsilon_1 = 0.19$ para RD, $\epsilon_1 = 0.28$ para DD y $\epsilon_1 = 0.18$ para TD. Los valores del momento del necking a 350°C son $\epsilon_1 = 0.28$ para RD y $\epsilon_1 = 0.32$ para DD (ver Figura 5-57(a, b y c)). La temperatura del tratamiento térmico es

importante. Según la Tabla 5-3, el valor del tamaño de grano a 300°C es 44.5 nm, en cambio a 350°C, este aumenta a 46.5 nm correspondiente a un 4.5%.

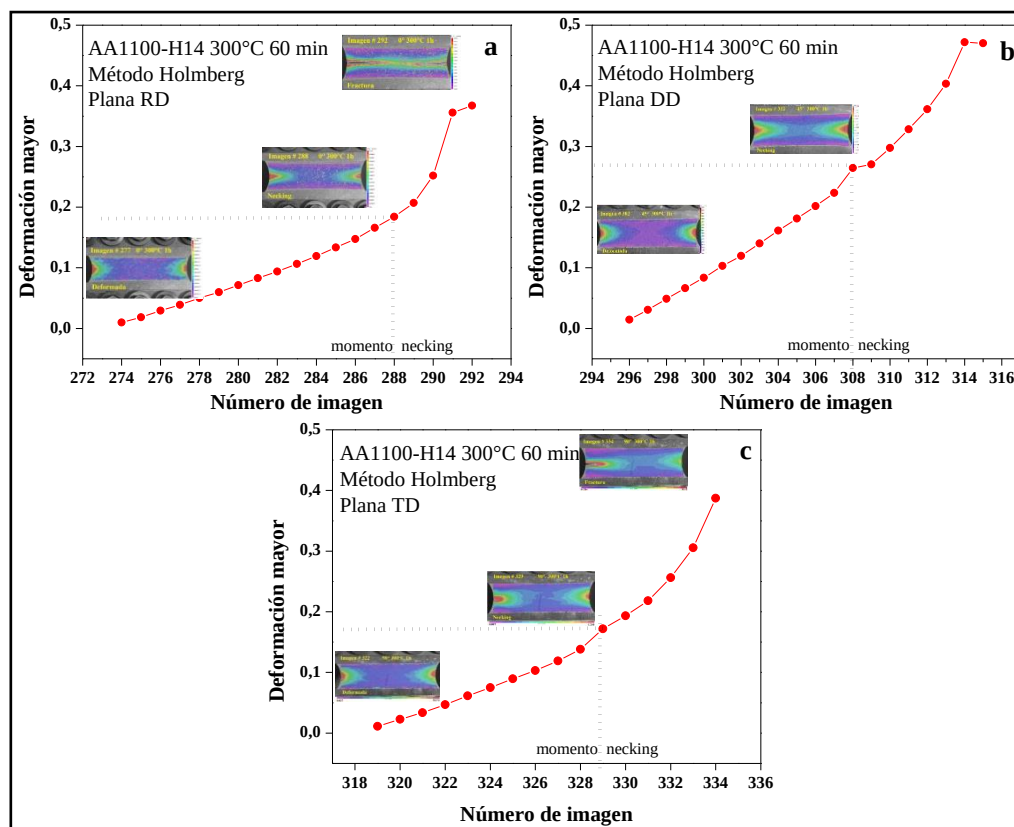


Figura 5-56: Determinación del inicio de la localización, con el método de Holmberg en probetas plana a 300°C.

5.6.3 Dependencia de la posición: Método de Iso-optimizada

Los resultados obtenidos usando el método de Iso-optimizada de Hogstrom se presentan en la Figura 5-58 donde se muestra la historia de la distribución de la deformación mayor en una sección. La línea sólida negra indica la localización en la probeta plana a 300°C y 60 minutos, los valores en este caso son $\epsilon_1 = 0.20$ para RD, $\epsilon_1 = 0.32$ para DD y $\epsilon_1 = 0.21$ para TD. Por otro lado, en la Figura 5-59 se presentan los valores de la probeta plana a 350°C y 60 minutos, estos son $\epsilon_1 = 0.31$ para RD y en $\epsilon_1 = 0.34$ para DD.

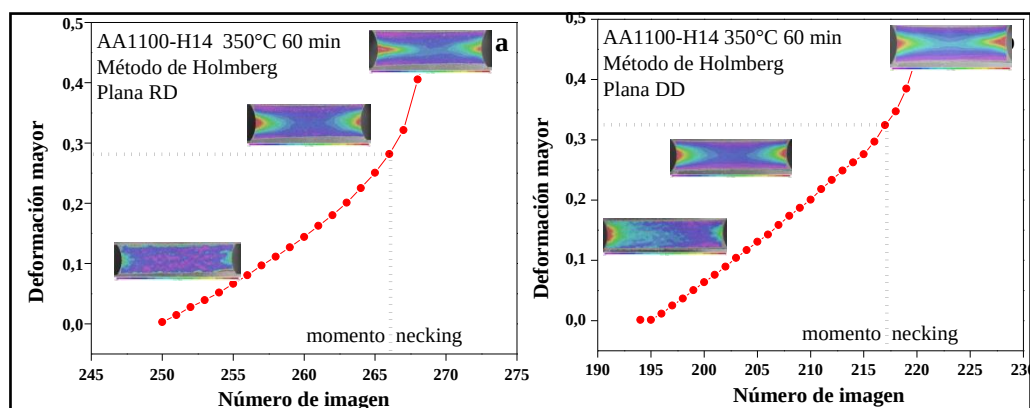


Figura 5-57: Determinación del inicio de la localización, con el método de Holmberg en probetas plana a 350°C.

El inicio de la localización determinada tanto con método de la Iso-optimizada y el método de Holmberg, dan resultados cercanos. En ambos métodos en DD, los valores están sobre las otras direcciones, similar tendencia con los resultados experimentales.

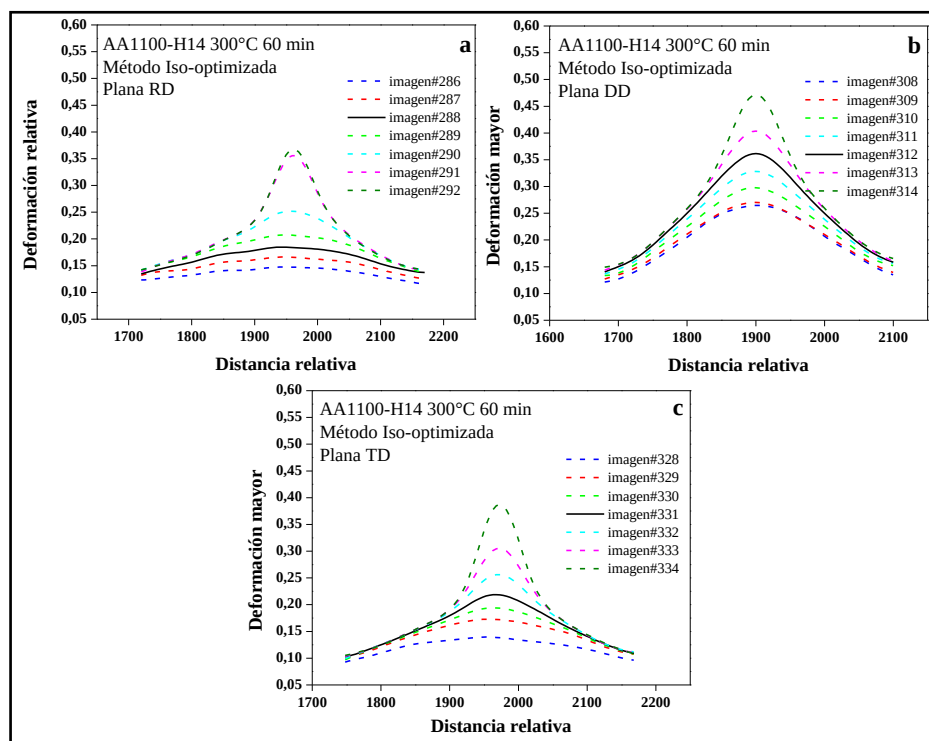


Figura 5-58: Distribución de la deformación mayor en una sección usando el método Iso-optimizada. La línea sólida negra indica la localización a 300°C y 1 h.

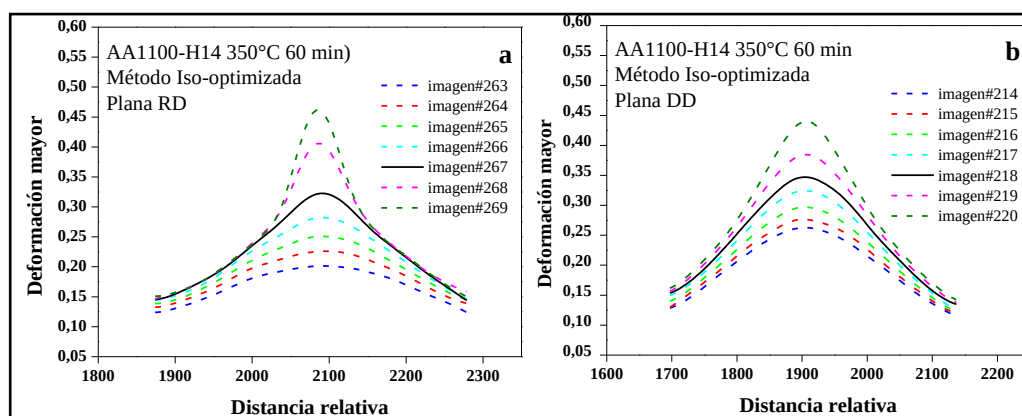


Figura 5-59: Distribución de la deformación mayor en una sección usando el método Iso-optimizada. La línea sólida negra indica la localización a 350°C y 60 minutos.

A continuación se presentan las curvas obtenidas de la deformación límite de las probetas de RD, DD y TD, tomadas de cada una de las líneas perpendiculares que se encuentra ilustradas dentro de la Figura 5-60, Figura 5-61 y Figura 5-62. Se denomina dentro de la gráfica sección A, B, C, D y E a cada una de las líneas perpendiculares indicadas desde el lado izquierdo al derecho.

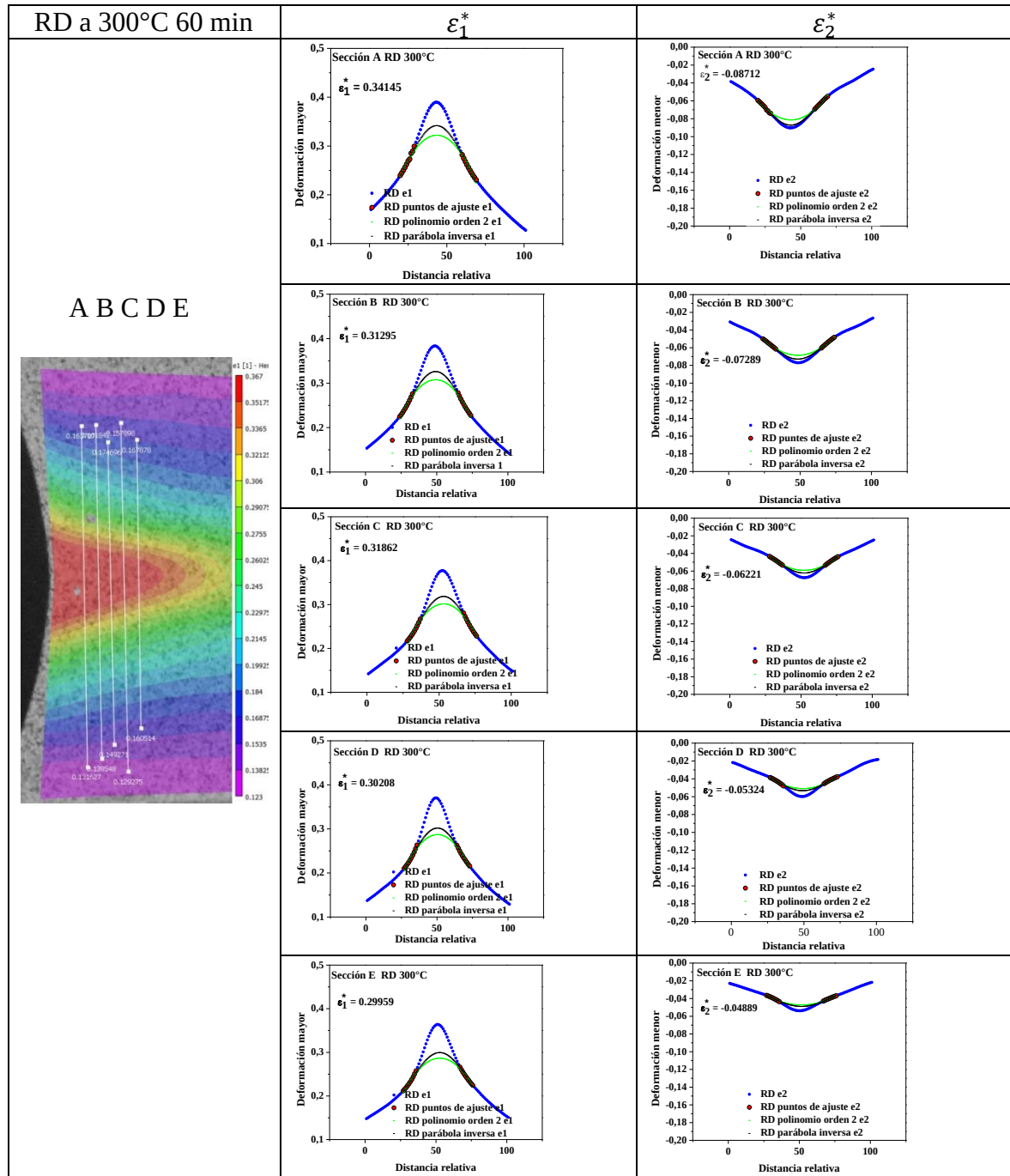


Figura 5-60: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 60 minutos en la dirección RD.

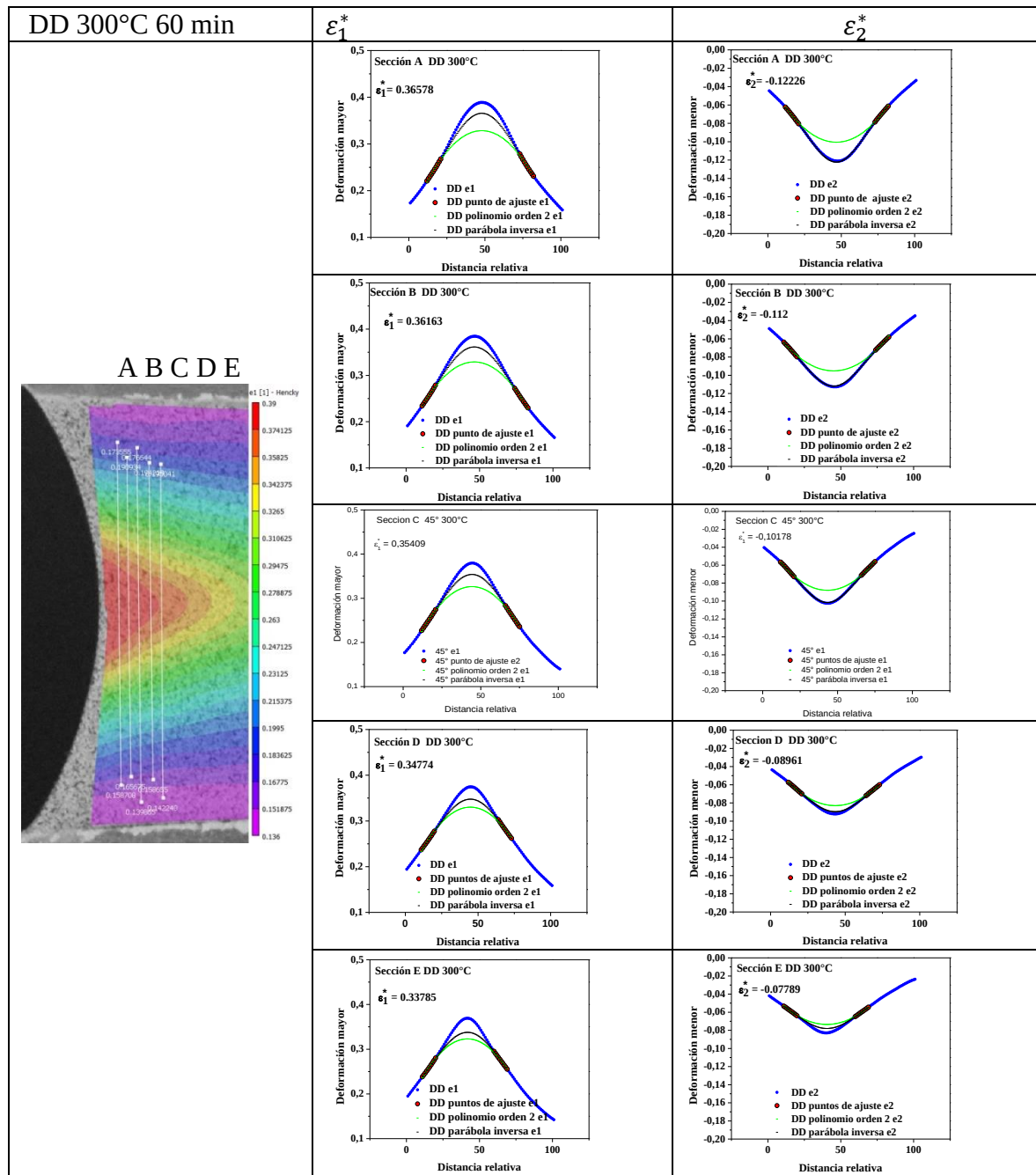


Figura 5-61: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 60 minutos en la dirección DD.

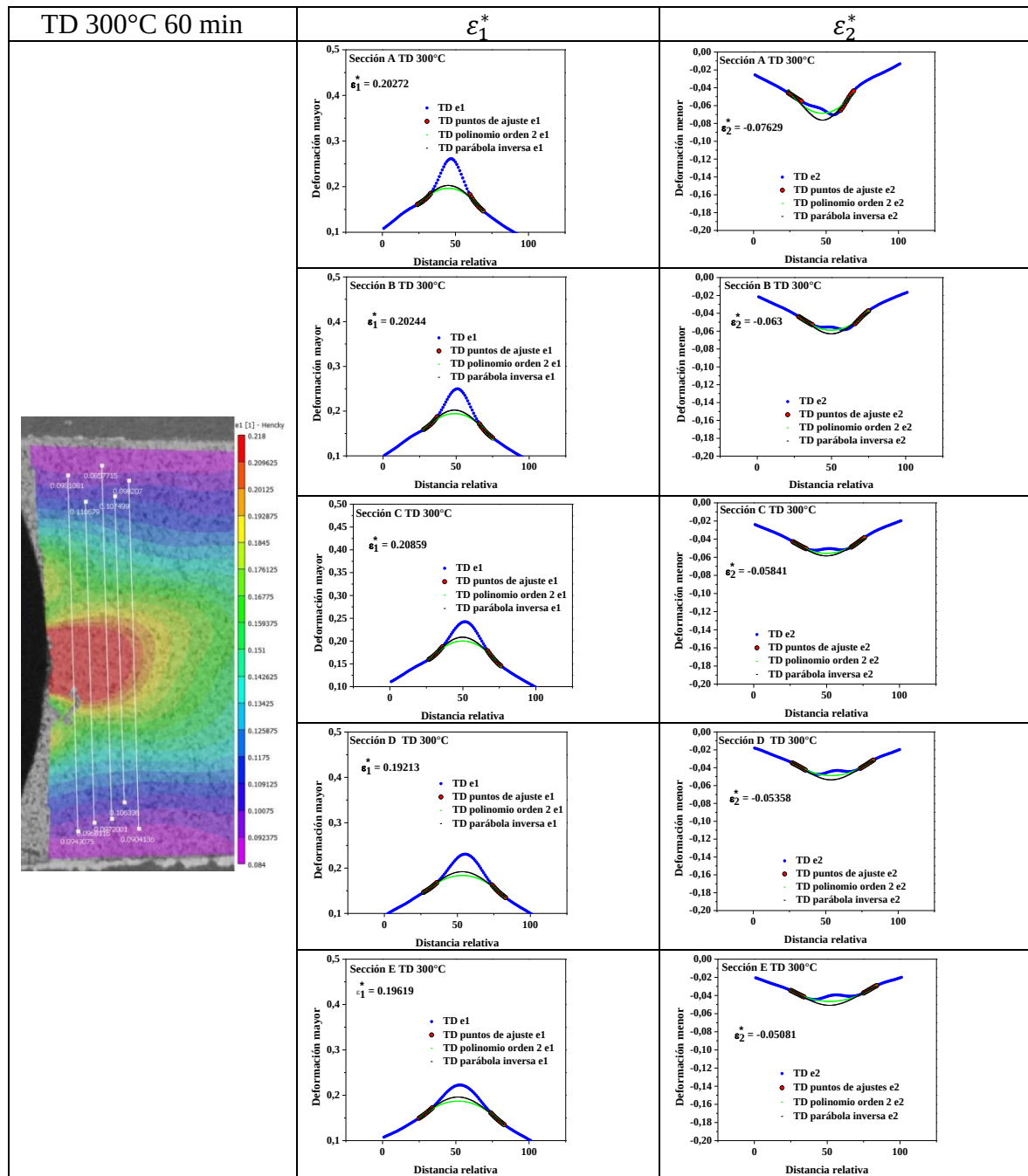


Figura 5-62: Probetas de deformación plana donde se selecciona las 5 secciones, para probetas a 300°C y 60 minutos en la dirección TD.

Analizando los resultados obtenidos de deformación límite según la Iso-estándar y la Iso-optimizada, solamente dos probetas del total del sistema DIC, se acercan a deformación plana: las probetas de RD y TD a 300°C. En ambos casos se usa el método de la Iso-estándar. Hay que tener en cuenta que en ambas probetas se llegó hasta la fractura, lo que indica que los mejores resultados con el sistema DIC se logran cuando la probeta llega a romperse (ver Figura 5-63).

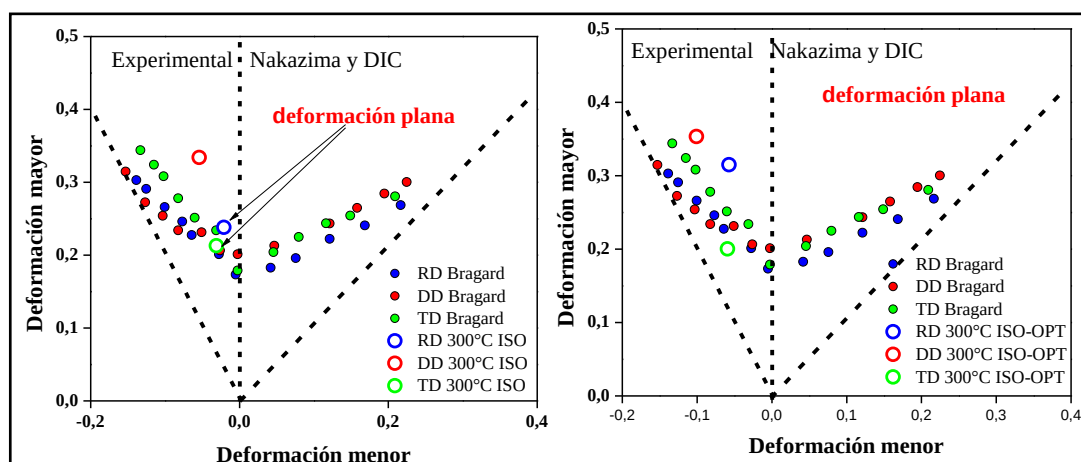


Figura 5-63: FLCs experimental del ensayo de Nakazima y DIC en probetas de deformación plana a 300°C, a) Iso-estándar y b) Iso-optimizada.

5.6.4 Dependencia del tiempo: Método de Huang

La metodología se basa en el análisis temporal de la distribución de deformación mayor máxima (ϵ_1) y su primera derivada respecto del tiempo ($\dot{\epsilon}_1$), en una serie de puntos alineados en una sección perpendicular a la zona de fractura [Huang et al, 2008]. Una vez que comienza la estricción, la deformación en dicha región aumenta más y más hasta la fractura. Por otro lado, para la $\dot{\epsilon}_1$ los puntos fuera de esa zona se reducen gradualmente, llegando a mantener un nivel de deformación constante o incluso experimentando cierta descarga elástica antes de la fractura de la chapa.

El método consiste en detectar cuándo los puntos de la zona de estricción comienzan a deformarse de forma inestable. De acuerdo a la evidencia

experimental, se establece que el proceso de estricción se inicia cuando en la frontera (punto A) que define el área de la inestabilidad, alcanza un máximo en $\dot{\epsilon}_1$. Como se muestra en la Figura 5-64a, dicho máximo revela que la deformación ha empezado a localizarse en el interior de la zona de estricción entre los puntos A y B. Este hecho define claramente el instante de tiempo en que comienza la inestabilidad plástica ($t_{necking}$). Por último se identifica el punto de fractura, el cual corresponde al punto más solicitado dentro de la zona de estricción. Para las probetas plana a 300°C y 60 minutos, se observa que el comienzo de la localización comienza en $\epsilon_1 = 0.25$ para RD, en $\epsilon_1 = 0.31$ para DD y en $\epsilon_1 = 0.21$ para TD como se muestra en la Figura 5-64(a, b y c).

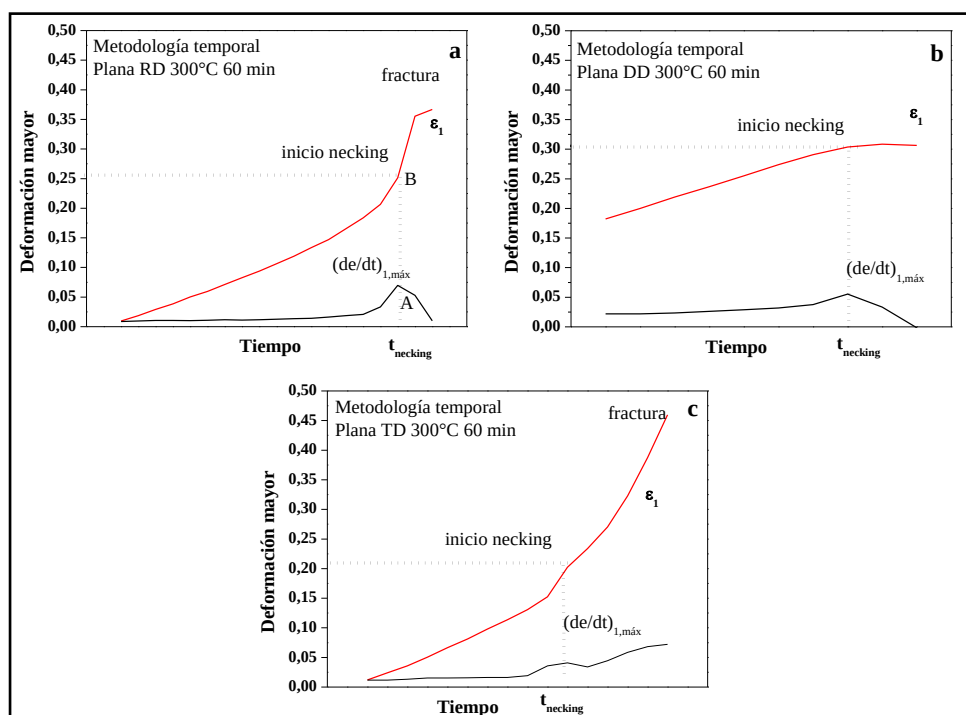


Figura 5-64: Evolución de ϵ_1 y $\dot{\epsilon}_1$ en la zona cerca a la falla en RD, DD y TD.

6. SIMULACIÓN NUMERICA Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

En este capítulo se presenta la calibración del modelo por ajuste de la curva tensión-deformación experimental para encontrar los valores de los parámetros del modelo que van a servir para la predicción de la curva límite de conformado. Un modelo de plasticidad en particular se analiza con datos experimentales. Su capacidad con tres casos de interacción diferentes: FC ($\alpha = 0$), α -VPSC ($\alpha = 0.2$), y VPSC ($\alpha = 1$), las leyes de endurecimiento tipo potencial y saturación se consideran en la predicción, descritas en la sección 3.4.2. En este caso la discusión se hace en términos de la prevista curva límite de conformado, la textura cristalográfica y superficie de fluencia policristalina.

6.1 Calibración del modelo

Es importante tener en cuenta que uno de los propósitos de este trabajo es obtener una visión acerca de la influencia de la interacción del grano en el modelo de plasticidad cristalina en la predicción de la curva límite de conformado. Esta tarea se puede hacer mediante la estimación de los parámetros del modelo por ajuste de la curva para cada caso o suponiendo que todos los parámetros del material a nivel del cristal son los mismos para los modelos probados, lo que limita de alguna manera la capacidad predictiva del éste, ya que los parámetros están circunscritos a uno en particular. La estrategia se basa en la comparación de los diferentes modelos de plasticidad y la descripción de las leyes de endurecimiento, no sólo a aquellos que comparten la misma ecuación en el plano del cristal. Las simulaciones de la respuesta material en el ensayo de tracción se realizan con el modelo policristalino descrito en la sección 3.

Tres casos de interacción diferentes se consideran en la simulación: FC ($\alpha = 0$), α -VPSC ($\alpha = 0.2$), y VPSC ($\alpha = 1$). En este contexto, la estimación de los parámetros del modelo se hace por ajuste de la curva tensión-deformación del ensayo de tracción, que requiere el conocimiento de los parámetros que identifican la estructura cristalina del aluminio: FCC y 12 sistemas de deslizamiento ($\{111\}\langle 110 \rangle$). Para todos los cálculos, el exponente de sensibilidad a la velocidad

de deformación es $m=0.02$ y la velocidad de cizallamiento de referencia es $\dot{\gamma}_0 = 1s^{-1}$. En las simulaciones se toma el valor de la velocidad de la tensión cizallamiento inicial τ_0 de todos los sistemas de deslizamiento iguales. Los parámetros de endurecimiento se ajustan de mejor manera para reproducir la curva de flujo uniaxial en RD que se muestra en la Figura 6-1.

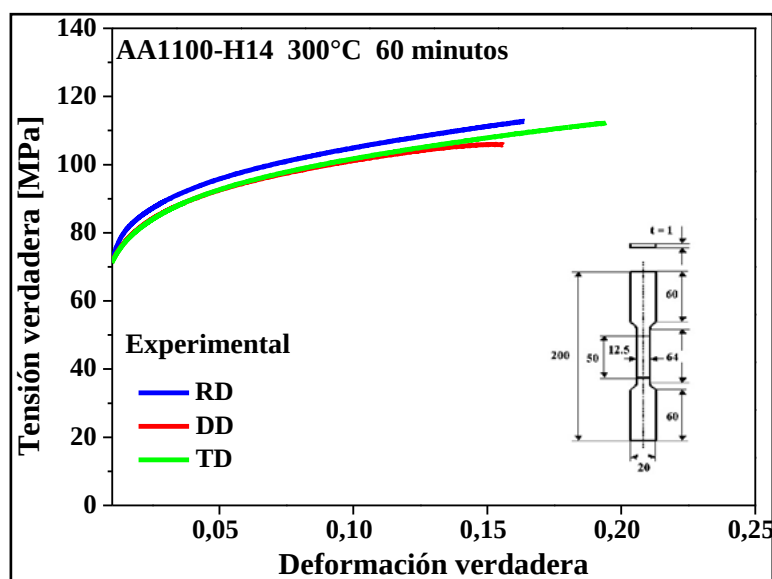


Figura 6-1: Curvas experimentales de $\sigma - \epsilon$ en tracción uniaxial a lo largo de RD, DD y TD con respecto a la dirección de laminación.

Resultados y discusión

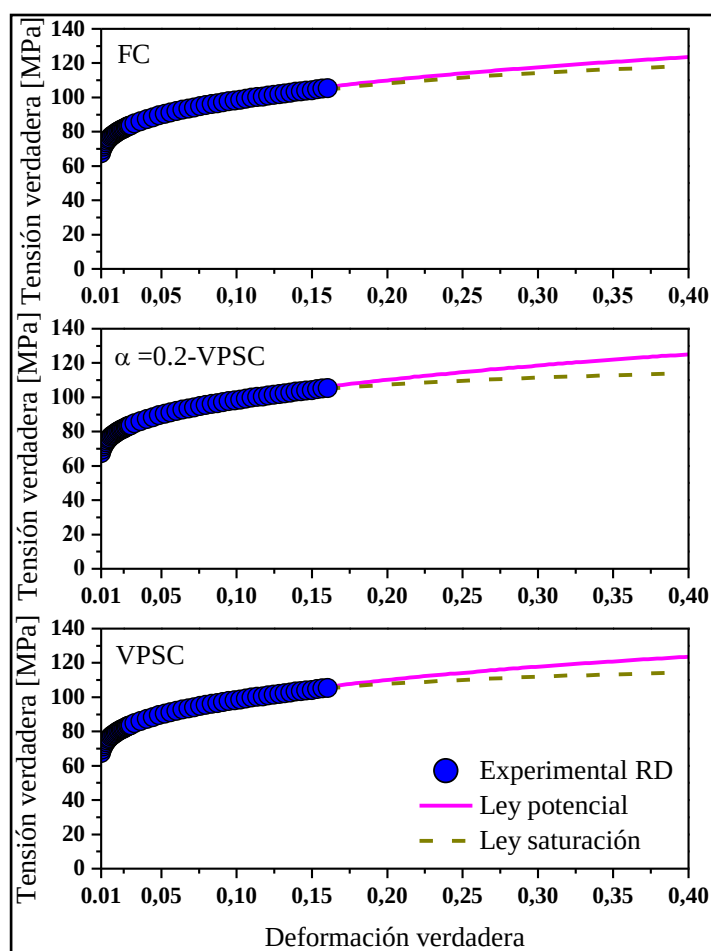
Los parámetros de endurecimiento se ajustan de mejor manera para reproducir la curva de flujo uniaxial en RD. Estos parámetros se enumeran en las Tablas 6-1 y Tabla 6-2. El procedimiento de ajuste implica único estado por tensión-deformación a partir de un nivel de deformación de 0.01.

Tabla 6-1: Parámetros de endurecimiento de la curva en RD para la ley potencial.

Modelo	FC	$\alpha=0.2$ -VPSC	VPSC
τ_0 (MPa)	21	24	26
h_0 (MPa)	380	180	350
n	0.130	0.145	0.13
q	1.0	1.0	1.0

Tabla 6-2: Parámetros de endurecimiento de la curva en RD para la ley saturación.

odelol	FC	$\alpha=0.2$ -VPSC	VPSC
τ_0 (MPa)	24	22	25
h_0 (MPa)	300	890	900
τ_{sat} (MPa)	42	40	45
a	2.05	2.0	1.95
q	1.0	1.0	1.0

Figura 6-2: Respuesta en tracción de $\sigma - \varepsilon$ para los tres modelos comparando el comportamientos de endurecimiento de ley potencial y saturación.

Las curvas de flujo simuladas para los diferentes modelos de interacción se muestran en conjunto con la tensión de flujo medida experimentalmente en la Figura 6-2 para ambas leyes de endurecimiento potencial y saturación. Una extensión de la relación tensión-deformación calculada hasta $\epsilon = 0.40$ se representa con el fin de ilustrar el comportamiento a grandes deformaciones.

6.2 Comportamiento mecánico

Las medidas de las curvas de tensión-deformación verdadera obtenidas en los ensayos de tracción uniaxial a lo largo de las tres direcciones se representan gráficamente en la Figura 6-3, junto con la respuesta del flujo estudiada para los tres modelos simulados, teniendo en cuenta tanto la descripción del endurecimiento potencial y saturación.

Resultados y discusión

El comportamiento predicho es cualitativamente similar cuando se comparan VPSC y α -VPSC. Las tensiones de flujo asociadas están cerca en los ensayos de RD y TD, mientras que es menor el nivel de tensión correspondiente a DD. El único caso que está más allá de este comportamiento es el modelo FC y la ley de endurecimiento potencial, donde la predicción de la correspondiente tensión en TD supera a la RD, mientras que el nivel de tensión se reduce a lo largo de DD. Además, el comportamiento es similar en la región de post-estricción para todas las direcciones analizadas. También se muestra que VPSC subestima el nivel de tensión en el ensayo de tensión uniaxial (UAT) a lo largo de DD para ambas leyes de endurecimiento, mientras que esta desigualdad tiende a disminuir para α -VPSC. Por otra parte, la respuesta del flujo es comparada para VPSC y α -VPSC, donde las diferencias de tensiones de flujos entre RD y TD tienden a ser cancelada por los valores altos de deformación post-estricción.

En este caso, para VPSC y $\alpha = 0.2$ -VPSC, se encuentra que es limitado el efecto de la elección de la ley de endurecimiento, ya sea potencial o saturación, pero no despreciable en la predicción de la tensión de flujo bajo la condición UAT. Como

se verá en la siguiente sección, esta tendencia se correlaciona con una predicción aceptable de valores de deformación límite uniaxial. Sin embargo, las principales diferencias aparecen cuando se fijan los resultados bajo un estiramiento biaxial.

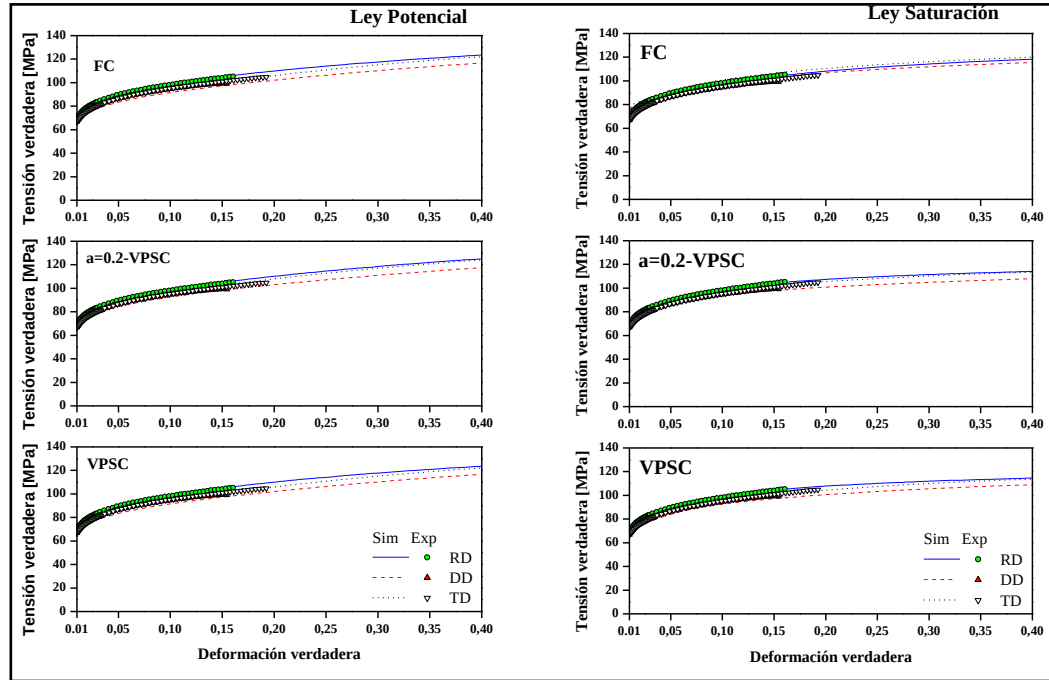


Figura 6-3: Curvas $\sigma - \varepsilon$ medidas y calculadas en tracción uniaxial usando la ley de endurecimiento potencial (izquierda) y saturación (derecha).

En particular, las pendientes finales de la tensión de flujo (es decir, en un rango de 0.2 - 0.3) asociado con la ley de endurecimiento potencial son casi el doble que los obtenidos suponiendo un endurecimiento tipo saturación. Además, es interesante observar que está pendiente es mucho más alta para $\alpha = 0.2$ -VPSC de aquellas para los VPSC y FC que están cerca entre ellos. Las componentes de tensión σ_{22} prevista son un poco más altas que σ_{11} para las curvas de flujo $\sigma_{22} - \varepsilon_{22}$, presentan un comportamiento similar en todos los casos.

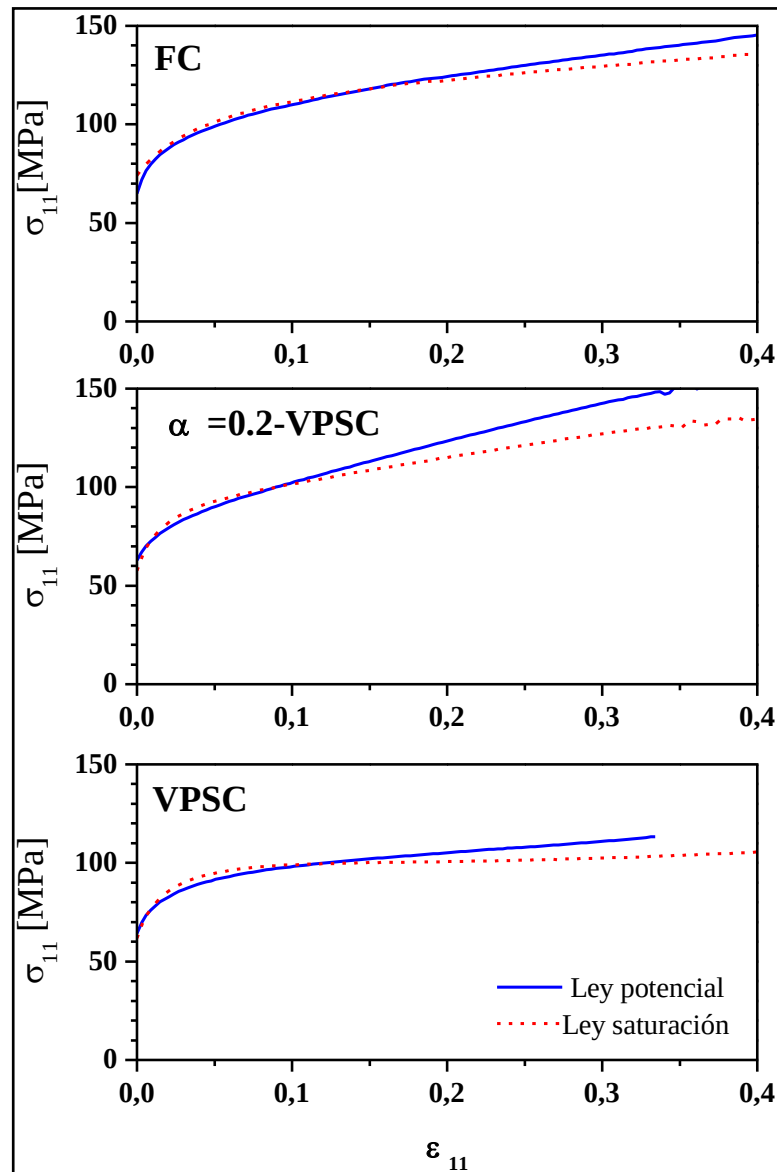


Figura 6-4: Respuesta de la tensión de flujo predicha para el estiramiento biaxial. La línea continua es ley potencial y la línea punteada es ley de saturación.

Como es bien sabido, la superficie de fluencia tiene un efecto importante en la predicción de las deformaciones límite de conformado. El potencial de fluencia del material se calcula mediante la imposición de diferentes tensores de las tasas de deformación plástica en el subespacio de tensión plana $\sigma_{11} - \sigma_{22}$. Para una descripción más detallada, se remite al lector a Serenelli et al. (2010).

La superficie de fluencia inicial predicha en los modelos FC, VPSC y $\alpha = 0.2$ -VPSC se muestran en la Figura 6-5. El nivel de tensión en cada superficie de fluencia se escala a la que corresponde a la tensión de cizalle crítica resuelta τ_c^0 . La curvatura de la superficie de fluencia prevista del material para cada modelo, se espera que se comporte diferente en su comportamiento de deformación límite.

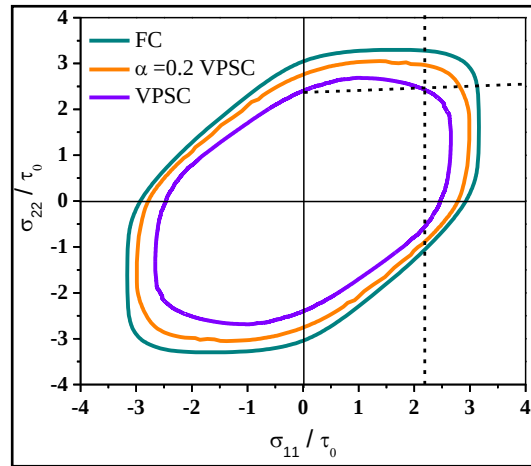


Figura 6-5: Potencial de tensión prevista en el subespacio $\sigma_{11} - \sigma_{22}$ para los tres modelos analizados.

6.3 Predicción de la FLD

Los valores de deformación límite obtenidos a partir de las mediciones de la técnica de Bragard para muestras orientadas a lo largo RD, DD y TD se muestran en la Figura 6-6. Como de costumbre, las deformaciones principales máximas se representan a lo largo del eje y, y la deformación principal mínima a lo largo del eje x, con los símbolos de los círculos sólidos que definen los ensayos experimentales. En el MK el parámetro de imperfección f_0 se acomoda de tal manera que las deformaciones límite previstas se ajustan con las deformaciones límites mínimas experimentales cercanas a la condición de deformación plana para las muestras tomadas a lo largo RD.

Resultados y discusión

Para los tres modelos analizados, MK-FC, MK- α VPSC y MK-VPSC, los valores del factor de imperfección se establecen respectivamente, a 0.996, 0.992 y 0.995 para la descripción de endurecimiento basado en la ley potencial y de 0.993, 0.998 y 0.997, para una descripción tipo saturación.

Para el caso de ley potencial el acuerdo es muy bueno a lo largo de RD en todos los modelos analizados. A lo largo de DD, se observa una sobreestimación ligeramente para MK-VPSC que disminuye para MK- α VPSC y MK-FC. Por el contrario, para el caso de ley de endurecimiento de tipo saturación, las deformaciones límite predichas en el rango de estiramiento uniaxial están subestimadas por los tres modelos a lo largo de RD y TD mientras que se obtienen mejores resultados sólo a lo largo DD que muestra un efecto menor, pero no despreciable. En condición de deformación plana, se observa un ligero aumento en la deformación límite medida a lo largo DD. A pesar de que el valor FLD_0 simulado de DD y las orientaciones de la muestra TD muestra la tendencia correcta, los valores de deformación límite correspondientes son subestimadas ligeramente.

Se obtiene el mejor acuerdo mediante el modelo MK-VPSC junto con la ley de endurecimiento potencial. Sin embargo, las pequeñas diferencias se observan con respecto a las predicciones MK- α VPSC. Como se menciona al final de la sección anterior, dichas desigualdades se plantean en el lado derecho de la FLCs.

Para ambas leyes de endurecimiento aplicadas, las deformaciones límite predichas presentan variaciones entre los tres modelos, en particular MK-VPSC y MK- α VPSC con respecto a las predicciones MK-FC condición de carga equi-biaxial, (EBA). Además, las diferencias no significativas se predicen entre MK-VPSC y MK- α VPSC con la ley potencial donde se observan variaciones de poca importancia para condiciones próximas a la carga EBA en el caso de utilizar la ley de endurecimiento de saturación.

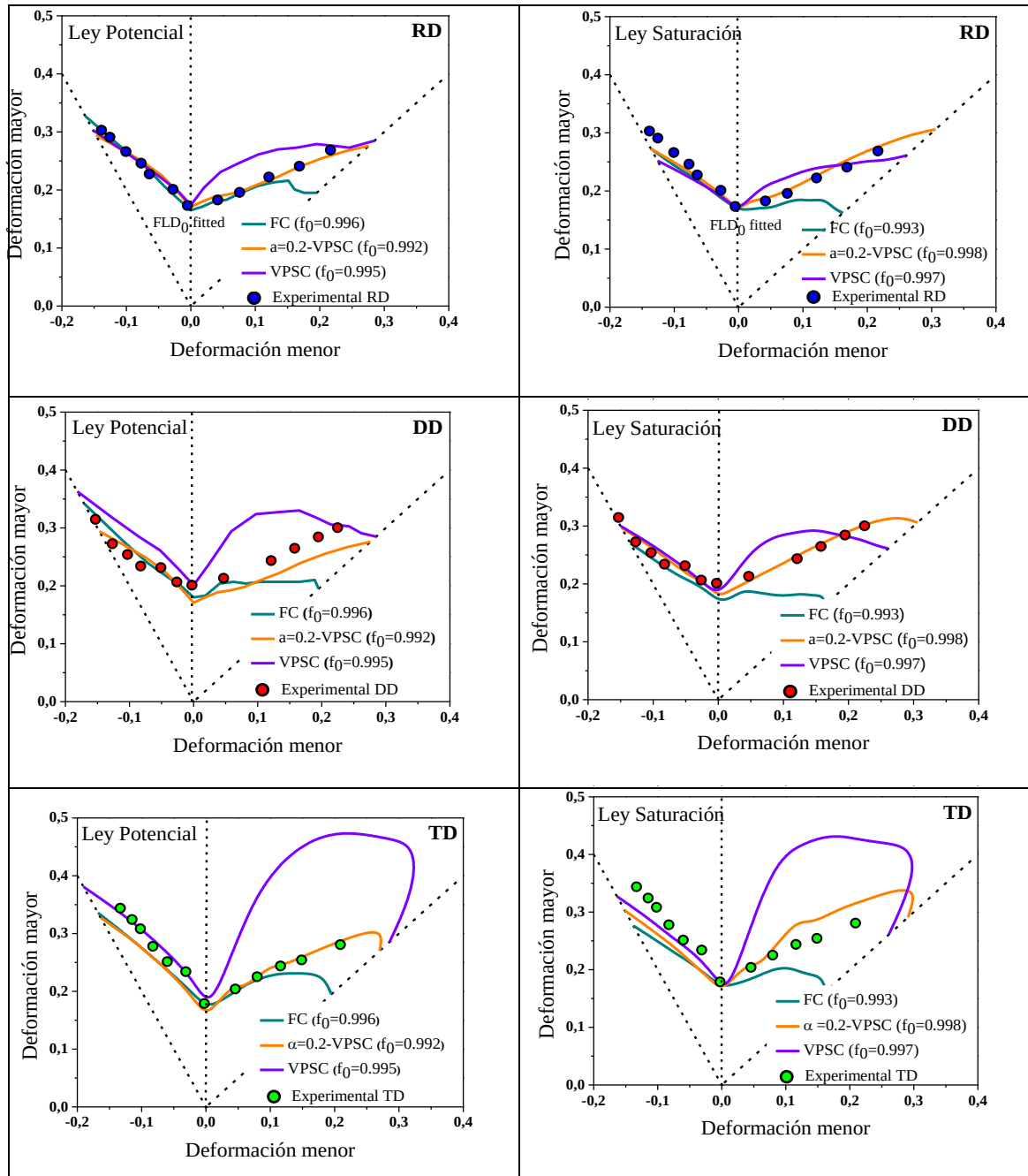


Figura 6-6: FLCs experimentales a lo largo de RD, DD y TD (Símbolo sólido) y simulación (líneas continuas) para MK-FC, MK- α VPSC y MK-VPSC.

En el caso de MK-FC, el efecto introducido, toma en cuenta los resultados de la evolución de la textura, en los valores de deformación límite inferior bajo carga biaxial para ambas leyes de endurecimiento, esta es más marcada cerca de la

condición de EBA. Así, al menos en el presente caso, la ausencia de la evolución de la textura da predicciones que están más cerca de los valores experimentales. En contraposición, en el caso de MK-VPSC, el lado derecho de la FLC muestra ligeramente valores más altos de deformaciones límites con la evolución de la textura con la ley potencial, para una descripción de endurecimiento de saturación, la actualización de la textura promueve deformaciones límites apreciablemente más altas, lo que demuestra que la descripción del endurecimiento es un factor clave cuando se utiliza el modelo VPSC junto con el enfoque MK para simular el comportamiento límite de conformado.

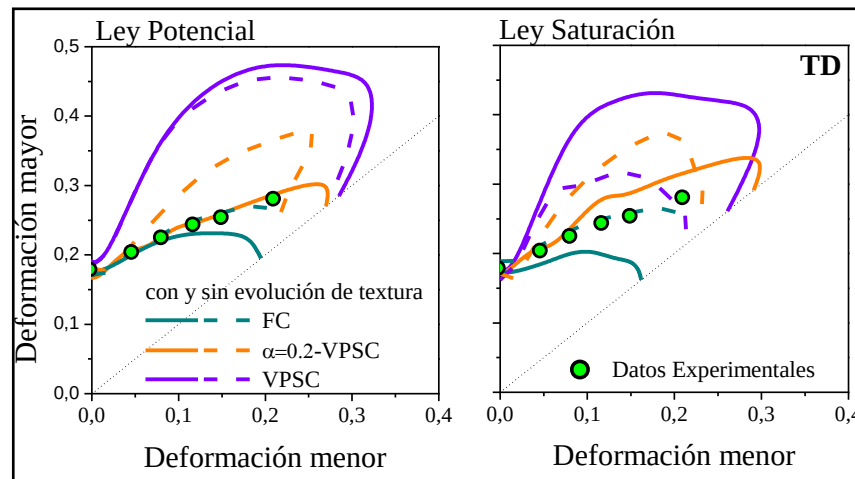


Figura 6-7: Predicción de la deformación límite biaxial para los modelos MK-FC, MK- α VPSC y MK-VPSC a lo largo de TD.

Por último, para las simulaciones MK- α VPSC, la influencia de la evolución de la textura depende de la dirección de estiramiento, es decir, de los caminos biaxiales descritos por $0.7 \leq \rho \leq 0.8$, la evolución de la textura promueve una falla prematura, mientras que, cerca de los caminos estiramiento EBA, la reorientación del cristal permite la deformación. Una vez más, estos resultados muestran que el papel de la evolución de la textura y la interacción con el modelo de endurecimiento no es sencillo, lo que hace difícil analizar estos efectos de una manera desacoplada.

Con el fin de evaluar el efecto de la forma de la superficie de fluencia en el comportamiento límite de conformado en el estiramiento biaxial, los potenciales de tensión predichos asociados con estados cerca a la falla biaxial, EBA ($\rho=0.5$) y las trayectorias de carga a lo largo de RD, DD y TD se muestra en la Figura 6-8.

El cálculo del potencial de tensión sigue la metodología utilizada en Bertinetti y Signorelli (2009) y Serenelli et al. (2010) con el fin de correlacionar la forma de la superficie de fluencia del policristal con el comportamiento límite conformado del material. Las simulaciones que se presentan usan solamente la ley de endurecimiento de saturación suponiendo que la ley de endurecimiento potencial da lugar a comentarios similares. Las flechas en la curvas indican la posición y dirección en la superficie de fluencia de la condición de velocidad de deformación impuesta y el estado de tasa de deformación plana, condición de estricción (es decir, en el marco MK, el material en la banda pasa de la velocidad de deformación impuesta a la tasa de deformación plana en condición de estricción). Las formas y curvaturas predichas de los modelos FC, α -VPSC y VPSC, se muestran en las Figuras 6-8 y 6-9.

Está claro que la interacción asumida a nivel del cristal modifica sensiblemente la forma de la superficie de fluencia y por lo tanto, el comportamiento plástico. La superficie de fluencia σ_{11} - σ_{22} muestra diferencias cualitativas dependiendo de la dirección de carga anterior y también entre los modelos. Sin embargo, diferencias cuantitativas solamente se observan al comparar la superficie de fluencia que corresponde a estiramiento biaxial ($\rho=0.5$) y EBA. En este caso, una tendencia a formar una superficie más nítida se puede observar para el modelo FC. Por otra parte, la pérdida de simetría (con respecto a la condición de tensión biaxial equilibrada) es más pronunciada para VPSC y α -VPSC que para FC. La comparación de las superficies de fluencia simuladas después de cargas biaxial ($\rho=0.5$) y carga EBA para los tres modelos, son cualitativamente similares (es decir, también observado en Serenelli et al. (2010)). La forma de la superficie de fluencia es menos sensible a la evolución de la textura asociada con las

trayectorias de carga impuestas). La gráfica en la parte inferior de las Figuras 6-8 y Figura 6-9 presenta el potencial de tensión dibujado de una manera diferente pero cualitativamente similar, es decir, basado en la dirección de la velocidad de deformación plástica y dirección de carga.

En el marco de referencia de tensiones de Cauchy, las direcciones en diferentes puntos a lo largo de las superficies de fluencias predichas se caracterizan por dos ángulos: θ y ϕ . Estos ángulos se toman cero a lo largo del eje horizontal y asumiendo positivo en un sentido anti horario. Los puntos son detallados en el intervalo de la velocidad de deformación impuesta y las condiciones de tasa de deformación plana finales.

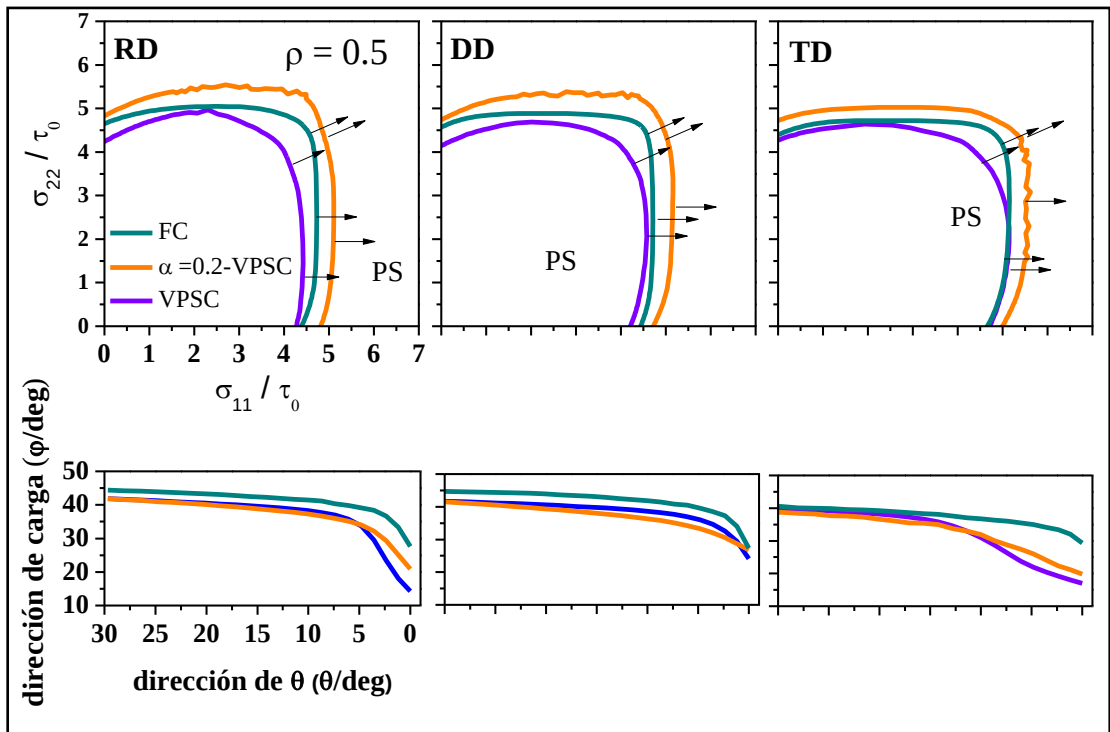


Figura 6-8: Predicción del potencial para los modelos MK-FC, MK-VPSC y MK- α VPSC en estiramiento biaxial ($\rho=0.5$) en el inicio del necking en RD, DD y TD.

Las diferencias en la agudeza de los potenciales de tensión se reflejan en la pendiente de las gráficas que se ilustran claramente. Es interesante observar que la evolución de las direcciones de la velocidad de deformación y la tensión plástica

para el modelo FC muestra un perfil similar a lo largo de RD, DD y TD para las dos condiciones de cargas analizadas. Este último comportamiento se correlaciona bien con el valor casi constante de la mayor tensión límite predicha por el modelo MK-FC a lo largo de RD, DD y TD. Para VPSC y α VPSC, las diferencias son más marcadas a lo largo de TD.

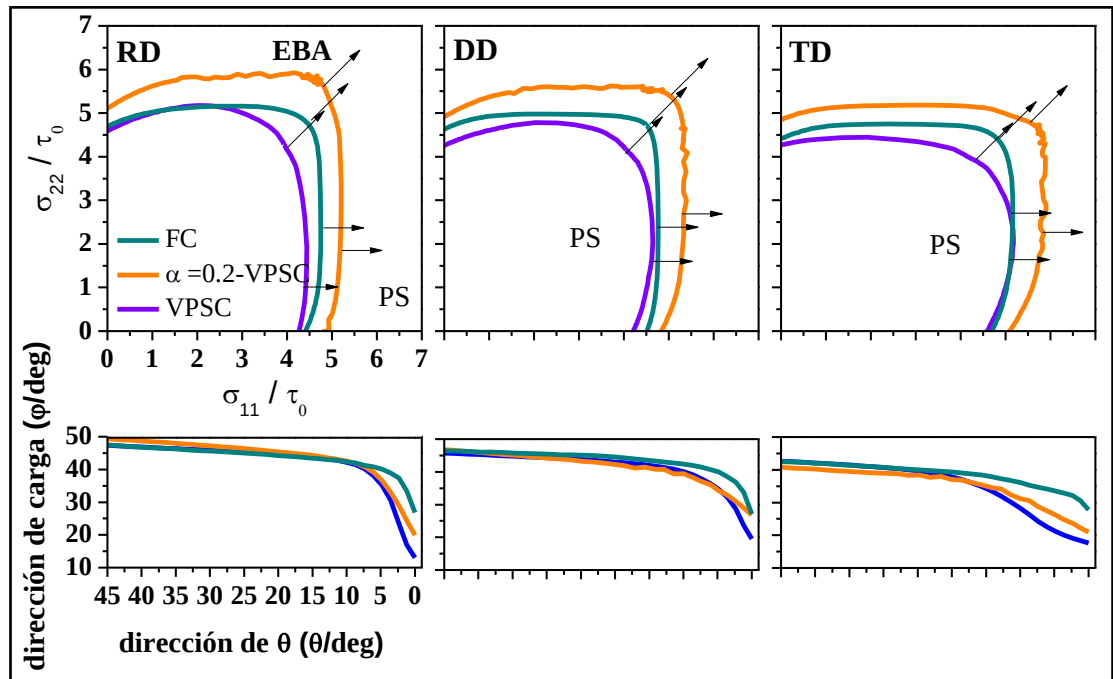


Figura 6-9: Predicción del potencial para los modelos MK-FC, MK-VPSC y MK- α VPSC y estiramiento equibiaxial en el inicio del necking en RD, DD y TD.

6.4 Simulación y validación experimental de la textura en tracción

A continuación se presentan las texturas experimentales y simuladas en el material a diferentes porcentajes de deformación 5% y 15% y hasta la fractura.

Resultados de FP con T.T. y sin deformación

En la Figura 6-10 y Figura 6-11 se presentan las texturas experimentales para el material con tratamiento térmico y 0% de deformación realizado en IFIR y UTT respectivamente. Los resultados de ambos análisis son muy próximos en donde se observa presencia en mayor cantidad de textura tipo Cube. En la Figura 6-12 se

observa que las texturas de simulación graficadas con la herramienta Tool del programa VPSC para los planos (111) (200) y (220) son similares en la forma de las figuras de polos experimentales.

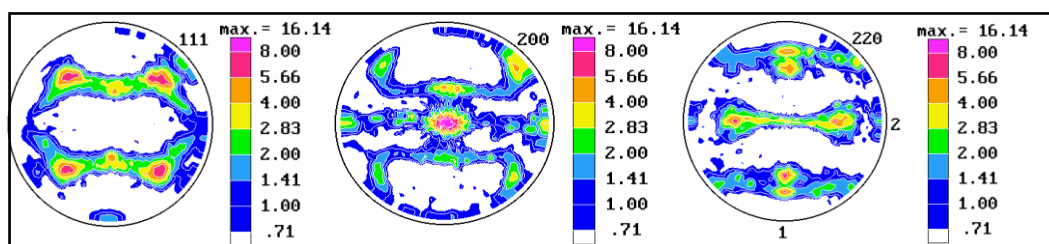


Figura 6-10: FPs experimentales (111), (200) y (220) del material inicial (IFIR).

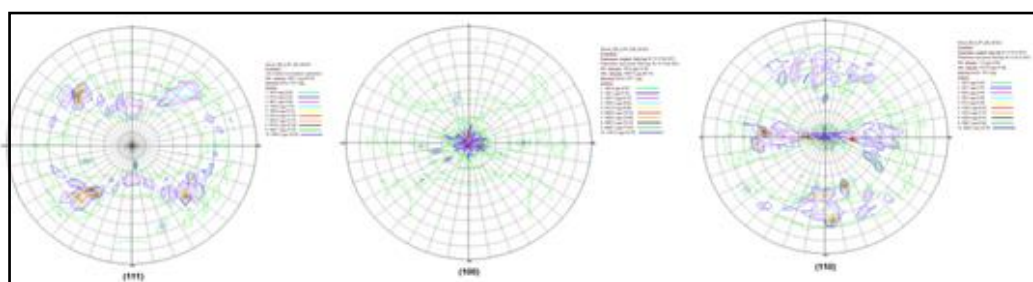


Figura 6-11: FPs experimentales (111), (200) y (220) del material inicial (UTT).

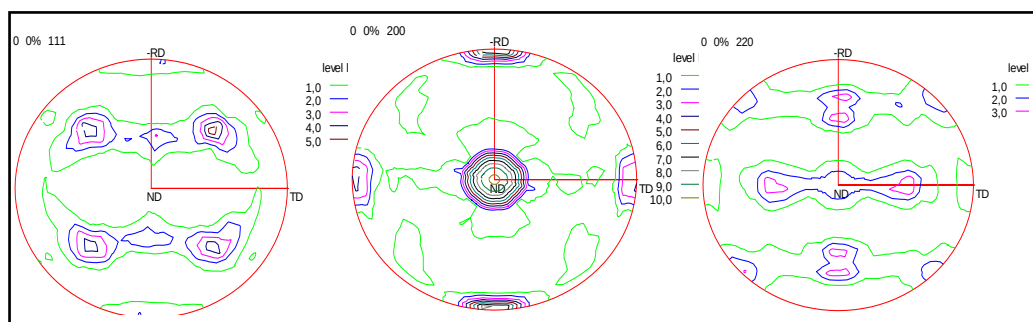
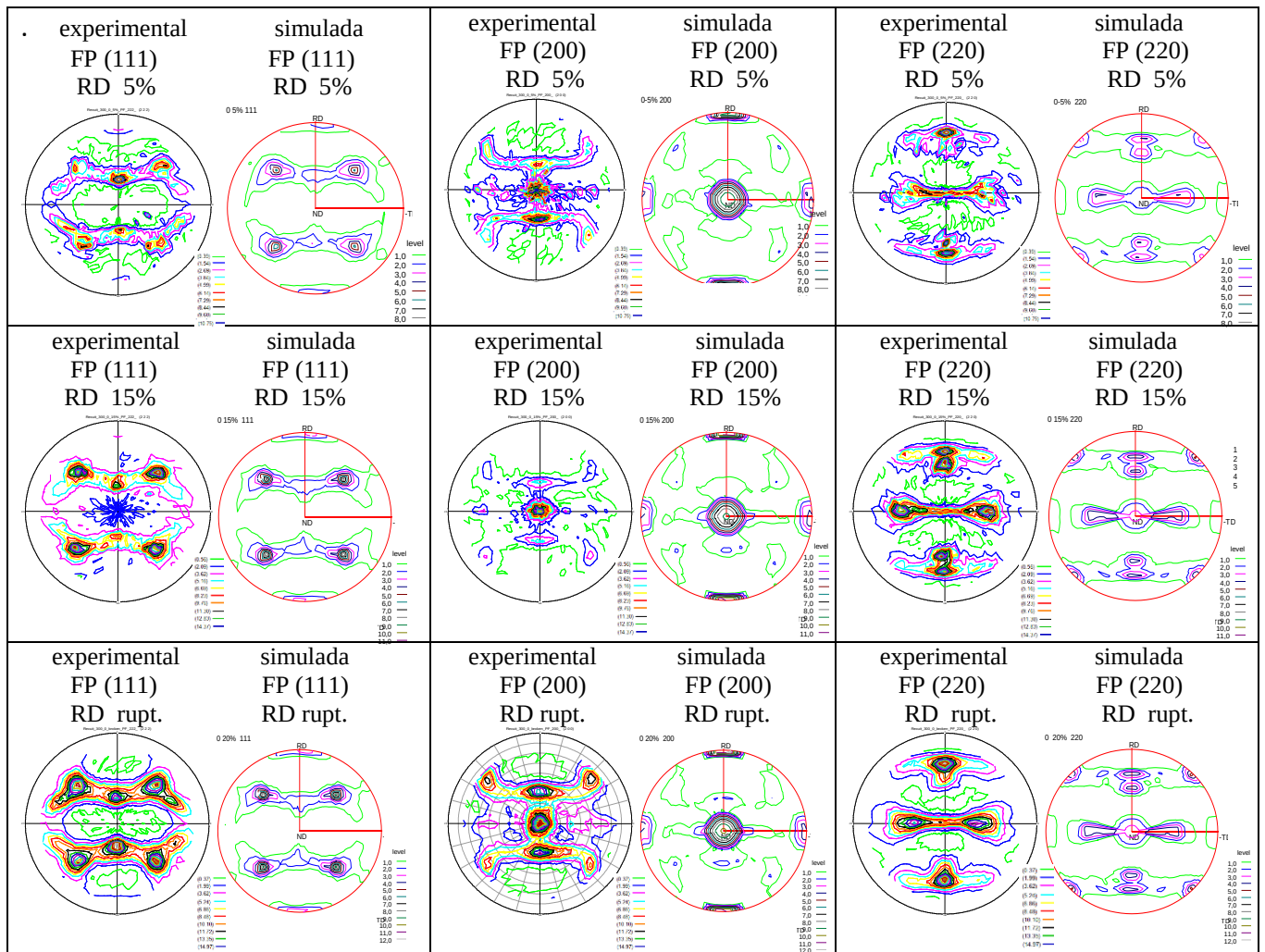


Figura 6-12: FPs simuladas (111), (200) y (220) correspondientes a la textura inicial discretizada con 2000 orientaciones.

Resultados de FP con T.T. y con deformación para RD

A continuación, se presentaran las texturas correspondientes a probetas con RD respecto de la dirección de laminación al 5%, 15% y a fractura, ver Figura 6-13.



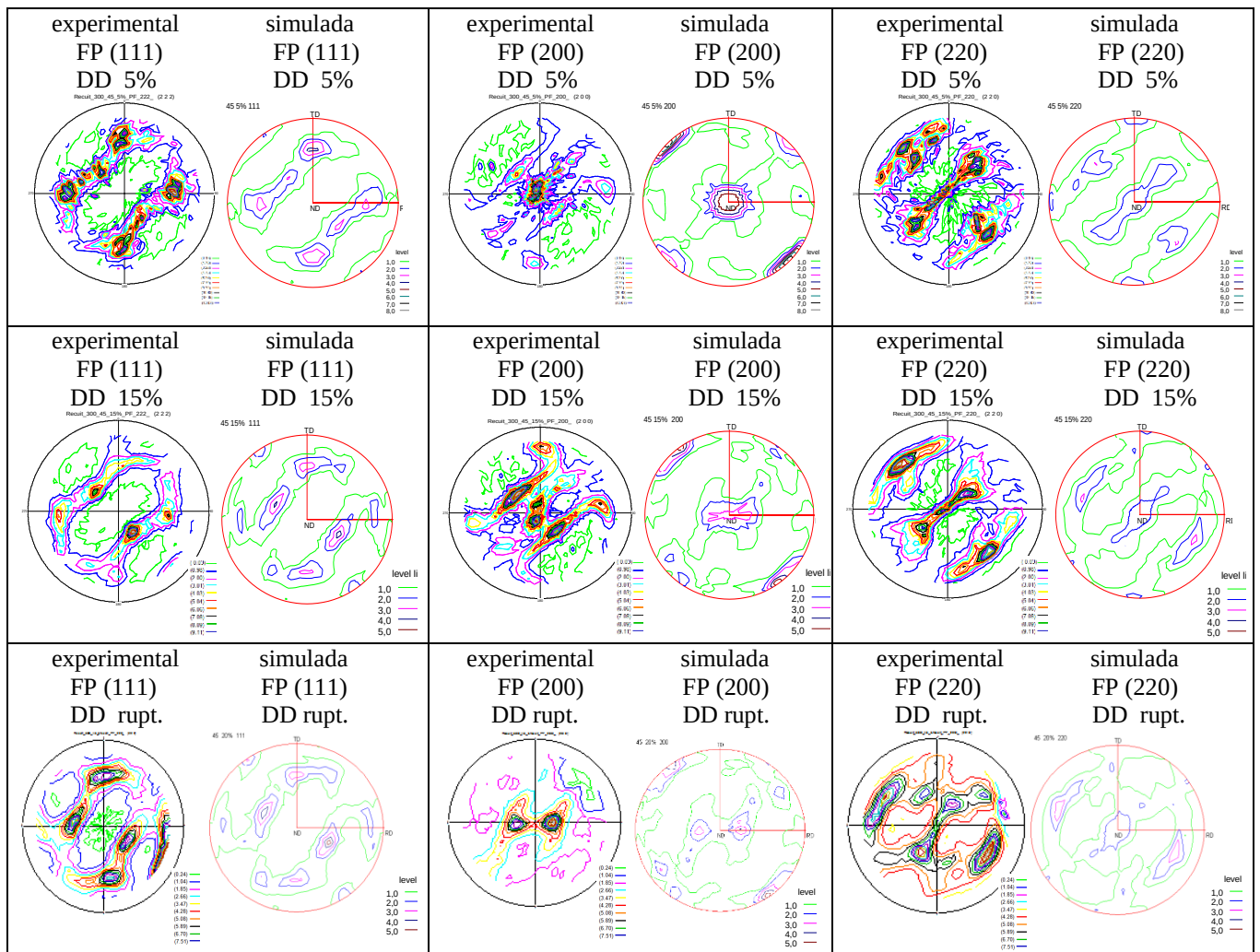
FP: figura de polo

Figura 6-13: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para RD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.

Resultados de FP con T.T. y con deformación para DD

Se presentaran las figuras de polos correspondientes a probetas con DD respecto de la dirección de laminación: 5% y 15% de deformación impuesta, así, como la

probeta fracturada experimentales y simuladas ver Figura 6-14 para los planos (111), (200) y (220).



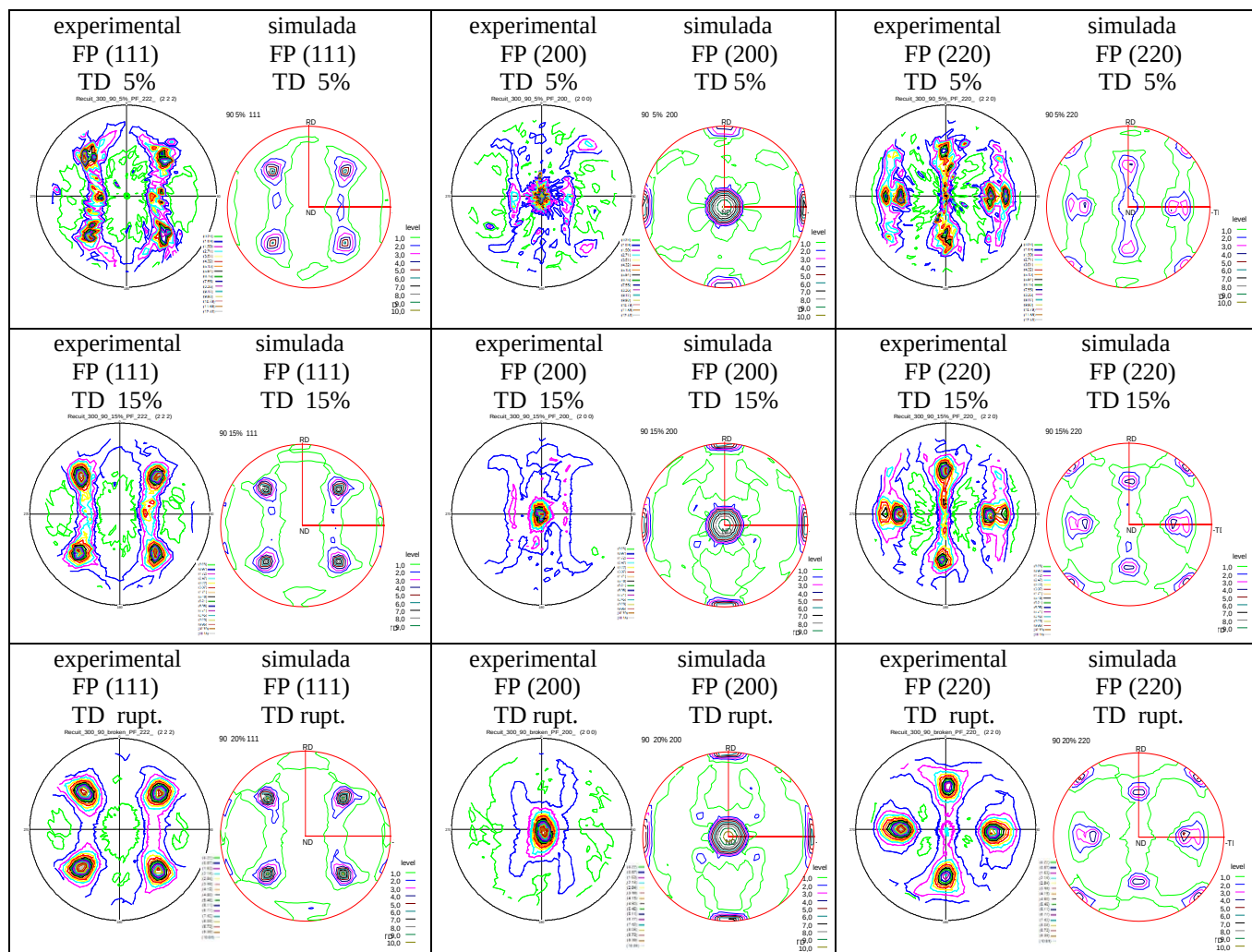
FP: figura de polo

Figura 6-14: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para DD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.

Resultados de FP con T.T. y con deformación para TD

Finalmente, se presentan las figuras de polos correspondientes a probetas con TD respecto de la dirección de laminación 5% y 15% de deformación impuesta, así,

como la probeta fracturada experimental (UTT) y simuladas con VPSC, ver Figura 6-15 para los planos (111), (200) y (220).



FP: figura de polo

Figura 6-15: FPs experimentales y simuladas de los (111), (200) y (220) para TD con 5%, 15% de deformación y hasta la fractura.

7. CONCLUSIONES

La influencia de la anisotropía plástica en la deformación límite de conformado se investigó en una aleación de aluminio AA1100-H14 laminada en frío y sometida a un tratamiento térmico de 300°C durante 60 min. El efecto de la orientación de la muestra en el diagrama límite de conformado se estudió experimentalmente y numéricamente. El comportamiento mecánico se modeliza utilizando un esquema autoconsistente, siendo el agregado policristalino descrito como un conjunto discreto de orientaciones cristalográficas. En este trabajo se realizó una comparación detallada entre las respuestas proporcionadas por los modelos viscoplástico autoconsistente-tangente (VPSC), viscoplástico autoconsistente-tangente con ajuste del coeficiente α (α -VPSC) y el modelo de Taylor basado en el esquema de condiciones totalmente impuestas (FC). Se discutieron en profundidad las implicancias de asumir una descripción del endurecimiento del material mediante una ley de tipo potencial o saturación.

Las siguientes observaciones resumen las conclusiones obtenidas como resultado del presente trabajo de tesis:

- No se observan diferencias cualitativas en los valores de deformación límite (FLC) medidas en las direcciones laminación (RD), diagonal (DD) y perpendicular (TD). Los valores más altos se perciben a lo largo de DD.
- Los tres modelos analizados predicen perfiles de deformación límite cercanos en el lado izquierdo de la FLC, e influencias menores con la ley de endurecimiento asumida; diferencias cuantitativas y cualitativas se observan en la proximidad de estiramiento biaxial.
- El modelo MK-FC predice valores de deformación límite en estiramiento biaxial casi constantes a lo largo de RD, DD y TD. En cambio, para los modelos VPSC y α VPSC son más marcadas las diferencias a lo largo de TD. El modelo MK-VPSC tangente predice un resultado inesperado en el lado derecho de la FLC cuando el material es ensayado en la dirección transversal (TD).

- La incorporación del parámetro de interacción α (MK- α VPSC- $\alpha=0.2$), permite obtener resultados satisfactorios para la serie completa de resultados analizados.
- Las curvas simuladas FLCs muestran una sensibilidad baja con respecto a la ley de endurecimiento seleccionada, ya sea potencial o de saturación.
- En el caso de los MK-VPSC y MK- α VPSC se necesita un análisis con más detalle, porque las correlaciones no son simples ya que para ambos modelos la regla de la normalidad es infringida.

Estos resultados confirman la influencia de la textura cristalográfica y endurecimiento del material en su respuesta límite. Asimismo, detallan claramente la dificultad de analizar en forma simple los resultados obtenidos mediante simulación, ya que el marco numérico elegido tiene una influencia significativa en los valores de deformación límite predichos. También se muestra que, en general no es suficiente la caracterización del material mediante un único diagrama FLC, siendo necesario incluir más de una dirección para validar adecuadamente la respuesta límite del material.

A continuación se detallan aspectos específicos abordados durante el trabajo de tesis desarrollado:

Caracterización del material

El resultado del análisis químico por fluorescencia de rayos X confirma que la aleación de aluminio AA1100-H14 presenta una pureza sobre 99.5%, con presencia de hierro y silicio como principales impurezas, detectadas en forma de partículas insolubles FeAl_3 y AlSi . Trabajos reportados en la literatura de Zhou et al, (2003) y King (1992), también encuentran presencia de estos tipos de impurezas, determinadas por microscopía electrónica de barrido. La caracterización estructural por difracción de rayos X, confirma aluminio puro, donde picos de las intensidades son diferentes comparados con el patrón de difracción de la base de datos, lo que indica presencia de orientación preferencial.

Los resultados de los parámetros mecánicos del material original AA1100-H14 presentan un comportamiento de endurecimiento por deformación muy pequeño: 2,8%; microdureza Vickers de 40.4 HV y la tensión de fluencia de 128 MPa, no adecuado en un proceso de estirado. Asimismo, Chiba et al. (2013), estudian la aleación aluminio comercial AA1100-H24 con alargamiento de 3%, al igual que Lee et al. (2011) con la aleación AA1100-H26 con 3.5%. Después de muchas pruebas en esta aleación se encontró que un tratamiento térmico a 300°C a 60 minutos, cumple los propósitos de ductilidad buscados, lográndose una elongación de 20%, 20 HV y 69 MPa. Esta condición indica el inicio de la recrystalización según la medición del tamaño medio de la cristalita. Se concluye que se trabaja con una textura parcialmente recrystalizada.

Las figuras de polos (FP) obtenidas a partir mediciones de textura por difracción de rayos X, del material original y aquel con tratamiento térmico, presentan típicas texturas de laminación. Sus principales componentes son Cube, Brass, S, Copper y en menor medida, Goss y Brass girada. Después del tratamiento térmico, la fracción de volumen de orientación de textura Cube aumenta ligeramente, siendo sólo las texturas Brass y Rot-Brass las que muestran una reducción de la fracción de volumen. De igual manera, Ravindran et al. (2008) analizan la aleación de aluminio AA5052 a diferentes temperatura (200,250, 300 y 350°C) y diferentes direcciones RD, DD y TD. A 300°C es más alto el valor de anisotropía normal. A 200°C se observa una fuerte textura Goss, la cual es, en general, perjudicial para la aptitud del material a ser conformado. Las componentes de textura Cube y Brass aumentan a medida que se incrementa la temperatura del tratamiento térmico.

Ensayos experimentales de formabilidad

Ensayo de Nakazima

Los resultados de las 12 probetas con diferente geometría en forma de reloj de arena, muestran que al disminuir el entalle, baja la carga en todas las direcciones ensayadas. La carga máxima que soporta una probeta es de 1700 kgf (200 mm), correspondiente a un

estado biaxial, en cambio la carga mínima es de 355 kgf (20 mm), corresponde a un estado uniaxial. Por lo tanto, las curvas de cargas en el ensayo de Nakazima, disminuyen al reducir el ancho del entalle de la probeta o sección interna.

De los resultados obtenidos mediante ensayos de Nakazima, se puede observar que para RD y DD, tienen un comportamiento similar. A lo largo de TD, se observa un valor mayor de deformación límite. La formabilidad en deformación plana aumenta ligeramente a lo largo de DD, mientras que se observa una respuesta estrecha entre RD y TD. El comportamiento DD podría estar relacionado con la presencia de una fracción de volumen insignificante de orientación Cube $\{001\}\langle 100 \rangle$, de acuerdo con las predicciones numérica de Bertinetti et al, (2014), con la condición de que en el estudio se menciona el análisis basado en materiales de textura Cube ideales.

La textura observada en 5 probetas con geometría diferente después del ensayo de Nakazima, en dos zonas cercana a la fractura, y fuera de la fractura, presenta pequeñas diferencias en las intensidades de las figuras de polos correspondientes a un lugar, cercana a la fractura. Como era de esperar, se observa que el desarrollo de la textura después del estiramiento biaxial reduce la intensidad de la textura. Principalmente la orientación de textura Brass y Rot-Brass aumentan su fracción de volumen. En cambio, el componente de textura Cube reduce su fracción de volumen.

Ensayo de acopado hidráulico

El empleo de acopado hidráulico permitió alcanzar deformaciones mayores a las obtenidas mediante ensayos Nakazima de geometría circular. La deformación límite se cuantificó en un valor de (0.40, 0.40). Otro importante aporte de este ensayo es la posibilidad de obtener la curva de tensión equivalente versus deformación equivalente. Para el estudio de formabilidad, el ensayo de acopado hidráulico presenta algunas ventajas de interés, evita el problema de la fricción, se producen grandes deformaciones en comparación con el ensayo uniaxial y las probetas son de diseño repetible. Sin embargo, la metodología requiere de equipamiento especializado, tanto para el control del ensayo como para la adquisición y procesamiento de datos.

Ensayos de tracción y deformación plana con DIC

La utilización de correlación de imágenes digitales permite identificar localmente el inicio de estricción incipiente que es necesaria para definir la FLC. Estos métodos se dividen entre dos enfoques básicos dependiente de la posición (corresponde a los métodos tradicionales como: grilla de círculos, las normas ISO, etc) y del tiempo (en desarrollo). La tecnología de correlación de imágenes digital (DIC), permite enfoques de medición más eficientes y establecer el inicio de la localización. En este estudio sólo se determinó en probetas de tracción y en deformación plana, por lo que los puntos de la FLC generados con este método superan el inicio de la estricción y sobreestima el límite de formabilidad. No obstante, los resultados indican tendencias similares, encontrándose para RD y DD valores más altos según la ISO Estándar que la ISO Optimizada, debido a que en el primer método se determinan deformaciones después de la formación de la estricción y no en el inicio de la localización. El método de la ISO Optimizado es más razonable por lo que se puede ver la evolución de la deformación y el momento de la aparición de la estricción localizada. Sin embargo, con ambos enfoques se establece la deformación límite con el ajuste de una parábola inversa, en lugar de utilizar la medición física real como se hizo en el ensayo de Nakazima y acopado hidráulico.

Modela computacional

Calibración del modelo

Los parámetros de endurecimiento del modelo se realizaron mediante ajuste de la curva tensión-deformación en RD. La textura inicial medida experimentalmente, se discretizó en un conjunto de 2000 orientaciones. El exponente de sensibilidad a la velocidad de deformación y la velocidad de cizallamiento de referencia se toman de Signorelli et al. (2009) y Serenelli et al. (2011). Se concluye que, excepto por la velocidad de endurecimiento inicial h_0 , los parámetros de ajuste de datos sólo son ligeramente diferentes de un modelo de interacción a otro. El ensayo de tracción uniaxial no es muy sensible en discriminar la relevancia de diferentes modelos de interacción. Como era de esperar, la ley de saturación predice un comportamiento extrapolado que está por debajo

de la configuración que si se utilizara la ley potencial. Este comportamiento post-estricción es importante en la predicción de la respuesta límite, especialmente en el lado derecho de la FLC.

Predicción de la FLC

El factor de imperfección se determinó con el límite de conformado en deformación plana experimental, con el mismo enfoque que en el trabajo de Knockaert et al. (2002) y Kuroda y Tvergaard (1998). En general, los perfiles FLC simulados y valores de deformación límite, son sensibles tanto a la suposición de interacción del modelo como a la descripción de la ley de endurecimiento. En el lado izquierdo del diagrama límite de conformado, las diferencias tienden a un mínimo, mientras que en el lado derecho, estas son destacadas.

Los resultados de las simulaciones para MK- α VPSC a lo largo de RD tienen coherencia con las FLCs analizadas en Barata da Rocha et al. (2009) para la aleación de aluminio AA6016-T4, en Butuc et al. (2002), para aleaciones de la serie AA5xxx, en Dasappa et al. (2012), para la aleación AA5754, en Li et al. (2012), para la aleación de aluminio 2B06 y en Zhang et al. (2014) para la aleación AA6111-T43.

A lo largo de las tres direcciones ensayadas, se obtiene la mejor predicción utilizando MK- α VPSC con un valor de ajuste de $\alpha = 0.2$. Los resultados de las simulaciones para MK-FC y MK-VPSC a lo largo de RD son compatibles con FLCs analizadas en Signorelli et al. (2009) para la aleación AA6111-T4 y Knockaert et al. (2002) para un monocristal de aleación de aluminio AA6116-T4, donde la plasticidad del cristal simple es tratado como plasticidad multi-superficie. Estos resultados confirman la fuerte dependencia del modelo constitutivo sobre α , junto con la influencia del comportamiento de endurecimiento pre-estricción de los valores de deformación límite predichos. Se debe tener en cuenta que la mayoría de los estudios encontrados en la literatura explora la capacidad del modelo sólo a lo largo de RD que, en general, da el

comportamiento esperado debido a la mayor intensidad de la textura asociada con la aleación de aluminio tratada térmicamente AA1100.

Finalmente, el modelo MK-VPSC predice un perfil de deformación límite inusualmente alto a lo largo de TD, el cual no se observa experimentalmente. Cuando la forma de la superficie de fluencia se ve junto con la evolución de las direcciones de la deformación plástica, la falta de normalidad es evidente, particularmente en el α -VPSC. Para ambos modelos, la condición de la tasa media de trabajo macroscópico igual a la tasa de trabajo microscópica es infringida. Sin embargo, como se puede ver en Signorelli et al, (2009), si el factor de conservación es lo suficientemente pequeño, las soluciones de las ecuaciones de la mecánica para el agregado son aceptables.

En definitiva, el proceso realizado permite concluir que los resultados confirman que el rol de la evolución de la textura y su interrelación con el modelo de endurecimiento no puede ser directamente extrapolado, debido a que los resultados de simulación no son despreciablemente afectados por el marco numérico. Finalmente, se demuestra que es necesario incluir más de una dirección FLD para validar la curva límite de conformado.

Trabajos Futuros

Muchos aspectos de la teoría presentada aquí pueden ser objeto de mayor estudio. Como se mencionó anteriormente es necesario investigar más de una dirección FLD con el fin de validar el modelo de límite de conformado. Por otro lado, el efecto de la temperatura en el valor de la deformación límite del material se puede incluir en el modelo, incorporando más variables internas adicionales a través de una ley de evolución de las tensiones críticas a nivel de los sistemas de deslizamiento del cristal. Por último continuar el estudio consiste en la validación experimental del efecto de las orientación Cube sobre la deformación límite del material. Específicamente, se deberán obtener texturas con diferentes fracciones de volumen a través de diferentes tratamientos térmicos al material original laminado en frío, lo cual permitirá validar diferentes resultados teóricos al respecto.

BIBLIOGRAFIA

Abedrabbo, N., Pourboghrat, F., Carsley, J. (2006). Forming of aluminum alloys at elevated temperatures - Part 1: Material characterization, *International Journal of Plasticity*, (22), 314-341.

Abedrabbo, N., Farhang Pourboghrat, F., Carsley, J. (2007). Forming of AA5182-O and AA5754-O at elevated temperatures using coupled thermo-mechanical finite element models, *International Journal of Plasticity*, (23), 841-875.

Adam, J.S. y Mukul, K. (2000). *Electron Backscatter Diffraction in Materials Science*. Cap 3. New York, EE.UU.: Ed. Plenum Publishers. 339 p.

Ahmadi, S., Eivani, A.R., Akbarzadeh, A. (2009). Experimental and analytical studies on the prediction of forming limit diagrams, *Computational Materials Science*, (44), 1252-1257.

Arrieux, R., Bedrin, C., Boivin, M. (1982). *Determination of an intrinsic Forming Limit Stress Diagram for isotropic sheets*, Proceedings of the 12th IDDRG Congress, pp. 61-71.

Asaro, R. y Needleman, A. (1985). Texture development and strain hardening in rate dependent polycrystals, *Acta Metallurgica*, (33), 923-953.

Barata da Rocha, A., Barlat, F., Jalinier, J.M. (1984-1985). Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loadings, *Materials Science and Engineering*, (68), 151-164.

Barata da Rocha, A., Barlat, F., Jalinier, J.M. (1985). Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in linear and non-linear loading, *Materials Science and Engineering*, 2(68), 151-164.

Barlat, F. (1987). Crystallographic texture anisotropic yield surfaces and forming limits of sheet metals, *Materials Science and Engineering*, (91), 55-72.

Barlat, F. y Richmond, O. (1987). Prediction of tricomponent plane stress yield surfaces and associated flow and failure behavior of strongly textured FCC polycrystalline sheets, *Materials Science and Engineering*, (95), 15-29.

Barata da Rocha, A., Santos, A.D., Teixeira, P., Butuc, M.C. (2009). Analysis of plastic flow localization under strain paths changes and its coupling with finite element simulation in sheet metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, (209), 5097-5109.

Barlat, F. (1987). Crystallographic texture anisotropic yield surfaces and forming limits of sheet metals, *Materials Science and Engineering*, (91), 55-72.

Barlat, F. y Lian, J. (1989). Plastic behavior and stretchability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions, *International Journal of plasticity*, (5), 51-66.

Barlat, F., Lege, D.J., Brem J.C. (1991). A six-component yield function for anisotropic materials, *International Journal of Plasticity*, (7), 693-712.

Barlat, F., Becker, R.C., Hayashida, Y., Maeda, Y., Yanagawa, M., Chung, K., Brem, J.C., Lege, D.J., Matsui, K., Murtha, S.J., Hattori, S. (1997). Yielding description for solution strengthened aluminum alloys, *International Journal of Plasticity*, 4(13), 385-401.

Barlat, F., Brem, J., Yoon, J., Chung, K., Dick, R., Lege, D., Pourboghrat, F., Choi, S., Barlat, F., Aretz, H., Yoon, J.W., Karabin, M.E., Brem, J.C., Dick, R.E. (2005). Linear transformation-based anisotropic yield functions, *International Journal of Plasticity*, 5(21), 1009-1039.

Bate, P., Quinta Da Fonseca, J. (2004). Texture developments in the cold rolling IF steel. *Materials Science and Engineering*, A(380), 367-377.

Bertinetti, M.A., Schwindt, C.D., Signorelli, J.W. (2014). Effect of the cube orientation on formability for FCC materials: A detailed comparison between full-constraint and self-consistent predictions, *International Journal of Mechanical Science*, (87), 200-217.

Berveiller, M. y Zaoui, A. (1984). Modeling of the Plastic Behavior of Inhomogeneous Media, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 4(106), 295-298.

Bishop, J. y Hill, R. (1951). A theory of the plastic distortion of a polycrystalline aggregate under combined stress, *Philosophical Magazine*, (25), 414-427.

Bobeth, M. y Diener, G. (1987). Static elastic and thermoelastic field fluctuations in multiphase composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (35), 37-149.

Bruschi, S., Altan, T., Banabic, D., Bariani, P.F., Brosius, A., Cao, J., Ghiotti, A., Khraisheh, M., Merklein, M., Tekkaya, A.E. (2014). Testing and modelling of material behaviour and formability in sheet metal forming, *CIRP Annals-Manufacturing Technology*, (63), 727-749.

Budiansky, B. y Wu, T.T. (1962). *Theoretical prediction of plastic strains of polycrystals*, Proc. U.S. Natl. Congr. Appl. Mech, 4th, (2), 1175-1185.

- Bunge, H.J. (1969). *Mathematical methods of texture analysis*, Berlin, Germany.: Akademie Verlag.
- Bunge, H.J. (1982). *Texture Analysis in Materials Science*. Ohio, USA.: Butterworth & Co Publishers.
- Butuc, M.C., Barata da Rocha, A., Gracio, J.J., Ferreira Duarte, J. (2002). A more general model for forming limit diagrams prediction, *Journal of Materials Processing Technology*, (125–126), 213-218.
- Canova, G.R. y U.F. Kocks, U.F. (1985). Proc. ICOTOM-7, C.M. Brackman ed., pp. 651
- Canova, G.R., Kocks, U.F., Tomé, C.N., Joñas, J.J. (1985). The yield surface of textured polycrystals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (33), 371.
- Cheng, X. y Morris, J. (2002). Texture, microstructure and formability of SC and DC cast Al–Mg alloys, *Materials Science and Engineering*, A(323), 32-41.
- Chiba, R., Takeuchib, H., Kuroda, M., Hakoyamad, T., Kuwabara, T. (2013). Theoretical and experimental study of forming-limit strain of half-hard AA1100 aluminium alloy sheet, *Computational Materials Science*, (77), 61-71.
- Choi, S.H., Cho, J.H., Oh, K.H., Chung, K., Barlat, F. (2000). Texture evolution of FCC sheet metals during deep drawing process, *International Journal of the Mechanical Sciences*, (43), 1571-1592.
- Chu, E. (2003). Plane stress yield function for aluminum alloy sheets Part 1: Theory, *International Journal of Plasticity*, (19), 1297-1319.
- Chu, X., Leotoing, L., Guines, D., Ragneau, E. (2014). Temperature and strain rate influence on AA5086 forming limit curves: experimental results and discussion on the validity of the M-K model, *International Journal of the Mechanical Sciences*, (78), 27-34.
- Considere, M. (1885). L'emploi du fer et de l'acier dans les constructions. Annales des Ponts et Chaussées, (9), 574-775.
- Cullity, B.D. (1956). *Elements of X-Ray diffraction*. Massachusetts, USA.: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Chin, G.Y. y Mammel, W.L. (1969). Generalization and equivalence of the minimum work (Taylor) and maximum work (Bishop-Hill) principles for crystal plasticity, *Transactions of the Metallurgical Society of AIME*, (245), 1211-1214.

- Dasappa, P., Inal, K., Mishra, R. (2012). The effects of anisotropic yield functions and their material parameters on prediction of forming limit diagrams, *International Journal of Solids and Structures*, (49), 3528-3550.
- Dieter, G. (1986). *Mechanical Metallurgy*, 3era. Edition, McGraw Hill.
- Engler, O. y Kal, S. (2004). Simulation of earing profiles from texture data by means of a viscoplastic self-consistent polycrystal plasticity approach, *Materials Science and Engineering*, A(373), 350-362.
- Engler, O. y Hirsch, J. (2007). Polycrystal-plasticity simulation of six and eight ears in deep-drawn aluminum cups, *Materials Science and Engineering*, A(452-453), 640-651.
- Engler, O., Mertens, N., van Dam, P. (2011). Texture-based design of a convoluted cut-edge for earing-free beverage cans, *Journal of Materials Processing Technology*, (211), 1278-1284.
- Engler, O. (2012). Control of texture and earing in aluminium alloy AA 3105 sheet for packaging applications, *Materials Science and Engineering*, A(538), 69-80.
- Engler, O. (2014). Texture and anisotropy in the Al-Mg alloy AA 5005-Part I: Texture evolution during rolling and recrystallization, *Materials Science and Engineering*, A(618), 654-662.
- English, A.T. y Chin G.Y. (1965). On the variation of wire texture with stacking fault energy in FCC metals and alloys, *Acta Metallurgica*, (13), 1013-1016.
- Eshelby, J. (1957). The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems, *Proceedings of the Royal Society of London*, A(241), 376-396.
- Eyckens, P., Van Bael, A., Van Houtte, P. (2011). An extended Marciniak-Kuczynski model for anisotropic sheet subjected to monotonic strain paths with through-thickness shear, *International Journal of Plasticity*, (27), 1577-1597.
- Ferron, G. y Zeghloul, A. (1993). *Structural Crashworthiness and Failure*. Cap 4. New York, EE.UU.: Ed. Jones y Wierzbicki. 134 p.
- Fourmeau, M., Borvik, T., Benallal, A., Lademo, O.G., Hoppersta, O.S. (2011). On the plastic anisotropy of an aluminium alloy and its influence on constrained multiaxial flow, *International Journal of Plasticity*, (27), 2005-2025.
- Franciosi, P. y Zaoui, A. (1982). Multislip in FCC and BCC Crystals: a Theoretical Approach Compared with Experimental Data, *Strength of Metals and Alloys* (ICSMA 6), 39-44.

Franciosi, P. y Zaoui, A. (1982). Multislip tests on copper crystals: A junctions hardening effect, *Acta Metallurgica*, 12(30), 2141-2151.

Friedman, P. y Pan, P. (2000). Effect of plastic anisotropy and yield criteria on prediction of forming limit curves, *International Journal of Mechanical Sciences*, (42), 29-48.

Gilormini, P. y Germain, Y. (1987). A finite element analysis of the inclusion problem for power law viscous materials, *International Journal of Solids and Structures*, 3(23), 413-437.

Godec, M., Jenko, M., Mast, R., Grabke, J.H. (2001). Texture measurements on electrical steels alloyed with tin, *Vacuum*, (61), 151-155.

Goodwin, G.M. (1968). Application of strain analysis to sheet metal forming problems in the press shop, *La Metallurgia Italiana*, (60), 764-774.

Graf, A. y Hosford, W. (1994). The influence of strain-path changes on forming limit diagrams of A1 6111 T4, *International Journal of Mechanical Science*, 10(36), 897-910.

Hill, R. (1948). A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, *Proceedings of the Royal Society of London*, A(193), 281-297.

HILL, R. (1950). A theory of plastic bulging of a metal diaphragm by lateral pressure. *Philosophical Magazine*, 7(41), 1133-1142.

Hill, R. (1952). On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (1), 19-30.

Hill, R.J. (1965). A self-consistent mechanics of composite materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (13), 213-222.

Hill, R. (1965). Continuum micromechanics of elasto-plastic polycrystals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (13), 89-101.

Hill, R. (1979). Theoretical plasticity of textured aggregates, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, (85), 179-191.

Hill, R. (1990). Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (44), 405-417.

Hill, R. (1993). A user-friendly theory of orthotropic plasticity in sheet metals, *International Journal of Mechanical Sciences*, (15), 19-25.

Hirsch, J. y Samman, T. (2013). Superior light metals by texture engineering: Optimized aluminum and magnesium alloys for automotive applications, *Acta Materialia*, 3(61), 818-843.

Hiwatashi, S., Van Bael, A., Van Houtte, P., Teodosiu, C. (1998). Predictions of forming limit strains under strain-path changes: application of an anisotropic model based on texture and dislocation structure, *International Journal of Plasticity*, (14), 647-669.

Holmberg, S., Enquist, B., Thilderkvist, P. (2004). Evaluation of sheet metal formability by tensile tests, *Journal of Materials Processing Technology*, (145), 72-83.

Honeycombe, R.W.K.(1984). The Plastic Deformation of Metals, second ed Edward Arnold.

Hosford, W.F. (1979). Incorporating work hardening in Yield Loci calculation, *Strength of Metals and Alloy*, (2), 775-780.

Hosford, W.F. (1993). *The mechanics of crystals and textured polycrystals*. New York, EE.UU.: The University of Michigan.

Hu, L., Rollett, A.D., Iadicola, M., Foecke, T., Banovic, S. (2012). Constitutive relations for AA 5754 based on crystal plasticity, *Metallurgical and Materials Transactions*, A(43), 854-869.

Hutchinson, J.W. (1976). Bounds and self-consistent estimates for creep of polycrystalline materials, *Proceedings of the Royal Society of London*, A(348), 101-127.

Hutchinson, J.W. y Neale, K.W. (1978). Sheet necking II. time-independent behavior, *Mechanics of Sheet Metal Forming*, 127-153.

Inal, K., Neale, K., Aboutajeddine, A. (2005). Forming limit comparison for FCC and BCC sheets, *International Journal of Plasticity*, (21), 1255-1266.

Inal,K., Mishra,R., Cazacu, O. (2010). Forming simulation of aluminum sheets using an anisotropic yield function coupled with crystal plasticity theory, *International Journal of Solids and Structures*, (47), 2223-2233.

Iwakuma, T. y Nemat-Nasser, S. (1984). Finite element elastic-plastic deformation of polycrystalline metals, *Proceedings of the Royal Society of London*, A(394), 87-119.

Kalidindi, S., Bronkhorst, S., Anand, L. (1992). Crystallographic texture evolution in bulk-deformation processing of FCC metals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (40), 537-569.

Keeler, S.P. y Backofen, W.A. (1963). Plastic instability and fracture in sheets over rigid punches, *Transactions of the ASM*, (56), 25-48.

Khan, A. y Baig, M. (2011). Anisotropic responses, constitutive modeling and the effects of strain-rate and temperature on the formability of an aluminum alloy, *International Journal of Plasticity*, (27), 522-538.

Knezevic, M., McCabe, R.J., Lebensohn, R., Tomé, C., Liu, Ch., Lovato, M.L., Mihaila, B. (2013). Integration of self-consistent polycrystal plasticity with dislocation density based hardening laws within an implicit finite element framework: Application to low-symmetry metals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (61), 2034-2046.

Knockaert, R. (2001). *Numerical and experimental study of the strain localization during sheet forming operations*. Ph.D. Thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgie.

Knockaert, R., Chastel, Y., Massoni, E. (2002). Forming limits predictions using rate independent polycrystalline plasticity, *International Journal of Plasticity*, (18), 231-247.

Kocks, U.F. (1970). The relation between polycrystal deformation and single crystal deformation, *Metallurgical and Materials Transactions*, 1(1), 1121-1143.

Kocks, U.F. (1975). *Constitutive Equations in Plasticity*, A. Argón ed., MIT Press, 81 p.

Kocks, U. y Chandra, H. (1982). Slip geometry in partially constrained deformation, *Acta Metallurgica*, (30), 695-709.

Kocks, U.F. (1987). *Unified Constitutive Equations for Creep and Plasticity*, ed. A. Miller.

Kocks, U.F. y Kallend, J.S. (1995). *Programa computacional PopLA. Preferred Orientation Package*. Los Alamos. EE.UU.

Kocks, U.F., Kallend, J., Wenk, H-R., Rollett, A., Wright, S. (1995). PopLA, Preferred Orientation Package, Manual by S.I. Wright, U.F. Kocks-LA-CC-89-18, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos, NM 87545, USA.

Kocks, U.F., Tomé, C.N., Wenk, H.R. (1998). *Texture and Anisotropy: Preferred Orientations in Polycrystals and Their Effect on Materials Properties*. Cambridge, EE.UU.: University Press. 677 p.

Kreher, W. (1990). Residual stresses and stored elastic energy of composites and polycrystals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (38), 115-128.

Kroner, E. (1958). Berechnung der elastischen Konstanten des Vielkristalls aus den Konstanten der Einkristalls, *Z. Physik*, (151), 504-518.

Kroner, E. (1961). On the plastic deformation of the polycrystal, *Acta Metallurgica*, (9), 155-161.

Kuroda, M. y Tvergaard, V. (2000). Forming limit diagrams for anisotropic metal sheets with different yield criteria, *International Journal of Solids and Structures*, (37), 5037-5059.

Lademo, O.G., Pedersen, K.O., Berstada, T., Furu, T., Hopperstad, O.S. (2008). An experimental and numerical study on the formability of textured AlZnMg alloys, *European Journal of Mechanics Solids*, (27), 116-140.

Lankford, W.T., Snyder, S.C., Bausher, J.A. (1950). New criteria for predicting the press performance of deep drawing sheets, *ASM Transactions*, (42), 1197-1205.

Lebensohn, R.A. y Tomé, C.N. (1993). A self-consistent approach for the simulation of plastic deformation and texture development of polycrystals: application to Zr alloys, *Acta Metallurgica et Materiali*, (41), 2611-2624.

Lebensohn, R.A. y Tome, C.N. (1994). A self-consistent viscoplastic model: prediction of rolling textures of anisotropic polycrystals, *Materials Science and Engineering*, A(175), 71-82.

Lebensohn, R., Turner, P., Signorelli, J., Canova, G., Tomé, C. (1998). Calculation of intergranular stresses based on a large strain visco-plastic selfconsistent model, *Modeling and Simulation of Materials Science and Engineering*, (6), 447-465.

Lee D.N., Chung, Y.H., Shin, M.Ch. (1983). Preferred orientation in extruded aluminum alloy rod, *Scripta Metallurgica*, (17), 339-342.

Lee, W., Wen, X. (2006). A dislocation-model of forming limit prediction in the biaxial stretching of sheet metals, *International Journal of Mechanical Science*, (48), 134-144.

Leffers, T. (1979). A modified Sachs Approach to the plastic to the plastic deformation of ppolycrystals as a realistic alternative to the Taylor Model, *Srength of Metals and Alloy*, (2), 769-774.

Lequeu, P.H., Gilormini, P., Montheillet, F., Bacroix, B., Jonas, J.J. (1987). Yield surfaces for textured polycrystals-II. Analytical approach, *Acta Metallurgica*, 5(35), 1159-1174.

Li M., Chandra A. (1999). Influence of strain-rate sensitivity on necking and instability in sheet metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, (96), 133-138.

- Li, M. y Chandra, A. (1999). Influence of strain-rate sensitivity on necking and instability in sheet metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, (96), 133-138.
- Li, X., Song, N., Guo, G. (2012). Experimental measurement and theoretical prediction of forming limit curve for aluminum alloy 2B06, *Trans. Nonferrous Met. Soc. China*, (2), 335-342.
- Li, X., Song N., Guo, G., Sun, Z. (2013). Prediction of forming limit curve (FLC) for Al-Li alloy 2198-T3 sheet using different yield functions, *Chinese Journal of Aeronautics*, 26(5): 1317-1323.
- Lopes, A., Barlat, F., Gracioc, J.J., Ferreira Duarte, J.F., Rauche, E.F. (2003). Effect of texture and microstructure on strain hardening anisotropy for aluminum deformed in uniaxial tension and simple shear, *International Journal of Plasticity*, (19), 1-22.
- Lubliner, J. (1990). *Plasticity Theory*, Macmillan Publishing, USA. 516 p.
- Marciniak, Z. y Kuczynski, K. (1967). Limit strains in the process of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, (9), 609-620.
- Molinari, A., Canova, G., Ahzi, S. (1987). A self-consistent approach of the large deformation polycrystal viscoplasticity, *Acta Metallurgica et Materialia*, (35), 2983-2994.
- Molinari, A. y Tóth, L.S. (1994). Tuning a self consistent viscoplastic model by finite element results-I. Modeling, *Acta Metallurgica et Materialia*, 7(42), 2453-2458.
- Montagnat, M., Castelnau, O., Bons, P.D., Faria, S.H., Gagliardini, O., Gillet-Chaulet, F., Grennerat, F., Grier, A., Lebensohn, R.A., Moulinec, H., Roessiger, J., Suquet, P. (2014). Multiscale modeling of ice deformation behavior, *Journal of Structural Geology*, (61), 78-108.
- Moy, C., Weiss, C.K., M., Xia, J., Sha, G., Ringera, S.P., Ranzia, G. (2012). Influence of heat treatment on the microstructure, texture and formability of 2024 aluminium alloy, *Materials Science and Engineering*, A(552), 48-60.
- Mura, T. (1987). *Micromechanics of Defects in Solids*. Dordrecht, Holanda.: Martinus Nijhoff Publishers. 587 p.
- Nakamachia, E., Xie, C.L., Morimoto, H., Morita, K.N., Yokoyama, N. (2002). Formability assessment of FCC aluminum alloy sheet by using elastic/crystalline viscoplastic finite element analysis, *International Journal of Plasticity*, (18), 617-632.

Narayanasamy, R., Ravindran, R., Manonmani, K., Satheesha, J. (2009). A crystallographic texture perspective formability investigation of aluminium 5052 alloy sheets at various annealing temperatures, *Materials & Design*, (30), 1804-1817.

Neil, C., y Agnew, S. (2009). Crystal plasticity-based forming limit prediction for non-cubic metals: Application to Mg alloy AZ31B, *International Journal of Plasticity*, (25), 379-398.

Oller, S. (2001). *Dinámica no lineal*, CIMNE-Ediciones UPC.

Oscarsson, A., Hutchinson, W.B., Ekström, H.E. (1991). Influence of initial microstructure on texture and earing in aluminium sheet after cold rolling and annealing, *Journal of Materials Science & Technology*, (7), 554-564.

Ponte Castañeda, P. (1996). Exact second-order estimates for the effective mechanical properties of nonlinear composites, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (44), 827-862.

Rice, J.R. (1971). Inelastic constitutive relations for solids: an internal variable theory and its application to metal plasticity, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (19), 433-455.

Roters, F., Eisenlohr, P., Hantcherli, L., Tjahjanto, D.D., Bieler, T.R., Raabe, D. (2010). Overview of constitutive laws, kinematics, homogenization and multiscale methods in crystal plasticity finite-element modeling: Theory, experiments, applications, *Acta Materialia*, (58), 1152-1211.

Rudnicki, J.W., Rice, J.R. (1975). Conditions for the localization of deformation in pressure-sensitive dilatant materials, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6(26), 371-394.

Sachs, G. (1928). Zur Ableitung Eines Fließbedingung, *Zeitschrift der Verein Deutscher Ingenieure*, (72), 734.

Segurado, J., Lebensohn, R., Llorca, J., Tomé, C. (2012). Multiscale modeling of plasticity based on embedding the viscoplastic self-consistent formulation in implicit finite elements, *International Journal of Plasticity*, (28), 124-140.

Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W. (2010). Investigation of the dislocation slip assumption on formability of BCC sheet metals, *International Journal of the Mechanical Sciences*, (52), 1723-1734.

Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W. (2011). Study of limit strains for FCC and BCC sheet metal using polycrystal plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, (48), 1109-1119.

Sidor, J., Miroux, A., Petrov, R., Kestens, L. (2008). Controlling the plastic anisotropy in asymmetrically rolled aluminium sheets, *Philosophical Magazine*, (88), 3779-3792.

Signorelli, J., Bertinetti, M., Turner, P. (2009). Predictions of forming limit diagrams using a rate-dependent polycrystal self-consistent plasticity model, *International Journal of Plasticity*, (25), 1-25.

Signorelli, J. y Bertinetti, M. (2009). On the role of constitutive model in the forming limit of FCC sheet metal with cube orientations, *International Journal of Mechanical Sciences*, (51), 473-480.

Signorelli, J., Bertinetti, M., Turner, P. (2009). Predictions of forming limit diagrams using a rate-dependent polycrystal self-consistent plasticity model, *International Journal of Plasticity*, (25), 1-25.

Signorelli, J.W., Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A. (2012). Experimental and numerical study of the role of crystallographic texture on the formability of an electro-galvanized steel sheet, *Journal of Materials Processing Technology*, (212), 1367-1376.

Smith, William. (1998). *Fundamentos de la Ciencia e Ingeniería de Materiales*, Madrid España.: McGraw-Hill Inc.

Stören, S., Rice, J. (1975). Localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (23), 421-441.

Stoughton, T. (2000). A general forming limit criterion for sheet metal forming, *International Journal of Mechanical Sciences*, (42), 1-27.

Swift, H. (1952). Plastic instability under plane stress, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, (1), 1-18.

Serenelli, M.J., Bertinetti, M.A., Signorelli, J.W. (2011). Study of limit strains for FCC and BCC sheet metal using polycrystal plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, (48), 1109-1119.

Taylor, G. (1938). Plastic strains in metals, *Journal of the Institute of Metals*, (62), 307-324.

Tome, C., Canova, G.R., Kocks, U.F., Christodoulou, N., Jonas, J.J. (1984). The relation between macroscopic and microscopic strain hardening in F.C.C. polycrystals, *Acta metallurgica*, 10(32), 1637-1653.

Tóth, L., Dudzinski, D., Molinari, A. (1996). Forming limit predictions with the perturbation method using stress potential functions of polycrystal viscoplasticity, *International Journal of Mechanical Sciences*, A38(8-9), 805-824.

Tóth, L., Hirsch, J., Van H, P. (1996). On the role of texture development in the forming limits of sheet metals, *International Journal of Mechanical Sciences*, B38(10), 1117-1126.

Tresca, H. (1864). Sur l'écoulement des corps solides soumis à des fortes pressions. *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, (59), 754-756.

Turner, P.A. (1993). Tesis Doctoral, Universidad Nacional de Rosario (1993).

Uppaluri, R., Reddy, R., Dixit, P.M. (2011). An analytical approach for the prediction of forming limit curves subjected to combined strain paths, *International Journal of Mechanical Sciences*, (53), 365-373.

Valerie, R. y Engler, O. (2009). *Introduction to Texture Analysis: Macrotexture, Microtexture and Orientation Mapping*. Germany.: CRC Press Inc

Viatkina, E., Brekelmans, W., Geers, M. (2005). A crystal plasticity based estimate for forming limit diagrams from textural inhomogeneities, *Journal of Materials Processing Technology*, (168), 211-218.

Voce, E. (1948). The Relationship between Stress and Strain for Homogeneous Deformation, *Journal Institute of Metals*, (74), 537-562.

Wenk, R. y Van Houtte, P. (2004). Texture and anisotropy, *Reports on Progress in Physics*, (67), 1367-1428.

Wen, X., Zhai, T., Xiao, C., Ningileri, S., Li, Z., Lee, W., Das, S. (2005). A dislocation-model of forming limit diagrams of FCC metal sheet with combination of cube and copper orientations, *Material Science and Engineering*, A(402), 149-157.

Wu, P.D., Neale, K.W., Giessen, V.D. (1997). On crystal plasticity FLD analysis, *Proceedings of the Royal Society of London*, A(453), 1831-1848.

Wu, P., Neale, K., Van der Giessen, E., Jain, M., Makinde, A., Macewen, S. (1998). Crystal Plasticity forming limit diagram analysis of rolled aluminum sheets, *Metallurgical and Materials Transactions*, A(29), 527-535.

Wu, P., Macewen, S., Lloyd, D., Neale, K. (2004A). Effect of cube texture on sheet metal formability, *Material Science and Engineering*, A(364), 182-187.

- Wu, P., Macewen, S., Lloyd, D., Neale, K. (2004B). A mesoscopic approach for predicting sheet metal formability, *Modelling and Simulation in Materials Science and Engineering*, (12), 511-527.
- Wu, P., Graf, A., Macewen, S., Lloyd, D., Jain, M., Neale, K. (2005). On forming limit stress diagram analysis, *International Journal of Solids and Structures*, (42), 2225-2241.
- Yoon, J.W., Barlat, F., Gracio, J.J., Rauch, E. (2005). Anisotropic strain hardening behavior in simple shear for cube textured aluminum alloy sheets, *International Journal of plasticity*, 12(21), 2426-2447.
- Yoon, J.W. y Hong, S.H. (2006). Modeling of aluminum alloy sheets based on new anisotropic yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, (177), 134-137.
- Yoon, J.W., Dickb, R.E., Barlat, F. (2011). A new analytical theory for earing generated from anisotropic plasticity, *International Journal of Plasticity*, 8(27), 1165-1184.
- Yoshida, K., Ishizaka, T., Kuroda, M., Ikawa, S. (2007). The effects of texture on formability of aluminum alloy sheets, *Acta Materialia*, (55), 4499-4506.
- Yoshida, K., Tadano, Y., Kuroda, M. (2009). Improvement in formability of aluminum alloy sheet by enhancing geometrical hardening, *Computational Materials Science*, (46), 459-468.
- Yoshida, K. y Kuroda, M. (2012). Comparison of bifurcation and imperfection analyses of localized necking in rate-independent polycrystalline sheets, *International Journal of Solids and Structures*, (49), 2073-2084.
- Yuan, H., Li, J., Cai, D., Yang, Q., Liu, W. (2007). Quantitative analysis of texture evolution of direct chill cast and continuous cast AA1100 aluminium alloys during cold Rolling, *Materials Transactions*, (48), 1886-1890.
- Zhang, F., Chen, J., Chen, J. (2014). Effect of through-thickness normal stress on forming limits under Yld2003 yield criterion and MK model, *International Journal of Mechanical Sciences*, (89), 92-100.
- Zhou, Y., y Neale, K. (1995). Predictions of forming limit diagrams using a rate-sensitive crystal plasticity model, *International Journal of Mechanical Sciences*, (37), 1-20.

ANEXOS

ANEXO A: Calculo del tensor de Eshelby de un medio elástico anisotrópico

El estado de tensiones en un medio elástico anisotrópico, de constantes elásticas C_{ijkl} (y de compliancias C_{ijkl}^{-1}), inducido por una distribución de autodeformaciones $\varepsilon_{ij}^*(x)$ queda definida por la ley de Hooke y la ecuación de equilibrio.

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^*) \quad (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^*) = C_{ijkl}^{-1} \sigma_{kl} \quad (\text{A.1})$$

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (\text{A.2})$$

donde σ_{ij} es el tensor de tensiones de Cauchy y ε_{kl} es la tensor de deformación elástica total o de relajación (referida al medio sin autodeformación). En caso de que ε_{ij}^* sea uniforme en el interior de una región elipsoidal (y nula en el exterior de dicha inclusión), la distorsión u_{ij} será también uniforme en el dominio de la inclusión, y estará relacionada con ε_{ij}^* a través de la relación lineal:

$$u_{i,j} = A_{ijpq} C_{pqmn} \varepsilon_{kl}^* \quad (\text{A.3})$$

donde C_{pqmn} es el tensor de constantes elásticas expresado en los ejes principales del elipsoide y donde A_{ijpq} es un tensor simétrico de 4to orden, de la forma:

$$A_{ijpq} = \frac{1}{16\pi} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \int_0^{2\pi} \lambda_{ijpq} \, d\phi \quad (\text{A.4})$$

donde

$$\lambda_{ijpl} = L_{ip}^{-1}(\bar{\xi}) \xi_j \xi_q + L_{jp}^{-1}(\bar{\xi}) \xi_i \xi_q + L_{iq}^{-1}(\bar{\xi}) \xi_j \xi_p + L_{jq}^{-1}(\bar{\xi}) \xi_i \xi_p \quad (\text{A.5})$$

$$L_{ip}(\bar{\xi}) = C_{ijpl} \xi_j \xi_l \quad (\text{A.6})$$

$$\xi_1 = \frac{\sin \theta \cos \phi}{a_1} \quad \xi_2 = \frac{\sin \theta \sin \phi}{a_2} \quad \xi_3 = \frac{\cos \theta}{a_3} \quad (\text{A.7})$$

Los ángulos ϕ y θ ($0 < \phi < 2\pi$ y $0 < \theta < \pi$) son las coordenadas esféricas que definen la dirección un vector $\bar{\xi}$, con respecto al sistema de ejes principales del elipsoide, de longitud $2a_1, 2a_2, 2a_3$. La deformación total ε_{ij} y la rotación ω_{ij} en la inclusión se calculan como la parte simétrica y antisimétrica de la distorsión, respectivamente:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(A_{ijkl} + A_{jkil})C_{klmn}\varepsilon_{mn}^* = S_{ijmn}\varepsilon_{mn}^* \quad (\text{A.8})$$

$$\omega_{ij} = \frac{1}{2}(A_{ijkl} - A_{jkil})C_{klmn}\varepsilon_{mn}^* = \Pi_{ijmn}\varepsilon_{mn}^* \quad (\text{A.9})$$

El tensor de Eshelby S y el tensor de rotaciones locales Π son función de las constantes del medio y de la forma del elipsoide y pueden calcularse a través de (II-8) y (H-9), previa

obtención del tensor A_{ijpq} por integración numérica.

Evidentemente, de (II-3) a (II-7) se desprende que S_{ijkl} y Π_{ijkl} son funciones homogéneas de grado cero de las constantes elásticas y sólo dependen de las relaciones entre las longitudes de los ejes del elipsoide.

ANEXO B: Criterios de fluencia

A continuación se profundiza en la descripción de algunos de estos criterios ampliamente usados y que se encuentran en la literatura.

a) Criterios de fluencia de von Mises y Tresca

Cuando un material alcanza su esfuerzo de cedencia en tensión uniaxial, comenzará a deformarse plásticamente. La descripción de la plasticidad implica la definición de una forma explícita a la función f . Los criterios que definen la forma de la función están relacionados al tipo de material a describir. Para materiales isotrópicos, la función de fluencia se expresa en términos de las tensiones principales como:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{\sqrt{2}} [(\sigma_{11} - \sigma_{22})^a + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^a + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^a]^{1/a} \quad (\text{B.1})$$

Este criterio sólo se aplica a los materiales isótropos, donde $\bar{\sigma}$ es la tensión de fluencia. Para valores del exponente $a = 2$, la expresión de la Ec.(B.1) se reduce al criterio de von Mises [von Mises, 1913], mientras que si $a = 1$ o en el caso límite donde $a \rightarrow \infty$, se recupera el criterio de Tresca [Tresca, 1864]. El criterio de fluencia de von Mises propone que un material comienza la deformación plástica cuando el segundo invariante del tensor de tensiones desviatoria alcanza un valor crítico (máxima energía de distorsión). El criterio de Tresca propone que la cedencia se iniciará en aquellas orientaciones donde el esfuerzo cortante sea el más alto y alcance el valor crítico para iniciar la deformación (máxima tensión de corte).

b) Criterios de fluencia de Hill (Hill'48)

Hill en 1948 introduce por primera vez el concepto de la anisotropía en la ecuación de fluencia, la cual es la base para el establecimiento de la teoría de la anisotrópica en deformación plástica. El Criterio de Fluencia Hill Cuadrático (Hill'48) para materiales anisotrópico se describe mediante la siguiente expresión:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{2} [F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{33})^2 + 2L\tau_{23}^2 + 2M\tau_{31}^2 + 2N\tau_{12}^2] \quad (\text{B.2})$$

Los parámetros F, G, H, L, M, N son constantes características de la anisotropía del material que pueden ser determinados experimentalmente, siendo σ_{ij} las tensiones principales. Es importante precisar los supuestos en los cuales se funda este criterio:

- i) Es una extensión del Criterio de von Mises, de modo tal que si la anisotropía se elimina $L = M = N = 3F = 3G = 3H$, el Criterio de Hill se reduce al de von Mises.
- ii) El Criterio de Hill cuadrático depende sólo de la tensión desviatoria.
- iii) Sólo se consideran diferencias entre tensiones normales, porque se supone que una presión hidrostática superpuesta no afecta la fluencia plástica.

Al igual que en los materiales isotrópicos, se supone que la función $f(\sigma_{ij})$ es un potencial plástico. Por tanto, los incrementos de deformación son normales a la superficie de fluencia. Una característica que debe destacarse de este criterio de fluencia es que los ejes principales de tensiones coinciden con los ejes principales de deformación, solamente si los ejes principales de tensiones coinciden con los ejes principales de anisotropía. Si los ejes de anisotropía de material se asumen ortogonales, se puede escribir que: $(G + H)(\sigma_{11})^2 = 1$; $(F + H)(\sigma_{22})^2 = 1$; $(F +$

$G)(\sigma_{33})^2 = 1$, donde σ_{11} , σ_{22} , σ_{33} son las tensiones de fluencia normales con respecto a los ejes de anisotropía y los parámetros F , G y H se definen según:

$$\begin{aligned} F &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_{22})^2} + \frac{1}{(\sigma_{33})^2} - \frac{1}{(\sigma_{11})^2} \right] \\ G &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_{33})^2} + \frac{1}{(\sigma_{11})^2} - \frac{1}{(\sigma_{22})^2} \right] \\ H &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(\sigma_{11})^2} + \frac{1}{(\sigma_{22})^2} - \frac{1}{(\sigma_{33})^2} \right] \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

De manera similar, si τ_{12} , τ_{23} y τ_{31} son las tensiones de fluencia en corte con respecto a los ejes de anisotropía, se tiene que los parámetros L , M y N se expresan en la forma siguiente:

$$L = \frac{1}{2(\tau_{23})^2} \quad M = \frac{1}{2(\tau_{31})^2} \quad N = \frac{1}{2(\tau_{12})^2} \quad (\text{B.4})$$

c) Criterio de fluencia de Hill cuadrático para tensión plana (Hill'50)

Hill en 1950 hace una modificación al criterio anterior introduce para una delgada chapa laminada la condición de tensión plana $\sigma_{33} = 0$. La cual se expresa de la siguiente forma:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{(2R+1)}}} [(R+1)\sigma_{11}^2 - 2R\sigma_{11}\sigma_{22} + (R+1)\sigma_{22}^2]^{1/2} \quad (\text{B.5})$$

donde $\bar{\sigma}$ es la tensión equivalente, R es el coeficientes de anisotropía planar, se asume que las tensiones principales σ_{11}, σ_{22} están alineadas con los ejes de anisotropía, con σ_{11} en la dirección de laminación y σ_{22} perpendicular a la dirección de laminación.

d) Criterio de fluencia de Hill generalizado (Hill'79)

La ecuación de Hill'50 describe muy bien el límite de fluencia de los aceros de estructura ferrítica (BCC); sin embargo, para materiales FCC las discrepancias son importantes. Por esta razón, Hill en 1979 propone una nueva versión la que en forma simplificada considera anisotropía en el espesor e isotropía en el plano, expresada de la siguiente manera:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2(1+R)} \{ |\sigma_{11} + \sigma_{22}|^m + (1 + 2R) |\sigma_{11} - \sigma_{22}|^m \} \right]^{1/m} \quad (\text{B.6})$$

donde R es el coeficiente de anisotropía normal calculado con el ensayo uniaxial para R_0 , R_{45} y R_{90} respecto a la dirección de laminación, m es el coeficiente del material y se calcula de datos experimentales.

$$R = (R_0 + 2R_{45} + R_{90})/4 \quad (\text{B.7})$$

La desventaja es que se expresa utilizando sólo tensiones principales y la superficie de fluencia prevista está a veces lejos de la superficie experimental de la prevista por Bishop-Hill.

e) Criterio de fluencia de Hosford

En este modelo, Logan y Hosford en 1979 proponen la siguiente función de fluencia para el estado de tensión plana de materiales anisótropos:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{1+R} (|\sigma_{11}|^m + |\sigma_{22}|^m) + \frac{R}{1+R} |\sigma_1 - \sigma_2|^m \right]^{1/m} \quad (\text{B.8})$$

El valor de $m=6$ para metales BCC, $m= 8$ para la FCC. Este criterio puede verse como una generalización de Hill'48 cuadrático en condición de tensión plana y anisotropía normal en formas no-cuadráticas.

f) Criterios de fluencia de Barlat

Las funciones de fluencia fenomenológica de Barlat y sus colaboradores conocida como Yld'89, Yld'91, Yld'96, Yld2004-18p y otras, ha sido empleada en numerosas formulaciones de materiales [Barlat y Richmond, 1987; Barlat y Lian, 1989; Barlat et al., 1991, 1997, 2003, 2004, 2005]. En estos años de investigación tres grandes obras, se han aplicado con resultados muy significativo con diferencia en términos de complejidad y precisión. La exactitud de la solución entre las funciones de fluencia serán discutidos a continuación.

i) Función de fluencia de Barlat Yld'89

Barlat y Lian (1989) desarrollan una función de fluencia para tensión plana ($\sigma_{33} = 0$) y anisotropía en el plano, que puede ser visto como una generalización de Hosford, esta se ha convertido en uno de los modelos más utilizados para anisotropía planar y tiene la forma:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2} [a|K_1 + K_2|^m + a|K_1 - K_2|^m + c|2K_2|^m] \right]^{1/m} \quad (\text{B.9})$$

$$K_1 = (\sigma_{11} + h\sigma_{22})/2 \quad (\text{B.10})$$

$$K_2 = \{((\sigma_{11} - h\sigma_{22})/2)^2 + (\rho\sigma_{12})^2\}^{1/2} \quad (\text{B.11})$$

donde a , c , h , y ρ tienen que ser determinados a partir de muchos experimentos. El parámetro c se determina de la condición de fluencia en la dirección de laminación, debe ser exactamente reproducido $c = (2 - a)$. Los otros parámetros se determinan de la anisotropía normal en las tres direcciones.

ii) Función de fluencia de Barlat Yld'91

El punto de partida en la definición del criterio de fluencia es representado adecuadamente por la siguiente función, tal como es sugerido por Hosford (1972):

$$\phi = |\theta_1 - \theta_2|^a + |\theta_2 - \theta_3|^a + |\theta_3 - \theta_1|^a = 2\bar{\sigma}^a \quad (\text{B.12})$$

donde (θ_k) son los valores principales de la matriz simétrica θ_{ij}

$$\theta_{ij} = \begin{vmatrix} \theta_{11} & \theta_{12} & \theta_{13} \\ \theta_{12} & \theta_{22} & \theta_{23} \\ \theta_{13} & \theta_{23} & \theta_{33} \end{vmatrix} \quad (\text{B.13})$$

y $\bar{\sigma}$ es la tensión de fluencia. El exponente (a) está relacionada a la estructura cristalina del material, es decir, 6 para estructuras BCC y 8 para estructuras FCC. Esto fue establecido como resultado de muchas simulaciones policristalina [Barlat et al., 2003]. Por lo tanto, aunque macroscópico, este modelo contiene implícitamente la información relativa a la estructura del material. En la función Yld'91, los valores de (θ_{ij}) se definen como la función de los componentes de la tensión de Cauchy en la forma:

$$\begin{aligned} \theta_{11} &= \frac{C_3(\sigma_{11}-\sigma_{22})-C_2(\sigma_{33}-\sigma_{11})}{3} \\ \theta_{22} &= \frac{C_1(\sigma_{22}-\sigma_{33})-C_3(\sigma_{11}-\sigma_{22})}{3} \\ \theta_{33} &= \frac{C_2(\sigma_{33}-\sigma_{11})-C_1(\sigma_{22}-\sigma_{33})}{3} \\ \theta_{23} &= C_4\sigma_{23} \quad \theta_{13} = C_5\sigma_{13} \quad \theta_{12} = C_6\sigma_{12} \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

donde $C_{i=1...6}$ son los coeficientes de anisotropía obtenidos de ensayos mecánica uniaxial. Si los coeficientes $C_{i=1...6}$ se reducen a uno, se

obtienen los componentes de las tensiones desviadoras, es decir, el material es isotrópico.

iii) Función de fluencia de Barlat Yld'96

Este modelo fenomenológico toma en cuenta todos los factores que contribuyen a la anisotropía (estructura de grano, precipitado, microestructura heterogénea). Parece ser adecuado que describa la superficie de flujo para cualquier chapa de aleación de aluminio simple y otros materiales FCC e incluso BCC, se expresa como:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{2} \{ \alpha_1 |s_2 - s_3|^a + \alpha_2 |s_3 - s_1|^a + \alpha_3 |s_1 - s_2|^a \} \right]^{1/a} \quad (\text{B.15})$$

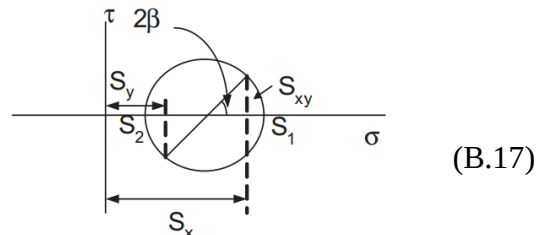
donde a es el coeficiente con 6 para BCC y 8 para FCC y s_1, s_2, s_3 son los valores principales de la tensión equivalente de plasticidad isotrópico, dada por: $\mathbf{s} = \mathbf{L} : \boldsymbol{\sigma}$, donde $\mathbf{L}$ es el tensor de cuarto ordenes, $\boldsymbol{\sigma}$ el tensor de tensión de Cauchy y $\mathbf{s}$ tensor desviatorio que depende en este caso de un material ortotropico y c_1, c_2, c_3 , los tres parametros independientes dado por:

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} s_x \\ s_y \\ s_z \\ s_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{c_2+c_3}{3} & \frac{c_2+c_3}{3} & -\frac{c_2}{3} & 0 \\ -\frac{c_3}{3} & \frac{c_3+c_1}{3} & -\frac{c_1}{3} & 0 \\ -\frac{c_2}{3} & -\frac{c_1}{3} & \frac{c_2+c_1}{3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ 0 \\ \sigma_{xy} \end{bmatrix} \quad (\text{B.16})$$

donde $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ son coeficientes anisotropicos relativos al material definidos:

$$\alpha_1 = \alpha_x \cos^2 \beta + \alpha_y \sin^2 \beta$$

$$\alpha_2 = \alpha_x \sin^2 \beta + \alpha_y \cos^2 \beta$$



$$\alpha_3 = \alpha_{z0} \cos^2 2\beta + \alpha_{z1} \sin^2 2\beta$$

donde 2β representa el ángulo entre la tensión principal y s_{xy}

$$2\beta = \tan^{-1} \left(\frac{2s_{xy}}{s_x - s_y} \right) \quad (\text{B.18})$$

iv) Función de fluencia de Barlat Yld2004-18p

Debido a que Yld'91 no es capaz de capturar el comportamiento anisotrópico de chapas de aluminio a un grado deseable de exactitud, Barlat et al. (2003) introduce dos transformaciones lineales que operan en la suma de dos funciones de fluencia para tensión plana. Esta función de fluencia incluye más coeficientes de anisotropía y por lo tanto da una mejor descripción de las propiedades anisotrópicas del material. La extensión de la Ec.(B.15) para un estado de tensión, en general se basa en dos transformaciones lineales del desviador de tensión (s). Estas dos transformaciones lineales se expresan como:

$$\tilde{s}' = C's = C'Z\sigma = L'\sigma$$

$$\tilde{s}'' = C''s = C''Z\sigma = L''\sigma \quad (\text{B.19})$$

donde Z es una matriz que transforma el tensor de tensiones de Cauchy (σ) a su desviador (s). Por lo tanto, $\tilde{s}'$ y $\tilde{s}''$ son linealmente transformado a desviador de tensión y C' y C'' y L' y L'' son matrices que contienen los coeficientes de anisotropía, las transformaciones lineales se pueden expresar en la forma más general con las siguientes matrices:

$$C' = \begin{vmatrix} 0 & -c'_{12} & -c'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{21} & 0 & -c'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c'_{31} & -c'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c'_{66} \end{vmatrix} \quad (\text{B.20})$$

$$C'' = \begin{vmatrix} 0 & -c''_{12} & -c''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{21} & 0 & -c''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -c''_{31} & -c''_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c''_{66} \end{vmatrix} \quad (\text{B.21})$$

Por último, la función de fluencia anisotrópica Yld2004-18p se define como la función de los valores principales de las matrices, $\tilde{s}'$ y $\tilde{s}''$:

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{1}{4} \{ |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_1 - \tilde{s}''_3|^a + |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_2 - \tilde{s}''_3|^a + |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_1|^a + |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_2|^a + |\tilde{s}'_3 - \tilde{s}''_3|^a \} \right]^{1/a} \quad (\text{B.22})$$

Para las aplicaciones de conformado de chapas, los datos experimentales para derivar los coeficientes de anisotropía se componen de las tensiones de flujo y coeficientes S , de deformación (valores r) para la tensión a lo largo de siete direcciones en el plano de la chapa (RD a la TD en incrementos de 15 °), la tensión biaxial de flujo de los ensayo de acopada hidráulico y el valor biaxial (r) del ensayo de compresión de disco. Tal cantidad de información de entrada puede ser difícil de obtener en algunos casos. Note que cuando $C' = C''$ la cantidad de información es por sólo una transformación lineal y Yld2004-18p se reduce a Yld'91 siempre que el número de coeficientes independientes se impone a 6. Además, este criterio es isotrópico si todos los coeficientes se reducen a

uno. Se remite al lector a [Barlat et al., 2005; Yoon et al., 2005, 2006] para obtener información adicional sobre este modelo.

ANEXO C: Equipamiento experimental



Figura C-1: a) Horno Nabertherm (UTT-Francia), b) Horno Nabertherm con probetas de Nakazima, c) Horno LINDBERG (USACH-Chile).

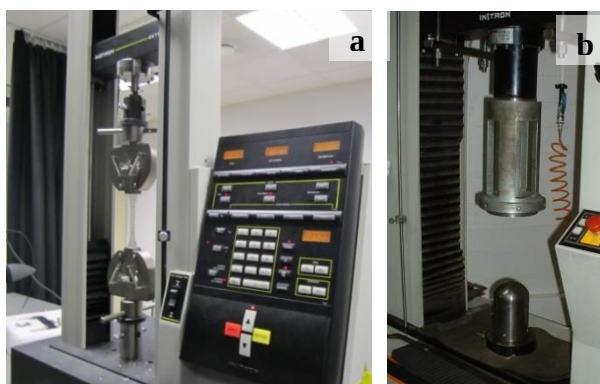


Figura C-2: a) Instron 4111-1.5 kN (UTT), b) Instron 4206-15 Ton (PUC).

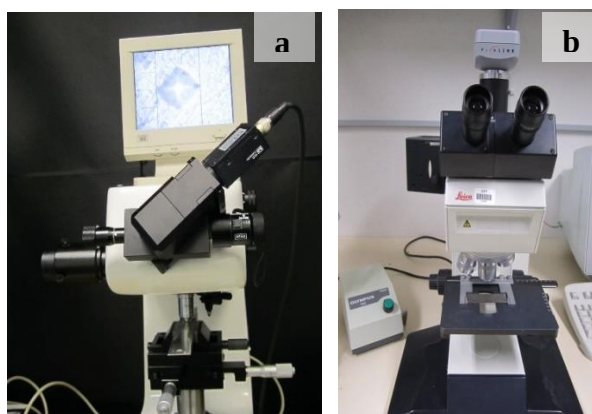


Figura C-3: a) Microdurómetro Modelo FM-300E, b) Microscopía óptica (UTT).

ANEXO D: Participación en Congresos

1.- Congresos Internacionales

Modelación policristalina del proceso de trefilado de alambres. Alicia Durán, Diego Celentano, Javier Signorelli, Marcela Cruchaga. Congreso Internacionales ENIEF 2011:: XIX Congreso sobre Métodos Numéricos y sus Aplicaciones Mecánica Computacional Vol XXX, págs.. 651-662 1-4 de Noviembre de 2011, Rosario, Argentina. <http://www.cimec.org.ar/ojs/index.php/mc/article/viewFile/3784/3706>

2.- Congresos Nacionales

i) Modelación policristalina del ensayo de tracción de un material FCC. Alicia Durán, Diego Celentano, Javier Signorelli, Marcela Cruchaga. Jornada de Mecánica Computacional, 13 y 14 de Octubre de 2011, Pontificia Universidad de Católica de Chile, Santiago, Chile. (Exposición)

ii) Modelización policristalina del comportamiento a tracción de chapas de aluminio. Alicia Durán, Diego Celentano, Javier Signorelli, Manuel Francois, Marcela Cruchaga. 12° Congreso Binacional de Metalurgia y Materiales, 22-26 de Octubre de 2012. Valparaíso, Chile (Pág. 180 libro resumen tópico 3.33).(exposición).

http://www.conamet-sam.cl/wp-content/uploads/libro_resumen.pdf

iii) Análisis experimental y numérico de la conformabilidad de chapas de aluminio AA1100. Alicia Durán, Diego Celentano, Javier Signorelli, Marcela Cruchaga. Jornada de Mecánica Computacional, 3 y 4 de Octubre de 2013, Universidad de Santiago, Chile.(exposición)