

Vol. 21, N°1 (Enero-Abril 2017)

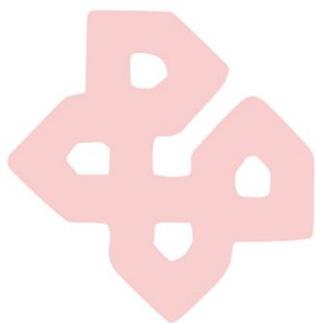
ISSN 1138-414X, ISSNe 1989-639X

Fecha de recepción: 25/01/2016

Fecha de aceptación: 05/09/2016

PROPOSICIONES, PROCEDIMIENTOS Y ARGUMENTOS SOBRE PROBABILIDAD EN LIBROS DE TEXTO CHILENOS DE EDUCACIÓN PRIMARIA

Mathematical objects in chilean textbooks: propositions, procedures and arguments about probability



**Claudia Vásquez Ortiz y **Ángel Alsina Pastells*

**Pontificia Universidad Católica de Chile*

***Universidad de Girona*

Email: cavasque@uc.cl; angel.alsina@udg.edu

Resumen:

En este artículo se analizan las proposiciones, procedimientos y argumentos vinculados al estudio de la probabilidad presentes en una serie de libros de textos de Educación Primaria chilenos. Para ello, se tiene en cuenta los significados de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar, además de los componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística. Los resultados indican que el tratamiento de la probabilidad, en los libros de texto analizados, se hace inicialmente desde un enfoque intuitivo, para luego incluir fuertemente y de manera progresiva el significado frecuencial. Estos resultados proporcionan información a ser considerada tanto por formadores de profesores como por profesores en activo para organizar mejor la formación y apoyo que requiere el profesorado y de este modo fomentar el desarrollo de la alfabetización probabilística en los estudiantes.

Palabras clave: *proposiciones, procedimientos, argumentos, probabilidad, libros de texto, Educación Primaria*

Abstract:

This article analyses propositions, procedures and arguments related to the study of probability in a variety of Chilean Primary Education textbooks. For this purpose, the meanings of probability in mathematical context are considered as well as basic components of probabilistic alphabetization. Results point out that probability treatment, in the textbooks analyzed, is done primarily from an intuitive perspective to later introduce, strongly and gradually, the frequency meaning view. These results provide information to be considered - as much for teacher trainers as for current teachers - so that academic training and support are organized accordingly to promote the development of probabilistic alphabetization in the students.

KeyWords: *propositions, procedures, arguments, probability, textbooks, Primary Education.*

1. Introducción

Este trabajo es la segunda parte del artículo “Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad”, publicado en la Revista Profesorado (Vásquez y Alsina, 2015). En la primera parte, como señala el título, se analizó el tratamiento otorgado a tres objetos matemáticos asociados al estudio de la probabilidad en libros de texto chilenos de Educación Primaria: a) las situaciones problemáticas, b) el lenguaje y c) los conceptos. Estos tres tipos de objetos, junto con las proposiciones, los procedimientos y los argumentos que se analizan en este segundo trabajo, conforman el conjunto de objetos matemáticos planteados por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (Godino, 2014). Así, el análisis de estos tres elementos restantes complementa y completa el análisis anterior, por lo que permite ofrecer una visión global sobre el tratamiento otorgado a la probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria chilenos.

Uno de los principales argumentos que conducen a realizar dicho estudio es que en las últimas décadas la probabilidad se ha incorporado con fuerza y desde temprana edad en los currículos de Educación Primaria de diversos países (e.g. MEC, 2007; Ministry of Education Singapore, 2007; Mineduc, 2012; NCTM, 1989; NCTM, 2000; National Curriculum, 1999) con el propósito de contar con ciudadanos alfabetizados probabilísticamente “capaces de hacer frente a un amplia gama de situaciones del mundo real que implican la interpretación o la generación de mensajes probabilísticos, así como la toma de decisiones” (Gal, 2005, p. 40). Resulta, pues, de especial interés preguntarse acerca de cómo este contenido es abordado en los libros de texto y en qué medida estos incorporan los distintos significados vinculados a la interpretación de la probabilidad en el contexto de la matemática escolar, puesto que el libro de texto es uno de los recursos más usado por el profesorado y en cierta forma regula el proceso de enseñanza y aprendizaje (Shield y Dole, 2013). Sin embargo, pese a la importancia del libro de texto, las investigaciones al respecto son escasas sobre todo en el tema de probabilidad y más aún los centrados en Educación Primaria, debido quizás a su reciente incorporación en el currículo de esta etapa. Las escasas investigaciones sobre el tratamiento de este tema en Educación Primaria reflejan que la probabilidad es abordada,

principalmente, desde su significado intuitivo y frecuencial, atendiendo en menor medida al significado laplaciano y dejando de lado su significado subjetivo (Gómez, Ortiz, Batanero y Contreras, 2013; Gómez, Ortiz y Gea, 2014; Gómez, Contreras y Batanero, 2015).

En Chile no contamos con información al respecto, pese a que en el Ajuste Curricular del año 2009 se incorpora por primera vez el estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria, a partir de los 10 años de edad (Mineduc, 2009). Posteriormente, se decide adelantar su estudio a partir de los 6 años de edad de manera progresiva a lo largo de todo el currículo escolar, ya sea implícita o explícitamente, con el propósito de que “todos los estudiantes se inicien en temas relacionados con las probabilidades” (Mineduc, 2012, p.5) incorporando para ello el eje temático de “Datos y probabilidades” en las bases curriculares para la asignatura de matemáticas (Mineduc, 2012).

Desde esta perspectiva, hemos realizado esta investigación cuyo propósito es analizar y clasificar las proposiciones, procedimientos y argumentos probabilísticos presentes en una serie de libros de texto chilenos de Educación Primaria. Los resultados de dicho análisis van a permitir organizar mejor la formación y apoyo que requiere el profesorado para fomentar el desarrollo de la alfabetización probabilística en sus estudiantes. Desde este prisma, el artículo finaliza con algunas consideraciones que buscan orientar acerca de cómo avanzar hacia el desarrollo de la alfabetización probabilística en Educación Primaria.

2. Fundamentación Teórica

Para realizar esta investigación se asume el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), al brindar herramientas para el análisis de la enseñanza y de los distintos recursos involucrados en ella que intervienen directamente en el aprendizaje de los estudiantes, como es el caso de los libros de texto. De ahí la importancia de analizar los objetos matemáticos sobre un tema que es relativamente nuevo en el currículo de Educación Primaria y en el que el profesorado ha recibido escasa preparación, como es el caso de la probabilidad (Gómez, 2014; Mohamed, 2012; Ortiz, Batanero y Contreras, 2012; Pierce y Chick, 2011; Vásquez y Alsina, 2014).

Entendemos por objeto matemático “cualquier entidad o cosa a la que nos referimos, o de la que hablamos, sea real, imaginaria o de cualquier otro tipo, que interviene de algún modo en la actividad matemática” (Godino, 2014, p. 12). Bajo esta perspectiva cobra gran importancia el sistema de prácticas (acciones u operaciones) desde el que emerge el objeto matemático, en este caso la probabilidad, al resolver situaciones-problemas que llevan a definir el significado institucional o personal de dicho objeto. De ahí la importancia de analizar los distintos objetos matemáticos o entidades primarias observables en un texto matemático, que el EOS, como se ha indicado, clasifica en: situaciones

problemáticas, lenguaje, conceptos, procedimientos, proposiciones y argumentos. En este artículo nos centramos específicamente en el análisis de tres de estos objetos:

- **Proposiciones:** entendidas como enunciados sobre relaciones o propiedades de los conceptos que deben ser utilizados para la resolución de problemas matemáticos.
- **Procedimientos:** se refiere a los algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc. que los estudiantes deben conocer y aplicar para la resolución de problemas matemáticos.
- **Argumentos:** son los enunciados utilizados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, o bien la solución de los problemas.

Para realizar el análisis de las proposiciones, procedimientos y argumentos presentes en los libros de texto se han tenido en cuenta dos elementos: a) los significados vinculados al desarrollo de la probabilidad que coexisten actualmente en el contexto de la matemática escolar para lograr una comprensión profunda de este tema (Batanero, Henry y Parzys, 2005), y b) los componentes básicos de la alfabetización probabilística (Gal, 2005).

De acuerdo con el currículo chileno, se presentan sintéticamente los significados de la probabilidad que se han considerado relevantes (para una revisión en profundidad, consultar Vásquez y Alsina, 2015):

- a) **Significado intuitivo:** utiliza términos de uso común para referirse a la incertidumbre y expresar, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación con sucesos inciertos;
- b) **Significado laplaciano:** considera la probabilidad de un suceso como la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables. Esta definición predomina en el contexto escolar, dada su simplicidad, aun cuando no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el espacio muestral es finito pero no simétrico;
- c) **Significado frecuencial:** plantea la asignación de probabilidades a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, permitiendo estimar la probabilidad del suceso. Así, la “Ley de los Grandes Números”, indica que la probabilidad de que la frecuencia relativa de un experimento repetido en las mismas condiciones se acerque a la probabilidad teórica del suceso, puede aproximarse suficientemente a 1, sin más que aumentar el número de pruebas;
- d) **Significado subjetivo:** se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. La probabilidad depende del observador y de lo que éste conoce del suceso en estudio;
- e) **Significado axiomático:** concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, vinculándola con la teoría de la medida. Este enfoque establece

axiomas a satisfacer y, por la rigurosidad matemática que conlleva, solo se observan algunos matices de su estudio en la Educación Primaria.

Estos significados se encuentran estrechamente relacionados con los componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística propuesto por Gal (2005), que es el segundo de los elementos que se ha considerado para realizar el análisis. Gal (2005) describe cinco elementos cognitivos (conocimientos) y tres elementos disposicionales (actitudes) que se proponen como los componentes básicos de la alfabetización probabilística.

a) Elementos de conocimientos:

- Grandes ideas de probabilidad: variabilidad, aleatoriedad, independencia, predicción/incertidumbre.
- Asignación de probabilidades: diversas maneras para encontrar o estimar la probabilidad de ocurrencia de un evento.
- Lenguaje: términos y métodos para comunicar el azar.
- Contexto: comprensión del rol e impacto de la probabilidad en diversos eventos y procesos.
- Preguntas críticas: incorporación de temas que permitan reflexionar y evaluar la calidad de la información proveniente de diversos contextos en que la probabilidad se encuentra presente.

b) Elementos disposicionales:

- Postura crítica
- Creencias y actitudes
- Sentimientos personales para el desarrollo de una postura positiva hacia la información probabilística.

Estos componentes, así como los distintos significados de la probabilidad, deben ser considerados de manera conjunta e integrada en el proceso de enseñanza y aprendizaje, pues si dicho proceso se centra solo en uno de ellos, quedará truncado impidiendo el desarrollo de la alfabetización probabilística en los estudiantes.

3. Metodología

De acuerdo con el propósito de esta investigación, se utilizó un enfoque metodológico cualitativo vinculado al paradigma interpretativo centrado en el análisis del tratamiento de las proposiciones, procedimientos y argumentos probabilísticos presentes en una serie de seis libros de textos del Ministerio de Educación chileno (Anexo 1), a los que haremos referencia como texto [A], [B], [C],

[D], [E] y [F]. Estos libros de textos tienen un gran impacto en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en Chile, pues son distribuidos gratuitamente a más de 3 millones de estudiantes de Educación Primaria.

Para realizar el análisis, aplicamos las cinco fases del modelo de análisis de los objetos matemáticos primarios y sus significados en libros de texto propuesto por Vásquez y Alsina (2015) (Figura 1).

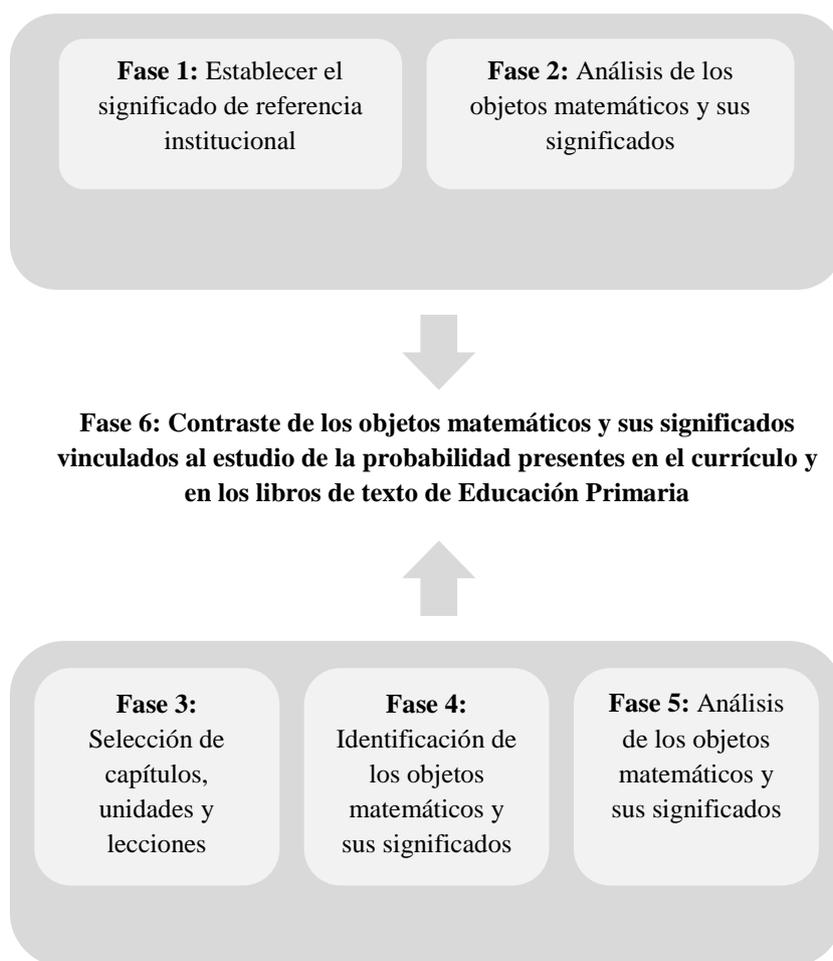


Figura 1. Modelo de análisis de los objetos matemáticos primarios y sus significados en libros de texto (Vásquez y Alsina, 2015, p. 447).

Fuente: Vásquez, C. y Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19(2), 441-462.

4. Resultados y discusión

En este apartado, de acuerdo con la metodología antes descrita, se especifica el tratamiento otorgado a las proposiciones, los procedimientos y los argumentos sobre probabilidad presentes en la serie de libros de texto de matemáticas chilenos

considerados para este estudio. A continuación se presentan los resultados obtenidos por medio de la aplicación de las cinco fases que componen el modelo de análisis.

4.1 Fase 1: Estableciendo un significado de referencia institucional

Para precisar el significado de referencia institucional, con respecto al cual se realizó el análisis de los objetos matemáticos (proposiciones, procedimientos y argumentos), examinamos las orientaciones curriculares chilenas (Mineduc, 2012) y norteamericanas (NCTM, 2000), ya que estas últimas han servido de base para el diseño de las primeras. Dicho análisis se sitúa desde los componentes básicos del modelo de alfabetización probabilística (Gal, 2005), así como, desde los significados vinculados a la probabilidad en el contexto de la matemática escolar. Lo anterior, permitió identificar tres etapas que interactúan entre sí, y por las que deben transitar los estudiantes para lograr una comprensión de la probabilidad desde su diversidad de significados, que les permita alcanzar finalmente los conocimientos y disposiciones necesarios para ser considerados alfabetizados probabilísticamente:

- a) Inicio de manera informal, introduciendo el vocabulario vinculado por medio de actividades centradas en los juicios que emiten los estudiantes con base en sus propias experiencias, llevándoles a responder preguntas sobre la probabilidad de sucesos, cuyas respuestas consideran el empleo de términos como: más probable, menos probable o imposible;
- b) Realización de experimentos aleatorios con material concreto como bolitas, fichas de colores, monedas, ruletas, etc., para empezar a aprender cómo cuantificar la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso, que oscila entre 0 (imposible) y 1 (seguro);
- c) Cálculo de probabilidades de sucesos compuestos sencillos, dejando para la siguiente etapa educativa el cálculo de probabilidad de sucesos dependientes e independientes, así como conceptos de mayor complejidad.

Estas etapas deben ser tenidas en consideración en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad y por ende en los libros de textos de Educación Primaria.

4.2 Fase 2: Análisis de los objetos matemáticos y sus significados

Una vez establecido el significado de referencia institucional, se identificaron las proposiciones, procedimientos y argumentos asociados al estudio de la probabilidad que se encuentran presentes en el currículo de Educación Primaria chileno (Tabla 1). Para ello se tuvieron en cuenta los significados intuitivo (I), frecuencial (F), clásico o laplaciano (C), subjetivo (S) y axiomático (A), además de la “guía para el reconocimiento de objetos y significados” (Godino, Rivas, Castro y Konic, 2008).

Tabla 1

Proposiciones, procedimientos y argumentos asociados al estudio de la probabilidad en el currículo de Educación Primaria chileno

Objeto matemático probabilidad en la Educación Primaria chilena	Curso					
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º
Proposiciones						
Suceso seguro, poco posible, posible, poco posible, imposible (I), Suceso incierto (S)			x	x	x	x
Independencia de sucesos (F)						x
Estabilización de frecuencias (F)					x	x
Casos posibles, favorables y no favorables (C)					x	x
Probabilidad como medida cuantitativa (C)						x
Regla de Laplace (C)						x
Procedimientos						
Manipulación de generadores de azar: dados, monedas, bolitas (I)	x	x	x	x	x	x
Distinguir experimento aleatorio (I)			x	x	x	x
Reconocer distintos tipos de sucesos (I)				x	x	x
Valorar la posibilidad de ocurrencia de un suceso (I)		x		x	x	x
Comparar posibilidad de ocurrencia de sucesos (I)					x	x
Realizar predicción a partir de los datos observados (F)			x	x	x	x
Realizar repeticiones de un mismo experimento aleatorio (F)			x	x	x	x
Tablas de frecuencias (F)	x	x	x	x	x	x
Elaboración de diagramas de barras (F)		x	x	x	x	x
Construcción de espacio muestral (C)						x
Distinguir entre casos favorables y no favorables (C)			x		x	x
Aplicación de la Regla de Laplace para calcular probabilidades en experimentos aleatorios sencillos (C)						x
Argumentos						
Convención social (I, S, F, C)	x	x	x	x	x	x
Análisis de ejemplos (I, S, F, C)		x	x	x	x	x
Simulación de experimentos (F)		x	x	x	x	x
Simulaciones mediante el uso de software (F)				x	x	x

Fuente: Elaboración propia

En la Tabla 1 se evidencia que los objetos matemáticos presentes en el currículo muestran una evolución del trabajo matemático que estructura el estudio de la probabilidad en la Educación Primaria. Esta evolución entre los distintos cursos (1.º a 6.º) depende de varios aspectos, objetos y significados que progresan paulatinamente, permitiendo así consolidar los conocimientos de los estudiantes sobre probabilidad. Del mismo modo se observa una estructura gradual de los contenidos que hace alusión a la utilización de nociones de azar y probabilidad, realización de experimentos aleatorios y el cálculo de la probabilidad de un suceso. Además, se sugiere la incorporación del uso de herramientas tecnológicas como apoyo para fomentar la comprensión de los contenidos propuestos.

4.3 Fase 3: Selección de capítulos, unidades y lecciones

Una vez establecido el significado de referencia se procedió a identificar para cada uno de los cursos que constituyen la serie de libros de texto considerados para este estudio, las páginas, unidades (U) y lecciones (L) que incluyen temas de azar y probabilidad.

Tabla 2

Unidades y lecciones vinculadas al estudio de probabilidad según curso

Curso	Unidad	Lecciones	Páginas
1.º	No presenta contenidos de probabilidad		
2.º	U10: Gráficos y probabilidad	L10.6: eventos probables y poco probables L10.7: Seguro, probable e imposible	236-243
	U7: Medición	L7.1: Hora, media hora y cuarto de hora	172-173
3.º	U8: Fracciones	L8.6: Hacer una tabla y buscar patrón L9.8: Usar tablas y gráficos para sacar conclusiones	204-205
	U9: Datos y gráficas		226-227
4.º	U11: Gráficos y probabilidad	L11.6: Resultados y experimentos	242-243
5.º	U15: Probabilidad	L1: Resultados posibles	364-388
		L3: Hacer predicciones	
		L4: Probabilidad como fracción	
		L5: Probabilidad experimental	
6.º	No presenta contenidos de probabilidad		

Fuente: Elaboración propia

Ya en esta fase se observa que los libros de texto analizados carecen de contenidos vinculados a la probabilidad en contraste con lo explicitado en las orientaciones curriculares chilenas. Como se indica en dichas orientaciones (ver Tabla 1), en el primer curso de primaria debe observarse la manipulación de generadores de azar como dados y monedas, mientras que en sexto los estudiantes deben ser capaces de conjeturar acerca de la tendencia de resultados obtenidos en repeticiones de un mismo experimento con dados, monedas u otros, de manera manual y/o usando software educativo. Sin embargo, en los libros analizados no aparecen contenidos en ambos niveles.

La ausencia de contenidos de probabilidad en los libros de texto de 1.º y 6.º de primaria, pues, reduce y centra nuestro análisis a cuatro libros de texto: 2.º, 3.º, 4º y 5.º de primaria. Desde una perspectiva genérica, en el libro de 3.º de primaria se observa un ligero tratamiento de la probabilidad, más bien de manera implícita y ligado al uso de términos y expresiones de uso cotidiano tales como: probable, no probable, más o menos probable, probablemente, mientras que en los libros de texto 2.º, 4.º y 5.º se observa de manera explícita el abordaje de conceptos de probabilidad, de una manera intuitiva, vinculada al desarrollo del lenguaje del azar en el caso de segundo de primaria. Cabe señalar también que en los libros de 4.º y 5.º se evidencia un tratamiento más formal vinculado a la experimentación y predicción de resultados, así como a distintas maneras de expresar numéricamente la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso. Además, en el caso del libro de 5.º, se abordan de manera más extensa y profunda conceptos vinculados a la probabilidad.

4.4 Fase 4: Identificación de los objetos matemáticos y sus significados

A partir de la selección de capítulos, unidades y lecciones vinculadas al estudio de la probabilidad, se identificaron las proposiciones, procedimientos y argumentos implicados en el tratamiento de la probabilidad presentes en los libros

de texto de 2.º, 3.º, 4º y 5.º de Educación Primaria (Tabla 3), conformando de este modo las unidades de análisis.

Tabla 3

Proposiciones, procedimientos y argumentos presentes en los libros de texto

OBJETOS	SIGNIFICADOS
<i>Proposiciones</i>	
Suceso seguro, poco posible, posible, poco posible, imposible (Posibilidad de ocurrencia).	Grados de posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso.
Probabilidad como medida cuantitativa.	La probabilidad corresponde a una medida cuantitativa de las posibilidades de que ocurra una situación. Sus valores están entre 0 y 1.
Regla de Laplace	Cuando los resultados de un experimento son equiprobables, es decir, tienen la misma probabilidad de ocurrir, se puede obtener la probabilidad de un suceso como: número de resultados favorables al suceso/ número de resultados posibles.
<i>Procedimientos</i>	
Manipulación de generadores de azar: dados, monedas, bolitas.	Experimentación con algunos dispositivos generadores de resultados aleatorios como dados, monedas, ruletas, etc., para comprender la imprevisibilidad de resultados.
Reconocer distintos tipos de sucesos. Valorar la posibilidad de ocurrencia de un suceso.	Identificar sucesos imposibles, poco posibles, posibles, muy posibles y seguros.
Comparar posibilidad de ocurrencia de sucesos.	Comparar la posibilidad de ocurrencia de sucesos por medio de la comparación de cantidades absolutas de casos favorables.
Realizar predicción a partir de los datos observados. Realizar repeticiones de un mismo experimento aleatorio.	Estimar la probabilidad de ocurrencia a partir de los resultados presentados u obtenidos en un experimento aleatorio.
Tablas de frecuencias	Representar por medio de tablas de frecuencia o de conteo las frecuencias absolutas y/o relativas de un experimento aleatorio.
Distinguir entre casos favorables y no favorables.	Diferenciar casos favorables de los no favorables.
Aplicación de la Regla de Laplace para calcular probabilidades en experimentos aleatorios sencillos.	Cálculo de probabilidades por medio de la Aplicación de la regla de Laplace, de manera implícita.
<i>Argumentos</i>	
En base a hechos y datos presentados	Fundamentación en los datos y hechos presentados para justificar propiedades y resultados.

Fuente: Elaboración propia

4.5 Fase 5: Análisis de los objetos matemáticos y sus significados

Por medio de la metodología descrita se logró identificar una amplia variedad de proposiciones, procedimientos y argumentos relacionados con temas de azar y

probabilidad. A continuación se presentan los resultados obtenidos en esta fase: se describen distintas categorías de acuerdo con los significados de la probabilidad presentes, incluyendo además, para una mejor comprensión, un ejemplo para cada tipo de objeto identificado. Al finalizar el análisis para cada tipo de objeto se elaboró, para facilitar la obtención de conclusiones, una tabla que sintetiza los datos obtenidos en relación con la presencia o ausencia de proposiciones, procedimientos y argumentos.

4.5.1 Proposiciones

En el análisis realizado para el currículo de Educación Primaria chileno (Tabla 1), se identificaron seis tipos de enunciados sobre relaciones, propiedades o proposiciones de los conceptos que deben ser utilizados para la resolución de problemas matemáticos. De estos, como se observa en la Tabla 4, solo tres aparecen enunciados de manera informal y sin considerar ningún tipo de justificación o prueba en los libros de texto de 2.º, 4.º y 5.º, concentrándose casi en su totalidad en 5.º de primaria, desde una perspectiva intuitiva y clásica de la probabilidad.

Tabla 4

Comparación de proposiciones identificadas en los libros de texto en relación con las identificadas en las orientaciones curriculares chilenas

Proposiciones	Orientaciones curriculares chilenas						Serie libros de texto						
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	
Posibilidad de ocurrencia			x	x	x	x	No se abordan contenidos de probabilidad	x			x	x	No se abordan contenidos de probabilidad
Independencia de sucesos													
Estabilización de frecuencias					x	x							
Casos posibles, favorables y no favorables					x	x							
Probabilidad como medida cuantitativa						x						x	
Regla de Laplace						x						x	

Fuente: Elaboración propia

De esta manera se observa que los libros de texto analizados no consideran una parte importante de las proposiciones identificadas en las orientaciones curriculares, lo que podría propiciar el surgimiento de errores y dificultades, así como un bajo nivel de comprensión de la probabilidad en los estudiantes. Asimismo, es relevante destacar que la regla de Laplace aparece implícitamente mencionada, pese a la importancia que se le otorga en las orientaciones curriculares, reduciéndola a una fórmula mediante la que se puede calcular una probabilidad, omitiendo aspectos importantes como la suposición fundamental de que todos los posibles resultados tienen la misma probabilidad de ocurrir y que el espacio muestral debe tener cardinalidad finita. Tampoco se incluyen proposiciones vinculadas a la independencia de sucesos, estabilización de frecuencias, identificación de casos posibles (espacio muestral), casos favorables y no favorables. Esta omisión podría

generar sesgos importantes en el aprendizaje de los estudiantes de primaria. En lo que sigue se muestran algunos ejemplos de actividades vinculadas a las proposiciones presentes en los libros de texto.

a) Suceso posible, poco posible, imposible y seguro

Este tipo de proposición está orientada a determinar la posibilidad de ocurrencia de un determinado suceso, entendida como una escala cualitativa de las oportunidades de que ocurra alguna situación. En dicha escala se pueden identificar diferentes grados de incerteza o grados de posibilidad que van desde lo imposible a lo seguro. La Figura 2 muestra una actividad cuyo foco está en establecer la posibilidad de ocurrencia de un suceso, sin hacer alusión a ninguna justificación, prueba o demostración.

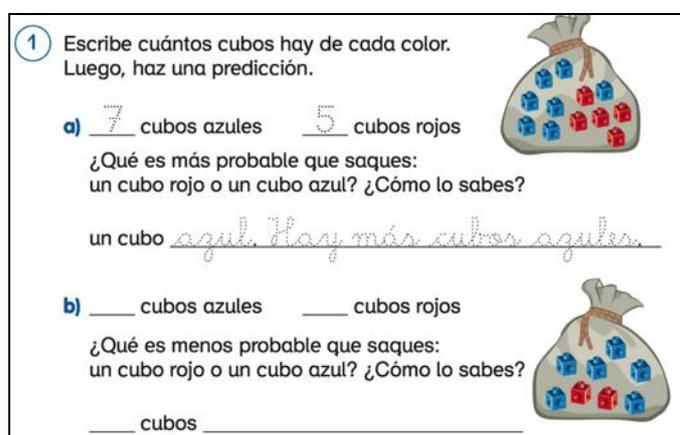


Figura 2. Proposición en relación a tipos de sucesos (Texto [B], p. 236)

Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 2.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

En esta actividad se observa cierta confusión en relación al concepto de “probable” al ser utilizado como un sinónimo de “posible”, dejando de lado la diferencia existente entre uno y otro ya que el primero se refiere a una medida cuantitativa, mientras que el segundo se refiere a una escala cualitativa de posibilidad de ocurrencia.

b) Probabilidad como medida cuantitativa, entre 0 y 1, de las posibilidades de que ocurra una situación

El concepto de probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso corresponde a la cuantificación, a una medida cuantitativa de la posibilidad de ocurrencia del suceso, cuyos valores oscilan entre 0 y 1, de modo que una situación catalogada como “imposible” tendrá probabilidad de ocurrencia “0”, mientras que una situación catalogada como “segura” tendrá probabilidad de ocurrencia “1”. Esta propiedad o proposición se presenta ligeramente por medio de una correspondencia entre los grados de posibilidad de ocurrencia y una asignación de valores de probabilidad representados por una fracción para la ocurrencia de una determinada situación (Figura 3).

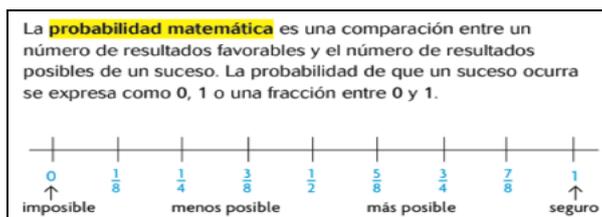


Figura 3. Propiedad en relación a probabilidad como medida (Texto [E], p. 376)

Fuente: Rocamora, E., Riquelme, M., Ainardi, B, Aldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013). Matemática 5.º básico. Galileo.

c) Regla de Laplace

Si bien la regla de Laplace no se anuncia en ninguno de los libros de textos analizados, se presenta implícitamente en el libro de texto de 5.º de primaria. Para ello, se muestran ejemplos en los que se indica que para calcular la probabilidad matemática de que un suceso ocurra, se puede expresar dicha probabilidad por medio de una razón entre el número de resultados favorables y el número total de casos posibles. Un ejemplo de ello se muestra en la Figura 4.

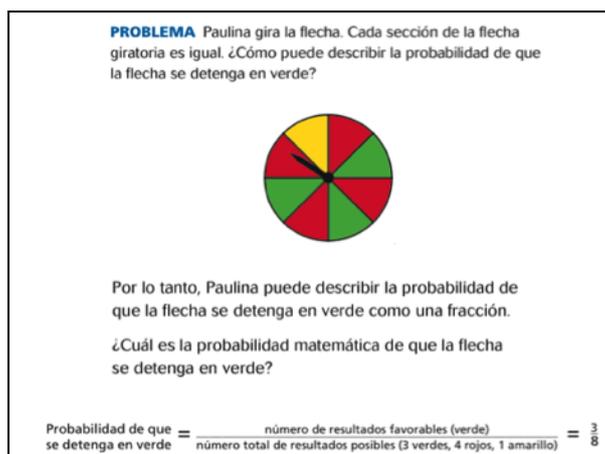


Figura 4. Regla de Laplace presentada implícitamente (Texto [E], p. 376)

Fuente: Rocamora, E., Riquelme, M., Ainardi, B, Aldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013). Matemática 5.º básico. Galileo.

En el tipo de actividades que se plantean no se hace mención a conceptos centrales como el de “espacio muestral”, pese a que si se habla de todos los resultados posibles de un experimento, pero de manera poco rigurosa. Tampoco se explicita qué se entenderá como un resultado favorable a un suceso o evento, otorgando un carácter meramente instrumental a la regla de Laplace, que reduce su aplicación a un cálculo aritmético para el cálculo de la probabilidad, dejando de lado supuestos esenciales como lo es el principio de equiprobabilidad de los resultados.

4.5.2 Procedimientos

Se analizaron los procedimientos, algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, etc. presentes en los libros de texto ya sea de forma implícita o explícita

que se deben poner en juego para resolver problemas de probabilidades, observándose la presencia de procedimientos concretos para resolver distintas situaciones-problema, sea de forma explícita, por medio de problemas resueltos o de manera guiada por medio de indicaciones y preguntas. Entre los procedimientos identificados están los que se señalan en la Tabla 5, clasificados de acuerdo con la categorización que surgió a partir del análisis de las orientaciones curriculares chilenas (Tabla 1).

Tabla 5.
Comparación de procedimientos identificados en los libros de texto en relación con los identificados en las orientaciones curriculares chilenas

Procedimientos	Orientaciones curriculares chilenas						Serie libros de texto						
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	
Manipulación de generadores de azar	x	x	x	x	x	x	No se abordan contenidos de probabilidad	x	x	x	x	No se abordan contenidos de probabilidad	
Distinguir experimento aleatorio			x	x	x	x							
Reconocer tipos de sucesos				x	x	x		x	x	x	x		
Valorar la posibilidad de ocurrencia		x		x	x	x		x	x	x	x		
Comparar posibilidad de ocurrencia					x	x			x	x			
Realizar predicción			x	x	x	x				x	x		
Realizar repeticiones de un experimento aleatorio			x	x	x	x					x		
Tablas de frecuencias		x	x	x	x	x							x
Elaboración de diagramas de barras		x	x	x	x	x							
Construcción de espacio muestral						x							
Distinguir entre casos favorables y no favorables			x		x	x					x		
Aplicación de la Regla de Laplace						x					x		

Fuente: Elaboración propia

A partir de la anterior se observa que la gran mayoría de los doce tipos de procedimientos identificados en las orientaciones curriculares chilenas aparecen en los libros de texto analizados, a excepción de los procedimientos de distinguir un experimento aleatorio de uno determinista, elaboración de diagramas de barra y construcción del espacio muestral que no fueron abordados. En lo que sigue se ejemplifican algunas de las actividades vinculadas a los procedimientos presentes en los libros de texto.

a) Manipulación de generadores de azar: dados, monedas, bolitas y ruletas

Este tipo de procedimiento se utiliza mayoritariamente en los libros de 2.º, 3.º, 4.º y 5.º año de primaria para identificar la probabilidad de ocurrencia de distintos tipos de sucesos.

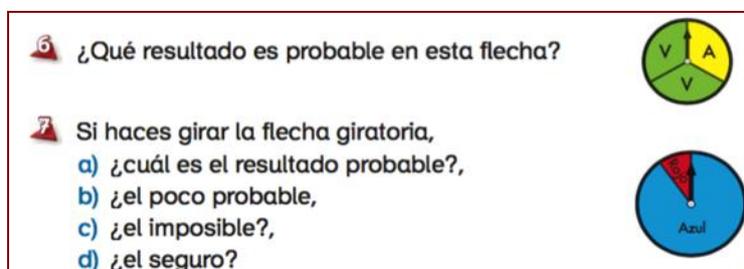


Figura 5. Utilización de generadores de azar (Texto [C], p. 231)

Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 3.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

b) Reconocer distintos tipos de sucesos

Utilizando este procedimiento se pide a los estudiantes que identifiquen distintos tipos de sucesos involucrados en distintas situaciones, o que a partir de una situación planteada, indiquen distintos tipos de sucesos. En la Figura 6 se muestra un ejemplo.

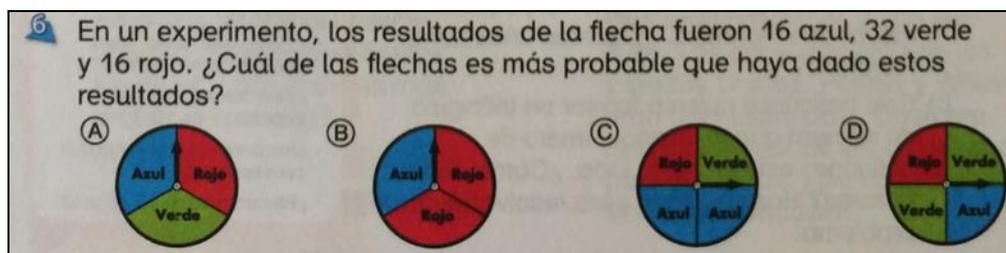


Figura 6. Reconocimiento de distintos tipos de sucesos (Texto [D], p. 243)

Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 4.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

En este ejemplo se observa que el término probable es empleado como sinónimo de posible, sin hacer la distinción entre uno y otro.

c) Valorar la posibilidad de ocurrencia de un suceso

Para evaluar la posibilidad de ocurrencia de un suceso, se presentan situaciones en las que deben valorar dicha posibilidad por medio de expresiones como probable, poco probable, improbable, etc.

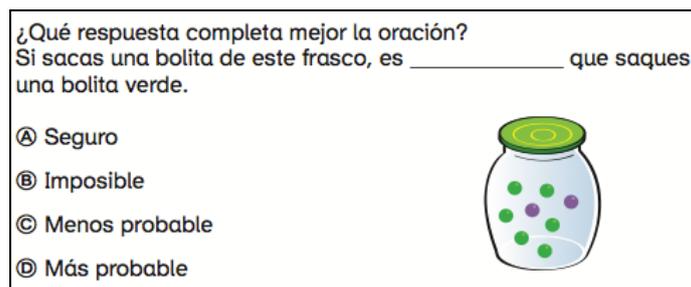


Figura 7. Valoración de posibilidad de ocurrencia de un suceso (Texto [B], p. 243)
Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 2.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

d) Comparar posibilidad de ocurrencia de sucesos

En este procedimiento se pide a los estudiantes que señalen, frente a dos tipos de sucesos, cuál es más posible, basándose en la comparación de posibilidades de ocurrencia. Un ejemplo es el siguiente:

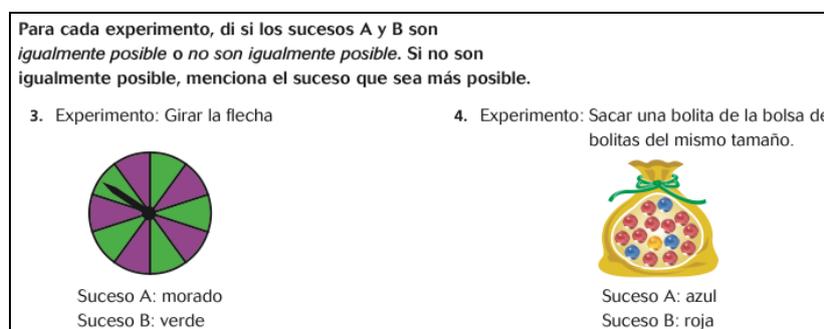


Figura 8. Comparación de posibilidad de ocurrencia de dos sucesos (Texto [E], p. 382)
Fuente: Rocamora, E., Riquelme, M., Ainardi, B, Aldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013). Matemática 5.º básico. Galileo.

e) Realizar predicción a partir de los datos observados

Para el procedimiento de realizar predicciones a partir de información dada, se muestran a los estudiantes situaciones como la de la Figura 9, en las que deben realizar predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de ciertos sucesos a partir de la información o datos que se presentan.

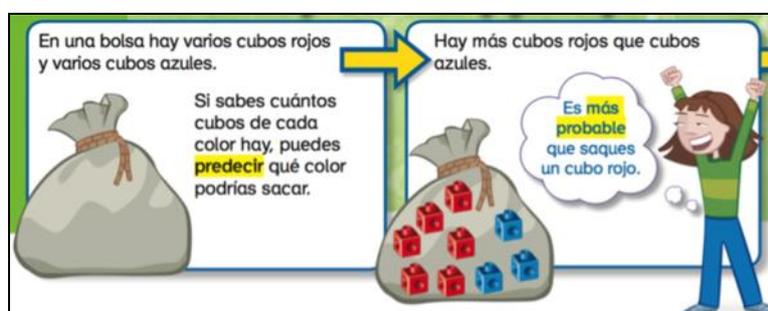


Figura 9. Predicciones sobre la posibilidad de ocurrencia de sucesos (Texto [B], p. 236)
Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 2.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

f) Realizar repeticiones de un mismo experimento aleatorio

Este procedimiento consiste en solicitar a los estudiantes que realicen reiteradamente un determinado experimento, de modo que conjeturen sobre su probabilidad de ocurrencia. Un ejemplo se presenta en la Figura 10.

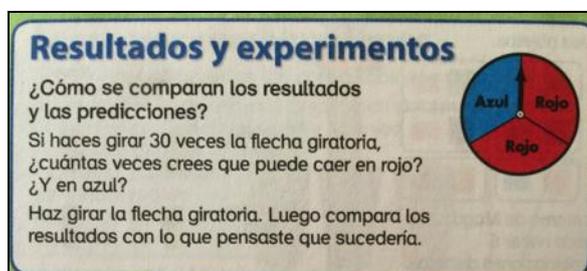


Figura 10. Realizar repeticiones de un mismo experimento aleatorio y conjeturar sobre la probabilidad de ocurrencia (Texto [D], p. 242)

Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 4.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

g) Tablas de frecuencias o de conteo

Otro procedimiento empleado en los libros de texto analizados para el cálculo o estimación de probabilidad es extraer información desde tablas de frecuencias o de conteo, como se muestra en la Figura 11.

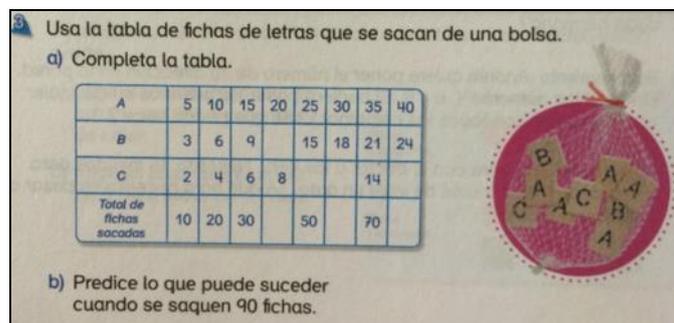


Figura 11. Utilización de tablas de frecuencia o de conteo (Texto [D], p. 242)

Fuente: Rodríguez, M. y Carreño, X. (2013). Matemática 4.º básico. Pearson Educación Chile Ltda.

h) Distinguir entre casos favorables y no favorables

Si bien en los libros de texto no se da una definición explícita de casos favorables y no favorables, sí se ilustra este concepto por medio de ejemplos que dan a entender el significado al que se refiere. Hemos identificado que se usa la distinción entre casos favorables y no favorables como un procedimiento que permite obtener la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso como una medida cuantitativa, a través de la aplicación de la regla de Laplace (que tampoco se presenta de forma explícita). Un ejemplo que ilustra cómo se utiliza este procedimiento se muestra en la Figura 12.

C Halla la probabilidad de sacar una bolita roja o verde.

La probabilidad de que sea roja o verde $= \frac{5}{7}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (2 rojas, 3 verdes)}}{\text{total de resultados posibles (2 rojas, 3 verdes, 2 blancas)}}$

La probabilidad de sacar una bolita roja o verde es posible.



Figura 12. Distinción casos favorables y no favorables (Texto [E], p.377)

Fuente: Rocamora, E., Riquelme, M., Ainardi, B, Aldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013). Matemática 5.º básico. Galileo.

Como se observa en el ejemplo de la figura anterior, para calcular la probabilidad de ocurrencia de un suceso, primero hay que identificar la cantidad de casos favorables y luego de casos posibles, y escribir la proporción entre ambos. Sin embargo, no se enfatiza el supuesto fundamental de equiprobabilidad de los sucesos y cardinalidad finita del espacio muestral.

1) Aplicación de la Regla de Laplace para calcular probabilidades en experimentos aleatorios sencillos

Como ya se ha mencionado, la regla de Laplace es utilizada meramente como una técnica para el cálculo de probabilidades, despojándola del rigor matemático que se puede otorgar en este nivel, al punto de ni siquiera mencionarla por su nombre (Figura 13).

Más ejemplos Halla la probabilidad de cada suceso cuando todas las bolitas son del mismo tamaño. Después, escribe la probabilidad.

A Halla la probabilidad de sacar una bolita que no sea azul.

La probabilidad de que no sea azul $= \frac{5}{8}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (4 rojas, 1 verde)}}{\text{total de resultados posibles (3 azules, 4 rojas, 1 verde)}}$

La probabilidad de sacar una bolita que no sea azul es posible.



B Halla la probabilidad de sacar una bolita verde.

La probabilidad de que sea verde $= \frac{0}{9}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (0 verdes)}}{\text{total de resultados posibles (3 azules, 4 rojas, 2 amarillas)}}$

La probabilidad de sacar una bolita verde es imposible.



C Halla la probabilidad de sacar una bolita roja o verde.

La probabilidad de que sea roja o verde $= \frac{5}{7}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (2 rojas, 3 verdes)}}{\text{total de resultados posibles (2 rojas, 3 verdes, 2 blancas)}}$

La probabilidad de sacar una bolita roja o verde es posible.



D Halla la probabilidad de sacar una bolita negra.

La probabilidad de que sea negra $= \frac{8}{8}$ ← $\frac{\text{resultados favorables (8 negras)}}{\text{total de resultados posibles (8 negras)}}$

La probabilidad de sacar una bolita negra es segura.



Figura 13. Aplicación de regla de Laplace (Texto [E], p. 377)

Fuente: Rocamora, E., Riquelme, M., Ainardi, B, Aldunate, V., Falconi, P. y Chala, J. (2013). Matemática 5.º básico. Galileo.

4.5.3 Argumentos

En los libros de texto analizados son escasos los argumentos presentes, siendo el argumento predominante la justificación de los resultados y propiedades a partir de los hechos y los datos expuestos aun cuando este tipo de argumento no se encuentra presente en las orientaciones curriculares chilenas. Además, se emplean argumentos fundamentados en convenciones sociales, por ejemplo el considerar que una moneda es honesta, es decir, que sus resultados son equiprobables. Otro tipo de argumento presentado, pero en menor medida, es el análisis de ejemplos. Estos argumentos están presentes en la totalidad de los libros de texto que abordan el estudio de la probabilidad. Entre los argumentos se encuentran los que se señalan en la Tabla 6, clasificados de acuerdo con la categorización que surgió a partir del análisis de las orientaciones curriculares chilenas (Tabla 1).

Tabla 6

Comparación de argumentos identificados en los libros de texto en relación con los identificados en las orientaciones curriculares chilenas

Argumentos	Orientaciones curriculares chilenas						Serie libros de texto						
	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	1.º	2.º	3.º	4.º	5.º	6.º	
Convención social	x	x	x	x	x	x	No se abordan contenidos de				x	x	No se abordan contenidos de
Análisis de ejemplos		x	x	x	x	x		x	x	x	x		
Simulación de experimentos		x	x	x	x	x							
Simulación mediante uso de software				x	x	x							

Fuente: Elaboración propia

Se observa además que hay argumentos que proponen las orientaciones curriculares chilenas pero que no son considerados por los libros de texto analizados. Tal es el caso de la simulación de experimentos para demostrar empíricamente por medio de la convergencia de los resultados, el cumplimiento de una determinada propiedad, o bien la simulación mediante la utilización de software.

4.6 Fase 6: Contraste de los objetos matemáticos y sus significados vinculados al estudio de la probabilidad presentes en el currículo y en los libros de texto

En el marco de la Didáctica de la Probabilidad se insiste cada vez más en la importancia de desarrollar la alfabetización probabilística desde las primeras edades. Esta alfabetización debe incorporarse de forma progresiva a lo largo del currículo escolar, partiendo del desarrollo del significado intuitivo de la probabilidad para llegar a una comprensión más axiomática del concepto. No obstante, en los cuatro libros de texto analizados (2.º, 3.º, 4.º y 5.º de Educación Primaria), el estudio de la probabilidad es abordado desde una perspectiva diferente, fuertemente vinculada a la experimentación, razonamiento proporcional y medida de la probabilidad. Así, la probabilidad se aborda de manera muy general, y se centra mayoritariamente en la utilización de datos, tablas y gráficos, aproximándose de manera muy tangencial a los restantes significados (subjetivo y clásico de la probabilidad). A su vez, los resultados muestran un tratamiento inicial desde un enfoque intuitivo de la

probabilidad, muy ligado a situaciones cotidianas de los niños, de acuerdo con Godino, Batanero y Cañizares (1987). Sin embargo, el problema radica en que el tratamiento otorgado -pese a comenzar desde un enfoque adecuado- se realiza de manera superficial, y abordando solo aspectos parciales a los establecidos en las orientaciones curriculares chilenas. En estos libros de texto, si bien se presenta el estudio de la probabilidad desde varios enfoques, no se observa un significado claro y en concordancia al pretendido por el currículo, que muestra que la probabilidad se debe desarrollar desde el significado intuitivo para poco a poco ir incorporando el estudio de la probabilidad desde los demás significados (Mineduc, 2012). Cabe destacar que las distintas proposiciones, procedimientos y argumentos presentes en los libros de texto, si bien no abordan la diversidad de significados de la probabilidad, sí contribuyen a desarrollar en parte tres de los elementos de conocimientos propuestos por el modelo de alfabetización probabilística (Gal, 2005): grandes ideas de probabilidad, asignación de probabilidades y lenguaje probabilístico.

En consecuencia, los resultados obtenidos en este estudio revelan un tratamiento incompleto de las proposiciones, los procedimientos y los argumentos sobre la probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria chilenos analizados, además de evidenciar la ausencia de contenidos vinculados al estudio de la probabilidad en los cursos de 1.º y 6.º de primaria. Lo anterior, concuerda con los resultados obtenidos en el estudio previo sobre el tratamiento de las situaciones problemáticas, el lenguaje y los conceptos sobre probabilidad en la misma colección de libros de texto chilenos, puso en evidencia también un desajuste con las orientaciones curriculares chilenas (Vásquez y Alsina, 2015). En su conjunto, pues, los déficits señalados pueden dar lugar a un tratamiento deficiente de la probabilidad en las aulas ya que, en muchas ocasiones, el libro de texto constituye el único significado de referencia para el profesor, siendo uno de los principales recursos educativos en que los profesores basan sus decisiones a la hora de diseñar y organizar el proceso de enseñanza y aprendizaje (Stylianides, 2009).

5. Reflexiones finales

El análisis realizado ha permitido analizar y clasificar las proposiciones, procedimientos y argumentos probabilísticos presentes en una serie de libros de texto chilenos de Educación Primaria, y contrastarlos con aquellos presentes en las orientaciones curriculares chilenas (Mineduc, 2012). En primer lugar, este análisis ha dejado en evidencia la ausencia de contenidos vinculados al estudio de la probabilidad en primero y sexto año de primaria, lo que ha reducido nuestro análisis a cuatro libros de texto (2.º, 3.º, 4.º y 5.º de Educación Primaria). Asimismo, el análisis realizado ha puesto de manifiesto un desajuste entre las directrices que emanan desde las orientaciones curriculares y lo que finalmente se termina enseñando a través de los libros de texto. Esta situación es preocupante, pues, como es sabido, los profesores de Educación Primaria cuentan con escasa formación con respecto al tema probabilidad, lo que les lleva a apoyarse frecuentemente en el libro

de texto para planificar y seleccionar actividades en su práctica docente (Shield y Dole, 2013). En este sentido, un tratamiento inadecuado de la probabilidad en los libros de texto, sumado a la escasa preparación de los profesores, podría traer consigo un muy inadecuado tratamiento de la probabilidad en las aulas, y por consiguiente, una inadecuada comprensión probabilística en los estudiantes. En lo que respecta a los significados de la probabilidad, el significado intuitivo es el que predomina en estos libros de textos, seguido del significado frecuencial y en menor medida el significado clásico. Mientras que el significado subjetivo aparece pero muy escasamente. Lo que concuerda con estudios similares realizados con libros de texto españoles (Gómez, Contreras y Batanero, 2015).

De igual manera, por medio de este estudio se evidencian aspectos positivos y negativos en el tratamiento de la probabilidad en los libros de texto analizados. Dentro de los aspectos positivos destacan la presencia de situaciones cotidianas que buscan establecer grados de posibilidad de ocurrencia a partir de las intuiciones probabilísticas de los estudiantes. Mientras que en los aspectos negativos, hemos encontrado que el tratamiento de la probabilidad, casi en la totalidad de las actividades presentadas, se ve reducido a cálculos aritméticos por medio de la aplicación de una fórmula dejando de lado aspectos centrales tales como la equiprobabilidad, lo que podría dar lugar a la aparición de sesgos en los estudiantes. Al mismo tiempo, se observa una falta de rigurosidad en la presentación de propiedades, procedimientos y supuestos básicos que deben cumplirse para poder cuantificar la probabilidad de ocurrencia de un determinado suceso. Estos aspectos, si no son debidamente detectados y manejados por el profesorado que utiliza el libro de texto, puede llevar a generar errores conceptuales en los estudiantes.

Somos conscientes de la existencia de normas editoriales que destinan un número finito de páginas que no se pueden superar para abordar cada tema en los libros de texto, por lo que no siempre los autores pueden desarrollar los contenidos de manera amplia como se quisiera. Sin embargo, consideramos necesario que los libros de texto incorporen para todos los cursos de Educación Primaria conocimientos acerca de las grandes ideas de probabilidad como la variabilidad, aleatoriedad, independencia, predicción/incertidumbre; la asignación de probabilidades, términos y métodos adecuados para comunicar el azar; contextos de enseñanza y aprendizaje representativos, que inviten a la comprensión del rol e impacto de la probabilidad en diferentes situaciones; y preguntas críticas que fomenten la reflexión y permitan evaluar la calidad de la información proveniente de diversos contextos en que la probabilidad se encuentra presente. De esta forma, se estaría desarrollando el pensamiento crítico y se incentivaría en mayor medida una actitud positiva hacia la probabilidad.

Desde este prisma, de acuerdo con el modelo de alfabetización probabilística (Gal, 2005) y con las tres etapas a tener en consideración en el proceso de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad en la Educación Primaria que han sido identificadas en la Fase 1 de este estudio, y en sintonía con los planteamientos de diversos autores y organismos (Godino, Batanero y Cañazares, 1987; NCTM, 2000; Batanero, Henry y

Parzys, 2005; MINEDUC, 2012; MECD, 2014; Vásquez y Alsina, 2015; Alsina, 2015; Vásquez, 2016), se establece la siguiente propuesta de secuenciación de contenidos de probabilidad para la etapa de Educación Primaria:

Tabla 7.

Propuesta de secuenciación para el estudio de la probabilidad en la Educación Primaria

Curso	Contenidos
1.º	Introducción de términos y expresiones por medio de vocabulario vinculado a nociones de probabilidad a partir de situaciones cotidianas que permita asignar grados de posibilidad de ocurrencia a un determinado suceso (posible, imposible, poco posible, etc.).
2.º	Desarrollo del lenguaje probabilístico Experimentos deterministas y no deterministas Manipulación de dispositivos aleatorios, experimentación Recogida de datos que permita determinar el espacio muestral de un experimento aleatorio.
3.º	Desarrollo del lenguaje probabilístico Identificar resultados posibles en un experimento aleatorio Principio multiplicativo Diagrama de árbol Experimentos justos e injustos
4.º	Introducción a la cuantificación de la posibilidad de ocurrencia de un suceso. Distintos tipos de expresar numéricamente la probabilidad de ocurrencia
5.º	Experimento aleatorio Noción de probabilidad como medida cuantitativa Primer acercamiento a la definición frecuentista de probabilidad
6.º	Asignación de probabilidades Espacio muestral Resultados favorables y no favorables Regla de Laplace

Fuente: Elaboración propia

En síntesis, pues, el análisis presentado en este estudio desde una perspectiva ontosemiótica, además de complementar estudios previos respecto al tema, constituye un aporte a la comunidad científica que ha permitido identificar los distintos objetos matemáticos y sus significados presentes en los libros de texto en relación con la probabilidad, así como su vinculación con las orientaciones curriculares, información que puede ser utilizada para sugerir propuestas de mejora para el tratamiento de la probabilidad en la Educación Primaria.

Referencias bibliográficas

- Alsina, Á. (2015): *Matepractic. Desarrolla y evalúa tu competencia matemática*. Barcelona. Editorial Casals.
- Batanero, C., Henry, M. & Parzysz, B. (2005). The nature of chance and probability. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 15-37). Nueva York: Springer.
- Gal, I. (2005). Towards 'probability literacy' for all citizens. En G. Jones (Ed.), *Exploring probability in school: Challenges for teaching and learning* (pp. 43-71). Nueva York: Springer Science+Business Media, Inc.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*.

Universidad de Granada. Recuperado de:
http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

- Godino, J. D., Batanero, C. & Cañizares, M. J. (1987). *Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares*. Madrid: Síntesis.
- Godino, J. D., Rivas, M., Castro, W. F. & Konic, P. (2008). Desarrollo de competencias para el análisis didáctico del profesor de matemáticas. En *Actas VI Jornadas Regionales de educación matemática de Murcia* (pp. 25-49). Murcia: Centro de profesores y recursos de Lorca, Mar Menor, Murcia I y Murcia II.
- Gómez Torres, E., Contreras, J. M. & Batanero, C. (2015). Significados de la probabilidad en libros de texto para Educación Primaria en Andalucía. En C. Fernández, M. Molina y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 73-87). Alicante: SEIEM.
- Gómez-Torres, E.; Ortiz, J.J. & Gea, M.M. (2014). Conceptos y propiedades de probabilidad en los libros de texto españoles de educación primaria. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 5, 49 - 71.
- Gómez, E. (2014). *Evaluación y desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza de la probabilidad en futuros profesores de educación primaria*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- Gómez, E., Batanero, C. & Contreras, J. M. (2014). Procedimientos probabilísticos en libros de texto de matemáticas para Educación Primaria en España. *Épsilon*, 31 (2), 25-42.
- Gómez, E., Ortiz, J. J., Batanero, C. & Contreras, J. M. (2013). El lenguaje de probabilidad en los libros de texto de Educación Primaria. *Revista Unión*, 35, 75-91.
- Mathematics Primary Syllabus (2007). *Curriculum Planning and Development Division. Ministry of Education*, Singapore. Recuperado de: <http://www.moe.gov.sg>
- Ministerio de Educación (2009). *Ajuste Curricular*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación (2012). *Bases Curriculares 2012: Educación Básica Matemática*. Santiago de Chile: Unidad de Currículum y Evaluación.
- Ministerio de Educación y Ciencia (2007). *Boletín oficial del Estado. ORDEN ECI/2211/2007, del 20 de julio, por la que se establece el currículo y regula la ordenación de la Educación Primaria*. Madrid, España.
- Ministerio de Educación, Cultura y Deporte (2014): “*Real Decreto 126/2014, de 28 de febrero, por el que se establece el currículo básico de la Educación Primaria*”. Boletín Oficial del Estado, 52, 19349-19420.

- Mohamed, N. (2012). *Evaluación del conocimiento de los futuros profesores de educación primaria sobre probabilidad*. Tesis Doctoral. Universidad de Granada.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA.: NCTM.
- National Curriculum (1999). *The National Curriculum for England, Mathematics*. Recuperado de: www.nc.uk.net
- Ortiz, J., Batanero, C. & Contreras, C. (2012). Conocimiento de profesores en formación sobre la idea de juego equitativo. *Revista Latino Americana de Matemática Educativa*, 15(1), 63-91.
- Pierce, R. & Chick, H. (2011). Teachers' beliefs about statistics education. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading (Eds.), *Teaching statistics in school mathematics- Challenges for teaching and teacher education*, (pp. 151-162). Nueva York: Springer.
- Shield, M. & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, 82(2), 183-199.
- Stylianides, G. J. (2009). Reasoning-and-proving in school mathematics textbooks. *Mathematical thinking and learning*, 11(4), 258-288.
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2014). Enseñanza de la Probabilidad en Educación Primaria. Un Desafío para la Formación Inicial y Continua del Profesorado. *Números*, 85, 5-23.
- Vásquez, C. & Alsina, A. (2015). Un modelo para el análisis de objetos matemáticos en libros de texto chilenos: situaciones problemáticas, lenguaje y conceptos sobre probabilidad. *Profesorado, Revista de Currículum y Formación del Profesorado*, 19 (2), 441-462.
- Vásquez, C. (2016). Bolas, fichas, monedas... ¿Cómo podemos ir introduciendo la probabilidad en primaria? *Revista Aula de Innovación Educativa*, 251, 23-27.

Anexo 1: Serie de libros de texto utilizados en el análisis.

Código	Título	Autores	Editorial	Edición
[A]	Matemática 1.º básico	Rodríguez, M., y Carreño, X.	Pearson Educación Chile Ltda	2013
[B]	Matemática 2.º básico	Rodríguez, M., y Carreño, X.	Pearson Educación Chile Ltda	2013
[C]	Matemática 3.º básico	Rodríguez, M., y Carreño, X.	Pearson Educación Chile Ltda	2013
[D]	Matemática 4.º básico	Rodríguez, M., y Carreño, X.	Pearson Educación Chile Ltda	2013
[E]	Matemática 5.º básico	Rocamora, P., Riquelme, M., Ainardi, V., Aldunate, V., Falconi, P., y Chala, J.	Galileo	2013
[F]	Matemática 6.º básico	Rocamora, P., Riquelme, M., Ainardi, V., Aldunate, V., Falconi, P., y Chala, J.	Galileo	2013

Agradecimientos

Proyecto FONDECYT INICIACIÓN N° 11150412, financiado por la Comisión Nacional de Investigación Científica y Tecnológica de Chile y desarrollado en la Pontificia Universidad Católica de Chile.