



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

ESCUELA DE INGENIERÍA

**DETERMINANTES DE LA INVERSIÓN EN
CAPITAL HUMANO AVANZADO :**

IMPLICANCIAS DE UN MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL

SEBASTIÁN PAROT ROSATI

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:

Jaime Casassus

Santiago de Chile, Enero, 2010

A Dios, la Santísima Virgen María y mi familia.

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a mi profesor guía, Jaime Casassus, por su dedicación en el desarrollo de esta investigación.

A Francisco Gallego, profesor del Instituto de Economía de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por sus comentarios y ayuda. A Miguel Pérez, profesor de la Escuela de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica de Chile, por su colaboración.

A mi familia, por todo el apoyo y comprensión.

Finalmente a Dios, quien nos da la vida y la gracia para vivirla.

RESUMEN

La evidencia internacional muestra que los países vinculados a la OECD han presentado en los últimos 10 años un progresivo incremento en la inversión en educación terciaria (vista como cantidad de personas ingresadas al sistema por período de tiempo) y consiguientemente del porcentaje de trabajadores con un título terciario.

Esta investigación presenta una amplia revisión de la literatura con respecto al capital humano con especial énfasis en la educación. A partir de esto se propone un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para la inversión en capital humano avanzado. El enfoque en la inversión y los costos de oportunidad para la economía abren una nueva línea de investigación debido al bajo estudio que presenta este enfoque.

La solución lograda del modelo posee mayor poder explicativo para países sub desarrollados debido a los supuestos de la resolución del problema de programación dinámica. A partir de esta se establecen los determinantes de la inversión y su efecto en ella. La evolución económica de los países hace que sus parámetros estructurales varíen y por lo tanto la dinámica de la inversión también lo haga. El modelo sugiere también la existencia de un porcentaje objetivo de trabajadores capacitados de corto y largo plazo que depende de los parámetros estructurales.

Esta tesis presenta un modelo de equilibrio general simple como primer acercamiento a un enfoque no desarrollado por la literatura. El desarrollo futuro de esta nueva línea de investigación presenta grandes beneficios para la comprensión de la mecánica detrás de la inversión en capital humano avanzado y el diseño de políticas públicas relacionadas con la educación terciaria y el desarrollo económico.

Palabras Claves: Equilibrio General, Capital Humano, Inversión, Educación Terciaria, Costo de Oportunidad.

ABSTRACT

The international evidence shows that the OECD countries had presented in the last decade a progressive increase of the investment on tertiary education (view as number of people that enters the education system by period of time) and also of the percentage of workers with a tertiary degree.

This investigation presents a wide revision of the literature related with the human capital theory with special focus on education. From that it is proposed a general equilibrium model dynamic and stochastic for the investment on advanced human capital. This focus on the investment and the opportunity costs for the economy opens a new line of investigation because of the low level of study that this focus presents.

The solution made by the model has explanatory power for undeveloped countries because of the assumptions made on the resolution of the problem of dynamic programming. From that it is established the principal determinants of the investment and their effects on it. The economic evolution of the countries make the structural parameters to vary and by that make the investment dynamic vary too. The model suggests the existence of a objective percentage of the qualified workers of short and long term that depends on the structural parameters.

This thesis presents a simple equilibrium model as a first approach to a focus that has not been developed by the literature. The future development of this new line of investigation offers great benefits for the comprehension on the mechanics of the advanced human capital investment and for the design of public policies related to the tertiary education and the economic development.

Keywords: General Equilibrium, Human Capital, Investment, Tertiary Education, Opportunity Cost.

1. Introducción

Schultz (1961), Mincer (1958) y Becker (1993) abren, junto a otros autores, un campo de investigación ampliamente trabajado hoy en día: el capital humano. Los principales desarrollos abarcan desde el impacto en el crecimiento de los países hasta la relación de la tecnología con los salarios y niveles educacionales.

No obstante el desarrollo de la literatura en lo que respecta al capital humano y la educación y su efecto en el crecimiento económico, no se ha analizado hasta el momento la inversión en capital humano avanzado como inversión en educación terciaria visto como tasa de personas que ingresan al sistema de educación (de ahora en adelante inversión para esta investigación), menos aún considerando su efecto en el progreso económico y los costos que implica la educación.

Lo anterior despierta gran interés debido a las diferencias en las tasas de graduación que presentan los países más desarrollados. Los países asociados a la OECD (2009b), en su mayoría economías desarrolladas, presentan altas tasas de graduación y un notorio avance de la proporción de población con título terciario en los últimos 10 años. ¿Porqué estos países presentan tasas tan elevadas y crecientes? ¿Cuáles son los determinantes que gobiernan la inversión? ¿Qué factores explican las diferencias en el crecimiento de la inversión entre las distintas economías?

En esta tesis se ofrece un nuevo enfoque para la inversión en educación terciaria, poniendo especial énfasis en el costo que significa para la economía educar a las personas, aspecto que debiese ser considerado para el diseño de políticas públicas. Se busca así establecer los determinantes de la inversión a través de un modelo de equilibrio general, el cual es extensamente desarrollado y analizado.

Para establecer de manera correcta las dinámicas que rigen la inversión en capital humano avanzado en el modelo de equilibrio general se requiere conocer los principales fundamentos y relaciones del capital humano, la educación, el crecimiento y la tecnología, entre otros aspectos. Esto exige por lo tanto una acabada investigación de la teoría de capital humano, educación y crecimiento, la cual es desarrollada en esta tesis.

Por lo tanto la presente tesis tiene dos objetivos centrales: realizar un barrido por la teoría de capital humano y la educación en distintas áreas, y desarrollar un modelo de equilibrio general para estudiar los determinantes de la inversión en educación terciaria con un especial enfoque en el costo.

El modelo de equilibrio general presentado es agregado para una economía cerrada, buscando mantener el foco en los costos y la inversión.

La presente investigación propone una novedosa línea de investigación con un modelo inicial simple que explica en un primer acercamiento la mecánica de la inversión y su relación con el costo y otros determinantes, entregando interesantes nociones. Se

espera que a partir de este modelo y sus conclusiones se desarrollen nuevos con mejoras para aumentar el conocimiento con respecto a la inversión en educación terciaria, para lo cual se presentan una serie de extensiones y desarrollos futuros.

Esta tesis abre por lo tanto un nuevo enfoque de investigación para la inversión en capital humano avanzado desarrollando un primer modelo que muestra una interesante mecánica en el proceso de desarrollo y aporta nuevas perspectivas para las políticas públicas en educación: el costo de oportunidad de estudiar es un importante determinante en la inversión que debe ser tomado en cuenta al momento de innovar en esta materia.

Los siguientes capítulos se organizan de la siguiente forma: en la sección 2 se presentan los principales desarrollos en materia de educación, capital humano y desarrollo. En la sección 3 se presenta en forma general el modelo de equilibrio general. En la sección 4 se desarrolla un caso específico del modelo para una determinada función de producción y costos. En la sección 5 se realiza un análisis económico de la mecánica de la inversión y otras variables de interés extraídas de la solución del modelo. En la sección 6 se presentan los resultados de la calibración del modelo para dos economías tipo. En la sección 7 se presenta una extensión del modelo y se propone una serie de desarrollos futuros. En la sección 8 se presentan las consecuencias para las políticas públicas obtenidas del modelo y las consecuencias y beneficios futuros que entrega el desarrollo de esta nueva línea de investigación. Finalmente, en la sección 9 se presentan las principales conclusiones de esta investigación.

2. Educación, capital humano y desarrollo

La literatura sugiere que el capital humano posee un impacto en el crecimiento de las economías, por lo que comprender los mecanismos de acumulación y mejorar las políticas de inversión cobra especial interés para perseguir mejores estándares de vida. Sumado a lo anterior, la importancia normativa de la educación despierta también interés por comprender el comportamiento de la inversión en educación terciaria.

En la presente sección se realiza una revisión de las principales contribuciones a la teoría y análisis empírico del capital humano, el crecimiento y la educación, con el objetivo de comprender los sustentos económicos sobre los que debe estar construido un modelo de equilibrio general para inversión en capital humano avanzado. Se organiza de la siguiente forma: primero se entrega una motivación a la investigación con base teórica y empírica, segundo se presenta una nota doctrinal sobre cuestiones filosóficas del capital humano, tercero se revisan las principales teorías sobre productividad y educación, cuarto se analiza con mayor detención la teoría del capital humano, quinto se revisa el efecto de la educación en los salarios, sexto se muestran las principales teorías de crecimiento vinculadas al capital humano, séptimo se presenta el efecto de la tecnología en los salarios de trabajadores capacitados y no capacitados, octavo se reflexiona con respecto al valor de los modelos de equilibrio general, noveno se analizan los costos que presenta la capacitación de trabajadores a través de educación formal, décimo se revisa la literatura relacionada con la inversión en educación terciaria para finalizar con una inserción de la presente investigación en la literatura.

2.1 Motivación

Lucas (1993) muestra el caso de dos países de similares características hacia 1960: Filipinas y Corea del Sur. Ambas naciones poseen en dicha fecha similares indicadores económicos y poblacionales: ingreso per cápita, concentración poblacional en sus respectivas capitales, proporción de la población en edad de trabajo, mismas industrias líderes, exportaciones y cobertura escolar. En 1988 las condiciones de ambos países cambian radicalmente: el ingreso per cápita de Filipinas presentó un crecimiento promedio entre 1960 y 1988 de 1,8% anual, mientras que el de Corea del Sur creció a un promedio de 6,2% anual.

Lucas (1993) presenta la revisión de diversas teorías de crecimiento con el objetivo de explicar las diferencias en el desarrollo de ambos países:

It is useful to begin simply by listing some of the features of these transformations in addition to their income growth rates. All of the East Asian miracle economies have become large scale exporters of manufactured goods of increasing sophistication. They have become highly urbanized (no problem for Singapore and Hong Kong!) and

increasingly well-educated. They have high saving rates. They have pro-business governments, following differing mixes of laissez faire and mercantilist commercial policies. These facts-or at least some of them-must figure in any explanation of the growth miracles, but they are additions to the list of events we want to explain, not themselves explanations.

El aspecto de mayor incidencia en el desarrollo de Corea del Sur, concluye el autor, es la acumulación de capital humano en todas sus formas (educación, entrenamiento, experiencia, entre otros, como se detalla más adelante). Para el caso en análisis, la acumulación de capital humano a través de la experiencia laboral es el más importante.

Al igual que el caso presentado por Lucas (1993) muchos países han presentado saltos cualitativos en la calidad de vida gracias al progreso económico explicado por la inversión en capital humano. Es importante resaltar que dicho efecto no es absoluto, debido a que, por ejemplo, la relación entre educación y desarrollo aún es investigada en la literatura sin llegar a resultados completamente concordantes.

Según cifras oficiales de la OECD¹, que incluye a sus países miembros más otros con los cuales sostiene determinadas relaciones de colaboración, el porcentaje de la población con educación terciaria ha aumentado sustancialmente en los últimos años. El análisis presentado a continuación se basa en datos de la misma organización y del Banco Mundial. En la sección 11 se encuentra el detalle de éstos y notas técnicas sobre los datos y países seleccionados.

La Figura 2-1, Figura 2-2 y Figura 2-3 presentan el porcentaje de la población por grupo etario en dos años distintos, 1998 y 2006, para un subconjunto de países miembros de la OECD. La Figura 2-4 presenta lo mismo para Eslovenia e Israel, países que colaboran con la OECD, para los años 2002 y 2006. La Figura 2-5 presenta lo mismo para Chile y Brasil, países relacionados con la OECD, para el año 2004.

En las figuras se pueden apreciar dos aspectos importantes: el primero es que el porcentaje de personas con educación terciaria en el grupo etario 25 – 34 es muy superior al grupo 55-64 para la mayoría de las economías en análisis, lo que muestra un aumento en la cantidad de personas que optan por estudiar en el sistema de educación terciaria, y el segundo aspecto es que el porcentaje de población con título de educación terciaria en el grupo etario 25 – 34 presenta un aumento desde el año

¹ Es importante mencionar que los países de la OECD no componen una muestra representativa de las economías del mundo. Según la clasificación del Banco Mundial (World Bank, 2009), que categoriza a los países según su ingreso per cápita en *high income*, *upper middle income*, *lower middle income* y *low income*, de las 195 economías registradas al año 2008, 42 presentan un ingreso bajo, 47 uno medio, 42 uno alto-medio y 64 alto, mientras que de las economías relacionadas con la OECD 30 son de ingreso alto y solo 5 de ingreso alto-medio. No obstante lo anterior, la calidad de datos históricos permite realizar una mejor investigación utilizando estas economías.

1998 al año 2006, notándose el progresivo aumento de personas que ingresan al sistema de educación terciario.

Los efectos explicados muestran que la inversión, vista como tasa personas ingresadas a la educación terciaria en un período de tiempo, ha aumentado sustancialmente en los últimos años para los países en análisis.

Figura 2-1. Porcentaje de la población por grupo etario con educación terciaria por país para los años 1998 y 2006. Países OECD, parte 1. Fuente: (OECD, 2009a).

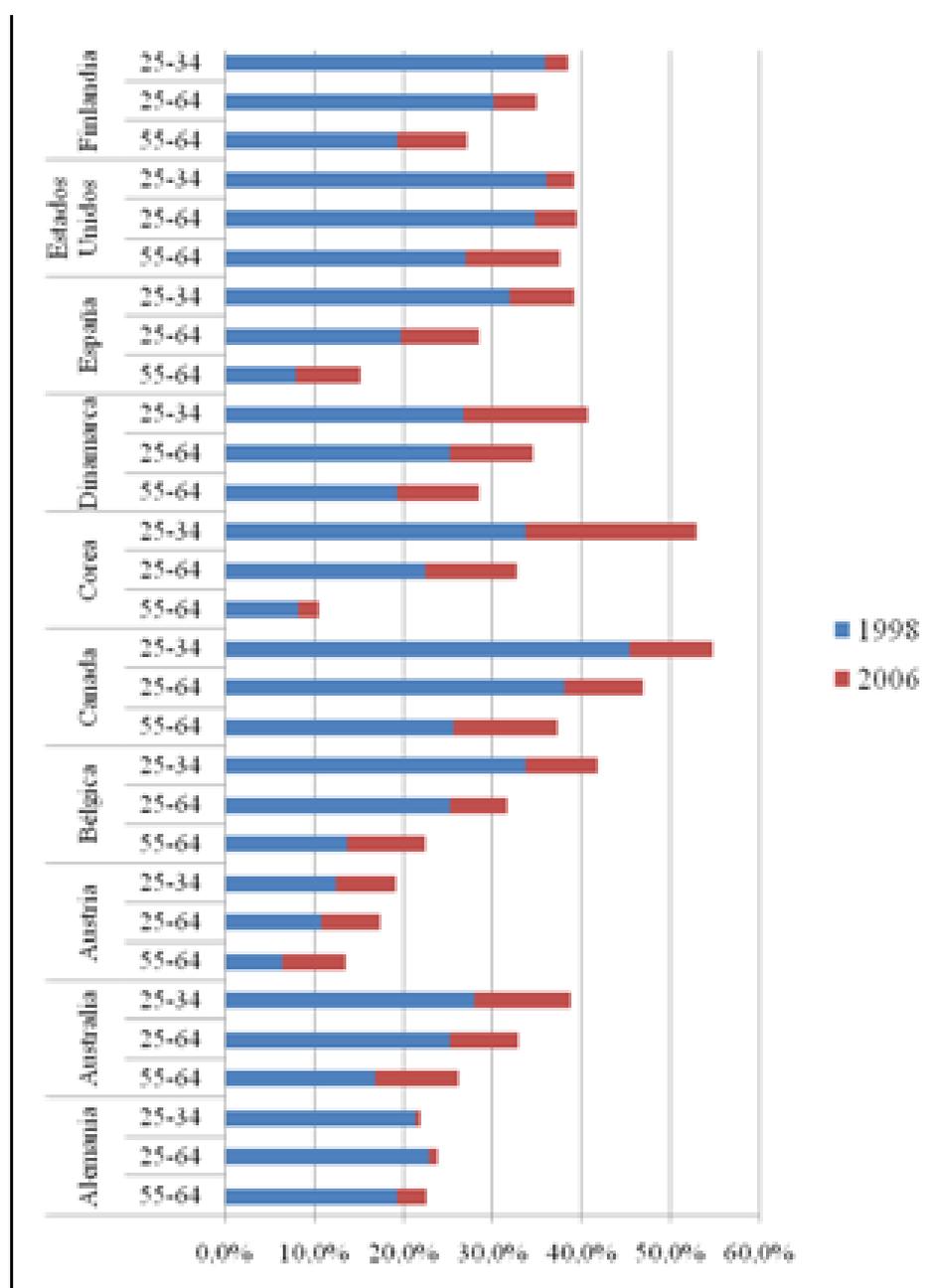


Figura 2-2. Porcentaje de la población por grupo etario con educación terciaria por país para los años 1998 y 2006. Países OECD, parte 2. Fuente: (OECD, 2009a).

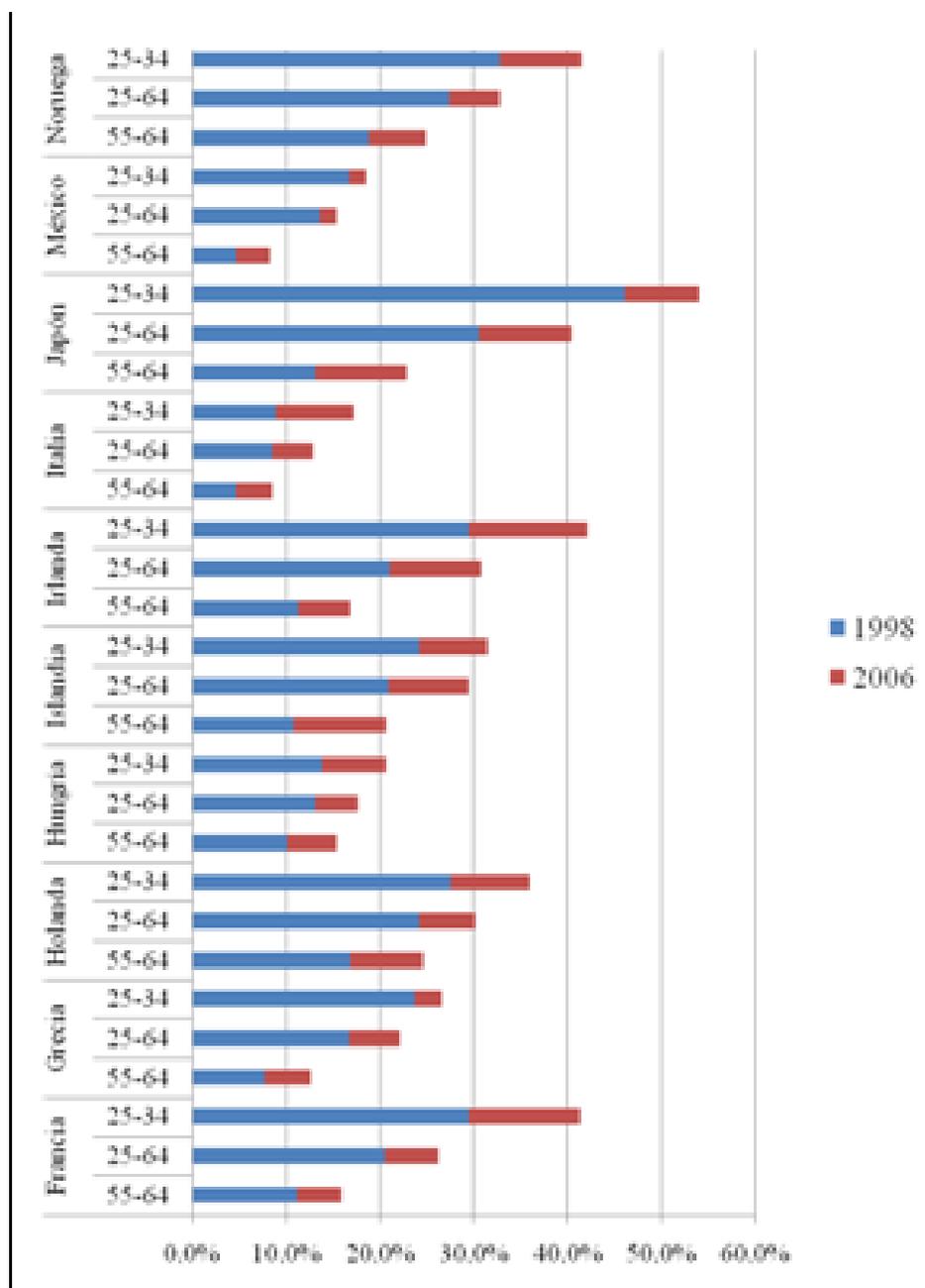


Figura 2-3. Porcentaje de la población por grupo etario con educación terciaria por país para los años 1998 y 2006. Países OECD, parte 3. Fuente: (OECD, 2009a).

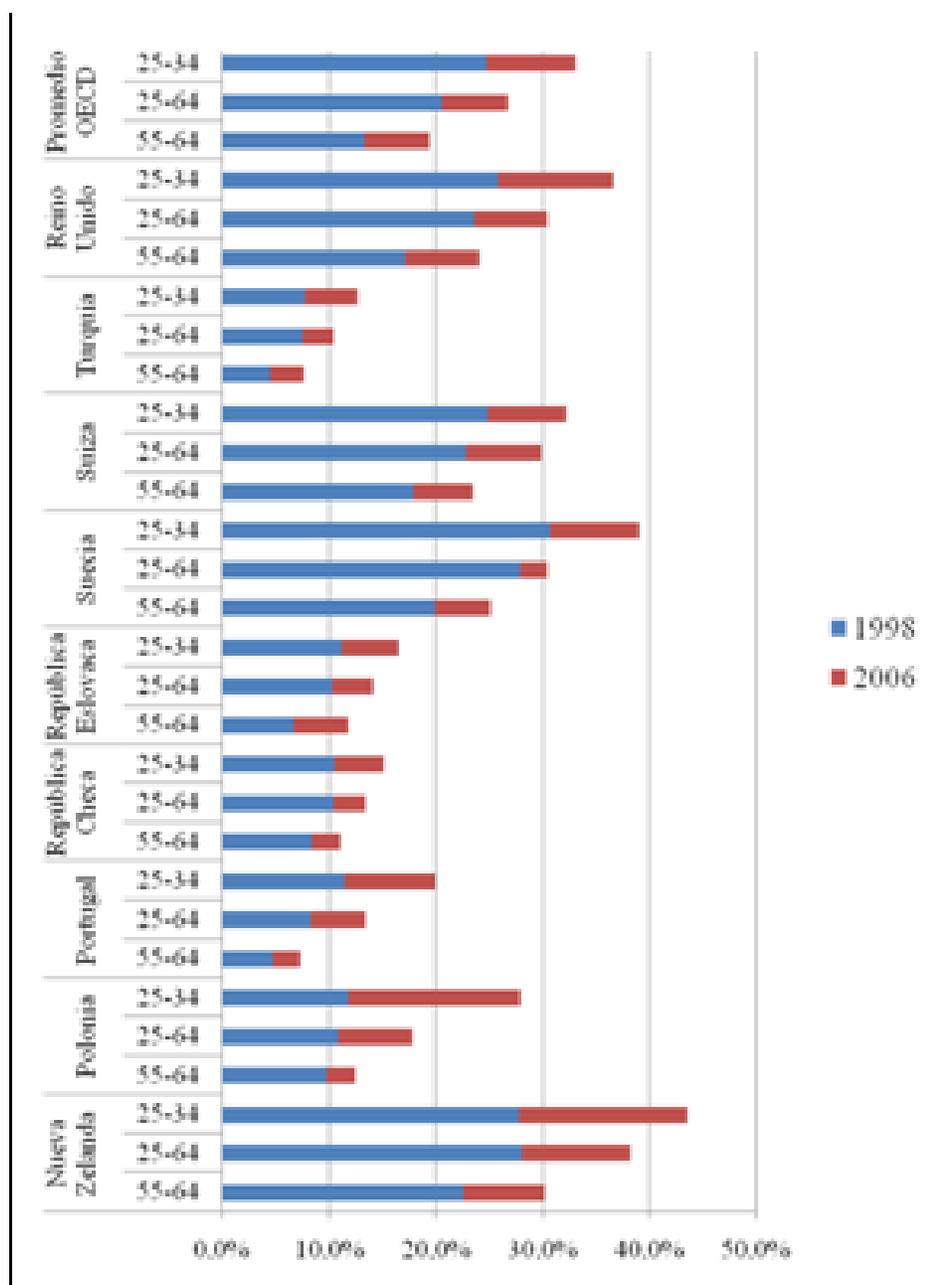


Figura 2-4. Porcentaje de la población por grupo etario con educación terciaria por país para los años 2002 y 2006. Eslovenia e Israel. Los años de análisis varían con respecto a los países presentados anteriormente debido a disponibilidad de datos. Fuente: (OECD, 2009a).

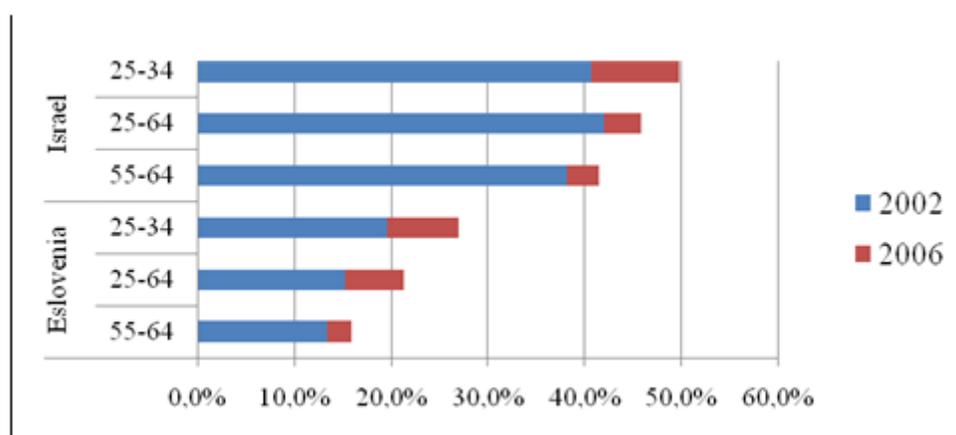


Figura 2-5. Porcentaje de la población por grupo etario con educación terciaria por país para el año 2004. Chile y Brasil. Solo se presenta un año debido a falta de información. Fuente: (OECD, 2009a).

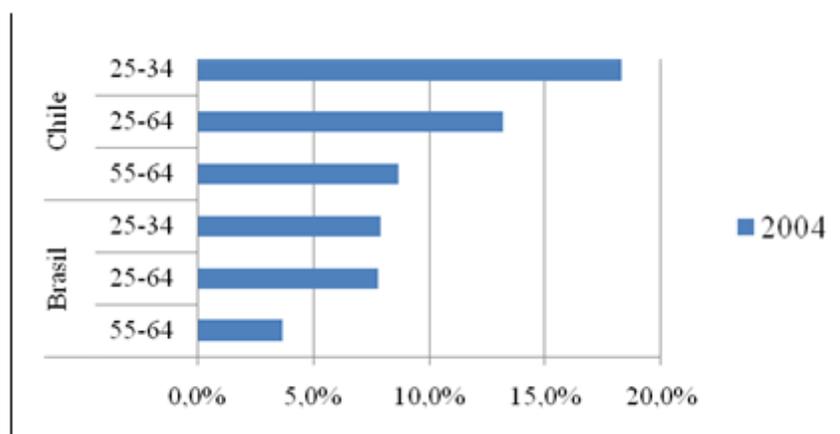
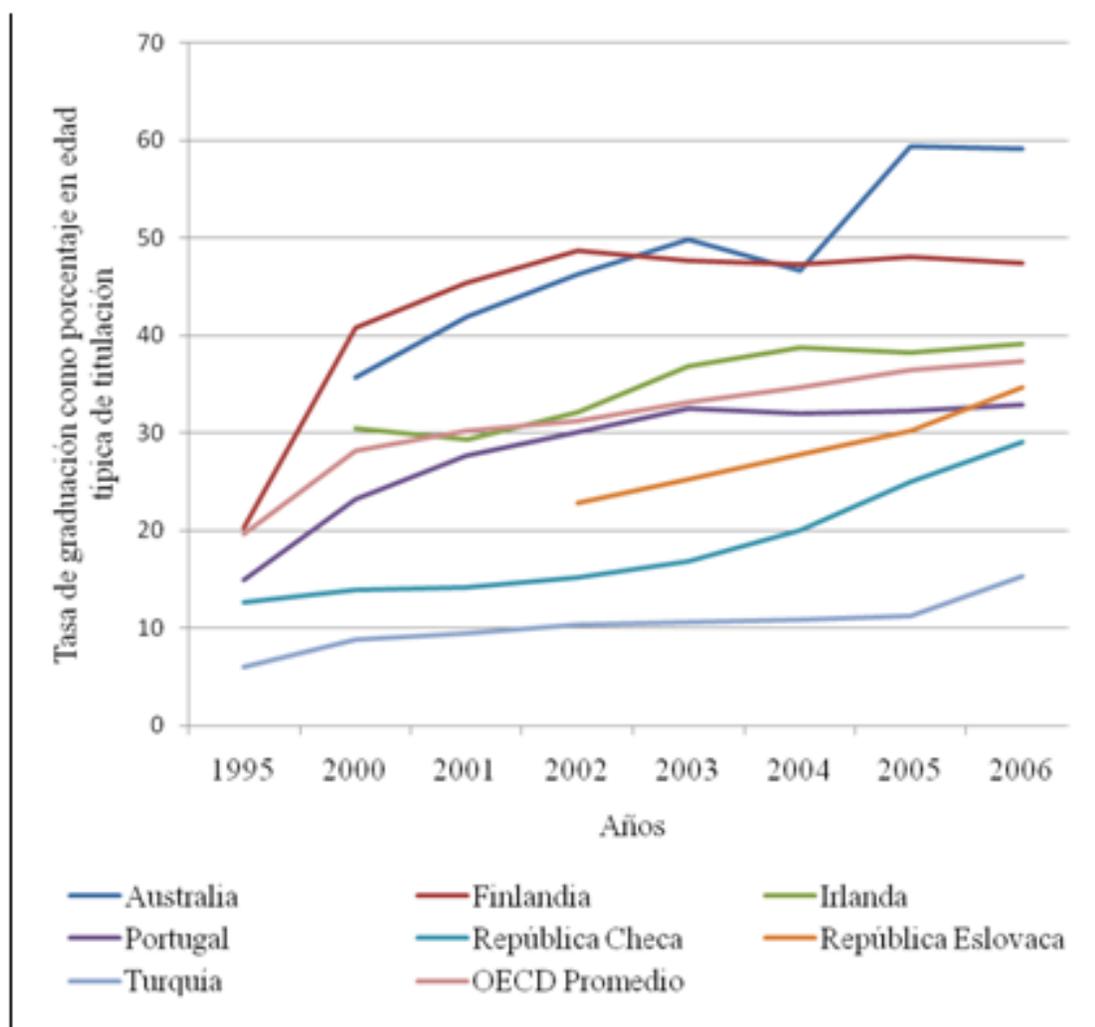


Figura 2-6. Evolución temporal de la tasa de graduación. Corresponde a la graduación como porcentaje de personas en edad típica de titulación por país, la cual varía de economía en economía. Fuente. (OECD, 2009a).



La Figura 2-6 muestra la evolución de la tasa de graduación vista como porcentaje de la población en edad típica de egreso del sistema de educación terciaria (solo de tipo A) para un grupo de países miembros o relacionados a la OECD. Sorprende el aumento en las tasas de graduación en su evolución temporal, lo que muestra con mayor claridad la crecida de la tasa de inversión de personas que ingresan a la educación terciaria, tipo A en este caso. Se suma a lo anterior la diferencia en el patrón de la inversión entre los distintos países.

La OECD (2009b) indica que hay una tendencia al alza en la tasa de ingreso de personas al sistema de educación terciario:

On average in OECD countries, tertiary-type A graduation rates increased by 15 percentage points over the last eleven years. In virtually every country for which comparable data are available, these rates increased between 1995 and 2006, often quite substantially. One of the most significant increases was reported in Italy where the rate doubled to 39% between 2000 and 2006.

Sumado a lo anterior, sorprende la alta heterogeneidad entre países tanto en el porcentaje de la población que tiene un título de educación terciaria como en las tasas de graduación que presentan los sistemas educacionales. Mientras Corea y Canadá muestran un porcentaje de personas con título terciario sobre el 50% para el grupo etario menor el año 2006, países como Chile y Brasil están por debajo del 20% el año 2004. De igual forma, mientras Canadá presenta una tasa de graduación a finales del período de análisis cercano al 60%, Turquía no logra alcanzar el 20%. Si bien las tasa de graduación y composición presentan un incremento, la razón del aumento y las proporciones de población con educación terciaria varían considerablemente entre las distintas economías.

La educación terciaria muestra una explosiva expansión en la sociedad, aumentando el porcentaje de personas con educación terciaria en las economías analizadas y una crecida en la tasa de graduación en el tiempo. Esto muestra que el sistema de educación terciaria se ha popularizado como mecanismo de acumulación de capital humano.

Debido a la importancia económica que reviste la educación terciaria, las diferencias entre países en la inversión y crecida de esta en los últimos años, interesa analizar los determinantes de la tasa de inversión vista como personas que ingresan al sistema terciario y analizar los factores que influyen en esta variable. Para esto se propone en esta investigación un modelo de equilibrio general, el cual permite tratar distintas variables en forma endógena y estudiar la relación y efectos entre ellas.

2.2 Persona humana y capital: nota doctrinal

El concepto "Capital Humano" despierta en la comunidad académica perspicacia con respecto al trato dado a las personas en la teoría. Becker (1993) reconoce este debate en diversas publicaciones.

Es por lo tanto importante reflexionar con respecto a aquellos temas que se ven involucrados en la presente investigación y la teoría del capital humano que a simple vista pueden parecer un trato inadecuado de las personas y el sistema económico. La actual sección tiene por objetivo aclarar los fines y concepciones de persona, trabajo, familia, valor de la vida y educación en base al pensamiento cristiano, recogido en su

aplicación al mundo en la Doctrina Social de la Iglesia², para finalmente hacer referencia a ciertos aspectos a abordar en la presente investigación.

2.2.1 Persona humana, valor de la vida y Bien Común

El Cristianismo reconoce al hombre como criatura de Dios hecho a imagen y semejanza de Él. Esto exige una concepción de persona humana integral que incluye sus aspectos esenciales e inseparables. El Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) alerta sobre la necesidad de dicha concepción, que en determinados períodos históricos ha sido obviada cayéndose en sistemas sociales que se vuelven contra la propia humanidad del hombre:

La persona no debe ser considerada únicamente como individualidad absoluta, edificada por sí misma y sobre sí misma, como si sus características propias no dependieran más que de sí misma. Tampoco debe ser considerada como mera célula de un organismo dispuesto a reconocerle, a lo sumo, un papel funcional dentro de un sistema. Las concepciones que tergiversan la plena verdad del hombre han sido objeto, en repetidas ocasiones, de la solicitud social de la Iglesia, que no ha dejado de alzar su voz frente a estas y otras visiones, drásticamente reductivas.

Esta afirmación confirma la necesidad de la presente nota doctrinal. La investigación presentada realiza una serie de simplificaciones que si no son comprendidas en la visión del hombre, de la vida y la sociedad correctas pueden llevar a aplicaciones erradas, por ejemplo, en el campo de las políticas públicas.

Con respecto a las múltiples dimensiones de la persona humana, el Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) resalta cinco aspectos fundamentales los que se mencionan brevemente a continuación.

1. El hombre es una unidad de cuerpo y alma. Es por lo tanto un ser material, lo que le permite insertarse en el mundo material (lugar de su realización y de su libertad) y espiritual, lo que lo abre a la trascendencia.
2. El hombre está abierto a la trascendencia, vale decir, abierto al infinito (Dios) y a los seres creados. Cada persona humana es irrepetible e insuprimible.
3. Solo en la libertad el hombre puede dirigirse hacia el bien. Su dignidad exige que actúe movido por convicción interna, y no bajo presiones externas.
4. Al ser todos los hombres creados a imagen y semejanza de Dios, todos poseen igual dignidad a ser reconocida entre los hombres.
5. La persona humana es un ser social. Esta sociabilidad permite, entre otras cosas, alcanzar objetivos que individualmente no serían posibles.

² Contendida en forma resumida en el Compendio de la Doctrina Social de la Iglesia (Pontificio Consejo Justicia y Paz, 2004) y desarrollada a lo largo del Magisterio.

Conocidos brevemente los aspectos de las dimensiones de la persona humana, es importante explorar para la presente investigación dos temas: el infinito valor de la vida humana y el principio del Bien Común. Sobre lo primero, S.S. Juan Pablo II (1995), Sumo Pontífice de la Iglesia Católica en el período comprendido entre los años 1978 y 2005, recoge una interesante reflexión con respecto al valor de la vida humana:

(...) Lo sublime de esta vocación sobrenatural manifiesta la grandeza y el valor de la vida humana incluso en su fase temporal. En efecto, la vida en el tiempo es condición básica, momento inicial y parte integrante de todo el proceso unitario de la vida humana.

(...) Todo hombre abierto sinceramente a la verdad y al bien, aun entre dificultades e incertidumbres, con la luz de la razón y no sin el influjo secreto de la gracia, puede llegar a descubrir en la ley natural escrita en su corazón (cf. *Rm 2*, 14-15) el valor sagrado de la vida humana desde su inicio hasta su término, y afirmar el derecho de cada ser humano a ver respetado totalmente este bien primario suyo. En el reconocimiento de este derecho se fundamenta la convivencia humana y la misma comunidad política.

Lo anterior exige que toda persona humana sea considerada en la sociedad no por la función que realiza, o según el comportamiento de los ciclos económicos, sino por su estatuto de persona. Esto implica reconocer el valor infinito de la vida humana.

Finalmente es importante mencionar el rol que juega el respeto de la vida humana en el orden social. Con respecto a esto el Concilio Vaticano II resume la fuerte unión entre el respeto a la vida humano, el orden social y el Bien Común. Lo anterior es explicado por S.S. Pablo VI (1965):

La interdependencia, cada vez más estrecha, y su progresiva universalización hacen que el bien común - esto es, el conjunto de condiciones de la vida social que hacen posible a las asociaciones y a cada uno de sus miembros el logro más pleno y más fácil de la propia perfección - se universalice cada vez más, e implique por ello derechos y obligaciones que miran a todo el género humano. Todo grupo social debe tener en cuenta las necesidades y las legítimas aspiraciones de los demás grupos; más aún, debe tener muy en cuenta el bien común de toda la familia humana.

Crece al mismo tiempo la conciencia de la excelsa dignidad de la persona humana, de su superioridad sobre las cosas y de sus derechos y deberes universales e inviolables. Es, pues, necesario que se facilite al hombre todo lo que éste necesita para vivir una vida verdaderamente humana, como son el alimento, el vestido, la vivienda, el derecho a la libre elección de estado y a fundar una familia, a la educación, al trabajo, a la buena fama, al respeto, a una adecuada información, a obrar de acuerdo con la norma recta de su conciencia, a la protección de la vida privada y a la justa libertad también en materia religiosa.

El orden social, pues, y su progresivo desarrollo deben en todo momento subordinarse al bien de la persona, ya que el orden real debe someterse al orden personal, y no al contrario.

El verdadero progreso implica alcanzar el Bien Común, el cual exige que el orden social esté subordinado al respeto de la dignidad de la persona. Considerar el progreso humano como únicamente progreso económico u otro implica caer en un reduccionismo con respecto a la verdad sobre el hombre.

2.2.2 Familia y educación

La familia constituye la célula vital de la sociedad y es considerada como la primera sociedad natural. Es en ella donde la entrega recíproca de los cónyuges crea el ambiente necesario donde los niños pueden desarrollarse íntegramente. Puesto que la familia es la comunidad natural donde se experimenta la sociabilidad humana, esta reviste una importancia vital para la sociedad la cual no es reemplazable por otras estructuras.

Una de las labores insustituibles de la familia es la labor educativa; los padres son los primeros educadores y deben ofrecer a sus hijos una educación verdaderamente integral. Sobre este aspecto el Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) aclara:

La familia tiene la responsabilidad de ofrecer una educación integral. En efecto, la verdadera educación «se propone la formación de la persona humana en orden a su fin último y al bien de las sociedades, de las que el hombre es miembro y en cuyas responsabilidades participará cuando llegue a ser adulto». Esta integridad queda asegurada cuando —con el testimonio de vida y con la palabra— se educa a los hijos al diálogo, al encuentro, a la sociabilidad, a la legalidad, a la solidaridad y a la paz, mediante el cultivo de las virtudes fundamentales de la justicia y de la caridad.

Es por lo tanto la familia la célula básica social que certifica las condiciones necesarias para el desarrollo integral de sus miembros, siendo una de sus tantas funciones la educación de los hijos (considerada primordial). Esta educación dista de ser únicamente la entrega de herramientas para el desempeño en el mundo laboral, sino la educación integral para el desarrollo de la potencialidad como persona en sus distintas dimensiones. Estando la familia no exenta de imperfecciones y limitaciones, los padres deben apoyarse en instituciones civiles y eclesiales para lograr la tarea de educar a los hijos.

Las instituciones de educación formal, como lo son los colegios e institutos de educación terciaria, no aspiran única y exclusivamente al desarrollo de competencias técnicas para el mundo laboral. Las instituciones de instrucción primaria y secundaria, especialmente aquellas cristianas, tienen por objetivo la educación no solo en el ámbito técnico sino también en el moral, y por sobre todo la enseñanza de la gran verdad. Benedicto XVI (2008b) en su mensaje a los educadores en Roma hace alusión a la tarea de la Escuela:

Queridos hermanos y hermanas, para hacer aún más concretas mis reflexiones, puede ser útil identificar algunas exigencias comunes de una educación auténtica. Ante todo, necesita la cercanía y la confianza que nacen del amor: pienso en la primera y fundamental experiencia de amor que hacen los niños - o que, por lo menos, deberían hacer - con sus padres. Pero todo verdadero educador sabe que para educar debe dar algo de sí mismo y que solamente así puede ayudar a sus alumnos a superar los egoísmos y capacitarlos para un amor auténtico.

Además, en un niño pequeño ya existe un gran deseo de saber y comprender, que se manifiesta en sus continuas preguntas y peticiones de explicaciones. Ahora bien, sería muy pobre la educación que se limitara a dar nociones e informaciones, dejando a un lado la gran pregunta acerca de la verdad, sobre todo acerca de la verdad que puede guiar la vida.

Con respecto a las instituciones de educación terciaria, especialmente las universidades, S.S. Benedicto XVI (2008a) recuerda que dichas instituciones tienen como objetivo último la búsqueda de la verdad; de comprender lo que le rodea y especialmente de responder las preguntas fundamentales sobre la existencia humana. Por lo tanto, las instituciones de educación terciaria no poseen como único fin la entrega de herramientas de trabajo a las personas, sus alumnos, sino la búsqueda de la verdad y la perpetuación de ésta a través de las generaciones con el objetivo de mejorar la vida de las personas en todas sus dimensiones.

2.2.3 Trabajo y salario

S.S. Juan Pablo II (1981) resalta la dimensión subjetiva del trabajo como se ve a continuación:

Como persona, el hombre es pues sujeto del trabajo. Como persona él trabaja, realiza varias acciones pertenecientes al proceso del trabajo; éstas, independientemente de su contenido objetivo, han de servir todas ellas a la realización de su humanidad, al perfeccionamiento de esa vocación de persona, que tiene en virtud de su misma humanidad.

El trabajo posee dos dimensiones: la objetiva, que comprende las actividades, recursos y técnica del proceso productivo, y la subjetiva, a la cual se hace referencia en el párrafo anterior, que comprende el proceso de trabajo como una vocación personal del hombre. Esta última dimensión debe primar siempre por sobre la objetiva: la infinita dignidad del hombre confiere dignidad a todo trabajo realizado por él. El trabajo no puede ser considerado por lo tanto como un bien a ser transado debido que no solo procede del hombre sino también su fin es la persona misma: la respuesta de su vocación.

El carácter descrito que se le confiere al trabajo lo hace distinto a todo otro capital de la economía. Si bien es complementario al capital u otros factores de producción, posee prioridad intrínseca por sobre ellos. Con respecto a esto el Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) aclara la complementariedad del trabajo y del capital, siendo necesarios ambos pero teniendo prioridad el primero:

En la reflexión acerca de las relaciones entre trabajo y capital, sobre todo ante las imponentes transformaciones de nuestro tiempo, se debe considerar que «el recurso principal» y el «factor decisivo» de que dispone el hombre es el hombre mismo y que «el desarrollo integral de la persona humana en el trabajo no contradice, sino que favorece más bien la mayor productividad y eficacia del trabajo mismo». El mundo del trabajo, en efecto, está descubriendo cada vez más que el valor del «capital humano» reside en los conocimientos de los trabajadores, en su disponibilidad a establecer relaciones, en la creatividad, en el carácter emprendedor de sí mismos, en la capacidad de afrontar conscientemente lo nuevo, de trabajar juntos y de saber

perseguir objetivos comunes. Se trata de cualidades genuinamente personales, que pertenecen al sujeto del trabajo más que a los aspectos objetivos, técnicos u operativos del trabajo mismo. Todo esto conlleva un cambio de perspectiva en las relaciones entre trabajo y capital: se puede afirmar que, a diferencia de cuanto sucedía en la antigua organización del trabajo, donde el sujeto acababa por equipararse al objeto, a la máquina, hoy, en cambio, la dimensión subjetiva del trabajo tiende a ser más decisiva e importante que la objetiva.

Constituye una visión reduccionista considerar el trabajo humano como un bien transable que es sustituible por el capital físico. Es el hombre quien con su trabajo y conocimiento logra moldear el mundo y ser motor del crecimiento económico.

En lo que se refiere al salario, este corresponde a la justa remuneración, fruto del trabajo, y permite al trabajador acceder a los bienes de la tierra. Son múltiples los factores y condiciones que deben considerarse al definir el salario de un trabajador. S.S. Pablo VI (1965) rescata los elementos a considerar en el salario más allá de la propia productividad:

(...) la remuneración del trabajo debe ser tal que permita al hombre y a su familia una vida digna en el plano material, social, cultural y espiritual, teniendo presentes el puesto de trabajo y la productividad de cada uno, así como las condiciones de la empresa y el bien común.

2.2.4 Progreso y economía

El Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) reflexiona con respecto de la estrecha vinculación que tiene la moral con la economía. A continuación se presenta una serie de extractos que aclaran las principales interrogantes con respecto a este tema:

La relación entre moral y economía es necesaria e intrínseca: actividad económica y comportamiento moral se compenetran íntimamente. La necesaria distinción entre moral y economía no comporta una separación entre los dos ámbitos, sino al contrario, una reciprocidad importante. Así como en el ámbito moral se deben tener en cuenta las razones y las exigencias de la economía, la actuación en el campo económico debe estar abierta a las instancias morales: «También en la vida económico-social deben respetarse y promoverse la dignidad de la persona humana, su entera vocación y el bien de toda la sociedad. Porque el hombre es el autor, el centro y el fin de toda la vida económico-social». Dar el justo y debido peso a las razones propias de la economía no significa rechazar como irracional toda consideración de orden metaeconómico, precisamente porque el fin de la economía no está en la economía misma, sino en su destinación humana y social. A la economía, en efecto, tanto en el ámbito científico, como en el nivel práctico, no se le confía el fin de la realización del hombre y de la buena convivencia humana, sino una tarea parcial: la producción, la distribución y el consumo de bienes materiales y de servicios.

La dimensión moral de la economía hace entender que la eficiencia económica y la promoción de un desarrollo solidario de la humanidad son finalidades estrechamente vinculadas, más que separadas o alternativas. La moral, constitutiva de la vida económica, no es ni contraria ni neutral: cuando se inspira en la justicia y la solidaridad, constituye un factor de eficiencia social para la misma economía. Es un

deber desarrollar de manera eficiente la actividad de producción de los bienes, de otro modo se desperdician recursos; pero no es aceptable un crecimiento económico obtenido con menoscabo de los seres humanos, de grupos sociales y pueblos enteros, condenados a la indigencia y a la exclusión. La expansión de la riqueza, visible en la disponibilidad de bienes y servicios, y la exigencia moral de una justa difusión de estos últimos deben estimular al hombre y a la sociedad en su conjunto a practicar la virtud esencial de la solidaridad, para combatir con espíritu de justicia y de caridad, dondequiera que existan, las «estructuras de pecado» que generan y mantienen la pobreza, el subdesarrollo y la degradación. Estas estructuras están edificadas y consolidadas por muchos actos concretos de egoísmo humano.

Del texto presentado se desprende que la vinculación entre moral y economía no propone eliminar la ciencia económica. Al contrario, busca aclarar los medios y fines para alcanzar el progreso económico real de los distintos países. Históricamente se han implementado sistemas económicos que presentan grandes confrontaciones con la moral debido a que no consideran las verdades con respecto al hombre en su construcción; el capitalismo extremo y el comunismo. En este marco, se presenta una valoración moral positiva de la economía de mercado mientras por esta se reconozca un sistema económico basado en el rol fundamental de la empresa, la propiedad privada y la libre creatividad humana al servicio real del hombre y la sociedad.

Finalmente, el Pontificio Consejo Justicia y Paz (2004) establece que el bienestar económico de una nación no debe considerarse solo como los bienes y servicios producidos, sino que también debe considerar el modo de producir dichos bienes y servicios y la equidad de la distribución del ingreso entre las familias.

2.2.5 La presente investigación y la nota doctrinal

La presente investigación desarrolla un modelo de equilibrio general para analizar los determinantes de la inversión en capital humano avanzado. Para esto debe tratar con la dinámica de las personas y su trabajo, lo que exige caer en simplificaciones para facilitar la labor académica. La breve revisión de los conceptos de persona, valor de la vida, bien común, familia, educación, trabajo, economía y progreso a la luz del cristianismo permite aclarar el correcto tratamiento que requieren las personas en el sistema económico y establecer el marco doctrinal de esta investigación. Toda simplificación realizada en la presente investigación tiene por objetivo la abstracción y mejor comprensión del ejercicio académico, y no persigue sostener una visión reduccionista del hombre.

A la luz de lo presentado con respecto al pensamiento cristiano se aclaran una serie de conceptos utilizados en la presente investigación:

El modelo utilizado considera los trabajadores como activos o factores de producción, presentándose sustitución entre capital y trabajadores. Esta simplificación puede parecer una reducción y trato poco consistente con la visión cristiana. Es por lo tanto necesario aclarar que esto busca únicamente facilitar la comprensión de los efectos descritos por el modelo y no una manipulación indebida.

El modelo permite calcular el precio de los activos o factores que inciden en la producción. Al hablar de "precio del activo trabajador" "o precio del factor trabajador"

se hace alusión al valor objetivo del aporte económico de los trabajadores calificados o no calificados. No se busca por lo tanto establecer el precio de las personas.

El modelo permite realizar un análisis del impacto de la educación terciaria en el progreso económico medido como la cuantificación de los bienes y servicios producidos. Para efectos simplificadores se analiza el progreso en el campo económico y en lo que respecta al nivel de producción de una economía, no obstante debe reconocerse que el progreso económico lo comprenden también otras variables y que es solo parte del progreso verdadero de las naciones, el que compete aspectos culturales, sociales y espirituales también.

Al utilizar el concepto de capital humano, haciendo referencia a las habilidades propias de las personas, no se busca considerar a las personas como un capital.

Esta investigación busca estudiar los determinantes de la tasa de inversión en capital humano avanzado desde una perspectiva económica para aportar a la comprensión de dicho indicador. No se propone imponer una tasa óptima a ser ejecutada por un planificador central.

Es importante hacer las aclaraciones propuestas para evitar reducciones con respecto a la verdad de las personas y del sistema económico. El lenguaje adoptado en la presente investigación pudiese parecer a simple vista inapropiado para el trato de personas, no obstante, permite comprender en forma más fácil los procesos y determinantes que gobiernan la inversión en educación terciaria. El modelo debe ser comprendido por lo tanto dentro del marco doctrinal presentado y como una simplificación de la realidad.

2.3 Señales y capital humano: dos teorías económicas sobre la educación

Cahuc y Zylberberg (2004) mencionan dos teorías económicas sobre educación y mercado laboral que mayor trascendencia han presentado en la literatura: teoría de las señales (*signaling*) y la teoría del capital humano. Ambas abordan el problema de los salarios y la productividad de las personas en relación a la educación.

La teoría de las señales postula que la productividad laboral de las personas es intrínseca a ellas y que por lo tanto la educación es solo una forma de selección de individuos para las empresas.

Spence (1973) acuña el término "*market signaling*" para reconocer las señales que los trabajadores envían al mercado al momento de ser contratados. Una de estas señales que el individuo puede modificar es la educación. De esta forma, hay un incentivo a que las personas más productivas aumenten su tiempo en el sistema educacional y envíen una señal al mercado para ingresar a puestos de trabajo que requieren una mayor productividad y que por lo tanto ofrecen un mayor salario.

La teoría del capital humano, entre cuyos mayores exponentes se encuentran Theodore W. Schultz, Jacob Mincer y Gary S. Becker, postula que existe una serie de actividades que influyen los ingresos monetarios y psicológicos futuros al

incrementar los recursos en las personas, tales como: educación, salud, experiencia laboral, familia, entre otros.

Dentro de los factores de mayor relevancia se encuentra la educación impartida a través de instituciones formales. Mincer (1958) muestra que existe una relación entre años de educación y salario.

Con respecto a la validez de ambas teorías (señales y capital humano), Becker (1993) presenta el siguiente argumento de la insostenibilidad de la teoría de las señales:

The main problem with credentialism is that companies do not want information on success at schoolwork, but on abilities and performance in the context of working life: the discipline imposed by factories, the need to please costumers and get along with fellow employees, and so forth. Success in the flexible, individualistic, and rather undisciplined university atmosphere in most countries and in high schools in the classes that eccentrics and nuts can last much longer as students than as workers, and they respond that the same is true to professors.

A cheaper and more efficient way to provide information to employers is for teenagers to enter directly into the labor force, as they did prior to the industrial revolution. Far more would be learned about their work-related abilities and other characteristics after six years of work experience than after six additional years of schooling. High school and college education has spread extensively in modern economies because the additional knowledge and information acquired in school is so important in technologically advanced economies. I should add that advocates of the credentialism approach have become rather silent in recent years with the growing concerns about schools and labor quality in the United States.

No obstante las críticas formuladas por Becker (1993), Cahuc y Zylberberg (2004) mencionan que ambos enfoques son complementarios. Weiss (1995) acuña el término *sorting*, el cual considera las señales enviadas por el agente informado (el estudiante) y aquellas exigidas por el agente de menor información (el empleador), como explica a continuación:

Students will choose a length of schooling to 'signal' their ability to employers, and employers will demand a minimum level of schooling from applicants in order to 'screen' their workers. Both, signaling and screening serve to 'sort' workers according to their unobserved abilities.

Weiss (1995) concluye la complementariedad de ambas teorías (capital humano y *sorting*). Para efectos de la presente investigación se considera el efecto de la educación como un aumento en la productividad de las personas, aspecto ampliamente aceptado en los círculos académicos.

2.4 Teoría del Capital Humano en profundidad

Schultz (1961) y Becker (1993) definen el capital humano como las habilidades y conocimiento (Becker considera también la salud y los valores) de una persona, las que son inseparables de la misma. Se considera por lo tanto como una inversión en

capital humano muchas acciones generalmente entendidas como consumo: educación, salud, entrenamiento, migración, lectura sobre virtudes, entre otras.

Becker (1993) reconoce que la educación y el entrenamiento son las inversiones más importantes en capital humano. La familia presenta también un efecto en el capital humano de las personas. A continuación se analiza el efecto de la familia, educación y entrenamiento en su faceta como mecanismos de acumulación de capital humano.

2.4.1 Familia y capital humano

Becker (1993) resalta la importancia de la familia en la discusión sobre capital humano.

“No discussion of human capital can omit the influence of families on the knowledge, skills, values, and habits of their children. Parents who severely beat their children cause lasting damage, while at the other end of the spectrum, sympathetic and firm parents ho motivate their children.” (Becker, 1993)

La familia presenta por lo tanto un claro efecto en el capital humano de las personas según lo indicado por el investigador. La familia constituye así un importante medio de acumulación de capital humano.

2.4.2 Entrenamiento, experiencia y capital humano

El trabajo en sí presenta un efecto de aumento del capital humano de la persona, el cual se da a través de la experiencia en el desarrollo del trabajo mismo y a través de entrenamiento prestado por la empresa. El trabajador perfecciona así habilidades antiguas y desarrolla nuevas. Cuáles desarrolle depende del tipo de trabajo y labor desarrollada.

El entrenamiento laboral presenta costos: el tiempo dedicado por parte de los entrenados, la enseñanza impartida por otros y el equipamiento y materiales utilizados.

Becker (1993) distingue dos tipos de entrenamiento: general y específico. Su estudio y diferenciación cobra especial relevancia por el siguiente dilema: ante una inversión en capital humano realizada por parte de la empresa, existe el peligro que otra compañía levante al trabajador, acción que representa una fuga de capital para la empresa que realiza la inversión dado que las habilidades adquiridas pertenecen en forma inherente al empleado. Esto propone un desafío con respecto a la forma de costear los gastos involucrados en el entrenamiento.

El entrenamiento general corresponde a aquel que desarrolla habilidades que pueden ser utilizadas por el empleado en cualquier otra empresa, incluso en otra industria. El entrenamiento específico corresponde a aquel que aporta habilidades y conocimientos que desembocan en un aumento de productividad solo si es aplicado en una determinada industria o empresa.

Finalmente, el solo hecho de desarrollar actividades en el trabajo también conlleva a la adquisición de una serie de habilidades, lo que contribuye positivamente al aumento del capital humano de una persona.

2.4.3 Educación formal y capital humano

La educación formal constituye uno de los mecanismos de inversión en capital humano más reconocidos. La teoría de capital humano sostiene que los colegios, institutos, universidades y otras instituciones formales de educación producen un aumento en la productividad de las personas, desarrollando una habilidad específica o un conjunto de éstas.

Becker (1993) hace la siguiente definición con respecto a la educación formal:

A school can be defined as an institution specializing in the production of training, as distinct from a firm that offers training in conjunction with the production of goods. Some schools, like those for barbers, specialize in one skill, while others, like universities, offer a large and diverse set. Schools and firms are often substitute sources of particular skills. This substitution is evidenced by the shift over time, for instance, in law from apprenticeships in law firms to law schools.

Cabe mencionar que la comparación entre escuela e industria realizada por Becker es una simplificación a los ojos de la teoría de capital humano, puesto que la naturaleza de ambas instituciones difiere y los objetivos buscados por la educación formal trascienden el mero desarrollo de habilidades, tal como se mencionó anteriormente.

Dadas las tres formas de acumulación de capital humano más estudiadas (es importante recordar que otras, como la inversión en salud, también impactan la acumulación de capital humano, no obstante su efecto es más complejo de medir), diversos investigadores han estudiado el impacto empírico de los años de estudios, la familia y el entrenamiento en el trabajo con los salarios percibidos.

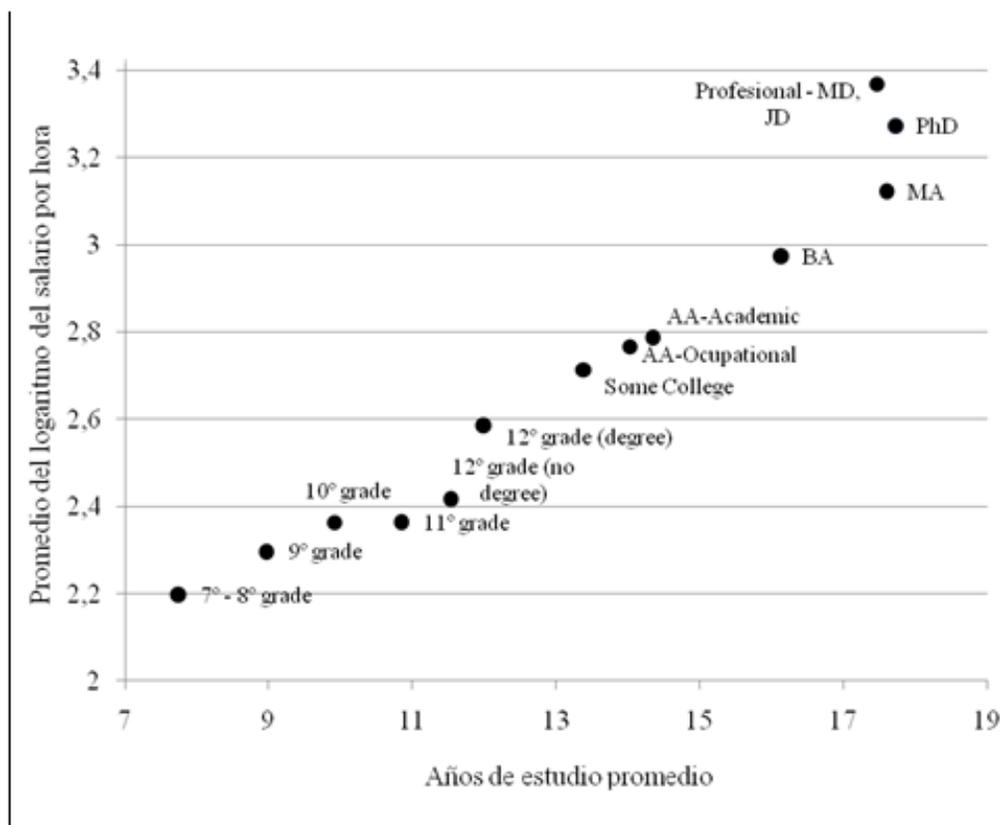
2.5 Educación, experiencia laboral y rentabilidad

Card (1999) propone una motivación con respecto a la linealidad de los modelos de capital humano, mostrada en la Figura 2-7, donde se muestra un aumento del salario al aumentar los años de estudios como explica el autor:

(...) shows wage and schooling data for a sample of men age 40-55 in the 1994-1996 CPS. Mean log wages for each education group (e.g., men with a junior college or Associates degree in an academic program, denoted by "AA-Academic" in the graph) are graphed against the mean number of years of education for the group measured in the February 1990 concordance. Apart from men who report 11 years of schooling, or 12 years with no high school degree, the data for individuals with between 7 and 18 years of education lie remarkably close to a line that joins the high school graduates and the college graduates (superimposed on the figure). The two highest-education

groups are also off the line. My guess is that this reflects the censoring of the years-of-schooling variable, which was only reported to a maximum of 18 years. Based on the patterns in Fig. 2, it may be reasonable to assign an estimate of the years of completed education to each reported education class and assume a linear functional form.

Figura 2-7. Relación entre el promedio del logaritmo del salario por hora y educación completada. Hombres de edades entre los 40 y 45 años de la Current Population Survey (CPS) de 1994 y 1996. La educación promedio es estimada por nivel de grado estimado a partir de la CPS de 1990. Los distintos niveles educacionales corresponden a aquellos del sistema educativo de Estados Unidos. La Current Population Survey corresponde a una encuesta llevada a cabo por el US Census Bureau para el US Bureau of Labour Statistics sobre empleo en los Estados Unidos. (US Census Bureau, 2009). Fuente: (Card, 1999 figura 2)



Se intuye a partir de la Figura 2-7 que a más años de estudios mayor es el salario. No obstante es necesario recurrir a modelos de capital humano para confirmar dicha hipótesis. Las ecuaciones de capital humano relacionan los años totales de educación formal y de entrenamiento en el trabajo con los ingresos percibidos. Si bien hoy hay modelos de mayor sofisticación, para los objetivos de la actual investigación basta con comprender el funcionamiento de los primeros desarrollados por Mincer (1974), los cuales integran a los modelos de capital humano de aquel entonces la acumulación de habilidades a través de la capacitación post-estudios además de la educación formal.

La ecuación 2.1 presenta un sencillo modelo escolar donde Y_s es el salario de una persona que completa la etapa escolar (de s años) y no incurre en una acumulación de capital humano posterior, obteniendo un premio de r por cada año estudiado. Y_0 corresponde al salario base de una persona sin educación.

$$\ln(Y_s) = \ln(Y_0) + rs \quad (2.1)$$

Tabla 2-1. Regresión del salario individual por estudios (s), experiencia (x), y semanas trabajadas (W). (salarios para hombres blancos no campesinos de 1959). En paréntesis se presenta el estadístico t . Fuente: (Mincer, 1974 tabla 5.1).

Modelo	R2
$\ln y = 7,58 + 0,07t$ (43,8)	0,067
$\ln y = 6,2 + 0,107t + 0,08x - 0,0012x^2$ (72,3) (75,5) (-55,8)	0,285
$\ln y = 4,87 + 0,255t - 0,0029t^2 + 0,148x - 0,0018x^2 - 0,0043xt$ (-66,2) (-31,8) (23,4) (-7,1) (63,7)	0,309

Al integrar a los modelos de capital humano acumulación a través de experiencia, el poder explicativo de los modelos aumenta significativamente. Cahuc y Zylberberg (2004) destacan tres modelos presentados por Mincer (1974) que reflejan el impacto de la experiencia en el poder explicativo de los modelos de capital humano. La Tabla 2-1 presenta los modelos seleccionados por los autores mencionados, donde y es el ingreso estimado, t el tiempo de educación en una institución formal y x la experiencia laboral.

Cahuc y Zylberberg (2004) presentan en forma simple la base teórica de los modelos presentados por Mincer (1974). A continuación se presenta la teoría desarrollada por los autores.

Tal como se indicó, Mincer mejora sus predicciones asumiendo que es posible adquirir capital humano mientras se está empleado. La ecuación 2.2 presenta la ecuación diferencial que gobierna el capital humano de una persona con τ años de experiencia que dedica una fracción $s(\tau)$ (entre 0 y 1) de su tiempo al entrenamiento y que invirtió t años en educación formal. ρ_x se interpreta como la tasa de retorno del entrenamiento después de la educación formal.

$$\dot{h}(t + \tau) = \rho_x s(\tau) h(t + \tau) \quad \forall \tau \in [0, T - t] \quad (2.2)$$

Los autores presentan un desarrollo matemático consistente en que finalmente se llega a la ecuación 2.3.

$$\ln y(t + x) = \ln y(0) + \rho t + \rho_x s_0 x - \rho_x (s_0 / 2T) x^2 + \ln(1 - s(x)) \quad (2.3)$$

En esta expresión ρ es la tasa de retorno de la educación adquirida en el colegio y T la edad máxima de trabajo. Un supuesto fuerte detrás de esta construcción es que el tiempo dedicado a la capacitación post educación formal decae en forma lineal. La variable x se interpreta como la experiencia laboral o entrenamiento formal, tal como

indican los autores. Cahuc y Zylberberg (2004) hacen referencia al significado de la variable x :

It should be noted that the variable x representing experience has an ambiguous status, for experience can result not only from – as we assume here – an investment that eats into efficient working time (learning or doing), but also from an accumulation of know-how that the worker builds up during his or her efficient working time (learning by doing). In the latter case, we can make the assumption that a worker acquires a significant amount of supplementary knowledge on the job at the beginning of his or her career, and that such supplements in knowledge then tail off over time.

Actualmente los modelos de capital humano han sido sofisticados contemplando otras formas de acumulación de capital humano. Es importante mencionar que los estudios presentados hacen alusión a la rentabilidad privada de las distintas formas de acumulación de capital humano, no obstante en la literatura abundan estudios que analizan el retorno social de los distintos mecanismos de acumulación. Becker (1993) reconoce los múltiples beneficios sociales que trae la acumulación de capital humano en una persona, aspectos que no serán abordados en la presente investigación pero que merecen mención. Tal como Becker (1993) reconoce, muchos beneficios de la educación no son fácilmente cuantificables como se menciona a continuación:

Obviously, it is much easier to quantify the monetary side, but, nevertheless, progress has been made on other aspects. Many studies show that education promotes health, reduces smoking, raises the propensity to vote, improves birth control knowledge, and stimulates the appreciation of classical music, literature, and even tennis. In an ingenious study that relies heavily on economic theory, Bob Michael (1972) quantifies some non-monetary benefits of education. His results and those of others indicates that such benefits of schooling are quite large, although for most people they are apparently smaller than monetary benefits.

2.6 Capital humano y crecimiento económico

Solow (1956) aborda los problemas que presentan ciertos modelos de crecimiento y propone uno donde un único *commodity* es producido por capital (K como notación) y trabajo (L como notación) bajo las condiciones neoclásicas estándar. El ahorro, el crecimiento poblacional y el desarrollo tecnológico son tomados como exógenos.

La tasa de producción es designada como $Y(t)$, la cual constituye el real ingreso de la población. Parte de este ingreso es consumido y el resto ahorrado e invertido. Esta última proporción está dada por s . De este modo el capital $K(t)$ toma la forma de acumulación del único *commodity*. La ecuación 2.4 muestra las posibilidades tecnológicas de producción, representadas por la función de producción, mientras la ecuación 2.5 muestra la acumulación de *stock* de capital.

$$Y = F(K, L) \quad (2.4)$$

$$\dot{K} = sY \quad (2.5)$$

El modelo supone el empleo total del mercado laboral y un crecimiento continuo de la población. Mankiw, Romer y Weil (1992) trabajan sobre el modelo de Solow (1956), del cual toman "la versión de libro" (*The Textbook Solow Model*), el cual se desarrolla a continuación en base a la investigación mencionada. La notación presentada se mantiene. La ecuación 2.6 presenta el modelo y las ecuaciones 2.7 y 2.8 el crecimiento exógeno de $L(t)$ y $A(t)$ (tecnología).

$$Y(t) = K(t)^\alpha (A(t)L(t))^{1-\alpha} \quad 0 < \alpha < 1 \quad (2.6)$$

$$L(t) = L(0)e^{nt} \quad (2.7)$$

$$A(t) = A(0)e^{gt} \quad (2.8)$$

$A(0)$ y $L(0)$ son los niveles originales de tecnología y trabajo, los cuales presentan una tasa de crecimiento en el tiempo. De las ecuaciones se desprende que el número de unidades laborales crece por lo tanto a una tasa efectiva de $n + g$.

Uno de los aspectos centrales abordados por la tesis de Solow (1956) es el impacto del ahorro y crecimiento poblacional en el ingreso real. La ecuación 2.9 describe el equilibrio del ingreso per-cápita, donde δ es la tasa de depreciación del capital. Mankiw et al. (1992) presentan la derivación de dicha expresión a partir de las ecuaciones presentadas anteriormente.

$$\ln\left(\frac{Y(t)}{L(t)}\right) = \ln(s) + gt + \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(s) - \frac{\alpha}{1-\alpha} \ln(n + g + \delta) \quad (2.9)$$

Mankiw et al. (1992) estiman "la versión de libro" del modelo de Solow (1956) para tres conjuntos de economías:

98 economías sin considerar aquellas exportadoras de petróleo.

75 economías de acuerdo a criterios expuestos por los autores.

22 economías de gran población pertenecientes al OECD.

Las estimaciones realizadas consideran $g + \delta = 0,05$ lo que ante pequeñas variaciones no modifica sustancialmente los resultados. El modelo presenta un buen ajuste en las regresiones realizadas para las muestras descritas.

Mankiw et al. (1992) trabajan en base al modelo presentado enfocando su análisis en la inversión en capital humano mediante educación, dejando de lado la acumulación de capital humano mediante experiencia y entrenamiento laboral, salud, migración, etc. La ecuación 2.10 presenta la función de producción propuesta por los autores y las ecuaciones 2.11 y 2.12 los procesos de acumulación del capital físico y humano respectivamente.

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta} \quad (2.10)$$

$$\dot{k}(t) = s_k y(t) - (n + g + \delta)k(t) \quad (2.11)$$

$$\dot{h}(t) = s_h y(t) - (n + g + \delta)h(t) \quad (2.12)$$

Donde $y = Y/AL$, $k = K/AL$ y $h = H/AL$ corresponden a cantidades por unidades efectivas de trabajo. El resto de la notación se mantiene de la misma forma que la presentada. Es importante destacar que se supone retornos decrecientes a escala.

Luego de un desarrollo presentado por los autores se llega al ingreso per cápita, cuya expresión presenta la ecuación 2.13, de la cual se desprende que el ingreso per cápita depende del crecimiento de la población y de la acumulación de capital humano y físico.

$$\ln\left(\frac{Y(t)}{L(t)}\right) = \ln A(0) + gt - \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(n + g + \delta) + \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_k) + \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \ln(s_h) \quad (2.13)$$

Al someter el modelo a los datos, los autores encuentran que agregar capital humano aumenta el desempeño del modelo de Solow (1956). Mankiw et al. (1992) concluyen:

We conclude that adding human capital to the Solow model improves its performance. Allowing for human capital eliminates the worrisome anomalies - the on population growth in our Table I regressions - that high coefficients on investment and arise when the textbook Solow model is confronted with the data. The parameter estimates seem reasonable. And even using an imprecise proxy for human capital, we are able to dispose of a fairly large part of the model's residual variance.

Los autores experimentan con crecimiento endógeno, pero esto sobrepasa los objetivos de la presente sección. Finalmente concluyen que las diferencias del ingreso per cápita internacional son mejor explicadas al agregar capital humano al modelo de Solow (1956), de lo cual se extraen una serie de conclusiones.

Merece mención que ciertos autores sostienen que el nivel educacional, y por lo tanto la acumulación de capital humano, no tiene relación con el crecimiento. Temple (1999) postula argumentos con respecto a dichos estudios corroborando que el nivel educacional permite explicar parte de la diferencia en el ingreso per cápita de los países.

Barro (2001) analiza la relación entre el crecimiento económico que presentan una muestra de 100 países y la educación. Concluye que el nivel educación sí tiene un efecto positivo en el crecimiento y reconoce una serie de casos específicos presentados a continuación:

The growth effects of education were analyzed in a panel of around 100 countries observed from 1965 to 1995. Growth is positively related to the starting level of average years of school attainment of adult males at the secondary and higher levels. Since workers with this educational background would be complementary with new technologies, the results suggest an important role for the diffusion of technology. Growth is insignificantly related to years of school attainment of females at the secondary and higher levels. This result suggests that highly educated women are not well utilized in the labor markets of many countries. Growth is insignificantly related to male schooling at the primary level. However, this schooling is a prerequisite for secondary schooling and would therefore affect growth through this channel. Education of women at the primary level stimulates growth indirectly by inducing a lower fertility rate.

Uno de los aspectos interesante de investigación de Barro (2001) es el énfasis puesto en los efectos, más allá de la cantidad de años estudiados, de la calidad de la educación impartida.

Finalmente, la literatura reconoce la importancia que tiene la acumulación de capital humano en el desarrollo económico de los países, siendo la educación un factor importante al explicar las diferencias en el ingreso per cápita entre economías. No obstante es importante resaltar que actualmente la relación crecimiento – educación o crecimiento – capital humano aún se encuentra en estudio y tela de juicio. Los estudios presentados no son 100% concluyentes ni absolutos. Para los efectos de esta investigación se supone impacto económico del capital humano, y específicamente de la educación, en el crecimiento económico. En caso de no ser cierta esta afirmación, dicho supuesto no invalida la presente investigación debido a que otros aspectos avalan la importancia de la educación, por ejemplo, desde una perspectiva normativa.

2.7 Capital humano y la tecnología

La tecnología es considerada por la literatura internacional como uno de los aspectos que influyen en el salario y stock de trabajadores capacitados (*skilled*) y no capacitados (*non skilled*). De igual modo la tecnología producida, importada o exportada por un determinado país, puede estar diseñada para su uso por parte de uno de los grupos laborales mencionados, afectando en forma distinta la productividad de las personas.

Romer (1990) desarrolla un modelo de crecimiento donde la tecnología posee un papel crucial. Ésta es tratada como un elemento endógeno donde las empresas buscan invertir en ésta para obtener mayores retornos. El modelo desarrollado por Romer (1990) permitió explicar diferencias de crecimiento entre países debido a diferencias en la acumulación de capital humano y apertura a otras economías.

El interés del estudio del efecto de la tecnología en la acumulación de capital humano y el crecimiento ha sido tal que diversos autores han investigado su desarrollo, interacción con factores de producción como los trabajadores calificados y no calificados, y su impacto en la diferencia salarial de las personas.

Acemoglu (1998) aborda el dilema de la complementariedad de la tecnología con respecto a ciertos factores versus el reemplazo de otros:

The wages of college graduates and of the other skilled workers relative to unskilled labor increased dramatically in the United States over the past fifteen years. To many economists and commentators, this is a direct consequence of the complementarity between skill and new technologies. It is not clear, however, why new technologies should complement skills. History is full of examples of new technologies designed to save on skilled labor. More generally, inventions and technology adoption are the outcome of a process of choice; as a society, we could have chosen to develop or attempted to develop many different technologies. It is therefore, necessary to analyze the direction of technical change as well as its magnitude. In its simplest form, this means to pose the question: "why do new technologies complement skills?" This paper suggested that the direction of technical change is determined by the size of the market for different inventions. When there are more skilled workers, the market for technologies that complement skills is larger, hence more of them will be invented, and new technologies will be complementary to skills.

No obstante el trabajo desarrollado, Serrano y Timmer (2002) presentan el caso de Corea del Sur, donde no encuentran evidencia en un estudio de 25 años de un efecto positivo de cambio tecnológico complementario a ciertos factores inducido por un incremento en determinado factor. Esto sugiere que los efectos no son similares para todas las economías o que la ventana de estudio utilizada no fue lo suficiente para captar los efectos buscados.

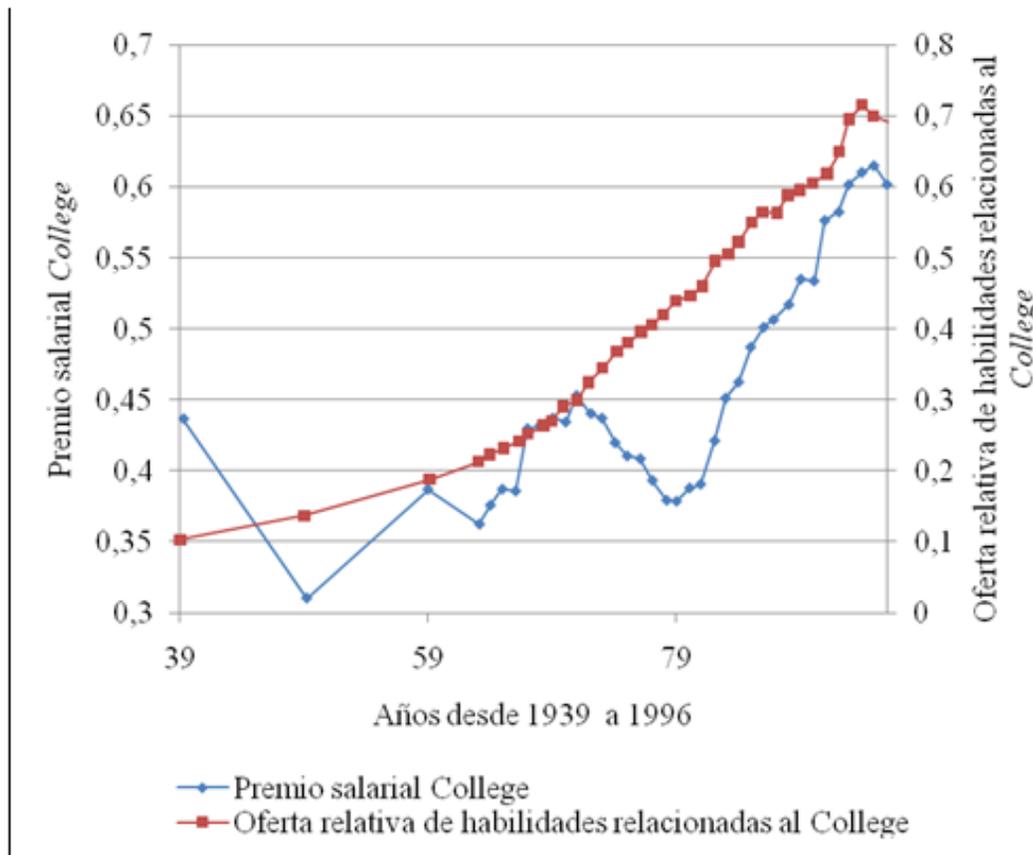
Acemoglu (2002) profundiza y postula que la tecnología se desarrolla dirigida hacia uno o más determinados factores de producción, en este caso, trabajadores capacitados o no capacitados. Inicia su investigación con la presentación de una serie de datos históricos con respecto a la mano de obra calificada y no calificada, dentro de los cuales se encuentran dos de especial interés:

Desde 1939 a 1996 el premio salarial de los trabajadores que cursan el *College* presenta un progresivo aumento, tal como puede observarse en la Figura 2-8. La explicación radica en que las nuevas tecnologías post guerra son skill biased (complementan y se desarrollan con el factor productivo trabajadores capacitados). En los últimos 25 años del período presentado ha habido una aceleración del cambio tecnológico a favor de la mano de los trabajadores calificados.

Figura 2-8. Oferta relativa de habilidades referentes al *College* y el *College* Premio. "The behaviour of the (log) college premium and relative supply of college skills (weeks worked by college equivalents divided by weeks worked by noncollege equivalents) between 1939

and 1996. Data from March CPS's and 1940, 1950 and 1960 censuses.” (Acemoglu, 2002)

Fuente: (Acemoglu, 2002, figura 1)



En contraste, el cambio tecnológico a finales del siglo XVIII e inicios del XIX es *unskill biased* (reemplaza la mano de obra calificada). Las fábricas reemplazan los oficios y requieren mano de obra no calificada para su funcionamiento, disminuyendo la demanda por mano de obra calificada.

El autor postula que hay dos fuerzas que afectan el desarrollo tecnológico y lo guían, y por lo tanto afectan el comportamiento del *skill premia* (sobre remuneración recibida por los trabajadores capacitados en comparación con los salarios de los trabajadores no capacitados). Acemoglu (2002) aclara:

The first major result of this framework is a “weak induced-bias hypothesis”: irrespective of the elasticity of substitution between factors (as long as it is not equal to 1), an increase in the relative abundance of a factor creates some amount of technical change biased towards that factor. The second major result is a “strong induced-bias hypothesis”, and states that if the elasticity of substitution is sufficiently large (in particular, greater than a certain threshold between 1 and 2), the induced bias in technology can overcome the usual substitution effect and increase the relative reward to the factor that has become more abundant. That is, directed technical change can make the long-run relative demand curve slope up. The long run relative demand curve may be upward sloping in this set-up because of the underlying

"increasing returns to scale" in the R&D process: a new machine, once invented, can be used by many workers.

Acemoglu sostiene que la abundancia de un determinado factor productivo genera un desarrollo tecnológico con respecto al mismo, por ejemplo, trabajadores capacitados, y que bajo determinadas condiciones el cambio tecnológico inducido puede incrementar la valoración relativa sobre el determinado factor. El autor reconoce que esta teoría permite comprender la evidencia histórica presentada, pero que solo aporta en la comprensión de parte de un verdadero puzzle con respecto al tema.

Weiss (2008) integra a los modelos comúnmente utilizados las preferencias de los consumidores. Concluye que el cambio tecnológico *skill biased* no necesariamente implica un aumento en la desigualdad salarial, dado que el salario no depende únicamente de la productividad sino también del precio de los bienes, dado por las preferencias individuales de los consumidores.

2.8 Capital humano y equilibrio general

La crítica de Lucas es el nombre bajo el cual se conoce el postulado de Robert Lucas con respecto al diseño de políticas macroeconómicas solo bajo la observancia de relaciones presentes en la información histórica. El economista postula la necesidad de concebir modelos de equilibrio general contruidos sobre relaciones microeconómicas.

Los modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocásticos (EGDE) son aquellos que basados en fundamentos microeconómicos permiten comprender aspectos macroeconómicos, integrando también incertidumbre a determinadas relaciones, como shocks al capital. También son ampliamente utilizados en las Finanzas.

Los Modelos EGDE ofrecen por lo tanto la ventaja de estar contruidos en base a relaciones microeconómicas y de no requerir gran cantidad de parámetros para su calibración. No obstante lo anterior, presentan la gran desventaja de predecir ciertas variables en forma errónea.

Wei (2004) menciona que el tratamiento de la acumulación de capital humano ha sido raramente abordado a través de un modelo de estas características, presentando una modelación consistente pero que no aborda el problema de la inversión y los costos.

El uso de un modelo de equilibrio general en esta investigación permite tratar ciertas variables en forma endógena y estudiar el equilibrio en el tiempo de los mercados y el efecto entre distintas variables.

2.9 Costos de la Educación

Cahuc y Zylberberg (2004) establecen principalmente tres costos que el individuo debe asumir al realizar un entrenamiento con el objetivo de adquirir habilidades y acumular capital humano:

To acquire competences that the labor market will reward brings “training costs” comparable to investments that will be sources of future income. These costs include the expenses of study (fees to enroll in specialized establishments, costs of lodging and travel, purchase of materials, etc.), potential loss of income because the time spent on study is not devoted to remunerated activity, and the psychological costs arising from stress and possibly the sheer difficulty of studying. Investments in education may pay off when they produce an accumulation of competencies – “human capital”, as it is called – which brings returns in the form of higher remuneration.

Son considerados por lo tanto costos de la educación: psicológicos, costos de oportunidad, y costos de pago de aranceles, matrícula, entre otros. Los costos psicológicos presentan gran dificultad en su medición, por lo que son obviados en la literatura.

Becker (1993) asume solo dos costos asociados a la elección de estudio: la renta que se deja de percibir al estudiar (costos indirectos) y los costos derivados de matrícula, transporte, alojamiento, entre otros (costos directos). El autor determina los costos con mayor precisión al considerar los costos indirectos no solo como un costo de oportunidad de no trabajar, sino como el costo de oportunidad derivado de percibir una renta menor en trabajos pasajeros por el solo hecho de ser estudiante.

2.9.1 Inversión en capital humano y educación terciaria

La inversión en capital humano ha sido ampliamente investigada desde la perspectiva de la decisión personal. Los estudios a nivel microeconómico del efecto de la educación y entrenamiento sobre el ingreso futuro son abundantes como se presentó anteriormente. También han sido ampliamente estudiados los mecanismos de acumulación de capital humano y su efecto en el crecimiento como también se mostró.

No obstante la inversión en educación terciaria como cantidad de personas por período de tiempo y sus determinantes es un campo poco explorado. Spilimbergo y Sakellaris (2000) mencionan el bajo desarrollo que ha presentado este campo:

Traditional human capital models conclude that the main factors influencing individual decisions to acquire a university education are: the rate of return to university education, the cost of the education, and family background characteristics, a very important one of which is family income. There exists by now a large body of empirical work on the demand for higher education and its relationship to the above economic variables, which we will not attempt to survey here. The results of this literature are broadly consistent with the predictions of the standard models, such as those of Becker (1993), Ben-Porath (1967), and Mincer (1958). Surprisingly, this empirical literature has paid no attention to cyclical aspects of the demand for higher education.

Spilimbergo y Sakellaris (2000) estudian mediante análisis econométrico la relación entre la tasa de envío de personas por parte de distintas economías a Estados Unidos para cursar programas de educación terciaria. Dentro de los aspectos encontrados resaltan que los países desarrollados presentan una inversión contra cíclica, mientras que los países no desarrollados presentan inversión en dirección a los ciclos económicos. Este último efecto los autores lo atribuyen a que las economías no

desarrolladas presentan una serie de fricciones en el mercado laboral y bajo desarrollo en el mercado de capitales que introducen trabas a los individuos para cursar programas de educación terciaria en el extranjero durante las crisis económicas. A diferencia de los países en desarrollo, aquellos desarrollados pertenecientes a la OECD presentan inversión contra cíclica, debido a una disminución del costo de oportunidad al optar por cursar un programa de educación terciaria.

La inversión en una economía es por lo tanto un tema poco investigado, donde los principales avances no corresponden a modelos de equilibrio general sino a análisis parciales o econométricos que analizan relaciones entre variables.

2.10 Inserción de esta investigación en la literatura

El capital humano es clave para el desarrollo de las naciones. Su impacto a nivel microeconómico como aumento de la productividad de las personas en el mercado tiene repercusiones claras para el desarrollo de las distintas economías. De los tres principales mecanismos de acumulación, familia, entrenamiento en el trabajo y experiencia, y educación, el último es el más común.

Schultz (1961) y Becker (1993) son considerados como los iniciadores de la Teoría de Capital Humano, la que postula distintos gastos como lo son la educación y la salud, son realmente inversiones en capital, las que permiten a la persona adquirir una serie de habilidades que aumentan su productividad y ser, por lo tanto, recompensadas por el mercado. En su mayoría las investigaciones a nivel microeconómico enfocan su interés en el aumento del ingreso de las personas al aumentar su capital humano, lo que se debe a la facilidad para observar dicho efecto; las externalidades no capturadas por el ingreso que genera la acumulación de capital humano han sido estudiadas también por diversos autores.

Mincer (1974) propone modelos de capital humano que vinculan el aumento en los salarios con los años de estudio en interacción con la experiencia que se adquiere en los primeros años de trabajo. Card (1999), como otros autores, propone sofisticaciones a los modelos de capital humano.

Solow (1956) y Mankiw et al. (1992) analizan los efectos del capital y el trabajo en el crecimiento económico. Los últimos utilizan la acumulación de capital humano para obtener un mejor ajuste y explicar de este modo las diferencias en los ingresos y su evolución en los países. Barro (2001) muestra la incidencia que posee la educación, tanto en cantidad como calidad, en el crecimiento económico de las naciones. Es importante destacar que la relación crecimiento – capital humano aún es fuertemente investigado.

Romer (1990) desarrolla un modelo de crecimiento con desarrollo tecnológico endógeno. Acemoglu (2002) analiza los efectos que posee los cambios tecnológicos en los salarios, y por lo tanto, en la productividad de los trabajadores. Postula que el cambio tecnológico se presenta en ciertos casos guiado por un aumento en un determinado factor productivo, como lo son los trabajadores capacitados.

Spilimbergo y Sakellaris (2000) presentan un análisis econométrico con respecto a la inversión en capital humano avanzado y los ciclos económicos. Reconocen los autores que la inversión vista como personas por período de tiempo y su relación con el ciclo económico no ha presentado gran desarrollo en la literatura.

La literatura en relación al capital humano ha mostrado un explosivo incremento en las últimas décadas. Ésta confirma la importancia que posee en la calidad de vida de las personas y para el desarrollo de las naciones.

Uno de los aspectos interesantes mencionados en la motivación de la presente investigación es la diferencia que presentan distintos países miembros o asociados a la OECD en sus tasas de ingreso a la educación terciaria y su evolución en el tiempo, contando algunos con un mayor stock de trabajadores capacitados, es decir, que poseen un título de educación terciaria. Esto afecta claramente la acumulación de capital humano y por lo tanto el desarrollo económico de las naciones. Solo en forma simplificadora y con el objetivo de comprender este fenómeno, las personas pueden ser vistas como activos que colaboran al crecimiento económico, y el ingreso a la educación terciaria visto como una inversión para, a partir del activo trabajador no calificado, crear un nuevo activo llamado trabajador calificado, el cual aporta en forma diferente al crecimiento económico. Resalta por lo tanto el interés de analizar la tasa de inversión como personas / período de tiempo y los determinantes que la afectan.

En la presente investigación se desarrolla un Modelo de Equilibrio General Dinámico y Estocástico para una economía cerrada que cuenta con dos tipos de trabajadores: calificados y no calificados, los que se diferencian por pasar o no a través del sistema de educación terciaria. La producción depende del stock de trabajadores, del capital físico y de la tecnología. La economía debe maximizar su utilidad en el tiempo la que depende del consumo.

Las razones que sustentan la decisión del uso de un Modelo de Equilibrio General Dinámico y Estocástico son tres: (i) basado en la crítica de Lucas, los modelos de equilibrio general permiten a partir de una serie de relaciones microeconómicas establecer los determinantes de diversos procesos macroeconómicos o financieros, (ii) permite tratar la inversión y otras variables en forma endógena, y (iii) un Modelo de Equilibrio General Dinámico y Estocástico permite considerar procesos estocásticos para ciertas relaciones lo que faculta para, por ejemplo, analizar los efectos de la volatilidad del capital en la tasa de inversión del ingreso de personas a la educación terciaria.

Con respecto a la acumulación de capital humano, esta se refleja en la diferencia en el impacto económico de los trabajadores calificados. Esto se debe al interés de analizar los determinantes de la tasa de inversión de personas que ingresan al sistema de educación terciaria por período de tiempo en forma discreta.

La ventaja que presenta esta forma de tratar la inversión es la facilidad para comprender la forma en que distintos determinantes afectan a la tasa a investigar y obtener resultados a partir de relaciones económicas ya confirmadas por otros autores. La principal desventaja radica en dos aspectos: (i) el tratamiento del capital humano no como una variable continua que afecta la productividad general de una economía sino como una variable discreta presente en los dos tipos de trabajadores, y

(ii) que los modelos de Equilibrio General Dinámico y Estocásticos presentan el defecto de predecir en forma inconsistente ciertos indicadores económicos.

En las secciones a continuación se presenta una formulación general del modelo, luego una especificación de éste con sus respectivos resultados, un análisis económico de éstos y una calibración a partir de dos economías tipo para analizar las diferencias en las tasas de inversión y el efecto que poseen los determinantes. Se presenta también extensiones al modelo y futuros desarrollos.

3. Formulación de un modelo de equilibrio general

En este capítulo se presenta el modelo de equilibrio general en su formulación más universal, esto es, sin asumir una determinada función de utilidad, producción y costos. Las soluciones obtenidas para esta forma carecen de significado ante simple inspección, lo que no permite cumplir con los objetivos de la presente investigación. En la sección 4 se presenta un desarrollo para una determinada función de utilidad, producción y costos, lo que permite cumplir con los objetivos.

Tres son las principales dinámicas que gobiernan el modelo: el ingreso de personas al sistema de educación terciaria, el consumo y la producción.

El modelo corresponde a una economía cerrada donde se produce un único bien *commodity*. El agente representativo debe tomar decisiones con respecto a cuántas personas en edad laboral capacitar en el sistema de educación terciaria con el objetivo de mejorar la producción y por ende el consumo. La capacitación de personas exige incurrir en un costo de oportunidad que es modelado como un shock al capital. La capacitación de personas en el sistema de educación terciaria refleja el desarrollo de capital humano avanzado para la economía.

La economía es cerrada por lo que no hay exportación o importación de productos ni flujos de capital hacia o desde el extranjero. Lo mismo aplica para las personas, por lo que el modelo no contempla migración.

Primero se modela la dinámica de las personas, las que nacen y mueren a una tasa determinada, tasas que corresponden a la entrada al mercado laboral, es decir, al cumplimiento de la edad para desempeñar un trabajo, y la de cumplimiento de la edad de jubilación respectivamente. Éstas impactan la producción, cuya dinámica también es desarrollada. Se supone mercado laboral completo, por lo que no hay desempleo. Esto último es capturado por el modelo a través de una disminución en los salarios.

El capital, otro de los determinantes de la producción, se define a partir de la cantidad del único bien consumido y producido, y de los costos de ingresar personas al sistema de educación terciaria.

El consumo es maximizado por un agente representativo en tiempo continuo.

Posteriormente se plantea el modelo que debe resolver la economía cerrada y la forma de solución.

3.1 Dinámica de personas

Debido al interés de analizar la inversión en capital humano avanzado como tasa de personas que ingresan a capacitarse en el sistema de educación terciaria es que se reconocen dos grupos de trabajadores:

Trabajadores no capacitados. Corresponden a personas que han terminado la educación escolar (educación secundaria) y que ingresan directamente al mercado como oferta laboral. Se reconoce en el modelo por la letra N (de *non skilled workers*) y representa la cantidad de personas que integran dicho grupo.

Trabajadores capacitados. Corresponden a personas que han completado sus estudios escolares y de educación terciaria y que integran la oferta laboral. Se reconoce en el modelo por la letra S (de *skilled workers*) y representa la cantidad de personas que integran dicho grupo.

Debido a que las habilidades de los trabajadores de los grupos S y N son distintas, su impacto en la producción varía. De este modo es recogido el capital humano dentro de la sociedad a través de reconocer un grupo cuyas habilidades desarrolladas son mayores o distintas.

Para efectos de simplicidad se supone un mercado laboral completo. La totalidad de trabajadores de S y N se encuentran empleados. Este supuesto no significa un supuesto fuerte del modelo debido a que la cesantía es recogida como una disminución en los salarios y por lo tanto en el valor del aporte que cada uno de los distintos tipos de trabajadores hace al sistema productivo.

La inversión en capital humano se ve reflejada en la tasa de ingreso de trabajadores al sistema de educación terciaria para la obtención de las habilidades correspondientes. Debido a que el interés de la presente investigación está puesto en el análisis de la mencionada tasa de inversión y el costo, el capital humano no puede ser tratado como una variable exógena a determinar a partir de niveles de escolaridad u otras como diversos autores lo han tomado. La función de producción, no especificada en la presente sección, debe considerar que el aporte del capital humano debe reflejarse en ella como la presencia de trabajadores capacitados en la educación terciaria.

La acción de ingresar personas al sistema de educación superior se ve materializada en el traslado de individuos del grupo N (no capacitados) a S (capacitados). La inversión realizada no debiese poder ser revertida, dado que el capital humano es inherente a la persona misma, por lo que sus habilidades no pueden ser sustraídas. Una de las limitantes de la dinámica de personas presente en este modelo es que sí puede darse el caso de reversibilidad. Para controlar esto, la función de costo por educación debe a lo menos presentar un costo por reversibilidad. Como propuesta de desarrollo futuro se propone establecer irreversibilidad en la inversión.

La capacitación de personas a través del ingreso de estas al sistema de educación terciario les exige permanecer durante un determinado período de tiempo fuera del mercado laboral para adquirir las capacidades debidas a través de las instituciones específicas. Este efecto se modela como un shock al capital, lo que simplifica el modelo y permite asumir la adquisición de habilidades en un tiempo infinitamente pequeño. Los argumentos de este supuesto son presentados en la sección 3.3.

Finalmente, para lograr modelar la dinámica de las personas debe considerarse que éstas nacen a una determinada tasa y presentan también una tasa de mortandad. Dado que en la presente investigación se desea investigar los efectos de la inversión y sus determinantes en su influencia en el crecimiento económico, solo interesa la modelación de las personas que pertenecen al mercado laboral.

Así, en vez de tasa de natalidad se toma la tasa en que las personas finalizan los estudios escolares e ingresan al mundo laboral como trabajadores no capacitados. η simboliza dicha tasa. A su vez, el interés no está puesto en la tasa de mortandad, sino en la tasa de jubilación, la cual se supone igual para ambos grupos (δ). Al tratarse de una economía cerrada no hay efectos de migración en la población, mecanismo de acumulación de capital humano que no es considerado en este modelo.

En resumen, se tienen dos grupos, N y S, los que están relacionados a través de la tasa de inversión i , la cual indica la cantidad de personas que son retiradas del grupo N e insertadas en S con mayores capacidades, efecto presente en la función de producción. Ambos grupos están sujetos a una tasa de jubilación. La entrada de nuevas personas al mercado laboral al finalizar sus estudios escolares afecta solo al grupo N, dado que estas personas requieren ser ingresadas al sistema de educación terciaria para integrar el grupo S.

Finalmente, la forma que representa la dinámica de las personas está representada en las ecuaciones 3.1 y 3.2.

$$dS_t = (-\delta S_t + i_t) dt \quad (3.1)$$

$$dN_t = (\eta N_t - \delta N_t - i_t) dt \quad (3.2)$$

La tasa de inversión i , que es desconocida y que la solución del modelo a través de programación dinámica indicará los factores que influyen en su determinación, está expresada en una forma general con las siguientes variables: K (capital físico), S (trabajadores capacitados), N (trabajadores no capacitados), X (variable asociada al costo por educación terciaria) y A (tecnología).

Debido a la construcción de las ecuaciones para certificar que el problema tenga solución, las tasas de entrada al mundo laboral y de jubilación actúan como tasas de depreciación, efecto que no influye al estar en régimen el sistema.

3.2 Producción y tecnología

La función de producción hace uso de una serie de factores que inciden en la producción de un único bien *commodity*. Se plantea de una forma general, lo que permite asumir luego la forma específica deseada.

La función de producción en su forma general se denomina Y_t . Los factores y determinantes son: K (capital físico), S (trabajadores capacitados), N (trabajadores no capacitados), X (variable asociada al costo por educación terciaria) y A (tecnología).

Romer (1990), Mankiw et al. (1992), y Barro (2001), al igual que muchos otros autores, incluyen en su modelo de crecimiento económico el capital humano como una variable no discreta que impacta los otros factores de producción. Dado el interés de analizar la inversión en capital humano avanzado como tasa de ingreso a la educación terciaria es que se opta por clasificar a los trabajadores en aquellos con y sin capacitación. De esta forma, el capital humano ingresa a la función de producción como trabajadores capacitados cuya incidencia en el producto es distinta al efecto de aquellos no capacitados. Esto claramente significa una simplificación debido a que los distintos títulos académicos o vocacionales aportan en forma distinta al crecimiento económico. Si bien es una forma muy poco común de tratar el capital humano y que difiere de lo tradicional en la literatura, dicha simplificación permite el estudio de la tasa de inversión.

Acemoglu (1998) muestra el efecto que la tecnología posee en la productividad de los trabajadores y que, dependiendo de la naturaleza de esta, afecta de manera distinta a trabajadores capacitados y no capacitados. Acemoglu (2002) postula el efecto que tiene la tecnología en la abundancia de los factores productivos, y cómo estos guían el desarrollo de determinadas tecnologías a la vez.

Lo óptimo es analizar la tasa de inversión considerando para la tecnología un proceso que pueda presentar correlación con determinadas variables del modelo y un determinado crecimiento hacia ciertos factores. Además debiesen considerarse distintos tipos de desarrollo tecnológico, presentando distintos efectos cada uno sobre los factores de producción, como lo son los trabajadores capacitados y no capacitados. No obstante, la presente investigación asume que la tecnología presenta un proceso estático para obtener así resultados más simples de interpretar y mecanismos de solución más exactos. Si bien es un supuesto fuerte que afecta los resultados, resulta ser una simplificación práctica como acercamiento a los determinantes de la inversión para la solución del modelo con programación dinámica. La ecuación 3.3 presenta el proceso para la tecnología bajo los efectos descritos.

$$dA_t = 0 \quad (3.3)$$

Es importante mencionar que el efecto de la tecnología sobre los factores productivos está dado por la especificación de la función de producción, aspecto abordado en el modelo presentado en la sección 4.

3.3 Dinámica del capital

El capital físico, importante factor de producción, presenta una dinámica que depende de la producción del único bien *commodity*, del consumo y del costo de capacitar personas en el sistema de educación terciaria.

La producción, tal como se mencionó con anterioridad, depende de diversos factores, los que la definen en todo momento. El consumo, que depende del capital físico, trabajadores capacitados, trabajadores no capacitados, los costos de educación

superior y la tecnología, es una variable de decisión del problema de programación dinámica.

Con respecto a los costos de educación, Becker (1993) reconoce dos: el primero, los directos que corresponden a los costos monetarios que perciben los estudiantes y sus familias por el pago de matrícula, materiales, entre otras cosas, y el segundo, los costos indirectos, que corresponden al costo de oportunidad de la persona dada la imposibilidad de desempeñarse en el mundo laboral.

Los costos de matrícula y otros gastos no son modelados debido a que son considerados como transferencia entre agentes. Es importante recordar que se está modelando la economía en su totalidad, y que el consumo corresponde al de todos los agentes. Si bien este dinero no es utilizado para el consumo del estudiante y su familia, sí es utilizado por el sistema de educación terciaria para, por ejemplo, pagar sueldos y otros gastos, lo que genera a su vez consumo.

El costo de oportunidad de trabajar constituye el gran costo del sistema de educación superior para un agente que vela por la utilidad de la sociedad. En este caso se asume que la persona no desempeña labor alguna que le permita percibir una renta durante el período de estudio en el sistema de educación terciaria.

Este último tipo de costo, que es el único modelado en esta investigación por los motivos presentados, se traduce en que la sociedad no cuenta con los trabajadores que están capacitándose como factores de producción durante el período de educación. Caballero y Engel (1999) modelan los costos de cierre por cambio de tecnología de una fábrica como costos de ajuste que golpean al capital. De igual modo, por simplicidad en el modelo sin perder la base teórica correcta, el costo de oportunidad para la economía es modelado como un shock al capital que depende del capital físico, los trabajadores capacitados, los trabajadores no capacitados, una variable estructural asociada al costo de oportunidad económico y la inversión. De esta forma los trabajadores capacitados pasan instantáneamente a formar parte del grupo S y el costo de oportunidad es modelado como un golpe al capital.

La ecuación 3.4 describe la dinámica del capital lograda en el modelo.

$$dK_t = (Y_t - C_t - F_t)dt + \sigma_K K_t dW_K \quad (3.4)$$

La principal variación que presenta el capital corresponde a la diferencia de la producción y el consumo, cuyas variables determinantes ya fueron descritas anteriormente. A esto se le suma el shock debido al costo de oportunidad modelado como un costo de ajuste. Es importante mencionar que la función F presenta una forma convexa con respecto a la inversión; a mayor cantidad de trabajadores capacitándose mayor es el costo unitario del golpe al capital; así se evita que se capacite un gran número de personas, lo que dejaría a la economía sin factor de producción durante un período considerable de tiempo que en el modelo es reducido a un tiempo infinitesimalmente pequeño.

Finalmente se incluye un proceso browniano estándar para incorporar shocks estocásticos al capital representado por la expresión 3.5, donde σ_K es la volatilidad de

los retornos del capital, introduciendo efectos no modelados que sí se presentan en la realidad.

$$\sigma_X K_t dW_X \quad (3.5)$$

Así se puede investigar si la volatilidad del capital constituye un determinante para la inversión y si un cambio en su magnitud afecta en forma determinante la tasa. Es importante recordar que los países desarrollados presentan una volatilidad mayor en los flujos de capital, un efecto altamente investigado por la literatura internacional, como lo hacen, por ejemplo, Broner y Rigobon (2005).

F por lo tanto representa el shock al capital que modela el costo que asume la economía por educar a un número i de personas que no están disponibles en el mercado laboral. Entre las variables que definen F se encuentra X, la cual es un parámetro de largo plazo que distingue una economía de otra a partir de características estructurales como el largo de las carreras y el costo. Otros factores, como las fricciones que presentan determinados mercados, pueden ser absorbidos por dicha variable dependiendo de la forma de calibrar el modelo, lo que constituye un problema como se analiza en la sección 6. La interacción de X con F debe definirse respectivamente. Para el caso general no se presenta una forma funcional determinada. La inclusión de esta variable permite, por ejemplo, absorber posibles comportamientos contra cíclicos de la inversión.

Al ser X una variable que depende de cada economía y que se define a partir de determinados factores, se permite cierta variabilidad de esta. En forma general se propone que dicha variable presente reversión a la media como lo indica la ecuación **iError! No se encuentra el origen de la referencia..** En ésta la variable X revierte al valor χ a una "velocidad" κ .

$$dX_t = \kappa(\chi - X_t)dt + \sigma_X \sqrt{X_t} dW_X \quad (3.6)$$

Para el proceso que gobierna el comportamiento de la variable X podría considerarse correlación entre esta variable y el capital. No obstante por simplicidad ha sido obviado del modelo.

3.4 Maximización de la utilidad

El agente representativo maximiza su utilidad en el tiempo, dependiendo esta del consumo, variable que interactúa con el resto de las dinámicas presentadas. La ecuación 3.7 muestra la maximización de la utilidad en el tiempo.

$$\max \int_T^\infty U_t(t, C_t) dt \quad (3.7)$$

3.5 Modelo completo

Finalmente, las ecuaciones 3.8, 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 y 3.13 presentan el modelo en su totalidad.

$$\max \int_T^{\infty} U_t(t, C_t) dt \quad (3.8)$$

$$\text{s.a.} \quad dK_t = (Y_t - C_t - F_t)dt + \sigma_X K_t dW_X \quad (3.9)$$

$$dS_t = (-\delta S_t + i_t)dt \quad (3.10)$$

$$dN_t = (\eta N_t - \delta N_t - i_t)dt \quad (3.11)$$

$$dX_t = \kappa(\chi - X_t)dt + \sigma_X \sqrt{X_t} dW_X \quad (3.12)$$

$$dA_t = 0 \quad (3.13)$$

3.6 Solución preliminar

El problema planteado se resuelve a través de programación dinámica con las ecuaciones de Hamilton Jacobi Bellman como se especificó con anterioridad.

Esta solución general presenta la siguiente condición de primer orden como primer resultado con respecto a los precios de los activos trabajador calificado y trabajador no calificado: la diferencia entre ambos precios, vale decir, el valor subjetivo del aporte económico que realizan los trabajadores a la economía o el valor presente de los salarios, es igual al costo de convertir el activo trabajador no calificado en el activo trabajador calificado, o lo que es el costo de que un trabajador ingrese al sistema de educación terciaria. La ecuación 3.14 presenta dicha relación, donde P_N corresponde al precio del activo trabajador no calificado, P_S corresponde al precio del activo trabajador calificado y F_f corresponde al costo de capacitar a un trabajador en el sistema de educación terciario.

$$P_S = P_N + F_f \quad (3.14)$$

Expresiones como solución al modelo planteado se pueden obtener pero su forma no ayuda a la intuición con respecto a las variables de interés. Dado esto se presenta en la sección 4 un caso aplicado para el cual se muestra y analiza su solución. No obstante, los resultados pueden ser solicitados al autor³.

³ La solicitud puede ser realizada vía correo electrónico a sparot1@uc.cl

4. Solución para un caso específico

El modelo presentado en la sección anterior corresponde a una versión general cuyas soluciones no permiten un mayor desarrollo ni una interpretación económica de acuerdo con los objetivos de la presente investigación. En esta sección se desarrolla en extenso un caso específico del modelo presentado, con lo que se logra soluciones de alta coherencia económica que permiten conocer los determinantes que definen la inversión en capital humano avanzado.

4.1 Dinámica de personas

La dinámica de las personas en este caso específico se mantiene igual que la versión general. Una descripción en extenso de la dinámica se presenta en la sección 3. Las ecuaciones 4.1 y 4.2 muestran la dinámica de las personas.

$$dS_t = (-\delta S_t + i_t) dt \quad (4.1)$$

$$dN_t = (\eta N_t - \delta N_t - i_t) dt \quad (4.2)$$

N y S corresponden a los grupos de trabajadores no capacitados y capacitados respectivamente. δ corresponde a la tasa de jubilación, la cual actúa como una depreciación de las personas. η corresponde a la tasa de entrada al mercado laboral y solo afecta al grupo de los trabajadores no capacitados ya que al término de la educación escolar las personas no poseen las herramientas que el sistema de educación terciaria entrega. i corresponde a la tasa de inversión a determinar mediante programación dinámica la cual es endógena.

4.2 Producción y tecnología

La función de producción hace uso de una serie de factores que inciden en la producción de un único bien *commodity*. Se supone una función de producción Cobb-Douglas de dos factores, capital físico y trabajo, donde este último factor se presenta como trabajadores capacitados y no capacitados, captando así la inversión en capital humano. La función presenta rendimientos constantes a escala y considera a los factores trabajador capacitado y no capacitado como sustitutos. La ecuación 4.3 presenta la función de producción a utilizar donde Y corresponde a la producción y

está definida por: tecnología⁴ (A), capital físico (K), trabajadores capacitados (S), trabajadores no capacitados (N), elasticidad de sustitución trabajo – capital (α) y elasticidad de sustitución entre los tipos de trabajadores según capacitación (θ).

$$Y_t = A_t K_t^\alpha (S_t^\theta N_t^{1-\theta})^{1-\alpha} \quad (4.3)$$

No obstante Solow (1956) utiliza una función de producción Cobb-Douglas, modelo extendido por Mankiw et al. (1992) integrando capital humano, distintas publicaciones, que tratan trabajadores capacitados y no capacitados y su relación con la tecnología, de los años 90's y del presente decenio asumen otras formas al trabajar con dos grupos de trabajadores. Las principales razones para eso son dos:

El desarrollo tecnológico afecta de manera diferente a los factores de producción. Los avances pueden favorecer la productividad de un factor o reemplazar otro, por lo que reconocer procesos y efectos distintos de tecnologías para trabajadores capacitado y no capacitados es importante.

Los factores trabajadores capacitados y no capacitados no son realmente sustitutos perfectos entre sí. Hay labores que no pueden ser realizadas por trabajadores no capacitados debido a la falta de habilidades. Un simple ejemplo ayuda a comprender este efecto: en la industria de computadores, los ingenieros que diseñan distintos componentes poseen habilidades específicas para realizar dicha tarea. Uno de ellos no es reemplazable por un determinado número de trabajadores no capacitados, debido a que la suma de éstos últimos no posee las habilidades necesarias para desempeñar la tarea.

Con respecto a éste último punto, algunos autores han incluso considerado diferenciación a nivel del capital físico, reconociendo que existe capital físico para el uso de personas con capacitación para el desarrollo de determinados productos y que existe capital físico para el uso de personas no capacitadas.

Acemoglu (1998) considera que la producción total de la economía se compone de la suma de productos que requieren trabajadores capacitados y los que no, distinguiendo la tecnología que afecta a uno y a otro. Gallego (2006) utiliza una función CES para el estudio de la diferencia de salarios entre personas con capacitación y sin capacitación, diferenciando para cada uno el efecto de un tipo distinto de tecnología. La ecuación 4.4 muestra la ecuación CES que permite una mayor flexibilidad en la inclusión de la tecnología.

⁴ Considerada también como TFP; *total factor productivity*. En esta investigación se concibe como tecnología para mayor facilidad en las explicaciones económicas. Fuentes, Larraín y Schmidt-Hebbel (2006) muestran para el caso chileno que parte del crecimiento económico se explica mediante la evolución del TFP. No obstante esto se supone constante la tecnología por razones expresadas en la sección 0.

$$Y = K^\alpha \left[\pi (A_h H)^\frac{\sigma-1}{\sigma} + (1-\pi) (A_l L)^\frac{\sigma-1}{\sigma} \right]^\frac{\sigma}{\sigma-1} \quad (4.4)$$

Donde K corresponde al capital, A_h y A_l son las tecnologías que afectan positivamente a los trabajadores calificados (H) y no calificados (L), π es el parámetro de tecnología, que representa el porcentaje de trabajo realizado por cada uno de los sectores laborales, σ es la elasticidad de sustitución entre trabajadores capacitados y no capacitados, y α es la elasticidad de sustitución entre el capital y los trabajadores.

Es claro que el modelo es más fiel a la realidad al considerar los efectos antes mencionados mediante, por ejemplo, el uso de una función CES para la producción. No obstante se opta por el uso de una función Cobb-Douglas ante lo cual es necesario responder a tres interrogantes: ¿porqué su uso? ¿Son realistas los supuestos que conlleva? ¿Cuáles son sus efectos sobre los resultados? El uso de dicha función en este modelo se debe a que, siendo una función con fundamentos económicos, su simpleza permite lograr resultados de fácil interpretación, lo que facilita comprender de mejor modo los determinantes de la inversión y sus efectos sobre ella en esta investigación que es un primer acercamiento a una óptica no vista antes. Los principales supuestos por sobre una función CES son tres a simple vista: los factores trabajadores capacitados y no capacitados presentan un mayor nivel de sustitución, la tecnología afecta en forma indistinta a ambos factores de producción y que tanto el capital como el trabajo presentan rendimientos constantes a escala. Si bien con estos supuestos se obvian una serie de interacciones, se mantienen otras de gran importancia para la investigación: dos grupos laborales, interacción con el capital, efecto de la tecnología general, inversión en capital humano, entrada y salida de personas del mercado laboral, entre otras. Si bien es cierto que más detalle en el modelo entrega resultados de mayor fidelidad, se deben aceptar ciertas simplificaciones con el fin de lograr resultados de fácil interpretación, sirviendo como primer acercamiento. Finalmente es importante mencionar que los supuestos tomados tienen efectos en los resultados, debido a que éstos no integran los efectos eliminados, no obstante, los resultados y calibraciones presentadas son consistentes con la teoría económica como se verá más adelante, entregando este modelo nociones con respecto a la mecánica de la inversión y sus determinantes.

El uso de la función Cobb-Douglas se debe por lo tanto a la facilidad que otorga para resolver el problema de programación dinámica, sumado a la simpleza de sus resultados. De todas formas, en las extensiones del modelo presentadas en la sección 7 se presenta una extensión del modelo con una función CES para la producción similar a la presentada.

Con respecto al avance tecnológico, también por simplificar los resultados, se supone constante tal como se explicó en la sección 3. La ecuación 4.5 muestra el proceso de la tecnología.

$$dA_t = 0 \quad (4.5)$$

4.3 Dinámica del capital

Tal como en el caso general presentado en la sección 3, la dinámica del capital está determinada por la producción, el consumo, el shock al capital producto de los costos de oportunidad de capacitar trabajadores en el sistema de educación superior y un factor correspondiente a un proceso browniano estándar.

Con respecto a los costos por capacitación de personas en el sistema de educación terciaria, la ecuación 4.6 muestra la forma de dicha función.

$$F_t = X \cdot \left(\frac{i_t}{N_t + S_t} \right)^2 \quad (4.6)$$

Hay una serie de aspectos con respecto a la forma de la ecuación que es necesario analizar para comprender el significado de la variable X, que representa un parámetro estructural de cada economía al largo plazo.

La convexidad de la ecuación 4.6 permite representar el efecto que en caso de observarse tasas extremadamente altas de capacitación, el mercado queda durante un período de tiempo con muy poca fuerza laboral, lo que implica un mayor costo. Además, la convexidad propuesta mediante el cuadrado de la proporción de la población que es educada permite controlar la reversibilidad que presenta el modelo con respecto a la tasa de inversión, significando un costo pasar trabajadores capacitados a no capacitados. Si bien esto último no convierte el modelo en uno que considere irreversibilidad, sí ayuda a su control: tasas negativas deben asumir un costo, lo que puede interpretarse como migración de trabajadores no capacitados, efecto que si bien no modifica el stock total de trabajadores sí afecta la proporción.

Otro aspecto importante es que la convexidad no está solamente sobre la tasa de inversión, sino que sobre la proporción que representa la inversión del stock total de trabajadores. Esta definición permite diferenciar el efecto sobre dos economías iguales en todos sus parámetros a excepción en el stock total de trabajadores. Una determinada tasa i es más significativa en costo para la economía más pequeña que para la economía mayor.

Como se indicó en la sección 3, X constituye una variable que permite diferenciar el comportamiento del costo de capital que guarda relación con el costo de oportunidad. De esta forma, las distintas economías presentan un factor X distinto el cual está relacionado con los años de estudio y el salario, además de otros factores dependiendo de la economía⁵. La ecuación 4.7 muestra el proceso establecido para X que permite flexibilidad.

⁵ Dos países debiesen presentar distinto X debido principalmente al salario dejado de percibir por parte del alumnado, en el sentido que refleja la productividad que la sociedad pierde por tener dicho individuo en el sistema de educación terciaria, y el tiempo promedio que duran los programas de educación terciaria. Sumado a esto, otros factores pueden afectar el costo, como por ejemplo, un menor desarrollo de los

$$dX = \kappa(\gamma - X)dt + \sigma_X \sqrt{X} dW_X \quad (4.7)$$

Es importante destacar que X no representa el costo de oportunidad per cápita o por cada individuo estudiando, debido a la forma. Si representa, como se ha dicho, un determinante en el costo de oportunidad y por lo tanto en el shock de capital.

Finalmente, la ecuación 4.8 presenta la dinámica del capital donde C corresponde al consumo.

$$dK_t = \left(A_t K_t^\alpha (S_t^\theta N_t^{1-\theta})^{1-\alpha} - C_t - \dot{X}_t^2 \right) dt + \sigma_X K_t dW_X \quad (4.8)$$

4.4 Maximización de la utilidad

El agente representativo maximiza su utilidad en el tiempo, dependiendo esta del consumo, variable que interactúa con el resto de las dinámicas presentadas.

La forma de la utilidad a trabajar corresponde a una función CRRA (*Constant Relative Risk Aversion*, o aversión relativa al riesgo constante), la que permite incorporar aversión al riesgo al agente representativo. La ecuación 4.9 presenta dicha forma, donde γ corresponde al factor de aversión al riesgo. Si γ tiende a uno entonces el agente es infinitamente adverso al riesgo, priorizando el consumo inmediato. Si γ tiende a cero entonces el agente no presenta aversión al riesgo y no aplica factor de descuento alguno al consumo futuro.

$$U_t = \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} \quad (4.9)$$

La maximización de la utilidad queda caracterizada por la expresión 4.10.

$$\max \int_t^\infty \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} dt \quad (4.10)$$

mercados de capitales, siendo costoso para la economía lograr financiamiento para los individuos lo que implica mayor dificultad de lograr mayores tasas de inversión. Este último efecto ingresa ruido a la variable al momento de calibrar, lo que constituye un problema como se explicará más adelante.

4.5 Modelo

Finalmente, las ecuaciones 4.11, 4.12, 4.13, 4.14, 4.15 y 4.16 presentan el modelo en su totalidad. Para reflejar la variación en el tiempo de las variables éstas se reconocen con el subíndice t.

$$\max \int_T^{\infty} \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} dt \quad (4.11)$$

$$\text{s. a.} \quad dK_t = \left(A_t K_t^{\alpha} (S_t^{\theta} N_t^{1-\theta})^{1-\alpha} - C_t - X \left(\frac{i_t}{N_t + S_t} \right)^2 \right) dt + \sigma_X K_t dW_X \quad (4.12)$$

$$dS_t = (-\delta S_t + i_t) dt \quad (4.13)$$

$$dN_t = (-\eta N_t - \delta N_t - i_t) dt \quad (4.14)$$

$$dX = \kappa(\chi - X) dt + \sigma_X \sqrt{X} dW_X \quad (4.15)$$

$$dA_t = 0 \quad (4.16)$$

El modelo a resolver presenta los siguientes supuestos con respecto al modelo general descrito en la sección anterior:

La función de utilidad es de la forma CRRA, que presenta aversión al riesgo.

La función de productividad es tipo Cobb-Douglas.

Los costos por año de estudio con convexos (cuadrático a la proporción de la población a educar).

4.6 Solución

Al igual que el modelo general presentado en la sección 3, el problema presentado se resuelve a través de programación dinámica con las ecuaciones de Hamilton Jacobi Bellman. Una solución primera corresponde a la siguiente condición de primer orden respecto a los precios de los activos trabajador calificado y trabajador no calificado: la diferencia entre ambos precios, vale decir, el valor subjetivo del aporte económico que realizan los trabajadores a la economía o valor presente de los salarios, es igual al costo de convertir el activo trabajador no calificado en el activo trabajador calificado, o lo que es el costo de que un trabajador ingrese al sistema de educación terciaria. La ecuación 4.17 presenta dicha relación, donde P_N corresponde al precio del activo

trabajador no calificado, P_S corresponde al precio del activo trabajador calificado y F_f corresponde al costo de capacitar a un trabajador en el sistema de educación terciario.

$$P_S = P_N + F_i \quad (4.17)$$

Para este caso particular, y la obtención de resultados que cumplan con los objetivos de la presente investigación, se debió realizar además una expansión asintótica en torno al capital en la función de producción producto de la imposibilidad de encontrar una solución cerrada para la función de valor. La expansión desarrollada consiste en hacer tender el peso del capital a uno, lo que permite obtener aproximaciones y resultados al problema. De esta forma se logra una solución cerrada.

Lo anterior limita los resultados a bajos valores de $(1-\alpha)$, lo cual claramente es una limitante del modelo. No obstante, esta es la única forma encontrada hasta el momento para dar solución al problema presentado. Debido a este supuesto las soluciones y calibración presentan un mejor comportamiento en cuanto a la fidelidad de los resultados para países en que el capital presenta un mayor peso, y el trabajo y capital humano uno menor, efecto observado en países de menor nivel de desarrollo según puede apreciarse en los resultados de Mankiw et al. (1992) para el modelo de Solow (1956). El detalle de la solución puede ser solicitado al autor⁶.

Para una mejor presentación de los resultados, se define la variable B , la cual recoge el efecto de la aversión al riesgo y la volatilidad del capital, la cual es definida por la ecuación 4.18.

$$B = \frac{\gamma}{\beta - (1-\gamma)A + \gamma(1-\gamma)\frac{\sigma_K^2}{2}} \quad (4.18)$$

Donde β corresponde a la tasa de impaciencia del agente, γ al parámetro relacionado a la aversión al riesgo en la función de utilidad CRRA, σ_K a la volatilidad de los retornos del capital y A a la tecnología.

Para facilitar el análisis se define también la variable z , la cual indica el porcentaje del stock de trabajadores que están capacitados como se muestra en la ecuación 4.9. Esta variable recibe el nombre de porcentaje de trabajadores capacitados o proporción de trabajadores capacitados.

$$z = \frac{S}{N+S} \quad (4.19)$$

Los resultados y su análisis respectivo se presenta en la sección 5.

⁶ La solicitud puede ser realizada vía correo electrónico a sparot1@uc.cl

5. Análisis económico de los resultados

En esta sección se presentan los resultados y se analizan sus alcances económicos. También se explota el modelo para obtener otros indicadores a partir de los resultados. Los análisis económicos son realizados para la tasa de inversión, salarios y precios. La tasa de interés se obvia dados los objetivos de la presente investigación y la dificultad de interpretación que presenta la expresión lograda.

5.1 Consideraciones preliminares

La expansión asintótica realizada para obtener la solución presentada acota el buen comportamiento de los resultados para economías que presentan una alta elasticidad del capital con respecto al trabajo. Mankiw et al. (1992) muestra que los países del OECD presentan un α menor que un grupo más amplio que incluye países no desarrollados. A partir de esto se intuye que a mayor desarrollo las economías presentan un menor α , por lo que los resultados del presente modelo debiesen presentar un mejor comportamiento con economías no desarrolladas.

El modelo de equilibrio general supone un correcto funcionamiento del mercado laboral y otros factores que permiten a la economía un mejor desarrollo. Lo anterior no es del todo cierto para las economías que no pertenecen a la OECD, y que por lo tanto presentan un nivel de desarrollo económico menor que el grupo mencionado, como intuyen Spilimbergo y Sakellaris (2000):

This striking divergence in pattern cannot be accounted for fully by disparities in the level or inequality of income and, likely, points to the importance of institutions, hard as they may be to quantify, in explaining the cyclical properties of higher education. OECD countries have better- developed financial systems, lower aggregate output volatility, and, perhaps, better higher education systems compared to the rest of the countries in our sample. They may also have better-functioning labor markets allowing an easier transition to (and from) work and, thus, making the (effective) opportunity cost to education more pronounced and more cyclical.

Los países en vías de desarrollo pueden presentar tasas de inversión sub óptimas debido a problemas estructurales de sus economías que no permiten un correcto flujo de trabajadores al sistema de educación terciaria. En la sección 6 se argumenta que el valor de X no se encuentra influenciado únicamente por el salario y tiempo de estudio, que componen el costo de oportunidad, sino también por imperfecciones de los mercados que implican una mayor dificultad a la hora de aumentar la tasa de inversión en dichas economías.

En lo que respecta a la interpretación de los resultados y el análisis económico, es importante analizar el comportamiento del factor B , ya que ciertas variables influyen

en la inversión, salarios y precios a través de esta variable. La ecuación 5.1 presenta la expresión para B.

$$B = \frac{\gamma}{\beta - (1 - \gamma)A + \gamma(1 - \gamma)\frac{\sigma_K^2}{2}} \quad (5.1)$$

Debido a que los precios presentados para los activos trabajador capacitado y no capacitado deben ser siempre positivos, es que B debe serlo también, por razones explicadas en la sección 5.3. Dado que γ es siempre positivo, la condición indicada exige que el denominador de B sea siempre positivo, por lo tanto que se cumpla la relación 5.2.

$$(1 - \gamma)A < \beta + \gamma(1 - \gamma)\frac{\sigma_K^2}{2} \quad (5.2)$$

Una segunda condición para la consistencia de los resultados es que $B\delta$ debe ser menor a uno como se verá más adelante.

Para analizar el efecto de la tecnología y la volatilidad de los retornos del capital sobre B deben diferenciarse dos casos: γ mayor y menor que uno. El primer caso no permite análisis debido que depende del valor de la tecnología. El último sí y se presenta a continuación.

De la ecuación 5.1 se puede desprender que el factor en cuestión disminuye ante un aumento en la volatilidad del capital debido a que la $\gamma(1 - \gamma)$ es siempre positivo dada la restricción de γ . B aumenta al aumentar A, vale decir, la tecnología, debido a que $(1 - \gamma)$ es siempre positivo. El efecto de γ sobre B es incierto dado que depende de la magnitud de A y Beta.

5.2 Inversión óptima

De la solución presentada en la sección 4, la tasa óptima de inversión queda representada por la ecuación 5.3. La ecuación 5.4 presenta la inversión en función de z, vale decir, en función de la proporción entre el stock de trabajadores capacitados y el stock total de trabajadores.

$$i = \frac{ABK(N + S)^2(1 - \alpha)(N\theta + S(1 - \theta))}{2NSX} \quad (5.3)$$

$$i = \frac{ABKS(1 - \alpha)(\theta - z)}{2X(1 - z)z^2} \quad (5.4)$$

El signo de la expresión está determinado por $(\theta - z)$, lo que sugiere la existencia de un porcentaje objetivo de trabajadores capacitados de largo plazo, la cual depende de θ (de ahora en adelante se denominará "proporción objetivo de largo plazo"). En la sección 6 se observa que la proporción objetivo de corto plazo corresponde a un ajuste y la de largo plazo θ . Cuando z supera θ la inversión se torna negativa. Dado que la inversión en capital humano no es reversible, por ser las habilidades desarrolladas inherentes a la persona, la tasa de inversión en la realidad no debiese tomar valores negativos. Una tasa negativa indica que hay un sobre stock de trabajadores capacitados para los requerimientos de la economía. Los costos convexos certifican que la reversibilidad tenga costo, por lo que la inversión no es recuperable controlando de cierto modo la reversibilidad del modelo. La tasa negativa puede ser interpretada en este caso como la necesidad de trabajadores no capacitados, y por lo tanto la migración de trabajadores a un determinado costo (lo que no implica en el caso del modelo un aumento del stock sino una modificación de la proporción). No obstante lo óptimo sería que el modelo entregase una tasa de inversión de cero al haber un sobre stock, aspecto propuesto como desarrollo futuro en la sección 7.

La inversión presenta consistencia en los valores extremos de z . Al ser z cero, la tasa se dispara asintóticamente a infinito al intentar el modelo generar masa crítica de trabajadores capacitados. Al tomar z el valor de uno, la tasa se dispara asintóticamente a menos infinito, al intentar obtener trabajadores no capacitados según los requerimientos de la economía. Por lo tanto, al extremarse los valores de z el modelo reacciona naturalmente con grandes tasas de inversión o desinversión con el objetivo de acercarse rápidamente a la proporción objetivo que permite obtener un crecimiento económico óptimo.

El efecto de la población total es más fácil de analizar en la ecuación 5.3. La expresión $(N+S)^2$ indica que a mayor población total mayor es la inversión, debido principalmente a que la proporción objetivo indica la participación de los grupos y no la cantidad.

Con respecto al capital, un aumento de éste genera un aumento en la tasa de inversión. Al aumentar el capital físico, disminuye la productividad marginal de éste (*ceteris paribus*), por lo que se aumenta la inversión para aumentar la cantidad del factor trabajador capacitado.

Al aumentar el parámetro de la tecnología aumenta la inversión a través de la presencia de A en la inversión y además porque aumenta B , factor que repercute positivamente en la inversión. Esto no se da en caso de presenciarse un sobre stock, situación en la cual la tasa de inversión es negativa. Países con mayor desarrollo tecnológico debiesen presentar mayores tasas de inversión en comparación con uno de iguales características estructurales a excepción de la tecnología. Esto se debe a que a mayor tecnología mayor es la productividad del trabajo. Este análisis es solo válido para valores de γ menores que uno.

La variable X presenta una asociación directa con el costo de oportunidad de estudiar (y otros factores analizados anteriormente), principal costo de la economía en la inversión en capital humano avanzado (inversión en educación terciaria). Un aumento en X , dada la forma asumida de la función de costo, implica un mayor costo de oportunidad y por lo tanto una menor inversión si se mantienen el resto de las variables constantes (*ceteris paribus*). La lógica económica detrás de esto responde a

que a mayor costo para transformar una unidad del activo N a una unidad del activo S, con el objetivo de rentabilizar la inversión, mayor es la productividad que debe exigírsele. Dado que la productividad marginal se mantiene constante, la tasa de inversión disminuye con el objetivo de no aumentar en la magnitud original N y lograr una mayor productividad marginal de cada unidad.

Como la variable X depende, entre otras cosas, de los años de estudios, a mayor longitud de las carreras de educación terciaria, menor será la tasa de inversión al significar la educación un mayor costo y por lo tanto mayor shock al capital. En términos generales, si se tienen dos economías idénticamente iguales y una de ellas logra reducir el tiempo promedio en el sistema de educación terciaria inyectando iguales habilidades a sus trabajadores verá aumentada la tasa de inversión: la productividad marginal de N se mantiene pero su costo disminuye, por lo que la inversión se rentabiliza aún más y la tasa de inversión crece.

La forma presentada por la inversión y el efecto de X permite comprender un caso histórico relacionado con el efecto del desempleo en la inversión: la beca para cursar postgrados para desempleados ofrecida por el Ministerio de Educación de España (2009). La educación terciaria de un desempleado en una economía no implica costo de oportunidad alguno, puesto que de todas formas no podría trabajar. El efecto de X en la inversión explica económicamente dicha política pública.

En forma más general, el efecto de X indica que la inversión en capital humano puede presentar un efecto contra cíclico. Si bien no se ha determinado la magnitud en que el costo de oportunidad y ciertas fricciones de los mercados afectan a X, si se sabe la dirección en que lo determinan. En períodos de crisis, la tasa de desempleo aumenta y los salarios caen, por lo que se espera que la tasa de inversión aumente efecto de una disminución en el costo de oportunidad, como sucede en el caso de España (Ministerio de Educación de España, 2009). Como se ha mencionado anteriormente, Spilimbergo y Sakellaris (2000) analizan la migración de estudiantes extranjeros a universidades de Estados Unidos en relación a los ciclos económicos. Con respecto a esto, los autores mencionan que los países de la OECD presentan un comportamiento contra cíclico, no obstante los países no desarrollados no manifiestan dicho efecto debido. Esto último es atribuido a que los países de la OECD poseen sistemas financieros más desarrollados y mercados laborales más perfectos, mientras que el resto de las economías presenta fallas estructurales que no permiten a los trabajadores aprovechar las bajas en el costo de oportunidad lo que genera otros costos que se asocian a X (fricciones de mercados).

Otro de los beneficios de la variable X en la modelación, es que permite un efecto contra cíclico en la inversión. En los modelos de equilibrio general dinámicos y estocásticos se asocia los cambios en los ciclos económicos a las variaciones en el capital físico de una economía y este caso no es la excepción. En períodos de contracción económica el costo de oportunidad debe bajar, lo que se traduce en una disminución de la variable X, golpeando positivamente la inversión. El efecto total dependerá de la magnitud de la disminución de X y del capital físico.

El efecto de los coeficientes α y σ presenta lógica económica. A mayor σ la tasa de inversión aumenta, debido a que la expresión σ también lo hace: aumentar la elasticidad del factor trabajador capacitado implica, *ceteris paribus*, un mayor aporte económico de los trabajadores calificados. Esto aumenta la proporción objetivo y por

lo tanto la inversión. Dicho efecto se ve intensificado ante un mayor aporte general de los trabajadores a la economía con respecto al capital, efecto que se refleja en un aumento de $1-\alpha$.

Esto último concuerda con la evidencia internacional. Mankiw et al. (1992) estiman el modelo de Solow (1956) para distintos grupos de países. Si bien en dicho modelo no se considera diferencia entre trabajadores calificados y no calificados, sus coeficientes sirven como acercamiento a la realidad. Destacan dos calibraciones: una para el grupo de países que componen a la fecha la OECD, en su mayoría economías desarrolladas, que arrojaron un α de 0,36, mientras que la calibración para un grupo de 98 economías, en su mayoría países sub desarrollados, la calibración arrojó un α de 0,6. El modelo presentado predice que a mayor $(1 - \alpha)$ mayor inversión. Como indican los autores recién mencionados, puede postularse que a mayor nivel de desarrollo mayor $(1 - \alpha)$, lo que es consistente con la evidencia presentada en la sección 2 donde se observa que los países relacionados con la OECD ante mayor desarrollo mayores tasas de inversión.

El siguiente razonamiento es válido para valores de γ menores que uno. La aversión al riesgo posee un efecto indeterminado, debido a que la magnitud y sentido de su impacto en B depende de otros factores. La volatilidad impacta en forma negativa a la inversión. A mayor volatilidad menor es el factor B, y por lo tanto menor es la inversión. La lógica detrás es que los países no desarrollados presentan una mayor volatilidad en sus flujos de capital (Broner y Rigobon, 2005), lo que aumenta la incertidumbre de invertir en un activo cuya inversión no es reversible, por lo que el stock queda independiente de la situación económica.

Finalmente, es importante reconocer que la tasa de inversión óptima está sujeta a factores que varían en el tiempo, por lo que dependiendo del camino seguido por los factores es la determinación de la dinámica de dicha tasa.

5.3 Precios

De la solución presentada en la sección 4, los precios de los activos trabajador capacitado y no capacitado quedan representados por la ecuación 5.5 y 5.6 respectivamente. La consistencia económica de las expresiones como se explica a continuación validan en parte los resultados del modelo.

$$P_S = \frac{ABK(1-\alpha)\theta}{S} \quad (5.5)$$

$$P_N = \frac{ABK(1-\alpha)(1-\theta)}{N} \quad (5.6)$$

Los precios presentados son consistentes en signo mientras el factor B sea positivo, lo que introduce una restricción es este último. El análisis del efecto de distintas variables sobre los precios presentado a continuación es realizado *ceteris paribus* con respecto a las demás.

El stock de trabajadores capacitados y no capacitados afecta los precios de los activos respectivos. Un aumento en el stock implica una disminución de los precios debido a que la productividad marginal se reduce; similar a aumentar la oferta de dicho activo.

La tecnología posee un efecto positivo en los precios de los activos al aumentar la productividad marginal de estos (análisis sujeto al comportamiento de B).

La variable X no posee efecto en los precios, aspecto lógico debido a que los precios de los activos son estimados una vez que la inversión ya fue realizada.

Los coeficientes α y θ afectan también los precios. Para el caso del primero, un aumento de la expresión $(1 - \alpha)$ produce un aumento en la productividad marginal de ambos activos por sobre el capital, y por lo tanto, un aumento en los precios. θ afecta en forma distinta a ambos precios, debido a que refleja el peso en el aporte económico de ambos factores de producción en forma inversa. Un aumento de θ aumenta el precio del activo trabajador capacitado al elevar su productividad marginal. Al contrario, un aumento de θ produce una disminución del precio del activo trabajador no capacitado al disminuir su productividad marginal frente al factor de producción trabajador capacitado.

Con respecto al efecto de la aversión al riesgo y la volatilidad sus impactos vienen dado por el impacto de B en los precios. Tanto para el precio del activo trabajador capacitado como para el precio del activo trabajador no capacitado, un aumento en B produce un alza en los precios. De aquí se desprende que un aumento en la volatilidad de los retornos del capital produce una disminución en los precios: se aumenta la incertidumbre, esto sujeto a que γ sea menor que uno, de lo contrario el efecto es incierto

Es importante destacar que la dependencia de los precios de factores que modifican sus valores en el tiempo hace que los primeros presenten variación.

5.4 Salarios

De la solución presentada en la sección 4, los salarios están representados por la expresiones de las ecuaciones 5.7 y 5.8 para trabajadores capacitados y no capacitados respectivamente. Al igual que los precios, la consistencia económica de los resultados valida en parte el modelo.

$$w_S = \frac{AK(1-\alpha)(1-B\delta)\theta}{S} \quad (5.7)$$

$$w_N = \frac{AK(1-\alpha)(1-B(\delta-\eta))(1-\theta)}{N} \quad (5.8)$$

Los salarios corresponden a los dividendos pagados por los activos trabajadores no calificados y trabajadores calificados. En estricto rigor corresponde al dividendo porcentual del precio por este último. Por lo tanto, los precios presentados

anteriormente corresponden al valor presente de los pagos de dividendos de los activos, es decir, los salarios.

Para que los salarios sean consistentes, estos deben ser positivos, por lo que $B\delta$ debe ser menor que uno, lo que ingresa una nueva restricción al factor B para tener en cuenta.

Los efectos de distintas variables que presentan los salarios son similares a los que presentan los precios, debido a la relación existente entre ellos. El análisis se hace *ceteris paribus* con respecto al resto de las variables.

Un aumento en los stocks disminuye los respectivos salarios producto de una disminución de la productividad marginal de los factores.

En lo que respecta a la tecnología, un aumento de ésta produce un aumento en los salarios al aumentarse la productividad marginal de los factores. No obstante lo anterior, la tecnología también posee un efecto a través de la variable B, por lo que las magnitudes dependen de los valores específicos.

Al igual que en los precios, X no posee incidencia alguna en los salario debido a que la decisión de educar ya fue tomada.

Los coeficientes también afectan de igual manera los salarios que a los precios. Ante un aumento de $(1 - \alpha)$ los salarios crecen al subir la productividad del trabajo. El efecto de θ es distinto para ambos salarios. Un aumento en θ produce un aumento en el salario de los trabajadores capacitados al aumentar su productividad marginal en comparación con los trabajadores no capacitados. Dicho aumento produce una disminución en los salarios de los trabajadores no capacitados al disminuir su productividad marginal en comparación con los trabajadores capacitados. Ambos efectos se deben al peso que poseen en la producción ambos tipos de trabajadores.

A diferencia de la tasa de inversión y los precios, los salarios se ven afectados por la tasa de entrada al mercado laboral y la tasa de jubilación. El salario de un trabajador capacitado se ve afectado por la tasa de jubilación (o de depreciación); al aumentar esta tasa disminuye el salario. El salario de un trabajador no capacitado se ve afectado por la diferencia entre la tasa de jubilación y entrada al mercado laboral, lo que es la tasa neta de depreciación, la que al aumentar produce una disminución en el salario.

Finalmente, es importante mencionar que los salarios presentan variabilidad en el tiempo debido a que dependen de factores que van modificando sus valores.

5.5 Retorno esperado de la inversión

El retorno esperado de la inversión corresponde a la diferencia en los retornos de los precios de los activos trabajador calificado y trabajador no calificado. La ecuación 5.9 muestra dicho retorno.

$$\text{Retorno Esperado} = E\left(\frac{dP_S}{P_S} - \frac{dP_N}{P_N}\right) \quad (5.9)$$

En la sección 12 se presenta el desarrollo del retorno esperado en base a distintas aproximaciones y la aplicación de Itô. La ecuación 5.10 muestra la relación que presenta el retorno esperado de la inversión.

$$E\left(\frac{dP_S}{P_S} - \frac{dP_N}{P_N}\right) = \left(\eta - \frac{i}{N} - \frac{i}{S}\right)dt = \left(\eta - i\left(\frac{S+N}{SN}\right)\right)dt \quad (5.10)$$

Este indicador puede asociarse al *skill premia* (no lo es propiamente tal) ampliamente estudiado en la literatura.

De la ecuación 5.10 se desprende que el retorno esperado está influido por la inversión, el stock de trabajadores y la tasa de ingreso al mercado laboral. Un aumento en la inversión implica un aumento en la oferta de trabajadores calificados, lo que impacta negativamente su productividad y por lo tanto su precio, reduciendo su retorno. Por otro lado, un aumento en la tasa de entrada al mercado laboral implica un aumento en el retorno de la inversión, puesto que esta tasa implica un aumento en el stock de trabajadores no calificados y por lo tanto una disminución de su productividad y precio.

5.6 Dinámica de la proporción de trabajadores

El análisis del comportamiento de la variable z reviste importancia debido a que permite analizar, entre otras cosas, la existencia de una proporción objetivo de largo y corto plazo, la relación de z y los determinantes de la inversión y la dinámica de dicha variable.

Para conocer la dinámica de z se construye el Itô para la razón de trabajadores z . Los cálculos están disponibles a petición⁷. La ecuación 5.11 muestra el cambio esperado en la razón de z , el cual corresponde a la tasa de variación del porcentaje de trabajadores capacitados. La ecuación 5.12 presenta el cambio esperado en la razón de z en función de la inversión, expresión más intuitiva.

⁷ La solicitud puede ser realizada vía correo electrónico a sparot1@uc.cl

$$\text{Cambio esperado } dt = \left(-(1-z)z\eta + \left(\frac{ABK(1-\alpha)(\theta-z)}{2X(1-z)z} \right) \right) dt \quad (5.11)$$

$$\text{Cambio esperado } dt = \left(-(1-z)z\eta + \frac{iz}{S} \right) dt \quad (5.12)$$

De forma más intuitiva, el cambio esperado en la razón de z puede ser entendido como la esperanza de una variación de z infinitesimal. La ecuación 5.13 presenta este enfoque útil para entender este concepto.

$$E[dz] \approx z_{t+1} - z_t \quad (5.13)$$

El cambio esperado en la razón de z presenta dos determinantes relevantes. El término $-(1-z)z\eta$ representa el efecto del ingreso de trabajadores no capacitados al mercado laboral, aumentando el stock y por lo tanto disminuyendo la proporción. El segundo término que determina el cambio esperado en la razón de z corresponde a la tasa de inversión ajustada por z/S . Por lo tanto la expresión obtenida muestra el cambio está gobernado por la tasa natural de entrada al mercado laboral de trabajadores no capacitados y la tasa de inversión. Dependiendo de estos factores es el comportamiento de la razón de trabajadores.

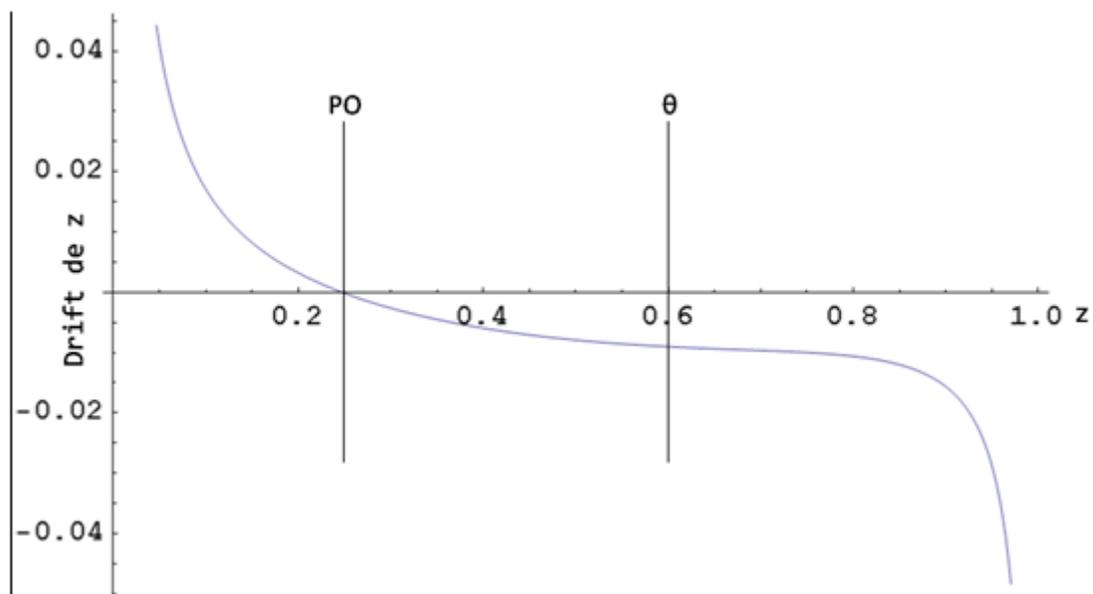
De la ecuación 5.11 se deriva la existencia de dos proporciones objetivo: una de corto plazo, menor que θ , y otra de largo plazo, θ . La primera corresponde a aquella que entrega un cambio esperado en la razón de z de cero, presentando *ceteris paribus* una reversión a esta.

Lo anterior se comprende de mejor modo mediante un análisis *ceteris paribus*. La Figura 5-1 presenta el perfil de z para una economía tipo. En ella se muestra la evolución del cambio esperado en la razón de z (eje vertical) para distintos valores de z (eje horizontal) para un set de parámetros dado dependiendo de la economía. Este tipo de gráfico se denomina en esta investigación "perfil de z ". En él se aprecia la existencia de la proporción objetivo de corto plazo, la cual es menor que θ que en el caso de la economía modelada es 0,6.

En el segmento en que la proporción z es menor que la proporción objetivo, el efecto de la inversión en el cambio esperado en la razón de z es mayor que el efecto de la tasa de entrada al mercado laboral. En el segmento entre la proporción objetivo y θ el efecto de la tasa de entrada es mayor que el efecto de la inversión, debido a que esta última disminuye progresivamente hasta $z = \theta$. Para valores de z mayores que θ la tasa de inversión es negativa según el modelo, por lo que el cambio esperado en la razón de z toma valores negativos también queriendo revertir a la proporción objetivo de corto plazo.

Figura 5-1. Perfil de z para una economía tipo. PO corresponde a la proporción objetivo. El eje horizontal corresponde a z y el eje vertical al cambio esperado en la razón de z . Los

valores son solo referenciales y corresponden a una de las calibraciones realizadas en la presente investigación (no necesariamente las presentadas). Fuente: elaboración propia.



La distinción entre la proporción objetivo de largo y corto plazo se debe a que el perfil de z presentado corresponde a un análisis *ceteris paribus*. En la realidad los estados de la economía varían, presentando variaciones también el perfil de z . Como se analizará en la calibración, el perfil de z presenta una dinámica determinada con respecto a la variación de distintos determinantes de la inversión que sugiere la existencia de una proporción de largo plazo, distinta a la de corto plazo, correspondiente a θ .

6. Calibración

El tipo de modelo utilizado en la presente investigación permite, al ser calibrado, tres análisis empíricos: la evolución en el tiempo de una economía, un *cross section* entre países o analizar las diferencias que presentan dos economías tipo. Debido a la ausencia de datos consistentes y comparables para distintos países en desarrollo y durante una ventana de tiempo suficientemente larga, se opta en la presente investigación por calibrar el modelo para una economía tipo. En esta sección se presenta una revisión de las principales fuentes de datos, la caracterización de las dos economías tipo y finalmente los resultados y reflexiones derivadas de la calibración.

6.1 Datos

Dos son las principales fuentes de datos históricos con respecto a las tasas de graduación y composición educativa de la fuerza laboral de las economías mundiales: OECD y UNESCO.

Los datos presentados por la OECD (2009b) comprenden las proporciones en distintos grupos etarios de trabajadores con educación terciaria y las tasas de graduación para los países miembros de la OECD y otros asociados. Para aquellos desarrollados, se encuentra información anual desde 1995 o 1998, con ciertas excepciones. Para el resto solo ciertos años.

Los datos presentados por UNESCO (2009) comprenden, entre otras cosas, las tasas de graduación de educación terciaria para la mayoría de las economías mundiales, pero las series están incompletas habiendo información de ciertos años para distintas economías. De igual modo la información está disponible desde 1999.

Ciertos países presentan más información, pero aquellos en vías de desarrollo carecen muchas veces de mecanismos eficientes de recolección y homologación. La información puede existir pero se requiere de un extenso trabajo para crear una base de datos común.

El panorama descrito no permite hacer un análisis de una economía no desarrollada en el tiempo, debido a la falta de datos. De igual forma, la inexistencia de datos consistentes y comparables para una determinada ventana de tiempo y varios países no permite un análisis *cross section*. Contar con una base de datos completa permitiría en un futuro realizar los análisis mencionados.

Es por esta razón que en la presente investigación se analizan los resultados del modelo para dos economías tipo: una desarrollada y otra sub desarrollada. Los parámetros del modelo son determinados a partir de observaciones de economías reales. El propósito de la calibración es analizar la magnitud de los efectos de los determinantes en la inversión y el progreso de la composición laboral de la economía.

Debido a que las economías modeladas son ficticias, los parámetros no tienen que corresponder necesariamente a un determinado país, sino más bien deben responder a características generales del tipo de economía modelada.

6.2 Caracterización de la economía modelo

La economía modelada corresponde a una no desarrollada. Al ser economías tipo se permite cierta flexibilidad en los valores de los parámetros: se buscan por lo tanto magnitudes consistentes con la clasificación de cada uno de los países.

El objetivo de la calibración es revisar el comportamiento del modelo a la luz de datos reales y complementar los análisis de la inversión, sus determinantes, el costo de oportunidad derivado del estudio y el perfil de z realizados anteriormente. Para esto se presentarán los parámetros de la calibración, comportamiento del modelo y sensibilización de distintos determinantes de la inversión contrastando el efecto en el perfil de z .

Para la estimación de gran parte de los datos se utilizaron los datos de Chile para el año 1998 en moneda local del año 1996. Esto último se debe a que el modelo opera con valor real del dinero producto que el interés está en el consumo real.

Para la determinación de los parámetros capital físico, tecnología, proporción de trabajadores con título terciario, tasa de inversión y de jubilación, e ingreso al mercado laboral se consideraron distintas bases de datos (OECD, 2009b) (UNESCO, 2009) (Banco Central de Chile, 2009) (INE, 2009) (Fuentes, Larraín y Schmidt-Hebbel, 2006). Otros parámetros son fijados a partir de valores propuestos por la literatura y observaciones generales del comportamiento de los países desarrollados y no desarrollados de la OECD (2009b). En la sección 13 se presenta la forma de obtener los parámetros de la economía tipo con más detalle.

En la sección 13 se presentan además cuatro casos de calibración para dos valores de γ y distintas formas de estimar la tecnología de la función de producción. Los resultados y análisis presentados corresponden al caso tres desarrollado en la mencionada sección.

La Tabla 6-1 presenta la caracterización de la economía.

Tabla 6-1. Caracterización economía tipo. Se presentan los parámetros que caracteriza a la economía tipo no desarrollada. Fuente: elaboración propia a partir de diversas fuentes.

	Economía no desarrollada
Características poblacionales	
η : tasa de entrada al mercado laboral	0,0376
δ : tasa de jubilación	0,0121
N+S: población total	5.502.013
Características educacionales	
Inversión objetivo	79.262
N: trabajadores no capacitados	4.676.711
S: trabajadores capacitados	825.302
z: proporción de trabajadores capacitados de la población total	0,15

Características económicas	
θ	0,6
α	0,6
σ : desviación de los retornos	0,0134
Parámetros de riesgo	
β	0,05
γ	1,1
Económicos	
A: tecnología	379,9
PIB	$33.300 \cdot 10^9$
Capital	$123.741 \cdot 10^9$

6.3 Resultados y análisis

A partir de la caracterización de la economía modelo presentada, se ajusta el modelo en la variable X con el objetivo de replicar la inversión objetivo que debiese presentar la economía tipo. Esto se debe a que X no es observable, mientras que la inversión si lo es. En la Tabla 6-2 se presentan los resultados de la calibración del modelo la economía.

Tabla 6-2. Resultados calibración. Fuente: elaboración propia.

Parámetro	Valor
B	0,028
X	$66 \cdot 10^{15}$
F [\$]	$13.823 \cdot 10^9$
F/Capital Físico	11,171%

Impresiona al alto porcentaje de capital físico sacrificado para modelar el costo de oportunidad de tener trabajadores en el sistema de educación terciaria, lo que podría llevar a una economía a disminuir temporalmente su capital físico lo que a simple vista

parece contradictorio. La calibración obtenida acusa inmediatamente 3 anomalías que presenta el modelo a partir de los resultados obtenidos que son importantes de explicar antes de continuar con el análisis:

Al calibrar la variable X a partir de la variable observable i (y otros parámetros), esta adquiere un valor mayor al debido producto que la inversión en las economías no desarrolladas no está determinada única y exclusivamente por el costo de oportunidad, sino que es limitada también por fricciones en los mercados laborales y de capital que no permiten obtener una tasa natural de inversión. Esto produce que el modelo interprete dicho efecto con un aumento de la variable X , transfiriendo las fricciones de mercado a costos de capital, lo que no es del todo correcto debido a la construcción del modelo.

La expansión asintótica realizada para obtener una solución cerrada puede estar introduciendo ruido.

La rapidez con que responde a distintos desequilibrios el actual modelo puede estar introduciendo ruido también. Para futuros desarrollos debe considerarse que los mercados laborales y de educación presentan ajustes lentos en el tiempo.

No obstante las limitaciones anteriores del modelo y la calibración, este sí cumple con los objetivos de la presente investigación por la consistencia económica que entregan sus resultados lo que permite desarrollar nociones con respecto a la mecánica de los determinantes de la inversión, entregando así útil información para el desarrollo de este nuevo enfoque de investigación.

Las economías presentan una continua variación de sus parámetros: acumulación de capital, variación en sus costos, cambios en la volatilidad del capital, entre otros. La calibración entrega importante información para la construcción de perfiles de z y analizar su variación frente a la sensibilización de distintos parámetros. Esto permite analizar, entre otras cosas, la dinámica de la inversión.

La Figura 6-1 presenta el perfil de z ante distintos niveles de capital físico. Se observa que ante un aumento de capital físico el perfil de z indica un mayor cambio esperado en la razón de z ante un mismo valor de z . Sumado a esto, a medida que se acumula capital físico la proporción de trabajadores objetivo de corto plazo se desplaza sobre la proporción objetivo de largo plazo, lo que da pie a sostener la existencia de éstas. Debido a que las economías presentan acumulación de capital humano en su evolución, se espera que las economías más desarrolladas presenten tasas objetivo de corto plazo más cercanas al largo plazo. Lo anterior claramente ante un análisis *ceteris paribus* de una variación al capital físico de la economía.

La Figura 6-2 presenta el perfil z de ante la variación del parámetro X asociado al costo de oportunidad de estudiar en una economía. A menor costo el perfil de z indica un mayor cambio esperado en la razón de z ante un mismo z , lo que se explica por un aumento en la inversión. De igual modo, al disminuir X asociado a los costos, la proporción objetivo de corto plazo se desplaza hacia la proporción objetivo de largo plazo. Debido a que X se encuentra asociado al costo de oportunidad y por lo tanto, entre otras cosas, al largo de las carreras, esta variable surge como un primer candidato para la intervención mediante políticas públicas para aumentar la inversión en capital humano y mejorar la proporción objetivo de largo plazo.

Figura 6-1. Perfil de z ante variaciones del capital. En azul una economía con $0,5K$, en rojo la economía calibrada con K , en amarillo una economía con $1,5K$ y en verde una economía con $2K$. Fuente: elaboración propia.

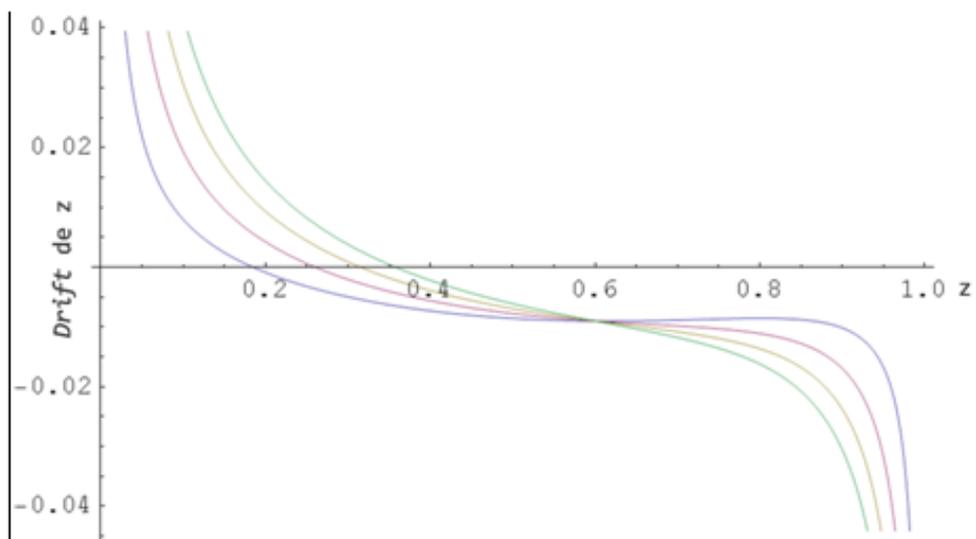
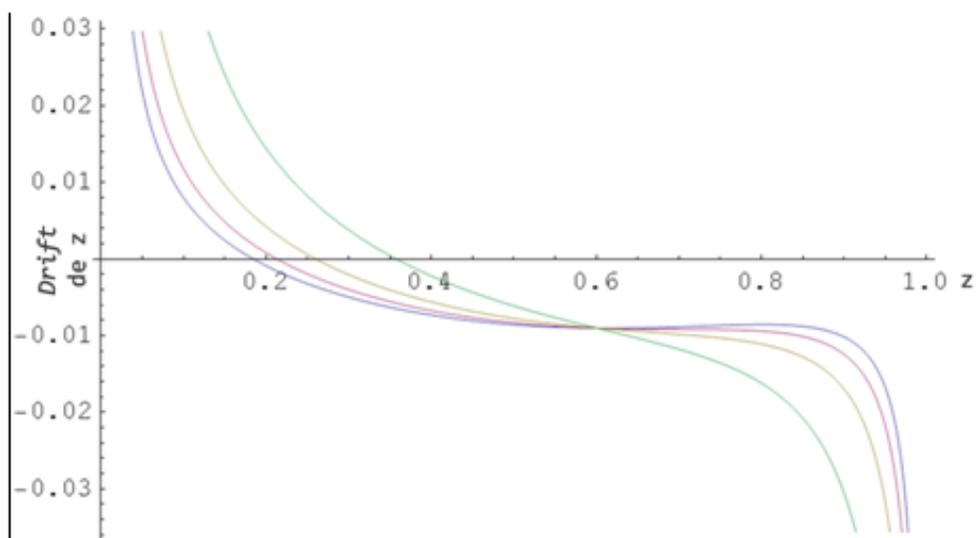
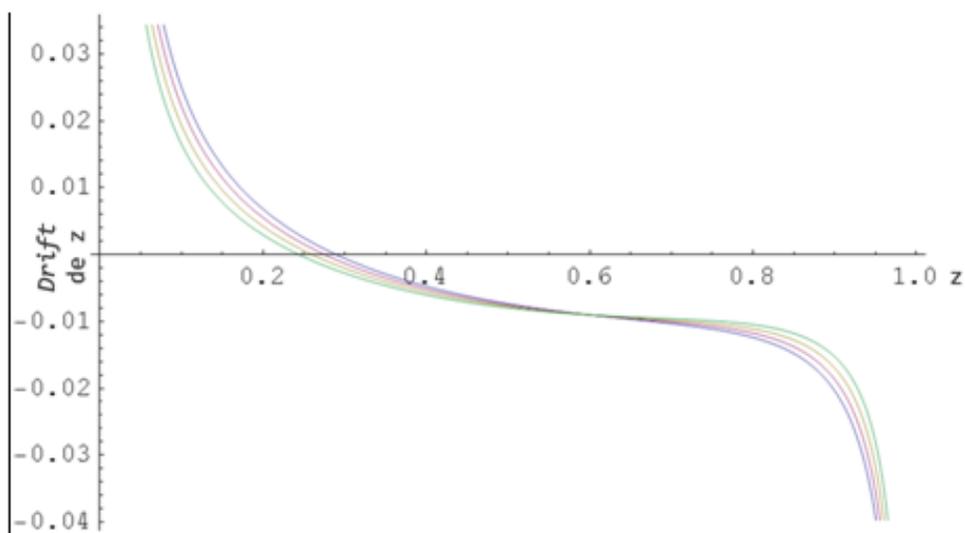


Figura 6-2. Perfil de z ante variaciones del parámetro X asociado al costo. En azul una economía con $2X$, en rojo una economía con $1,5 X$, en amarillo la economía calibrada con x y en verde una economía con $0,5X$. Fuente: elaboración propia.



La Figura 6-3 presenta el perfil de z ante variaciones en el peso del capital en la función de producción. Ante un menor peso del capital, el perfil indica un mayor cambio esperado en la razón de z ante un mismo valor de z . De igual forma a medida que el peso del capital disminuye la proporción objetivo de corto plazo se desplaza hacia la de largo plazo. Mankiw et al. (1992) muestran que un subconjunto de países más desarrollados presenta un menor peso del capital en su función de producción basada en el modelo de Solow (1956). Esto sugiere que países más desarrollados presentan pesos del capital menores y por lo tanto cambios en su perfil según lo analizado.

Figura 6-3. Perfil de z ante variaciones de α . En verde una economía con $\alpha = 0,65$. En amarillo una economía con $\alpha = 0,6$. En rojo una economía con $\alpha = 0,55$. En azul una economía con $\alpha = 0,5$.



Con respecto a las proporciones objetivo de corto y largo plazo, el comportamiento del perfil de z ante la variación de distintos parámetros sugiere que las economías presentan como proporción objetivo de largo plazo el valor θ . Esto debido a la inflexión del perfil para dicho valor producto de la reversión de la inversión en torno a punto. Sumado a esto, la variación de los parámetros implica una variación de la tasa objetivo de corto plazo, sobre la cual revierte el cambio esperado en la razón de z , la que se acerca a la proporción objetivo al variar dos de los tres parámetros hacia economías más desarrolladas.

Debido a que las economías al desarrollarse presentan variaciones en sus parámetros, lo anterior sugiere diferencias en la inversión y proporciones objetivo de corto y largo plazo entre economías desarrolladas y no desarrolladas gatilladas por los factores presentados.

7. Extensiones y Propuestas de Desarrollo Futuro

En esta sección se presenta una extensión al modelo, la cual considera una función de producción CES en vez de una Cobb-Douglas, y también extensiones futuras a desarrollar propuestas para mejorar la fidelidad del modelo con respecto a la realidad.

7.1 Modelo con función de producción CES

El modelo presentado a continuación constituye una variación de aquel desarrollado en la sección 0. La diferencia está en la función de producción utilizada y costo. A continuación se explica la nueva función de producción y el modelo.

7.1.1 Función de producción

La función de producción a utilizar en esta extensión corresponde a una función CES. La ecuación 7.1 muestra la función de producción, donde N es el stock de trabajadores no capacitados, S el stock de trabajadores capacitados, A y B la tecnología que afecta la productividad de los trabajadores capacitados y no capacitados respectivamente, π es la razón del aporte al producto de cada uno de los dos grupos de trabajadores, K el capital físico, α la elasticidad de sustitución capital - trabajo y $(\theta - 1) / \theta$ corresponde a la elasticidad de sustitución entre trabajadores capacitados y no capacitados.

$$Y = K^\alpha \left(\pi (AS)^{\frac{\theta-1}{\theta}} + (1-\pi)(BN)^{\frac{\theta-1}{\theta}} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{\theta}{\theta-1} \right) \quad (7.1)$$

El principal beneficio que recoge el uso de la función CES es que supone que los trabajadores capacitados y no capacitados no son sustitutos perfectos y permite también diferenciar dos procesos distintos para la tecnología: uno para aquella que afecta la productividad de los trabajadores capacitados y otra que afecta a los trabajadores no capacitados.

La función CES es ampliamente utilizada en la literatura para el estudio del *skill premia* (premio en el salario por capacitación) y los efectos de éste sobre la tecnología y viceversa. Gallego (2006) utiliza una función CES muy similar a la utilizada en la presente extensión.

7.1.2 Modelo con función de producción CES

Las ecuaciones 7.2, 7.3, 7.4, 7.5, 7.6, 7.7 y 7.8 presentan el modelo a resolver en su totalidad. Las dinámicas, al igual que la nomenclatura utilizada, son exactamente igual

a las del modelo presentado en la sección 4 con la diferencia en la función de producción, presentada y explicada anteriormente, y la tecnología. Con respecto a esta última, en el actual modelo se consideran dos procesos para la tecnología: A y B, los cuales afectan a los trabajadores capacitados y no capacitados respectivamente.

Con el subíndice t se reconocen las variables que varían en el tiempo. Por Y_t se refiere a la función de producción CES descrita en la ecuación 7.1.

$$\max \int_T^{\infty} \frac{C_t^{1-\gamma}}{1-\gamma} dt \quad (7.2)$$

$$\text{s. a.} \quad dK_t = \left(Y_t - C_t - X_t \left(\frac{i_t}{N+S} \right)^2 \right) dt + \sigma_X K dW_X \quad (7.3)$$

$$dS_t = (-\delta S_t + i_t) dt \quad (7.4)$$

$$dN_t = (-\eta N_t - \delta N_t - i_t) dt \quad (7.5)$$

$$dX_t = \kappa(\chi - X_t) dt + \sigma_X \sqrt{X_t} dW_X \quad (7.6)$$

$$dA_t = 0 \quad (7.7)$$

$$dB_t = 0 \quad (7.8)$$

7.2 Extensiones para desarrollo futuro

En esta sección se presentan consideraciones a analizar para futuros desarrollos del modelo presentado. Los aspectos propuestos dan mayor complejidad al modelo, por lo que su incorporación debe ser analizada en detalle para lograr soluciones que entreguen resultados de intuición económica. Idealmente las extensiones deben ser desarrolladas considerando una función CES, pues recoge aspectos importantes de la relación de los grupos de trabajadores con la tecnología y la producción.

Es importante mencionar que las extensiones propuestas pueden ser consideradas para el desarrollo de un solo modelo. El objetivo de esta sección es establecer aspectos económicos que el actual modelo no considera y que son importantes para comprender el efecto de nuevas variables e interrelaciones en la inversión, sirviendo como guía para el desarrollo de este tipo de modelos para inversión en educación terciaria.

7.2.1 Tecnología vinculada a los stocks de trabajadores

Los modelos presentados hasta el momento en la presente investigación no consideran avance tecnológico. Para considerar dicho efecto se propone primeramente el proceso descrito por la ecuación 7.9. μ_A es la tasa de crecimiento del desarrollo tecnológico, dW_A corresponde a un proceso browniano y $\sigma_A A_t dW_A$ entrega estocasticidad al proceso.

$$dA_t = \mu_A dt + \sigma_A A_t dW_A \quad (7.9)$$

Acemoglu (1998) sostiene que la tecnología presenta complementariedad con ciertos factores y que éstos pueden inducir un desarrollo tecnológico extraordinario guiado hacia el beneficio del factor respectivo, por lo que idealmente la tecnología debiese presentar un proceso que permite integrar el efecto descrito. Para esto se puede considerar correlación entre el crecimiento del grupo de trabajadores capacitados y el desarrollo de la tecnología complementaria a dicho grupo. Por lo tanto, otras formas más adecuadas pueden ser asumidas en vista de lograr un mejor modelo.

7.2.2 Irreversibilidad de la inversión

El modelo presentado no considera irreversibilidad de la inversión en capital humano, aspecto fundamental debido a que las habilidades desarrolladas por un individuo debido a una inversión mediante educación no pueden ser sustraídas de la persona que las posee. El actual modelo no considera irreversibilidad pero la forma asumida para la función de costos permite cierto nivel de control al requerir incurrir en costos para obtener reversibilidad.

La irreversibilidad de la inversión es un aspecto clave para mejorar el comportamiento de los modelos a desarrollar a futuro como herramientas de simulación para evaluación de políticas públicas.

7.2.3 Costos de cierre de establecimientos de educación terciaria

La educación terciaria es impartida por Universidades (tipo A) o Escuelas e Institutos vocacionales (tipo B). Una determinada tasa de inversión exige que la economía tenga la capacidad para educar a las personas, lo que implica tener los establecimientos educacionales necesarios para dicha tarea.

Para ciertas economías las tasas de inversión pueden mantenerse excesivamente altas durante un determinado período, para luego estabilizarse. Esto produce que la economía requiera de un determinado número de establecimientos educacionales con el objetivo de suplir la demanda por servicios de educación terciaria. Cuando la economía logra una proporción adecuada entre los grupos de trabajadores según los requerimientos de la economía, las tasas pueden disminuir, lo que exige el cierre de ciertos establecimientos, implicando un costo para la sociedad dado que una serie de inversiones del sistema de educación terciaria no son recuperables.

Considerando esto, la economía puede tener dos posibles casos, los que debiesen ser analizados para su posible inclusión en un modelo:

Reducir las tasas de inversión para evitar una sobre inversión en establecimientos educacionales.

Mantener las tasas naturales y cerrar los establecimientos posteriormente, incurriendo en dicho costo.

Se propone analizar la forma de incluir los costos de cierre para las instituciones de educación terciaria para obtener una política óptima que regula las tasas o determina el cierre posterior de establecimientos educacionales. La ecuación 7.10 muestra una expresión en que se tiene una tasa exógena de inversión y la economía debe incurrir en un costo extra al alejarse de ella.

$$-\psi(i-\bar{i})^2 \quad (7.10)$$

El costo extra por sobre una determinada tasa dada por la oferta educativa de una economía puede ser interpretado como los costos en que debe incurrir la economía para enviar personas a capacitarse en los sistemas de educación terciaria extranjeros, lo que implica un flujo de capital al exterior.

7.2.4 Costo con elementos endógenos

La variable X corresponde a un parámetro estructural de largo plazo propio de una determinada economía. A su valor han sido asociados principalmente dos factores: el costo de oportunidad influido por el tiempo de permanencia en el sistema de educación terciaria y el salario que se deja de percibir, y las fricciones que poseen los mercados laborales y financieros de las economías no desarrolladas, lo que impacta en la movilidad de estudiantes y trabajadores. Si bien se asocian efectos de estos aspectos al costo y específicamente a la variable X, lo correcto es asociar el costo modelado como un shock al capital con sus determinantes, los que óptimamente deben ser determinados en forma endógena.

Por ejemplo, X puede ser asociado al salario de los trabajadores capacitados. La ecuación 7.11 presenta la forma que toma el proceso de X y la ecuación 7.12 muestra el comportamiento del componente salarial dentro del proceso.

$$dX_t = (g(w_s) - X_t)dt + \sigma_X dW_X \quad (7.11)$$

$$g = a + b \ln(w_s) \quad (7.12)$$

De este modo se asocia el valor de largo plazo, con respecto al cual revierte X, al salario y años de estudio, y otros efectos no observados.

Una especificación consistente permite analizar el impacto del costo analizando en forma separada sus componentes y la forma en que determinan la inversión.

7.2.5 Valoración social de la educación terciaria

La educación posee gran cantidad de beneficios no recompensados por el mercado en forma privada. Becker (1993) reconoce esto como se indica en la sección 2.

Por lo tanto, la sociedad puede valorar la educación terciaria en sí misma y no solo por la rentabilidad económica que trae al país, debido a las externalidades que genera contar con una población más educada y el significado que tiene la educación terciaria para los individuos y sus familias.

Para abordar este efecto se propone integrar a la función de utilidad alguna variable que indique el nivel de educación terciaria de la economía. De este modo el modelo no entrega la tasa óptima de inversión impulsado únicamente en la optimización del consumo, sino que además movido por la optimización de una utilidad que depende tanto del consumo como de los niveles de educación terciaria presentes en la economía.

7.2.6 Formas alternativas de modelación

Las propuestas de desarrollo futuro presentadas responden a aspectos obviados por el actual modelo que debiesen ser incorporados.

La forma en que se consideran los aspectos descritos en el modelo impacta no solo la solución, sino que en ciertos casos pueden no admitir una forma sencilla de resolución del problema de programación dinámica.

Se propone como desarrollo futuro considerar nuevas formas de modelación, no necesariamente que consideren estructuras similares a la planteada, pero que permitan obtener soluciones lógicas considerando más aspectos y efectos observados en la economía o simplemente que permitan obtener resultados sin tener que hacer una expansión asintótica, extendiendo así el modelo a países desarrollados en que el trabajo o capital humano poseen un alto peso en la función de producción. Esto último permite ampliar sustancialmente el horizonte de investigación para realizar, por ejemplo, un análisis *cross section* con países altamente desarrollados o estudiar y simular la evolución de una economía incluso modificando en el tiempo sus coeficientes de producción si así se estima necesario.

Las extensiones propuestas buscan ser una guía para el desarrollo futuro de los modelos de equilibrio general para la inversión en educación terciaria y sus determinantes, buscando obtener mejores herramientas para evaluar los impactos de distintas políticas públicas y otros usos.

8. Nota con respecto a las consecuencias en las políticas públicas

Esta investigación presenta un enfoque para la inversión en capital humano mediante educación terciaria no desarrollado en la literatura. Las consecuencias para las políticas públicas no derivan única y exclusivamente de las conclusiones del modelo desarrollado, sino también de los beneficios que presenta la apertura de la línea de investigación de modelos de equilibrio general dinámico y estocástico con foco en la inversión y sus determinantes.

En esta sección se presentan las consecuencias derivadas del actual modelo y de la apertura de esta línea de investigación.

8.1 Consecuencias derivadas del modelo

El modelo presentado en esta investigación fue concebido en forma simple para priorizar el enfoque en la inversión y el costo al ser este un primer acercamiento a este nuevo enfoque. Debido a esto, y a la falta de datos comparables entre sí para distintos países, las consecuencias derivadas del modelo corresponden a acercamientos que deben ser analizados con mayor detención mediante el desarrollo de las extensiones propuestas u otros modelos a desarrollar en un futuro en esta línea de investigación.

La primera consecuencia la constituye el establecer en forma general los principales determinantes de la inversión en capital humano avanzado mediante educación terciaria. Características estructurales de los países tales como el porcentaje de trabajadores capacitados, el stock de capital físico, la variable estructural X relacionada con el costo, la tecnología y la volatilidad, entre otros, definen no solo la tasa de inversión sino también su evolución en el tiempo. Las dos primeras variables despiertan interés al observar el impacto en la variación del perfil de z que poseen.

El interés de una economía en los determinantes de la inversión en educación terciaria radica en la posibilidad de optimizar la inversión no solo en la magnitud para alcanzar un camino óptimo de desarrollo económico en lo que respecta al capital humano avanzado, sino principalmente para buscar aquellas variables con cuya modificación se logra mejorar la inversión. Este es el caso de la acumulación de capital y la variable X , las que poseen un determinante efecto.

Al analizar la expresión presentada en esta investigación para la inversión, llama la atención el efecto que el efecto de X y K es inverso. Debido a que las economías presentan una acumulación de capital físico en el tiempo, la inversión debe modificarse también. La variable X , desde el punto de las políticas públicas, es mucho

más controlable. Se ha asociado dicha variable con el costo de oportunidad y con fricciones que presentan ciertos mercados relacionados a la educación terciaria en los países en desarrollo. Si bien el modelo presentado no permite cuantificar el efecto de las asociaciones mencionadas en la variable X , si se conoce la dirección del efecto. Una disminución en el costo de oportunidad o eliminación de fricciones en los mercados disminuye la variable X .

Dado lo anterior pareciera ser que una disminución del tiempo requerido para cumplir con los programas de educación terciaria implica una disminución de X y por lo tanto un aumento en la inversión y modificación del perfil de z , esto debido a que una disminución de la duración de los programas de educación terciaria implica una disminución del costo de oportunidad. Lo anterior es válido sólo si dicha disminución no implica una disminución en las habilidades adquiridas por los estudiantes y por lo tanto una disminución de la productividad de los trabajadores capacitados egresados bajo el nuevo régimen. Para las economías no desarrolladas la manipulación de la variable X puede ser más realista que la manipulación de la acumulación de capital físico y traer beneficios por la incidencia en la tasa de inversión y por lo tanto en el crecimiento futuro.

La manipulación de X , y otras variables, no trae consigo como única consecuencia el impacto en la inversión, sino también en la proporción objetivo de corto plazo. Disminuir X permite tener proporciones objetivo de corto plazo más cercanas a la proporción de largo plazo la que es óptima ante un único análisis de la función de producción.

El impacto del costo no solo abre la alternativa de modificar sus determinantes con el objetivo de impactar la inversión; los sectores desempleados de la sociedad que tengan las capacidades para cursar programas de educación terciaria no presentan costo para la economía más que las transacciones necesarias. El Ministerio de Educación de España (2009) entregó el 2009 una beca para desempleados, política pública en la línea de la presente investigación.

Otra consecuencia clara del actual modelo es la necesidad de cuidar la estrategia de expansión del mercado de educación terciaria. *Ceteris Paribus* una economía debiese sufrir una disminución en la tasa de inversión por un cambio en el porcentaje de trabajadores capacitados. No obstante, en la realidad las economías progresan y por lo tanto una serie de variables se modifican en el tiempo, produciendo las crecidas en las tasas de graduación en las economías mundiales, especialmente en aquellas pertenecientes a la OECD. No obstante lo anterior, el modelo sugiere un estado de régimen con tasas de inversión menores a las iniciales. ¿Por qué debe cuidarse la estrategia? Si la tasa de inversión es alta por un determinado período de tiempo, nuevos establecimientos educacionales pueden fundarse en miras a cubrir la demanda por determinadas carreras. Pasado un tiempo, si no hay nuevas innovaciones en la estructura de la economía, la tasa de inversión debiese disminuir al entrar el sistema en estado de régimen. Esta disminución produce una contracción en el mercado de educación terciaria obligando a los establecimientos a disminuir sus matrículas o simplemente cerrar, incurriéndose en un costo.

En la misma línea, al momento de optar por aumentar deliberadamente mediante incentivos la tasa de inversión, debe cuidarse los costos que ello implica para el

sistema económico. El presente modelo permite analizar las tasas óptimas de inversión considerando el costo de oportunidad para la economía.

Debido a que el modelo de equilibrio desarrollado en esta investigación es un primer acercamiento al tratamiento de la inversión en educación terciaria y sus determinantes, tema levemente abordado por la literatura, las consecuencias mencionadas son solo acercamientos. Futuros desarrollos permitirían cuantificar y establecer con mayor seguridad los determinantes de la inversión para el diseño de estrategias óptimas que colaboren con el desarrollo de las economías emergentes.

8.2 Consecuencias de desarrollo futuro

El desarrollo de esta área de investigación posee positivas consecuencias para las políticas públicas debido a sus usos. A continuación se mencionan tres beneficios que pueden derivar a partir de un mayor desarrollo del modelo propuesto en conjunto con la obtención de la información necesaria.

El primer beneficio es aumentar la comprensión de la mecánica detrás de la inversión en capital humano. Modelos que integran efectos ya estudiados permiten comprender la forma en que múltiples determinantes interactúan y afectan la inversión. El desarrollo del conocimiento de esta dinámica aporta un mayor entendimiento para el diseño de Políticas Públicas adecuadas.

El segundo beneficio corresponde al diseño de una estrategia óptima de inversión, con lo que las economías en desarrollo pueden diseñar políticas públicas en miras a invertir en forma eficiente y responsable para obtener un desarrollo económico consistente que permita una positiva evolución económica.

Finalmente, el tercer beneficio corresponde a la simulación. Modelos más asertivos con respecto al funcionamiento de la inversión permiten realizar simulaciones de la economía en miras a determinar el comportamiento futuro de una serie de variables e indicadores de interés. Esto aporta al diseño de políticas públicas en dos sentidos: (i) entrega información con respecto al funcionamiento futuro lo que permite una mejor toma de decisiones y (ii) permite también simular el comportamiento futuro de la economía ante cambios realizados sobre distintas variables y por lo tanto realizar una mejor y más responsable evaluación de políticas públicas en lo que respecta a la educación terciaria y el mercado laboral.

Los beneficios presentados son solo algunos de los que entrega el desarrollo de esta línea de investigación. El tratamiento de la inversión en conjunto con sus costos permite desarrollar herramientas de análisis para mejorar la inversión en capital humano avanzado mediante educación terciaria.

9. Conclusión

El estudio del capital humano y sus efectos en los ingresos de las personas, el desarrollo económico y su relación con la tecnología y los salarios ha acaparado gran interés en el desarrollo de la literatura internacional económica. No obstante, no se ha desarrollado en gran medida el estudio de la inversión en educación terciaria observada como personas por período de tiempo, considerando sus principales determinantes como lo es el costo de oportunidad.

En esta tesis se presenta un modelo de equilibrio general dinámico y estocástico para inversión en educación terciaria (capital humano avanzado) a partir del cual se establecen los principales determinantes de la inversión. El modelo no presenta una forma cerrada para su solución, por lo que se realiza una expansión asintótica con respecto a uno de sus factores, limitando el modelo al análisis de economías no desarrolladas. La construcción de dicho modelo exige una extensa revisión de la teoría económica relacionada con el capital humano, la educación, sus efectos en el crecimiento económico e ingreso personal, y relación con la tecnología, con el objetivo de plantear en forma consistente las dinámicas que gobiernan el modelo.

Una de las principales peculiaridades del modelo propuesto es el tratamiento de los costos de la educación terciaria. Los pagos y gastos por parte de los agentes económicos son tomados como transacciones, siendo de este modo el costo de oportunidad el único costo significativo, el cual es modelado como un shock al capital.

De la solución del modelo se desprenden los determinantes de la tasa de inversión, de donde se analiza con especial interés los efectos del capital físico y del costo de oportunidad de educar. El capital físico tiene un efecto positivo en la tasa de inversión mientras que el costo de oportunidad impacta negativamente la cantidad de personas que entran en el sistema de educación terciaria.

Uno de los análisis de mayor interés corresponde al perfil de z , vale decir, la forma en que evoluciona el cambio esperado en la razón de z del porcentaje de trabajadores capacitados con respecto al mismo. Distintos parámetros, como capital físico, costo, volatilidad del capital, entre otros, producen distintos perfiles de z . Por lo mismo, el porcentaje objetivo de corto plazo de trabajadores capacitados de una economía depende de otros factores aparte de su impacto en la función de producción: a medida que las economías poseen más capital o un menor costo de oportunidad en la educación, presentan tanto un cambio esperado en la razón de z como una proporción objetivo de trabajadores mayor, acercándose así a la proporción objetivo de largo plazo.

El modelo entrega nociones con respecto a los determinantes de la inversión y los factores que explican la diferencia en inversión entre países.

Debido a que el enfoque entregado en esta investigación no ha sido abordado en la literatura, el modelo presentado consiste en un primer acercamiento a la inversión y

sus determinantes, por lo que el modelo permite reconocer efectos y nociones mas no cuantificar en forma precisa estos para una determinada economía. Por lo tanto se propone en esta tesis una serie de extensiones para el desarrollo futuro de esta área.

Finalmente, la presente investigación abre un nuevo enfoque de investigación, presentando un modelo de equilibrio general para los determinantes de la inversión con especial foco en el costo, que se espera permita futuros desarrollos que entreguen modelos más precisos para comprender la mecánica de la inversión y desarrollar herramientas de apoyo para la toma de decisiones en este campo.

BIBLIOGRAFÍA

Acemoglu D. Directed technical change. *The Review of Economic Studies*. 2002;69(241):781-809.

Acemoglu D. Why do new technologies complement skills? Directed technical change and wage inequality. *The Quarterly Journal of Economics*. 1998;113(4):1055-1089.

Banco Central de Chile. Banco Central de Chile. 2009. Disponible en: www.bcentral.cl.

Barro RJ. Human Capital and Growth. *The American Economic Review*. 2001;91(2):12-17.

Becker GS. *Human capital: a theoretical and empirical analysis with special reference to education*. 3 ed. Chicago: The University of Chicago Press; 1993.

Broner FA, Rigobon R. *Why are capital flows so much more volatile in emerging than in developed countries?* Santiago; 2005.

Caballero RJ, Engel EM. Explaining investment dynamics in U.S. manufacturing: a generalized (S,s) approach. *Econometrica*. 1999;67(4):783-826.

Cahuc P, Zylberberg A. *Labor economics*. Cambridge: The MIT Press; 2004.

Card D. The causal effect of education on earnings. In: Ashenfelter O, Card D *Handbook of labor conomics*. Vol 3. Elsevier Science; 1999:1801-1863.

Cochrane JH. *Asset pricing*. Revised. Princeton University Press; 2005.

DIVESUP. División de Educación Superior del Ministerio de Educación de Chile. 2009. Disponible en: <http://www.divesup.cl/>.

- Fuentes R, Larrain M, Schmidt-Hebbel K. Sources of growth and behavior of tfp in Chile. *Cuadernos de Economía*. 2006;43:113-142.
- Gallego F. *Skill premium in Chile: studying the skill bias technical change hypothesis in the south.*; 2006.
- INE. INE - Demografía y vitales. 2009. Disponible en: http://www.ine.cl/canales/chile_estadistico/demografia_y_vitales/demo_y_vita.php.
- Lucas RE. Making a miracle. *Econometrica*. 1993;61(2):251-272.
- Lucas RE. On the mechanics of economic development. *Journal of Monetary Economics*. 1988;22:3-42.
- Mankiw NG, Romer D, Weil DN. A contribution to the empirics of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*. 1992;107(2):407-437.
- Mincer J. Investment in human capital and personal income distribution. *The Journal of Political Economy*. 1974;82(4):281-302.
- Mincer JA. *Schooling, experience, and earnings*. Out of pri. Columbia University Press; 1974:41 - 63, 83-96.
- Ministerio de Educación de España. Becas de matrícula en másteres oficiales para titulados en desempleo. 2009. Disponible en: <http://www.educacion.es/educacion/becas-y-ayudas/para-tus-estudios/universitarios/2009/master-universitario.html>.
- OECD. *OECD Factbook 2009.*; 2009.
- OECD. OECD Annual Report. 2009.
- OECD. OECD Statistics. 2009. Disponible en: <http://stats.oecd.org/index.aspx>.
- Perli R, Sakellaris P. Human capital formation and business cycle persistence. *Journal of Monetary Economics*. 1998;42:67-92.
- Pontificio Consejo Justicia y Paz. Compendio de la Doctrina Social de la Iglesia. 2004. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- Romer PM. Endogenous technological change. *The Journal of Political Economy*. 1990;98(5).
- S.S. Benedicto XVI. Discurso preparado por el Santo Padre Benedicto XVI para el encuentro con la Universidad de Roma "La Sapienza." 2008. Disponible en: www.vatican.va.

- S.S. Benedicto XVI. Mensaje del Santo Padre Benedicto XVI a la diócesis de Roma sobre la tarea urgente de la educación. 2008. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- S.S. Juan Pablo II. *Carta Encíclica Evangelium Vitae*. Libreria Editrice Vaticana; 1995. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- S.S. Juan Pablo II. *Carta Encíclica Laborem Exercens*. Libreria Editrice Vaticana; 1981. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- S.S. Pablo VI. *Constitución Pastoral Gaudium et Spes*; 1965. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- S.S. Pío XI. *Carta Encíclica Divini Illius Magistri*. Roma: Libreria Editrice Vaticana; 1929. Disponible en: <http://www.vatican.va/>.
- Schultz TW. Investment in human capital. *American Economic Association*. 1961;51(1):1-17.
- Serrano L, Timmer MP. Is technical change directed by the supply of skills? The case of South Korea. *Journal of Labor Economics*. 2002;76:289-293.
- Solow RM. A contribution to the theory of economic growth. *The Quarterly Journal of Economics*. 1956;70(1):65-94.
- Spence M. Job market signaling. *The Quarterly Journal of Economics*. 1973;87(3):355-374.
- Spilimbergo A, Sakellaris P. Business cycles and investment in human capital: international evidence on higher education. *Carnegie-Rochester Conference Series On Public Policy*. 2000;52:221-256.
- Temple J. A positive effect of human capital on growth. *Economics Letters*. 1999;65(October 1998):131-134.
- U.S Census Bureau. Current population survey (CPS) main page. 2009. Disponible en: <http://www.census.gov/cps/>.
- UNESCO. UNESCO Institute for Statistics. 2009. Disponible en: http://www.uis.unesco.org/ev_en.php?ID=2867_201&ID2=DO_TOPIC.
- Wei M. *Human capital, business cycles and asset pricing*; 2004.
- Weiss A. Human capital vs. signalling explanations of wages. *The Journal of Economic Perspectives*. 1995;9(4):133-154.

Weiss M. Skill-biased technological change: is there hope for the unskilled? *Elsevier Economic Letters*. 2008;100(3):439-441.

World Bank, OECD. La educación superior en Chile: revisión de políticas nacionales de educación. 2009.

World Bank. Clasificación de países. 2009. Disponible en: http://www.bancomundial.org/datos/clasificacion_paises.html.

A N E X O S

10. Anexo A: glosario de términos

Cambio esperado en la razón de z . Corresponde a la tasa de cambio en el porcentaje de trabajadores capacitados por sobre el total de trabajadores.

Educación terciaria. La educación terciaria comprende el tercer nivel de educación, también conocida como Educación Superior. Cubre un alto espectro de programas. La OECD (2009b) establece que sirve como un indicador de la cantidad de conocimiento avanzado que generan los países. Los programas se clasifican en tipo A y tipo B.

Educación terciaria tipo A. Las Universidades ofrecen normalmente este tipo de programas. Corresponde a programas fuertemente basados en teoría y que entregan las calificaciones necesarias para acceder a programas avanzados de investigación y profesiones que requieren altas habilidades (OECD, 2009b).

Educación terciaria tipo B. Corresponde a programas más cortos que los tipo A y que entregan competencias del mismo nivel pero con una orientación más vocacional, lo que llevan a un acceso directo al mercado laboral (OECD, 2009b).

OECD. Del inglés *Organization for Economic Cooperation and Development*. La organización para la cooperación y desarrollo económico tiene como misión reunir a los países que apoyan la democracia y la economía de mercado para: dar soporte al desarrollo económico sustentable, fomentar el empleo, elevar los niveles de vida, mantener la estabilidad financiera, entre otros (OECD, 209a).

Perfil de z . En la presente investigación corresponde al gráfico que muestra el cambio esperado en la razón de z versus z .

Proporción objetivo. Corresponde al porcentaje de trabajadores capacitados tal que el cambio esperado en la razón de z sea cero. No necesariamente debe corresponder a θ . Se reconoce una proporción de corto plazo y otra de largo plazo. Esta última corresponde a θ .

Trabajador calificado. Persona que posee un título de educación terciaria para su desempeño en trabajos que exigen alto nivel de habilidades en el mercado laboral.

Trabajador no calificado. Persona que no posee un título de educación terciaria. Sí posee educación secundaria. Se desempeña en el mercado laboral en trabajos que no requieren de un alto nivel de habilidades.

z. Corresponde al porcentaje de trabajadores capacitados del total de trabajadores.

11. Anexo B: datos educacionales, laborales y económicos

En esta sección se presentan los datos utilizados para la motivación de esta investigación los que son utilizados con otros fines también.

Los datos utilizados en diversos análisis de la presente investigación provienen de economías asociadas o en proceso de ingreso a la OECD. La UNESCO presenta también datos de educación terciaria, incluso para una gama más amplia de países, pero la base se encuentra incompleta para muchos años lo que la elimina como candidata de trabajo para un análisis preliminar completo. A continuación se presentan datos referentes a ellas los que provienen de informes de la misma organización o del Banco Mundial.

Los países asociados a la OECD son los siguientes, indicándose entre paréntesis su año de ingreso a la organización: Alemania (1961), Australia (1971), Austria (1961), Bélgica (1961), Canadá (1961), Corea (1996), Dinamarca (1961), España (1961), Estados Unidos (1961), Finlandia (1969), Francia (1961), Grecia (1961), Holanda (1961), Hungría (1996), Islandia (1961), Irlanda (1961), Italia (1962), Japón (1964), Luxemburgo (1961), México (1994), Nueva Zelanda (1973), Noruega (1961), Polonia (1996), Portugal (1961), Reino Unido (1961), República Checa (1995), República Eslovaca (2000), Suecia (1961), Suiza (1961) y Turquía (1961). De estos no se considera para los análisis Luxemburgo, debido a su configuración socio-económica. Los siguientes países son candidatos para ingresar a la organización, y por lo tanto figuran en ciertos estudios: Chile, Estonia, Federación Rusa, Israel y Eslovenia. Los siguientes países tienen un compromiso con la organización, razón por la cual figuran en ciertos estudios: Brasil, China, India, Indonesia y Sudáfrica (OECD, 2009a).

11.1 Porcentaje poblacional con educación terciaria (incluye tipo A y B)

La Tabla 11-1, Tabla 11-2 y Tabla 11-3 presentan la evolución del porcentaje de la población con educación terciaria para países miembros de la OECD. La Tabla 11-4 presenta la evolución del porcentaje de la población con educación terciaria para ciertos países candidatos a pertenecer a la OECD. Finalmente, la tabla Tabla 11-5 presenta el porcentaje de población con educación terciaria para Chile y Brasil solo en el año 2004. Para todas las tablas se diferencia entre grupo de edades.

Tabla 11-1. Evolución del porcentaje de grupo poblacional con asistencia a educación terciaria. Países miembros de OECD, parte 1. Fuente: (OECD, 2009b).

País	Grupo edad	1997 (%)	1998 (%)	1999 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Alemania	55-64	18,4	19,3	19,4	20,2	20,2	20,6	21,6	22,8	22,9	22,7
	25-64	22,6	23	22,9	23,5	23,2	23,4	24	24,9	24,6	23,9
	25-34	21	21,5	21,5	22,3	21,8	21,7	21,8	22,9	22,5	22
Australia	55-64	17,1	17	17,5	19,1	21,1	22,5	23,3	23	23,8	26,3
	25-64	24,3	25,4	26,7	27,5	29	30,8	31,3	30,8	31,7	33
	25-34	25,7	28,1	29	31,4	33,5	35,8	36,3	36,2	38,1	38,8
Austria ⁸	55-64	6,3	6,5	6,5	9,9	10,6	11	11,3	14,8	14	13,7
	25-64	10,6	10,9	10,9	13,9	14,1	14,5	14,5	18,3	17,8	17,6
	25-34	12,4	12,5	12,7	15	14,3	14,8	15,4	20,3	19,7	19,2
Bélgica	55-64	13,7	13,8	15,7	16,8	17,1	18,2	18,9	20	21,9	22,5
	25-64	25,1	25,3	26,7	27,1	27,6	28,1	29	30,4	31	31,8
	25-34	33,1	33,8	34,4	36	37,5	37,6	38,9	40,7	40,6	41,9
Canada	55-64	24,3	25,7	27,4	28,3	30,1	32,1	33,8	34,5	36,3	37,4
	25-64	37,3	38,1	39,2	40	41,6	42,6	44	44,6	46,1	47
	25-34	44,1	45,5	46,8	48,3	50,5	51,2	52,8	53,3	53,8	54,8
Corea	55-64	6,5	8,3	8,5	8,6	8,9	9,1	9,5	9,7	10	10,6
	25-64	19,8	22,5	23,1	23,9	25	26	29,5	30,5	31,6	32,9
	25-34	30,9	33,8	34,8	36,9	39,2	41,2	46,6	49,1	51	53
Dinamarca	55-64	...	19,3	19	18,9	22,2	24,2	25,9	26,8	27,3	28,5
	25-64	...	25,4	26,5	26,2	28,4	29,6	31,9	32,9	33,5	34,7
	25-34	...	26,8	28,6	28,9	31,1	32,3	35,1	37,6	39,8	40,8

España	55-64	7,6	8,1	8,7	9,7	10,3	10,5	11	12,4	14,5	15,3
	25-64	18,6	19,7	21	22,6	23,6	24,4	25,2	26,4	28,2	28,5
	25-34	30,3	32	33,5	34,1	35,5	36,7	37,5	38,1	39,7	39,2
Estados Unidos	55-64	26,2	27,2	28	29,7	30,6	33,2	34,7	36,2	36,9	37,7
	25-64	34,1	34,9	35,8	36,5	37,3	38,1	38,4	39,1	39	39,5
	25-34	35,7	36,2	37,4	38,1	39,1	39,3	38,7	39	39,2	39,2
Finlandia	55-64	17,9	19,3	20,7	22,7	23,4	23,4	25	25,7	26,5	27,3
	25-64	29,4	30,2	31,3	32	32,3	32,6	33,3	34,2	34,6	35,1
	25-34	36,4	36	37,4	37,6	38,2	39,2	37,9	38,2	37,5	38,5

Tabla 11-2. Evolución del porcentaje de grupo poblacional con asistencia a educación terciaria. Países miembros de la OECD, parte 2. Fuente: (OECD, 2009b).

País	Grupo edad	1997 (%)	1998 (%)	1999 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Francia	55-64	10,5	11,2	12,4	13,3	14,1	15,2	14	14,8	16,1	16
	25-64	20	20,6	21,5	22	23	24	23,9	24,5	25,4	26,2
	25-34	27,8	29,6	30,9	32,4	34,2	36,1	37,9	38,4	39,8	41,4
Grecia	55-64	7,5	7,8	8,1	8,3	8,8	10,1	11,2	12,2	11,9	12,7
	25-64	15,5	16,8	17,4	17,5	17,9	18,6	19,2	21,2	21,3	22,2
	25-34	22,3	23,7	23,9	23,6	23,3	23,4	23,7	25,3	25,4	26,7
Holanda	55-64	...	16,9	16,9	17,7	17,4	19,6	21,9	24	24,4	24,6
	25-64	...	24,2	22,6	23,4	23,2	25	27,5	29,5	30,1	30,2
	25-34	...	27,5	25,1	26,6	26,5	28,3	32,1	34,5	35,4	36

Hungria	55-64	8,5	10,2	11,2	11,8	11,5	12,6	13,8	14,4	14,6	15,4
	25-64	12,2	13,2	13,5	14	14	14,2	15,4	16,7	17,1	17,7
	25-34	12,4	13,9	13,7	14,7	14,8	15	16,8	18,9	19,6	20,7
Islandia	55-64	11,6	10,8	11,3	13,5	14,8	16,9	16,5	18,4	20,5	20,7
	25-64	20,9	21	22,4	23,2	24,6	25,6	28,9	29,1	30,5	29,5
	25-34	23	24,2	27,6	27,8	26,5	28,1	32,8	33,3	35,8	31,5
Irlanda ⁵	55-64	12,5	11,4	12,6	11,5	13,5	14,3	14,6	15,4	16,7	16,9
	25-64	22,8	21,1	20,5	18,5	23,6	24,8	26,3	27,8	29,1	30,8
	25-34	32,5	29,5	28,1	25,2	33,4	35,2	37,1	39,6	40,6	42,2
Italia	55-64	...	4,8	5,5	5,5	6,2	6,7	6,9	7,4	8	8,6
	25-64	...	8,6	9,3	9,4	10	10,4	10,5	11,6	12,2	12,9
	25-34	...	9	10	10,4	11,8	12,5	12,7	14,8	16,1	17,3
Japón	55-64	13,7	13,2	14,3	15,2	15,1	18	19,2	20,6	21,7	22,9
	25-64	30,5	30,6	31,8	33,6	34,1	36,6	37,4	38,7	39,9	40,5
	25-34	45,8	46,1	45,8	47,8	48,5	51	51,6	52,6	53,2	54,1
México	55-64	5,3	4,8	5,6	7	7,2	7,3	7,7	8,5	8	8,3
	25-64	13,8	13,6	13,4	14,6	15	15,3	15,4	16,4	14,9	15,4
	25-34	16,7	16,7	16,3	17,5	18,1	18,6	18,9	19,5	18,2	18,6
Noruega	55-64	17,5	18,9	18,8	20,4	21,5	21,7	21,7	23,2	24	24,9
	25-64	25,8	27,4	27,5	28,4	30,2	31	31	31,8	32,7	32,9
	25-34	29,9	32,8	34,7	34,9	37,9	39,7	39,8	39,2	40,9	41,5

Tabla 11-3. Evolución del porcentaje de grupo poblacional con asistencia a educación terciaria. Países miembros de OECD, parte 3. Suecia presenta una ruptura de la serie debido a cambio en metodología desde 2005. “Promedio OECD” incluye a Luxemburgo. Fuente: (OECD,2009b).

País	Grupo edad	1997 (%)	1998 (%)	1999 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Nueva Zelanda	55-64	21,4	22,6	23,6	23	22	25	25,9	29,1	32	30,3
	25-64	27,5	28,1	29	29,2	29,3	30,8	32,3	35,6	39,4	38,3
	25-34	27,5	27,8	28,4	29,3	30,2	31,6	34,6	39,5	44	43,6
Polonia	55-64	9,1	9,9	10,4	9,9	10,2	10,5	11,1	12,2	12,7	12,5
	25-64	10,2	10,9	11,3	11,4	11,9	12,6	14,2	15,7	16,9	17,9
	25-34	10,3	11,8	12,3	14,2	15,2	16,8	20,4	23,2	25,5	28
Portugal	55-64	...	4,7	4,5	4,7	4,9	4,6	5,6	6,7	7,4	7,3
	25-64	...	8,3	8,7	8,9	9,1	9,3	10,8	12,5	12,8	13,5
	25-34	...	11,5	12,2	13	14	15	16,3	18,6	19,1	20

República Checa	55-64	7,9	8,5	9,4	9,1	9,3	10,6	10,3	10,2	10,7	11,1
	25-64	10,6	10,4	10,8	11	11,1	11,9	12	12,3	13,1	13,5
	25-34	10,9	10,5	10,9	11,2	11,3	12,3	12,1	13	14,2	15,2
República Eslovaca	55-64	6,1	6,7	6,9	7,8	8,6	8,6	8,9	9,3	10,5	11,8
	25-64	10,5	10,3	10,1	10,4	10,9	11	11,8	12,4	13,7	14,2
	25-34	10,4	11,3	11,1	11,2	11,9	11,9	13,2	14,3	16,3	16,6
Reino Unido	55-64	16,3	17,2	18,5	18,9	19,1	19,8	20,8	22,7	23,8	24,1
	25-64	22,7	23,7	24,8	25,7	26,1	26,9	28	29,2	29,6	30,5
	25-34	24,7	25,9	27,3	28,6	29,5	31,2	33,1	34,9	35	36,7
Suecia	55-64	19,3	19,9	21,3	23	24,4	25,2	26,3	27,3	24,9	25,2
	25-64	27,5	28	28,7	30,1	31,6	32,6	33,4	34,5	29,6	30,5
	25-34	29,3	30,7	31,7	33,6	36,9	39,2	40,4	42,3	37,3	39,1

Suiza	55-64	16,5	18	17,8	18,3	20,2	21,3	22	22,1	22,1	23,5
	25-64	22,2	22,9	23,6	24,2	25,4	25,4	26,9	28,1	28,8	29,9
	25-34	24,7	25	25,9	25,6	25,6	26,7	29,2	30,4	31	32,2
Turquía	55-64	4,6	4,5	5,3	5,9	5,9	6,3	7,3	6,6	7,2	7,7
	25-64	7,6	7,5	8,1	8,3	8,4	9,1	9,7	9,1	9,7	10,4
	25-34	7,3	7,8	8,7	8,9	9,1	10,5	11,4	10,8	11,8	12,8
Promedio OECD	55-64	13,1	13,3	13,9	14,7	15,4	16,4	17	18,2	19	19,5
	25-64	20,8	20,7	21,2	21,8	22,7	23,4	24,3	25,4	26	26,8
	25-34	24,9	24,8	25,3	26,2	27,4	28,4	29,8	31,3	32,2	33,2

Tabla 11-4. Evolución del porcentaje de grupo poblacional con asistencia a educación terciaria. Algunos países candidatos para pertenecer a la OECD. La OECD presente cifras oficiales solo para los años presentados para estos países. Uso de cifras oficiales de Israel. Fuente: (OECD,2009b).

País	Grupo edad	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Estonia	55-64	28,9	28,9	28,9	29	27,8
	25-64	30,5	30,6	31,4	33,3	33,3
	25-34	27,5	27,6	28	32,8	34,7
Israel	55-64	38,2	39,6	41,8	41,9	41,5
	25-64	42,1	42,9	45,4	45,8	45,9
	25-34	40,7	42	49,3	50	49,9
Eslovenia	55-64	13,4	13,6	15,1	16,3	15,9
	25-64	15,3	17,7	19	20,2	21,4
	25-34	19,7	23,7	24,9	24,7	27

Tabla 11-5. Porcentaje de grupo poblacional con asistencia a educación terciaria año 2004 de Chile y Brasil. La OECD presenta solo cifras para el año 2004 para estos países. Fuente: (OECD,2009b).

País	Grupo edad	2004 (%)
Brasil	55-64	3,7
	25-64	7,8
	25-34	7,9
Chile	55-64	8,7
	25-64	13,2
	25-34	18,3

11.2 Tasa de entrada y graduación al sistema terciario

La Tabla 11-6 y Tabla 11-7 presentan las tasas de graduación y entrada al sistema de educación terciaria para los países miembros de la OECD excluyendo a Luxemburgo por razones antes expuestas. La Tabla 11-8 presenta las tasas de graduación y entrada al sistema de educación terciaria para países con convenio con la OECD o aplicando para pertenecer a ésta.

Tabla 11-6. Tasa de graduación (TG, en porcentaje) y tasa de entrada (TE, en porcentaje) del sistema terciario (solo tipo A). Países miembros de OECD, parte 1. Se excluye Luxemburgo. Fuente: (OECD, 2009b).

País	Edad típica de graduación	Tasa	1995 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Australia	20-25	TG	..	35,7	42,0	46,3	49,8	46,6	59,4	59,1
		TE	..	59,0	64,6	76,7	67,7	69,8	82,3	84,0
Austria	22-26	TG	9,7	15,3	17,4	17,7	18,9	20,4	20,4	21,5
		TE	27,2	33,6	34,2	31,1	34,5	37,1	37,1	40,0
Bélgica	22-24	TG
		TE	32,3	32,5	33,2	34,4	33,4	34,9
Canadá	22-25	TG	..	27,9	34,7	..
		TE
República Checa	23-25	TG	12,6	13,8	14,2	15,2	16,8	20,0	24,9	29,0
		TE	..	24,7	30,0	30,5	33,0	38,1	41,4	49,8
Dinamarca	24	TG	25,2	37,3	39,3	41,3	42,7	44,5	45,5	44,6
		TE	40,3	52,2	53,8	53,4	57,4	55,3	57,1	58,9
Finlandia	25-29	TG	20,3	40,8	45,5	48,7	47,7	47,3	48,1	47,5
		TE	39,0	71,2	72,0	71,4	73,2	73,4	73,2	76,3
Alemania	24-27	TG	13,9	18,4	18,1	18,1	18,3	19,2	19,9	21,2
		TE	25,8	30,2	32,4	35,1	35,7	37,5	36,1	35,3

Grecia	22-24	TG	13,9	14,5	15,7	18,4	20,3	24,4	24,9	20,4
		TE	14,8	29,8	30,4	32,6	35,4	34,7	43,1	49,2
Hungria	23-24	TG	28,8	36,2	30,3
		TE	..	63,6	56,3	61,7	68,9	68,3	67,6	66,0
Islandia	24-25	TG	..	33,2	38,4	41,2	45,2	51,1	56,3	62,8
		TE	..	65,6	61,1	72,0	83,4	78,7	74,2	78,3
Irlanda	21-25	TG	..	30,5	29,3	32,0	36,8	38,7	38,2	39,1
		TE	..	32,0	38,9	39,5	41,1	43,9	44,6	40,1
Italia	23-25	TG	..	19,0	21,5	25,2	..	36,1	41,0	39,4
		TE	..	39,2	43,9	50,4	53,6	55,4	56,0	55,1
Japón	22, 24	TG	25,4	29,4	32,1	33,1	33,7	35,1	36,1	38,6
		TE	31,4	39,6	41,4	42,0	42,6	42,3	43,7	45,1
Corea	21	TG
		TE	40,7	45,2	46,1	45,7	46,7	49,0	50,8	58,9

Tabla 11-7. Tasa de graduación (TG, en porcentaje) y tasa de entrada (TE, en porcentaje) del sistema terciario (solo tipo A). Países miembros de OECD, parte 2. “Promedio OECD” incluye Luxemburgo. Fuente: (OECD, 2009b).

País	Edad típica de graduación	Tasa	1995 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
México	23	TG
		TE	..	26,8	26,6	34,9	28,6	29,8	30,1	31,1
Holanda	21-23	TG	28,5	35,1	35,4	36,7	38,2	40,2	42,1	43,0
	21-23	TE	43,6	53,3	53,7	54,2	52,3	55,6	58,6	58,1
Nueva Zelanda	21-22	TG	32,7	50,3	50,7	45,8	49,3	50,4	51,3	51,9
	21-22	TE	83,4	95,1	95,1	100,6	107,4	86,1	78,8	71,8
Noruega	22-25	TG	26,2	37,4	40,4	38,2	39,4	44,7	40,7	42,6
	22-25	TE	59,2	67,5	68,7	74,9	75,1	71,9	75,9	67,3
Polonia	23-25	TG	..	34,4	39,8	42,6	44,0	44,5	45,1	47,3
	23-25	TE	35,9	64,6	68,2	70,6	69,7	70,7	76,4	77,9
Portugal	22-24	TG	14,9	23,2	27,6	30,1	32,6	32,1	32,3	32,9
	22-24	TE	52,9
República Eslovaca	23-24	TG	15,0	22,8	25,2	27,7	30,1	34,6
	23-24	TE	28,2	36,7	39,5	43,5	40,2	47,1	59,5	68,2
España	20-22	TG	23,9	30,4	31,5	32,3	32,3	32,9	32,7	32,9
	20-22	TE	..	46,9	46,9	48,6	45,9	44,1	43,4	43,3
Suecia	25	TG	24,0	28,1	29,0	32,1	35,1	37,3	37,7	40,6
	25	TE	57,1	67,2	69,3	75,1	80,0	78,7	76,0	76,0
Suiza	24-26	TG	9,5	11,9	18,7	20,9	21,6	26,1	27,4	29,8
	24-26	TE	17,0	29,2	33,3	34,8	37,7	38,5	36,8	37,8
Turquía	22-24	TG	6,0	8,8	9,4	10,3	10,5	10,8	11,2	15,2
	22-24	TE	17,6	20,8	20,4	22,6	23,3	25,6	27,0	31,0
Reino Unido	20-25	TG	..	37,4	36,9	36,9	38,2	39,1	39,4	39,0
	20-25	TE	..	47,1	46,2	47,7	47,7	52,3	51,5	57,2
Estados Unidos	22	TG	32,7	34,4	32,7	32,4	31,9	33,2	34,2	35,5
	22	TE	..	42,9	42,3	63,5	62,8	63,3	63,8	64,1
OECD Promedio		TG	19,7	28,1	30,3	31,2	33,1	34,6	36,4	37,3
		TE	37,4	47,4	48,0	51,8	53,0	53,1	54,6	55,9

Tabla 11-8. Tasa de graduación (TG, en porcentaje) y tasa de entrada (TE, en porcentaje) del sistema terciario (solo tipo A). Países que están aplicando a la OECD o con trato especial de OECD. Fuente: (OECD, 2009b).

País	Edad típica de graduación	Tasa	1995 (%)	2000 (%)	2001 (%)	2002 (%)	2003 (%)	2004 (%)	2005 (%)	2006 (%)
Brasil	21-24	TG	..	10,3	10,5	12,9	15,1
		TE
Chile	24	TG
		TE	32,3	32,5	33,2	34,4	48,1	42,9
Eslovenia	25-26	TG	17,8	20,7
	25-26	TE	40,5	45,8
Estonia	22-24	TG
	22-24	TE	55,2	40,9
Federación Rusa	19-24	TG
	19-24	TE	67,0	65,5
Israel	26	TG	29,4	30,9	32,2	34,8	36,2
	26	TE	..	32,0	38,9	39,5	41,1	43,9	55,0	56,2

11.3 Evolución histórica de clasificación económica de países

La Tabla 11-9 presenta la evolución histórica de la clasificación que el Banco Mundial da a los países según su ingreso per cápita para los países utilizados en el análisis de esta investigación. La Tabla 11-10 presenta los rangos de clasificación de los países según su ingreso per cápita establecidos por el Banco Mundial.

Tabla 11-9. Evolución rangos de clasificación de países según ingreso per cápita del Banco Mundial. Fuente: (World Bank, 2009).

Año	1995	1996	1997	1998
L: low income	<= 765	<= 785	<= 785	<= 760
LM: lower middle income	766-3,035	786-3,115	786-3,125	761-3,030
UM: upper middle income	3,036-9,385	3,116-9,645	3,126-9,655	3,031-9,360
H: high income	> 9,385	> 9,645	> 9,655	> 9,360
Año	1999	2000	2001	2002
L: low income	<= 755	<= 755	<= 745	<= 735
LM: lower middle income	756-2,995	756-2,995	746-2,975	736-2,935
UM: upper middle income	2,996-9,265	2,996-9,265	2,976-9,205	2,936-9,075
H: high income	> 9,265	> 9,265	> 9,205	> 9,075

Año	2003	2004	2005	2006
L: low income	<= 765	<= 825	<= 875	<= 905
LM: lower middle income	766-3,035	826-3,255	876-3,465	906-3,595
UM: upper middle income	3,036-9,385	3,256-10,065	3,466-10,725	3,596-11,115
H: high income	> 9,385	> 10,065	> 10,725	> 11,115
Año	2007	2008		
L: low income	<= 935	<= 975		
LM: lower middle income	936-3,705	976-3,855		
UM: upper middle income	3,706-11,455	3,856-11,905		
H: high income	> 11,455	> 11,905		

Holanda	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
N. Zelanda	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Noruega	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Polonia	LM	UM												
Portugal	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
R. Checa	UM	H	H	H										
R. Eslov.	LM	UM	H	H										
Suecia	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Suiza	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Turquía	LM	LM	UM	UM	LM	UM	LM	LM	LM	UM	UM	UM	UM	UM
R. Unido	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H

12. Anexo C: Detalle solución esperanza de la diferencia de los retornos

En la presente sección se muestra el desarrollo para obtener la esperanza de la diferencia de los retornos de los precios de los activos trabajador calificados y no calificado para el modelo desarrollado en la sección 4.

De las ecuaciones que muestran la forma de los precios de ambos activos en análisis (ecuación 12.1 y 12.2) se desprende que los precios son proporcionales al capital dividido por su respectivo stock, lo que se muestra en la ecuación 12.3 y 12.4.

$$P_S = \frac{ABK(1-\alpha)\theta}{S} \quad (12.1)$$

$$P_N = \frac{ABK(1-\alpha)(1-\theta)}{N} \quad (12.2)$$

$$P_S \propto \frac{K}{S} \quad (12.3)$$

$$P_N \propto \frac{K}{N} \quad (12.4)$$

Se aplica el lema de Itô y se construye para P_S y P_N las expresiones de la ecuación 12.5 y 12.6.

$$dP_S = \frac{1}{S} dK - \frac{K}{S^2} dS - \frac{1}{S^2} dKdS + \frac{1}{2} K(dS)^2 \quad (12.5)$$

$$dP_N = \frac{1}{N} dK - \frac{K}{N^2} dN - \frac{1}{N^2} dKdN + \frac{1}{2} K(dN)^2 \quad (12.6)$$

Se calcula el retorno en los precios dividiendo las expresiones 12.5 y 12.6 por sus respectivos precios y reemplazando al lado izquierdo las proporcionalidades expresadas en las ecuaciones 12.3 y 12.4. Los términos cuadráticos para las diferenciales se desprecian lo que deriva en las expresiones 12.7 y 12.8.

$$\frac{dP_S}{P_S} = \frac{dK}{K} - \frac{dS}{S} \quad (12.7)$$

$$\frac{dP_N}{P_N} = \frac{dK}{K} - \frac{dN}{N} \quad (12.8)$$

Por lo tanto, la esperanza de los retornos de los precios es equivalente a la esperanza de las variaciones en los grupos de trabajadores capacitados y no capacitados, como se aprecia en la ecuación producto de reemplazar la ecuación 12.7 y 12.8.

$$E\left(\frac{dP_S}{P_S} - \frac{dP_N}{P_N}\right) = E\left(\frac{dK}{K} - \frac{dS}{S} - \frac{dK}{K} + \frac{dN}{N}\right) = E\left(\frac{dS}{S} - \frac{dN}{N}\right) \quad (12.9)$$

Si se reemplazan las ecuaciones 12.10 y 12.11, que son la dinámica de las personas, en la ecuación 12.9 se obtiene que la esperanza de la diferencia de los retornos de los activos estudiados depende de la tasa de ingreso de personas al mercado laboral y de la tasa de inversión, efecto capturado por la ecuación 12.12.

$$dS = (-\delta S + i_t) dt \quad (12.10)$$

$$dN = (\eta N - \delta N - i_t) dt \quad (12.11)$$

$$E\left(\frac{dP_S}{P_S} - \frac{dP_N}{P_N}\right) = \left(\eta - \frac{i}{N} - \frac{i}{S}\right) dt = \left(\eta - i\left(\frac{S+N}{SN}\right)\right) dt \quad (12.12)$$

13. Anexo D: Múltiples calibraciones

La escasez de datos históricos con respecto a la entrada, graduación y composición de la población con respecto a la educación terciaria estrechan en el corto plazo el

análisis a realizar con el modelo. De este modo se elimina la alternativa de hacer un análisis *cross section* con distintas economías (debido también a las limitantes del modelo con respecto al peso del trabajo en la función de producción) o de analizar una economía y su progreso en el tiempo. La calibración se realiza por lo tanto para una economía tipo. En esta sección se presenta la construcción de la economía no desarrollada tipo. Es importante mencionar que al tratarse de una economía modelo la determinación de los parámetros admite cierta flexibilidad mientras estos sean valores de magnitudes razonables.

Gran parte de los datos de la calibración se basan en series y estudios para Chile en el año 1998. Todos estos son adaptados a la moneda local en base al año 1996 debido a que el modelo requiere consumo real.

En este anexo se presentan distintas calibraciones realizadas las que se diferencian en el ajuste de la variable A (tecnología o TFP como es comúnmente llamada en la literatura). El primer caso presentado corresponde a la calibración con $\gamma = 0,9$, la cual es más restrictiva con respecto a la estimación de los parámetros. Para el resto de las calibraciones presentadas se considera $\gamma = 1,1$.

En lo que respecta a las características poblacionales, educacionales y de riesgo, todas las calibraciones presentadas consideran los mismos valores, mientras que en las características poblacionales solo comparten los valores de α , θ y σ_k . La Tabla 13-1 presenta los valores mencionados. A continuación se detalla la determinación de estos parámetros utilizados y las bases de datos respectivas.

En lo que respecta a las características poblacionales, la población laboral se consideró desde los 25 años a los 64. Esto debido a la compatibilidad con los datos de la OECD (2009b). De este modo se calculó la población laboral de Chile en base a estimaciones de las oficinas de estadística (INE, 2009). A falta de datos para el año 1998 se interpoló entre las fechas 1995 y 2000. La tasa de entrada al mercado laboral fue estimada como la proporción entre la población entre 24 y 25 años y la población laboral total. La tasa de jubilación fue estimada como la proporción entre la población de 63 a 64 años y la población laboral total.

Tabla 13-1. Caracterización economías. Se presentan los parámetros que definen las economías modelo desarrollada y no desarrollada. Fuente: elaboración propia.

	Economía no desarrollada
Características poblacionales	
η : tasa de entrada al mercado laboral	0,0376
δ : tasa de jubilación	0,0121
N+S: población total	5.502.013
Características educacionales	
Inversión objetivo	79.262
N: trabajadores no capacitados	4.676.711
S: trabajadores capacitados	825.302
z: proporción de trabajadores capacitados de la población total	0,15
Características económicas	
θ	0,6
α	0,6
σ : desviación de los retornos	0,0134
Parámetros de riesgo	
β	0,05
γ	1,1 o 0,9

Las características educacionales fueron estimadas a partir de datos de inversión en educación terciaria de la OECD y UNESCO. La inversión objetivo fue tomada de UNESCO (2009) para el año 1999 a falta de datos para 1998. En lo que respecta a la proporción de trabajadores capacitados, a partir de la cual se calcula N y S, se tomaron los datos de OECD (2009b) estimando la proporción en 0,15.

En lo que respecta a las características económicas, para éstas se utilizó series de capital físico y PIB de Fuentes, Larraín y Schmidt-Hebbel (2006) según corresponde. Las series de consumo y valores de la UF para ajustar precios a 1996 cuando corresponde se obtuvieron de Banco Central de Chile (2009). El valor de α es determinado según estimaciones de Mankiw et al. (1992) donde se propone que para

el modelo de Solow (1956) el valor de α para 98 economías es de 0,6, mientras que para un subgrupo de economías desarrolladas es de 0,36. Debido a esto se supone que para la economía modelo no desarrollada el valor de α es de 0,4. El valor de θ es fijado en forma arbitraria suponiendo mayor productividad de los trabajadores capacitados. La volatilidad de los retornos del capital físico fue estimada mediante el cálculo del retorno del capital para Chile entre 1988 y 1998. La diferencia en magnitud es consistente con el análisis de diferencias en la volatilidad de los flujos de capital entre economías emergentes y desarrolladas realizado por Broner y Rigobon (2005).

Las series de capital presentadas por Fuentes et al. (2006) no son ajustadas según calidad del capital u otro índice. Sumado a esto, la simpleza de la función de producción utilizada para mantener el foco en la inversión en educación terciaria y el costo de oportunidad de la misma produce que la variable A (tecnología o TFP) absorba una serie de efectos provenientes de otros fenómenos distintos a la variación tecnológica. Debido a esto es que se presentan distintas calibraciones donde se realizan distintos ajustes explicados, las que presentan un comportamiento del perfil de z muy similar entre ellas.

Finalmente para los parámetros asociados al riesgo, β y γ , se utilizó valores estándar de la literatura de modelos de equilibrio general dinámico y estocástico, considerando para este último 0,9 y 1,1.

A partir de los valores característicos de las economías estimadas para cada una de las calibraciones se calcula X a partir de la inversión objetivo, lográndose construir, entre otras cosas, los perfiles de z y su comportamiento según sensibilización de determinadas variables.

A continuación se presentan 4 calibraciones para conjuntos de parámetros característicos consistentes con una economía no desarrollada. La primera considera $\gamma = 0,9$, lo que exige restringir la variable A para el cumplimiento de las restricciones de la variable B. La segunda considera $\gamma = 1,1$ y la determinación de A a partir del supuesto puro de expansión asintótica y la dinámica del capital. La tercera considera $\gamma = 1,1$ y la determinación de A a partir de la dinámica del capital propuesta sin considerar la expansión asintótica. Finalmente la cuarta considera $\gamma = 1,1$ y la obtención de A a partir del ajuste de la función de producción según el PIB para el año 1998.

En la presente investigación se toma el caso tres para el análisis de resultados. Los casos uno y dos son desarrollados como ejercicio académico, siendo los casos tres y cuatro más consistentes con la teoría económica.

13.1 Primer caso: $\gamma = 0,9$

El valor de $\gamma = 0,9$ implica una restricción de los parámetros para el cumplimiento de las condiciones de B. Específicamente la no negatividad de este parámetro para obtener precios de los activos trabajador capacitado y no capacitado de valor positivo.

Este caso imposibilita trabajar con valores de A altos. La forma por lo tanto de estimar A es mediante la relación del capital, considerando la expansión asintótica considerada

para resolver la función de valor del modelo particular planteado en esta tesis. La ecuación 13.1 presenta la relación del capital en el tiempo dada la dinámica propuesta en esta investigación. El gasto y el factor estocástico no son considerados por no ser observables.

$$K_{t+1} = K_t + PIB_t - C_t \quad (13.1)$$

La ecuación 13.2 presenta la relación del capital considerando la función de producción Cobb-Douglas y la expansión asintótica en torno a $\alpha = 1$. A partir de esta se obtiene una expresión para A que muestra la ecuación 13.3.

$$K_{t+1} = K_t + AK_t - C_t \quad (13.2)$$

$$A = \frac{K_{t+1} - K_t + C_t}{K_t} \quad (13.3)$$

Utilizando las series de consumo y capital obtenidos para $t = 1998$ se obtiene el parámetro A para la economía modelo a partir de datos observados de la economía chilena.

Los datos de calibración y resultados expuestos en la Tabla 13-2. El capital físico ha sido ajustado con el objetivo de alcanzar el PIB tipo de la economía modelo, lo cual constituye una variable mal estimada por el modelo al superar varias veces el capital físico tipo, que para este caso corresponde al de la economía chilena según Fuentes et al. (2006).

Tabla 13-2. Resultados calibración caso 1. Fuente: elaboración propia.

Parámetros	Valores
Económicos	
A: tecnología	0,27
PIB	$33.300 \cdot 10^9$
Capital	$20.978 \cdot 10^{15}$
Calibración	
B	40,312
X	$11471430 \cdot 10^{15}$
F	$2.380 \cdot 10^{15}$
F/Capital Físico	11,3%

13.2 Segundo caso: $\gamma = 1,1$ y consideración de expansión asintótica

Este caso es similar al caso 1, con la diferencia que el parámetro γ toma el valor de 1,1. La

Tabla 13-3. Resultados calibración caso 2. Fuente: elaboración propia.

Parámetros	Valores
Económicos	
A: tecnología	0,27682
PIB	$33.300 \cdot 10^9$
Capital	$20.978 \cdot 10^{15}$
Calibración	
B	14,16200914
X	$4029982 \cdot 10^{15}$
F	$836 \cdot 10^{15}$
F/Capital Físico	3,987%

13.3 Tercer caso: $\gamma = 1,1$ y determinación de A por el capital

Este caso es similar a los anteriores a diferencia que el parámetro A es obtenido para la economía modelo a partir de la dinámica del capital sin considerar la expansión asintótica. Se considera $\gamma = 1,1$. La ecuación 13.4 muestra la relación del capital en el tiempo donde el costo debido a la inversión no es incluida por no ser un valor fácil de observar.

$$K_{t+1} = K_t + PIB_t - C_t \quad (13.4)$$

La ecuación 13.5 considera la relación antes presentada con la función de utilidad del modelo particular. La ecuación 13.6 presenta la expresión propuesta para A sin considerar expansión asintótica.

$$K_{t+1} = K_t + AK_t^\alpha (S^\theta N^{1-\theta})^{1-\alpha} - C_t \quad (13.5)$$

$$A = \frac{K_{t+1} - K_t + C_t}{K_t^\alpha (S^\theta N^{1-\theta})^{1-\alpha}} \quad (13.6)$$

A partir de la expresión propuesta se obtiene de los datos de la economía chilena el valor de A para la economía modelo. El capital físico es luego ajustado para obtener a

partir de la función de producción el PIB adecuado. La Tabla 13-4 presenta los parámetros de la economía tipo y los resultados de la calibración.

Tabla 13-4. Resultados calibración caso 3. Fuente: elaboración propia.

Parámetros	Valores
Económicos	
A: tecnología	379,9
PIB	$33.300 \cdot 10^9$
Capital	$123.741 \cdot 10^9$
Calibración	
B	0,028
X	$66 \cdot 10^{15}$
F	$13.823 \cdot 10^9$
F/Capital Físico	11,171%

13.4 Cuarto caso: $\gamma = 1,1$ y determinación de A por producción

En este caso se estima el valor de A a partir de valores para la función de producción obviando temporalmente las relaciones de la dinámica del capital. La ecuación (13.7) presenta una expresión para A a partir de las relaciones de la función de producción.

$$A = \frac{PIB_t}{K_t^\alpha (S^\theta N^{1-\theta})^{1-\alpha}} \quad (13.7)$$

A partir de datos observados en la economía chilena se obtiene el A para la economía tipo. El uso de $\gamma = 1,1$ y no $\gamma = 0,9$ corresponde a que el último valor no permite respetar las restricciones de B para obtener resultados consistentes con la teoría económica, siendo ambos valores ampliamente utilizados en la literatura.

El capital físico y PIB utilizados para la economía tipo corresponde a los de la economía chilena. La Tabla 13-5 presenta los parámetros de la economía tipo y los resultados de la calibración.

Tabla 13-5. Resultados calibración caso 4. Fuente: elaboración propia.

Parámetros	Valores
Económicos	
A: tecnología	396,4
PIB	$33.300 \cdot 10^9$
Capital	$115.305 \cdot 10^9$
Calibración	
B	0,027
X	$62 \cdot 10^{15}$
F	$12.881 \cdot 10^9$
F/Capital Físico	11,172%