



Pontificia Universidad Católica de Chile
Facultad de Educación
Magister en Educación. Mención Evaluación de aprendizajes.

Evaluación de las habilidades de Razonamiento lógico matemático en niños de 4 y 6 años de escuelas vulnerables.

Por

Tatiana Karín Tatter San Martín

Tesis presentada a la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile,
para optar al título de Magister en Educación.

Profesor Guía

Dr. Cristián Rojas Barahona

Octubre, 2016

Santiago, Chile

Tesis financiada por el proyecto FONDECYT Regular nº1110956, titulado
“Impacto de un programa de desarrollo de la memoria operativa en niños y
niñas que asisten a Jardines Infantiles de zonas rurales y urbanas.”

AGRADECIMIENTOS

La elaboración y culminación de este proyecto ha significado sin dudas un gran logro personal y profesional, y es el resultado de un esfuerzo conjunto, de personas que me apoyaron en todo el proceso.

Por esta razón no puedo dejar de agradecer....

A la Universidad por la formación recibida –académica y valórica- y el compromiso evidenciado en la entrega de una educación de excelencia.

A mis profesores del programa Magister en Evaluación, gracias por el conocimiento entregado, la gran dedicación, apoyo constante y entrega de herramientas que permitieron el desarrollo de habilidades para desempeñarme eficazmente en el mundo de la academia.

A mis compañeros, gracias por los momentos compartidos, las reflexiones realizadas y el apoyo brindado en todo momento, lo que sin duda aporta a un desarrollo integral de todos nosotr@s.

Un agradecimiento especial a mi guía de tesis Dr. Cristian Rojas y a la Dra. Carla Föster, por invitarme a participar en el proyecto FONDECYT, por creer en mí, por tener comprensión y gran respeto por mi proceso.

A mi madre y hermanos, por apoyarme incondicionalmente en cada decisión que tomo.

A mi hermana Fernanda, por estar en todo momento a mi lado y animarme a continuar, sobre todo en los momentos en que pensé que no lo podría lograr.

A mis hijos Benjamín y Emilia, mi fuente de inspiración para crecer y luchar día a día, les agradezco simplemente estar aquí a mi lado.

Espero sincera y humildemente aplicar todo lo aprendido, y continuar desarrollándome, para poder aportar a una Educación de calidad y con esto a una sociedad mejor, entregando mi mayor esfuerzo, todas mis energías, compromiso y vocación.

RESUMEN

Este estudio evaluó el desarrollo las habilidades del razonamiento lógico matemático de los estudiantes que cursan los niveles de transición de Educación Parvularia en escuelas vulnerables y la relación que existe entre las acciones declaradas por las educadoras para trabajar esta área y el marco curricular chileno. Para el estudio, se consideró una muestra de a 146 niños y niñas de 4 escuelas de dependencia municipal y 6 educadoras de párvulos. Luego de tener los consentimientos informados de los apoderados, se realizaron mediciones de habilidades de razonamiento lógico matemático, en 3 momentos distintos, en un periodo de dos años. Además, se aplicó un cuestionario a las educadoras con el objetivo de identificar las acciones que realizaron para el trabajo del nucleó razonamiento lógico matemático con los estudiantes del estudio. Por último, se realizó la construcción de una matriz curricular para relacionar los estándares de finalización de matemática en Educación Parvularia con las medidas de la prueba. El análisis de los resultados, se realizó a través de un diseño mixto, por un lado análisis de ANOVA de medidas repetidas en las habilidades de la prueba y análisis de frecuencia y relevancia en las declaraciones. Los hallazgos reportados en los 3 tiempos de medición, presentan aumento lineal y significativo ($F_{(1;114)}=22,238$; $p<0,01$), lo que implica que las habilidades matemáticas se van desarrollando en la medida que el estudiante adquiere más edad, como también por las intervenciones que reciben en esta área; vale decir, desde la matemática informal a la formal (Barody, 1988). Existe relación entre la relevancia de los aprendizajes esperados para NT1 y NT2 que declaran las educadoras con los resultados, específicamente las educadoras coinciden en su mayoría en declarar que los contenidos relacionados con temporalidad, clasificación y nociones espaciales, como los más relevantes (sobre el 60% de relevancia), asumiendo con esto una perspectiva Piagetiana y no interaccionista. Las habilidades que obtuvieron bajos resultados fueron resolución de problemas aritméticos y ordinalidad, siendo los aprendizajes esperados del eje cuantificación los más descendidos.

Palabras Clave: Razonamiento lógico matemático- Educación inicial- Habilidades- Educadoras de Párvulos- Currículum.

ABSTRACT

This study evaluated the development of logical mathematical reasoning skills of transition levels students from Nursery Education in vulnerable schools and the relationship between the actions reported by the educators who work in this area and the Chilean curriculum framework. For the study, a sample of 146 children from 4 public schools and 6 nursery educators were considered. After having informed consent from the parents, measurements of logical mathematical reasoning skills were performed in 3 different times over a period of two years. In addition, a questionnaire to the teachers with the aim of identify actions undertaken to work the core of logical mathematical reasoning with the students of the study was applied. Finally, a curricular matrix was made to relate mathematical completion standards in Nursery Education with the testing measures. The analysis of the results was performed using a mixed design, an ANOVA analysis of repeated measures on skills testing and a frequency / relevance analysis in the statements side. The findings reported in the 3 measuring times, have linear and significant increase ($F(1, 114) = 22.238, p < 0.01$), implying that math skills are developed in line with the children growth, as well as for the receiving interventions in this area; that is, from informal to formal mathematics (Barody, 1988). There is a relationship between the relevance of expected learning in NT1 and NT2 declared by the educators and the results, specifically, most educators agree on declaring that the content related with temporality, classification and spatial concepts are the most relevant (more than 60 % of relevance), taking a Piagetian perspective instead of interactionist. The skills which obtained lower results were solving arithmetic problems and ordinality, with the expected learning in the quantization axis the most let down.

Keywords: Logical mathematical reasoning skills – Nursery Education Curriculum-
Nursery Education.

TABLA DE CONTENIDOS

Contenido

1. INTRODUCCIÓN.....	8
2. ANTECEDENTES	12
2.1 Preguntas de investigación	15
2.2 Objetivos	16
3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	17
3.1 Razonamiento lógico matemático	17
3.2 Desarrollo habilidades de razonamiento lógico matemático en Educación Parvularia..	18
3.3 Nociones pre numéricas en los preescolares (Teoría de Piaget).....	20
3.4 Adquisición del número: Otras perspectivas.....	23
4. MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PARVULARIA.	27
4.1 Importancia de las matemáticas en Educación Parvularia	27
4.2 Componentes predictores para el aprendizaje de las matemáticas.	29
5. FACTORES Y ACCIONES ASOCIADOS AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.....	31
5.1 Educadoras de párvulos y su relación con el aprendizaje de las matemáticas.	31
5.2 Currículo y su relación el aprendizaje en matemáticas en Educación Parvularia...	37
6. MARCO CURRICULAR CHILENO DE EDUCACIÓN PREESCOLAR EN MATEMÁTICA Y HABILIDADES DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO.	39
6.1 Núcleo de relaciones lógico matemáticas y cuantificación.....	39
6.2 Núcleo relaciones lógicas matemáticas y cuantificación y su relación con las habilidades que mide la prueba Precalculo.....	45
7. METODOLOGÍA	51
7.1 Muestra	51
7.2 Diseño	52
7.3 Instrumentos:.....	52
7.4 Procedimiento	58

En primer lugar el estudio fue aprobado por el comité de ética de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Posteriormente, previo a la aplicación del

instrumento prueba Precalculo, se solicitaron consentimientos informados a las familias de los estudiantes que participaron en el estudio.	58
7.5 Plan de análisis	59
8. RESULTADOS.....	62
8.1 Desarrollo de las habilidades matemáticas en las tres mediciones.	62
8.2 Descripción de la relevancia de los aprendizajes esperados declarados por las educadoras de NT1 y NT2.	65
8.3 Descripción de la Frecuencia de contenidos en las planificaciones.....	71
8.4. Resultados de las habilidades desagregados por curso en los tres tiempos de medición	74
8.5. Comparación de las educadoras con el logro de aprendizajes esperados del marco curricular.	86
9. DISCUSIÓN.....	96
9.1 Desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en un periodo de dos. años. 96	
9.2 Relevancia del desarrollo de las habilidades matemáticas a temprana edad	100
9.3 Descripción de la frecuencia y relevancia de las habilidades respecto al desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático.....	101
9.3.1 Relevancia de los aprendizajes	101
9.3.2 Frecuencia de las habilidades	102
9.4 Relación entre el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático y los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.....	104
9.4.1 Matriz curricular y habilidades de la prueba.	104
9.4.2 Desarrollo de los aprendizajes en los Niveles de Transición.	106
9.5 Proyecciones y limitaciones del estudio.	108
10. BIBLIOGRAFÍA.....	111

1. INTRODUCCIÓN

La educación de párvulos ha tomado relevancia en las últimas décadas a partir de la numerosa evidencia que muestra que, por una un lado, el desarrollo de habilidades cognitivas en la primera infancia influye favorablemente en la adaptación de los niños a la escuela básica (Howes et al., 2008), y por otro, se ha demostrado que la educación temprana y de calidad desarrolla habilidades que tienen efectos positivos en el individuo y su futuro, contribuyendo con esto a disminuir las brechas sociales (Heckman, Stixrud y Urzua, 2006).

Debido a la relevancia de esta etapa en la vida del individuo, los programas de Educación Parvularia subsidiados por el estado, se enfocan en establecer la igualdad de oportunidades educativas de los niños de grupos socioeconómicos más desfavorecidos, los que generalmente crecen en ambientes con menor estímulo cognitivo y tienen menores oportunidades de desarrollar sus capacidades en comparación con niños de familias con mayores ingresos (Early et al., 2010). En E.E.U.U. se han hecho diversos estudios de programas de intervención en Educación Infantil, en los cuales se concluye que la inversión destinada por el estado para dichos programas, con el tiempo, otorgaron diversos beneficios económicos para los individuos que participaron en él y, también, para la sociedad en su conjunto en forma de mayores retornos y menor gasto social (Cunha y Heckman, 2009). Asimismo, la OCDE señala que la inversión que se hace en la primera infancia es trascendental, estudios longitudinales demuestran que invertir un dólar en educación preescolar traería con el tiempo el beneficio de 8 dólares de retorno (Pacheco, Elacqua y Brunner, 2005).

En Chile, en los últimos años el estado ha relevado la Educación Parvularia, desplegando diversos cambios que han apuntado, por un lado, a tomar medidas para aumentar la cobertura en educación preescolar con énfasis en la equidad y calidad, y por otro lado, se han desarrollado marcos curriculares como guía de los aprendizajes de los estudiantes (Sotomayor, 2006).

Con respecto al marco curricular, en Educación Parvularia existe una propuesta que enfatiza los aprendizajes que los estudiantes deben lograr al finalizar el ciclo de Educación Parvularia, en él se fijan los lineamientos, orientaciones pedagógicas, aprendizajes esperados y mapas de progreso que se deben utilizar para el desarrollo de todas las áreas educativas de los niños(as) que se encuentran en este nivel de educación.

Específicamente, las bases curriculares de la Educación Parvularia creadas el año 2001, están compuestas por tres ámbitos: Formación personal y social, Comunicación y Relación con el medio natural y cultural. En su conjunto, estos ámbitos abarcan campos de acción donde se llevan cabo procesos claves para la tarea formativa y de aprendizaje de los niños que asisten a la Educación Parvularia.

Dentro de las áreas que se deben desarrollar en el currículum establecido para este nivel educativo, particularmente en el ámbito relación con el medio natural y cultural, se encuentra el núcleo de razonamiento lógico matemático y cuantificación, cuyo objetivo es potenciar en los estudiantes la capacidad de insertarse al mundo e interpretar la realidad, aplicando relaciones lógicas-matemáticas y causalidad en la resolución de problemas reales. En este sentido, el área de matemática, como disciplina a trabajar con los estudiantes

está considerada desde los niveles de educación preescolar, debido a que los niños(as) a temprana edad se encuentran expuestos a determinados estímulos ambientales que lo ayudará a desarrollar importantes ideas y habilidades relacionadas con matemáticas (Baroody, 2009). Por lo demás, la literatura señala que el trabajo en matemática desde la Educación Parvularia incide favorablemente en el óptimo desarrollo de esta competencia, aumentando o disminuyendo la trayectoria de los estudiantes en esta área y también en otras disciplinas (Clements y Samara, 2009; Duncan et al., 2007; Kleemans, Peeters, Segers y Verhoeven, 2012).

En síntesis, debido a la relevancia de la Educación Parvularia para el desarrollo de habilidades y desempeño futuro de los estudiantes y la importancia de desarrollar habilidades matemáticas a temprana edad, este estudio tiene por objetivo evaluar el desarrollo de las habilidades del razonamiento lógico matemático de los estudiantes que cursan los niveles de transición de Educación Parvularia y la relación con las acciones reportadas por las educadoras de párvulos y los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos del nivel.

Para ello, en primer lugar, se realizaron 3 mediciones en un periodo de dos años donde se evaluaron a 146 niños(as) de 4 escuelas de dependencia municipal, con el test de Precalculo de Neva Milicic y Smith, el cual considera la medición de 10 habilidades de razonamiento lógico matemático: Conceptos básicos, percepción visual, correspondencia termino a término, números ordinales, reproducción de figuras y secuencias,

reconocimientos de figuras geométricas, reconocimiento y producción de números, cardinalidad, solución de problemas aritméticos, conservación. Además se realizó un cuestionario dirigido a las educadoras con el objetivo de identificar las acciones que realizan para el trabajo del núcleo razonamiento lógico matemático con los estudiantes del estudio. Por último, se realizó la construcción de una matriz curricular ,que por un lado, relaciona los estándares de finalización de matemática en Educación Parvularia con las medidas de la prueba, y por otro, relacionado las habilidades que están a la base de los aprendizajes esperados de este núcleo.

2. ANTECEDENTES

La matemática como área de desarrollo cumple un rol fundamental en la sociedad moderna, debido a la funcionalidad que poseen los aprendizajes matemáticos para la comprensión y relación del individuo con su cultura (Callejo et al., 2010), y además, el aporte que esta disciplina entrega al desarrollo cognitivo de los estudiantes (Kaplan et al., 2006). Debido a la preeminencia de este tema, las matemáticas ocupan un lugar primordial en el currículum nacional e internacional, destinando los establecimientos educacionales una proporción significativa de su jornada al trabajo de esta disciplina (Terigi y Wolman, 2007).

Sin embargo, los resultados académicos en el área de matemáticas muestran deficiencias en el logro de esta competencia. Esto se ve demostrado en diversas pruebas nacionales e internacionales, como es el caso de Pisa 2012 donde el 52% de los estudiantes chilenos no demuestra tener una base mínima de preparación para enfrentar los desafíos de la vida en la sociedad moderna (PISA, 2014). Asimismo, el Tercer Estudio Regional Comparativo y Explicativo (TERCE) año 2015, en el área de matemática, Chile presenta puntajes significativamente superiores al promedio de los países de la región (Promedio Chile: 782, Promedio Regional: 700). Sin embargo, existe un porcentaje importante de estudiantes (39%), que se encuentra en los niveles de logro más bajos. (TERCE, 2014)

Análogamente, en Chile, los estudiantes en el Sistema de Medición de la Calidad de la Educación del Estado (SIMCE) de matemáticas muestran bajos niveles de logro, sólo el 30% de los estudiantes de cuarto básico a nivel nacional se encuentran en el nivel

avanzado, siendo las escuelas de dependencia municipal las que evidencian los puntajes menores. En este sentido, la última medición de SIMCE de matemática 2015, muestra que las escuelas municipales lograron un promedio de 234 versus un promedio de 296 de los colegio particulares.(Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2016). Una de las respuestas a esta diferencia, está relacionada al alto porcentaje del índice de vulnerabilidad escolar (IVE) que presentan estos establecimientos educacionales, los cuales tienen en sus aulas a los estudiantes que se encuentran en situación de extrema pobreza y pobreza, y vulnerabilidad social, y que SIMCE clasifica para el reporte de los resultados como los estudiantes que pertenecen al grupo socio económico bajo y medio bajo, utilizando para esto, el Índice de Vulnerabilidad del Establecimiento proporcionado por la JUNAEB y la información entregada por los apoderados en el Cuestionario de Calidad y Contexto de la Educación (SIMCE, 2014).

Esta desigualdad en resultados también se puede observar en el último informe de seguimiento de una educación para todos, UNESCO (2014), donde Chile, es considerado uno de los países de la región que muestra mayores diferencias en los aprendizajes de los estudiantes según el nivel socioeconómico, un ejemplo de esto es PISA 2012, que en la asignatura de matemática, los estudiantes chilenos más ricos se desempeñan más de dos años escolares mejor que los más pobres.

Lo anterior, pone en evidencia que los estudiantes que participan en colegios vulnerables y presentan un alto nivel de vulnerabilidad, no alcanzan el desarrollo esperado de las habilidades en el área de matemáticas. Por tanto, las colegios dependencia municipal

muestran resultados desalentadores para la igualdad en la calidad de la educación (Elacqua, 2012).

En síntesis, debido a la relevancia de las matemáticas para el aprendizaje de los estudiantes, y los desalentadores resultados académicos en esta área, sobre todo en las escuelas vulnerables de Chile, se hace urgente analizar qué está sucediendo en esta área disciplinar. Para esto, una de las reflexiones cruciales de este estudio es considerar qué sucede en la primera infancia en relación a desarrollo temprano de habilidades matemáticas, ya que la literatura nos indica que es en esta etapa donde se establecen los cimientos para garantizar un mayor éxito en el futuro (Noboa-Hidalgo y Urzua 2012). Es por esto que, es fundamental saber en qué medida los estudiantes están aprendiendo en este ciclo educativo, ya que poco se sabe sobre el rendimiento académico en el área de matemáticas en los primeros años de educación, factor que incide en el desempeño futuro del individuo (Aunola, Leskinen y Lerkkanen, 2004).

Particularmente en Chile, existen escasas investigaciones que muestren los aprendizajes alcanzados por los estudiantes al finalizar la Educación Parvularia (Cerdeira y colaboradores, 2012); hecho que resulta preocupante, debido a que es en esta etapa donde se gesta la base de los aprendizajes de todas las áreas, específicamente en matemáticas la literatura nos señala lo crucial de este periodo para fomentar la competencia matemática (Núñez, 2005), por tanto es necesario saber qué está sucediendo en esta etapa escolar, debido a los resultados desfavorables que se presentan en los niveles superiores donde hay deficiencias graves en el aprendizaje de las matemáticas.

2.1 Preguntas de investigación

Las preguntas de investigación de este estudio son las siguientes:

1. ¿Cuál es el nivel de avance de las habilidades de razonamiento lógico matemático, en niños y niñas de transición menor y mayor durante un periodo de dos años?
2. ¿Cuáles son las declaraciones de las educadoras en relación a la frecuencia y relevancia de los aprendizajes planificados para trabajar el núcleo razonamiento lógico y matemático en NT1 y NT2?
3. ¿Cómo se relacionan el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos para trabajar en el aula el núcleo razonamiento lógico matemático?
4. ¿Cómo se relacionan el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT?

2.2 Objetivos

El presente estudio tiene como objetivo evaluar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en niveles de transición de Educación Parvularia de escuelas vulnerables y relacionarlas con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos y los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT. Específicamente se espera:

- Determinar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en un periodo de dos años.
- Describir la frecuencia de las habilidades de razonamiento lógico matemático declaradas por las educadoras de párvulos, respecto a las acciones para trabajar el área de matemática en las aulas de NT
- Describir la relevancia de las habilidades de razonamiento lógico matemático declaradas por las educadoras de párvulos, respecto a las acciones para trabajar el área de matemática en las aulas de NT.
- Relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos para trabajar en el aula el núcleo razonamiento lógico matemático.
- Relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.

3. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

3.1 Razonamiento lógico matemático

La matemática tiene como objetivo primordial desarrollar habilidades de razonamiento en sus estudiantes para que sean capaces de resolver problemas creativos y complejos, y no sólo aplicar memorísticamente algoritmos (Larrazolo, Backhoff, Rosas y Tirado, 2010). Estas habilidades de razonamiento son un proceso de pensamiento que les permiten a las personas sacar conclusiones a partir de premisas previamente establecidas (Castro, Cañadas y Molina, 2010) e implica a la vez, resolver problemas realizando inferencias sobre un fenómeno y argumentando las respuestas de dichos problemas (Deloache y Miller 1999).

El razonamiento en matemática se encuentra profundamente ligado a los planteamientos de Piaget (Piaget et al., 1977) quien expone la importancia del razonamiento lógico entendido como las relaciones mentales que cada individuo hace respecto a los conocimientos del mundo externo. Es así como la *National Council of Teacher Matematics* (NCTM) establece que el razonamiento es la base para el desarrollo de los programas educativos en el área lo que permitiría a los estudiantes “*Sacar conclusiones lógicas sobre cuestiones matemáticas, usar modelos, conocer hechos, propiedades y relaciones para exponer su pensamiento; justificar las respuestas y los procesos seguidos; utilizar regularidades y relaciones para analizar situaciones matemáticas; creer que las matemáticas funcionan con sentido*” (NCTM, 2000). En esta línea, Charlesworth (2005) destaca que la finalidad real de la enseñanza de las matemáticas, consiste en potenciar el pensamiento matemático de diversas nociones y que los estudiantes sean capaces de

relacionarlas para darle un sentido a este tipo de conocimiento y utilizarlo para comprender e interactuar con el mundo que los rodea. Es por esto que, la utilización del razonamiento lógico matemático no sólo está basado en el desarrollo de algoritmos sino en problemas que se dan en la vida diaria, como por ejemplo: tratar con el dinero, calcular distancias, calcular tiempos, y pensar en velocidades. En este sentido Piaget (1977) señala que desde niños se aprende mucha lógica subyacente de matemáticas por sus experiencias informales

3.2 Desarrollo habilidades de razonamiento lógico matemático en Educación Parvularia.

La psicología piagetiana señala que a temprana edad se van desarrollando distintos tipos de pensamiento (físico, social y lógico matemático) los cuales maduran a lo largo de la vida, y ayudan a insertar al individuo a su entorno. Particularmente, el pensamiento lógico matemático consiste en la construcción propia del niño, a través de las relaciones y experiencias en la manipulación de los objetos, surge de una abstracción reflexiva, que deriva en acciones que el sujeto hace con los objetos. Estas relaciones permiten organizar, agrupar, separar, comparar, y se considera un desarrollo de éstas de lo más simple a lo más complejo, teniendo como particularidad que este conocimiento no se olvida, ya que la experiencia no proviene de los objetos sino de su acción sobre los mismos (Castro, 2006).

La investigación de Piaget en la década de los 60 consideró que el conocimiento matemático del niño nace a partir de la curiosidad y la interacción con el mundo físico y social. No obstante, también en sus planteamientos se expuso que los antes de los 7 años; es

decir previo a la etapa de operaciones concretas, eran incapaces de tener un pensamiento abstracto y lógico; por tanto los niños no podían ser capaces de construir una verdadera comprensión del número (Piaget, 1965). Desde esta perspectiva, la comprensión de la matemática elemental depende de la construcción de nociones lógicas que el niño elabora espontáneamente (Cofré y Tapia, 2003). Estas operaciones Lógicas se desarrollan de manera natural y gradual a través de la elaboración de sistemas de inclusión (la jerarquía de clases lógicas) y sistemas de relación asimétricos (seriación cualitativa). Esto significa, que para el desarrollo y adquisición del número se necesitan funciones pre numéricas de clasificación, seriación, correspondencia uno a uno y conservación, las cuales constituyen las habilidades centrales en este periodo evolutivo del niño (Cardoso y Cerecedo, 2008).

De esta manera Piaget (1965) determina que el número en la etapa preescolar no tiene sentido si no se fortalecen las bases para razonar matemáticamente; un ejemplo de esto se manifiesta cuando los niños aprenden a contar objetos y acciones, y aún durante varios años ellos no tienen idea del sentido de palabras de número, debido a que aún no comprenden lo que significa y sólo recitan los números.

Investigaciones posteriores a Piaget confirman esta tesis (Bryant y Nuñez, 2002) señalando que las habilidades de contar en la primera infancia son poco significativas y tienen escaso valor intelectual, ya que los niños aún no entienden las relaciones cuantitativas (cardinalidad y ordinalidad) para lograr una comprensión del número de forma acabada.

Un ejemplo claro de esto, está dado en las pruebas piagetiana, donde se evidencia que los niños no logran realizar la conservación del número, ya que presentan dificultades en la percepción.

En concreto, las nociones lógicas de clasificación, seriación, correspondencia y conservación desde la perspectiva Piagetiana se conciben como la base para comprender el sentido del número, el cual se adquiere en el estadio operacional concreto. Con esto se desprende, que el concepto de número se convierte en un “todo o nada” (Barody 1997) es decir, si el niño no realiza las nociones lógicas en sus tres estadios, no comprende el número y no realiza un conteo de manera significativa.

3.3 Nociones pre numéricas en los preescolares (Teoría de Piaget)

Clasificación: La clasificación constituye una serie de relaciones mentales en función de las cuales los objetos se reúnen por semejanza, se separan por diferencias, se define la pertenencia del objeto a una clase y se incluyen en ella subclases (Cofré y Tapia, 2003).

Desarrollo de la clasificación en el niño

- Primer nivel: Inestabilidad en el criterio de clasificación. El niño realiza colecciones figurales y se observa un descuido en la compresión.
- Segundo nivel: Aplicación parcial del criterio de clasificación. El niño realiza colecciones no figurales y de observa en él un desarrollo de la inclusión de clases.

- Tercer Nivel: Estabilidad en el criterio de selección en la construcción de una clase. El niño logra la clasificación jerárquica y el dominio de las relaciones entre los niveles de jerarquía hay una clasificación como modelo lógico matemático.

Seriación: La seriación es ordenar sistemáticamente las diferencias de un conjunto de elementos de acuerdo a un criterio de magnitud, esta se concibe como la relación existente entre elementos con alguna diferencia (Cofré y Tapia, 2003). La noción de seriación da lugar al aspecto ordinal.

Desarrollo de la Seriación en el niño

- Primer Nivel: Ausencia de seriación. El niño no puede seriar, procede ordenar parejas de elementos o una serie de 3 a 4 elementos que después no puede coordinar. Hace pequeñas series considerando algunos elementos e ignorando los restantes.
- Segundo Nivel: Primeras seriaciones. El niño se inicia en la seriación, actúa por ensayo y error. Al explicar la razón de su orden es incapaz de establecer la relación transitiva, compara con un solo elemento.
- Tercer Nivel: Seriación construida con un elemento sistemático. El niño procede a seriar sistemáticamente, se da un esquema anticipatorio. Es capaz de insertar un elemento en una serie ordenada, pasa a ubicarlo sin titubeos, analiza las características del objeto en relación a la serie. Justifica su opción de ordenamiento de manera operatoria.

Correspondencia: La correspondencia término a término o biunívoca es la operación a través de la cual se establece una relación de uno a uno entre los elementos de dos o más conjuntos a fin de compararlos cuantitativamente (Cardoso y Cerecedo, 2008). En la operación de correspondencia procesos de seriación y clasificación se fusionan.

Conservación del número: Consiste en pensar en una cantidad de forma permanente no importando los cambios de forma y de espacio. La adquisición de la conservación implica el manejo de una estructura de razonamiento cuya característica principal es la reversibilidad (Cofré y Tapia, 2003).

Etapas de desarrollo de la conservación

- Primer Nivel: Ausencia de la conservación. El niño está dominado por la percepción. Juzga la cantidad por el espacio que ocupa y la forma del continente. Se encuentra en la etapa preoperatoia.
- Segundo Nivel: Conservación inestable o conservación sin argumentación lógica. El niño se basa en la conservación visual, al cambiar la configuración duda y se contradice. Es capaz de establecer correspondencia sin equivalencia permanente. Cede ante la contrasugestión.
- Tercer Nivel: Conservación estable con argumentación lógica. El niño establece la conservación permanente a pesar de los cambios de posición, continente, tamaño,

entre otros. Utiliza para la argumentación elementos de identidad, reversibilidad y compensación. Estas conductas corresponden a un nivel operativo.

3.4 Adquisición del número: Otras perspectivas.

En la actualidad, existe polémica sobre los procesos del conteo y el sentido del número en la primera infancia. Como se mencionó en el apartado anterior hay una postura que señala que el contar en esta etapa tiene poca relevancia, debido a que el niño necesita instaurar las nociones bases que consoliden las relaciones cuantitativas para comprender el sentido del número (Nuñez y Bryant, 1996; Piaget, 1965). Por otra parte, existe desde hace algunas décadas un paradigma interaccionista que señala que el conteo en la etapa preescolar es crucial para el desarrollo matemático temprano (Baroody, 2004; Clements, 2006).

Baroody (1997) a partir del experimento de conservación mencionado anteriormente (basado en la teoría de Piaget), señala que el niño puede encontrar una solución a través de habilidades relacionadas con el conteo y no sólo a través de habilidades perceptivas. Esto quiere decir que el niño es capaz, a través de las habilidades del conteo, de obtener a una solución que le permita encontrar la verdad y realizar un razonamiento matemático.

En este sentido, la literatura muestra que la matemática inicial no se basa sólo en el desarrollo de las nociones lógicas de manera lineal; si no que desde temprana edad los niños adquieren la noción de número. Existen variadas evidencias que señalan que el desarrollo del número no depende sólo del desarrollo de la clasificación, seriación,

correspondencia y conservación (Baroody, 1997; Bermejo, 1990; Clements y Samara, 2007), debido a que el niño preescolar presenta una matemática informal, que tiene una parte innata (Baroody, 2006) y otra dada por las experiencias informales que le provee su ambiente. En esta línea, el conteo surge como habilidad central en el desarrollo matemático del niño (Baroody, 1997; Clements, 2007; Fuson, 1988).

Baroody (2006) señala que el contar es una experiencia fundamental para la construcción del número y que si esta no es considerada a temprana edad los procesos quedarán incompletos, debido a que el niño a través del conteo encontrará respuesta a los problemas que la percepción no resuelve. Asimismo, Baroody (2009) señala que el desarrollo del número está constituido por tres etapas de conocimiento. La primera es el conocimiento intuitivo, que se da desde los primeros meses de vida, y se desarrolla hasta los 2 años y medio. Aquí los niños pueden discriminar cantidades pequeñas, realizar percepciones primitivas “más”, realizan un conteo verbal como zonzonete (Ginsburg, 2006). Sin embargo tienen varias imprecisiones ya que sus respuestas se basan en las percepciones e intuiciones. La segunda etapa es la matemática informal donde los niños paulatinamente van desarrollando estrategias para el conteo y los números, las cuales son aprendidas a través de experiencias con los adultos, ambiente, entre otras. Realizan percepciones primitivas “ más”, “menos”, “igual” “diferente” (Ginsburg y Baroody, 2007). Y por último, el conocimiento formal, el cual se refiere a las habilidades que el niño aprende en la escuela, símbolos escritos, convenciones, cálculos, algoritmos entre otros.

Ginsburg y Baroody (2007) señalan que el conocimiento formal depende y se construye a partir del conocimiento informal, otorgándole con esto significado.

Esta nueva línea de trabajo, muestra que los niños pequeños espontáneamente pueden inventar estrategias matemáticas basadas en las experiencias diarias, hacer predicciones y resolver con éxito los problemas de razonamiento relacionados con el número, sin la necesidad de cumplir los 7 años para realizar de manera óptima estas tareas (Sarama y Clements, 2009).

Finalmente se desprende de esta perspectiva que las bases para el desarrollo del conocimiento matemático formal, se encuentra en el desarrollo de esta competencia a temprana edad; es decir en la Educación Parvularia y que la instrucción directa del adulto proporcionará el conocimiento que el niño necesita para transitar desde lo informal a lo formal (Baroody, 2009; Clements y Sarama, 2009)

A partir de estos nuevos estudios, el conteo tomó un lugar relevante en la investigación, al convertirse en un componente que se aprende y trabaja desde Educación Parvularia. En consecuencia de esto, Clements y Samara (2009) construyeron una tabla que describe la trayectoria de aprendizajes en el área de matemática temprana. Para las autoras, estas trayectorias pueden facilitar el desarrollo apropiado de la enseñanza y aprendizaje de todos los niños.

Progresión desarrollo de la aritmética en primera infancia.

Habilidades	3 Años	4 Años	5 años
Conteo oral	Cuenta en voz alta de 1 al 10.	Cuenta en voz alta de 1 al 30.	Cuenta en voz alta del 1 al 100.
Conteo de objetos	Exactamente cuenta hasta 4 objetos.	Cuenta objetos del 1 al 10.	Cuenta hasta el 20.
Reconociendo números	1 a 3	1 a 5.	1-10.
Comparando números	Identifica colecciones que contiene el mismo número de objetos.	Juega a contar para comparar 2 colecciones de 1 a 5 objetos.	Utiliza el conteo para comparar dos colecciones de 1 a 10 objetos.
Sumando y restando	Suma números muy pequeños con objetos.	Soluciona problemas escritos usando objetos con sumas hasta el 5, a menudo contando todos los objetos.	Soluciona problemas usando estrategias basadas en el conteo, con sumas hasta 10.

Clements y Samara (2009)

Estas trayectorias proporcionan una línea de trabajo que permite estimular y evaluar el desarrollo del conteo y cuantificación, entendiendo a estas como habilidades claves en la etapa preescolar del niño.

4. MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN PARVULARIA.

4.1 Importancia de las matemáticas en Educación Parvularia

El trabajo de la matemática en educación inicial es fundamental, en la literatura chilena puede encontrarse diversos argumentos donde se ubica la participación en la educación preescolar como una variable que influye significativamente en los logros académicos que presentan los niños en el futuro, (Contreras, Herrera y Leyton, 2008; Eyzaguirre y Le Foulon, 2001) esto porque esta etapa de desarrollo, que va desde el nacimiento hasta los 7 años, es considerada desde la biología y ciencias cognitivas como el período más significativo en la formación del individuo para el desarrollo de aspectos psicológicos de la personalidad, físicos y habilidades cognitivas (Lopez, 2006; Schweinhart et al., 2006). En esta línea, estudios que investigan las variables que inciden en el éxito del dominio de habilidades matemáticas, han concluido que el trabajo temprano en esta área permite predecir el logro que se alcanzará en este ámbito en años posteriores y durante toda la vida escolar y que incluso, esta predicción es generalizable a otras áreas de aprendizaje. Duncan y colaboradores (2007) a través de un estudio con 35.000 niños en edad preescolar en los Estados Unidos, Canadá e Inglaterra determinó que el trabajo de las habilidades matemáticas a temprana edad, pronostican el desarrollo de habilidades en este ámbito y también en el ámbito del lenguaje. Estos autores concluyeron, a partir de seis estudios empíricos y longitudinales, que el desarrollo de las habilidades matemáticas en niños de entre 5 y 6 años, predicen más fuertemente el rendimiento escolar en lenguaje y matemáticas, que incluso el desarrollo temprano de la alfabetización. Asimismo, en una

investigación con 89 niños en etapa preescolar (Edad media 6,1) se evidenció que las habilidades numéricas desarrolladas tempranamente potencian el desarrollo exitoso de la aritmética, capacidad gramatical y la alfabetización temprana (Kleemans, Peeters, Segers y Verhoeven, 2012).

Así pareciera ser, que la importancia de potenciar habilidades en esta área en la educación temprana, cobra mayor peso al tratarse de un componente básico del aprendizaje y del pensamiento. Sin embargo, en la actualidad el trabajo de matemáticas en primera infancia no ha logrado la relevancia en el currículo de educación preescolar y en el trabajo de los educadores que enseñan en estos niveles (Charlesworth, 2005)

4.2 Componentes predictores para el aprendizaje de las matemáticas.

Tras la discusión anterior, se ha evidenciado que el trabajo en matemática en la etapa preescolar está siendo un tema relevante en la última década, debido al impacto en el aprendizaje de los niños y también, en la detección temprana de dificultades (Hachey, 2013).

Un estudio reciente de Navarro, Aguilar, Marchena, Ruiz y Menacho, (2012) evaluó el desempeño en una prueba de aritmética en niños entre 5 y 7 años, donde se encontró que los niños que presentaban dificultades a tempranas edad en el área de aritmética no mostraban avances en su trayectoria, concluyendo que la detección temprana de dificultades de aprendizaje en matemáticas puede ser de gran ayuda a los estudiantes de bajo rendimiento y además puede ayudar a superar los obstáculos de aprendizaje en esta área.

Por otra parte, algunos estudios longitudinales han concluido que el reconocimiento de números, conteo, asociación de cantidades, calculo verbal y no verbal son habilidades predictoras para aumentar el aprendizaje en esta área durante los primeros niveles de escolaridad (Locuniak y Jordan, 2008). Aunio, Hautamäki, Sajaniemi y Van Luit, (2009) muestran, en un estudio con 511 niños de edad promedio 6 años 4 meses, evidencias significativas entre la habilidad de contar y el ritmo y nivel de aprendizaje de los estudiantes en matemáticas. En esta línea Jordan, Glutting y Ramineni (2010) observaron que el sentido del número tiene un impacto significativo en la variación del rendimiento matemático en el primer y tercer año de primaria.

Asimismo Aunola, Leskinen y Lerkkanen (2004), tras un estudio realizado en Finlandia sobre el desarrollo de las habilidades matemáticas en niños de preescolar hasta segundo básico, determinaron que las habilidades de conteo desde primera infancia son un fuerte predictor para obtener mejores resultados en matemáticas en el futuro debido a que facilita con el tiempo la resolución de problemas matemáticos complejos. A su vez, los resultados mostraron que la comprensión auditiva y la atención visual contribuye el rendimiento en el área de matemática por ser habilidades cognitivas que ayudan a la comprensión y además, son herramientas eficaces para adquirir conocimientos y resolver problemas.

En esta línea, el estudio realizado por Stock, Desoete y Roeyers (2009) con 684 estudiantes de educación preescolar, señala que las habilidades aritméticas desarrolladas en primera infancia, cumplen un rol fundamental en la predicción de los niños con deficiencias en matemáticas, distinguiendo las habilidades pre numéricas de clasificación, seriación y conteo como aprendizajes que deben ser trabajados y evaluados en Educación Parvularia. Asimismo, De Smedt y colaboradores, (2009) mostraron que las habilidades de comparación de números en seis años predice el fuertemente el rendimiento en matemáticas.

5. FACTORES Y ACCIONES ASOCIADOS AL APRENDIZAJE DE LAS MATEMÁTICAS.

5.1 Educadoras de párvulos y su relación con el aprendizaje de las matemáticas.

El trabajo del educador de párvulos en aula cumple un rol fundamental como proveedor de experiencias de aprendizajes que potencien habilidades en los estudiantes. Fernández y colaboradores (2004) señalan que las creencias que los educadores tengan sobre la enseñanza de las matemáticas pueden marcar la trayectoria del niño en el desarrollo habilidades. Benz (2010) a través de los resultados de un cuestionario a gran escala para educadores de párvulos, informó que las creencias, emociones y actitudes sobre las matemáticas de los educadores afectan el aprendizaje y enseñanza en este nivel educativo y recomienda que, se deba poner énfasis en la formación de educadores competentes en esta área.

Así, la literatura muestra que la calidad del profesor en la enseñanza de las matemáticas logra resultados eficaces en los estudiantes en esta área de desarrollo. En un estudio realizado por McCray & Chen (2012) en Estados Unidos, con una muestra de 22 educadoras de párvulos y 131 niños, revelaron una relación significativa entre el conocimiento del contenido pedagógico matemático y el logro de aprendizajes de los estudiantes. En esta misma línea Lee (2010) investigó el conocimiento pedagógico del contenido para la enseñanza de la matemática en Educadoras de Párvulos, su muestra consideró 81 docentes de educación infantil. Esta investigación encontró que el sentido del

número era la noción que presentaba mayor preponderancia para las educadoras, siguiendo las nociones de patrones, seriación, formas. Sin embargo las categorías de sentido espacial y comparación fueron las nociones que presentaron más bajos niveles. El estudio concluye que el conocimiento pedagógico de contenido en matemático de las educadoras de párvulos era un factor importante en los aprendizajes de los niños y que las habilidades que mejor manejan las educadoras son las más desarrolladas en sus estudiantes.

Por otra parte, también existen otros factores que influyen en los aprendizajes de los niños y están asociados a las educadoras de párvulos. Uno de estos está vinculado a la planificación del educador para el desarrollo de habilidades de los estudiantes, puesto que, la planificación de aula y el tipo de experiencias de aprendizaje que tendrán los niños durante su participación en la educación preescolar, en cierta forma, determinará los tipos de aprendizajes que estos obtengan.

La planificación de clases se define como una enseñanza que es intencional, Cross y colaboradores (2009) señala que la enseñanza intencional debe considerar el contenido a trabajar, la adaptación de la enseñanza a los diferentes contextos, el tipo de experiencia de aprendizaje y por último objetivos claros de aprendizajes para los estudiantes; esto significa, que el docente deber tomar decisiones curriculares antes de la enseñanza, lo que permite desarrollar un proceso planificado, con intención pedagógica y que tiene como consecuencia el aumento del aprendizajes de los niños. Sin embargo, Vartuli (1999) señala que a menudo las prácticas de los maestros de educación preescolar están basadas por sus experiencias prácticas y no por el conocimiento del desarrollo infantil y las teorías de

aprendizaje que hay detrás, lo que afecta en las decisiones curriculares que se desarrollan en el aula.

En cuanto a la enseñanza de las matemáticas, el profesor es el encargado de crear oportunidades de aprendizaje en sus planificaciones que permitan a los niños pensar acerca de experiencias y problemas relacionados con matemáticas, con el fin de ayudar a los niños a desarrollar habilidades matemáticas más allá de lo intuitivo y la matemática informal que presentan los estudiantes en esta etapa (Ginsburg, 2009). Por tanto, la relevancia del desarrollo de procesos de enseñanza intencionados y planificados en el aula preescolar, es de gran relevancia para el aprendizaje de los niños de este nivel educativo.

Un ejemplo de esto se demuestra en una investigación desarrollada por Brendefur et al. (2013) quienes estudiaron los efectos en 4 años de un programa en el área matemática en preescolar. El foco del programa era desarrollar competencias profesionales en el área de matemáticas para los maestros de educación preescolar. Esto a través del apoyo en el cambio en estrategias de enseñanza. El estudio concluyó que existen efectos basados en la formación profesional de los docentes y las actividades matemáticas que planifican y se realizan en sus clases. Los estudiantes que participaron en la intervención mejoraron el sentido de número, resolución de problemas, nociones espaciales y medición, las cuales son ejes en el currículo preescolar en EE.UU.

En esta misma línea de mejoramiento del trabajo docente en matemática la NCTM (2014) en su documento *Principles to Actions*, ha puesto énfasis en la relevancia de las acciones que se deben tomar para que exista un aprendizaje real en el área de matemáticas y que todos los estudiantes puedan aprender. El principal principio que se declara en el

documento está relacionado con el proceso de enseñanza y aprendizaje donde se señala que un programa de matemáticas de excelencia requiere de una enseñanza efectiva que involucre al estudiante en un aprendizaje significativo, a través de experiencias individuales y colectivas, que promuevan sus habilidades para dar sentido a las ideas matemáticas y razonar matemáticamente. Este principio promueve prácticas para la enseñanza de las matemáticas que debe realizar el docente, tales como: Establecer metas matemáticas centradas en el aprendizaje, Implementar tareas que promuevan el razonamiento y la resolución de problemas, Usar y relacionar representaciones matemáticas, Facilitar un discurso matemático significativo, Proponer preguntas con un propósito Lograr competencias procedimentales desde la comprensión conceptual, Apoyar el esfuerzo productivo en el aprendizaje de las matemáticas, Obtener y usar evidencias del pensamiento de los estudiantes.

Cada una de estas prácticas realizadas por los profesores, en este caso, las Educadores de Párvulos promueven efectividad en los aprendizajes de los niños y niñas en matemáticas.

Por otra parte, existen diversas investigaciones que han tenido como foco determinar la relación que existe entre las actividades de aprendizajes que plantean las educadoras de párvulos y los aprendizajes de los niños. Chien y colaboradores (2010) desarrollaron un estudio que buscó medir el impacto en el aprendizaje de los niños en matemáticas y otras áreas a partir de los tipos de actividades realizadas por docentes durante la rutina diaria en preescolar. Esta investigación incluyó a 2.751 niños de

preescolar en Estados Unidos los cuales fueron clasificados a través de un análisis de clase latente en cuatro perfiles de actividad en aula –juego libre, instrucción individual, instrucción en grupos y aprendizaje mediado– evidenciando que aquellos niños pertenecientes al perfil de juego libre, el cual incluye niveles altos de juegos de libre elección y baja interacción con adultos, tuvieron el menor avance en el aprendizaje en las áreas matemáticas y lenguaje al finalizar el año que los niños pertenecientes a los otros perfiles de aula. Esto evidencia que la escasa planificación intencionada de los aprendizajes esperados afecta rendimientos de los niños y niñas en este nivel.

Así mismo Fuligni, Howes, Huang, Hong y Lara-Cinisomo (2012) evaluaron las clases de 125 aulas de Educación Parvularia en Estados Unidos con el objetivo de determinar qué actividades se incorporan durante la rutina diaria de los niños y cuál es el impacto de estas actividades en el desempeño de los preescolares. Las autoras encontraron que en promedio los niños de las aulas evaluadas ocupan 1,6 horas diarias en actividades de libre elección y cerca de 67 minutos en actividades dirigidas por el profesor. Considerando que la jornada en los centros observados es de aproximadamente 4 horas diarias, las actividades corresponden al 40% de la jornada en actividades de libre elección y 28% del tiempo en actividades guiadas por el docente. Además, clasificaron las aulas del estudio en dos clases, las que destinan mayor tiempo a actividades de libre elección y las que destinan mayor tiempo a actividades estructuradas planificadas, comparando si esta estructura afecta los aprendizajes en los niños. Los resultados muestran que los niños de aulas estructuradas muestran un mejor desempeño en habilidades de matemáticas y lenguaje, y esto está en

relación a la planificación que estructura la rutina de la clase con objetivos predeterminados y claros.

En Chile la evidencia en relación a qué tipo de actividades se desarrollan durante el tiempo en que los niños permanecen en el jardín infantil ha sido escasamente estudiada. Una de las pocas investigaciones existentes fue dirigida por Strasser, Lissi y Silva (2009) donde se observó a 12 aulas de Kindergarten de distinto nivel socioeconómico en las que se evaluó el tipo de actividades diarias que se desarrollan en preescolar y su calidad pedagógica. Las autoras concluyen que la mayor parte del tiempo de la jornada diaria se utilizó en actividades no instruccionales como juego inestructurado (no supervisado por un adulto), comidas y manejo conductual, siendo el tiempo dedicado a actividades instruccionales de baja calidad pedagógica. En estas observaciones de aula se determinó que el tiempo dedicado al desarrollo de actividades explícitamente dirigidas al ámbito de matemáticas ocupa en promedio cerca del 9% de la jornada diaria, no existiendo diferencias por nivel socioeconómico de la muestra.

Si bien la pequeña muestra recogida por la investigación de Strasser y colaboradores (2009) no permite generalizar los resultados a la población de aulas de nivel preescolar en Chile, los antecedentes respecto a la homogeneidad de las prácticas pedagógicas en nuestro país (Araya y Dartnell, 2009) permiten suponer que la investigación de las citadas autoras constituya una pequeña, pero particular muestra, de lo que ocurre a nivel nacional en el área de matemática en Educación Parvularia.

En síntesis, el rol del maestro preescolar es crucial para el desarrollo óptimo del estudiante, debido a que el educador es quien organiza, estructura las instancias de aprendizaje en el aula. Es por esto que las creencias, el conocimiento del contenido matemático, cómo creen que aprenden los niños, el tiempo de trabajo estructurado, son factores determinantes en los resultados de aprendizajes de los estudiantes (Lara-Cinisomo et al., 2009).

5.2 Currículo y su relación el aprendizaje en matemáticas en Educación Parvularia.

Otro factor de impacto en el aprendizaje de los niños en el área matemáticas en esta etapa tiene relación con el curriculum preescolar. Charlesworth (2005) analiza que los programas de matemáticas en niños entre 4 y 6 años no aprovechan todas dimensiones del pensamiento que se pueden abordar; asimismo, señala que hay escasas investigaciones que le otorguen real relevancia a este tema. El programa *Big Math for Little Kids* (2004), hace hincapié en que los niños pequeños pueden aprender elementos importantes sobre las matemáticas en comparación con lo que se introduce en la mayoría de los programas de preescolar y jardín de infantes. Chamorro (2005) plantea que el currículo de educación preescolar en matemáticas de México tiene gran pobreza conceptual y que se encuentra muy por debajo de las posibilidades de aprendizaje que tienen los niños en este ciclo. A su vez, Castro (2007) señala que el curriculum de matemáticas en educación infantil en España es muy reducido y son escasos los contenidos que se abordan en este nivel, los cuales centran e el trabajo de los números hasta el 10 y reconocimiento de figuras geométricas sencillas.

En esta línea, hay un estudio etnográfico de Ginsburg y Amit (2008) donde se pretendió desmitificar que las matemáticas en la enseñanza preescolar deben ser enseñadas a partir de contenidos simples, el estudio evidencia que una profesora de educación preescolar tras una capacitación de 4 años logró enseñar a sus estudiantes conceptos de matemáticas complejos empleados en cursos de primaria, obteniendo con esto buenos resultados en el logro de aprendizajes de sus estudiantes. Aquí se demostró que el maestro preescolar puede enseñar profundamente el área de matemáticas en primera infancia y no superficialmente como realizan generalmente los educadores de párvulos en sus aula.

También, Samara y Clements (2008) en un estudio que evaluó la eficacia de un programa de matemáticas en educación preescolar determinó que las intervenciones tempranas y de calidad en el área de matemáticas proporcionan a los estudiantes beneficios en cuanto aumentar el nivel de aprendizajes y crear en el aula un ambiente matemático que motiva a los estudiantes a trabajar en esta área. Así, en otro estudio realizados por estos mismos autores en el año (2011) muestra que los preescolares y estudiantes de primaria tienen altas capacidades de aprender contenidos matemáticos complejos, sin embargo, no tienen las oportunidades de hacerlo debido a las escasas intervenciones de matemática de calidad que reciben. El artículo declara que los niños que no tienen la oportunidad de recibir una educación pertinente de estimulación temprana en el área de matemáticas comienzan con una trayectoria negativa, lo que puede ser proyectado para edades futuras.

En síntesis, podemos inferir que el aprendizaje de matemáticas está influido por los tiempos de trabajo en esta área, la planificación y ejecución que realiza el docente a cargo

de estos niveles, el conocimiento del contenido matemático que tiene el adulto a cargo y el currículum de matemática que establece los contenidos a trabajar en este ciclo educativo.

6. MARCO CURRICULAR CHILENO DE EDUCACIÓN PREESCOLAR EN MATEMÁTICA Y HABILIDADES DE RAZONAMIENTO MATEMÁTICO.

6.1 Núcleo de relaciones lógico matemáticas y cuantificación.

Particularmente, el marco curricular de Educación Parvularia en Chile, explicita los aprendizajes esperados a trabajar en los niveles NT1 y NT2 cómo también los niveles de logro que los niños deben alcanzar al egresar de este ciclo (Mapas de progreso). Específicamente el núcleo relaciones lógico-matemáticas y cuantificación, considera el desarrollo del razonamiento lógico matemático como base de esta disciplina, cuyo objetivo es potenciar en los estudiantes la capacidad de insertarse al mundo e interpretar la realidad, aplicando relaciones lógicas-matemáticas y causalidad en la resolución de problemas reales. Este núcleo de aprendizaje del área de matemática, está compuesto por dos ejes o dominios específicos que derivan de los logros de aprendizajes esperados, expuestos en los mapas de progreso. El primer eje es razonamiento lógico matemático el cual es definido como “la capacidad de descubrir, describir y comprender gradualmente la realidad, mediante el establecimiento de relaciones lógico-matemáticas y la resolución de problemas simples” (Programas pedagógicos, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2009, p.127). Y el eje de Cuantificación el cual se refiere a la “capacidad de describir y

comprender gradualmente la realidad, mediante la cuantificación y la resolución de problemas simples, avanzando en la construcción del concepto del número y su uso como cuantificador, identificador y ordenador” (p.127). De este núcleo de aprendizaje se desglosan cuatro sub ejes para trabajar con los aprendices: Nociones lógicas, relaciones espaciales, nociones temporales, números y operatoria, los cuáles transversalmente desarrollan la resolución de problemas.

A continuación se muestran los aprendizajes esperados que aborda el currículum en Educación Parvularia en el área de matemáticas para NT1 y NT2.

Aprendizajes Esperados. Eje: Razonamiento Lógico Matemático NT1

Aprendizajes Esperados. Eje: Razonamiento Lógico Matemático NT2

Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas, mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (ayer-hoy mañana; semana-mes-año; meses del año; estaciones del año) frecuencia (siempre-a veces-nunca), duración (períodos largos o cortos).
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).	Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus diferentes atributos (forma, color, tamaño, uso, longitud, grosor, peso, capacidad para contener)
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por tres atributos a la vez y la seriación de diversos objetos que varían en su longitud, tamaño o capacidad.
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	Identificar la posición de objetos y personas mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia, y nociones de izquierda y derecha (en relación a sí mismo).
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales,	Reconocer el nombre y algunos atributos de cuatro figuras geométricas bidimensionales y tres tridimensionales, asociándolas con diversas formas

asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	de objetos, dibujos y construcciones del entorno.
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica	Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de tres elementos y secuencias de un elemento que varía en más de una característica
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Primer Nivel de Transición).	Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Segundo Nivel de Transición).

Aprendizajes Esperados. Eje: Cuantificación NT1	Aprendizajes Esperados. Eje: Cuantificación NT2
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.	Reconocer los números del 1 hasta al menos el 20 en situaciones cotidianas.
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.	Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 20.
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.	Emplear los números para contar, cuantificar, ordenar, comparar cantidades hasta al menos el 20 e indicar orden o posición de algunos elementos
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta 5.	Resolver problemas simples de adición y sustracción, en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta el 10.
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.	Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 20, en distintas situaciones.

Programas pedagógicos, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2009

Como se observa, los aprendizajes esperados de NT1 y NT2 son los mismos, solamente difieren en que NT2 complejiza y agrega mayores contenidos, como por ejemplo, en Cuantificación para NT1 los números que se esperan que el estudiante conozca, emplee y aplique consideran sólo hasta el 10 y en NT2 sólo hasta el 20.

En relación a los mapas de progreso de Educación Parvularia del marco curricular Chileno determinan que los niños entre 4 y 6 años deben manejar los siguientes contenidos según el tramo etario donde se encuentren.

Eje: Razonamiento Lógico matemático

Hacia los 3 años	Realiza comparaciones entre dos elementos, en función a su tamaño. Clasifica elementos similares utilizando un atributo. Identifica algunas secuencias temporales breves ligadas a sus rutinas habituales. Distingue algunos conceptos espaciales básicos de ubicación como: dentro/fuera; encima/debajo; cerca/lejos.
Hacia los 5 años	Realiza comparaciones entre elementos que varían en algunos de sus atributos de: tamaño, longitud, forma, color y uso. Clasifica elementos considerando dos atributos a la vez. Ordena secuencia de objetos que varían en su longitud o tamaño. Emplea algunas nociones temporales y establece relaciones simples de secuencia y frecuencia para describir y ordenar sucesos cotidianos. Establece relaciones espaciales de ubicación, dirección y distancia respecto a la posición de objetos y personas. Reproduce patrones que combinan al menos dos elementos. Reconoce el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas y dos cuerpos geométricos.
Hacia los 6 años	Realiza diferentes comparaciones entre elementos que varían en sus atributos de: tamaño, longitud, forma, color, uso, grosor, peso, capacidad para contener. Clasifica elementos por tres atributos a la vez. Ordena secuencia de objetos que varían en su longitud, tamaño o capacidad. Establece relaciones temporales simples de secuencia, frecuencia y duración para describir y ordenar sucesos cotidianos. Utiliza nociones espaciales de izquierda y derecha en relación a su propio cuerpo. Reproduce patrones que combinan al menos tres elementos. Reconoce el nombre y algunos atributos de cuatro figuras geométricas y tres cuerpos geométricos.

Programas pedagógicos, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2009

Eje: Cuantificación

Hacia los 3 años	Utiliza algunos cuantificadores simples al describir elementos en situaciones cotidianas (mucho-poco; todo-ninguno; más-menos). Emplea algunos números para representar y contar (al menos hasta el 5) en contextos cotidianos.
Hacia los 5 años	Utiliza los cuantificadores “más que” y “menos que” al comparar cantidades de objetos. Emplea los números para identificar, ordenar, representar cantidades y contar uno a uno, al menos hasta el 10, reconociendo que la última “palabra-número” es la que designa la cantidad total de objetos.
Hacia los 6 años	Utiliza diversos cuantificadores al comparar cantidades de objetos: “más que”, “menos que”, “igual que”. Emplea los números para identificar, ordenar, representar cantidades y contar uno a uno, al menos hasta el 20, reconociendo que la última “palabra-número” es la que designa la cantidad total de objetos. Utiliza los números para indicar el orden o posición de algunos elementos. Resuelve problemas de adición y sustracción simples con procedimientos concretos y en un ámbito numérico cercano al 10

Programas pedagógicos, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], 2009

En las tablas anteriores se observan qué es lo que se espera que aprendan en el área de matemáticas los niños y niñas que participan en los niveles de Transición en Educación Parvularia.

Coronata y Alsina (2012), a través de un estudio que analizan el currículum de matemáticas en educación infantil de los países EE.UU, España y Chile, señalan que el currículum en Chile en el área de matemáticas para los niveles de transición resalta el carácter variado y simple, que invita a la exploración y manipulación para aproximarse de mejor manera al conocimiento y comprensión del entorno inmediato, de una forma intuitiva, libre y creativa. Estas autoras declaran que es una bastante amplia y factible de contextualizar, se observa la importancia de conocer patrones e iniciarse en el empleo

intuitivo de cuantificadores simples; en ningún momento se presentan exigencias vinculadas a la representación gráfica de numerales, por el contrario, se basa en aprendizajes más profundos y “con sentido” para los niños(as), acordes a sus necesidades: sin embargo la cantidad de contenidos que se abordan están muy por debajo de lo que plantea NCTM (2003). Esto se manifiesta EE.UU., en la poca relevancia que se le a la comunicación de las competencias matemáticas, como también a la resolución de problemas matemáticos. Se evidenció que solución de problemas matemáticos aritméticos, no tiene la importancia que debiese, existiendo sólo un aprendizaje esperado asociado a esta habilidad; en cambio en NCTM (2010) los incorpora en varios de sus estándares. A continuación se presenta la tabla que evidencia dichas diferencias.

Expectativas de “números y operaciones” para la etapa de Educación Infantil	
Comprender los números, las formas de representarlos, las relaciones entre ellos y los conjuntos numéricos	Contar con comprensión y darse cuenta de “cuántos hay” en colecciones de objetos; Utilizar diversos modelos para desarrollar las primeras nociones sobre el valor posicional y el sistema decimal de numeración; Desarrollar la comprensión de la posición relativa y la magnitud de los números naturales, y de los números ordinales y cardinales y sus conexiones; Dar sentido a los números naturales y representarlos y usarlos de manera flexible, incluyendo relacionar, componer y descomponer números; Relacionar los nombres de los números y los numerales, con las cantidades que representan, utilizando varios modelos físicos y representaciones diversas; Comprender y representar las fracciones comúnmente usadas, como $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$;
Comprender los significados de las operaciones y cómo se relacionan unas con otras	Comprender distintos significados de la adición y sustracción de números naturales y la relación entre ambas operaciones; Comprender los efectos de sumar y restar números naturales; Comprender situaciones que impliquen multiplicar y dividir, tales como la de agrupamientos iguales de objetos y la de repartir en partes iguales;
Calcular con fluidez y hacer estimaciones razonables	Desarrollar y usar estrategias para calcular con números naturales, centrándose en la adición y sustracción; Desarrollar fluidez en la adición y sustracción de combinaciones básicas de números; Utilizar diversos métodos y herramientas para calcular, incluyendo objetos, cálculo mental, estimación, lápiz y papel y calculadoras.

6.2 Núcleo relaciones lógicas matemáticas y cuantificación y su relación con las habilidades que mide la prueba Precálculo.

El núcleo relaciones lógico-matemáticas y cuantificación, declara las nociones matemáticas que los niños y niñas deben adquirir a través de un proceso continuo y permanente de aprendizaje. El trabajo temprano de este núcleo, tiene por objetivo que los párvulos puedan contar con instrumentos, habilidades y conceptos matemáticos que les permitan interactuar, comprender y modificar el mundo que le rodea. Cuadernillos de reflexión pedagógica, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], (2002).

El desarrollo de las habilidades matemáticas a temprana edad potencia que el niño y niña sea capaz de organizar mentalmente sus impresiones referidas a las cosas en sí mismas (números), sus atributos (cantidad, forma, características) y las relaciones que existen o podrían existir entre ellas (comparación, correspondencia, posición espacial) Zabalza (1987) citado en Cuadernillos de reflexión pedagógica, Ministerio de Educación Chile [MINEDUC], (2002). En este sentido, el núcleo de relaciones matemáticas considera el desarrollo de las siguientes habilidades: Lenguaje matemático, concepto de número, orientación espacial y geometría, orientación temporal y medidas y sus magnitudes.

Para efecto de este estudio, se asociarán los primeros tres componentes del marco curricular, debido a que están asociados con las habilidades que mide la prueba de Pre cálculo.

- **Lenguaje matemático:** Esta habilidad implica que el estudiante tenga la capacidad de explicarse la realidad, comunicar las diferentes relaciones que se establecen entre diferentes situaciones, comunicar nuevos descubrimientos. Este lenguaje

matemático está implícito en todos los aprendizajes del núcleo razonamiento lógico matemático.

En relación a la prueba de precalculo la habilidad de Conceptos Básicos está asociada a esta área definida en el currículo. Específicamente, esta habilidad de Conceptos Básicos en la prueba se refiere al lenguaje matemático; es decir, los símbolos que el niño debe comprender y manejar antes de solucionar problemas de cálculo y, por lo tanto, es una forma particular de lenguaje en que los conceptos son comunicados a través de símbolos.

- **Concepto de número:** La elaboración del concepto de número comienza a temprana edad, para esto se requiere, según la teoría de Piaget, cuatro etapas en la concepción del número:
 1. Conocimientos lógicos pre numéricos, ya que los niños y niñas aprenden el concepto de número como una síntesis de dos operaciones lógicas: la inclusión de clases (clasificaciones) y las relaciones aritméticas (seriaciones), las cuales deben ser desarrolladas antes de cualquier planteamiento sobre el número. La seriación ayuda a desarrollar el aspecto ordinal y la clasificación el aspecto cardinal.
 2. La segunda etapa se refiere a la conservación de la cantidad. Es la etapa central en la construcción del número, y está basada en la percepción de las diversas disposiciones de un conjunto. En esta etapa, se realizan actividades que analizan la conservación de la cantidad respecto de la percepción y la relación que existe

entre la conservación y la correspondencia uno-a-uno, con las que son posibles establecer el valor cardinal de un conjunto.

3. La tercera etapa en la adquisición del concepto de número para Piaget es la coordinación de aspecto cardinal con el aspecto ordinal.
4. La cuarta etapa consiste en tratar diversas aplicaciones del número, fundamentalmente en torno a la composición y descomposición de números, por tanto, de casos sencillos de suma y resta.

Desde esta perspectiva el marco curricular aborda en sus aprendizajes esperados el desarrollo del concepto de número en los ejes de Razonamiento lógico matemático como en los de cuantificación.

En relación a las habilidades que se miden en la prueba de Pre-cálculo con el área de concepto de número, se asocian las siguientes habilidades descritas en la prueba:

- Correspondencia Término a Término: operación que se logra cuando el niño es capaz de aparear cada uno de los objetos de un grupo con cada uno de los objetos de otro grupo, teniendo los objetos de ambas colecciones una relación entre sí.
- Números Ordinales: La ordinalidad del número se haya ligada con la ubicación del todo cardinal en una serie asimétrica en el cual ocupa un lugar determinado en razón de ser mayor al anterior y menor que el siguiente.
- Cardinalidad: El número es una propiedad del conjunto que indica su magnitud.

- Conservación: Es la noción que permite comprender que la cantidad permanece invariada a pesar de los cambios que se introduzcan en la relación de los elementos de un conjunto.
- Reconocimiento y Reproducción de Números.: Los números son propiedades que asignamos a los conjuntos y que se refieren a la magnitud de ellos.
- Solución de Problemas Aritméticos: Realización de operaciones simples con los números.
- Percepción Visual: La percepción es un proceso activo por el cual se organizan los datos que entregan los sentidos en base a las experiencias previas con los objetos, formas, esquemas perceptivos de ellos, lo que permite su posterior reconocimiento en tareas bidimensionales.

-Orientación espacial y geometría: Dentro de las orientaciones en el marco curricular de matemática en Educación Parvularia se señala que el conocimiento espacial requiere ser trabajado en forma intencional en los primeros años, pues permite que los niños se familiaricen con su espacio más próximo y vital, para así adaptarse al mundo tridimensional, y comprender las distintas formas y expresiones espaciales que presenta su entorno más cercano. Este tipo de noción responde a las nociones infralógicas (Ballesteros, citado por Palacios, Marchesi y Coll, 1994), que permiten que el niño desarrollar la capacidad de representar la perspectiva de su cuerpo y posteriormente operaciones mentales con figuras. Para Piaget la etapa de las operaciones concretas considera el desarrollo de las nociones espaciales es de

carácter topológico (se aprecian propiedades espaciales que no tienen nada que ver con el tamaño y la forma de los objetos).

Específicamente, el marco curricular en las habilidades de geometría y noción de espacio considera los aprendizajes que se deben intencionar son: reconocimiento de atributos, propiedades y nociones de algunos cuerpos y figuras geométricas en dos dimensiones, en objetos, dibujos y construcciones y la identificación de la posición de objetos y personas mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia, y nociones de izquierda y derecha (en relación a sí mismo).

Por consiguiente, en relación a las habilidades que se miden en la prueba de Pre-cálculo con conceptos espacio y geometría, se asocian las siguientes habilidades:

- Reproducción de Figuras y Secuencias: Reproducir formas supone manejo de la línea recta, manejo de la línea curva, la reproducción de ángulos, atención a la proporcionalidad de la figura y a la relación espacial de los elementos, aprendiendo las interrelaciones entre los objetos.
- Reconocimiento de Figuras Geométricas: Habilidad perceptivo visual del niño, para reconocer las formas geométricas básicas. Supone por lo tanto un vocabulario geométrico y la asociación de los conceptos geométricos con los símbolos gráficos que los representan.
- Percepción Visual: La percepción es un proceso activo por el cual se organizan los datos que entregan los sentidos en base a las experiencias

previas con los objetos, formas, esquemas perceptivos de ellos, lo que permite su posterior reconocimiento en tareas bidimensionales.

7. METODOLOGÍA

7.1 Muestra

En este estudio se presentan datos de un grupo de estudiantes que fueron evaluados en tres momentos, dos mediciones en NT1 y una en NT2. La muestra está conformada por 146 estudiantes, 75 niños, 71 niñas pertenecientes a 4 establecimientos de dependencia municipal. Participan 6 cursos, en los cuales hay dos escuelas que tienen dos cursos por nivel y las otras restantes sólo uno.

La participación de los alumnos en la medición fue voluntaria y asentida por los estudiantes, contando con el consentimiento de los padres y apoderados y educadoras de los establecimientos educacionales, además de la autorización de los directores. Se contó con la aprobación del comité de ética de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

La selección de la muestra se constituyó en dos etapas. En la primera parte, se determinó trabajar con escuelas vulnerables rurales y urbanas que cumplieran con el requisito de tener al menos un 75% de vulnerabilidad en sus estudiantes (Mineduc, 2010), posteriormente la selección de éstas fue aleatoria. La segunda etapa, considera aquellas escuelas seleccionadas aleatoriamente que cumplieran con el requisito de tener educación preescolar desde NT1 y además que aceptarán realizar la intervención del proyecto Fondecyt al menos tres años.

La muestra también considera 6 educadoras de párvulos, las cuales están a cargo de los niños desde NT1 hasta NT2.

7.2 Diseño

El presente estudio corresponde a un diseño mixto. La parte cuantitativa responde a un diseño longitudinal de 3 mediciones en un periodo de dos años. Se consideran técnicas de análisis cualitativas asociadas a las declaraciones de las educadoras de párvulos respecto a las acciones que realizan para trabajar el núcleo de razonamiento lógico matemático.

Las variables que se consideran en el estudio son:

- Nivel de logro de habilidades matemáticas.
- Relevancia dada por las educadoras a los aprendizajes esperados de NT1 y NT2.
- Frecuencia de los contenidos matemáticos en las planificaciones de las educadoras.
- Aprendizajes esperados de matemática marco curricular Educación Parvularia.

7.3 Instrumentos:

Para medir las distintas variables presenten en el estudio, se utilizaron 3 instrumentos que se describen a continuación:

- **Prueba de Pre-Cálculo:** el instrumento para medir razonamiento matemático fue la prueba de pre cálculo para predecir dificultades en las matemáticas en niños de 4 a 7 años de las autoras Milicic y Smith (1997). La confiabilidad de este instrumento es 0.98. En cuanto a la validez concurrente los valores son 0.85, 0.80. Y para la validez predictiva el valor es 0.55.

Esta prueba se basa en la estimación de diez funciones psicológicas básicas, relacionadas con el aprendizaje de las matemáticas, a través de 118 ítems.

A continuación se presenta el resumen de estos aspectos con el fin de caracterizar el instrumento:

1. Conceptos básicos: Este subtest consta de 24 ítems de selección múltiple, y evalúa conceptos ligados al lenguaje matemático como cantidad, dimensión, orden, relaciones, tamaño, espacio, forma, distancia y tiempo. Específicamente este subtest evalúa conceptos grande-chico, largo-corto, alto-bajo, lleno-vacío, mas-menos, ancho-angosto.
2. Percepción visual: Este subtest consta de 20 ítems, y evalúan la habilidad del niño o de la niña para discriminar figuras que dentro de una serie, es igual a un modelo, la habilidad para ubicar una figura que es diferente en una serie y la habilidad de reconocer el número que es igual a un modelo.
3. Correspondencia término a término: Este subtest consta de 6 ítems. Permite evaluar la capacidad del niño y de la niña para aparear objetos de diferentes grupos de acuerdo a las relaciones de uso que establece entre ellos.
4. Números ordinales: Consta de 5 ítems en que se evalúan los conceptos primero, segundo, tercero y último. Si bien este subtest evalúa los conceptos anteriormente señalados, indirectamente evalúa la noción de seriación. El niño o la niña debe establecer un orden entre los objetos, lo que implica compararlos y atribuirles una posición relativa en la serie.
5. Reproducción de figuras y secuencias: Este subtest consta de 25 ítems, y evalúa la reproducción de figuras simples, reproducción de números y letras, reproducción de patrones perceptivos y dibujar la figura que continúa en una serie. Mide la

coordinación visomotriz, es decir, la percepción y reproducción de formas, lo que implica el manejo de líneas rectas, líneas curvas, la reproducción de ángulos, atención a la proporcionalidad, la relación espacial entre los elementos y comprender relaciones de contigüidad y separación.

6. Reconocimiento de figuras geométricas: Este subtest evalúa la habilidad perceptivo-visual del niño o de la niña, pero en el reconocimiento de las formas geométricas básicas. Este subtest supone el conocimiento de un vocabulario geométrico y la asociación de los conceptos geométricos con los símbolos gráficos que los representan. Los conceptos a evaluar son el cuadrado, el triángulo, el rectángulo y el concepto de mitad. Consta de 5 ítems.

7. Reconocimiento y reproducción de números: Este subtest consta de 13 ítems y evalúa la habilidad del niño o de la niña para identificar, dentro de una serie, el número que le es nombrado, reproducir un símbolo que le es nombrado y la habilidad para realizar operaciones simples, identificando la cantidad numérica y reproduciendo la serie agregando o quitando elementos. Implica el manejo del sistema numeral, los nombres de los dígitos y el signo que los representa.

8. Cardinalidad: Consta de 10 ítems. Evalúa la capacidad para contar y percibir que los objetos se mantienen idénticos, pese a los cambios en la distribución. En este subtest, el niño o la niña debe marcar la cantidad de elementos correspondientes a un número dado verbalmente, dibujar la cantidad de elementos correspondientes al cardinal dado y evalúa la habilidad para dibujar el número correspondiente a una determinada cantidad de elementos.

9. Solución de problemas aritméticos: Consta de 4 ítems en donde el niño o la niña debe realizar operaciones simples de adición y sustracción. Este subtest implica, necesariamente, que debe tener el concepto de número previamente logrado, que sea capaz de comprender el enunciado, debe elegir la operación adecuada y requiere de una noción operativa de las matemáticas.

10. Conservación: Esta noción permite comprender que la cantidad permanece invariable a pesar de los cambios que se introduzcan en la relación de los elementos de un conjunto. En este subtest, que está formado por 6 ítems, el niño o la niña debe determinar si los elementos de dos grupos son iguales o diferentes, marcando aquellas parejas equivalentes.

- **Cuestionario Educadoras:** para recoger la declaración de las educadoras sobre la frecuencia de los aprendizajes planificados para cada nivel de NT y la relevancia que tienen ciertos aprendizajes esperados del núcleo razonamiento lógico matemático en las planificaciones, se confeccionó un cuestionario con la ayuda de tres jueces expertos en el área de Evaluación y Educación Parvularia. Específicamente, esta validación consistió en aprobar cada ítem del cuestionario con una aceptación 2 de 3. Los jueces expertos hicieron las recomendaciones para cada pregunta y se evaluaron con ellos los cambios solicitados. El cuestionario finalmente constó con una aprobación de un 100%.

El cuestionario incorpora preguntas de ordenamiento, donde se les solicita a las educadoras de cada curso que categoricen los aprendizajes esperados según la

importancia que tienen éstos en sus planificaciones. El ítem específicamente pregunta: cuáles son los aprendizajes esperados que tienen mayor y menor relevancia para usted en sus planificaciones de NT1 y NT2. Éstos se debieron ordenar de 1 a 11. Siendo el número 1 el que tiene mayor relevancia y el número 11 el de menor relevancia.

Por otra parte, el cuestionario presenta preguntas sobre la frecuencia de las habilidades medidas en prueba en las planificaciones de las Educadoras. Se utilizaron como descriptores para esta pregunta: Cada día o casi cada día, 1 o 2 veces a la semana, 1 o 2 veces al mes, nunca o casi nunca.

Ejemplo de ítem cuestionario:

Durante las actividades que realizó para NT1, ¿con qué frecuencia utilizó los siguientes Contenidos?

	Cada día o casi cada día	1 o 2 veces a la semana	1 o 2 veces al mes	Nunca o casi nunca
Nociones Básicas (nominar los objetos, describirlos, asignarles propiedades).	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Percepción visual	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Correspondencia termino a término	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Números ordinales	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Reproducción de figuras y secuencias	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Reconocimientos de figuras geométricas	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Reconocimiento y producción de números	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Solución de problemas aritméticos	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Cardinalidad	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Conservación	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄
Nociones Básicas (nominar los objetos, describirlos, asignarles propiedades).	☐ ₁	☐ ₂	☐ ₃	☐ ₄

- **Matriz Curricular:** se confeccionó una matriz curricular para realizar el cruce de las habilidades que se miden la prueba de Pre cálculo y los aprendizajes esperados del núcleo Relaciones lógico matemático y cuantificación descritos en los programas pedagógicos de Educación Parvularia. El objetivo de esta matriz, es poder analizar los resultados de los estudiantes y relacionarlo con el marco curricular de los niveles de transición en el área de matemáticas.

La validación de la matriz se realizó con el aporte de tres Jueces expertos en el área de matemática y también de Educación Parvularia..

En una primera instancia, se creó una tabla de doble entrada, que en las columnas se explicitaban todos los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT, en tanto las filas, se mostraban las 10 habilidades que mide la prueba de pre-cálculo.

Posteriormente, se les solicitó a tres profesores especialista en el área de matemáticas que individualmente hicieran el cruce de las habilidades medidas en la prueba con los aprendizajes esperados del núcleo. Para esto, se les entregó a cada uno la tabla de doble entrada, los programas de NT y la descripción de cada una de las habilidades. Los docentes debieron responder la siguiente pregunta: ¿cuáles habilidades de las descritas en la prueba están a la base de los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos?

Cómo última fase para la construcción de la matriz, se realizó una reunión de validación del instrumento con todos los participantes. Se evaluó la consistencia entre todos los jueces expertos respecto a la clasificación de cada habilidad en los respectivos aprendizajes esperados. El criterio de consistencia utilizado para validar

la relación entre las habilidades y los aprendizajes esperados de NT fue la concordancia de al menos dos o más jueces expertos en cada categoría.

Esta matriz validada por jueces expertos evidencia las habilidades que se requieren desarrollar para que los estudiantes logren los aprendizajes esperados propuestos en los programas pedagógicos de los niveles de transición de Educación Parvularia. Por ejemplo, para el aprendizaje n°2 “Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso)” están a la base las siguientes habilidades: Conceptos básicos, Percepción visual y Conservación.

En cuanto, al reporte de los resultados del logro de los aprendizajes esperados de dicha matriz, se utilizaron los puntajes obtenidos de cada habilidad medida en la prueba. Estos resultados fueron reportados en porcentajes de logro distribuyéndose de la siguiente manera: Tercio inferior (0% al 33%), Tercio medio (34% al 66%) y Tercio Superior (67%-100%). Cabe mencionar que los puntajes fueron interpretados con porcentaje de logro, debido a que no todas las habilidades de la prueba están estandarizadas, la razón es porque hay medidas que tienen menos de 10 ítems y por tanto no permite que se puedan estandarizar.

7.4 Procedimiento

En primer lugar el estudio fue aprobado por el comité de ética de la Facultad de Educación de la Pontificia Universidad Católica de Chile. Posteriormente, previo a la aplicación del instrumento prueba Precalculo, se solicitaron consentimientos informados a las familias de los estudiantes que participaron en el estudio.

El procedimiento de la evaluación fue realizado utilizando el protocolo individual de la prueba Precalculo, para la aplicación del instrumento se capacitaron a 3 educadoras de párvulos, con el fin de establecer los mismos criterios de evaluación y corrección. El lugar de aplicación fue asignado por cada colegio, donde se destinó una sala especial que no tuviera elementos distractores visuales ni auditivos. El tiempo por estudiante fluctuó entre 25 y 45 minutos. Se evaluaron un promedio de 5 estudiantes por jornada.

La evaluación de los estudiantes se realizó en tres tiempos diferentes, las dos primeras contemplan inicio y final de NT1 en los meses de abril (Tiempo 1) y octubre (tiempo 2). La tercera medición se realizó el segundo semestre de NT2 (Septiembre-Octubre). La duración de la aplicación de cada medición duró 1 meses.

Con respecto al cuestionario de las educadoras de la muestra, este se aplicó en paralelo a la tercera medición, en una reunión especial en cada colegio, destinada a responder dicho instrumento.

7.5 Plan de análisis

- Análisis cuantitativo

Para responder al primer objetivo específico del estudio el cual consiste en determinar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en un periodo de dos años, se realizó un análisis de ANOVA de medidas repetidas con los puntajes globales de la habilidad matemática en los tres tiempos de medición con el fin de determinar el crecimiento global de las habilidades matemáticas en los

distintos tiempos evaluados. Luego se realiza una análisis por cada sub-dimensión de las habilidades matemáticas que fueron evaluadas en esta investigación con el fin de determinar el crecimiento específico de los estudiantes en las áreas que componen la competencia matemática. Todos los análisis estadísticos se realizaron utilizando el software SPSS V15.

También, se ocuparon dichos análisis de resultados para responder a los objetivos de relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos para trabajar en el aula el núcleo razonamiento lógico matemático y relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.

- **Análisis Cualitativo**

Para responder a los objetivos de describir la frecuencia de las habilidades de razonamiento lógico matemático y la relevancia de los aprendizajes del núcleo razonamiento lógico matemático declaradas por las educadoras de párvulos, respecto a las acciones para trabajar el área de matemática en las aulas de NT, se realizó un análisis descriptivo de frecuencia y relevancia a través del cuestionario reportado por las educadoras de párvulos de la muestra. Se analizaron las respuestas relacionadas con las acciones que toman para realizar el trabajo pedagógico del núcleo de razonamiento lógico matemático y cuantificación.

También, se ocuparon dichos análisis de resultados para responder a los objetivos de relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático

con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos para trabajar en el aula el núcleo razonamiento lógico matemático y relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.

8. RESULTADOS

8.1 Desarrollo de las habilidades matemáticas en las tres mediciones.

Para reportar los resultados del primer objetivo específico del estudio, que está relacionado con determinar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en las tres mediciones dentro de un periodo de dos años, se realizó un ANOVA de medidas repetidas que permite identificar si el promedio de rendimiento en la prueba de matemáticas de los estudiantes evaluados sufrió variaciones significativas en los tres momentos de la evaluación. Los resultados muestran la existencia de diferencias estadísticamente significativas entre los distintos momentos en que los alumnos fueron evaluados ($F_{(2,113)}=280,532$; $p<0,01$).

La prueba de esfericidad de Mauchly indica que la matriz de covarianza de la variable en los distintos momentos evaluados no es homogénea ($\chi^2=7,554$; $p=0,023$), indicando que el supuesto de esfericidad no se cumple en estos datos. Dado lo anterior el ANOVA intra-sujeto fue interpretado con la corrección a la violación del supuesto de esfericidad de Greenhouse – Geisser. Observándose una diferencia estadísticamente significativas en el rendimiento de los estudiantes en los distintos momentos en que fueron evaluados ($F_{(1,879;214,152)}=317,887$; $p<0,01$).

Las comparaciones Post hoc, con el ajuste de Bonferroni, muestran diferencias significativas en los promedios globales de la prueba de matemáticas entre los tres tiempos de la medición (Tabla N°1). Encontrándose la mayor diferencia entre el Tiempo 1 con respecto al Tiempo 3 y entre el Tipo 1 con respecto al Tiempo 2.

Tabla 1: Comparación de Bonferroni entre los tres tiempos de la medición

Comparaciones	Diferencia de Media	Error Estándar	IC del 95 %	
			Inferior	Superior
T1 vs T2	-14,657*	0,969	-17,012	-12,303
T2 vs T3	-7,649*	0,778	-9,540	-5,758
T1 vs T3	-22,307*	0,938	-24,587	-20,026

* $p < .05$;

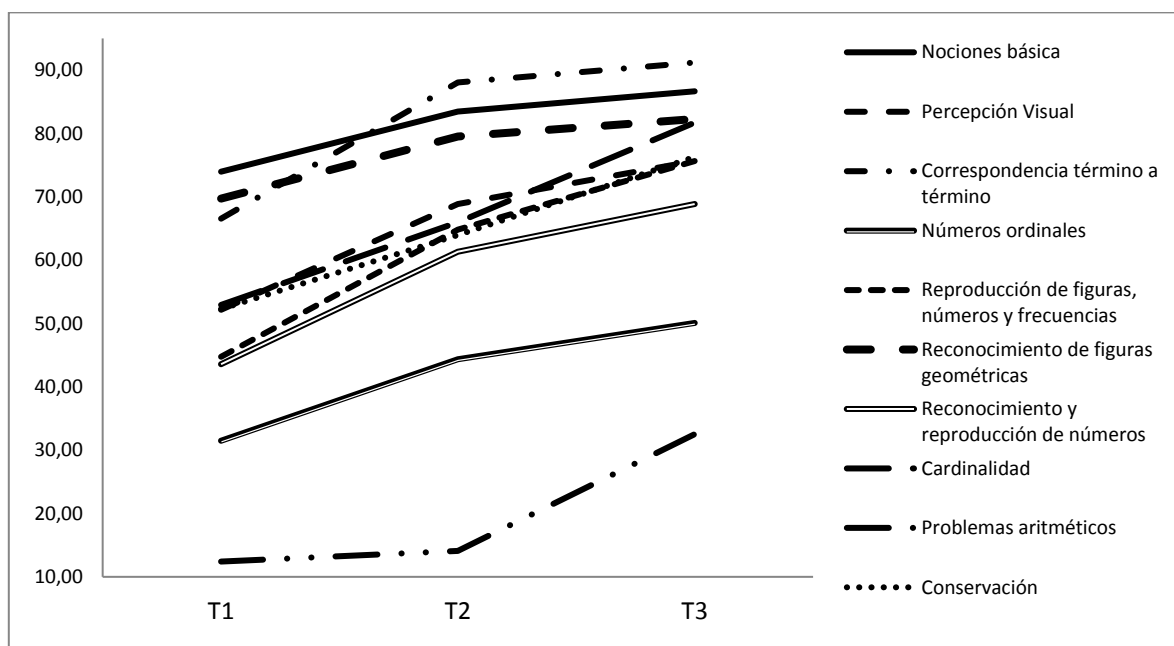
En síntesis los datos indican que el rendimiento de los estudiantes en la prueba de matemáticas sigue una tendencia cuadrática ($F_{(1;114)}=22,238$; $p < 0,01$). Esto implica que el rendimiento de los estudiantes aumenta de forma lineal a medida que transcurre el tiempo, específicamente entre el Tiempo 1 y el Tiempo 2, pero que tiende a estabilizarse al llegar al Tiempo 3.

Análisis de las dimensiones matemáticas evaluadas en cada tiempo

Tabla 2: Descriptivos de cada dimensión.

	T1		T2		T3	
Habilidad	Media	DE	Media	DE	Media	DE
Nociones básica	73,97	-13,1	83,43	-12,09	86,65	-8,85
Percepción Visual	52,16	-18,56	68,83	-18,5	75,65	-16,62
Correspondencia término a término	66,55	-33,48	88,04	-23,62	91,19	-19,36
Números ordinales	31,49	-19,31	44,35	-27,06	50,08	-23,66
Reproducción de figuras, números y frecuencias	44,74	-21,26	64,81	-23,79	75,64	-17,59
Reconocimiento de figuras geométricas	69,71	-23,81	79,52	-19,83	82,28	-19,2
Reconocimiento y reproducción de números	43,57	-20,81	61,35	-24,06	68,86	-18,71
Cardinalidad	52,93	-27,47	65,97	-28,43	81,71	-21,6
Problemas aritméticos	12,41	-21,99	14,11	-25,35	32,52	-30,86
Conservación	52,28	-26,63	63,98	-30,23	76,29	-25,16

Figura 1: Promedio de cada dimensión en los tres tiempos evaluados



El análisis de varianza de medidas repetidas evidencia que en todas las dimensiones evaluadas existen diferencias significativas por tiempo (ver Figura 1). Nociones básicas ($F_{(2;228)} = 71,84$; $p < 0,05$), Percepción Visual ($F_{(2;228)} = 108,66$; $p < 0,05$), Reproducción de figuras, números y frecuencias ($F_{(2;228)} = 182,32$; $p < 0,05$), Reconocimiento y reproducción de números ($F_{(2;228)} = 119,38$; $p < 0,05$), Cardinalidad ($F_{(2;228)} = 89,5$; $p < 0,05$) y Conservación ($F_{(2;228)} = 33,8$; $p < 0,05$) presentan un alza significativa en los tres tiempos observados. Por su parte Correspondencia término a término ($F_{(2;228)} = 39,51$; $p < 0,05$), Números ordinales ($F_{(2;228)} = 25,54$; $p < 0,05$) y Reconocimiento de figuras geométricas ($F_{(2;228)} = 16,34$; $p < 0,05$) muestran un crecimiento en los puntajes entre el tiempo 1 y 2, pero no entre el tiempo 2 y 3. Sólo la dimensión Problemas aritméticos no muestra un incremento en los puntajes entre el tiempo 1 y 2 pero sí evidencia un crecimiento entre los tiempos 2 y 3.

Se observa además que en su mayoría las dimensiones tienen un crecimiento cuadrático a excepción de Números ordinales, Reconocimiento de figuras geométricas, Cardinalidad y Conservación los cuales muestran un crecimiento lineal.

8.2 Descripción de la relevancia de los aprendizajes esperados declarados por las educadoras de NT1 y NT2.

El segundo objetivo del estudio consiste en describir la frecuencia y relevancia de las habilidades de razonamiento lógico matemático, declaradas por las educadoras de párvulos, respecto a las acciones pedagógicas realizadas para trabajar el área de matemática en las aulas de NT.

Para obtener la información sobre cuáles son los aprendizajes esperados del núcleo razonamiento lógico matemático y cuantificación que las educadoras de los cursos consideran más relevantes a la hora de planificar esta área, se les pidió a las educadoras que observaran una tabla con todos los aprendizajes esperados del nivel y que los ordenaran de acuerdo a la relevancia que tienen en sus planificaciones para el nivel NT1 y NT2. Se consideraron de un total de 12 aprendizajes de los cuales debían elegir los tres primeros con mayor relevancia en sus planificaciones y los tres con menor relevancia.

Para el análisis de la relevancia de los aprendizajes se realizó una tabla de doble entrada, que por un lado tiene los aprendizajes esperados de NT, y en la columna los cursos participantes en la investigación. La simbología para la interpretación de la tabla 5.

+: Mayor relevancia -: Menor relevancia
--

La siguiente tabla contiene los aprendizajes declarados con mayor y menor relevancia para NT.

Tabla 5: Relevancia de aprendizajes declarados por las educadoras de NT1.

Aprendizaje esperado/Colegio	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
NT1						
Eje Razonamiento Lógico Matemático						
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	+	+	-	+	+	+
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).						
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	+	+	+	+	+	+
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	+	+	+	+	+	
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	-					
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica			+	-		-
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Primer Nivel de Transición).	-			-		-
Cuantificación						
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.					-	+
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.						+
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.		-	-			
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta 5.	-	-	-	-	-	
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.		-			-	-

En la tabla 5 se observa que los colegios en su mayoría (sobre el 83%) coinciden en declarar que los aprendizajes que tienen mayor relevancia en las planificaciones de NT1 son los que están relacionados con orientación temporal, clasificación y nociones espaciales.

También, se observa que existe concordancia en la mayoría de los colegios en establecer que los aprendizajes de menor relevancia para NT1 son los relacionados con resolver problemas matemáticos de operatoria básica y problemas prácticos relacionados con razonamiento lógico matemático (sobre el 83%).

El 50% de las Educadoras declara que representar cantidades del 1 al 10 no es relevante para NT1. Sólo el 16% de las educadoras considera relevante el aprendizaje asociado a realizar patrones.

Otro aspecto importante que se observa en la tabla 5 está relacionado con los colegios 2 y 4 que tienen dos cursos en cada nivel. Se evidencia que a pesar que los cursos están insertos en el mismo establecimiento difieren en la clasificación de algunos aprendizajes esperados. Específicamente se refleja en el colegio 2, donde la educadora el curso A asigna al aprendizaje relacionado con nociones temporales con mayor relevancia; en cambio para el curso B es declarado como uno de los aprendizajes con menor para el nivel.

Asimismo, el colegio 4 en el aprendizaje de reconocimiento de números, la educadora del curso B señala este aprendizaje es importante en las planificaciones de su nivel, a diferencia de la Educadora del Curso A, quien lo considera como uno de los aprendizajes con menor relevancia.

La siguiente tabla contiene los aprendizajes declarados con mayor relevancia y para NT2.

Tabla 6: Relevancia de aprendizajes declarados por las educadoras de NT2.

Aprendizaje esperado/Colegio	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
NT2						
Eje Razonamiento Lógico Matemático						
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas, mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (ayer-hoy mañana; semana-mes-año; meses del año; estaciones del año) frecuencia (siempre-a veces-nunca), duración (períodos largos o cortos).					+	
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus diferentes atributos (forma, color, tamaño, uso, longitud, grosor, peso, capacidad para contener).			-	+	+	-
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por tres atributos a la vez y la seriación de diversos objetos que varían en su longitud, tamaño o capacidad.						
Identificar la posición de objetos y personas mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia, y nociones de izquierda y derecha (en relación a sí mismo).	-	+	-	+	+	-
Reconocer el nombre y algunos atributos de cuatro figuras geométricas bidimensionales y tres tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.				-		
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de tres elementos y secuencias de un elemento que varía en más de una característica	-		-		+	-
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Segundo Nivel de Transición).	-	-				
Cuantificación						
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 20 en situaciones cotidianas.		+	+	+		+
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 20.						
Emplear los números para contar, cuantificar, ordenar, comparar cantidades hasta al menos el 20 e indicar orden o posición de algunos elementos	+	+	+		-	+
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 20, en distintas situaciones.	+	-	+	-	-	
Resolver problemas simples de adición y sustracción, en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta el 10.	+	-		-		

En el caso de NT2 se observa que existe mayor variabilidad en la declaración de relevancia de los aprendizajes. Se observa que el aprendizaje relacionado con nociones espaciales, es declarado con un 50% de mayor relevancia y el otro 50% de menor relevancia. También se evidencia que los aprendizajes de cuantificación son declarados más relevantes que en NT1, coincidiendo la mayoría de los colegios que el reconocer y utilizar números (sobre el 66%) los más relevantes para NT2.

Otro aspecto que coincide con NT1 es la declaración de las Educadoras en relación al aprendizaje de resolver problemas simples de adición y sustracción. Sólo el 16% declara que es relevante, el 33% considera que no es relevante y el resto no lo clasifica.

Al igual que en NT1, se evidencia que los establecimientos que tienen dos cursos discrepan al clasificar los aprendizajes. Esto se observa en el colegio 2 donde en el aprendizaje asociado a noción espacial es categorizado por el curso A con mayor relevancia y en el curso B con menor relevancia.

Asimismo, en el colegio 4 ambos cursos presentan desacuerdos en la clasificación de relevancia de los aprendizajes esperados relacionados con: Emplear e identificar números y realizar patrones, los cuales están clasificados en oposición.

8.3 Descripción de la Frecuencia de contenidos en las planificaciones.

Para obtener información sobre la periodicidad de ciertos contenidos en las planificaciones de los niveles NT1 y NT2, se les preguntó a las educadoras con qué frecuencia utilizaron los siguientes Contenidos en el año:

1. Conceptos básicos
2. Percepción visual
3. Correspondencia termino a término
4. Números ordinales
5. Reproducción de figuras y secuencias
6. Reconocimientos de figuras geométricas
7. Reconocimiento y producción de números
8. Cardinalidad
9. Solución de problemas aritméticos
10. Conservación

Tal como se señala en el apartado de instrumento en la metodología, los descriptores para categorizar las frecuencias fueron: Cada día o casi cada día, categorizado (4), 1 o 2 veces a la semana, categorizado (3), 1 o 2 veces al mes, categorizado (2), Nunca o casi nunca, categorizado (1)-

Los resultados se presentan en las tablas 7 y 8.

Tabla n° 7: Frecuencia de los contenidos declarados por las educadoras de NT1.

Habilidades/ Curso	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Nociones Básicas (nominar los objetos, describirlos, asignarles propiedades).	4	4	4	3	3	4
Percepción visual	3	3	4	3	3	3
Correspondencia termino a término	3	3	3	3	3	3
Números ordinales	4	3	3	4	3	2
Reproducción de figuras y secuencias	4	3	3	3	3	2
Reconocimientos de figuras geométricas	3	3	4	3	3	4
Reconocimiento y producción de números	4	4	3	4	3	3
Solución de problemas aritméticos	3	3	4	3	3	4
Cardinalidad	4	4	4	3	3	2
Conservación	4	4	4	2	3	3

En la tabla 7 se observa que el descriptor más utilizado es 1 ó 2 veces a la semana. No hay declaraciones que seleccionen nunca o casi nunca. Se evidencia para NT1 que Nociones Básicas (nominar los objetos, describirlos, asignarles propiedades) es el contenido que declarado con mayor frecuencia por la mayoría de los cursos, asignándoles el descriptor (4) todos los días o casi todos los días. También se observa que el 83% de las Educadoras declara que todos los contenidos se trabajan al menos dos veces por semana

La declaración de la Educadora del colegio 2 curso B, es la única que señala que hay contenidos que trabaja sólo dos veces al mes (Números ordinales, reproducción de secuencias y cardinalidad).

Tabla n° 8: Frecuencia de los contenidos declarados por las educadoras de NT2.

Habilidades/Colegios	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Nociones Básicas (nominar los objetos, describirlos, asignarles propiedades).	4	3	4	4	3	3
Percepción visual	3	4	4	3	3	2
Correspondencia término a término	3	2	4	3	3	3
Números ordinales	4	3	4	2	3	3
Reproducción de figuras y secuencias	4	3	4	3	3	2
Reconocimientos de figuras geométricas	3	3	4	3	3	2
Reconocimiento y producción de números	4	4	4	3	3	4
Solución de problemas aritméticos	3	3	4	3	3	4
Cardinalidad	4	4	4	3	3	3
Conservación	4	3	4	2	3	2

En la tabla 8 se observa que el descriptor más utilizado es 1 ó 2 veces a la semana. No hay declaraciones que seleccionen nunca o casi nunca. Se observa que en NT2 el contenido declarado con mayor frecuencia es reconocimiento de números. También se observa que el 83% de las Educadoras declara que todos los contenidos se trabajan al menos dos veces por semana.

8.4. Resultados de las habilidades desagregados por curso en los tres tiempos de medición

Para responder el objetivo 3 que busca relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos para trabajar en el aula el núcleo razonamiento lógico matemático. Se confeccionó una tabla que reporta los resultados de las habilidades de razonamiento lógico matemático desagregadas por curso en los tres tiempos de medición.

Estos resultados serán relacionados con la declaración de cada una de las educadoras con respecto a la frecuencia y relevancia de los contenidos del núcleo razonamiento lógico matemático.

A continuación se presentan las tablas 9,10 y 11 por tiempo y curso con los resultados de cada habilidad medida en la prueba.

Tabla 9: Resultados de las habilidades de razonamiento lógico matemático desagregados por curso en el tiempo 1

Tiempo 1						
	Colegio 1	Colegio 2/Curso A	Colegio 2/Curso B	Colegio 3	Colegio 4/Curso A	Colegio 4/Curso B
Nociones básicas	Tercio Medio 26,7 % Tercio Superior 73,3 %	Tercio Medio 16,7 % Tercio Superior 83,3 %	Tercio Medio 36 % Tercio Superior 64 %	Tercio Medio 33,3 % Tercio Superior 66,7 %	Tercio Medio 18,5 % Tercio Superior 81,5 %	Tercio Medio 24,1 % Tercio Superior 75,9 %
Percepción Visual	Tercio Inferior 6,7 % Tercio Medio 80 % Tercio Superior 13,3 %	Tercio Inferior 20,8 % Tercio Medio 58,3 % Tercio Superior 20,8 %	Tercio Inferior 12 % Tercio Medio 80 % Tercio Superior 8 %	Tercio Inferior 9,5 % Tercio Medio 76,2 % Tercio Superior 14,3 %	Tercio Inferior 14,8 % Tercio Medio 51,9 % Tercio Superior 33,3 %	Tercio Inferior 13,8 % Tercio Medio 51,7 % Tercio Superior 34,5 %
Correspondencia uno a uno	Tercio Inferior 40 % Tercio Superior 60 %	Tercio Inferior 20,8 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 54,2 %	Tercio Inferior 4 % Tercio Medio 16 % Tercio Superior 80 %	Tercio Inferior 23,8 % Tercio Medio 14,3 % Tercio Superior 61,9 %	Tercio Inferior 14,8 % Tercio Medio 3,7 % Tercio Superior 81,5 %	Tercio Inferior 6,9 % Tercio Medio 31 % Tercio Superior 62,1 %
Números ordinales	Tercio Inferior 46,7 % Tercio Medio 46,7 % Tercio Superior 6,7 %	Tercio Inferior 50 % Tercio Medio 41,7 % Tercio Superior 8,3 %	Tercio Inferior 52 % Tercio Medio 48 %	Tercio Inferior 76,2 % Tercio Medio 23,8 %	Tercio Inferior 48,1 % Tercio Medio 51,9 %	Tercio Inferior 44,8 % Tercio Medio 44,8 % Tercio Superior 10,3 %
Reproducción de figuras y secuencias	Tercio Inferior 40 % Tercio Medio 46,7 % Tercio Superior 13,3 %	Tercio Inferior 16,7 % Tercio Medio 62,5 % Tercio Superior 20,8 %	Tercio Inferior 28 % Tercio Medio 56 % Tercio Superior 16 %	Tercio Inferior 23,8 % Tercio Medio 66,7 % Tercio Superior 9,5 %	Tercio Inferior 37 % Tercio Medio 48,1 % Tercio Superior 14,8 %	Tercio Inferior 28,6 % Tercio Medio 46,4 % Tercio Superior 25 %
Reconocimiento de figuras Geométricas	Tercio Inferior 13,3 % Tercio Medio 40 % Tercio Superior 46,7 %	Tercio Inferior 12,5 % Tercio Medio 41,7 % Tercio Superior 45,8 %	Tercio Medio 40 % Tercio Superior 60 %	Tercio Inferior 9,5 % Tercio Medio 28,6 % Tercio Superior 61,9 %	Tercio Inferior 3,7 % Tercio Medio 33,3 % Tercio Superior 63 %	Tercio Inferior 3,6 % Tercio Medio 42,9 % Tercio Superior 53,6 %
Reconocimiento y reproducción de números	Tercio Inferior 26,7 % Tercio Medio 60 % Tercio Superior 13,3 %	Tercio Inferior 8,3 % Tercio Medio 70,8 % Tercio Superior 20,8 %	Tercio Inferior 24 % Tercio Medio 64 % Tercio Superior 12 %	Tercio Inferior 47,6 % Tercio Medio 42,9 % Tercio Superior 9,5 %	Tercio Inferior 29,6 % Tercio Medio 59,3 % Tercio Superior 11,1 %	Tercio Inferior 28,6 % Tercio Medio 60,7 % Tercio Superior 10,7 %
Cardinalidad	Tercio Inferior 60 % Tercio Medio 20 % Tercio Superior 20 %	Tercio Inferior 8,3 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 66,7 %	Tercio Inferior 24 % Tercio Medio 36 % Tercio Superior 40 %	Tercio Inferior 42,9 % Tercio Medio 38,1 % Tercio Superior 19 %	Tercio Inferior 37 % Tercio Medio 37 % Tercio Superior 25,9 %	Tercio Inferior 28,6 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 46,4 %

La tabla 9 expuesta anteriormente, muestra los resultados de las habilidades de razonamiento lógico matemática de entrada al sistema formal (Primer Nivel de Transición), por tanto no se puede relacionar las acciones declaradas por las Educadoras de Párvulos.

Se observa que en el ítem de **Nociones Básicas** todos los cursos tienen un comportamiento homogéneo, todos se ubica mayormente en el tercio medio y ningún curso evaluado está con niños y niñas en el tercio inferior.

En el ítem de **Percepción Visual** se observa que el colegio 4 cursos A y B tienen un porcentaje de logro alto en comparación con los otros cursos (sobre el 30% tercio superior). Esta habilidad concentra el mayor porcentaje de logro en el tercio medio.

Con respecto a **Correspondencia Uno a Uno**, en la tabla se muestra que todos los cursos concentra un mayor porcentaje en el tramo superior, los cursos que más destacan por sus buenos resultados son el colegio 2 curso B (tercio superior 80%), colegio 4 curso A (tercio superior 81,5%).

En cuanto a la habilidad de **Números Ordinales** se observa que todos los colegio tiene un porcentaje bajo y medio de logro (45% promedio en el tercio inferior y medio), siendo el colegio 3 el que se encuentra más descendido en esta habilidad (76,2% tercio inferior).

En el ítem **Reproducción de Figuras y Secuencias**, se observa que los niños en la entrada al sistema formal no tienen esta habilidad desarrollada, todos los cursos se concentran mayormente en el tercio medio y en segundo lugar en el tercio inferior.

A diferencia del ítem anterior, en **Reproducción de Figuras Geométricas**, los cursos concentran mayores porcentajes en los tramos medio y superior.

Los resultados de la habilidad de **Reconocimiento y Reproducción de Números** muestran que los niños a la entrada del sistema formal Tienen un nivel de logro concentrado mayormente en el tercio medio.

Con respecto la dimensión cardinalidad, se observa que los cursos tienen resultados homogéneos en los tres tramos. Siendo el colegio 1 el que presenta más descendido el porcentaje de logro (60% tramos inferior).

La habilidad de **Solución de Problemas Aritméticos** presenta los menores porcentajes de logro en la medición, todos los colegios concentran los porcentajes más altos en el tercio inferior (sobre el 80%).

Por último, el ítem de conservación muestra resultados heterogéneos, variando la distribución en cada curso. Los colegios 2 curso A (62,5%) y colegio 4 curso B (50%) presentan los mejores porcentajes de logro ubicando a la mayoría de sus estudiantes en el tramo superior. Los otros cursos concentran los mayores porcentajes de logro en el tramo medición.

Tabla n° 10: Resultados de las habilidades de razonamiento lógico matemático desagregados por curso en el tiempo 2.

TIEMPO 2						
	Colegio 1	Colegio 2/Curso A	Colegio 2/Curso B	Colegio 3	Colegio 4/Curso A	Colegio 4/Curso B
Nociones básicas	Tercio Medio 11,8 % Tercio Superior 88,2 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 4,3 % Tercio Superior 91,3 %	Tercio Medio 5 % Tercio Superior 95 %	Tercio Medio 6,3 % Tercio Superior 93,8 %	Tercio Medio 8,3 % Tercio Superior 91,7 %
Percepción Visual	Tercio Inferior 5,9 % Tercio Medio 47,1 % Tercio Superior 47,1 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 34,8 % Tercio Superior 60,9 %	Tercio Inferior 10 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 40 %	Tercio Inferior 6,3 % Tercio Medio 37,5 % Tercio Superior 56,3 %	Tercio Medio 37,5 % Tercio Superior 62,5 %
Correspondencia uno a uno	Tercio Medio 29,4 % Tercio Superior 70,6 %	Tercio Inferior 4,2 % Tercio Superior 95,8 %	Tercio Medio 4,3 % Tercio Superior 95,7 %	Tercio Inferior 5 % Tercio Medio 15 % Tercio Superior 80 %	Tercio Inferior 12,5 % Tercio Medio 12,5 % Tercio Superior 75 %	Tercio Medio 8,3 % Tercio Superior 91,7 %
Números ordinales	Tercio Inferior 47,1 % Tercio Medio 41,2 % Tercio Superior 11,8 %	Tercio Inferior 20,8 % Tercio Medio 45,8 % Tercio Superior 33,3 %	Tercio Inferior 13 % Tercio Medio 65,2 % Tercio Superior 21,7 %	Tercio Inferior 55 % Tercio Medio 40 % Tercio Superior 5 %	Tercio Inferior 25 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 25 %	Tercio Inferior 41,7 % Tercio Medio 37,5 % Tercio Superior 20,8 %
Reproducción de figuras y secuencias	Tercio Inferior 17,6 % Tercio Medio 47,1 % Tercio Superior 35,3 %	Tercio Medio 20,8 % Tercio Superior 79,2 %	Tercio Inferior 8,7 % Tercio Medio 17,4 % Tercio Superior 73,9 %	Tercio Inferior 20 % Tercio Medio 35 % Tercio Superior 45 %	Tercio Inferior 18,8 % Tercio Medio 62,5 % Tercio Superior 18,8 %	Tercio Inferior 16,7 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 58,3 %
Reconocimiento de figuras Geométricas	Tercio Inferior 5,9 % Tercio Medio 29,4 % Tercio Superior 64,7 %	Tercio Inferior 4,2 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 70,8 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 17,4 % Tercio Superior 78,3 %	Tercio Medio 30 % Tercio Superior 70 %	Tercio Inferior 6,3 % Tercio Medio 18,8 % Tercio Superior 75 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %
Reconocimiento y reproducción de números	Tercio Inferior 11,8 % Tercio Medio 41,2 % Tercio Superior 47,1 %	Tercio Medio 20,8 % Tercio Superior 79,2 %	Tercio Inferior 13 % Tercio Medio 26,1 % Tercio Superior 60,9 %	Tercio Inferior 30 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 20 %	Tercio Inferior 12,5 % Tercio Medio 56,3 % Tercio Superior 31,3 %	Tercio Inferior 16,7 % Tercio Medio 29,2 % Tercio Superior 54,2 %
Cardinalidad	Tercio Inferior 35,3 % Tercio Medio 23,5 % Tercio Superior 41,2 %	Tercio Inferior 8,3 % Tercio Medio 8,3 % Tercio Superior 83,3 %	Tercio Inferior 13 % Tercio Medio 13 % Tercio Superior 73,9 %	Tercio Inferior 30 % Tercio Medio 30 % Tercio Superior 40 %	Tercio Inferior 18,8 % Tercio Medio 43,8 % Tercio Superior 37,5 %	Tercio Inferior 12,5 % Tercio Medio 16,7 % Tercio Superior 70,8 %
Problemas Matemáticos Aritméticos	Tercio Inferior 88,2 % Tercio Superior 11,8 %	Tercio Inferior 91,7 % Tercio Medio 4,2 % Tercio Superior 4,2 %	Tercio Inferior 87 % Tercio Medio 8,7 % Tercio Superior 4,3 %	Tercio Inferior 85 % Tercio Medio 5 % Tercio Superior 10 %	Tercio Inferior 81,3 % Tercio Medio 6,3 % Tercio Superior 12,5 %	Tercio Inferior 91,7 % Tercio Medio 4,2 % Tercio Superior 4,2 %
Conservación	Tercio Inferior 11,8 % Tercio Medio 23,5 % Tercio Superior 64,7 %	Tercio Medio 12,5 % Tercio Superior 87,5 %	Tercio Inferior 13 % Tercio Medio 21,7 % Tercio Superior 65,2 %	Tercio Inferior 25 % Tercio Medio 40 % Tercio Superior 35 %	Tercio Medio 62,5 % Tercio Superior 37,5 % Total 100 %	Tercio Inferior 12,5 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 62,5 %

La tabla 10 muestra los resultados de los estudiantes de la muestra al finalizar NT1. Se observa que la habilidad de **Nociones Básicas** los estudiantes aumentaron el porcentaje de logro en este ítem todos los cursos la mayoría en el Tercio superior (sobre el 88,2%). Con respecto a la declaración de las educadoras de párvulos de estos cursos se observa que todos los cursos señalan que trabajan las nociones básicas “todos los días” o “dos veces a la semana”, lo que es congruente con los resultados obtenidos en la segunda medición.

La habilidad **Percepción Visual**, muestra un aumento significativo de estudiantes en el tramo superior, lo que coincide con la declaración de las educadoras, quienes señalan que esta habilidad la trabajan al menos “dos veces por semana”, cabe señalar que el colegio 4 curso B declara que trabaja esta habilidad “todos los días” con sus estudiantes y es el colegio que presentó mayor movimiento al tramo superior.

En cuanto a la habilidad de **Correspondencia Uno a Uno** se observa un alza significativa hacia el tramo tercio superior en todos los establecimientos, lo cual es coherente con las declaraciones de las educadoras quienes señalan que esta habilidad la trabajan al menos “dos veces por semana”.

Con respecto al ítem de **Números Ordinales** se observa que los colegios 2 curso A y B, colegio 3 y Colegio 4 curso A, bajaron considerablemente los porcentajes de logro, la mayoría de los estudiantes se encuentran ubicados en el tramo tercio inferior, lo cual no es coherente con lo declarado por las educadoras en relación a esta habilidad. Por otra parte, el colegio 4 curso B, señala que esta habilidad es trabajada “dos veces al mes”; por tanto, la declaración es coherente con el poco avance que demostró este curso entre la medición 1 y 2.

Los resultados de la habilidad de **Reproducción de Figuras y Secuencias** muestran que todos los cursos tienen avance en los diferentes tramos y coincide con la declaración de las educadoras

quienes declaran trabajar al menos dos veces a la semana esta habilidad. Sin embargo la educadora del colegio 4 curso B declara trabajar esta habilidad “dos veces al mes” y obtiene buenos resultados.

En cuanto a la habilidad para **Reconocer Figuras Geométricas** se observa que entre el tiempo 1 y 2 todos los colegios avanzan en los diferentes tramos, situándose el mayor de porcentajes de estudiantes en el tercio superior. Esto coincide con la declaración de las educadoras las cuales señalan que el reconocimiento de figuras es una habilidad que trabajan al menos “dos veces por semana”.

El ítem de **Reconocimiento y Reproducción de Números** si bien todos presentan avances en los diferentes tramos, estos tienen un crecimiento desigual en comparación con el primer tiempo de medición. El colegio 2 cursos A y B muestran un mayor crecimiento mayor sobre el (60%) en el tramo superior, coincidiendo con la declaración de las Educadoras.

En **Cardinalidad** el colegio 2 cursos A y B tiene a más de 70% de sus estudiantes en el tramo superior, lo que coincide con las declaraciones de las Educadoras, quienes señalan trabajar esta habilidad “todos los días”. Sin embargo, el colegio 4 curso B obtiene resultados igual de favorables, pero la declaración de la Educadora señala que esta habilidad fue trabajada sólo “2 veces al mes”, lo que es inconsistente con los resultados. Los cursos restantes muestran avances en los diferentes tramos y es consistente con la declaraciones de las educadoras quienes señalan trabajar este ítem “todos y casi todos los días” y al menos “2 veces por semana”.

En relación al ítem **Solución de Problemas Matemáticos Aritméticos** se observa que sigue siendo la habilidad evaluada con menor porcentaje de logro en los estudiantes de la muestra, se evidencia que aún los estudiantes al finalizar NT1 se encuentran mayormente en el tercio inferior,

habiendo inconsistencia en la declaración de todas las educadoras de párvulos, quienes señalan trabajarlo al menos “2 veces por semana”.

En la habilidad de **Conservación** de cantidad se puede visualizar que aumentan la mayoría de los cursos en esta habilidad en comparación con los resultados de entrada de los estudiantes. Esto es consistente con la declaración de las docentes, quienes señalan trabajar esta habilidad al menos “2 veces por semana”. En el caso del colegio 3, se observa que hay un aumento de estudiantes en el nivel inferior, lo que coincide con lo reportado por su Educadora, quien señala que sólo trabaja esta habilidad “2 veces al mes”.

Tabla 11: Resultados de las habilidades de razonamiento lógico matemático desagregados por curso en el tiempo 3.

TIEMPO 3						
	Colegio 1	Colegio 2/Curso A	Colegio 2/Curso B	Colegio 3	Colegio 4/Curso A	Colegio 4/Curso B
Nociones básicas	Tercio Superior 100 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Medio 4,3 % Tercio Superior 95,7 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Superior 100 %
Percepción visual	Tercio Medio 35,3 % Tercio Superior 64,7 %	Tercio Medio 20,8 % Tercio Superior 79,2 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 17,4 % Tercio Superior 78,3 %	Tercio Medio 26,3 % Tercio Superior 73,7 %	Tercio Medio 43,8 % Tercio Superior 56,3 %	Tercio Medio 29,2 % Tercio Superior 70,8 %
Correspondencia uno a uno	Tercio Inferior 5,9 % Tercio Medio 5,9 % Tercio Superior 88,2 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Inferior 8,7 % Tercio Superior 91,3 %	Tercio Medio 5,3 % Tercio Superior 94,7 %	Tercio Medio 6,3 % Tercio Superior 93,8 %	Tercio Medio 8,3 % Tercio Superior 91,7 %
Números ordinales	Tercio Inferior 17,6 % Tercio Medio 35,3 % Tercio Superior 47,1 %	Tercio Inferior 16,7 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 33,3 %	Tercio Inferior 13 % Tercio Medio 73,9 % Tercio Superior 13 %	Tercio Inferior 36,8 % Tercio Medio 63,2 %	Tercio Inferior 31,3 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 18,8 %	Tercio Inferior 20,8 % Tercio Medio 58,3 % Tercio Superior 20,8 %
Reproducción de figuras y secuencias	Tercio Medio 29,4 % Tercio Superior 70,6 %	Tercio Medio 29,2 % Tercio Superior 70,8 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 4,3 % Tercio Superior 91,3 %	Tercio Inferior 5,3 % Tercio Medio 10,5 % Tercio Superior 84,2 %	Tercio Inferior 6,3 % Tercio Medio 43,8 % Tercio Superior 50 %	Tercio Inferior 4,2 % Tercio Medio 20,8 % Tercio Superior 75 %
Reconocimiento de figuras geométricas	Tercio Inferior 5,9 % Tercio Medio 29,4 % Tercio Superior 64,7 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %	Tercio Medio 8,7 % Tercio Superior 91,3 %	Tercio Medio 31,6 % Tercio Superior 68,4 %	Tercio Medio 18,8 % Tercio Superior 81,3 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %
Reconocimiento y reproducción de números	Tercio Inferior 11,8 % Tercio Medio 23,5 % Tercio Superior 64,7 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %	Tercio Inferior 8,7 % Tercio Medio 17,4 % Tercio Superior 73,9 %	Tercio Inferior 10,5 % Tercio Medio 26,3 % Tercio Superior 63,2 %	Tercio Inferior 6,3 % Tercio Medio 50 % Tercio Superior 43,8 %	Tercio Inferior 8,3 % Tercio Medio 41,7 % Tercio Superior 50 %
Cardinalidad	Tercio Inferior 17,6 % Tercio Medio 11,8 % Tercio Superior 70,6 %	Tercio Superior 100 %	Tercio Inferior 8,7 % Tercio Superior 91,3 %	Tercio Inferior 10,5 % Tercio Medio 10,5 % Tercio Superior 78,9 %	Tercio Medio 25 % Tercio Superior 75 %	Tercio Inferior 8,3 % Tercio Medio 4,2 % Tercio Superior 87,5 %
Problemas matemáticos aritméticos	Tercio Inferior 70,6 % Tercio Medio 17,6 % Tercio Superior 11,8 %	Tercio Inferior 54,2 % Tercio Medio 12,5 % Tercio Superior 33,3 %	Tercio Inferior 52,2 % Tercio Medio 21,7 % Tercio Superior 26,1 %	Tercio Inferior 84,2 % Tercio Superior 15,8 %	Tercio Inferior 62,5 % Tercio Medio 18,8 % Tercio Superior 18,8 %	Tercio Inferior 62,5 % Tercio Medio 29,2 % Tercio Superior 8,3 %
Conservación	Tercio Inferior 17,6 % Tercio Medio 11,8 % Tercio Superior 70,6 %	Tercio Inferior 4,2 % Tercio Medio 16,7 % Tercio Superior 79,2 %	Tercio Inferior 4,3 % Tercio Medio 21,7 % Tercio Superior 73,9 %	Tercio Medio 42,1 % Tercio Superior 57,9 %	Tercio Medio 43,8 % Tercio Superior 56,3 %	Tercio Inferior 4,2 % Tercio Medio 25 % Tercio Superior 70,8 %

La habilidad de **Nociones Básicas** al finalizar NT2 muestra que todos los estudiantes de la muestra están ubicados en el tercio superior (sobre un 95%) lo cual coincide con lo declarado por las educadoras de párvulos, quienes señalan que trabajan este contenido al menos “2 veces por semana”.

El ítem de **Percepción Visual** en el tiempo 3 muestra el avance de los estudiantes en el desarrollo de esta habilidad siendo coincidente en gran parte con las declaraciones de las educadoras. El colegio 2 en ambos cursos las educadoras declaran trabajar esta habilidad “todos los días” lo que coincide con los resultados, sobre un 70% aproximado en el nivel superior. Sin embargo, el colegio 4 curso B, declara que esta habilidad es trabaja “2 veces al mes” y aun así logra posicionar la mayor cantidad de estudiantes (70,8%) en el nivel superior, no coincidiendo los resultados con lo señalado por la educadora del nivel.

En cuanto a la habilidad de **Correspondencia Uno a Uno** todos los colegios tienen a sus estudiantes mayormente en el nivel superior. Sin embargo, hay inconsistencia en el reporte de la Educadora del colegio 2 curso A, ya que se señaló que esta habilidad es trabajada con una frecuencia de “2 veces al mes” y los resultados de este ítem demuestran que el 100% de los estudiantes están en el nivel superior. Los otros cursos coinciden los buenos resultados con la frecuencia que declaran las educadoras al menos “dos veces a la semana”.

En el ítem **Número Ordinales** se observa que continúa siendo una de las habilidades que mayor dificultad presenta en todos los cursos. Se evidencia una mejora con la última medición, debido a que bajan los porcentajes de estudiantes ubicados en el inferior, concentrándose en mayor proporción en el nivel medio. Esta alza es coherente con la declaración de las educadoras, ya que señalan que en NT2 hay una mayor frecuencia de trabajo de esta habilidad. En este sentido, el

colegio 3, es el único que declara tener mayor frecuencia lo cual es coincidente con los resultados, ya que es el único curso que no tiene ningún estudiante ubicado en el tercio superior.

En relación a la dimensión ***Reproducción de Figuras y Secuencias***, se evidencia que la mayor concentración de estudiantes se encuentra en el tercio superior. Es congruente con las declaraciones que señalan las educadoras (colegio 1, colegio 2 a y B, colegio 3) quienes obtienen resultados sobre el 70% en el tercio superior quienes señalan trabajar al menos “2 veces a la semana” o “todos los días”. Sin embargo el colegio 4 curso A al igual que los otros cursos, señala que trabaja “dos veces a la semana”; sin embargo, los resultados no coinciden con el desempeño de los estudiantes al compararlos con los otros cursos, pero si se hace una comparación del desempeño del curso en sí mismo, se observa que avanzó en gran medida en su desempeño desde la última medición. Por otra parte, el colegio 2 curso B, señala una frecuencia de “2 veces al mes” y en los resultados de la evaluación muestran un porcentaje alto (75%) en el nivel superior.

En cuanto a reconocimiento de ***Figuras geométricas***, se mantiene en la mayoría de los colegios los resultados mayormente en el tercio superior, coincidiendo con los reportes de la educadora que dicen trabajar “todos los días” o “al menos dos veces por semana” este contenido, excepto el colegio 4 curso B, quien declara trabajar esta habilidad “dos veces al mes” y aún así tiene el 75% de los estudiantes en un nivel superior

Ahora, en los aprendizajes relacionados con ***Reproducción y Reconocimiento de Números***, se observa que las educadoras de todos los cursos declaran trabajarlos al menos “dos veces a la semana”, lo que no coincide en algunos cursos con el nivel de logro de los estudiantes en esta

tercera medición. Se evidencia, que el colegio 4 cursos A y B, los estudiantes se ubican en un nivel medio, presentando inconsistencias con los reportes de las educadoras.

Al igual que en las otras mediciones, la habilidad de ***Solución de Problemas Aritméticos***, presenta bajos resultados de aprendizaje en todos los cursos, lo que no es congruente con las declaraciones de las educadoras, quienes señalan que trabajan esta habilidad al menos “dos veces por semana”.

En cuanto a ***Cardinalidad***, los resultados muestran que los estudiantes están mayoritariamente en un nivel superior (sobre el 70%) coincidiendo con los reportes de las educadoras de párvulos en el trabajo semanal de esta habilidad.

Por último, en la habilidad de ***Conservación***, se muestran resultados heterogéneos, el colegio 1, colegio 2 cursos A y B, muestran buenos niveles de logro en esta habilidad coincidiendo con el reporte de las educadoras de párvulos. Sin embargo el colegio 4 curso A, presenta menor nivel de logro (56% nivel superior) y declara trabajar esta habilidad al menos “2 veces por semana”.

Por otra parte, el colegio 4 curso b, la educadora reporta que esta habilidad la trabaja “2 veces al mes” y presenta mejores resultados.

8.5. Comparación de las educadoras con el logro de aprendizajes esperados del marco curricular.

Con el fin de relacionar logros de aprendizaje de los estudiantes con lo declarado por las educadoras de párvulos, se confeccionó una matriz de doble entrada que por un lado tiene las habilidades medidas en la prueba y, por otro lado, los aprendizajes esperados del núcleo Relaciones lógico matemático y cuantificación descritos en los programas pedagógicos de Educación Parvularia (Tabla 12). Esta matriz relaciona las habilidades medidas en la prueba que están a la base los aprendizajes esperados del marco curricular.

También, para contribuir el análisis de este objetivo se realizó el cruce de los aprendizajes esperados reportados en la matriz, con los resultados de la prueba, esto, desagregados por cursos; con el fin de analizar los aprendizajes logrados por los niños con respecto al currículo nacional en esta área.

A continuación se presenta la matriz validada por los jueces expertos.

Tabla 12: Habilidades matemáticas que están a la base los aprendizajes esperados Núcleo razonamiento lógico matemático y cuantificación

Aprendizaje esperado/ Habilidad	Conceptos básicos.	Percepción Visual.	Correspondencia Término a término.	Números ordinales	Reproducción de figuras y secuencias	Reconocimiento de figuras Geométricas	Reconocimiento y reproducción de números	Cardinalidad	Conservación	Solución de Problemas
NT1										
Eje Razonamiento Lógico Matemático										
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	X	X		X						
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).	X	X							X	
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	X	X		X					X	X
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	X	X								X
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	X	X			X	X				X
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica	X	X		X	X	X	X			X
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Primer Nivel de Transición).		X						X	X	X
Cuantificación										
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.	X	X					X			X
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.		X			X		X			X
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.		X	X	X			X	X	X	X
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta 5.		X					X	X	X	X
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.		X					X	X		X

La tabla 12 muestra las habilidades que están a la base de cada aprendizaje esperado del núcleo razonamiento lógico matemático para los niveles de NT. Para reportar los resultados de la matriz, se dividirán las habilidades en tres grupos dependiendo de la frecuencia en los aprendizajes esperados.

El primer grupo, está compuesto por las habilidades que están más presentes en los aprendizajes esperados del núcleo relaciones lógica matemáticas, se destacan *Percepción visual* (100%) y *Solución de problemas aritméticos* (83%).

En el segundo grupo, se encuentran las habilidades que tienen una frecuencia media en los aprendizajes esperados, aquí están presentes *Nociones Básicas* (58%), *Reconocimiento y reproducción de números* (50%) y *Conservación* (42%).

El tercer grupo está conformado por las habilidades que están menos presentes en el marco curricular del área de matemáticas. Las habilidades que se encuentran en este grupo son: *Correspondencia uno a uno* (8,3%), *Reconocimiento de figuras geométricas* (17%), *Reproducción de figuras y secuencias* (25%), *Números ordinales* (33%) y *cardinalidad* (33%).

En relación a los resultados de los estudiantes en cada habilidad y las habilidades que están a la base del marco curricular en el área de matemáticas para NT, se observa lo siguiente.

En el grupo 1 (habilidades más frecuentes) *Percepción visual* es la habilidad más frecuente (100%) en los aprendizajes esperados y a la vez, logra buenos resultados en la medición (T_3 , $M=86,65$); sin embargo, solución de problemas aritméticos tiene una alta frecuencia (83%) en los aprendizajes esperados pero es la habilidad más débil (T_3 , $M=32,52$).

En el grupo dos se observa que la habilidad de *conceptos básicos* es una de las habilidades mejor evaluada (T_3 , $M= 86,65$) y la frecuencia que presenta es media 58%. *Conservación*

habilidad alta evaluada (T_3 , $M=76,29$) y presenta una frecuencia media (42%). Asimismo, *Reconocimiento y reproducción de números habilidad con buen desarrollo* (T_3 , $M=68,86$) y su frecuencia es media 42%.

Por último, en el grupo 3 de frecuencia baja se observa que hay habilidades que obtienen una puntuación alta se encuentran en la frecuencia más baja *Correspondencia uno a uno* (T_3 , $M=91,19$; $F=8,3\%$), *Reconocimiento de figuras geométricas* (T_3 , $M=82,28$, $F=17\%$), *cardinalidad* (T_3 , $M=81,71$; $F=33\%$). *Reproducción de figuras y secuencias* (T_3 , $M=75,64$; $F=25\%$). Por otra parte, *Números ordinales* muestra coherencia al ser una habilidad con más baja evaluación y a la vez baja frecuencia (T_3 , $M=50,08$; $F=33\%$)

Tabla 13: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Razonamiento Lógico Matemático en el tiempo 1.

Tiempo 1 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Eje Razonamiento Lógico Matemático						
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	TI: 17,8% TM: 51,13 % TS: 31,1%	TI: 23,6% TM: 38,9 % TS: 37,46%	TI: 21,33% TM: 54,66 % TS: 24%	TI: 28,57 % TM: 44,43 % TS: 27,00 %	TI: 21,0% TM: 40,8% TS: 38,3%	TI: 19,5 % TM: 40,2 % TS: 40,2 %
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).	TI: 13,33% TM: 53,33 % TS: 33,3%	TI: 8,33% TM: 36,1 % TS: 55,53%	TI: 10,66% TM: 53,33 % TS: 36%	TI: 6,33 % TM: 58,73 % TS: 34,93 %	TI: 10,1% TM: 42,7% TS: 47,2%	TI: 10,6 % TM: 36,0 % TS: 53,5 %
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	TI: 36% TM: 42,68 % TS: 21,32%	TI: 32,5% TM: 31,66 % TS: 35,82%	TI: 33,6% TM: 44 % TS: 22,4%	TI: 35,24 % TM: 42,86 % TS: 21,92 %	TI: 34,9% TM: 36,0% TS: 29,1%	TI: 31,7 % TM: 32,7 % TS: 35,6 %
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	TI: 33,33% TM: 37,8% TS: 28,86%	TI: 36,1% TM: 27,76 % TS: 36,1%	TI: 32% TM: 42,66 % TS: 25,33%	TI: 30,17 % TM: 41,27 % TS: 28,60 %	TI: 37,0% TM: 23,5% TS: 39,5%	TI: 32,0 % TM: 28,8 % TS: 39,2 %
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	TI: 30,66% TM: 40,02 % TS: 29,32%	TI: 27,5% TM: 37,5 % TS: 34,98%	TI: 24,8% TM: 44,8 % TS: 30,4%	TI: 24,76 % TM: 43,82 % TS: 31,44 %	TI: 30,3% TM: 30,4% TS: 39,3%	TI: 25,6 % TM: 35,2 % TS: 39,2 %
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica	TI: 32,38% TM: 43,82 % TS: 23,8%	TI: 27,97% TM: 42,85 % TS: 29,14%	TI: 25,57% TM: 48 % TS: 23,42%	TI: 35,37 % TM: 40,83 % TS: 23,81 %	TI: 32,8% TM: 37,6% TS: 29,6%	TI: 28,8 % TM: 40,2 % TS: 31,0 %
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Primer Nivel de Transición).	TI: 48,32% TM: 40 % TS: 11,65%	TI: 30,2% TM: 31,22 % TS: 38,55%	TI: 35% TM: 43 % TS: 22%	TI: 35,73 % TM: 48,83 % TS: 15,48 %	TI: 40,9% TM: 36,7% TS: 22,5%	TI: 35,6 % TM: 29,9 % TS: 34,5 %

Tabla 14: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Cuantificación en el tiempo 1.

Tiempo 1 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Cuantificación						
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.	TI: 31,67% TM: 43,35 % TS: 24,97%	TI: 29,15% TM: 38,52 % TS: 32,27%	TI: 30% TM: 48% TS: 22%	TI: 34,53 % TM: 41,68 % TS: 23,83 %	TM: 35,2% TS: 32,4% TI: 32,4%	TI: 31,1 % TM: 36,8 % TS: 32,1 %
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.	TI: 41,67% TM: 48,35 % TS: 9,97%	TI: 33,32% TM: 49,97% TS: 16,65%	TI: 37% TM: 53 % TS: 10%	TI: 40,48 % TM: 50,03 % TS: 9,53 %	TM: 44,4% TS: 39,8% TI: 15,8%	TI: 38,3 % TM: 42,4 % TS: 19,3 %
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.	TI: 43,81% TM: 38,1 % TS: 18,08%	TI: 28,55% TM: 37,48 % TS: 33,92%	TI: 31,42% TM: 42,85% TS: 25,71%	TI: 41,50 % TM: 39,47 % TS: 19,04 %	TM: 36,6% TS: 37,4% TI: 26,1%	TI: 31,8 % TM: 36,6% TS: 31,6 %
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta 5.	TI: 44% TM: 44% TS: 11,98%	TI: 25,82% TM: 39,14 % TS: 35%	TI: 32,8% TM: 47,2 % TS: 20%	TI: 38,10 % TM: 47,64 % TS: 14,28 %	TM: 38,6% TS: 41,2% TI: 20,2%	TI: 34,2 % TM: 36,0 % TS: 29,7 %
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.	TI: 46,67% TM: 41,67% TS: 11,65%	TI: 31,22% TM: 40,6 % TS: 28,512%	TI: 36% TM: 48 % TS: 16%	TI: 45,25 % TM: 42,88 % TS: 11,90 %	TM: 44,4% TS: 37,1% TI: 18,5%	TI: 38,3 % TM: 37,0 % TS: 24,7 %

Las tablas 13 y 14 muestran los niveles de logro que los estudiantes tienen al entrar a NT1. Se observa que los estudiantes de cada curso tienen resultados homogéneos, sin embargo, el colegio 2 curso A presenta los mejores niveles de logro seguido junto con el colegio 4 curso B.

Los cursos con menor porcentaje de logro en los aprendizajes son curso 1 y 3.

En cuanto a los ejes de aprendizaje, se observa que el Eje de Cuantificación presenta los menores índices de logro, ubicándose los cursos mayormente en los rangos Tercio Inferior y Tercio Superior³

Tabla 15: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Razonamiento Lógico Matemático en el tiempo 2.

Tiempo 2 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Eje Razonamiento Lógico Matemático						
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (antes después; día-noche; mañana-tarde-noche; hoy-mañana) y frecuencia (siempre-a veces-nunca).	TI: 17,66% TM: 33,36 % TS: 49,03%	TI: 6,9% TM: 23,6 % TS: 69,43%	TI: 7,2% TM: 34,76% TS: 57,96%	TI: 21,67 % TM: 31,67 % TS: 46,67 %	TI: 10,4% TM: 31,3% TS: 58,4%	TI: 13,9 % TM: 27,8 % TS: 58,3 %
Establecer algunas semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus atributos (forma, color, tamaño, longitud, uso).	TI: 5,9% TM: 27,46% TS: 66,66%	TI: 0% TM: 12,5 % TS: 87,5%	TI: 7,2% TM: 20,26% TS: 72,46%	TI: 11,67 % TM: 31,67 % TS: 56,67 %	TI: 22,9% TM: 14,6% TS: 62,5%	TI: 4,2 % TM: 23,6 % TS: 72,2 %
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por dos atributos a la vez y la seriación de algunos objetos que varían en su longitud o tamaño.	TI: 30,6% TM: 24,46 % TS: 44,72%	TI: 25,5% TM: 17,5 % TS: 60%	TI: 24,32% TM: 26,94% TS: 48,68%	TI: 35,00 % TM: 28,00 % TS: 37,00 %	TI: 35,0% TM: 20,0% TS: 45,0%	TI: 29,2 % TM: 22,5 % TS: 48,3 %
Identificar la posición de objetos y personas, mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia.	TI: 31,36% TM: 19,63 % TS: 49,03%	TI: 30,56% TM: 9,7% TS: 59,73%	TI: 31,86% TM: 15,93% TS: 52,16%	TI: 31,67 % TM: 20,00 % TS: 48,33 %	TI: 29,2% TM: 16,7% TS: 54,2%	TI: 30,6 % TM: 16,7 % TS: 52,8 %
Reconocer el nombre y algún atributo de tres figuras geométricas bidimensionales y dos tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	TI: 25,52% TM: 27,08% TS: 49,42%	TI: 19,18% TM: 16,68 % TS: 64,16%	TI: 21,72% TM: 16,52% TS: 61,74%	TI: 23,00 % TM: 25,00 % TS: 52,00 %	TI: 22,5% TM: 26,3% TS: 51,3%	TI: 21,7 % TM: 20,0 % TS: 58,3 %
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de dos elementos diferentes y secuencias de un elemento que varía en una característica	TI: 25,21% TM: 31,11 % TS: 43,71%	TI: 16,67% TM: 22,62 % TS: 60,7%	TI: 19,22% TM: 24,84% TS: 55,9%	TI: 28,57 % TM: 30,71 % TS: 40,71 %	TI: 21,5% TM: 34,0% TS: 44,7%	TI: 23,8 % TM: 23,8 % TS: 52,4 %
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Primer Nivel de Transición).	TI: 35,3% TM: 23,52% TS: 41,2%	TI: 25% TM: 12,5% TS: 62,5%	TI: 29,32% TM: 19,55% TS: 51,07%	TI: 37,50 % TM: 31,25 % TS: 31,25 %	TI: 42,2% TM: 21,9% TS: 36,0%	TI: 29,2 % TM: 20,9 % TS: 50,0 %

Tabla 16: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Cuantificación en el tiempo 2.

Tiempo 2 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Cuantificación						
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 10 en situaciones cotidianas.	TI: 26,47% TM: 25,02% TS: 48,55%	TI: 22,92% TM: 14,6% TS: 62,5%	TI: 27,15% TM: 18,47% TS: 54,35%	TI: 31,25 % TM: 27,50 % TS: 41,25 %	TM: 25,0% TS: 26,6% TI: 48,5%	TI: 27,1 % TM: 19,8 % TS: 53,2 %
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 10.	TI: 30,87% TM: 33,85% TS: 35,32%	TI: 28,12% TM: 34,4% TS: 50%	TI: 28,25% TM: 21,75% TS: 50%	TI: 36,25 % TM: 35,00 % TS: 28,75 %	TM: 29,7% TS: 40,7% TI: 29,7%	TI: 31,3 % TM: 24,0 % TS: 44,8 %
Emplear los números hasta al menos el 10, para contar, cuantificar, ordenar y comparar cantidades.	TI: 28,58% TM: 29,41% TS: 42,04%	TI: 17,85% TM: 17,85% TS: 64,27%	TI: 20,47% TM: 24,82% TS: 54,65%	TI: 34,29 % TM: 32,86 % TS: 32,86 %	TM: 31,3% TS: 29,5% TI: 39,3%	TI: 25,0 % TM: 22,6 % TS: 52,4 %
Resolver problemas simples de adición en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta 5.	TI: 30,06% TM: 27,06% TS: 42,04%	TI: 20% TM: 15,84% TS: 64.16%	TI: 26,06% TM: 20,86% TS: 53,04%	TI: 36,00 % TM: 35,00 % TS: 29,00 %	TM: 36,3% TS: 28,8% TI: 35,0%	TI: 26,7 % TM: 22,5 % TS: 50,8 %
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 10, en distintas situaciones.	TI: 35,3% TM: 27,95% TS: 36,8%	TI: 25% TM: 16,67% TS: 58,32%	TI: 29,32% TM: 20.65% TS: 50%	TI: 38,75 % TM: 33,75 % TS: 27,50 %	TM: 29,7% TS: 36,0% TI: 34,4%	TI: 30,2 % TM: 21,9 % TS: 47,9 %

La tablas 15 y 16, muestran los resultados del tiempo 2 que equivale a la finalización de NT1.

Los resultados evidencian un avance en los niveles de logro de todos los aprendizajes. El colegio 2 curso A y colegio 4 curso B mantienen la diferencia favorable con los otros cursos. Los colegios que presentan más bajos resultados son el colegio 1 y 3.

En cuanto a los ejes, en el segundo tiempo el Eje de Cuantificación tiene un avance de los estudiantes aumentado los porcentajes a rangos superiores.

Tabla 17: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Razonamiento Lógico Matemático en el tiempo 3.

Tiempo 3 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Eje Razonamiento Lógico Matemático						
Orientarse temporalmente en hechos o situaciones cotidianas, mediante la utilización de algunas nociones y relaciones simples de secuencia (ayer-hoy mañana; semana-mes-año; meses del año; estaciones del año) frecuencia (siempre-a veces-nunca), duración (períodos largos o cortos).	TI: 5,86% TM: 23,53% TS: 70,6%	TI: 5,56% TM: 23,6% TS: 70,83%	TI: 5,7% TM: 31,86% TS: 62,33%	TI: 12,27 % TM: 29,83 % TS: 86,85 %	TI: 10,4% TM: 31,3% TS: 58,4%	TI: 6,9 % TM: 29,2 % TS: 63,9 %
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la comparación de sus diferentes atributos (forma, color, tamaño, uso, longitud, grosor, peso, capacidad para contener).	TI: 0% TM: 80,4% TS: 36,8%	TI: 1,4% TM: 12,5% TS: 86,13%	TI: 2,86% TM: 14,46% TS: 82,63%	TI: - % TM: 22,80 % TS: 77,20 %	TI: 0,0% TM: 29,2% TS: 70,9%	TI: 1,4 % TM: 18,1 % TS: 80,5 %
Establecer semejanzas y diferencias entre elementos mediante la clasificación por tres atributos a la vez y la seriación de diversos objetos que varían en su longitud, tamaño o capacidad.	TI: 17,64% TM: 22,34% TS: 60,02%	TI: 15,02% TM: 20% TS: 65%	TI: 14,76% TM: 27,8% TS: 57,4%	TI: 24,20 % TM: 26,32 % TS: 49,48 %	TI: 18,8% TM: 31,3% TS: 50,0%	TI: 17,5 % TM: 28,3 % TS: 54,1 %
Identificar la posición de objetos y personas mediante la utilización de relaciones de orientación espacial de ubicación, dirección y distancia, y nociones de izquierda y derecha (en relación a sí mismo).	TI: 23,53% TM: 17,63% TS: 58,83%	TI: 18,06% TM: 11,1% TS: 70,83%	TI: 18,83% TM: 14,46% TS: 66,7%	TI: 28,07 % TM: 8,77 % TS: 63,17 %	TI: 20,8% TM: 20,9% TS: 58,4%	TI: 20,8 % TM: 19,5 % TS: 59,7 %
Reconocer el nombre y algunos atributos de cuatro figuras geométricas bidimensionales y tres tridimensionales, asociándolas con diversas formas de objetos, dibujos y construcciones del entorno.	TI: 15,3% TM: 22,34% TS: 62,3%	TI: 10,84% TM: 17,5% TS: 71,66%	TI: 12,16% TM: 11,28% TS: 76,54%	TI: 17,90 % TM: 13,68 % TS: 68,42 %	TI: 17,2% TM: 25,0% TS: 61,3%	TI: 13,3 % TM: 20,8 % TS: 65,8 %
Identificar los atributos estables y variables de sencillos patrones al reproducir secuencias de tres elementos y secuencias de un elemento que varía en más de una característica	TI: 15,12% TM: 24,35% TS: 60,51%	TI: 10,12% TM: 23,21% TS: 66,65%	TI: 11,78% TM: 21,1% TS: 67,08%	TI: 19,54 % TM: 22,56 % TS: 57,90 %	TI: 17,9% TM: 41,1% TS: 48,0%	TI: 13,7 % TM: 29,2 % TS: 57,1 %
Resolver problemas prácticos y concretos que involucran nociones y habilidades de razonamiento lógico-matemático y cuantificación (del Segundo Nivel de Transición).	TI: 22,05% TM: 22,05% TS: 55,9%	TI: 14,06% TM: 12,5% TS: 72,92%	TI: 17,37% TM: 15,2% TS: 67,4%	TI: 23,68 % TM: 19,73 % TS: 56,58 %	TI: 15,6% TM: 32,9% TS: 51,6%	TI: 18,8 % TM: 21,9 % TS: 59,4 %

Tabla 18: Niveles de logro de aprendizaje por curso del eje Cuantificación en el tiempo 3.

Tiempo 3 Aprendizaje esperado/ Habilidad	Colegio 1	Colegio 2 Curso A	Colegio 2 Curso B	Colegio 3	Colegio 4 Curso A	Colegio 4 Curso B
Cuantificación						
Reconocer los números del 1 hasta al menos el 20 en situaciones cotidianas.	TI: 20,6% TM: 26,45% TS: 52,95%	TI: 13,55% TM: 14,57% TS: 71,87%	TI: 16,5% TM: 15,2% TS: 68,5%	TI: 23,68 % TM: 13,15 % TS: 63,18 %	TI: 17,2% TM: 28,2% TS: 54,7%	TI: 17,7 % TM: 25,0 % TS: 57,3 %
Emplear los números para completar o continuar secuencias numéricas de uno en uno hasta al menos el 20.	TI: 22,05% TM: 22,05% TS: 55,9%	TI: 13,55% TM: 21,87% TS: 64,67%	TI: 17,37% TM: 15,2% TS: 67,4%	TI: 25,00 % TM: 15,78 % TS: 59,23 %	TI: 18,8% TM: 39,1% TS: 42,2%	TI: 18,8 % TM: 30,2 % TS: 51,0 %
Emplear los números para contar, cuantificar, ordenar, comparar cantidades hasta al menos el 20 e indicar orden o posición de algunos elementos	TI: 17,64% TM: 21,84% TS: 60,51%	TI: 10,72% TM: 17,85% TS: 71,42%	TI: 14,27% TM: 21,72% TS: 63,97%	TI: 20,29 % TM: 24,81 % TS: 54,89 %	TI: 14,3% TM: 34,0% TS: 51,8%	TI: 14,9 % TM: 28,0 % TS: 57,1 %
Resolver problemas simples de adición y sustracción, en situaciones concretas, en un ámbito numérico hasta el 10.	TI: 20% TM: 22,34% TS: 57,66%	TI: 11,68% TM: 15% TS: 73,34%	TI: 15,64% TM: 15,64% TS: 68,7%	TI: 21,04 % TM: 21,04 % TS: 57,90 %	TI: 13,8% TM: 36,3% TS: 50,0%	TI: 16,7 % TM: 25,9 % TS: 57,5 %
Representar gráficamente cantidades y números, al menos hasta el 20, en distintas situaciones.	TI: 25% TM: 22,05% TS: 52,95%	TI: 13,55% TM: 14,57% TS: 71,87%	TI: 18,47% TM: 14,12% TS: 67,4%	TI: 26,30 % TM: 15,78 % TS: 57,90 %	TI: 17,2% TM: 34,4% TS: 48,5%	TI: 19,8 % TM: 26,1 % TS: 54,2 %

La tablas 17 y 18, muestran los resultados del tiempo 3 que equivale a la finalización de NT2.

Los resultados evidencian un avance en los niveles de logro de todos los aprendizajes. Existe una homogenización mayor en los resultados. Se observa que el colegio 1 sube sus porcentajes de logro, a diferencia de los otros tiempos.

El colegio 2 curso A, mantiene los sus resultados favorables, en todos los aprendizajes los niños se ubican sobre el 65% en el rango Tercio superior. El colegio 3 continúa siendo uno de los más bajos en resultados.

En cuanto a los ejes, en el segundo tiempo el Eje de Cuantificación tiene un avance de los estudiantes aumentado los porcentajes a rangos superiores

9. DISCUSIÓN

Diversas investigaciones relevan la importancia del desarrollo de habilidades a temprana edad, debido a que esta etapa es crucial en el ser humano y, además, el desarrollo temprano de estas habilidades tiene un valor predictivo positivo para el futuro escolar de los estudiantes (Kolb & Fantie, 2009; Leseman, 2002). Asimismo, estudios señalan que el desarrollo temprano de las habilidades matemáticas, comienza en Educación Parvularia siendo esta área disciplinar un componente fundamental para el aprendizaje de los niños y niñas (Navarro, Aguilar, Marchena, Ruiz y Menacho, 2012).

Es por esto, que el presente estudio tuvo por objetivo evaluar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en niveles de transición de Educación Parvularia de escuelas vulnerables y relacionarlas con las acciones declaradas por las educadoras de párvulos y los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.

9.1 Desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en un periodo de dos años.

En primer lugar, se determinó el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático en los estudiantes de los niveles de transición de Educación Parvularia en un periodo de dos años. Los hallazgos reportados en este primer objetivo muestran que los resultados de los estudiantes en los 3 tiempos de medición, presentan aumento lineal y significativo ($F_{(1;114)}=22,238$; $p<0,01$), lo que implica que las habilidades matemáticas se van desarrollando en la medida que el estudiante adquiere más edad, como también por las intervenciones que reciben en esta área; vale decir, desde la matemática informal a la formal (Barody, 1988). Al igual como en el estudio

realizado por Ginsburg (2006), se observa que la trayectoria de las habilidades matemáticas sigue progresiones naturales del desarrollo, tal como por ejemplo el aprendizaje motor de los niños en infancia temprana. Además, los resultados demostraron, tal como señala Baroody (1988) y Clements (2009), que los niños al ingresar a la escuela ya tienen un conocimiento informal valioso en el área de matemáticas, ellos poseen conceptos matemáticos básicos, destrezas y estrategias, que les permiten desde el conocimiento aritmético informal actuar de manera intuitiva, en ideas geométricas y espaciales, numéricas y cuantitativas y lograr resultados positivos frente a estos problemas. Hecho observado en el Tiempo 1 de medición donde se observa que los estudiantes ya tienen un potencial sobre ideas y conocimientos matemáticos.

En relación al desarrollo de cada habilidad medida en la prueba, se observaron tres grupos. En el primero se encuentran las habilidades que tuvieron un comportamiento óptimo en la medición, con una media superior a 80 en el tiempo T3 (Nociones básicas $M= 86.65$, Correspondencia Término a Término $M= 91.19$, Cardinalidad $M= 81.71$ y Reconocimiento de figuras Geométricas $M= 82.28$).

En segunda lugar, se concentra la mayor cantidad de habilidades, las cuales tienen una Media entre 51 y 79.9. Estas habilidades son Percepción Visual $M= 75.65$, Reproducción de figuras, números y Frecuencias $M= 75.64$, Reconocimiento y reproducción de números $M= 68.86$, Conservación $M= 76.29$.

Por último, el tercer grupo está compuesta por las habilidades más descendidas (Números ordinales $M= 50.08$, Problemas aritméticos $M= 32.52$).

Los resultados de estos tres grupos, serán analizados a partir de las dos vertientes de desarrollo de las matemáticas expuestas en el estudio.

Las habilidades matemáticas en los estudiantes de Educación Parvularia están ligadas a dos líneas de estudio, una asociada a los planteamientos de Piaget (1967) quien destaca las operaciones lógicas como las habilidades más relevantes que se deben desarrollar a temprana edad. Por otra parte, se encuentra la corriente interaccionista que incluye la habilidad de conteo como la habilidad crucial en el desarrollo de las matemáticas en esta etapa (Clements, 2008).

Los resultados aportados en esta investigación con respecto a lo mencionado anteriormente, muestran que las habilidades numéricas y las habilidades lógicas se desarrollan paralelamente, tal como lo señala Clements (1984), quien argumenta en su estudio que las habilidades de conteo se desarrollan en conjunto con las habilidades lógicas. En este sentido, se corrobora que la matemática no sólo se basa en el desarrollo de las nociones lógicas de manera lineal; si no que desde temprana edad los niños y niñas construyen la noción de número.

En esta línea de desarrollo de las habilidades matemáticas derivada de la vertiente interaccionista, Clements y Sarama (2008) muestran que los niños y niñas entre los 4 y 6 años tienen una noción de número, debido a que son capaces de realizar conteo, comparar cantidades, para luego resolver problemas aritméticos contextuales en pequeños juegos, formando al final de estos procesos el concepto de número. Tal como se observó en las mediciones realizadas, los niños en esta etapa amplían su desarrollo numérico a través del tiempo (Reproducción de figuras, números y frecuencias ($F_{(2;228)} = 182,32$; $p < 0,05$), Reconocimiento y reproducción de números ($F_{(2;228)} = 119,38$; $p < 0,05$), Cardinalidad ($F_{(2;228)} = 89,5$; $p < 0,05$) y Conservación ($F_{(2;228)} = 33,8$; $p < 0,05$).

Sin embargo, la habilidad de resolución de problemas aritméticos no logra desarrollarse dentro de lo que se espera según la trayectoria de estas autoras, quienes señalan que los niños de 5 años deberían solucionar problemas aritméticos hasta el número 10. Esto, según la literatura del marco teórico, puede deberse a que los estudiantes no han desarrollado tempranamente las habilidades de conteo que les permitiría poder resolver estos problemas aritméticos de manera eficaz. Asimismo, estudios han demostrado que niños y niñas entre 5 y 6 años presentan dificultades en resolver problemas matemáticos, debido a lo complejo de la tarea y a las habilidades de comprensión verbal que esto implica (Swanson, 2004). Otra explicación para estos resultados, está relacionada con la perspectiva Piagetiana, donde se señala que el no lograr la resolución de problemas aritméticos, tiene relación con que los niños y niñas no han desarrollado a cabalidad la etapas pre numéricas.

Ahora, en la habilidad de conservación, Piaget (1977) señala que los niños en la etapa pre operacional no logran desarrollar esta habilidad, hito que según este autor se alcanza en la etapa de las operaciones concretas, debido a los problemas de percepción y a los procesos de abstracción que aún no se han desarrollado completamente. Sin embargo los resultados muestran que los niños a temprana edad muestran pueden resolver preguntas relacionadas con conservación (T3, M= 76,29%). Estos resultados podrían tener una explicación en las habilidades de conteo que desarrollan los niños en la infancia temprana, la cual permite que sus respuestas no se basen sólo en la percepción y busquen estrategias como el conteo para resolver esta problemática (Baroody, 1988).

En relación a las habilidades de geometría Clements (2008) señala que la identificación de figuras es lo primero que se desarrolla en esta etapa para que luego los niños logren comparar,

representar, descomponer. Desde la perspectiva Piagetiana, los niños en esta etapa la geometría se basa en la lógica concreta; por tanto en estos niveles el reconocimiento de figuras geométricas es una habilidad que los niños pueden realizar, no así la representación mental de dichas figuras, lo cual sucede en la etapa siguiente. Tal cual como se ha señalado por ambos autores, se refleja en los resultados de la prueba que los niños logran identificar las figuras geométricas a temprana edad, desde el tiempo 1 con un alto nivel de logro (T1: 69,71; T2: 79,52; T3:82,28).

9.2 Relevancia del desarrollo de las habilidades matemáticas a temprana edad

Otro aspecto relevante a destacar en esta discusión es la importancia que tienen algunas habilidades en el desarrollo del razonamiento matemático, tal como la literatura lo señala (Clements y Sarama, 2009; Clements *et al.*, 2008; Ginsburg y Baroody, 2007;) han determinado que el concepto de número es una de las habilidades más importantes y predictoras para el éxito académico (Duncan, 2007). Específicamente el conocimiento de número, números ordinales y el razonamiento son las variables más predictoras para asegurar un desarrollo óptimo del estudiante en esta área disciplinar. Sin embargo, se observa que esto no ocurre en los estudiantes evaluados, siendo números ordinales y resolución de problemas aritméticos las habilidades más descendidas, lo que evidencia que nuestros estudiantes no están logrando las competencias necesarias para garantizar mejores resultados. En este sentido, se observa que existe una relación con los resultados en matemáticas de escuelas vulnerables a nivel nacional en pruebas estandarizadas, ya que tal como señaló en los antecedentes, los niños y niñas que asisten a estas escuelas presentan resultados muy bajos en esta área, ubicándose gran parte de los estudiantes en

un Nivel Inicial de esta competencia; es decir, los alumnos y alumnas que se encuentran en este nivel recién están iniciando la comprensión de los números naturales, la realización de los cálculos simples, el estudio de las formas geométricas y el manejo de aspectos básicos de la resolución de problemas, junto con estudiantes que, con apoyo podrían demostrar los aprendizajes del Nivel Intermedio (SIMCE, 2014).

Debido a lo anterior, se releva la importancia de fomentar a temprana habilidades matemáticas, sobre todo en los estudiantes que están más desfavorecidos, porque la brecha en estos resultados no está dada en cuarto año, sino en los niveles anteriores que los estudiantes han cursado. Por tanto, es urgente que se considere tanto en los programas pedagógicos de Educación Parvularia en matemáticas, como en las acciones de las Educadoras de párvulos en el aula, intencionalizar el desarrollo de las habilidades más predictivas, con el objetivo de avanzar en mejorar los resultados de aprendizaje en esta área, brindando mayores proyecciones a los estudiantes.

9.3 Descripción de la frecuencia y relevancia de las habilidades respecto al desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático.

9.3.1 Relevancia de los aprendizajes

Las evidencias reportadas en la investigación en relación a describir y relacionar la relevancia de las habilidades de razonamiento lógico matemático declaradas por las educadoras de párvulos, respecto a las acciones para trabajar el área de matemática en las aulas de NT, muestran que para el nivel de transición 1 (NT1) las educadoras coinciden en su mayoría en declarar que los contenidos relacionados con temporalidad, clasificación y nociones espaciales, como los más

relevantes (sobre el 60% de relevancia). Con esto se puede observar, que las educadoras tienden a trabajar el área de matemáticas en Educación Parvularia desde la perspectiva de Piaget, consolidando habilidades previas al número, potenciando en los niños la percepción visual, clasificación, nociones infra lógicas, patrones antes de trabajar con mayor énfasis las habilidades numéricas. A su vez, esta relevancia de los aprendizajes esperados declaradas por las educadoras, corrobora en algunos aspectos relacionados con lo que plantea Lee (2010), quien a través de su investigación determinó que los contenidos de patrones, seriación y formas era lo más relevante en esta etapa para las Educadoras de Párvulos, y además, estos contenidos muestran mejores resultados en los estudiantes de este nivel, debido a que las educadoras lo trabajan más. Asimismo, Frizz (2009) afirma que las Educadoras de Párvulos de nuestro país, no consideran relevante el trabajo del número y operatoria, declarando que estos debería potenciarse con mayor énfasis en la educación primaria. Esto se demuestra, en las habilidades que las educadoras declaran que tienen menor importancia para NT1 y NT2, donde está resolución de problemas y números ordinales las cuales presentan los resultados más descendidos. Asimismo, en NT2 las educadoras declaran que los aprendizajes de cuantificación, reconocimiento y utilización números son los más relevantes, coincidiendo con el avance de los niños en estas áreas.

9.3.2 Frecuencia de las habilidades

En relación a la frecuencia de los contenidos que declaran las educadoras para el nivel NT se observa que en lo grueso de las declaraciones existe consistencia entre lo que declaran las Educadoras de Párvulos y la frecuencia de los contenidos en sus clases de matemáticas. Esto sucede en todas las habilidades menos solución de problemas aritméticos y números ordinales, debido a que declaran trabajarlas “al menos dos veces por semana” y obtienen bajos resultados.

Sin embargo, en este punto es necesario precisar un alcance, ya que el grupo de educadoras declaran en su mayoría que todas las habilidades las trabajan frecuentemente, no hay variabilidad en las declaraciones, por tanto el análisis queda reducido a las percepciones y no a los que realmente trabajan.

Ahora, en los resultados desagregados por curso, con respecto a la frecuencia de las habilidades trabajadas en clases con los resultados de aprendizaje de los estudiantes al finalizar NT, se observan diferencias por curso e inconsistencias en algunas habilidades con respecto a lo que declaran las educadoras. Un ejemplo de esto, es que una misma institución los cursos tienen crecimiento desigual, es el caso del colegio 4 cursos A y B, este último presenta mejores resultados al terminar NT1, aun teniendo resultados similares en el primer tiempo de medición, lo que puede evidenciar que hay un impacto en el aprendizaje positivo o negativo dependiendo de la docente del nivel. Tras lo anterior, se puede inferir, tal como lo señala los estudios de Chien y colaboradores (2010), que la práctica pedagógica intencionada y en función de los aprendizajes esperados y el tiempo que se destina afecta en el rendimiento de los estudiantes en este nivel educativo. Sin embargo, es necesario profundizar con más variables para el análisis del efecto de las Educadoras y tener mayor potencia para aseverar estas diferencias. También, para observar con mayor precisión el efecto de las Educadoras de Parvulos en el aprendizaje de los niños y niñas, se debería hacer un estudio que implique observar las prácticas en matemáticas que se hacen en el aula, para ver el tiempo destinado a esta área, lo contenidos que se abordan, la coherencia de las planificaciones con la aplicación y las metodologías de trabajo (Stoll, 2015).

9.4 Relación entre el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático y los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT.

Con respecto al último objetivo, relacionar el desarrollo de las habilidades de razonamiento lógico matemático con los aprendizajes esperados de los programas pedagógicos de NT, el estudio logró evidenciar, a raíz de las habilidades evaluadas, el progreso de los estudiantes en los aprendizajes esperados del área para los niveles de Transición de Educación Parvularia. Como se mencionó en la metodología de trabajo, esta relación se realizó a través de una matriz curricular validada por expertos en el área de matemáticas. Dicha matriz, evidencia las habilidades que están a la base de cada aprendizaje esperado.

9.4.1 Matriz curricular y habilidades de la prueba.

En primer lugar, según el análisis de la matriz curricular hechos por los jueces expertos y los resultados generales de las 10 habilidades evaluadas en la prueba, se observó que hay habilidades que tienen una frecuencia alta en los aprendizajes esperados, lo que implicaría que éstas deben tener un mayor desarrollo en los estudiantes que participan en estos niveles, debido a que están presentes en gran parte del marco curricular. Esto ocurre con *Percepción visual* es la habilidad más frecuente (100%) en los aprendizajes esperados, y a la vez, logra buenos resultados en la medición (T_3 , $M=86,65$) evidenciando con esto que hay consistencia entre las habilidades relevantes y el marco curricular. Sin embargo, es necesario aclarar para este análisis que esta habilidad no sólo está asociada a los aprendizajes del área de matemáticas; sino también es una

habilidad indispensable a desarrollar en Educación Parvularia para el aprendizaje de la lectura y escritura (Bravo, 2006), lo que podría ser un factor que explique también el comportamiento de esta habilidad en la medición, ya que no sólo se trabaja y desarrolla en matemáticas.

Asimismo, en este mismo grupo de habilidades de alta frecuencia en el marco curricular señalados por los jueces expertos, solución de problemas aritméticos (83% presente en los aprendizajes) es una de las habilidades menos desarrollada (T_3 , $M=32,52$).

Según lo anterior, se ve que no hay consistencia en la habilidad de solución de problemas aritméticos, ya que se espera que una habilidad que es crucial para el desarrollo de este núcleo (presente en un 83% de aprendizajes esperados), no obtiene los resultados esperados. Esta inconsistencia, tiene implicancias en los resultados de los estudiantes en el futuro, ya que la habilidad de resolver problemas es una de las variables más predictivas en el éxito de esta asignatura, y es considerada una habilidad fundamental. NCTM (2000) señala que la resolución de problemas debe ser un eje central del trabajo en matemáticas, debido a que ayuda a lograr un aprendizaje significativo en los niños, donde intervienen procesos claves del pensamiento y construcción de la competencia matemática.

Por último, en el grupo 3 de frecuencia baja, se observa que hay habilidades que obtienen una puntuación alta y se encuentran y se encuentran en este grupo de frecuencia baja dentro del marco curricular, estas son *Correspondencia uno a uno* (T_3 , $M=91,19$; $F=8,3\%$), *Reconocimiento de figuras geométricas* (T_3 , $M=82,28$, $F=17\%$), *cardinalidad* (T_3 , $M=81,71$; $F=33\%$). *Reproducción de figuras y secuencias* (T_3 , $M=75,64$; $F=25\%$). Esto evidencia que el marco curricular no tiene consistencia con el desarrollo de habilidades de los niños y niñas que participan

en estos niveles de transición; y que existe mayor consistencia en la declaración de las Educadoras que en la relación que se establece en la matriz.

9.4.2 Desarrollo de los aprendizajes en los Niveles de Transición.

Otro aspecto a discutir en función del último objetivo, es la relación de los resultados desagregados por curso y la matriz curricular que contiene los aprendizajes esperados de matemáticas de NT1 y NT2. Se observó que los resultados muestran una línea de progreso en cada aprendizaje esperado de los Programas Pedagógicos de Educación Parvularia del núcleo Razonamiento Lógico Matemático y Cuantificación, en los tres tiempos de medición. Los resultados evidenciaron un comportamiento similar en los tres tiempos, alcanzando resultados similares el en último tiempo de la medición. Cabe hacer hincapié, en dos colegios (colegios 2 y 3) los cuales mostraron en la primera medición resultados más descendidos que los otros establecimientos, terminando todos en la última medición con puntajes similares. Esto se podría explicar por un lado desde la teoría de Piaget, quien declara que todos los niños evolucionan a través de una secuencia ordenada de estadios, que existe una interpretación distinta sobre el mundo y sus relaciones en cada periodo. En este caso, al inicio de la investigación los niños y niñas de la muestra se encontraban en el periodo de las preoperacional (4 años) desarrollando el pensamiento lógico matemático, la construcción de este tipo de pensamiento va evolucionado progresivamente con el tiempo, a través de la reflexión que el niño hace con los objetos (reflexión empírica) y la madurez que se necesita para terminar en cada etapa, asumiendo que al finalizar la última evaluación los estudiantes ya estaban en los 6 años, periodo cercano a las operaciones concretas, donde el niño posee mayor reversibilidad en el pensamiento matemático.

Siguiendo esta idea, tal como lo señala Chamorro (2005) el currículum en matemática está profundamente ligados a la teoría Piagetina, por tanto las Educadoras de Párvulos aplican en sus prácticas este enfoque (Alveal, Contreras, Castillo y Searle, 2008), debido a que los aprendizajes que se establecen en el marco curricular de Educación Parvularia, tienen estrecha relación con lo que postula Piaget sobre el pensamiento lógico matemático y el énfasis de esta marco curricular está en potenciar de forma progresiva habilidades tales como Comparación, Clasificación, Seriación y Correspondencia y, en menor medida, los relacionados con las habilidades de cuantificación (MINEDUC, 2008). Esto se puede ver reflejado también en estudios realizados en Chile donde la competencia numérica que presentan los estudiantes pertenecientes al Primer y Segundo Nivel de Transición, alcanzan puntajes medios considerablemente más bajos que en la competencia de nociones lógicas (Cerde et al., 2012). Resultados que también se presentan en esta investigación, donde se evidencia que las habilidades numéricas presentan menores porcentajes de logros.

Por otra parte, al relacionar los mapas los mapas de progreso (Tramo hacia los 6 años) del eje de cuantificación donde se señala que los niños y niñas en esta etapa deben utilizar diversos cuantificadores al comparar cantidades de objetos: “más que”, “menos que”, “igual que” y emplear los números para identificar, ordenar, representar cantidades y contar uno a uno, al menos hasta el 20, reconociendo que la última “palabra-número, con las habilidades medidas en la prueba en los sub test de: cardinalidad, conservación, reconocimientos de números, ordinalidad y resolución de problemas se evidencia que no se está cumpliendo con lo que se determina en los mapas de progreso en esta área.

Por tanto, hay claras deudas en el eje de cuantificación, siendo este eje uno de los aspectos más importantes a la hora de desarrollar habilidades matemáticas a temprana edad (Aunio, Hautamäki, Sajaniemi y Van Luit, 2009; Locuniak y Jordan, 2008, Stock, Desoete y Roeyers 2009).

Por último, es preciso agregar en esta discusión que los resultados responden a los estudiantes de la muestra, los cuales pertenecen a escuelas vulnerables; por tanto, se puede concluir que los niños y niñas que participan en estos colegios no están alcanzando los aprendizajes que se esperan en este ciclo educativo y que además, esto podría ser un factor en la brecha de resultados en matemáticas que se abordaron en el estudio.

9.5 Proyecciones y limitaciones del estudio.

Debido al impacto de la Educación Parvularia para el desarrollo temprano de habilidades en los niños y niñas y a los resultados desfavorables en matemáticas, se hace necesario seguir realizando estudios que, por una lado, evidencien el estado de los aprendizajes de los niños y niñas en el área de matemática en primera infancia, evaluando todas las habilidades y aprendizajes que se deben desarrollar en este ciclo educativo, con un énfasis en las habilidades más predictivas en esta área. Como también, determinar cómo se están llevando a cabo las prácticas educativas en este núcleo de aprendizaje, a través de estudios que impliquen observaciones en el aula sobre las acciones que hacen las docentes para trabajar los aprendizajes en matemáticas.

Específicamente, para estudios posteriores, se debiese considerar la evaluación de las habilidades matemáticas con otras pruebas complementarias que midan otras habilidades

tempranas como el conteo. En esta línea, en Chile se realizó la validación de un instrumento que ha sido utilizado por varios países como Finlandia, Singapur, Alemania, España, Holanda, entre otros, para estudios comparativos sobre la competencia matemática a temprana edad, considerando en su constructo la propuesta de Piaget en relación a la relevancia de las nociones lógicas para esta competencia, como también, la perspectivas interaccionista que considera el conteo como la variable más predictiva en esta área, incluso para potenciar el aprendizajes de las nociones lógicas (Clements, 1984). El nombre del Test para evaluar la competencia matemática se denomina Evaluación Matemática Temprana de Utrecht y la adopción chilena TEMT-U (Cerde y Colaboradores, 2012). Este test mide las habilidades de comparación, clasificación, correspondencia, seriación, conteo verbal, conteo estructurado, conteo resultante, conocimiento general de los números. El proceso de validación de instrumento en nuestro país concluyó que reúne las características psicométricas adecuadas para evaluar las competencias matemáticas de niños y niñas de 4 a 8 años en la población escolar chilena.

Por tanto, estudios posteriores que se realicen con este instrumento, podrían incluir comparaciones con las evaluaciones que se han realizado en otros países y con esto tener una idea de las debilidades y fortalezas que existen en el área de matemáticas en Educación Parvularia en Chile, lo cual ayudaría a tomar decisiones para mejorar el marco curricular, considerando otras perspectivas del desarrollo de esta área, en este caso la que responde a la corriente interaccionista vista en el estudio.

Otro aspecto importante a señalar, es la limitación que tiene este estudio para relacionar los resultados de la prueba con las acciones para trabajar las matemáticas en los niveles de transición, ya que esta relación se hizo en base a un cuestionario donde se declaraba la frecuencia y relevancia

de las habilidades medidas y los aprendizajes esperados; por tanto, la información recabada no alcanza para establecer dicha relación, ya que es necesario contar con más evidencias del trabajo que realizan; sin embargo el estudio logro resultados que invitan a profundizar en esta relación para la mejora de los aprendizajes de los párvulos.

Por consiguiente, para estudios posteriores, se debe considerar la observación de clases para visualizar las prácticas pedagógicas que se están efectuando en relación al núcleo de razonamiento matemáticas y la efectividad de éstas, ya que las metodologías de enseñanza de las matemáticas afectan significativamente en los aprendizajes de los niños y niñas (López, 2015), y esto, permitiría medir con mayor potencia el impacto de las educadoras en el desarrollo de habilidades matemáticas en Educación Parvularia

En este sentido, una de las propuestas a futuro para determinar prácticas efectivas en la enseñanza de las matemáticas y su relación con el aprendizaje de los estudiantes, debiese considerar los Principios para la Acción propuestos por NTCM (2014), donde se declara que debe tener un programa de excelencia en matemáticas, para lograr que todos los estudiantes aprendan de manera significativas esta disciplina.

En síntesis, es imperioso seguir realizando investigaciones a nivel local en relación a esta temática, ya que la generación de nuevos conocimientos asociados a las matemáticas en primera infancia y al rol de profesores en estos procesos, ayudarán a tener la información suficiente que permitan realizar cambios en el currículum, formación inicial docente y evaluación docente, con el fin de obtener mejores resultados de aprendizaje en matemáticas y disminuir con esto las brechas que existen en la actualidad.

10. **BIBLIOGRAFÍA**

- Alsina, Á. (2012). Contextos de vida cotidiana para desarrollar el pensamiento matemático en Educación Infantil. En M. Marín y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática. Comunicaciones de los grupos de investigación. XV Simposio de la SEIEM* (pp. 409-426). Ciudad Real: SEIEM.
- Alsina, Á. (2013). Early childhood mathematics education: Research, curriculum and educational practice. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 100-153.
- Alveal, R., Contreras, L., Castillo, G. y Searle, D. (2008). *Propuesta para la adquisición del concepto de número en educación preescolar*, Tesis para optar al título de Educadora de Párvulos. Concepción, Universidad de Concepción.
- Aunola, K., Leskinen, E., & Lerkkanen, K. (2004). Developmental Dynamics of Math Performance From Preschool to Grade 2. *Early Childhood Research Quarterly*, 96(4), 699-713.
- Aunio, P., Hautamäki, J., Sajaniemi, N., & Van Luit, J. (2009). Early numeracy in low-performing young children. *British Educational Research Journal*, 35 (1), 25-46.
- Araya, R. y Dartnell, P. (2009). Saber pedagógico y conocimiento de la disciplina matemática en docentes de educación general básica y media. En Centro de estudios MINEDUC (Ed.), *Selección de investigaciones primer concurso FONIDE: Evidencias para políticas públicas en educación* (pp. 157-198). Santiago, Chile: Ministerio de Educación.
- Baroody, J. (1988). *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Visor

- Baroody, Arthur J. (1997), “Técnicas para contar”, “Desarrollo del número” y “Aritmética informal”, en *El pensamiento matemático de los niños. Un marco evolutivo para maestros de preescolar, ciclo inicial y educación especial*, Genís Sánchez Barberán (trad.), 3ª ed., Madrid, Visor (Aprendizaje, 42), pp. 87-106, 107-126 y 127-148.
- Baroody A.J. (2004) The developmental bases for early childhood number and operations standards. In: Clements DH and Sarama J (eds) *Engaging Young Children in Mathematics: Standards for Early Childhood Mathematics*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, pp. 173–219
- Baroody, A. J., Lai, M.-l., & Mix, K. S. (2006). The development of young children’s number and operation sense and its implications for early childhood education. En B. Spodek & O. N. Saracho (Eds.), *Handbook of research on the education of young children* (pp. 187–221). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Baroody, A. J. (2009). Fostering early numeracy in preschool and kindergarten. *Encyclopedia of Language and Literacy Development* (pp. 1-9). Londres, En: Canadian Language and Literacy Research Network. Recuperado Noviembre 02, 2012, de <http://literacyencyclopedia.ca/pdfs/topic.php?topId=271>.
- Barnett, W. S. (1995). Long-term effects of early childhood programs on cognitive and school outcomes. *Future Child*, 5(3), 25-50.
- Greenes, C. Herbert, P., Ginsburg, Balfanz, R. (2004). Big Math for Little Kids Early *Childhood Research Quarterly*.19(1):159-166
- Benz, C. (2010). Kindergarten educators and math. In. M.F Pinto & T. F Kawasaki (Eds.), *Proceedings of the 34th Conferece of the internacional group for psychology of mathematics* (Vol.2, pp. 201-207). Belo Horizonte: PME

- Bravo, L. (2006). *Lectura inicial y Psicología cognitiva*. 2ª edición. Ediciones Universidad Católica de Chile.

- Brendefur, J. L., Thiede, K., Strother, S., Bunning, K., & Peck, D. (2013). Developing mathematical thinking: Changing teachers' knowledge and instruction. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(2).

- Bryant, P., & Nunes, T. (2002). Children's understanding of mathematics. Blackwell handbook of childhood cognitive development. En M. Goswami (Eds.), The Netherlandsm Blackwell Publishing, (pp. 412-439).

- Callejo, M., Gonñi, J., Alsina, C., Gómez, I., Planas, N. y Vanegas, Y. (2010). *Educación matemática y ciudadanía*. Barcelona, España: Graó. Colección Biblioteca de Uno.

- Cardoso, E. y Cerecedo, M. (2008). El desarrollo de las competencias matemáticas en la primera infancia en México. *Revista Iberoamericana de Educación*, 47 (5), 5-25.

- Castro, E. (2006). Competencia matemática desde la infancia. *Revista Pensamiento educativo*, 39, 119-135.

- Castro, C. (2007). La evaluación de métodos para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en la Educación Infantil. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 11, 59-77.

- Castro, E., Cañadas, C. y Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 54, 55-67.

- Cerda Etchepare, G., Pérez Wilson, C., Moreno Araya, C., Núñez Risco, K., Quezada Herrera, E., Rebolledo Rojas, J., y Sáez Tisnao, S. (2012). Adaptación de la versión española del Test de Evaluación Matemática Temprana de Utrecht en Chile. *Estudios Pedagógicos*, 38(1), 235-253.

- Charlesworth, R. (2005). Prekindergarten Mathematics: Connecting with National Standards. *Early Childhood Education Journal*, 32 (4), 229-236.

- Chamorro, C (2011). La mejora del aprendizaje del área lógico-matemática desde el análisis del currículum de Educación Infantil. *Educatio Siglo XXI*, 29 (2), 23-40.

- Chien, N., Howes, C., Burchinal, M., Pianta, R., Ritchie, S., Bryant, D. y Barbarin, O. (2010). Children's classroom engagement and school readiness gains in pre-kindergarten. *Child Development*, 81(5), 1534–1549.

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2007). Effects of a preschool mathematics curriculum: Summative research on the Building Blocks project. *Journal of Research in Mathematics Education*, 38(2), 136–163.

- Clements, D. H. (1999). Subitizing: What is it? Why teach it? *Teaching children Mathematics*, 5, 400 – 405.

- Clements, D. H., Battista, M. T., & Sarama, J. (2001). Logo and geometry. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 10, i-177.

- Clements, D. H., & Sarama, J. (2009). Learning trajectories in early mathematics sequences of acquisition and teaching. *Encyclopedia of Language and Literacy Development* (pp. 1-7). Londres, En: Canadian Language and Literacy Research Network.

Recuperado Noviembre 02, 2012, de
<http://literacyencyclopedia.ca/pdfs/topic.php?topId=270>

- Clements, D. (1984). "Training effects on the development and generalization of Piagetian logical operations and knowledge of number". *Journal of Educational Psychology*, 76, 766-776.
- Clements, D. & Sarama, J. (2011). Early Childhood Mathematics Intervention. *Science*, 333(6045), 968-970.
- Cofre, A., Tapia, L. (1995). *Cómo desarrollar el pensamiento lógico y matemático*. Editorial Universitaria. Santiago. Chile.
- Coll, C., Palacios, J. y Marchesi, A. (1994) *Desarrollo psicológico y educación, II. Psicología de la Educación*. Madrid: Alianza Editorial.
- Cross, T. C., Woods, T. A., & Schweingruber, H. (Eds.). (2009). *Mathematics learning in early childhood: Paths towards excellence and equity*. Washington, DC: National Academies Press.
- Contreras, D., Herrera, R. y Leyton, G. (2008). *Impacto de la educación preescolar sobre el logro educacional. Evidencia para Chile*. Santiago, Chile: MIMEO, Departamento de Economía Universidad de Chile.
- Coronata, C., y Alsina, A. (2012). Hacia la alfabetización numérica en Educación Infantil: algunos avances en Chile y España. Edma 0-6. *Educación Matemática en la Infancia*, 1(2), 42-56

- Cunha, Flavio and Heckman, James J. (2009). "The Economics and Psychology of Inequality and Human Development," *Journal of the European Economic Association*, 7(2-3): 320-364.
-
- Deloache, J., Miller, K., & Pierroustakos, S. (1998). *Reasoning and problem solving*. En D. Kuhn & R. S. Siegler (Eds.), *Handbook of child psychology: Vol.2. Cognition, perception, and language* (5th ed., pp. 801-850). New York: Wiley.
- De Smedt, B., Verschaffel, L., & Ghesquiere, P. (2009). The predictive value of numerical magnitude ` comparison for individual differences in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 103, 469–479
- Duncan, J., Dowsett, J., Claessens, A., Magnuson, K.,Huston, C., Klebanov, P., Pagani, L., Feinstein, L., Engel, M, Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth., & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446.
- Early, D., Iruka, I., Ritchie, S., Barbarin, O., Winn, D., Crawford, G.,...Pianta, R. (2010). How do pre-kindergarteners spend their time? Gender, ethnicity, and income as predictors of experiences in pre-kindergarten classrooms. *Early Childhood Research Quarterly*, 25, 177–193.
- Elacqua, G. (2012). The impact of school choice and public policy on segregation: Evidence from Chile. *International Journal of Educational Development*, 32(3), 444-453.
- Eyzaguirre, B. y Le Foulon, C. (2001). La calidad de la educación chilena en cifras. *Estudios Públicos*, 84, 85–120.

- Fernández, K. (2004). El pensamiento matemático informal de niños en edad preescolar: Creencias y prácticas de docentes de Barranquilla (Colombia). *Revista del Instituto de Estudios Superiores en Educación, Universidad del Norte*.
- Friz, M., Sanhueza, S., Sánchez, A., Samuel, M. y Carrera, C. (2009). Concepciones en la enseñanza de la Matemática en educación infantil. *Perfiles Educativos*, 31 (125), 62-73.
- Fuligni, A. S., Howes, C., Huang, Y., Hong, S. S., & Lara-Cinisomo, S. (2012). Activity settings and daily routines in preschool classrooms: Diverse experiences in early learning settings for low-income children. *Early Childhood Research Quarterly*, 27(2), 198-209.
- Fuson, K. (1988). *Children's counting and concepts of number*. New York: Sllringer.
- Gamal C., Carlos P., Ortega, R., Lleujo, M. y Sanhueza, L. (2011). Fortalecimiento de competencias matemáticas tempranas en preescolares, un estudio chileno. *Psychology, Society, & Education*, 3(1), 23-39.
- Geary, D. C. (1994). *Children's mathematical development: Research and practical applications*. Washington, DC: American Psychological Association.
- Geary, D. C. (2006). Development of mathematical understanding. In D. Kuhn, R. Siegler, W. Damon, & R. Lerner (Eds.), *Handbook of child psychology: Cognition, perception, and language* (6th ed., Vol. 2, pp. 777-810). Hoboken, NJ: John Wiley & Sons Inc.
- Ginsburg, H. P., Cannon, J., Eisenband, J., & Pappas, S. (2006). Mathematical thinking and learning. En McCartney, K., & Phillips, D. (Eds.), *Blackwell handbook of early childhood development* (pp. 208-229). Malden, MA: Blackwell Publishing.

- Ginsburg, H. P., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 274-285.
- Ginsburg, H. P. (2009). Early mathematics education and how to do it. In O. A. Barbarin, & B. H. Wasik (Eds.), *Handbook of child development and early education* (pp. 403–428). New York, NY: Guilford Press.
- Ginsburg H. P. Y Baroody, A. J. (2007). Tema3. Test de competencia matemática básica. Adaptación española de Núñez, M^a C. y Lozano, I. Madrid: TEA Ediciones.
- Ginsburg, H. P., & Ertle, B. (2008). Knowing the mathematics in early childhood mathematics. In O. N. Saracho, & B. Spodek (Eds.), *Contemporary perspectives on mathematics in early childhood education* (pp. 44–64). Charlotte, NC: Information Age.
- Gormley, W., Gayer, T., Phillips, D., & Dawson, B. (2005). The effects of universal pre-K on cognitive development. *Developmental Psychology*, 41(6), 872 – 884.
- Greenes, C., Ginsburg, P. & Balfanz, R., (2007). Big Math for Little Kids. *Early Childhood Research Quarterly*, 19,159–166.
- Hannula, M. M., & Lehtinen, E. (2005). Spontaneous focusing on numerosity and mathematical skills of young children. *Learning and Instruction*, 15(3), 237-256.
- Hannula, M. M., Räsänen, P., & Lehtinen, E. (2007). Development of counting skills: Role of spontaneous focusing on numerosity and subitizing-based enumeration. *Mathematical thinking and learning*, 9(1), 51-57.
- Hachey, A. (2013). The Early Childhood Mathematics Education Revolution. *Journal Early education and Devepment*, Vol 24.

- Herbert, P., & Amit, M. (2008). What is teaching mathematics to young children? A theoretical perspective and case study. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 29, 274–285.
- Heckman, J. & Urzúa, S. (2006). The effects of cognitive and noncognitive abilities on labor market outcomes and social behavior. *Journal of Labor Economics*, 24 (3), 411-483.
- Howes, C., Burchinal, M., Pianta, R., Bryant, D., Early, D. M., Clifford, R. M. (2008). Ready to learn? Children's pre-academic achievement in pre-kindergarten programs. *Early Childhood Research Quarterly*, 23(1), 27–50.
- Jordan, N. C., Glutting, J., & Ramineni, C. (2010). The Importance of Number Sense to Mathematics Achievement in First and Third Grades. *Learning and Individual Differences*, 20(2), 82–88.
- Kaplan, D., Nabors, L. & Locuniak, M. N. (2006), Number Sense Growth in Kindergarten: A Longitudinal Investigation of Children at Risk for Mathematics Difficulties. *Child Development*, 77, 153–175.
- Kleemans, T., Segers, E., & Verhoeven, L. (2011). Cognitive and linguistic precursors to numeracy in kindergarten: Evidence from first and second language learners. *Learning and Individual Differences*, 21(5), 555-561.
- Kleemans, T., Peeters, M., Segers, E., & Verhoeven, L. (2012). Child and home predictors of early numeracy skills in kindergarten. *Early Childhood Education Journal*.

- Kolb, B., & Fantie, B. (2009). Development of the child's brain and behavior. En C. Reynolds, & E. Fletcher-Janzen (Eds.), *Handbook of Clinical Child Neuropsychology* (pp. 19-46). Nueva York, NY: Springer Science + Business Media.

- Lara-Cinisomo, S., Fuligni, A. S., Daugherty, L., Howes, C., & Karoly, L. (2009). A qualitative study of early childhood educators' beliefs about key preschool classroom experiences. *Early Childhood Research and Practice*, 11(1). Retrieved from <http://ecrp.uiuc.edu/v11n1/lara.html>

- Larrazolo, N. backhoff,E. Rosas, M y Tirado, F. (2010) *Habilidades básicas de razonamiento matemático de estudiantes mexicanos de educación media superior*. Congreso Iberoamericano de educación. Buenos Aires.

- Leseman, P. (2002). *Early childhood and care for children from low-income or minority backgrounds*. París: OCDE.

- Lee J. (2010). Exploring Kindergarten Teachers' Pedagogical Content. *Knowledge of Mathematics IJEC* 42, 27–41.

- Locuniak, M. N. & Jordan, N. C. (2008). Using kindergarten number sense to predict calculation fluency in second grade. *Journal of Learning Disabilities*, 41, 451–459.

- López, E. (2006). Educación compensatoria: efectos recientes de un estudio clásico (High/Scope). *Revista Electrónica de Investigación y Evaluación Educativa*. Extraído el 29 de Agosto, 2011 de http://www.uv.es/RELIEVE/v11n2/RELIEVEv12n1_5.htm.

- López, M. y Alsina, Á. (2015). La influencia del método de enseñanza en la adquisición de conocimientos matemáticos en educación infantil. Edma 0-6: *Educación Matemática en la Infancia*, 4(1), 1-10.

- McCray, J., Chen, J-Q.(2012). Pedagogical content knowledge for preschool mathematics: Construct validity of a new teacher interview. *Journal of Research in Childhood Education*, 26(3), 291-307.

- Mathiesen, M., Herrera, M., Merino, J. y Recart, M. (2004). Efectos longitudinales de la calidad de los ambientes educativos preescolares sobre el desempeño de niños en primer ciclo básico. *Boletín de investigación educacional*, 19(1), 119-134.

- Ministerio de Educación (2003). *Bases curriculares Educación Parvularia*. Santiago, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

- Ministerio de Educación (2002). *Cuadernillos de reflexión pedagógica en Educación Parvularia*. Santiago, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación

- Ministerio de Educación (2014). *Informe nacional de resultados SIMCE 2014*. Santiago, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

- Ministerio de Educación (2015). *Informe nacional de resultados SIMCE 2015*. Santiago, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

-

- Ministerio de Educación (2008). *Programas pedagógicos Educación Parvularia*. Santiago, Chile: Unidad de Curriculum y Evaluación.

- Navarro, J. I., Aguilar, M., Marchena, E., Ruiz, G., & Menacho, I. (2012). Longitudinal study of low and high achievers in early math. *British Journal of Educational Psychology*, 82, 28–41.

- National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics. (2000). Position statement. Early childhood mathematics: promoting good beginnings.

- National Association for the Education of Young Children & National Council of Teachers of Mathematics (2003). Programs for Initial Preparation of Mathematics Teacher.
- National Council of Teachers of Mathematics (2006). Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics: A quest for coherence. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). Professional standards for teaching mathematics. Reston, VA: Author.
- National Council of Teachers of Mathematics (2014) *Principles to Actions: Executive Summary*.
- National Association for the Education of Young Children. (2002=2010). Early childhood mathematics: Promoting good beginnings. Washington, DC: Author.
- Noboa Hidalgo, G., & Urzua, S. (2012). The Effects of Participation in Public Child Care Centers: Evidence from Chile. *Journal of Human Capital*, 6(1), 1–34.
- Núñez, C. (2005). Evolución del rendimiento matemático temprano en una muestra de alumnos con discapacidad intelectual mediante la prueba Tema 2. *Revista Infancia y Aprendizaje*, 28(1). 39-50.
- Pacheco, P., Elacqua, G. & Brunner, J. (2005). Estrategias preescolar bicentenario. Santiago, Chile: Ministerio de Educación.
- Palacios, J., Marchesi, A. y Coll, C. (1999). *Desarrollo psicológico y educación*. Psicología Evolutiva. Madrid, Alianza Editorial.
- Piaget, J. (1965). *The child's conception of number*. New York, NY: Norton.

- Piaget, J. (1977). *El desarrollo del pensamiento: El equilibrio de las estructuras cognitivas*. (Trans A. Rosin). Oxford, England: Viking.
- PISA (2014). Results: What Students Know and Can Do Student Performance in Mathematics, Reading and Science. Extraído el 11 de diciembre 2015 en <http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/pisa-2012-results-volume-I.pdf>.
- Resnick, L. (1989). Developing mathematical knowledge. *American Psychologist*, 44 (2), 162-169. doi: 10.1037/0003-066X.44.2.162
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2008). Mathematics in early childhood. In O. N. Saracho & B. Spodek (Series Eds.) & O. N. Saracho & B. Spodek (Vol. Eds.) *Contemporary perspectives in early childhood education: Mathematics in early childhood education* (pp. 67-94). Greenwich, CT: Information Age Publishing.
- Sarama, J., & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. New York, NY: Routledge.
- Schweinhart, L., Barnett, S., Nores, M., & Belfield, C. (2006). "The High/Scope Perry Preschool Program: Cost-Benefit Analysis Using Data from the Age-40 Followup. *Journal of Human Resources*. 41(1): 162–190. doi: 10.3368/jhr.XLI.1.162
- Strasser, K., Lissi, M. R., & Silva, M. (2009). Gestión del tiempo en 12 salas chilenas de kindergarten: Recreo, colación y algo de instrucción. *Psykhé*, 18(1), 85-96.
- Stock, P., Desoete, A. y Roeyers, H. (2009). Predicting arithmetic abilities: The role of preparatory arithmetic markers and intelligence. *Journal of Psychoeducational Assessment*, 27 (3), 237-251.

- Stoll, J. (2015). *An exploratory study of preschool teachers' perceived knowledge, behaviors and attitudes/beliefs regarding the national council of teachers of mathematics (NCTM) process standards*. Kent State University College of Education.
- Sotomayor, C. (2006). Programas públicos de mejoramiento de la calidad de escuelas básicas en contextos urbanos vulnerables: evolución y aprendizaje de sus estrategias de intervención (1990 - 2005). *Pensamiento Educativo*, 39(2), 255-271.
- Swanson, H. L (2004). The Relationship Between Working Memory and Mathematical Problem Solving in Children at Risk and Not at Risk for Serious Math Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 96, 471– 491.
- TERCE (2015). Tercer reporte de resultados del Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo. Recuperado el 10 de septiembre 2016 en <http://unesdoc.unesco.org/images/0024/002435/243532S.pdf>
- Terigi, F y Wolman, S. (2007). Sistema de numeración: Consideraciones acerca de su enseñanza. *Revista Iberoamericana de Educación*, 43, 59-83.
- UNESCO (2014). Informe de seguimiento de le EPT en el mundo. Extraído el 15 de agosto 2016 en <http://unesdoc.unesco.org/images/0022/002261/226159s.pdf>.
- Vartuli, Sue. (1999). How early childhood teacher beliefs vary across grade level. *Early Childhood Research Quarterly*, 14(4), 489-514.

