



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACIÓN DE CONSIDERACIÓN Y ELECCIÓN DE RUTAS EN TRANSPORTE PÚBLICO

JAVIER MARCELO ORELLANA TRONCOSO

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
SEBASTIÁN RAVEAU

Santiago de Chile, Marzo, 2021

© 2021, Javier Marcelo Orellana Troncoso



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACIÓN DE CONSIDERACIÓN Y ELECCIÓN DE RUTAS EN TRANSPORTE PÚBLICO

JAVIER MARCELO ORELLANA TRONCOSO

Tesis (Proyecto) presentada(o) a la Comisión integrada por los profesores:

SEBASTIÁN RAVEAU FELIÚ

RICARDO HURTUBIA GONZÁLEZ

FELIPE GONZÁLEZ VALDÉS

HERNÁN DE SOLMINIHAC TAMPIER

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Marzo, 2021

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero dar mis agradecimientos a mi profesor supervisor Sebastián Raveau. Tengo que agradecer que me dieras la oportunidad de investigar juntos, de motivarme con la especialidad de Ingeniería en Sistema de Transporte y de siempre estar disponible para resolver cada una de mis inquietudes con una gran disposición. Muchas gracias por creer en mis capacidades, guiarme en este proceso y confiar en mí.

Quiero agradecer a mi familia. A mí madre, por siempre estar disponible para escucharme, aconsejarme y brindarme amor incondicional. A mí padre, por creer en mis capacidades y forjar mi sentido de la responsabilidad y disciplina. A mí hermana, por siempre alentarme a ser mejor, por darme perspectivas distintas sobre las cosas cuando siento que todo es oscuro y por ser realmente una de mis mejores amigas.

También quiero agradecerte a ti, aunque sé que ya no caminamos por el mismo sendero. Agradezco todo el apoyo que me brindaste en todo el proceso universitario y, a la vez, en muchos otros aspectos de mi vida. Gracias a lo que aprendí y crecí contigo logré llegar a este punto y concretar el sueño del que siempre te hablé.

Por último, quiero agradecer a Fernanda quién ha estado para mí durante el último año escuchándome constantemente, brindándome luz entre la oscuridad de lo que fue realizar esta investigación en un contexto mundial tan adverso. Creo que ni siquiera tú dimensionas la importancia que has tenido para mí durante este proceso, pero quiero que sepas que estoy profundamente agradecido.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	iii
Índice General	iv
Índice de Tablas	vii
Índice de Figuras	viii
Resumen.....	ix
Abstract	x
1. Introducción	1
1.1 Hipótesis	4
1.2 Objetivos.....	4
1.3 Alcances.....	5
1.4 Metodología	6
1.5 Estructura de la Tesis	7
2. Revisión bibliográfica	7
2.1 Elección con Grandes Cantidades de Alternativas	8
2.1.1 Problema de Elección de Rutas en Transporte Público	11
2.2 Enfoques de Modelación	16
2.2.1 Enfoque Secuencial.....	16
2.2.2 Enfoque Recursivo Basado en Arcos	19
2.3 Heurísticas de Elección.....	20
2.3.1 Heurísticas No-Compensatorias.....	20
2.3.2 Heurísticas Compensatorias	25
2.4 Estimación por Máxima Verosimilitud	27

2.5	Pruebas e Indicadores Estadísticos	30
2.5.1	Test de Razón de Verosimilitud.....	30
2.5.2	Análisis de Ajuste Predictivo	31
2.5.3	Indicadores de Matriz de Confusión	33
3.	Modelación de la elección en dos etapas	36
3.1	Estimación del Modelo de Eliminación por Aspectos.....	36
3.2	Caracterización de Aspectos	39
3.3	Problemas de Identificabilidad Asociados al Modelo EBA	41
3.3.1	Dominancia de Alternativas.....	42
3.3.2	Inclusión de Atributos Discretos	44
3.4	Estrategia de Estimación del Modelo EBA	47
4.	Bases de datos utilizada	53
4.1	Elección de Rutas en Transporte Público en Santiago de Chile	54
4.1.1	Variables de Modelación.....	56
4.1.2	Análisis Previo de Variables	60
5.	Resultados	66
5.1	Especificación de la Etapa Compensatoria MNL	66
5.2	Modelo Benchmark MNL.....	68
5.3	Modelos en Dos Etapas EBA-MNL	70
5.3.1	Ajuste de Modelos EBA-MNL	71
5.3.2	Capacidad Predictiva de Modelos EBA-MNL.....	77
5.3.3	Análisis de Parámetros Estimados por Modelos EBA-MNL.....	86
5.4	Enfoque en Dos Etapas vs Enfoque Tradicional	89
6.	Conclusiones	91

Referencias.....	95
Anexos	100
Anexo A: Métodos de Generación de Rutas	101
Anexo B: Ajuste y Alternativas Descartadas en Función del Valor del Umbral	105

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2-1: Matriz de Confusión	33
Tabla 3-1: Caracterización de alternativas en ejemplo 1-EBA	37
Tabla 3-2: Secuencias de aspectos asociadas a cada alternativa del ejemplo 1-EBA	37
Tabla 3-3: Caracterización de alternativas en ejemplo 2-EBA	42
Tabla 3-4: Caracterización de alternativas en ejemplo 3-EBA	45
Tabla 3-4: Caracterización de alternativas en ejemplo 3-EBA	47
Tabla 4-1: Estructura general de las rutas observadas	55
Tabla 4-2: Atributos asociados a las rutas utilizados como variables de modelación	57
Tabla 4-3: Valores promedio de los atributos de la base de modelación	59
Tabla 5-1: Resultados Modelo <i>Benchmark</i> MNL	69
Tabla 5-2: Resultados de modelos EBA-MNL con un aspecto	71
Tabla 5-3: Resultados modelos EBA-MNL con dos aspectos	75
Tabla 5-4: Resultados de modelos EBA-MNL con más de 2 aspectos	76
Tabla 5-5: Modelos con mejor indicadores de éxito predictivo	78
Tabla 5-6: Proporciones de mercado estimadas	80
Tabla 5-7: Resultados de indicadores de la matriz de confusión	81
Tabla 5-8: Resultados Modelos EBA-MNL TV y TV – <i>TCAMAcceso</i>	86
Tabla 5-9: Tasas Marginales de Sustitución de los Mejores Modelos	87

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 2-1: Satisfacción de la elección en función del número de alternativas	9
Figura 2-2: Racionalidad de las heurísticas de consideración	10
Figura 2-3: Conjuntos de alternativas desde la perspectiva del viajero y del modelador	12
Figura 2-4: Esquema del enfoque de modelación tradicional y el enfoque propuesto	14
Figura 3-1: Comportamiento de la función de log-verosimilitud en función del valor del umbral para distintos valores de la mínima probabilidad de elección (δ)	52
Figura 4-1: Histograma del tamaño del conjunto de alternativas	56
Figura 4-2: Umbral en base a diferencias en función del umbral en base a razón	62
Figura 4-3: Umbral en base a diferencias en función del umbral en base a razón para el tiempo de transbordo	65
Figura 5-1: Comportamiento de la log-verosimilitud para el atributo TTV en función del valor asociado al umbral y el parámetro δ	73
Figura 5-2: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo TTV en función del valor del umbral asociado	74

RESUMEN

En contextos donde los individuos enfrentan una gran cantidad de alternativas disponibles para elegir, como es el caso de la elección de rutas en transporte público, la teoría sugiere que las personas simplifican el proceso de elección adoptando un comportamiento de consideración-elección para reducir la cantidad de alternativas a evaluar. Sin embargo, los modelos de elección discreta utilizados tradicionalmente no modelan la etapa de consideración, argumentando que se encuentra implícita en el proceso de generación de rutas con el objetivo de mantener sencilla la estructura del modelo. Además, este supuesto puede afectar de forma negativa la calibración y posterior aplicación de los modelos si se incluyen alternativas irrelevantes en el conjunto de alternativas de los individuos.

Esta investigación modela la etapa de consideración a través de la heurística no-compensatoria de Eliminación por Aspectos (EBA) para reducir el conjunto de alternativas de los individuos y luego evalúa las alternativas atractivas de forma compensatoria utilizando un modelo Logit Multinomial (MNL). Se aborda la identificabilidad asociada al modelo EBA y su impacto en los modelos en dos etapas a través de ejemplos ilustrativos. El enfoque fue aplicado sobre una muestra de datos provenientes de una encuesta de elección de modo y ruta en Transantiago.

Se descubrió que los modelos en dos etapas EBA-MNL son equivalentes a los modelos MNL tradicionales – puramente compensatorios – respecto a su capacidad predictiva. Por lo tanto, los resultados indican que para los datos utilizados el enfoque en dos etapas no genera una mejora significativa de la precisión en la predicción. No obstante, todavía quedan múltiples aristas por donde abordar el problema y los resultados no significan que el enfoque de consideración-elección no sea útil. En particular, es necesario explorar si la utilización de una heurística no-compensatoria distinta a EBA podría generar mejoras en la predicción respecto a los modelos tradicionales, así como evaluar si este enfoque puede servir como método alternativo a los métodos tradicionales de generación de rutas.

ABSTRACT

In situations where individuals face a large number of available alternatives to choose, like in route choice in public transport, theory suggest that people simplify their choice process through a consideration-choice behaviour to reduce the amount of alternatives to evaluate. However, traditional discrete choice models used in route choice do not model the consideration stage, arguing that this stage is implicit in the route generation process with the objective to maintain a straightforward model structure. Besides, this assumption can negatively affect the calibration and application of the model if the choice set of the individuals include irrelevant alternatives.

This research models the consideration stage through a non-compensatory heuristic called Elimination by Aspects (EBA) to reduce the choice set of individuals and then evaluate the attractive alternatives using a compensatory heuristic given by the Multinomial Logit model (MNL). The identifiability issues associated with the EBA model was addressed and their impact in the two-stage models explained through illustrative examples. This approach was applied on a sample from a survey of mode and route choice in Transantiago.

Results show that the two stage EBA-MNL models are equivalents to traditional MNL models – purely compensatory – in terms of their predictive capacity. Therefore, the results show that, for the dataset used in this research, the two-stage framework does not significantly improve the precision in the prediction. However, there are still multiples aspects to address and the results do not mean that the consideration-choice framework is not useful. In particular, it is necessary explore if the use of a different non-compensatory heuristic will improve the prediction of the models regarding to traditional models, as well as evaluate if this framework will be useful as an alternative method to the traditional generation route methods.

1. INTRODUCCIÓN

Entender y predecir las elecciones de las personas es una tarea fundamental para apoyar la toma de decisiones tanto en el ámbito público como privado. Por ejemplo, en el sector público, captar las preferencias de los individuos con respecto a un fenómeno permite entender el comportamiento de la población y guiar el proceso de diseño de políticas públicas hacia el resultado esperado. En el sector privado, captar las preferencias de los individuos con respecto a una necesidad – como la entretención – o las características de más importantes de ciertos productos permite apoyar la creación de productos que satisfagan esta necesidad y también apoyar la creación de estrategias de mercado.

Para entender las preferencias de los individuos y predecir su comportamiento, una de las técnicas más populares corresponde al uso de modelos econométricos de elección discreta. Esta herramienta permite i) modelar la elección de los tomadores de decisiones cuando enfrentan un conjunto discreto de alternativas disponibles y ii) captar las preferencias del individuo con respecto a los atributos más importantes que considera para realizar su elección. Debido a que estos modelos permiten al modelador interpretar el comportamiento, es que se han utilizado ampliamente para modelar las preferencias de las personas en distintos contextos, tales como, en *marketing* para entender la compra de productos (Gilbride & Allenby, 2004), en elección residencial (Zolfaghari et al., 2012) y en elección de ruta y modo de transporte (Prato, 2009).

Uno de los elementos principales de los modelos de elección discreta es su forma funcional, que corresponde a la heurística de elección que el modelador asume para representar el comportamiento utilizado por los individuos para tomar su decisión y que a su vez da origen a la expresión para las probabilidades de elección de las alternativas. Dentro de las múltiples heurísticas que se han propuesto para representar distintos tipos de comportamiento se encuentra la Maximización de Utilidad Aleatoria (*Random Utility*

Maximization, RUM) (McFadden, 1981) y la Eliminación por Aspectos (*Elimination by Aspects*, EBA) (Tversky, 1972) que serán detalladas en el Capítulo 2.

El comportamiento de los individuos para realizar una elección varía de acuerdo con la cantidad de alternativas disponibles que enfrenta (Hauser, 2014; Reutskaja & Hogarth, 2009). En contextos con una cantidad razonable de alternativas, los individuos adoptan un comportamiento compensatorio, es decir, realizan un *trade-off* entre los atributos de cada alternativa para tomar su decisión. Un ejemplo de este caso ocurre en un contexto de elección de modo de transporte, donde las alternativas disponibles podrían ser simplemente cinco (por ejemplo, automóvil, bus, metro y combinaciones modales como bus-metro y metro-bus). En este caso, el individuo enfrenta una cantidad de alternativas razonable y es relativamente sencillo comparar los atributos que están asociados principalmente a tiempos de viaje, caminata, espera, entre muchos otros que se pueden captar.

Sin embargo, cuando la cantidad de alternativas es muy grande las personas no son capaces de evaluar cada una de ellas de acuerdo con un mecanismo compensatorio, ya que requiere un gran esfuerzo cognitivo. Por ende, la estrategia que adoptan es simplificar la decisión a través de un proceso de consideración-elección (Reutskaja & Hogarth, 2009), es decir, en la primera etapa el individuo identifica las alternativas más atractivas formando el denominado conjunto de consideración y luego, en la segunda etapa evalúa las alternativas de este subconjunto a través de un mecanismo compensatorio para tomar su decisión.

El enfoque descrito en el párrafo anterior corresponde a un proceso de elección en dos etapas. De acuerdo con Hauser (2014), la primera etapa está representada de forma adecuada por un proceso de elección no-compensatorio, donde a través de la aplicación de heurísticas, que también pueden ser vistas como reglas de decisión, es posible formar el conjunto de consideración sin necesidad de realizar una comparación exhaustiva entre

cada una de las alternativas. La segunda etapa, asociada al proceso de elección sobre el conjunto de consideración, es tradicionalmente modelada a través de un mecanismo compensatorio.

Las ventajas de modelar la consideración para reducir la cantidad de alternativas que son evaluadas en la etapa de elección están asociadas con i) la reducción de la carga cognitiva utilizada por el individuo al enfrentar un conjunto con una cantidad razonable de alternativas y ii) una representación más realista del proceso de elección en contextos con grandes cantidades de alternativas. Mientras que las desventajas están asociadas con i) el aumento de la complejidad del modelo debido al uso de formas funcionales con expresiones no explícitas para representar el fenómeno y ii) problemas de identificabilidad de los parámetros del modelo en el proceso de estimación.

A pesar de que el proceso de elección en dos etapas posee un mayor sustento teórico en contextos con grandes cantidades de alternativas, en elección de rutas en transporte público generalmente la modelación de la consideración es omitida, atribuyendo a que se encuentra implícita en el proceso de generación de rutas – como se ve en el Capítulo 2 y se profundiza en el Anexo A – con la finalidad de mantener sencilla la estructura del modelo. No obstante, este supuesto puede afectar de forma negativa la calibración y aplicación de los modelos si el conjunto de alternativas incluye alternativas que son irrelevantes para el individuo.

Por lo tanto, objetivo principal que motiva el desarrollo de esta tesis es modelar la etapa de consideración – en un contexto de elección de rutas en transporte público – y evaluar la capacidad predictiva del modelo en comparación con el enfoque tradicional en una sola etapa, la que se asume totalmente compensatoria.

1.1 Hipótesis

Las principales hipótesis que motivan el desarrollo de la tesis corresponden a:

- a) La modelación de la consideración – en el contexto de elección de rutas en transporte público – a través de heurísticas de elección no-compensatorias, permite aumentar la precisión en la predicción de las rutas elegidas por parte de los individuos, en comparación con los modelos tradicionales en una etapa totalmente compensatoria.
- b) Utilizar heurísticas de elección no-compensatorias para modelar la consideración es un proceso más sencillo que aplicar métodos de generación de rutas como, por ejemplo, *Branch and Bound* (Prato & Bekhor, 2006) para formar el conjunto de alternativas.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de la tesis es modelar, implementar y analizar modelos de elección de ruta en transporte público considerando un enfoque en dos etapas de consideración-elección.

Como se mencionó anteriormente, los modelos en dos etapas están bien representados por heurísticas de índole no-compensatoria para modelar la etapa de consideración. Por lo tanto, uno de los objetivos específicos previo a la implementación del modelo es:

- a) Evaluar la pertinencia y factibilidad de la heurística EBA para modelar la etapa de consideración de rutas en transporte público.

Una de las principales razones para asumir que la consideración está implícita en los modelos tradicionales de elección de rutas es mantener de forma sencilla la estructura del

modelo. Dado que la complejidad de los modelos en dos etapas es mayor, aparecen en ciertos casos problemas de identificabilidad en los parámetros a estimar en la etapa de consideración. De aquí se desprende el segundo objetivo correspondiente a:

- b) Analizar los casos bordes donde se producen problemas de identificabilidad en la modelación de la consideración y su impacto en la estimación completa del modelo.

Dado que se plantean varios modelos en dos etapas es necesario escoger el mejor de ellos para compararlo con el modelo en una etapa utilizado como *benchmark* que consiste en un modelo Logit Multinomial (MNL) detallado en el Capítulo 2. Por esto es necesario:

- c) Comparar los modelos en dos etapas y el *benchmark* a través de distintos indicadores y técnicas estadísticas que permitan evaluar la precisión en la predicción al aplicarlos sobre una base de validación. Estos métodos y técnicas también serán desarrollados en el Capítulo 2.

1.3 Alcances

Este estudio tiene un carácter exploratorio respecto a identificar comportamientos no-compensatorios en el proceso de elección de los individuos y el foco está en la modelación de la consideración. Por esta razón, los modelos implementados poseen una estructura sencilla – principalmente en la etapa compensatoria como lo es el modelo MNL – y no incorporan heterogeneidad a nivel de tipos de individuos que podría ser captada a través de modelos más sofisticados como el Logit Mixto (McFadden & Train, 2000).

También hay otras razones por las que no se incorporó heterogeneidad a nivel de individuos. Por ejemplo, la base de datos utilizada no posee información socioeconómica de los individuos que permitiera crear distintas clases para aplicar un modelo de clases latentes. Por otra parte, un modelo de este tipo resulta poco práctico a nivel de

planificación estratégica – que corresponde al objetivo de este estudio para transporte público – debido a la mayor complejidad y requerimientos de información.

También, es necesario destacar que la investigación no pretende estimar modelos de tipo Semi-Conjuntivo (Cantillo & Ortúzar, 2005) o Sub-Conjuntivo (Jedidi & Kholi, 2005), sino que se trata de modelos en dos etapas EBA-MNL, donde la consideración es modelada a través de la heurística de elección EBA.

1.4 Metodología

Para lograr los objetivos planteados se utiliza el *software* de programación *Python* en su versión 3.7 (Van Rossum & Drake, 2011), el que a través del paquete *statsmodels* permite estimar modelos de elección discreta personalizados a través del método de Máxima Verosimilitud (Ortúzar, 2000) que se detalla en el Capítulo 2. Esto es necesario porque los *softwares* estándar para estimar modelos de elección discreta como *Biogeme* (Bierlaire, 2018) no poseen implementados modelos de dos etapas que permitan modelar la consideración de alternativas.

Para entender los resultados de los modelos en dos etapas utilizando la heurística de elección EBA es necesario desarrollar un marco teórico en el Capítulo 2. De esta forma, es más sencillo entender los resultados y dinámicas del modelo para dar una interpretación a los hallazgos que fueron encontrados.

Una de las principales tareas consistió en comparar de forma justa los distintos modelos que fueron estimados. Debido a esto, en el Capítulo 2 se incluye una Sección donde son explicadas de forma detallada las principales pruebas estadísticas e indicadores utilizados para comparar y evaluar los distintos modelos en base al ajuste obtenido en la estimación, así como también en la precisión en la predicción utilizando una base de datos de validación.

1.5 Estructura de la Tesis

La tesis se estructura en base a un Capítulo 2 donde el problema es contextualizado a través de una revisión bibliográfica donde se detalla el enfoque de elección en dos etapas de consideración-elección, se explican los principales tipos de heurísticas de elección, el método de Máxima Verosimilitud utilizado para estimar los modelos, así como los principales indicadores para comparar y elegir los mejores modelos. El Capítulo 3 consiste en una discusión teórica que aborda los problemas de identificabilidad asociados al modelo de EBA. Además, en este se explica la metodología utilizada para la estimación de los modelos en dos etapas. El Capítulo 4 presenta la base de datos utilizada para la calibración de los modelos con un análisis de las principales variables involucradas en la modelación. En el Capítulo 5 se exponen los principales resultados tanto de los modelos en dos etapas EBA-MNL y el *benchmark* MNL utilizado como referencia para evaluar los modelos. También se muestra un análisis comparativo de los modelos en función del ajuste obtenido, la capacidad predictiva utilizando distintos indicadores y las tasas marginales de sustitución en función del tiempo de viaje. Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las conclusiones más importantes que surgen a partir de la investigación.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este Capítulo se describe el problema de elección de rutas en transporte público con foco en la consideración de alternativas y las principales heurísticas para modelar esta etapa del proceso de elección. Luego, se explica en detalle el método de Máxima Verosimilitud que se utilizó para la estimación de los modelos. Para finalizar el Capítulo, se describen las principales técnicas que se utilizaron para comparar y seleccionar los mejores modelos.

2.1 Elección con Grandes Cantidades de Alternativas

En contextos de elección con grandes cantidades de alternativas disponibles, los individuos simplifican el proceso de elección a través de diversas reglas de decisión también llamadas heurísticas, con el objetivo formar un subconjunto de alternativas más pequeño denominado conjunto de consideración (Reutskaja & Hogarth, 2009). Luego, la elección es realizada evaluando y comparando cada una de las alternativas de este subconjunto. Este proceso de elección es también denominado enfoque en dos etapas, donde la primera corresponde a la consideración de alternativas y la segunda a la elección.

El objetivo principal que motiva a modelar la etapa de consideración es reducir la cantidad de alternativas que serán evaluadas en la etapa de elección. Desde un punto de vista teórico, esto corresponde a una representación más realista del proceso de elección, puesto que refleja el incentivo del individuo por reducir la carga cognitiva que implica evaluar de forma exhaustiva cada una de las alternativas. Por otro lado, desde un punto de vista de la estimación del modelo, contar con un conjunto de alternativas más pequeño y que no contenga una gran proporción de alternativas irrelevantes – que el individuo no considera al momento de tomar su decisión – permite obtener parámetros consistentes y reducir el tiempo de ejecución requerido para la estimación.

También hay resultados empíricos que avalan la dinámica del proceso de elección en dos etapas como, por ejemplo, el estudio realizado por Reutskaja y Hogarth (2009) donde demuestran que la satisfacción asociada a una elección – entendida como la diferencia entre los beneficios y costos del proceso de elección – posee una forma cóncava o de U-invertida, debido a que los costos se incrementan a mayor tasa que los beneficios a medida que el tamaño del conjunto de alternativas aumenta, como se puede apreciar en la Figura 2-1. Cabe destacar que los beneficios que identifican los autores respecto a tener un conjunto de alternativas más grande están principalmente asociados al beneficio económico, la mayor percepción de libertad para decidir y la sensación de autonomía.

Mientras que los costos corresponden al tiempo utilizado para decidir, el esfuerzo cognitivo involucrado en el proceso de elección y la ansiedad respecto a la incertidumbre en las preferencias, los *trade-offs* entre las alternativas y tomar la decisión incorrecta.

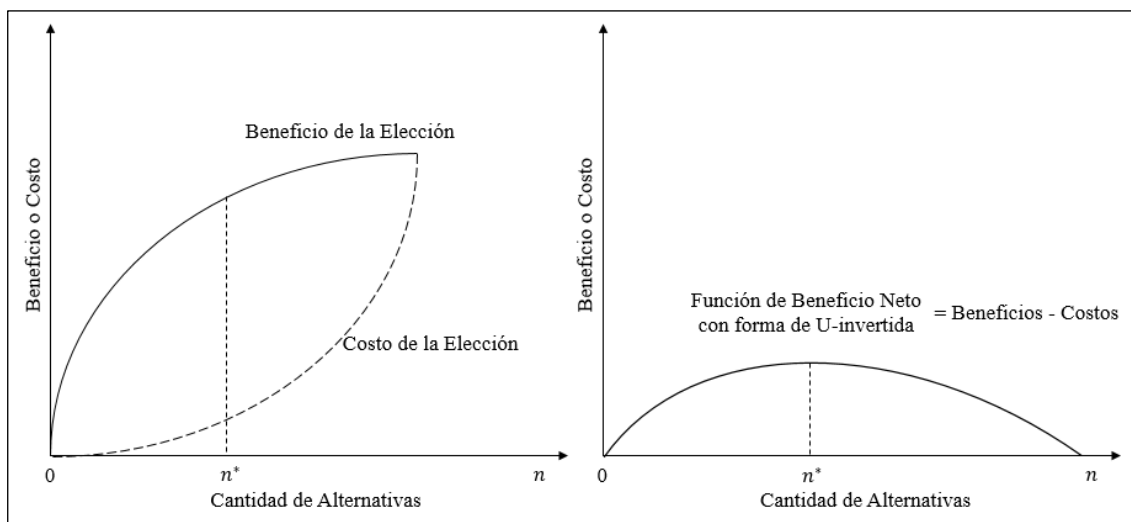


Figura 2-1: Satisfacción de la elección en función del número de alternativas
Fuente: Adaptado de Reutskaja y Hogarth (2009)

En base a lo descrito en el párrafo anterior, Reutskaja y Hogarth (2009) concluyen que los tomadores de decisiones maximizan su satisfacción al enfrentar conjuntos de alternativas de un tamaño intermedio dado teóricamente por n^* , tal como muestra la Figura 2-1. Esto refuerza la idea de que los individuos no consideran todas las alternativas disponibles al momento de elegir, sino que un subconjunto de ellas.

Por otro lado, en base a la misma lógica de costo y beneficio explicada en la Figura 2-1, Hauser (2014) demuestra que los conjuntos de consideración son racionales y que empíricamente hay evidencia fuerte para afirmar que su tamaño óptimo n^* es menor al total de alternativas disponibles, es decir, los individuos no consideran todas las alternativas para realizar su elección.

Así mismo, Hauser (2014) demuestra también que utilizar heurísticas de consideración para acotar el número de alternativas es racional. La justificación es que el beneficio neto asociado a utilizar una heurística para evaluar alternativas y reducir el tamaño del conjunto final de elección es mayor que el beneficio de realizar una evaluación completa sobre todas las alternativas disponibles, tal como ilustra la Figura 2-2. Por lo tanto, se sustenta la idea de modelar la etapa de consideración a través de heurísticas de elección para acotar el conjunto de alternativas disponibles en contextos con muchas alternativas.

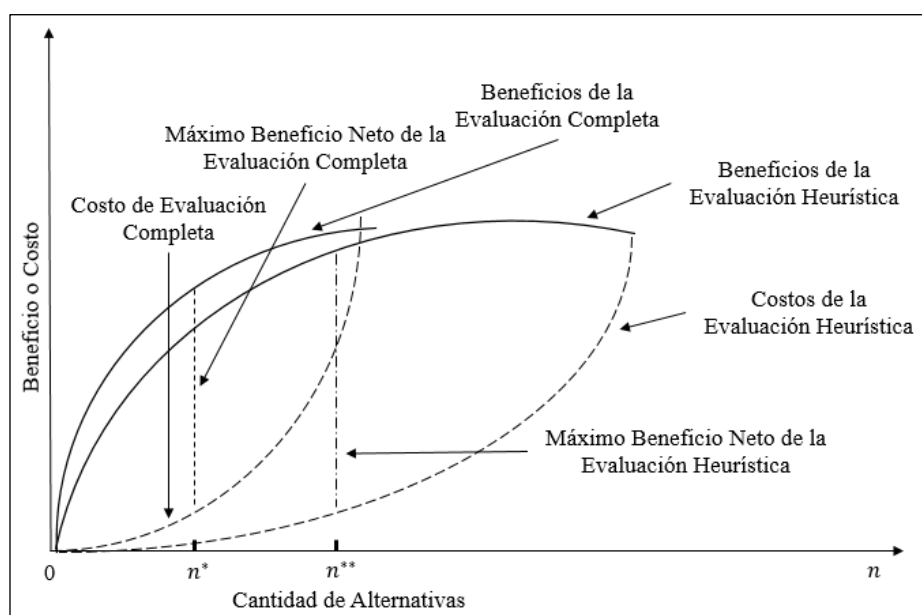


Figura 2-2: Racionalidad de las heurísticas de consideración
Fuente: Adaptado de Hauser (2014)

Dado este contexto teórico que apoya el enfoque de elección en dos etapas de consideración-elección, a modo de ejemplo se plantean dos casos donde este tipo de comportamiento ocurre. El primero corresponde a la elección de automóvil, donde hay una gran cantidad de marcas y modelos, por lo que el conjunto de alternativas puede llegar a ser muy grande si es que no se utilizan criterios (heurísticas) para acotar su tamaño como, por ejemplo, el número de puertas, la marca, el tipo de vehículo (sedán o *hatchback*), entre

muchos otros atributos y/o combinaciones de estos dados por las preferencias del individuo. El segundo caso que se presenta ocurre en elección residencial, donde la oferta disponible es amplia y el individuo acota su conjunto de consideración a viviendas ubicadas en un sector determinado, entre un rango de precios dado, con un número determinado de habitaciones, entre muchas otras características con las que puede ir filtrando las alternativas que realmente evaluará de forma completa para tomar su decisión.

Para el caso de esta investigación el problema es tratado en un contexto de elección de ruta en transporte público para la ciudad de Santiago, donde los individuos en promedio se enfrentan a 84,4 alternativas disponibles, de acuerdo con los cálculos realizados sobre la base de datos. Estas alternativas están representadas por distintos atributos como, por ejemplo, el tiempo de viaje, de espera, de caminata, el número de transbordos. Además, las rutas pueden ser de distinto tipo de acuerdo con los modos utilizados en cada uno de sus tramos, por lo que hay alternativas sólo metro, sólo bus o una combinación de ambos modos. Por lo tanto, el objetivo es modelar la etapa de consideración utilizando los atributos de las alternativas para acotar el tamaño del conjunto y evaluar la capacidad predictiva del modelo con respecto a un enfoque tradicional donde la consideración no está modelada y el individuo evalúa todas sus alternativas disponibles para tomar realizar su elección.

2.1.1 Problema de Elección de Rutas en Transporte Público

Como se mencionó en el Capítulo introductorio, Prato (2009) plantea que para modelar el problema de elección de ruta este se puede dividir en dos etapas principales: i) la generación del conjunto de alternativas y ii) la estimación del modelo de elección. En esta investigación la atención se centró en la primera etapa del problema, aunque más específicamente en la modelación de la consideración de alternativas como una etapa intermedia entre la de generación de rutas y la elección del tomador de decisiones.

Esquemáticamente, en base al marco teórico propuesto por Bovy (2009) y complementado por Kaplan y Prato (2012), la Figura 2-3 muestra las nociones respecto a los distintos tipos de conjuntos de alternativas desde la perspectiva del tomador de decisiones y del modelador.

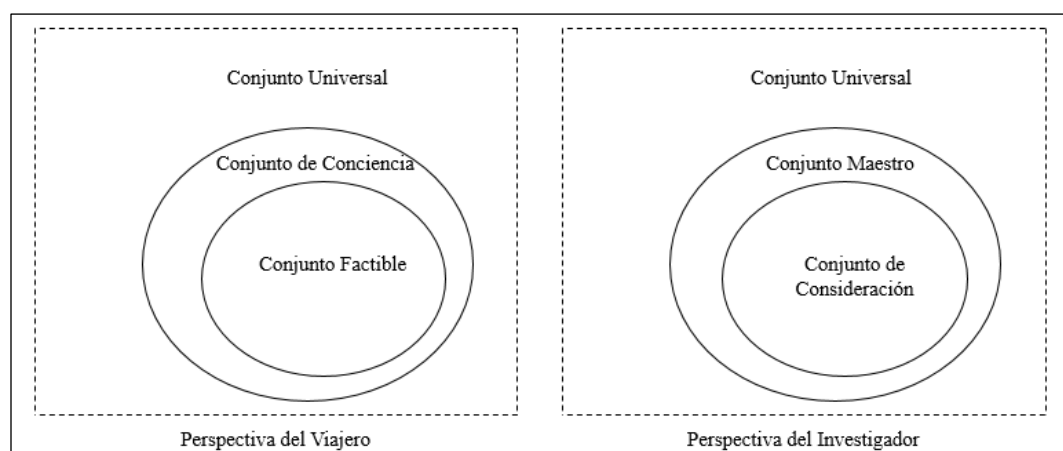


Figura 2-3: Conjuntos de alternativas desde la perspectiva del viajero y del modelador
Fuente: Kaplan y Prato (2012)

Desde la perspectiva del viajero el conjunto universal corresponde al conjunto de todas las posibles rutas que conectan el par origen-destino asociado al viaje. Este conjunto es puramente teórico y no es conocido por los viajeros debido a las limitaciones para adquirir y procesar tal cantidad de información. No obstante, los viajeros son conscientes de su conjunto de conciencia, que es el conjunto de rutas conocidas en base a la información adquirida de distintas fuentes, tales como la experiencia, mapas y las habilidades de navegación desarrolladas. Dicho lo anterior, todavía es necesario considerar que el individuo posee restricciones – de presupuesto, preferencia por cierto tipo de rutas o atributos de estas – que limitan el uso de todas las rutas conocidas al denominado conjunto factible, que consiste en el conjunto de rutas factibles que el viajero considera para elegir su ruta preferida.

Desde la perspectiva del modelador, este no es capaz de conocer y representar totalmente el conjunto universal – al igual que el tomador de decisiones – debido a que la enumeración de todas las posibles rutas es ineficiente e impráctica computacionalmente, más aún en redes urbanas de alta densidad. Para abordar esta limitación, el investigador intenta aproximarse a los conjuntos teóricos que enfrenta el viajero a través de diversos métodos de generación de rutas para dar origen al conjunto maestro. Este conjunto es una aproximación al conjunto de conciencia dado que los métodos de generación incluyen varias rutas irrelevantes para el tomador de decisiones, las que afectan negativamente el tiempo de ejecución y los resultados de la etapa de estimación del modelo de elección (Prato & Bekhor, 2007). Finalmente, el modelador a través de la incorporación de restricciones individuales de carácter temporal o de presupuesto sobre las alternativas del conjunto maestro busca reproducir el conjunto factible que el individuo efectivamente considera al momento de realizar su elección, dando origen al conjunto de consideración.

Por lo tanto, la complejidad del problema de generación del conjunto de consideración yace en la incapacidad del modelador de conocer el conjunto real de alternativas que el individuo considera al momento de realizar su elección, es decir, el conjunto de factible. Por el contrario, solamente puede ver el resultado final del proceso de elección, es decir, la alternativa realmente escogida.

En base al marco teórico presentado, el objetivo de esta tesis es modelar la etapa de consideración de alternativas en un contexto de elección de rutas en transporte público. En particular, la modelación de la consideración se realiza sobre el conjunto maestro generado en la etapa de generación de rutas. Luego, la etapa de elección es modelada sobre el conjunto de consideración que se obtiene de la etapa de consideración. La Figura 2-4 muestra esquemáticamente el proceso de elección de en base al enfoque tradicional y al enfoque propuesto adoptado en el desarrollo de esta investigación.

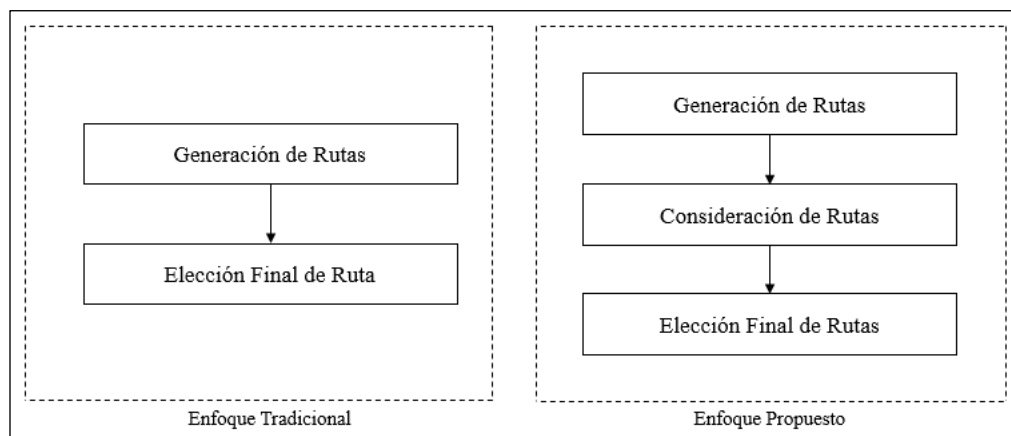


Figura 2-4: Esquema del enfoque de modelación tradicional y el enfoque propuesto
Fuente: Elaboración Propia

En el enfoque tradicional, la consideración de alternativas no es modelada como una etapa distinta, sino que asume que está implícitamente incluida en la generación de rutas que da lugar al conjunto maestro de alternativas. Luego, el tomador de decisiones realiza su elección considerando que todas las alternativas del conjunto tienen la misma probabilidad de ser consideradas y la elección dependerá del modelo adoptado en esta etapa como, por ejemplo, un MNL que está basado en la teoría de maximización de utilidad aleatoria.

Por otro lado, en el enfoque propuesto la etapa de consideración es modelada sobre el conjunto resultante de la etapa de generación de rutas, el conjunto maestro, asignando una probabilidad de que cada alternativa sea considerada por el individuo. Luego, en la etapa de elección la probabilidad de que una alternativa sea elegida dependerá de la probabilidad derivada del modelo adoptado para esta etapa y la probabilidad de que la alternativa sea considerada en el conjunto de alternativas.

Es importante destacar que en esta investigación no fueron aplicados métodos de generación de rutas para obtener el conjunto maestro, pues la base de datos utilizada fue previamente procesada para contar con un conjunto de rutas atractivas para cada individuo de acuerdo con una herramienta llamada STEP (Raveau et al., 2017), por lo que se asume

conocido el conjunto maestro. De todas formas, en caso de no haber contado con un conjunto maestro se tendría que haber modelado la generación de rutas a través de alguno de los métodos descritos en el Anexo A, pero el objetivo de la investigación no habría cambiado.

Por último, es importante destacar las principales diferencias entre el problema de elección de rutas en transporte público en comparación a un contexto de transporte privado. Estas afectan directamente al proceso de generación de rutas, así como a las etapas siguientes de consideración y elección. En particular, destacan las siguientes:

- a) La multimodalidad del transporte público que hace alusión a que cada tramo que forma parte de una ruta puede ser realizado utilizando distintos modos de transporte, por lo que se generan múltiples combinaciones que dan lugar a un gran número de rutas. El problema está en que es complejo identificar y replicar todas las rutas, a diferencia de lo que sucede en transporte privado donde la modelación solo considera un solo modo.
- b) El desconocimiento del destino de los viajeros, puesto que en muchos sistemas de transporte público con tarjetas inteligentes – como en el caso de Transantiago en Chile – solo se conoce el punto de ingreso al sistema y algunos puntos de transbordo, dados por el registro que queda guardado en la tarjeta cuando es utilizada. Sin embargo, el punto de salida es desconocido, ya que no es necesario utilizar la tarjeta para salir del sistema. Por tanto, es necesario utilizar aproximaciones para determinar el destino final, lo que añade aún más complejidad en la generación de rutas atractivas en transporte público.

2.2 Enfoques de Modelación

En esta Sección se explican los principales enfoques de modelación para el problema de elección de rutas, correspondientes a el enfoque en dos etapas o secuencial, el enfoque recursivo basado en arcos desarrollado recientemente y el enfoque de muestreo de alternativas.

2.2.1 Enfoque Secuencial

El enfoque secuencial o también denominado en dos etapas corresponde al más desarrollado y respaldado teóricamente por la propia naturaleza del problema. Diversos autores (Bekhor et al., 2006; Zolfaghari et al., 2013) plantean que, en contextos de elección complejos como, por ejemplo, en elección de rutas o elección residencial donde el número de alternativas disponibles es considerablemente grande, el proceso puede dividirse en dos etapas tal como propone Prato (2009).

La primera etapa consiste en la consideración de alternativas, de índole no-compensatoria, donde a través de la aplicación de diversas reglas de decisión o también denominadas heurísticas es posible reducir el número de rutas del conjunto maestro con el objetivo de obtener el conjunto de consideración. La segunda etapa está asociada al proceso de elección de una alternativa dentro del conjunto de consideración, de índole compensatoria, es decir, donde el individuo realiza un *trade-off* entre los atributos de cada una las alternativas para tomar su decisión.

El enfoque descrito fue desarrollado teóricamente por Manski (1997) basado en el teorema de Bayes, por lo que la formulación es de carácter totalmente probabilística. En particular, Manski plantea de forma general que la probabilidad de que el individuo q elija la alternativa i está dada por (2.1).

$$P_q(i) = \sum_{C_q^m \in C} P_q(i|C_q^m) \cdot P(C_q^m) \quad (2.1)$$

Donde $P(C_q^m)$ es la probabilidad de que el individuo q elija el conjunto de alternativas C_q^m , $P_q(i|C_q^m)$ es la probabilidad condicional de que el individuo q elija la alternativa i dado que eligió el conjunto C_q^m y C corresponde al conjunto de todos los m posibles conjuntos de alternativas que se pueden formar.

No obstante, la gran limitación del enfoque probabilístico propuesto por Manski es que requiere la enumeración explícita de todos los posibles conjuntos de alternativas, lo que vuelve computacionalmente ineficiente e inaplicable el modelo incluso para pequeñas instancias. En particular, la cantidad de posibles conjuntos se incrementa de forma exponencial con el número de alternativas de acuerdo con la expresión $2^J - 1$, donde J es el número de alternativas en el conjunto C (Paleti, 2015).

Para abordar esta limitación se han propuesto diversos caminos. El primero consiste en asumir que la consideración ocurre dentro del proceso de generación de rutas, por lo que se han desarrollado diversas técnicas de generación – ver Anexo A para mayor detalle del proceso y técnicas de generación de rutas – que intentan replicar el comportamiento de los viajeros para considerar rutas como, por ejemplo, *Branch and Bound* o métodos basados en el algoritmo de rutas mínimas (Prato, 2009).

Cabe destacar que bajo este supuesto Frejinger, Bierlaire y Ben-Akiva (2009) desarrollaron el enfoque de muestreo de alternativas como un nuevo paradigma de modelación. En este se propone un método estocástico de generación de rutas en base al algoritmo de rutas mínimas, donde estas son construidas añadiendo arcos de forma probabilística. El método permite obtener de forma sencilla las probabilidades de elección de cada ruta, las que son utilizadas en una nueva versión del modelo Logit *Path-Size* (PSL)

(Ben-Akiva & Bierlaire, 1999) que incluye un factor de corrección asociado al muestreo realizado para construir los conjuntos de alternativas.

El modelo fue aplicado en datos sintéticos y se comparó el modelo propuesto con la versión clásica del modelo PSL que no cuenta con corrección por muestreo. Los resultados indicaron que los modelos PSL corregidos por muestro son considerablemente mejores en términos de ajuste y precisión de los parámetros estimados, en comparación a los modelos no corregidos. Se demuestra también que para obtener parámetros insesgados el factor *path size* (PS) deber ser calculado en base al conjunto universal de rutas. No obstante, dado que en redes reales no es posible conocer el conjunto universal por la gran cantidad de posibles rutas, la versión propuesta de los autores para el factor PS, denominada *expanded path size* (EPS) logra este objetivo sin necesidad de conocer el conjunto universal.

Por otro lado, el segundo enfoque – que es el adoptado en esta tesis – consiste en modelar la consideración como una etapa explícita y distinta a la de generación de rutas, a través del uso de diversas heurísticas de elección que permiten reducir el número de alternativas del conjunto maestro.

Es importante destacar que también se han desarrollado modelos donde la consideración de alternativas es incorporada a través de otras heurísticas, pero de forma implícita con el objetivo de mantener la sencilla estructura del modelo MNL. En particular, el modelo propuesto por Cascetta y Papola (2001) – *The implicit availability and perception model* (IAP) – y modificado por Martínez (2009) – *Constrained Multinomial Logit* (CMNL) – se basan en el uso de penalidades en la función de utilidad de acuerdo con la probabilidad de que una alternativa sea considerada. No obstante, los resultados indican que el CMNL, a pesar de no necesitar enumerar cada uno de los posibles conjuntos de alternativas, no corresponde a una apropiada aproximación al modelo de Manski y entrega parámetros sesgados de acuerdo con los análisis realizados en datos sintéticos (Bierlaire et. al, 2010).

2.2.2 Enfoque Recursivo Basado en Arcos

El enfoque recursivo basado en arcos (Fosgerau et al., 2013) tiene por finalidad evitar el problema de enumerar de forma explícita cada uno de los posibles conjuntos de alternativas que el individuo puede considerar. Este enfoque tiene la característica de ser dinámico, puesto que la modelación implica que el individuo en cada uno de los nodos que forman la red debe decidir cuál es el siguiente arco que formará parte de la ruta para trasladarse desde el origen al destino de su viaje.

En términos de la estimación del modelo, para redes pequeñas es sencillo el proceso de resolución a través de un sistema de ecuaciones lineales de Bellman. No obstante, para redes grandes y densas no existe un método de solución directo y es necesario aplicar métodos iterativos de resolución.

El modelo fue aplicado en datos simulados y reales, pero en un contexto de transporte privado. Los resultados fueron satisfactorios en términos de ajuste con relación a un modelo MNL no recursivo, pero la aplicación del modelo es mucho más compleja en un contexto de transporte público por las razones explicadas al principio de este Capítulo que dificultan la modelación de la red. No obstante, Nassir, Hickman y Ma (2018) lograron aplicar el modelo en un contexto de transporte público para dos pares origen-destino. Los resultados de la estimación mejoran el ajuste con respecto a un modelo tradicional MNL no recursivo, pero el proceso de estimación es complejo debido a que no existe un *software* especializado, por lo que es necesario programar y aplicar técnicas avanzadas de estimación que impiden extender el modelo a otras aplicaciones. A raíz de lo anterior, la aplicabilidad del modelo a grandes redes de transporte – como es el caso del transporte público y lo que nos interesa en esta investigación – es sumamente difícil.

Cabe destacar que también se han propuesto formulaciones alternativas que permiten al modelo relajar la propiedad de independencia de alternativas irrelevantes o IIA

permitiendo que cada arco de la red posea un parámetro de escala distinto (Mai et al., 2015). Los resultados de la aplicación del modelo – en un contexto de transporte privado – son mejores en términos de ajuste con respecto a la formulación más sencilla con estructura MNL. No obstante, los investigadores concluyen que no es posible estimar un parámetro de escala distinto para cada arco y deben definirlo como un parámetro en función de los atributos de los arcos.

2.3 Heurísticas de Elección

En esta Sección se describen las principales heurísticas de elección, tanto de índole no-compensatoria para identificar las alternativas consideradas por el individuo, como las de índole compensatoria utilizadas en la modelación de la etapa de elección.

2.3.1 Heurísticas No-Compensatorias

Es importante explicar que cuando se habla de condiciones que las alternativas deben cumplir, estas se encuentran definidas sobre sus atributos. Por ejemplo, una de tantas condiciones que se podrían imponer es que el individuo considera alternativas que poseen un tiempo de espera menor a 10 minutos.

2.3.1.1 Conjuntiva

Un individuo que actúa de acuerdo con una regla de decisión conjuntiva (Gilbride & Allenby, 2004) evalúa las alternativas de acuerdo con un conjunto de condiciones sobre sus atributos, donde cada una de ellas se debe cumplir. Si cualquiera de estas condiciones no se cumple, entonces el individuo considerará que esa alternativa no es atractiva. Matemáticamente, la heurística conjuntiva está dada por (2.2).

$$A_i = \begin{cases} 1, & \prod_{\forall k \in K} \alpha_{ik} = 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.2)$$

Donde A_i es igual a 1 cuando la alternativa es aceptable y 0 cuando no lo es. La variable α_{ik} es igual a 1 cuando la alternativa i satisface la condición k y 0 en caso contrario. Por lo tanto, para que una alternativa sea considerada atractiva según esta heurística es necesario que todas las variables α_{ik} sean igual a 1, es decir, que la alternativa cumpla con cada una de las condiciones.

2.3.1.2 Disyuntiva

Un individuo siguiendo una regla de decisión disyuntiva (Gilbride & Allenby, 2004) evalúa las alternativas de acuerdo con un conjunto de condiciones, donde al menos una de ellas se debe cumplir para que el individuo considere atractiva a la alternativa. En caso de que la alternativa no cumpla con ninguna condición, el individuo descartará esa alternativa. Matemáticamente, la heurística disyuntiva está dada por (2.3).

$$A_i = \begin{cases} 1, & \sum_{\forall k \in K} \alpha_{ik} \geq 1 \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.3)$$

Donde las variables son las mismas que definen la heurística conjuntiva explicada anteriormente. No obstante, la diferencia radica en que en este caso basta con que solamente una de las k condiciones se cumplan para que el individuo considere la alternativa como atractiva.

2.3.1.3 Subconjunto Conjuntivo

Corresponde a una generalización de las heurísticas Conjuntivas y Disyuntivas (Jedidi & Kohli, 2005), donde una alternativa es considerada atractiva por el individuo si es que cumple con al menos n de K condiciones. La expresión dada por (2.4) expresa de forma matemática esta heurística.

$$A_i = \begin{cases} 1, & \sum_{\forall k \in K} \alpha_{ik} \geq n \\ 0, & \text{en otro caso} \end{cases} \quad (2.4)$$

Es importante mencionar que cuando $n = 1$ el modelo es equivalente a la heurística Disyuntiva, mientras que cuando $n = K$ es equivalente a la heurística Conjuntiva.

2.3.1.4 Lexicográfico

Un individuo que se rige en base a una regla de decisión lexicográfica (Hauser, 2014; Kohli & Jedidi, 2015) ordena las condiciones que utiliza para discriminar las alternativas de acuerdo con un *ranking* de importancia. La evaluación de las alternativas se realiza siguiendo el orden que el individuo asigna a las condiciones, por lo que las alternativas que son consideradas atractivas son aquellas que cumplen con las condiciones en el orden dado por el *ranking*.

No obstante, cuando no hay diferencias entre las alternativas con respecto a la condición que se está evaluando, el individuo continúa la evaluación con la siguiente condición dada por el *ranking*. Esto sucede en dos casos:

- i) Cuando todas las alternativas cumplen con la condición. En este caso, la condición no permite reducir el número de alternativas que el individuo considera, por lo que la condición es ignorada.
- ii) Cuando ninguna de las alternativas cumple con la condición. En este caso, la condición eliminaría todas las alternativas indicando que el individuo no elige nada, por lo que para evitar este caso la condición es ignorada.

Como se mencionó al inicio, las condiciones están definidas sobre los atributos de las alternativas. Por lo tanto, esta heurística también puede ser interpretada como que el individuo prioriza algunos atributos por sobre otros al momento de evaluar las alternativas.

2.3.1.5 Eliminación por Aspectos

La Eliminación por Aspectos o EBA (Tversky, 1972) es una heurística en la que el individuo descarta las alternativas en base a un conjunto de aspectos. Estos corresponden a características deseables de carácter discreto en base a los atributos de las alternativas, por lo que los aspectos permiten representar de forma completa a las alternativas.

En palabras sencillas, la heurística EBA consiste en que los tomadores de decisiones eligen un aspecto k del conjunto de aspectos disponibles K y eliminan todas las alternativas que no posean el aspecto. El proceso continúa hasta que solo queda una alternativa disponible que finalmente es la elegida. No obstante, cuando el individuo enfrenta una gran cantidad de alternativas es posible que con los aspectos definidos no sea posible quedar con una sola alternativa al final del proceso, sino que con un subconjunto de ellas. En este caso, que es el que nos interesa para modelar la consideración de alternativas en esta tesis, el subconjunto que genera el EBA corresponde al conjunto de consideración.

La formulación más sencilla de esta heurística asigna un nivel de importancia a cada aspecto k a través de una variable positiva y continua (w_k) denominada peso. Entonces, EBA selecciona un aspecto con una probabilidad que es proporcional al peso de sus aspectos disponibles (W) como indica (2.5).

$$P_k = \frac{w_k}{\sum_{j \in W_{disponibles}} w_j} \quad (2.5)$$

Para hacer más sencilla la estimación del modelo y estimar de manera irrestricta el peso de cada aspecto, en lugar de estimar directamente w_k se estima α_k . Luego, en base a la relación dada por (2.6) es simple obtener w_k . En otras palabras, esta reformulación estima el $\log(w_k)$ o log-peso.

$$w_k = \exp(\alpha_k) \quad (2.6)$$

La definición de los aspectos depende de la naturaleza del atributo asociado, si el atributo es de carácter discreto, entonces existe un conjunto discreto de aspectos que representan a este atributo. Un ejemplo, en elección de rutas en transporte público es considerar si la ruta accede al modo metro, que estaría definido de forma binaria por dos aspectos correspondientes a “tiene acceso a metro” y “no tiene acceso a metro”. Por otro lado, cuando el atributo es de carácter continuo la representación no es tan sencilla y habitualmente se utilizan umbrales que dividen al atributo en un rango aceptable y no aceptable. Por ejemplo, si pensamos en el atributo tiempo de viaje es posible imponer un umbral que indique el límite que hace deseable a la alternativa. Si suponemos que el umbral es de 30 minutos, entonces el aspecto indica que una alternativa es deseable si posee un tiempo de viaje igual o menor.

Para el desarrollo de esta tesis, la heurística EBA es la utilizada para modelar la etapa no-compensatoria asociada a la consideración de alternativas. Esto es principalmente, porque esta heurística es una de las más populares y diversos autores plantean que en el contexto de elección con grandes cantidades de alternativas podría representar de forma apropiada el comportamiento de las personas (Gilbride & Allenby, 2006; Hauser, 2014; Zolfaghari et al., 2013).

2.3.2 Heurísticas Compensatorias

En esta Sección se detalla la heurística de Maximización de Utilidad Aleatoria, de la que provienen los modelos tradicionalmente utilizados en los modelos econométricos de elección, tanto en el ámbito del transporte como en otras áreas como *marketing* y elección residencial.

2.3.2.1 Maximización de Utilidad Aleatoria

La Maximización de Utilidad Aleatoria o RUM (McFadden, 1981) es una heurística donde los individuos eligen la alternativa que entrega mayor utilidad. La utilidad de la alternativa i para el individuo q (U_{iq}) es una representación del beneficio total dado por las características de esta. No obstante, el modelador no posee información perfecta de los individuos – en particular, acerca de sus preferencias y necesidades – puesto que sólo observa la elección. Por esta razón, plantea que la utilidad (U_{iq}) está compuesta por la utilidad sistemática (V_{iq}) y una componente de error estocástico (ε_{iq}), como en (2.7).

$$U_{iq} = V_{iq} + \varepsilon_{iq} \quad (2.7)$$

La utilidad sistemática (V_{iq}) corresponde a la representación que el modelador asume para la utilidad, la que usualmente es una función lineal y aditiva de los atributos de la alternativa. La componente de error (ε_{iq}) permite captar la información relevante que el modelador omite en V_{iq} y dar una interpretación a fenómenos irracionales desde la perspectiva del modelador. Estos fenómenos corresponden a:

- i) Dos individuos “idénticos” eligen alternativas distintas.
- ii) Un individuo elige una alternativa que no es la que posee la mayor utilidad sistemática V_{iq} .

Adicionalmente, la distribución que el modelador asume para la componente de error ε_{iq} determina el tipo de modelo que se obtiene. Si se asume que ε_{iq} distribuye Normal se obtiene el modelo Probit (Bouthelier & Daganzo, 1979). Así mismo, si se asume que los errores ε_{iq} son independientes e idénticamente distribuidos Gumbel se obtiene el modelo Logit Multinomial o MNL (McFadden, 1981). Este último corresponde a la formulación más utilizada en distintos contextos de elección y está dado por (2.8).

$$\begin{aligned}\varepsilon_i &\sim \text{Gumbel}(0, \sigma^2) \\ P_{iq} &= \frac{\exp(\lambda \cdot V_{iq})}{\sum_{j \in A_q} \exp(\lambda \cdot V_{jq})} \\ \sigma &= \frac{\pi^2}{6 \cdot \lambda^2}\end{aligned}\tag{2.8}$$

La expresión que define a P_{iq} es la probabilidad que el modelo MNL asigna a la alternativa i para el individuo q . La variable λ corresponde al parámetro de escala del modelo que para efectos de estimación se asume igual a 1, mientras que A_q es el conjunto de alternativas disponibles para el individuo q . Finalmente, σ^2 es la varianza del modelo que

como se puede notar es igual para todas las alternativas, es decir, el modelo es homocedástico.

Múltiples modelos alternativos se han propuesto – modificando el comportamiento del término de error – para abordar los supuestos más fuertes del MNL que son la homocedasticidad e independencia entre las alternativas. El modelo Logit Jerárquico (Forinash & Koppelman, 1993) es una versión más general que permite establecer correlación parcial entre alternativas. El modelo Logit de Nidos Cruzados (Bierlaire, 2006) es una versión aún más general para establecer estructuras de correlación, siendo el Logit Jerárquico un caso particular. Los modelos Logit Mixtos (McFadden & Train, 2000) permiten establecer una estructura general de covarianza al contar con dos componentes de error.

Para efectos de los modelos desarrollados en esta investigación se utilizará el modelo MNL a pesar de sus fuertes supuestos, debido a que es el modelo más ampliamente utilizado por su popularidad y sencillez.

2.4 Estimación por Máxima Verosimilitud

La estimación por máxima verosimilitud corresponde al método tradicional y más utilizado para obtener estimadores $\hat{\theta}$ de las características de una población θ . Esto se debe principalmente a las propiedades de sus estimadores y su gran popularidad dada por una amplia disponibilidad de *softwares* que poseen o permiten su implementación para una gran cantidad de funciones.

En términos simples, el método busca los parámetros que maximizan la probabilidad de que se reproduzca el resultado observado. Esto proviene del hecho de que el método entrega los estimadores máximo-verosímiles que son el conjunto de parámetros que generarían más a menudo los resultados de la muestra observada.

Matemáticamente y de forma general, la función de verosimilitud representa la probabilidad P de que ocurra el resultado observado x condicional al modelo dado por la función f y sus parámetros θ tal como muestra la ecuación (2.9).

$$\mathcal{L}(\theta|x) = f(x|\theta) = P(x|\theta) \quad (2.9)$$

Para el caso discreto, como en elección de ruta, sea $P_{iq}(\theta)$ la probabilidad modelada de que el individuo q elija la alternativa i y la variable g_{iq} definida por la expresión (2.10).

$$g_{iq} = \begin{cases} 1 & \text{si el individuo } q \text{ elije la alternativa } i \\ 0 & \text{si el individuo } q \text{ no elije la alternativa } i \end{cases} \quad (2.10)$$

La probabilidad modelada de que el individuo q elija su alternativa observada dentro de su conjunto de alternativas disponibles $A(q)$ está dada por (2.11).

$$\prod_{i \in A(q)} P_{iq}^{g_{iq}} \quad (2.11)$$

Si se asume que todas las observaciones sobre cada individuo q son independientes, entonces la expresión (2.9) se transforma en la expresión (2.12).

$$\mathcal{L}(\theta|x) = \prod_q \prod_{i \in A(q)} P_{iq}(\theta)^{g_{iq}} \quad (2.12)$$

Por razones de eficiencia computacional y facilidad para optimizar la función es más práctico maximizar la función de log-verosimilitud (2.13), ya que esta es una

transformación monótona creciente y, por lo tanto, presenta los mismos máximos y mínimos que la función de verosimilitud.

$$\text{Max}_{\theta} l(\theta|x) = \sum_q \sum_{i \in A(q)} g_{iq} \cdot \ln(P_{iq}(\theta)) \quad (2.13)$$

Si el modelo fue correctamente especificado, entonces los parámetros estimados $\hat{\theta}$ poseen la propiedad de distribuir asintóticamente Normal $(\theta; S^2)$, donde la matriz de covarianza S^2 está dada por (2.14) (Ortúzar & Willumsen, 2011).

$$S^2 = -E \left(\frac{\partial^2 l(\theta)}{\partial \theta^2} \right)^{-1} \quad (2.14)$$

Esta propiedad indica que, aunque los parámetros estimados $\hat{\theta}$ sean sesgados para muestras pequeñas, el sesgo tiende a ser pequeño para muestras suficientemente grandes. De acuerdo a Ortúzar (2012) basta con conjuntos de entre 500 y 1.000 observaciones.

Cabe destacar que la búsqueda de los parámetros óptimos θ^* consiste en un proceso iterativo que converge rápido para modelos simples, tales como el MNL con funciones de utilidad lineales en parámetros. Sin embargo, para modelos con formas funcionales más complejas la estimación es más lenta, por lo que se propone una metodología aproximada en la Sección 3.4.

Para estimar los modelos se utilizó el *software Python* en su versión 3.7 (Van Rossum & Drake, 2011) con los paquetes *PandasBiogeme* (Bierlaire, 2018) para estimar modelos Logit Multinomiales o MNL en forma abreviada (Ortúzar, 2000) y *Statsmodels* (Seabold & Perktold, 2010) para aquellos modelos con formas funcionales más complejas como,

por ejemplo, los modelos en dos etapas propuestos en esta investigación y que no se encuentran implementados en las librerías convencionales.

2.5 Pruebas e Indicadores Estadísticos

En esta Sección son explicadas las pruebas estadísticas e indicadores utilizados para evaluar los modelos respecto del ajuste por log-verosimilitud y su desempeño en modalidad predictiva.

2.5.1 Test de Razón de Verosimilitud

El test de razón de verosimilitud (LR) permite comparar dos modelos distintos, pero con la particularidad de que uno de ellos debe ser una versión restringida del otro. Dado que la especificación de los modelos de elección discreta es, por lo general, una función lineal en parámetros, la hipótesis nula (H_0) que indica que los modelos son equivalentes se puede expresar de forma sencilla a través de restricciones lineales sobre los parámetros de los modelos. La formulación del estadístico LR está dado por (2.15) de acuerdo con (Ortúzar & Willumsen, 2011).

$$H_0: \theta_r = \theta$$

$$LR = -2 \cdot (l^*(\theta_r) - l^*(\theta)) \quad (2.15)$$

Donde $l^*(\theta_r)$ y $l^*(\theta)$ es la log-verosimilitud del modelo restringido y el no-restringido, respectivamente. Por lo tanto, la hipótesis nula (H_0) indica que se está intentando probar que los modelos (θ_r y θ) son equivalentes.

El estadístico LR tiene la propiedad de adoptar una distribución asintóticamente χ^2 con r grados de libertad, donde r es el número de restricciones lineales sobre los parámetros del

modelo no-restringido para que sea equivalente al modelo restringido. Asumiendo por parte del modelador un nivel de significancia – usualmente de 0,05 – es posible determinar el valor de la distribución chi-cuadrado (χ^2) para proceder a realizar el test.

Si $LR > \chi_r^2$, entonces se rechaza H_0 y la conclusión es que los modelos son significativamente distintos, por lo que el modelador debería elegir el modelo no-restringido. Por otro lado, si $LR \leq \chi_r^2$ entonces no se rechaza H_0 y se concluye que ambos modelos son equivalentes, por lo que el modelador debería elegir el modelo no-restringido por el principio de parsimonia.

2.5.2 Análisis de Ajuste Predictivo

El análisis de ajuste predictivo – como su nombre indica – tiene por objetivo evaluar de forma agregada la precisión del modelo para predecir las elecciones de los individuos. Para esto es necesario calcular tres indicadores que son el *First Preference Recovery* (FPR), *Chance Recovery* (CR) y el *Expected Value of FPR* (ER) de acuerdo con Ortúzar y Willumsen (2011).

El FPR corresponde a la proporción de individuos que efectivamente eligen la alternativa con la mayor utilidad modelada. Por otro lado, el CR corresponde a la proporción de elección al azar, es decir, suponiendo que el individuo escoge al azar dentro de sus alternativas disponibles y está dado por (2.16).

$$CR = \sum_q \frac{1}{N_q} \quad (2.16)$$

Donde N_q corresponde a la cantidad de alternativas disponibles para el individuo q y el indicador se calcula sobre todos los individuos.

El FPR tiene desventajas, puesto que es un indicador que no es inequívoco de confiabilidad del modelo. Por ejemplo, un FPR de 55% puede ser bueno en un contexto general, pero en un caso de elección binario podría no serlo. En particular, un FPR de 90% podría ser bueno en un contexto binario, pero no si la partición de mercado real es de 95% (Ortúzar, 2012). Por esta razón es necesario obtener el indicador ER y su varianza que están dadas por (2.17).

$$ER = \sum_q P_q^* \quad (2.17)$$

Donde P_q^* corresponde a la probabilidad de la alternativa con la máxima utilidad modelada para el individuo q . Además, dado que el FPR es un evento independiente binomial para el individuo q , el que ocurre con probabilidad $\frac{1}{N_q}$ en el caso del CR y P_q^* en el caso del ER, las varianzas respectivas están dados por (2.18).

$$\begin{aligned} Var(CR) &= \frac{1}{N_q} \cdot \left(1 - \frac{1}{N_q}\right) \\ Var(ER) &= P_q^* \cdot (1 - P_q^*) \end{aligned} \quad (2.18)$$

En base a estas medidas es posible comparar el FPR con el CR y ER. En particular, si las tres medidas son relativamente similares, entonces el modelo es razonable pero poco informativo. Si FPR y ER no son similares, el modelo no explica la variación de los datos y debiera ser rechazado. Por último, si FPR y ER son similares y mayores que CR, entonces el modelo es razonable e informativo.

2.5.3 Indicadores de Matriz de Confusión

Una matriz de confusión es una tabla que es frecuentemente utilizada para describir el desempeño de un modelo de clasificación, como los modelos de elección discreta. Cada entrada de la matriz de confusión contiene el número de predicciones realizadas por el modelo, donde clasificó las clases de manera correcta o incorrecta.

Para entender de mejor forma se presenta, por simplicidad, un ejemplo de clasificación binaria con resultados posibles positivo y negativo, dado por la Tabla 2-1.

Tabla 2-1: Matriz de Confusión

	Predicho		
		Positivo	Negativo
	Observado		
	Positivo	TP	FN
	Negativo	FP	TN

Fuente: Elaboración Propia

En primer lugar, es necesario definir las variables que están indicadas en cada celda de la matriz que son las siguientes:

- Verdaderos Positivos (VP): corresponde al número de observaciones donde el modelo predijo que su resultado es positivo, y efectivamente el individuo estaba clasificado como positivo.
- Verdaderos Negativos (VN): corresponde al número de observaciones donde el modelo predijo que su resultado es negativo, y efectivamente el individuo estaba clasificado como negativo.
- Falsos Positivos (FP): corresponde al número de observaciones donde el modelo predijo que su resultado es positivo, pero en realidad el individuo estaba clasificado como negativo.

- Falsos Negativos (FN): corresponde al número de observaciones donde el modelo predijo que su resultado es negativo, pero en realidad el individuo estaba clasificado como positivo.

Definidas las variables, es posible detallar los indicadores que permiten evaluar la capacidad predictiva de los distintos modelos y que son las siguientes:

- i) *Accuracy*: corresponde a la proporción de observaciones predichas de forma correcta por el modelo y está dada por (2.19). Notar que el mejor valor corresponde a 1, es decir, que el modelo predice correctamente todas las observaciones. Mientras que el peor valor es igual a 0, es decir, el modelo no predice de forma correcta ninguna de las observaciones.

$$Accuracy = \frac{VP + VN}{VP + VN + FN + FP} \quad (2.19)$$

- ii) *Error Rate*: corresponde a la proporción de observaciones predichas de forma incorrecta por el modelo y está dada por (2.20). Notar que el mejor valor para este indicador es 0, lo que indica que el modelo no predice de forma incorrecta ninguna observación. Mientras que el peor valor es igual a 1, lo que indica que el modelo predice de forma incorrecta todas las observaciones.

$$Error Rate = \frac{FP + FN}{VP + VN + FP + FN} = 1 - Accuracy \quad (2.20)$$

- iii) *Precision*: corresponde a la proporción de observaciones predichas como positivas que efectivamente son positivas, tal como muestra (2.21).

$$Precision = \frac{VP}{VP + FP} \quad (2.21)$$

- iv) *Recall*: corresponde a la proporción de observaciones positivas reales que efectivamente son predichas como positivas por el modelo y está dada por (2.22). Cabe destacar que este indicador también se le conoce como *Sensitivity*, *True Positive Rate* o probabilidad de detección.

$$Recall = \frac{VP}{VP + FN} \quad (2.22)$$

- v) *Specificity*: corresponde a la proporción de observaciones negativas reales que efectivamente son predichas como negativas por el modelo y está dada por (2.23). Cabe destacar que este indicador también es conocido como *True Negative Rate*.

$$Specificity = \frac{VN}{VN + FP} \quad (2.23)$$

- vi) *F1-score*: corresponde a un indicador que combina los indicadores de *Precision* y *Recall* tal como muestra (2.24). Notar que este indicador toma un valor igual a 1 cuando los indicadores *Precision* y *Recall* también son igual a 1, es decir, cuando el modelo tiene una precisión del 100%, lo que frecuentemente no es habitual.

$$F1 - score = 2 \cdot \frac{Precision \cdot Recall}{Precision + Recall} = \frac{2VP}{2VP + FP + FN} \quad (2.24)$$

Por lo tanto, este indicador es útil cuando se tienen dos modelos, uno con un bajo valor de *precisión* y otro con un alto valor de *Recall* (o viceversa) que son difíciles de comparar por sí solos. Sin embargo, utilizando el *F1-score* es más sencillo comparar los modelos.

3. MODELACIÓN DE LA ELECCIÓN EN DOS ETAPAS

En este Capítulo se explica de forma detallada las dificultades implicadas en la estimación del modelo EBA y la obtención de la expresión para las probabilidades de elección que asigna el modelo. También se detallan las diferencias que existen – en términos de la modelación y estimación del modelo – entre un aspecto asociado a un atributo de naturaleza continua y discreta. Luego, se presentan los problemas de identificabilidad enfrentados en la modelación, los que están asociados a la dominancia de alternativas y la inclusión de atributos discretos en la etapa no-compensatoria (EBA) y la compensatoria (MNL). Finalmente, se explica de forma detallada la metodología empleada para la estimación de los modelos en dos etapas.

3.1 Estimación del Modelo de Eliminación por Aspectos

La estimación del modelo EBA no es sencilla, puesto que no existe una fórmula cerrada para la probabilidad de elección que el modelo asigna a cada alternativa. Esta depende de la cantidad de aspectos con sus respectivos pesos (w_k) que fueron explicados en la Sección 2.3.1.5, así como también del orden de inspección de cada uno de ellos por parte del tomador de decisiones. El ejemplo que se muestra a continuación tiene por objetivo ilustrar de mejor forma lo expuesto y hacer notar la complejidad inherente del modelo, incluso para escenarios con un número reducido de alternativas.

Suponiendo que existe un conjunto de alternativas inicial $A_q^0 = \{A, B, C, D\}$ para un individuo q cualquiera que está compuesto por 4 alternativas, las que están definidas por 5 aspectos con peso w_k , tal como muestra la Tabla 3-1.

Tabla 3-1: Caracterización de alternativas en ejemplo 1-EBA

Alternativas	Aspectos
<i>A</i>	$\{w_1, w_3, w_4\}$
<i>B</i>	$\{w_1, w_4, w_5\}$
<i>C</i>	$\{w_2\}$
<i>D</i>	$\{w_1, w_3, w_5\}$

Fuente: Elaboración Propia

Para obtener la probabilidad de elección de una alternativa en particular es necesario determinar todas las posibles secuencias de aspectos – que al inspeccionarlos en ese orden – entregan esta alternativa como la elegida. Para el ejemplo, la Tabla 3-2 indica las secuencias de aspectos que entregan a cada una de estas alternativas como las elegidas y que permiten construir sus respectivas probabilidades.

Tabla 3-2: Secuencias de aspectos asociadas a cada alternativa del ejemplo 1-EBA

Alternativas	Secuencias
<i>A</i>	$\{1,3,4\}; \{1,4,3\}; \{3,4\}; \{4,3\}$
<i>B</i>	$\{1,4,5\}; \{1,5,4\}; \{4,5\}; \{5,4\}$
<i>C</i>	$\{2\}$
<i>D</i>	$\{1,3,5\}; \{1,5,3\}; \{3,5\}; \{5,3\}$

Fuente: Elaboración Propia

Por ejemplo, en base a las secuencias de aspectos que se indican en la Tabla 3-2, la probabilidad de la alternativa *A* está dada por la expresión en (3.1).

$$\begin{aligned}
P(A) = \frac{w_1}{\sum_{j=1}^5 w_j} \cdot & \left(\frac{w_3}{w_3 + w_4 + w_5} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} + \frac{w_4}{w_3 + w_4 + w_5} \cdot \frac{w_3}{w_3 + w_5} \right) \\
& + \frac{w_3}{\sum_{j=1}^5 w_j} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} + \frac{w_4}{\sum_{j=1}^5 w_j} \cdot \frac{w_3}{w_3 + w_5}
\end{aligned} \tag{3.1}$$

Es evidente que la probabilidad de elección del modelo EBA no es sencilla de obtener al analizar la forma de la expresión (3.1), puesto que es necesario inspeccionar todas las posibles secuencias de aspectos que permiten obtener cada alternativa. Por ejemplo, la secuencia de aspectos $\{1,3,4\}$ es la que genera el primer término de la probabilidad de la alternativa A que está dado por (3.2), la que corresponde a la probabilidad de la secuencia $\{1,3,4\}$ para descartar alternativas.

$$P(\{1,3,4\}) = \frac{w_1}{\sum_{j=1}^5 w_j} \cdot \frac{w_3}{w_3 + w_4 + w_5} \cdot \frac{w_4}{w_4 + w_5} \tag{3.2}$$

Como es posible notar, la expresión de la probabilidad de la alternativa A sigue la forma de la probabilidad EBA en (2.5), la que indica que esta probabilidad es proporcional al peso (w_k) de los aspectos disponibles para el individuo q (W_q). En este punto, es necesario mencionar que un aspecto no pertenece al conjunto de aspectos disponibles cuando se cumple una de las siguientes dos condiciones:

- i) El aspecto está presente en todas las alternativas disponibles.
- ii) El aspecto no está presente en ninguna de las alternativas disponibles.

En cualquiera de las condiciones enunciadas, el aspecto no brinda ninguna utilidad en el proceso de descartar alternativas y, por lo tanto, no se incluye en el conjunto de aspectos disponibles (W). Por esta razón es que el denominador en algunos términos de la expresión (3.1) y (3.2) no incluye todos los posibles aspectos, sino que solo un subconjunto de ellos

que son útiles para continuar descartando alternativas. Notar que cada vez que un aspecto es utilizado para descartar alternativas, el conjunto de aspectos disponibles del individuo (W_q) debe ser actualizado analizando las dos condiciones de pertenencia enunciadas, por lo que el conjunto de aspectos disponibles depende del conjunto de alternativas (A_q). Entonces, para efectos de notación se incluye el conjunto de alternativas A_q como subíndice del conjunto de aspectos, por lo que el conjunto de aspectos disponibles queda expresado por W_{q,A_q} .

Retomando el ejemplo, el primer término de (3.2) se origina al utilizar el aspecto w_1 para descartar por sobre todos los aspectos disponibles $W_{q,A_q^0} = \{w_i, i = 1, \dots, 5\}$ y reducir el conjunto de alternativas a $A_q^1 = \{A, B, D\}$. Al actualizar el conjunto de aspectos disponibles según el nuevo conjunto de alternativas disponibles se obtiene $W_{q,A_q^1} = \{w_3, w_4, w_5\}$. Luego, dado que el segundo aspecto a inspeccionar es w_3 se origina el segundo término de (3.2) y un nuevo conjunto de alternativas dado por $A_q^2 = \{A, D\}$. Finalmente, el nuevo conjunto de aspectos disponibles corresponde a $W_{q,A_q^2} = \{w_4, w_5\}$ y para obtener a la alternativa A como la elegida es necesario utilizar el aspecto w_4 para descartar, lo que genera el último término de (3.2). El proceso es similar para los siguientes términos de (3.1) en base a las secuencias de la Tabla 3-2.

Cabe destacar que para efectos de la estimación de los pesos (w_k) asociados al modelo EBA se estima el log-peso $w_k = \exp(\alpha_k)$, ya que permite realizar una estimación irrestricta sobre los parámetros, tal como se mencionó en el Capítulo 2.

3.2 Caracterización de Aspectos

Un tópico relevante en la modelación del modelo EBA es la caracterización de los aspectos que el modelador asume que el tomador de decisiones utiliza para eliminar alternativas. En especial, existen dos casos que dependen de la naturaleza del atributo. El

primero es cuando este tiene un carácter discreto y el segundo cuando es de carácter continuo.

Si el atributo en cuestión es de carácter discreto, entonces ya existe un conjunto discreto de aspectos que lo definen. Por ejemplo, una de las tantas variables de la base de modelación identifica el acceso a Metro a través de una variable binaria. Por lo tanto, ya existen dos aspectos que la definen, los que están dados por “tiene acceso a Metro” y “no tiene acceso a Metro”. La representación entonces es relativamente fácil, no obstante, en la Sección 3.3.2 se discuten algunos problemas de identificabilidad asociados a la incorporación simultánea de este tipo de variables en el modelo EBA y MNL.

Si el atributo es de carácter continuo la definición no es tan sencilla y no existe una forma fácil para modelar el problema. Habitualmente, la modelación considera la imposición de umbrales sobre los atributos para generar un rango aceptable. Estos umbrales pueden ser absolutos (González-Valdés, 2018), es decir, que el valor del umbral es arbitrario y no depende del conjunto de alternativas del individuo, o relativos donde el valor del umbral depende del conjunto de alternativas que enfrenta el individuo, como en el modelo Semi-Compensatorio desarrollado por Cantillo y Ortúzar (2005).

En términos más concretos, en la elección de rutas es común contar con el atributo continuo “tiempo de viaje”, por lo que el modelador podría imponer un umbral de tipo absoluto (arbitrario) de x minutos para definir un umbral superior de aceptabilidad para las rutas. Luego, todas aquellas rutas que poseen tiempos de viaje menor o igual a este umbral arbitrario son atractivas y las que no cumplen la restricción son descartadas del conjunto de consideración. Por otro lado, el modelador podría imponer un umbral de tipo relativo donde, por ejemplo, las rutas se consideran atractivas cuando poseen un umbral de hasta y minutos más por sobre la alternativa disponible más rápida. De esta forma, la condición de aceptabilidad posee una dependencia de acuerdo con las alternativas disponibles del individuo.

Sin embargo, la imposición de umbrales sobre los atributos impacta en la forma de la función de máxima verosimilitud. En particular, González-Valdés (2018) muestra que cuando se intenta estimar de forma conjunta los umbrales y pesos (w_k) asociados a los aspectos de variables continuas, la función de máxima verosimilitud cambia su estructura si el cambio en el valor del umbral genera un cambio en la estructura de los aspectos de las alternativas. En otras palabras, el cambio en la función ocurre cuando las alternativas pasan de poseer a no poseer el aspecto – y viceversa – ante cambios en el umbral asociado. Aún más, menciona que la función de verosimilitud es plana ante cambios en el valor de los umbrales, a menos que las alternativas cambien su estructura de aspectos. Por lo tanto, concluye que la función de verosimilitud presenta discontinuidades cuando el cambio en los umbrales modifica la estructura de los aspectos de las alternativas.

Dado que ante cambios pequeños en el valor de los umbrales la concavidad de la función de verosimilitud no está garantizada y, además la función presenta una forma plana, la estimación conjunta de los umbrales y pesos (w_k) es problemática para mecanismos de optimización basados en el método del gradiente como los utilizados en la estimación por máxima verosimilitud en esta tesis. Por lo tanto, en la Sección 3.4 se detalla el enfoque utilizado en esta investigación para lograr estimar los modelos y abordar de cierta forma las limitaciones que impone el modelo EBA.

3.3 Problemas de Identificabilidad Asociados al Modelo EBA

En esta Sección se explica de forma detallada los problemas de identificabilidad asociados al fenómeno de dominancia de alternativas y la inclusión de aspectos de carácter discreto de forma simultánea en la etapa de consideración y elección de los modelos en dos etapas.

3.3.1 Dominancia de Alternativas

El modelo EBA posee algunas particularidades que dependen de la definición de los aspectos por parte del modelador. La dominancia de alternativas es un caso especial, donde una alternativa o un conjunto de ellas son preferidas por sobre el resto, generando que los tomadores de decisiones siempre elijan esa alternativa o conjunto de ellas, según sea el caso. Para entender de mejor forma este concepto se presenta un ejemplo que ilustra el fenómeno de dominancia y sus implicancias en términos de la estimación de los pesos (w_k) asociados a los aspectos.

Suponiendo que existe un conjunto de alternativas inicial $A^0 = \{A, B, C, D\}$ compuesto por 4 alternativas, las que están definidas por 5 aspectos con pesos w_k , tal como indica la Tabla 3-3. Notar que para este ejemplo el subíndice q asociado a un individuo cualquiera será omitido, pero se entiende que el análisis es sobre un individuo en particular que elige utilizando la heurística EBA.

Tabla 3-3: Caracterización de alternativas en ejemplo 2-EBA

Alternativas	Aspectos
A	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
B	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_5\}$
C	$\{w_2, w_4\}$
D	$\{w_1, w_2, w_3, w_5\}$

Fuente: Elaboración Propia

En este caso especial, independiente de la secuencia de aspectos que el individuo adopte para descartar alternativas, siempre elegirá el subconjunto de alternativas dado por $A^{final} = \{A, B\}$. Esto sucede porque las alternativas A y B dominan a las demás

alternativas, es decir, tienen uno o más aspectos adicionales respecto a las demás, por lo que siempre son más atractivas.

Como es posible notar, en un caso con dominancia puede ocurrir que solo exista una alternativa que domine a las demás y siempre sea la elegida, es decir, tiene probabilidad de ser elegida igual a 1 ($P_{EBA} = 1$). También puede ocurrir que el conjunto de alternativas inicial (A^0) reduzca su tamaño – como en este ejemplo – a un subconjunto de más de una alternativa (A^{final}) que corresponde al conjunto de consideración, en donde este subconjunto tendría probabilidad igual a 1 de ser elegido. Dado que independiente de la secuencia de aspectos que el individuo utilice, este siempre elige –para el ejemplo – el subconjunto A^{final} , su probabilidad está dada matemáticamente por la expresión (3.3).

$$P(A^{final}) = P_{EBA} = \frac{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5}{w_1 + w_2 + w_3 + w_4 + w_5} = 1 \quad (3.3)$$

Cuando se genera un conjunto de consideración (A^{final}), para determinar la probabilidad de elección de cada una de las alternativas que el individuo considera atractivas se plantea una segunda etapa de elección de índole compensatoria, por ejemplo, utilizando un modelo MNL. Por lo tanto, la probabilidad final de elección de cada alternativa en un modelo de dos etapas está dada por (3.4).

$$\begin{aligned} P(A) &= P_{EBA} \cdot P_{MNL_A} \\ P(B) &= P_{EBA} \cdot P_{MNL_B} \end{aligned} \quad (3.4)$$

A partir de la expresión en (3.3) se concluye que en un caso con dominancia de alternativas el valor asociado a los pesos de los aspectos (w_k) no es relevante, puesto que el modelo EBA asignará de todas formas probabilidad igual a 1 y los pesos se ajustarán de forma tal que esto se cumpla. En términos de la estimación del modelo por el método de máxima

verosimilitud no es posible obtener la matriz de varianza y covarianza, puesto que el valor de los parámetros w_k puede ser cualquiera mientras que la probabilidad final sea igual a 1, es decir, posee múltiples soluciones. Por lo tanto, para obtener las probabilidades de elección de las alternativas en un modelo en dos etapas con dominancia – dadas por las expresiones en (3.4) – y obtener también las varianzas asociadas a los parámetros, es necesario fijar los parámetros w_k . De lo contrario, no es posible obtener la información para realizar inferencia estadística sobre los resultados que se obtienen en la estimación del modelo.

Este caso de dominancia de alternativas que reduce el conjunto inicial de alternativas (A^0) a un subconjunto de menor tamaño (A^{final}) resultó un fenómeno muy común en la modelación a través de umbrales para definir los aspectos asociados a atributos continuos. En específico, esto ocurrió cuando se fijaron umbrales poco restrictivos sobre los atributos con el objetivo de eliminar la menor cantidad de alternativas realmente elegidas del conjunto de consideración EBA (A^{final}) y así lograr descartar las alternativas que efectivamente no eran atractivas. Los razones y análisis asociados a eliminar la menor cantidad de alternativas realmente elegidas del conjunto de consideración EBA son detalladas en la Sección 3.4 referente a estimación del modelo.

3.3.2 Inclusión de Atributos Discretos

En un contexto donde la modelación incluye de forma simultánea el mismo atributo discreto en la etapa no-compensatoria EBA – a través de un aspecto discreto – y en la etapa compensatoria MNL – a través de la inclusión del atributo en la función de utilidad de las rutas – se produce un problema de identificabilidad para captar el impacto del atributo en el modelo MNL.

El problema de identificabilidad es con respecto al parámetro asociado al atributo discreto en la etapa compensatoria, que no es posible estimar debido a que el modelo MNL

funciona en base a diferencias de utilidad. Para entender esto de forma más clara, se presenta un nuevo ejemplo, en el contexto de modelación de rutas en esta investigación.

Suponiendo que existe un conjunto de alternativas inicial $A^0 = \{A, B, C, D\}$ compuesto por 4 alternativas, las que están definidas por 4 aspectos asociados a atributos continuos con pesos w_k y un aspecto asociado a un atributo discreto (binario) que indica si la alternativa posee “acceso a Metro” con peso $w_{AccMetro}$. La Tabla 3-4 muestra los aspectos correspondientes a cada una de las alternativas del ejemplo. En particular, las alternativas A y B son las únicas que poseen el aspecto asociado al atributo discreto “acceso a Metro”.

Tabla 3-4: Caracterización de alternativas en ejemplo 3-EBA

Alternativas	Aspectos
A	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{AccMetro}\}$
B	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{AccMetro}\}$
C	$\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$
D	$\{w_1, w_2, w_3, w_4\}$

Fuente: Elaboración Propia

En este ejemplo la heurística EBA indicará que cualquier individuo con un conjunto inicial de alternativas caracterizado de acuerdo con la Tabla 3-4, elegirá el subconjunto de alternativas $A^{final} = \{A, B\}$ con probabilidad igual a 1 ($P_{EBA} = 1$). Luego, para determinar la probabilidad de elección de la alternativa A y B se aplica una etapa compensatoria a través del modelo MNL, donde las alternativas tienen una función de utilidad que está dada por la expresión (3.5).

$$\begin{aligned}
V_A &= \sum_j \beta_j \cdot X_{A,j} + \beta_{AccMetro} \cdot X_{A,AccMetro} \\
V_B &= \sum_j \beta_j \cdot X_{B,j} + \beta_{AccMetro} \cdot X_{B,AccMetro}
\end{aligned} \tag{3.5}$$

Las variables $X_{i,j}$ corresponden al valor que toma el atributo j para la alternativa i , las que podrían estar asociadas a variables tales como, tiempo de viaje, espera, caminata, entre muchas otras pertinentes para la modelación de elección de rutas. β_j corresponde a los parámetros a estimar del modelo que están asociados al atributo j . Por último, se encuentra expresado de forma explícita que ambas alternativas intentan captar el impacto de la variable discreta “acceso a Metro” ($X_{i,AccMetro}$) en la función de utilidad, a través del parámetro a estimar $\beta_{AccMetro}$.

Dado que el modelo MNL estima los parámetros calculando la diferencia de utilidad entre las alternativas y , notando el hecho de que tanto la alternativa A como B poseen “acceso a Metro”, la variable $X_{i,AccMetro}$ toma valor igual a 1 para ambas alternativas dado que es binaria. Entonces, al calcular la diferencia de utilidad entre ambas alternativas notamos que es imposible identificar el parámetro $\beta_{AccMetro}$, puesto que se cancelan los términos asociados quedando la expresión (3.6).

$$V_A - V_B = \sum_j \beta_j \cdot (X_{A,j} - X_{B,j}) \tag{3.6}$$

En base al ejemplo se concluye que no es posible captar en los parámetros del modelo MNL un atributo discreto, si es que este fue utilizado como aspecto en el modelo EBA, ya que se produce un problema de identificabilidad, independiente de si existe o no dominancia de alternativas.

Incluso, si es que el modelo EBA hubiese incluido los dos niveles asociadas a la variable discreta “Acceso a Metro”, es decir, “tiene acceso a Metro” y “no tiene acceso a Metro” como dos aspectos distintos que además son excluyentes, como indica la Tabla 3-5, tampoco sería posible captar el impacto del atributo en la especificación del modelo MNL.

Tabla 3-4: Caracterización de alternativas en ejemplo 3-EBA

Alternativas	Aspectos
<i>A</i>	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{AccMetro}\}$
<i>B</i>	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{AccMetro}\}$
<i>C</i>	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{NoAccMetro}\}$
<i>D</i>	$\{w_1, w_2, w_3, w_4, w_{NoAccMetro}\}$

Fuente: Elaboración Propia

La razón es que, a pesar de que ya no existe dominancia, al realizar la inspección de los aspectos el modelo indica que se generarán dos conjuntos de consideración atractivos, uno compuesto por las alternativas *A* y *B* que poseen acceso a Metro, y otro compuesto por la alternativa *C* y *D* que no poseen acceso a Metro. Luego, al realizar la diferencia de utilidad para cada uno de estos conjuntos de alternativas no es posible identificar el impacto del atributo “Acceso Metro” si es que se incluye en la especificación del modelo MNL, puesto que ocurre lo mismo que fue expuesto en (3.6).

3.4 Estrategia de Estimación del Modelo EBA

Como fue explicado en la Sección anterior, la estimación conjunta de los umbrales EBA asociados a atributos continuos y los pesos w_k asociados los aspectos no es sencilla, puesto que la función de verosimilitud suele presentar discontinuidades que no permiten asegurar su concavidad y, además la función suele ser plana ante cambios pequeños en el valor de

los umbrales, a menos que estos modifiquen la estructura de los aspectos asociados a las alternativas.

A raíz de esto, es que la estimación conjunta a través de métodos basados en el gradiente, como los utilizados en la estimación por máxima verosimilitud podría no entregar resultados apropiados. Por lo tanto, la solución implementada en esta investigación para estimar los modelos fue estimar los pesos w_k de los aspectos, pero con los umbrales asociados a atributos continuos fijos. De esta forma, la función de máxima verosimilitud mantiene su estructura durante la estimación del modelo y es posible obtener también la matriz de varianza y covarianza para realizar inferencia sobre los parámetros del modelo.

Es cierto que el enfoque utilizado posee como limitación principal el hecho de que no se está determinando el umbral óptimo asociado al atributo continuo. No obstante, para abordar esto se realizaron varias estimaciones del modelo fijando distintos valores para el umbral y así encontrar aquel que entrega el mejor ajuste.

La tarea de encontrar el valor del umbral que mejor ajusta el modelo parece una tarea relativamente sencilla, pero cuando se tienen varios aspectos la cantidad de posibles combinaciones a estimar crece rápidamente. Por ejemplo, si tenemos un modelo EBA con 3 aspectos asociados a atributos continuos a los que es necesario determinar el umbral óptimo, y para cada uno de estos se tienen 5 posibles valores de umbral, entonces existen 125 posibles combinaciones. Para evitar estimar cada una de las posibles combinaciones de umbrales y no incurrir en altos tiempos de ejecución, se implementó una búsqueda unidimensional para inspeccionar las posibles combinaciones de umbrales de forma más inteligente.

La búsqueda unidimensional implementada comienza con una combinación de umbrales inicial que es estimada, luego se comienza a variando el valor de uno de los umbrales dentro de su conjunto de valores posibles y se estima un nuevo modelo. Cuando el nuevo valor del umbral asociado a un aspecto encuentra una combinación que posee un mejor

ajuste, se vuelven a inspeccionar todos los posibles valores de umbral para los demás aspectos, pero dejando fijo aquel que produjo el mejor ajuste. El proceso continúa hasta que se revisan todos los conjuntos de valores para cada umbral y no es posible encontrar mejoras en el ajuste del modelo. Para un mejor entendimiento del mecanismo implementado, a continuación, se presenta un breve pseudocódigo.

Suponiendo que existe un conjunto de K aspectos continuos definidos a través de umbrales, donde cada uno de ellos posee un conjunto de n_k posibles valores para el umbral dados por U_k .

- i) Inicialización. Se comienza con una combinación inicial de umbrales para estimar el modelo, la que está dada por $c_0 = \{u_{1,k} \mid u_{1,k} \in U_k \forall k = 1, \dots, K\}$. Se obtiene una log-verosimilitud inicial dada por l_0 . Para efectos de iniciar el algoritmo de búsqueda se actualiza la log-verosimilitud óptima a la inicial ($l^* = l_0$), así como también la combinación óptima de umbrales ($c^* = c_0$). Estas variables son modificadas durante el proceso para lograr identificar la combinación de umbrales que mejor ajusta el modelo.
- ii) Se selecciona un aspecto $k \in K$ y se estima el modelo para cada uno de los n_k posibles valores que podría tener el umbral k , pero manteniendo el valor de los demás umbrales respecto a la combinación que mejor ajusta c^* . Por lo tanto, se genera una nueva combinación de umbrales c_i para cada posible valor de umbral, la que tiene una log-verosimilitud asociada que está dada por l_i .
- iii) Si $l_i > l^*$, entonces la combinación c_i asociada mejora el ajuste del modelo. Se actualizan los valores que indican la mejor combinación de umbrales encontrada, es decir, $l^* = l_i$ y $c^* = c_i$.
- iv) Si no se produce ninguna mejora en el ajuste al variar el valor del umbral k , entonces se elige otro de los aspectos $k \in K$ y se vuelve al paso ii).

- v) Si se revisaron todos los aspectos $k \in K$ y no se encontraron mejoras, entonces el algoritmo de búsqueda finaliza y la mejor combinación de umbrales está dada por c^* , la que tiene una log-verosimilitud dada por l^* .

Por último, la definición de los posibles valores U_k que podrían tomar los umbrales asociados a aspectos continuos no es al azar. En primer lugar, depende de cómo sea definido el aspecto, por ejemplo, de forma relativa con su regla de aceptabilidad definida en base al conjunto de alternativas o de forma absoluta donde un valor arbitrario indica la aceptabilidad. En segundo lugar, el valor del umbral depende de la cantidad de alternativas realmente elegidas que son eliminadas del conjunto de consideración EBA y que el modelo asigna una probabilidad de elección igual a cero.

El segundo punto es el más relevante, puesto que como se adelantó previamente, en la definición de aspectos a través de umbrales es ideal eliminar la menor cantidad de alternativas realmente elegidas del conjunto de consideración. Esto es porque la heurística EBA, estrictamente, asigna una probabilidad de elección igual a cero a aquellas alternativas que se encuentren dominadas por otras, es decir, a todas aquellas alternativas no atractivas para el individuo. Por lo tanto, si el valor dado al umbral genera que para muchos individuos la alternativa elegida – reportada en la base de datos – quede dominada por otras, esta tendrá una probabilidad igual a cero ($P_{EBA} = 0$) y la log-verosimilitud se indefinirá, puesto que el método no admite alternativas con probabilidad igual a cero.

Para evitar que la log-verosimilitud se indefina cuando la alternativa elegida por el individuo se encuentra fuera del conjunto de consideración EBA (C_{EBA}), la probabilidad de elección es fijada en un valor igual a δ para efectos de la estimación del modelo, denominado a partir de ahora como “mínima probabilidad de elección”. Por lo tanto, para aquellos individuos donde su alternativa elegida queda fuera del conjunto de consideración, las probabilidades de elección están definidas tal como indica (3.7), donde

g_{iq} es una variable binaria que indica si la alternativa i fue elegida por el individuo q en la base de datos.

$$P_{iq} = \begin{cases} P_{EBA_i} \cdot P_{MNL_i} \cdot (1 - \delta), & \forall i \in C_{EBA} \\ \delta, & \text{si } g_{iq} = 1 \wedge i \notin C_{EBA} \end{cases} \quad (3.7)$$

El hecho de que alternativas elegidas queden fuera del conjunto de consideración EBA puede sugerir que existe heterogeneidad entre los individuos y que los de esta clase no descartan alternativas de acuerdo con la heurística EBA. No obstante, como se mencionó en la Sección de Alcances, los modelos desarrollados no incorporan heterogeneidad por carecer de información socioeconómica de los individuos para crear distintos perfiles y porque el objetivo de esta investigación es exploratorio respecto al enfoque utilizado e identificar comportamientos de elección en dos etapas por parte de los individuos.

El valor de la mínima probabilidad de elección utilizado en la estimación de los modelos no fue definido de forma arbitraria, sino que varios modelos fueron estimados usando distintos valores. La magnitud de los valores probados es pequeña, ya que la función de este parámetro es evitar que la probabilidad de elección sea igual a cero y la log-verosimilitud se indefina impidiendo la estimación del modelo. Por lo tanto, el valor asignado debe ser cercano a cero para representar que las alternativas poseen una probabilidad muy baja de elección, pero que es distinta de cero.

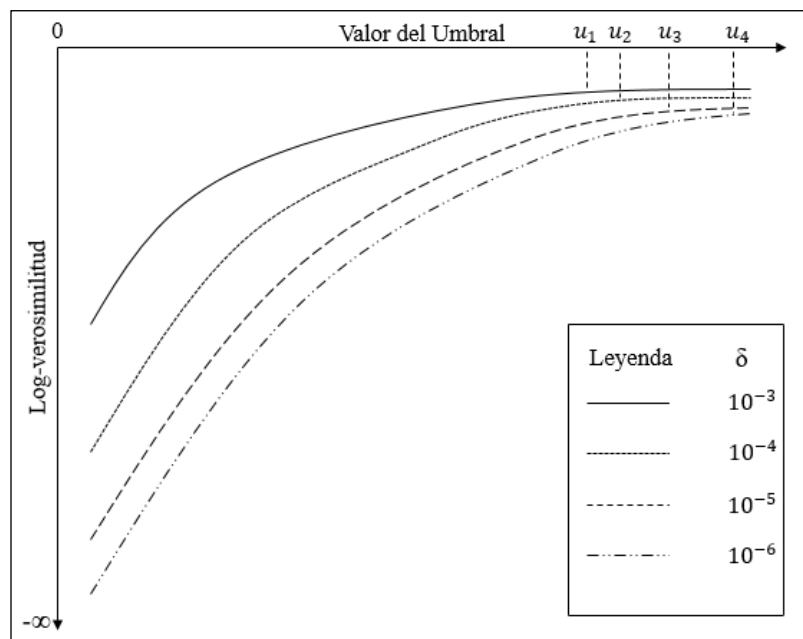


Figura 3-1: Comportamiento de la función de log-verosimilitud en función del valor del umbral para distinto valores de la mínima probabilidad de elección (δ)
Fuente: Elaboración Propia

La Figura 3-1 muestra que a medida que el valor de δ es más pequeño, la log-verosimilitud tiende a partir desde un valor más bajo que indica un peor ajuste inicial del modelo. A su vez, a medida que el valor de δ es más pequeño, el umbral que genera el mejor ajuste – en términos de log-verosimilitud – tiende a ser más grande. Esto se produce porque un δ más pequeño penaliza de forma más fuerte el ajuste por log-verosimilitud, a razón de $\ln(\delta)$ por cada observación en la que su alternativa elegida queda fuera del conjunto de consideración. Debido a esto el modelo intenta evitar que más alternativas elegidas por los individuos sean excluidas del conjunto de consideración a través de un incremento en el rango de aceptabilidad del aspecto, que está representado por el valor de su umbral.

Entonces, el valor de la mínima probabilidad de elección afecta el valor del umbral óptimo que estima el modelo, pues en base a la Figura 3-1 podemos observar que el valor óptimo del umbral para cada una de las curvas está dado por u_i , y que este es mayor a medida que

δ es menor. En términos de los parámetros estimados en la etapa MNL para cada valor de δ , no existe una diferencia significativa. No obstante, en términos de la log-verosimilitud final hay diferencias, ya que el ajuste es peor a medida que δ es menor, por lo tanto, la log-verosimilitud no es un indicador justo para realizar comparaciones entre los modelos, ya que está afectado por el valor de la mínima probabilidad de elección.

En base a lo anterior, surge la necesidad de utilizar otras métricas para comparar y elegir los mejores modelos. Dado que el mayor interés está en la capacidad predictiva, aparte de los indicadores clásicos de ajuste predictivo (FPR, CR y ER), se recurre a los indicadores de la matriz de confusión – detallados en la Sección 2.5.3 – como una herramienta extra para realizar un análisis más completo de los modelos.

Finalmente, en base al análisis presentado, se opta por utilizar $\delta = 10^{-3}$ para que la etapa de consideración sea capaz de reducir el conjunto de consideración de los individuos y que el valor de los umbrales asociados a aspectos continuos sea razonable. La decisión, además fue respaldada debido a que fue posible identificar que las observaciones que son excluidas del conjunto de consideración EBA – al utilizar valores de δ muy pequeños – corresponden a individuos con comportamientos poco racionales, donde incluso el modelo *benchmark* MNL asigna una baja probabilidad de elección a esas alternativas.

4. BASES DE DATOS UTILIZADA

En este Capítulo se detalla la composición de la base de datos utilizada para calibrar los modelos en dos etapas y el *benchmark* MNL. Se incluyen estadísticas descriptivas de las principales variables de modelación, así como también un análisis gráfico que permite entender la definición de los aspectos utilizados en los modelos en dos etapas EBA-MNL.

4.1 Elección de Rutas en Transporte Público en Santiago de Chile

La base de datos utilizada en la modelación de los distintos modelos que se presentan en esta tesis corresponde a una muestra de 1238 viajes provenientes de una encuesta de preferencias reveladas de elección de paradero, modo y ruta en transporte público, en el contexto de la tesis de magíster de Abud (2015), y que fue procesada con la herramienta STEP para generar el conjunto de rutas atractivas para cada individuo. En particular, la encuesta permite identificar el modo utilizado en las distintas etapas del viaje, así como los principales atributos que las caracterizan como tiempo de viaje, espera, acceso, egreso, transbordo, número de transbordos, entre muchos otros.

Es importante destacar que a través de la herramienta STEP es posible generar el conjunto de rutas atractivas para cada observación de la muestra, por lo que no es necesario incluir una etapa de generación de alternativas utilizando los métodos detallados en el Anexo A. Por lo tanto, para efectos de los objetivos planteados en esta investigación, el conjunto de rutas atractivas generado previamente por la herramienta STEP se asume como el conjunto maestro.

En particular, la base de datos utilizada en la etapa de modelación contó con un total de 1238 observaciones con la información asociada a cada una de las etapas de viaje de sus rutas disponibles. La estructura de las rutas elegidas según la combinación de modos utilizada se presenta en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Estructura general de las rutas observadas

Acceso	Modo	Número de Transbordos				Total	Promedio de Transbordos
		0	1	2	3		
Bus	Bus	26%	10%	0%	0%	36%	0,30
	Bus-Metro	0%	10%	10%	2%	22%	1,63
Metro	Metro	18%	14%	4%	0%	37%	0,62
	Metro-Bus	0%	3%	1%	0%	4%	1,27
Total		44%	38%	16%	2%	100%	0,76

Fuente: Elaboración Propia

De los datos se observa que el 70% de los individuos accede a la red de transporte público a través de un servicio de bus, y que un 38% de estos viajeros combina con alguna línea de Metro (22% del total). Por otro lado, un 10% de los usuarios que acceden a través de Metro combinan con algún servicio de bus (4% del total). Los viajes que combinan ambos modos representan el 26% de las observaciones en la base de datos.

Respecto al número de transbordos, se observa que el 44% de los viajes realizados por los individuos no requiere ninguno y que el promedio de transbordos por usuario es de 0,76. De los usuarios que solamente utilizan servicio de bus se observa que en promedio realizan 0,3 transbordos, mientras que aquellos que solo utilizan Metro poseen un promedio de 0,62 transbordos, por lo que al usar solamente Metro las probabilidades de realizar transbordos son el doble en relación a usar una ruta solo de servicios de bus.

Como se mencionó inicialmente, en el contexto de elección de rutas en transporte público los individuos enfrentan conjuntos de alternativas de gran tamaño. En el caso de la base de datos utilizada cada individuo enfrenta en promedio 84,43 alternativas disponibles con una desviación estándar de 33,91 alternativas, tal como indica la Figura 4-1.

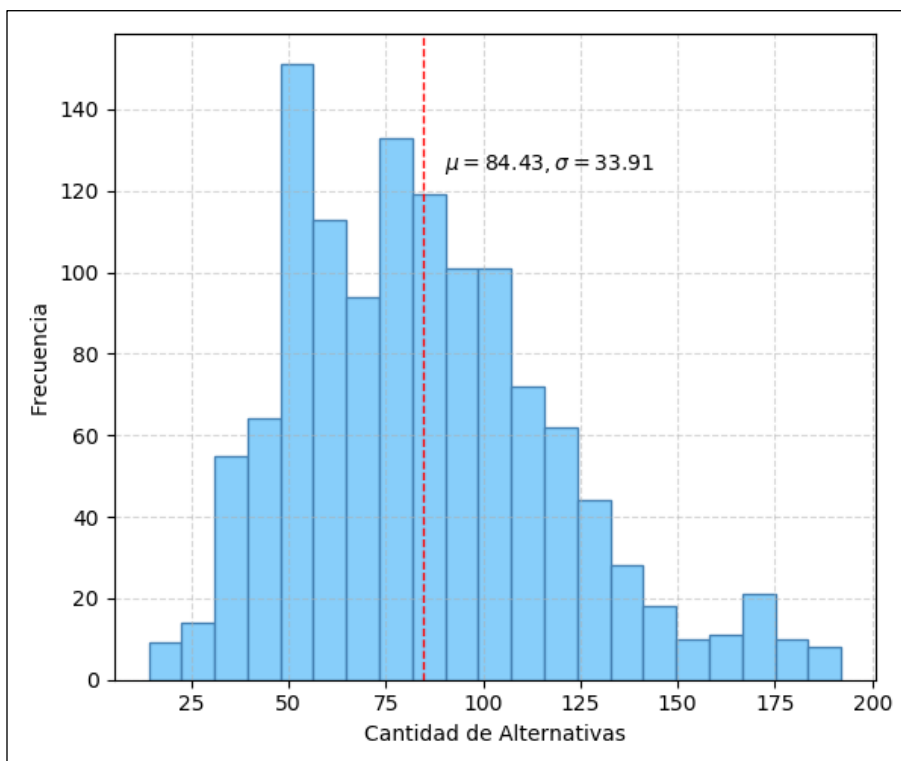


Figura 4-1: Histograma del tamaño del conjunto de alternativas
Fuente: Elaboración Propia

En adición a la información presentada en la Figura 4-1, se tiene que 14 alternativas corresponden al menor tamaño para el conjunto de alternativas que enfrentan los individuos en la base de datos, mientras que el máximo es de 192. Además, desde el percentil 50% los individuos se enfrentan a conjuntos de más de 80 alternativas entre las que decidir, que de acuerdo con el marco teórico presentado podría estar incluyendo un número importante de alternativas irrelevantes que afectan la calidad y precisión de los modelos estimados.

4.1.1 Variables de Modelación

A continuación, en la Tabla 4-2 se presentan las definiciones de los atributos asociados a las variables utilizadas en los distintos modelos que serán presentados en el Capítulo 5.

Esta información proviene de la herramienta de planificación STEP con la que se trabajó en el desarrollo de la investigación y fue explicado en la Sección anterior.

Tabla 4-2: Atributos asociados a las rutas utilizados como variables de modelación

Variable	Definición
Tiempo de viaje en vehículo (TV)	Suma de los tiempos de viaje en vehículo de todas las etapas de viaje asociadas a la ruta.
Tiempo de acceso ($TCAM_{Acceso}$)	Tiempo de caminata asociado al acceso al sistema de transporte público, desde el origen hasta el primer paradero o estación de Metro.
Tiempo de espera (TE)	Suma de los tiempos de espera de todas las etapas de viaje asociadas a la ruta.
Tiempo de transbordo ($TCAM_{transbordo}$)	Suma de los tiempos de caminata asociados a cada transbordo entre dos vehículos.
Tiempo de egreso ($TCAM_{Egreso}$)	Tiempo de caminata asociado al egreso del sistema de transporte público, desde el último paradero o estación de Metro hasta el destino final.
Tiempo de viaje total (TTV)	Suma de todos los tipos de tiempos asociados a cada una de las etapas asociadas a las rutas, es decir, es la suma del tiempo de viaje, acceso, espera, transbordo y egreso para cada ruta.
N° de Transbordos ($Transbordos$)	Conteo del total de transbordos asociados a la ruta desde su origen al destino de viaje.
Acceso a Metro (ACC_{Metro})	Variable binaria que indica si el individuo ingresa al sistema de transporte a través de una estación de Metro. Por lo tanto, toma el valor 1 si accede por una estación de Metro y 0 si accede por algún paradero de bus.

Acceso a zona paga (ACC_{ZP})	Variable binaria que indica si el individuo ingresa al sistema de transporte a través de una zona paga. Por lo tanto, toma el valor 1 si accede por una zona paga y 0 si accede por un paradero estándar o alguna estación de Metro.
Costo angular ($CT_{angular}$)	Variable topológica que mide que tan directa es una ruta en función del ángulo que forman los arcos de las etapas que la componen. Se calcula en base a la expresión $\sum_s d_s \cdot \sin\left(\frac{\theta_s}{2}\right)$, donde d_s corresponde a la distancia recorrida en la etapa s , θ_s es el ángulo entre el nodo de destino, el nodo inicial de la etapa s y el nodo final de la etapa s (Raveau et al., 2011).

Fuente: Elaboración Propia

La Tabla 4-3 contiene la información promedio de cada uno de los atributos utilizados en la modelación, según el tipo de ruta. De esta forma es posible comparar a grandes rasgos la composición de los datos considerando todas las alternativas de cada tipo (solo bus, bus-metro, solo metro y metro bus).

En base a la información en la Tabla 4-3 es posible concluir que la base de datos de modelación está compuesta por 104.524 alternativas para 1238 observaciones, las que poseen un conjunto de aproximadamente 84,4 alternativas en promedio. Cada individuo enfrenta en promedio 129,5 alternativas que solo utilizan bus, 4,1 alternativas que solo utilizan Metro, 75,8 alternativas que acceden al sistema a través de bus y utilizan Metro en alguna etapa, y 8,02 alternativas que acceden al sistema a través de bus y utilizan Metro en alguna etapa.

Tabla 4-3: Valores promedio de los atributos de la base de modelación

Promedio de Variables	Tipos de ruta			
	Bus	Bus-Metro	Metro	Metro-Bus
Tiempo de viaje (min)	34,44	35,30	16,64	31,50
Tiempo de viaje total (min)	58,51	65,20	44,60	62,99
Tiempo de acceso (min)	8,86	8,57	11,94	10,73
Tiempo de espera (min)	6,01	6,72	2,81	6,22
Tiempo de transbordo (min)	0,66	5,51	3,61	5,17
Tiempo de egreso (min)	8,54	9,10	9,61	9,37
N° de transbordos	0,30	1,63	0,62	1,27
Costo angular	0,32	1,82	0,68	1,42
Total de observaciones	629	282	246	81
Total de alternativas	81.461	21.398	1.015	650
Promedio de alternativas por observación	129,51	75,88	4,13	8,02

Fuente: Elaboración Propia

Con respecto a los atributos referentes al tiempo, el tiempo de viaje en vehículo es el que compone la mayor proporción del viaje y tiende a ser mayor cuando la ruta incluye algún servicio de bus en sus etapas. La tendencia es similar para la variable tiempo de viaje total correspondiente a la sumatoria de todos los tipos de tiempos asociados a las rutas. Las rutas que solo consisten en etapas realizadas en Metro poseen un menor tiempo de espera. Mientras que las rutas con acceso a través de servicio de bus poseen menores tiempos de acceso y de transbordo en comparación a las que utilizan Metro. Las alternativas que consideran el uso de bus y Metro son las que presentan la mayor cantidad de transbordos, mientras que las alternativas solo bus la menor cantidad. Finalmente, respecto al costo angular, las alternativas con combinaciones modales bus-Metro y Metro-bus son las que poseen el mayor valor asociado, lo que indica rutas menos directas.

4.1.2 Análisis Previo de Variables

Para efectos de la estimación de los modelos en dos etapas, la definición de aspectos asociados a atributos continuos se realizó de forma relativa al conjunto de alternativas. Es decir, la condición de aceptabilidad que indica que una alternativa cumple con el aspecto depende de la composición del conjunto de alternativas del individuo. En específico, los umbrales – correspondientes a cotas superiores para descartar aquellas alternativas con valores del atributo muy grandes – fueron definidos en base a diferencias con respecto a la alternativa con el menor valor del atributo en cuestión, tal como indica la expresión general en (4.1).

$$\alpha_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si } X_{ik} - X_{k_{min}} \leq u_k \\ 0, & \text{si } X_{ik} - X_{k_{min}} > u_k \end{cases} \quad (4.1)$$

Donde α_{ik} corresponde a la variable que indica si la alternativa i posee el aspecto k , X_{ik} es el valor del atributo asociado al aspecto k para la alternativa i , $X_{k_{min}}$ es el valor del atributo k para la alternativa con menor valor asociado dentro del conjunto de alternativas disponibles del individuo y u_k corresponde al umbral que indica la cantidad de unidades que vuelve atractiva a una alternativa, respecto a la alternativa disponible con menor valor. En términos prácticos, si el aspecto es definido para un atributo como el tiempo de viaje, el umbral indica hasta cuantos minutos el individuo considera atractivas a las alternativas, con respecto a la alternativa con menor tiempo de viaje. Por lo tanto, si para un individuo la alternativa más rápida consiste en 10 minutos de viaje y el umbral óptimo es de 15 minutos, entonces cualquier alternativa con un tiempo de viaje menor o igual a 25 minutos es atractiva y posee el aspecto.

La razón principal para definir los aspectos de forma relativa y no absoluta es que de esta forma se está considerando el hecho de que cada tomador de decisiones enfrenta conjuntos de alternativas distintos. Si bien, el umbral estimado es el mismo para cada todos los

individuos, es decir, es un parámetro genérico, la definición relativa nos permite incluir de cierta forma la heterogeneidad que enfrentan las personas.

La definición de los umbrales en base a diferencias en minutos fue la forma elegida para modelar los aspectos continuos, puesto que entrega una interpretación sencilla del valor del umbral. No obstante, también se analizó la definición relativa de los umbrales como una razón respecto a la alternativa disponible con el menor valor del atributo, tal como indica la expresión en (4.2).

$$\alpha_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si } \frac{X_{ik}}{X_{kmin}} \leq u_k \\ 0, & \text{si } \frac{X_{ik}}{X_{kmin}} > u_k \end{cases} \quad (4.2)$$

En este caso, el valor del umbral corresponde a la razón máxima – respecto a la alternativa con el menor valor del atributo – que debe cumplir una alternativa para ser considerada atractiva por el individuo. Por ejemplo, continuando con el atributo tiempo de viaje, si el umbral estimado es de $u_k = 2$, la interpretación es que el individuo considera atractivas todas aquellas alternativas que poseen un tiempo de viaje de hasta dos veces el tiempo de la alternativa más rápida, por lo que, si esta tiene un tiempo de viaje igual a 10 minutos, entonces el individuo considera atractivas todas aquellas alternativas con un tiempo menor o igual a 20 minutos.

La Figura 4-2 muestra un gráfico de dispersión para cada uno de los atributos continuos utilizados en la modelación, donde el eje de las abscisas corresponde al umbral definido como razón y el eje de las ordenadas al umbral definido en base a diferencias en minutos.

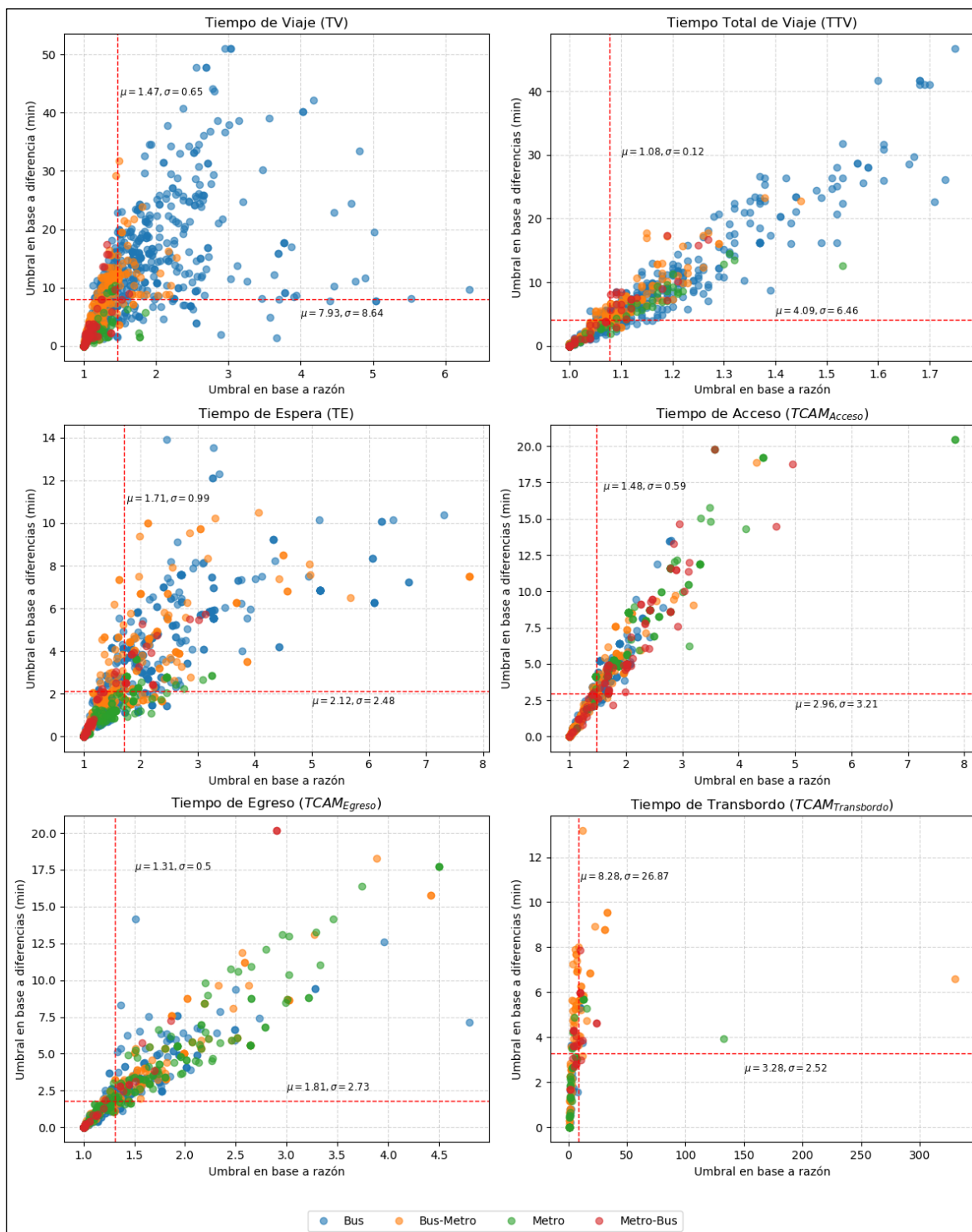


Figura 4-2: Umbral en base a diferencias en función del umbral en base a razón
Fuente: Elaboración Propia

En los gráficos de la Figura 4-2 el eje y corresponde al umbral promedio en base a diferencias en minutos, mientras que el eje x corresponde al umbral promedio en base a razón. Es importante recordar que ambos están definidos con respecto a la alternativa con el menor valor del atributo en cuestión.

Al analizar las observaciones que poseen altos valores para el umbral en base a razón y que se encuentren en los valores promedio del umbral en base a diferencias, se observa que si solamente se utiliza la razón para definir los aspectos se estaría eliminando del conjunto de consideración alternativas que no poseen un alto valor para su umbral en base a diferencias, es decir, que no poseen una diferencia en minutos considerablemente distinta respecto a la alternativa más rápida. Por ejemplo, para el tiempo de espera, la observación que se encuentra aproximadamente en (6, 6) corresponde a un individuo que elige una alternativa con un tiempo de espera de 7 minutos, mientras que su alternativa disponible con menor tiempo de espera es de 1 minuto. Si solo se utiliza el umbral en base a razón pareciera ser que la diferencia entre ambas alternativas es bastante grande, pero en realidad es tan sólo de 6 minutos.

Por otra parte, cuando se analizan observaciones con bajos valores para el umbral en base a razón y altos valores para el umbral en base a diferencia, se observa que si solamente se utiliza la razón para definir los aspectos no se estarían eliminando alternativas que probablemente no son atractivas en términos de su diferencia en minutos. Por ejemplo, para el tiempo de egreso, la observación que se encuentra aproximadamente en (14, 1.5) elige una alternativa con un tiempo de egreso igual a 42 minutos, mientras que la alternativa con menor tiempo es de 28 minutos. Nuevamente, si solo se utiliza la formulación del umbral en base a razón da la impresión de que la diferencia no es grande y que la alternativa es sumamente atractiva, no obstante, al considerar la diferencia en minutos notamos que esta posee un valor que no permite asegurar a priori que la alternativa es atractiva.

Este fenómeno ocurre también con las otras variables, por lo que se deduce que el umbral definido en base a razón tiende a ser engañoso si es que no se toma en cuenta la diferencia absoluta en minutos. Por esta razón, la modelación de los aspectos en los modelos EBA-MNL se realiza utilizando umbrales definidos solamente en base a diferencias en minutos, además de que entrega una interpretación más sencilla.

Respecto a la forma de la nube de puntos asociada a cada una de las variables se observa que el tiempo de viaje es el que posee la mayor dispersión, en especial para aquellas rutas que solamente están compuestas por servicios de buses. Es interesante notar que al construir la variable tiempo de viaje total, la nube de puntos tiende a linealizarse y posee una menor dispersión en comparación al tiempo de viaje para todos los tipos de rutas, incluidas las de tipo bus. Más aún, la variable tiempo de viaje total tiende a reducir el umbral en base a diferencias con respecto a la variable tiempo de viaje, por lo que los umbrales asociados son menores en magnitud, tal como se puede observar en el dominio del eje del eje y de esta variable.

Para el tiempo de espera también observamos dispersión en las observaciones, en especial asociadas a las alternativas que comienzan a través de un servicio de bus, lo cual es coherente debido a su inherente incertidumbre que se encuentra afectada por fenómenos como la congestión. Los tiempos asociados al acceso y egreso del sistema de transporte tienden a tener una relación más lineal entre los umbrales, pero se observa que la diferencia en minutos tiende a ser mayor para aquellas alternativas que acceden al sistema de transporte a través de Metro. Dado que las estaciones son limitadas y ubicadas en lugares estratégicos el acceso desde ciertas zonas de la ciudad es más difícil, pero a pesar de eso hay individuos que prefieren acceder directamente a través de ellas, en lugar de utilizar un servicio de bus para acercarse.

Finalmente, el tiempo de transbordo posee algunas observaciones con un umbral en base a razón sumamente alto, pero es debido a que la alternativa con menor tiempo de

transbordo posee un tiempo de algunos segundos. Por esta razón, el gráfico no permite analizar de forma apropiado el comportamiento del atributo y en la Figura 4-3 se muestra el tiempo de transbordo sin contar con aquellas observaciones con tiempos cercanos a cero.

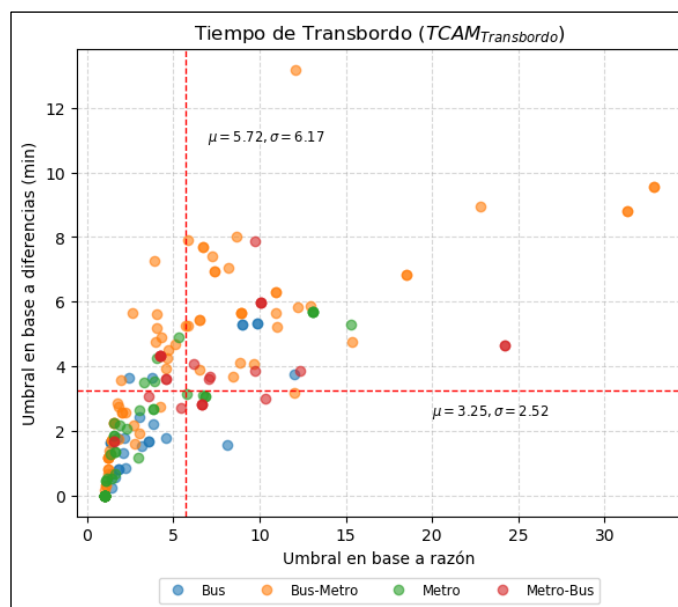


Figura 4-3: Umbral en base a diferencias en función del umbral en base a razón para el tiempo de transbordo
Fuente: Elaboración Propia

Del gráfico podemos observar que la diferencia en minutos no es tan alta para las observaciones, la mayoría es de 10 minutos o menos. Aquellas observaciones con umbrales en base a razón mayor a 20 poseen alternativas disponibles con transbordos que continúan siendo muy bajos, alrededor de 30 segundos, pero que en términos de la diferencia en minutos no es tan grande, tal como se puede observar. También, se puede deducir que las alternativas que tienden a tener mayores diferencias de tiempo son las de tipo bus-Metro, lo que es coherente al considerar que transbordar hacia una estación de Metro implica, por la misma estructura del sistema, acceder a la estación, ubicar el andén

y realizar las respectivas combinaciones, entre otras cosas que incrementan el tiempo de transbordo.

5. RESULTADOS

En este Capítulo, en primer lugar, se presenta y detalla la especificación utilizada en el modelo *benchmark* MNL. En segundo lugar, se presentan los resultados de la estimación del modelo *benchmark* en conjunto con la interpretación de los parámetros estimados. En tercer lugar, se muestran los resultados de los principales modelos en dos etapas EBA-MNL estimados, en conjunto con un análisis comparativo respecto al ajuste y capacidad predictiva que permiten elegir los mejores modelos. Cabe destacar que la especificación de la etapa compensatoria (MNL) en los modelos en dos etapas es la misma que para el modelo *benchmark*. En cuarto lugar, se presentan los parámetros estimados en la etapa MNL para los dos mejores modelos en dos etapas. Además, se incluye un análisis comparativo de las tasas marginales de sustitución entre estos dos modelos y el *benchmark* MNL. Finalmente, el Capítulo cierra con una discusión respecto a las ventajas y desventajas de utilizar el enfoque de elección en dos etapas respecto al enfoque tradicional en una etapa.

5.1 Especificación de la Etapa Compensatoria MNL

El objetivo principal de la investigación es determinar si la modelación de la consideración de alternativas – como una etapa explícita y distinta a la elección – permite mejorar la precisión en la predicción de las rutas utilizadas por los individuos, además de entregar más información al modelador para entender el proceso de elección.

Para cumplir con el objetivo de la investigación es necesario comparar los modelos en dos etapas EBA-MNL con el *benchmark* MNL. Este último corresponde al mejor modelo de

referencia en términos de ajuste y es la versión tradicional – puramente compensatoria – donde no existe una etapa de consideración modelada de forma explícita.

Dado que tanto los modelos en dos etapas y el *benchmark* poseen una etapa compensatoria modelada a través de un modelo MNL, la especificación de la función de utilidad es la misma en ambos modelos. De esta forma el análisis de los modelos en dos etapas es más sencillo, puesto que las variaciones en el ajuste y capacidad predictiva de estos respecto al *benchmark* son debidas a la especificación de la etapa no-compensatoria, dada por el modelo EBA.

La especificación de la función de utilidad asociada a las rutas – para ambos modelos – está dada por la expresión en (5.1), la que corresponde a una función lineal en parámetros. La notación utilizada para los atributos está basada en la presentación de las variables de modelación en la Tabla 4-2.

$$\begin{aligned}
 V_{iq} = & \beta_{TV} \cdot TV_i + \beta_{TE} \cdot TE_i + \beta_{TCAM_{transbordo}} \cdot TCAM_{Transbordo_i} \\
 & + \beta_{TCAM_{Acceso}} \cdot TCAM_{Acceso_i} + \beta_{TCAM_{Egreso}} \cdot TCAM_{Egreso_i} \\
 & + \beta_{CT_{angular}} \cdot CT_{angular_i} + \beta_{ACC_{Metro}} \cdot ACC_{Metro_i} \\
 & + \beta_{Transbordos} \cdot \sqrt{Transbordos_i} + \beta_{ACC_{ZP}} \cdot ACC_{ZP_i}
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

Las principales hipótesis que presenta la especificación utilizada están asociadas a tiempos percibidos distintos, donde se espera que los tiempos asociados a espera y caminata impacten de forma más negativa en la utilidad de las rutas. No-linealidad en el impacto negativo de los transbordos, donde se espera que el comportamiento sea marginalmente decreciente. Cabe destacar que fueron probadas otras especificaciones para modelar este comportamiento como, por ejemplo, la función logaritmo o variables binarias, pero la función raíz resultó en un mejor ajuste del modelo para los datos utilizados. Un impacto positivo de la estructura de la red de transporte captado a través de la inclusión de variables binarias para representar el acceso a Metro y zona paga para las rutas. Finalmente, un

impacto negativo del costo angular que indica que los individuos desean utilizar rutas más directas para viajar.

Es importante mencionar que la especificación utilizada se encuentra apoyada en la especificación de los modelos del proyecto Fondef D10E1049 “Una herramienta táctico-estratégica de gestión y planificación de sistemas de transporte público urbano” (Raveau et al., 2017), donde fue desarrollada la herramienta STEP utilizada para pre-procesar la base de datos usada también en esta investigación.

5.2 Modelo Benchmark MNL

En esta Sección se presentan los valores estimados para los parámetros del modelo *benchmark* MNL (Tabla 5-1). También, se entrega una interpretación detallada del comportamiento que representa cada uno de los parámetros en base a los resultados obtenidos.

De los resultados presentados en la Tabla 5-1 se observa que los signos asociados a los parámetros estimados son todos coherentes y que todos son significativos al 95% de confianza. Todos los tipos de tiempos asociados al viaje son negativas, es decir, reducen la utilidad de las alternativas, lo que devela que los individuos intentan reducir su tiempo de viaje. Entre todos los tipos de tiempos, el de caminata de acceso es el que impacta de forma más negativa en la utilidad, seguido por el tiempo de espera. Esto es razonable basado en el hecho de que las personas intentan acceder de la forma más rápida al sistema de transporte, a través de las rutas con accesos más cercanos.

Por otro parte, la literatura respalda el hecho de que la percepción del tiempo de espera es mucho mayor al tiempo de viaje, en un orden de aproximadamente 2 a 3 veces más (Wardman, 2004), por lo que el resultado obtenido se encuentra en la misma línea. Finalmente, los tiempos de caminata de transbordo y caminata final impactan de forma

levemente más negativa que el tiempo de viaje, con una magnitud similar, de lo que se infiere que es poco deseable incurrir en transbordos o caminatas de egreso, pero es preferible respecto a caminatas de acceso o tiempo de espera. Este menor impacto puede ser debido a que al estar más cerca del destino, psicológicamente el nivel de ansiedad disminuye y la percepción del tiempo es menor.

Tabla 5-1: Resultados Modelo *Benchmark* MNL

Parámetro	Valor	Test-t
β_{TV}	-0,14	-13,51
β_{TE}	-0,38	-15,10
$\beta_{TCAM_{Acceso}}$	-0,51	-20,09
$\beta_{TCAM_{Egreso}}$	-0,27	-9,33
$\beta_{TCAM_{transbordo}}$	-0,23	-6,53
$\beta_{ACC_{ZP}}$	1,57	3,69
$\beta_{ACC_{Metro}}$	3,69	17,56
$\beta_{Transbordos}$	-2,54	-13,20
$\beta_{CT_{angular}}$	-0,28	-3,38
Log-verosimilitud	-1183,7	
Nº observaciones	1238	

Fuente: Elaboración Propia

El costo angular negativo indica que los individuos prefieren rutas que son más directas para trasladarse a su destino de viaje. El parámetro asociado a la cantidad de transbordos que poseen las rutas posee signo negativo, es decir, no es deseable realizar transbordos. Es importante destacar que este parámetro está asociado a una transformación lineal sobre el atributo, en particular, sobre la raíz de la cantidad de transbordos, por lo que el impacto del número de transbordos es marginalmente decreciente. Por último, las variables

binarias de acceso por Metro y zona paga poseen signo positivo, por lo que es preferible para los usuarios acceder de esta forma al sistema de transporte, en comparación a acceder a través de un paradero de bus.

5.3 Modelos en Dos Etapas EBA-MNL

Como se mencionó en el Capítulo 4, la modelación de los aspectos en el modelo EBA se realizó a través de la imposición de umbrales relativos, en base a la diferencia en minutos respecto a la alternativa con el menor valor para el atributo de naturaleza continua asociado al aspecto. No se presentan modelos con aspectos asociados a atributos de naturaleza discreta, puesto que las estimaciones arrojaron que su capacidad predictiva es menor a los modelos con aspectos asociados a atributos continuos. Además, como se mencionó en el Capítulo 3 no es posible captar el impacto del atributo discreto en el modelo MNL si es que se incluye simultáneamente como aspecto en la especificación del modelo EBA, ya que se produce un problema de identificabilidad. Por ende, se prefirió utilizar este tipo de atributos para modelar las funciones de utilidad asociadas al modelo compensatorio.

Esta sección se estructura presentando en primer lugar los indicadores asociados al ajuste de los modelos, es decir, la log-verosimilitud final, el valor de los umbrales estimados, así como la cantidad de alternativas descartadas, en promedio, para cada observación. Luego, se presenta un análisis de los mejores modelos en función de su capacidad predictiva a través de distintos indicadores. Finalmente, el análisis se cierra realizando un análisis comparativo de los parámetros estimados en la etapa compensatoria MNL entre los mejores modelos en dos etapas y el *benchmark* MNL.

5.3.1 Ajuste de Modelos EBA-MNL

Para encontrar los aspectos más apropiados para modelar la consideración, en primer lugar, se realizó una estimación utilizando solamente un aspecto de naturaleza continua con el objetivo de encontrar el umbral óptimo, a través de la búsqueda unidimensional detallada en la Sección 3.4. La Tabla 5-2 muestra los umbrales encontrados para cada uno de los atributos continuos que fueron probados como aspectos en el modelo EBA.

Tabla 5-2: Resultados de modelos EBA-MNL con un aspecto

Atributo	Umbral (min)	$L(\theta^*)$ Final	Promedio de Alternativas descartadas	Alternativas elegidas descartadas
TTV	29	-1173,3	16,97	11
TV	44	-1175,5	3,65	7
TE	14	-1183,4	4,24	0
$TCAM_{Acceso}$	20	-1183,3	0,11	2
$TCAM_{Egreso}$	21	-1183,7	0	0
$TCAM_{Transbordo}$	11	-1182,9	1,19	3

Fuente: Elaboración Propia

De la información que entrega la Tabla 5-2 se observa que utilizar el atributo tiempo de viaje total (TTV) reduce – en promedio para cada individuo – su conjunto de alternativas disponibles en 16,97 alternativas, siendo el atributo que más contribuye a descartar en comparación al resto. El umbral óptimo encontrado indica, por ejemplo, que los individuos consideran atractivas aquellas alternativas que posean un tiempo total de viaje de hasta 29 minutos superior con respecto a su alternativa disponible con menor tiempo total de viaje. Además, este umbral descarta 11 alternativas que fueron elegidas por los individuos, por lo que para efectos de la estimación del modelo su probabilidad fue fijada

en $\delta = 10^{-3}$, tal como se mencionó en los capítulos previos. Finalmente, el mejor modelo en términos del ajuste por log-verosimilitud fue el asociado al tiempo de viaje total, lo que es coherente con el hecho de que este atributo descarta de forma más efectiva alternativas.

Respecto a los resultados obtenidos con el tiempo de viaje (TV), se confirmó que las 7 observaciones donde se descartó la alternativa elegida también están dentro del conjunto de las 11 alternativas descartadas por el tiempo de viaje total. La cantidad de alternativas que el tiempo de viaje descarta es de 3,65 alternativas en promedio, por lo que a priori el tiempo de viaje total es preferible, considerando que el tiempo de viaje total contiene al tiempo de viaje y este corresponde a la mayor parte del viaje. Por su parte, para el tiempo de espera el umbral óptimo se encuentra en 14 minutos y es capaz de descartar en promedio 4,24 alternativas por observación, siendo el segundo atributo que más contribuye a eliminar alternativas. Más aún, este umbral no elimina ninguna alternativa elegida, por lo que efectivamente descarta aquellas alternativas que no son atractivas y, por ende, es un atributo apropiado para modelar la consideración de alternativas.

Por último, el atributo tiempo de acceso, egreso y transbordo resultaron poco efectivos para eliminar alternativas en la etapa de consideración. En particular, el tiempo de acceso y transbordo eliminan en promedio 0,11 y 1,19 alternativas, respectivamente. Mientras que el umbral asociado al tiempo de egreso no logra descartar ninguna alternativa, es decir, es equivalente a que no sea utilizado en el proceso de consideración. Por esta razón, el tiempo de egreso no fue usado en la estimación de modelos con más de un aspecto, ya que por sí solo no genera ningún beneficio.

Como se mencionó anteriormente, la log-verosimilitud de los modelos en dos etapas depende del valor de δ utilizado para la estimación del modelo. A continuación, en la Figura 5-1 se muestra de forma gráfica el comportamiento de la función de log-verosimilitud para el atributo tiempo de viaje total (TTV). Este comportamiento lo

exhiben todos los modelos, independiente de la cantidad de aspectos, solo cambia la magnitud de la log-verosimilitud y los umbrales asociados.

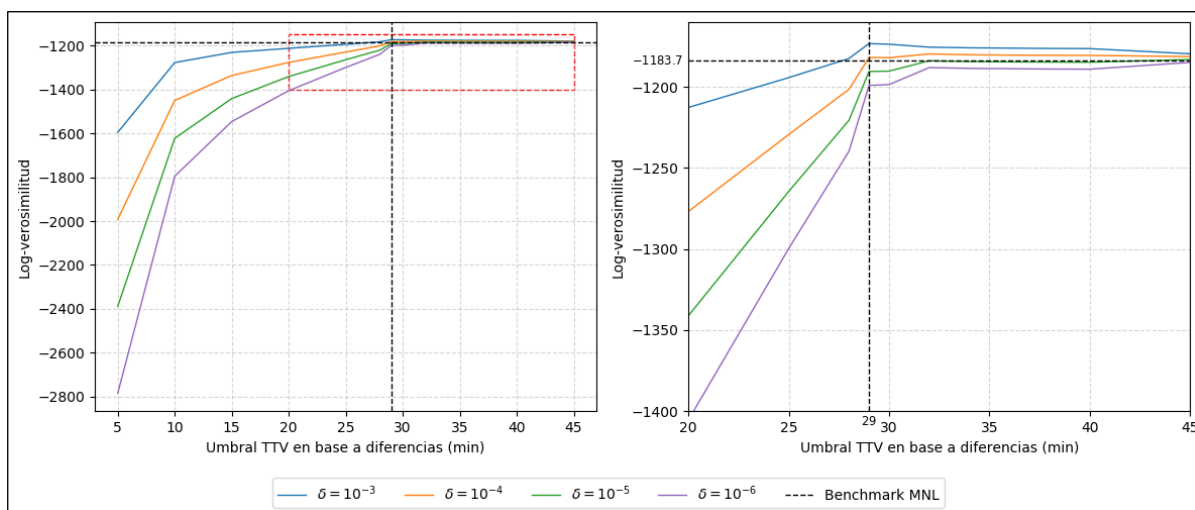


Figura 5-1: Comportamiento de la log-verosimilitud para el atributo TTV en función del valor asociado al umbral y el parámetro δ
Fuente: Elaboración Propia

Cabe destacar nuevamente que la log-verosimilitud final de los modelos, en este caso, solo sirve para comparar entre los modelos en dos etapas y no con el *benchmark* MNL, puesto que este último no ve afectada su log-verosimilitud por el valor de δ . No obstante, la log-verosimilitud es útil para comparar entre los modelos en dos etapas que utilizan el mismo aspecto, lo que permite encontrar el umbral que mejor ajusta el modelo.

La Figura 5-2 muestra para el tiempo de viaje total (TTV) como el conjunto de alternativas disponibles se ve afectado, en promedio, para cada individuo frente a variaciones en el valor del umbral. En el Anexo B se muestran los gráficos para el resto de los atributos.

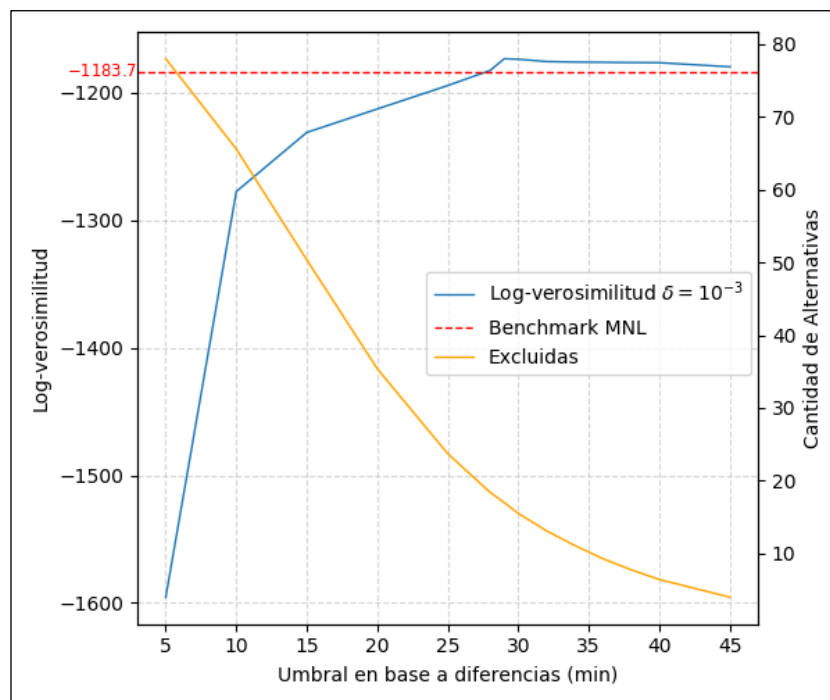


Figura 5-2: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo TTV en función del valor del umbral asociado

Fuente: Elaboración Propia

Este comportamiento también es similar para todos los atributos y es coherente con la teoría, ya que el umbral óptimo estimado genera un conjunto de consideración de menor tamaño que el conjunto maestro y refleja el comportamiento de consideración-elección llevado a cabo por los individuos. Además, podemos notar que, la log-verosimilitud posee su valor máximo en el umbral óptimo y que más allá de ese punto tiende a decrecer levemente hasta converger en el modelo *benchmark* MNL, puesto que umbrales superiores al óptimo son poco o nada útiles para eliminar alternativas.

Continuando con el proceso de estimación realizado, se estimaron modelos de elección en dos etapas utilizando dos atributos como aspectos. Los resultados son mostrados en la Tabla 5-3.

Tabla 5-3: Resultados modelos EBA-MNL con dos aspectos

Atributo	Umbral (min)	$L(\theta^*)$ Final	Promedio de Alternativas descartadas	Alternativas elegidas descartadas
$TTV - TCAM_{Acceso}$	29 – 20	-1172,7	17,06	13
$TTV - TE$	29 – 14	-1173	18,97	11
$TTV - TCAM_{Transbordo}$	29 – 11	-1172,4	17,94	14
$TCAM_{Acceso} - TE$	20 – 14	-1183	4,35	2
$TCAM_{Acceso} - TV$	20 – 44	-1174,9	3,76	9
$TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	20 – 11	-1182,5	1,30	5
$TE - TV$	14 – 44	-1175,2	7,62	7
$TE - TCAM_{Transbordo}$	14 – 11	-1182,7	5,40	3
$TV - TCAM_{Transbordo}$	44 – 11	-1174,6	4,83	10

Fuente: Elaboración Propia

De los resultados presentados en la Tabla 5-3 se observa que el promedio de alternativas descartadas en los modelos es prácticamente igual a la suma de alternativas descartadas por cada atributo cuando se utiliza como único aspecto en el modelo. Este comportamiento también ocurre para la cantidad de alternativas elegidas que son descartadas en la etapa de consideración por el modelo EBA. Esto es coherente considerando que, en los modelos estimados, los umbrales afectan al modelo solamente descartando alternativas y no a través de la probabilidad del modelo EBA, puesto que para cada combinación de umbrales óptimos estimados se genera el fenómeno de dominancia de alternativas en la etapa de consideración, lo que no permite estimar los pesos asociados a los aspectos.

También fueron estimados modelos utilizando 3 y hasta 4 aspectos en la etapa de consideración de alternativas. Los resultados respecto a su ajuste son presentados en la Tabla 5-4.

Tabla 5-4: Resultados de modelos EBA-MNL con más de 2 aspectos

Atributo	Umbral (min)	$L(\theta^*)$ Final	Promedio de Alternativas descartadas	Alternativas elegidas descartadas
$TTV - TCAM_{Acceso} - TE$	29 – 20 – 14	-1172,4	19,07	13
$TTV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	29 – 20 – 11	-1171,8	18,03	16
$TV - TCAM_{Acceso} - TE$	44 – 20 – 11	-1174,6	7,73	9
$TV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	44 – 20 – 11	-1174	4,94	12
$TE - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	14 – 20 – 11	-1182,2	5,5	5
$TTV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo} - TE$	29 – 20 – 11 – 14	-1171,6	20,03	16
$TV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo} - TE$	44 – 20 – 11 – 14	-1173,8	8,87	12

Fuente: Elaboración Propia

Se observa a partir de los resultados que la log-verosimilitud final de los modelos tiende a mejorar levemente cuando son incorporados más aspectos. No obstante, como se mencionó, esta métrica no es tan apropiada para comparar los modelos, ya que depende de la cantidad de alternativas elegidas no consideradas a través del valor de δ utilizado en

el proceso de estimación. También se observa que los umbrales óptimos estimados son estables, independiente de la cantidad de aspectos que se agreguen al modelo EBA, lo que nos indica robustez del modelo respecto a estos parámetros.

Por último, es posible notar que la cantidad de alternativas descartadas es igual a la suma de las alternativas descartadas por los aspectos cuando son utilizados como único aspecto, es decir, el mismo fenómeno que ocurrió con los modelos con dos aspectos. Lo mismo sucede con la cantidad de alternativas elegidas descartadas.

Dado que con la información presentada es difícil determinar cuál de los modelos es mejor que los demás, en la siguiente sección se analiza la capacidad predictiva de estos a través de diversos indicadores. De esta forma es posible hacer una mejor evaluación de los modelos presentados en esta sección.

5.3.2 Capacidad Predictiva de Modelos EBA-MNL

Es importante mencionar que los indicadores presentados en esta sección fueron obtenidos aplicando los modelos sobre una base de validación, la que corresponde al 20% del total de datos disponibles – 309 observaciones – puesto que el 80% fue utilizado como base de calibración para los modelos estimados.

En primer lugar, se analizan los indicadores de éxito predictivo asociados a los modelos, dados por el FPR, ER y CR que fueron explicados en el Capítulo 2. La Tabla 5-5 contiene la información asociada a los modelos con mejor FPR y su respectivo intervalo de confianza del ER (I de C ER). Cabe destacar que el valor de estos indicadores corresponde al promedio resultante de aplicar los modelos sobre 30 bases de validación distintas, con el objetivo de mostrar un indicador más robusto.

Tabla 5-5: Modelos con mejor indicadores de éxito predictivo

Modelo	FPR promedio	I de C ER
<i>Benchmark MNL</i>	179,63	[115,64 – 120,93]
TV	180,33	[117,22 – 122,52]
TTV	179,87	[117,74 – 123,04]
TE	179,87	[115,58 – 120,87]
$TCAM_{Transbordo}$	180,73	[115,94 – 121,23]
$TTV - TCAM_{Transbordo}$	180,90	[118,13 – 123,43]
$TV - TCAM_{Acceso}$	180,40	[118,18 – 123,49]
$TV - TCAM_{Transbordo}$	181,57	[117,58 – 122,88]
$TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	180,70	[116,87 – 122,17]
$TV - TE - TCAM_{Acceso}$	180,40	[118,11 – 123,42]
$TV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	181,47	[118,55 – 123,86]
$TV - TE - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	181,47	[118,48 - 123,80]

Fuente: Elaboración Propia

A partir de los resultados presentados notamos que el mayor FPR (181,57) lo tiene el modelo que utiliza como aspectos a los atributos tiempo de viaje (TV) y tiempo de caminata de transbordo ($TCAM_{Transbordo}$). Esto es un resultado interesante y nos da indicios de que agregar más aspectos en la fase no-compensatoria EBA no implica, necesariamente una mejora en la capacidad predictiva de los modelos al comparar con los modelos con más de dos aspectos.

El intervalo de confianza del CR al 95% de confianza corresponde a [3,55 – 5,02] y es el mismo para todos los modelos, puesto que está asociado a las mismas bases de datos de validación. El FPR de cada uno de los modelos es superior al intervalo de confianza del CR, por lo que se concluye que los modelos son informativos. También, el FPR de cada uno de los modelos es superior al intervalo de confianza del ER al 95% de confianza, por

lo que, según la teoría los modelos no son razonables. Sin embargo, el FPR puede ser un indicador engañoso en un contexto con una gran cantidad de alternativas disponibles, y más aún, en el caso de los modelos el FPR es superior, lo que indica que la cantidad de observaciones a las que el modelo asigna la alternativa realmente elegida es superior al valor esperado del FPR, el que está dado por el ER. Por lo tanto, el modelo predice mejor de lo esperado, a partir del cálculo de estos indicadores.

Cabe destacar que los FPR asociados a los modelos que no se encuentran en la Tabla 5-5 son prácticamente iguales, con valores promedio entre 179 y 182 aproximadamente. Además, todos los modelos EBA-MNL poseen un FPR e I de C del ER que es superior al que exhibe el modelo *benchmark* MNL, aunque no es significativamente mejor como para preferir los modelos en dos etapas. Por lo tanto, en relación con estos indicadores los modelos son equivalentes.

La Tabla 5-6 presenta las proporciones de mercado estimadas para varios modelos. Las proporciones están de acuerdo con el tipo de ruta (sólo bus (B), sólo Metro (M), inicia en bus y transborda a Metro (BM) e inicia en Metro y transborda a bus (MB)).

De los resultados se observa que los modelos tienden a sobreestimar las alternativas de tipo Metro (M), mientras que subestiman las rutas que comienzan en bus y terminan en Metro (BM). Este fenómeno sucede porque, en general, las alternativas de tipo Metro (M) tienden a ser más rápidas, con menores tiempos de viaje, espera y transbordo con respecto a cualquier otro tipo de ruta que utilice un servicio de bus en alguna de sus etapas. Por lo tanto, a la luz de los resultados podemos inferir que las elecciones asociadas a alternativas de tipo BM que son subestimadas, son asignadas por el modelo a rutas de tipo Metro, puesto que en comparación estas últimas tienden a ser más atractivas.

Tabla 5-6: Proporciones de mercado estimadas

Modelo	B	M	MB	BM
Proporciones Reales	168	57	17	67
<i>Benchmark</i> MNL	166	74	20	49
TV	167	73	20	49
TTV	167	73	20	49
TE	166	74	20	49
$TCAM_{Transbordo}$	166	74	20	49
$TTV - TCAM_{Transbordo}$	167	72	20	50
$TV - TCAM_{Acceso}$	167	72	20	50
$TV - TCAM_{Transbordo}$	166	74	20	49
$TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	166	73	20	50
$TV - TE - TCAM_{Acceso}$	167	72	20	50
$TV - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	166	73	20	50
$TV - TE - TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$	166	73	20	50

Fuente: Elaboración Propia

En este caso, también los modelos en dos etapas son mejores que el *benchmark* MNL, no obstante, la mejora no es significativa y podemos afirmar que los modelos son equivalentes entre sí. Además, es interesante notar que, en términos de la predicción, incluso modelos que utilizan solamente un aspecto en la etapa de consideración logran predecir de igual forma que aquellos con dos o más aspectos. Por lo tanto, la inclusión de más aspectos nuevamente no implica una mejora en la predicción de los modelos respecto a las proporciones de mercado agregadas.

Adicionalmente se obtuvieron los indicadores de la matriz de confusión para evaluar los modelos. Para la construcción de la matriz de confusión se utilizaron las mismas categorías para obtener las proporciones agregadas de mercado, es decir, la clasificación en base al tipo de ruta (B, M, MB, BM). Los resultados son presentados en la Tabla 5-7.

Tabla 5-7: Resultados de indicadores de la matriz de confusión

Modelo	<i>Accuracy</i>	<i>Specificity</i>	W – F1	VP
<i>Benchmark MNL</i>	0,845	0,948	0,844	261
TV	0,848	0,949	0,847	262
TTV	0,848	0,949	0,847	262
TE	0,845	0,948	0,844	261
<i>TCAM_{Transbordo}</i>	0,845	0,948	0,844	261
<i>TTV – TCAM_{Transbordo}</i>	0,851	0,950	0,851	263
<i>TV – TCAM_{Acceso}</i>	0,851	0,950	0,851	263
<i>TV – TCAM_{Transbordo}</i>	0,845	0,948	0,844	261
<i>TCAM_{Acceso} – TCAM_{Transbordo}</i>	0,848	0,949	0,848	262
<i>TV – TE – TCAM_{Acceso}</i>	0,851	0,950	0,851	263
<i>TV – TCAM_{Acceso} – TCAM_{Transbordo}</i>	0,848	0,949	0,848	262
<i>TV – TE – TCAM_{Acceso} – TCAM_{Transbordo}</i>	0,848	0,949	0,848	262

Fuente: Elaboración Propia

El *Accuracy* indica la proporción de predicciones correctas con respecto al total de observaciones, por lo tanto, es mejor mientras más cercano a uno. El *Error Rate* no fue presentado de forma explícita en la tabla debido a que es el complemento del *Accuracy* y,

por ende, corresponde a la proporción de predicciones incorrectas. Cabe destacar que al obtener los indicadores globales de la matriz de confusión para los distintos modelos, se cumple la relación dada por (5.2), por lo que solo se incluye uno de ellos en la información de la Tabla 5-7.

$$Precision = True\ positive\ rate = Accuracy = F1 - Score \quad (5.2)$$

El indicador *Specificity* corresponde a la proporción de observaciones predichas correctamente como negativas respecto al total de observaciones clasificadas como negativas, es decir, es el *True Negative Rate* que es mejor mientras más cercano a uno se encuentre. También, corresponde al complemento de la probabilidad de error tipo I, es decir, la ocurrencia de falsos positivos.

Por último, el *F1-score* es una medida que realiza un *trade-off* entre el indicador *Precision* y el *True Positive Rate*. En la tabla se reporta el *Weigthed F1-score* (W-F1) que corresponde al promedio ponderado de los indicadores *F1-score* de cada categoría con la que se construye la matriz de confusión que, en el caso de los modelos presentados corresponden a los tipos de rutas (B, M, MB, BM).

De los resultados se observa que los modelos en dos etapas nuevamente son superiores al modelo *benchmark* MNL, pero no de forma significativa, puesto que el valor del indicador mejora con respecto al tercer decimal. Por lo tanto, los modelos nuevamente son prácticamente equivalentes entre sí.

La inclusión de más aspectos en los modelos generó que los indicadores mejoren, pero no para todas las combinaciones de aspectos. En particular, los indicadores sólo mejoraron hasta la inclusión de un segundo aspecto, como se puede ver en los modelos TTV – $TCAM_{Transbordo}$ y TV – $TCAM_{Acceso}$, pero al incluir más aspectos los indicadores no

mejoraron más y el modelo TV – TE – $TCAM_{Acceso}$ logró solo ser equivalente a los modelos con dos aspectos. Para los demás modelos con tres o más aspectos los indicadores incluso fueron menores a la de los modelos con dos aspectos presentados en la Tabla 5-7, por lo que se prefieren estos últimos en base al criterio de parsimonia.

En cuanto a los valores de los indicadores, el *Accuracy* de los modelos indica que aproximadamente la predicción es correcta para el 85% de las observaciones. El *Specificity* indica que los modelos predicen correctamente como negativas a aproximadamente el 95% de las observaciones. En otras palabras, el *Specificity* es el complemento del error tipo I (ocurrencia de falsos positivos), por lo que los modelos aproximadamente poseen un 5% de probabilidad asociada a un falso positivo. Por último, el W-F1 corresponde a la media geométrica entre el indicador denominado *Precision* y el *True Positive Rate*. Este valor tiende a ser más robusto que el *Accuracy* que puede ser afectado por desequilibrios en la cantidad de observaciones asociadas a cada categoría de la matriz, por lo que utilizar el W-F1 corrige este problema.

Al observar los verdaderos positivos (VP) – correspondientes a las predicciones que el modelo realiza de forma correcta – y comparar con el FPR – correspondiente al número de veces que el modelo predice exactamente la alternativa elegida por los individuos – podemos observar que existe una diferencia entre los valores. La razón para esto es que los VP hacen referencia a si la predicción es correcta de acuerdo con el tipo de ruta, mientras que el FPR hace referencia a que la predicción sea exactamente igual a la alternativa elegida. Por lo tanto, la información que nos entregan estos valores es que los modelos predicen de forma más precisa las proporciones de mercado. No obstante, dado que el FPR es menor es posible inferir que hay rutas predichas, distintas a la alternativa elegida, pero del mismo tipo que son más atractivas de acuerdo con el modelo.

A partir de los análisis presentados en esta sección podemos concluir que la inclusión de más aspectos no implica, de forma necesaria, una mejora tanto en los indicadores de éxito

predictivo, en las proporciones de mercado estimadas y en los indicadores de la matriz de confusión. Más aún, los resultados revelan que la mejora se produce, para el caso de estos datos, hasta la inclusión de un segundo aspecto en el modelo, puesto que incluir tres o más aspectos a lo más iguala los resultados que exhiben los modelos con uno o dos aspectos. Dado que los modelos con tres y cuatro aspectos no presentan mejores indicadores que los modelos con uno y dos aspectos, no son considerados dentro de los mejores modelos.

La elección de los mejores modelos en dos etapas no es sencilla, puesto que los valores de los indicadores presentados en las distintas tablas son prácticamente iguales. Es decir, los modelos son equivalentes entre sí y, por lo tanto, es discutible la elección de cualquiera de ellos como el mejor modelo. No obstante, hay diferencias sutiles en los resultados de cada modelo que permiten guiar hacia una elección justificada.

Por ejemplo, dentro de los modelos con sólo un aspecto destacan el modelo TTV y TV en los distintos indicadores calculados. En particular este último, a pesar de que solo descarta en promedio 3,65 alternativas por observación, posee indicadores de la matriz de confusión superiores a modelos con dos o más aspectos y un FPR promedio similar. Al comparar este con el modelo TTV, se puede concluir que una mayor cantidad de alternativas descartadas no implica una mejor capacidad predictiva del modelo, por lo que se concluye que depende de la importancia del atributo. En este caso, el atributo TTV descarta, en promedio, 16,97 alternativas, pero posee un desempeño en fase predictiva equivalente al modelo TV, por lo que el atributo TV es más efectivo para modelar la consideración de alternativas, a pesar de descartar significativamente menos en comparación al atributo TTV.

En relación con los modelos de dos aspectos, los modelos $TV - TCAM_{Transbordo}$ y $TCAM_{Acceso} - TCAM_{Transbordo}$, a pesar de que poseen un FPR promedio igual o mejor a los modelos $TTV - TCAM_{Transbordo}$ y $TV - TCAM_{Acceso}$, no son superiores respecto a

la predicción de las proporciones de mercado e indicadores de la matriz de confusión, por lo que se prefieren estos dos últimos.

Al analizar los modelos $TTV - TCAM_{Transbordo}$ y $TV - TCAM_{Acceso}$ es posible observar que ambos poseen valores idénticos para las proporciones de mercado estimadas, indicadores de la matriz de confusión, además de tener un valor similar en su FPR promedio. Sin embargo, la principal diferencia entre ellos vuelve a ser la cantidad de alternativas que descartan en la etapa de consideración, donde el modelo $TV - TCAM_{Acceso}$, a pesar de que en promedio descarta 3,76 alternativas, es totalmente equivalente en fase predictiva al modelo $TTV - TCAM_{Transbordo}$ que descarta en promedio 17,94 alternativas. Entonces, se puede inferir de estos resultados que los atributos que dominan son nuevamente el TTV y TV, ocurriendo una situación similar a la que ocurre cuando estos atributos son utilizados como único aspecto.

Finalmente, se considera que los mejores modelos corresponden al modelo TV con un aspecto y el modelo $TV - TCAM_{Acceso}$ con dos aspectos. Una de las razones aparte de las ya mencionadas en los párrafos anteriores, es que estos descartan una menor cantidad de alternativas realmente elegidas por los individuos, en particular 7 y 9 respectivamente. En comparación con los modelos TTV y $TTV - TCAM_{Transbordo}$ que descartan 11 y 14 alternativas elegidas, respectivamente. El hecho de que descarten menos alternativas elegidas indica que el ajuste por log-verosimilitud está menos afectado por el valor de δ utilizado en la estimación y, además nos informa que estos atributos descartan efectivamente las alternativas que no son atractivas por los individuos, es decir, aquellas que no eligieron.

Cabe destacar que el hecho de considerar dos modelos como los mejores, uno con un solo aspecto y el otro con dos aspectos, se debe a que de esta forma es posible realizar un análisis más completo de los resultados de los parámetros estimados y comparar simultáneamente estos modelos con el modelo *benchmark* MNL.

5.3.3 Análisis de Parámetros Estimados por Modelos EBA-MNL

Los resultados que son presentados en esta sección corresponden a los parámetros estimados en la fase compensatoria MNL para los modelos TV y TV – $TCAM_{Acceso}$ que fueron seleccionados como los mejores en base al análisis realizado en la sección previa.

Tabla 5-8: Resultados Modelos EBA-MNL TV y TV – $TCAM_{Acceso}$

Parámetro	Modelo TV		Modelo TV – $TCAM_{Acceso}$	
	Valor	Test-t	Valor	Test-t
β_{TV}	-0,14	-13,29	-0,14	-13,29
β_{TE}	-0,38	-14,97	-0,38	-15,06
$\beta_{TCAM_{Acceso}}$	-0,52	-20,12	-0,54	-20,02
$\beta_{TCAM_{Egreso}}$	-0,28	-9,41	-0,28	-9,31
$\beta_{TCAM_{transbordo}}$	-0,23	-6,46	-0,23	-6,49
$\beta_{ACC_{ZP}}$	1,59	3,72	1,61	3,75
$\beta_{ACC_{Metro}}$	3,74	17,39	3,75	17,37
$\beta_{Transbordos}$	-2,58	-13,23	-2,62	-13,34
$\beta_{CT_{angular}}$	-0,31	-3,55	-0,3	-3,46
Log-verosimilitud	-1175,5		-1174,9	
Nº observaciones	1231		1229	

Fuente: Elaboración Propia

De los resultados presentados en la Tabla 5-8 es posible observar que los parámetros estimados para ambos modelos EBA-MNL poseen el mismo signo que los parámetros estimados para el modelo *benchmark* MNL que se encuentra en la Tabla 5-1. La magnitud de los parámetros estimados también es prácticamente la misma, por lo que las conclusiones obtenidas para el modelo *benchmark* son equivalentes, tanto para el modelo

TV y $TV - TCAM_{Acceso}$. Estos resultados revelan que los parámetros estimados en la etapa compensatoria, para los modelos en dos etapas, son sumamente estables e indican robustez en el proceso de estimación del modelo. Adicionalmente, hay que destacar que el número de observaciones en la última fila corresponde a la cantidad de observaciones donde no fue descartada la alternativa elegida por la etapa no-compensatoria.

A modo de comparación entre los dos mejores modelos en dos etapas y el modelo *benchmark* MNL, se presentan las tasas marginales de sustitución – en función del tiempo de viaje – con el objetivo de obtener una interpretación más detallada de los parámetros estimados e identificar ciertos patrones del comportamiento de los individuos.

Tabla 5-9: Tasas Marginales de Sustitución de los Mejores Modelos

Tasa Marginal de Sustitución (TMS)	Benchmark MNL	Modelo TV	Modelo TV – $TCAM_{Acceso}$
	Valor	Valor	Valor
TE	2,77	2,7	2,72
$TCAM_{Acceso}$	3,73	3,71	3,8
$TCAM_{Egreso}$	1,96	1,98	1,96
$TCAM_{transbordo}$	1,69	1,64	1,65
ACC_{ZP}	-11,43	-11,29	-11,41
ACC_{Metro}	-26,94	-26,57	-26,57
$Transbordos_1$	9,25	9,16	9,27
$Transbordos_2$	6,54	6,47	6,56
$Transbordos_3$	5,34	5,29	5,35
$CT_{angular}$	2,06	2,18	2,11

Fuente: Elaboración Propia

La interpretación de la tasa marginal de sustitución presentada en la Tabla 5-9 es en función del tiempo de viaje, ya que no se tiene un parámetro del costo para los modelos. Esto sucede debido a que en transporte público las tarifas son fijas y, por ende, los parámetros tienden a no resultar significativos en los modelos de elección, tal como en este caso.

Un valor positivo para la tasa marginal de sustitución calculada en función del tiempo, nos indica la disposición del individuo a viajar más minutos en vehículo con tal de reducir en una unidad del atributo asociado a la tasa calculada. Por ejemplo, para el tiempo de espera la tasa marginal de sustitución es aproximadamente 2,7 para todos los modelos, lo que indica que los individuos están dispuestos a viajar 2,7 minutos más en vehículo con tal de reducir en un minuto el tiempo de espera asociado a la ruta. En otras palabras, un minuto de tiempo de espera es equivalente a aproximadamente 2,7 minutos de tiempo de viaje en vehículo.

Al analizar los valores asociados a las variables de tiempo es posible notar que el tiempo de acceso es el atributo temporal que más pesa a los individuos, en particular un minuto de tiempo de acceso es equivalente a aproximadamente 3,7 minutos de viaje en vehículo. El tiempo de espera corresponde al segundo atributo temporal que más impacta a los individuos, seguido por el tiempo de egreso y transbordo que poseen una magnitud similar, de alrededor de 1,6 a 2 minutos de tiempo de viaje en vehículo.

El costo angular también posee signo positivo y su tasa asociada indica que los individuos están dispuestos a viajar 2 minutos más en vehículo con tal de reducir en una unidad el costo angular, que en palabras sencillas es que la ruta sea más directa. No obstante, dado que este atributo no tiene una unidad de medición es difícil dar una interpretación simple a este valor. Por otra parte, los transbordos también poseen tasas marginales de sustitución positivas y poseen un comportamiento marginalmente decreciente con el número de transbordos, lo que indica que el primer transbordo es el que más impacta en el individuo,

pero a medida que más transbordos posee una ruta, estos generan un menor impacto en la percepción del individuo. Esto queda representado por el hecho de que la disposición a viajar más tiempo para evitar un transbordo disminuye con el número transbordos. En particular, los individuos están dispuestos a viajar 9 minutos más en vehículo con tal de evitar el primer transbordo, mientras que la disposición se reduce a 6,5 minutos para evitar el segundo transbordo y 5,34 minutos para evitar el tercero.

Con respecto a los dos atributos que poseen signo negativo que corresponden a las variables binarias “acceso a Metro” y “acceso a zona paga”, la interpretación de la tasa marginal de sustitución es que el individuo está dispuesto a viajar menos minutos en vehículo con tal de compensar la ausencia de la variable. En este caso, los viajeros están dispuestos a tomar una ruta sin acceso a Metro si es que esta reduce su tiempo de viaje en vehículo en aproximadamente 26 minutos. A su vez, los viajeros están dispuestos a tomar una ruta sin acceso a zona paga si es que esta reduce su tiempo de viaje en vehículo en 11 minutos. Podemos inferir a partir de estas tasas marginales de sustitución que la presencia de estas variables es sumamente atractiva para los individuos, ya que su equivalente en tiempo de viaje en minutos es significativamente alto, en especial para el acceso a Metro. Esto es coherente considerando que al acceder directamente a una ruta de Metro los tiempos de viaje, espera y transbordo tienden a ser menores que al utilizar servicios de bus, lo que explicaría en parte esta alta tasa marginal de sustitución.

5.4 Enfoque en Dos Etapas vs Enfoque Tradicional

A partir de los resultados y análisis presentados en todo este Capítulo es posible dar una respuesta a la hipótesis principal que motiva la investigación realizada, correspondiente a determinar si la modelación de la consideración – en un enfoque de elección en dos etapas de consideración-elección – permite aumentar la precisión en la predicción de las rutas utilizadas por los individuos, en relación con el enfoque tradicional – puramente compensatorio – donde la consideración no es modelada de forma explícita.

En particular, al comparar el modelo *benchmark* con los modelos en dos etapas, respecto al ajuste y capacidad predictiva, fue posible determinar que los modelos son equivalentes entre sí. Es decir, que la aplicación del enfoque en dos etapas – modelando la consideración de forma explícita – no mejora de forma significativa la precisión en la predicción. Por lo tanto, por el principio de parsimonia es preferible el enfoque tradicional representado por el modelo *benchmark*.

Al evaluar el ajuste por log-verosimilitud (Tablas 5-2, 5-3 y 5-4), los modelos EBA-MNL fueron mejores al *benchmark*, aunque como se mencionó esta métrica no es la más apropiada para comparar debido al impacto del parámetro δ .

La evaluación de la capacidad predictiva de los mejores modelos EBA-MNL correspondientes a TV y TV – $TCAM_{Acceso}$ con respecto al *benchmark* MNL también indicó el mismo resultado. En específico, los indicadores de ajuste predictivo (ver Tabla 5-5) de los modelos en dos etapas fueron superior al *benchmark*, pero esta diferencia fue mínima. El mismo fenómeno ocurre al analizar las proporciones estimadas de mercado (ver Tabla 5-6) y los indicadores predictivos de la matriz de confusión (ver Tabla 5-7), donde las diferencias son respecto al tercer decimal.

Por lo tanto, la conclusión surge al comparar los modelos en cada una de las métricas utilizadas, donde los modelos EBA-MNL lograron mejorar con respecto al *benchmark*, pero en una magnitud no significativa como para ser preferible.

No obstante, estos resultados no implican que el enfoque en dos etapas no sea útil en otros contextos de elección o en el mismo contexto utilizando otro conjunto de datos. En primer lugar, la heurística EBA usada para modelar la etapa de consideración puede no ser la más apropiada y, en esta investigación, su elección se debió a su popularidad. Por esta razón, es posible que explorar el uso de otras heurísticas como, por ejemplo, el *Stochastic Satisficing* (González-Valdés & Ortúzar, 2018) pueda generar resultados significativos.

En segundo lugar, los datos utilizados en esta tesis fueron procesados de forma previa por la herramienta STEP para formar los conjuntos de alternativas de los individuos, por lo que esto podría haber restado importancia al proceso de consideración que se intentó modelar. Por lo tanto, es posible que la aplicación del enfoque en dos etapas sobre un conjunto maestro de rutas sin procesamiento previo sea capaz de mejorar la predicción respecto a la aplicación directa del modelo tradicional MNL.

En resumen, la aplicación del enfoque en dos etapas tiene como ventajas i) una representación más realista del proceso de elección en contextos con gran cantidad de alternativas disponibles y ii) una aplicación sencilla, explícita y simultánea de la etapa de consideración en el proceso de elección. Esto último, entrega el potencial de que este enfoque pueda ser visto como un método alternativo a los métodos tradicionales de generación de rutas (ver Anexo A) o a la herramienta STEP con la que se procesaron los datos utilizados, con la ventaja de que ocurre de forma simultánea al proceso de estimación. Por otra parte, las desventajas respecto al enfoque tradicional son i) el aumento en la complejidad del proceso de estimación y ii) los problemas de identificabilidad asociados al modelo EBA.

6. CONCLUSIONES

A partir del análisis presentado de los modelos en dos etapas EBA-MNL en comparación al *benchmark* MNL, la principal conclusión es que, para el caso de los datos utilizados, los modelos son equivalentes y por el principio de parsimonia es preferible el modelo *benchmark*. Por lo tanto, retomando la hipótesis planteada al inicio de la investigación, se concluye que el uso del enfoque de consideración-elección utilizando el modelo EBA no mejora de forma significativa la precisión en la predicción.

No obstante, esto no implica que este tipo de enfoque no sea útil en otros contextos de elección o en el mismo contexto utilizando otro conjunto de datos. En el caso de esta tesis

los datos utilizados fueron procesados de forma previa por la herramienta STEP para formar los conjuntos de alternativas de cada individuo, lo que puede haber restado importancia al proceso de consideración que se intentó modelar. Por esta razón, se abre la posibilidad de que aplicar este enfoque sobre un conjunto maestro de rutas sin procesamiento previo, es decir, sobre el conjunto maestro de todas las rutas posibles sea significativamente mejor que aplicar directamente el modelo MNL.

Con respecto a los resultados obtenidos de los modelos en dos etapas, se observó que la inclusión de más aspectos no implica una mejora significativa, ya sea en términos del ajuste o la predicción del modelo. En específico, los resultados arrojaron que los modelos mejoraron levemente hasta la inclusión de un segundo aspecto en el modelo EBA, pero la inclusión de más de dos aspectos como máximo igualaba a los modelos con uno o dos aspectos. De todas formas, se concluye también que los modelos en dos etapas estimados son prácticamente equivalentes entre sí y con el modelo *benchmark*, en cuanto a las predicciones. Por lo tanto, se prefiere el modelo más sencillo, es decir, el modelo MNL.

Los problemas de identificabilidad también fueron un tópico importante en la investigación, que retrata la complejidad inherente del modelo en comparación con el modelo MNL. Para el caso de los datos usados, el fenómeno de dominancia de alternativas impidió que sea posible estimar los pesos asociados a los aspectos y la imposición de umbrales más restrictivos para lograr estimar los pesos afectó negativamente su capacidad de predicción, por lo que se produce un *trade-off*. Por otra parte, la inclusión de aspectos de carácter discreto de forma simultánea en el modelo EBA y MNL también generó problemas de identificabilidad para los pesos asociados, tal como se explicó en la Sección 3.3.2, y los resultados de los modelos indicaron que el ajuste y predicción es mejor cuando este tipo de atributo se incluye en el modelo MNL, que permite – a diferencia del modelo EBA – cuantificar el impacto del atributo en la utilidad de las rutas.

También se encontró que, respecto a los atributos temporales de las rutas, el tiempo de acceso es el que más impacta a los individuos, con una tasa de marginal de sustitución equivalente a una disposición a viajar 3,7 minutos más en vehículo para reducir en un minuto el tiempo de acceso. Por su parte, un minuto de tiempo de espera es visto para los individuos como 2,7 minutos tiempo de viaje en vehículo. Finalmente, un minuto de tiempo de egreso es equivalente a 2 minutos de tiempo de viaje en vehículo, mientras que un minuto de tiempo de transbordo es igual a 1,6 minutos.

Por otra parte, los atributos discretos tratados como variables binarias correspondientes a “acceso a Metro” y “acceso a zona paga” fueron los que presentaron tasas marginales de sustitución más altas, en particular de 26 y 11 minutos de tiempo de viaje en vehículo, respectivamente. Esto indica la gran importancia que tiene la presencia de estas características para los individuos al momento de seleccionar una ruta, puesto que representan una gran reducción en términos de tiempo de viaje. Más aún, este resultado da indicios de que estos atributos pueden atraer y cambiar los patrones de comportamiento de los usuarios, por ejemplo, hacia puntos estratégicos para reducir la congestión en ciertas zonas. En especial, para las zonas pagas que corresponden a una medida de gestión más sencilla y barata de implementar para obtener beneficios.

Por otro lado, nacen diversas líneas de investigación futura respecto a la consideración de alternativas, como, por ejemplo, aquella que tiene como hipótesis utilizar el enfoque de consideración-elección como un proceso alternativo a los métodos de generación de conjuntos de alternativas explicados en el Anexo A. La ventaja que este enfoque tendría es la aplicación más sencilla del modelo y una estimación conjunta, a diferencia de los enfoques basados en rutas o en otros algoritmos como el *Branch and Bound* (Prato & Bekhor, 2006) que requieren una estimación posterior a la construcción del conjunto de alternativas.

También está la posibilidad de que en el futuro se planteen modelos Logit Mixtos para identificar distintas clases de individuos y probar la hipótesis de que existen individuos que aplican heurísticas no-compensatorias para descartar alternativas, así como también hay individuos que no realizan este proceso o utilizan otras heurísticas distintas a la EBA. Esta hipótesis surge a partir de los modelos estimados que excluyen del conjunto de consideración a alternativas que realmente fueron escogidas por los individuos, y que podría ser un indicio de esta heterogeneidad entre los individuos.

Para finalizar, hay que destacar también que en el contexto de la consideración-elección, el uso de una heurística de elección distinta para modelar el proceso de consideración de alternativas como, por ejemplo, el *Stochastic Satisficing* también podría generar resultados significativos, por lo que existen todavía múltiples aristas por donde abordar el problema. En el caso de esta investigación se optó por la heurística EBA por su popularidad, pero no es posible descartar que el uso de otras heurísticas pueda mejorar la precisión en la predicción de los modelos.

REFERENCIAS

Abud, I. (2015). *Modelos de elección de paradero, modo y ruta para herramientas de planificación de transporte público*. (Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería). Pontificia Universidad Católica de Chile.

Azevedo, J., Santos Costa, M. E. O., Silvestre Madeira, J. J. E. R., & Vieira Martins, E. Q. (1993). An algorithm for the ranking of shortest paths. *European Journal of Operational Research*, 69(1), 97-106.

Bekhor, S., Ben-Akiva, M., & Ramming, M. (2006). Evaluation of choice set generation algorithms for route choice models. *Annals of Operation of Research*, 144(1), 235-247.

Ben-Akiva, M., & Bierlaire, M. (1999). Discrete choice methods and their applications to short term travel decisions. *Handbook of Transportation Science* (pp. 5-33). Springer, Boston, MA.

Bierlaire, M. (2006). A theoretical analysis of the cross-nested logit model. *Annals of Operation of Research*, 144(1), 287-300.

Bierlaire, M., Hurtubia, R., & Flötteröd, G. (2010). Analysis of implicit choice set generation using a constrained multinomial logit model. *Transportation Research Record*, 2175(1), 92-97.

Bierlaire, M. (2018). PandasBiogeme: a short introduction. *Report TRANSP-OR*, 1811219.

Bouthelier, F., & Daganzo, C. F. (1979). Aggregation with multinomial probit and estimation of disaggregate models with aggregate data: A new methodological approach. *Transportation Research Part B*, 13(2), 133-146.

Bovy, P. H. (2009). On modelling route choice sets in transportation networks: a synthesis. *Transport Reviews*, 29(1), 43-68.

Cantillo, V., & Ortúzar J. (2005). A semi-compensatory discrete choice model with explicit attribute thresholds of perception. *Transportation Research Part B*, 39(7), 641-657.

Cascetta, E., & Papola, A. (2001). Random utility models with implicit availability/perception of choice alternatives for the simulation of travel demand. *Transportation Research Part C*, 9(4), 249-263.

Fiorenzo-Catalano, M. S. (2007). *Choice set generation in multimodal transportation networks*. (Tesis doctoral, Universidad Tecnológica de Delft, Delft, Países Bajos).

Forinash, C., & Koppelman, F. (1993). Application and interpretation of nested logit models of intercity mode choice. *Transportation Research Record* (1413).

Fosgerau, M., Frejinger, E., & Karlstrom, A. (2013). A link based network route choice model with unrestricted choice set. *Transportation Research Part B*, 56, 70-80.

Frejinger, E., Bierlaire, M., & Ben-Akiva, M. (2009). Sampling of alternatives for route choice modelling. *Transportation Research Part B*, 43(10), 984-994.

Gilbride, T., & Allenby, G. (2004). A Choice model with Conjunctive, Disjunctive, and Compensatory Screening Rules. *Marketing Science*, 23(3), 391-406.

Gilbride, T., & Allenby, G. (2006). Estimating heterogeneous EBA and economic screening rule choice models. *Marketing Science*, 25(5), 494-509.

González-Valdés, F., & Ortúzar, J. (2018). The Stochastic Satisficing model: A bounded rationality discrete choice model. *Journal of choice modelling*, 27, 74-87.

González-Valdés, F. (2018). *Identifying discrete choice models with multiple choice heuristics*. (Tesis doctoral, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile).

- Hauser, J. (2014). Consideration-set heuristics. *Journal of Bussiness Research*, 67(8), 1688-1699.
- Jedidi, K., & Kohli, R. (2005). Probabilistic subset-conjunctive models for heterogeneous consumers. *Journal of Marketing Research*, 42(4), 483-494.
- Kohli, R., & Jedidi, K. (2015). Error theory for elimination by aspects. *Operations Research*, 63(3), 512-526.
- Kaplan, S., & Prato, C. (2012). Closing the gap between behavior and models in route choice: The role of spatiotemporal constraints and latent traits in choice set formation. *Transportation Research Part F*, 15(1), 9-24.
- Mai, T., Fosgerau, M., & Frejinger, E. (2015). A nested recursive logit model for route choice analysis. *Transportation Research Part B*, 75(C), 100-112.
- Manski, C. (1977). The structure of random utility models. *An International Journal of Multidisciplinary Advances in Decision Sciences*, 8(3), 229-254.
- Martínez, F., Aguila F., & Hurtubia, R. (2009). The constrained multinomial logit: A semi-compensatory choice model. *Transportation Research Part B*, 43(3), 365-377.
- McFadden, D. (1981). Econometric models of probabilistic choice. *Structural analysis of discrete data with econometric applications*, 198272.
- McFadden, D., & Train, K. (2000). Mixed MNL models for discrete response. *Journal of Applied Econometrics*, 15(5), 447-470.
- Nassir, N., Hickman, M., & Ma, Z-L. (2018). A strategy-based recursive path choice model for public transit smart card data. *Transportation Research Part B*, 126, 528-548.
- Ortúzar, J. (2000). *Modelos Económicos de Elección Discreta*. Santiago, Chile: Ediciones. Universidad Católica de Chile.

Ortúzar, J. (2012). *Modelos de Demanda de Transporte*. Santiago, Chile: Ediciones Universidad Católica de Chile.

Ortúzar, J., & Willumsen, L. (2011). *Modelling Transport*. Jhon Wiley & Sons.

Paleti, R. (2015). Implicit choice set generation in discrete choice models: Application to household auto ownership decisions. *Transportation Research Part B*, 80, 132-149.

Prato, C. (2009). Route choice modelling: Past, present and future research directions. *Journal of Choice Modelling*, 2(1), 65-100.

Prato, C., & Bekhor, S. (2006). Applying branch and bound technique to route choice set generation. *Transportation Research Record*, 1985(1), 19-28.

Prato, C., & Bekhor, S. (2007). Modelling route choice behavior: How relevant is the composition of choice set?. *Transportation Research Record*, 2003(2003), 64-73.

Ramming, M. (2001). *Network knowledge and route choice*. (Tesis doctoral, Instituto de Tecnología de Massachussetts, Cambridge, EE. UU).

Raveau, S., Muñoz, J., Prato, C., Soto, A., Tamblay, A., & Iglesias, P. (2017). A behavioural planning tool for modelling public transport systems. *XVIII Conferencia Chilena de Ingeniería de Transporte*. La Serena, Chile, Octubre.

Raveau, S., Muñoz, J., & De Grange, L. (2011). A topological route choice model for metro. *Transportation Research Part A*, 45(2), 138-147.

Reutskaja, E., & Hogarth, R. (2009). Satisfaction in choice as function of the number of alternatives: When “goods satiate”. *Psychology & Marketing*, 26(3), 197.

Seabold, S., & Perktold, J. (2010). Statsmodels: Econometric and statistical modelling with Python. Proceedings of the 9th Python in Science Conference.

Tversky, A. (1972). Elimination by aspects: A theory of choice. *Psychological Review*, 79(4), 281.

Van Rossum, G., & Drake, F. (2011). *The Python language reference manual*. Network Theory Ltd.

Wardman, M. (2004). Public transport values of time. *Transport Policy*, 11(4), 363-377.

Zolfaghari, A., Sivakumar, A., & Polak, J. (2013). Simplified probabilistic choice set formation models in a residential location choice context. *Journal of Choice Modelling*, 9(1), 3-13.

Zolfaghari, A., Sivakumar, A., & Polak, J. (2012). Choice set pruning in residential location choice modelling: a comparison of sampling and choice set generation approaches in greater London. *Transportation Planning and Technology*, 35(1), 87-106.

ANEXOS

Anexo A: Métodos de Generación de Rutas

En este Anexo se explican de forma más detallada los principales métodos de generación de rutas utilizados para la construcción del conjunto de alternativas de los individuos.

a) Métodos Determinísticos Basados en Rutas Mínimas

Consiste en la repetición del algoritmo de rutas mínimas una cantidad arbitraria de veces para extraer rutas que conformarán el conjunto de alternativas de los individuos, en base a sus pares origen-destino asociados. En cada iteración se realizan distintas modificaciones a la red con el objetivo de obtener rutas distintas. Este método es de carácter determinístico, es decir, a través de supuestos y distintas reglas de decisión definidas por el modelador de forma arbitraria.

Entre las técnicas más comunes se encuentra k-rutas mínimas (Bekhor et al., 2006), donde k rutas son calculadas y en cada iteración se modifica el valor de la función de costo generalizado de cada arco que compone la red. Otra técnica es la denominada *link elimination* (Azevedo et al., 1993), donde cada vez que se encuentra una nueva ruta, uno o varios arcos de la red son eliminados antes de la siguiente iteración para evitar que las rutas obtenidas sean muy similares, como tiende a suceder con k-rutas mínimas. Una técnica más generalizada corresponde al *labeling approach* (Bekhor et al., 2006; Ramming, 2001), que asume que los individuos no solo minimizan su costo generalizado de viaje, sino que poseen otro tipo de objetivos como, por ejemplo, minimizar los tramos en autopistas, minimizar la cantidad de virajes, minimizar el tiempo de viaje, minimizar la distancia, entre muchos otros. De esta forma, las rutas que se obtienen poseen un grado de heterogeneidad mayor que permite aumentar la probabilidad de que la ruta elegida por los individuos sea generada por el algoritmo.

Las principales limitaciones de los métodos determinísticos basados en rutas mínimas corresponden a la gran similitud de las rutas generadas, el supuesto fuerte de que todos los individuos poseen el mismo conjunto de alternativas para viajar entre un mismo par O/D (origen-destino) y el sesgo que puede inducir el modelador debido a que en él recae la decisión acerca de que rutas son incluidas en el conjunto de alternativas de acuerdo con la especificación del método.

b) Métodos Estocásticos Basados en Rutas Mínimas

Estos consisten en la repetición del algoritmo de rutas mínimas, pero variando la función de costo generalizado de los arcos que componen la red de forma estocástica, a través de la extracción de valores de una distribución de probabilidad modelada. De esta forma se espera que la modelación del comportamiento de los individuos sea más precisa y realista, considerando que los individuos poseen distintas percepciones sobre los atributos que caracterizan a las rutas.

De acuerdo con Prato (2009) el supuesto tras la creación de estas técnicas es que los usuarios perciben los costos generalizados de viaje con cierto nivel de error, lo que es modelado a través de distribuciones de probabilidad definidas apropiadamente por el modelador.

Por ejemplo, Fiorenzo-Catalano (2007) desarrolló una versión generalizada del método para transporte público, la cual es denominada por la autora como método doblemente estocástico. El nombre proviene del hecho de que el modelo además de considerar que los usuarios perciben los costos generalizados con cierto nivel de error, asume que los usuarios poseen distintas percepciones. Esto último es también modelado a través de la extracción de valores de distribuciones de probabilidad modeladas que representan las percepciones individuales, es decir, los coeficientes asociados a los atributos de las alternativas. Por lo tanto, la búsqueda implementada en esta versión del método varía en

cada iteración los atributos de la red y las preferencias de los individuos, reflejando heterogeneidad entre los viajeros.

La ventaja de estos métodos es que permiten generar una gran cantidad de rutas atractivas, dada por el alto porcentaje de replicabilidad de las rutas observadas, siempre que las distribuciones de probabilidad utilizadas como supuesto de modelación se ajusten de forma adecuada al fenómeno en cuestión.

Por otro lado, entre las principales limitaciones esta la generación de rutas irrelevantes debido al sesgo que puede inducir el modelador al seleccionar una distribución de probabilidad que no ajuste adecuadamente, por ejemplo, con el valor generalizado o los coeficientes de los atributos de la red. También, el número de *draws* o cantidad de valores extraídos de las distribuciones de probabilidad modeladas incide en el esfuerzo computacional del método, es decir, a mayor número de *draws* el tiempo de ejecución se incrementa. No obstante, Bekhor et al. (2006) demuestra a través de evidencia empírica que un incremento significativo del número de *draws* no genera mayor replicación de rutas observadas, por lo que los *draws* no son tan cruciales para la aplicación del método.

c) Método de *Branch and Bound*

El método surge del supuesto de que los individuos eligen rutas no solo minimizando el costo generalizado de viaje, sino que también consideran otras reglas de decisión. Prato y Bekhor (2006) proponen el método de *Branch and Bound*, donde el algoritmo procesa una secuencia de arcos de acuerdo a una regla de *branching*, la que refleja un supuesto de comportamiento representado por la definición de un umbral asociado. Por ejemplo, un umbral temporal permite excluir todas aquellas rutas que poseen tiempos de viajes mayores al valor del umbral, así como también un umbral de similitud permite excluir aquellas rutas donde sus arcos se sobreponen una cantidad o porcentaje mayor al definido en el umbral, y que el individuo no considera como alternativas distintas. Finalmente,

todas las rutas que conectan el par origen-destino asociado al individuo y que satisfacen las restricciones impuestas por cada uno de los umbrales son incluidas en el conjunto de alternativas generado por el método.

Este método también puede ser clasificado como una heurística de elección no-compensatoria de carácter conjuntivo, ya que una alternativa solo es considerada cuando cumple con todas las reglas de decisión impuestas por el método. De todas formas, en el Capítulo 2 se describen con mayor detalle las principales heurísticas de elección.

En el contexto de elección residencial Zolfaghari et al. (2012) aplica el método y encuentra que el modelo determinístico no resulta en un mejor desempeño comparado al método de generación de rutas basado en muestro aleatorio. Por lo tanto, concluye que el método no es capaz de captar todas las influencias del proceso de elección.

En términos generales, las desventajas de este método corresponden a que la definición de los umbrales es arbitraria – depende del criterio del modelador – y que no existe un análisis de sensibilidad que permita cuantificar el efecto que produce la variación de los umbrales.

Anexo B: Ajuste y Alternativas Descartadas en Función del Valor del Umbral

En este anexo se muestra de forma gráfica el comportamiento de la función de log-verosimilitud y la cantidad de alternativas que son descartadas en los modelos EBA-MNL en función del valor del umbral asociado. Es importante destacar que los gráficos presentados corresponden a los modelos EBA-MNL que solo utilizan un atributo como aspecto, pero los resultados se extienden a los modelos con más de un aspecto.

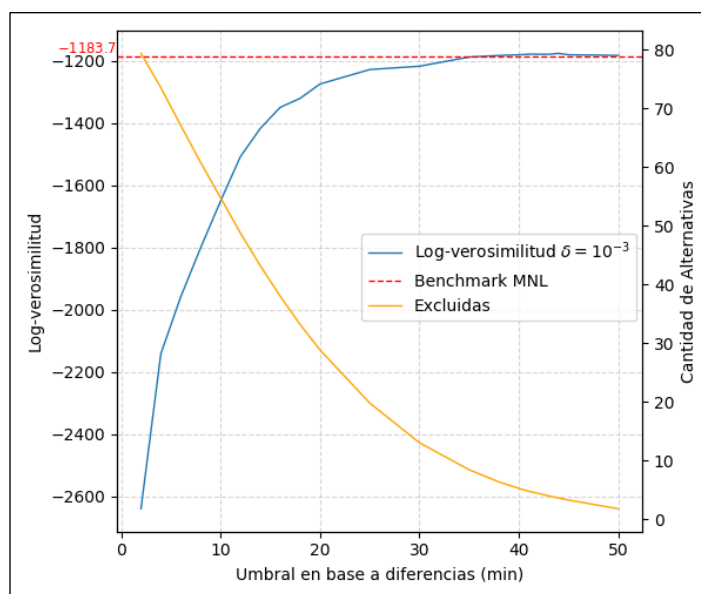


Figura B-1: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo TTV en función del valor del umbral asociado

Fuente: Elaboración Propia

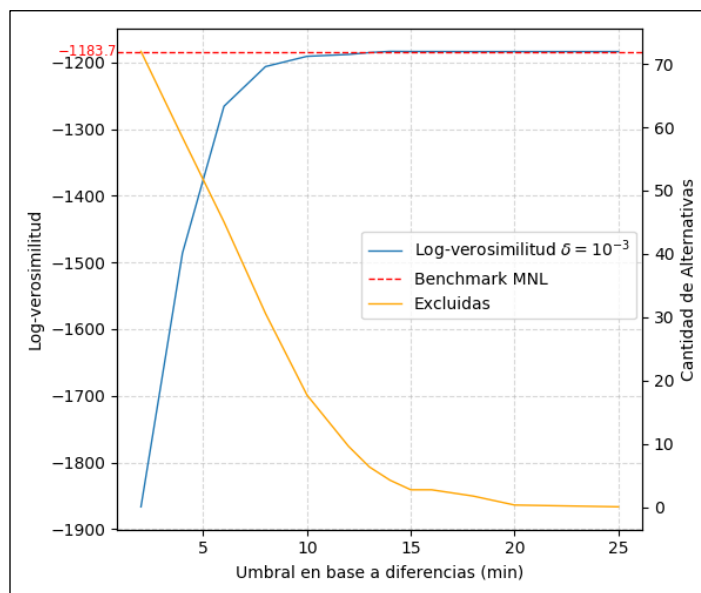


Figura B-2: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo TE en función del valor del umbral asociado
Fuente: Elaboración Propia

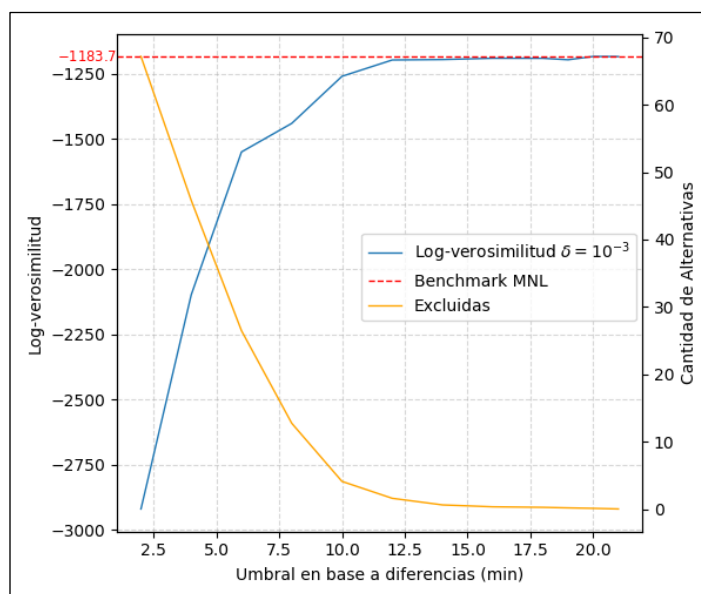


Figura B-3: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo $TCAM_{Acceso}$ en función del valor del umbral asociado
Fuente: Elaboración Propia

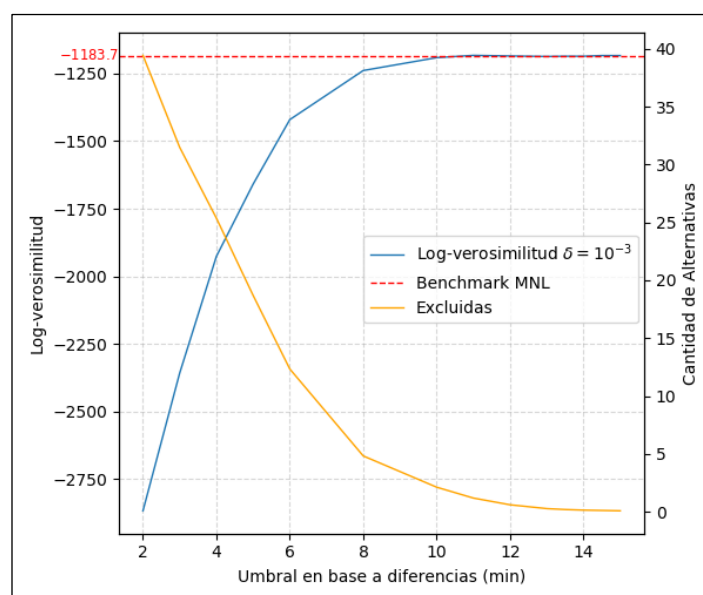


Figura B-4: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo $TCAM_{Transbordo}$ en función del valor del umbral asociado
Fuente: Elaboración Propia

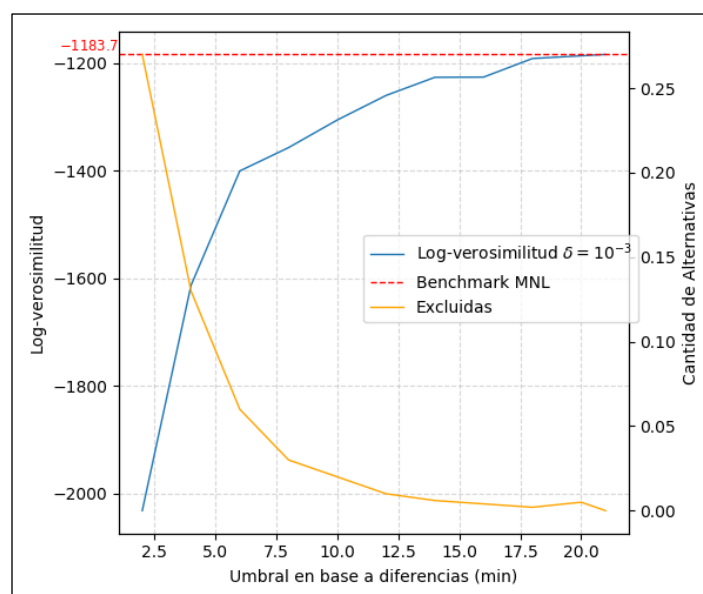


Figura B-5: Variación del tamaño del conjunto de alternativas y la log-verosimilitud para el modelo $TCAM_{Egreso}$ en función del valor del umbral asociado
Fuente: Elaboración Propia