



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

LOCALIZACIÓN DE ROADSIDE UNITS EN UNA RED DE TRANSPORTE PÚBLICO PARA MÁXIMA PROBABILIDAD DE COMUNICACIÓN

MELISA ELISANA PÉREZ BATISTA

Tesis para optar por el grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
MIGUEL RÍOS O.

Santiago de Chile, (Mayo, 2012)

© 2012, Melisa Pérez



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

LOCALIZACIÓN DE ROADSIDE UNITS EN UNA RED DE TRANSPORTE PÚBLICO PARA MÁXIMA PROBABILIDAD DE COMUNICACIÓN

MELISA ELISANA PÉREZ BATISTA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

MIGUEL RÍOS OJEDA

VLADIMIR MARIANOV

REINALDO VALLEJOS

DOMINGO MERY

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, (Mayo, 2012)

A mis Padres, Judith y José, a
mis hermanos Ericka, Manuel y
Gaby.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo es el resultado de un gran esfuerzo, y el merito lo comparto con otras personas. Por lo que quiero agradecer en estas líneas, en primer lugar, a Dios por ser ese motor y fortaleza durante estos años de estudio y dedicación.

A la Organización de Estados Americanos (OEA), por su aporte económico para mi formación como Magíster.

A mis profesores, especialmente al Dr. Miguel Ríos y al Dr. Vladimir Marianov, expreso a ustedes mi admiración, gratitud por su guía y consejos a lo largo del desarrollo de este trabajo de investigación. A los miembros de mi comité evaluador, el Dr. Domingo Mery y el Dr. Reinaldo Vallejos, por sus observaciones y comentarios sobre este trabajo.

Quisiera agradecer a mis padres, porque con sus esfuerzos nos han brindando la mejor educación posible, han sabido guiarnos y educarnos en el transitar de la vida; a mis hermanos, al resto de mi familia, a Carlos y a mis amigos (en Panamá), quienes, a la distancia, me han animado cada día para estar más cerca a mis metas profesionales, gracias por su cariño y apoyo incondicional.

Definitivamente tengo que agradecer a mis compañeros de maestría, a mis compañeros de oficina, y a mis amigos fuera de la universidad, todos con el mismo propósito de estudios. Gracias por darme ánimos, por acompañarme en estos dos años y por compartir los buenos y malos momentos. Quiero en particular mencionar a Jennifer, Lurys, Sergio, Marisol, y por supuesto a Niklas por hacer de la oficina un ambiente familiar y alegrarme los días. A Armin, gracias por las opiniones y el tiempo dedicado a la lectura del borrador. Al grupo de LATINA por el grato compañerismo, y al personal Administrativo de la Universidad.

INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	v
INDICE DE FIGURAS.....	vi
RESUMEN.....	vii
ABSTRACT.....	viii
1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes generales de VANETs	1
1.2 Motivación y objetivos.....	4
1.3 Revisión de literatura	5
1.4 Modelo del sistema y definición del problema	8
1.4.1 Información del sistema.....	8
1.4.2 Planteamiento del problema	12
1.5 Aporte y conclusiones	13
2. Location of fixed Roadside Unit in a Public Transportation Network for Maximum Communications Probability	16
BIBLIOGRAFIA	44
A N E X O S	47
Anexo 1: Análisis de conectividad con una RSU en el extremo del segmento.	47
Anexo 2: Ejemplo numérico	51

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla A2-1: Detalle del peso de cada arco del grafo $H(V,E)$ para la red del ejemplo numérico.....	51
Tabla A2-2: Resultados de la metodología para la red de ejemplo, con $R = 250$ m y $\lambda = 0.6$ veh/km	53
Tabla A2-3: Resultados de la metodología para la red de ejemplo, con $R = 300$ m y $\lambda = 0.6$ veh/km.....	53

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1: Arquitectura de una VANET híbrida..	2
Figure 2-1: Model of a one-dimensional network of length S .	20
Figure 2-2: Communication Model for a segment with RSUs at the edges.....	22
Figure 2-3: Scenario when the segment is $2R \leq w \leq 3R$	24
Figure 2-4: Test network, the bus route D17 of Transantiago.	31
Figure 2-5: Total connection probability as a function of the communication radius (under unit disk model)..	33
Figure 2-6: Connection probability as a function of the number of RSUs..	34
Figure 2-7: Number of RSUs as a function of the transmission range R (under unit disk model) for a connection probability of the network of at least 90%.	36
Figure 2-8: Number of RSUs as a function of the transmission range R (under log-normal shadowing model, $\alpha = 2.7$ and $\sigma = 2$), required for a probability $\geq 90\%$	36
Figure 2-9: Locations of RSUs on the network, considering a vehicle density of 0.6 veh/km and two different communication radius (unit disk model).	37
Figure 2-10: Locations of RSUs on the network, considering a vehicle density of 0.6 veh/km and two different transmission ranges (log-normal model)..	37
Figure 2-11: Localizations of 10 RSUs on the network, considering $R = 500$ m and a vehicle density of 1.0 veh/km.....	38
Figura A1-1: Modelo de comunicación para un segmento de red $[0, w]$ con una RSU en el extremo.	48
Figura A2-1: Red de prueba. Análisis numérico.....	51

RESUMEN

Las redes Vehiculares ad-hoc (VANETs) juegan un rol importante en el desarrollo de Sistemas Inteligentes de Transporte (ITS), en donde muchas de las aplicaciones consideran el uso de infraestructura en la red. La planificación y diseño de este tipo de redes es primordial en ambientes que no están completamente radio cubiertos, en donde el número de infraestructura o *Roadside Units* (RSUs) a instalar es limitado, y la fiabilidad de la entrega de información es transcendental.

En esta tesis, se considera el problema de localizar un número fijo de RSUs en una VANET híbrida lineal (1-D) en un ambiente con baja densidad de vehículos, y alto requerimiento de comunicación. Proponemos una metodología de localización de las RSUs que se basa en maximizar la probabilidad que un vehículo se comunique con una RSU en al menos dos saltos de comunicación (probabilidad de enlace o conexión). Desarrollamos un modelo que estima la probabilidad que un vehículo pueda acceder satisfactoriamente una RSU directamente o indirectamente (a través de otro vehículo), y de acuerdo a esta medida de probabilidad, determinamos las ubicaciones óptimas de las RSUs para máxima probabilidad de comunicación.

Los resultados muestran que existe un equilibrio entre el número de RSUs y el rendimiento de la red, lo que resulta de gran interés en el diseño y manejo de recursos para este tipo de redes.

Palabras Claves: Location, Vehicular *ad hoc* networks, Roadside Communication Units

ABSTRACT

Vehicular ad-hoc networks (VANETs) play an important role in the development of Intelligent Transportation Systems (ITS) on which many of the applications consider the use of network infrastructure. The design and planning of these networks is essential in environments that are not fully covered and the reliability of delivered information is transcendental. Specially where the number of Roadside Units (RSUs) to be installed is limited by the cost of the infrastructure or its installation.

We locate a fixed number of Roadside Units in a linear vehicular ad-hoc network, in a scenario with low vehicle density and high communication reliability requirements. The methodology for deploying the RSUs is based on maximizing the probability that a vehicle communicates with an RSU in at most two hops (link or connection probability). We estimate the probability of a given vehicle accessing successfully an RSU either directly or through the relay of another vehicle. This probability is later embedded in an integer programming formulation that optimizes RSU locations for maximum communications likelihood.

The results show that there is a relation between the number of RSUs and the network performance, which is of great interest in the design and management of resources for this type of networks.

Keywords: Location, Vehicular *ad hoc* networks, Roadside Communication Units

1. INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los antecedentes del trabajo realizado. Para iniciar, en la Sección 1.1 se sintetiza una introducción a Redes Vehiculares Ad-hoc. Los principales objetivos de la tesis se exponen en la Sección 1.2. Un resumen de las contribuciones anteriores respecto a localización de infraestructura en VANETs se presenta en la Sección 1.3. El marco de la metodología y el análisis principal de la tesis, se refieren a la Sección 1.4. Por último, en la Sección 1.5 se reúnen las principales conclusiones derivadas de este trabajo y se sugieren trabajos futuros en base a esta investigación. El Capítulo 2 contiene el artículo principal de esta tesis.

1.1 Antecedentes generales de VANETs

El desarrollo de investigaciones basadas en comunicaciones móviles e inalámbricas ha dado paso a un gran número de nuevas tecnologías entre las que destacan las Redes Vehiculares Ad-hoc (VANETs).

VANET es un tipo especial de red móvil ad-hoc en la que los vehículos representan los nodos de la red; los cuales pueden comunicarse entre sí y además pueden establecer comunicación con infraestructura desplegada a lo largo de la carretera. En estas redes los vehículos pueden ser de cualquier tipo, de carácter privado o de carácter público, y la infraestructura funciona como estaciones base o *gateways* y están a cargo del operador de la red. De aquí que la arquitectura de una VANET puede ser híbrida, compuesta por OBUs (Onboard Units) instalados en los vehículos para proveer comunicación inalámbrica, y por RSUs (Roadside Units) que son los nodos fijos desplegados en puntos determinados a lo largo de la vía. La Figura 1-1 muestra un modelo de la arquitectura de la red. Dicha arquitectura permite dos tipos de comunicación: la comunicación Vehículo a Vehículo (V2V) y la comunicación Vehículo a Infraestructura (V2I), y para ambos tipos se acepta que la comunicación sea a un salto (one-hop), tanto como a varios

saltos de comunicación (multi-hops) en donde vehículos intermedios actúan como encaminadores (*relay*) respecto a las posiciones de las unidades.

Para hacer frente al dinamismo de los ambientes vehiculares el grupo de IEEE802.11 desarrolló el estándar IEEE802.11p, referenciado también como WAVE (Wireless Access in Vehicular Environment), y cuya finalidad es asegurar la operatividad de la comunicación V2V y V2I que requiere un intercambio de datos de corta duración debido a la velocidad de los nodos. IEEE802.11p tiene asignado el espectro DSRC (Dedicate Short Range Communication) con licencia en la banda de 5.9 GHz para Estados Unidos (y 5.8 GHz para Japón y Europa), ofreciendo transferencia de datos entre 6 y 27 Mbps a distancias medias de hasta 1 km y a altas movilidades (velocidades de 200 km/h) (http://grouper.ieee.org/groups/802/11/Reports/tgp_update.htm).

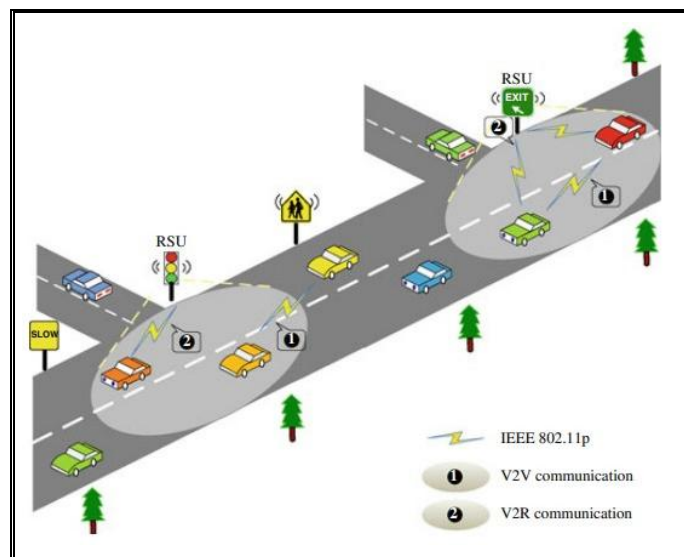


Figura 1-1: Arquitectura de una VANET híbrida, por Zhang, Ho & Tapolcai (2011).

Una VANET presenta características y un comportamiento especial que la distinguen de otros tipos de redes móviles. Según Moustafa & Zhang (2009), ésta se diferencia de otros tipos de redes por características como:

- Por lo general, no presentan restricciones de energía como en el caso de una red de sensores o una red ad-hoc común; en una VANET los nodos tienen energía en forma continua a través de las baterías del vehículo.
- Presentan movilidad predecible ya que usualmente sus movimientos están limitados por la carretera o vía, por lo tanto, con información como velocidad promedio, trayectoria (o ruta) e información de tráfico (o mapas de tráfico), es fácil predecir las posiciones de los nodos.
- El ambiente bajo el que opera una VANET es altamente dinámico, los vehículos se mueven en ambos sentidos e incluye entornos sobre autopistas, donde la densidad de vehículos puede ser de 1 ó 2 vehículos por kilómetro, sin grandes obstáculos que influyan sobre la comunicación inalámbrica; y entornos en ciudades, donde la densidad de nodos puede ser muy alta (en hora punta), y la presencia de obstáculos, tales como edificios, es común.
- En una VANET la topología de la red y la conectividad son diferentes respecto a los clásicos modelos de redes ad-hoc. El hecho de que los vehículos se están moviendo y cambiando de posición, hace que la topología de la red cambie frecuentemente con la conexión y desconexión de los enlaces entre los nodos.

Con todas estas características VANET es una tecnología que ha ido emergiendo y se ha convertido en un soporte importante para el desarrollo de los Sistemas Inteligentes de Transporte (ITS), aportando a aplicaciones orientadas al confort de los pasajeros (por ejemplo, acceso a Internet y descargas multimedia) y a las de seguridad vial y control tráfico (por ejemplo, coordinación de tráfico y aplicaciones que apuntan a la disminución de accidentes). Investigaciones realizadas por Zeadally, Hunt, Chen, Irwin & Hassan (2010), Yang & Bagrodia (2009) y Yousefi, Mousavi, & Fathy (2006) enmarcan lo anterior en forma general, sin embargo las aplicaciones que más resaltan en ITS son las de control de tráfico y seguridad vial (Cheng, Shan, & Zhuang, 2011). Si hacemos referencia

específicamente al control de tráfico, estas aplicaciones buscan recolectar información de los vehículos para que sea utilizada por el centro de control u operación de la red. Por lo tanto, para dichas aplicaciones la comunicación V2I (apoyada con la comunicación V2V) es elemental. Cada vehículo requerirá enviar información al centro de control por medio de una RSU, lo que exige su instalación en la red. Desde este enfoque, se introduce el tema principal de la presente investigación el cual se sienta en estudiar la mejor ubicación de los nodos de infraestructura para mantener una comunicación eficiente entre vehículos y RSUs.

1.2 Motivación y objetivos

Enfocándonos en un Sistema de Transporte Público (PTS) de autobuses, uno de los retos a los que se enfrentan es poder mantener un servicio eficiente. Lo que conlleva a la actuación de sistemas de control por parte del operador de la red en orden de mantener un equilibrio del servicio en la vía. Y para esto, es importante contar con la información en tiempo real del posicionamiento de los buses.

Actualmente, una de las soluciones que se utiliza para enviar y recibir datos desde el centro de control es el uso de sistemas de GSM/GPRS¹. En específico, cada bus cuenta con un módulo GPS (Global Position System) a través del cual obtiene su información de posicionamiento, y la que luego es enviada al centro de control a través de una conexión GSM/GPRS (*Transantiago Official Documentation, Anex G: Communications Systems, page 20.*). Sin embargo con esta tecnología aún se presentan deficiencias de comunicación entre buses y el centro de control, causando un déficit en la fiabilidad de la entrega de información que se necesita.

¹ Global System for Mobile Communications (GSM). General Packet Radio Service (GPRS).

Es aquí donde, en orden de cubrir esta deficiencia y de mejorar la probabilidad de comunicación, VANET se presenta como una buena opción para tales fines. En este sentido, los buses (equipados con OBUs) requieren enviar información al centro de control por medio de una RSU, de modo que es importante determinar los lugares donde éstas deben ir ubicadas y así asegurar la probabilidad de conexión necesaria para la entrega de información.

De aquí que el objetivo general de esta investigación es plantear un modelo de optimización que se encargue de la localización de un número fijo de RSUs, basándose en la probabilidad de conectividad de la red, con el objeto de mantener una comunicación eficiente entre buses e infraestructura. Dentro de los objetivos específicos se encuentran: 1) Definir la información del sistema y el modelo de la red considerando las características de un recorrido del sistema de transporte público de autobuses. 2) Proponer y evaluar un esquema analítico que refiere la conectividad de la red, y el cual relacione parámetros como: radio de cobertura de las unidades, densidad de vehículos en la red, modelo de canal inalámbrico. 3) Plantear un método de localización de RSUs. 4) Evaluar los resultados y analizar el equilibrio entre el número de RSUs y la conectividad en una VANET con infraestructura.

1.3 Revisión de literatura

Como hemos mencionado, nuestro objetivo es crear una metodología para la localización de un número fijo de RSUs basada en la probabilidad de comunicación entre vehículos e infraestructura. De aquí, que la construcción de esta metodología se da a partir de la contribución de dos líneas de investigación. La primera se refiere a la conectividad en VANETs, la cual ha sido uno de los tópicos de interés desde el inicio de los estudios de estas redes, y cuyo análisis está estrechamente relacionado a las investigaciones de conectividad en redes ad-hoc,

tanto en presencia o ausencia de infraestructura en la red, ad-hoc híbridas o puras respectivamente. Una de estas investigaciones es la realizada por Dousse, Thiran, & Hasler (2002) quienes introducen el tema de conectividad para ambos tipos de redes (ad-hoc puras e híbridas) y concluyen que para redes 1-D la conectividad está limitada a comunicaciones de corto alcance ya que es altamente probable que la red se mantenga dividida en *clusters* y que la inclusión de infraestructura en la red mejora notablemente la conectividad. Por otra parte, Bettstetter & Hartmann (2005), Zhang, Ng, Mao, & Anderson (2011) presentan también estudios analíticos de conectividad, pero en sus análisis consideran un ambiente con desvanecimiento de sombra (*shadow-fading*). Para todos estos casos los estudios incluyen comunicación tanto a uno como a varios *hops*. En este sentido, estudios como los de Mao, Zhang & Anderson (2010), y Miorandi & Altman (2006) muestran un marco analítico para la comunicación a múltiples *hops*. Particularmente, Ho & Leung (2007) presentaron un estudio de conectividad para buses en un área urbana. Ellos muestran a través de simulaciones que la comunicación a más de tres *hops* entrega estadísticas pobres para la conectividad (V2V) a diferencia de la comunicación a uno y dos *hops* que presentó mejores resultados. Además en un estudio más reciente Ho, Leung & Polak (2009) mostraron que la suposición de una distribución Poisson para la distribución real de los vehículos es una buena aproximación incluso cuando los vehículos interactúan entre sí así como cuando sus movimientos son controlados por las señales de tránsito, condición que asumimos en nuestro estudio.

Gran parte de las investigaciones coinciden en que la conectividad en VANETs es influenciada principalmente por factores como: la densidad de vehículos, el rango de transmisión de los dispositivos de comunicación, las condiciones del ambiente (urbano o rural), la movilidad de los nodos, y la presencia de infraestructura en la red. En consecuencia la conectividad ha sido estudiada desde varios enfoques. Por ejemplo, desde el punto de vista de la mínima tasa de penetración de vehículos

(densidad) y el mínimo rango de transmisión, Panichpapiboon & Pattara-Atikom (2008) presentaron un marco analítico de conectividad en una VANET para analizar el número de vehículos requeridos en la red para la distribución de información entre vehículos, y además determinan el rango de transmisión para un nivel de conectividad particular, sin embargo consideran sólo la comunicación V2V. Un estudio similar es realizado por Yousefi, Altman, El-Azouzi & Fath (2008b) quienes estiman el mínimo rango de transmisión en orden de alcanzar un grado de conectividad en la red, pero en un ambiente en presencia de *roadside units*. Todos estos estudios dejan claro la relevancia de la conectividad en VANETs y la cual es vista como una medida de la fiabilidad de la comunicación V2V y V2I.

La segunda línea de investigación, es la localización de instalaciones en redes. Tema ampliamente conocido, aplicable también a diversos sistemas de redes (Eiselt & Marianov, 2011), y que en VANET se enfoca específicamente a la optimización del despliegue de *roadside units* en la red.

Varios son los estudios realizados sobre el despliegue óptimo de RSUs y distintas métricas de desempeño son consideradas. Por ejemplo, el estudio realizado por Sou (2010) tiene como métricas satisfacer la conectividad de la red y maximizar el ahorro de energía de las RSUs. Aquí el interés es determinar el número de RSUs que deben estar en estado de encendido de modo que se mejoren estos objetivos. Sin embargo, se asumen que las RSUs son desplegadas con un espaciamiento constante entre cada una, y la comunicación V2I es realizada a 1-hop.

Li, Huang, Fang y Lin (2007) consideran el problema de ubicación de *gateways* en redes vehiculares para brindar acceso a Internet, y en su problema exigen cobertura completa por parte de los RSUs. Trullos, Fiore, Casetti, Chiasserini y Ordinas (2010) formulan un problema de optimización para encontrar la estrategia de despliegue de RSUs que maximice la entrega de información, y se apoyan en el conocimiento perfecto del número y los movimientos de los vehículos de toda la

red. Aslam y Zou (2011) proponen un esquema de localización de un número fijo de RSUs para minimizar el tiempo que le toma a un vehículo reportar un evento, y asumen que las RSUs pueden ser localizadas en cualquier punto o lugar de la red. De nuestra parte, estamos interesados en estudiar el problema de localización de infraestructura con el fin de mejorar la probabilidad de comunicación V2I, en un ambiente donde se desconocen las posiciones de los vehículos, el número y los posibles puntos de localización de RSUs son preestablecidos, y la densidad de vehículos en la red es particularmente baja.

1.4 Modelo del sistema y definición del problema

A continuación se presenta conceptualmente la metodología para la localización de RSUs en la red. Dicha localización está basada en un análisis de la probabilidad de enlace entre los vehículos y la infraestructura, en un máximo de dos saltos de comunicación. Inicialmente se expone cómo es obtenida la información del sistema, es decir se describe el modelo analítico que define la probabilidad de enlace. Posteriormente se señala el planteamiento del problema.

1.4.1 Información del sistema

La caracterización de una VANET pasa por la definición de un modelo para la comunicación inalámbrica, uno para la distribución de los vehículos y otro para la estructura de la red.

Consideremos un escenario típico para un recorrido de transporte público. La red se representa como una sección de ruta, con dos puntos, origen y destino, conocidos de antemano, donde cada vehículo entra y sale a la red por el punto respectivo, y viaja a una velocidad promedio. Se asume que cada RSU y OBU de la red utilizan la misma tecnología de comunicación, y tienen un radio de cobertura R . La existencia de un enlace V2I, o V2V dependerá de la función de

conexión de acuerdo al modelo de canal inalámbrico que se utilice. Se analizará para el modelo de comunicación de disco unitario y para el modelo con desvanecimiento log-normal. Además, no se presentan restricciones de energía, y todas las transmisiones se asumen omnidireccionales.

En orden de describir el tráfico, consideramos que la distancia entre vehículos sigue una distribución exponencial con parámetro λ , donde λ es la densidad de tráfico (número de vehículos por unidad de longitud), que se asume constante sobre el periodo de observación. Esta suposición es completamente aceptada cuando la densidad de vehículos es baja, y además, es utilizada en diversos estudios de redes vehiculares ad-hoc como los realizados por Ho et al. (2009), Schadschneider, Chowdhury & Nishinari (2011), Shioda et al. (2008), Wisitpongphan, Fan, Mudalige, Sadekar & Tonguz (2007), Yousefi et al. (2008b), y por Zhang et. al (2011). Así, el número de vehículos en la red sigue una distribución Poisson con media $\lambda \times [\text{área de la región}]$ (Leutzbach, 1987).

Para la estructura de la red, se asume una estructura de una dimensión o lineal (1-D) de longitud total S metros, con m puntos potenciales de localización, prefiriendo las intersecciones de la vía como estos puntos potenciales ya que los vehículos permanecen más tiempo en éstas y resultan mejores puntos de ubicación en términos de entrega de información, condición que es reforzada en estudios realizados por Bao & Zhu (2011), Sun, Lin, Lu, Shen, & Su (2010) y por Trullols et al. (2010). Dado que la ubicación de las RSUs será realizada cada cierta distancia, la red puede ser dividida en $m-1$ segmentos. Por lo tanto, la red se define mediante un grafo dirigido $G(N, W)$, donde N denota el conjunto de posibles puntos de localización de las RSUs, y que corresponden a una intersección j del recorrido; y W es el conjunto de aristas o arcos, que corresponden a los segmentos de la red (calles que conectan las intersecciones),

cuyo peso es la distancia del segmento, y esta distancia define una función de cobertura, cuyo valor, se asocia a la conectividad del segmento.

Luego, se puede ver que la probabilidad de conexión total de la red (conectividad total) puede ser descompuesta en sub-problemas (los enlaces del grafo), cada uno asociado a la conectividad del segmento $P_{L(w_j)}$:

$$P_T = \prod_{j \in \{0, \dots, m-1\}} P_{L(w_j)} \quad (1.1)$$

Para mayor claridad acerca de la conectividad, se define la probabilidad de enlace P_L como la probabilidad de que un vehículo pueda acceder a una RSU en un máximo de dos saltos de comunicación (conectividad en un segmento de la red), esto quiere decir que la conexión a una RSU puede realizarse directamente (a un salto), o indirectamente (a dos saltos) a través de otro vehículo directamente conectado a la RSU. Así, la probabilidad P_L está dada por:

$$1 - P_L = (1 - P_R)(1 - P_{VR}) \quad (1.2)$$

donde P_R es la probabilidad de que un vehículo esté directamente conectado a una RSU, y P_{VR} es la probabilidad que un vehículo esté conectado directamente a una RSU a través de otro vehículo.

Para describir el comportamiento de conexión hacia una RSU en un máximo de dos saltos, de acuerdo a la teoría de percolación, relacionamos esta red aleatoria a un modelo de conexión aleatoria Poisson (*Poisson RCM*). De Meester & Roy (1996) tenemos que, un modelo de conexión aleatorio Poisson es denotado por un grafo (U, λ, c) donde U representa el conjunto de vértices, establecidos por un proceso Poisson con densidad λ , y el conjunto de bordes se forma de acuerdo a la

función de conexión del modelo, c . Si consideramos que U tiene un punto en el origen, y Y indica el número de puntos aleatorios de U que están directamente conectados al origen, se tiene que, la probabilidad que entre los u puntos en U , existan k puntos en Y , sigue una distribución Poisson no homogénea con densidad λc . Por lo tanto, asumiendo que tenemos una RSU en el origen, la probabilidad de que un vehículo, localizado a una distancia z del origen, este directamente conectado a la RSU en el origen es $c(z)$. Dado que un vehículo y una RSU o dos vehículos estén directamente conectados, es independiente de que otro vehículo y otra RSU (u otros dos vehículos) estén directamente conectados, el conjunto de nodos directamente conectados a la RSU en el origen, denotado por k_1 , tiene una distribución Poisson no homogénea con distribución de densidad $\lambda c(z)$ (Meester & Roy, 1996). Así, con base en estas definiciones, derivamos P_R y P_{VR} (presentado en el Capítulo 2). Además, para computar estos valores es necesario definir la función de conexión, por lo tanto las probabilidades dependen del modelo del canal inalámbrico, para el cual utilizaremos el modelo de disco unitario y el *log-normal shadowing model* (Rappaport, 2002).

Según sea el despliegue de las RSUs, se dará uno de los siguientes casos particulares para un segmento de la red:

- Con una RSU en uno de los extremos del segmento.
- Con dos RSUs, uno en cada extremo del segmento.

Esto nos lleva a que la estimación de la probabilidad de enlace se tiene que realizar para cada uno de los casos anteriores, en orden de considerar las posibles posiciones de las RSUs en el segmento de red. En este sentido, el siguiente capítulo presenta el análisis de conectividad con una RSU en cada extremo del segmento, y en el Anexo 1 se presenta el análisis para cuando tenemos una RSU en uno de los extremos del segmento.

1.4.2 Planteamiento del problema

El problema de localización de instalaciones en redes abarca diversas áreas. Por ejemplo, Eiselt & Marianov (2011) definen:

“Un matemático probablemente definiría un problema de localización resolviendo la siguiente pregunta: dado cierto espacio métrico y un conjunto de puntos conocidos, determinar un número de puntos adicionales de modo que se optimice una función de distancia entre los nuevos puntos y los ya existentes. A un geógrafo le podría interesar que: dada alguna región en la cual algunos mercados o comunidades están marcadas, la tarea es determinar los sitios de un número de centros que sirvan a las comunidades o mercados marcadas” (p. 3)

En nuestro caso el planteamiento del problema puede ser descrito brevemente como: dado un número fijo de instalaciones a ubicar, ¿dónde localizar las RSUs de modo que se maximice la probabilidad de enlace de la red? La respuesta a ésta podría apuntar al bien conocido Maximal Covering Problem (MCP) (Church & ReVelle, 1974), sin embargo este no puede ser aplicado directamente al problema estudiado en esta investigación, ya que la métrica que planteamos no se ajusta a las condiciones de la función objetivo del MCP, específicamente por la interacción de los vehículos entre ellos y con las RSUs. Como una alternativa, se plantea el problema de localización con base en el *shortest path problem*.

Por lo tanto, para entender el planteamiento, consideramos el grafo lineal $G(N, W)$ (descrito en la Sección 1.4.1) donde N es el conjunto de nodos, representando los sitios candidatos para la localización de una RSU; y W es el conjunto de arcos, representando los segmentos entre cada posible sitio de localización, y cuyo peso es la probabilidad de enlace sobre el segmento. Empleando como punto inicial el grafo G , se construye un grafo auxiliar $H(V, E)$, donde V es el conjunto de nodos que incluye N y dos nodos ficticios, O

y D , origen y destino respectivamente (es decir, $V = N \cup \{O, D\}$); y E es el conjunto de todos los arcos de la red (i, j) entre cada par de nodos, con $i, j \in V$. Además, los nodos ficticios O y D están conectados a cada nodo en la red, a través de un arco virtual (O, j) para todo $j \in N$, y similarmente un arco virtual (j, D) conectará cada nodo de N con el destino ficticio (es decir, $E = \{(i, j) : i, j \in V\}$).

Dado un número p de instalaciones (RSUs) a localizar, el problema entonces puede ser visto como encontrar la ruta de menos costo (equivalente a encontrar máxima probabilidad) entre los nodos ficticios origen y destino, la cual pasa a través de exactamente p nodos. Así, el problema de localización de RSUs es formulado como una instancia del *shortest path problem*, con restricciones adicionales que relacionan la cobertura del segmento, el número de instalaciones a localizar y las RSUs ubicadas en los nodos que forman la mejor ruta o “*the main path*”. En el Anexo 2 se presenta un pequeño ejemplo con el objetivo de validar los resultados numéricos.

1.5 Aporte y conclusiones

Aporte de la investigación

Esta tesis está dedicada a desarrollar una metodología eficiente para abordar el problema de localización de RSUs en VANETs, específicamente para una aplicación orientada al monitoreo de buses.

Enfocándonos en la métrica que utilizamos, se presenta un análisis matemático y la derivación de ecuaciones para el estudio de la probabilidad de enlace V2I en un máximo de dos saltos de comunicación. Asimismo, se plantea un problema de programación entera para determinar la localización de las RSUs.

La principal contribución es que se presenta una metodología analítica para seleccionar entre un conjunto de posibles puntos de localización aquellos sitios para instalación que aseguran un nivel de probabilidad de comunicación entre la

infraestructura y los buses. Además, de que nos ayuda a justificar el despliegue de RSUs de acuerdo a una probabilidad de enlace garantizada.

Conclusiones y trabajos futuros

En esta tesis se ha abordado el problema de localizar un número determinado de RSUs en una VANET de una dimensión con el objetivo de alcanzar máxima probabilidad de comunicación. La metodología propuesta tiene como objeto encontrar las ubicaciones de las RSUs, las cuales son cruciales para alcanzar la métrica propuesta. Para esto, hemos presentado un modelo analítico que permite calcular lo que hemos definido como probabilidad de enlace o conexión, y que se refiere a la probabilidad que un vehículo pueda acceder una RSU directamente o a través de otro vehículo, de acuerdo a parámetros claves como la densidad de vehículos y el rango de transmisión de las unidades.

Un método de solución exacta es formulado, el cual utiliza como información del sistema los resultados del análisis de probabilidad. El modelo resultante describe un modelo equivalente al “*minimum-weight k-edge path problem*”. Que de acuerdo a su estructura “*integer friendly*” (ReVelle, 1993) las instancias puede ser resueltas en corto tiempo. Además, para cierto tipo de redes (por ejemplo, si el costo de los arcos de la red tienen la propiedad de Monge) el problema puede ser resuelto en tiempo polinomial.

Los resultados computacionales muestran que en ambientes con baja densidad de vehículos, la probabilidad de conectividad es fuertemente dependiente del radio de cobertura de los dispositivos de comunicación, e independientemente de la densidad de vehículos en la red. Los resultados también indican que es posible encontrar soluciones rentables que dan como consecuencia un menor número de RSUs localizadas y al mismo tiempo asegurando una probabilidad de conectividad mayor a 0.9.

La metodología propuesta es aplicable al análisis y diseño de redes vehiculares ad-hoc con baja densidad de vehículos; y pretende servir de ayuda a los planificadores en cuanto a los temas de diseño se refiere y a la obtención de soluciones que garantizan una probabilidad de comunicación, es decir, se justifica el despliegue de un número determinado de RSUs. Aplicamos esta metodología a un recorrido de la red de transporte pública en la ciudad de Santiago de Chile, para ilustrar el uso del modelo propuesto como una herramienta de decisión.

Como trabajos futuros, se propone el estudio del problema incorporando nuevas restricciones y requerimientos prácticos, por ejemplo agregar costos de instalación de la RSUs o ajustar el modelo para considerar la necesidad de redundancia de infraestructura. Adicional, otras métricas de rendimiento podrían ser consideradas. Como siguiente paso está extender el esquema a una red de dos dimensiones.

2. LOCATION OF FIXED ROADSIDE UNIT IN A PUBLIC TRANSPORTATION NETWORK FOR MAXIMUM COMMUNICATIONS PROBABILITY

En este capítulo presentamos los detalles de la metodología de localización que se plantea (artículo enviado a la revista *Computers & Operations Research*). En primer lugar se formaliza el modelo del sistema adoptando las características de la red lineal. A continuación se detalla el modelo de comunicación y se presenta una descripción formal del modelo matemático. Por último se finaliza con la aplicación de la metodología a un caso de estudio y las conclusiones del trabajo.

Location of fixed Roadside Unit in a Public Transportation Network for Maximum Communications Probability

Melisa Perez², Miguel Rios³ and Vladimir Marianov²

ABSTRACT

We locate a fixed number of Roadside Units in a linear vehicular ad-hoc network, in a scenario with low vehicle density and high communication reliability requirements. The methodology for deploying the RSUs is based on maximizing the probability that a vehicle communicates with an RSU in at most two hops (link or connection probability). We estimate the probability of a given vehicle accessing successfully an RSU either directly or through the relay of another vehicle. This probability is later embedded in an integer programming formulation that optimizes RSU locations for maximum communications likelihood.

The results show that there is a relation between the number of RSUs and the network performance, which is of great interest in the design and management of resources for this type of networks.

Keywords:

Location, Vehicular *ad hoc* networks, Roadside Communication Units

1. INTRODUCTION

In Vehicular Ad-hoc Networks (VANETs), the vehicles can communicate among themselves and also with fixed infrastructure deployed along the road. In the most general case, the architecture of a VANET is composed by On Board Units

² Graduate Program, Department of Electrical Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile, meperez4@uc.cl

³ Department of Electrical Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile, mrrios@ing.uc.cl; marianov@ing.puc.cl

(OBUs) installed in vehicles to provide wireless communication, and Roadside Units (RSUs), that are fixed nodes deployed at selected sites along the road. Therefore, two types of communications are allowed: Vehicle to Vehicle (V2V) and Vehicle to Infrastructure (V2I). VANETs play an important role in the development of Intelligent Transportations Systems, with applications oriented to traffic control and road safety (Zeadally, et al., 2010). In these applications, infrastructure nodes collect information from vehicles, to be used for network operation at the control center.

In a Public Transport System that seeks to maintain an efficient service, the information on real time locations of buses is very important. Each bus is equipped with a GPS module and requires sending the information on its own position and relaying information from other buses to the control center through an RSU. Optimal locations for the RSUs are to be found in order to improve the likelihood of a timely communication.

Optimal deployment of RSUs has been dealt with using different performance metrics. Li et al. (2007) consider the problem of gateway placement for Internet access in vehicular networks, demanding full coverage by RSUs. Trullos et al. (2010) formulate an optimization problem to find the optimal strategy for RSUs deployment in order to maximize the dissemination of information, and rely on perfect knowledge about the number and movement of vehicles throughout the network. Aslam & Zou (2011) propose a scheme for locating a fixed number of RSUs so to minimize the time it takes to a vehicle to report an event, and they assume that the RSUs can be located at any point or place in the network.

We propose an optimization model that assesses the link probability, and determines the location of p RSUs. We assume that the potential RSU location points are predefined (by cost constraints and/or availability of sites). The optimization model is intended to work in a low vehicle density scenario with high communication reliability requirements. Furthermore, the model maximizes the probability of the vehicles establishing a direct (one-hop) or indirect (up to two-

hops) link to an RSU. This probability depends on vehicular density, the radio coverage of the units, the distance between adjacent RSUs, and the wireless channel model. In addition, we analyze the trade-off between the number of RSUs and the connectivity of a VANET with the infrastructure.

The organization of this paper is as follows. In Section 2, we describe the communications model. We analyze different scenarios, using the unit disk communication model and the log-normal shadowing model for the communication channel. The mathematical formulation of the problem is presented in Section 3. Section 4 presents an evaluation of the proposed methodology, applied to a case study. Conclusions and further research are discussed in Section 5.

2. COMMUNICATIONS MODEL

Consider a simple model of a single route of a public transportation system with low vehicle density. It has known origin and destination points, and each vehicle travels at a random speed, with an average v . We assume no energy constraints. Transmissions are omnidirectional. Vehicles equipped with OBUs are randomly and evenly distributed. We assume that RSUs and OBUs use the same communication technology, and have a communication radius R . The existence of a link V2I or V2V depends on the wireless channel. Different channel communications models can be used. We compute the communications probabilities using both the unit disk model and the log-normal model.

We consider a one-dimensional or lineal network, as shown in Figure 2-1 of a total length of S meters. The points N_i , $i \in \{1, \dots, m\}$ are the potential RSU locations, which divide the network into $m - 1$ segments. Intersections of the road are potential good RSU location candidates, since vehicles stay longer at these points while waiting their turn to cross the streets, allowing a better information delivery (Bao & Zhu, 2011; Sun, et al., 2010; Trullols, et al., 2010).

The distance between vehicles follows an exponential distribution with parameter λ , the traffic density, assumed constant over the observation period.

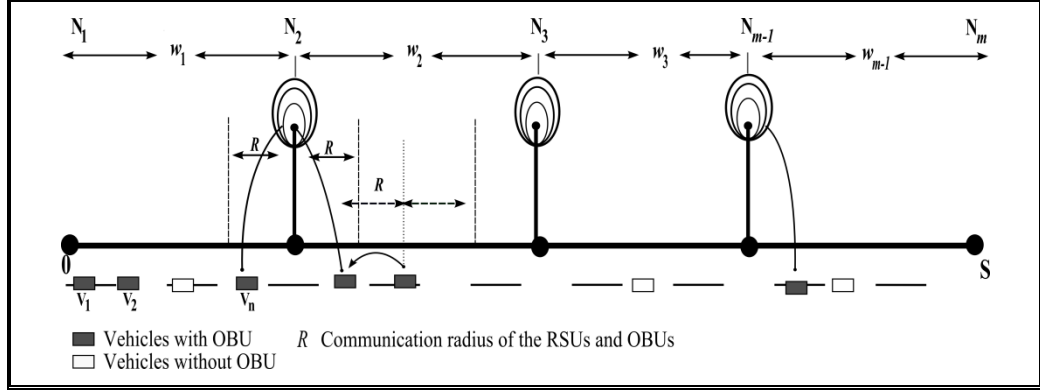


Figure 2-1: Model of a one-dimensional network of length S , divided in segments w_j with $0 < j \leq m-1$. N_i , $i \in \{1, \dots, m\}$ are potential locations of roadside units. v_i , $i \in \{1, \dots, n\}$ are vehicles.

This is a usual assumption when the vehicle density is low (Ho, et al., 2009; Schadschneider, et al., 2011; Wisitpongphan, et al., 2007; Yousefi, Altman, El-Azouzi, & Fathy, 2008a; Z. Zhang, Mao, & Anderson, 2011). Accordingly, the number of vehicles on the network follows a Poisson distribution with mean $\lambda \times [\text{area of the region}]$. The probability of a number n of vehicles at a network segment w is (Leutzbach, 1987):

$$P_v\{N(w) = n\} = \frac{(\lambda w)^n e^{-\lambda w}}{n!}; \text{ for } n \geq 0 \quad (1)$$

We represent this network by a directed graph $G(N, W)$, where N is the set of potential sites i , and W is the set of edges or links w_j . The link probability P_L is defined as the probability that a vehicle can access a RSU in at most two hops within the link. Thus, the total network connection probability (connectivity) P_T can be decomposed by links $L(w_j)$, each of them having a link probability $P_{L(w_j)}$:

$$\begin{aligned}
P_T &= \prod_{j \in \{0, \dots, m-1\}} P_{L(w_j)} \\
\log P_T &= \sum_{j \in \{0, \dots, m-1\}} \log P_{L(w_j)}
\end{aligned} \tag{2}$$

2.1 Link connectivity analysis

There are two possible scenarios for a link: an RSU is located only at one end of the segment (w_1 in Figure 2-1); and RSUs are located at both ends of the segment (w_2 in Figure 2-1). We will discuss the link probability for both cases. Without loss of generality, we analyze the link probability for n vehicles on a road segment $[0, w]$. We use a modified version of model proposed by Mao et al. (2010) for connectivity.

For the scenario with RSUs at both ends of the segment (Figure 2-2), let A be the event that a vehicle and a RSU, separated by a distance d , are directly connected; and B be the event that two adjacent vehicles, separated by a distance d are directly connected. Define $P_A(d)$ and $P_B(d)$ respectively as the probabilities of occurrence of these events. The probability of connection of a vehicle with another or with an RSU is assumed to be independent of other vehicles' connections. In other words, there is no network congestion. Then, in Figure 2-2, $P_A(x)$ is the probability that a vehicle located at x ($0 \leq x \leq w$) is directly connected to RSU_1 . Similarly, a vehicle located at x will be directly connected to RSU_2 with probability $P_A(w-x)$; and a vehicle located at x will be directly connected to another vehicle located at y with probability $P_B(x-y)$, where ($0 \leq y \leq x \leq w$).

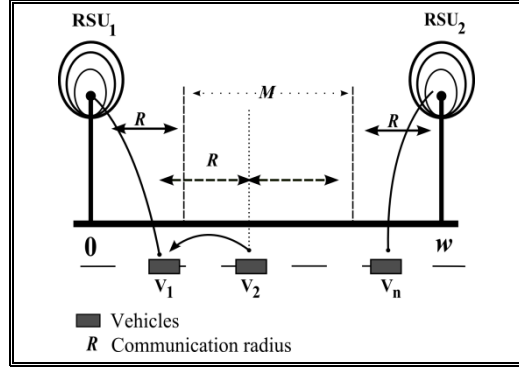


Figure 2-2: Communication Model for a segment with RSUs at the edges.

Connection in at most two hops means that the vehicle is either directly connected to an RSU, or it is connected to a second vehicle, which is directly connected to an RSU. Then, the probability $P_L(x)$ of a vehicle located at point x on the segment accessing an RSU in at most two hops is given by:

$$1 - P_L(x) = (1 - P_R(x))(1 - P_{VR}(x)) \quad (3)$$

where $P_R(x)$ is the probability of the vehicle being connected directly to either RSU_1 or RSU_2 , and $P_{VR}(x)$ is the probability that the vehicle is connected to an RSU through a second vehicle.

Because of the independence assumption,

$$P_R(x) = 1 - (1 - P_A(x))(1 - P_A(w - x)) \quad (4)$$

To derive $P_{VR}(x)$, we use the fact that the set of vehicles directly connected to RSU_1 or RSU_2 , denoted by n_1 , is distributed according to an inhomogeneous Poisson distribution with density $\lambda P_R(x)$ (see Meester & Roy (1996)) and that the probability that a vehicle in n_1 is located within a small interval dy is given by

$\lambda P_R(y)dy$. Therefore, the probability $P_{VR}(x)$ that a vehicle at x is not directly connected to any of the vehicles within n_1 is given by (Mao, et al., 2010),

$$P_{VR}(x) = 1 - P_{VR}(x) = e^{-\int_0^w P_B(x-y) \lambda P_R(y) dy} \quad (5)$$

For a complete evaluation of $P_R(x)$ and $P_{VR}(x)$, we need to find the values of $P_A(x)$ and $P_B(x)$. These probabilities depend on the wireless channel model. We use the unit disk and the log-normal shadowing models.

2.2 Connectivity under a unit disk model

The unit disk communication model is widely used in analytical studies related to VANETs (Panichpapiboon & Pattara-Atikom, 2008; Sharif-Nassab & Ashtiani, 2011). The model assumes that the radio coverage of any vehicle or roadside unit, i.e. the maximum connection distance between two units is R , and that $P_A(x) = 1$ and $P_B(x) = 1$ if $x \leq R$, and zero otherwise. Then, in Figure 2-2:

- If $w \leq 2R$, $P_R(x) = 1$. Replacing in (3), $P_L(x) = 1 \forall x$, i.e. $P_L = 1$.
- If $w > 2R$, there is a segment M not covered by any of the RSUs. So, to be connected to an RSU, a vehicle in that segment must use two-hops, requiring connection to at least one relaying vehicle in n_1 .

We analyze the different possible scenarios as follows.

i. $2R \leq w \leq 3R$:

As Figure 2-3 shows:

$$\begin{aligned}
&\text{if } x \in [0, R] & P_R(x) = 1 & P_{VR}(x) = 0 \\
&\text{if } x \in [R, w-R] & P_R(x) = 0 & P_{VR}(x) = p_v(x) \\
&\text{if } x \in [w-R, w] & P_R(x) = 1 & P_{VR}(x) = 0
\end{aligned} \tag{6}$$

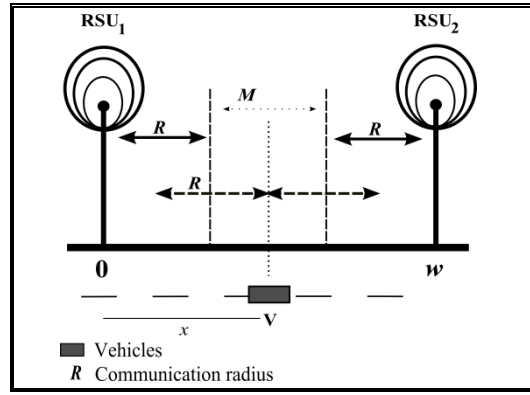


Figure 2-3: Scenario when the segment is $2R \leq w \leq 3R$

where $p_v(x)$ depends of the presence of relaying vehicles at appropriate distances, and is computed below. Note that in the first and third segment, $P_{VR}(x)$ is not necessarily zero, but for practical effects, on these segments, the communication will never be done through a relaying vehicle. Using (3), and noting that on all segments, one of the probabilities is zero, the contributions of the three segments to the link probability P_L are, respectively, R/w ; $\frac{1}{w} \int_R^{w-R} p_v(x) dx$; and R/w .

Now, according to (5):

$$p_v(x) = 1 - e^{-\int_{x-R}^R \lambda dy - \int_{w-R}^{x+R} \lambda dy} = 1 - e^{-\lambda(4R-w)}$$

and the contribution of the segment M is,

$$\frac{1}{w} \int_R^{w-R} (1 - e^{-\lambda(4R-w)}) dx \tag{7}$$

Adding all the contributions,

$$P_L = 1 - \frac{(w-2R)}{w} \left(e^{-\lambda(4R-w)} \right) \quad (8)$$

ii. $3R \leq w \leq 4R$:

The analysis is similar to the previous one. When $x \in [0, R]$ or $x \in [w-R, w]$, the contribution to the link probability is R/w for each interval. If $x \in [R, w-R]$, $P_R(x) = 0$ and $p_v(x)$ is given by:

$$p_v(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\int_{x-R}^R \lambda dy}, & \text{if } x \in [R, w-2R] \\ 1 - e^{-\int_{x-R}^R \lambda dy - \int_{w-R}^{x+R} \lambda dy}, & \text{if } x \in [w-2R, 2R] \\ 1 - e^{-\int_{w-R}^{x+R} \lambda dy}, & \text{if } x \in [2R, w-R] \end{cases}$$

The contribution of the segment to P_L is,

$$\frac{1}{w} \int_R^{w-2R} (1 - e^{-\lambda(2R-x)}) dx + \frac{1}{w} \int_{w-2R}^{2R} (1 - e^{-\lambda(4R-w)}) dx + \frac{1}{w} \int_{2R}^{w-R} (1 - e^{-\lambda(2R+x-w)}) dx \quad (9)$$

Finally, when $3R < w \leq 4R$ the link probability of communications in at most two-hops is obtained by adding the contributions of all segments:

$$P_L = \frac{2R}{w} - \frac{1}{w} \int_R^{4R-w} (1 - e^{-\lambda(u)}) du + \frac{(4R-w)}{w} (1 - e^{-\lambda(4R-w)}) + \frac{1}{w} \int_{4R-w}^R (1 - e^{-\lambda(u)})$$

or

$$P_L = 1 - \frac{(4R-w)}{w} (1 - e^{-\lambda(4R-w)}) - \frac{2}{\lambda w} (e^{-\lambda(4R-w)} - e^{-\lambda R}) \quad (10)$$

iii. $w > 4R$:

We use again the same analysis. Now, $p_v(x)$ is:

$$p_v(x) = \begin{cases} 1 - e^{-\int_{x-R}^R \lambda dy}, & \text{if } x \in [R, 2R] \\ 0, & \text{if } x \in [2R, w-2R] \\ 1 - e^{-\int_{w-R}^{x+R} \lambda dy}, & \text{if } x \in [w-2R, w-R] \end{cases}$$

and the link probability, P_L , when $w \geq 4R$ is,

$$P_L = \frac{4R}{w} + \frac{2}{\lambda w} (e^{-\lambda R} - 1) \quad (11)$$

iv. Only one RSU.

When a segment has only one RSU at one end (w_1 in Figure 2-1), we derive P_L using the same procedure as above (See Annex 1). After some manipulation,

$$\text{If } w \leq R: \quad P_L = 1$$

$$\text{If } R < w \leq 2R: \quad P_L = 1 + \frac{1}{w} (e^{-\lambda R} - e^{-\lambda(2R-w)}) \quad (12)$$

$$\text{If } w \geq 2R: \quad P_L = \frac{2R}{w} + \frac{1}{\lambda w} (e^{-\lambda R} - 1)$$

2.3 Connectivity under a Log-normal shadowing model

The log-normal shadowing model considers that the signal through a wireless channel has a variable behavior due to signal attenuation caused by obstacles between the receiver and transmitter (shadowing) (Rappaport, 2002). According to this model the received power level $P_{rx}(d)$ between two nodes has the following expression (Mao, et al., 2010; Mukherjee & Avidor, 2008; Rappaport, 2002; Z. Zhang, S. C. Ng, et al., 2011):

$$P_{rx}(d) = P_t - PL(d_0) - 10\alpha \log_{10}\left(\frac{d}{d_0}\right) + Z_\sigma \quad (13)$$

Where d is the Euclidean distance between the transmitter and the receiver nodes, P_t is the transmitted power (in dBmW), $PL(d_0)$ is the reference path loss at the reference distance d_0 , α is the path loss exponent which defines the rate at which the received signal decreases with distance, and Z_σ is a Gaussian random variable with zero mean and standard deviation σ . Thus, any two nodes u and v are directly connected if and only if the received power exceeds a given threshold $P_{\min}$ (in dBmW), i.e. $P_{rx}(d) \geq P_{\min}$ (Mao, et al., 2010; Mukherjee & Avidor, 2008; Rappaport, 2002; Z. Zhang, S. C. Ng, et al., 2011).

Using (13), the probability that two nodes u and v , separated by a known distance d , are directly connected, is given by,

$$\Pr\{P_{rx}(d) \geq P_{\min}\} = \int_{10\alpha \log_{10} \frac{d}{r}}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-t^2/2\sigma^2} dt = Q\left(\frac{10\alpha}{\sigma} \log_{10}\left(\frac{d}{r}\right)\right) \quad (14)$$

Where $r = d_0 10^{\frac{P_t - PL(d_0) - P_{\min}}{10\alpha}}$ is the transmission range in the absence of shadowing (i.e. $\sigma = 0$), and Q is the probability that a Gaussian random variable t with zero mean and unit variance, is greater than z , i.e. $Q(z) = \Pr(t > z)$. In particular when there is no shadowing, the log-normal model reduces to the unit disk model (Rappaport, 2002).

Now, a vehicle (transmitter) and a RSU (receiver) (or two vehicles, transmitter and receiver respectively) separated by a distance x are directly connected if the received power at the destination, $P_{rx}(x)$, is greater than or equal to $P_{\min}$. Then the probability that a vehicle and a RSU or two vehicles are directly connected is as follow:

$$\begin{aligned}
P_A(x) &= \Pr\{P_{rx}(x) \geq P_{\min}\} = Q\left(\frac{10\alpha}{\sigma} \log_{10}\left(\frac{x}{R}\right)\right) \\
P_B(x) &= \Pr\{P_{rx}(x) \geq P_{\min}\} = Q\left(\frac{10\alpha}{\sigma} \log_{10}\left(\frac{x}{R}\right)\right)
\end{aligned} \tag{15}$$

Under this model we make some additional assumptions: for the entire network, α and σ are constant; V2I and V2V communications are symmetric; and all nodes have the same transmission power. Since the log-normal shadowing model is reduced to the unit disk model, when $\sigma = 0$, the results under the log-normal model can be compared with those of the unit disk model. With the probabilities defined in equation (15) we can compute the segment link probability (see equation (3)) by using numerical integration.

3. PROBLEM FORMULATION

The problem consists on locating a fixed number of facilities (RSUs) so to maximize the link probability of the network. Although this problem is about coverage, it cannot be solved using the well known Maximal Covering Location Problem (MCLP) (Church & ReVelle, 1974) or other coverage models, because its objective function does not accommodate the probabilistic approach the problem needs. In particular, the interaction of the vehicles among themselves and with the RSUs over a single segment.

Instead, we use a shortest path approach. Consider a linear graph where each node is a candidate location for a RSU and the segment of the road between each pair of locations is represented by an edge, whose weight is the probability of connection over that segment. Given the number p of facilities (RSUs) to be located, the problem can be seen as finding the least cost (maximum probability) route between a fictitious origin and a fictitious destination, which goes through exactly p nodes.

Using as a starting point the graph $G(N, W)$ of Figure 2-1, we construct an auxiliary graph $H(V, E)$. The set V of nodes includes all nodes in N , as well as two fictitious nodes O and D , origin and destination respectively, i.e. $V = N \cup \{O, D\}$. The set E of edges consists of all edges (i, j) between nodes $i, j \in V$, i.e. $E = \{(i, j) : i, j \in V\}$. The fictitious origin is connected to every node in the network through an edge (O, j) for all $j \in N$. Similarly, an edge (j, D) , will connect each node in N to the fictitious destination D .

The variables are defined as follows:

$$Y_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{if edge } (i, j) \in E \text{ is on the shortest path from } O \text{ to } D \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{if an RSU is located at node } j \in V \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

p : the total number of RSUs.

Note that for each edge (i, j) of the network, $i, j \neq O, D$, there are RSUs at i and at j . The edge has a weight equal to its link probability $P_{L(i,j)}$. For edges (O, j) there is only one RSU, located at j , while for edges (j, D) , there is only one RSU, located at i .

The edge weights $P_{L(i,j)}$ are given by:

$$P_{L(i,j)} = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{i,j} \leq 2R \\ f_1(d_{i,j}, R, \lambda) & \text{if } 2R < d_{i,j} \leq 3R \\ f_2(d_{i,j}, R, \lambda) & \text{if } 3R < d_{i,j} \leq 4R \\ f_3(d_{i,j}, R, \lambda) & \text{if } d_{i,j} > 4R \end{cases} \quad \text{for all } i, j \in N \quad (16)$$

Where $d_{i,j}$ is the distance between nodes i and j , $i, j \neq O, D$, and functions f_1 , f_2 , f_3 are given by (8), (10), and (11) respectively.

Also, for either $i = D$ and $j \in N$ or $j = O$ and $i \in N$,

$$P_{L(k,l)} = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{k,l} \leq R \\ f_4(d_{k,l}, R, \lambda) & \text{if } R < d_{k,l} \leq 2R \\ f_4(d_{k,l}, R, \lambda) & \text{if } d_{k,l} > 2R \end{cases} \quad \text{for all } k = O, l \in N \text{ and } k \in N, l = D \quad (17)$$

Where f_4 is the adequate function given by (12).

We want to maximize the connection probability of the network, thus from (2) we have:

$$\text{Max} \sum_{(i,j) \in E} \log P_{L(i,j)}$$

Since the probability $P_{L(i,j)} \leq 1$, and $\log P_{L(i,j)} \leq 0$, the maximization of the link probability is equivalent to:

$$\text{Min} \sum_{(i,j) \in E} (-\log P_{L(i,j)}) \quad (18)$$

Using this transformation, each edge has a weight $P_{ij} = -\log P_{L(i,j)}$, and the problem can be formulated as a shortest path problem:

$$P1: \text{Minimize} \sum_{(i,j) \in E} P_{ij} Y_{ij} \quad (19)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j \in N} Y_{O,j} = 1 \quad (20)$$

$$\sum_{i \in N} Y_{i,D} = 1 \quad (21)$$

$$\sum_{i \in V: (i,j) \in E} Y_{ij} - \sum_{h \in V: (j,h) \in E} Y_{jh} = 0 \quad \forall j \in N \quad (22)$$

$$\sum_{i \in V: (i,j) \in E} Y_{ij} = X_j \quad \forall j \in N \quad (23)$$

$$\sum_{i \in N} X_j = p \quad (24)$$

$$Y_{ij}, X_j \in \{0,1\} \text{ for all } (i,j) \text{ in } E, j \text{ in } V \quad (25)$$

The objective function (19) minimizes the length of the path, which is equivalent to maximizing the link probability. Constraints (20), (21), (22) require flow conservation, i.e. force a unit of flow to start at node O and to end at node D . Constraints (23) state that if an edge belongs to the shortest path (i.e. $Y_{ij} = 1$) the node j must be selected for equipment sitting (i.e. $X_j = 1$). Constraint (24) sets the desired number of RSUs to be located. Finally, constraints (25) define the domain of the decision variables.

4. CASE STUDY

4.1 Description of the test network

This section describes the application of the methodology to the service route D17 of the *Transantiago* public transportation network (Santiago, Chile). The route has a total distance of 8.59 km, and 23 potential candidates for RSU location elected regarding the descriptions of Section 2. Figure 2-4 shows the network.

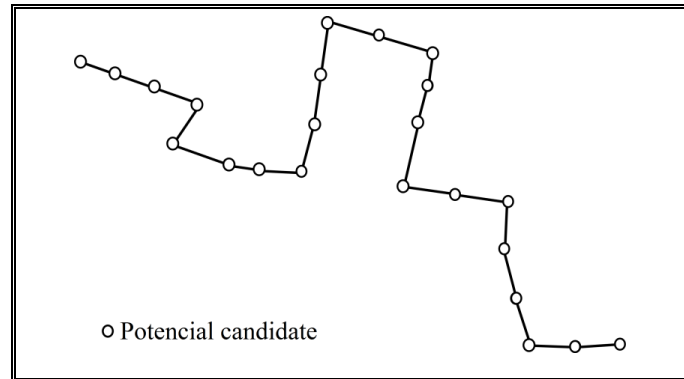


Figure 2-4: Test network, the bus route D17 of Transantiago.

We consider the operation of the bus line with three different traffic densities, $\lambda = (0.3, 0.6, 1.0)$ veh/km, which were obtained from the Transantiago website considering an average speed of $v = 30$ km/h. Specifically, for the traffic pattern selected, $\lambda = 1$ veh/km corresponds to the nominal density value in the rush hour, where the route operates with a higher number of buses. Similarly $\lambda = 0.6$ veh/km corresponds to roughly half the nominal number of buses and $\lambda = 0.3$ is the most critical scenario which corresponds to the nighttime bus frequency with fewer buses. For all these values we are assuming the traffic flow is in both directions of the route.

We used Matlab 7.8.0 (R2009b) to generate the virtual network $H(V, E)$ for the situation shown in Figure 2-4 including the edge weights as discussed in Section 2.1. We used IBM ILOG CPLEX Optimization Studio v12.2 to solve the mathematical model of the Section 3 on a computer with an Intel(R) Core(TM) i3 CPU M330 processor, 2.13GHz, 4.0GB RAM, running Microsoft Windows 7 as operating system.

The case study test problems were analyzed twice: first, we used the unit disk communications model (described in Section 2.2) and then, the log-normal model (discussed in Section 2.3). The number of RSUs to be deployed was also varied, as well as the coverage radius R and the traffic density λ , to evaluate their impact on the connectivity of the network.

4.2 Relation between communication probability, transmission range and vehicular density

Figure 2-5 shows the total connection probability of the network considering values between 250 and 500 meters for the coverage radius of the devices, under the unit disk model. We selected one additional value for traffic density, $\lambda = 4$ veh/km, as

an extreme case. The figure shows first, that for small values of the transmission range (0.25 - 0.3), there is only a small increase on the total connection probability, and the same is observed for values over 0.45. Secondly, it appears that a good compromise is using a transmission range of between 0.4 and 0.45. It is also clear that the connection probability increases with the vehicle density. This is because the more vehicles are in the network, the greater the probability of finding a relaying vehicle directly connected to the destination RSU. This graph, considers location of 12 RSUs.

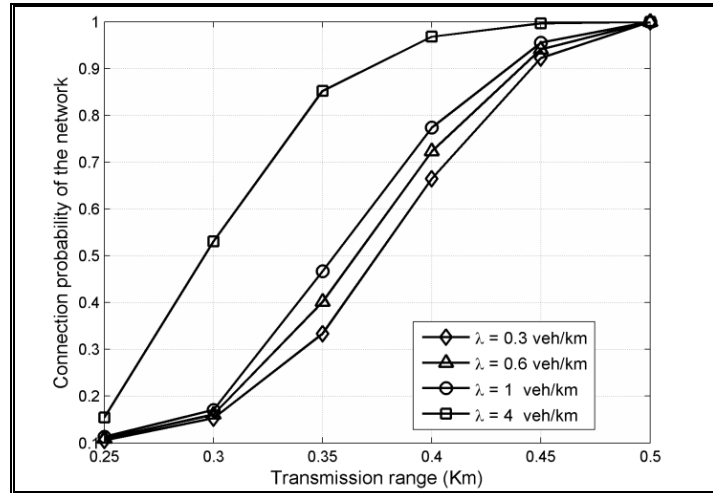


Figure 2-5: Total connection probability as a function of the communication radius (under unit disk model). Four values of traffic density are considered (0.3, 0.6, 1.0 and 4.0 veh/km), with 12 RSUs installed.

4.3 Relation between communication probability and number of RSUs

Figure 2-6 shows the effect of deploying different numbers of RSUs, on the connection probability. We evaluated the model varying the number of RSUs between 5 and 23. As expected, adding more RSUs to the network improves the connection probability, because it reduces the possibility of having areas not covered. Also note that the larger the coverage radius is, the fewer RSUs are

needed to get a good link probability, when the vehicle density is low. The Figure 2-6a shows that, again, small values of R result in a poor connection probability. It also shows that a R value of 450 m provides the most cost efficient solution since, with only 11 RSUs the connection probability is larger than 0.9. Figure 2-6b shows the results using instances under the log-normal model. We observe that the probability values of the network are higher than those using the unit disk model (Figure 2-6a). This is because the coverage radius in this case is computed using a bound for the probability of communication. Beyond this radius, the probability of communication is not zero as in the case of the unit disk, but it has a positive value. As σ increases, the probability grows higher. The Figure 2-6b shows a similar behavior and a better result: only 10 RSUs are required to make the connection probability larger than 0.9, for a R value of 450 m.

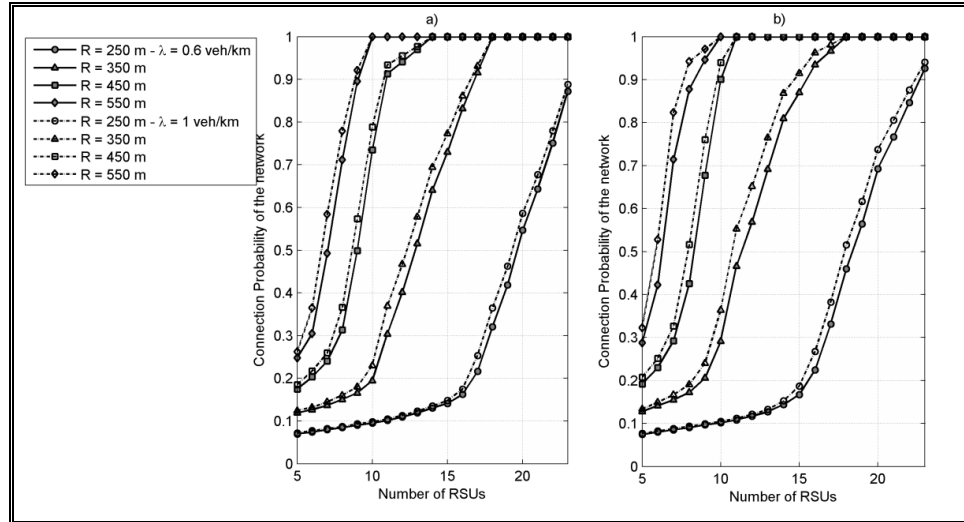


Figure 2-6: Connection probability as a function of the number of RSUs. Two different values of vehicle density are considered (0.6 and 1.0 veh/km) and communication radius between 250 and 550 meters. a) Instances under unit disk model. b) Instances under the log-normal shadowing model ($\alpha = 2.7$ and $\sigma = 2$).

In Figure 2-7 and Figure 2-8 we plot the minimum number of RSUs required to achieve a given communications probability in the network. Specifically, it shows

the minimum number of RSUs required to achieve a connection probability of at least 90%, considering different values of coverage radius of the devices, for the different traffic densities. The figure shows again that the number of facilities is decreasing with the coverage radius of the devices. It also confirms the previous result in terms that the most cost efficient solution is obtained by using R in the order of 450 m, requiring the location of around 11 RSUs, when using the unit disk model, and 10 RSUs if the log normal model (more conservative) is used (see white bars). From a different point of view, when comparing the results shown in Figure 2-7a to 2-7d, we observe that indeed a significant increase on the vehicle density (up to 4 veh/km), decreases the number of RSUs required to achieve the given connection probability in middle transmission ranges. For example, compare 9 RSUs when the range is 600 m and the densities are below 1, with only 6 RSUs when the density is 4 veh/km. This is because when the vehicle density is higher, it is easier for vehicles not directly connected to an RSU, finding a vehicle that act as relay. In other words, high vehicle densities favour the use of two-hops links. However, the largest influence on the number of RSUs is the transmission range. Doubling the transmission range from 400 to 800 m, reduces in more than half the RSU requirements, in all cases (when the density is high, going from a transmission range of 400 to 800m, reduces the number of required RSUs to one third.).

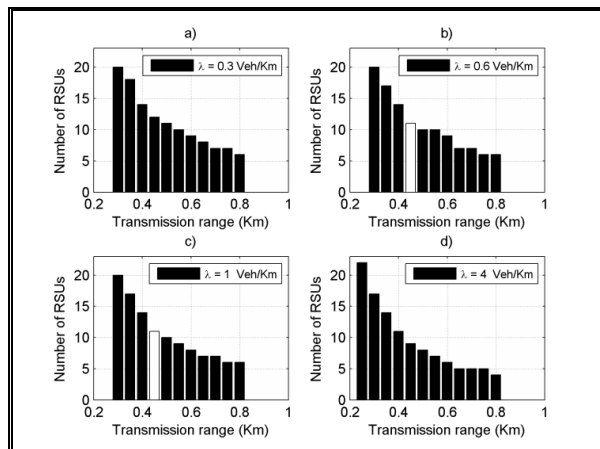


Figure 2-7: Number of RSUs as a function of the transmission range R (under unit disk model) for a connection probability of the network of at least 90%.

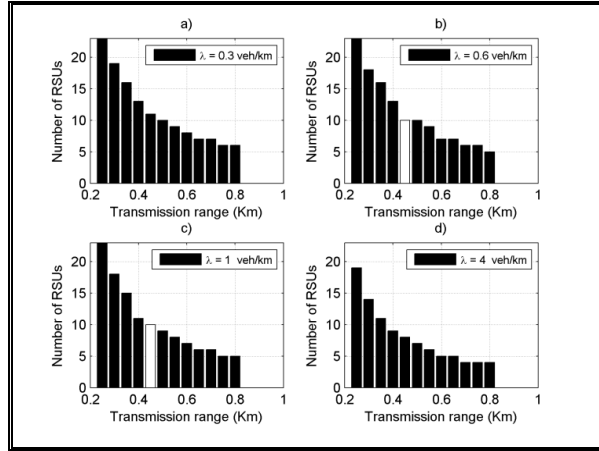


Figure 2-8: Number of RSUs as a function of the transmission range R (under log-normal shadowing model, $\alpha = 2.7$ and $\sigma = 2$), required for a probability $\geq 90\%$.

4.4 RSUs Location details

Further insight into the results of RSUs location is provided below. First, consider the situation when the vehicle density is 0.6 veh/km. Figure 2-9 shows the locations of the RSUs in the network, using communications devices with $R = 350$ m and $R = 450$ m (under the unit disk model). A connection probability of approximately 91.6% is achieved using devices of $R = 350$ m and 17 RSUs located in the locations shown in Figure 2-9a. For $R = 450$ m, 12 RSUs are needed, located as shown in Figure 2-9b to achieve a communications probability of approximately 94.1%. This latter result is more cost efficient.

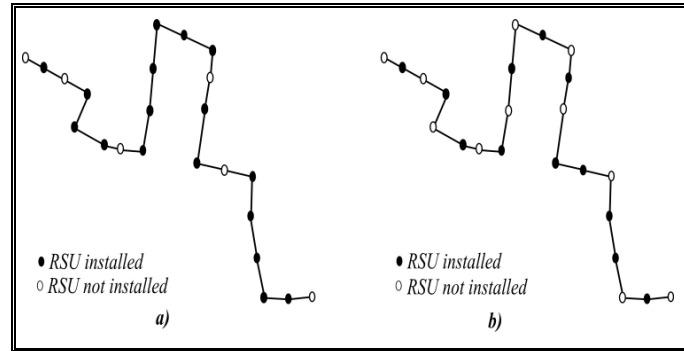


Figure 2-9: Locations of RSUs on the network, considering a vehicle density of 0.6 veh/km and two different communication radius (unit disk model). a) $R = 350$ m, 17 RSUs located, connection probability of the network about 91,6%. b) $R = 450$ m, 12 RSUs located, connection probability of the network about 94,1%.

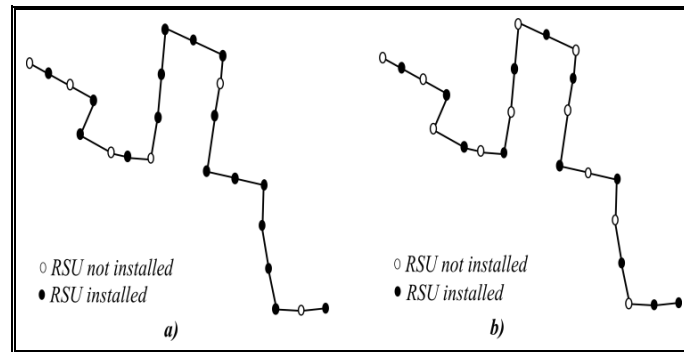


Figure 2-10: Locations of RSUs on the network, considering a vehicle density of 0.6 veh/km and two different transmission ranges (log-normal model). a) $R = 350$ m, 17 RSUs located, connection probability of the network about 97%. b) $R = 450$ m, 12 RSUs located, connection probability of the network close to 100%.

We analyzed the network using the log normal model (with the same parameters as above.) Figure 2-10 shows how the model locates 17 and 12 RSUs, respectively, resulting in a communication probability of 97% for $R = 350$ m, with 17 RSUs and close to 100% when $R = 450$ m with 12 RSUs. These examples make clear the significance of radio coverage and the respective locations for the RSUs in low density networks.

Secondly, comparing the results of the RSUs location under the unit disk model with those under the log normal model, the spatial configuration of the network changes. This is because the cost objective function, used in the optimization model also changes. As a result, different locations are selected for each model. For example, Figure 2-11a shows the result of the usage of the unit disk model with 10 RSUs to locate, while Figure 2-11b shows the result for the same number of RSUs but using the log normal model.

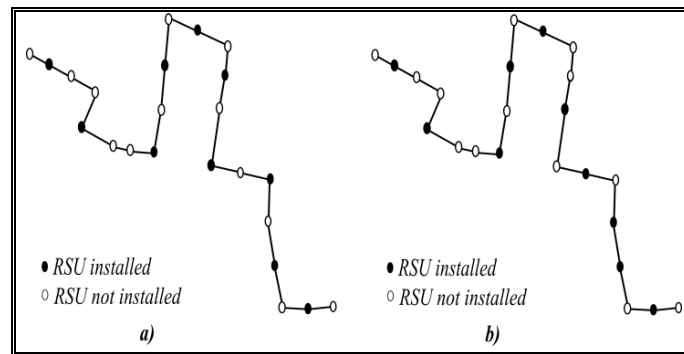


Figure 2-11: Localizations of 10 RSUs on the network, considering $R = 500$ m and a vehicle density of 1.0 veh/km. a) Instance for unit disk model, connection probability about 94%. b) Instance for the log normal model, connection probability about 100%.

In general, the results show that a cost effective suitable location of RSUs in the network, can be found which provides reliable communications between vehicles and infrastructure, particularly in low density scenarios, which was the case under study.

It is also clear that the log normal model delivers more accurate results than the unit disk model. However, the unit disk model provide a good approximation, and it is very simple and, consequently, more tractable as compared to the log-normal shadowing model.

5. CONCLUSION AND FURTHER RESEARCH

We have addressed the problem of locating a fixed number of RSUs in a one-dimensional VANET to maximize the communication probability of the entire network. The proposed methodology aims at finding an optimal location for the RSU infrastructure, which is crucial in order to achieve an adequate communication probability for vehicles. An analytical model of connectivity is proposed, that calculates the probability that a vehicle can access an RSU directly or through another vehicle. An exact solution method is formulated, which uses the system information obtained from the probabilistic model. Furthermore, the resulting model describes an equivalent to the minimum-weight k -edge path problem. This is an “integer-friendly” problem (ReVelle, 1993) so the instances can be solved in a short time. Furthermore, for some types of networks (for example, if the costs of the network arcs have the Monge property) the problem can be solved in a polynomial time.

Computer examples and results show that the connection probability is strongly dependent on the coverage ratio of the transmitters and receivers and relatively independent on the vehicle density on the network, when densities are low. Results also show that it is possible to find some cost-efficient solutions which result in a smaller number of RSUs located while assuring a connection probability of 0.9 or higher.

The proposed methodology is applicable to the analysis and design of a VANET with low traffic density. This methodology can help network planners in the design issues of the VANET and to obtain solutions for a communication probability guarantee (i.e. justifies the deploying of a given numbers of RSUs). We apply this methodology to a bus route in the public transportation system in the city of Santiago, Chile, illustrating its use as a decision tool.

Future work covers studying the introduction of new constraints and practical requirements, such as including RSU installation costs or adjusting the model for taking into account infrastructure redundancy requirements. Furthermore,

extending the scheme to a two-dimensional (2-D) or nonlinear network is the next step in this line of work.

ACKNOWLEDGEMENTS: This work was supported by FONDECYT grant 1100296; and by the Institute Complex Engineering Systems, through grants ICM-MIDEPLAN P-05-004-F and CONICYT FBO16.

REFERENCES

- Aslam, B., & Zou, C. C. (2011, 9-12 Jan. 2011). *Optimal roadside units placement along highways*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE Consumer Communications and Networking Conference.
- Bao, Y., & Zhu, Y. (2011, 5-9 June 2011). *On optimal relay placement for urban vehicular networks*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.
- Church, R., & ReVelle, C. R. (1974). The maximal covering location problem. *J Regional Science*, 32(1), 101-118.
- Ho, I. W. H., Leung, K. K., & Polak, J. W. (2009, 20-23 Oct. 2009). *Stochastic traffic and connectivity dynamics for vehicular ad-hoc networks in signalized road systems*. Paper presented at the Proceedings of the 34th annual IEEE Conference on Local Computer Networks.
- Leutzbach, W. (1987). *Introduction to the theory of traffic flow*: Springer-Verlag.
- Li, P., Huang, X., Fang, Y., & Lin, P. (2007). Optimal placement of gateways in vehicular networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 56(6), 3421-3430.
- Mao, G., Zhang, Z., & Anderson, B. D. O. (2010). Probability of k-hop connection under random connection model. *IEEE Communications Letters*, 14(11), 1023-1025.
- Meester, R., & Roy, R. (1996). *Continuum percolation*. United States of America: Cambridge University Press.
- Mukherjee, S., & Avidor, D. (2008). Connectivity and transmit-energy considerations between any pair of nodes in a wireless ad hoc network subject to fading. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(2), 1226-1242.
- Panichpapiboon, S., & Pattara-Atikom, W. (2008, 4-6 June 2008). *Connectivity requirements for a self-organizing vehicular network*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium.
- Rappaport, T. (2002). *Wireless communications: Principles and practice (2nd Edition)*: Prentice Hall.

- ReVelle, C. (1993). Facility siting and integer-friendly programming. *European Journal of Operational Research*, 65(2), 147-158. doi: 10.1016/0377-2217(93)90329-1
- Schadschneider, A., Chowdhury, D., & Nishinari, K. (2011). *Stochastic transport in complex systems: from molecules to vehicles*. Amsterdam: Elsevier.
- Sharif-Nassab, A., & Ashtiani, F. (2011). Connectivity analysis of one-dimensional ad hoc networks with arbitrary spatial distribution for variable and fixed number of nodes. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, PP(99), 1-11.
- Shioda, S., Harada, J., Watanabe, Y., Goi, T., Okada, H., & Mase, K. (2008, 15-18 Sept. 2008). *Fundamental characteristics of connectivity in vehicular ad hoc networks*. Paper presented at the Proceedings of the 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2008).
- Sun, Y., Lin, X., Lu, R., Shen, X., & Su, J. (2010, 23-27 May 2010). *Roadside units deployment for efficient short-time certificate updating in VANETs*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.
- Trullols, O., Fiore, M., Casetti, C., Chiasserini, C. F., & Ordinas, J. M. B. (2010). Planning roadside infrastructure for information dissemination in intelligent transportation systems. *Computer Communications*, 33(4), 432-442.
- Wisitpongphan, N., Fan, B., Mudalige, P., Sadekar, V., & Tonguz, O. (2007). Routing in sparse vehicular Ad Hoc Wireless Networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 25(8), 1538-1556.
- Yousefi, S., Altman, E., El-Azouzi, R., & Fathy, M. (2008a). Analytical model for connectivity in Vehicular Ad Hoc Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(6), 3341-3356.
- Zeadally, S., Hunt, R., Chen, Y.-S., Irwin, A., & Hassan, A. (2010). Vehicular ad hoc networks (VANETS): status, results, and challenges. *Telecommunication Systems*, 1-25. doi: 10.1007/s11235-010-9400-5
- Zhang, Z., Mao, G., & Anderson, B. D. O. (2011). On the information propagation process in mobile vehicular ad hoc networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(5), 2314-2325.
- Zhang, Z., Ng, S. C., Mao, G., & Anderson, B. D. O. (2011, 5-9 June 2011). *On the k-hop partial connectivity in finite wireless multi-hop networks*. Paper

presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.

BIBLIOGRAFIA

Aslam, B., & Zou, C. C. (2011, 9-12 Jan. 2011). *Optimal roadside units placement along highways*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE Consumer Communications and Networking Conference.

Bao, Y., & Zhu, Y. (2011, 5-9 June 2011). *On optimal relay placement for urban vehicular networks*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.

Bettstetter, C., & Hartmann, C. (2005). Connectivity of wireless multihop networks in a shadow fading environment. *Wirel. Netw.*, 11(5), 571-579. doi: 10.1007/s11276-005-3513-x

Cheng, H. T., Shan, H., & Zhuang, W. (2011). Infotainment and road safety service support in vehicular networking: from a communication perspective. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(6), 2020-2038. doi: 10.1016/j.ymssp.2010.11.009

Church, R., & ReVelle, C. R. (1974). The maximal covering location problem. *J Regional Science*, 32(1), 101-118.

Dousse, O., Thiran, P., & Hasler, M. (2002). *Connectivity in ad-hoc and hybrid networks*. Paper presented at the Proceedings of the 21st Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communication Societies (INFOCOM 2002).

Eiselt, H. A., & Marianov, V. (2011). *Foundations of Location Analysis*: Springer.

Ho, I. W. H., & Leung, K. K. (2007). *Node Connectivity in Vehicular Ad Hoc Networks with Structured Mobility*. Paper presented at the Proceedings of the 32nd IEEE Conference on Local Computer Networks (LCN 2007).

Ho, I. W. H., Leung, K. K., & Polak, J. W. (2009, 20-23 Oct. 2009). *Stochastic traffic and connectivity dynamics for vehicular ad-hoc networks in signalized road systems*. Paper presented at the Proceedings of the 34th annual IEEE Conference on Local Computer Networks.

Leutzbach, W. (1987). *Introduction to the theory of traffic flow*: Springer-Verlag.

Li, P., Huang, X., Fang, Y., & Lin, P. (2007). Optimal placement of gateways in vehicular networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 56(6), 3421-3430.

- Mao, G., Zhang, Z., & Anderson, B. D. O. (2010). Probability of k-hop connection under random connection model. *IEEE Communications Letters*, 14(11), 1023-1025.
- Meester, R., & Roy, R. (1996). *Continuum percolation*. United States of America: Cambridge University Press.
- Miorandi, D., & Altman, E. (2006). Connectivity in one-dimensional ad hoc networks: a queueing theoretical approach. *Wireless Networks*, 12(5), 573-587. doi: 10.1007/s11276-006-6536-z
- Moustafa, H., & Zhang, Y. (2009). *Vehicular networks: techniques, standards, and applications*. Auerbach Publications, Boston, MA, USA: CRC Press.
- Mukherjee, S., & Avidor, D. (2008). Connectivity and transmit-energy considerations between any pair of nodes in a wireless ad hoc network subject to fading. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(2), 1226-1242.
- Panichpapiboon, S., & Pattara-Atikom, W. (2008, 4-6 June 2008). *Connectivity requirements for a self-organizing vehicular network*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium.
- Rappaport, T. (2002). *Wireless communications: Principles and practice (2nd Edition)*: Prentice Hall.
- ReVelle, C. (1993). Facility siting and integer-friendly programming. *European Journal of Operational Research*, 65(2), 147-158. doi: 10.1016/0377-2217(93)90329-1
- Schadschneider, A., Chowdhury, D., & Nishinari, K. (2011). *Stochastic transport in complex systems: from molecules to vehicles*. Amsterdam: Elsevier.
- Sharif-Nassab, A., & Ashtiani, F. (2011). Connectivity analysis of one-dimensional ad hoc networks with arbitrary spatial distribution for variable and fixed number of nodes. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, PP(99), 1-11.
- Shioda, S., Harada, J., Watanabe, Y., Goi, T., Okada, H., & Mase, K. (2008, 15-18 Sept. 2008). *Fundamental characteristics of connectivity in vehicular ad hoc networks*. Paper presented at the Proceedings of the 19th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC 2008).
- Sou, S.-L. (2010). A Power-Saving Model for Roadside Unit Deployment in Vehicular Networks. *Communications Letters, IEEE*, 14(7), 623-625. doi: 10.1109/lcomm.2010.07.100089

Sun, Y., Lin, X., Lu, R., Shen, X., & Su, J. (2010, 23-27 May 2010). *Roadside units deployment for efficient short-time certificate updating in VANETs*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.

Transantiago Official Documentation, Anex G: Communications Systems, page 20.

Trullols, O., Fiore, M., Casetti, C., Chiasserini, C. F., & Ordinas, J. M. B. (2010). Planning roadside infrastructure for information dissemination in intelligent transportation systems. *Computer Communications*, 33(4), 432-442.

Wisitpongphan, N., Fan, B., Mudalige, P., Sadekar, V., & Tonguz, O. (2007). Routing in sparse vehicular Ad Hoc Wireless Networks. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 25(8), 1538-1556.

Yang, Y., & Bagrodia, R. (2009). *Evaluation of VANET-based advanced intelligent transportation systems*. Paper presented at the Proceedings of the 6th ACM international workshop on VehiculAr InterNETworking, Beijing, China.

Yousefi, S., Altman, E., El-Azouzi, R., & Fathy, M. (2008a). Analytical model for connectivity in Vehicular Ad Hoc Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 57(6), 3341-3356.

Yousefi, S., Altman, E., El-Azouzi, R., & Fathy, M. (2008b). Improving connectivity in vehicular ad hoc networks: an analytical study. *Computer Communications*, 31(9), 1653-1659. doi: 10.1016/j.comcom.2007.10.045

Yousefi, S., Mousavi, M. S., & Fathy, M. (2006, June 2006). *Vehicular Ad Hoc Networks (VANETs): challenges and perspectives*. Paper presented at the Proceedings of the 6th International Conference on ITS Telecommunications.

Zeadally, S., Hunt, R., Chen, Y.-S., Irwin, A., & Hassan, A. (2010). Vehicular ad hoc networks (VANETS): status, results, and challenges. *Telecommunication Systems*, 1-25. doi: 10.1007/s11235-010-9400-5

Zhang, C., Ho, P.-H., & Tapolcai, J. (2011). On batch verification with group testing for vehicular communications. *Wireless Networks*, 17(8), 1851-1865.

Zhang, Z., Mao, G., & Anderson, B. D. O. (2011). On the information propagation process in mobile vehicular ad hoc networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(5), 2314-2325.

Zhang, Z., Ng, S. C., Mao, G., & Anderson, B. D. O. (2011, 5-9 June 2011). *On the k-hop partial connectivity in finite wireless multi-hop networks*. Paper presented at the Proceedings of the IEEE International Conference on Communications.

ANEXOS

ANEXO 1: ANÁLISIS DE CONECTIVAD CON UNA RSU EN EL EXTREMO DEL SEGMENTO.

En esta sección presentamos la derivación de P_L para cuando se tiene un segmento con una RSU en el extremo (Figura A1-1), bajo el modelo de disco unitario. Los resultados de las ecuaciones para una RSU en el borde izquierdo tanto como en el derecho son simétricos.

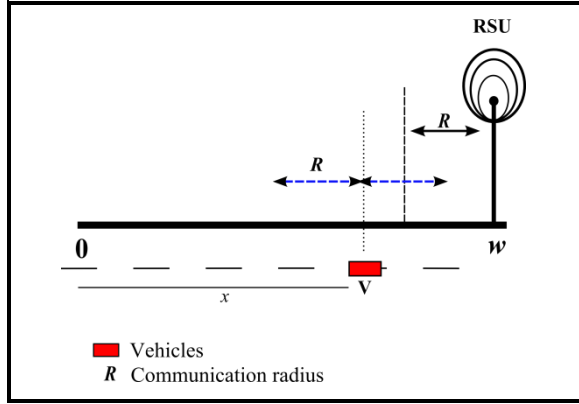


Figura A1-1: Modelo de comunicación para un segmento de red $[0, w]$ con una RSU en el extremo.

Sea w el largo del segmento. De la Figura A1-1, tenemos que:

- i. Para $w \leq R$ todos los vehículos sobre el segmento de red pueden comunicarse directamente a la RSU. Luego $P_R(x) = 1$, y reemplazando en (3)

:

$$P_L(x) = 1 \quad \forall x \Rightarrow P_L = 1 \quad (\text{a2.1})$$

- ii. Para $R < w \leq 2R$:

De la Figura A1-1, se tiene la probabilidad que el vehículo esté localizado bajo el área de cobertura de la RSU, o que se localice fuera del radio de cobertura de la RSU. Por lo tanto, para este escenario tenemos que:

$$\begin{aligned} \text{Si } x \in [w-R, w] \quad & P_R(x) = 1 \quad P_{VR}(x) = 0 \\ \text{Si } x \in [0, w-R] \quad & P_R(x) = 0 \quad P_{VR}(x) = p_v(x) \end{aligned}$$

Luego, siguiendo la ecuación (3), cuando $x \in [w-R, w]$ $P_L = R/w$.

Por otro lado, cuando $x \in [0, w-R]$ $P_L(x) = \frac{1}{w} \int_0^{w-R} p_v(x) dx$. Donde de acuerdo a la ecuación (5) $p_v(x)$ es:

$$p_v(x) = \left(1 - e^{-\int_{w-R}^{x+R} \lambda dy} \right) = \left(1 - e^{-\lambda(2R-w+x)} \right)$$

Finalmente, la contribución de todo el segmento a P_L es:

$$\begin{aligned} P_L &= \frac{R}{w} + \frac{1}{w} \int_0^{w-R} \left(1 - e^{-\lambda(2R-w+x)} \right) dx \\ P_L &= 1 + \frac{1}{w} \left(e^{-\lambda R} - e^{-\lambda(2R-w)} \right) \end{aligned} \tag{a2.2}$$

iii. Para $w \geq 2R$

Igual que el análisis anterior, tenemos:

$$\begin{aligned} \text{Si } x \in [w-R, w] \quad & P_R(x) = 1 \quad P_{VR}(x) = 0 \\ \text{Si } x \in [0, w-R] \quad & P_R(x) = 0 \quad P_{VR}(x) = p_v(x) \end{aligned}$$

Si $x \in [w-R, w]$, sustituyendo en (3), $P_L = R/w$.

Luego, si $x \in [0, w-R]$ tenemos que $p_v(x)$ está dada por (5) así:

$$p_v(x) = \begin{cases} \left(1 - e^{-\int_{w-R}^{x+R} \lambda dy} \right) & \text{si } x \in [w-2R, w-R] \\ 0 & \text{si } x \in [0, w-2R] \end{cases}$$

Esto es, cuando $x \in [w-2R, w-R]$ el radio de cobertura del vehículo se sobrepone con el radio de cobertura de la *RSU*. Cuando $x \in [0, w-2R]$ el vehículo se considera como solitario.

Así para el intervalo $[0, w-R]$, la contribución a P_L es:

$$P_L(x) = \frac{1}{w} \int_{w-2R}^{w-R} (1 - e^{-\lambda(2R+x-w)}) dx$$

Finalmente, la probabilidad de acceso P_L cuando $w \geq 2R$ es:

$$P_L(x) = \frac{R}{w} + \frac{1}{w} \int_{w-2R}^{w-R} (1 - e^{-\lambda(2R+x-w)}) dx$$

$$P_L = \frac{2R}{w} + \frac{1}{\lambda w} (e^{-\lambda R} - 1)$$

ANEXO 2: EJEMPLO NUMÉRICO

A continuación entregamos un ejemplo pequeño de la aplicación del modelo matemático descrito. Este ejemplo tiene como objetivo exclusivamente validar los valores de los resultados de la estimación de probabilidad y la modelación (sin discusiones profundas). Para este se generó una red lineal aleatoria (de distancia total de 2 km), y 5 candidatos a localización, como se muestra en la Figura A2-1.

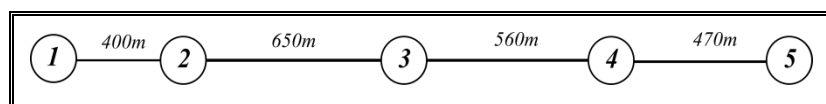


Figura A2-1: Red de prueba. Análisis numérico.

Para empezar, a partir del grafo de la Figura A2-1, se construye el grafo $H(V,E)$ donde los pesos de cada arco corresponderán al valor de la probabilidad de enlace respectiva. Asumimos una densidad de vehículos (λ) de 0.6 veh/km. El radio de cobertura de los dispositivos es de 250 m para una instancia, y de 300 m para la otra. Los valores de probabilidad se calcularon bajo la función de conexión del modelo de disco unitario (ver (16)). Los datos correspondientes a la construcción del grafo H se muestran en la Tabla A2-1.

Tabla A2-1: Detalle del peso de cada arco del grafo $H(V,E)$ para la red del ejemplo numérico.

Nodos		Distancia	Para $R = 250\text{ m}$		Para $R = 300\text{ m}$	
i	j	d_{ij}	$P_{L(i,j)}$	$-\log P_{L(i,j)}$	$P_{L(i,j)}$	$-\log P_{L(i,j)}$
1	2	400	1	0	1	0
1	3	1050	0,5138	0,2892	0,7883	0,1033
1	4	1610	0,3351	0,4749	0,3125	0,5052
1	5	2080	0,2593	0,5861	0,2038	0,6908
2	3	650	0,8173	0,0876	0,1577	0,8021

2	4	1210	0,4458	0,3508	1	0
2	5	1680	0,3211	0,4934	0,6247	0,2043
3	4	560	0,9201	0,0362	0,4076	0,3898
3	5	1030	0,5237	0,2809	0,3155	0,5010
4	5	470	1	0	0,9467	0,0238
<i>O</i>	1	0	1	0	0,5423	0,2658
<i>O</i>	2	400	0,6662	0,1764	0,3906	0,4083
<i>O</i>	3	1050	0,2569	0,5903	1	0
<i>O</i>	4	1610	0,1675	0,7759	0,6367	0,1960
<i>O</i>	5	2080	0,1297	0,8871	1,0000	0,0000
1	<i>D</i>	2080	0,1297	0,8871	0,1577	0,8021
2	<i>D</i>	1680	0,1605	0,7944	0,1953	0,7093
3	<i>D</i>	1030	0,2619	0,5819	0,3185	0,4968
4	<i>D</i>	470	0,5732	0,2417	0,6864	0,1634
5	<i>D</i>	0	1	0	1	0

Seguidamente, para ambas instancias se resuelve la formulación matemática planteada de (19) a (25). Las Tabla A2-2 y A2-3 muestran los resultados de localización de RSUs y la probabilidad de enlace en la red.

En la primera prueba se utiliza la instancia con valores de acuerdo a $R = 250$ m, y la localización de máximo 5 RSUs. Los resultados que obtuvimos fueron los esperados. De la Tabla A2-2 vemos que en efecto, a medida que aumenta el número de RSUs va mejorando la conectividad en la red, obviamente debido a que se va radio cubriendo la red. Además en la misma tabla se muestran los puntos de localización con que obtiene dicha cobertura en la red. Un 1 representa la localización de un equipo en el nodo respectivo, un 0 indica que no se localiza.

Para la segunda instancia, se utiliza la misma red y densidad de vehículos, excepto que los pesos fueron calculados con $R = 300$ m. La Tabla A2-3 muestra los resultados de este caso. Como se esperaba, se nota un aumento en los valores de la probabilidad de enlace de la red, y esto es porque el peso de los arcos aumenta

debido a se tiene mejor probabilidad de conectarse a las RSUs con el aumento del radio de cobertura, y la probabilidad mejora aún más con el incremento del número de RSUs en la red.

Tabla A2-2: Resultados de la metodología para la red de ejemplo, con $R = 250$ m y $\lambda = 0.6$ veh/km.

# de RSU	$-\log P_{L(i,j)}$	$P_{L(i,j)}$	1	2	3	4	5
1	0,8871	0,1297	1	0	0	0	0
2	0,5861	0,2593	1	0	0	0	1
3	0,4749	0,3351	1	0	0	1	1
4	0,3002	0,5009	0	1	1	1	1
5	0,1238	0,7520	1	1	1	1	1

Tabla A2-3: Resultados de la metodología para la red de ejemplo, con $R = 300$ m y $\lambda = 0.6$ veh/km.

# de RSU	$-\log P_{L(i,j)}$	$P_{L(i,j)}$	1	2	3	4	5
1	0,8021	0,1577	1	0	0	0	0
2	0,5010	0,3155	1	0	0	0	1
3	0,2905	0,5123	0	1	1	1	0
4	0,1271	0,7463	0	1	1	1	1
5	0,0238	0,9467	1	1	1	1	1