PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

COMPORTAMIENTO INELÁSTICO-FRÁGIL DE EDIFICIOS DE MUROS DURANTE EL TERREMOTO DE CHILE, 2010.

FELIPE ESTEBAN QUITRAL ARANEDA

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JUAN CARLOS DE LA LLERA MARTIN

Santiago de Chile (Enero, 2014)

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

COMPORTAMIENTO INELÁSTICO-FRÁGIL DE EDIFICIOS DE MUROS DURANTE EL TERREMOTO DE CHILE, 2010.

FELIPE ESTEBAN QUITRAL ARANEDA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JUAN CARLOS DE LA LLERA M.

MATÍAS HUBE G.

GÜIDO CAVALLA P.

CARLOS VIDELA C.

Para Completar las exigencias del grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, (Enero, 2014)

Dedicado a mis padres, Myrna y Rafael, y a Carolina, con mucho cariño...

AGRADECIMIENTOS

Primero debo agradecer al profesor Juan Carlos De La Llera por darme la oportunidad y la confianza para llevar a cabo esta investigación, por ese primer empujón que me llevo a realizar este trabajo. También al Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, (FONDECYT) por financiar el proyecto N°1110377, del cual es parte este trabajo.

También quiero agradecer a la gente que me ayudado de alguna forma en este trabajo: Matías Hube, Rosita Jünemann, Carl Luders, Matías Chacón, Carlos Videla, las empresas SIRVE y DICTUC, y a los involucrados en el proyecto CIGIDEN. Un especial agradecimiento a Güido Cavalla, quien se transformó en un gran apoyo e incluso un amigo hacia el final de esta investigación. También a Cristian Gazitúa y Juan Felipe Cardemil, CARGAZ, por dejarme crecer profesionalmente y aprender junto a ellos.

Gracias a aquellos con quienes compartí tantos años e incluso algunos me acompañaron en esta aventura, el "team": Javier Pardo, Catalina Fortuño, Gonzalo Barrios y Francisco Rodriguez; también al resto de los escogidos: Santiago Brunet, Benjamín Briones, Benjamín Westenenk, Roberto Herreros; y a aquellos que me acompañaron dentro del programa de Magíster: Daniel González, Gigi Pardo, Panchito Humire, Erick González., Cristóbal Alarcón, Nico Zegpi.

A mi amor, Carolina Barrales, por "aguantarme" todo este tiempo y por apoyarme en los momentos más difíciles.

Finalmente, a mis padres, Myrna Araneda y Rafael Quitral, quienes siempre han sido mi gran apoyo. Los quiero mucho.

ÍNDICE GENERAL

Pág.

ÍNDICE DE TABLAS

Pág.

ÍNDICE DE FIGURAS

Pág.

RESUMEN

El terremoto del año 2010 en Chile causó daños en un 2% aproximadamente de los edificios de muros de hormigón armado del país. En la mayor parte de los muros dañados por el terremoto, ocurrió el fenómeno de aplastamiento del hormigón por flexocompresión, mostrando un comportamiento frágil, con gran pérdida de hormigón y pandeo de barras longitudinales. El objetivo de esta investigación es reproducir el daño observado en un edificio específico elegido para su estudio utilizando el *software* especializado DIANA. Para ello se realiza un modelo 2D de elementos finitos de los planos resistentes dañados, en los cuales se utiliza un modelo constitutivo no-lineal para el hormigón armado.

Primero, se realiza un análisis de sensibilidad de los modelos constitutivos de hormigón disponibles en el *software* y una validación comparando los resultados experimentales obtenidos de un ensayo de un muro de hormigón armado (Alarcón, 2013), con aquellos obtenidos de un modelo analítico y numérico de dicho muro. Segundo, se estudia el edificio elegido y se describe de la forma más completa posible, calculando indicadores comunes a los edificios dañados en Chile, representativos de su comportamiento. Entre otros factores, se observa un bajo espesor de muros, manteniendo una densidad de muros promedio del 3% en cada dirección y una tendencia en el tiempo de aumento de cargas y tensiones axiales.

Para el análisis del daño se realizó primero un análisis de colapso progresivo en el que se analiza un modelo lineal 3D en el *software* SAP2000, y se elimina cada muro del análisis al detectar su falla en flexocompresión, dado que dicha falla es frágil. Con los resultados de este modelo se determina el patrón de carga lateral del modelo no-lineal 2D. Finalmente, se estudia el daño presente en los muros y se determina el patrón de carga lateral que induce el daño observado.

Palabras Claves: Muros, Hormigón armado, Daños por terremoto, Fragilidad, Análisis de colapso progresivo, Elementos finitos, DIANA, Pushover.

ABSTRACT

The 2010 earthquake in Chile caused structural damage on about 2% of the building inventory of the reinforced concrete wall buildings in the exposed earthquake region. In most of the damaged walls by the earthquake, damage occurs by bending and compression, displaying a brittle behavior, with crushing and a great loss of concrete area together with buckling of longitudinal reinforcement. The objective of this research is to replicate the damage observed on a specific testbed building, using the software DIANA. To do this, a 2D finite element model was constructed, of the damaged resistant planes, in which a nonlinear force-deformation constitutive model for reinforced concrete was used.

First, results are presented for a sensitivity analysis of the force-deformation constitutive models of concrete available in the software together with a validation, using experimental tests of a reinforced concrete wall (Alarcon, 2013). Second, a selected shear wall building is thoroughly described and studied using comparable performance indices of damaged buildings in Chile. The building has a small wall thickness, but keeps an average wall to plan area density of 3% in each direction. As buildings become taller, there is a historical trend in Chile of increasing axial loads and stresses in those walls.

Thirdly, a damage analysis was performed using a progressive collapse method, based on a 3D linear model in SAP2000, and by removing walls from the analysis as failure is detected in bending-compression. This is justified by the brittleness of the damage observed in these walls. With this, a lateral load pattern was defined for the 2D nonlinear models of resistant planes in DIANA. Finally, the damage observed in the walls was reproduced.

Keywords: Shear wall buildings, Reinforced concrete, Earthquake damage, Wall brittleness, Progressive collapse analysis, Finite elements, DIANA, Pushover.

1 INTRODUCCIÓN

1.1 Motivación

Desde que el método de elementos finitos comenzó a desarrollarse, se ha convertido en una poderosa herramienta de análisis. Su versatilidad ha hecho que este método sea una de las estrategias matemáticas más usadas en ingeniería, abarcando distintos campos. En particular se ha intentado realizar el análisis no-lineal de estructuras de hormigón armado a través del método de elementos finitos (Ngo & Scordelis, 1967; Palaniswamy & Shah, 1974; Elwi & Murray, 1979), aún cuando, desafortunadamente, el desarrollo en el campo del análisis no es paralelo al desarrollo de los modelos constitutivos fuerza deformación. Sin embargo, durante los últimos 20 años se ha intentado modelar el comportamiento no-lineal del hormigón armado, mostrando un buen avance (Chen & Han, 1988; Selby, 1993). El gran desarrollo computacional durante las últimas dos décadas ha permitido superar varios obstáculos, lo cual se puede ver con el desarrollo de una gran cantidad de *softwares* comerciales para el análisis no-lineal de estructuras de hormigón armado en tres dimensiones. Sin embargo, su uso genera cierta desconfianza respecto a los resultados (Kohnke, 2007; TNO DIANA, 2010).

El terremoto del 27 de Febrero del 2010 en Chile puso a prueba el diseño de los edificios de hormigón armado. Si bien la mayor parte de los edificios en Chile sobrellevaron el terremoto adecuadamente, lo cual puede ser el resultado de una buena práctica, algunos tuvieron problemas graves, lo que también hace cuestionar los aspectos que deben mejorarse en su diseño. Algunos estudios han intentado explicar las características de los edificios dañados en Chile en función de índices que se pueden calcular para este tipo de estructuras (e.g., Westenenk, 2011; Jünemann, 2012). Sin embargo, lo que motiva esta investigación es conocer si el marco teórico de los modelos constitutivos fuerza-deformación hoy disponibles, junto con el método de los elementos finitos, pueden explicar y reproducir el daño ocurrido en los edificios de muros en Chile durante el

terremoto del año 2010, aprovechando este laboratorio a escala real que es nuestro país y su sismicidad.

1.2 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis es entender e intentar reproducir las fallas estructurales de un edificio particular afectado por el terremoto del 27 de Febrero del 2010 en Chile. Para ello se utiliza un *software* de análisis de elementos finitos apropiado para el problema. Se conocen al menos dos *softwares* distintos que poseen distintos elementos de hormigón armado y modelos constitutivos apropiados para un análisis a través del método de elementos finitos, ANSYS y DIANA (Kohnke, 2007; TNO DIANA, 2010). Se habla genéricamente de elementos apropiados en el sentido de que existen elementos finitos específicos para modelar hormigón armado, como es el caso de ANSYS, o modelos constitutivos apropiados, independiente del tipo de elemento, como es el caso de DIANA. De observar el uso de uno de estos dos *softwares* en la literatura, se escogió que el más apropiado a nuestra tarea era DIANA.

Para lograr este objetivo se requiere, en primer lugar, una comprensión teórica lo más completa posible del comportamiento monotónico y cíclico del hormigón armado y de los modelos constitutivos disponibles, para luego poder entender la mecánica del funcionamiento de estos modelos en el *software* mencionado. Para ello se investiga el funcionamiento de diversos modelos constitutivos, y su teoría y aplicación al método de elementos finitos.

Adicionalmente, se investiga cómo influyen en los resultados los distintos parámetros y supuestos de cada modelo de elementos finitos. Para ello se realiza un análisis de sensibilidad, utilizando un caso de estudio que permite verificar el buen funcionamiento en régimen lineal elástico, y luego evaluar la influencia de cada parámetro y supuesto del modelo constitutivo, en función de las respuestas obtenidas.

En tercer lugar, se validan los modelos constitutivos disponibles en DIANA y se contrasta la respuesta de un ensayo de muros esbeltos de hormigón armado (Alarcón, 2013), con la respuesta obtenida de un modelo de elementos finitos del mismo muro,

cambiando el modelo constitutivo de hormigón armado utilizado, y así seleccionar aquel que se ajuste mejor al comportamiento medido.

El modelo constitutivo así elegido, se utiliza para intentar reproducir los daños en el caso de estudio, del edificio real dañado severamente por el terremoto del 2010. Junto con reproducir el daño, se estudia la situación particular del edificio y su comportamiento, analizando y revisando su diseño.

Se propone también un análisis 3D incremental-elástico frágil de la estructura, en que cada incremento de carga se define por la eliminación de un muro cuando éste llega a su capacidad máxima y falla frágilmente. El comportamiento frágil se justifica por la observación del daño ocurrido en la realidad. Este análisis se conoce como análisis de colapso progresivo. Con este análisis se busca obtener una secuencia de falla en los muros del edificio y comprender mejor el comportamiento del edificio durante el terremoto.

Finalmente, se intenta explicar y reproducir el daño observado en el edificio, realizando un modelo 2D de los planos resistentes dañados. Se decidió realizar un análisis de *pushover* en 2D ya que es para este caso en que la mayoría de los modelos constitutivos representan mejor el comportamiento real del hormigón armado.

En resumen, los objetivos específicos de esta tesis son:

- Realizar un estudio y evaluación exhaustiva de los modelos constitutivos no-lineales de hormigón armado disponibles.
- Validar un modelo constitutivo fuerza-deformación de hormigón armado en DIANA, contrastando su desempeño con ensayos experimentales, para intentar obtener una correcta representación del comportamiento real y una posible reproducción de los daños en un caso de estudio real.
- Verificar el diseño de acuerdo con las normativas vigentes al momento de diseñar el edificio y revisar posibles inconsistencias de diseño y/o falencias constructivas, y evaluar cómo influyen en los daños obtenidos por el terremoto.
- Entender el comportamiento sísmico del edificio a través de realizar un análisis de colapso progresivo, mediante un modelo incremental-elástico frágil.

- Intentar explicar y reproducir las fallas en algunos de los muros de hormigón armado, realizando un análisis de *pushover* sobre un modelo 2D de un plano resistente en DIANA.

1.3 Estructura de la tesis

En el siguiente trabajo de investigación se presenta inicialmente un estudio exhaustivo de los modelos constitutivos no-lineales fuerza-deformación de hormigón armado. Luego, se estudian aquellos implementados en el *software* DIANA.

En una segunda parte de este trabajo, se realiza un análisis de sensibilidad de los modelos constitutivos del *software* DIANA, para evaluar cuáles funcionan mejor, bajo qué supuestos y con qué parámetros.

En tercer lugar se comparan los resultados provenientes de un modelo analítico con los de un modelo experimental de un muro esbelto. Más específicamente, los resultados se comparan con los de un ensayo realizado en un muro a escala de 1:2, con razón de aspecto $M/Vl_w = 2{,}5$ (Alarcón, 2013).

Luego, esta tesis considera la situación completa un edificio que sufrió importantes daños estructurales. Se estudian todas las propiedades dinámicas del edificio, períodos y modos, y se realiza un estudio paramétrico del edificio basado en distintos índices y parámetros del edificio, los que se correlacionan con ciertas características de su comportamiento (Jünemann, 2012; Westenenk, 2011). Por último, se revisa el diseño del edificio, para ver si existe alguna correlación entre este diseño y su construcción, con los daños observados.

Finalmente, la tesis busca explicar y reproducir los daños ocurridos en el edificio. Primero, se intenta reproducir su mecanismo de falla, a través de un análisis de colapso progresivo lineal, donde se eliminan muros del análisis cada vez que uno de ellos alcanza su capacidad en flexocompresión. Se utiliza un análisis estático incremental para distintas distribuciones de carga lateral en altura. Conocidas las cargas laterales, se

intenta explicar los daños en los planos resistentes afectados a través de un análisis inelástico de *pushover* 2D de los planos resistentes en elementos finitos. Con esto se busca reproducir el daño observado, en que el patrón de carga lateral escogido para el análisis de *pushover* debe reflejar la influencia del edificio completo en 3D.

Esta tesis incluye seis anexos. En el anexo A, se explica brevemente la teoría de plasticidad y su implementación para hormigón armado. En el anexo B, se explica la teoría detrás de los elementos finitos utilizados para hormigón armado. En el anexo C, se muestran los cálculos y propiedades utilizadas en el análisis de sensibilidad de modelos constitutivos no-lineales de hormigón armado (Capítulo 3). En el anexo D, se muestran las curvas de interacción de los muros del piso 1 del edificio estudiado, utilizadas para verificar su diseño (Capítulo 5) y para realizar el análisis de colapso progresivo del edificio (Capítulo 6). En el anexo E, se muestran los cálculos y propiedades utilizadas en los modelos detallados inelásticos de planos resistentes, en los cuales se intenta reproducir el daño ocurrido (Capítulo 7). Finalmente, en el anexo F, se muestran los distintos métodos de combinación modal existentes, de manera de complementar la información para la definición del patrón de carga utilizado en la reproducción del daño observado en los planos resistentes (Capítulo 7).

2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Desde hace 40 años, cuando el método de los elementos finitos se desarrolló, se ha intentado reproducir de forma correcta el comportamiento del hormigón armado. En un comienzo, los procedimientos de análisis y diseño en hormigón armado consistían principalmente en un análisis elástico combinado con distintos procedimientos clásicos y un conjunto de fórmulas empíricas, las cuáles se fundamentan en una gran cantidad de resultados experimentales. Aún cuando estos procedimientos se siguen utilizando, debido a su gran utilidad, el gran desarrollo de las herramientas computacionales ha provisto lo necesario para realizar un análisis no-lineal en hormigón armado. Sin embargo, aún no se ha podido reproducir en forma general y completa su comportamiento. Esto se ve reflejado en los *softwares* comerciales, donde, si bien tienen un gran desarrollo teórico y un fundamento experimental, la necesidad de ciertos supuestos para la obtención de ciertos resultados, puede poner en duda lo que éstos realizan internamente.

En este capítulo se hace una revisión bibliográfica acerca de los modelos constitutivos de hormigón armado. Se revisan las distintas relaciones tensión-deformación del hormigón, ya sean lineales o no lineales; la relación tensión-deformación del acero; los fenómenos que influyen en el comportamiento del hormigón armado; y cómo cada una de las componentes vistas se integran en un modelo constitutivo computacional. Además, se revisan los modelos constitutivos presentes en un *software* especializado, como es DIANA. Para información adicional y más detallada, ver anexos A y B.

2.1 Modelos constitutivos de hormigón

La modelación constitutiva del hormigón se basa en la utilización de diversos enfoques para calcular la matriz de rigidez, donde en esta matriz se varían las propiedades lineales para reproducir el comportamiento no lineal. Tradicionalmente, los modelos constitutivos del hormigón han intentado reproducir la respuesta no-lineal observada

experimentalmente. Muchos de los modelos constitutivos para estados de tensiones multiaxiales se basan en modificaciones a la respuesta tensión-deformación uniaxial (Chen & Chen, 1975; TNO DIANA, 2010). Por lo tanto, se revisan brevemente las características principales del comportamiento uniaxial del hormigón.

En la Figura 2-1, la parte izquierda muestra la relación tensión-deformación uniaxial típica del hormigón en compresión. Un espécimen ensayado a compresión uniaxial, exhibirá una respuesta lineal en tensión-deformación hasta que las microgrietas comiencen una propagación estable a un nivel de tensiones igual al 30% de la resistencia última, f_c'. En este momento el espécimen comienza a perder rigidez y la curva tensión-deformación comienza a caer gradualmente. El hormigón se compacta hasta que se alcanza un 80% de la resistencia última aproximadamente, donde ocurrirá un incremento de volumen, lo cual se muestra en la Figura 2-2(*a*). El *peak* de tensión se alcanza y luego una rama descendiente se evidencia hasta que la deformación última se alcanza. El comportamiento anterior se denomina ablandamiento o *softening* en compresión.

Una característica importante del hormigón es su relativamente baja resistencia a la tracción. La parte derecha de la Figura 2-1 muestra la relación tensión-deformación uniaxial típica del hormigón en tracción, donde se puede ver una respuesta casi lineal hasta el agrietamiento, el cual ocurre al alcanzar la resistencia a la tracción, f_t. Después del agrietamiento, existe una pequeña resistencia a la tracción a pequeños anchos de grieta debido a la superficie irregular de ésta. La caída de tensión en esta curva, posterior al *peak*, se denomina ablandamiento o *softening* en tracción.

La resistencia del hormigón a la compresión es sensible al estado de tensiones multiaxial. Se sabe que la resistencia última y la ductilidad mejoran en presencia de tensiones de compresión lateral o confinamiento, lo cual inhibe la propagación de microgrietas. Este comportamiento se muestra en la Figura 2-2(*b*). Desde el punto de vista del estado multiaxial de tensiones, superficies de falla han sido descritas por Chen (1988); Hsieh et. al. (1979).; Ottosen (1977); William y Warnke (1975), ajustando superficies o curvas a resultados experimentales, como se muestra en la Figura 2-3. En

esta figura se muestra la obtención de la falla en un espécimen de hormigón sometido a carga en dos direcciones ortogonales, obteniéndose también una relación entre las tensiones en dichas direcciones, las cuales son σ_1 y σ_2.

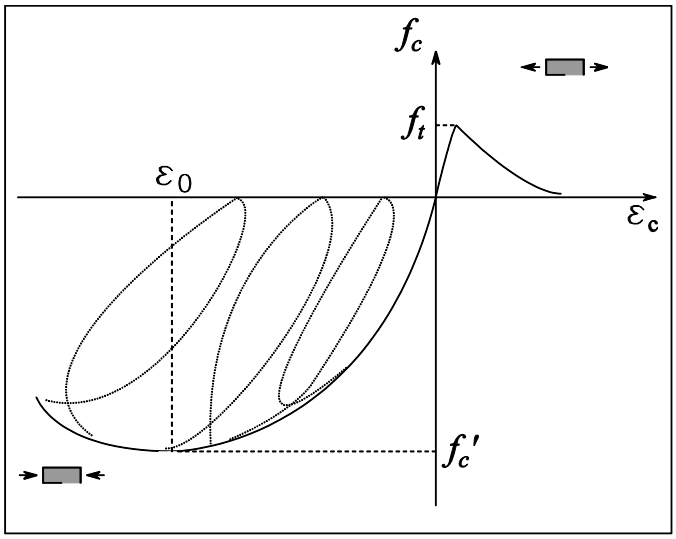


Figura 2-1: Relación típica tensión-deformación del hormigón en tracción y compresión (Adaptado de Selby, 1993).

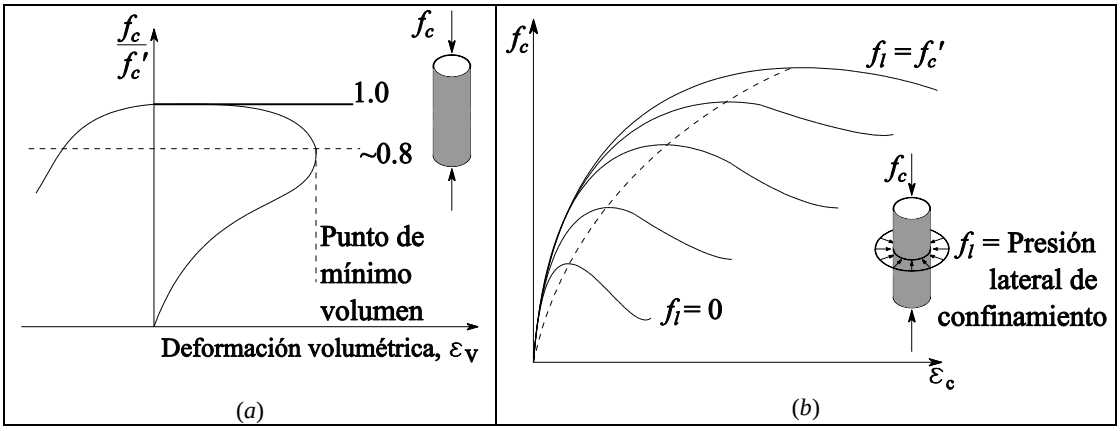


Figura 2-2: Comportamiento típico del hormigón en compresión. (*a*) Respuesta volumétrica en compresión; (*b*) Efecto del confinamiento en el comportamiento en compresión (Adaptado de Selby, 1993).

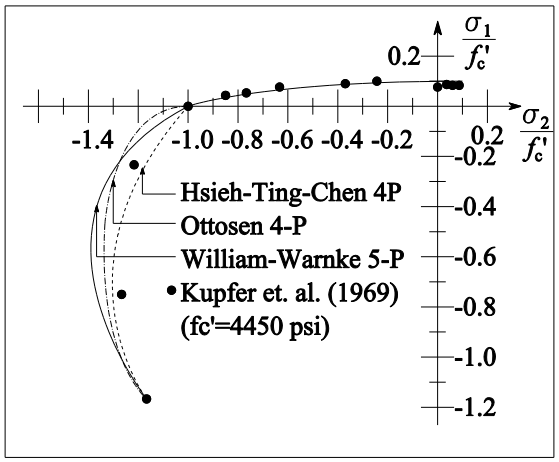


Figura 2-3: Comparación del criterio de falla con ensayos biaxiales ($f_c' = 30.7\ MPa$) (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Otra característica importante del hormigón es su degradación de rigidez. Esto se debe a que el hormigón es un material más bien frágil, es decir, que sufre fractura o agrietamiento. La teoría indica que existen tres tipo de comportamiento material (Chen & Han, 1988), los cuales se muestran en la Figura 2-4 y se explican a continuación.

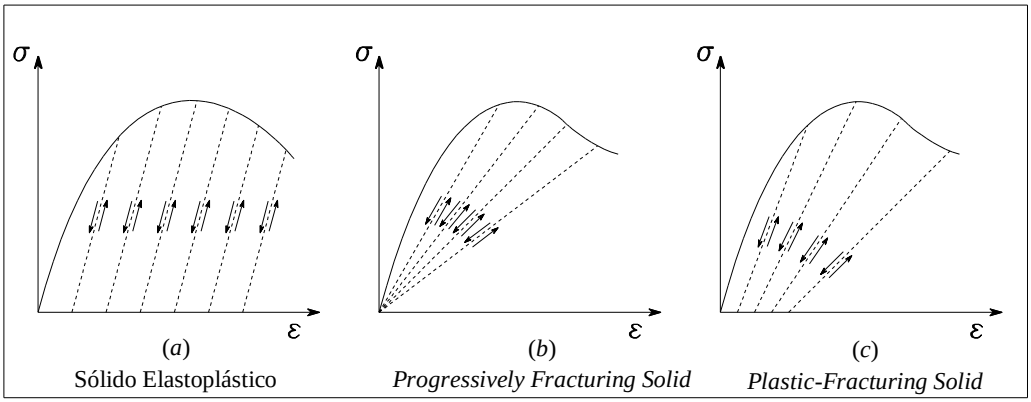


Figura 2-4: Comportamientos típicos del material (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Primero, en la Figura 2-4(*a*) muestra un diagrama tensión-deformación de un sólido, en el cual las líneas de carga-descarga son rectas paralelas a la tangente inicial de la curva tensión-deformación, es decir, la pendiente por la cual ocurre la carga-descarga no cambia con la deformación plástica. Éste es un comportamiento típico de un sólido

elastoplástico. El comportamiento descrito anteriormente no es el caso de varios materiales ingenieriles, como el hormigón. Por ejemplo, el módulo elástico o rigidez usualmente decrece con la deformación creciente. Este tipo de comportamiento se considera que se debe a microagrietamiento o fracturas. Por lo tanto, en el otro extremo, un modelo de material ideal, llamado *progressively fracturing solid* o sólido con fractura progresiva fue propuesto por Dougill (1975) y se muestra en la Figura 2-4(*b*). Este material es perfectamente elástico. En la descarga, el material vuelve hacia su estado inicial de tensión y libre de deformación, pues no ocurren deformaciones plásticas. Un material que muestra ambos comportamientos descritos anteriormente, es decir, degradación de rigidez con deformaciones plásticas se muestra en la Figura 2-4(*c*). Para considerar ambos comportamientos existe una teoría llamada *plastic-fracturing theory*, propuesta por Bazant y Kim (1979), y a éste corresponde el comportamiento del hormigón.

Como se mencionó anteriormente, los modelos constitutivos triaxiales se basan en el comportamiento uniaxial del hormigón. En general, los modelos triaxiales utilizan un enfoque isotrópico. Las propiedades del material son representadas por el módulo de elasticidad (E) y el módulo de Poisson (ν), o módulo de compresibilidad (κ) y el módulo de corte (G). La no linealidad de los modelos se controla haciendo que los módulos sean funciones del estado de tensiones y deformaciones, usualmente expresados como funciones de los invariantes de tensiones o deformaciones. Los invariantes del tensor de tensiones $\underline{\sigma}$ se denominan I_1, I_2 y I_3. También se utilizan los invariantes del tensor desviador o deviatórico $\underline{s}$, denominados J_1, J_2 y J_3. El tensor deviatórico representa un estado de corte puro y se define como:

$$\underline{s} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} tr(\underline{\sigma})\underline{I} \tag{2.1}$$

Generalmente, las relaciones constitutivas dependen de I_1 y J_2. Los invariantes I_1 y J_2 son proporcionales a la energía de dilatación y la energía de distorsión respectivamente. Los mismos invariantes se pueden definir para el tensor de deformaciones. Otros

parámetros frecuentemente utilizados son la tensión y la deformación octaedral, los cuales están directamente relacionadas con los invariantes. La tensión normal octaedral es $\sigma_{oct} = 3I_1$, mientras que la tensión de corte octaedral es $\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3}J_2}$.

El primer intento de modelación del hormigón fue realizado por Ngo y Scordelis (1967), utilizando una constitutiva lineal elástica con fractura frágil. Este modelo representa al hormigón como un material lineal elástico e isotrópico, pero considera agrietamiento y deslizamiento de barras. Este tipo de modelo de hormigón no puede predecir varias de las características descritas anteriormente, pero, ya que el agrietamiento es el mayor contribuyente de respuesta no-lineal, este modelo puede entregar resultados razonables para ciertos tipos de estructuras. Este enfoque puede ser útil, debido a su simplicidad. Sin embargo, el modelo podría tener dificultades en determinar una respuesta precisa en estructuras cuyo comportamiento es gobernado principalmente por el hormigón o en estructuras donde existen regiones de compresión triaxial.

Los modelos no-lineales elásticos intentan mejorar los lineales elásticos considerando la respuesta no-lineal del hormigón bajo tensiones de compresión. Existen dos tipos de enfoque para modelos no lineales, hiperelásticos o hipoelásticos. Los modelos hiperelásticos son normalmente algoritmos basados en la rigidez secante, donde el estado de tensiones totales depende del estado de deformaciones totales. Los modelos del tipo hipoelásticos son formulaciones basadas en la rigidez tangente donde se relacionan los incrementos de tensiones con los incrementos de deformaciones. Estos modelos son denominados hipoelásticos debido a que son elásticos dentro cada incremento. La diferencia más importante entre estos modelos radica en la dependencia de una trayectoria de carga. Los modelos hiperelásticos son independientes de la trayectoria, mientras que los modelos hipoelásticos aproximan un comportamiento dependiente de la trayectoria, considerando una historia de deformaciones y el uso de reglas de carga y descarga. La fortaleza de los modelos no-lineales está en su

simplicidad conceptual y su base, en el ajuste de curvas a un gran número de resultados experimentales.

Algunos modelos no lineales son aquellos propuestos por Palaniswamy y Shah (1974); Cedolin et. al. (1977) y un modelo inicial de Ottosen (1979). La mayoría de estos modelos están limitados a una trayectoria de carga proporcional, y no son muy exactos para el comportamiento cercano a la resistencia última.

También se ha utilizado modelos ortotrópicos, donde cada dirección tiene propiedades específicas. La relación más conocida es la propuesta por Elwi y Murray (1979). Para cada dirección i se utiliza un módulo de elasticidad E_i y un módulo de Poisson ν_{ij}, respecto a la influencia de la dirección j.

La teoría de plasticidad también ha sido aplicada para la modelación del hormigón. Inicialmente, esta teoría se creó para metales, modelándolos de forma elastoplástica. La deformación se divide en dos partes, una recuperable (elástica) y otra permanente (plástica), $\underline{\varepsilon}_e$ y $\underline{\varepsilon}_p$ respectivamente, de la forma $\underline{\varepsilon} = \underline{\varepsilon}_e + \underline{\varepsilon}_p$. Esta teoría utiliza el supuesto de que sólo la deformación elástica produce un cambio en la tensión.

Cualquier modelo de plasticidad debe incorporar tres supuestos básicos:

- Una superficie de fluencia inicial (*yield surface*) en espacio de tensiones, $f(\underline{\sigma})$, la cual es función del estado de tensiones, $\underline{\sigma}$, y define el nivel de tensiones en el cual comienzan las deformaciones plásticas. La fluencia se asume que ocurre cuando se cumple un criterio de fluencia, el cual es $f(\underline{\sigma}) = 0$.

- Una regla de endurecimiento (*hardening rule*) que defina tanto el cambio de la función de carga como la evolución de los parámetros y propiedades del endurecimiento mismo.

- Una regla de flujo plástico (*flow rule*), la cual está asociada a una función de potencial plástico, que entrega una relación incremental tensión-deformación. La regla de flujo relaciona el estado de tensiones con las deformaciones plásticas.

En el caso de los modelos de hormigón es necesario definir además:

- Un criterio de falla (*failure criteria*), el cual indica la falla definitiva del material. Este criterio se define a través de una superficie, la cual al igual que para una superficie de fluencia, se define en el espacio de tensiones. Acá se encuentran los modelos de Chen, Hsieh et. al.; Ottosen; William y Warnke; entre otros (Chen & Han, 1988; Ottosen, 1977; William & Warnke, 1975). Éstas se muestran definidas en espacio de tensiones principales, σ_1, σ_2 y σ_3, y en espacio de tensiones octaedrales, σ_{oct} y τ_{oct}, en la Figura 2-5.

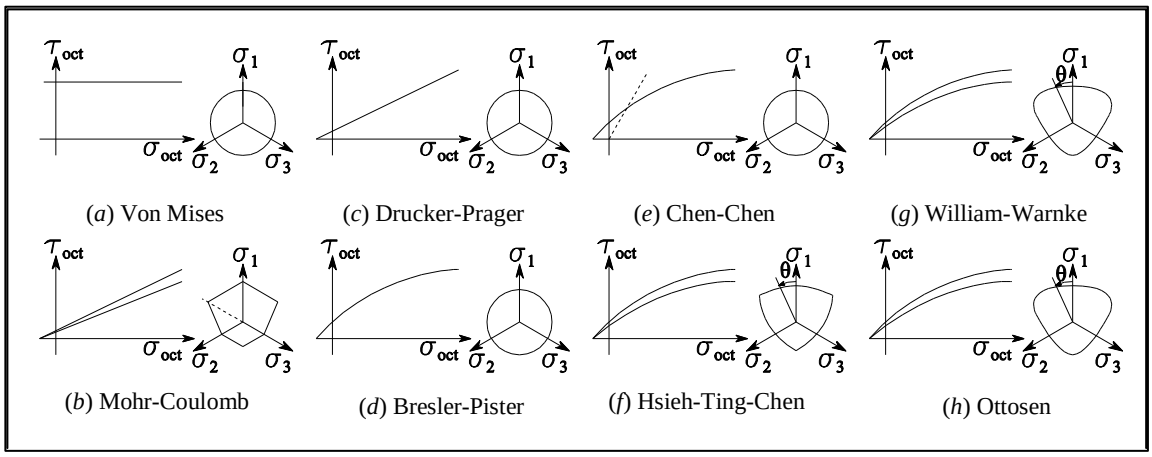


Figura 2-5: Modelos de falla (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Las superficies de falla del hormigón tienen como característica principal la dependencia de la presión hidrostática, lo cual se puede ver en la forma que tienen las superficies en el plano σ_{oct}-τ_{oct}, donde τ_{oct} varía sobre el eje σ_{oct}, como se muestra en la Figura 2-5(*b*) a (*h*). La Figura 2-5(*a*) muestra un modelo independiente de la presión hidrostática, al ser τ_{oct} constante respecto a σ_{oct}. Debido al sustento experimental, la superficie de fluencia se considera como una versión de la superficie de falla, reduciéndola y cerrándola en la dirección del eje hidrostático.

- Una regla de ablandamiento (*softening rule*), que es análoga a la regla de endurecimiento, pero debe ser definida en espacio de deformaciones.

Otro tipo de modelo utilizado son los endocrónicos (Bazant & Bhat, 1976), los cuales usan el concepto de tiempo intrínseco y son capaces de considerar al material como continuo, dejándolo libre del criterio de fluencia y el endurecimiento. Son demasiado complejos para la implementación en elementos finitos, pero muy potentes en su habilidad de predecir una respuesta. También se ha utilizado modelos de daño (Frantziskonis & Desai, 1987; Simo & Ju, 1987; Lubliner et. al., 1989; Oliver et. al., 1990). La forma más simple de esta teoría es el modelo isotrópico de daño:

$$\sigma = (1 - d)C_0\varepsilon \tag{2.2}$$

donde C_0 es el tensor constitutivo sin daño, y d es un escalar que va de 0 a 1, que mide el daño producido. Si bien son bastante simples para la implementación computacional, aún no son usados ampliamente en el contexto de elementos finitos tridimensionales. Otro tipo son los modelos de microplanos (*microplane models*). Todos los modelos descritos anteriormente consideran el material como un continuo, o de otra forma, en escala macroscópica. Esta teoría considera el comportamiento desde una perspectiva microscópica. Éstos son capaces de considerar agrietamiento, ablandamiento y dilatancia. Sin embargo, son demasiado demandantes en términos computacionales, pues se necesita un nivel mayor de discretización, ya que los puntos de integración en un elemento finito pueden contener varios microplanos.

2.2 Modelos constitutivos de acero

En general, para el acero se utiliza una constitutiva elastoplástica (Riddell & Hidalgo, 2002). Sin embargo, el acero presenta un endurecimiento importante después de la fluencia. El comportamiento uniaxial del acero se muestra en la Figura 2-6.

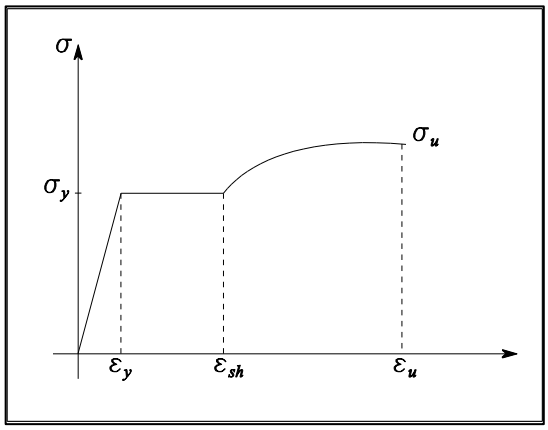


Figura 2-6: Constitutiva uniaxial del acero.

Existen otras constitutivas que consideran el endurecimiento del acero, como por ejemplo, Voce (1948) y Zulfiqar-Filippou (1990). Éstas consideran la zona de endurecimiento como no lineal, reproduciendo el comportamiento real visto en ensayos. El endurecimiento según Voce se rige por una función para la tensión de fluencia según la Ecuación (2.3), mostrada en la Figura 2-7(*a*) (TNO DIANA, 2010):

$$\sigma_y = \begin{cases} \sigma_0 + C\left(1 - e^{-\frac{\kappa - \varepsilon^{p1}}{\varepsilon^{p0}}}\right) & si\ \kappa \geq \varepsilon^{p1} \\ \sigma_0 & si\ \kappa < \varepsilon^{p1} \end{cases} \tag{2.3}$$

donde κ es la deformación plástica; C debe ser tal que cuando $\kappa \to \infty$ entonces $\sigma_y \to f_u$, donde f_u es la resistencia última; ε^{p1} es el largo del *plateau*; y ε^{p0} es un parámetro a calibrar. El modelo de endurecimiento de Zulfiqar-Filippou (1990) tiene dos versiones, las cuales se pueden ver en la Figura 2-7(*b*), una lineal y otra no lineal. La versión no lineal utiliza dos parámetros normalizados de tensión y deformación, σ^* y ε^*:

$$\sigma^* = \frac{\sigma - \sigma_{y2}}{\sigma_u - \sigma_{y2}} \quad ; \quad \varepsilon^* = \frac{\varepsilon - \varepsilon_{sh}}{\varepsilon_u - \varepsilon_{sh}} \tag{2.4}$$

donde σ_u y ε_u son la tensión y deformación última respectivamente, y σ_{y2} y ε_{sh} la tensión y la deformación respectivamente, en la cual empieza el endurecimiento. De ellas se debe calcular σ y ε, igualando según:

$$\sigma^* = \frac{1-e^{-\lambda\varepsilon^*}}{1-e^{-\lambda}} \quad ; \quad \varepsilon^* = -\frac{1}{\lambda}\ln\left(1-\left(1-e^{-\lambda}\right)\sigma^*\right) \tag{2.5}$$

donde λ es un parámetro que se puede calcular con algunas iteraciones. La versión lineal es bastante sencilla y se puede entender de la Figura 2-7(*b*).

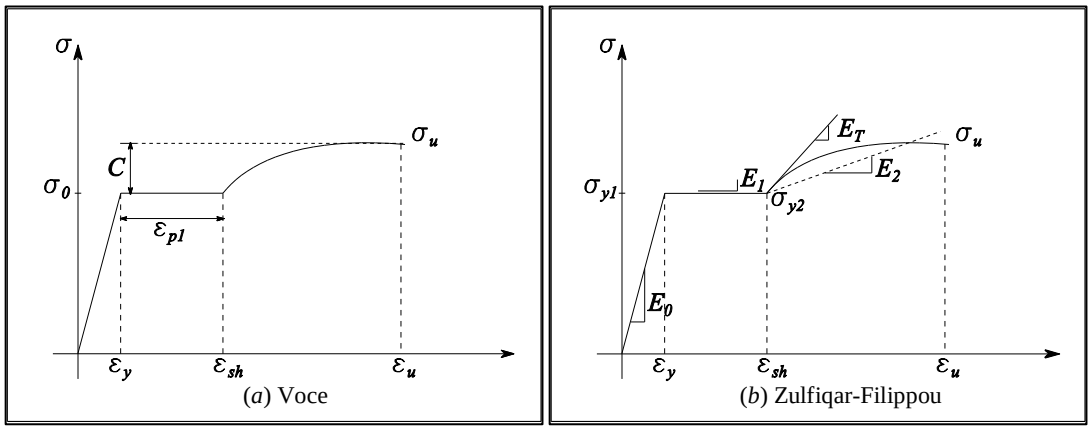


Figura 2-7: Modelos de endurecimiento (*a*) Según Voce; (*b*) Según Zulfiqar-Filippou (TNO DIANA, 2010; Zulfiqar & Filippou, 1990).

2.3 Implementación computacional

Para la implementación en elementos finitos de un modelo para hormigón armado se debe, además de implementar la relación constitutiva para su comportamiento no-lineal, considerar los complejos fenómenos de agrietamiento, el criterio de falla, el ablandamiento o *softening* en tracción, el esfuerzo de corte existente en las grietas a través de un factor de retención de corte, y la representación del refuerzo. Éstos fenómenos se describen a continuación.

2.3.1 Agrietamiento (*cracking*)

El agrietamiento por tracción es el mayor contribuyente del comportamiento no-lineal de la mayoría de las estructuras de hormigón armado. Ya que las grietas son una discontinuidad geométrica, los primeros intentos de modelación se realizaron creando nodos desconectados en elementos adyacentes, lo cual consumía mucho tiempo debido a

la constante actualización de la malla (Ngo & Scordelis, 1967). Éste es llamado el modelo de grieta discreta o *discrete crack model*.

Luego, se comenzó a utilizar un método en el cual el agrietamiento se consideraba como parte del continuo, distribuyéndolo. El *smeared crack model* considera el agrietamiento modificando los coeficientes de la matriz de rigidez del material (TNO DIANA, 2010; Kohnke, 2007). El método es simple de programar y es mucho menos demandante en cuanto a recursos computacionales. Las grietas pueden ser fijas -*fixed smeared crack model*- o pueden rotar -*rotating smeared crack model*-. En el primero, la dirección de la grieta queda fija, alineándola con la dirección principal, mientras que en el segundo, la dirección de la grieta se va actualizando con la dirección principal en cada instante.

2.3.2 Criterio de agrietamiento/falla

Como se ha mencionado anteriormente, la resistencia es sensible al estado multiaxial de tensiones. Distintos autores han propuesto formas de definir este criterio, como por ejemplo Chen (1988); Hsieh et. al. (1979).; Ottosen (1977); William y Warnke (1975); entre otros, ya mostradas en la Figura 2-5.

2.3.3 Ablandamiento en tracción (*Tension softening*)

Si una probeta de hormigón se ensaya a tracción en una máquina muy rígida, es posible ver una rama descendente. La tensión de tracción puede ser aún transmitida a lo ancho de pequeñas grietas, debido a sus superficies rugosas e irregulares.

En los primeros intentos de modelación (Ngo & Scordelis, 1967), el hormigón se modelaba como un material completamente frágil, donde la tensión de tracción caía a cero bruscamente al ocurrir agrietamiento. Distintas modelaciones se han realizado para este efecto, por ejemplo, ramas descendentes lineales y exponenciales (TNO DIANA, 2010).

2.3.4 Factor de retención de corte

Al ocurrir el agrietamiento, debido a las superficies rugosas e irregulares en las grietas, la tensión de corte no cae a cero. Es por esto que se utiliza un factor con el cual se reduce el aporte al corte en la grieta. En un inicio y también en algunos trabajos donde no se considera este efecto (por ejemplo, Gonzalez-Vidosa et. al., 1991), se consideró un factor de retención de corte para darle estabilidad numérica.

2.3.5 Representación de refuerzo

En la modelación por elementos finitos, se ha desarrollado varias técnicas para agregar las barras de acero al hormigón. Existen tres tipos de modelos, los cuales son los discretos, embebidos y distribuidos (*smeared*). En los modelos discretos, la barra se modela como un elemento unidimensional, ya sea reticulado (*truss*) o elemento viga (*beam*). En la malla deben estar alineados los nodos del hormigón y de la barra. Este enfoque permite modelar el deslizamiento en la interfaz hormigón-acero. Los modelos embebidos modelan la barra como un elemento discreto independiente. Sin embargo, suponen una adherencia perfecta entre acero y hormigón. Los modelos distribuidos consideran las barras de manera similar al modelo de grietas distribuidas -*smeared crack model*-, donde se agrega las propiedades del acero en la matriz de rigidez, a través de cierta ponderación u otro método.

2.4 Teoría en programas computacionales

A continuación se presentan las características de los modelos presentes en DIANA para el hormigón, para grietas en hormigón y para refuerzo de elementos de hormigón armado. Los modelos explicados son: *Multi-directional fixed crack model* y *Total strain crack model*. Además, se presenta de manera más sencilla los elementos del tipo *embedded reinforcement* y *bond-slip reinforcement*.

Para modelar estructuras de hormigón u otros materiales frágiles o cuasi-frágiles, DIANA ofrece una serie de elementos: *trusses*, *beams*, 2D en tensiones o deformaciones

planas, *curved shells* y *solids*. El comportamiento de estos materiales se caracteriza por tener agrietamiento (*cracking*) en tracción y aplastamiento (*crushing*) en compresión, y efectos de largo plazo, como el *creep* y la contracción (*shrinkage*). Estos últimos efectos no serán discutidos, pues el interés está en cómo se modelan las fallas mencionadas anteriormente. Se eligió utilizar este *software*, ya que se caracteriza por sus modelos disponibles para suelos y materiales frágiles, y se ha utilizado ampliamente en la literatura para investigación en hormigón (Por ejemplo, Araujo, Carmo, Nunes, & Toledo Filho, 2010; Cai, Robberts, & van Rensburg, 2008; Jefferson, Bennett, & Hee, 2005; Mourão, 2001).

2.4.1 Agrietamiento (*cracking*)

El agrietamiento del hormigón se puede modelar con tres modelos principales incluidos en el *software* DIANA, los cuales son del tipo *smeared*. Los modelos son: *Multi-directional fixed crack model*, *total strain crack model* y *modified Maekawa concrete model*.

El *Multi-directional fixed crack model* da la opción de trabajar con un modelo que incluye un *softening* en tracción y una retención de corte, la cual puede ser completa o constante. El agrietamiento se modela como constante o lineal refiriéndose a la forma de la superficie de falla en espacio bidimensional de tensiones, como se muestra en la Figura 2-8. Al considerar el agrietamiento como "constante", el agrietamiento ocurrirá en una dirección principal cuando la tensión en dicha dirección pase la resistencia a la tracción, f_t, sin importar cual sea el valor de la tensión en las otras direcciones. En cambio, si se considera el agrietamiento como "lineal", el límite de tensión para el cual ocurre el agrietamiento es una recta que une los comportamientos uniaxiales en tracción y compresión, y en dos direcciones distintas. Es decir, en un plano de tensiones (σ_1,σ_2), se unen por una recta los pares coordenados (f_t,0) y (0,f_c'), y (0,f_t) y (f_c',0).

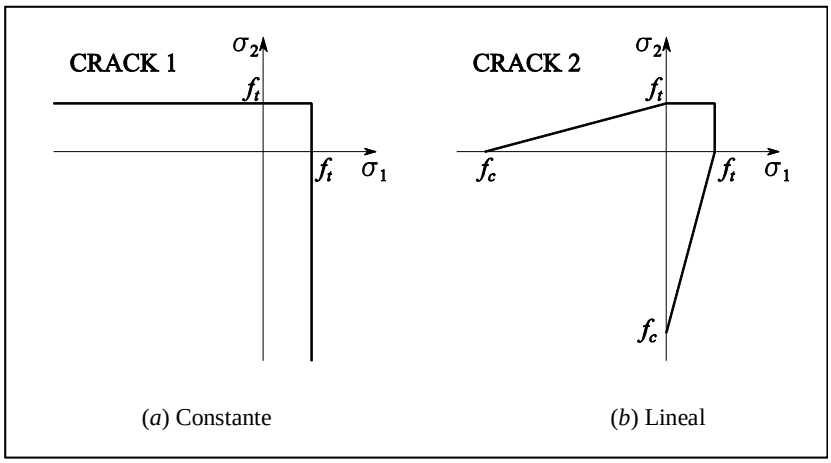


Figura 2-8: *Tension cut-off* en espacio bidimensional de tensiones principales (TNO DIANA, 2010).

El *total strain crack model* tiene dos variaciones: *fixed crack* y *rotating crack*. Éstos son los que presentan más opciones y variaciones para definir parámetros y supuestos. Se puede optar por distintos tipos de funciones para modelar el *softening* en tracción, el comportamiento en tracción y en compresión, retención del corte a través de funciones o de un factor, y los efectos laterales a considerar, como la reducción de la capacidad por agrietamiento lateral, incremento de capacidad por confinamiento lateral y la reducción del módulo de Poisson por agrietamiento.

El *modified Maekawa concrete model* presenta la misma característica comunes entre los dos modelos anteriores, pero con algunas opciones interesantes, como por ejemplo: utilizar un *total strain non-ortogonal crack model*; activar una opción de un "re-cierre" de la grieta; y una corrección por evolución plástica. A pesar de tener estas interesantes variantes, no ha mostrado ser una buena opción, ya que en el trabajo realizado, y también en trabajos anteriores, ha tenido problemas de convergencia, sin retornar resultados favorables (Hube, 2009). Es por esto que no se considerará su utilización.

2.4.2 *Multi-Directional Fixed Crack Model*

En este modelo, propuesto por Rots (1988), se realiza una combinación de *cut-off* de tracción, *softening* en tracción y retención de corte, utilizando una descomposición de la

deformación en una componente elástica y otra del tipo plástica para representar el agrietamiento, llamada *crack strain* o deformación de grieta. La representación del comportamiento a través de una descomposición de la deformación se propuso por primera vez por Litton (1974), y se ha utilizado desde entonces para este tipo de modelos.

La característica fundamental es la descomposición de la deformación total, ε, en una componente elástica, ε^e, y otra propia de la grieta, ε^{cr}:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr} \tag{2.6}$$

Luego, una sub-descomposición de la deformación de la grieta da la posibilidad de que más de una grieta pueda ocurrir simultáneamente. La característica principal de este modelo es que en la grieta i existe una tensión s_i y una deformación e_i^{cr}, en un sistema coordenado $n_i - t_i$, los cuales corresponden a las direcciones normal y tangencial de cada grieta i, como lo muestra la Figura 2-9.

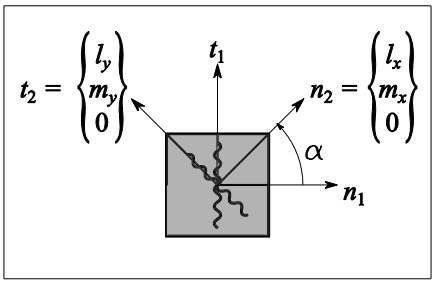


Figura 2-9: *Multi-Directional Fixed Crack Model* (TNO DIANA, 2010).

El supuesto es que las tensiones de grieta son una función de las deformaciones de grieta, es decir:

$$s_i^{cr} = f(e_i^{cr}) \tag{2.7}$$

donde la función f se define por el esquema de *softening* en tracción que se desee considerar. El modelo constitutivo está completo si tiene un criterio de iniciación de agrietamiento y si se ha definido una relación entre tensión de grieta y deformación de

grieta. La iniciación del agrietamiento se define por un criterio de *cut-off* en tracción y un ángulo límite (*threshold angle*) entre dos grietas consecutivas. Si la tensión principal de tracción sobrepasa una condición máxima de tensión y el ángulo entre la tensión principal de tracción y la grieta existente excede un valor de ángulo límite, ambas simultáneamente, se produce el agrietamiento.

La descomposición de la deformación se realiza para esfuerzos normales y tangenciales a la grieta, por lo cual se debe especificar la relación tensión-deformación normal y de corte en la grieta. Estas relaciones son el esquema de *softening* en tracción, definida en la Ecuación (2.7) como la función f. La descomposición se muestra en la Figura 2-10.

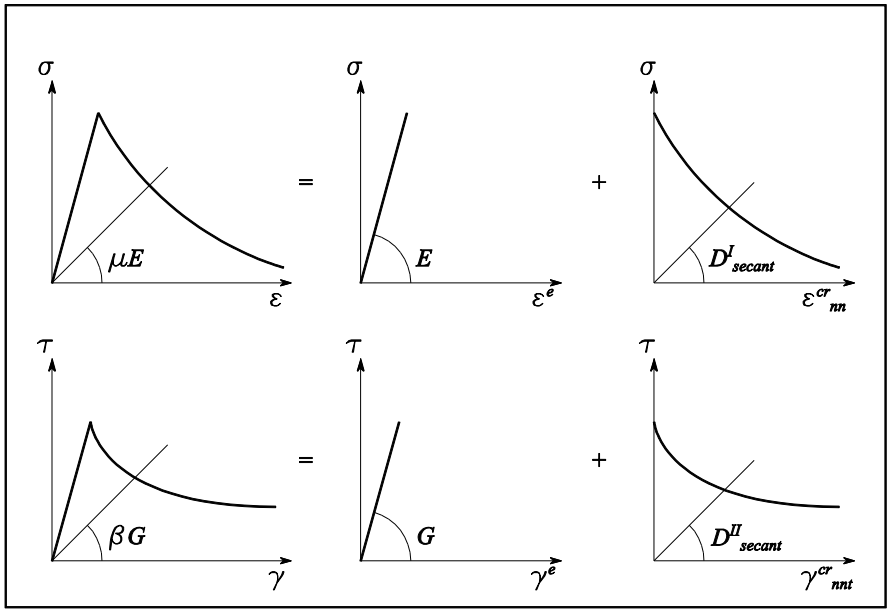


Figura 2-10: Descomposición de la deformación y relación entre parámetros tradicionales y módulos secantes.

Se puede ver en la Figura 2-10 que la componente de la grieta muestra el esquema de *softening* en tracción y corte, donde los factores μ y β son la proporción de los módulos E y G, respectivamente, para lograr la rigidez secante; mientras que D^{I}_{secant} y D^{II}_{secant} son los módulos secantes en la relación tensión-deformación de la grieta. Los esquemas de *softening* disponibles para el comportamiento en tracción se muestran en la Figura 2-11. Sin embargo, para el corte se puede considerar dos casos que no son función de la

deformación. Éstos se denominan relaciones de retención de corte, ya que son consideraciones para mantener un esfuerzo de corte en la grieta. El esfuerzo de corte en una grieta no cae a cero luego de ocurrir esta última, pues existe una componente de roce y otra de trabazón mecánica entre las dos caras que forman la grieta. Este fenómeno se modela disminuyendo el módulo de corte a través de un factor β, como se muestra en la Figura 2-10. Los casos a considerar en este estudio son retención completa de corte, en la cual se considera que el módulo de corte no se reduce, es decir, $\beta = 1$; y retención constante de corte, donde el módulo de corte se reduce por un factor constante β, el cual debe ser menor o igual a 1, pero mayor que 0.

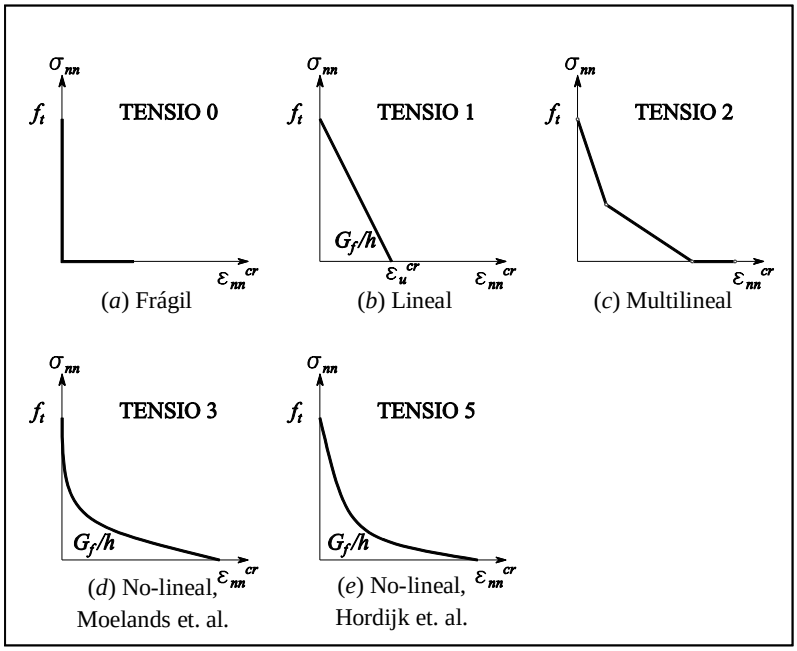


Figura 2-11: Casos de *softening* en tracción en *software* DIANA (TNO DIANA, 2010).

También se puede ver en la Figura 2-11 que el área bajo la curva es igual a G_f^I/h. G_f^I se define como la energía de fractura en tracción, mientras que h se define como el ancho de banda de grieta o *crack bandwidth*. El valor de la energía de fractura se puede calcular de la teoría según, por ejemplo, el tamaño del árido, donde la fórmula es $G_f = Af_c^{0,7}$ (Comité Euro-International du Béton, 1990), donde f_c es la resistencia a

compresión cúbica en MPa y la constante A depende del tamaño del árido. El valor del ancho de banda de grieta se puede encontrar en la literatura calculado de distintas formas, siendo el valor más aceptado $h = \sqrt{A}$ para elementos finitos planos, donde A es el área del elemento; o $h = \sqrt[3]{V}$ para el caso 3D, donde V es el volumen del elemento finito.

2.4.3 *Total Strain Crack Model*

Este modelo constitutivo se desarrollo en las líneas de la *Modified Compression Field Theory* (MCFT), propuesto originalmente por Vecchio y Collins. La extensión 3D de este modelo la desarrollaron Selby y Vecchio (Selby, 1993). Como el *multi-directional fixed crack model*, también se puede definir su comportamiento utilizando la energía de fractura. Este modelo constitutivo se basa en deformaciones totales, por lo cual utiliza la tensión como función de la deformación, lo cual se conoce como hipoelasticidad. La carga y la descarga se modelan de manera distinta, con una descarga secante.

La principal característica de este modelo es el manejo de la deformación utilizando los conceptos de deformación coaxial y deformación fija. El concepto de tensión-deformación coaxiales es aquel donde las relaciones tensión-deformación se evalúan en direcciones principales de deformación. Este concepto, también conocido como *rotating crack model*, se ha utilizado por un largo período de tiempo en hormigón armado y ha demostrado que da buenos resultados. Un enfoque más atractivo físicamente es el de tensión-deformación fija, conocido también como *fixed crack model*, en el cual la relación tensión-deformación se evalúa en un sistema coordenado fijado según en la primera grieta. Cada uno de estos enfoques se desarrollan dentro del mismo marco teórico, uno con ejes coordenados de la grieta fijos y el otro con ejes que se mantienen rotando continuamente.

El concepto básico del *total strain model* es evaluar las tensiones en las direcciones principales de deformación, respecto a las cuales se fijan las grietas. Si el sistema

coordenado global es *xyz*, y las direcciones principales son *nst*, la deformación se rota a través de una matriz de transformación T:

$$\varepsilon_{nst} = T\varepsilon_{xyz} \tag{2.8}$$

Donde en el caso *rotating* dicha matriz depende de la deformación:

$$T = T\left(\varepsilon_{xyz}\right) \tag{2.9}$$

Mientras que en el caso *fixed* la matriz es constante una vez fijada la grieta.

En cada dirección principal se utilizan relaciones uniaxiales. Las curvas disponibles para tracción y compresión se pueden ver en las Figuras 2-12 y 2-13 respectivamente.

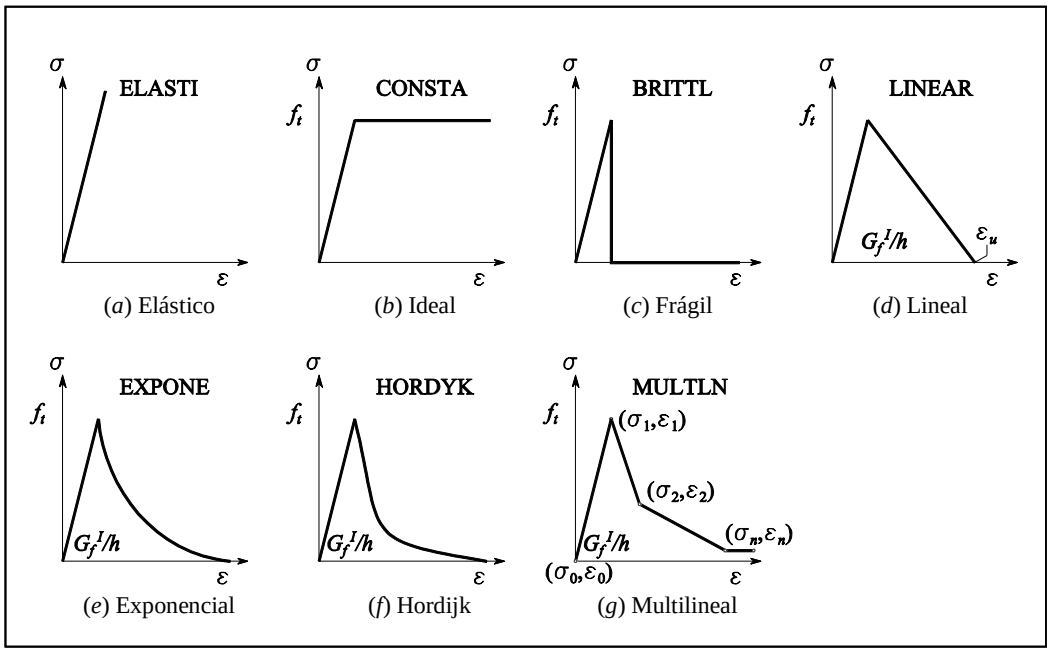


Figura 2-12: Funciones predefinidas de *softening* en tracción para *total strain crack model* (TNO DIANA, 2010).

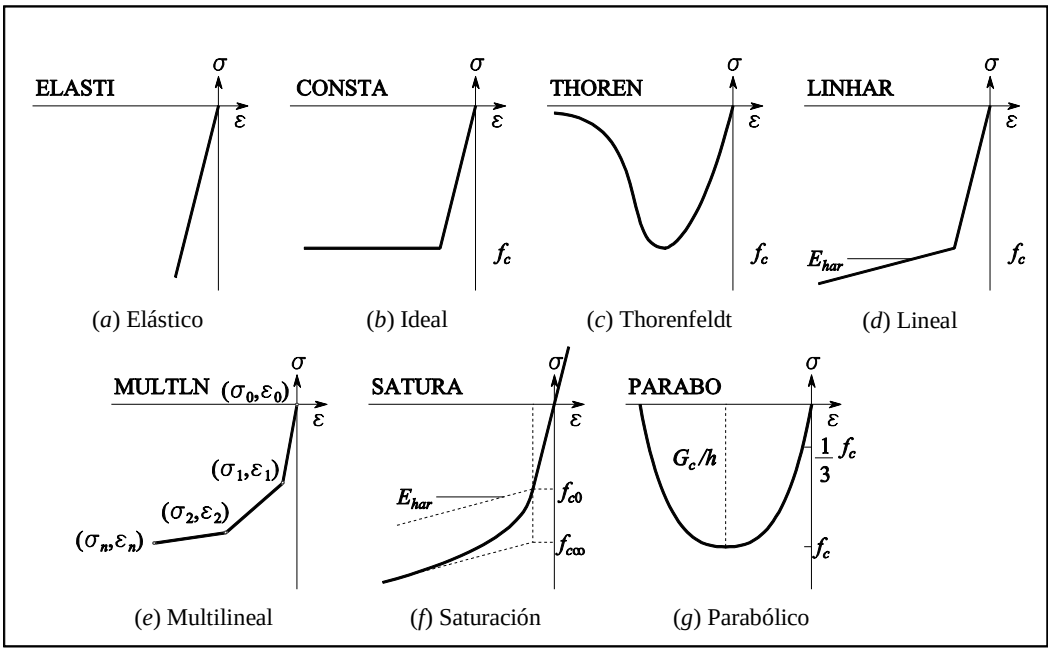


Figura 2-13: Comportamiento predefinidos para la compresión en el *Total strain crack model* (TNO DIANA, 2010).

Para el caso *fixed* es necesario modelar el comportamiento en corte. Esto se hace con un factor de retención de corte, el cual es constante. Luego, el módulo de corte resulta:

$$G^{cr} = \beta G \tag{2.10}$$

Donde β es el factor de retención y debe cumplir que $0 \leq \beta \leq 1$.

Para modelar el efecto del confinamiento lateral se utiliza la superficie de falla de Hsieh-Ting-Chen (Chen & Han, 1988; TNO DIANA, 2010), definida como:

$$f = 2.0108\frac{J_2}{f_c'^2} + 0.9714\frac{\sqrt{J_2}}{f_c'} + 9.1412\frac{\sigma_1}{f_c'} + 0.2312\frac{I_1}{f_c'} - 1 = 0 \tag{2.11}$$

Luego, se escala las tensiones principales suponiendo que la menor, es decir, σ_3, es la que produce la falla.

Además, se puede reducir la resistencia debido al agrietamiento lateral. Para modelar este comportamiento, se utiliza un factor de reducción por agrietamiento como función del parámetro α_{lat}, el cual mide el daño promedio de acuerdo al nivel de deformaciones:

$$\alpha_{lat} = \sqrt{\alpha_{l1}^2 + \alpha_{l2}^2} \tag{2.12}$$

Donde α_{l1} y α_{l2} son las deformaciones unitarias en las direcciones laterales. En DIANA se utiliza la función propuesta por Vecchio y Collins (TNO DIANA, 2010), donde:

$$\beta_{\sigma_{cr}} = \frac{1}{1+K_c} \leq 1 \tag{2.13}$$

Donde $\beta_{\sigma_{cr}}$ es el factor de reducción, el cual multiplica a la resistencia del hormigón a la compresión, f_c'. El parámetro K_c se calcula como:

$$K_c = 0.27\left(-\frac{\alpha_{lat}}{\varepsilon_0} - 0.37\right) \tag{2.14}$$

2.4.4 Refuerzo de acero

El refuerzo de acero en elementos de hormigón se pueden modelar como *embedded reinforcement*, es decir, que tiene una adherencia perfecta con el material en el cual se encuentra; o como *bond-slip reinforcement*, el cual permite deslizamiento entre los materiales y se define de manera discreta. Se modela en DIANA como un material elastoplástico, con o sin endurecimiento según los modelos disponibles.

Los elementos de refuerzo del tipo *embedded* pueden ser: un elemento barra (*bar*), donde éste es un elemento unidimensional, es decir, se define en una línea; o del tipo malla (*grid*), el cual funciona como una "placa" y se define en un plano. Por otro lado, los elementos del tipo *bond-slip* pueden ser elementos *truss* o *beam*, los cuales cambian su tipo según el elemento "madre" (*mother element*) en el cual se encuentran. De estos dos grandes tipos de refuerzo, se trabajará con los elementos del tipo *embedded*, ya que estos sí influyen en la rigidez global del elemento considerado.

2.5 Elección del *software*

Se ha elegido el *software* DIANA para la modelación, debido a la cantidad de modelos disponibles, el uso que se le ha dado en la literatura y el enfoque al hormigón armado que tiene el *software*. DIANA tiene elementos 2D y 3D, los cuales pueden ser ocupados

según la necesidad de lo que se requiere modelar. Además, se caracteriza por sus módulos para hormigón armado y suelos, y tiene una teoría más completa y sofisticada que otros *softwares* (por ejemplo, ANSYS). Dada la variedad de modelos constitutivos y de grietas (*crack models*), fue necesario realizar un estudio y análisis de sensibilidad de los modelos, para así determinar sólo un modelo para utilizar. La importancia del modelo es, primero, la detección correcta del *peak*, segundo, la detección de la caída en sus curvas pasado el *peak* (*softening*), y, por último, la convergencia que tiene según los parámetros dados.

3 ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE MODELOS CONSTITUTIVOS NO-LINEALES DE HORMIGÓN ARMADO

A continuación se presentan los resultados obtenidos de un análisis de sensibilidad realizado sobre un modelo 2D de un muro de hormigón armado, realizado en el *software* DIANA. Se busca poder observar cuáles modelos constitutivos, bajo qué supuestos y qué parámetros funcionan bien, comparando los resultados con algunos cálculos simples, realizados a mano según fórmulas sencillas de diseño.

Para realizar el análisis de sensibilidad se eligió un muro de un edificio dañado de la ciudad de Concepción, identificado como CM-3 (Westenenk, 2011). Aún cuando se eligió un muro dañado, el interés en este caso no es replicar el daño, sino ver el funcionamiento de la parte computacional, es decir, convergencia y estabilidad de los modelos constitutivos.

3.1 Características del muro a modelar

El muro elegido para este análisis tiene como característica principal que su sección es rectangular, lo cual se buscó para simplificar cálculos y el modelo. El muro tiene una altura de 2,60 m, un largo de 2,20 m, un espesor 20 cm y se encuentra orientado en dirección N-S. La armadura presente en el muro consiste en barras longitudinales distribuidas en dos capas, con $15\phi16$ y $14\phi12$, y estribos $\phi10\ a\ 20\ cm$. Un detalle de la sección se puede ver en la Figura 3-1. Para el edificio se especificó un hormigón grado H30 con 90% de nivel de confianza. El acero utilizado corresponde a un A630 - 420H.

Su nivel de daño es total, el cual se debe a una falta de confinamiento, pérdida de hormigón y pandeo de las barras de refuerzo, probablemente debido a una compresión excesiva, produciéndose el fenómeno de *crushing*. Se puede ver el muro en la Figura 3-2.

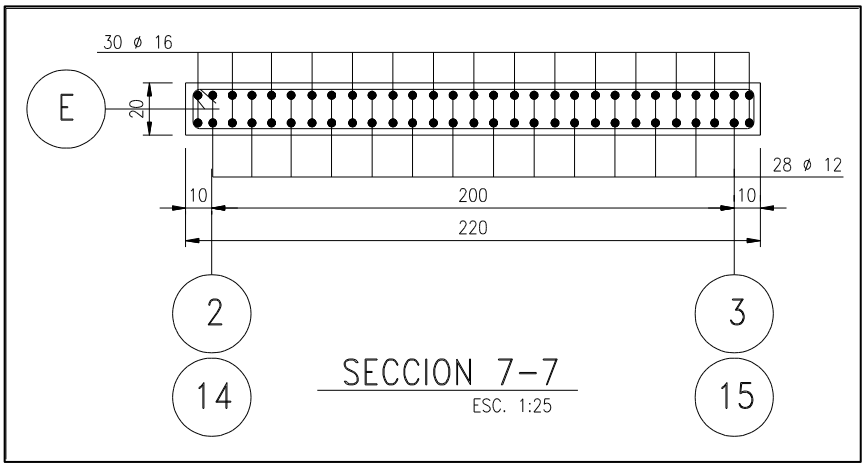


Figura 3-1: Distribución de enfierradura en el muro seleccionado, según planos.

Figura 3-2: Falla del muro modelado para análisis de sensibilidad en DIANA.

3.2 Comportamiento teórico del muro

A continuación se muestran las propiedades teóricas del muro, la cuales definen su comportamiento. Específicamente, se muestran la resistencia a corte, curvas de interacción y curvas momento-curvatura.

3.2.1 Resistencia a corte del muro

Para verificar de manera simple la respuesta de los modelos, se comparó con la resistencia del muro según la norma NCh430 (Instituto Nacional de Normalización, 2009).

$$V_n = A_{cv}\left(\alpha_c\sqrt{f_c'} + \rho_t f_y\right) \leq 2{,}12\sqrt{f_c'}A_{cv} = V_{n\,max} \tag{3.1}$$

donde A_{cv} es el área de la sección bruta, f_c' es la resistencia cilíndrica del hormigón, ρ_t es la cuantía de acero de refuerzo para el esfuerzo de corte, f_y es la tensión de fluencia del acero, y α_c es un parámetro que depende de la esbeltez h_w/l_w, donde h_w y l_w son la altura y el largo del muro, respectivamente.

$$\alpha_c = \begin{cases} 0{,}53\ si\ h_w/l_w \geq 2 \\ 1{,}5 \times 0{,}53\ si\ h_w/l_w \leq 1{,}5 \\ interpolación\ lineal\ para\ 1{,}5 < h_w/l_w < 2 \end{cases} \tag{3.2}$$

Para este muro, $V_n \approx 1280\ kN$. Para más detalles, ver por favor el Anexo C.

3.2.2 Curvas de interacción del muro

Para conocer la resistencia nominal a flexocompresión de la sección del muro en el edificio, se calcularon las curvas de interacción en la dirección del eje fuerte del muro, según ACI 318-11 (2011). Estas curvas se muestran en la Figura 3-3.

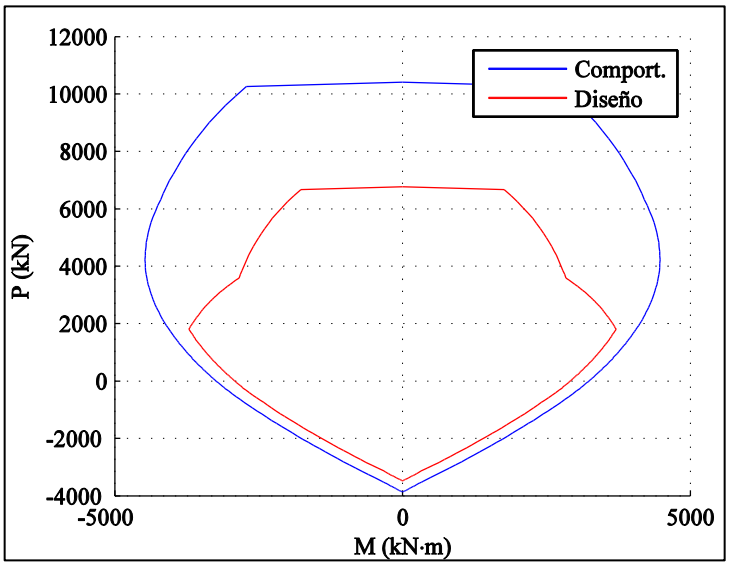


Figura 3-3: Curvas de interacción del muro seleccionado, en dirección de su eje fuerte.

3.2.3 Curvas de momento-curvatura

Se calcularon las curvas de momento-curvatura para la sección. Para ello, se consideró para el hormigón una constitutiva según Kent & Park (1971), mientras que para el acero se consideró una constitutiva elastoplástica con endurecimiento según Voce (TNO DIANA, 2010). Además, se calculó primero una carga de referencia, calculada como $P_0 = 0{,}85 f_c' A_g = 9350\ kN$. Luego, las curvas realizadas se calcularon para un valor de carga axial (de compresión) que cumplen con las razones de $P/P_0 = 0; 0{,}1; 0{,}2; 0{,}3; 0{,}4; 0{,}5; 0{,}6$. Se muestran estas curvas en la Figura 3-4. Es importante mencionar que no se detalla la falla de la sección, pues sólo se busca ver la forma de la curva y los máximos obtenidos.

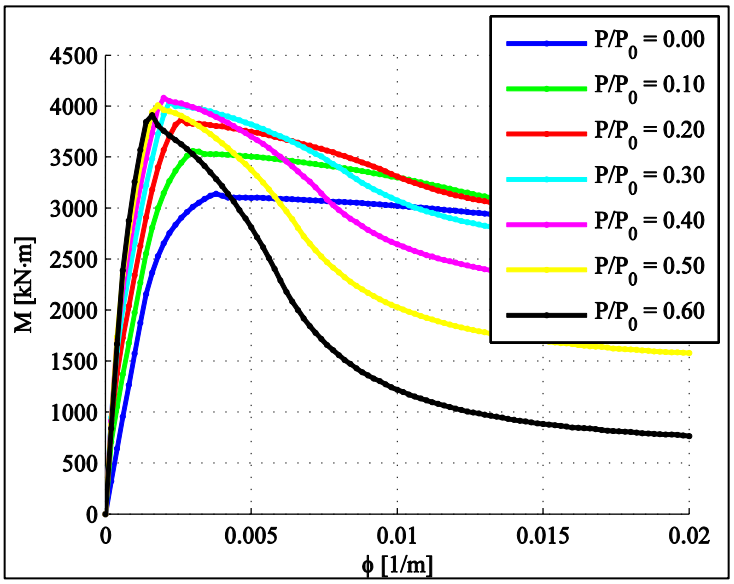


Figura 3-4: Curvas M-ϕ del muro seleccionado.

3.3 Modelo de elementos finitos

Los datos utilizados en el modelo se muestran a continuación. Se revisan las propiedades materiales especificadas, resistencias y propiedades de la sección calculadas, y los supuestos de modelación utilizados.

3.3.1 Descripción general del modelo

El modelo de elementos finitos se compone de elementos *shell* tipo placa, en tensiones planas, cuadrilateral isoparamétrico de cuatro nodos para el hormigón. El refuerzo se modeló con un elemento tipo barra (*bar reinforcement*), el cual funciona como un elemento axial embebido al hormigón. En los nodos inferiores del modelo de muro se utilizó apoyos sucesivos, de manera de generar una condición de empotramiento. También se restringió sólo el desplazamiento horizontal de los nodos superiores del modelo de muro. Esto se hizo para que se entienda que dichos nodos pueden desplazarse verticalmente, pero horizontalmente se controlará el desplazamiento.

Se utilizó un tamaño de elemento finito de 12 × 12 *cm* aproximadamente, similar a lo utilizado por Palermo y Vecchio (2007), lo cual equivale a usar un muro de 18 × 20 elementos, en dirección *x* y dirección *y* respectivamente. Además, se debe mencionar que el método de cálculo utilizado fue Newton regular, con un máximo de 100 iteraciones. Una vista de modelo se presenta en la Figura 3-5.

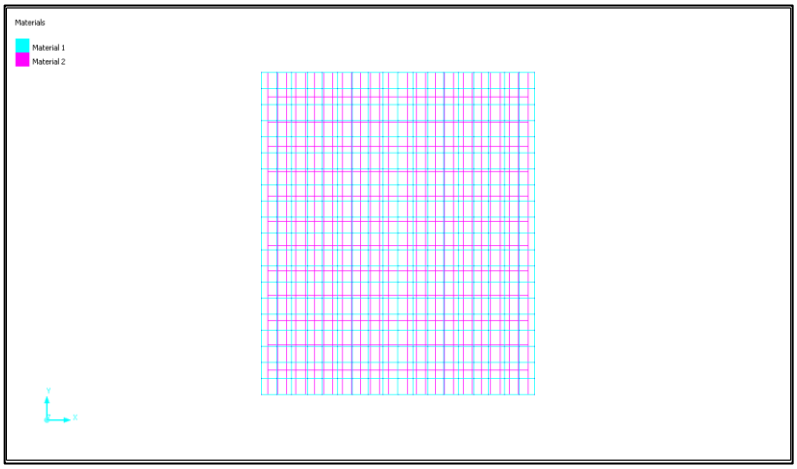


Figura 3-5: Modelo en el software DIANA, del muro seleccionado.

3.3.2 Modelos constitutivos considerados

Para realizar este modelo se consideró utilizar tres tipos de modelo constitutivo del hormigón que ofrece DIANA, dos de ellos con dos variaciones posibles. Éstos son:

- *Total Strain Crack Models*: - *Total Strain Fixed Crack Model*.
  - *Total Strain Rotating Crack Model*.
- *Multi - directional Fixed Crack Model*.
- *Modified Maekawa Concrete Model*: - *Fixed Crack Model.*
  - *Rotating Crack Model*.

En cada uno de los modelos planteados se aplican dos tipos de carga, una monotónica y otra cíclica, sin carga axial. En la Tabla 3-1 se definen las siglas y el orden utilizado para los modelos. Para ver un factorial de los modelos realizados, ver por favor Anexo C.

Tabla 3-1: Orden de siglas por descripciones generales de modelos.

Modelos	Descripción general
SW000	Elástico - Hormigón
SW100	Elástico - Hormigón Armado
SW200	*Total Strain Crack Models*
SW300	*Multi - Directional Fixed Crack Models*
SW400	*Modified Maekawa Concrete Model*
SWC200	*Total Strain Crack Models* - Cíclicos
SWC300	*Multi - Directional Fixed Crack Models* - Cíclicos
SWC400	*Modified Maekawa Concrete Model* - Cíclicos

3.3.3 Supuestos de modelación

Para el hormigón en compresión se consideró dos tipos de comportamiento: elástico y elastoplástico. Para éste último, el hormigón se comporta en compresión según una curva elastoplástica, con un límite de f_c'. Se utiliza esto para poder ver la influencia de los otros parámetros y opciones disponibles, en una constitutiva que es muy estable en el *software* DIANA. Además, un muro que es más bien chato $(h_w/l_w = 1{,}18)$ presenta un comportamiento al corte, sin zonas de compresión o tracción "puras", como se da en los extremos de un muro en flexión o en flexocompresión. En ellos una constitutiva en compresión sin *softening* funciona bien, y donde en las curvas corte basal versus desplazamiento superior o momento versus curvatura se verá un *softening* debido al agrietamiento dado por la constitutiva definida en tracción. En tracción, el hormigón tiene un *softening* lineal, definiéndolo con la energía de fractura asociada. Esto se puede ver en la Figura 3-6.

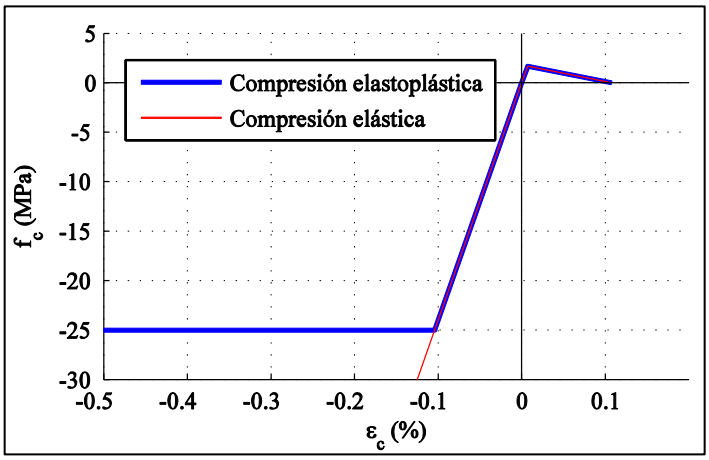


Figura 3-6: Constitutiva para el hormigón en modelo DIANA para el análisis de sensibilidad.

La energía de fractura asociada se calculó de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$G_f = 10 f_{ck}^{0,7} \tag{3.3}$$

donde f_{ck} corresponde a la resistencia cúbica del hormigón en MPa. Ésta fórmula es válida para hormigones con un diámetro máximo del árido de 32 mm. La energía de fractura calculada y utilizada para los modelos es de $G_f = 108\, J/m^2$. Para el denominado *crack bandwidth* se utilizó un valor de $h = \sqrt{A}$, donde A es el área de cada elemento finito. Este valor se ha utilizado en la mayoría de la literatura y parece el más aceptado (TNO DIANA, 2010).

Para los modelos de grieta fija (*fixed crack*) es necesario introducir un valor o una función para obtener el factor de retención de corte (*shear retention factor*), β. En general, para el *software* utilizado se puede considerar un valor constante entre 0 y 1, o una función, ya sea de τ vs γ o β vs γ. En la literatura existen muchas teorías respecto a qué función se ajusta más al comportamiento real. Sin embargo, se ha encontrado muchas fuentes, en las cuales los valores "apropiados" se encuentran entre 0,2 y 0,5 (Dahmani & SI HADJ MOHAND, 2011), con algunos pocos casos que utilizan valores como 0,1 (Cai, Robberts, & van Rensburg, 2008) y 0,01 (Araujo, Carmo, Nunes, & Toledo Filho, 2010). Hay algunos casos de torsión y flexión donde se utiliza un valor

constante de 0,5, obteniendo con éste lo mejores resultados (Lisantono, 2005). Además de que la convergencia de los modelos era incierta con valores entre 0 y 0,4; se eligió trabajar con un factor de retención de corte de $\beta = 0{,}5$. De todas maneras, se hizo algunos intentos con $\beta = 0{,}2$ y $\beta = 1{,}0$.

Para el acero de refuerzo se consideró dos casos, elástico y elastoplástico. El caso de acero elástico puede dejar en evidencia la influencia del acero y si predomina en el comportamiento del modelo en algún instante. Respecto al caso de acero elastoplástico, éste comportamiento es suficiente para el modelo, pues no se busca reflejar en el modelo los efectos del endurecimiento.

La carga monotónica impuesta consta de un desplazamiento de los nodos superiores del muro, a un paso dado bastante pequeño en el comienzo, aumentándolo luego de pasar 1 *cm* de desplazamiento, hasta llegar a los 2 *cm*. La carga cíclica impuesta consta de un desplazamiento el cual sigue un esquema que va aumentando el desplazamiento máximo en cada ciclo. Se puede ver el esquema de carga en la Tabla 3-2.

Tabla 3-2: Esquema de carga cíclica utilizado en análisis de sensibilidad.

Intervalo de carga	Desp. Inicial (*cm*)	Desp. Final (*cm*)
1	0	0,1
2	0,1	-0,1
3	-0,1	0,3
4	0,3	-0,3
5	-0,3	0,5
6	0,5	-0,5
7	-0,5	1
8	1	-1
9	-1	2

3.4 Resultados del modelo - Análisis de sensibilidad

A continuación, se muestran las validaciones realizadas para el modelo. Luego, se mostrará los resultados de carga monotónica y cíclica, con los distintos modelos.

3.4.1 Validación - Modelo elástico de hormigón

Se realizó un modelo elástico simple (SW000) para poder comparar con calculo a mano, respecto a una viga en voladizo con las propiedades del muro y deformación por corte. La rigidez que relaciona la fuerza aplicada en el extremo de una viga en voladizo con la deformación en el mismo lugar, considerando deformación por corte es:

$$k = \left[\frac{L^3}{3EI} + \frac{\kappa L}{AG}\right]^{-1} \tag{3.4}$$

Donde E es el módulo de elasticidad; G es el módulo de corte; A es el área de la sección: I es el momento de inercia de la sección; L es el largo de la viga; y κ es el factor de forma de la sección, el cual para sección rectangular es $\kappa = 1{,}2$. A/κ es, finalmente, el área de corte.

De acuerdo a lo anterior la rigidez es:

$$k \approx 480000\,\frac{kN}{m} \tag{3.5}$$

En el modelo el desplazamiento dado en el extremo del muro es de 0,05 cm. De acuerdo a esto, la fuerza se estima como:

$$P = k \cdot \delta = k \cdot 0{,}05 \approx 23998\ kN \tag{3.6}$$

En el modelo en DIANA la fuerza en las reacciones da:

$$P = 23800\ kN \tag{3.7}$$

Por lo cual el modelo queda validado. La comparación entre el cálculo realizado y el modelo DIANA se puede ver en la Figura 3-7.

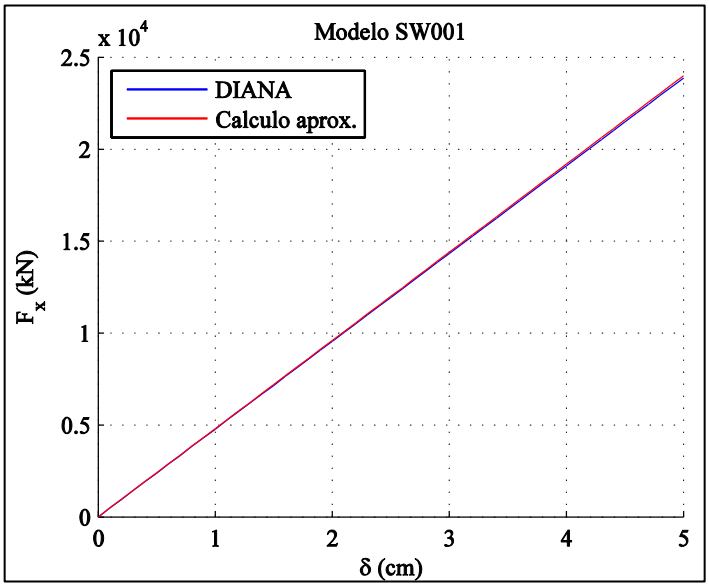


Figura 3-7: Comparación modelo de muro de hormigón no-lineal con propiedades lineales de material en DIANA, con cálculo aproximado. Desplazamiento superior de 5 *cm*.

3.4.2 Validación - Modelo elástico de hormigón armado

Para el caso de modelo elástico de hormigón armado (SW100) se calculó las propiedades de la sección transformada. DIANA no descuenta las áreas de hormigón utilizadas por el acero, por lo cual las fórmulas a utilizar son:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \tag{3.8}$$

$$A_T = bh + n\sum_i A_{si} \tag{3.9}$$

$$I_T = \frac{bh^3}{12} + n\sum_i A_{si} d_i^2 \tag{3.10}$$

donde E_c y E_s son los módulos de elasticidad del hormigón y del acero respectivamente; b y h son el ancho y la altura de la sección respectivamente; A_{si} es el área de acero en la capa i, mientras que d_i es la distancia desde la capa de acero i al centro de gravedad de la sección.

Con esto se calculó la rigidez lateral del muro de igual manera que en el caso elástico con hormigón. Esto resulta:

$$k_T \approx 567000 \ \frac{kN}{m} \tag{3.11}$$

En el modelo el desplazamiento dado en el extremo del muro es de 5 cm o 0,05 m. De acuerdo a esto, la fuerza debe ser:

$$P = k \cdot \delta = k \cdot 0{,}05 \approx 28400 \ kN \tag{3.12}$$

En el modelo en DIANA la fuerza en las reacciones da:

$$P = 26300 \ kN \tag{3.13}$$

Por lo cual el modelo es menos rígido que lo calculado. Sin embargo, los resultados son del mismo orden. Si consideramos como correcto el valor entregado por DIANA, el error es de un 7,79%. Esta comparación se muestra en la Figura 3-8.

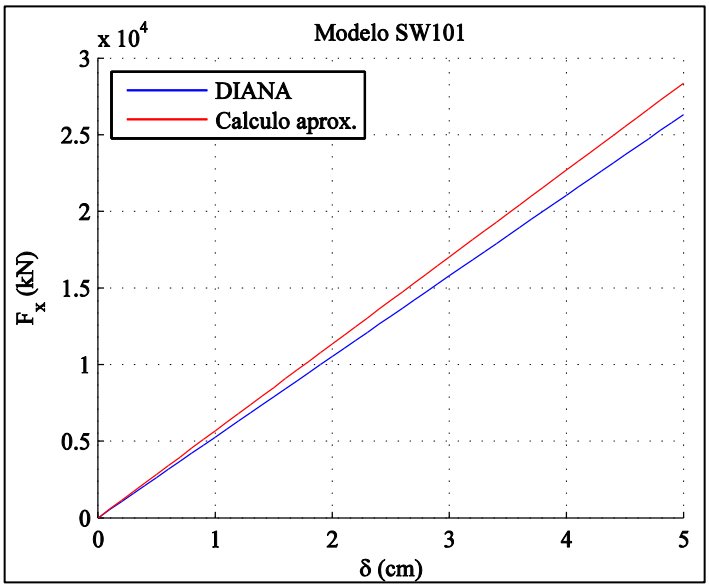


Figura 3-8: Comparación modelo de muro de hormigón armado no-lineal con propiedades lineales de material en DIANA, con cálculo aproximado. Desplazamiento superior de 5 *cm*.

3.4.3 Resultados - *Total Strain Crack Model*

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los modelos de muro realizado con el *Total Strain Crack Model* (SW200) en sus dos variaciones, con una discusión respecto a los parámetros elegidos. Se realizó un total de 60 modelos de este tipo, cambiando los parámetros que los definen. De ellos, 56 tienen carga monotónica y 4 carga cíclica. Se realizó primero un total de 56 modelos en los cuales se intentó ver cuales supuestos llevan a un comportamiento esperado del muro. De ellos se eligió 4 para cargarlos cíclicamente.

Las variantes a considerar para los modelos son las siguientes:

- *Rotating crack* o *Fixed crack model*. Éste último se consideró con un factor de retención de corte constante de 0,5.

- Comportamiento del hormigón: elástico o elastoplástico, es decir, llega a una tensión constante igual a f_c'.

- Introducción de reducción en la capacidad a compresión del hormigón debido al agrietamiento lateral.

- Introducción del efecto del confinamiento en la capacidad a compresión del hormigón.

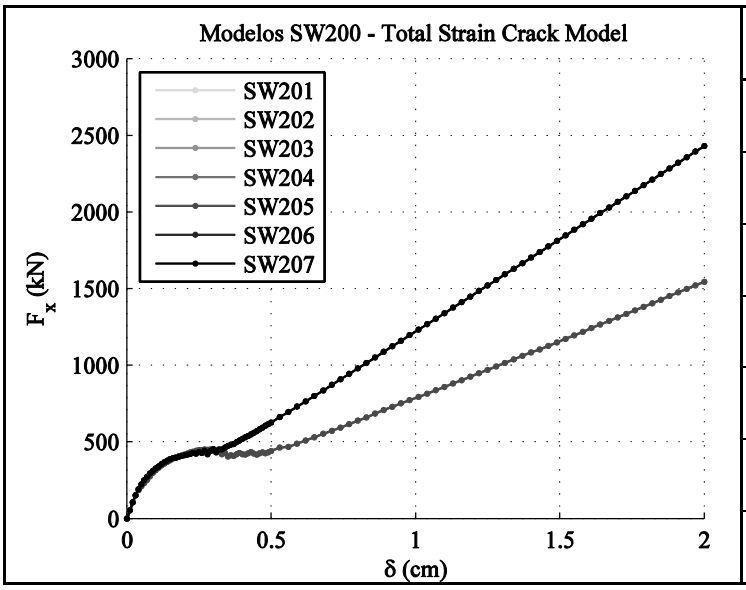
- Introducción de la reducción en el módulo de Poisson debido al agrietamiento, según el concepto de daño.

- Consideración de enfierradura elástica o elastoplástica según Von Mises.

Las distintas combinaciones realizadas entre las variantes mencionadas forman los 56 modelos de este tipo.

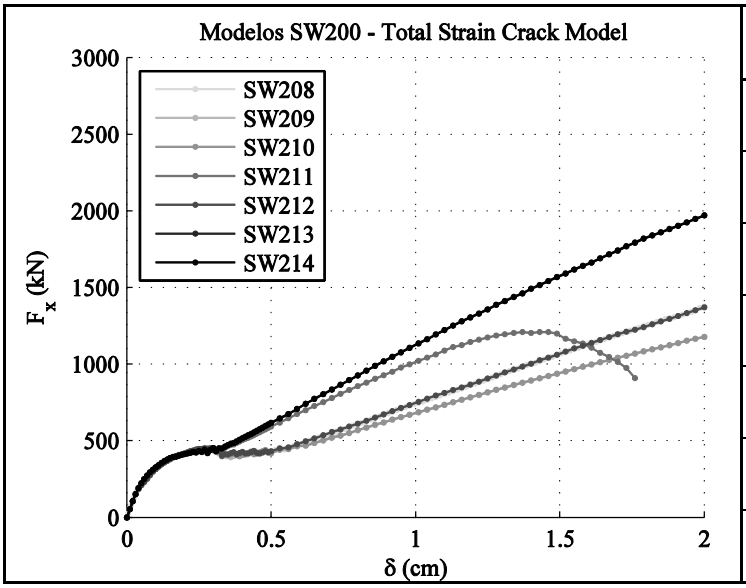
3.4.3.1 *Total Strain Rotating Crack Model* - Carga monotónica

Se eligió trabajar primero con el *rotating crack model* debido a que no necesita un supuesto para el comportamiento en corte para las grietas. Los primeros 28 modelos se realizaron con este supuesto de grieta. En las Figuras 3-9 a 3-12, se puede ver el comportamiento del muro en cada modelo realizado con una explicación pertinente de ellas.



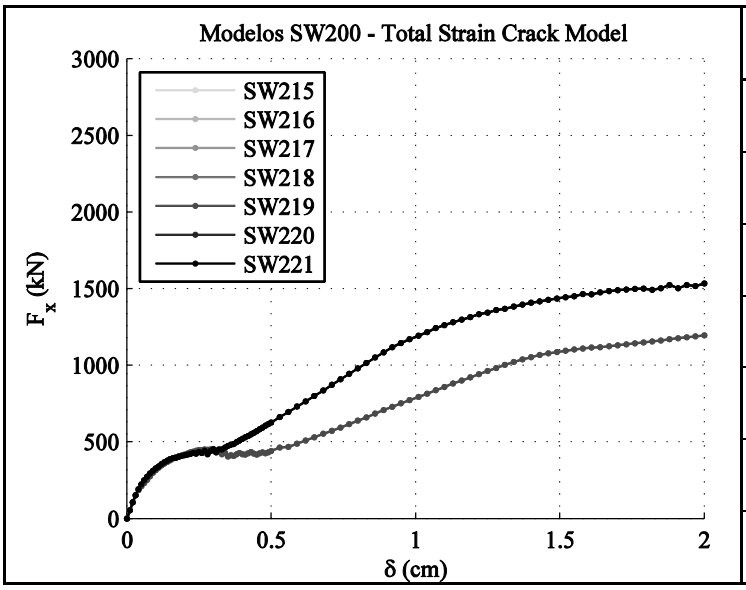
Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW201	Sin	Sin	Sin
SW202	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW203	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW204	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW205	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW206	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW207	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-9: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelos 1 a 7. Supuestos de hormigón elástico en compresión y armadura elástica.



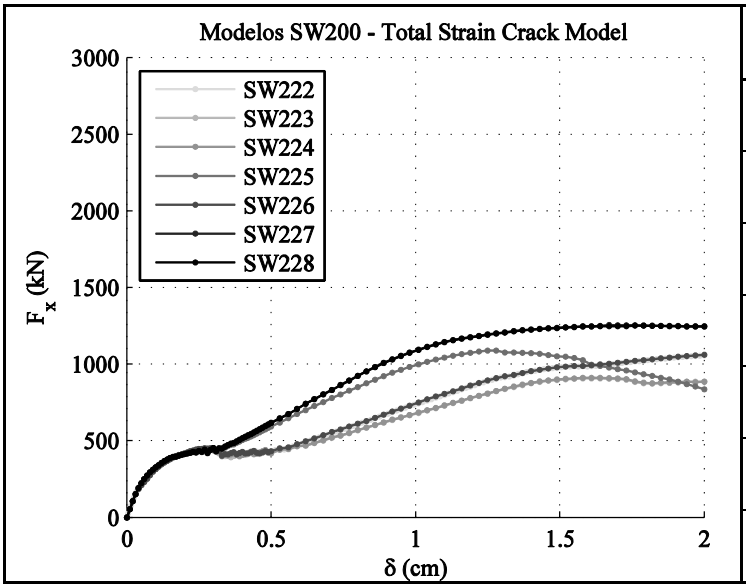
Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW208	Sin	Sin	Sin
SW209	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW210	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW211	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW212	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW213	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW214	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-10: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelos 8 a 14. Supuestos de hormigón elastoplástico en compresión y armadura elástica.



Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW215	Sin	Sin	Sin
SW216	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW217	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW218	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW219	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW220	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW221	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-11: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelos 15 a 21. Supuestos de hormigón elástico en compresión y armadura elastoplástica.



Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW222	Sin	Sin	Sin
SW223	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW224	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW225	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW226	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW227	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW228	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-12: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelos 22 a 28. Supuestos de hormigón elastoplástico en compresión y armadura elastoplástica.

En la Figura 3-9 no se distingue cada curva debido a que coinciden de manera exacta, tres curvas sobre las otras cuatro. Las tres curvas superiores son de los modelos 4, 6 y 7. La diferencia entre los modelos de la curva superior con los de la curva inferior es la

reducción del módulo de Poisson. Los modelos 4, 6 y 7 lo incorporan, tomando una mayor carga, lo cual no parece lógico. Sin embargo, esto podría explicarse debido a que el hormigón que incorpora el daño falla antes y el comportamiento del muro depende más del acero.

En la Figura 3-10 se puede ver que el cambio realizado en el comportamiento a la compresión del hormigón es significativo, disminuyendo la carga que toma el muro. Específicamente el modelo 11 es el que presenta un comportamiento más realista, llegando a una carga máxima comparable a la resistencia al corte calculada según la norma, mostrada en la Ecuación (3.1). Precisamente es éste modelo el que incorpora todos los efectos posibles en el hormigón, es decir, agrietamiento lateral, confinamiento y daño.

En la Figura 3-11 se puede notar que ocurre lo mismo que en la Figura 3-9. La diferencia está en que el comportamiento del muro en la última parte de la curva cae debido a que la armadura fluye.

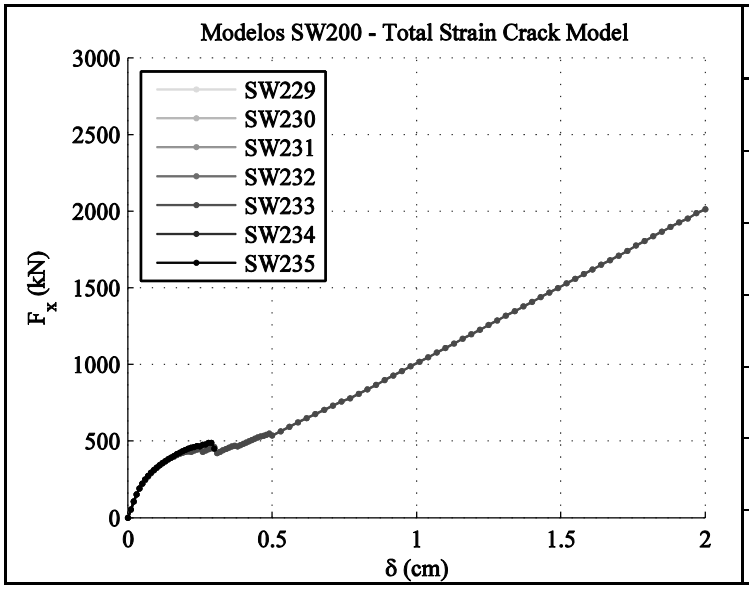
En la Figura 3-12 se puede ver que nuevamente ocurre lo mismo que en la Figura 3-10, cambiando su comportamiento sólo por el cambio en el acero, similar a la relación de las Figuras 3-9 y 3-11. Aún cuando se puede ver que todas las curvas están en el orden de la resistencia calculada por norma, nuevamente se puede que sólo una curva presenta un *softening*, la cual corresponde al modelo 25, el cual es análogo al modelo 11, es decir, el modelo 25 incluye todos los efectos que se puede considerar en el hormigón, pero considera armadura elastoplástica.

Debido a que los comportamientos de los modelos 11 y 25 son bastantes satisfactorios, se eligió éstos para cargarlos de manera cíclica.

3.4.3.2 *Total Strain Fixed Crack Model* - Carga monotónica

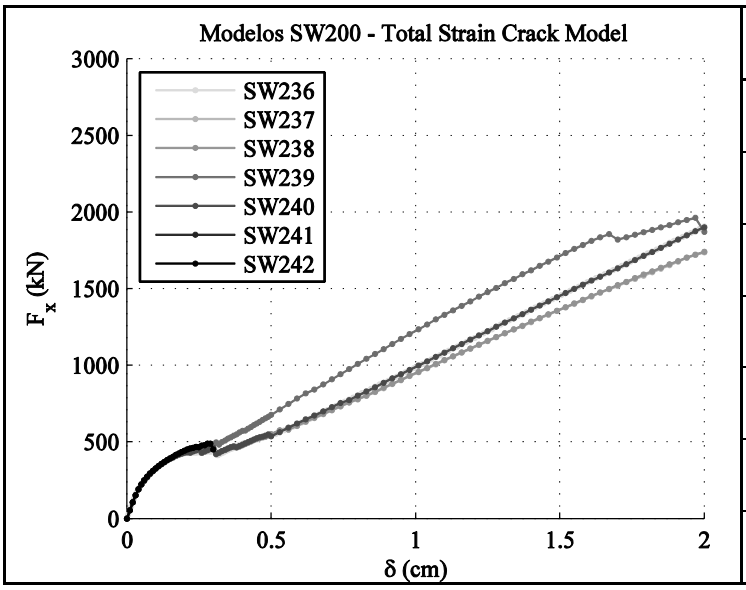
Como se mencionó anteriormente, se trabajó con el *fixed crack model* luego de obtener resultados del *rotating crack model*, debido a que este último no necesita la definición de

un factor de retención de corte. La idea fue comparar entre ambos tipos de modelo la respuesta, dado un valor de β. El valor elegido para el factor de retención de este modelo fue de $\beta = 0{,}5$. Este valor se eligió para tener garantizada la convergencia del modelo, pero aún así tener una respuesta menor a la que se pudiera obtener con una retención completa del corte (*full shear retention*). Los siguientes 28 modelos se realizaron con este supuesto de grieta. En las Figuras 3-13 a 3-16 se puede ver el comportamiento del muro en cada modelo realizado con una explicación pertinente de ellas.



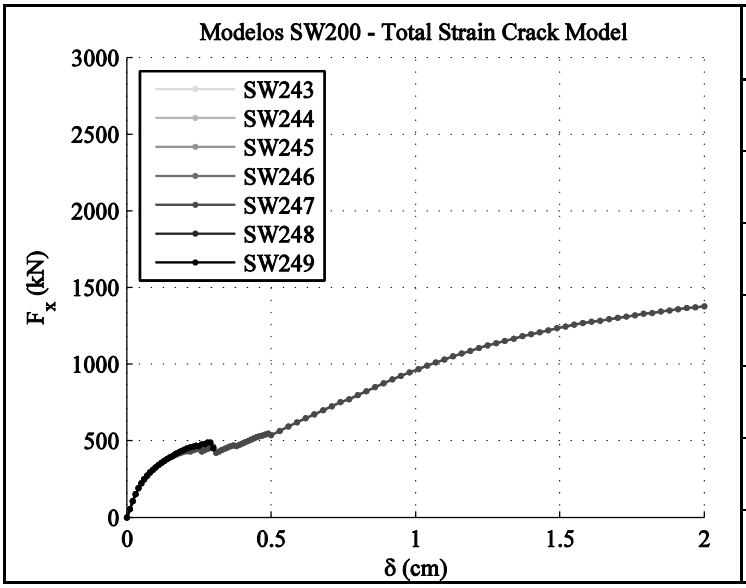
Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW229	Sin	Sin	Sin
SW230	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW231	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW232	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW233	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW234	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW235	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-13: *Total Strain Fixed Crack Model* - Modelos 29 a 35. Supuestos de hormigón elástico en compresión y armadura elástica.



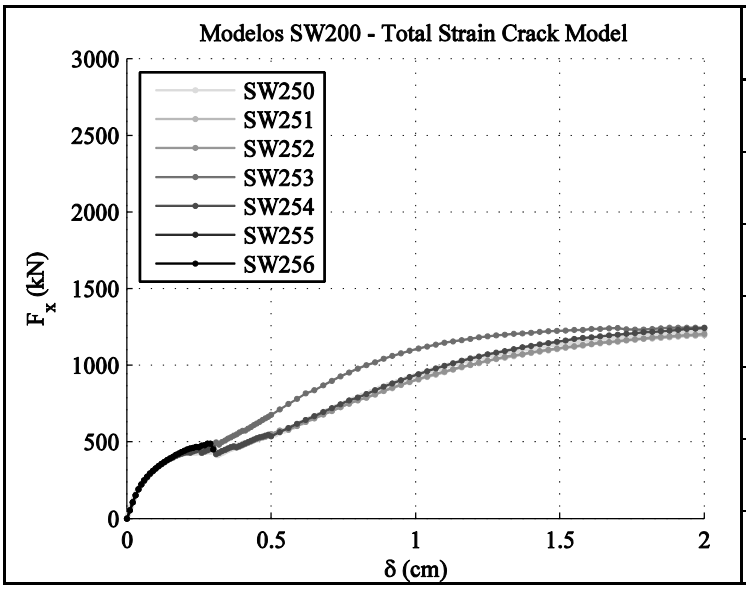
Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW236	Sin	Sin	Sin
SW237	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW238	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW239	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW240	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW241	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW242	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-14: *Total Strain Fixed Crack Model* - Modelos 36 a 42. Supuestos de hormigón elastoplástico en compresión y armadura elástica.



Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW243	Sin	Sin	Sin
SW244	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW245	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW246	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW247	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW248	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW249	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-15: *Total Strain Fixed Crack Model* - Modelos 43 a 49. Supuestos de hormigón elástico en compresión y armadura elastoplástica.



Modelo	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson
SW250	Sin	Sin	Sin
SW251	Según Vecchio/ Collins	Sin	Sin
SW252	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Sin
SW253	Según Vecchio/ Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW254	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin
SW255	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño
SW256	Sin	Sin	Por daño

Figura 3-16: *Total Strain Fixed Crack Model* - Modelos 50 a 56. Supuestos de hormigón elastoplástico en compresión y armadura elastoplástica.

Se puede ver en la Figura 3-13 que hay dos tipos de curvas. Una primera que cumple con el supuesto de que una vez que el hormigón no puede tomar más carga, es el acero el que empieza a tomarla. Una segunda sería aquella que cumple con la primera "parábola" del hormigón, y luego no sigue tomando carga. Se cree que es problema del modelo, el cual simplemente no converge independiente del paso de carga que se imponga. Este problema lo daría el efecto incorporado en los modelos que no convergen. Este efecto es la disminución del módulo de Poisson debido al daño, el cual se encuentra incorporado en los modelos 32, 34 y 35, los cuales precisamente son aquellos que no convergen.

En la Figura 3-14 se puede ver que no hay un buen comportamiento de los modelos. Todos pueden ir tomando más carga y no son muy realistas.

En la Figura 3-15 se ve que ocurre lo mismo que en la Figura 3-13, pues los casos análogos a los modelos 32, 34 y 35, es decir, modelos 46, 48 y 49, son aquellos que incorporan la reducción del módulo de Poisson y no convergen.

En la Figura 3-16 se puede ver que todos los modelos, excepto los modelos 55 y 56, tienen un comportamiento consistente con la resistencia teórica calculada. Los dos modelos mencionados, 55 y 56, no convergen de la misma manera en que lo hacen los modelos 34, 35, 48 y 49, casos análogos a los mencionados. De otra forma, la incorporación del efecto del daño en el módulo de Poisson afectaría a la convergencia del modelo. Sin embargo, el modelo 53, análogo a los modelos 32 y 46, muestra un buen comportamiento tomando como referencia los resultados obtenidos con el *rotating crack model* (específicamente el modelo 25). Aún cuando mostraría una mayor capacidad, se acerca más a su análogo en el *rotating crack model* y al resto de los modelos de este último tipo. Esta comparación se puede ver en la Figura 3-17. Se puede pensar que quizás un factor de retención de corte menor puede hacer que las respuestas se ajusten de mejor manera. Sin embargo, al intentar esto se pudo notar que con un factor menor a 0,5 no se asegura la convergencia de los modelos, por lo cual se decidió continuar utilizando este factor de 0,5.

Para carga cíclica se eligió los modelos análogos a los elegidos en el caso *rotating*, es decir, modelos 39 y 53.

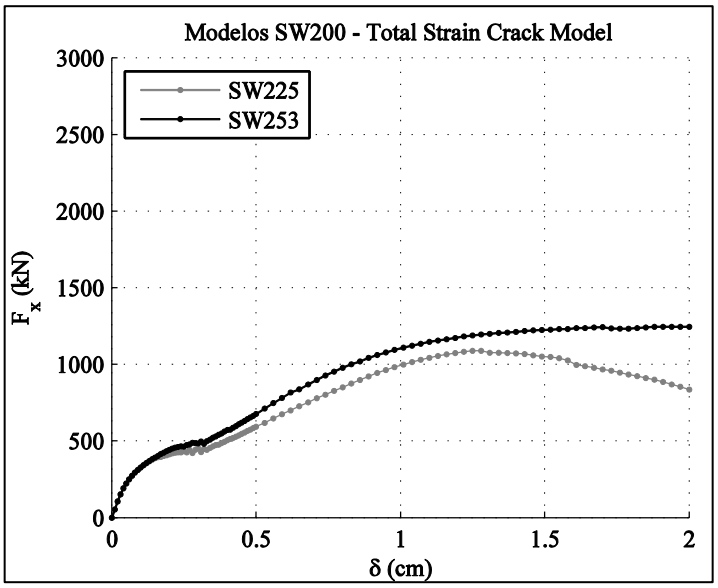


Figura 3-17: Comparación de modelos análogos - *Total Strain Rotating y Fixed Crack model*.

3.4.3.3 *Total Strain Rotating Crack Model* - Carga cíclica

Como se mencionó anteriormente, se tomó los modelos 11 y 25 para cargarlos de forma cíclica. Los resultados se muestran en las Figuras 3-18 y 3-19.

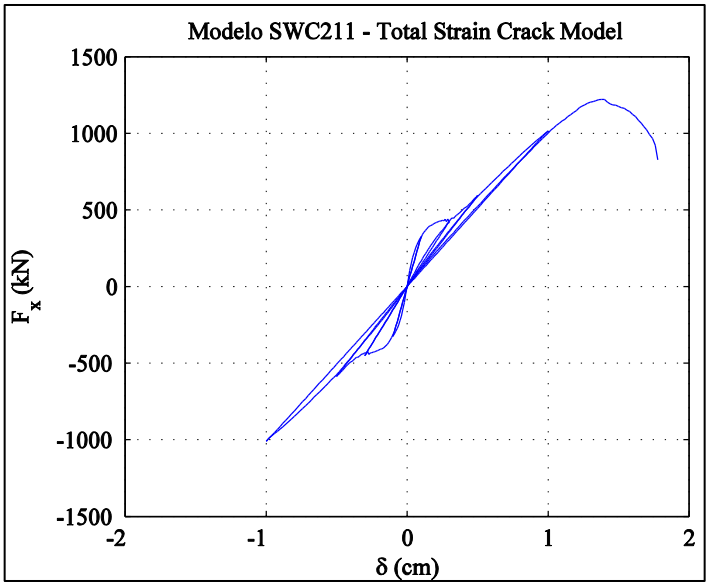


Figura 3-18: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelo 11 cíclico.

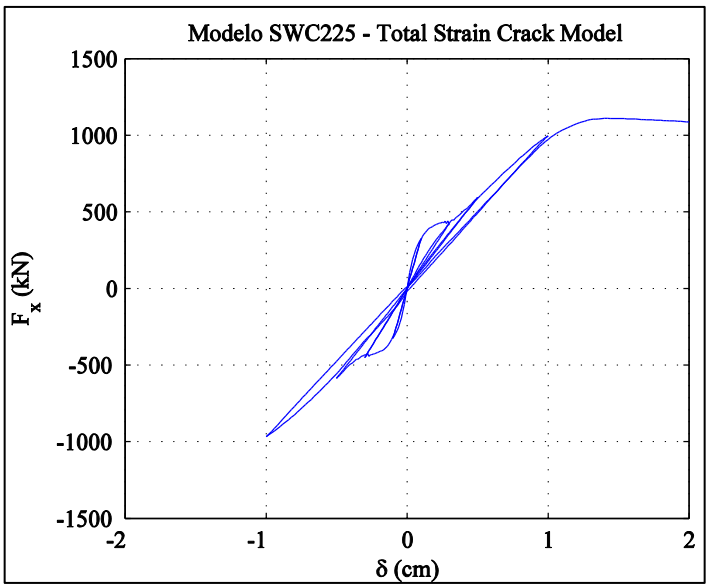


Figura 3-19: *Total Strain Rotating Crack Model* - Modelo 25 cíclico.

En las Figuras 3-18 y 3-19 se puede ver que los modelos no tienen problemas de convergencia y calzan bastante bien con los valores obtenidos para los modelos monotónicos. Sólo en el modelo 25, luego de llegar al valor máximo de fuerza, la respuesta en el caso cíclico no decae de igual manera que el caso monotónico, presentando una curva más "plana" al llegar a los 2 *cm*.

Es importante destacar que el comportamiento de los muros presenta la particularidad de que en cada descarga las curvas se dirigen aparentemente al origen. Este efecto es aparente, pues la deformación residual es muy pequeña. Esto calza con el comportamiento del llamado *progressively fracturing solid*, caso en el cual en cada descarga la curva vuelve al origen; o del *plastic-fracturing solid*, el cual es la mezcla del comportamiento anteriormente descrito y el comportamiento de un sólido elastoplástico (ver Figura 2-4). Lo anterior se produce en el *software* debido a que éste usa la rigidez secante en la descarga.

3.4.3.4 *Total Strain Fixed Crack Model* - Carga cíclica

Para este tipo de modelo se eligió utilizar nuevamente un factor de retención de corte de $\beta = 0{,}5$. Los resultados no fueron satisfactorios, ya que en cierto ciclo ambos modelos no convergen. Se obtuvo el mismo resultado para ambos modelos, el cual se muestra en la Figura 3-20.

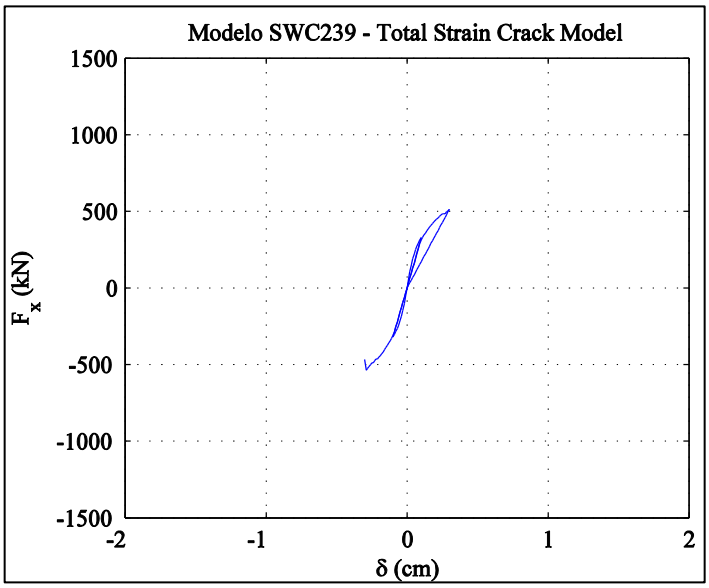


Figura 3-20: *Total Strain Fixed Crack Model* - β = 0,5 - Modelo 39 cíclico.

3.4.4 Resultados - *Multi-Directional Fixed Crack Model*

A continuación se muestran los resultados obtenidos para los modelos de muro realizado con el *Multi-Directional Fixed Crack Model* (SW300), con una discusión respecto a los parámetros elegidos. Se realizó un total de 18 modelos de este tipo, cambiando los parámetros que los definen. De ellos, 12 tienen carga monotónica y 6 carga cíclica. Para más detalles de éstos, ver Anexo C. Se realizó primero un total de 12 modelos con carga monotónica, donde los 4 primeros se hicieron con la situación *default* del *software* para considerar el corte, la cual es con retención completa del corte o *full shear retention*. De los próximos 8 modelos se realizaron 4 con factor de retención $\beta = 0{,}5$, para poder comparar con el *Total strain crack model*, y 4 con $\beta = 0{,}2$, para poder probar el comportamiento y la convergencia del modelo con un valor más bajo. De ellos se eligió los casos con armadura elastoplástica para cargarlos cíclicamente.

Las variantes a considerar para los modelos son las siguientes:

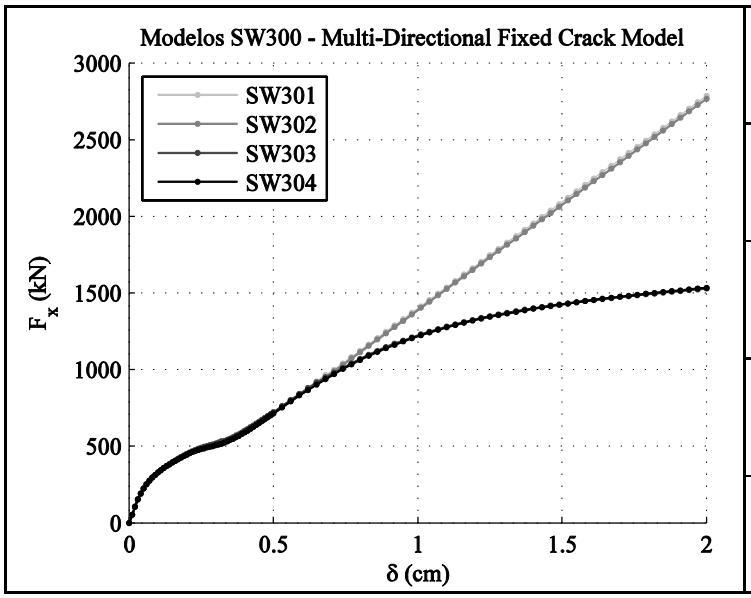
- *Tension Cut-off* constante en f_t o lineal desde f_t a $f_c{}'$, en espacio bidimensional de tensiones principales, como lo muestra la Figura 2-8.

- Factor de retención de corte $\beta = 1{,}0$ (*default*), $\beta = 0{,}5$ y $\beta = 0{,}2$.

- Consideración de enfierradura elástica o elastoplástica según Von Mises.

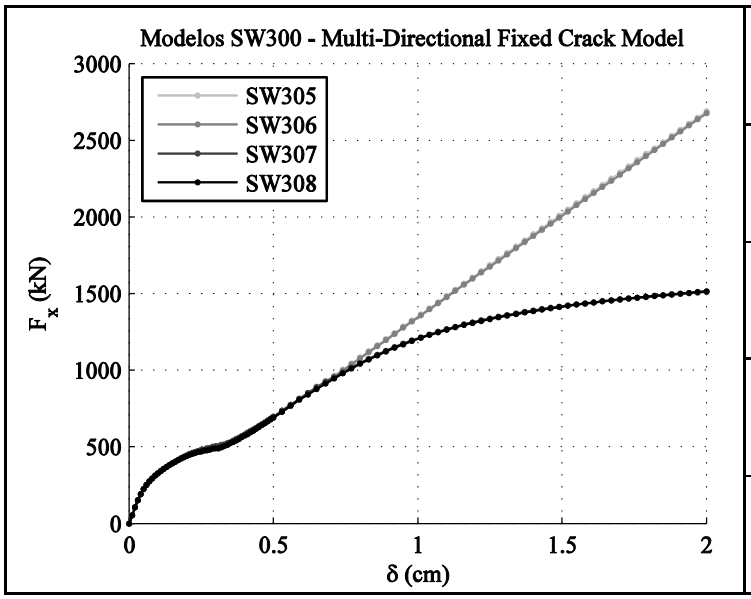
3.4.4.1 *Multi-Directional Fixed Crack Model* - Carga Monotónica

Los resultados del *multi-directional fixed crack model*, para carga monotónica, se mostrarán a continuación, Figuras 3-21 a 3-23.



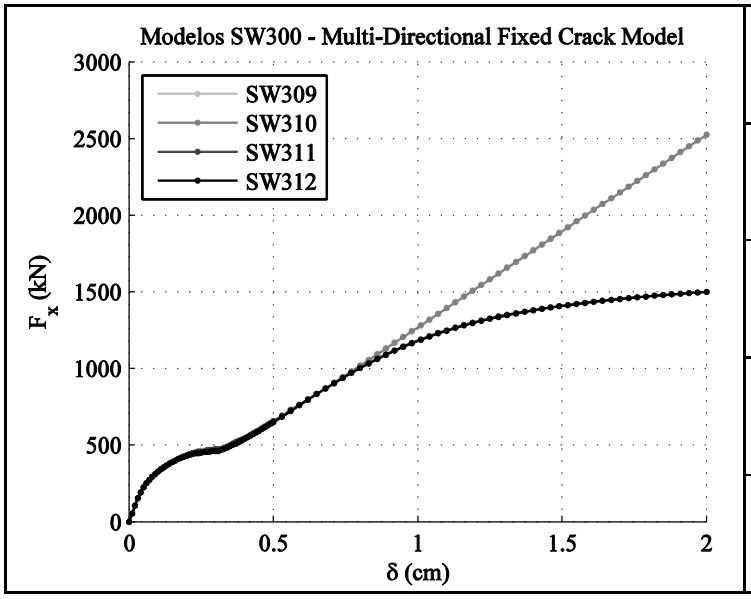
Modelo	Transición tracción-compresión	Fluencia acero
SW301	Constante	-
SW302	Lineal	-
SW303	Constante	Von Mises
SW304	Lineal	Von Mises

Figura 3-21: *Multi-Directional Fixed Crack Model* - Modelos 1 a 4. Supuesto de *full shear retention*.



Modelo	Transición tracción-compresión	Fluencia acero
SW305	Constante	-
SW306	Lineal	-
SW307	Constante	Von Mises
SW308	Lineal	Von Mises

Figura 3-22: *Multi-Directional Fixed Crack Model* - Modelos 5 a 8. Supuesto de factor de retención β = 0,5.



Modelo	Transición tracción-compresión	Fluencia acero
SW309	Constante	-
SW310	Lineal	-
SW311	Constante	Von Mises
SW312	Lineal	Von Mises

Figura 3-23: *Multi-Directional Fixed Crack Model* - Modelos 9 a 12. Supuesto de factor de retención β = 0,2.

De todas las figuras anteriores, Figuras 3-21 a 3-23, es importante notar primero que el comportamiento en cada modelo se puede distinguir claramente, notando dos supuestos que influyen en cada curva. En cada figura, la curva que sigue lineal luego de la

parábola del hormigón son los dos primeros modelos, los cuales tienen como supuesto armadura lineal, mientras que la curva que decae son los dos últimos modelos, los cuales tienen como supuesto armadura elastoplástica.

Lo que también es importante notar es la influencia del factor de retención de corte utilizado. Si bien para una retención completa se nota una mayor capacidad del muro, la diferencia no es grande respecto a caso con $\beta = 0{,}5$. Si se compara este último caso con aquel que tiene $\beta = 0{,}2$, la diferencia es casi imperceptible. Para los casos con armadura elástica, la capacidad cae entre un 3 y 5% de la mayor, mientras que para el caso con armadura elastoplástica cae entre un 0,7 y 1%.

3.4.4.2 *Multi-Directional Fixed Crack Model* - Carga Cíclica

Para el caso cíclico se consideró sólo los casos con armadura elastoplástica según Von Mises. De los modelos realizados ninguno de los 6 logró converger para más de 3 cíclos, los cuales se quedan dentro de la parábola inicial mostrada en los casos anteriores.

Se observó que el modelo con *tension cut-off* lineal puede realizar la descarga que el modelo con *tension cut-off* constante no puede. Sólo en el modelo con supuesto de retención completa de corte se pueden ver aproximadamente 2,5 ciclos. En aquellos con factor de retención definido disminuye la cantidad de ciclos realizados a medida que disminuye dicho factor. Por ejemplo, para $\beta = 0{,}5$ realiza 2,5 ciclos aproximadamente, mientras que para $\beta = 0{,}2$ realiza 1 ciclo aproximadamente.

3.4.5 Resultados - *Modified Maekawa Concrete Model*

Se realizó 16 modelos con carga monotónica con el *modified Maekawa concrete model* (SW400), de los cuales se muestran los resultados a continuación. No se realizó modelos con carga cíclica, debido a que los modelos con carga monotónica ya tienen problemas de convergencia. Se probó la convergencia de sólo un caso cíclico, el cual no convergió, al igual que su par monotónico.

Las variables manejadas para estos modelos fueron las siguientes:

- *Rotating* o *Fixed crack model*. Para el caso de *fixed crack* se consideró factores de retención de corte, β, iguales a 0,2; 0,5 y 1,0.

- Caso sin y con *reclosing* de la grieta, es decir, efecto de cierre de la grieta.

- Consideración de enfierradura elástica o elastoplástica según Von Mises.

Los modelos resultantes se muestran en la . El resultado general de los modelos realizados se muestra en la Figura 3-24.

Tabla 3-3: Modelos realizados del tipo *modified Maekawa concrete model* SW400.

Modelo	Tipo de modelo	Factor de retención de corte	Recierre de grietas	Fluencia acero
SW401	Rotating	-	-	-
SW402	Rotating	-	-	Von Mises
SW403	Rotating	-	✓	-
SW404	Rotating	-	✓	Von Mises
SW405	Fixed	0,5	-	-
SW406	Fixed	0,5	-	Von Mises
SW407	Fixed	0,5	✓	-
SW408	Fixed	0,5	✓	Von Mises
SW409	Fixed	0,2	-	-
SW410	Fixed	0,2	-	Von Mises
SW411	Fixed	0,2	✓	-
SW412	Fixed	0,2	✓	Von Mises
SW413	Fixed	1	-	-
SW414	Fixed	1	-	Von Mises
SW415	Fixed	1	✓	-
SW416	Fixed	1	✓	Von Mises

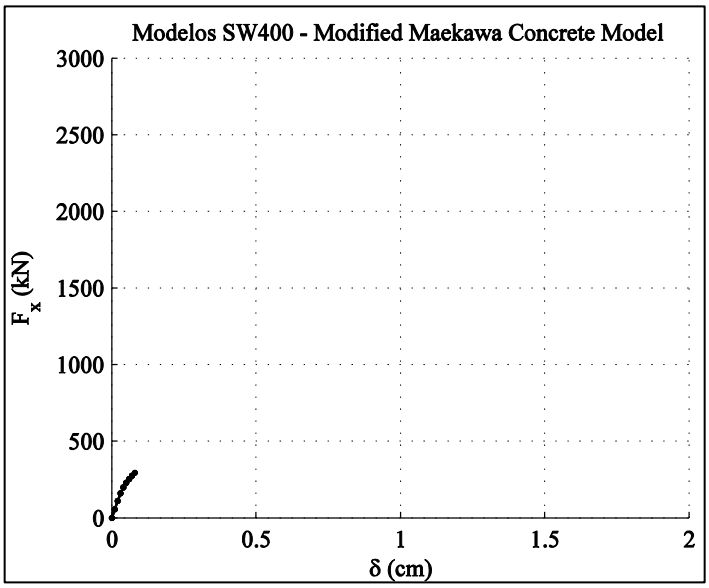


Figura 3-24: *Modified Maekawa Concrete Model* - Resultado general modelos 1 a 16.

En la Figura 3-24 se ve que la curva siempre tiene un problema de convergencia a una deformación de aproximadamente 0,1 *cm*. En un comienzo se pensó que el problema podía ser el factor de retención de corte, lo cual quedó descartado luego de probar incluso un factor de $\beta = 1{,}0$. Luego de que todos los modelos entregaran el mismo resultado se decidió no realizar modelos cíclicos.

3.5 Conclusiones respecto al análisis de sensibilidad

Después de obtener los resultados ya mostrados, se puede entender que los modelos que funcionan bien son aquellos del tipo *total strain*. Se pudo ver que el único modelo que funcionó relativamente bien para el caso cíclico fue el *rotating crack model*, aún cuando en la literatura se ha utilizado en general el tipo *fixed*. La elección de un factor de retención de corte para este último tipo de modelo parece ser bastante importante, pues la retención completa sobrestima la capacidad del muro analizado. Al parecer, mientras más pequeño sea el factor de retención, más se parece la respuesta del caso *fixed* con aquella del caso *rotating*. Sin embargo, valores muy pequeños resultan ser problemáticos en cuanto a la convergencia en el ámbito numérico. Siempre está la opción de considerar

un factor de retención variable, pero lo encontrado en la literatura no coincide con la forma de definir dicha función en el *software*. Sin embargo, se pudo corroborar que utilizar un factor de retención constante puede entregar buenos resultados, luego de realizar una calibración previa del parámetro, tal como lo muestra la literatura.

Para el *total strain crack model* se pudo ver, además, que con la combinación de todas las consideraciones disponibles para el hormigón activas se obtuvo mejores resultados para los casos *fixed* y *rotating*. No así para el *multi-directional fixed crack model*, donde los resultados para el caso cíclico parecen depender mucho del factor de retención. Se obtuvo menos cíclos para factores de retención menores, lo cual indica que el problema debe ser numérico.

Es importante también mencionar lo aparentemente poco accesible del *modified Maekawa concrete model*, ya que en ningún caso se pudo acceder a una deformación mayor a 0,1 - 0,2 *cm*; lo cual no parece correcto en el sentido de que un muro debería poder tener como máximo un *drift* de ~1%, que en este caso indica un desplazamiento lateral superior de aproximadamente 2 *cm*.

4 VALIDACIÓN DE MODELOS CONSTITUTIVOS NO-LINEALES DE HORMIGÓN ARMADO

En este capítulo se contrastan los resultados de un ensayo de muros de hormigón armado realizado por Alarcón (2013), con un modelo 2D de elementos finitos, realizado en el *software* DIANA. El objetivo es lograr la validación del modelo de elementos finitos, en conjunto con el modelo constitutivo elegido para hormigón y acero en el capítulo anterior; para luego utilizar este tipo de modelo para replicar los daños de los muros de hormigón armado de un edificio de estudio.

4.1 Descripción del muro ensayado

Los ensayos se realizaron en el marco de la investigación de Alarcón (2013), en la cual se ensayó un tipo de muro, a escala 1:2 y con razón $h_w/l_w = 2{,}5$. Se sometieron a carga lateral cíclica y a tres niveles de carga axial. Se denominaron los muros ensayados como W1, W2 y W3 para una carga axial de 15%, 25% y 35% de f_c', respectivamente. El objetivo de los ensayos fue entender y replicar los daños producidos por el terremoto del 2010 en muros de hormigón armado. De ellos, se realizó un modelo de elementos finitos de W1 para la comparación de resultados y validar el modelo.

El espécimen ensayado consta de un muro de 10 *cm* de espesor, 70 *cm* de largo y 160 *cm* de alto, con vigas bajo y sobre éste. La viga bajo el muro tiene 40 *cm* de ancho y 42,5 *cm* de alto, la cual está diseñada y dispuesta en el ensayo para simular un empotramiento en la base. La viga sobre el muro es de 30×30 *cm* de sección y se dispone para que en el centro de la sección se impongan desplazamientos. Las armaduras y dimensiones del espécimen se presentan a continuación, en las Figuras 4-1 y 4-2.

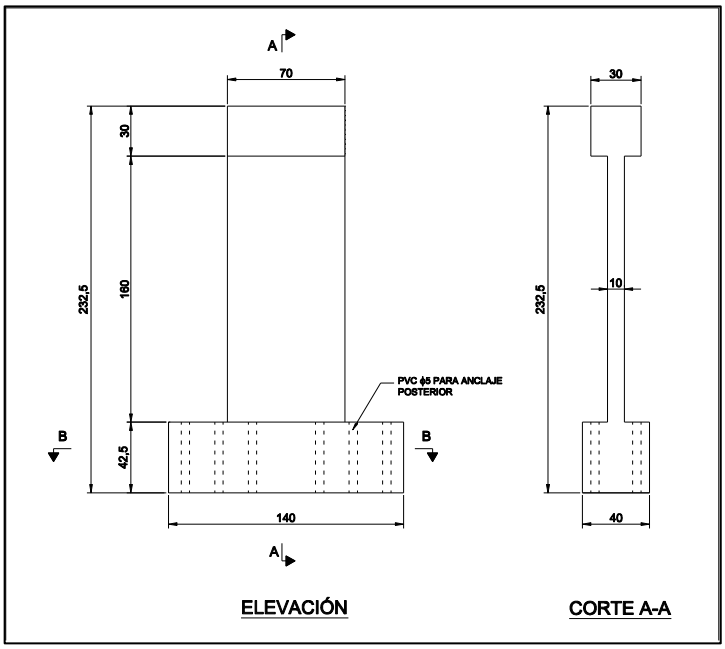


Figura 4-1: Dimensiones del muro de ensayo (Alarcón, 2013).

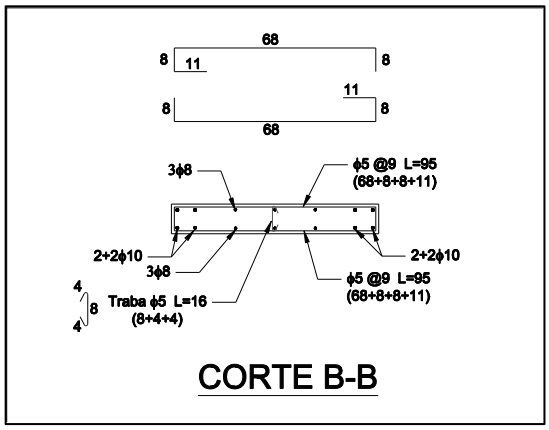


Figura 4-2: Armadura de la sección (Alarcón, 2013).

Se especificó hormigón de calidad H20, el acero del refuerzo longitudinal como A630-420H (barras $\phi 8$ y $\phi 10$) y el acero de los estribos como AT560-500H (barras $\phi 5$). Sin embargo, se realizaron ensayos de los materiales para definir de manera correcta sus propiedades. Éstas se presentan en la Tabla 4-1.

Tabla 4-1: Calidad de materiales para ensayo (Alarcón, 2013).

Material	Calidad teórica		Propiedades	
Hormigón	H20		$f_c'(kg/cm^2)$	276
Acero	$\phi 8$	A630-420H	$f_y(kg/cm^2)$	4544
			$f_u(kg/cm^2)$	6107
	$\phi 10$	A630-420H	$f_y(kg/cm^2)$	4784
			$f_u(kg/cm^2)$	6890
	$\phi 5$	AT560-500H	$f_y(kg/cm^2)$	6536

El muro W1 se testeó para una carga cíclica pseudoestática. Primero, se cargó el muro de manera axial con 29,4 *ton* (15% de la capacidad total calculada como $P_0 = f_c' A_g$), y luego se impuso desplazamientos en la parte central de la viga superior del espécimen, a una altura de 170 *cm*. El esquema de carga se muestra en la Figura 4-3.

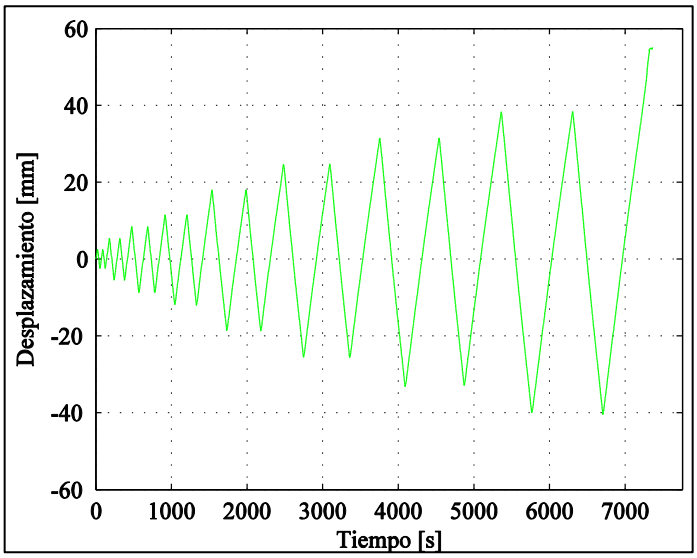


Figura 4-3: Esquema de carga para ensayos de muros.

Los datos obtenidos son básicamente curvas corte basal versus desplazamiento, curvas momento versus curvatura y deformaciones en el muro para el ensayo con una carga axial del 15%. El detalle de estos resultados se encuentran en el trabajo de Alarcón (2013).

4.2 Comportamiento teórico del muro

4.2.1 Resistencia al corte

Se calculó la resistencia al corte para el espécimen, tomando la sección principal de éste (sección de 10 x 70 *cm*), según norma NCh430, también indicado en la Ecuación (3.1). Se obtiene una resistencia de $V_n = 248\ kN$.

4.2.2 Resistencia a flexocompresión y curva de interacción

Se calculó la curva de interacción para el espécimen según el código ACI 318-11 (2011). Luego, dada la relación de esbeltez ($h_w/l_w = 2{,}5$), se puede esperar que la falla se produzca por flexión y no por corte. Debido a lo anterior, se puede calcular el esfuerzo de corte para producir la falla por flexión, según la carga axial presente. La carga axial de referencia fue calculada en este caso como $P_0 = f_c' A_g = 1960\ kN$. Estos valores se muestran en la Tabla 4-2. La curva de interacción se muestra en la Figura 4-4.

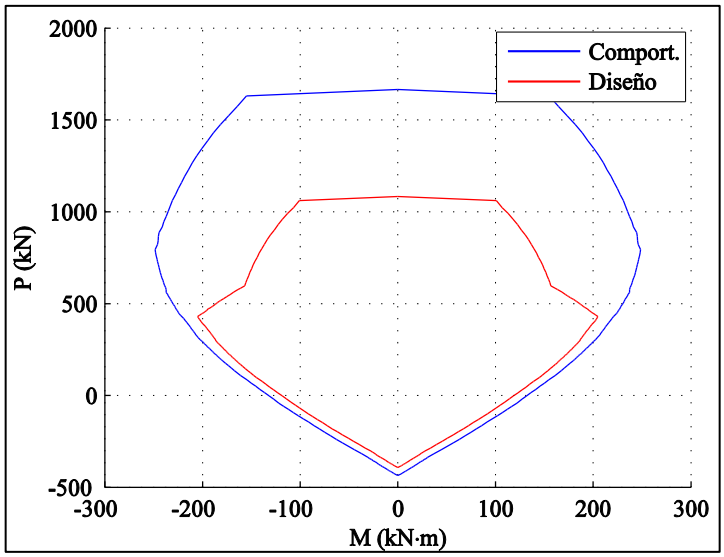


Figura 4-4: Curvas de interacción para el espécimen de ensayo.

Tabla 4-2: Resistencias en flexocompresión para el espécimen de ensayo.

P/P_0	$M_n\ (kN \cdot m)$	$V_n\ (kN)$
0	132,47	77,92
0,15	200,50	117,94
0,25	229,15	134,79
0,35	243,98	143,52

4.2.3 Curvas momento-curvatura

Se calculó las curvas teóricas momento-curvatura, a través de un modelo de fibras, para comparar primero con las resistencias calculadas anteriormente, y luego con los resultados de los ensayos. Para ello, se consideró para el hormigón una constitutiva según Kent & Park (1971), mientras que para el acero se consideró una constitutiva elastoplástica con endurecimiento según Voce (TNO DIANA, 2010). Éstas se presentan en la Figura 4-5. Se muestran las curvas hasta una curvatura de 0,07 $1/m$, ya que no se muestra la curvatura última. Lo importante, más que lograr reproducir la falla en este modelo, es poder reproducir su forma.

Al igual que con la curva de interacción, se puede calcular el esfuerzo de corte obtenido al llegar al momento máximo. Esto se presenta en la Tabla 4-3. Al comparar con lo obtenido con la curva de interacción, es decir, Tabla 4-2, se ve una buena correspondencia.

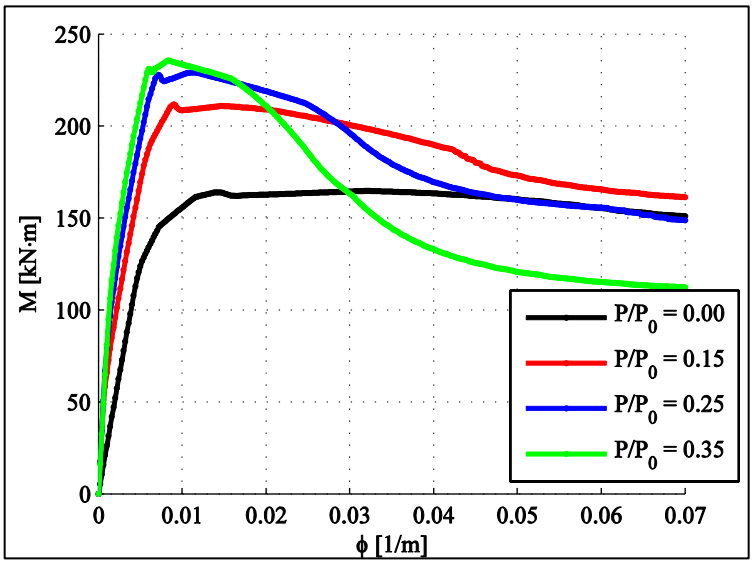


Figura 4-5: Curvas M-ϕ para el espécimen de ensayo.

Tabla 4-3: Esfuerzos máximos y resitencias asociadas para el espécimen de ensayo según curvas $M - \phi$.

P/P_0	$M_{max}\ (kN \cdot m)$	$V_n\ (kN)$
0	163,21	96,01
0,15	208,51	122,65
0,25	223,65	131,56
0,35	223,67	131,57

4.3 Modelo de elementos finitos

El modelo de elementos finitos del muro W1 se realizó usando DIANA. En este modelo, se consideró el muro sobre el nivel superior de la viga de base, para poder obtener los resultados en la sección de muro estudiada. Los elementos se hicieron de $12 \times 12\ cm$ aproximadamente, igualando el tamaño utilizado por Palermo y Vecchio (2007). Éstos son del tipo placa, en tensiones planas, cuadrilateral isoparamétrico de cuatro nodos. El refuerzo se modeló con un elemento tipo barra, el cual funciona como un elemento axial, el cual está embebido al hormigón. Se muestra el modelo en la Figura 4-6.

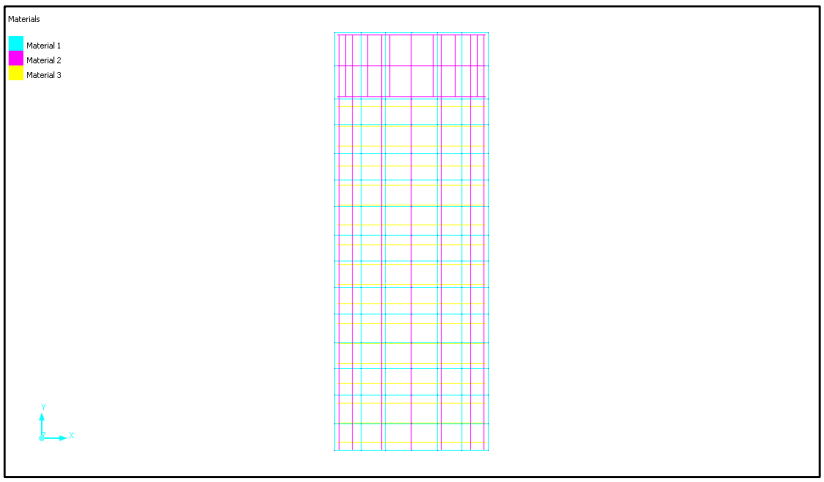


Figura 4-6: Modelo 2D en DIANA del muro ensayado.

Con este modelo se realizó dos tipos de análisis: carga monotónica y carga cíclica. Para la carga monotónica se consideró seis tipos de modelo, tres constitutivas del hormigón para la compresión, cada una para el *total strain fixed crack model* y el *rotating crack model*. Para el *softening* en tracción se utilizó la forma lineal, debido a su simpleza y los buenos resultados que entrega. Para el *softening* en compresión, las tres constitutivas utilizadas son ideal o elastoplástica; según Thorenfeldt; y parabólica con una energía de fractura de compresión de $G_c = 11\,\frac{N \cdot mm}{mm^2}$. La curva constitutiva en compresión de forma parabólica se define con la energía de fractura de compresión, G_c, y el ancho de banda de grieta, h. El valor de h utilizado fue calculado como $h = \sqrt[2]{A_{elem}}$, utilizado ampliamente en la literatura. Se dice que experimentalmente la energía de fractura toma un valor entre 10 y 25 $\frac{N \cdot mm}{mm^2}$, y es entre 50 y 100 veces la energía de fractura de tracción (TNO DIANA, 2010). En tracción, según la Ecuación (3.3), $G_f = 1{,}15 \times 10^{-1}\,\frac{N \cdot mm}{mm^2}$. Para que el valor de energía en compresión estuviera dentro del rango experimental, se consideró que el valor es aproximadamente 100 veces el correspondiente a tracción, y por tanto, se aproximó su valor a $G_c = 11\,\frac{N \cdot mm}{mm^2}$. Estas constitutivas se pueden ver en la Figura 4-7.

Para el *fixed crack model* se consideró un factor de retención de corte de $\beta = 0{,}2$; debido que es el límite inferior para este factor, para poder obtener un buen comportamiento, según lo mostrado en el análisis de sensibilidad previo (Capítulo 3).

Para modelar el refuerzo, se utilizó un modelo de acero con endurecimiento según Voce. Éste se rige por una función para la tensión de fluencia según la Ecuación (2.14). Se calibró los parámetros de Voce de acuerdo al hecho de que en general el acero comienza a endurecer a una deformación alrededor del 15‰, y que $\varepsilon_y = 2‰$. Resultó $\varepsilon^{p1} = 0{,}013$; $\varepsilon^{p0} = 0{,}03$ y $C = 210\ MPa$. La curva utilizada se muestra en la Figura 4-8.

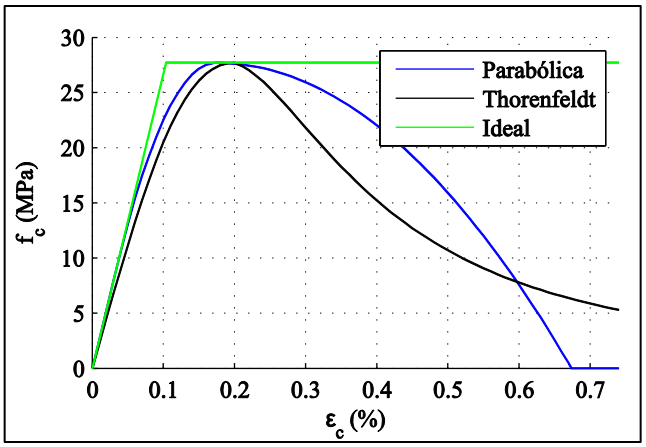


Figura 4-7: Constitutivas para el hormigón en compresión, utilizadas en el modelo del muro ensayado.

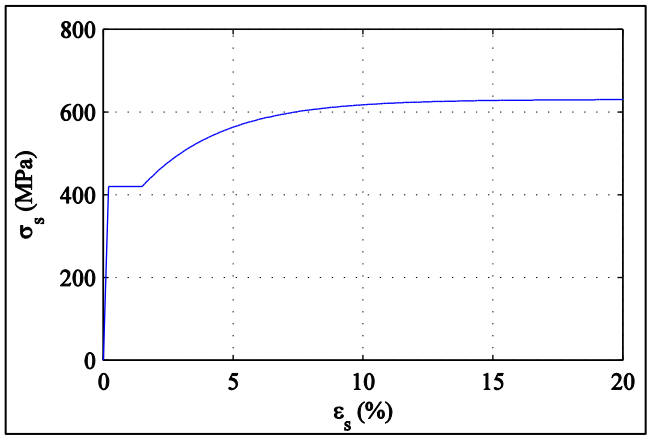


Figura 4-8: Constitutiva utilizada para acero - Endurecimiento según Voce.

4.4 Resultados y comparaciones

4.4.1 Resultados obtenidos en el ensayo

A continuación se muestran los resultados del ensayo cíclico con carga axial del 15% de su capacidad, muro W1 según Alarcón (2013), en las Figuras 4-9 y 4-10.

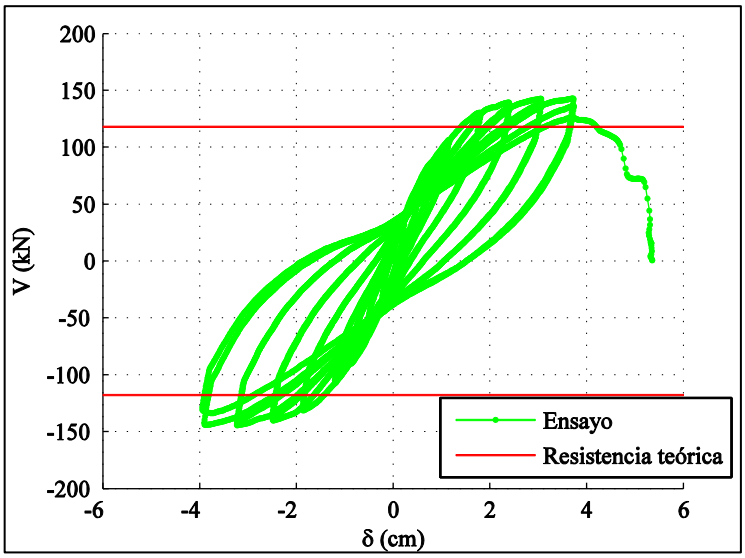


Figura 4-9: Curva corte basal versus desplazamiento extremo superior - Ensayo muro con carga axial de 15% f_c'.

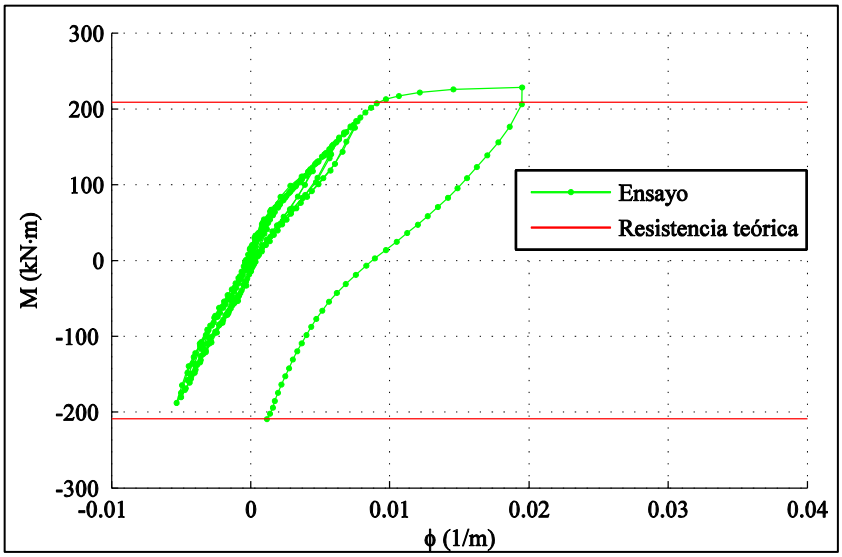


Figura 4-10: Curva momento versus curvatura - Ensayo muro con carga axial de 15% f_c'.

En la Figura 4-9 se puede ver que el valor máximo del corte obtenido en el ensayo excede el valor de resistencia al corte calculado para la carga axial considerada según las curvas de interacción (Tabla 4-2), en un 21,17%. Además, el muro parece ser muy dúctil, llegando a valores de desplazamiento mayores al 1% de *drift*.

En la Figura 4-10 se puede ver que ocurre lo mismo que en la Figura 4-9. No se muestra todos los ciclos realizados, ya que luego de un cierto número hay pérdidas de material y el cálculo de las curvaturas no se puede realizar. Por esto, se limita la curva a los primeros ciclos.

4.4.2 Comparación de resultados obtenidos con el modelo 2D

A continuación se muestran las curvas corte versus desplazamiento del análisis con carga monotónica y cíclica. Primero, se comparan las curvas obtenidas con los modelos *total strain crack model*, con la obtenida en el ensayo del muro W1, en la Figura 4-11. Los modelos consideran la variación entre *fixed* y *rotating crack model*, con constitutiva elastoplástica, parabólica y según Thorenfeldt para la compresión, con carga monotónica,. Luego, se comparan las curvas obtenidas en los modelos *fixed* y *rotating crack model* con constitutiva elastoplástica para la compresión, con carga cíclica, y la obtenida en el ensayo del muro W1, en las Figuras 4-13 y 4-14.

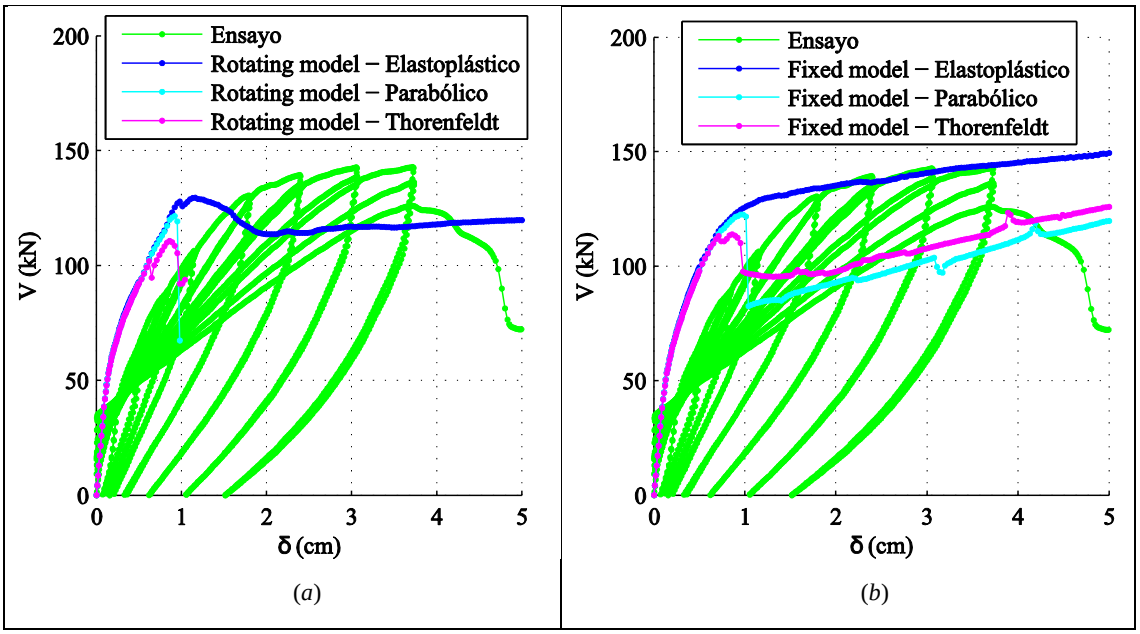


Figura 4-11: Comparación de curvas corte versus desplazamiento entre modelo con carga monotónica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c'. (*a*) Modelos con *total strain rotating crack model*; (*b*) Modelos con *total strain fixed crack model*.

Se puede ver en la Figura 4-11 que los modelos que llegan a valores máximos de corte más cercanos al del ensayo son aquellos con constitutiva del hormigón en compresión elastoplástica. Los modelos de compresión parabólica y según Thorenfeldt caen al llegar a 1 *cm* de desplazamiento. De los anteriores, el *fixed crack model* continua tomando carga luego de caer, mientras que el *rotating crack model* no converge luego de dicha caída, es decir, después de 1 *cm* de desplazamiento.

Es importante notar que el *total strain fixed crack model* llega al valor máximo de corte del ensayo, pero luego de alcanzarlo sigue tomando carga, lo cual no es realista. El ensayo alcanza su *peak* a un desplazamiento de 3,72 *cm*, tomado a una altura de 1,75 *m* desde la base, alcanzando un 2,13% de *drift*. En ese caso, se debe decir que dicho modelo es válido hasta llegar a un *drift* de ~2%.

Para el *total strain rotating crack model* con hormigón elastoplástico en la compresión, se puede ver que también tiene una caída, similar a los casos parabólicos y según

Thorenfeldt. Sin embargo, el modelo es mucho más estable y su *peak* es más cercano al valor medido en el ensayo.

Si bien el *total strain fixed crack model* parece reproducir mejor el comportamiento en la curva corte basal versus desplazamiento, es importante notar que el factor de retención de corte utilizado $(\beta = 0{,}2)$ se obtiene al calibrar el modelo respecto al ensayo, lo cual implica una gran dificultad al buscar la reproducción de un comportamiento específico en una estructura dada. En este caso, el factor de retención debe representar al material existente en un edificio, el cual puede no ser igual para todos los elementos (vigas, muros, columnas) según lo indican otros estudios, donde se han utilizado valores desde 0,01 (Araujo, Carmo, Nunes, & Toledo Filho, 2010) hasta 0,5 (Lisantono, 2005). Además, no hay forma de realizar un ensayo del material del edificio para calibrarlo. El factor utilizado funciona para este caso y no indica que funcionará en todos los casos.

Finalmente, la mayor diferencia entre los modelos y el ensayo es la rigidez inicial. El modelo es mucho más rígido que el ensayo. La diferencia de rigidez entre el modelo y el ensayo se podría explicar por la posible flexibilidad de la base, la suma de una rotación del muro debida a un levantamiento de la base, y al desplazamiento de adherencia agregado por las barras longitudinales en los extremos. Se incluyeron los efectos anteriores, agregando el levantamiento de la base medido durante el ensayo y el desplazamiento de adherencia calculado según Elwood y Eberhard (2006), y Sezen y Lodhi (2012). Al incluir los efectos mencionados en el modelo de elementos finitos se redujo la rigidez del muro. Sin embargo, no se alcanzó la rigidez presente en el ensayo, incluso influyendo muy poco en las curvas obtenidas. Esto se puede ver en la Figura 4-12.

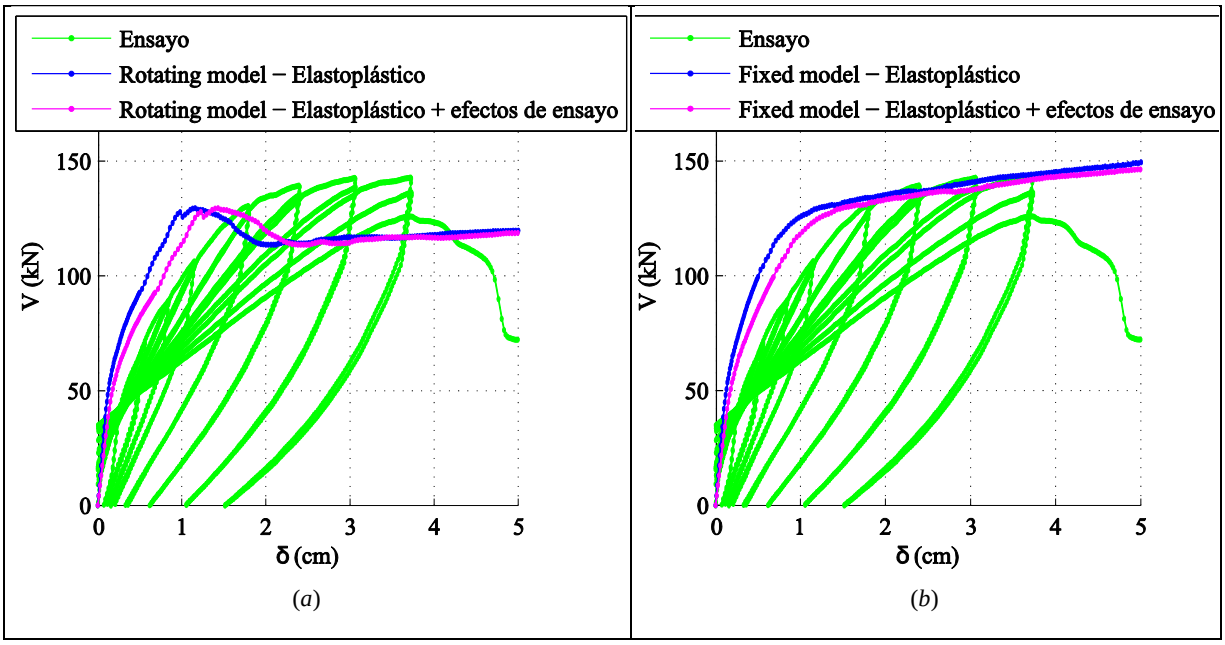


Figura 4-12: Diferencia de rigidez al sumar efectos de levantamiento de base y desplazamiento de *slip* en barras. (*a*) *Total strain rotating crack model*; (*b*) *Total strain fixed crack model*.

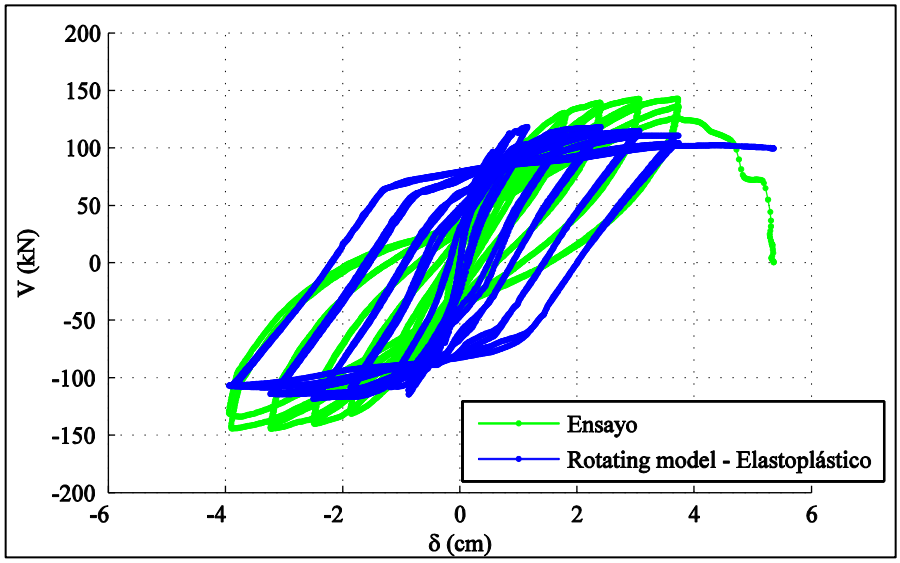


Figura 4-13: Comparación de curvas corte versus desplazamiento entre modelo con carga cíclica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c', *total strain rotating crack model*.

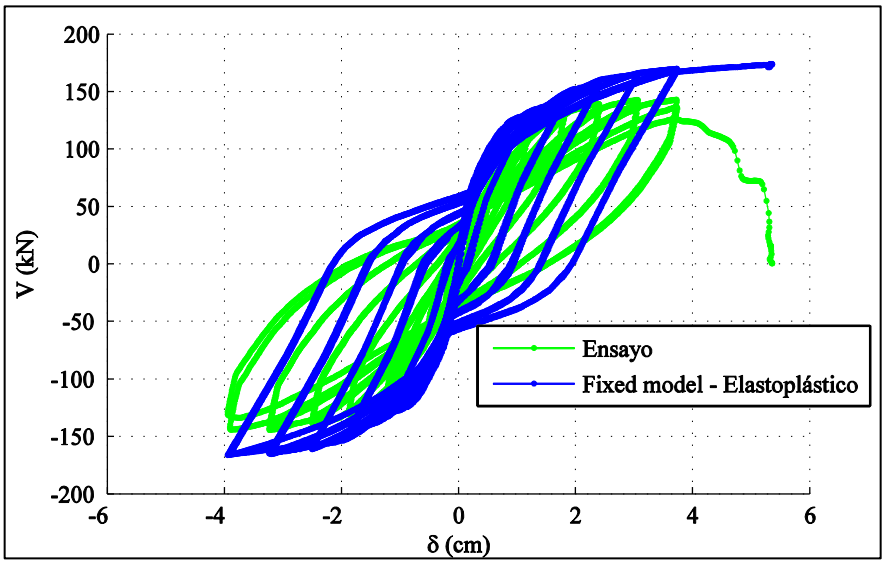


Figura 4-14: Comparación de curvas corte versus desplazamiento entre modelo con carga cíclica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c', *total strain fixed crack model*.

Se puede ver en la Figura 4-14 que el *peak* alcanzado en el ensayo se ve sobrepasado en el modelo cíclico que considera el *total strain fixed crack model*, difiriendo del modelo con carga monotónica. Esto se podría interpretar como un aumento del esfuerzo en las barras de acero longitudinales, produciéndose un endurecimiento. Aún cuando no presenta una degradación de la rigidez igual al ensayo, incluye este efecto de buena manera.

En la Figura 4-13, el modelo cíclico que considera el *total strain rotating crack model* coincide con lo que indicó el modelo con carga monotónica (Figura 4-11) respecto a la estimación de la resistencia. Presenta el mismo aumento del corte después de 1 *cm* de desplazamiento, lo cual se puede explicar por el endurecimiento del refuerzo. Sin embargo, la degradación de la rigidez no se presenta, pareciéndose más a un material elastoplástico, distinto a lo mostrado en el capítulo 3 (3.4). Esto último se puede explicar como una mayor influencia del acero en la respuesta del modelo. El comportamiento idealizado del acero, el cual no considera pandeo de las barras, y la falta de un efecto Bauschinger realista hace que no haya degradación de la rigidez en la descarga.

Finalmente, se obtiene dos estimaciones, una que sobrestima y otra que subestima la capacidad del muro, con ambas cercanas al valor del ensayo. Se puede concluir que los modelos del tipo *total strain crack model*, utilizando una constitutiva elastoplástica para la compresión, reproducen bastante bien la resistencia de un muro con comportamiento predominante en flexocompresión. También reproducen bien el comportamiento inicial del muro, visto en la curva corte basal versus desplazamiento, aunque el modelo se muestra levemente más rígido. En cuanto a la ductilidad y los desplazamientos obtenidos, los resultados son cuestionables después de un cierto punto en cada tipo de modelo. Si bien el *total strain rotating crack model* logra una caída luego de su *peak*, lo cual se parece al comportamiento real del hormigón, ésta no se presenta en el mismo instante que en el ensayo. El *total strain fixed crack model* logra una mayor capacidad que el modelo anterior, acercándose más al *peak* del ensayo, pero no se logra una caída esperada una vez pasado el *peak*.

También se calcularon las curvas de momento versus curvatura para los modelos del tipo *total strain crack model*, con constitutiva elastoplástica para la compresión. Éstas se comparan para el caso de carga monotónica, con el ensayo del muro W1 y con el resultado teórico del modelo de fibras, en la Figura 4-15. También, se comparan para el caso de carga cíclica, con el ensayo del muro W1, en las Figuras 4-16 4-17.

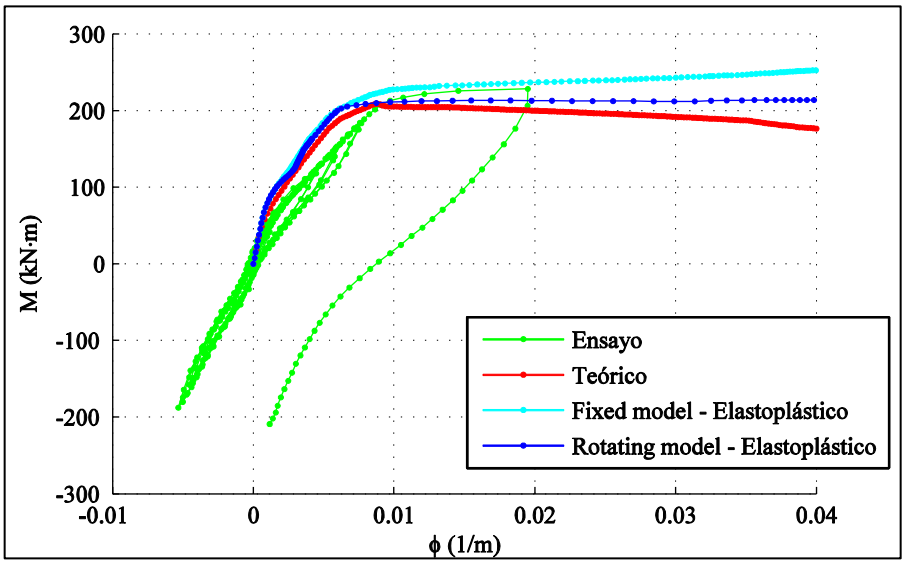


Figura 4-15: Comparación de curvas momento versus curvatura entre modelo con carga monotónica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c'.

La Figura 4-15 muestra el mismo comportamiento visto anteriormente con el corte en la base del muro, obteniéndose con los modelos una resistencia similar al ensayo. Si bien los modelos son más rígidos que el ensayo, los valores de momento se parecen más que en las curvas de corte versus desplazamiento. Es importante también ver que la estimación realizada con un análisis de sección (Figura 4-5; "teórico" en la Figura 4-15) se parece también a los modelos realizados, lo cual indica que dicho tipo de análisis, más simple que un modelo no-lineal en un *software* complejo, entrega una buena estimación de lo que ocurre en la realidad.

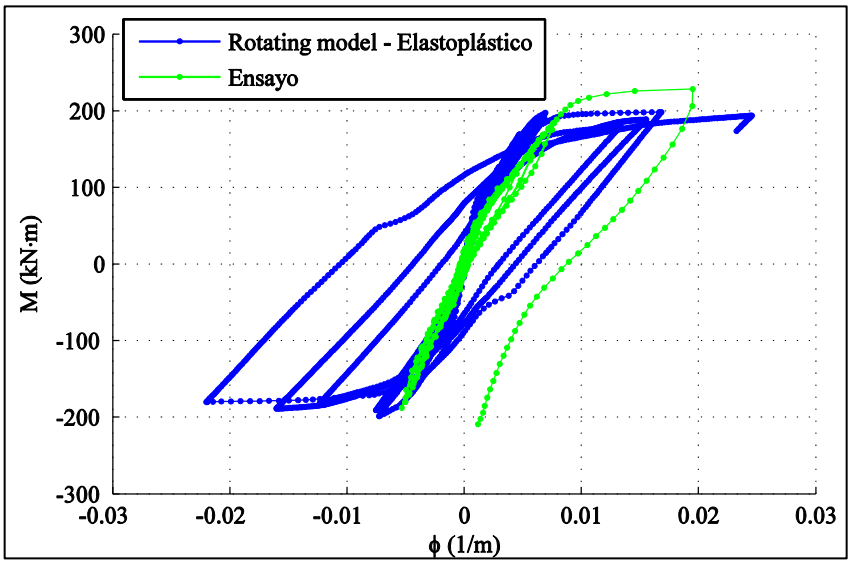


Figura 4-16: Comparación de curvas momento versus curvatura entre modelo con carga cíclica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c', *total strain rotating crack model*.

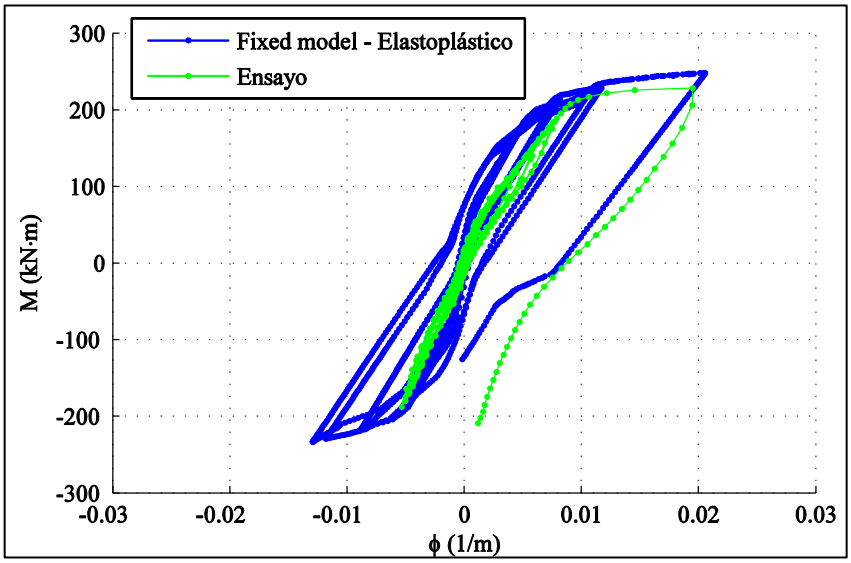


Figura 4-17: Comparación de curvas momento versus curvatura entre modelo con carga cíclica y ensayo, con carga axial del 15% de f_c', *total strain fixed crack model*.

Los modelos cíclicos, es decir, Figuras 4-16 y 4-17, entregan una información similar a lo visto en las curvas corte versus desplazamiento de los modelos con carga monotónica, en cuanto a la reproducción del comportamiento visto en cada curva y a la estimación de

la resistencia. El modelo del muro W1 considerando *total strain fixed crack model* sobrestima la resistencia, del muro, mientras que el modelo que considera *total strain rotating crack model* subestima la respuesta, llegando ambos al mismo valor que logra su par con carga monotónica.

4.4.3 Comparación de daños

Luego de comparar el comportamiento del modelo del muro con el muro ensayado, también se comparó el tipo de daño que se produce en ambos. El modelo es capaz de reproducir dos tipos de daño: agrietamiento o *cracking*, y aplastamiento o *crushing*; los cuales se presentan en las Figuras 4-19 y 4-20, respectivamente. En la Figura 4-19 cada línea representa una grieta, mientras que en la Figura 4-20, mayor color representa mayor daño por *crushing*. Además, se presenta la deformada del muro en la Figura 4-18.

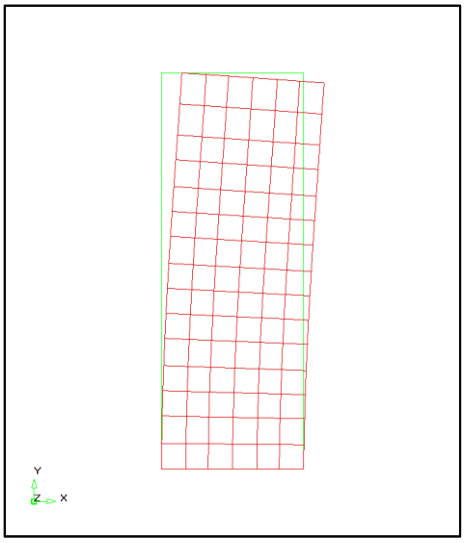


Figura 4-18: Deformada amplificada del modelo DIANA del muro ensayado.

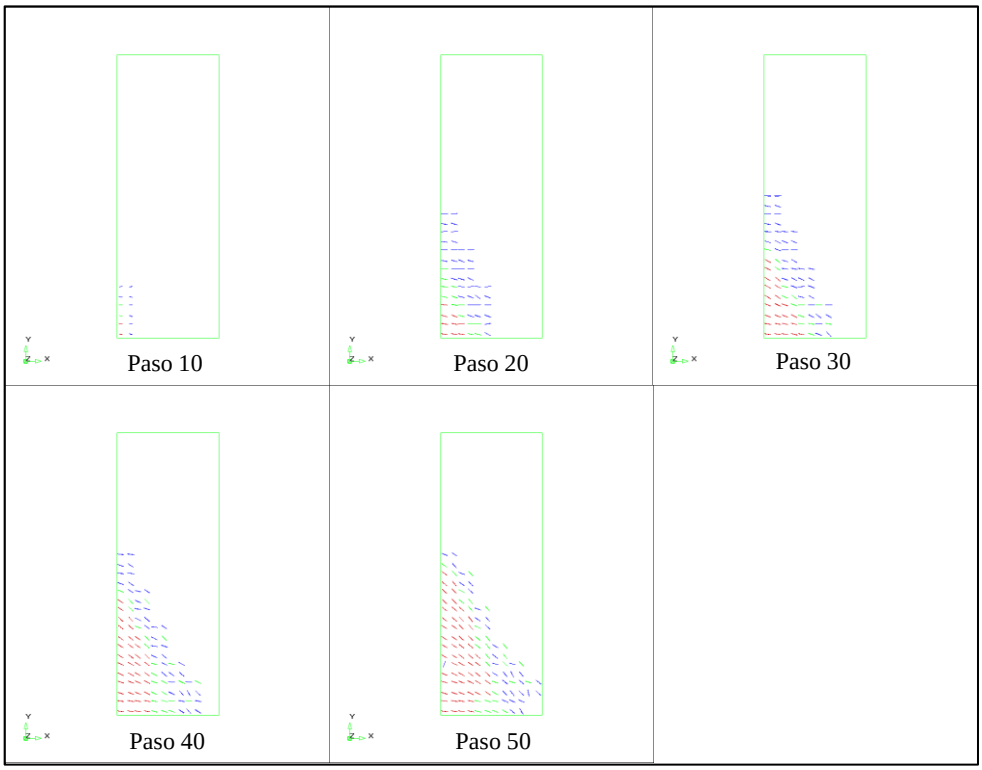


Figura 4-19: Evolución del agrietamiento en el modelo con compresión elastoplástica, *total strain rotating* y *fixed crack model*, pasos 10 a 50, carga monotónica.

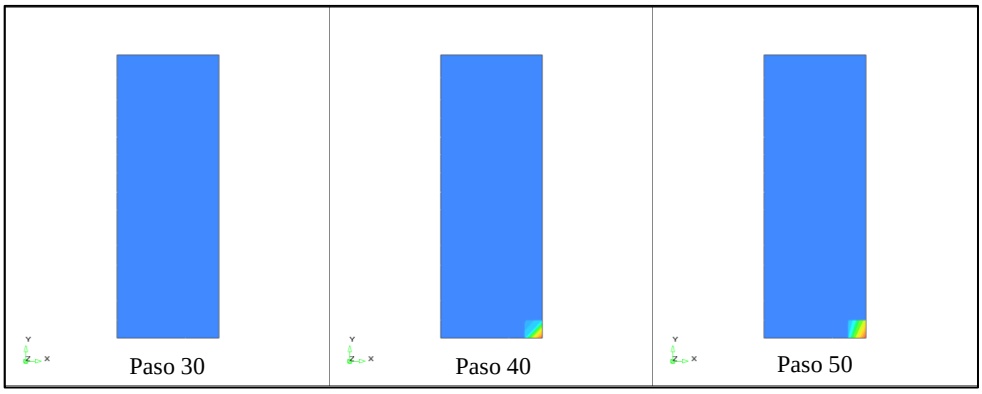


Figura 4-20: Evolución del *crushing* en el modelo con compresión elastoplástica, *total strain rotating* y *fixed crack model*, pasos 30 a 50, carga monotónica.

Es importante mencionar que en las Figuras 4-19 y 4-20 se puede ver el correcto funcionamiento y la lógica del modelo. En el extremo traccionado, es decir, en la zona inferior izquierda, se puede ver el comienzo del agrietamiento, el cual se propaga desde

el extremo inferior hacia el interior y hacia la parte superior, generándose grietas diagonales (Figura 4-19). Por otro lado, en el extremo comprimido, es decir, en la zona inferior derecha, se produce una zona con un *crushing* concentrado, el cual aumenta con el aumento del desplazamiento superior (Figura 4-20).

Además, se revisó el daño producido por un ciclo de carga. Se muestra en la Figura 4-21 la deformada del muro para ciertos pasos de carga cíclica, mientras que en las Figuras 4-22 y 4-23 se muestran los daños asociados a aquellos pasos.

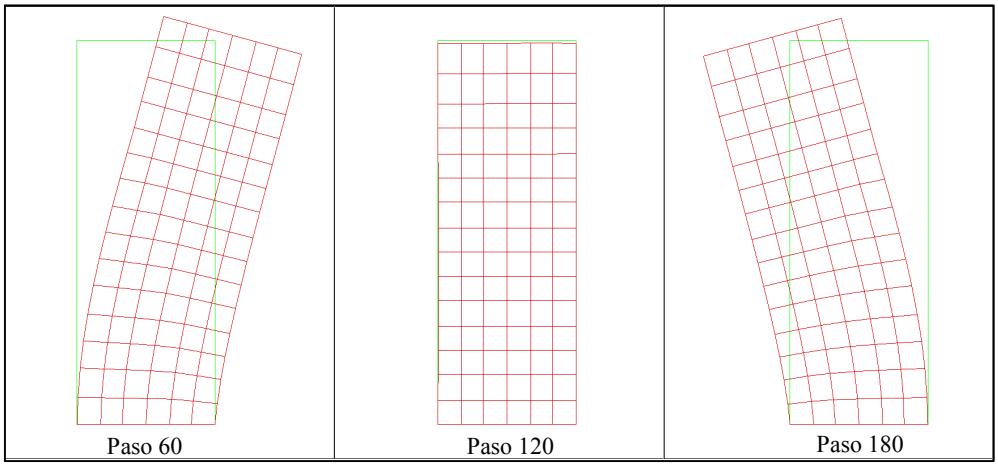


Figura 4-21: Deformada amplificada del modelo DIANA, pasos 60, 120 y 180, carga cíclica.

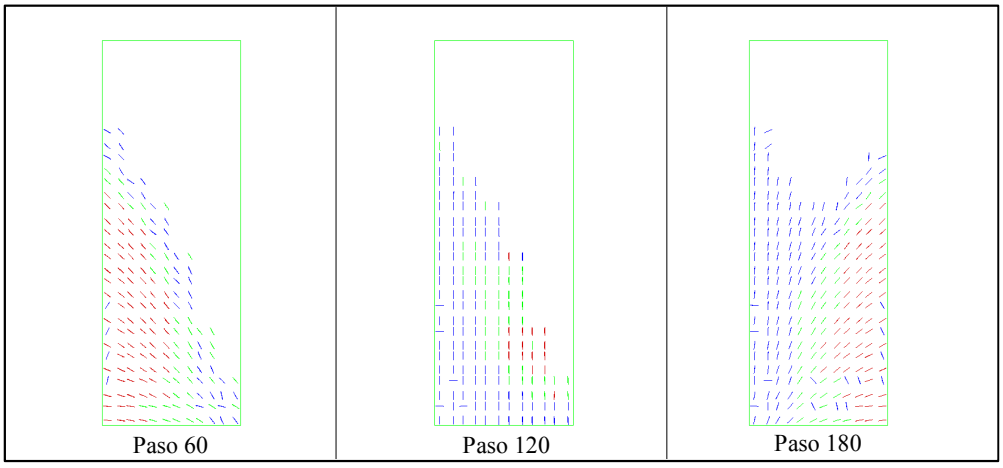


Figura 4-22: Evolución del agrietamiento en el modelo con compresión elastoplástica, *total strain rotating* y *fixed crack model*, pasos 60, 120 y 180, carga cíclica.

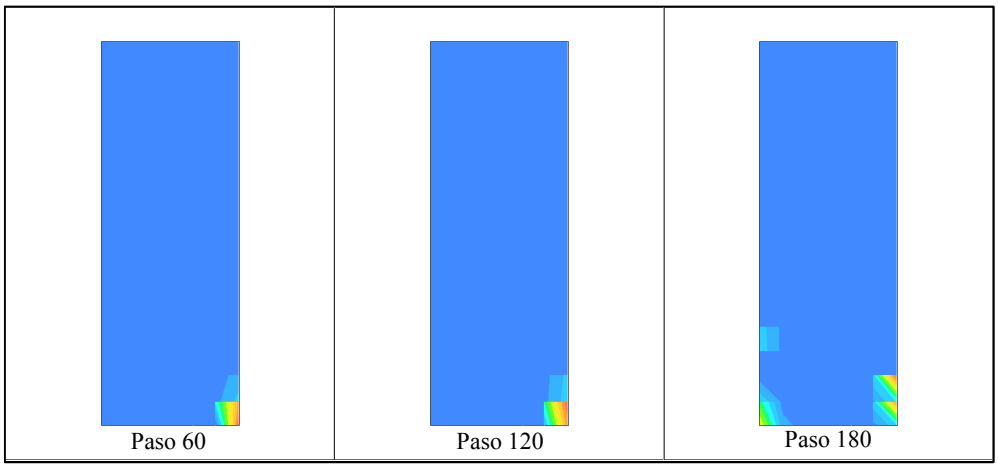


Figura 4-23: Evolución del *crushing* en el modelo con compresión elastoplástica, *total strain rotating* y *fixed crack model*, pasos 60, 120 y 180, carga cíclica.

En la Figura 4-22 se puede notar cómo cambia el agrietamiento en el modelo, debido a que éste muestra las grietas principales, lo que se puede entender como la deformación de grieta principal mayor, la cual se puede definir como ε_{cr1}. Se puede ver un cambio en la aparición de las grietas al cambiar el sentido de la carga, obteniéndose grietas diagonales en sentido opuesto a las obtenidas en la carga anterior. Respecto al *crushing*, en la Figura 4-23, se puede ver que se forman dos zonas en la parte inferior derecha e izquierda, al cargar y al cambiar el sentido de la carga respectivamente. Es lo que define Alarcón (2013), cuando esta zona crece desde afuera hacia el centro del muro, como la rótula plástica.

En la Figura 4-24 se presenta el agrietamiento producido en el ensayo para los dos sentidos de carga. Al compararla con la Figura 4-22, se puede notar que el modelo predice bastante bien la dirección del agrietamiento. Por otra parte, en la Figura 4-25 se muestra la evolución del *crushing* y la pérdida del material que hay en el muro ensayado. Se puede ver la evolución de la rótula plástica, la cual se compara bastante bien con el *crushing* reproducido en el modelo (Figura 4-23). Sin embargo, hay que tener presente que el modelo no tiene la capacidad de reproducir pérdida de material, deslizamiento de barras y pandeo de éstas.

Figura 4-24: Agrietamiento del muro ensayado en cada sentido de carga (Alarcón, 2013).

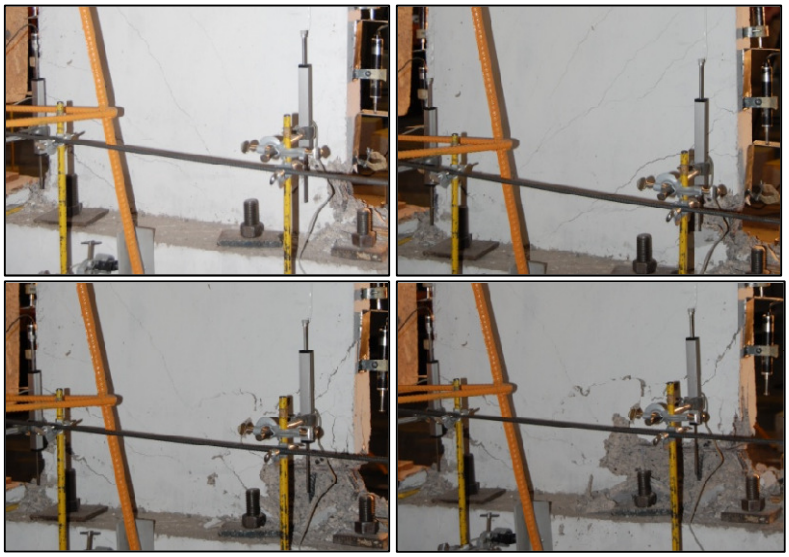


Figura 4-25: Desarrollo del *crushing* y la pérdida del material en el muro ensayado (Alarcón, 2013).

4.5 Conclusiones respecto a la validación del modelo

De los resultados presentados en este capítulo se concluye que el comportamiento más realista se obtiene utilizando el modelo constitutivo de hormigón más simple entre los

disponibles: *softening* lineal en tracción y un modelo elastoplástico (ideal) en compresión. Esto contradice el pensamiento de que un modelo más desarrollado y complejo en su constitutiva reproduce mejor el comportamiento en hormigón armado. También se puede pensar que en muros chatos, es decir, aquellos con una baja razón alto/largo, el comportamiento de un modelo de tales características funcione mejor, debido a que en éstos predomina el comportamiento al corte. Cuando el comportamiento que predomina es a la flexión, se piensa que las constitutivas de compresión y tracción deben ser más detalladas por lo menos en las fibras más alejadas del centro de la sección, donde dichos esfuerzos se pueden observar de mejor manera. Sin embargo, dichas constitutivas no mejoran el comportamiento. Las constitutivas más detalladas para la compresión como la parabólica y según Thorenfeldt, subestiman la resistencia y aún más la ductilidad. Aún así, se debe ser prudente en el uso del modelo elastoplástico en compresión. Se pudo ver que el comportamiento del modelo es válido hasta un 2% del *drift* aproximadamente. También, dado que el modelo elastoplástico para la compresión tiene una energía de fractura en compresión, G_c, infinita, es posible que para reproducir un comportamiento realista del hormigón sea necesario un modelo con G_c mucho mayor a la recomendación dada por DIANA (2010), en la cual G_c es entre 50 y 100 veces la energía de fractura de tracción, G_f. Sin embargo, el modelo elastoplástico es mucho más sencillo de definir y es suficiente para reproducir el comportamiento.

La única dificultad observada es la definición del factor de retención de corte en el *total strain fixed crack model*, ya que se pudo ver en esta validación que el factor que funcionó es bastante bajo comparado con lo obtenido en el análisis de sensibilidad previo. Si bien el factor utilizado funcionó en este caso, esto no indica que dicho factor funcione para todos los casos.

Finalmente, se puede concluir que el modelo que mejor reproduce el comportamiento de un muro en flexocompresión es aquel que utiliza el *total strain fixed crack model*. Sin embargo, la definición de un factor de retención de corte dificulta la elección de este modelo para la reproducción de los daños en un edificio. En este sentido, es más

prudente utilizar el *total strain rotating crack model*. Aun cuando subestima la capacidad de un muro, es el modelo que estima mejor la capacidad, después del *fixed crack model*, utilizando la constitutiva elastoplástica para la compresión.

5 SITUACIÓN DEL EDIFICIO ESTUDIADO

En este capítulo se describe el edificio que sirvió como caso de estudio para este trabajo. Se presenta sus características geométricas, materiales, su situación antes y después del terremoto, los daños que presentó debido al terremoto, índices calculados para caracterizarlo, y la revisión de su diseño.

El objetivo de este capítulo es describir el edificio de la forma más completa posible, de manera que se pueda observar si presenta debilidades y cuáles de ellas influyeron en el daño ocurrido. Además, se compara el edificio elegido con el espectro de edificios dañados en Chile, de manera que se pueda observar las características comunes entre ellos.

5.1 Características del edificio

El edificio estudiado se le denominará VH-5 y está ubicado en Santiago, Región Metropolitana. El edificio tiene 21 pisos y 1 nivel subterráneo. Los pisos 2 al 21 son de uso residencial. La estructura se compone básicamente de muros y vigas altas de hormigón armado, en un esquema típico de espina de pescado o *fishbone*. El subterráneo está ubicado en la zona sur del edificio, con una planta de menor dimensión que las plantas superiores. Las plantas del edificio se pueden ver en las Figuras 5-1, 5-2 y 5-3. En la Figura 5-4 se puede ver una comparación entre el piso 1 y el subterráneo, de manera que se pueda comprender la ubicación de este último respecto de las plantas superiores.

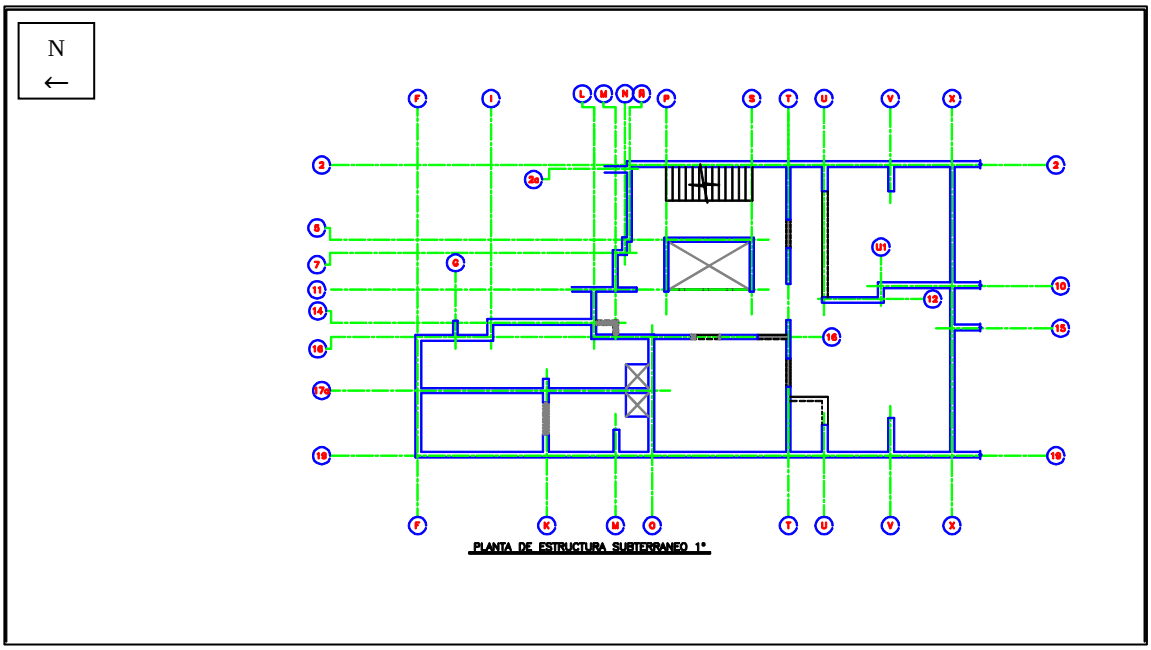


Figura 5-1: Planta del 1° subterráneo del edificio VH-5.

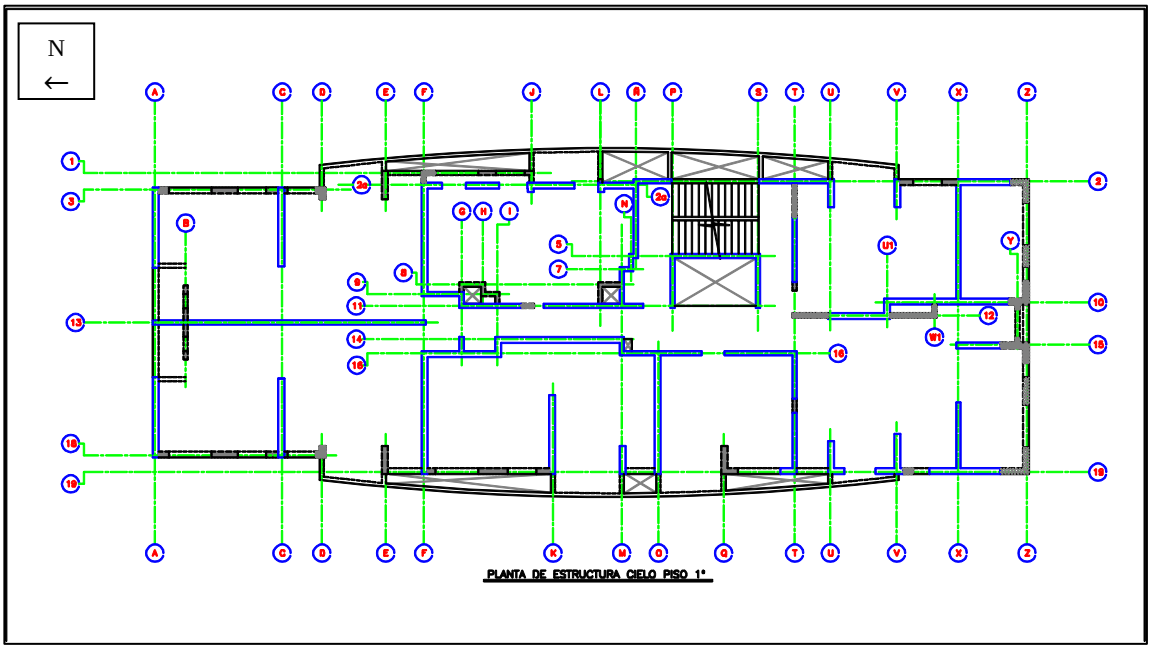


Figura 5-2: Planta del 1° piso del edificio VH-5.

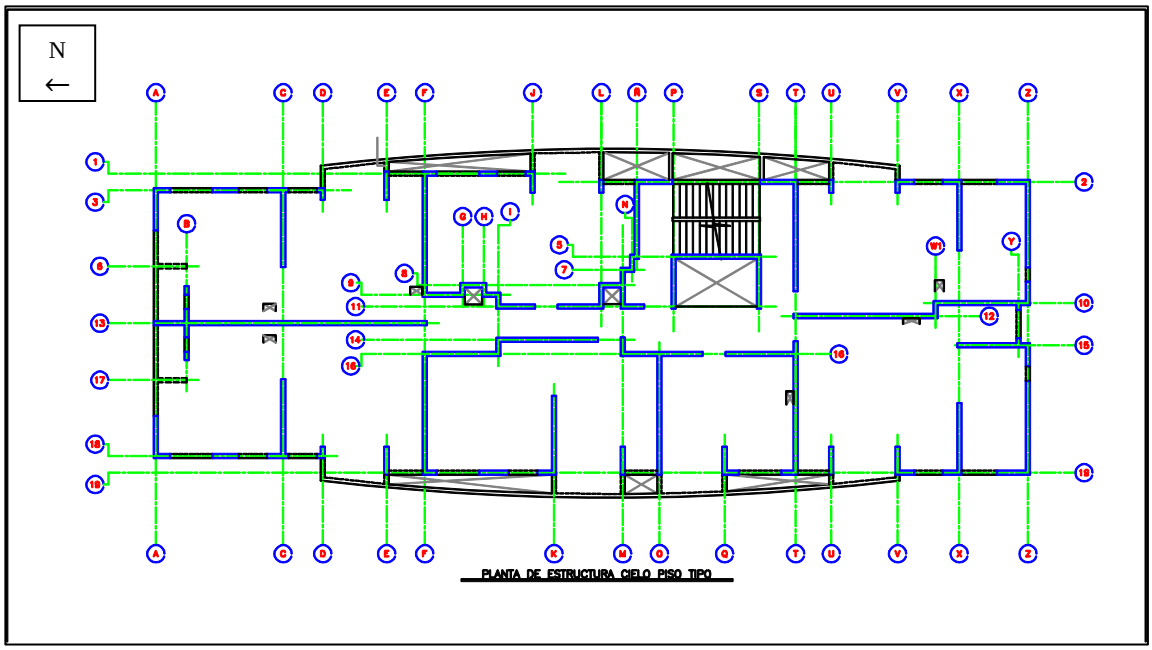


Figura 5-3: Planta del piso tipo del edificio VH-5.

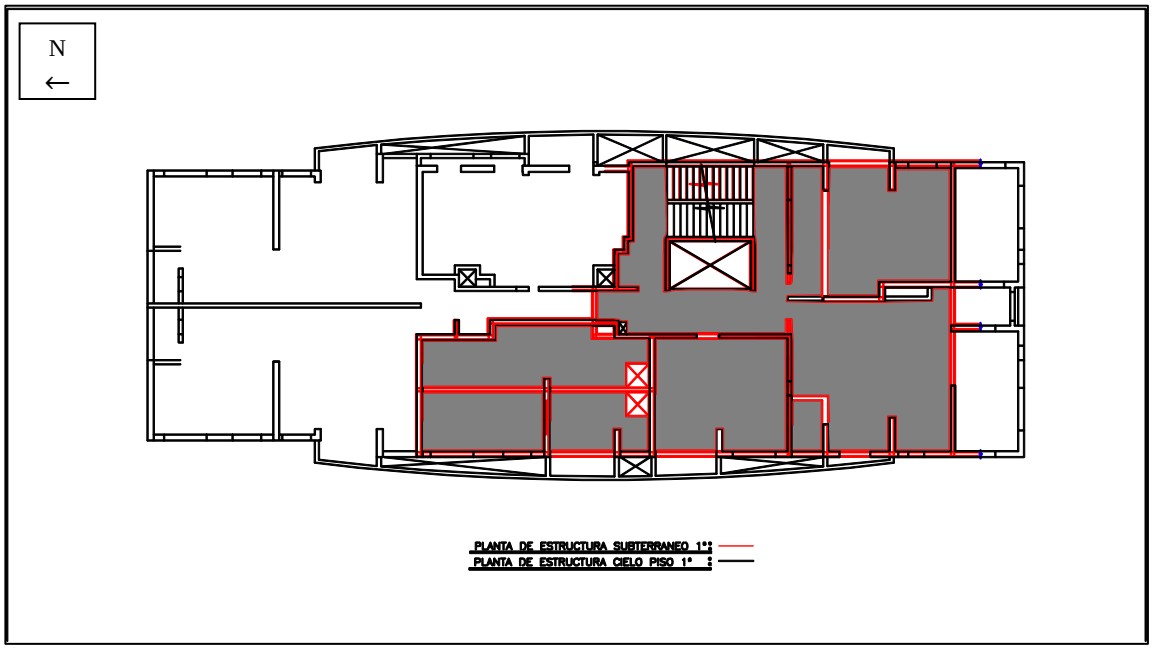


Figura 5-4: Comparación de plantas del 1° subterráneo y del 1° piso del edificio VH-5.

El edificio tiene una altura de 57,30 *m* aproximadamente, desde el nivel más bajo de fundación, y una planta de 12,60 × 36,80 *m* aproximadamente. Con esto ya se puede entender que este edificio es muy esbelto en su dirección débil, lo cual se profundizará más adelante. También, los muros tienen espesor de 25 y 20 *cm* en el subterráneo, 25 *cm* en el piso 1, y 25 y 18 *cm* entre los pisos 2 y 21.

En cuanto a materiales, las especificaciones indican que el edificio es de hormigón armado, con hormigón grado H30 con 90% de nivel de confianza para muros, losas, vigas y fundaciones. El acero de refuerzo es de calidad A630-420H con resaltes, y recubrimiento de enfierradura de 1,5 *cm*. En emplantillados, radieres, sobre excavaciones y escalonamiento de fundaciones se utilizó un hormigón grado H15 con nivel de confianza 80%. Después del terremoto no se realizaron ensayos de ningún tipo para corroborar la calidad de los materiales presentes en el edificio.

Se investigó respecto a la calidad del suelo en la ubicación del edificio estudiado. En la fecha de realización del edificio, éste se diseñó para un suelo tipo II en zona sísmica 2, según la norma NCh 433 of. 96 (2009). Dicho suelo es equivalente a un suelo tipo B en zona sísmica 2, según el decreto 61 de Diciembre del 2011.

Estudios recientes indican que el suelo en dicha ubicación es de una calidad más baja que la considerada y, peor aún, es una zona de contacto entre dos tipos de suelo (Leyton, 2013; Humire, 2013). Lo anterior coincide en parte con la información obtenida en la fecha de la realización del edificio, donde el suelo se describe como una zona de contacto y de transición, donde se produce de forma irregular un empalme entre una arcilla arenosa y la "grava de Santiago".

El estudio de Leyton (2013) determina que el suelo en el lugar del edificio puede ser, tomando la clasificación del decreto 61 de Diciembre del 2011, tipo C, tipo D, o tener un comportamiento intermedio entre ambos suelos. De estos suelos, el tipo D es equivalente al suelo tipo III de la norma NCh 433 of. 96, mientras el suelo tipo C se introduce entre

los suelos II y III de dicha norma. De cualquier manera, el suelo tendría menor calidad que la considerada para el diseño.

Sin embargo, se realizaron ensayos en terreno para obtener el perfil de velocidad de onda de corte, según el procedimiento de Humire (2013), donde se logró llegar a 40 m de profundidad con un arreglo lineal de geófonos. Con estos perfiles, los cuales se pueden ver en la Figura 5-5, se obtiene un valor de v_{s30} igual a 573 m/s. Con este valor se clasificaría al suelo como tipo B, aún cuando dicho valor indica que el suelo en dicha zona no es muy rígido.

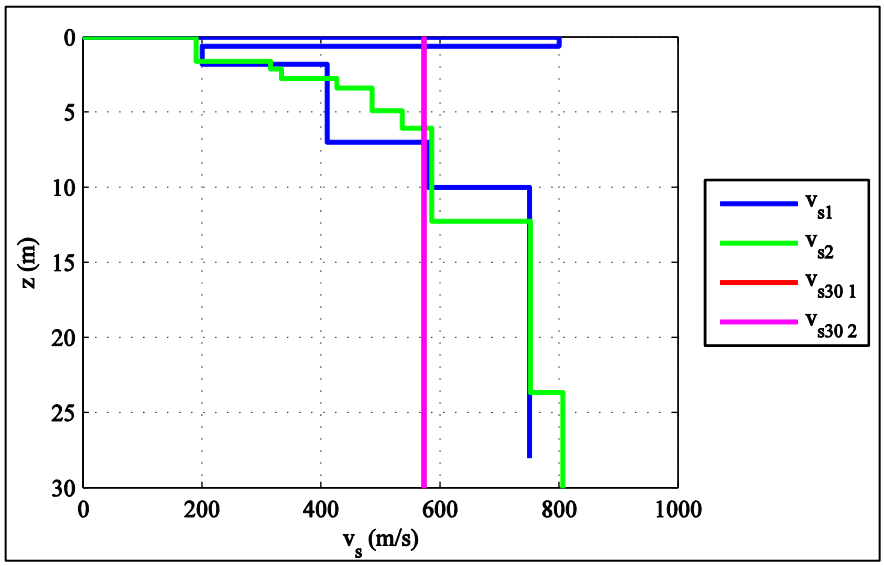


Figura 5-5: Perfiles de velocidades de onda de corte para el suelo en el edificio VH-5.

Dada la incertidumbre respecto a la situación del suelo en este edificio, sólo se revisará el diseño considerando el suelo para el cual se diseñó, de manera de verificarlo. Sin embargo, es importante tener presente la posible influencia del suelo en la demanda sísmica, pensando en que uno sólo tiene información de los primeros 30 metros desde la superficie y no se sabe que ocurre a mayor profundidad.

5.2 Descripción del daño

5.2.1 Inspección del edificio

Para poder realizar una buena descripción del daño ocurrido en el edificio VH-5, se realizó una inspección entre los pisos 1 a 7, además de la inspección exterior. Debido a que el edificio quedó inhabitable, no se pudo inspeccionar los pisos sobre el 7. Además, se complementó lo observado en terreno con lo reportado por DICTUC S.A. (2010), en cuanto a descripciones y fotografías del daño.

5.2.2 Daños de muros del 1° piso

El daño ocurrido en el edificio se concentra en la parte norte del primer piso, específicamente en los ejes A, C y F. En todo este piso el espesor de muro es de 25 *cm*. Se dañaron principalmente los tres muros del lado oriente, junto al muro del lado poniente del eje F. La ubicación en planta de los muros dañados se muestra en la Figura 5-6. Los daños en cada muro se muestran de la Figura 5-8 a la 5-10.

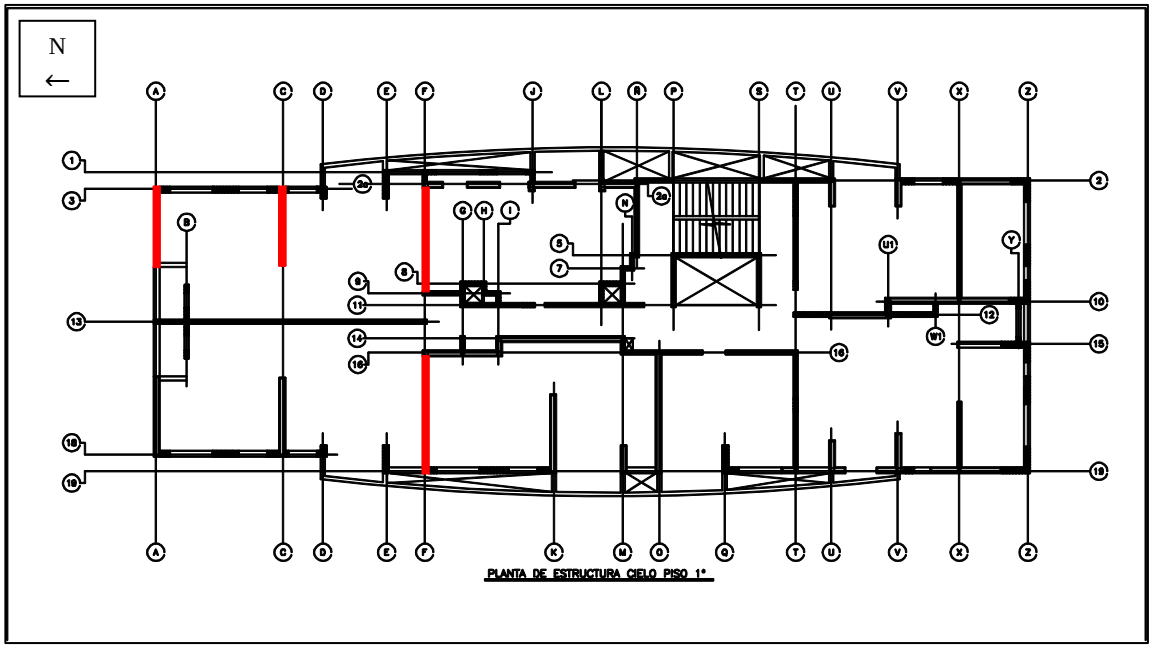
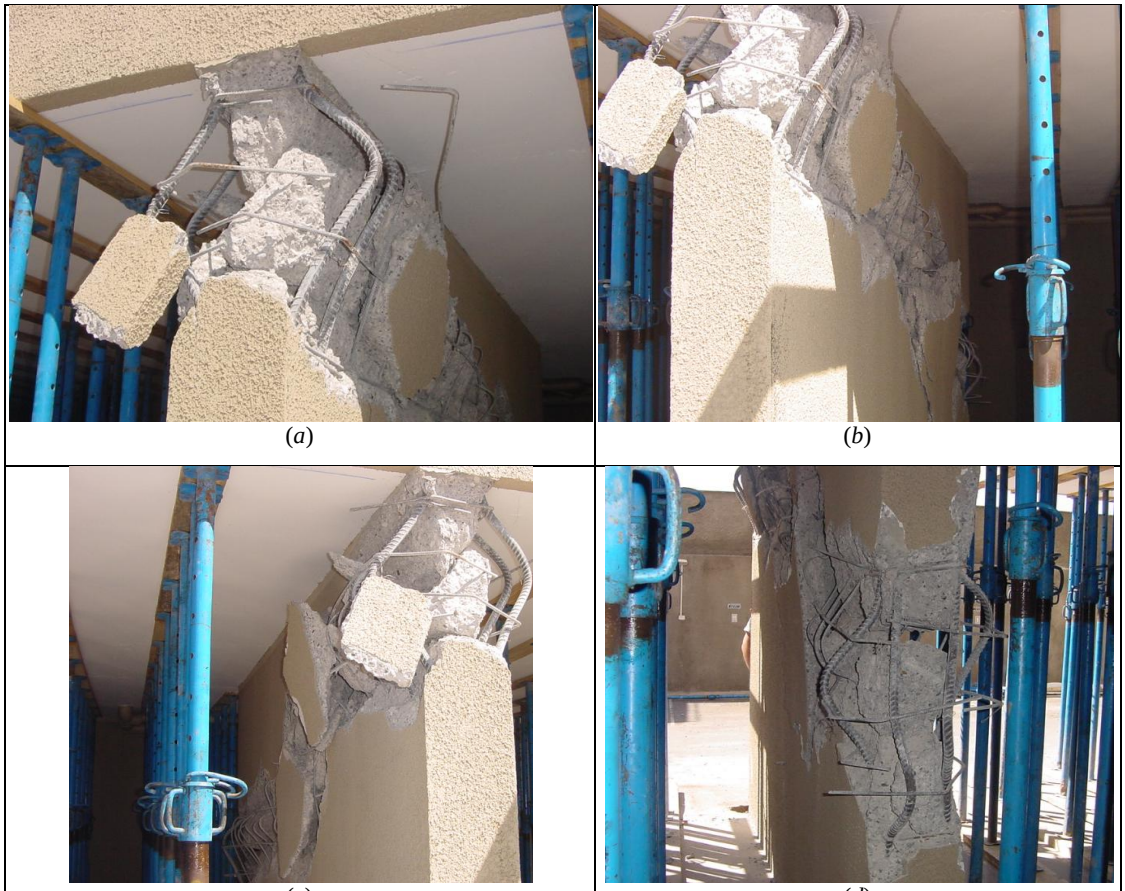


Figura 5-6: Muros dañados del 1° piso del edificio VH-5.

(*a*) (*b*)

Figura 5-7: Daño del muro, Eje A, primer piso.



(*a*) (*b*)

(*c*) (*d*)

Figura 5-8: Daño del muro, Eje C, primer piso.

Respecto al daño observado en el eje C, en la Figura 5-8, se puede ver que se da por *crushing*, con gran pérdida de material, pandeo del refuerzo longitudinal y apertura de los ganchos del refuerzo transversal. Se observa un adelgazamiento del muro, llegando a un espesor de 5 *cm* aproximadamente. Si bien el daño se da en diagonal, éste atraviesa al muro de manera horizontal, lo cual sugiere un daño producido por flexocompresión.

Figura 5-9: Daño del muro, Eje F, lado poniente, primer piso.

Respecto al daño visto en el muro del lado poniente del eje F (Figura 5-9) se puede apreciar una pérdida de material en toda la altura de la cabeza del muro. El daño se propaga por el centro, horizontalmente hacia el interior del edificio. Es importante notar que el refuerzo longitudinal colocado en la cabeza del muro no presenta mayores deformaciones, lo cual sugiere que no se vio sometido a esfuerzos importantes. Además, al tener su superficie limpia, se evidencia que la adherencia entre hormigón y acero no fue buena.

Figura 5-10: Daño del muro, Eje F, lado oriente, primer piso.

En el muro oriente del eje F (Figura 5-10) se puede ver una pérdida de material, la cual, si bien es importante, es menor a aquella vista en los otros muros dañados. Aún así, el daño atraviesa al muro completo, resultando en la pérdida de la sección, la cual parece menos dañada debido al machón presente en la parte exterior del muro. También se puede notar la pérdida del material a través de la sección, al ver que todas las barras de refuerzo longitudinal se pandearon hacia afuera.

Todo el daño presente en los ejes anteriormente mostrados se puede inferir que se produjo por efectos de flexocompresión y un exceso en la carga axial de los muros, generándose un comportamiento frágil, lo que también se vió recurrentemente en los edificios dañados por el terremoto y además en los ensayos realizados por Alarcón (2013).

Lo que parece más interesante es el hecho de que en los ejes A y C el daño se produjo en muros de sección rectangular, los cuales cambian a sección L y T respectivamente desde el piso 2 hacia arriba. Esto simplifica los posibles análisis de cada sección, cálculo de resistencias, curvas momento curvatura, curvas de interacción y la revisión de su diseño. El cambio de geometría del muro en la altura puede ser un factor probable del daño. Además, las vigas que llegan de forma perpendicular a los muros pueden transmitir esfuerzos importantes.

5.2.3 Desplazamientos remanentes

Para este edificio se realizó una nivelación donde se midieron las deformaciones verticales de losa y los desplazamientos de techo en todas las esquinas del edificio en sus dos componentes. Estos desplazamientos se muestran en la .

Tabla 5-1: Desplazamientos residuales laterales del edificio VH-5, medidos en el techo del edificio.

Esquina edificio	Dirección NS (*cm*)	Dirección EW (*cm*)
NE	13 al N	26 al E
NW	1,5 al N	30,3 al E
SE	3,5 al N	3,4 al W
SW	16 al N	1,2 al W

Los desplazamientos residuales del edificio indican la existencia de una torsión en el edificio. Esto se produce por el subterráneo parcial, el cual, al estar en la parte sur del edificio, hace que el centro de rigidez se mueva hacia el sur. Además, la falta de apoyo en la esquina nororiente, debido a la falla de los muros del primer piso en dicha zona, hace que el edificio tenga un descenso importante. La situación final del edificio se puede ver en las Figuras 5-11 y 5-12.

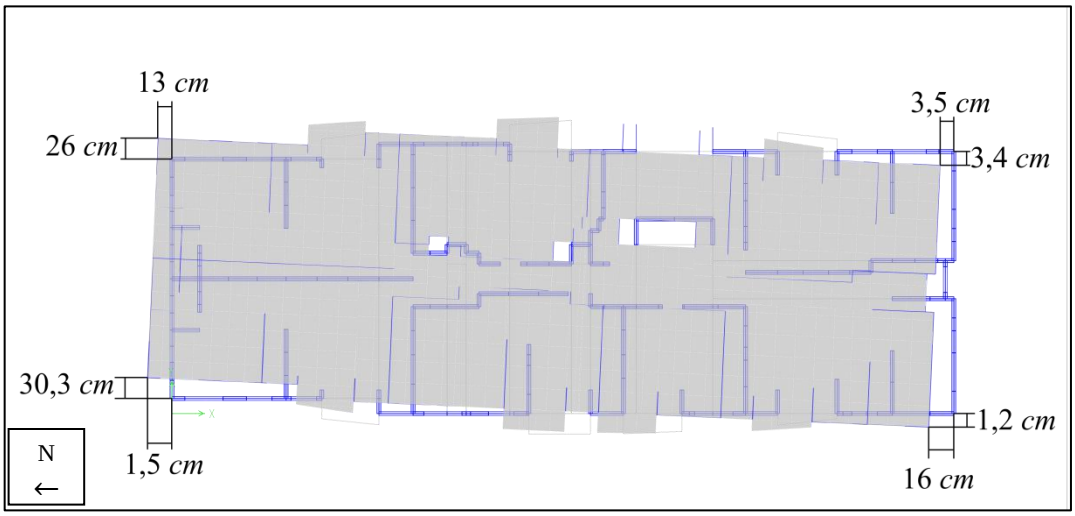


Figura 5-11: Reproducción de la posición final después del terremoto 27 F, vista en planta cielo piso 20.

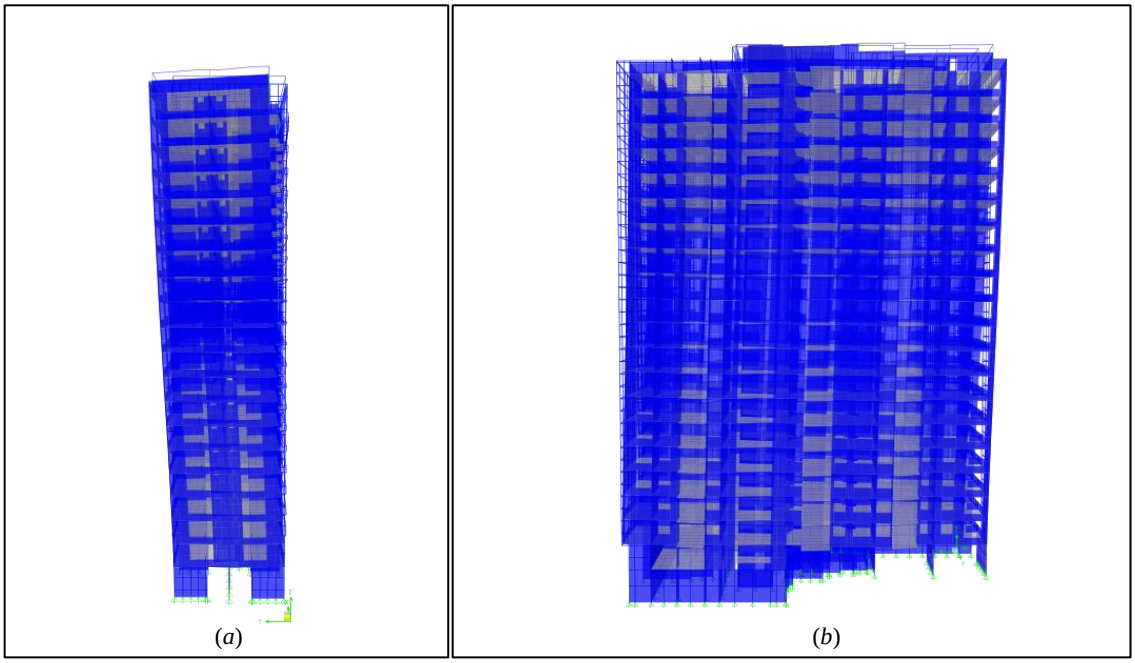


Figura 5-12: Reproducción de la posición final después del terremoto 27 F,
(*a*) vista elevación norte; (*b*) vista elevación oriente.

5.2.4 Influencia del terremoto

Del terremoto ocurrido en Chile el 27 de Febrero del año 2010 ($M_w = 8{,}8$) se cuenta con cinco registros relativamente cercanos: Santiago Centro, Maipú, Peñalolén, Puente Alto y La Florida (Boroschek, Soto, & León, 2010). De éstos, el más cercano al edificio VH-5 es el de Santiago Centro. En la Tabla 5-2 se presenta los valores máximos de aceleración o *peak ground acceleration* (PGA). También se calculó los espectros para cada registro, los cuales se muestran en las Figuras 5-13, 5-14 y 5-15.

Tabla 5-2: Valores de PGA para los registros del terremoto 27F en Santiago (Boroschek, Soto, & León, 2010).

PGA (g)	NS	EW	V
Santiago Centro	0,218	0,309	0,182
Maipú	0,561	0,478	0,24
Peñalolén	0,295	0,293	0,28
Puente Alto	0,265	0,263	0,13
La Florida	0,236	0,165	0,13

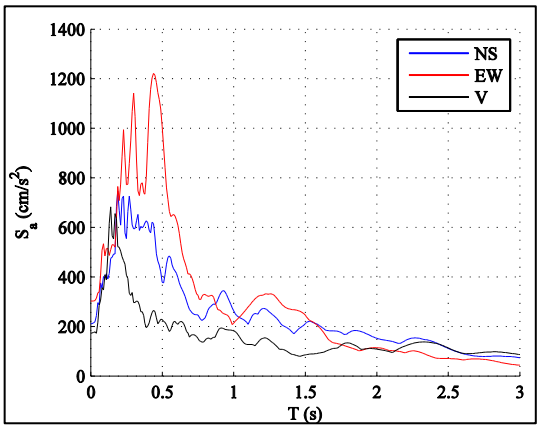


Figura 5-13: Espectros en direcciones N-S, E-W y vertical - Registro de Santiago Centro.

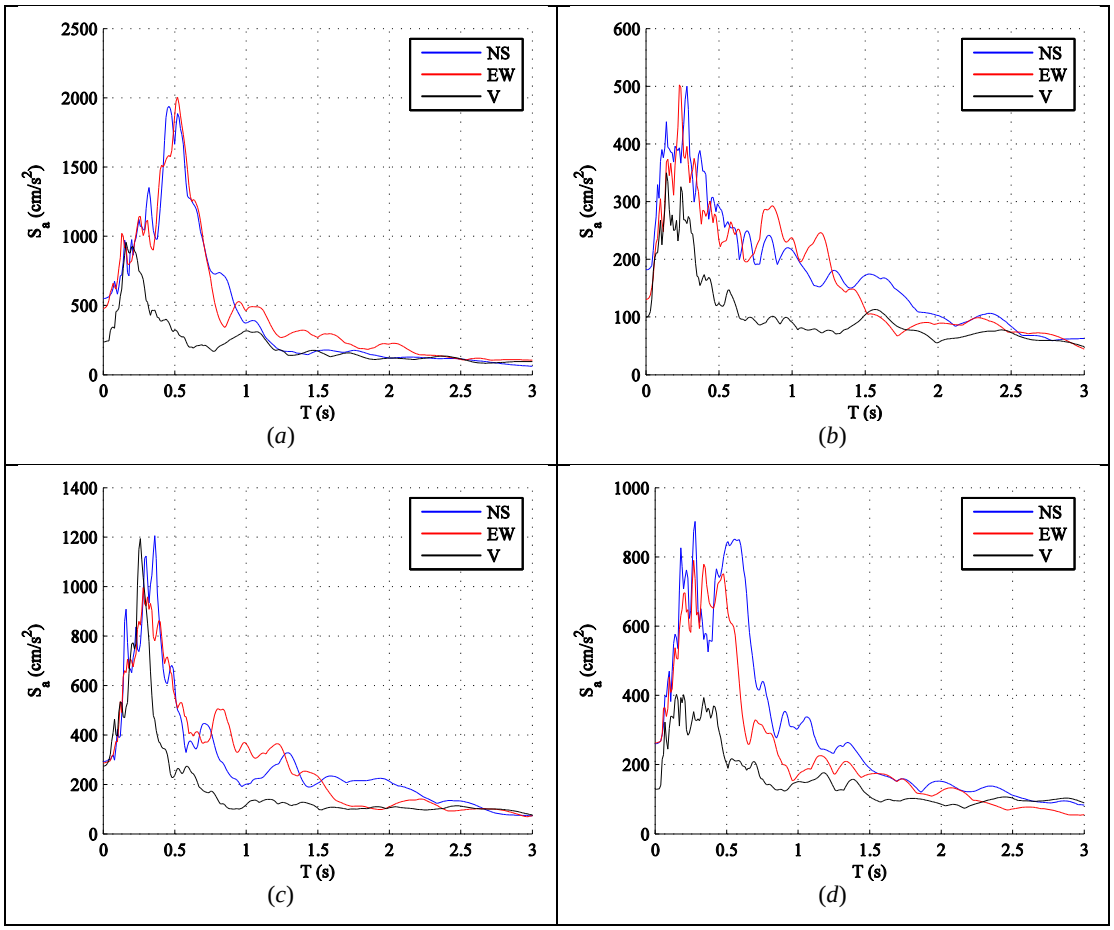


Figura 5-14: Espectros en direcciones N-S, E-W y vertical; (*a*) Registro de Maipú; (*b*) Registro de La Florida; (*c*) Registro de Peñalolén; (*d*) Registro de Puente Alto.

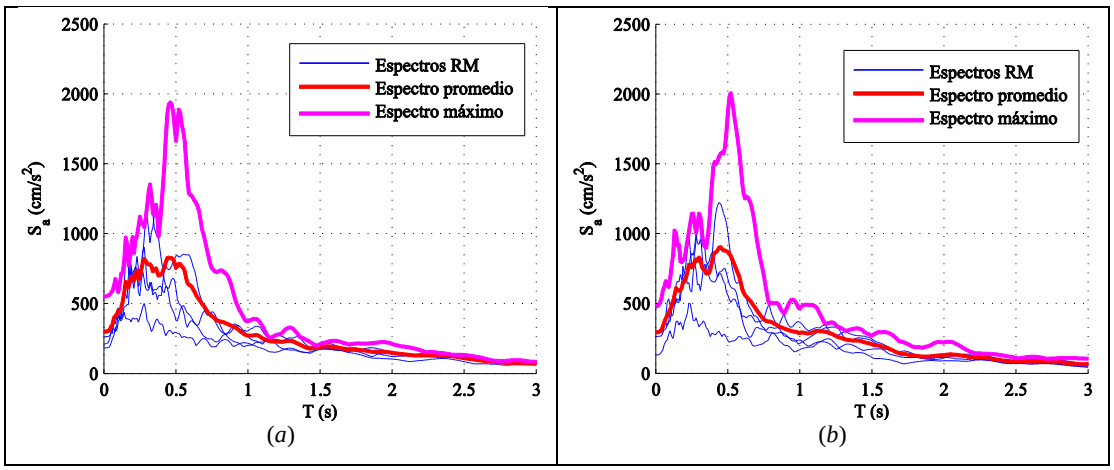


Figura 5-15: Espectro promedio y máximo; (*a*) Dirección N-S; (*b*) Dirección E-W.

De los espectros mostrados en las Figuras 5-13 y 5-14, se puede observar que en cuatro de las estaciones se vio las componentes N-S y E-W muy parecidas, exceptuando a la estación de Santiago Centro, en la cual se puede ver que la componente E-W es mayor. Esto influye directamente en el daño del edificio, ya que, primero, los daños se obtuvieron en muros resistentes a la solicitación en la dirección E-W; segundo, la dirección débil del edificio es precisamente la dirección E-W; y tercero, el registro de Santiago Centro es el más cercano a la ubicación del edificio.

5.3 Construcción

Los daños ocurridos en el edificio, indicados en la Figura 5-6, pueden haberse producido por tres razones principales. Primero, la componente E-W del terremoto, la cual puede ser la de mayor intensidad, según lo visto en la Tabla 5-2, afecta a la dirección débil del edificio, la cual coincide con la de los muros dañados. Segundo, existe una componente torsional en el comportamiento (se puede ver en sus formas modales para cada dirección, lo cual se explicará más adelante), debido a que el edificio tiene el subterráneo parcial en los dos tercios del lado sur del edificio (como muestra la Figura 5-4), por lo cual, el centro de giro o de rigidez se encuentra desplazado hacia el sur, aumentando los desplazamientos en los ejes dañados, en el lado norte. Tercero, algunos de los muros dañados pueden tener posibles fallas de construcción, precisamente los muros dañados en los ejes A y F.

Como se mencionó y se muestra en la Figura 5-7(*b*), el muro dañado en el eje A presenta una superficie lisa en la parte superior del daño, lo cual indica una posible junta de hormigonado. Ésta se formaría debido a que el hormigón en el nivel inferior (en este caso, en el piso 1) el muro queda vibrado de mejor manera en la parte inferior, quedando un hormigón más débil en la parte superior. Al repetir este procedimiento para el nivel superior (en este caso, en el piso 2), queda una unión entre un hormigón de mayor resistencia arriba y un mortero de menor calidad abajo. El daño siempre se producirá en el material más débil. Esto se explica en la Figura 5-16.

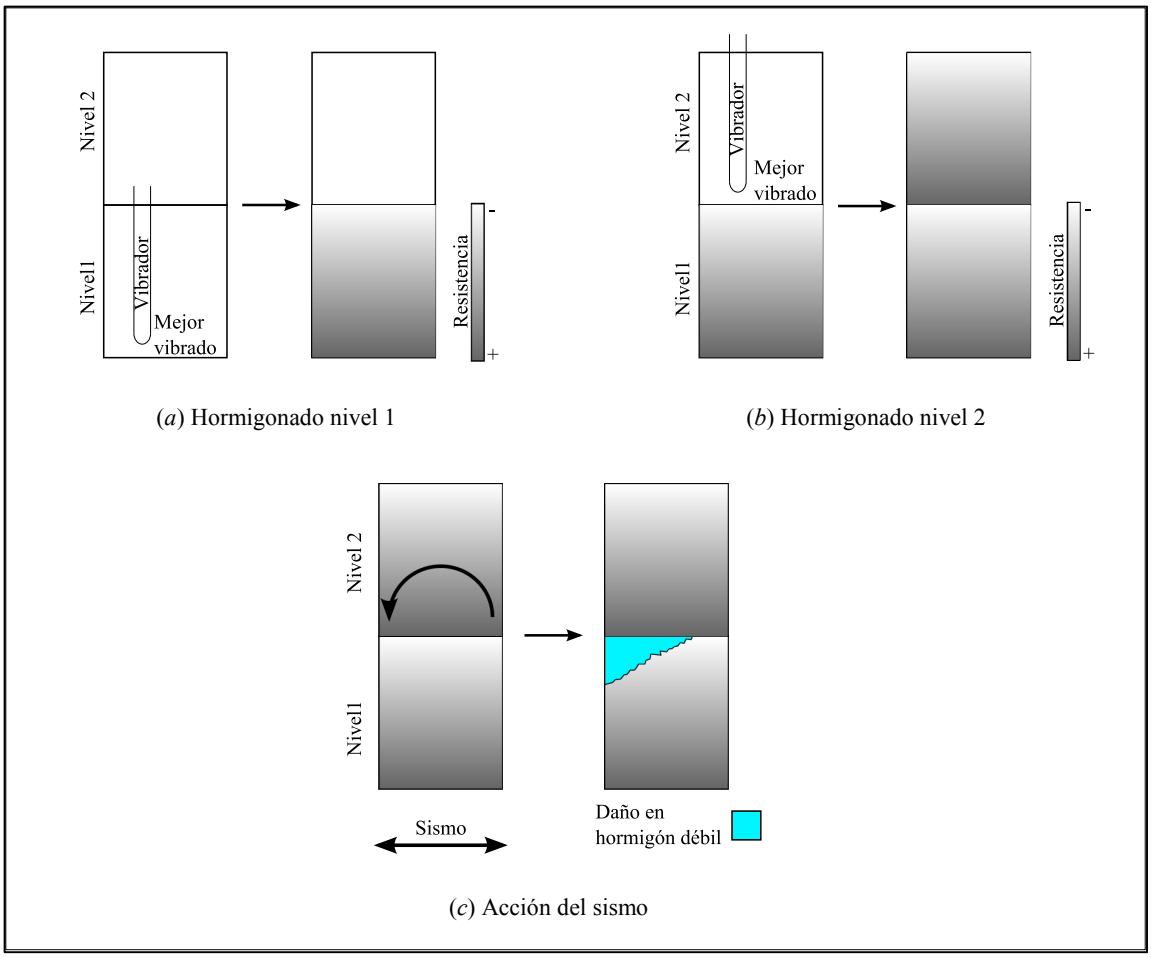


Figura 5-16: Esquema junta de hormigonado y daño por diferencia de resistencias.

También se mencionó la probable deficiencia constructiva en el muro del lado poniente del eje F, mostrado en la Figura 5-9, donde se puede ver en la cabeza del muro una concentración de barras de acero longitudinal, las cuales no se adhirieron al hormigón, y por tanto no trabajaron y no tomaron carga. Esto también puede haber ocurrido por un mal hormigonado en la zona dañada, donde el hormigón no pudo pasar a través del refuerzo. Tampoco se realizó un traslapo adecuado de barras longitudinales, de manera que no se utilizó la longitud de desarrollo necesaria. Estos problemas, si bien son probables deficiencias, son importantes y se pueden considerar en cada análisis.

5.4 Índices del edificio

A continuación se definirán varios índices del edificio, a través de los cuáles se busca tener una mayor comprensión de la estructuración y el comportamiento del edificio.

5.4.1 Definición de propiedades generales

- Número de pisos.

- Altura del edificio desde el nivel del suelo, h.

- Altura del edificio desde su nivel más bajo de fundación, H.

5.4.2 Definición de propiedades dinámicas

- Peso sísmico, W.

- T_n es el período del edificio calculado como $T_n = \frac{N_{pisos}}{20}$, de manera de tener un orden de magnitud previo al modelo.

- La razón H/T se utiliza para clasificar la rigidez del edificio. Si $H/T > 150\ m/s$ se clasifica como muy rígido; como rígido si $70\ m/s < H/T < 150\ m/s$; como normal si $40\ m/s < H/T < 70\ m/s$; como flexible si $20\ m/s < H/T < 40\ m/s$; y como muy flexible si $H/T < 20\ m/s$ (Jünemann, 2012; Westenenk, 2011).

5.4.3 Definición de propiedades geométricas

- Área de piso en planta, A.

- Ancho de piso en planta, b_l y b_t para la dirección longitudinal y transversal del edificio respectivamente.

- Razón de aspecto de piso en planta, b_l/b_t.

- Razón de esbeltez en cada piso, H/b_t.

5.4.4 Definición de propiedades de muro

- Espesor promedio de muro, en cada piso, $\bar{e}$. Se calcula como un promedio ponderado por el largo de cada muro, es decir, si l_i y e_i son el largo y el espesor del muro i respectivamente, se calcula como:

$$\bar{e} = \frac{\sum_i e_i l_i}{\sum_i l_i} \tag{5.1}$$

- Densidad de muros de corte en dirección longitudinal y transversal en cada piso, ρ_l y ρ_t respectivamente. Se calcula como la razón entre el área de muros resistentes en la dirección de interés y el área de la planta, en cada piso.

- Área de muro de corte por peso, en dirección longitudinal y transversal, DNP_l y DNP_t respectivamente. Se calcula para el primer piso, subterráneo y el piso tipo. En este caso, se calculará para el primer piso y subterráneo.

- Tensión axial promedio de muros, σ_1. Se calcula como la razón entre el peso total sobre un piso y el área total de elementos verticales, es decir, muros y columnas. Se calcula para cada piso.

5.4.5 Definición de índices de irregularidad en planta

- Razón de área de piso en planta, $\bar{A}_a/\bar{A}_b$. Razón entre el área en planta promedio de los pisos sobre el nivel del suelo, $\bar{A}_a$, y el área en planta promedio de los pisos subterráneos, $\bar{A}_b$.

- Razón de densidad de muros, $\bar{\rho}_a/\bar{\rho}_b$. Razón entre la densidad de muros promedio de los pisos sobre el nivel del suelo, $\bar{\rho}_a$, y la densidad de muros promedio de los pisos subterráneos, $\bar{\rho}_b$.

- L_{dl}/b_l y L_{dt}/b_t son la razón entre la longitud de la discontinuidad mayor en planta, L_{dl} y L_{dt}, y el ancho de la planta, b_l y b_t, en dirección longitudinal y transversal respectivamente. Se calculan para cada piso.

- A_v/A es la razón entre el área total de vacíos en planta, A_v, y el área del piso en planta, A. Se calcula para cada piso.

5.4.6 Definición de índices de irregularidad en la altura

- M_i/M_{i+1} es el índice de irregularidad de masa, y se calcula como la razón entre las masas del piso *i* e *i*+1.

- $[L_i/L_{i+1}]_l$ y $[L_i/L_{i+1}]_t$ es el índice de irregularidad del ancho del sistema resistentes a las fuerzas laterales, y se calcula como la razón entre los anchos del piso *i* e *i*+1, en dirección longitudinal y transversal respectivamente.

- ϕ_s es un índice de medida de irregularidad de un edificio en altura, y se calcula como:

$$\phi_s = \frac{1}{n_s-1}\sum_{i=1}^{n_s-1} L_i/L_{i+1} \tag{5.2}$$

Donde n_s es el número de pisos. Se calculó para las direcciones longitudinal y transversal. Valores altos de éste índice revelan grandes disminuciones del área en planta. Es siempre mayor o igual que 1. Mientras más cercano a 1, el edificio es más regular (Karavasilis, Bazeos, & Beskos, 2007; Sarkar, Prasad, & Menon, 2010).

5.4.7 Resultados para el edificio

A continuación se presentan las distintas propiedades y los índices calculados para el edificio VH-5. Se presentan propiedades e índices por piso en la Figura 5-17. También se muestran propiedades dinámicas e índices de irregularidad del edificio en la Tabla 5-3; propiedades e índices promedios, mínimos y máximos de aquellos calculados por piso en la Tabla 5-4; y el índice de densidad de muro por peso, *DNP*, en la Tabla 5-5.

Tabla 5-3: Propiedades generales, dinámicas e índices de irregularidad del edificio.

Propiedades generales		Índices de irregularidad	
N° de pisos	22	$A_a(m^2)$	452,21
h (m)	53,97	$A_b(m^2)$	225,57
H (m)	57,27	A_a/A_b	2,00
Propiedades dinámicas		ρ_a	6,22%
W (ton)	10333,63	ρ_b	12,23%
T_n (s)	1,1	ρ_a/ρ_b	0,51
H/T (m/s)	52,06	ϕ_{sl}	1,13
		ϕ_{st}	1,00

Tabla 5-4: Propiedades e índices de irregularidad promedio, mínimo y máximo de los valores por piso del edificio.

	Propiedad/índice	Promedio	Mínimo	Máximo
Propiedades geométricas	A (m^2)	441,91	225,57	470,42
	b_l (m)	35,06	22,75	36,98
	b_t (m)	14,50	12,48	14,70
	b_l/b_t	2,40	1,82	2,52
	H/b_t	3,96	3,90	4,61
Propiedades de muro	$\bar{e}$ (m)	0,19	0,18	0,22
	ρ_x	3,22%	2,67%	7,30%
	ρ_y	3,27%	3,05%	5,43%
	σ_1 (ton/m^2)	183,12	25,47	345,53
Índices de irregularidad	$\lvert M_i/M_{i+1}\rvert$	1,24	0,70	3,23
	$\lvert L_i/L_{i+1}\rvert_l$	1,13	0,62	4,14
	$\lvert L_i/L_{i+1}\rvert_t$	1,00	0,85	1,18
	L_{dl} (m)	6,98	7,05	8,93
	L_{dt} (m)	3,87	3,54	7,32
	A_v (m^2)	26,76	8,77	28,69
	L_{dl}/L	0,21	0,19	0,41
	L_{dt}/L	0,27	0,24	0,59
	A_v/A	0,06	0,04	0,07

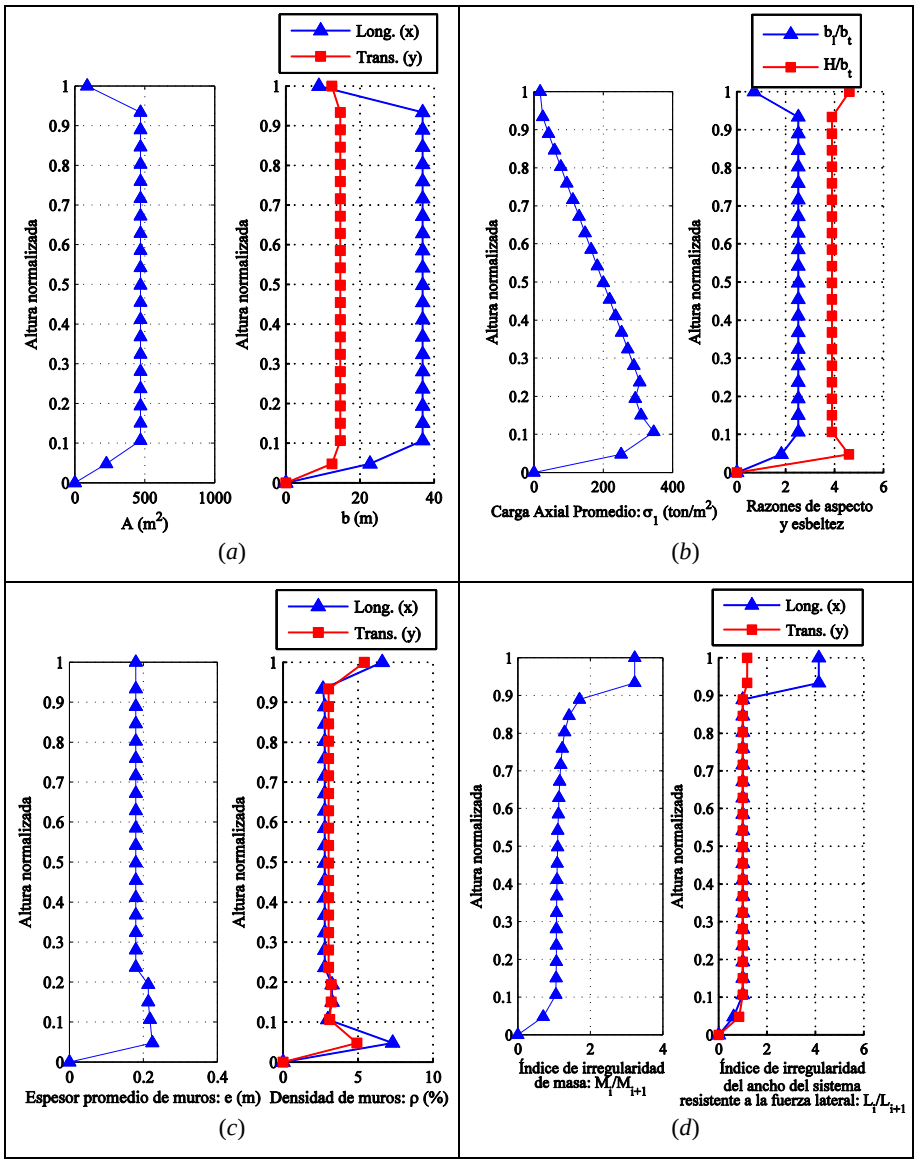


Figura 5-17: Propiedades e índices de irregularidad en la altura;
(*a*) Área y anchos en direcciones longitudinal y transversal, versus Altura normalizada;
(*b*) Carga axial promedio y razón de aspecto y esbeltez versus altura normalizada;
(*c*) Espesor promedio de muro y densidad de muros en direcciones transversal y longitudinal, versus altura normalizada;
(*d*) Índices de irregularidad de masa y de ancho del sistema resistente a la fuerza lateral versus altura normalizada.

Se puede corroborar con las propiedades dinámicas (Tabla 5-3) que la rigidez de la estructura es intermedia, tal como la clasifica la razón H/T. Es en este rango, $40\ m/s < H/T < 70\ m/s$ donde se encuentra la mayoría de las estructuras dañadas por este

terremoto (Jünemann, 2012). El índice $A_a/A_b \approx 2$ se da por el hecho de tener un subterráneo parcial. Lo mismo se podría pensar del índice $\rho_a/\rho_b \approx 0{,}5$. Los índices $H/b_t = 3{,}96$ y $b_l/b_t = 2{,}40$ muestran una estructura muy esbelta, con una gran debilidad en su dirección transversal. Aún cuando las densidades de muro son $\rho_x, \rho_y \approx 3\%$, como históricamente se ha hecho para edificios de muros en Chile, el espesor promedio de $\bar{e} = 19\ cm$ es muy bajo.

Respecto a la regularidad del edificio, éste se ve bastante regular. L_{dl}/b_l y L_{dt}/b_t son muy bajos, lo cual indica que las irregularidades de la planta son muy pocas entre pisos. Además, $|L_i/L_{i+1}|_l$, $|L_i/L_{i+1}|_t$ y $|M_i/M_{i+1}|$ en promedio son muy cercanos a 1, con valores que difieren en el subterráneo y la sala de máquinas; y tiene muy pocos vacíos en planta, con un índice promedio $A_v/A = 0{,}06$ y valores mínimo y máximo que no distan mucho del promedio. Importante es destacar que los índices ϕ_{sl} y ϕ_{st} son muy cercanos a 1, lo cual también da muestras de la regularidad del edificio en la altura.

Tabla 5-5: Densidad de muro por peso.

	Índices de irregularidad	
Piso	$DNP_l\ (m^2/ton)$	$DNP_t\ (m^2/ton)$
-1	0,0024	0,0016
1	0,0014	0,0015

Respecto al índice DNP, la tendencia histórica muestra un descenso de éste, considerando un promedio entre 2×10^{-3} y $4 \times 10^{-3}\ m^2/ton$ para las estructuras construidas entre los años 1939 y 2007 (Jünemann, 2012). Esto implica un aumento en la carga axial promedio de los edificios, probablemente provocada por el aumento en la altura de los edificios más recientes o por la reciente posibilidad de utilizar materiales de mejor calidad, lo cual se interpretaba como una oportunidad para disminuir las dimensiones en las secciones de los elementos verticales hasta antes del terremoto. Para

este edificio, los valores de DNP_l y DNP_t son menores o cercanos al $2 \times 10^{-3}\ m^2/ton$, lo cual coincide con lo comentado anteriormente.

5.5 Análisis del edificio

A continuación se muestran los resultados de un análisis completo del edificio. Para ello, se realizó un modelo tridimensional en el *software* Etabs. Se realizó un análisis modal, la revisión del diseño de los muros ubicados en la zona dañada, y un análisis de desplazamientos para el edificio según los espectros. El modelo realizado se puede ver en la Figura 5-18.

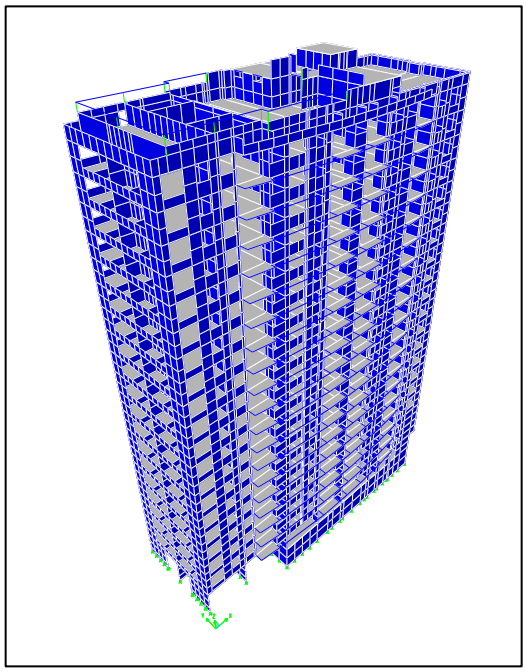


Figura 5-18: Modelo Etabs del edificio VH-5.

El modelo se realizó con elementos del tipo *shell* cuadrilaterales, con apoyos sucesivos en los nodos correspondientes al nivel de fundación de cada eje. Las propiedades materiales son las nominales, indicadas en el punto 5.1.

5.5.1 Análisis modal

Para el edificio VH-5 se realizó un análisis modal. En las Figuras 5-19 y 5-20 se pueden ver las formas obtenidas para el primer y segundo modo, mientras que en la Tabla 5-6 se pueden ver los períodos y los porcentajes de participación modales respecto a la masa. Los dos primeros modos son importantes, ya que si bien al ver la información el primer y el segundo modo acumulan gran parte de la masa en las direcciones *y* y *x* respectivamente y ambos están desacoplados de su respectiva dirección perpendicular, en el primer modo se puede ver que la torsión que existe en el edificio es importante. Dada su estructuración, donde el subterráneo es parcial, el centro de rigidez en los pisos superiores se encuentra sobre el centro de masa del subterráneo, lo cual hace que la demanda de desplazamiento sobre los ejes más alejados, en los cuales no hay subterráneo, sea mayor. Precisamente en estos ejes se encuentran los muros dañados, indicados en la Figura 5-6.

Tabla 5-6: Edificio VH-5 - Análisis modal - Períodos y porcentajes de participación modal respecto a la masa.

Modo	Período	u_x	u_y	u_z	$\sum u_x$	$\sum u_y$	$\sum u_z$	θ_x	θ_y	θ_z	$\sum \theta_x$	$\sum \theta_y$	$\sum \theta_z$
1	1,06	0,07	62,87	0,00	0,07	62,87	0,00	90,80	0,09	6,08	90,80	0,09	6,08
2	0,68	70,10	0,26	0,00	70,17	63,13	0,00	0,40	91,00	0,80	91,20	91,08	6,88
3	0,63	1,13	4,76	0,00	71,30	67,89	0,00	7,12	1,46	64,66	98,31	92,54	71,54
4	0,26	0,03	14,72	0,00	71,33	82,60	0,00	0,72	0,00	1,11	99,04	92,54	72,66
5	0,18	13,93	0,15	0,10	85,26	82,76	0,11	0,01	0,01	0,08	99,05	92,55	72,74
6	0,17	0,08	2,65	0,00	85,34	85,41	0,11	0,11	0,00	14,75	99,16	92,55	87,49
7	0,12	0,03	4,33	0,01	85,38	89,73	0,11	0,36	0,03	0,78	99,52	92,59	88,27
8	0,12	0,03	0,00	79,84	85,40	89,73	79,96	0,00	0,13	0,00	99,52	92,71	88,27
9	0,11	0,40	0,03	1,71	85,80	89,76	81,67	0,00	5,54	0,02	99,52	98,26	88,29
10	0,09	0,31	0,11	0,06	86,11	89,86	81,73	0,07	0,02	0,37	99,59	98,28	88,65

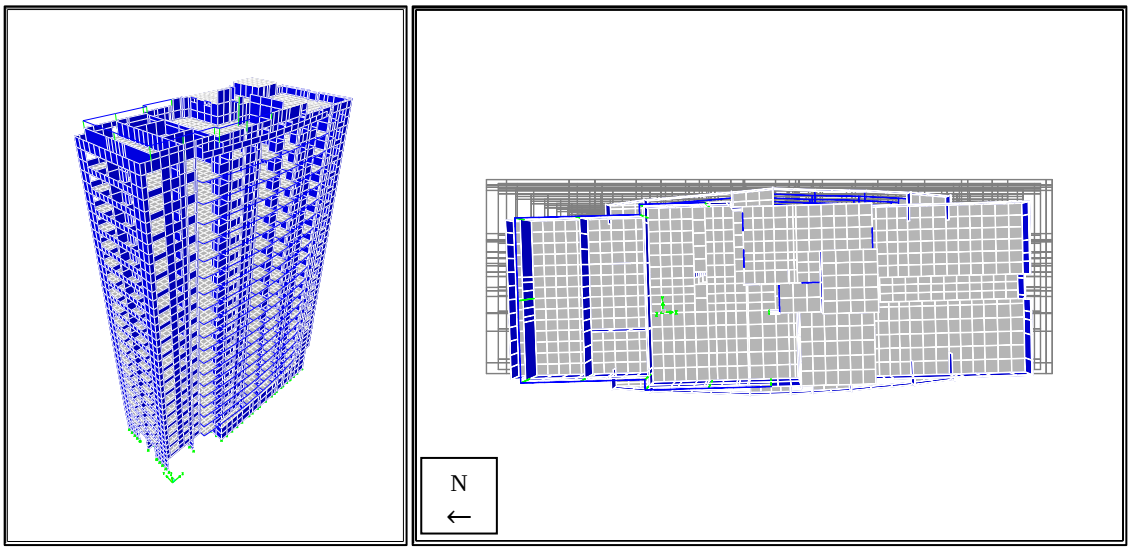


Figura 5-19: Edificio VH-5 - Modelo Etabs - Modo 1 (T = 1,0574 s).

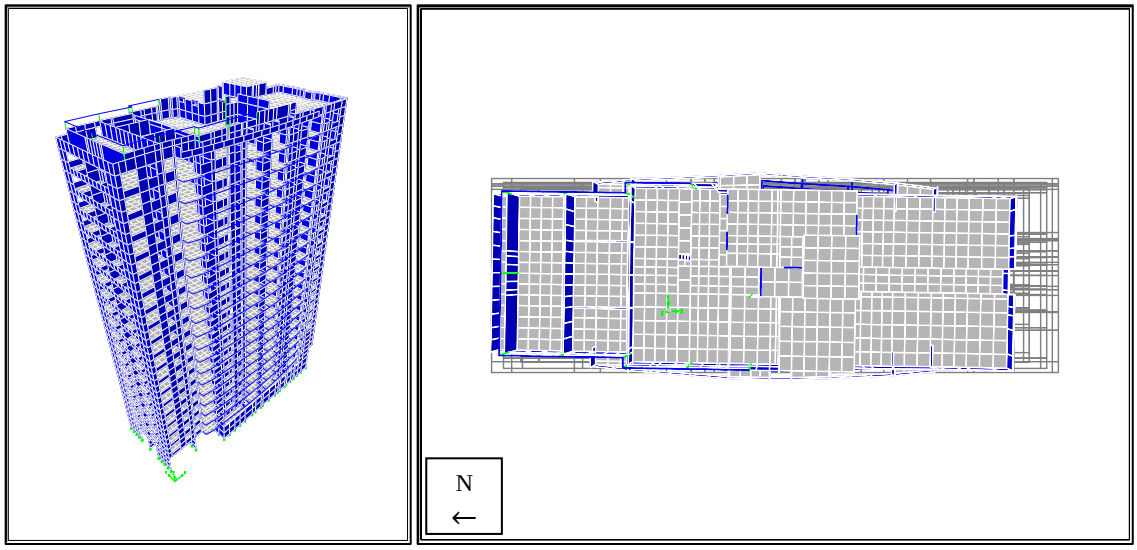


Figura 5-20: Edificio VH-5 - Modelo Etabs - Modo 2 (T = 0,6795 s).

Es importante señalar que los modos 1 y 2 son los que concentran la mayor cantidad de masa en las direcciones y y x respectivamente, tal como lo muestra la Tabla 5-6 (62,87% y 70,10% respectivamente). Su predominio es notorio al comparar la posición deformada real con las formas modales mencionadas (Figuras 5-19 y 5-20),

especialmente la torsión junto al movimiento en la dirección débil del edificio, mostrada por el modo 1.

5.5.2 Revisión del diseño de muros

La revisión del diseño de los muros del edificio se realizó en dos etapas distintas. Primero, se replicó un diseño convencional para los muros del edificio según la norma NCh433 of. 96 modificada el 2009, utilizando un análisis modal espectral. Segundo, se verificó el diseño de los muros dañados, contrastando lo obtenido según el modelo, con las curvas de interacción correspondientes. En la Tabla 5-7 se presenta la información básica utilizada en el diseño.

En la Tabla 5-8 se muestra la revisión del diseño por corte de los muros en la zona dañada según la resistencia definida en las Ecuaciones (3.1) y (3.2), mientras que en la Tabla 5-9 se muestra la revisión del diseño por flexocompresión. En la Figura 5-21 se identifican los muros, para la correcta interpretación de la revisión realizada. La revisión se realiza a través de curvas de interacción calculadas según el código ACI 318-11 (2011) (e.g., Figura 5-22).

Tabla 5-7: Resultado del análisis normativo según NCh 433 of. 96 mod. 2009, para el diseño del edificio VH-5.

	NCh 433	D.S. 61			
Zona sísmica	2				
Suelo tipo	II	B			
Tipo estructura	C	II			
Sistema estructural					
R	7	Hormigón armado			
R_0	11				
Parámetros	X	Y	Parámetros sin escala	X	Y
R efectivo	4,6	3,1	R	8,395	9,377
$1/R$ efectivo	0,218	0,319	$1/R$	0,119	0,107
Coef. sísmico	5%	5%	C	2,70%	1,70%
Corte basal (ton)	349	349	Corte basal (ton)	188	118

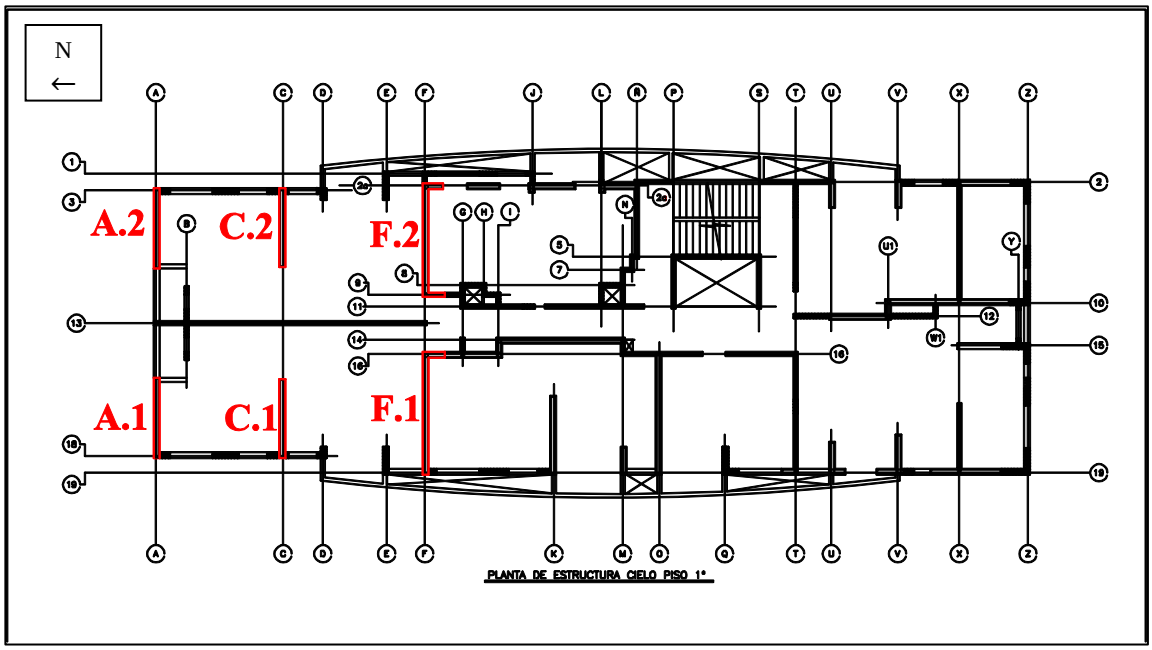


Figura 5-21: Identificación de muros en la zona dañada para la revisión del diseño.

Tabla 5-8: Revisión del diseño al corte de los ejes dañados en primer piso según la norma NCh 433 of. 96 mod. 2009.

Eje	A		C		F	
Muro	1	2	1	2	1	2
Espesor (cm)	25	25	25	25	25	25
Largo (cm)	339	339	333	333	478	518
Área refuerzo transversal (cm^2)	1,57	1,57	1,01	1,01	1,57	1,57
Separación refuerzo transversal (cm)	18	20	16	16	20	20
V_n (kN)	2264	2142	1889	1889	3020	3273
$\phi V_n(\phi = 0{,}6)$ (kN)	1358	1285	1133	1133	1812	1964
V_u (kN)	1304	1499	607	724	524	1886
Cumple	SI	NO	SI	SI	SI	SI

Tabla 5-9: Revisión del diseño a flexocompresión de los ejes dañados en primer piso según norma NCh 433 of. 96 mod. 2009, como razón demanda/resistencia.

Eje	A		C		F	
Muro	1	2	1	2	1	2
$\max(D/R)$ comportamiento	0,6989	0,681	0,6697	0,5658	0,4328	0,594
$\max(D/R)$ diseño	0,7765	0,7566	0,8147	0,7963	0,4808	0,66

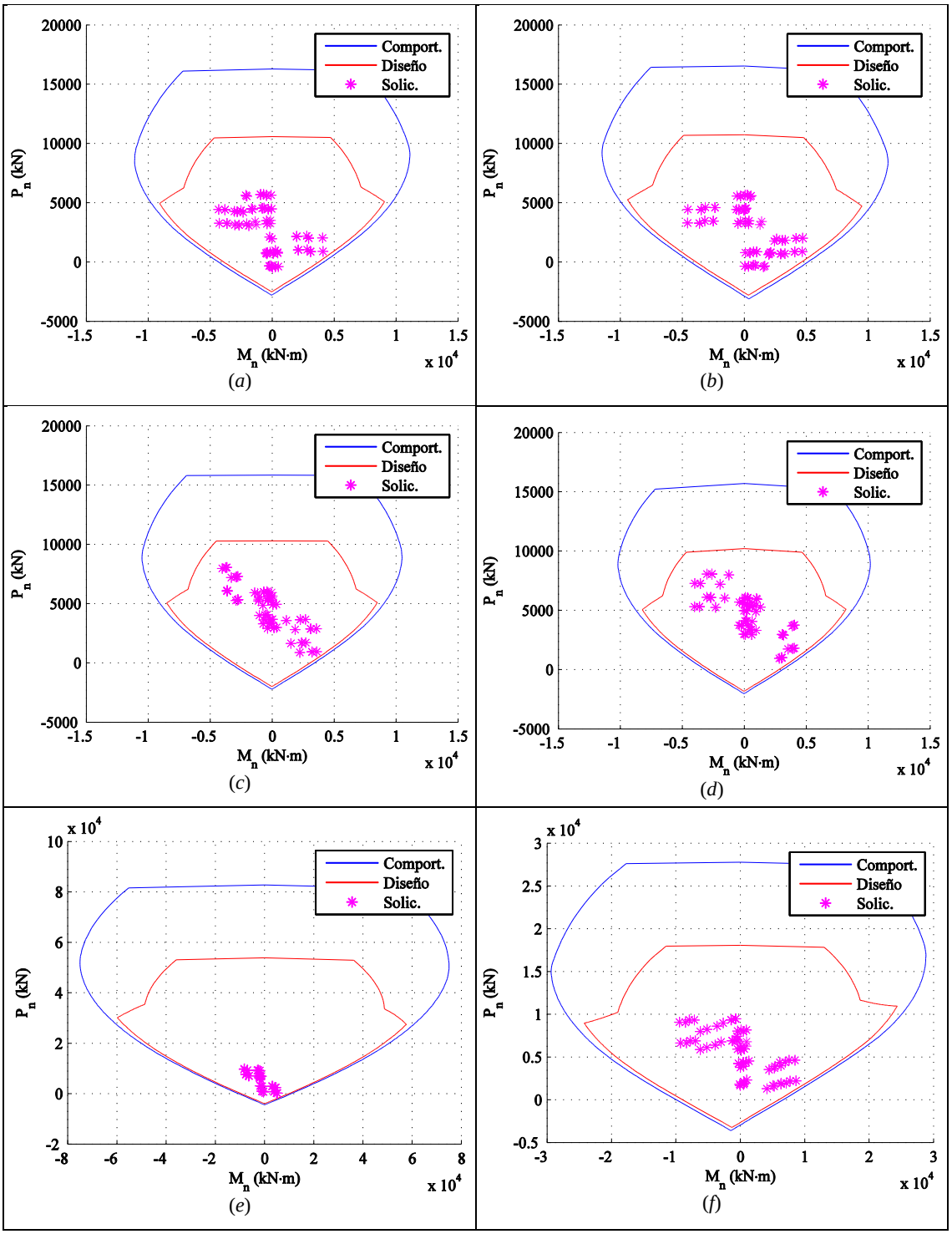


Figura 5-22: Verificación del diseño y el comportamiento a través de curvas de interacción según la norma NCh 433 of. 96 mod. 2009; (*a*) Muro 1 del eje A; (*b*) Muro 2 del eje A; (*c*) Muro 1 del eje C; (*d*) Muro 2 del eje C; (*e*) Muro 1 del eje F; (*f*) Muro 2 del eje F.

Como se muestra de la Tabla 5-7 a la 5-9, se puede ver que el diseño de los muros dañados cumple en general. Sin embargo, es también evidente que las cargas axiales están muy por sobre lo actualmente permitido por la normativa vigente. Sólo la demanda en el muro 2 del eje A excede su capacidad al corte en un 16% aproximadamente. Sin embargo, este muro no se dañó en la realidad, debido a que la falla por flexocompresión ocurre antes en los otros muros. Sin embargo, es también evidente que las cargas axiales están por sobre lo actualmente permitido por la normativa vigente.

5.6 Conclusiones respecto a la situación del edificio

Se puede concluir que el diseño del edificio cumple con la normativa de la época, con excepción de un muro. Sin embargo, la discontinuidad provocada por el cambio de sección rectangular de algunos muros del primer piso a secciones T o L en los pisos superiores, la torsión provocada por el subterráneo parcial, y las importantes cargas axiales en los muros generan un comportamiento frágil de la estructura. Las discontinuidades producen aumentos de esfuerzo en ciertos elementos estructurales en secciones más débiles.

El correcto diseño de los muros dañados genera aún más preguntas respecto a su daño. Queda en evidencia una probable deficiencia en las etapas constructivas, vistas en las juntas de hormigonado y mallas horizontales que no tienen un gancho suficiente para generar un confinamiento mínimo o, por lo menos, mantener las barras longitudinales en su lugar.

Considerando la totalidad de la estructura se puede concluir que sus debilidades principales son la gran esbeltez del edificio, que conduce a aumentos importantes de carga axial, y el bajo espesor promedio de muros (aún cuando se mantenga una buena densidad de muros en corte). A lo anterior, se agregan los posibles efectos de un suelo peor al considerado en el diseño, lo que se manifiesta en una mayor demanda.

6 ANÁLISIS 3D INCREMENTAL-ELÁSTICO Y FRÁGIL

En este capítulo se presenta el desarrollo y los resultados de un análisis de un modelo tridimensional del edificio estudiado denominado "incremental-elástico y frágil". Esto quiere decir que es un análisis lineal elástico por intervalos, los que se definen eventos de falla frágil de los muros y otros elementos estructurales. El objetivo de este análisis es replicar el daño observado en el edificio, producto del terremoto.

El comportamiento frágil se justifica por lo observado en los edificios dañados por el terremoto del 2010, los que muestran fallas de flexocompresión en muros por excesiva carga axial y falta de confinamiento para generar un comportamiento dúctil. Además, se puede ver que mientras hay daños grandes en algunos elementos, el resto de la estructura se ve sin daños, ni siquiera pequeños, por lo que se justifica que el resto de la estructura sea elástica.

Este análisis se inspira en el llamado "análisis de colapso progresivo" (Wibowo & Lau, 2009, Baldridge & Humay, 2003). En él se realiza un modelo tridimensional de la estructura y se supone un comportamiento elástico hasta detectar la falla de un primer elemento estructural. El elemento que falla frágilmente se remueve del modelo y se analiza la estructura sin ese elemento. Luego se repite el análisis incrementalmente hasta una siguiente falla. Se continúa cargando el modelo hasta detectar la falla de un próximo elemento siempre suponiendo un comportamiento lineal elástico de la estructura restante. El comportamiento completo de la estructura es inelástico, debido a la remoción del elemento estructural en cada paso, pero dentro de cada paso el comportamiento de la estructura se mantiene lineal elástico.

La secuencia de muros dañados se puede comparar con los daños reales, y así se puede entender cómo se produjo la secuencia de daño en el edificio, el sentido de la carga que daña los muros, y cómo influye la remoción de un muro en la demanda de los otros muros, alterando el comportamiento de la estructura.

6.1 Análisis de colapso progresivo

El análisis de colapso progresivo consiste en analizar la estructura al remover secuencialmente del modelo un elemento estructural. En general, se utiliza en estructuras de marcos, es decir, utilizando elementos tipo *frame*, y está normado para combinaciones de carga de peso propio y sobrecarga. Se realiza como un análisis dinámico desde el momento en que se saca el elemento hasta que se estabilice la respuesta de la estructura.

Este tipo de análisis se ha normado y utilizado para problemas de demolición de estructuras y para cargas de impacto en ciertos países de Europa y Estados Unidos. El estado del arte respecto de este tipo de análisis en problemas sísmicos no está suficientemente desarrollado. Un resumen de esto se puede ver en el trabajo de Wibowo & Lau (2009). La complejidad de este análisis para el caso sísmico está en la capacidad computacional que se requiere. Además, no hay *software* disponible que entregue la opción de realizar este tipo de análisis. La única opción para resolver este problema es programando dentro de algún *software* de elementos finitos la remoción del elemento estructural; ello se puede lograr, por ejemplo, cambiando la rigidez del elemento y disminuyéndola a cero esencialmente.

En este trabajo, se construyó un modelo 3D del edificio en el *software* SAP2000, utilizando específicamente su análisis de *nonlinear staged construction*, el que permite agregar y remover elementos de la estructura. Se aplica un patrón de carga lateral y se verifica la falla para cada muro según su curva de interacción. Si los esfuerzos del muro llegan a la curva correspondiente, dicho muro se elimina del análisis y se calcula la redistribución de esfuerzos para luego seguir aplicando un incremento de carga. El objetivo es lograr un análisis de *pushover* inelástico.

6.2 Definición del modelo

Para realizar este análisis, se tradujo el modelo Etabs del edificio VH-5 a SAP2000. Se eligió este *software* debido a que tiene más opciones que hacen posible el análisis. Las propiedades de los materiales utilizadas son las mencionadas en el Capítulo 5, las mismas utilizadas en el modelo Etabs del edificio. En la Figura 6-1 se muestra el modelo tridimensional de elementos finitos en SAP2000.

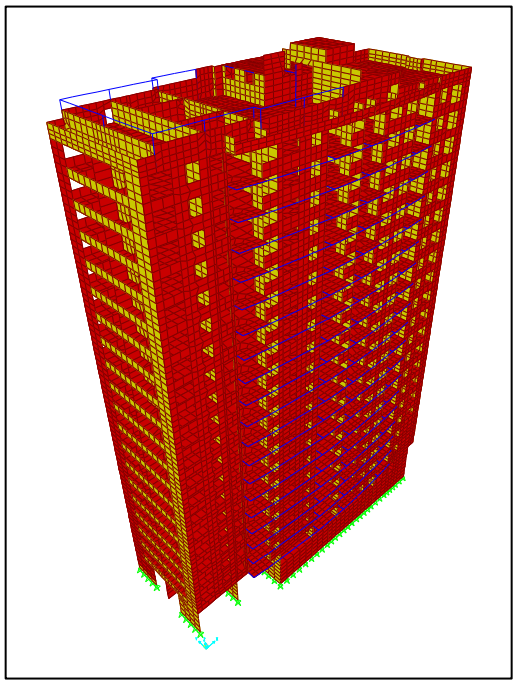


Figura 6-1: Modelo SAP2000 del edificio VH-5.

6.3 *Nonlinear Staged Construction Analysis*

El llamado *nonlinear staged construction analysis* está pensado para realizar un análisis de una estructura aplicando distintas etapas constructivas. En estas etapas se puede agregar elementos, remover elementos, cambiar sección de un elemento y agregar carga a un objeto. También se pueden agregar efectos que dependan del tiempo en la estructura, como lo es, por ejemplo, la edad de un hormigón. De las etapas constructivas, nos interesa poder remover un elemento estructural luego de determinar su falla.

El proceso de remoción de un elemento o un grupo de elementos finitos se realiza en tres etapas (Computers and Structures, Inc., 2010). Primero, el *software* compone el modelo sin los elementos seleccionados para remover. Segundo, en el lugar de los elementos removidos, se colocan fuerzas equivalentes a los elementos. Tercero, se multiplican las fuerzas equivalentes por una función rampa, que va de 1 a 0, calculando la redistribución de esfuerzos en cada paso hasta llegar a la remoción completa del elemento. En la Figura 6-2 se muestra una breve explicación gráfica. Al hacer esto, el *software* analiza la estructura manteniendo las cargas aplicadas previamente, obteniendo sólo la influencia de remover el objeto deseado.

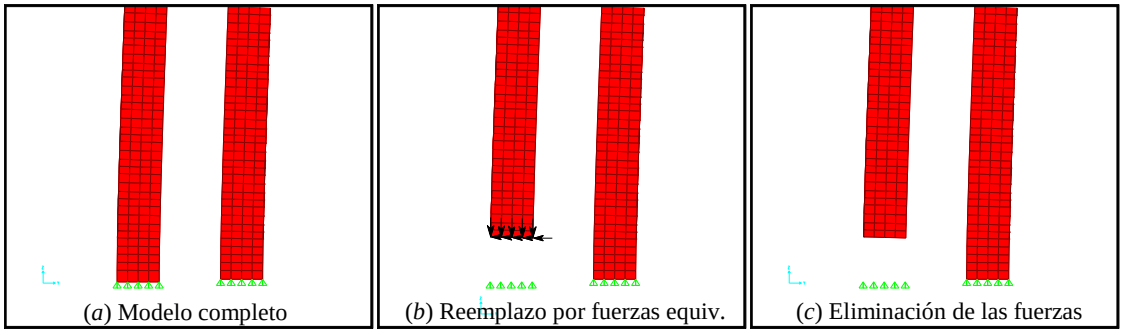


Figura 6-2: Proceso de análisis del *nonlinear staged construction* - Remover objeto.

6.4 Casos de análisis

Se realizaron distintos casos de análisis bajo distintas consideraciones de carga y de la estructura. Se consideran dos tipos de carga lateral y dos sentidos posibles para cada tipo de carga lateral. Luego, se consideran dos casos distintos de carga axial en los muros y dos casos de verificación de las secciones de muro, considerando dos zonas distintas para ello. Finalmente, se consideran dos casos de resistencia para algunas secciones, en las que es posible incluir una deficiencia constructiva, tal como se explica en detalle a continuación.

6.4.1 Cargas laterales para análisis de *pushover*

El primer estado de carga lateral corresponde a las cargas laterales definidas en la norma NCh 433 of. 96 (Instituto Nacional de Normalización, 2009). El segundo estado de carga es modal y se define como:

$$\underline{F_n} = \omega_n^2 \underline{M} \underline{\phi}_n \Gamma_n d_n \tag{6.1}$$

donde $\underline{M}$ es la matriz de masa; ω_n, $\underline{\phi}_n$ y Γ_n son la frecuencia angular, forma modal y factor de importancia del modo *n*, respectivamente; y d_n es un desplazamiento normalizado, el cual depende del período T_n y se obtiene como:

$$d_n = S_d(T_n) \tag{6.2}$$

Para lo anterior se utilizó el espectro de la norma NCh 433 of. 96 (Instituto Nacional de Normalización, 2009) junto a la modificación del decreto 61 de Diciembre del 2011. Las fuerzas laterales se definen por nivel y se aplican en el centro de masa de cada piso. Los dos tipos de carga mencionados se aplican en dirección E-W, que es la dirección débil del edificio. Éstas se aplican en sentido positivo y negativo como se muestra en la Figura 6-3.

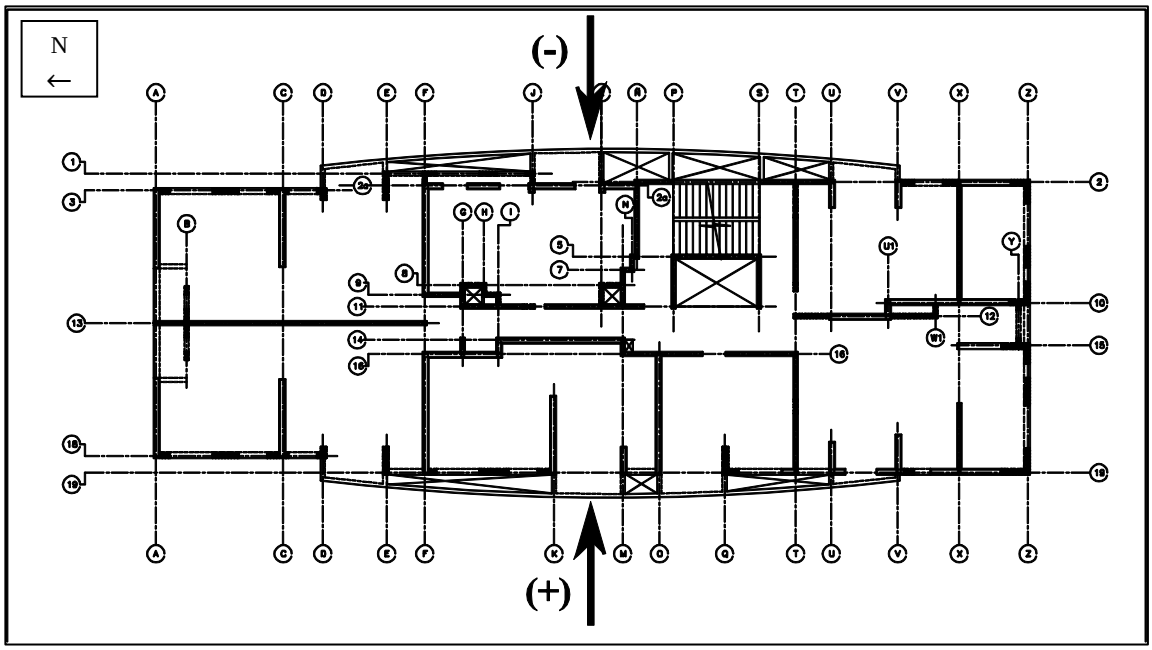


Figura 6-3: Sentido de cargas laterales aplicadas en análisis de colapso progresivo, según la planta del piso 1 del edificio VH-5.

6.4.2 Efecto de la carga axial en muros

Se analizó también el efecto de la carga axial en la resistencia de los muros verificados. Para esto, se consideró dos situaciones iniciales para el modelo del edificio. En la primera no se consideró ningún tipo de carga inicial, mientras que en la segunda se consideró el peso propio de la estructura como carga inicial. De manera más precisa, se realizó un caso con peso sísmico (Peso propio + 0,25 × Sobrecarga) previo a la carga lateral.

Primero, se considera un caso sin carga inicial como referencia para evaluar el efecto de la carga de peso propio, y segundo, para verificar la validez de los resultados del modelo. Para el nivel de corte basal de diseño establecido en el Capítulo 5, Tabla 5-7, se define el comienzo del comportamiento inelástico (Instituto Nacional de Normalización, 2009). En este caso, como el comportamiento es frágil, la primera falla indica el cambio en el comportamiento de la estructura. Por lo tanto, la primera falla se debe producir

cuando se alcanza un nivel de corte basal igual al establecido por el diseño, validando el análisis.

6.4.3 Secciones debilitadas

Se consideró para el análisis el uso de secciones debilitadas debido a posibles problemas constructivos ya mencionados en el Capítulo 5 (específicamente en 5.2). Para debilitar, por ejemplo, la sección del muro 1 del eje F, se consideró la cabeza del muro sin refuerzo, con una doble malla $\phi 10$ a 20. Para la sección del muro 2 del eje A se consideró un hormigón de menor calidad con el mismo refuerzo indicado en los planos. Para ello se tomó los datos de un mortero con baja resistencia, considerando finalmente $f_c' = 80\ kg/cm^2$ (Tan & Sahin Zaimoglu, 2007).

Se consideran dos casos de análisis, uno con las secciones de los muros A.2 y F.1 según las consideraciones nominales en los planos y otro con las secciones anteriores debilitadas según las consideraciones ya explicadas.

6.4.4 Secciones analizadas

Para realizar este análisis se verificaron las secciones de los muros del edificio en dos situaciones. Primero, verificando sólo la zona de los muros dañados, es decir, la zona norte del edificio en el primer piso, esto es, las secciones A.1, A.2, C.1, C.2, F.1 y F.2 en la Figura 5-21. Segundo, verificando todas las secciones del primer piso.

El primer caso de verificación se justifica, porque los daños visibles sólo ocurrieron en la zona norte del primer piso. El segundo caso se realizó de manera de verificar un posible primer piso blando. La identificación de las secciones para la verificación del primer piso completo se muestra en la Figura 6-4.

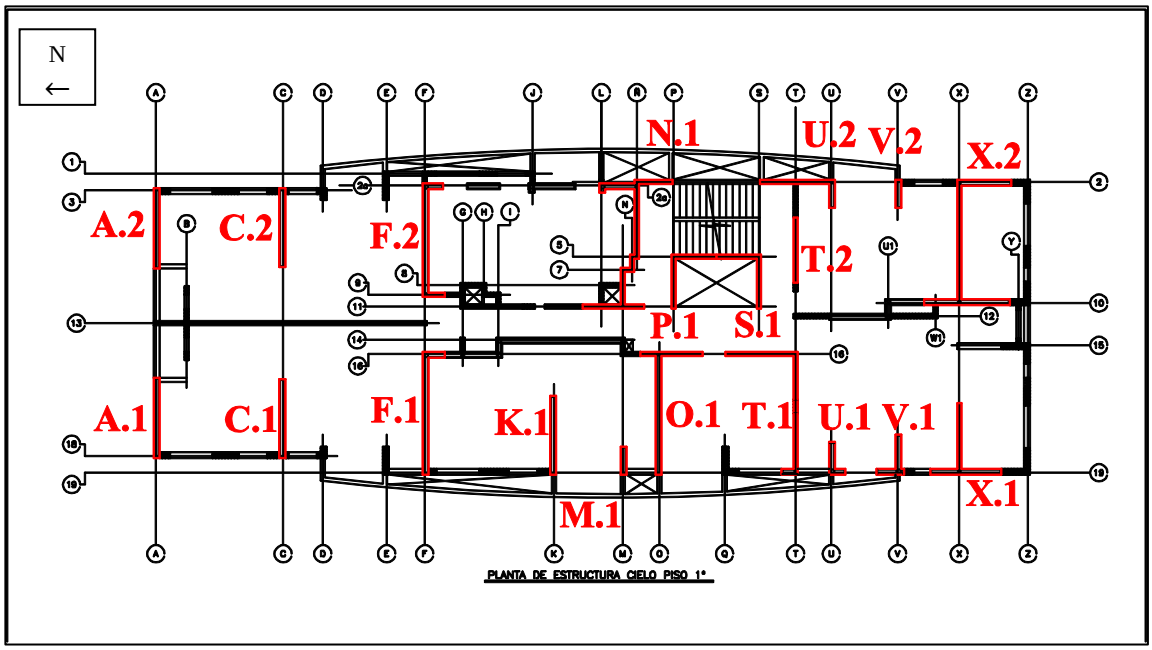


Figura 6-4: Identificación de muros en el primer piso para análisis de colapso progresivo.

6.5 Resistencias de los muros considerados

Para cada muro a verificar, se calculó la curva de interacción correspondiente a la sección. Las curvas de interacción para las secciones de los ejes A, C y F se pueden ver en la Figura 5-22 y se muestran a continuación para compararlas en su versión de sección debilitada (Figura 6-5). Todas las curvas de interacción del piso 1 se muestran en el Anexo D.

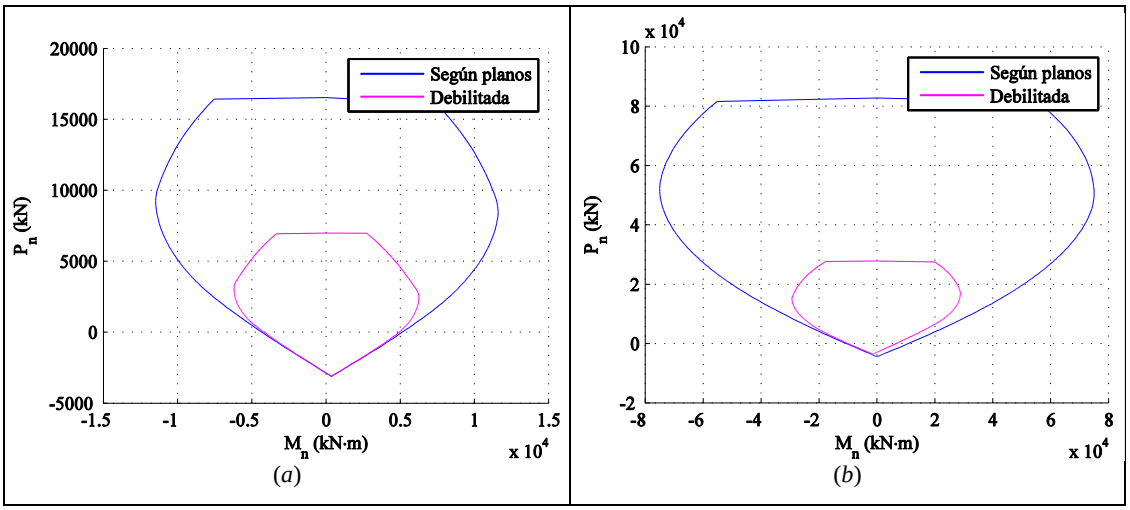


Figura 6-5: Comparación de curvas de interacción de muros del edificio VH-5, sección según planos y sección debilitada; (*a*) Eje A, muro 2; (*b*) Eje F, muro 1.

6.6 Resultados del análisis

A continuación, se muestran los resultados del análisis de colapso progresivo para el edificio VH-5. El modelo se carga hasta generar la falla de al menos tres muros y se normaliza el nivel de fuerza aplicada con el valor del corte basal de diseño, el que se verificó para cumplir el nivel mínimo de corte basal utilizando el espectro de diseño de la norma NCh 433. of. 96 mod. 2009 según lo indicado en la Tabla 5-7. El corte basal de diseño que resulta del análisis normativo es de 349 *ton*, valor considerado como el corte mínimo a considerar.

6.6.1 Carga lateral según NCh 433 of 96. mod. 2009, sin peso sísmico, verificación en zona dañada

En la Tabla 6-1 se resumen los resultados para el caso de carga lateral según lo define la norma NCh 433, sin peso sísmico, verificando sólo la zona dañada. En ésta se muestra el paso de carga, el tipo de carga, el nivel de corte basal alcanzado para la carga aplicada normalizada con respecto al corte de diseño, y el muro que falla al aplicar dicha carga. Estos resultados se resumen en la misma tabla para los casos de carga positiva y

negativa, y para los casos de verificación en las secciones según planos y en las secciones debilitadas.

Tabla 6-1: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según NCh 433 of. 96 mod. 2009, sin peso sísmico, verificación en zona dañada.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	112%	C.1	1	Lateral	100%	C.2
	2	Remover C.1	115%	-	2	Remover C.2	104%	F.2
	3	Lateral	118%	A.1	3	Remover F.2	124%	A.2
	4	Remover A.1	125%	F.1	4	Remover A.2	136%	A.1
	5	Remover F.1	125%	-	5	Remover A.1	183%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	42%	F.1	1	Lateral	100%	C.2
	2	Remover F.1	42%	-	2	Remover C.2	104%	F.2
	3	Lateral	101%	C.1	3	Remover F.2	124%	A.2
	4	Remover C.1	102%	A.1	4	Remover A.2	136%	A.1
	5	Remover A.1	109%	-	5	Remover A.1	183%	-

En la Tabla 6-1 se pueden ver las secuencias de falla para cada sentido de carga y cada supuesto de resistencia de los muros. Es interesante ver que para los casos de secciones según planos la primera falla ocurre a un 112% y 100% del corte basal de diseño, para carga positiva y negativa, respectivamente. Esto indica que de alguna manera la modificación de la respuesta vía espectro se hace efectiva, evidenciándose que el comportamiento inelástico, considerado a través de un valor de *R* efectivo, ocurre para un corte basal cercano al definido en el diseño. También es importante señalar que para el caso de carga negativa fallan los tres muros dañados en la realidad (A.2, C.2 y F.2) de manera consecutiva, sin tener que aumentar la carga lateral. Para la carga positiva, fallan los muros del lado poniente del edificio, fallando primero el muro F.1 dañado en la realidad siempre que se debilite este muro, a un porcentaje del corte de diseño muy bajo.

Esto quiere decir que si el muro estaba debilitado en la realidad, éste se dañó para una demanda mucho menor en el edificio.

6.6.2 Carga lateral según el modo 1 del edificio, sin peso sísmico, verificación en zona dañada

En la Tabla 6-2 se encuentran resumidos los resultados para el caso de carga lateral según el modo 1 del edificio sin peso sísmico y verificando la zona dañada.

Tabla 6-2: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, sin peso sísmico, verificación en zona dañada.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	104%	C.1	1	Lateral	93%	C.2
	2	Remover C.1	106%	-	2	Remover C.2	97%	F.2
	3	Lateral	108%	A.1	3	Remover F.2	115%	A.2
	4	Remover A.1	115%	F.1	4	Remover A.2	126%	A.1
	5	Remover F.1	115%	-	5	Remover A.1	172%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	38%	F.1	1	Lateral	93%	C.2
	2	Remover F.1	38%	-	2	Remover C.2	97%	F.2
	3	Lateral	93%	C.1	3	Remover F.2	115%	A.2
	4	Remover C.1	94%	A.1	4	Remover A.2	126%	A.1
	5	Remover A.1	100%	-	5	Remover A.1	172%	-

En la Tabla 6-2 se puede ver la secuencia de falla para cada sentido de carga y cada consideración de resistencia, ocurriendo lo mismo que en el caso de carga anterior (Tabla 6-1), para los casos de secciones según planos, donde la primera falla ocurre a un 104% y 93% del corte basal de diseño, para carga positiva y negativa, respectivamente. También para este caso de carga, en sentido negativo siempre fallan los tres muros dañados en la realidad consecutivamente. Para la carga positiva, también fallan los

muros del lado poniente del edificio, fallando el muro F.1 primero cuando éste se debilita.

6.6.3 Carga lateral según NCh 433 of 96. mod. 2009, con peso sísmico, verificación en zona dañada

En la Tabla 6-3 se muestran los resultados para el caso de carga lateral según lo define la norma NCh 433, verificando la zona dañada. El modelo considera la aplicación del peso sísmico como estado inicial de la estructura.

Tabla 6-3: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según NCh 433 of. 96 mod. 2009, con peso sísmico, verificación en zona dañada.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	322%	F.1	1	Lateral	291%	F.2
	2	Remover F.1	322%	-	2	Remover F.2	344%	-
	3	Lateral	345%	C.1	3	Lateral	372%	C.2
	4	Remover C.1	360%	-	4	Remover C.2	397%	-
	5	Lateral	394%	A.1	5	Lateral	430%	A.2
	6	Remover A.1	435%	-	6	Remover A.2	487%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	217%	F.1	1	Lateral	291%	F.2
	2	Remover F.1	217%	A.2	2	Remover F.2	344%	-
	3	Remover A.2	235%	-	3	Lateral	350%	A.2
	4	Lateral	349%	C.1	4	Remover A.2	390%	-
	5	Remover C.1	369%	-	5	Lateral	421%	C.2
	6	Lateral	412%	A.1	6	Remover C.2	460%	-

Según lo visto en la Tabla 6-3, la aplicación de la carga de peso sísmico es muy importante en la falla inicial obtenida, sobre todo para la carga positiva. Para el caso mencionado, independiente de la consideración de resistencia para las secciones,

siempre falla primero el muro F.1, el cual se daña en la realidad. También, en este mismo caso, es importante la falla obtenida en el muro A.2 al considerar secciones debilitadas. Si bien puede ser obvia la falla en un muro debilitado, los resultados obtenidos indican que si el muro A.2 se debilitó de alguna forma, éste siempre fallaría para el caso de carga positiva. Respecto al caso de carga negativa, se dañan siempre los muros del lado oriente, dañados en la realidad, en el mismo orden.

6.6.4 Carga lateral según el modo 1 del edificio, con peso sísmico, verificación en zona dañada

En la Tabla 6-4 se muestran los resultados para el caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, verificando la zona dañada, considerando el peso sísmico.

Tabla 6-4: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, con peso sísmico, verificación en zona dañada.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	294%	F.1	1	Lateral	269%	F.2
	2	Remover F.1	294%	-	2	Remover F.2	318%	-
	3	Lateral	320%	C.1	3	Lateral	346%	C.2
	4	Remover C.1	332%	-	4	Remover C.2	369%	-
	5	Lateral	364%	A.1	5	Lateral	399%	A.2
	6	Remover A.1	403%	-	6	Remover A.2	453%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	199%	F.1	1	Lateral	269%	F.2
	2	Remover F.1	199%	-	2	Remover F.2	318%	-
	3	Lateral	205%	A.2	3	Lateral	327%	A.2
	4	Remover A.2	222%	-	4	Remover A.2	366%	-
	5	Lateral	325%	C.1	5	Lateral	393%	C.2
	6	Remover C.1	344%	-	6	Remover C.2	429%	-

Se puede ver una concordancia entre lo mostrado en la Tabla 6-4 y lo mostrado en la Tabla 6-3. Los muros que fallan son exactamente los mismos en ambas tablas, para todos los casos, por lo cual las conclusiones extraídas anteriormente se confirman para el edificio.

6.6.5 Carga lateral según NCh 433 of 96. mod. 2009, sin peso sísmico, verificación del primer piso completo

A continuación, en la Tabla 6-5, se muestran los resultados obtenidos al verificar la falla en las todas las secciones del primer piso, resistentes a la carga en la dirección débil del edificio, sin peso sísmico y con carga lateral según lo indica la norma NCh 433 of. 96 mod. 2009 (2009).

Tabla 6-5: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según NCh 433 of. 96 mod. 2009, sin peso sísmico, verificación del primer piso completo.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	106%	M.1	1	Lateral	100%	C.2
	2	RemoverM.1	106%	-	2	Remover C.2	104%	F.2
	3	Lateral	111%	C.1	3	Remover F.2	124%	A.2
	4	Remover C.1	113%	O.1	4	Remover A.2	136%	-
	5	Remover O.1	113%	A.1	5	Lateral	183%	A.1
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	42%	F.1	1	Lateral	100%	C.2
	2	Remover F.1	42%	-	2	Remover C.2	104%	F.2
	3	Lateral	92%	M.1	3	Remover F.2	124%	A.2
	4	RemoverM.1	92%	-	4	Remover A.2	136%	-
	5	Lateral	99%	C.1	5	Lateral	183%	A.1

En la Tabla 6-5, se observa que al revisar el primer piso completo, para el caso de carga negativa siempre fallan los muros dañados en la realidad, obteniéndose el mismo resultado mostrado en la Tabla 6-1, revisando sólo la zona dañada. Respecto del caso de

carga positiva, se puede ver que no hay concordancia con la realidad al considerar las secciones según los planos. Al debilitar las secciones, se obtiene el muro F.1 como primera falla.

Además, se debe agregar que para los casos de secciones según planos, la primera falla ocurre al 106% y 100% del corte basal de diseño, lo que calza con los supuestos de diseño respecto al comienzo del comportamiento inelástico.

6.6.6 Carga lateral según el modo 1 del edificio, sin peso sísmico, verificación del primer piso completo

En la Tabla 6-6 se muestran los resultados obtenidos al verificar el primer piso completo, sin peso sísmico y con carga lateral según el modo 1 del edificio.

Tabla 6-6: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, sin peso sísmico, verificación del primer piso completo.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	97%	M.1	1	Lateral	93%	C.2
	2	RemoverM.1	97%	-	2	Remover C.2	97%	F.2
	3	Lateral	103%	C.1	3	Remover F.2	115%	A.2
	4	Remover C.1	105%	O.1	4	Remover A.2	126%	-
	5	Remover O.1	105%	A.1	5	Lateral	172%	A.1
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	1	Lateral	38%	F.1	1	Lateral	93%	C.2
	2	Remover F.1	38%	-	2	Remover C.2	97%	F.2
	3	Lateral	84%	M.1	3	Remover F.2	115%	A.2
	4	RemoverM.1	84%	-	4	Remover A.2	126%	-
	5	Lateral	92%	O.1, C.1	5	Lateral	172%	A.1

Los resultados presentados en la Tabla 6-6 son muy similares a los mostrados en la Tabla 6-5. Es importante la secuencia de falla de muros obtenida para los casos de carga negativa, pues calza con los muros dañados en la realidad. También ocurre que, para que el muro F.1 sea el primero que falla en el análisis, éste debe tener alguna falencia que lo haga más débil.

6.6.7 Carga lateral según NCh 433 of 96. mod. 2009, con peso sísmico, verificación del primer piso completo

En la Tabla 6-7 se muestran los resultados para el caso de carga lateral según lo define la norma NCh 433 of. 96 mod. 2009 (2009), verificando las secciones del primer piso, considerando la aplicación del peso sísmico como estado inicial del la estructura.

Tabla 6-7: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según NCh 433 of. 96 mod. 2009, con peso sísmico, verificación del primer piso completo.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	297%	O.1	1	Lateral	291%	F.2
	2	Remover O.1	297%	M.1	2	Remover F.2	344%	-
	3	RemoverM.1	297%	-	3	Lateral	372%	C.2
	4	Lateral	309%	F.1	4	Remover C.2	397%	-
	5	Remover F.1	309%	K.1	5	Lateral	430%	A.2
	6	Remover K.1	309%	-	6	Remover A.2	487%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	217%	F.1	1	Lateral	291%	F.2
	2	Remover F.1	217%	A.2	2	Remover F.2	344%	-
	3	Remover A.2	235%	-	3	Lateral	350%	A.2
	4	Lateral	284%	O.1	4	Remover A.2	390%	-
	5	Remover O.1	284%	M.1	5	Lateral	421%	C.2
	6	RemoverM.1	284%	-	6	Remover C.2	460%	-

Se puede ver en la Tabla 6-7 que la carga axial es importante en la determinación de la falla, específicamente en el muro F.1. Sin considerar el peso sísmico, la secuencia de falla para los casos de carga positiva no incluye al muro F.1, mientras que al considerar el peso sísmico, el muro F.1 es el tercero en la secuencia de falla. Es claro que, al debilitar dicho muro, éste es el primero en la secuencia de falla. Para los casos de carga negativa, los tres muros en la secuencia de falla son los mismos dañados en la realidad, los cuales en todos los análisis anteriores forman la secuencia de falla obtenida.

6.6.8 Carga lateral según el modo 1 del edificio, con peso sísmico, verificación del primer piso completo

En la Tabla 6-8 se muestran los resultados para el caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, verificando el primer piso, considerando el peso sísmico.

Tabla 6-8: Resumen de resultados de análisis de colapso progresivo, caso de carga lateral según el modo 1 del edificio, con peso sísmico, verificación del primer piso completo.

	Carga positiva				Carga negativa			
Secciones según planos	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	272%	M.1	1	Lateral	269%	F.2
	2	RemoverM.1	272%	O.1	2	Remover F.2	318%	-
	3	Remover O.1	272%	-	3	Lateral	346%	C.2
	4	Lateral	283%	K.1	4	Remover C.2	369%	-
	5	Remover K.1	283%	F.1	5	Lateral	398%	A.2
	6	Remover F.1	283%	-	6	Remover A.2	453%	-
Secciones debilitadas	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado	Paso	Carga	% V diseño	Muro Dañado
	0	P. Sísmico	0%	-	0	P. Sísmico	0%	-
	1	Lateral	199%	F.1	1	Lateral	269%	F.2
	2	Remover F.1	199%	-	2	Remover F.2	318%	-
	3	Lateral	205%	A.2	3	Lateral	327%	A.2
	4	Remover A.2	222%	-	4	Remover A.2	366%	-
	5	Lateral	263%	O.1	5	Lateral	393%	C.2
	6	Remover C.1	263%	M.1	6	Remover C.2	429%	-

En la Tabla 6-8 muestra una correspondencia con la Tabla 6-7. Se obtienen las mismas secuencias de falla de muros para todos los casos de sentido de carga y resistencia de las secciones.

6.7 Conclusiones del análisis

El análisis de colapso progresivo realizado para el edificio VH-5 entrega resultados muy importantes respecto al daño ocurrido en la realidad y al modelo en DIANA. Primero, en cada uno de los análisis realizados considerando carga en sentido negativo, los tres primeros muros dañados en la secuencia de falla son los mismos tres dañados en la realidad (muro 2 en ejes A, C y F), lo que indica que probablemente el edificio se vio exigido frente a una demanda en la misma dirección definida como carga negativa. Segundo, es evidente que es en esta dirección en la que se debe cargar el modelo de elementos finitos en el *software* DIANA. Tercero, se pudo ver que en la dirección ya mencionada, la falla de los tres muros indicados es inminente. Estos tres muros son los más solicitados, dañándose de forma consecutiva y casi simultánea. Esto nos indica que es posible considerar la estructura inicial para definir un patrón de carga en el modelo DIANA, pues si cada muro fallado tuviera una mayor influencia en el siguiente, se debería considerar la estructura dañada en dicho instante. Cuarto, para los casos de carga en sentido positivo, se vio que la carga axial del peso propio (más bien definido como peso sísmico) influye en la obtención de la falla del muro 1 del eje F. Su falla no es la primera en la secuencia si se considera las secciones nominales de los planos. Sin embargo, al considerar posibles deficiencias constructivas en este muro, su falla es la primera en la secuencia, ocurriendo a una demanda menor en aproximadamente un 50% relativa a la primera falla considerando las secciones nominales. Finalmente, se puede agregar que los análisis realizados con las cargas definidas según la norma NCh 433 of. 96 (INN, 2009) sin considerar peso propio, conducen a la primera falla de un muro para un corte basal del edificio correspondiente al 100% del corte basal de diseño, lo que es consistente con la consideración de que para dicho corte de diseño debería comenzar el comportamiento inelástico de la estructura.

Es importante notar el nivel de sobre resistencia obtenida, especialmente evidente en los modelos con peso propio, que se refleja en el porcentaje de corte basal obtenido respecto al corte basal de diseño. Se observan valores que van entre 290% y 400%. Lo anterior se produce por varias razones. Primero, el modelo supone fragilidad utilizando una constitutiva elástica, por lo cual se entiende que se obtengan valores mayores en lo que se refiere a esfuerzos y por tanto resistencias. Segundo, el modelo, al ser elástico-frágil, supone además que no acumula ningún tipo de daño y no cambia sus propiedades geométricas, es decir, la sección se mantiene constante, lo que también sobreestima su resistencia. Otras dos razones que también influyen en menor medida son los supuestos de que se dañan sólo los muros y sólo en el primer piso. Esto sobreestima la capacidad, ya que hay posibles daños que no se están detectando durante el análisis. Sin embargo, los daños obtenidos por el terremoto indican que los daños se produjeron mayormente en los muros del primer piso del edificio y no otro tipo de elemento estructural en otros pisos. Es por esto que, si bien se considera que los valores de resistencia no reflejan bien la realidad, la secuencia de falla obtenida si refleja lo ocurrido en la realidad, y lo mismo respecto a las direcciones de carga.

7 MODELO DETALLADO INELÁSTICO DE PLANOS RESISTENTES

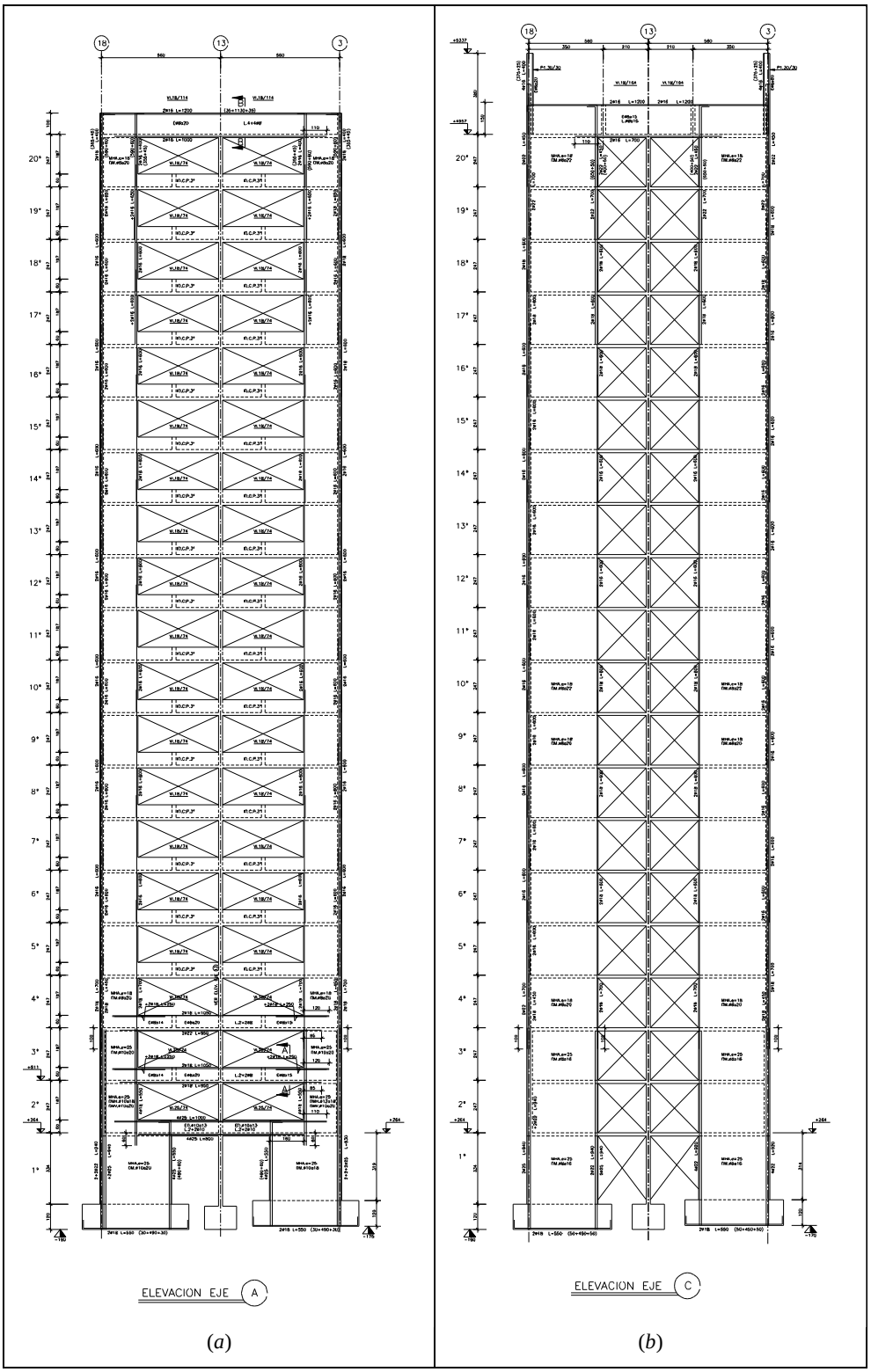
En este capítulo se estudia el daño observado en los muros del edificio VH-5 a través de modelos 2D no lineales realizados en DIANA, y de esta manera encontrar una metodología para reproducir dichos daños. En el edificio, los ejes dañados son el A, C y F (Figuras 5-6 a 5-10). De entre ellos, se escogió estudiar en profundidad los ejes A y C, debido a la simplicidad de las secciones de estos muros, cuya sección es rectangular. Además, según lo visto en el Capítulo 5 una deficiencia constructiva puede haber contribuido a acelerar el daño del eje F, lo que introduce una incertidumbre adicional al análisis.

7.1 Especificaciones y supuestos de modelación

De acuerdo a lo indicado en el Capítulo 5 y según el plano de especificaciones y detalles del edificio, las propiedades de los materiales utilizadas se muestran en la Tabla 7-1. Las Figuras 7-1 y 7-2 muestran las elevaciones de los ejes A y C y sus respectivos modelos en DIANA. Se identificarán los muros en cada eje de izquierda a derecha como Muro 1 y Muro 2, respectivamente, manteniendo la numeración realizada en los Capítulos 5 y 6.

Tabla 7-1: Propiedades materiales para modelos no-lineales 2D en DIANA.

Hormigón		Acero	
$f_c\ (MPa)$	30	$f_y\ (MPa)$	420
$f_c'\ (MPa)$	25	$E_s\ (MPa)$	210000
$E_c\ (MPa)$	24000	ν	0,3
ν	0,2		
$G_f\ (N/m)$	108		



(*a*) (*b*)

Figura 7-1: Elevaciones del edificio VH-5; (*a*) Eje A; (*b*) Eje C.

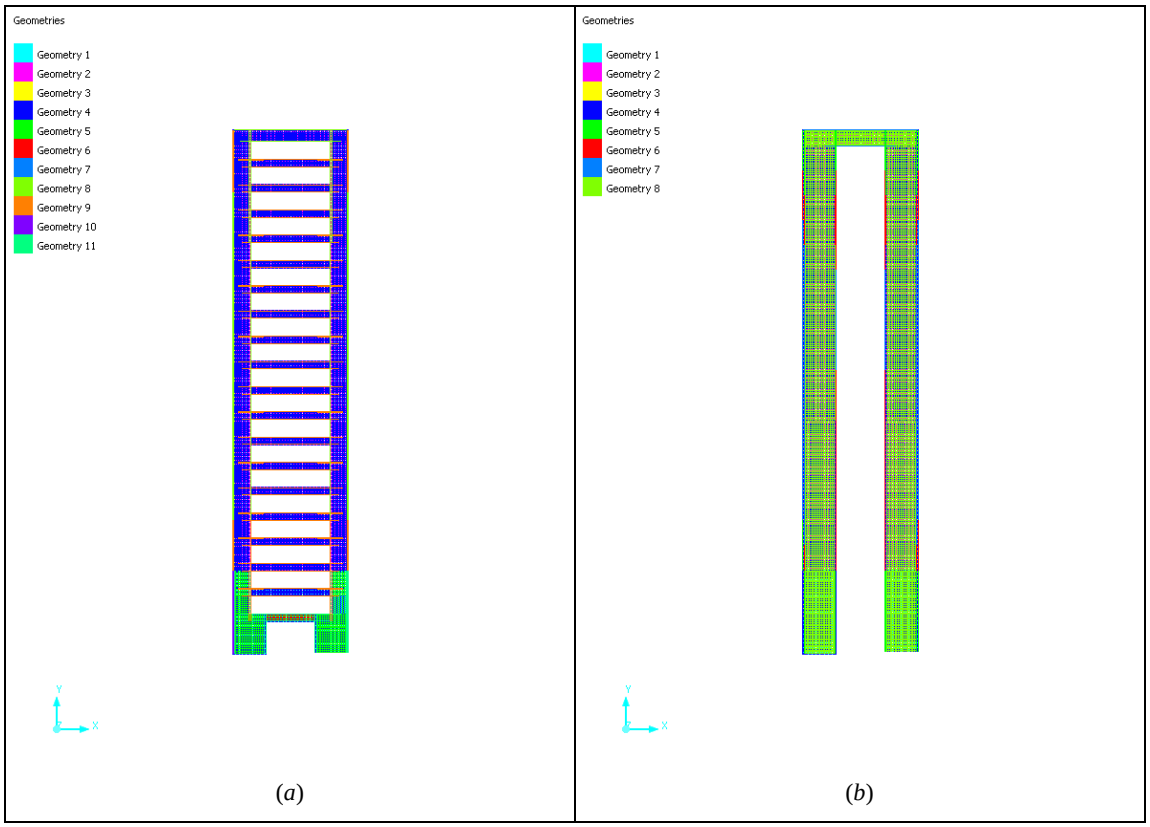


Figura 7-2: Modelos 2D del edificio VH-5 en DIANA: (*a*) Eje A; (*b*) Eje C.

En los modelos de elementos finitos de los ejes A y C en DIANA (Figura 7-2) se utilizó elementos tipo placa de tensiones planas. El elemento es un cuadrilátero isoparamétrico de cuatro nodos, de 12 × 12 *cm* aproximadamente, de un tamaño similar al utilizado por Palermo y Vecchio (2007). El refuerzo se modeló con elementos tipo barra embebidos dentro del hormigón. Para simular un empotramiento en la base del eje, los nodos de la base se fijan al suelo.

La contribución de los muros perpendiculares a los ejes A y C se omite en el modelo, debido a que su efecto en la respuesta del eje no es sustantiva. Otro supuesto de modelación importante es omitir las columnas presentes en el último piso del edificio y las losas en cada nivel. Éstas contribuyen únicamente al peso de la estructura.

El modelo constitutivo utilizado para el hormigón es el *total strain rotating crack model* (Capítulos 3 y 4). Este modelo considera los efectos de tensión triaxial y confinamiento, agrietamiento lateral y daño en el efecto Poisson. Para el *softening* en tracción se utilizó la forma lineal, debido a su simpleza y buenos resultados. La relación constitutiva utilizada para el hormigón en compresión es elastoplástica (Figura 3-6). Respecto al acero, se utilizó el modelo con endurecimiento propuesto por Voce (1948), el que se define como se indicó en la Ecuación (2.14) y Figura 4-8.

La masa sísmica correspondiente a los elementos de los ejes A y C se asumió concentrada en cada nivel y se distribuyó en los nodos de cada uno de ellos como masas puntuales. La masa concentrada entre la altura media del piso inmediatamente inferior hasta la altura media del piso inmediatamente superior a un nivel de losa se considera como concentrada en el nivel correspondiente.

Para definir las cargas de peso propio se consideró una densidad del hormigón de 2400 kg/m^3, una carga de sobrelosa de 150 kg/m^2, una carga de tabiquería de 70 kg/m^2 y una sobrecarga de uso que según norma, de 200 kg/m^2. Finalmente, el peso sísmico corresponde al peso propio más un 25% de la sobrecarga.

7.2 Estudio de la sección del muro dañado en el eje C

Se realizó un primer análisis para el eje C, asumiendo un comportamiento idealizado de la sección rectangular del muro. Con este modelo de sección se pueden evaluar la resistencia al corte y flexocompresión, y las curvas momento-curvatura.

7.2.1 Cálculo de resistencias previo al análisis

Previo a realizar un análisis del eje, es recomendable calcular las resistencias teóricas de los muros que conforman el eje. Debido a que el daño se presentó en el primer nivel, las capacidades de los muros se refieren a la capacidad de dicho nivel.

La resistencia en corte de los muros se calculó según la norma NCh430 (Instituto Nacional de Normalización, 2009), tal como se indicó en las Ecuaciones (3.1) y (3.2). Dado que $V_n \approx 1920\ kN$ para cada uno de los muros del eje, la resistencia en corte del eje es $V_n \approx 3840\ kN$ (Anexo E).

Las curvas de interacción entre carga axial y momento flector de cada muro se calcularon según ACI 318-11 (2011) y se muestran en la Figura 7-3.

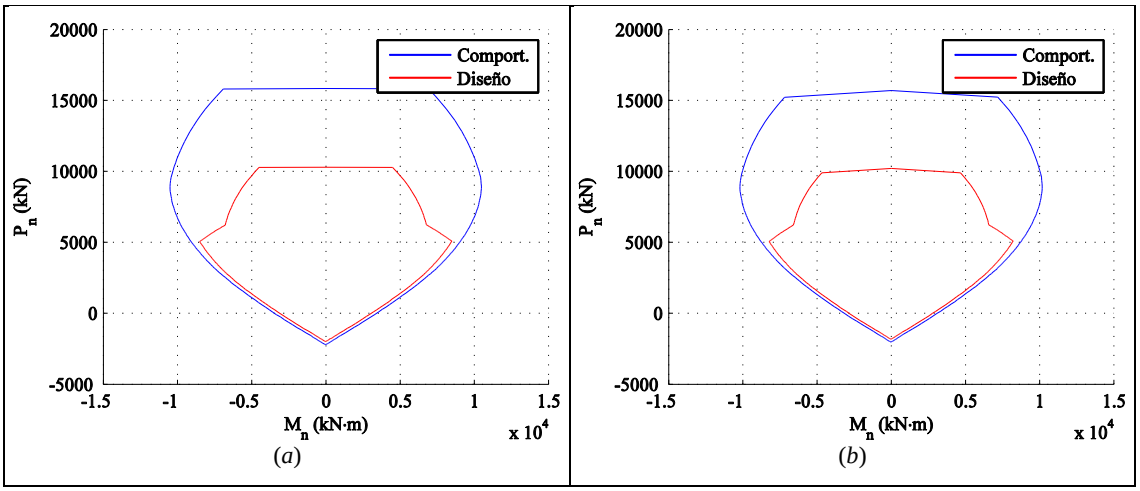


Figura 7-3: Curvas de interacción de muros del eje C: (*a*) Muro 1; (*b*) Muro 2.

Adicionalmente, se calcularon las curvas momento-curvatura de cada sección, para distintos niveles de carga axial. Estas curvas se muestran en la Figura 7-4. Adicionalmente, se calculó la carga axial máxima P_0 para cada muro mediante $P_0 = 0{,}85 f_c' A_g$; esta carga es $P_0 = 17690\ kN$.

En base a las cargas definidas anteriormente para el peso sísmico, se obtuvo una carga axial promedio para los muros de un 18% de la carga de referencia, P_0. Utilizando esta carga junto a la curva de interacción, se determina el corte correspondiente a la falla por flexocompresión, lo que entrega para el muro 1 $V_{nfc1} = 2240\ kN$, y para el muro 2 $V_{nfc2} = 2285\ kN$.

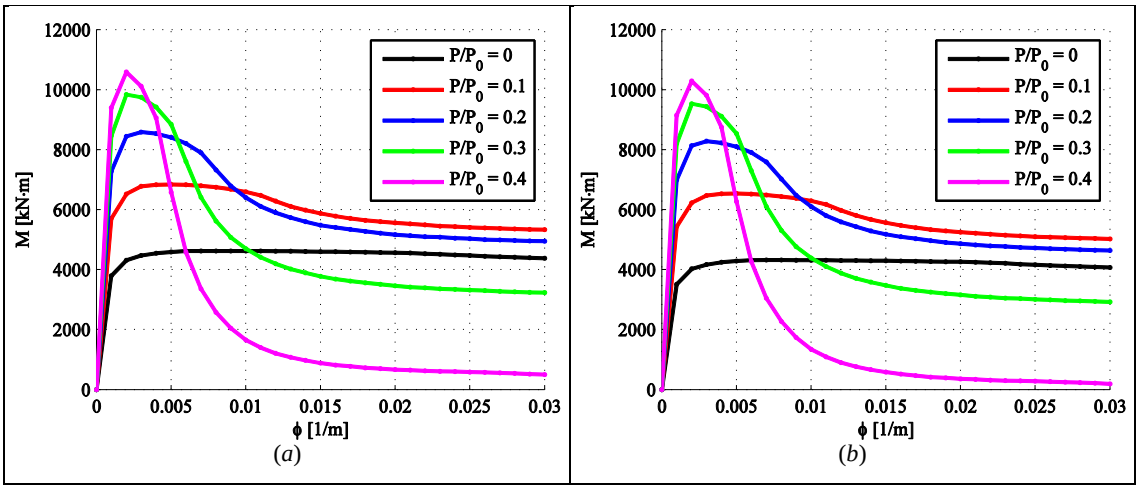


Figura 7-4: Curvas momento-curvatura de los muros del eje C del edificio VH-5: (*a*) Muro 1; (*b*) Muro 2.

7.2.2 Análisis de los modelos realizados del eje C

Esta sección describe el modelo en DIANA del eje C. El modelo considera los valores nominales de dimensiones y enfierradura indicados en los planos estructurales del edificio VH-5. El análisis considera un *pushover* con desplazamientos controlados.

En relación a la aplicación de las cargas, primero se aplica la carga de peso propio y luego un patrón de desplazamiento controlado con una distribución triangular invertida (cero en la base y máxima en el techo), similar a lo que entrega el primer modo del eje. Todos los nodos en un mismo nivel tienen el mismo desplazamiento, simulando la existencia de un diafragma axialmente rígido.

Los modelos analizados consideran carga monotónica y cíclica positiva, y carga monotónica y cíclica negativa, carga cíclica negativa. La definición de carga "positiva" o "negativa" es según el sentido que toma, hacia la derecha o izquierda respectivamente. En el caso cíclico se considera como carga "positiva" o "negativa" según el primer sentido de carga.

Dado que los análisis con carga positiva y negativa reflejaron un comportamiento similar, se muestran sólo los resultados obtenidos para el caso de carga positiva.

Además, dado que los casos cíclicos no aportan información adicional a lo obtenido por el caso monotónico, no se muestran estos resultados.

7.2.3 Resultados de los modelos realizados para el eje C

A continuación se muestran los resultados obtenidos en el modelo DIANA del eje C, considerando carga monotónica positiva. La Figura 7-5 muestra las curvas de corte basal versus desplazamiento de techo para el muro 1, muro 2 y el eje completo. Cada curva se compara con su resistencia nominal al corte en flexocompresión. La Figura 7-6 muestra como varía la carga axial en cada muro durante la carga. Por otra parte, la Figura 7-7 muestra una curva momento volcante versus desplazamiento, en la que se compara con la resistencia a flexocompresión calculada según ACI 318-11 (2011) en cada instante.

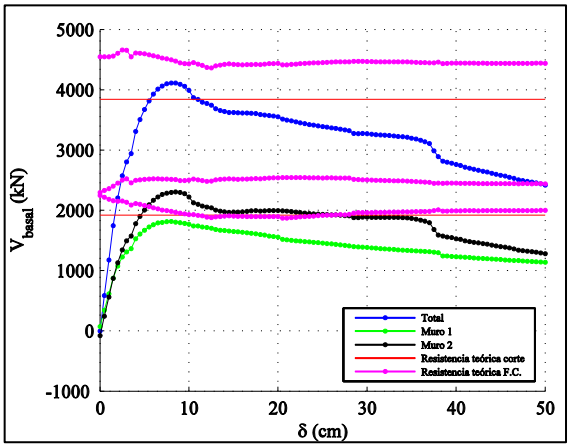


Figura 7-5: Curvas de corte basal versus desplazamiento de techo para carga positiva en el eje C del edificio VH-5.

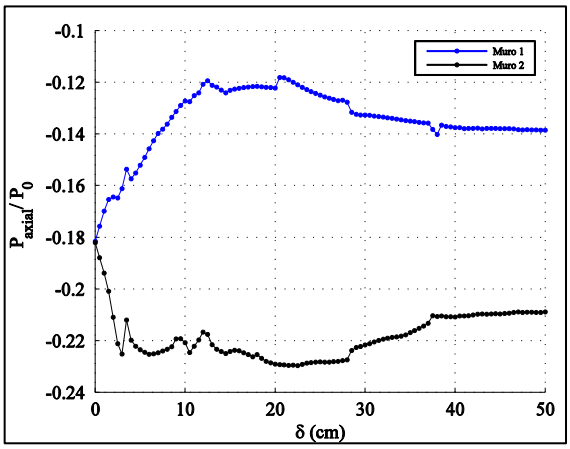


Figura 7-6: Curvas de carga axial versus desplazamiento de techo en cada muro para carga positiva en el eje C del edificio VH-5.

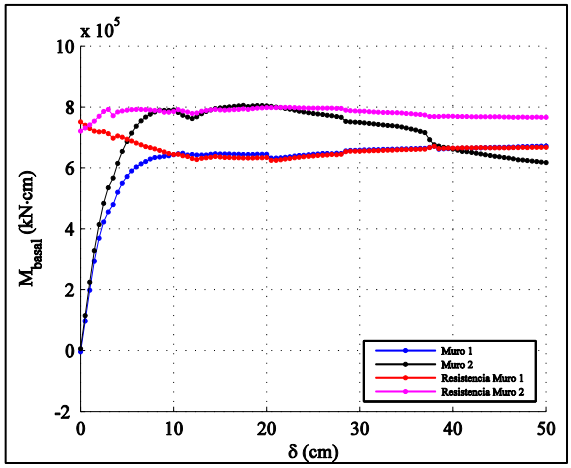


Figura 7-7: Curvas de momento basal versus desplazamiento de techo en cada muro para carga positiva en el eje C del edificio VH-5.

En términos generales, el modelo con carga monotónica refleja bien la respuesta nominal, tal como lo muestra la Figura 7-5. El valor máximo se cercano al valor calculado de resistencia nominal para el esfuerzo de corte. Analizando cada muro individualmente, se observa que el Muro 2 (derecho) toma más carga que el Muro 1 (izquierdo), lo que se produce por el acoplamiento entre ellos. Es precisamente el Muro 2 del eje aquél que presentó daño. Esta mayor capacidad se debe a la menor longitud del muro derecho, lo que hace que sea más rígido y tome una carga mayor. Es evidente de

los resultados de la Figura 7-6 que la viga existente en la parte superior del eje funciona como acoplamiento de los muros, haciendo que la carga axial del muro 1 disminuya con respecto a la carga de peso propio, mientras que la del muro 2 aumenta. Con respecto a la Figura 7-7, se observa que la curva momento basal-desplazamiento toma una forma similar a la de corte, llegando a reflejar la resistencia nominal a la flexión del muro, superándola apenas en algunos instantes. Esto último quiere decir que el modelo y las resistencias nominales según norma ACI se ajustan bien.

También, en las Figuras 7-8 y 7-9 se comparan las curvas momento-curvatura resultantes de los modelos con aquellas calculadas usando un modelo de fibras.

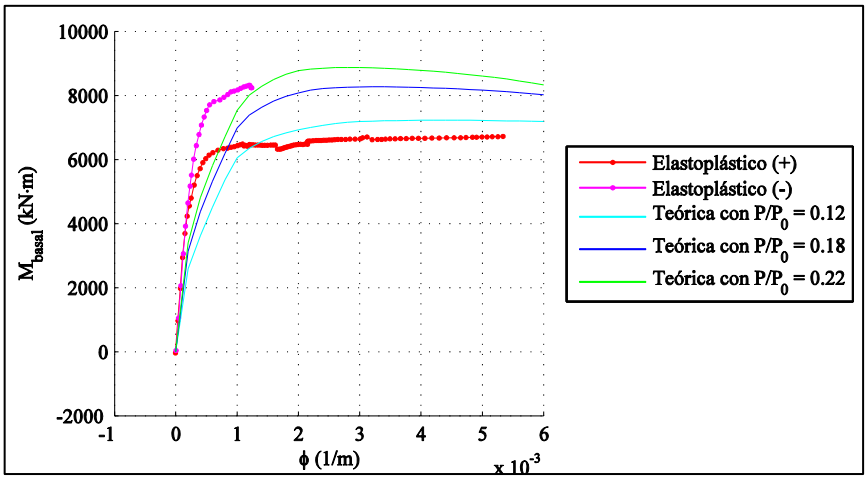


Figura 7-8: Curvas momento-curvatura para el Muro 1 del eje C del edificio VH-5.

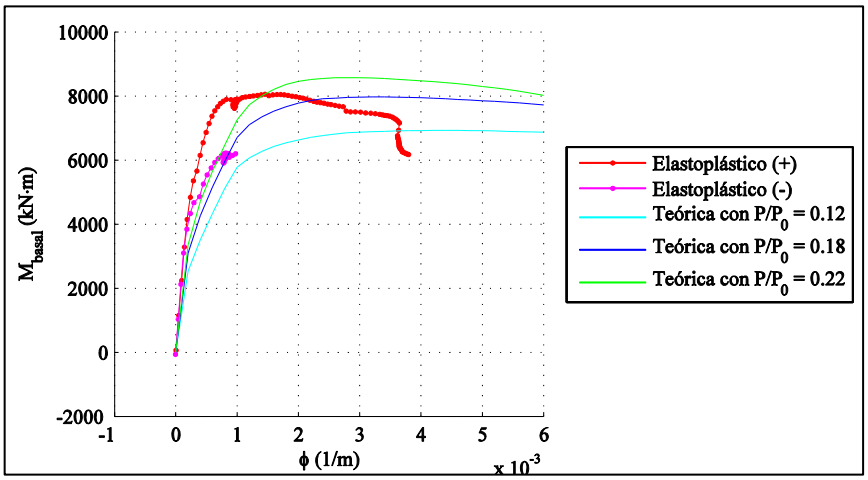


Figura 7-9: Curvas momento-curvatura - VH5 - Eje C - Muro 2.

Se observa en las Figuras 7-8 y 7-9 que las secciones de ambos muros tienen un comportamiento frágil. Estas curvas no se logran ajustar a las curvas teóricas, mostrando una curvatura muy pequeña incluso en órdenes de magnitud. Sin embargo, según lo visto en el Capítulo 4, el modelo de fibras utilizado para obtener la curva momento-curvatura teórica de la sección se ajusta bien a los resultados experimentales y al modelo de elementos finitos en un caso simple e idealizado. Por lo tanto, es muy probable que el modelo de fibra, al utilizar sólo información respecto a la sección y no al eje completo, no se ajuste bien al comportamiento real.

7.2.4 Resultados y conclusiones para la reproducción del daño

El estudio realizado para el eje C del edificio indica que el muro dañado, es decir, el Muro 2, llega a su resistencia máxima con un desplazamiento del extremo superior de aproximadamente 8 *cm*, mientras que el Muro 1 llega a su resistencia a los 10 *cm* aproximadamente. Este desplazamiento se considera aplicado en el nivel superior del eje (sin considerar sala de máquinas) y no en el centro de masa del edificio. Dado el acoplamiento lateral-torsional del edificio, el desplazamiento de los ejes C y A es mayor que el del centro de masa. Se estimó a partir del modelo 3D que el desplazamiento en los ejes A, C y F es 1,41, 1,29 y 1,15 veces el desplazamiento en el centro de masa. Sin

embargo, según los resultados del Capítulo 4, el modelo DIANA del muro ensayado no llega a su resistencia para el mismo desplazamiento que lo hace el espécimen real. De hecho, el desplazamiento del ensayo fue aproximadamente 2 veces el desplazamiento estimado por el modelo. Este efecto en el modelo del muro ensayado se puede entender como un efecto cíclico, ya que en el modelo con carga cíclica el muro parece aumentar su capacidad, debido a la contribución del acero longitudinal y su endurecimiento. De todas maneras, el desplazamiento obtenido en este análisis no es el máximo que puede alcanzar, por lo cual no es indicador de la fragilidad de la sección.

Por otra parte, se puede ver que en flexocompresión la resistencia alcanzada al desplazamiento indicado anteriormente es consistente con la capacidad que entregan las curvas de interacción. Esto muestra una correspondencia casi perfecta entre la teoría y el modelo.

Donde se puede ver realmente la fragilidad de los muros analizados es en las curvas momento-curvatura. En el Capítulo 4 se pudo ver una buena correspondencia entre estas curvas para el ensayo y el modelo, incluso ajustándose mejor que la curva de corte basal versus desplazamiento de techo. Si esto lo conectamos con lo observado en el edificio, se puede entender que los muros, una vez sobrepasada su resistencia, pierden toda su capacidad a un desplazamiento pequeño del edificio. Como el edificio fue diseñado en base al código vigente al año 2005, es claro que no se diseñó confinamiento para los muros y, como consecuencia, las secciones estudiadas en el eje C son frágiles.

En las Figuras 7-10, 7-11 y 7-12 se puede ver la deformada y el daño obtenido para el eje C (agrietamiento y *crushing*) para el patrón de carga lateral triangular invertido de desplazamiento impuesto.

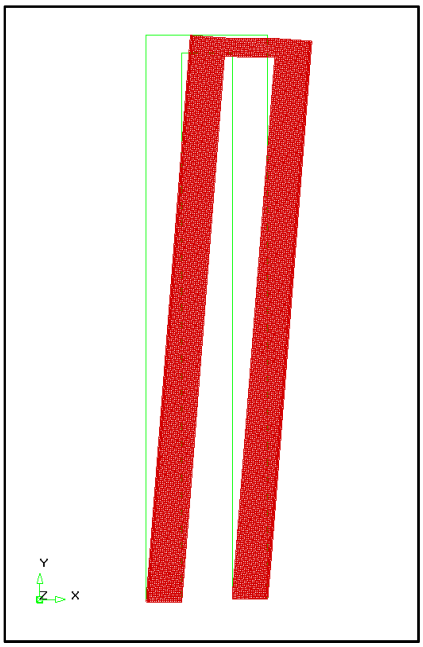


Figura 7-10: Deformada amplificada para análisis de sección rectangular del eje C del edificio VH-5.

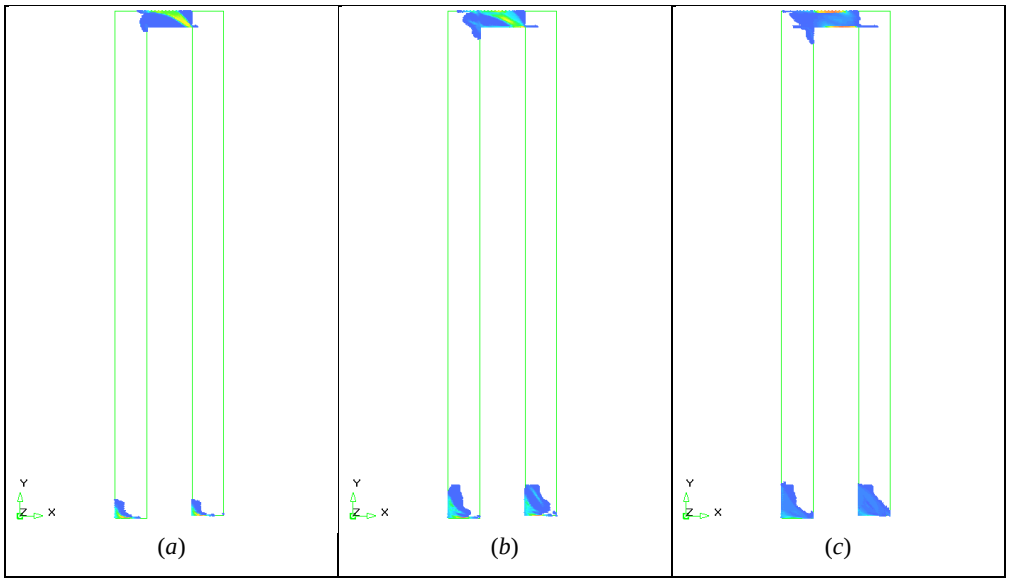


Figura 7-11: Estado de agrietamiento para el análisis de la sección rectangular del eje C del edificio VH-5, bajo un desplazamiento de techo de: (*a*) 10 *cm*; (*b*) 15 *cm*; (*c*) 20 *cm*.

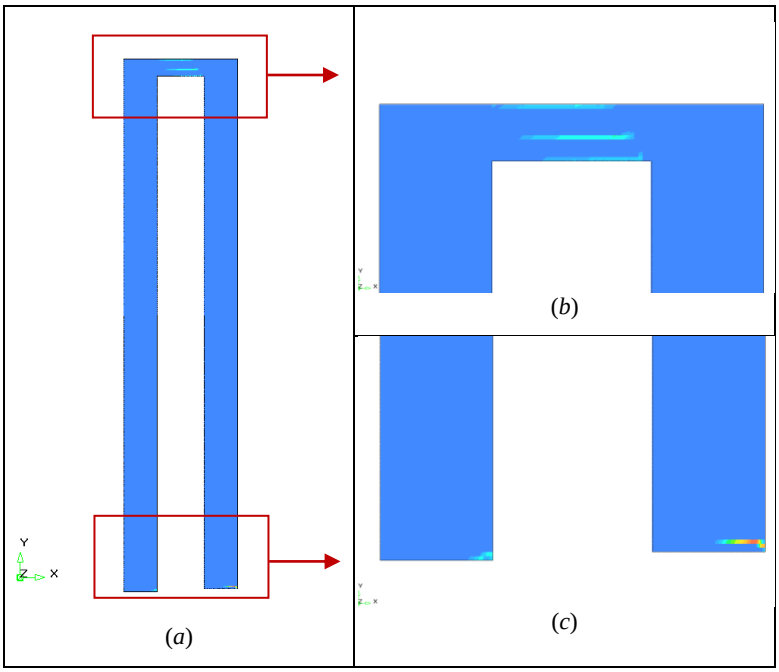


Figura 7-12: Estado del *crushing* para análisis de la sección rectangular del eje C del edificio VH-5: (*a*) Eje completo;(*b*) Acercamiento parte superior; (*c*) Acercamiento parte inferior.

Respecto a la capacidad del modelo de reproducir el daño observado, se puede ver que la forma del patrón de desplazamiento lateral utilizado influye en los daños obtenidos. Dado que éste es lineal en altura, se obtiene un agrietamiento diagonal en la base del eje y en la viga superior, consistentes con la deformada del eje. También aparece aplastamiento en las zonas de compresión de los muros.

La elección del patrón de desplazamiento impuesto para reproducir el daño es compleja. Si bien la opción de utilizar combinaciones de los modos de la estructura son lo más intuitivo, se deben considerar también los efectos que tiene el resto de la estructura sobre el eje analizado.

7.3 Reproducción del daño

Como se mencionó anteriormente, el daño que se obtiene del modelo en DIANA depende directamente del patrón o distribución de desplazamiento impuesto. Este patrón debe considerar la influencia de la estructura completa sobre el plano resistente

estudiado, incluyendo los efectos de torsión. El objetivo de esto es obtener una deformada que cumpla con la cinemática 3D del edificio y que refleje el estado de tensiones cuando ocurre el daño.

Para estimar el daño en los planos resistentes estudiados se hace necesario combinar las consideraciones mencionadas anteriormente (patrón de carga, cinemática del edificio y estado del muro) con probables problemas constructivos (como se indica en los Capítulos 5 y 6), introduciendo zonas débiles en la sección del muro. En este sentido, se puede estudiar el comportamiento del muro con y sin debilitamiento, de manera que se pueda verificar la existencia de una zona débil que justifique el daño. A continuación, se describe cada una de las consideraciones mencionadas para el modelo desarrollado.

7.3.1 Patrones de carga

Existen distintas posibilidades para introducir un patrón de carga en el modelo 2D de un plano resistente. Una opción es cargar el plano con una distribución de fuerzas laterales e introducir resortes que reflejen la rigidez del resto de la estructura. Otra opción es cargar el modelo con una distribución de desplazamientos, imponiendo desplazamientos en cada uno de los nodos donde el plano se conecta con la estructura, además de los desplazamientos laterales impuestos en cada nivel de piso. Esta distribución se puede obtener del modelo 3D de la estructura, de manera que todos los desplazamientos impuestos cumplan con la cinemática completa del edificio.

En este estudio se escogió este último enfoque. La razón de esta elección es la simplicidad de utilizar los desplazamientos obtenidos a partir de un análisis modal. Con ello es posible relacionar la distribución utilizada con la forma de vibrar del edificio, e incluso con la intensidad del sismo.

7.3.1.1 Desplazamientos modales y combinación modal

A través de un análisis modal se pueden obtener las formas modales, es decir, los vectores propios $\underline{\phi}_n$ del problema de vectores y valores propios que surge de la ecuación

dinámica de movimiento (Anexo F.2). El desplazamiento debido al modo *n* se calcula como:

$$\underline{u}_n = \underline{\phi}_n \Gamma_n S_d(T_n) \tag{7.1}$$

Éste contiene la forma del modo, $\underline{\phi}_n$, la importancia del modo, Γ_n, y la influencia de un sismo $S_d(T_n)$. Para la reproducción del daño se trabajó con ambas definiciones, forma modal, $\underline{\phi}_n$, y desplazamientos modales, $\underline{u}_n$.

Para realizar una combinación de alguna respuesta obtenida para los distintos modos de una estructura, existen distintas técnicas de combinación. Para ello, se debe considerar la correlación entre los modos combinados, lo que de manera más sencilla se puede explicar como la influencia de un modo sobre otro o qué tan acoplados están ambos modos. Existen tres métodos principales de combinación modal. Estos son el método de la suma absoluta; raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS); y la combinación cuadrática completa (CQC). Para más detalles de cada método, ver Anexo F.2.

El método CQC es el más utilizado en estructuras, ya que con éste se obtiene un bajo error comparado con los resultados obtenidos para sismos en Chile (Aguilar & Castro, 2008), por lo cual se recomienda en la norma NCh 433 of. 96 mod. 2009 (Instituto Nacional de Normalización, 2009). Sin embargo, es conocido el problema que trae consigo la combinación modal respecto al signo de la respuesta calculada. Por ejemplo, Wilson (2013) muestra que aún cuando se obtienen valores muy similares en valor absoluto, al obtenido por un análisis tiempo-historia, no se define un signo para el valor obtenido y se debe invertir el sentido probando el caso más desfavorable. Aún cuando en la literatura se encuentra muy poco respecto a la interpretación del signo de la respuesta obtenida, se ha podido encontrar algunas interpretaciones prácticas y otras más elaboradas (García-Hernandez, 2012; Cominetti & Jorquera, 2005), sin encontrar alguna definitiva o ampliamente utilizada.

La razón por la cual se quiere obtener una respuesta como combinación modal espectral es sencilla, pues es la única manera utilizada y reconocida de combinar respuestas definidas en los distintos modos, para obtener una respuesta que además representa a un sismo dado, definido por un espectro. Sin embargo, la combinación modal espectral tiene una dificultad y una restricción, ambas muy importantes. El hecho de que las combinaciones modales no entreguen signo en su respuesta dificulta la interpretación de éste. Pero además, está indicado que los resultados de cada método de combinación no son aplicables para otro análisis y obtener resultados a partir de ellos.

7.3.1.2 Combinación modal direccional

Al combinar para un *input* la respuesta obtenida por modo se obtiene una respuesta máxima asociada a una de las direcciones de la estructura. Así, los desplazamientos debidos al modo *n* incluyen un factor de importancia, Γ_n. Para *input* múltiple, es decir, considerando las tres componentes de un sismo, se puede obtener un vector de factores de importancia:

$$\underline{\Gamma_n} = [\Gamma_{nx} \quad \Gamma_{ny} \quad \Gamma_{nz}] \tag{7.2}$$

Por lo tanto, se debe combinar primero las respuestas modales para un *input* en cada dirección, para luego combinar las tres direcciones ortogonales de *input*.

Uno de los métodos utilizado como combinación modal para distintos *inputs* es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). Este método se define como la suma de los cuadrados de la respuesta máxima para cada dirección de *input* (Computers and Structures, Inc., 2010):

$$u_{max} = \sqrt{u_{xmax}^2 + u_{ymax}^2 + u_{zmax}^2} \tag{7.3}$$

El método es independiente del sistema coordenado elegido, y es utilizado por *softwares*, como por ejemplo Etabs y SAP2000 (Computers and Structures, Inc., 2010).

También es posible definir la combinación por una suma de valores absolutos, es decir (Computers and Structures, Inc., 2010):

$$u_{max} = |u_{xmax}| + |u_{ymax}| + |u_{zmax}| \tag{7.4}$$

donde $|u_{xmax}|$, $|u_{ymax}|$ y $|u_{zmax}|$ son las respuestas máximas calculadas por algún método de superposición modal con *inputs* en la dirección *x*, *y* y *z*, respectivamente. La suma anterior se puede escalar, usando una combinación ponderada. Una de las formas más utilizadas de combinación ponderada es aquella en la cual se define que dos direcciones de análisis tienen la misma influencia en la tercera, de la forma:

$$u_{max} = \max(\overline{u}_{xmax}, \overline{u}_{ymax}, \overline{u}_{zmax}) \tag{7.5}$$

$$\overline{u}_{xmax} = u_{xmax} + \alpha(u_{ymax} + u_{zmax}) \tag{7.6}$$

$$\overline{u}_{ymax} = u_{ymax} + \alpha(u_{xmax} + u_{zmax}) \tag{7.7}$$

$$\overline{u}_{zmax} = u_{zmax} + \alpha(u_{xmax} + u_{ymax}) \tag{7.8}$$

donde el valor del factor α se encuentra entre 0 y 1. Un valor clásico utilizado de este factor es $\alpha = 0{,}30$. Este método se puede ver en normas y códigos internacionales. Se sabe que este método puede ser no conservador hasta un 8% o sobreconservador hasta un 4% (Computers and Structures, Inc., 2010).

También se ha propuesto un método llamado CQC3, el cual fue desarrollado por Menun y Der Kiureghian (Wilson, 2013). Este método se define como la obtención de la respuesta máxima, mirando la estructura de forma tridimensional, en un sistema coordenado definido. Sin embargo, bajo una elección particular de parámetros, este método degenera en SRSS (Anexo F).

Todos los métodos de combinación modal direccional tienen el problema de no definir un sentido para la respuesta obtenida, es decir, no se obtiene signo, y no existe forma alguna de obtener ese signo.

7.3.1.3 Propuesta de patrón de carga

Debido a las dificultades mencionadas en los puntos 7.3.1.1 y 7.3.1.2 en relación a la utilización de los resultados obtenidos de una combinación modal espectral y de una combinación modal direccional, se utilizará la combinación de la suma absoluta como combinación direccional, como se definió en la Ecuación (7.4). Sin embargo, para poder darle sentido físico a esta suma, se utiliza el desplazamiento modal correspondiente al modo predominante en cada dirección, suponiendo que en la combinación modal controla este modo. Pero además, se debe ponderar el desplazamiento del modo predominante, de manera que estos desplazamientos sean de igual magnitud que los resultantes de la combinación modal. De esta manera, se utilizará una combinación ponderada, ya sea de los desplazamientos modales o de las formas modales, es decir:

$$\underline{u}_{input} = \alpha \underline{u}_x + \beta \underline{u}_y + \gamma \underline{u}_z \tag{7.9}$$

$$\underline{u}_{input} = \overline{\alpha} \underline{\phi}_x + \overline{\beta} \underline{\phi}_y + \overline{\gamma} \underline{\phi}_z \tag{7.10}$$

donde las formas modales utilizadas, $\underline{\phi}_x, \underline{\phi}_y, \underline{\phi}_z$, son las formas modales predominantes en las direcciones *x*, *y*, *z*, respectivamente. Los desplazamientos modales utilizados pueden ser los que resultan de la combinación modal correspondiente en cada dirección, o aquellos calculados según la Ecuación (7.5). para cada dirección y según el modo predominante. Es en este último sentido que la Ecuación (7.9) se puede transformar en la Ecuación (7.10), reemplazando:

$$\underline{u}_{input} = \alpha \Gamma_x S_d(T_x) \underline{\phi}_x + \beta \Gamma_y S_d(T_y) \underline{\phi}_y + \gamma \Gamma_z S_d(T_z) \underline{\phi}_z \tag{7.11}$$

De esta manera, se obtienen nuevos ponderadores:

$$\overline{\alpha} = \alpha \Gamma_x S_d(T_x) \; ; \; \overline{\beta} = \beta \Gamma_y S_d(T_y); \; \overline{\gamma} = \gamma \Gamma_z S_d(T_z) \tag{7.12}$$

7.3.1.4 Comparación entre CQC y el modo predominante

De forma de validar la propuesta de patrón de carga, se compararon los desplazamientos obtenidos con la combinación por CQC en cada dirección, con los desplazamientos para los modos predominantes en la dirección correspondiente. Se utilizaron los espectros según NCh433 of. 96. mod. 2009, espectro del terremoto del 2010 según el registro de Santiago Centro, Peñalolén, La Florida, Maipú, Puente Alto; y espectro promedio y máximo para los registros anteriores. A continuación, en las Figuras 7-13 a la 7-18, se muestran los resultados para el espectro definido por NCh 433 of. 96 (2009). Los modos predominantes en las direcciones *x*, *y* y *z* son los modos 2, 1 y 8, respectivamente. Específicamente, se muestran los desplazamientos en dirección *x* e *y*, para el modo predominante, el mismo en valor absoluto y el resultado de la combinación por CQC, en las direcciones *x*, *y* y *z*.

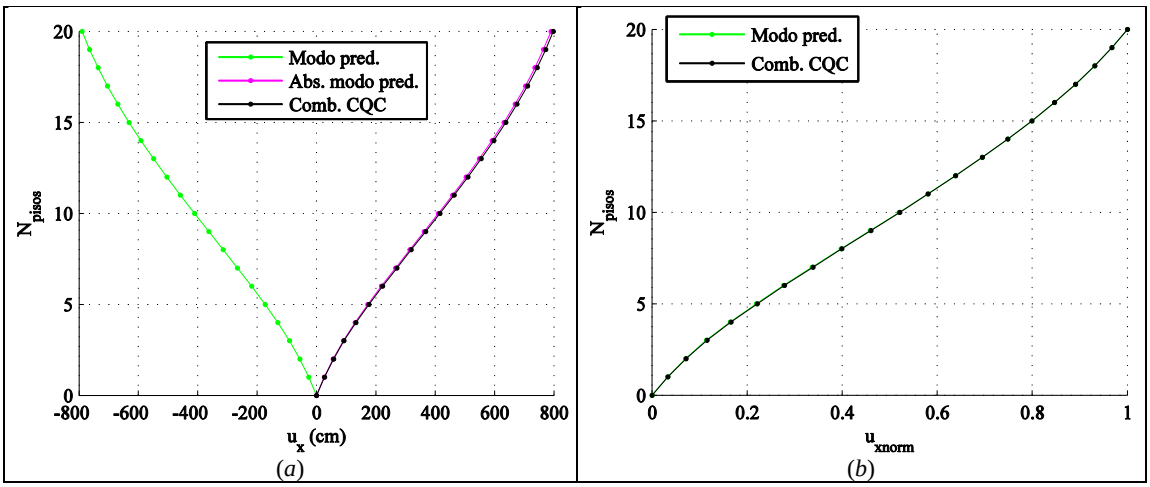


Figura 7-13: Comparación de desplazamientos en dirección *x* entre CQC y modo predominante en dirección *x* (modo 2). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

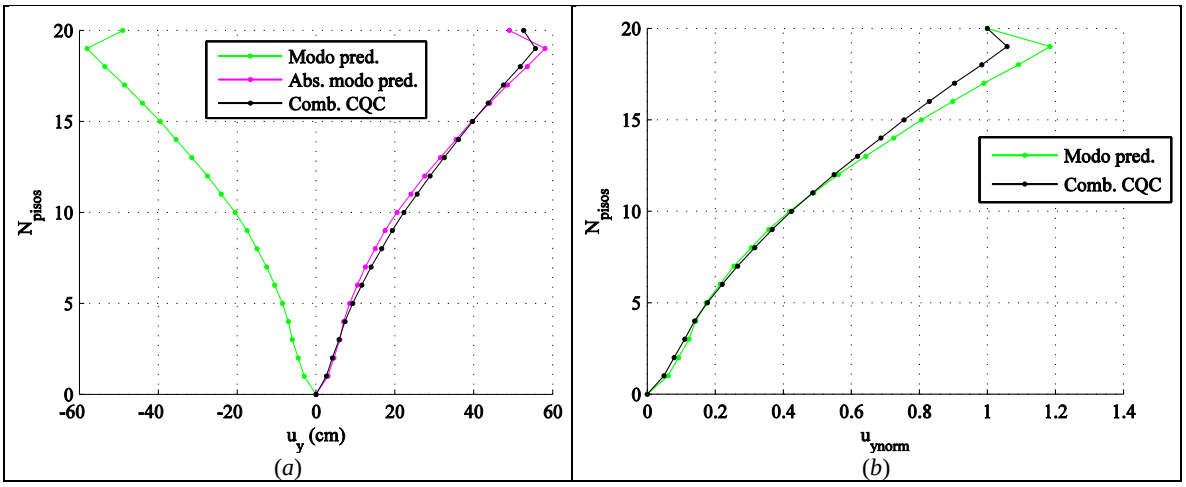


Figura 7-14: Comparación de desplazamientos en dirección *y* entre CQC y modo predominante en dirección *x* (modo 2). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

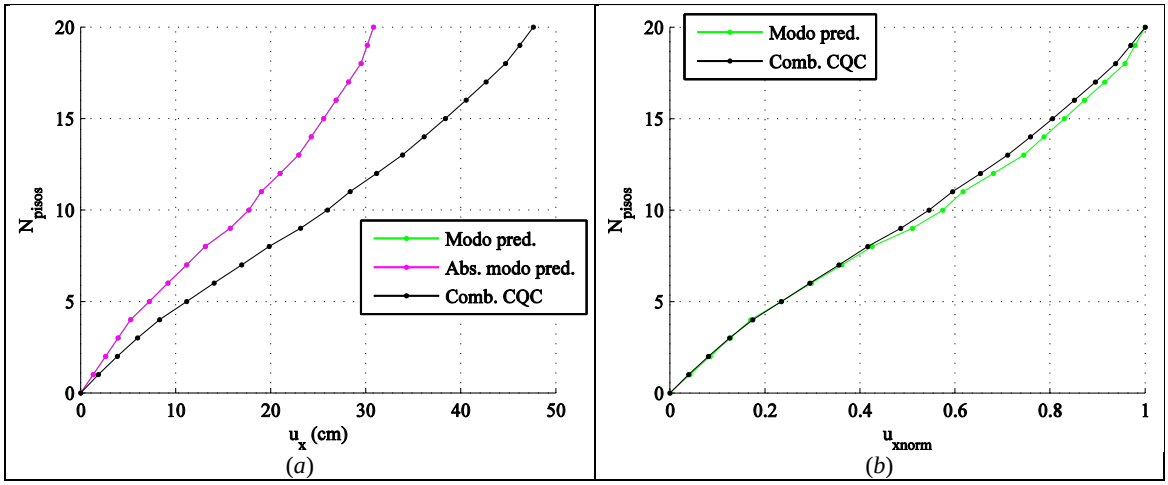


Figura 7-15: Comparación de desplazamientos en dirección *x* entre CQC y modo predominante en dirección *y* (modo 1). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

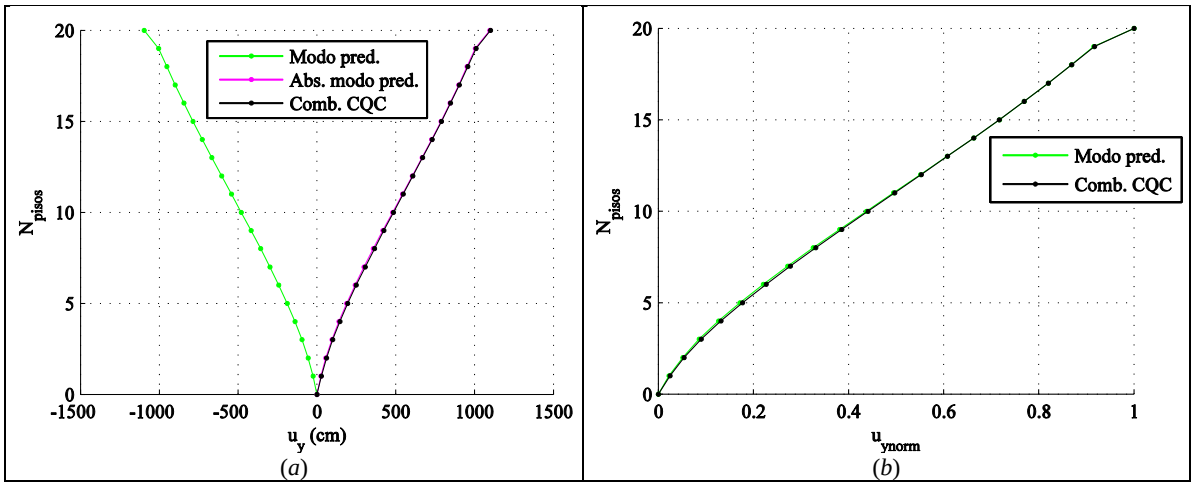


Figura 7-16: Comparación de desplazamientos en dirección *y* entre CQC y modo predominante en dirección *y* (modo 1). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

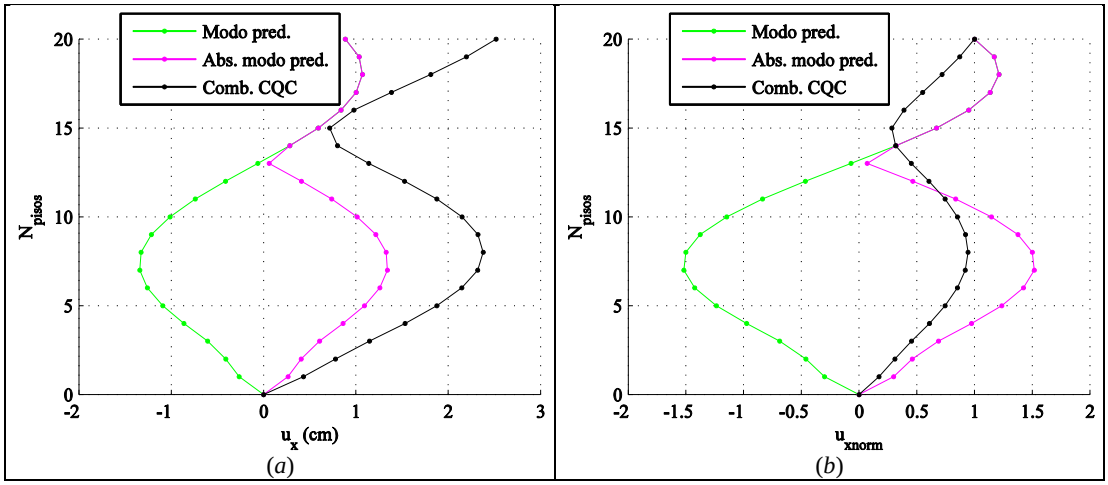


Figura 7-17: Comparación de desplazamientos en dirección *x* entre CQC y modo predominante en dirección *z* (modo 8). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

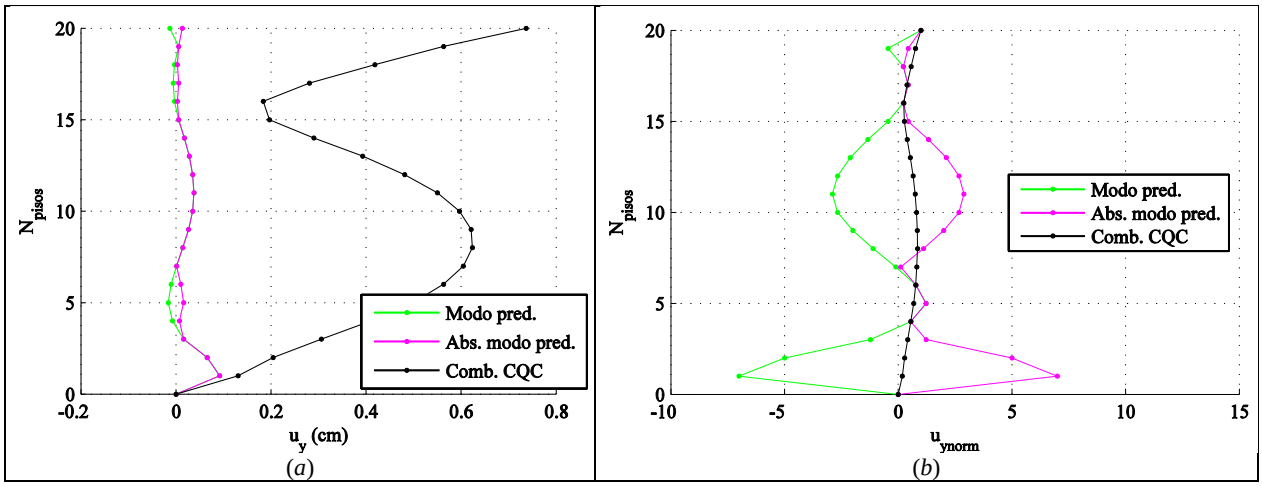


Figura 7-18: Comparación de desplazamientos en dirección *y* entre CQC y modo predominante en dirección *z* (modo 8). (*a*) Desplazamientos; (*b*) Desplazamiento normalizado respecto al desplazamiento de techo.

Se puede ver en las figuras anteriores, Figura 7-13(*a*) a 7-18(*a*) que los desplazamientos para los modos laterales predominantes, es decir, modos 2 y 1 para direcciones *y* y *x*, respectivamente, son muy similares al resultado entregado por la combinación por CQC. La mayor diferencia se puede ver en la Figura 7-15, aunque la forma se ve muy similar.

Respecto a la combinación por CQC para la dirección *z* y el modo predominante en dicha dirección (es decir, modo 8), se pueden ver mayores diferencias en las magnitudes de los desplazamientos. En la Figura 7-17 se observa una forma similar entre lo obtenido por CQC y el valor absoluto del desplazamiento definido por el modo predominante. Al aplicar interpretación de signo por el método del modo predominante, el resultado de la combinación se ve, aunque similar, con algunas discontinuidades. En la Figura 7-18, se observa que los desplazamientos que resultan de la combinación presenta mayores diferencias con el modo predominante en algunas zonas de la estructura. Sin embargo, es importante notar que en ambos casos, es sólo en ciertas zonas puntuales de la estructura que se ven las mayores diferencias. Se puede interpretar que en es en estas zonas donde influyen los otros modos de la estructura.

Para poder comparar las formas de los resultados mostrados anteriormente, se normalizó los desplazamientos respecto al correspondiente al techo. Se muestran estas

comparaciones entre las Figuras 7-13(*b*) a 7-18(*b*). En éstas se puede ver que la forma de la distribución de desplazamientos para las direcciones laterales son casi idénticas. Lo anterior no es tan cierto para la dirección vertical. Se puede ver en la Figura 7-17(*b*) que la forma resultante por CQC de los desplazamientos en *x* es bastante similar a la forma del modo predominante. En la Figura 7-18(*b*) se ve que los desplazamientos en *y* no se parecen demasiado.

Al ser las principales formas modales laterales muy parecidas al resultado obtenido por CQC, se puede decir que es dicho modo el que controla en la respuesta, en la dirección de análisis. Aun cuando la forma modal vertical no se parezca a la resultante de la combinación por CQC, el modo predominante es la mejor y única forma que se puede interpretar la influencia en dicha dirección. Por tanto, se utilizarán los desplazamientos modales (o las formas modales, al ser el desplazamiento un ponderado de la forma) para cargar los modelos de los planos resistentes del edificio.

Para poder definir un buen ponderador de los modos predominantes, se obtuvo un factor de amplificación del modo para llegar a la magnitud de la combinación por CQC, utilizando los espectros mencionados anteriormente, enumerados en la Tabla 7-2. Luego, los factores obtenidos se normalizan, haciendo que éstos sumen 1, es decir, tomando la formulación descrita en la Ecuación (7.9), $\alpha + \beta + \gamma = 1$. De esta manera, se puede ver la contribución de cada dirección. Esto se muestra en las Tablas 7-3 y 7-4. Además, se calculó los factores para las formas modales, los cuales derivan de los anteriores. Normalizando de la misma manera, es decir, $\overline{\alpha} + \overline{\beta} + \overline{\gamma} = 1$ (Ecuación (7.10)), se obtiene lo mostrado en las Tablas 7-5 y 7-6.

Tabla 7-2: Enumeración de espectros considerados.

Caso	Descripción
1	Espectro de diseño S_a según NCh433 of. 96 mod. 2009
2	Espectro de diseño S_d según NCh433 of. 96 mod. 2009, Decreto 61
3	Espectro del terremoto 27F, según registro de Santiago Centro
4	Espectro del terremoto 27F, según registro de La Florida
5	Espectro del terremoto 27F, según registro de Peñalolén
6	Espectro del terremoto 27F, según registro de Maipú
7	Espectro del terremoto 27F, según registro de Puente Alto
8	Espectro promedio del terremoto 27F
9	Espectro máximo del terremoto 27F

Tabla 7-3: Cálculo de contribuciones de desplazamientos modales de cada dirección en desplzamientos en dirección *x*, para combinación absoluta considerando $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

Casos	Cálculo dir. X (α)	Cálculo dir. Y (β)	Cálculo dir. Z (γ)
1	0,18	0,29	0,53
2	0,18	0,25	0,56
3	0,20	0,29	0,51
4	0,22	0,26	0,53
5	0,20	0,26	0,54
6	0,17	0,30	0,53
7	0,19	0,28	0,53
8	0,19	0,28	0,53
9	0,17	0,30	0,53
Promedio	0,19	0,28	0,53

Tabla 7-4: Cálculo de contribuciones de desplazamientos modales de cada dirección en desplzamientos en dirección *y*, para combinación absoluta considerando $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

Casos	Cálculo dir. X (α)	Cálculo dir. Y (β)	Cálculo dir. Z (γ)
1	0,02	0,02	0,97
2	0,02	0,02	0,97
3	0,02	0,02	0,95
4	0,02	0,02	0,96
5	0,01	0,01	0,98
6	0,02	0,02	0,97
7	0,02	0,02	0,96
8	0,02	0,02	0,97
9	0,01	0,01	0,98
Promedio	0,02	0,02	0,97

Tabla 7-5: Cálculo de contribuciones de formas modales de cada dirección en desplzamientos en dirección *x*, para combinación absoluta considerando $\overline{\alpha} + \overline{\beta} + \overline{\gamma} = 1$.

Casos	Cálculo dir. X ($\overline{\alpha}$)	Cálculo dir. Y ($\overline{\beta}$)	Cálculo dir. Z ($\overline{\gamma}$)
1	0,32	0,63	0,05
2	0,30	0,66	0,04
3	0,24	0,72	0,04
4	0,31	0,67	0,03
5	0,30	0,66	0,03
6	0,33	0,65	0,02
7	0,44	0,54	0,03
8	0,33	0,64	0,03
9	0,33	0,65	0,02
Promedio	0,32	0,65	0,03

Tabla 7-6: Cálculo de contribuciones de formas modales de cada dirección en desplzamientos en dirección *y*, para combinación absoluta considerando $\overline{\alpha} + \overline{\beta} + \overline{\gamma} = 1$.

Casos	Cálculo dir. X ($\overline{\alpha}$)	Cálculo dir. Y ($\overline{\beta}$)	Cálculo dir. Z ($\overline{\gamma}$)
1	0,19	0,24	0,58
2	0,19	0,30	0,51
3	0,19	0,38	0,43
4	0,22	0,41	0,37
5	0,16	0,27	0,58
6	0,31	0,34	0,34
7	0,35	0,30	0,35
8	0,25	0,33	0,42
9	0,27	0,30	0,43
Promedio	0,24	0,32	0,44

Debido a que la componente lateral del eje es la dirección *y*, se propone utilizar los factores obtenidos para ponderar y obtener los desplazamientos en la dirección *y*.

De manera de independizar los factores calculados de un espectro en particular, se comparó con el *modal participating mass ratios*, definidos teóricamente como:

$$W_{ni} = \frac{\left(\frac{L_{ni}^2}{M_n}\right)}{M_{total}} \quad ; n = 1, \dots, N\ modos\ ; i = x, y, z \tag{7.13}$$

Éstos son ponderadores naturales, debido a que indican el porcentaje de masa que involucra cada modo en cada dirección. En la Tabla 7-7 se muestra como se comparan estos ponderadores con los promedios de los factores calculados anteriormente.

Tabla 7-7: Comparación entre ponderadores obtenidos para las formas modales, para desplazamientos en dirección *y*, y *modal participating mass ratio* de los modos predominantes en cada dirección.

Casos	Cálculo dir. X ($\overline{\alpha}$)	Cálculo dir. Y ($\overline{\beta}$)	Cálculo dir. Z ($\overline{\gamma}$)
MPMR	0,33	0,30	0,38
Promedio	0,24	0,32	0,44

Se puede observar en la Tabla 7-7 que el orden de las contribuciones entre los factores obtenidos y los *modal participating mass ratio* son muy cercanos, indicando siempre una contribución mayor del modo predominante en dirección *z*. De esta manera, se propone la utilización del *modal participating mass ratio*.

7.3.1.5 Patrón de carga utilizado

El patrón de carga utilizado finalmente es aquel indicado en la Ecuación (7.10). Se utilizaron como ponderadores los denominados *modal participating mass ratio*, definidos en la Ecuación (7.13), y los promedio obtenidos para el desplazamiento en dirección *y*, mostrados en las Tablas 7-6 y 7-7. En ambos casos, los resultados obtenidos para la reproducción de daño son los mismos. Además, se utiliza la forma del modo fundamental de la estructura para cargar el modelo y comparar el daño obtenido, debido a que el modo fundamental es una de las formas más utilizadas y recomendadas en ingeniería.

7.3.2 Inspección y comprensión del problema para la reproducción

Al revisar las fotos de los daños presentes en el edificio se puede entender algunos requisitos que debe presentar la distribución de desplazamientos impuesta en el análisis. Primero, las zonas dañadas en los muros de los ejes A y C se encuentran en la punta

exterior del muro, bajo el nivel de losa del cielo del primer piso, lo cual coincide con el comienzo de un muro de sección L y T, respectivamente. Se puede ver que el daño se da bajo una compresión en dicha zona. Esto se puede interpretar como una compresión que llega a la sección L o T desde las vigas que llegan a esta sección, las que transmiten un esfuerzo de corte importante. Segundo, los muros dañados se encuentran en la parte oriente del edificio, lo cual se puede interpretar como una tendencia del edificio a moverse hacia el lado poniente durante el terremoto, lo cual debilita la resistencia a la flexión, debido al menor nivel de compresión del muro. La combinación ponderada considerada, indicada en 7.3.1, reúne las características mencionadas.

La mayor dificultad de generar un patrón de carga para un análisis de *pushover* estático es poder capturar el efecto cíclico del sismo. De forma categórica, no se puede obtener daños debido a la carga sísmica cíclica, cargando de forma estática. Sin embargo, se podría obtener un daño inicial, pensando en que el *pushover* puede reflejar la carga sísmica en uno de los sentidos posibles de carga estática. En ese caso se debe revisar los análisis de *pushover* realizados en cada sentido.

7.3.3 *Feedback* entre análisis 3D incremental-elástico frágil y *pushover* 2D en planos resistentes

El *pushover* incremental-elástico y frágil tridimensional (Capítulo 6) corrobora el daño observado, al fallar los muros que también lo hicieron en la realidad cuando el edificio se carga hacia el poniente. Además, la falla de los muros se reproduce bien al considerar secciones debilitadas, lo que se puede traducir a que quizás se deba incluir una zona debilitada en los muros modelados.

7.3.4 Reproducción del daño del eje A

El modelo realizado para el eje A del edificio estudiado se mostró anteriormente en la Figura 7-2(*a*). Este modelo no presenta ningún tipo de debilitamiento inicial, el que posteriormente se considerará a través de una junta de hormigonado como se explicó en

el punto 6.4.3 y en la Figura 5-16. Para este modelo se utilizó el modelo *total strain rotating crack model*, considerando como consitutiva en compresión una curva elastoplástica (*ideal*) y como constitutiva en tracción el modelo lineal. Estas constitutivas son las que dieron mejores resultados al comparar con ensayos, según lo indicado en el Capítulo 4.

Como se vio en las figuras que muestran los daños del edificio (Figuras 5-7 a 5-10), al igual que en los otros edificios dañados por el terremoto, éstos se dan por *crushing* en compresión; es por esto que se mostrará dicho daño en DIANA.

Los patrones de carga utilizados se muestran en la Figura 7-19.

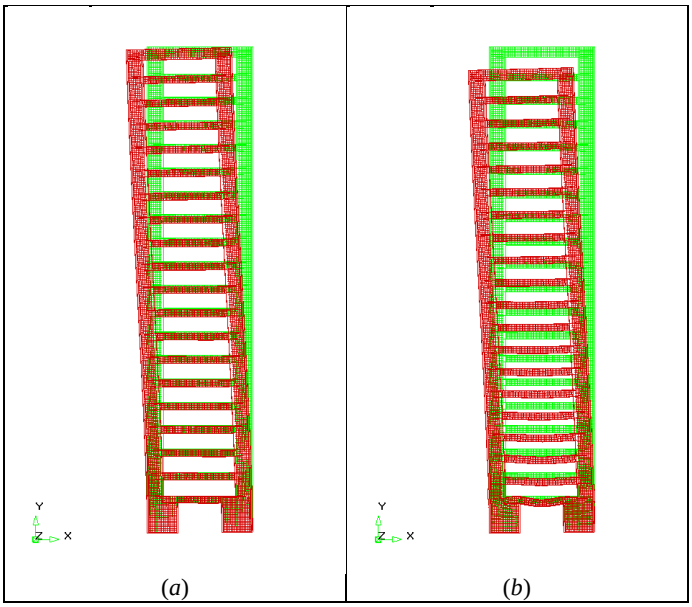


Figura 7-19: Patrones de carga utilizados: (*a*) Según el modo 1 para el eje A del edificio VH-5; (*b*) Según combinación ponderada de modos predominantes para el eje A del edificio VH-5.

7.3.4.1 Reproducción del daño del eje A en modelo según planos

Para el modelo del eje A según planos, los daños obtenidos se muestran de la Figura 7-20 a 7-22.

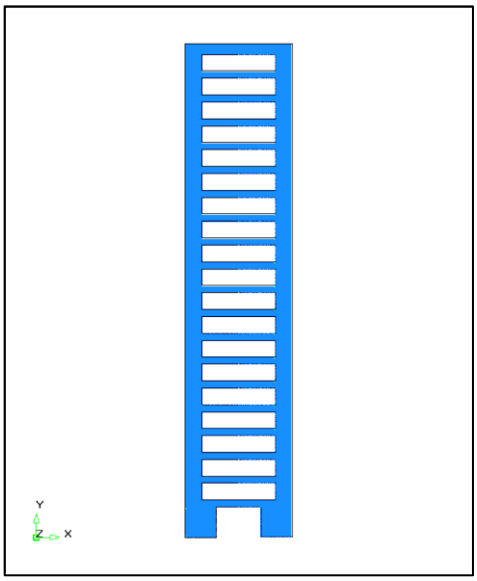


Figura 7-20: Daño por *crushing* debido a patrón de carga del modo 1, en el eje A del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de 15 *cm*.

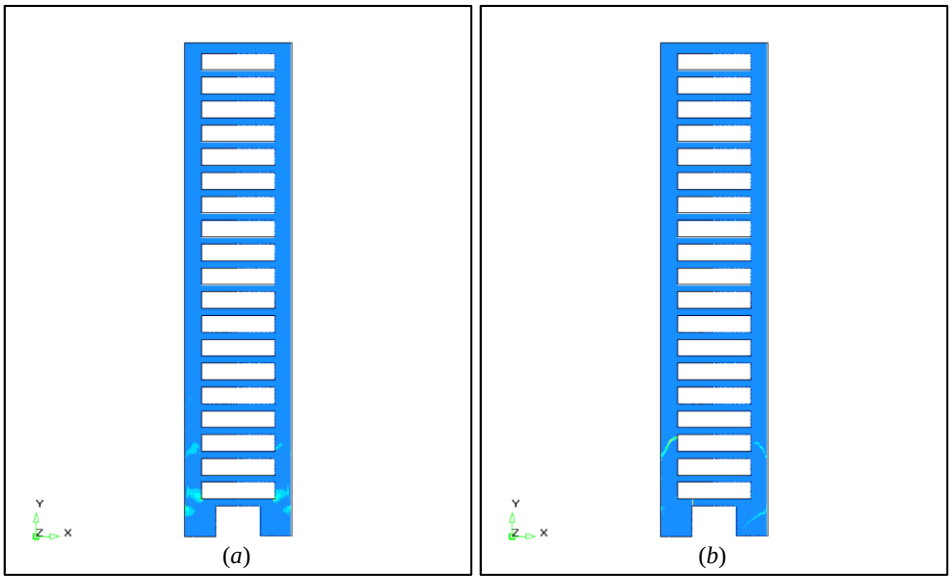


Figura 7-21: Daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje A del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de (*a*) 5 *cm*; (b) 10 *cm*.

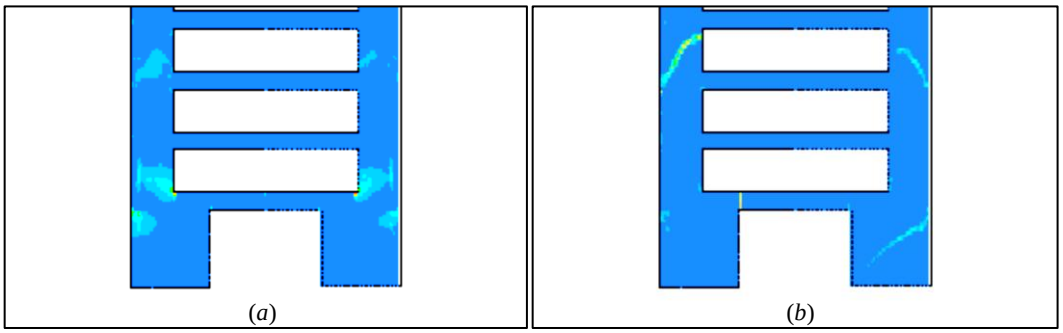


Figura 7-22: Detalle del daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje A del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de (*a*) 5 *cm*; (*b*) 10 *cm*.

Se puede ver en la Figura 7-20 que al cargar según el modo 1, no resulta ningún daño importante. Se puede notar una pequeña zona de *crushing* en el borde izquierdo del muro de la izquierda, en el primer piso, bajo el nivel de losa. Dicho daño se vio en terreno, como un desprendimiento del recubrimiento. En las Figuras 7-21 y 7-22 se puede ver que para un desplazamiento de techo pequeño (5 *cm*) ocurre daño en la zona que efectivamente fue dañada por el terremoto (Figura 5-7). La unión entre la viga y el muro derecho del piso 2 se daña, al igual que la zona en la parte derecha del muro derecho del primer piso, bajo en nivel de losa. Sin embargo, el daño de estas zonas no se une, lo cual reproduciría el daño en la realidad. El daño bajo el nivel de losa baja en diagonal hacia la izquierda, de la misma manera que lo hizo el daño en el eje C. También existe un daño en los muros del cuarto piso, el cual se obtiene por la carga axial que aumenta en cada paso.

Debido a que el daño no se reproduce de forma completa, se realiza un modelo con debilitamiento en la zona donde se produce la junta de hormigonado observada en la Figura 5-7(*b*). Se consideran dos casos: hormigón de menor calidad o adelgazamiento del muro.

7.3.4.2 Debilitamientos considerados para el muro del eje A

Como se mencionó anteriormente, se pueden considerar dos tipos de debilitamiento en el muro. Primero, se puede considerar un debilitamiento por un probable mal vibrado de

hormigón, generando una sección más débil en la parte superior del muro, tal como se muestra en la Figura 5-16. Para ello, se consideró la zona dañada bajo el nivel de losa con un hormigón de menor calidad. Se utilizó un valor de resistencia de $f_c' = 80\ kg/cm^2$ basado en la experiencia de otros estudios en morteros (Tan & Sahin Zaimoglu, 2007). Segundo, se puede considerar el debilitamiento por un tipo de daño que no se puede reproducir en el *software*. Se vio en terreno que los muros pierden recubrimiento y material, adelgazándose y fallando con una sección más pequeña. Esto se ve reflejado en las Figuras 5-7(*b*) y 5-8(*a*). Una explicación teórica de esto, se puede ver en la Figura 7-23.

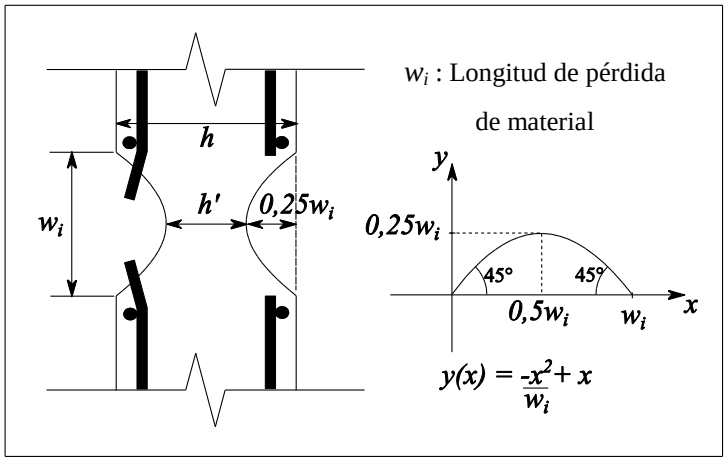


Figura 7-23: Teoría utilizada para el cálculo de espesor final, para el adelgazamiento de muro.

Se midió en terreno que el espesor de muro resultante debido al daño es de 5 a 7 *cm* aproximadamente. Esto se puede verificar con la teoría de la parábola de confinamiento, mostrada en la Figura 7-23. Los muros del primer piso tienen un espesor de 25 *cm*, la doble malla horizontal es $\phi 10\ a\ 20$ y se ve que los muros pierden material entre dos espaciamientos de malla horizontal, por lo cual:

$$w_i = 40\ cm \rightarrow h' = h - 0{,}5w_i = 5\ cm \tag{7.14}$$

Se realizaron modelos con ambos tipos de debilitamiento y los resultados fueron idénticos.

7.3.4.3 Reproducción del daño del eje A en modelo con debilitamiento

Los modelos con debilitamiento se muestran en las Figuras 7-24 y 7-25. En éstos se debilitó la zona superior del muro dañado del primer piso, bajo el nivel de losa. Se muestra el daño obtenido para el eje A en las Figuras 7-26 a 7-28.

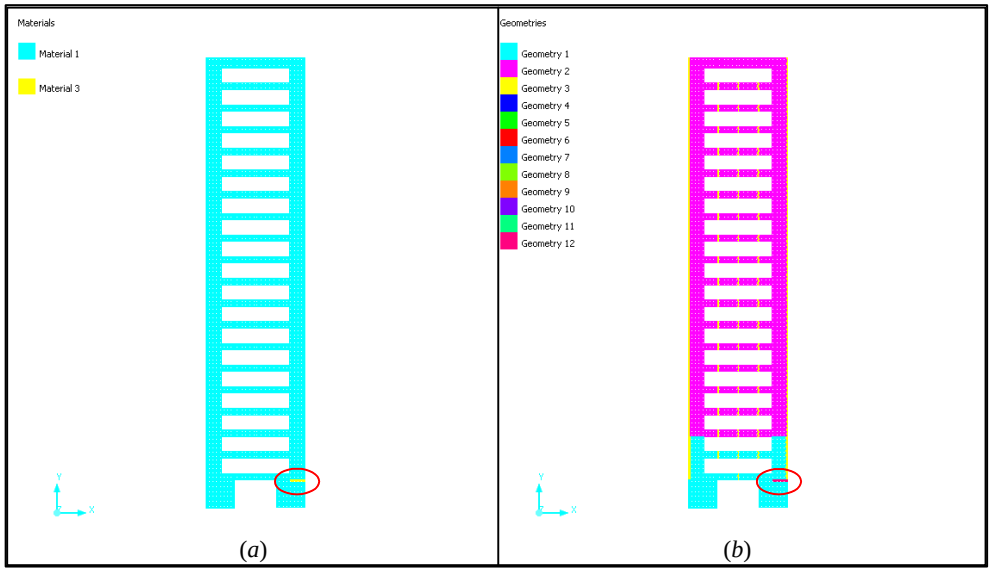


Figura 7-24: Modelos con debilitamiento del eje A del edificio VH-5: (*a*) Zona con material débil; (*b*) Zona con adelgazamiento de muro.

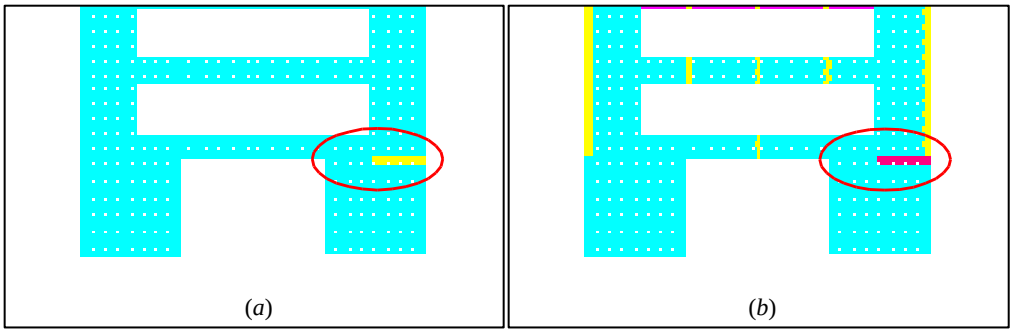


Figura 7-25: Detalle del debilitamiento del eje A del edificio VH-5: (*a*) Zona con material débil; (*b*) Zona con adelgazamiento de muro.

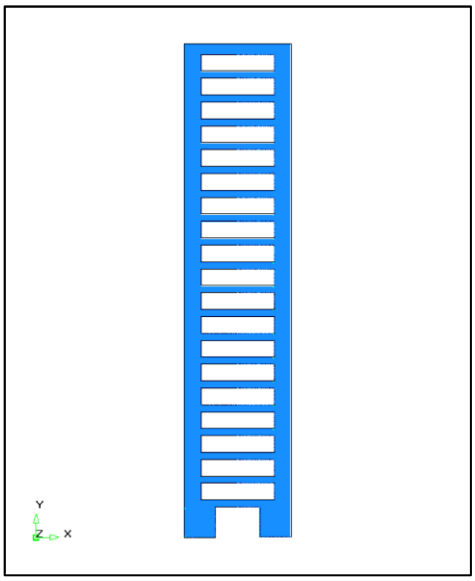


Figura 7-26: Daño por *crushing* debido a patrón de carga del modo 1 en el eje A del edificio VH-5, modelo con debilitamiento, para un desplazamiento de techo de 15 *cm*.

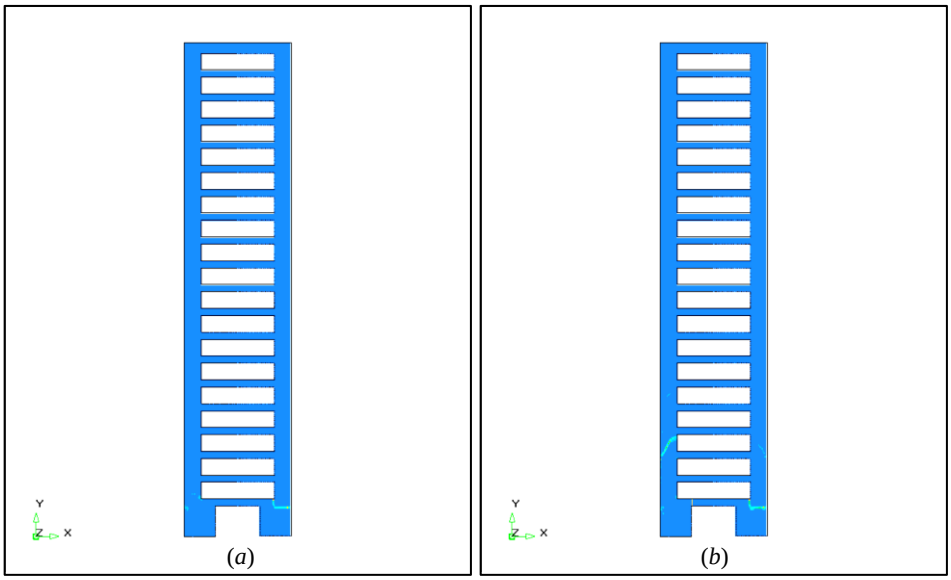


Figura 7-27: Daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes en el eje A del edificio VH-5, modelo con debilitamiento, para un desplazamiento de techo de: (*a*) 5 *cm*; (*b*) 10 *cm*.

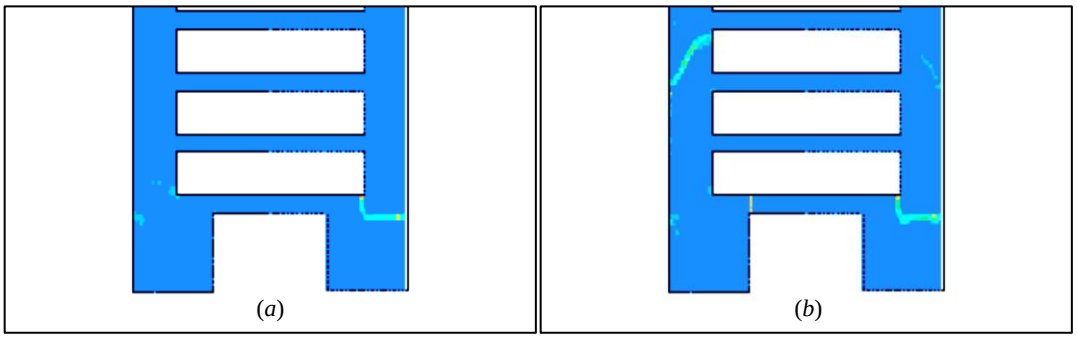


Figura 7-28: Detalle del daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes en el eje A del edificio VH-5, modelo con debilitamiento, para un desplazamiento de techo de: (*a*) 5 *cm*; (*b*) 10 *cm*.

Como ya se ha mencionado, es la combinación ponderada (Figuras 7-27 y 7-28) la que reúne los requisitos para poder reproducir el daño. Por otra parte, el patrón de deformación del modo 1 no reproduce el daño para el modelo debilitado (Figura 7-26).

El daño que ocurre en el modelo sin debilitamiento se transforma, uniendo las dos zonas dañadas en este modelo, generando el patrón de daño observado en el edificio. También se repite el daño del cuarto piso al aumentar la carga, y la pequeña zona de *crushing* en la parte superior izquierda del muro izquierdo del primer piso.

7.3.4.4 Verificación del daño del eje A en modelo con debilitamiento

Al inducir el daño con la zona debilitada, dicho resultado es científicamente cuestionable, en el sentido de que se está condicionando que ocurra el daño donde se busca. Sin embargo, se puede también interpretar que el probable vicio constructivo efectivamente haya producido un hormigón más débil en la parte superior del muro de un nivel, lo que justifica el daño ocurrido en la realidad. Para intentar dilucidar este punto, se construyeron dos modelos con dos zonas de debilitamiento distintas. El objetivo de esto es verificar si el daño observado en el modelo sin debilitamiento siempre toma el camino del debilitamiento impuesto. Los dos modelos realizados se muestran en la Figura 7-29; los daños obtenidos para los dos casos de debilitamiento se muestran en la Figura 7-30.

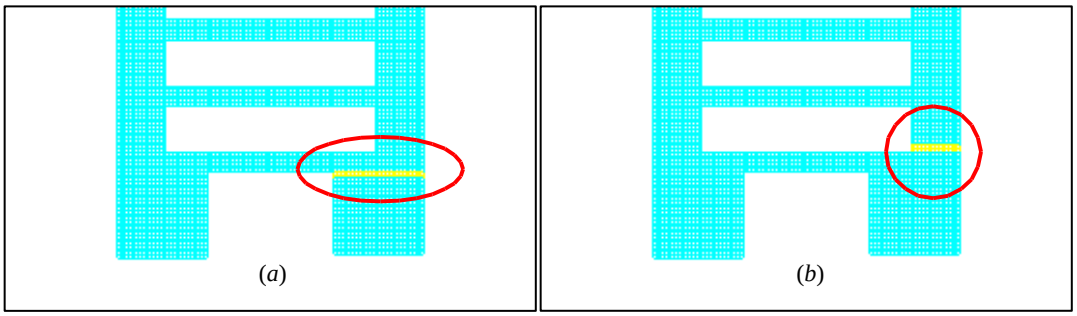


Figura 7-29: Detalle del debilitamiento, eje A del edificio VH-5: (*a*) Zona con material débil en la sección superior completa del muro del piso 1; (*b*) Zona con material débil en la sección completa del muro del piso 2.

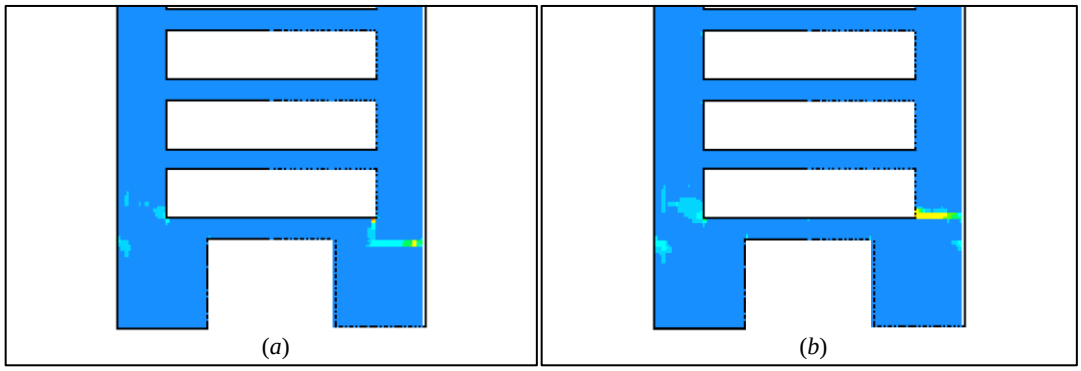


Figura 7-30: Detalle del daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje A del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de 5 *cm*, para modelo con debilitamiento: (*a*) Sección superior muro piso 1; (*b*) Sección a nivel de viga muro piso 2.

Se ve claramente en la Figura 7-30, que para el primer caso, esto es considerando más débil la sección superior completa del muro del primer piso, el daño es idéntico al visto en la realidad. Sin embargo, al considerar en el muro del segundo piso una zona débil, el daño tiende a tomar dicha zona para propagarse. Esto prueba que el daño en la zona estudiada tiende a seguir la zona débil indicada.

7.3.5 Reproducción del daño del eje C

El modelo DIANA considerado para el eje C se muestra en la Figura 7-2. Inicialmente no se considera ningún debilitamiento para el modelo. Luego de ver los resultados del modelo mencionado, se evalúa si corresponde considerar alguna zona débil. Es

importante justificar el debilitamiento con lo visto en terreno. En este caso, se puede ver un adelgazamiento del muro, como lo muestra la Figura 5-8(*a*), (*b*) y (*c*).

7.3.5.1 Reproducción del daño del eje C en modelo según planos

A continuación se muestran los resultados obtenidos para el modelo del eje C según planos, en las Figuras 7-31, 7-32 y 7-33.

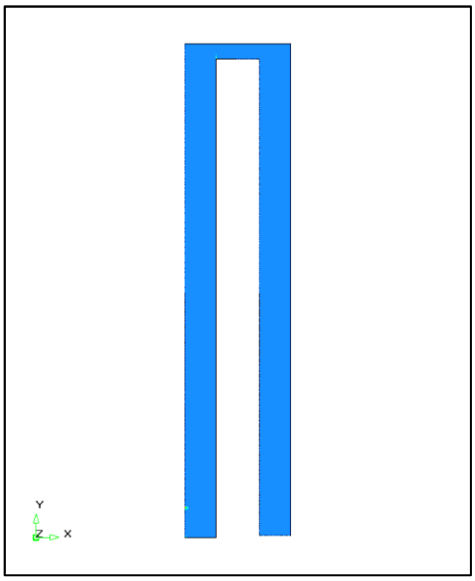


Figura 7-31: Daño por *crushing* debido a patrón de carga del modo 1, en el eje C del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de 15 *cm*.

Tal como ocurre con el modelo del eje A, para el eje C no se producen daños importantes al cargar con el modo 1, como lo muestra la Figura 7-31. Se produce una compresión en la zona superior izquierda del muro izquierdo, la cual falla por *crushing*, al igual que en el modelo del eje A. Como se mencionó anteriormente para el eje A, en el eje C también se pudo ver esto en la realidad, como una pérdida de recubrimiento.

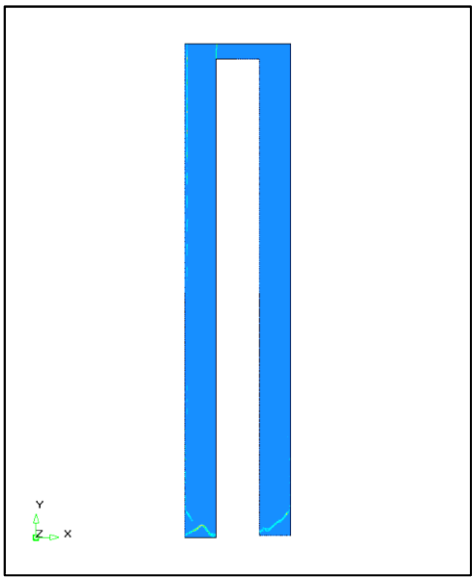


Figura 7-32: Daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje C del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de 9 *cm*.

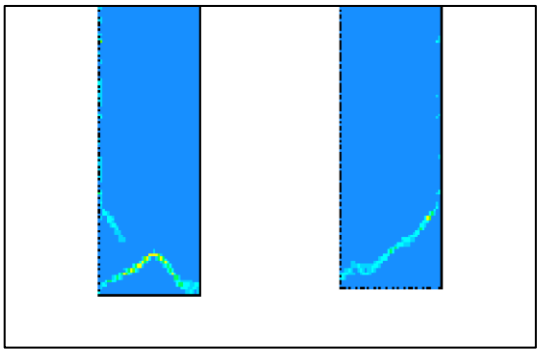


Figura 7-33: Detalle del daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje C del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de 9 *cm*.

Es importante notar que para el modelo cargado con la combinación ponderada de formas modales, el desplazamiento máximo que se puede lograr a nivel de techo es de 9 *cm*. La Figura 7-32 muestra el daño en el último paso en que el *software* logra converger y obtener una respuesta, lo que se puede interpretar como una falla total en el plano resistente. Se observa en la figura que los dos muros del primer piso sufren un daño que los atraviesa por completo.

El daño en el muro derecho presenta un daño similar al ocurrido en la realidad, presentado en la Figura 5-8. Sin embargo, el muro izquierdo no presentó gran daño en la realidad, siendo sólo el *crushing* presente en la zona superior izquierda visto en la realidad, tal como se mencionó para el modelo cargado con el modo 1. Debido a la obtención del daño en el muro izquierdo, se modeló un caso con adelgazamiento del muro en las zonas vistas en terreno.

7.3.5.2 Reproducción del daño del eje C en modelo con debilitamiento

El debilitamiento considerado es el adelgazamiento de muro, como se puede ver en la Figura 5-8. Se midió en terreno un espesor final de 5 *cm*, el cual también se puede verificar según la Figura 7-23. El modelo se muestra en la Figura 7-34. Los resultados del modelo se muestran en las Figuras 7-35 y 7-36.

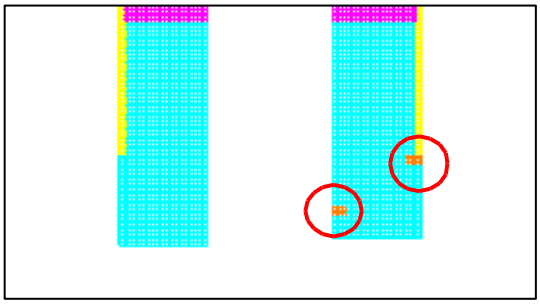


Figura 7-34: Detalle del debilitamiento, eje C del edificio VH-5 con adelgazamiento del muro en dos zonas críticas, espesor de 5 *cm*.

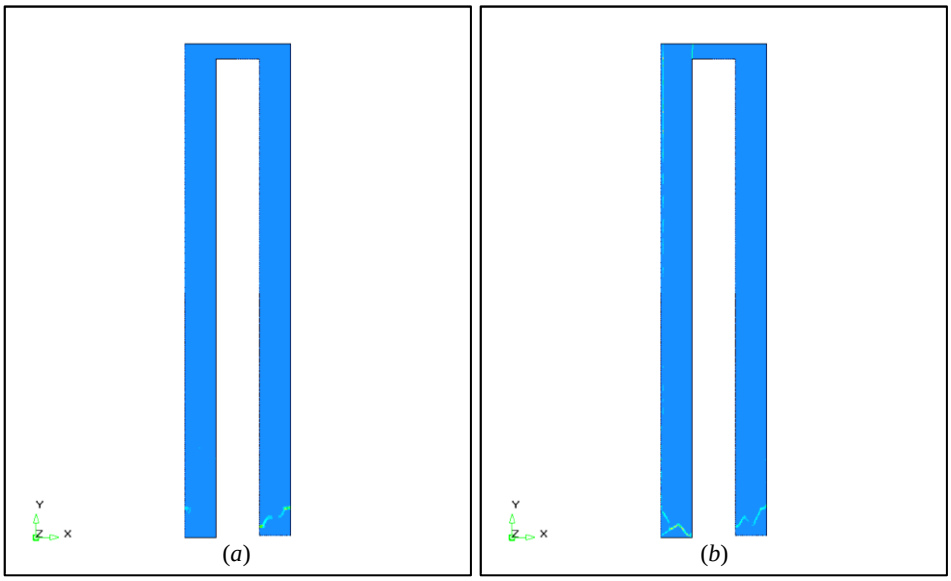


Figura 7-35: Daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje C del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de: (*a*) 5 *cm*; (*b*) 9 *cm*.

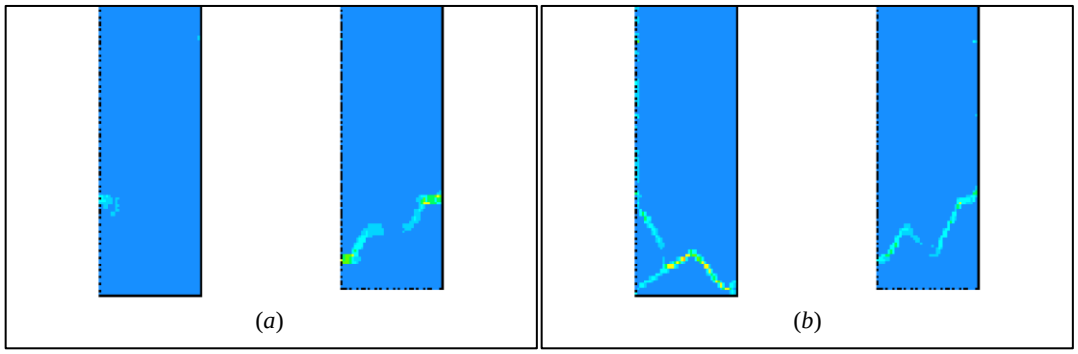


Figura 7-36: Detalle del daño por *crushing* debido a patrón de carga de combinación ponderada de modos predominantes, en el eje C del edificio VH-5, para un desplazamiento de techo de: (*a*) 5 *cm*; (*b*) 9 *cm*.

Se puede ver en las Figuras 7-35 y 7-36 que al disminuir el espesor del muro en las zonas críticas, el daño se produce antes. A un desplazamiento de techo de 5 *cm* se puede apreciar un daño muy parecido al real, coincidiendo también con la magnitud de desplazamiento para la que se obtiene el daño en el eje A

7.4 Conclusiones respecto a la reproducción del daño

Primero, es posible encontrar una relación entre los desplazamientos para un modo predominante en una dirección y el resultado de la combinación por CQC en la misma dirección, de manera que el desplazamiento del modo predominante represente al sismo, manteniendo un sentido físico. El patrón de carga utilizado reproduce el daño observado en la estructura. Sin embargo, se debe mencionar que esta combinación de carga es una de las posibles combinaciones de carga y no es posible garantizar unicidad de la solución. En caso de hacer un análisis de este tipo, sin conocer el daño, se deberá considerar cada sentido de carga en cada dirección, y combinar las tres direcciones.

De acuerdo a lo anterior se cargó el modelo DIANA manteniendo el sentido físico y la cinemática del edificio, y se verificó si las zonas dañadas en la realidad coinciden con las del modelo, pero no se obtiene el mismo daño. Se infiere que en un primer análisis las zonas dañadas son zonas de daño potencial.

Para obtener el daño ocurrido en la realidad, se debilitó ciertas zonas de acuerdo a criterios constructivos o del mismo *crushing* del concreto, obteniéndose resultados satisfactorios. Para el daño ocurrido en el eje A se debilitó cierta zona, considerando primero una posible junta de hormigonado, y luego un adelgazamiento del muro como resultado del daño. Con ambas consideraciones se logró representar el daño ocurrido en la realidad. Para el daño del eje C se obtuvo un daño similar al ocurrido en la realidad, pero también se obtuvo un daño en un muro que no se dañó con el terremoto. Sin embargo, al agregar la pérdida de material a través del adelgazamiento del muro, se pudo obtener el daño ocurrido en la realidad.

Se puede inferir que dada la incapacidad del modelo de predecir y representar una pérdida de material, la que se da principalmente en el daño por *crushing*, el daño no lo puede reproducir el *software* por sí solo. Al incluir esta pérdida de material incluyendo zonas con un adelgazamiento del muro, se logra reproducir el daño ocurrido.

8 CONCLUSIONES

En una primera etapa de esta tesis se evalúan distintos modelos constitutivos de hormigón y se concluye que el *total strain crack model* funciona bien y mejor que otros modelos, tales como el *multi-directional fixed crack model* y el *modified Maekawa model*. El *rotating crack model* muestra mejor estabilidad y convergencia respecto al *fixed crack model*, sobre todo en un modelo cíclico, lo que se puede atribuir a la definición del factor de retención de corte requerido para el modelo del tipo *fixed*.

En una segunda etapa, se intentó validar el *total strain crack model* respecto a un muro ensayado y se pudo corroborar la utilización de una relación constitutiva para el hormigón armado con *softening* lineal en tracción y un comportamiento elastoplástico en compresión. Otras constitutivas en compresión subestiman la capacidad en cuanto a resistencia y a ductilidad (Hube, 2009). Esto se puede interpretar también como una subestimación de la energía de fractura en compresión, G_c, parámetro que se recomienda que sea entre 50 y 100 veces la energía de fractura en tracción, G_f^I (TNO DIANA, 2010). Para el caso de compresión elastoplástica se puede interpretar que el parámetro de energía G_c/h es infinito. Comparando los modelos elastoplástico y parabólico con el muro ensayado se obtuvo un valor de G_c que es 1000 veces el valor de G_f^I, lo que corresponde a 10 veces la recomendación vista en la literatura. Fue posible validar los modelos del tipo *total strain crack model*, comparando las curvas de corte basal versus desplazamiento. El modelo que dio mejores resultados fue el *total strain fixed crack model*, logrando igualar la resistencia con carga monotónica y superando la resistencia con carga cíclica. Por otra parte, el *total strain rotating crack model* siempre subestima la resistencia de la sección. Sin embargo, para el caso con carga cíclica se obtiene una resistencia de la sección muy cercana a la del ensayo y una respuesta bastante parecida, en cuanto a la envolvente de ambos casos. La dificultad que presenta la utilización del *total strain fixed crack model* es la definición de un factor de retención de corte, ya que no se puede generalizar este valor para todos los tipos de carga, elemento y análisis. Esto

también se ve reflejado en la literatura, con una variedad de factores utilizados desde 0,01 hasta 0,5, para casos en torsión y flexión, entre otros (Dahmani & SI HADJ MOHAND, 2011; Cai, Robberts, & van Rensburg, 2008; Araujo, Carmo, Nunes, & Toledo Filho, 2010; Lisantono, 2005). Una comparación que resulta mejor para ambos modelos del tipo *total strain crack model* es con respecto a la curva momento versus curvatura. Ambos *fixed* y *rotating crack model* se ajustan mucho mejor al ensayo, lo que se puede interpretar como un mejor reflejo del comportamiento por parte del modelo a nivel de la sección. En este sentido, ambos modelos representan bien al ensayo y se eligió el *rotating crack model* debido únicamente a su independencia del factor de retención de corte.

Una comparación importante entre los resultados obtenidos en el análisis de sensibilidad y en la calibración de los modelos es la diferencia en el comportamiento de las curvas de corte basal versus desplazamiento. Para el análisis de sensibilidad se utilizó un muro más bien chato, controlado por el comportamiento al corte. En este caso se pudo ver un comportamiento similar al llamado sólido en fractura progresiva (Dougill, 1976). Distinto es el comportamiento visto en el modelo realizado para la validación, donde se utilizó un muro controlado por flexocompresión. Este último presenta un comportamiento similar a un sólido elástoplástico, con muy poca degradación de rigidez. Lo anterior se atribuye a una mayor influencia del refuerzo longitudinal y a la idealización del modelo utilizado para el acero.

En una tercera etapa, se estudió un edificio que en su geometría corresponde al tipo de edificio dañado por el terremoto del 2010. Es un edificio esbelto, más bien regular, intermedio en cuanto a rigidez, con una alta carga axial en sus muros, espesores delgados de muro, una situación de suelo incierta y posibles falencias constructivas. El edificio presenta un diseño según la normativa de la época. Con este estudio del edificio se puede entender de mejor manera la forma de falla del edificio. Se pudo ver que el acoplamiento lateral-torsional que muestra el modelo 3D hace que aumente la demanda

en los ejes externos, donde se encuentran los muros dañados. Lo anterior se evidencia en la forma modal del modo fundamental del edificio.

El análisis de colapso progresivo para el edificio se basa en el supuesto de una estructura elástica en cada intervalo de carga. Debido a la remoción de un elemento estructural (en este caso, cada muro dañado), se considera un modelo de daño frágil. Este modelo entrega secuencias de falla de muros que coinciden con los daños ocurridos en la realidad y se validan en el modelo sin peso propio, al coincidir el comienzo del daño con el corte basal asociado al diseño. Este análisis sugiere también una dirección de carga lateral para obtener el daño en los muros estudiados.

La forma de cargar el modelo inelástico 2D de los planos resistentes dañados del edificio, se basó en imponer desplazamientos según las formas modales, ponderadas de manera de lograr la magnitud del resultado de la combinación por CQC, manteniendo un sentido físico y la cinemática del edificio. Con esta carga, se pudo reproducir parcialmente el daño; sin embargo, considerando una pérdida del material debido al *crushing*, que se da como un adelgazamiento de la sección efectiva del muro de hormigón, es posible reproducir el daño y su geometría satisfactoriamente. Se puede concluir que un modelo de este tipo, bajo las cargas utilizadas puede encontrar zonas potenciales de daño o falla, y que al incluir la pérdida de material, efecto que no es capaz de reproducir el modelo por sí solo, se puede obtener el daño obtenido en la realidad.

Es posible agregar a lo anterior ciertas recomendaciones para un futuro trabajo en la reproducción de daños en muros de hormigón armado. Primero, estos resultados muestran que es posible reproducir el daño en un modelo de muros utilizando una distribución de desplazamientos obtenida como una combinación de las formas modales predominantes en cada dirección. Lo anterior calza con las consideraciones clásicas de *pushover* que usan el primer modo, ya sea en términos de carga o de desplazamientos. Sin embargo, el primer modo puede reflejar la respuesta en una sola dirección, por lo que la consideración del modo predominante en cada dirección parece aceptable. Segundo, se puede ponderar cada modo para su combinación por el llamado *modal*

participating mass ratio, esto es el porcentaje de masa que participa en cada modo y en cada dirección. Tercero, se recomienda imponer desplazamientos en sentido horizontal y vertical (no sólo laterales en cada nivel de piso) en aquellos nodos conectados con la estructura restante, de manera que el desplazamiento impuesto represente la cinemática de la estructura. Es importante mencionar que este análisis no reproduce efectos cíclicos ni dinámicos, y sólo refleja un estado estático y monotónico. Se puede interpretar el daño obtenido como el daño inicial que se produciría para una solicitación en una dirección específica.

Como trabajo futuro, se propone ampliar el estudio realizado de los modelos constitutivos disponibles, para reproducir de mejor manera un caso real comparando con ensayos experimentales. También se propone la elaboración de un análisis de colapso progresivo para distintos tipos de carga, ya sea estática, de *pushover* o dinámica. En los *softwares* de elementos finitos disponibles no existen muchas opciones para realizar este tipo de análisis, por lo que desarrollarlo de mejor manera y hacerlo más accesible sería un avance muy significativo. Otro trabajo propuesto es extender las recomendaciones entregadas por este trabajo a otros edificios. Parece razonable proponer como trabajo futuro el desarrollo de un modelo más avanzado para el hormigón armado y el daño debido a *crushing* en flexocompresión. Debido a que este daño fue el más visto en los edificios dañados por el terremoto del 2010, y a que los efectos de pérdida de material, deslizamiento y pandeo de barras de refuerzo no es un efecto incorporado en la mayoría de los modelos vistos, es importante la elaboración de un modelo que pueda reproducir dichos efectos y así poder representar el comportamiento real del hormigón armado de mejor manera.

BIBLIOGRAFÍA

Aguilar, R., & Castro, C. (2008). Comparación de la respuesta sísmica utilizando acelerogramas y espectro elástico. *Centro de Investigaciones Científicas, Escuela Politécnica del ejercito* .

Alarcón, C. (2013). *Influence of the axial load in the seismic behavior of reinforced concrete shear walls.* Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

American Concrete Institute Commitee 318. (2011). *Building Code Requirements for Structural Concrete.* (ACI 318-11).

Araujo, D., Carmo, L., Nunes, F., & Toledo Filho, R. (2010). Computational modeling of steel fibel reinforced concrete beams subjected to shear. *Ibracon Structures and Materials Journal* .

ATC. (2010). *PEER/ATC 72-1 Modeling and Acceptance Criteria for Seismic Design and Analysis of Tall Buildings.* Berkeley: University of California.

Ayoub, A., & Filipou, F. (1998). Non Linear Finite Element Analysis of RC Shear Panels and Walls. *Journal of Structural Engineering* .

Baldridge, S., & Humay, F. (2003). Preventing Progressive Collapse in Concrete Buildings. *Concrete International* , 1-7.

Bazant, Z., & Bhat, P. (1976). Endochronic theory of inelasticity and failure of concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Bazant, Z., & Kim, S. (1979). Plastic-Fracturing Theory for Concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Boroschek, R., Soto, P., & León, R. (2010). *Terremoto Maule 27 de Febrero de 2010 Mw = 8.8 Infrome RENADIC 10/05 Rev. 2.* Santiago: RENADIC U. de Chile.

Cai, Q., Robberts, J., & van Rensburg, B. (2008). Finite element fracture modelling of concrete gravity dams. *Journal of the South African Institution of Civil Engineering* .

Cedolin, L., Crutzen, Y., & Dei Poli, S. (1977). Triaxial stress-strain relationship for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Chen, A., & Chen, W. (1975). Constitutive Relations for Concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Chen, W. F., & Han, D. J. (1988). *Plasticity for Structural Engineers.* New York: Springer-Verlag.

Cominetti, S., & Jorquera, F. (2005). N°A10-07 Determinación del signo de los esfuerzos obtenidos del análisis dinámico por superposición modal espectral. *Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica IX Jornadas* .

Comité Euro-International du Béton. (1990). *CEB-FIP Model Code 1990 - Design Code.* Trowbridge, Wiltshire: Redwood Books.

Computers and Structures, Inc. (2010). *CSI Analysis Reference Manual for SAP2000, ETABS, SAFE and CSIBridge.* Berkeley, California.

Crisfield, M. (2001). *Non-linear finite element analysis of solids and structures, Vol. 1.* Chichester: John Wiley & sons.

Crisfield, M. (2001). *Non-linear finite element analysis of solids and structures, Vol. 2.* Chichester: John Wiley & Sons.

Dahmani, L., & SI HADJ MOHAND, C. (2011). Modélisation and influence of shear retention parameter on the response of cast iron beam. *Procedia Engineering Journal* .

Darwin, D., & Pecknold, D. (1977). Nonlinear biaxial law for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

DICTUC S.A. (2010). *Informe N° 878061 Inspección visual de daños estructurales tras sismo del 27 de Febrero de 2010.* Santiago.

Dides, M., & De La Llera, J. (2005). A comparative study of concentrated plasticity models in dynamic analysis of building structures. *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* .

Dougill, J. (1976). On Stable Progressively Fracturing Solids. *Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik* .

Dougill, J. (1975). Some Remarks on Path Independence in the Small in Plasticity. *Quarterly of Applied Mathematics* .

Elwi, A., & Murray, D. (1979). A 3D hypoelastic concrete constitutive relationship. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Elwood, K., & Eberhard, M. (2006). Effective Stiffness of Reinforced Concrete Columns. *PEER Research Digest* .

Fardis, M., Alibe, B., & Tassoulas, J. (1983). Monotonic and Cyclic Constitutive Law for Concrete. *Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Feenstra, P., & De Borst, R. (1995). A Plasticity Model and Algorithm For Mode-I Cracking In Concrete. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* .

Frantziskonis, G., & Desai, C. (1987). Constitutive model with strain softening. *International Journal of Solids and Structures* .

García-Hernandez, E. (16 de Octubre de 2012). *Acerca de Signo y Espectro de Respuesta en Método Sísmico Modal Espectral con STAAD.Pro*. Recuperado el 30 de Mayo de 2013, de Sitio web de Usuarios de Bentley en Español: http://communities.bentley.com/communities/user_communities/usuarios_de_bentley_en_espanol_spanish_users/f/281895/t/81176.aspx

Gerstle, K., & Linse, D. (1978). Strength of Concrete Under Multi-Axial Stress States. *Proc. McHenry Symposium on Concrete and Concrete Structures, Mexico City, 1976, Special Publication, SP55, ACI* .

Gonzalez-Vidosa, F., Kotsovos, M., & Pavlovic, M. (1991). Nonlinear finite element analysis of concrete structures: Performance of a fully three-dimensional brittle model. *Computers and Structures* .

Han, D., & Chen, W. (1985). A Nonuniform Hardening Plasticity Model for Concrete Materials. *Journal of Mechanics of Materials* .

Han, D., & Chen, W. (1987). Constitutive Modeling in Analysis of Concrete Structures. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Han, D., & Chen, W. (1986). On Strain-Space Plasticity Formulation for Hardening-Softening Materials with Elasto-Plastic Coupling. *International Journal of Solids and Structures* .

Hsieh, S., Ting, E., & Chen, W. (1982). A Plasticity-Fracture Model for Concrete. *International Journal of Solids and Structures* .

Hsieh, S., Ting, E., & Chen, W. (1979). An elastic-fracture model for concrete. *Proc. 3d Eng. Mech. Div. Spec. Conf., ASCE, Austin, Texas* .

Hu, H.-T., & Schnobrich, W. (1990). Non-linear Analysis of Cracked Reinforced Concrete. *ACI Structural Journal* .

Hube, M. (2009). *Structural Assessment and design of in-span hinge details in reinforced concrete box-girder bridges.* University of California, Berkeley, USA.

Humire, F. (2013). *Aplicación De Métodos Geofísicos Basados En Ondas Superficiales Para La Caracterización Sísmica De Suelos. Aplicación A La Microzonificación Sísmica Del Norte Y Poniente De Santiago.* Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Instituto Nacional de Normalización. (2009). *Diseño sísmico de edificios (NCh 433 of. 96 mod. 2009).* Santiago.

Instituto Nacional de Normalización. (2007). *Hormigón armado - Requisitos de diseño y cálculo (NCh 430 - 2007).* Santiago.

Jefferson, A., Bennett, T., & Hee, S. (2005). Fracture mechanics based problems for the analysis of dam concrete. *Final Technical Report, Task Group 2.4, NW-IALAD* .

Jünemann, R. (2012). *Response of Reinforced Concrete Shear Wall Buildings during the Maule Earthquake.* Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Karavasilis, T., Bazeos, N., & Beskos, B. (2007). Seismic response of plane steel MRF with setbacks: Estimation of inelastic deformation demands. *Journal of Constructional Steel Research* , 644-654.

Kent, D., & Park, R. (1971). Flexural Members with Confined Concrete. *Journal of the Structural Division* .

Kohnke, P. (2004). *ANSYS Inc. Theory Reference - ANSYS Release 9.0.*

Kohnke, P. (2007). *Thoery Reference for ANSYS & ANSYS Workbench - ANSYS Release 11.0.*

Kupfer, H., Hilsdorf, H., & Rusch, H. (1969). Behavior of Concrete Under Biaxial Stresses. *ACI Journal 66* .

Launay, P., & Gachon, H. (1972). Strain and Ultimate Strength of Concrete Under Triaxial Stresses. *Special Publications, SP-34, ACI* .

Leyton, F., Sepúlveda, S., Astroza, M., Rebolledo, S., González, L., Ruiz, S., y otros. (2010). Zonificación Sísmica de la Cuenca de Santiago, Chile. *Congreso Chileno de Sismología e Ingeniería Antisísmica* .

Li, T., & Crouch, R. (2008). A C2 plasticity model for structural concrete. *Computers and Structures* .

Lisantono, A. (2005). Sensitivity of Shear Retention Factor in Non-linear Finite Element Analysis of Torsional Reinforced Concrete Hybrid Deep T-Beems. *Journal Teknik Sipil* .

Litton, R. (1974). *A Contribution to the Analysis of Concrete Structures Under Cyclic Loading.* Berkeley: University of California.

Lubliner, J., Oliver, J., Oller, S., & Onate, E. (1989). A plastic-damage model for concrete. *International Journal of Solids and Structures* .

Massone, L., Orakcal, K., & Wallace, J. (2009). Modeling of Squat Structural Walls Controlled by Shear. *ACI Structural Journal* .

Mills, L., & Zimmerman, R. (1970). Compressive Strength of Plain Concrete Under Multiaxial Loading Conditions. *ACI Journal 67* .

Mourão, S. (2001). *Estudo do comportamento sísmico do conjunto monumental do Mosteiro dos Jerónimos.* Braga: Universidade Do Minho.

Ngo, D., & Scordelis, A. (1967). Finite element analysis of reinforced concrete beams. *Journal of the American Concrete Institute* .

Ngoc Trân, T., Kreibig, R., Khôi Vu, D., & Staat, M. (2008). Upper bound limit and shakedown analysis of shells using the exact Ilyushin yield surface. *Computers and Structures* .

Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., & Lubliner, J. (1990). Isotropic damage models and smeared crack analysis of concrete. *Computer Aided Analysis and Design of Concrete Structures, Pineridge Press, Swansea* .

Ottosen, N. (1977). A failure criterion for concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Ottosen, N. (1979). Constitutive model for short-time loading of concrete. *Journal of Engineering Mechanics Division, ASCE* .

Palaniswamy, R., & Shah, S. (1974). Fracture and stress-strain relationship of concrete under triaxial compression. *Journal of the Structural Division, ASCE* .

Palermo, D., & Vecchio, F. (2007). Simulation of Cyclically Loaded Concrete Structures Based on the Finite-Element Method. *Journal of Structural Engineering* .

Riddell, R., & Hidalgo, P. (2002). *Diseño Estructural, 3ra edición.* Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.

Rots, J. (1988). *Computational Modeling of Concrete Fracture.* Delft: Delft University of Technology.

Sarkar, P., Prasad, A., & Menon, D. (2010). Vertical geometric irregularity in stepped building frames. *Engineering Structures* , 2175-2182.

Scotta, R., Vitaliani, R., Saetta, A., Oñate, E., & Hanganu, A. (2000). A scalar damage model with a shear retention factor for the analysis of reinforced concrete structures: Theory and validation. *Computers and Structures* .

Selby, R. (1993). *Three Dimensional Constitutive Relations for Reinforced Concrete.* Toronto: University of Toronto.

Sezen, H., & Lodhi, M. (2012). Seismic Response of Reinforced Concrete Columns. En A. Moustafa, *Earthquake-resistant Structures - Design, Assessment and Rehabilitation* (págs. 227-249). InTech.

Simo, J., & Ju, J. (1987). Strain- and stress-based continuum damage models - I. Formulation. *International Journal of Solids and Structures* .

Tan, Ö., & Sahin Zaimoglu, A. (2007). Optimización de la resistencia a compresión de lechadas de cemento reforzadas con aditivos. *Materiales de Construcción, Vol. 57* , 91-98.

Tasuji, M., Slate, F., & Nilson, A. (1978). Stress-Strain Response and Fracture of Concrete in Biaxial Loading. *ACI Journal 75* .

TNO DIANA. (2010). *DIANA - User's Manual - Element Library.*

TNO DIANA. (2010). *DIANA - User's Manual - Material Library.*

Vermeer, P., & De Borst, R. (1984). Non-Associated Plasticity for Soils, Concrete and Rock. *Heron* .

Voce, E. (1948). The Relationship between Stress and Strain for Homogeneous Deformation. *J. Inst. Met., Vol. 74* , 537-562.

Westenenk, B. (2011). *Response of Reinforced Concrete Buildings in Concepción during the Maule Earthquake.* Santiago: Pontificia Universidad Católica de Chile.

Wibowo, H., & Lau, D. (2009). Seismic Progressive Collapse: Qualitative Point of View. *Civil Engineering Dimension* , 8-14.

William, K., & Warnke, E. (1975). Constitutive Model for the Triaxial Behaviour of Concrete. *International Association for Bridge and Structural Engineering Vol. 19, ISMES* .

Wilson, E. (2013). Dynamic Analysis Using Response Spectrum Seismic Loading. En E. Wilson, *Static & Dynamic Analysis of Structures* (pág. Capítulo 15). Berkeley, California: Computers and Structures, Inc.

Wong, P., & Vecchio, F. (2002). *VecTor2 and FormWorks User's Manual.*

Zulfiqar, N., & Filippou, F. (1990). Model of critical regions inreinforced concrete frames under earthquake excitations. En *Report EERC 90-06.* Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley.

ANEXO

A IMPLEMENTACIÓN DE PLASTICIDAD EN HORMIGÓN

Los métodos de análisis para describir el comportamiento del hormigón en el pasado se basaban en un análisis elástico combinado con fórmulas empíricas desarrolladas en base a una serie de datos experimentales. Con el desarrollo de la teoría de plasticidad se ha buscado describir el comportamiento del hormigón a través de ésta. Aún cuando el material no es continuo y homogéneo, y es frágil, se ha considerado como tal para poder desarrollar esta implementación. Como es sabido, la teoría de plasticidad se desarrollo para poder describir el comportamiento de metales, ya sea teóricamente como elastoplásticos o con endurecimiento de cierto tipo. Si se observa una curva tensión-deformación para un ensayo uniaxial en hormigón, se puede observar las mismas características que en una curva para un ensayo uniaxial para, por ejemplo, acero: se observa una fluencia, donde disminuye la pendiente y luego un "endurecimiento". La diferencia radica en que el origen de estos fenómenos es totalmente distinto. El comportamiento del hormigón es más bien controlado por daño. El agrietamiento del hormigón hace que éste presente un comportamiento no-lineal, presentando lo que se puede llamar "fluencia" y endurecimiento, e incluso un comportamiento post-falla en el cual existe un degradamiento de la rigidez debido, por ejemplo, a micro-grietas, llamado *softening* o "ablandamiento".

El primer intento aplicado al método de elementos finitos en una estructura de hormigón armado fue hecho por Ngo y Scordelis (1967). Desde entonces se ha desarrollado rápidamente. El factor más determinante para el desarrollo de estos modelos ha sido la complejidad de describir el problema en su totalidad, haciendo que los modelos sean siempre "incompletos". Sin embargo, se puede lograr bastante buenos resultados de acuerdo al problema que se enfrenta y al modelo constitutivo que se considera.

El hormigón al ser frágil presenta ciertas limitantes para la realización de ensayos. Sin embargo, se ha podido realizar modelos dependientes de ciertos ensayos posibles y relativamente simples. Las características principales buscadas para caracterizar al

hormigón son la resistencia a la compresión uniaxial, $f_c{}'$; la resistencia a la compresión biaxial, $f_{bc}{}'$; y la resistencia a la tracción, $f_t{}'$. Gracias a estos parámetros se puede obtener la descripción de un modelo de falla y fluencia. Dependiendo del modelo que se utilice habrá más o menos parámetros a obtener para esta descripción.

A.1 Supuestos básicos para un modelo de plasticidad

Cualquier modelo de plasticidad debe incorporar tres supuestos básicos:

- Una superficie de fluencia inicial (*yield surface*) en espacio de tensiones la cual define el nivel de tensiones en el cual comienzan las deformaciones plásticas.

- Una regla de endurecimiento (*hardening rule*) que defina tanto el cambio de la función de carga como la evolución de los parámetros y propiedades del endurecimiento mismo.

- Una regla de flujo plástico (*flow rule*), la cual está asociada a una función de potencial plástico, que entrega una relación incremental tensión-deformación.

En el caso de los modelos de hormigón será necesario definir además:

- Un criterio de falla (*failure criteria*) definida de la misma forma que la superficie de fluencia, la cual indica la falla definitiva del material.

- Una regla de *softening*, que es análoga a la regla de endurecimiento, pero debe ser definida en espacio de deformaciones.

A.2 Conceptos básicos de plasticidad relevantes

Lo principal a conocer para poder entender la modelación del hormigón son las formas de definir el estado de tensiones del material. En general, una superficie de fluencia para un material isotrópico se puede definir de cuatro formas:

- En función de tensiones principales, σ_1, σ_2, σ_3:

$$f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \tag{A.1}$$

- En función del invariante principal del tensor de tensiones, y del segundo y tercer invariante del desviador de tensiones, I_1, J_2, J_3 respectivamente:

$$f(I_1, J_2.J_3) = 0 \tag{A.2}$$

- En coordenadas del espacio de Haigh-Westergaard, ξ, ρ, θ:

$$f(\xi, \rho, \theta) = 0 \tag{A.3}$$

- En función de las tensiones octaédricas y el ángulo de Lode, σ_{oct}, τ_{oct}, θ:

$$f(\sigma_{oct}, \tau_{oct}, \theta) = 0 \tag{A.4}$$

A.2.1 Invariantes del tensor de tensiones

Dado el tensor de tensiones $\underline{\sigma}$, en general sus invariantes se pueden obtener de la siguiente manera:

$$I_j = \frac{1}{j} tr\left(\underline{\sigma}^j\right) \tag{A.5}$$

Nos interesa el primer invariante:

$$I_1 = tr\left(\underline{\sigma}\right) \tag{A.6}$$

$$I_1 = \sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz} \tag{A.7}$$

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \tag{A.8}$$

Además:

$$I_2 = \frac{1}{2} tr\left(\underline{\sigma}^2\right) \tag{A.9}$$

$$I_3 = \frac{1}{3} tr\left(\underline{\sigma}^3\right) = \det\left(\underline{\sigma}\right) \tag{A.10}$$

El tensor desviador de tensiones se define como:

$$\underline{s} = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} tr\left(\underline{\sigma}\right)\underline{I} \tag{A.11}$$

Este tensor cumple que $tr(\underline{s}) = 0$, por lo tanto, el primer invariante resulta:

$$J_1 = 0 \tag{A.12}$$

Se definen el segundo y tercer invariante como:

$$J_2 = \frac{1}{2} tr(\underline{s}^2) = I_2 - \frac{I_1^2}{6} \tag{A.13}$$

$$J_3 = \frac{1}{3} tr(\underline{s}^3) = \det(\underline{s}) = I_3 - \frac{2I_1 I_2}{3} - \frac{I_1^3}{27} \tag{A.14}$$

Además, se puede definir cada invariante a través de las componentes del desviador en sus direcciones principales:

$$\underline{s} = \begin{bmatrix} \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{3} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{3} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2\sigma_3 - \sigma_1 - \sigma_2}{3} \end{bmatrix} \tag{A.15}$$

A.2.2 Coordenadas de Haigh-Westergaard

Las coordenadas de Haigh-Westergaard, ξ, ρ y θ, se definen como:

$$\xi = \frac{1}{\sqrt{3}} tr(\underline{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \tag{A.16}$$

$$\rho = \sqrt{2J_2} \tag{A.17}$$

$$\cos(3\theta) = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \tag{A.18}$$

Donde ξ es una medida del estado hidrostático, y se puede decir que su eje se encuentra en la diagonal del sistema coordenado de las tensiones principales; ρ es el radio respecto al eje ξ; y θ es el ángulo de Lode, que va entre $0 \leq \theta \leq 60°$.

A.2.3 Tensiones octaédricas

Las tensiones octaédricas son aquellas que resultan de pasar de un estado "actual" al estado de tensiones en las caras de un octaedro con normal igual a la diagonal en el

espacio de tensiones principales. Éstas son dos componentes, una normal y una de corte, σ_{oct} y τ_{oct} respectivamente, y se calculan como:

$$\sigma_{oct} = \frac{1}{3} I_1 \tag{A.19}$$

$$\tau_{oct} = \sqrt{\frac{2}{3} J_2} \tag{A.20}$$

A.2.4 Tensiones y deformaciones efectivas para materiales con endurecimiento isotrópico por trabajo

En la teoría de plasticidad para los materiales con endurecimiento isotrópico por trabajo, por una razón práctica se relacionan los parámetros de endurecimiento en la función de carga a datos de la curva experimental de tensión-deformación uniaxial. Hasta acá buscamos una variable de tensión, llamada tensión efectiva, que es función de las tensiones, y una variable de deformación, llamada deformación efectiva, que es función de las deformaciones plásticas, de manera que puedan ser graficadas una respecto a la otra y ser usadas para correlacionar resultados de pruebas obtenidos de diferentes programas de carga.

A.2.5 Tensión efectiva

Ya que la función de carga, $f\left(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, k\right) = 0$ por definición determina si existe flujo plástico adicional o no y también si es una función positivamente creciente, puede ser usada como una variable de tensión muy importante para definir la tensión efectiva.

Considerando el caso de endurecimiento isotrópico, en el cual la función de carga toma la forma general:

$$f\left(\sigma_{ij}, k\right) = F\left(\sigma_{ij}\right) - k^2\left(\varepsilon_p\right) \tag{A.21}$$

Donde k^2 mide la expansión de la superficie debido al endurecimiento. La función $F\left(\sigma_{ij}\right)$ es utilizada para definir la tensión efectiva. Ya que la función debe reducirse a σ_1

en el ensayo uniaxial, se deriva que la función de carga $F(\sigma_{ij})$ debe tener la siguiente forma:

$$F(\sigma_{ij}) = C\sigma_e^2 \tag{A.22}$$

Por ejemplo, para un material de Von Mises $F(\sigma_{ij}) = J_2$, por lo cual $C\sigma_e^n = J_2$, y entonces:

$$J_2 = \frac{1}{6}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2] = C\sigma_e^n \tag{A.23}$$

Para un ensayo uniaxial, $\sigma_e = \sigma_1$ y $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$. Por lo tanto:

$$C = \frac{1}{3}; n = 2; \sigma_e = \sqrt{3J_2} \tag{A.24}$$

De manera similar, para un material de Drucker-Prager, $F(\sigma_{ij}) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2}$, por lo cual:

$$\alpha I_1 + \sqrt{J_2} = C\sigma_e^n \tag{A.25}$$

Para un ensayo uniaxial se tiene que:

$$\alpha\sigma_e + \frac{1}{\sqrt{3}}\sigma_e = C\sigma_e^n \tag{A.26}$$

Por lo cual, se obtiene que:

$$C = \alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}; n = 1;\ \sigma_e = \frac{\sqrt{3}\alpha I_1 + \sqrt{3J_2}}{1+\sqrt{3}\alpha} \tag{A.27}$$

Para casos de endurecimiento cinemático o endurecimiento mixto, la función es escrita en general de la forma:

$$f(\sigma_{ij}, k) = F(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - k^2(\varepsilon_p) = 0 \tag{A.28}$$

Donde α_{ij} mide la posible traslación de la superficie debido al endurecimiento. De esta forma, definimos:

$$\overline{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} - \alpha_{ij} \tag{A.29}$$

Luego, la tensión efectiva reducida se define de forma análoga a lo anterior:

$$F\left(\overline{\sigma}_{ij}\right) = C\overline{\sigma}_e^n \tag{A.30}$$

Todas las expresiones anteriores de los ejemplos de Von Mises y Drucker-Prager son válidas para el caso de la tensión efectiva reducida.

A.2.6 Deformación efectiva

La definición de deformación plástica efectiva no es tan simple. Se utilizan dos métodos generalmente. Uno define el incremento de la deformación plástica efectiva intuitivamente como una simple combinación de deformaciones plásticas que es siempre positiva y creciente. La combinación más simple de este tipo, con las "dimensiones" correctas es:

$$d\varepsilon_p = C\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{A.31}$$

Donde $d\varepsilon_{ij}^p$ es el incremento de deformaciones plásticas en la combinación de direcciones i y j, y C es una constante. Por ejemplo, si se asume un material independiente de la presión $\left(f(J_2, J_3)\right)$ se satisface la condición de incompresibilidad-plástica:

$$d\varepsilon_1^p + d\varepsilon_2^p + d\varepsilon_3^p = 0 \tag{A.32}$$

Luego, para que la definición concuerde con el ensayo uniaxial, se debe tener que:

$$d\varepsilon_1^p = d\varepsilon_p = C\sqrt{\left[\left(d\varepsilon_1^p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}d\varepsilon_1^p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}d\varepsilon_1^p\right)^2\right]} = C\sqrt{\frac{3}{2}}d\varepsilon_1^p \tag{A.33}$$

Lo cual nos lleva a:

$$C = \sqrt{\frac{2}{3}}; d\varepsilon_p = \sqrt{\frac{2}{3}d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{A.34}$$

El segundo método define el incremento de deformación plástica efectiva, $d\varepsilon_p$, en términos del trabajo plástico por unidad de volumen, dW_p, en la forma:

$$dW_p = \sigma_e d\varepsilon_p \tag{A.35}$$

Por definición, el incremento de trabajo plástico es:

$$dW_p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij} = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \sigma_{ij} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{A.36}$$

En donde la deformación plástica se ha relacionado con una regla de flujo asociado. Si la función *F* es homogénea de grado *n* en las tensiones, esto se puede reducir a:

$$dW_p = d\lambda n F \tag{A.37}$$

El escalar $d\lambda$ se puede despejar de:

$$d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p = (d\lambda)^2 \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} \tag{A.38}$$

Reemplazando y desarrollando queda:

$$dW_p = \frac{\sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} n F}{\sqrt{\frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}} \frac{\partial F}{\partial \sigma_{mn}}}} = \sigma_e d\varepsilon_p \tag{A.39}$$

Por ejemplo, si se usa Drucker-Prager, tomando la definición de tensión efectiva del ejemplo del punto anterior, la ecuación de trabajo plástico resulta:

$$dW_p = \frac{\sqrt{3}\left(\alpha I_1 + \sqrt{J_2}\right)}{1 + \sqrt{3}\alpha} d\varepsilon_p \tag{A.40}$$

Donde $\left(\partial F / \partial \sigma_{ij}\right)\left(\partial F / \partial \sigma_{ij}\right) = 3\alpha^2 + 1/2$ y $n = 1$. De aquí se deduce que:

$$d\varepsilon_p = \frac{\alpha + \frac{1}{\sqrt{3}}}{\sqrt{3\alpha^2 + \frac{1}{2}}} \sqrt{d\varepsilon_{ij}^p d\varepsilon_{ij}^p} \tag{A.41}$$

A.3 Criterios de falla

Para definir un criterio de falla del hormigón la suposición de que el material es isotrópico es válida, por lo cual la superficie de falla se puede definir de cualquiera de las cuatro formas descritas anteriormente. La forma explícita de la función de falla es definida a través de datos experimentales. Están bien documentados en la literatura los resultados experimentales de ensayos en hormigón: Kupfer et. al. (1969), Tasuji (1978), Mills y Zimmerman (1970), Launay y Gachon (1972), Gerstle et. al. (1978), entre otros.

La función de falla debe cumplir ciertos requisitos. Lo primero es que la función debe ser dependiente del estado hidrostático, ya que el hormigón cambia su capacidad de acuerdo al confinamiento. Segundo, la función es "periódica" respecto a θ, con un período de 120°, y simétrica respecto a $\theta = 60°$, debido al supuesto de isotropía, como se puede ver en la Figura A-1.

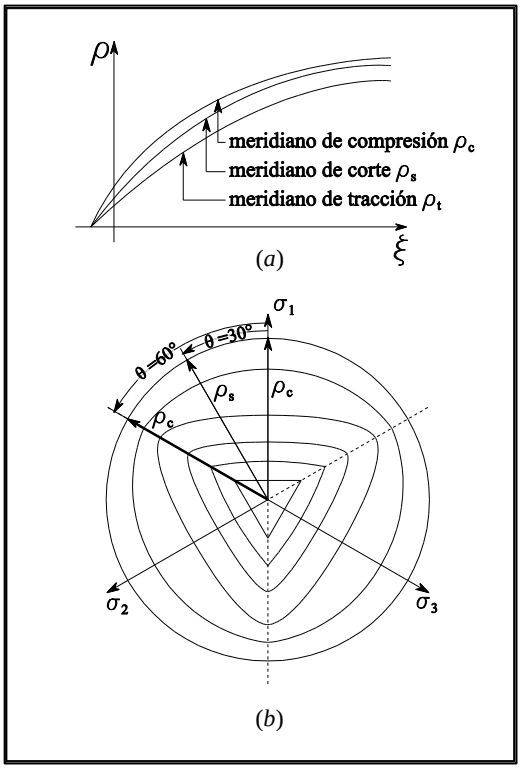


Figura A-1: Características básicas de una superficie de falla: (*a*) Meridianos de la superficie de falla; (*b*) secciones en el plano deviatórico (plano π) (Adaptado de Chen & Han, 1988).

En el inicio se utilizó como superficies de falla modelos de un parámetro como Von Mises y Tresca, utilizados en metales, lo cual hoy en día sabemos que no es correcto por su independencia del estado hidrostático. Modelos de dos parámetros, como Drucker-Prager y Mohr-Coulomb, son el tipo más simple de superficies dependientes de la presión. En éstos, el corte puro u octaedral, τ_{oct}, varía linealmente con la presión promedio u octaedral, σ_{oct}. La evidencia experimental dice que esta dependencia (también llamados "meridianos") no es lineal y es convexa. En el modelo inicial conocido como Drucker-Prager generalizado, propuesto por Bresler y Pister, se ha modelado los meridianos como parabólicos. En la versión inicial del modelo de tres parámetros de William-Warnke la relación τ_{oct}-σ_{oct} es lineal, pero existe una dependencia del ángulo de Lode, θ, en secciones deviatóricas. En los modelos de cuatro (Ottosen, Hsieh et. al.) y cinco parámetros (modelo refinado de William-Warnke) los meridianos se han modelado como parabólicos. Se puede ver la forma de los meridianos en la Figura A-1. Las distintas superficies de falla mencionadas se muestran en la Figura A-2. La evidencia experimental de éstas se puede ver en la Figura A-3.

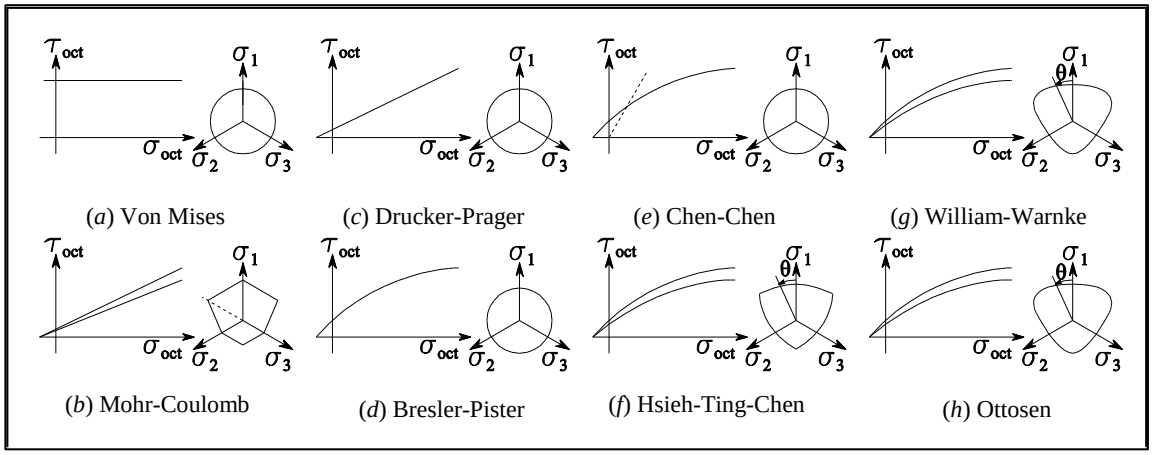


Figura A-2: Modelos de falla (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Los modelos más significativos son el de Ottosen (*four-parameter model*); Hsieh-Ting-Chen (*four-parameter model*); y William-Warnke (*five-parameter model*). Para entender

bien el comportamiento de los modelos de hormigón, más importante que el criterio de falla es la modelación de la plasticidad en el hormigón.

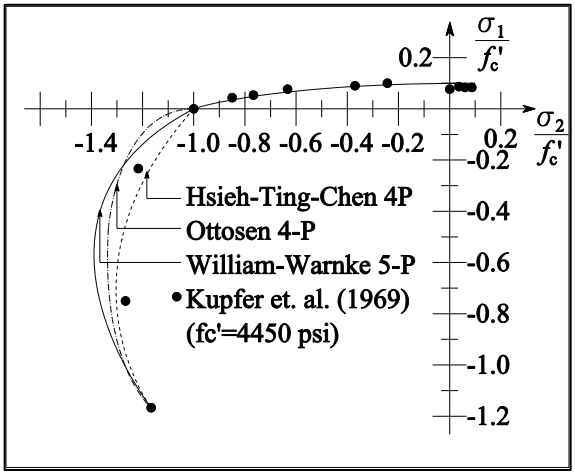


Figura A-3: Comparación del criterio de falla con ensayos biaxiales ($f_c' = 30.7\ MPa$) (Adaptado de Chen & Han, 1988).

A.4 Modelación de plasticidad: *Hardening*

Uno de los modelos más conocidos es el propuesto por Chen y Chen (1975), el cual establece un marco teórico y de trabajo general para este tipo de modelación. Otros modelos de plasticidad han sido propuestos, como por ejemplo Hsieh, Ting y Chen (1982); Fardis, Alibe y Tassoulas (1983); Vermeer y De Borst (1984); Han y Chen (1985); entre otros. Estos modelos varían uno del otro en la forma de las superficies de falla y carga, en la regla de *hardening* y en la regla de flujo. A continuación se presenta la formulación del "modelo de plasticidad con endurecimiento no-uniforme" (*non-uniform hardening plasticity model*) propuesto por Han y Chen (1985, 1987) en cierto detalle. Este modelo es bastante ilustrativo como ejemplo para mostrar las técnicas empleadas en la modelación plástica del hormigón.

A.5 Superficie de fluencia

Ya que la tensión de fluencia del hormigón no es fácil de medir experimentalmente, el criterio de fluencia para el hormigón es en general asumido respecto al criterio de falla ya conocido. En los primeros modelos de plasticidad, la tensión de fluencia se consideraba como un valor reducido y proporcional a la tensión de falla. Esto implica que la superficie de fluencia tiene una forma similar a la superficie de falla, pero con un tamaño reducido. Este supuesto se considera incorrecto por las siguientes razones: primero, la superficie de fluencia asumida tiene una forma "abierta", lo cual no es razonable; segundo, un supuesto como éste define una zona elastoplástica uniformemente distribuida entre la superficie de fluencia inicial y la superficie de falla, lo cual no refleja correctamente las diferentes respuestas posibles del hormigón para cargas de tracción y compresión.

Existen muy pocos reportes de resultados experimentales respecto a la forma de la superficie de fluencia inicial. Launay y Gachon (1972), entre otros reportan un límite elástico y una curva de iniciación del agrietamiento en el plano de tensiones hidrostáticas. Esta curva puede ser considerada como una primera descripción cualitativa de la superficie de falla inicial para el hormigón. Ésta revela que el límite elástico casi coincide con la curva de falla, y la zona de endurecimiento desaparece en la región de tracción y muy baja presión hidrostática, mientras que en la región de compresión con alta presión de confinamiento la zona de endurecimiento es bastante grande. Lo anterior se puede ver en las Figuras A-4 y A-5.

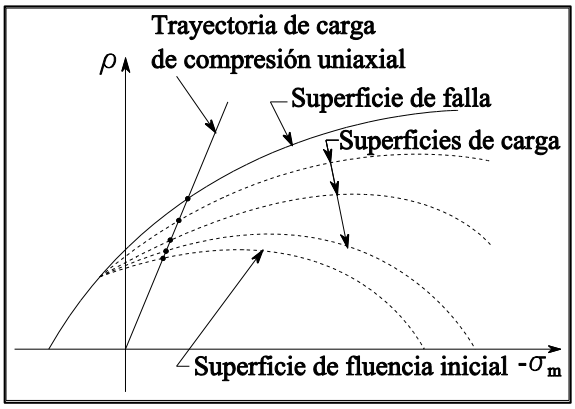


Figura A-4: Modelo de plasticidad con endurecimiento no-uniforme (Adaptado de Chen & Han, 1988).

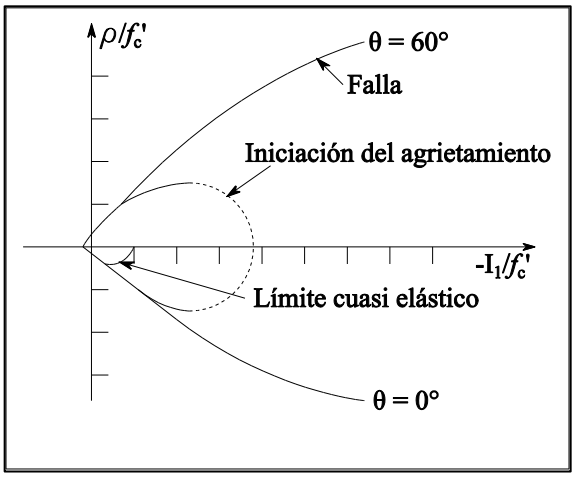


Figura A-5: Curvas de iniciación de agrietamiento y de falla obtenidas experimentalmente (Adaptado de Launay & Gachon, 1972).

Basado en esta observación, la forma de los meridianos de la superficie de fluencia puede ser asumida de la siguiente forma, constando de cuatro partes, las cuales se muestran en la Figura A-6:

1. En la zona de tracción, es decir, $\sigma_m \geq \xi_t$, la superficie de fluencia coincide con la superficie de falla. Se asume que no hay deformación plástica a la falla, representando un comportamiento frágil.

2. En la zona mixta de compresión-tracción, es decir, $\xi_t > \sigma_m \geq \xi_c$, una zona de endurecimiento plástico evoluciona gradualmente.

3. En la zona de compresión con baja presión de confinamiento, es decir, $\xi_c > \sigma_m \geq \xi_k$, el meridiano representa un tamaño proporcionalmente reducido de la superficie de falla.

4. En la zona de compresión con una presión de confinamiento relativamente alta, es decir, $\sigma_m < \xi_k$, la superficie de fluencia se cierra gradualmente en el eje hidrostático y una extensa región de endurecimiento plástico es generada.

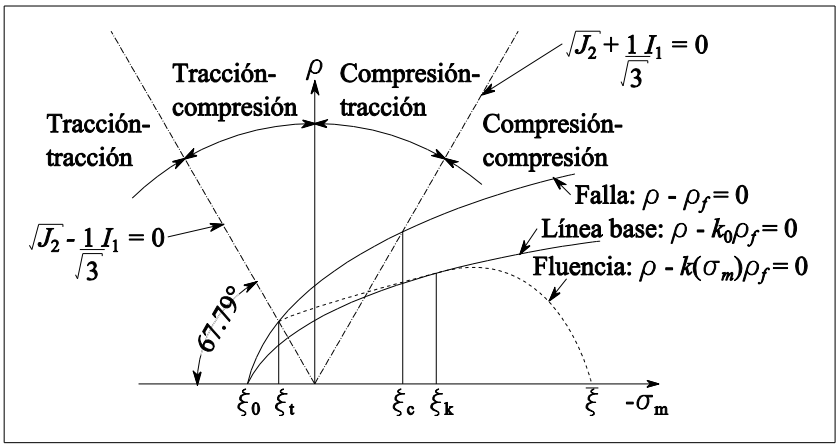


Figura A-6: Construcción de la superficie de fluencia (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Para identificar estas zonas como tracción-tracción, tracción-compresión, compresión-tracción y compresión-compresión, se puede usar el siguiente criterio de zonificación triaxial:

Tracción-tracción:

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 > 0 \tag{A.42}$$

Tracción-compresión:

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \leq 0 \text{ y } I_1 \geq 0 \tag{A.43}$$

Compresión-tracción:

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 \geq 0 \text{ y } I_1 < 0 \tag{A.44}$$

Compresión-compresión:

$$\sqrt{J_2} - \frac{1}{\sqrt{3}} I_1 < 0 \tag{A.45}$$

Para elegir los valores de los parámetros ξ_t, ξ_c y ξ_k no es necesario seguir el criterio de zonificación anterior. Por simplicidad se puede asumir $\xi_t = 0$ y $\xi_c = \xi_k = -f_c'/3$.

Con la función de falla definida en general como:

$$f_f(\rho, \sigma_m, \theta) = \rho - \rho_f(\sigma_m, \theta) \tag{A.46}$$

La función de fluencia inicial puede formularse introduciendo un factor de forma (*shape factor*) en la función de falla, llegando a una expresión como la siguiente:

$$f_y(\rho, \sigma_m, \theta) = \rho - k\rho_f(\sigma_m, \theta) \tag{A.47}$$

El factor de forma k es función de la tensión hidrostática, σ_m, lo cual modifica la superficie de falla inicial para darle la forma apropiada a la superficie de fluencia inicial.

A.6 Regla de endurecimiento y superficie de fluencia subsiguiente

Continuando con la misma notación, la superficie de fluencia subsiguiente se puede escribir como:

$$f_y(\rho, \sigma_m, \theta) = \rho - k(k_0, \sigma_m)\rho_f(\sigma_m, \theta) = 0 \tag{A.48}$$

Donde el factor de forma k es función de σ_m y del parámetro de endurecimiento k_0. El parámetro k_0 indica el nivel de endurecimiento, el cual puede un valor entre k_y y 1, es decir:

$$k_y \leq k_0 \leq 1 \tag{A.49}$$

Tal que $k_0 = k_y$ corresponde a la superficie de fluencia inicial, y $k_0 = 1$ indica que el estado de tensión última se ha alcanzado y la superficie de carga se ha encontrado con la superficie de falla. Por esta razón:

$$\bar{\xi} = \frac{A}{(1-k_0)} \tag{A.50}$$

Donde $\bar{\xi}$ es la intersección de la superficie de carga con el eje hidrostático, y A es una constante. De acuerdo con lo anterior, se puede notar que $\bar{\xi} \to \infty$ cuando $k_0 \to 1$.

El parámetro de endurecimiento k_0 está relacionado al módulo plástico H_b^p, el cual es el módulo definido por la curva tensión de compresión uniaxial-deformación plástica. La relación entre k_0 y H_b^p se puede encontrar determinando la intersección entre la trayectoria de carga para una compresión uniaxial y la superficie de carga. El punto de intersección entrega la tensión de compresión uniaxial para un valor de k_0 dado, y también un módulo plástico, el cual es la pendiente de la curva experimental de curva tensión de compresión uniaxial-deformación plástica para un nivel de tensión dado. De esta manera, cada superficie de carga de parámetro k_0 está relacionada a un módulo plástico base H_b^p explícitamente y también al trabajo plástico W_p implícitamente.

El módulo H_b^p es distinto al módulo plástico H^p, el cual es usado en la relación constitutiva. Dado que H_b^p es determinado de un estado de compresión uniaxial, éste es sólo adecuado para casos en los cuales la tensión promedio σ_m es parecida a $(-1/3)f_c{}'$. En casos de compresión con alta presión de confinamiento, el hormigón se vuelve más dúctil, por lo que el módulo plástico debe ser modificado. Para considerar la sensibilidad respecto a la presión hidrostática y la dependencia del ángulo de Lode, un factor de modificación (*modification factor*) $M(\sigma_m, \theta)$ se introduce. De esta manera, el módulo plástico queda expresado como:

$$H^p = M(\sigma_m, \theta) H_b^p \tag{A.51}$$

A.7 Regla de flujo no-asociado y factor de dilatancia

El cambio de volumen no-lineal durante el endurecimiento es una característica prominente del hormigón. Resultados experimentales indican que bajo cargas de compresión la contracción volumétrica inelástica ocurre al inicio de la fluencia y la dilatación volumétrica ocurre cerca del 75 al 90 % de la tensión última. Este tipo de comportamiento generalmente viola la regla de flujo asociado. Un potencial plástico distinto a la función de carga es entonces necesario para definir la regla de flujo. Por simplicidad se puede elegir una forma funcional del tipo Drucker-Prager:

$$g = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} \tag{A.52}$$

Entonces, la regla de flujo se convierte en:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} = d\lambda \left(\alpha \delta_{ij} + \frac{s_{ij}}{2\sqrt{J_2}} \right) \tag{A.53}$$

De acuerdo a la regla de flujo, el cambio de volumen plástico incremental, $d\varepsilon_v^p = d\varepsilon_{ii}^p$, está dado por $3\alpha \cdot d\lambda$; por lo tanto, α representa una medida de la dilatación volumétrica plástica. Para reflejar el cambio de volumen no-lineal, una forma funcional de α puede ser definida de acuerdo a datos experimentales disponibles. Aquí, se puede asumir α como una función lineal del parámetro de endurecimiento k_0, tomando un valor negativo al comienzo de la fluencia y un valor positivo en la falla.

A.8 Relaciones incrementales tensión-deformación

Basado en la teoría clásica de plasticidad, la relación incremental tensión-deformación se puede derivar generalmente de la siguiente manera. La deformación incremental total se considera como la suma de los incrementos plástico y elástico:

$$d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p \tag{A.54}$$

De acuerdo con la ley de Hooke, el incremento de tensiones es determina por:

$$d\sigma_{ij} = C_{ijkl} d\varepsilon_{kl}^{e} = C_{ijkl}\left(d\varepsilon_{kl} - d\varepsilon_{kl}^{p}\right) \tag{A.55}$$

Donde C_{ijkl} es el tensor elástico considerado en el caso isotrópico. Cuando ocurre flujo plástico se debe cumplir la relación de consistencia:

$$df = 0 \tag{A.56}$$

El diferencial total de f es:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \tau}\frac{\partial \tau}{\partial \varepsilon_p} d\varepsilon_p = 0 \tag{A.57}$$

Donde τ es la tensión efectiva. Reemplazando la expresión para $d\sigma_{ij}$ y notando que:

$$\frac{\partial \tau}{\partial \varepsilon_p} = H^p \tag{A.58}$$

Donde H^p es el módulo plástico, resulta:

$$df = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} + \frac{\partial f}{\partial \tau} H^p d\varepsilon_p = 0 \tag{A.59}$$

La deformación plástica efectiva $d\varepsilon_p$ se puede relacionar con el multiplicador plástico $d\lambda$ como:

$$d\varepsilon_p = \phi \cdot d\lambda \tag{A.60}$$

Donde ϕ es una función escalar del estado de tensiones. Usando la regla de flujo y la definición de deformación plástica efectiva, y despejando $d\lambda$, se obtiene:

$$d\lambda = \frac{1}{h}\frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqkl} d\varepsilon_{kl} \tag{A.61}$$

Donde:

$$h = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnpq} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{pq}} - H^p \frac{\partial f}{\partial \tau}\phi \tag{A.62}$$

Las cantidades ϕ y $\partial f/\partial \tau$ serán dados luego. Finalmente se obtiene la siguiente expresión:

$$d\sigma_{ij} = \left(C_{ijkl} + C^{p}_{ijkl}\right)d\varepsilon_{kl} \tag{A.63}$$

Donde el tensor de rigidez plástico C^{p}_{ijkl} tiene la forma:

$$C^{p}_{ijkl} = -\frac{1}{h}H^{*}_{ij}H_{kl} \tag{A.64}$$

Con:

$$H^{*}_{ij} = C_{ijmn}\frac{\partial g}{\partial \sigma_{mn}} \tag{A.65}$$

$$H_{kl} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}}C_{pqkl} \tag{A.66}$$

Ahora, si la función de carga *f* y el potencial plástico son dados, la relación constitutiva puede ser derivada directamente de las ecuaciones dadas anteriormente.

A.9 Tensiones efectivas y deformaciones efectivas

La tensión efectiva τ y el incremento de deformación efectiva $d\varepsilon_p$ están definidos para un estado de tensiones multiaxial tal que la curva $\tau - d\varepsilon_p$ pueda ser calibrada sobre una curva de tensión de compresión uniaxial-deformación plástica.

En el ensayo de compresión uniaxial, es decir, $(0,0,-\tau)$, se tiene $\rho = \sqrt{2/3}\tau$, $\sigma_m = -\tau/3$, $\rho_f = \rho_c$, y la función de carga se reduce a:

$$f = \sqrt{\frac{2}{3}}\tau - k\rho_c = 0 \tag{A.67}$$

Ahora, definamos la tensión efectiva τ como:

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2}}\rho_c k \tag{A.68}$$

Entonces, el incremento de deformación plástica correspondiente $d\varepsilon_p$ puede ser definido en términos del trabajo plástico por unidad de volumen, en la forma:

$$dW_p = \tau \cdot d\varepsilon_p \tag{A.69}$$

Por otro lado, tenemos:

$$dW_p = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^p = \sigma_{ij} d\lambda \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \tag{A.70}$$

Por lo tanto, $d\varepsilon_p$ puede derivarse de las dos ecuaciones anteriores como:

$$d\varepsilon_p = \phi \cdot d\lambda \tag{A.71}$$

Donde:

$$\phi = \frac{1}{\tau} \frac{\partial g}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij} \tag{A.72}$$

A.10 Modelación de plasticidad: *Softening*

Como se puede ver en un ensayo uniaxial de compresión, el hormigón presenta en general un comportamiento de "ablandamiento" (*softening*) en régimen post-falla. Éste comportamiento, es decir, la pendiente negativa en la curva tensión-deformación será considerada a continuación como una propiedad material y será tratado con una formulación de plasticidad en espacio de deformaciones.

A.10.1 Tipos de comportamiento material

Para entender el comportamiento material del hormigón se puede entender como la suma de dos comportamientos teóricos de materiales. Éstos son comportamientos idealizados y se muestran en la Figura A-7. Se explica cada uno de éstos a continuación.

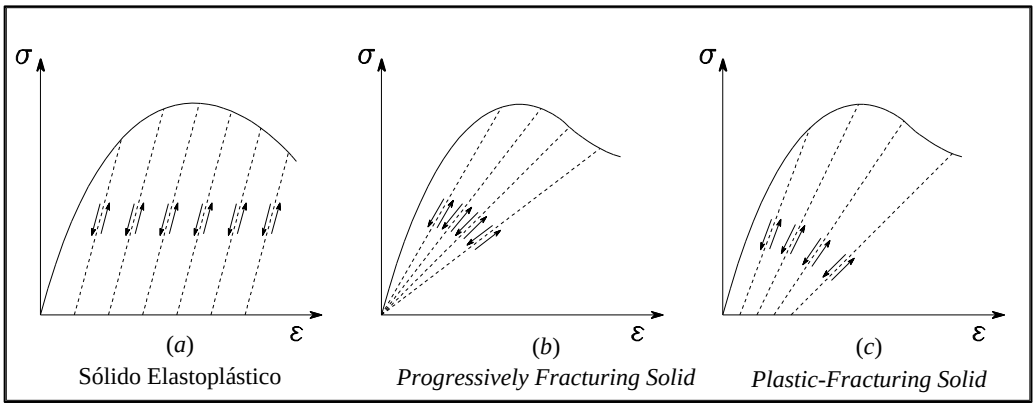


Figura A-7: Comportamientos típicos del material (Adaptado de Chen & Han, 1988).

A.10.1.1 Sólidos elastoplásticos

En la Figura A-7(*a*) muestra un diagrama tensión-deformación de un sólido con endurecimiento-ablandamiento, en el cual las líneas de carga-descarga siguen líneas rectas que son paralelas a la tangente inicial de la curva tensión-deformación, es decir, la pendiente por la cual ocurre la carga-descarga no cambia con la deformación plástica. Éste es un comportamiento típico de un sólido elastoplástico.

A.10.1.2 Sólidos con fractura progresiva

El comportamiento descrito anteriormente no es el caso de varios materiales ingenieriles, como el hormigón. Por ejemplo, el módulo elástico o rigidez usualmente decrece con la deformación creciente. Este tipo de comportamiento se considera que se debe a microagrietamiento o fracturas. Por lo tanto, en el otro extremo, un modelo de material ideal, llamado *progressively fracturing solid* o sólido con fractura progresiva fue propuesto por Dougill (1975) y se muestra en la Figura A-7(*b*). Este material es perfectamente elástico. En la descarga, el material vuelve hacia su estado inicial de tensión y libre de deformación, pues no ocurren deformaciones plásticas.

Ya que el comportamiento de degradación de rigidez se debe principalmente a la fracturación (microagrietamiento), lo cual es distinto al deslizamiento, no puede ser

satisfactoriamente interpretado dentro del marco teórico de la plasticidad. Reconociendo la diferencia entre fractura y flujo plástico, Dougill (1975, 1976) propuso una teoría llamada *fracturing theory*.

A.10.1.3 *Plastic-fracturing solids*

Un material que muestra ambos comportamientos descritos anteriormente, es decir, degradación de rigidez con deformaciones plásticas se muestra en la Figura A-7(*c*). Para considerar ambos comportamientos existe una teoría llamada *plastic-fracturing theory*, propuesta por Bazant y Kim (1979). En esta teoría, las deformaciones plásticas son definidas a través de una teoría de flujo de plasticidad en la manera tradicional, mientras que la degradación de rigidez es modelada a través de la teoría de Dougill. La principal dificultad que presenta esta teoría es la consideración de una superficie de fluencia en espacio de tensiones y una superficie de fractura en espacio de deformaciones. La manera de evitar este problema es trabajar todo en espacio de deformaciones, trabajo desarrollado por Han y Chen (1986).

A.10.2 Ablandamiento en deformación y formulación de plasticidad en espacio de deformaciones

En la Figura A-8 se muestra un comportamiento de ablandamiento unidimensional, el cual se quiere generalizar a un estado tridimensional de tensiones y deformaciones de manera similar al endurecimiento. No es necesario revisar toda esta teoría en detalle, pues tiene su analogía con la teoría típica de plasticidad en el espacio de tensiones. Esta analogía se muestra en la Tabla A-1. Lo importante es entender el concepto básico de esta teoría, y la necesidad y utilidad de esta formulación.

La utilidad de esta formulación se puede ver en las Figuras A-8, A-9 y A-10. En la Figura A-9(*a*), si el estado *A* en la superficie de carga $f = 0$ pero el material todavía está en el rango de endurecimiento isotrópico por trabajo, el incremento de tensiones $d\sigma$ debe apuntar "hacia afuera" para poder producir un incremento tanto plástico como

elástico de deformaciones. Un incremento de tensiones que apunte "hacia adentro" sólo produciría deformaciones elásticas. El movimiento hacia afuera del estado *A* llevándose con éste la superficie de fluencia corresponde al endurecimiento. Por otro lado, si el material está en el rango de ablandamiento, las deformaciones plásticas causan que la superficie de fluencia se contraiga o mueva "hacia adentro" al estado de tensiones *C*. Para la descarga elástica también se mueve hacia adentro, lo cual nos lleva a la dificultad de reproducir y diferenciar estos comportamientos.

Si se ve la Figura A-8, en la curva unidimensional el incremento de deformaciones $d\varepsilon$ siempre es positivo para una carga plástica, y negativo para una descarga elástica. Esto mismo se puede ver para un estado tridimensional en el espacio de deformaciones, en la Figura A-9(*b*). La función $F = 0$ es función de las deformaciones. No existe ambigüedad respecto a la dirección de la carga y la descarga.

La función *F* cumple con todas las características de una función de carga definida en espacio de tensiones. Debe existir una superficie de fluencia y una superficie de falla. La función *F* debe representar de alguna manera el endurecimiento y el ablandamiento.

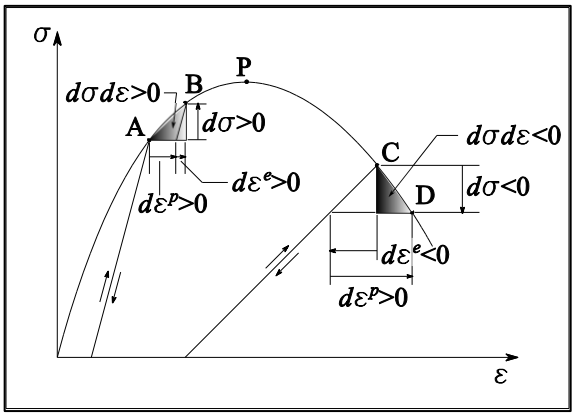


Figura A-8: Características del comportamiento de ablandamiento (*softening*) (Adaptado de Chen & Han, 1988).

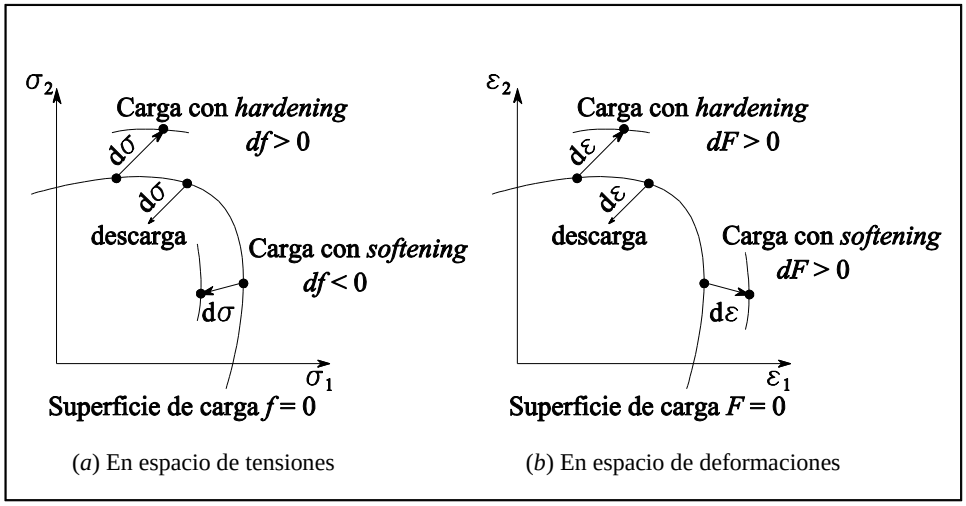


Figura A-9: Definición de superficies de carga en espacio de tensiones y deformaciones (Adaptado de Chen & Han, 1988).

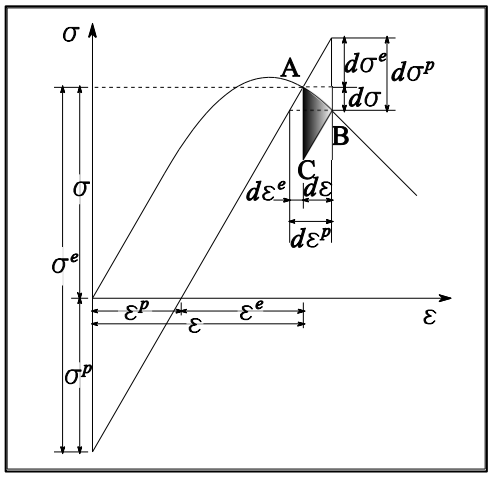


Figura A-10: Descripción esquemática de la formulación de plasticidad basada en el postulado de Il'yushin (Adaptado de Chen & Han, 1988).

Tabla A-1: Formulaciones de plasticidad en espacio de tensiones y de deformaciones (Chen & Han, 1988).

	Espacio de tensiones	Espacio de deformaciones
Variables independientes	σ_{ij}	ε_{ij}
Variables a determinar	$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^{e} + \varepsilon_{ij}^{p}$ $d\varepsilon_{ij} = d\varepsilon_{ij}^{e} + d\varepsilon_{ij}^{p}$	$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{e} - \sigma_{ij}^{p}$ $d\sigma_{ij} = d\sigma_{ij}^{e} - d\sigma_{ij}^{p}$
Ley de Hooke	$\varepsilon_{ij}^{e} = D_{ijkl}\sigma_{kl}$	$\sigma_{ij}^{e} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}$
Relación básica	$d\varepsilon_{ij} = D_{ijkl}d\sigma_{kl} + d\varepsilon_{ij}^{p}$	$d\sigma_{ij} = C_{ijkl}d\varepsilon_{kl} - d\sigma_{ij}^{p}$
Función de fluencia	$f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, k) = 0$	$F(\varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij}^{p}, k) = 0$
Criterio de carga	$f = 0$ y $\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} d\sigma_{ij} > 0$	$F = 0$ y $\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} d\varepsilon_{ij} > 0$
Postulado y regla de normalidad	Postulado de Drucker $\oint d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{p} \geq 0$ $d\varepsilon_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}$	Postulado de Il'yushin $\oint d\sigma_{ij}^{p} d\varepsilon_{ij} \geq 0$ $d\sigma_{ij}^{p} = d\lambda \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}}$
Linealidad	$d\varepsilon_{ij}^{p} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl}$ o $d\lambda = \frac{\partial f}{\kappa} = \frac{1}{\kappa} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}} d\sigma_{kl}$	$d\sigma_{ij}^{p} = \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl}$ o $d\lambda = \frac{\partial F}{h} = \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}} d\varepsilon_{kl}$
Relación constitutiva		
Tensor de rigidez C_{ijkl}^{ep}	$C_{ijkl} - \frac{C_{ijtu} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{tu}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{pq}} C_{pqkl}}{\kappa + \frac{\partial f}{\partial \sigma_{mn}} C_{mnrs} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{rs}}}$	$C_{ijkl} - \frac{1}{h} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{ij}} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{kl}}$
Tensor de flexibilidad D_{ijkl}^{ep}	$D_{ijkl} + \frac{1}{\kappa} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}$	$D_{ijkl} + \frac{D_{ijtu} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{tu}} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{pq}} C_{pqkl}}{h + \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{mn}} D_{mnrs} \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_{rs}}}$

B TEORÍA DE *SOFTWARES*

Se revisó la teoría de los *softwares* comerciales: ANSYS y DIANA. Esto se hizo para poder comparar y elegir uno de ellos para realizar un análisis no-lineal en hormigón armado. Se revisarán en detalle a continuación.

B.1 ANSYS

B.1.1 Teoría del material

El modelo del material se concentra en determinar la falla. Se utiliza para los materiales frágiles, donde los modos de falla son dos: agrietamiento y aplastamiento (*cracking and crushing*).

El criterio de falla utilizado es el siguiente:

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \tag{B.1}$$

Donde F es una función del estado principal de tensiones $(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp})$; S es la superficie de falla, expresada en términos de las tensiones principales y cinco parámetros: f_c, f_t, f_{cb}, f_1 y f_2; y f_c es la resistencia uniaxial en compresión. Dentro de S, f_c es la resistencia uniaxial de compresión; f_t es la resistencia uniaxial de tracción; f_{cb} es la resistencia a la compresión biaxial; σ_h^a es el estado hidrostático ambiente; f_1 es la resistencia última para un estado de compresión biaxial superpuesto a un estado de tensiones hidrostático σ_h^a; y f_2 es la resistencia última para un estado de compresión uniaxial superpuesto a un estado de tensiones hidrostático σ_h^a. Si se cumplen la Ecuación (B.1) el material fallará por alguno de los dos modos.

Sin embargo, la superficie de falla se puede definir con dos parámetros, f_c y f_t (William & Warnke, 1975):

$$f_{cb} = 1{,}2\, f_c \tag{B.2}$$

$$f_1 = 1{,}45 f_c \tag{B.3}$$

$$f_2 = 1{,}725 f_c \tag{B.4}$$

Sin embargo, estos valores son válidos sólo si:

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3} f_c \tag{B.5}$$

$$\sigma_h = \frac{1}{3}\left(\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}\right) \tag{B.6}$$

Donde σ_h es el estado de tensiones hidrostático. La función F depende de las tensiones principales σ_1, σ_2, σ_3, donde:

$$\sigma_1 = \max\left(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}\right) \tag{B.7}$$

$$\sigma_3 = \min\left(\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}\right) \tag{B.8}$$

Luego, se puede separar en cuatro casos o dominios:

1. Compresión-compresión-compresión: $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

2. Tracción-compresión-compresión: $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

3. Tracción-tracción-compresión: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$

4. Tracción-tracción-tracción: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$

Cada dominio tiene su función F y su superficie de falla S, es decir, F_1, F_2, F_3,F_4 y S_1, S_2, S_3, S_4 respectivamente.

B.1.1.1 Dominio compresión-compresión-compresión

$$F = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{B.9}$$

$$S = S_1 = \frac{2r_2\left(r_1^2 - r_2^2\right)\cos\eta + r_2(2r_1 - r_2)\left[4\left(r_1^2 - r_2^2\right)\cos^2\eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2\right]}{4\left(r_1^2 - r_2^2\right)\cos^2\eta + (r_2 - 2r_1)^2} \tag{B.10}$$

Donde:

$$\cos\eta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}}} \tag{B.11}$$

$$r_1 = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \tag{B.12}$$

$$r_2 = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 \tag{B.13}$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c} \tag{B.14}$$

Los factores a_i y b_i se calculan de acuerdo a:

$$\begin{Bmatrix} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix} \tag{B.15}$$

Donde:

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}\,;\ \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}\,;\ \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c} \tag{B.16}$$

$$\begin{Bmatrix} \frac{F_1}{f_c}(\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c}\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \tag{B.17}$$

Donde:

$$\xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_2}{3f_c} \tag{B.18}$$

y ξ_0 es la raíz positiva de:

$$r_2(\xi_0) = a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 = 0 \tag{B.19}$$

Dado que la superficie debe ser convexa, se debe cumplir que:

$$0{,}5 \leq \frac{r_1}{r_2} \leq 1{,}25 \tag{B.20}$$

Como esta razón es siempre menor que 1, se debe cumplir con los coeficientes:

$$a_0 > 0\,;\, a_1 \leq 0\,;\, a_2 \leq 0 \tag{B.21}$$

$$b_0 > 0\,;\, b_1 \leq 0\,;\, b_2 \leq 0$$

B.1.1.2 Dominio tracción-compresión-compresión

$$F = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}}\left[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2\right]^{\frac{1}{2}} \tag{B.22}$$

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right)\frac{2p_2\left(p_1^2 - p_2^2\right)\cos\eta + p_2(2p_1 - p_2)\left[4\left(p_1^2 - p_2^2\right)\cos^2\eta + 5p_1^2 - 4p_1p_2\right]}{4\left(p_1^2 - p_2^2\right)\cos^2\eta + (p_2 - 2p_1)^2} \tag{B.23}$$

Donde $\cos\eta$ está definido en la Ecuación (10.11) y:

$$p_1 = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2 \tag{B.24}$$

$$p_2 = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2 \tag{B.25}$$

$$\chi = \frac{1}{3}(\sigma_2 + \sigma_3) \tag{B.26}$$

B.1.1.3 Dominio tracción-tracción-compresión

$$F = F_3 = \sigma_i\,;\; i = 1, 2 \tag{B.27}$$

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c}\left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c}\right) \tag{B.28}$$

B.1.1.4 Dominio tracción-tracción-tracción

$$F = F_4 = \sigma_i\,;\, i = 1, 2, 3 \tag{B.29}$$

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c} \tag{B.30}$$

B.1.2 Elemento de hormigón armado

El elemento de hormigón armado disponible en ANSYS se llama SOLID65, definido como *3D reinforced concrete solid*. A continuación se presenta las características del modelo, supuestos y restricciones, y las matrices que componen el modelo del material.

B.1.2.1 Supuestos y restricciones

El elemento y el modelo de hormigón aplicado presenta los siguientes supuestos y restricciones:

- El agrietamiento es permitido en tres direcciones ortogonales, en un punto de integración.

- Si hay agrietamiento en un punto de integración, éste se modela a través de un ajuste en las propiedades del material.

- El hormigón se asume inicialmente isotrópico.

- Cuando la capacidad del refuerzo se utiliza, el refuerzo se asume *smeared* a través del elemento.

- Adicionalmente al agrietamiento y aplastamiento (*cracking and crushing*), el hormigón puede estar bajo plasticidad, con la superficie de fluencia de Drucker-Prager usada comúnmente. En este caso, la plasticidad es realizada antes de revisar el *crushing* o el *cracking*.

B.1.2.2 Comportamiento lineal - General

La matriz de rigidez del elemento, D, se calcula de la siguiente manera:

$$D = \left(1 - \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R \right) D^c + \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R D_i^r \qquad \text{(B.31)}$$

Donde N_r es el número de barras de refuerzo; V_i^R es la razón entre el volumen del elemento i de refuerzo y el volumen del elemento; D^c es la matriz de rigidez del hormigón; y D_i^r es la matriz de rigidez del elemento de refuerzo i.

B.1.2.3 Comportamiento lineal - Hormigón

La matriz de rigidez del hormigón para un comportamiento lineal se calcula bajo el supuesto de isotropía del material, con el módulo de elasticidad, E, y el módulo de Poisson, ν:

$$D^c = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad \text{(B.32)}$$

B.1.2.4 Comportamiento lineal - Refuerzo

Para calcular la matriz de rigidez del refuerzo de acero, se calcula bajo el supuesto de que su comportamiento es uniaxial, en la dirección x. Por lo tanto, la relación entre las tensiones σ_{ij}^r y las deformaciones ε_{ij}^r, es la siguiente:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{xx}^r \\ \sigma_{yy}^r \\ \sigma_{zz}^r \\ \sigma_{xy}^r \\ \sigma_{yz}^r \\ \sigma_{xz}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i^r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^r \\ \varepsilon_{yy}^r \\ \varepsilon_{zz}^r \\ \varepsilon_{xy}^r \\ \varepsilon_{yz}^r \\ \varepsilon_{xz}^r \end{bmatrix} = D^r \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^r \\ \varepsilon_{yy}^r \\ \varepsilon_{zz}^r \\ \varepsilon_{xy}^r \\ \varepsilon_{yz}^r \\ \varepsilon_{xz}^r \end{bmatrix} \quad \text{(B.33)}$$

Donde x, y y z son ejes locales de la barra de refuerzo. Luego, la matriz de rigidez se debe rotar mediante una matriz de rotación típica, de manera que se pueda trabajar en los mismos ejes que el elemento de hormigón.

B.1.2.5 Comportamiento no-lineal - Hormigón

El comportamiento no-lineal del hormigón se basa en el modelo de William-Warnke (1975) modificado, descrito anteriormente en el punto B.1.1.

B.1.2.6 Comportamiento no-lineal - Refuerzo

Se considera el refuerzo como una barra de reticulado o del tipo *truss* en 3D, es decir, sólo transmite esfuerzo axial.

B.1.2.7 Modelo de agrietamiento

La presencia de agrietamiento en un punto de integración es representada modificando la relación tensión-deformación, introduciendo un plano débil (*plane of weakness*). Se introduce un factor de retención de corte β_t, el cual representa una reducción de la transmisión de corte debido al deslizamiento de la cara de la grieta. Para el agrietamiento en una dirección, la relación se vuelve:

$$D_c^{ck} = \frac{E}{1+\nu}\begin{bmatrix} \frac{R_t(1-\nu)}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} \end{bmatrix} \tag{B.34}$$

Donde f_t es la resistencia uniaxial a la tracción y T_c es el multiplicador para la relajación de la tensión de agrietamiento en tracción. La definición de otros parámetros se puede ver en la Figura B-1. Si la grieta se cierra, se transmite la compresión a través de la cara de la grieta, y una cierta cantidad disminuida de corte. En ese caso:

$$D_c^{ck} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_t \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_t \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad \text{(B.35)}$$

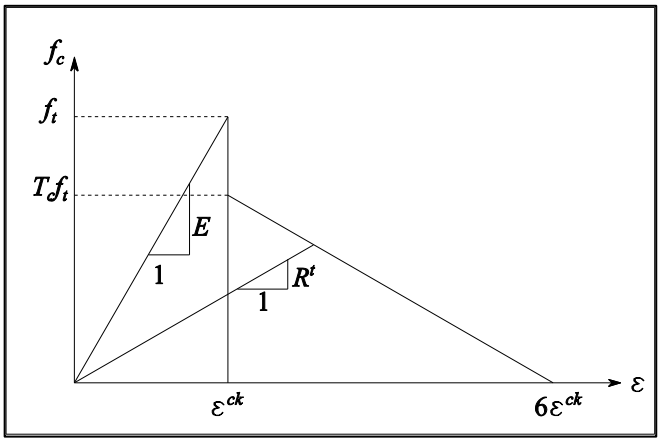


Figura B-1: Resistencia en condición agrietada (Adaptado de Kohnke, 2007).

Cada vez que se cierre una grieta en dos o tres direcciones, el material se comporta con la relación (10.35).

Si se agrieta en dos direcciones:

$$D_c^{ck} = E \begin{bmatrix} \frac{R_t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R_t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} \end{bmatrix} \quad \text{(B.36)}$$

Si se agrieta en tres direcciones, se comporta con la misma relación (10.36).

B.2 DIANA

En el siguiente capítulo se presenta, define y especifica las características de los modelos presentes en el *software* DIANA para el hormigón, para grietas en hormigón y para refuerzo de elementos de hormigón armado. Los modelos explicados en profundidad son: *Multi-directional fixed crack model* y *Total strain crack model*. Además, se presenta de manera más sencilla los elementos del tipo *embedded reinforcement* y *bond-slip reinforcement*.

B.2.1 Modelación estructural para hormigón y materiales frágiles

Para modelar estructuras de hormigón u otros materiales frágiles o cuasi-frágiles, DIANA ofrece una serie de elementos: *trusses*, *beams*, 2D en tensiones o deformaciones planas, *curved shells* y *solids*. El comportamiento de estos materiales se caracteriza por tener agrietamiento (*cracking*) en tracción y aplastamiento (*crushing*) en compresión, y efectos de largo plazo, como el *creep* y la contracción (*shrinkage*). Estos últimos efectos no serán discutidos, pues el interés está en cómo se modelan las fallas mencionadas, especialmente en el agrietamiento por tracción.

B.2.1.1 Agrietamiento (*cracking*)

El agrietamiento se puede modelar con tres modelos principales incluidos en el *software*, los cuales son del tipo *smeared* y se discutirán en profundidad más adelante. Los modelos son: *Multi-directional fixed crack model*, *total strain crack model* y *modified Maekawa concrete model*.

El *Multi-directional fixed crack model* da la opción de trabajar con un modelo que incluye un *softening* en tracción y una retención de corte, la cual puede ser completa o constante. El agrietamiento se modela como "constante" o "lineal" refiriéndose a la forma de la superficie de falla en espacio bidimensional de tensiones, como se muestra en la Figura B-2.

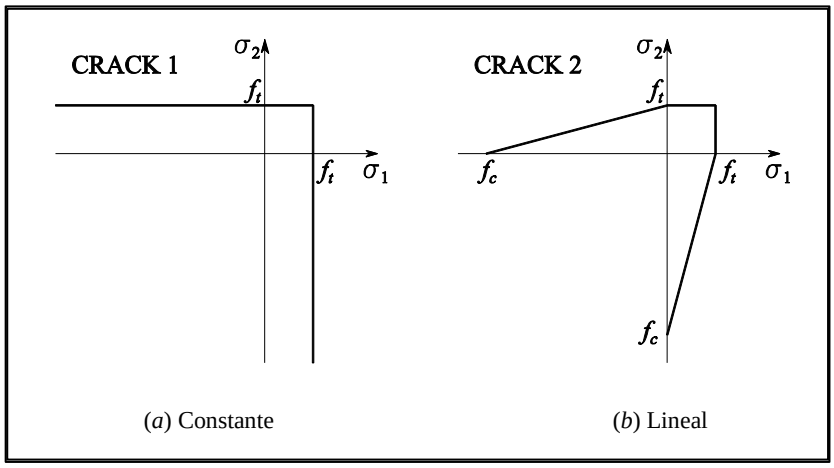


Figura B-2: *Tension cut-off* en espacio bidimensional de tensiones principales (TNO DIANA, 2010).

El *total strain crack model* tiene dos variaciones: *fixed crack* y *rotating crack*. Éstos son los que presentan más opciones y variaciones. Se puede optar por distintos tipos de funciones para modelar el *softening* en tracción, el comportamiento en tracción y en compresión, retención del corte a través de funciones o de un factor, y los efectos laterales a considerar, como la reducción de la capacidad por agrietamiento lateral, incremento de capacidad por confinamiento lateral y la reducción del módulo de Poisson por agrietamiento.

El *modified Maekawa concrete model* presenta la misma característica comunes entre los dos modelos anteriores, pero con algunas opciones interesantes, como por ejemplo: utilizar un *total strain non-ortogonal crack model*; activar una opción de un "re-cierre" de la grieta; y una corrección por evolución plástica. A pesar de tener estas interesantes variantes, no ha mostrado ser una buena opción, ya que en el trabajo realizado hasta ahora, y también en trabajos anteriores, ha tenido problemas de convergencia, sin retornar resultados favorables. Es por esto que no se considerará su utilización.

B.2.1.2 Plasticidad

La teoría de plasticidad es bien conocida, por lo cual no se ahondará en ella. Sin embargo, se debe mencionar qué consideraciones tiene al momento de modelar el comportamiento del hormigón.

El modelo de Mohr-Coulomb es el más común, utilizando f_c' y un valor de ϕ apropiado, por ejemplo, $\phi \approx 30°$. También se puede utilizar Drucker-Prager con un valor de $\phi = 10°$ para no sobrestimar su capacidad, y utilizando luego un valor de $c = f_c'(1 - \sin\phi)/\cos 2\phi$.

El *software* incluye para hormigón el modelo de Rankine y dos combinaciones de éste: Rankine/Von Mises y Rankine/Drucker-Prager, que se muestran en la Figura B-3. Aún así, al considerar un modelo de agrietamiento, éste ya incluye consideraciones para su comportamiento en compresión, las cuales se revisarán más adelante.

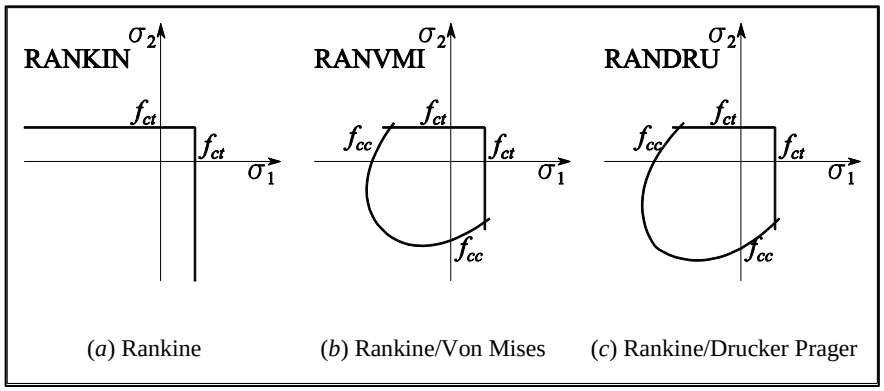


Figura B-3: Modelos de plasticidad de Rankine (TNO DIANA, 2010).

B.2.1.3 Refuerzo de acero

El refuerzo de acero en elementos de hormigón se pueden modelar como *embedded reinforcement*, es decir, que tiene una adherencia perfecta con el material en el cual se encuentra; o como *bond-slip reinforcement*, el cual permite deslizamiento entre los materiales y se define de manera discreta.

Se modela en DIANA como un material elastoplástico, con o sin endurecimiento según los modelos disponibles. Los elementos de refuerzo del tipo *embedded* pueden ser: un elemento barra (*bar*), donde éste es un elemento unidimensional, es decir, se define en una línea; o del tipo malla (*grid*), el cual funciona como una "placa" y se define en un plano. Por otro lado, los elementos del tipo *bond-slip* pueden ser elementos *truss* o *beam*, los cuales cambian su tipo según el elemento "madre" (*mother element*) en el cual se encuentran. De estos dos grandes tipos de refuerzo, se trabajará con los elementos del tipo *embedded*, ya que estos sí influyen en la rigidez global del elemento considerado.

B.2.2 *Multi-Directional Fixed Crack Model*

B.2.2.1 Formulación general

En este modelo, propuesto por Rots (1988), se realiza una combinación de *cut-off* de tracción, *softening* en tracción y retención de corte, utilizando una descomposición de la deformación (*strain*) en una componente elástica y otra del tipo plástica para representar el agrietamiento, llamada *crack strain* o deformación de grieta. La representación del comportamiento a través de una descomposición de la deformación se propuso por primera vez por Litton (1974), y se ha utilizado desde entonces para este tipo de modelos.

B.2.2.1.1 Descomposición de la deformación

La característica fundamental de un *decomposed crack model* es la descomposición de la deformación total, ε, en una componente elástica, ε^e, y otra propia de la grieta, ε^{cr}:

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^{cr} \tag{B.37}$$

Luego, una sub-descomposición de la deformación de la grieta (*crack strain*) da la posibilidad de que más de una grieta pueda ocurrir simultáneamente. La característica principal de este modelo es que existe una tensión s_i y una deformación e_i^{cr} en un

sistema coordenado $n_i - t_i$, los cuales corresponden a las direcciones normal y tangencial de cada grieta *i*, como lo muestra la Figura B-4.

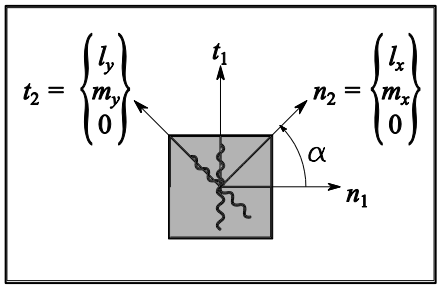


Figura B-4: *Multi-Directional Fixed Crack Model* (TNO DIANA, 2010).

Luego, el vector de deformaciones de grieta, e^{cr}, es:

$$e^{cr} = [e_1^{cr} \quad e_2^{cr} \quad \ldots \quad e_n^{cr}\ ]^T \tag{B.38}$$

Donde el vector de deformaciones para la grieta *i*, e_i^{cr}, es:

$$e_i^{cr} = [\varepsilon_{nn}^{cr} \quad \gamma_{nt}^{cr}]^T \tag{B.39}$$

Luego, las deformaciones se pueden ensamblar a través de una matriz de transformación, *N*:

$$\varepsilon^{cr} = Ne^{cr} \tag{B.40}$$

Donde existe una matriz para cada grieta, por tanto, la matriz de transformación se define como:

$$N = [N_1 \quad N_2 \quad \ldots \quad N_n] \tag{B.41}$$

Luego, se puede tratar de forma similar las tensiones, s^{cr}:

$$s^{cr} = [s_1^{cr} \quad s_2^{cr} \quad \ldots \quad s_n^{cr}]^T \tag{B.42}$$

$$s^{cr} = N^T\sigma \tag{B.43}$$

El supuesto es que las tensiones de grieta son una función de las deformaciones de grieta, es decir, generalizando:

$$s^{cr} = f(e^{cr}) \tag{B.44}$$

De forma simplificada, se asume que:

$$s^{cr} = [s_1^{cr} \quad s_2^{cr} \quad \dots \quad s_n^{cr}]^T = [f(e_1^{cr}) \quad f(e_2^{cr}) \quad \dots \quad f(e_n^{cr})]^T \tag{B.45}$$

B.2.2.1.2 Iniciación del agrietamiento

El modelo constitutivo está completo si tiene un criterio de iniciación de agrietamiento y si se ha definido una relación entre tensión de grieta y deformación de grieta. La iniciación del agrietamiento se define por un criterio de *cut-off* en tracción y un ángulo límite (*threshold angle*) entre dos grietas consecutivas. Para una iniciación de grietas sucesivas se deben cumplir las siguientes condiciones simultáneamente:

- La tensión principal de tracción sobrepasa una condición máxima de tensión.
- El ángulo entre la tensión principal de tracción y la grieta existente excede al valor del ángulo límite, α_{TD}.

B.2.2.1.3 Relación tensión-deformación de la grieta

Como se introdujo anteriormente, las tensiones y deformaciones en la grieta están referidas a un sistema coordenado $n - t$. Realizando la simplificación de que la tensión normal en la grieta, σ_{nn}^{cr}, y la tensión de corte en la grieta, τ_{nt}^{cr}, no están acopladas, se puede escribir la siguiente relación:

$$\begin{bmatrix} \sigma_{nn}^{cr} \\ \tau_{nt}^{cr} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{secant}^{I} & 0 \\ 0 & D^{II} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{nn}^{cr} \\ \gamma_{nt}^{cr} \end{bmatrix} \tag{B.46}$$

El módulo secante en modo-I, D_{secant}^{I}, se determina habiendo definido una relación de *softening*, donde $\sigma_{nn}^{cr} = f_{nn}(\varepsilon_{nn}^{cr})$, de acuerdo a la siguiente expresión:

$$D_{secant.current}^{I} = \min\left(D_{secant.previous}^{I}; \frac{f_{nn}(\varepsilon_{nn}^{cr})}{\varepsilon_{nn}^{cr}}\right) \tag{B.47}$$

En caso de haber descarga en la grieta, se considera el módulo anterior constante, lo cual significa que al cerrarse la grieta la tensión y la deformación en ella desaparecen. Se muestran los módulos de rigidez secante en la Figura B-5.

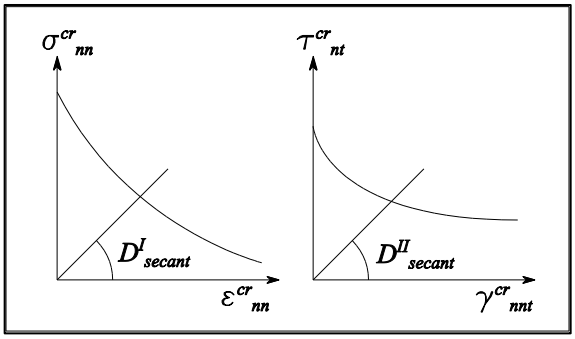


Figura B-5: Rigidez secante de grieta (TNO DIANA, 2010).

La relación tensión-deformación como vectores se puede escribir como:

$$\sigma = D(\varepsilon - \varepsilon^{cr}) \tag{B.48}$$

Donde σ es el término de tensiones, ε y ε^{cr} son la deformación total y de grieta respectivamente, y D es la matriz de rigidez. Substituyendo del desarrollo anterior, se obtiene:

$$\sigma = D(\varepsilon - Ne^{cr}) \tag{B.49}$$

Reemplazando que $S^{cr} = D^{cr}_{secant} e^{cr}$; y desarrollando la ecuación, resulta:

$$\sigma = [D - DN(D^{cr}_{secant} + N^T DN)^{-1} N^T D]\varepsilon \tag{B.50}$$

B.2.2.1.4 Parámetros de agrietamiento

La relación entre los parámetros tradicionales de agrietamiento y los secantes se muestran en la Figura B-6, donde μ es el factor de reducción del módulo de Young, y β es el factor de reducción del módulo de corte.

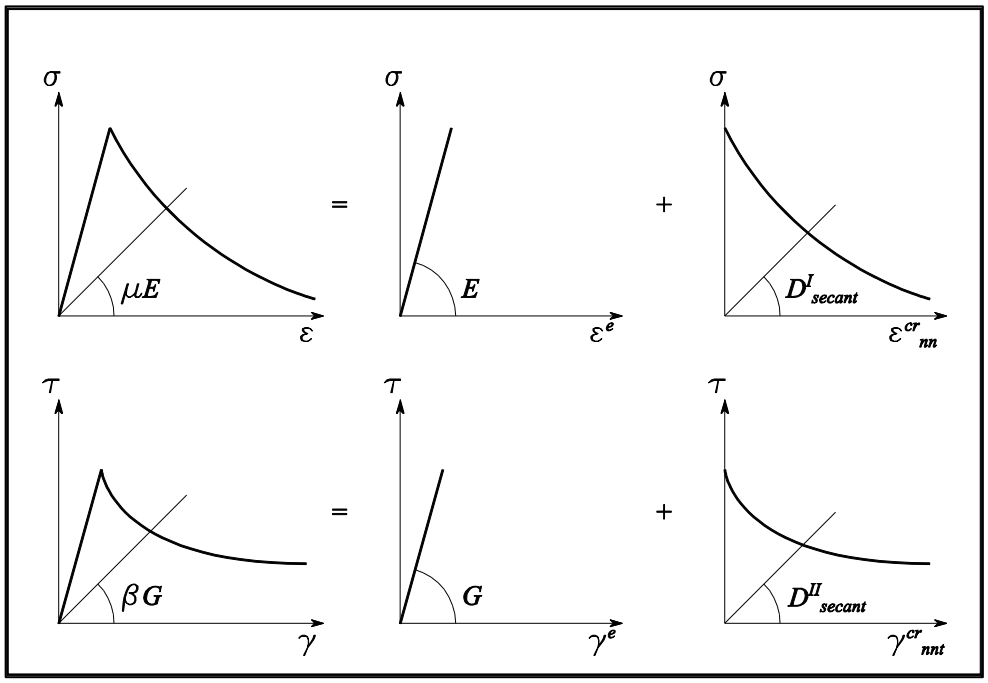


Figura B-6: Relación entre parámetros tradicionales y módulos secantes.

Se puede desarrollar una relación entre los módulos secantes y los tradicionales según el caso. Por ejemplo, para el caso de tensiones planas, se puede obtener que:

$$D^{I}_{secant} = \frac{\mu}{1-\mu} E \tag{B.51}$$

$$D^{II}_{secant} = \frac{\beta}{1-\beta} G \tag{B.52}$$

B.2.2.2 Relaciones de *softening* en tracción

La relación entre la tensión de la grieta σ^{cr}_{nn} y la deformación de la grieta ε^{cr}_{nn} en la dirección normal se puede escribir de la siguiente manera:

$$\sigma^{cr}_{nn}(\varepsilon^{cr}_{nn}) = f_t \cdot y\left(\frac{\varepsilon^{cr}_{nn}}{\varepsilon^{cr}_{nn.ult}}\right) \tag{B.53}$$

Donde f_t es la capacidad en tracción del hormigón y la función $y(\cdots)$ representa al esquema de *softening* en tracción elegido.

El comportamiento en *softening* se puede relacionar a la energía de fractura, en este caso, de modo I, G_f^I a través de lo que se llama ancho de banda de grieta o *crack bandwidth*, h. Se sabe que el área bajo la curva tensión-deformación de grieta es igual a G_f^I/h, es decir:

$$G_f^I = h \int_{\varepsilon_{nn}^{cr}=0}^{\varepsilon_{nn}^{cr}=\infty} \sigma_{nn}^{cr}(\varepsilon_{nn}^{cr}) d\varepsilon_{nn}^{cr} \tag{B.54}$$

Reemplazando la función anterior se obtiene:

$$G_f^I = h f_t \int_{\varepsilon_{nn}^{cr}=0}^{\varepsilon_{nn}^{cr}=\infty} y\left(\frac{\varepsilon_{nn}^{cr}}{\varepsilon_{nn.ult}^{cr}}\right) d\varepsilon_{nn}^{cr} \tag{B.55}$$

Si se utiliza la variable auxiliar $x = \varepsilon_{nn}^{cr}/\varepsilon_{nn.ult}^{cr}$ se obtiene:

$$G_f^I = h f_t \int_{x=0}^{x=\infty} y(x)\, \varepsilon_{nn.ult}^{cr} dx \tag{B.56}$$

Por lo cual:

$$\varepsilon_{nn.ult}^{cr} = \frac{1}{\alpha} \frac{G_f^I}{h f_t} \tag{B.57}$$

Donde:

$$\alpha = \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \tag{B.58}$$

El valor de la energía de fractura se puede calcular de la teoría según, por ejemplo, el tamaño del árido, donde la fórmula es $G_f = A f_c^{0,7}$, donde f_c es la resistencia a compresión cúbica en MPa y la constante A depende del tamaño del árido. El valor del ancho de banda de grieta se puede encontrar en la literatura calculado de distintas formas, sin llegar a un acuerdo respecto a qué valor considerar. Sin embargo, el valor más aceptado es $h = \sqrt{A}$ para elementos finitos planos, donde A es el área del elemento; o $h = \sqrt[3]{V}$ para el caso 3D, donde V es el volumen del elemento finito. DIANA considera estos últimos valores como *default* en caso de no especificar un valor determinado. Los casos para el *softening* en tracción se muestran en la Figura B-7.

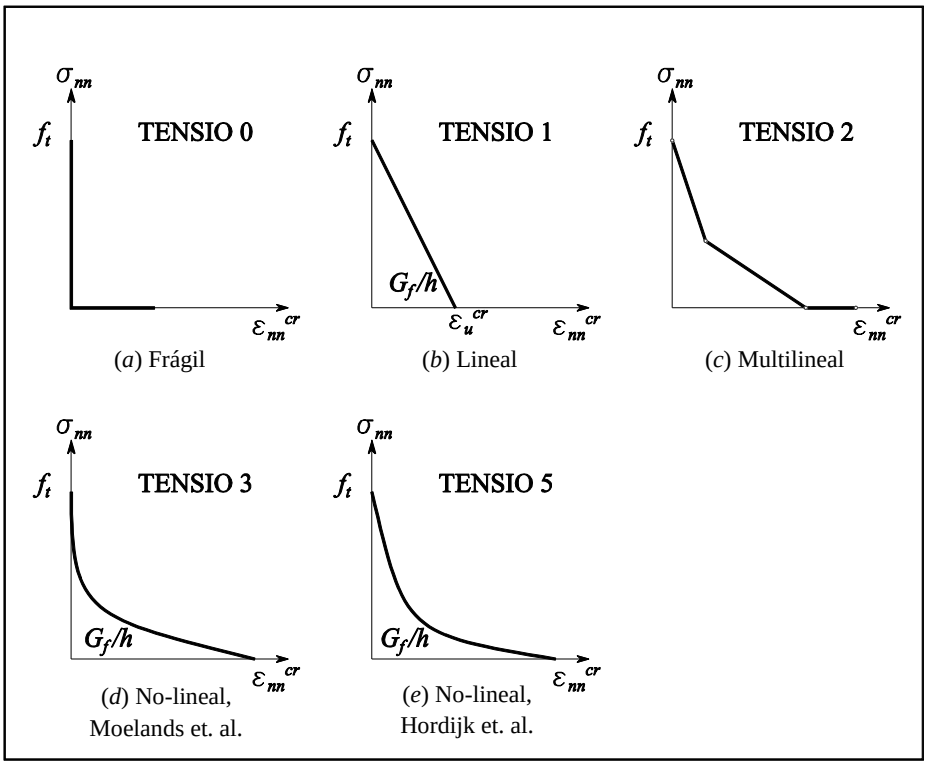


Figura B-7: Casos de *softening* en tracción en *software* DIANA (TNO DIANA, 2010).

B.2.2.3 Relaciones para retención de corte

La retención de corte en DIANA se puede considerar, para este modelo, de dos maneras: con retención completa o retención constante del corte.

B.2.2.3.1 Retención completa de corte (*full shear retention*)

En este caso, el factor utilizado es $\beta = 1$ dado que no hay reducción, por lo cual el módulo secante resulta:

$$D_{secant}^{II} = \infty \tag{B.59}$$

B.2.2.3.2 Retención de corte constante (*constant shear retention*)

En este caso el factor de retención β es constante y debe cumplir que $0 < \beta < 1$, por lo que el módulo secante resulta:

$$D_{secant}^{II} = \frac{\beta}{1-\beta} G \tag{B.60}$$

Lo cual concuerda con el caso de retención completa.

B.2.3 *Total Strain Crack Model*

Este modelo constitutivo se desarrollo en las líneas de la *Modified Compression Field Theory* (MCFT), propuesto originalmente por Vecchio y Collins. La extensión 3D de este modelo la desarrollaron Selby y Vecchio. Como el *multi-directional fixed crack model*, también se puede definir su comportamiento utilizando la energía de fractura. La principal característica de estos modelo es el manejo de la deformación utilizando los conceptos de deformación coaxial y deformación fija, los cuales se explicarán a continuación.

B.2.3.1 Concepto de Tensión-deformación coaxial y fija (*Coaxial and fixed*)

Un modelo constitutivo basado en deformaciones totales utiliza la tensión como función de la deformación, lo cual se conoce como hipoelasticidad cuando la carga y la descarga ocurren sobre el mismo camino. En DIANA, la carga y la descarga se modelan de manera distinta, con una descarga secante. Dentro de las relaciones tensión-deformación total hay varios enfoques posibles.

B.2.3.1.1 Modelos de grietas ortogonales

Un enfoque utilizado es el concepto de tensión-deformación coaxiales, donde las relaciones tensión-deformación se evalúan en direcciones principales de deformación.

Este concepto, también conocido como *rotating crack model*, se ha utilizado por un largo período de tiempo en hormigón armado y ha demostrado que da buenos resultados. Un enfoque más atractivo físicamente es el de *fixed crack model*, en el cual la relación tensión-deformación se evalúa en un sistema coordenado fijado según en la primera grieta. Cada uno de estos enfoques se desarrollan dentro del mismo marco teórico, uno con ejes coordenados de la grieta fijos y el otro con ejes que se mantienen rotando continuamente.

El concepto básico del *total strain model* es evaluar las tensiones en las direcciones que fijan las grietas. El vector de deformaciones, ε_{xyz}, se actualiza con el incremento $\Delta\varepsilon_{xyz}$:

$$ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{xyz} = {}^{t}\varepsilon_{xyz} + {}^{t+\Delta t}_{i+1}\Delta\varepsilon_{xyz} \tag{B.61} $$

Éste se transforma a través de la matriz de transformación T:

$$ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{nst} = T\,{}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{xyz} \tag{B.62} $$

Donde en el caso *rotating* dicha matriz depende de la deformación:

$$ T = T\left({}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{xyz}\right) \tag{B.63} $$

Mientras que en el caso *fixed* la matriz es constante. Para calcular esta matriz se debe encontrar las direcciones principales del tensor de deformaciones. Llamemos a la matriz de vectores propios R.

$$ R = [n \quad s \quad t] = \begin{bmatrix} c_{xn} & c_{xs} & c_{zt} \\ c_{yn} & c_{ys} & c_{yt} \\ c_{zn} & c_{zs} & c_{zt} \end{bmatrix} \tag{B.64} $$

Donde $c_{ij} = \cos\phi_{ij}$ y ϕ_{ij} es el ángulo entre los ejes i y j. Luego, la matriz de transformación es:

$$T = \begin{bmatrix} c_{xn}^2 & c_{xs}^2 & c_{zt}^2 & c_{xn}c_{yn} & c_{xn}c_{yn} & c_{xn}c_{yn} \\ c_{yn}^2 & c_{ys}^2 & c_{yt}^2 & c_{xs}c_{ys} & c_{xs}c_{ys} & c_{xs}c_{ys} \\ c_{zn}^2 & c_{zs}^2 & c_{zt}^2 & c_{xt}c_{yt} & c_{xt}c_{yt} & c_{xt}c_{yt} \\ 2c_{xn}c_{xs} & 2c_{yn}c_{ys} & 2c_{zn}c_{zs} & c_{xn}c_{ys} + c_{yn}c_{xs} & c_{yn}c_{zs} + c_{zn}c_{ys} & c_{zn}c_{xs} + c_{xn}c_{zs} \\ 2c_{xs}c_{xt} & 2c_{ys}c_{yt} & 2c_{zs}c_{zt} & c_{xs}c_{yt} + c_{ys}c_{xt} & c_{ys}c_{zt} + c_{zs}c_{yt} & c_{zs}c_{xt} + c_{xs}c_{zt} \\ 2c_{xt}c_{xn} & 2c_{yt}c_{yn} & 2c_{zt}c_{zn} & c_{xt}c_{yn} + c_{yt}c_{xn} & c_{yt}c_{zn} + c_{zt}c_{yn} & c_{zt}c_{xn} + c_{xt}c_{zn} \end{bmatrix} \tag{B.65}$$

De acuerdo a la ley constitutiva se pueden calcular las tensiones:

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\sigma_{nst} = \sigma\left({}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_{nst}\right) \tag{B.66}$$

Finalmente, las tensiones en ejes globales se obtienen con la matriz de transformación:

$${}^{t+\Delta t}_{i+1}\sigma_{xyz} = T^T\,{}^{t+\Delta t}_{i+1}\sigma_{nst} \tag{B.67}$$

B.2.3.2 Carga y descarga

Para monitorear la degradación del material se manejan seis variables internas α_j, almacenadas en el vector α. Las tres primeras guardas las deformaciones máximas (mayores o iguales a cero), y las tres últimas las deformaciones mínimas (menores o iguales a cero). Se asume que no hay recuperación del daño, por lo cual las variables internas siempre incrementan su valor. Luego, la carga o descarga se monitorean de acuerdo a las variables r_k, donde en tracción:

$$r_k = \begin{cases} 0 & si\ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_k > \alpha_k \\ 1 & si\ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_k \leq \alpha_k \end{cases} \tag{B.68}$$

Y en compresión:

$$r_k = \begin{cases} 0 & si\ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_k < \alpha_k \\ 1 & si\ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\varepsilon_k \geq \alpha_k \end{cases} \tag{B.69}$$

Así, se actualizan las variables internas:

$$ {}^{t+\Delta t}_{i+1}\alpha = {}^{t}\alpha + W\Delta\varepsilon \tag{B.70} $$

El esquema de carga y descarga descrito anteriormente se puede ver en la Figura B-8.

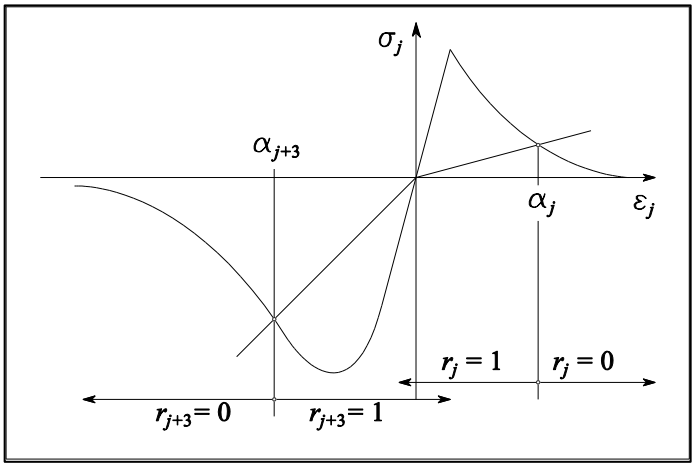


Figura B-8: Esquema carga - descarga (TNO DIANA, 2010).

Donde la matriz W se calcula como:

$$ W = \begin{cases} W_{k,k} = 1 - r_k & si\ k = 1,2,3 \\ W_{k,k-3} = 1 - r_k & si\ k = 4,5,6 \end{cases} \tag{B.71} $$

Luego, la tensión en la dirección j es:

$$ \sigma_j = f_j(\alpha, \varepsilon_{nst}) \cdot g_j(\alpha, \varepsilon_{nst}) \tag{B.72} $$

Donde la función $f_j(\cdots)$ es la relación uniaxial para el hormigón, y $g_j(\cdots)$ es la función de carga y descarga. Ésta última se utiliza para un modelo secante, donde $0 \leq g_j \leq 1$, y está dada por:

$$ g_j = \begin{cases} 1 - \frac{\alpha_j - \varepsilon_j}{\alpha_j} & si\ \varepsilon_j > 0 \\ 1 - \frac{\alpha_{j+3} - \varepsilon_j}{\alpha_{j+3}} & si\ \varepsilon_j < 0 \end{cases} \tag{B.73} $$

B.2.3.3 Matrices de rigidez

DIANA incluye dos enfoques: una matriz de rigidez secante, el cual es bastante robusto y estable para estructuras de hormigón armado; y una matriz de rigidez tangente, la cual muestra superioridad en análisis donde existe agrietamiento localizado y propagaciones de agrietamiento.

B.2.3.3.1 Matriz de rigidez tangente

La matriz tangente en el sistema coordenado de un elemento, D, está dada por:

$$D = T^T D_{tangent} T \tag{B.74}$$

Donde T es la matriz de transformación y $D_{tangent}$ es la matriz de rigidez tangente en el sistema coordenado de la grieta. Esta última se puede escribir separando las componentes normales y de corte en submatrices:

$$D_{tangent} = \begin{bmatrix} D_{nn} & D_{n\theta} \\ D_{\theta n} & D_{\theta\theta} \end{bmatrix} \tag{B.75}$$

Donde D_{nn} es la submatriz de componentes normales, $D_{\theta\theta}$ es la submatriz de componentes de corte, y $D_{n\theta}$ y $D_{\theta n}$ son las submatrices que acoplan dichos comportamientos. Utilizando un enfoque co-rotacional, las submatrices de acoplamiento son iguales a cero y la submatriz de componentes de corte depende de las tensiones y deformaciones principales según varios autores en la literatura:

$$D_{\theta\theta} = \begin{bmatrix} \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{2(\varepsilon_2 - \varepsilon_3)} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\sigma_3 - \sigma_1}{2(\varepsilon_3 - \varepsilon_1)} \end{bmatrix} \tag{B.76}$$

Los términos de acoplamiento se pueden asumir cero debido a que en general los términos de tensiones normales no dependen de los términos de corte.

La matriz de términos normales es igual a:

$$D_{nn} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{nn}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{ss}}{\partial \varepsilon_{tt}} \\ \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{nn}} & \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{ss}} & \frac{\partial \sigma_{tt}}{\partial \varepsilon_{tt}} \end{bmatrix} \tag{B.77}$$

El punto de partida para la derivación de los términos de la matriz de rigidez D_{nst} es la relación tensión-deformación:

$$\sigma_i = f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \cdot g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \tag{B.78}$$

La derivada respecto al vector de deformaciones principales, ε_{nst}, es:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_{nst}} = g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ \frac{\partial \alpha^T}{\partial \varepsilon_{nst}} \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} + \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} + f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ \frac{\partial \alpha^T}{\partial \varepsilon_{nst}} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} + \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} \tag{B.79}$$

Desarrollando, resulta:

$$\frac{\partial \sigma_i}{\partial \varepsilon_{nst}} = g_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ W^T \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} + \frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} + f_i(\alpha, \varepsilon_{nst}) \left\{ W^T \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} + \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_{nst}} \right\} \tag{B.80}$$

Lo cual es elaborado como:

$$D_{nst} = \begin{bmatrix} (m_1 r_1 + (1 - m_1) r_4) \overline{E_1} & 0 & 0 \\ 0 & (m_2 r_2 + (1 - m_2) r_5) \overline{E_2} & 0 \\ 0 & 0 & (m_3 r_3 + (1 - m_3) r_6) \overline{E_3} \end{bmatrix} \cdots$$

$$\begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial f_1}{\partial \varepsilon_3} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial f_2}{\partial \varepsilon_3} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \varepsilon_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \varepsilon_2} & \frac{\partial f_3}{\partial \varepsilon_3} \end{bmatrix} + \cdots$$

$$\begin{bmatrix} g_1 & 0 & 0 \\ 0 & g_2 & 0 \\ 0 & 0 & g_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha_6} \\ \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha_6} \\ \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_1} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_2} & \cdots & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha_6} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1-r_1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-r_2 & 0 \\ 0 & 0 & 1-r_3 \\ 1-r_4 & 0 & 0 \\ 0 & 1-r_5 & 0 \\ 0 & 0 & 1-r_6 \end{bmatrix} \quad \text{(B.81)}$$

Se introducen los indicadores m_i:

$$m_i = \begin{cases} 1 & si\ \varepsilon_i > 0 \\ 0 & si\ \varepsilon_i \leq 0 \end{cases} \quad \text{(B.82)}$$

Los términos secantes están dados por las siguientes expresiones:

$$\overline{E}_j = \frac{f_j(\alpha, \varepsilon_{nst})}{\alpha_j} \quad \text{(B.83)}$$

$$\overline{E}_j = \frac{f_j(\alpha, \varepsilon_{nst})}{\alpha_{j+3}} \quad \text{(B.84)}$$

Las derivadas de las funciones se calculan con un esquema progresivo de diferencias:

$$\frac{\partial f_i}{\partial \varepsilon_j} = \frac{f_i(\alpha, \varepsilon_{nst} + he_j) - f_i(\alpha, \varepsilon_{nst})}{h} \quad \text{(B.85)}$$

$$\frac{\partial f_i}{\partial \alpha_j} = \frac{f_i(\alpha + ha_j, \varepsilon_{nst}) - f_i(\alpha, \varepsilon_{nst})}{h} \quad \text{(B.86)}$$

Donde los vectores e_j y a_j son cero en todas sus componentes excepto la componente j, que es igual a uno.

La idea es que cada vez que se cargue, se "avance" con las derivada; mientras que si se descarga se "retroceda" con el módulo secante.

B.2.3.3.2 Matriz de rigidez secante

El enfoque de matriz de rigidez secante supone un material ortotrópico con un módulo de Poisson igual a cero en todas direcciones. El resultado es la siguiente matriz:

$$D_{secant} = \begin{bmatrix} \overline{E}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \overline{E}_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{E}_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \overline{G}_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{G}_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \overline{G}_{13} \end{bmatrix} \tag{B.87}$$

B.2.3.4 Efectos de expansión lateral debido al módulo de Poisson

El efecto lateral en los desplazamientos se considera a través del concepto de deformación uniaxial equivalente. Para el caso de comportamiento lineal-elástico la relación constitutiva en 3D está dada por:

$$\sigma_{nst} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu \\ \nu & 1-\nu & \nu \\ \nu & \nu & 1-\nu \end{bmatrix} \varepsilon_{nst} \tag{B.88}$$

Lo que se puede escribir como:

$$\sigma_{nst} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{bmatrix} \varepsilon_{nst} \tag{B.89}$$

Lo cual se expresa en términos de una deformación equivalente, $\tilde{\varepsilon}_{nst}$:

$$\sigma_{nst} = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & E \end{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_{nst} \tag{B.90}$$

Con $\tilde{\varepsilon}_{nst} = P\varepsilon_{nst}$, donde la matriz P es igual a:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \\ \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} & \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \end{bmatrix} \tag{B.91}$$

La rigidez tangente también cambia debido a este efecto:

$$D_{nst} = \frac{\partial \sigma_{nst}}{\partial \varepsilon_{nst}} = \frac{\partial \sigma_{nst}}{\partial \tilde{\varepsilon}_{nst}} P \tag{B.92}$$

B.2.3.4.1 Efecto Poisson en material agrietado

Cuando el material se encuentra agrietado no hay efecto Poisson en el material. Para modelar este efecto se considera un enfoque ortotrópico, similar a la formulación de daño, donde los módulos de Poisson, ν_{ij}, en cada dirección se reducen a la misma tasa, asumiendo:

$$\nu_{yz} = \nu_{zy}; \nu_{xz} = \nu_{zx}; \nu_{xy} = \nu_{yx} \tag{B.93}$$

La matriz P descrita anteriormente, se escribe:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{1-\nu_{yz}^2}{\Delta'} & \frac{\nu_{xy}-\nu_{xz}\nu_{zy}}{\Delta'} & \frac{\nu_{xz}-\nu_{xy}\nu_{yz}}{\Delta'} \\ \frac{\nu_{xy}-\nu_{xz}\nu_{zy}}{\Delta'} & \frac{1-\nu_{zx}^2}{\Delta'} & \frac{\nu_{yz}-\nu_{xy}\nu_{yz}}{\Delta'} \\ \frac{\nu_{xz}-\nu_{xy}\nu_{yz}}{\Delta'} & \frac{\nu_{yz}-\nu_{xy}\nu_{yz}}{\Delta'} & \frac{1-\nu_{xy}^2}{\Delta'} \end{bmatrix} \tag{B.94}$$

Con $\Delta' = 1 - \nu_{xy}^2 - \nu_{xz}^2 - \nu_{zx}^2 - 2\nu_{xy}\nu_{yz}\nu_{zx}$.

B.2.3.5 Comportamiento en tracción

El comportamiento en tracción se puede modelar con varios enfoques, cada uno con sus características propias. Se incluyen cuatro casos de *softening* en tracción basadas en la energía de fractura: lineal, exponencial, no-lineal según Reinhardt et. al. y no-lineal según Hordyjk. También se incluyen los casos constante, multilineal y frágil.

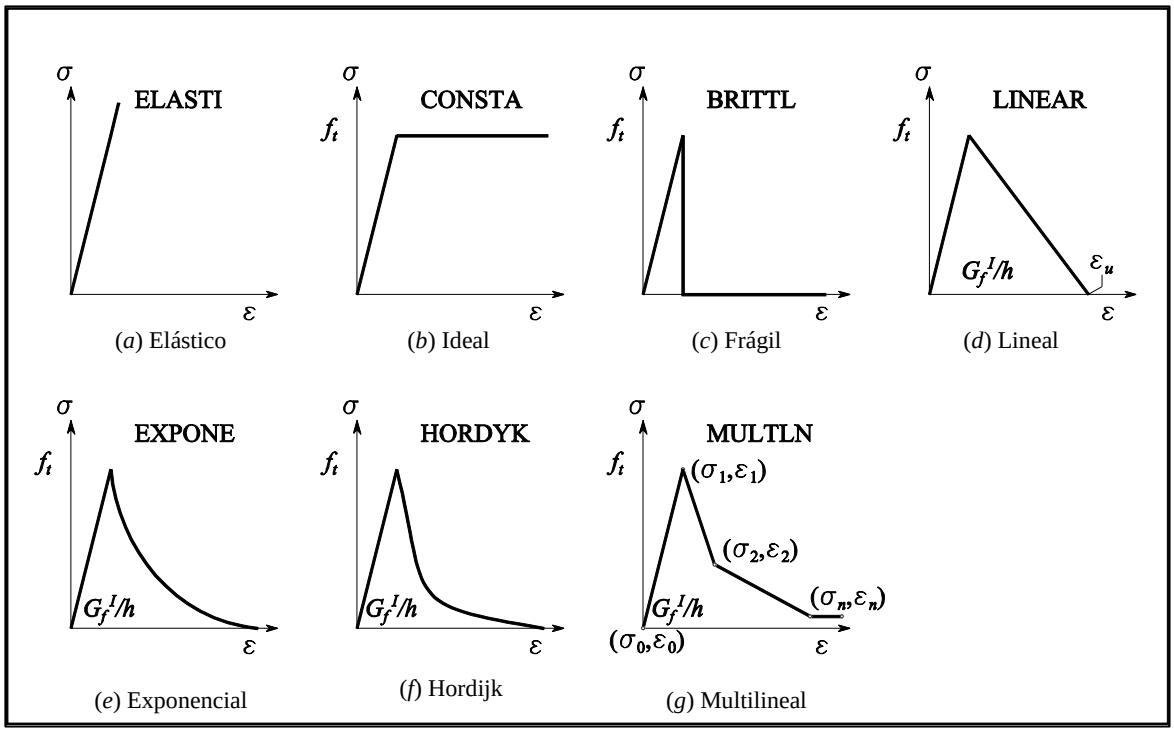


Figura B-9: Funciones predefinidas de *softening* en tracción para *total strain crack model* (TNO DIANA, 2010).

B.2.3.6 Comportamiento en corte

Este comportamiento es necesario modelarlo sólo para el caso *fixed*. Se modela simplemente con un factor de retención de corte, el cual es constante. Luego, el módulo de corte resulta:

$$G^{cr} = \beta G \tag{B.95}$$

Donde β es el factor de retención y debe cumplir que $0 \leq \beta \leq 1$. Para el caso *rotating*, se puede asumir $\beta = 1$.

B.2.3.7 Comportamiento en compresión

El hormigón presenta un comportamiento "dependiente de la presión" (*pressure-dependent*), por lo que la resistencia y la ductilidad aumentan con el confinamiento. Por esto se debe incorporar este efecto de tensiones isotrópicas. Para modelarlo, se

determinan los parámetros $f_c{}'$ y ε_p con una función de falla, la cual entrega la resistencia a la compresión debido a las presiones de confinamiento presentes en las direcciones laterales.

Si el material se agrieta, los parámetros se reducen con los factores $\beta_{\sigma_{cr}}$ y $\beta_{\varepsilon_{cr}}$ respectivamente, calculando nuevos parámetros de tensión máxima (*peak stress*) y deformación máxima (*peak strain*), f_p y α_p respectivamente:

$$f_p = \beta_{\sigma_{cr}} f_c{}' \tag{B.96}$$

$$\alpha_p = \beta_{\varepsilon_{cr}} \varepsilon_p \tag{B.97}$$

Las funciones predefinidas para modelar el comportamiento a compresión son: elástico, constante (o ideal, elastoplástico), según Thorenfeldt, lineal con endurecimiento (bilineal), multilineal, saturado (con endurecimiento), y parabólico. Éstas se pueden ver en la Figura B-10.

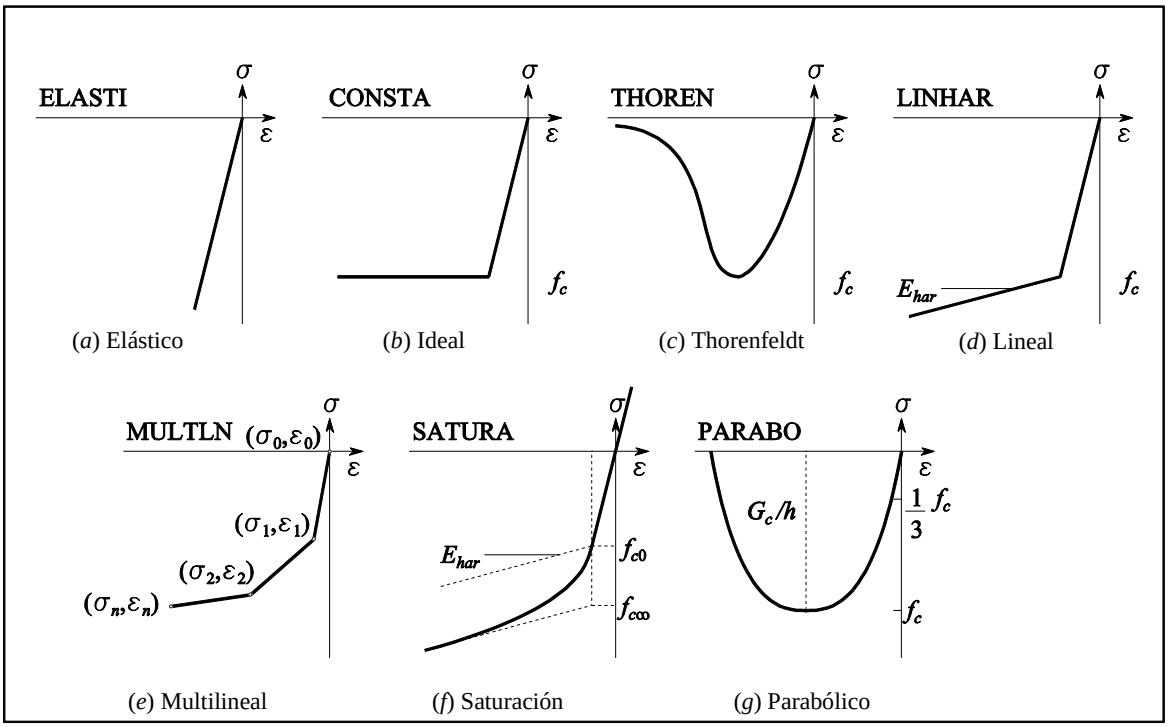


Figura B-10: Comportamiento predefinidos para la compresión en el *Total strain crack model* (TNO DIANA, 2010).

B.2.3.7.1 Comportamiento en compresión con confinamiento lateral

Para modelar el efecto del confinamiento lateral se utiliza la superficie de falla de Hsieh-Ting-Chen, definida como:

$$f = 2.0108\frac{J_2}{f_c'^2} + 0.9714\frac{\sqrt{J_2}}{f_c'} + 9.1412\frac{\sigma_1}{f_c'} + 0.2312\frac{I_1}{f_c'} - 1 = 0 \quad \text{(B.98)}$$

Donde f_c' es la resistencia cilíndrica del hormigón, σ_1 es la tensión principal mayor, I_1 es el primer invariante del tensor de tensiones, y J_2 es el segundo invariante del desviador de tensiones. Luego, se escala las tensiones principales suponiendo que la menor, es decir, σ_3, es la que produce la falla. Así resulta un factor s, obteniendo una tensión f_{c3}:

$$f_{c3} = s \cdot \min(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) \quad \text{(B.99)}$$

Luego, la resistencia a la falla, f_{cf}, está dada por:

$$f_{cf} = -f_{c3} \quad \text{(B.100)}$$

Así, se puede calcular un *peak factor* para las tensiones, K_σ:

$$K_\sigma = \frac{f_{cf}}{f_c'} \geq 1 \quad \text{(B.101)}$$

Y el *peak factor* para deformaciones, K_ε, se asume igual al factor para tensiones. De esta manera, los parámetros de la capacidad del hormigón son:

$$f_{cf} = K_\sigma f_c' \quad \text{(B.102)}$$

$$\varepsilon_p = K_\sigma \varepsilon_0 \quad \text{(B.103)}$$

Donde ε_0 se calcula como:

$$\varepsilon_0 = -\frac{n}{n-1} \times \frac{f_c'}{E} \quad \text{(B.104)}$$

El incremento de ductilidad se modela con una adaptación lineal de la rama descendiente de Thorenfeldt:

$$f_j = -f_p\left(1-(1-r)\frac{\alpha_j-\alpha_p}{\alpha_u-\alpha_p}\right) \leq -rf_p \tag{B.105}$$

Donde r modela la resistencia residual del material.

La deformación última se asume como:

$$\alpha_u = \left(\frac{f_p}{f_c'}\right)^{\gamma}\alpha_p \tag{B.106}$$

Donde el escalar γ se debe determinar. En DIANA se asume $\gamma = 3$.

El valor del escalar r se calcula como:

$$r = \left(\frac{f_p}{f_c'}\right)^{\gamma} r_0 \tag{B.107}$$

Donde r_0 es un valor inicial y se asume $r_0 = 0.1$.

B.2.3.7.2 Comportamiento en compresión con agrietamiento lateral

Para modelar este comportamiento, se utiliza los factores de reducción por agrietamiento como función del parámetro α_{lat}, es decir:

$$\beta_{\varepsilon_{cr}} = \beta_{\varepsilon_{cr}}(\alpha_{lat}) \tag{B.108}$$

$$\beta_{\sigma_{cr}} = \beta_{\sigma_{cr}}(\alpha_{lat}) \tag{B.109}$$

Donde el parámetro $\alpha_{lat} = \sqrt{\alpha_{l1}^2 + \alpha_{l2}^2}$; y α_{l1} y α_{l2} son las deformaciones unitarias en la direcciones laterales 1 y 2. En DIANA se utiliza la función propuesta por Vecchio y Collins, donde:

$$\beta_{\sigma_{cr}} = \frac{1}{1+K_c} \leq 1 \tag{B.110}$$

Donde:

$$K_c = 0.27\left(-\frac{\alpha_{lat}}{\varepsilon_0} - 0.37\right) \tag{B.111}$$

El factor $\beta_{\varepsilon_{cr}}$ es igual a 1.

C CÁLCULOS Y PROPIEDADES UTILIZADAS EN ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE MODELOS CONSTITUTIVOS NO-LINEALES DE HORMIGÓN ARMADO

C.1 Características del elemento a modelar

El muro elegido para el análisis, el cual se puede ver el muro en la Figura C-1, presenta las siguientes características:

Dirección: N-S

Espesor (*cm*): 20

Longitud (*cm*): 220

Nivel de daño: Total

Motivo de falla: Falta confinamiento - Pandeo barras

Resistencia residual: 0 %

Figura C-1: Falla del muro modelado para análisis de sensibilidad en DIANA.

C.2 Cálculos para modelo de elementos finitos

C.2.1 Cálculo de propiedades materiales

Las propiedades a utilizar para el hormigón, el cual es calidad H30, son las siguientes:

$$f_c = 30\ MPa \quad f_c' = 25\ MPa \tag{C.1}$$

$$f_t = 1{,}06\sqrt{f_c'(kg/cm^2)} \approx 1{,}68\ MPa \tag{C.2}$$

$$E_c = 15100\sqrt{f_c'(kg/cm^2)} \approx 24000\ MPa \tag{C.3}$$

$$\nu = 0{,}2 \tag{C.4}$$

$$G_f = 10 \times \left(f_c(MPa)\right)^{0{,}7} \approx 108\ \ N/m \tag{C.5}$$

Las propiedades a utilizar para el acero, el cual es calidad A63 - 42H, son las siguientes:

$$f_y = 420\ MPa \tag{C.6}$$

$$E_s = 210000\ MPa \tag{C.7}$$

$$\nu = 0{,}3 \tag{C.8}$$

El muro tiene barras longitudinales en dos capas, cada una con $15\phi16 + 14\phi12$, colocadas de forma intercalada. Las áreas de las barras de acero a utilizar son:

$$A_s^1 = 2\phi16 = 4{,}02\ cm^2 \tag{C.9}$$

$$A_s^2 = 2\phi12 = 2{,}26\ cm^2 \tag{C.10}$$

Los estribos presentes en el muro son $\phi10a20$, lo cual resulta en un área de refuerzo transversal a utilizar de:

$$A_e = 2\phi10 = 1{,}57\ cm^2 \tag{C.11}$$

Las dimensiones del muro y el detalle del refuerzo en el muro se muestra en la Figura C-2.

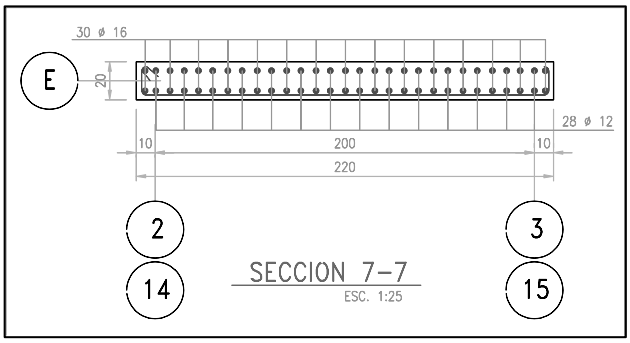


Figura C-2: Distribución de enfierradura en el muro seleccionado, según planos.

C.2.2 Resistencia a corte del muro

Para verificar de manera simple la respuesta de los modelos, se comparó con la resistencia del muro, V_n, según la norma NCh 430, como se indica a continuación (Instituto Nacional de Normalización, 2009).

$$V_n = A_{cv}\left(\alpha_c\sqrt{f_c'} + \rho_t f_y\right) \leq 2{,}12\sqrt{f_c'}A_{cv} \tag{C.12}$$

$$\alpha_c = \begin{cases} 1{,}5 \times 0{,}53 & si\ \ h_w/l_w \leq 1{,}5 \\ 0{,}53 & si\ \ h_w/l_w \geq 2 \\ Interpolación\ lineal & para\ \ 1{,}5 < h_w/l_w < 2 \end{cases} \tag{C.13}$$

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_w s} \tag{C.14}$$

Donde A_{cv} es el área del alma del muro; ρ_t es la cuantía de refuerzo transversal; y h_w y l_w son la altura y el largo del muro respectivamente. Para este muro:

$$V_{n_{max}} = 2{,}12\sqrt{250}\,4400 \approx 1470\ kN \tag{C.15}$$

$$\frac{h_w}{l_w} = 1{,}182 \rightarrow \alpha_c = 1{,}5 \times 0{,}53 = 0{,}795 \quad \therefore V_n \approx 1280\ kN \tag{C.16}$$

Por lo tanto, $V_n \approx 1280\ kN$.

C.3 Factorial del experimento

A continuación, se presentan las características de todos los modelos realizados, en un factorial realizado para el análisis. En las Tablas C-1 y C-2 se describen los modelos lineales de hormigón y hormigón armado respectivamente. De la Tabla C-3 a C-6 se muestran los modelo del tipo *total strain crack model*. En la Tabla C-7 se muestran los modelos del tipo *multi-directional fixed crack model*. En la Tabla C-8 se muestran los modelos del tipo *Maekawa model*. En las Tablas C-9 y C-10 se muestran los modelos con carga cíclica, para el *total strain crack model* y *multi-directional fixed crack model* respectivamente.

Tabla C-1: Descripción modelos lineales de hormigón - SW000.

Modelo	Observaciones/Detalles/Comentarios
SW001	Se desplazó el modelo 5 cm y se comparó en MatLab, realizando un análisis no-lineal en pasos de 1 mm.
SW002	Se desplazó el modelo 1 m y se comparó en MatLab, realizando un análisis lineal estático.

Tabla C-2: Descripción modelos lineales de hormigón armado - SW100.

Modelo	Observaciones/Detalles/Comentarios
SW101	Se desplazó el modelo 5 cm y se comparó en MatLab, realizando un análisis no-lineal en pasos de 1 mm.
SW102	Se desplazó el modelo 1 m y se comparó en MatLab, realizando un análisis lineal estático.

Tabla C-3: Características comunes para todos los modelos del tipo *total strain crack model* - SW200.

Comportamiento tracción	Lineal
ft (MPa)	1,68
Gf1 (N/m)	108,0

Tabla C-4: Descripción para modelos del tipo *total strain crack model* - SW200 - Tabla 1.

Modelo	Tipo de modelo	Comp. corte	Factor de retención de corte	Comp. compresión	fc' (MPa)	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson	Fluencia acero	fy (MPa)
SW201	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Sin	Sin	-	-
SW202	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	-	-
SW203	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW204	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW205	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW206	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW207	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Sin	Por daño	-	-
SW208	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Sin	-	-
SW209	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	-	-
SW210	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW211	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW212	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW213	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW214	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	-	-
SW215	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Sin	Sin	Von Mises	420
SW216	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	Von Mises	420
SW217	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW218	Rotating	-	-	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW219	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW220	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW221	Rotating	-	-	Elástico	-	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420
SW222	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Sin	Von Mises	420
SW223	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	Von Mises	420
SW224	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW225	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW226	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW227	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW228	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420

Tabla C-5: Descripción para modelos del tipo *total strain crack model* - SW200 - Tabla 2.

Modelo	Tipo de modelo	Comp. corte	Factor de retención de corte	Comp. compresión	fc' (MPa)	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson	Fluencia acero	fy (MPa)
SW226	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW227	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW228	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420
SW229	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Sin	Sin	-	-
SW230	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	-	-
SW231	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW232	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW233	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW234	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW235	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Sin	Por daño	-	-
SW236	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Sin	-	-
SW237	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	-	-
SW238	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW239	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW240	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW241	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW242	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	-	-
SW247	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW248	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW249	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420
SW250	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Sin	Von Mises	420
SW251	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	Von Mises	420
SW252	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW253	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW254	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW255	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW256	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420

Tabla C-6: Descripción para modelos del tipo *total strain crack model* - SW200 - Tabla 3.

Modelo	Tipo de modelo	Comp. corte	Factor de retención de corte	Comp. compresión	fc' (MPa)	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson	Fluencia acero	fy (MPa)
SW239	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW240	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	-	-
SW241	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SW242	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	-	-
SW247	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW248	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW249	Fixed	Constante	0,5	Elástico	-	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420
SW250	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Sin	Von Mises	420
SW251	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Sin	Sin	Von Mises	420
SW252	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW253	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW254	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Sin	Von Mises	420
SW255	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SW256	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Sin	Sin	Por daño	Von Mises	420

Tabla C-7: Descripción para modelos del tipo *multi-directional fixed crack model* - SW300.

Modelo	Transición tracción-compresión	ft (MPa)	fc' (MPa)	Comp. tracción	Gf1 (N/m)	Retención de corte	Factor de retención de corte	Fluencia acero	fy (MPa)
SW301	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Completa	-	-	-
SW302	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Completa	-	-	-
SW303	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Completa	-	Von Mises	420
SW304	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Completa	-	Von Mises	420
SW305	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,5	-	-
SW306	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,5	-	-
SW307	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,5	Von Mises	420
SW308	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,5	Von Mises	420
SW309	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,2	-	-
SW310	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,2	-	-
SW311	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,2	Von Mises	420
SW312	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,2	Von Mises	420

Tabla C-8: Descripción para modelos del tipo *Maekawa model* - SW400.

Modelo	Tipo de modelo	fc' (MPa)	Factor de retención de corte	Recierre de grietas	Comp. tracción	ft (MPa)	Gf1 (N/m)	Fluencia acero	fy (MPa)
SW401	Rotating	25	-	-	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW402	Rotating	25	-	-	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW403	Rotating	25	-	✓	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW404	Rotating	25	-	✓	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW405	Fixed	25	0,5	-	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW406	Fixed	25	0,5	-	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW407	Fixed	25	0,5	✓	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW408	Fixed	25	0,5	✓	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW409	Fixed	25	0,2	-	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW410	Fixed	25	0,2	-	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW411	Fixed	25	0,2	✓	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW412	Fixed	25	0,2	✓	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW413	Fixed	25	1	-	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW414	Fixed	25	1	-	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420
SW415	Fixed	25	1	✓	Lineal	1,68	108,0	-	-
SW416	Fixed	25	1	✓	Lineal	1,68	108,0	Von Mises	420

Tabla C-9: Descripción para modelos del tipo *total strain crack model* con carga cíclica - SWC200.

Modelo	Tipo de modelo	Comp. corte	Factor de retención de corte	Comp. compresión	fc' (MPa)	Agrietamiento lateral	Efecto triaxial	Reducción de Poisson	Fluencia acero	fy (MPa)
SWC211	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SWC225	Rotating	-	-	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420
SWC239	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	-	-
SWC253	Fixed	Constante	0,5	Elastoplástico	25	Según Vecchio/Collins	Según Selby/Vecchio	Por daño	Von Mises	420

Tabla C-10: Descripción para modelos del tipo *multi-directional fixed crack model* con carga cíclica - SWC300.

Modelo	Transición tracción-compresión	ft (MPa)	fc' (MPa)	Comp. tracción	Gf1 (N/m)	Retención de corte	Factor de retención de corte	Fluencia acero	fy (MPa)
SWC303	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Completa	-	Von Mises	420
SWC304	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Completa	-	Von Mises	420
SWC307	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,5	Von Mises	420
SWC308	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,5	Von Mises	420
SWC311	Constante	1,68	-	Lineal	108,0	Constante	0,2	Von Mises	420
SWC312	Lineal	1,68	25	Lineal	108,0	Constante	0,2	Von Mises	420

C.4 Resultados de modelo - Análisis de sensibilidad

C.4.1 Cálculos para validación del modelo elástico de hormigón

La rigidez que relaciona la fuerza aplicada en el extremo de una viga en voladizo con la deformación en el mismo lugar, considerando deformación por corte es:

$$k = \left[\frac{L^3}{3EI} + \frac{\kappa L}{AG}\right]^{-1} \tag{C.17}$$

Las propiedades consideradas son, para el ancho, alto y largo del muro, b, h y L respectivamente; área y momento de inercia de la sección, A e I respectivamente; módulos de elasticidad, Poisson y corte, E, ν y G respectivamente; y el factor de forma de la sección, para el área de corte, κ:

$$b = 0{,}20\ m \qquad h = 2{,}20\ m \quad L = 2{,}60\ m \tag{C.18}$$

$$A = b \cdot h = 0{,}44\ m^2 \quad I = \frac{b \cdot h^3}{12} = 0{,}1775\ m^4 \tag{C.19}$$

$$E = 24000\ MPa \quad \nu = 0{,}2 \quad G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 10000\ MPa \tag{C.20}$$

$$\kappa = 1{,}2 \text{ (sección rectangular)} \tag{C.21}$$

De acuerdo a lo anterior la rigidez es:

$$k \approx 480000 \frac{kN}{m} \tag{C.22}$$

En el modelo el desplazamiento dado en el extremo del muro es de 0,05 *cm*. De acuerdo a esto, la fuerza debe ser:

$$P = k \cdot \delta = k \cdot 0{,}05 \approx 23998\ kN \tag{C.23}$$

En el modelo en DIANA la fuerza en las reacciones da:

$$P = 23800\ kN \tag{C.24}$$

C.4.2 Cálculos para validación de modelo elástico de hormigón armado

Para este caso se calculo las propiedades de la sección transformada. Para ello se usó la siguiente fórmula:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \tag{C.25}$$

$$A_T = bh + (n-1)\sum_i A_{si} \tag{C.26}$$

$$I_T = \frac{bh^3}{12} + (n-1)\sum_i A_{si} d_i^2 \tag{C.27}$$

Donde A_{si} es el área de acero en la capa *i*, mientras que d_i es la distancia desde la capa de acero *i* al centro de gravedad de la centro.

Sin embargo, DIANA no descuenta las áreas de hormigón utilizadas por el acero, por lo cual la fórmula a utilizar es:

$$n = \frac{E_s}{E_c} \tag{C.28}$$

$$A_T = bh + n\sum_i A_{si} \tag{C.29}$$

$$I_T = \frac{bh^3}{12} + n\sum_i A_{si} d_i^2 \tag{C.30}$$

Según esto, y utilizando las enfierraduras descritas anteriormente, los resultados son:

$$A_T = 0{,}5202\ cm^2 \tag{C.31}$$

$$I_T = 0{,}2098\ cm^2 \tag{C.32}$$

Con esto se calculó la rigidez lateral del muro de igual manera que en el caso elástico con hormigón. Esto resulta:

$$k_T \approx 567000\ \frac{kN}{m} \tag{C.33}$$

En el modelo el desplazamiento dado en el extremo del muro es de 5 *cm* o 0,05 *m*. De acuerdo a esto, la fuerza debe ser:

$$P = k \cdot \delta = k \cdot 0{,}05 \approx 28400\ kN \tag{C.34}$$

En el modelo en DIANA la fuerza en las reacciones da:

$$P = 26300\ kN \tag{C.35}$$

D CURVAS DE INTERACCIÓN PARA MUROS DEL PISO 1 DEL EDIFICIO ESTUDIADO

A continuación se muestran las curvas de interacción para las secciones de los muros del piso 1 del edificio estudiado, denominado VH-5 (Jünemann, 2012). Éstas se calcularon para la flexión en la dirección débil del edificio. En la Figura D-1 se muestra una planta del piso con la identificación de las secciones según los ejes. Las curvas mencionadas se muestran por eje, de la Figura D-2 a D-12.

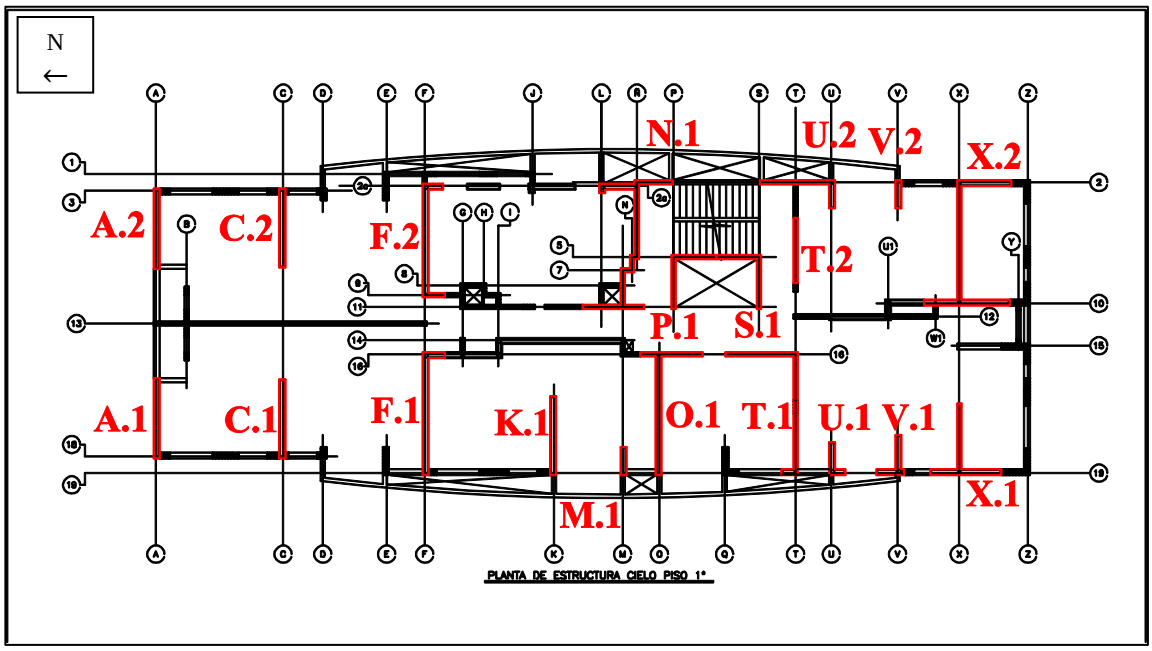


Figura D-1: Identificación de muros en el primer piso para el cálculo de curvas de interacción.

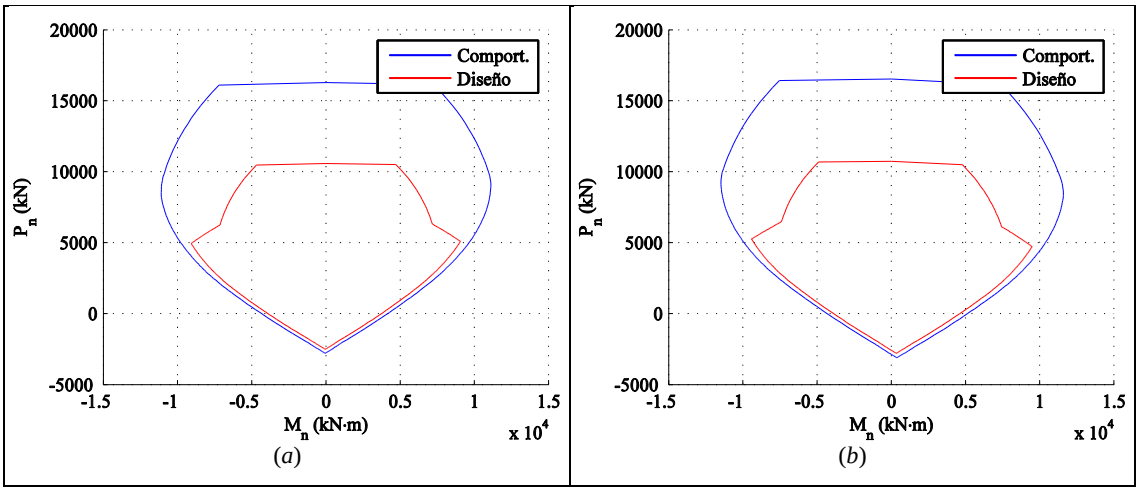


Figura D-2: Curvas de interacción - Eje A - Edificio VH-5; (*a*) Muro A.1; (*b*) Muro A.2.

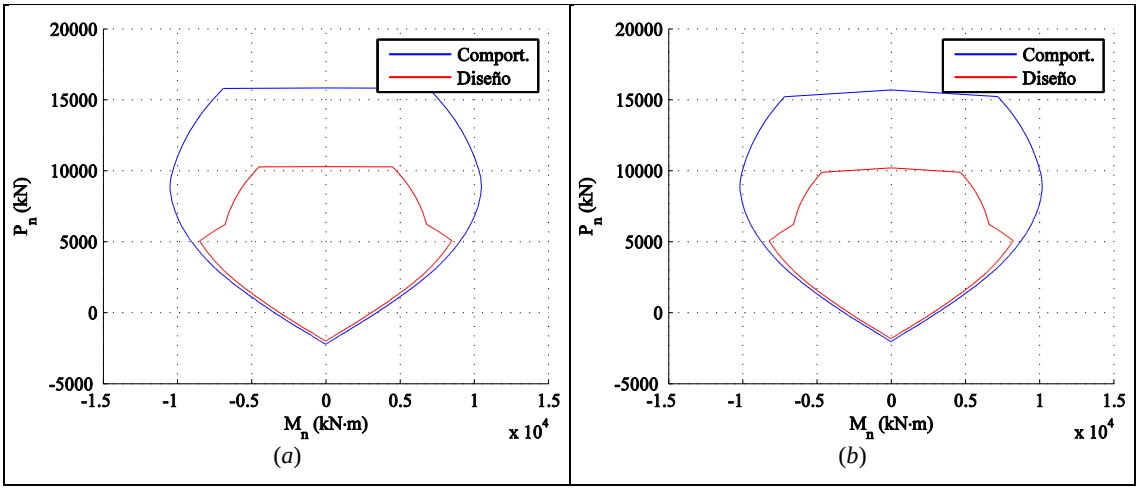


Figura D-3: Curvas de interacción - Eje C - Edificio VH-5; (*a*) Muro C.1; (*b*) Muro C.2.

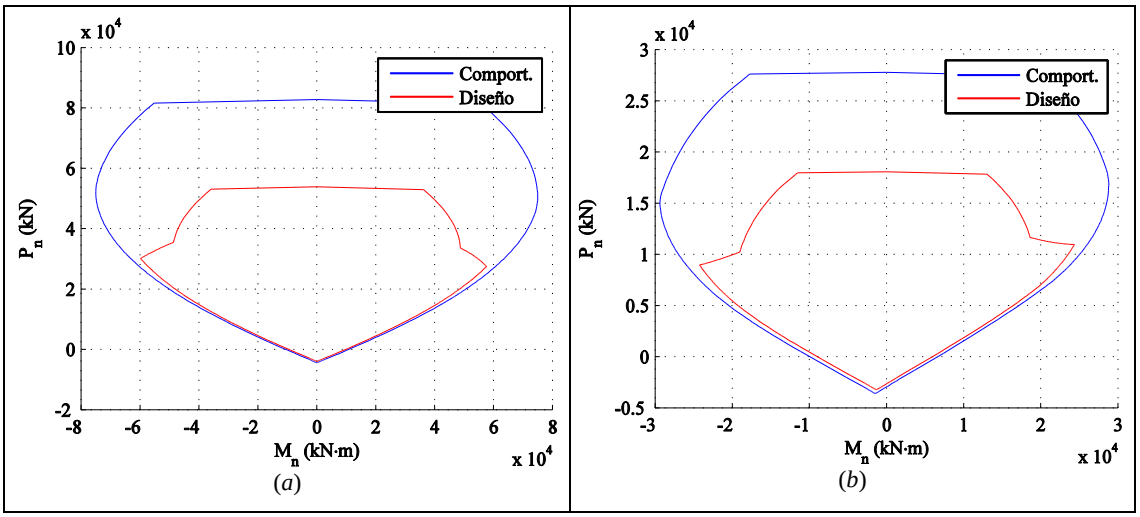


Figura D-4: Curvas de interacción - Eje F - Edificio VH-5; (*a*) Muro F.1; (*b*) Muro F.2.

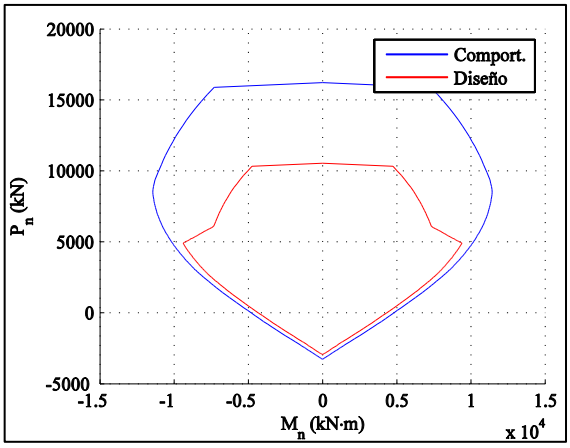


Figura D-5: Curvas de interacción - Eje K - Edificio VH-5 - Muro K.1.

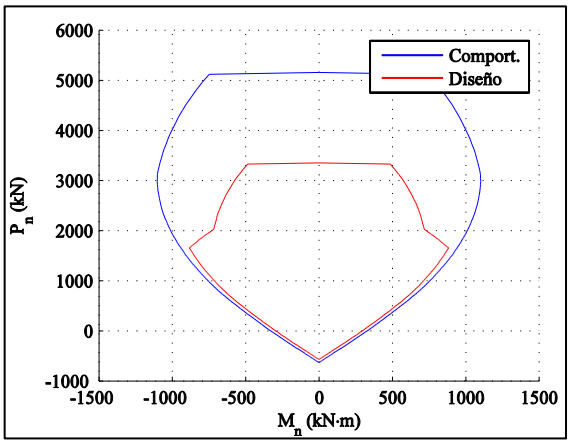


Figura D-6: Curvas de interacción - Eje M - Edificio VH-5 - Muro M.1.

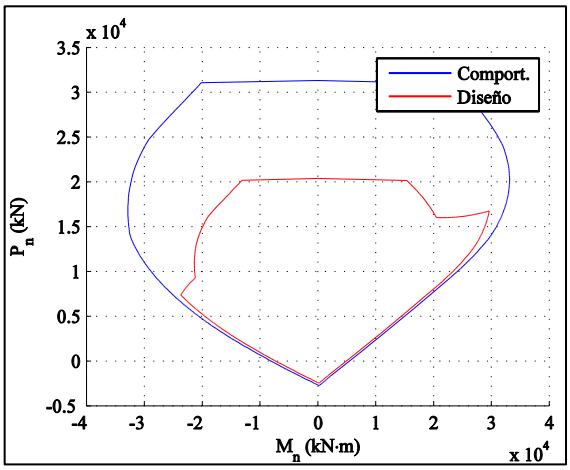


Figura D-7: Curvas de interacción - Eje O - Edificio VH-5 - Muro O.1.

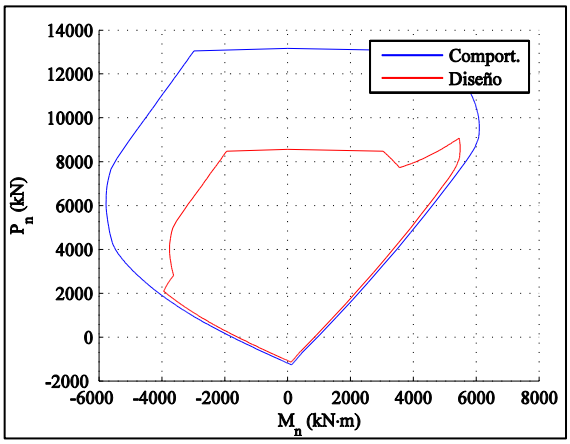


Figura D-8: Curvas de interacción - Eje P y Eje S - Edificio VH-5 - Muros P.1 y S.1.

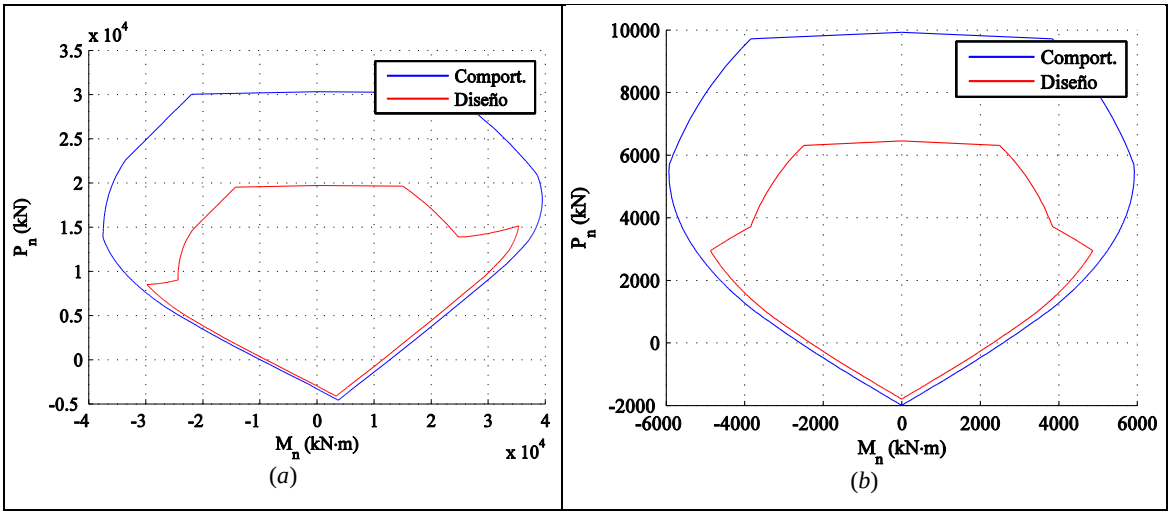


Figura D-9: Curvas de interacción - Eje T - Edificio VH-5; (*a*) Muro T.1; (*b*) Muro T.2.

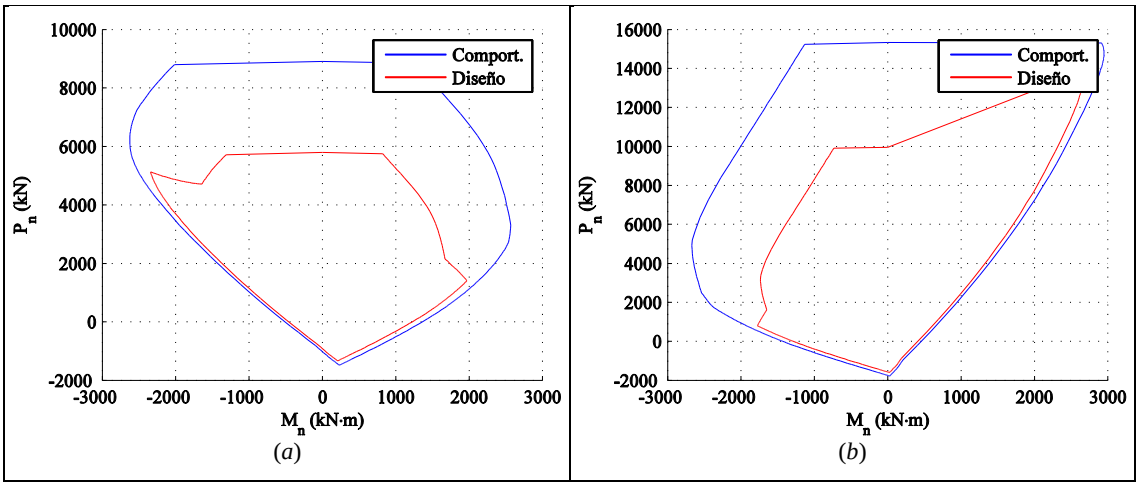


Figura D-10: Curvas de interacción - Eje U - Edificio VH-5; (*a*) Muro U.1; (*b*) Muro U.2.

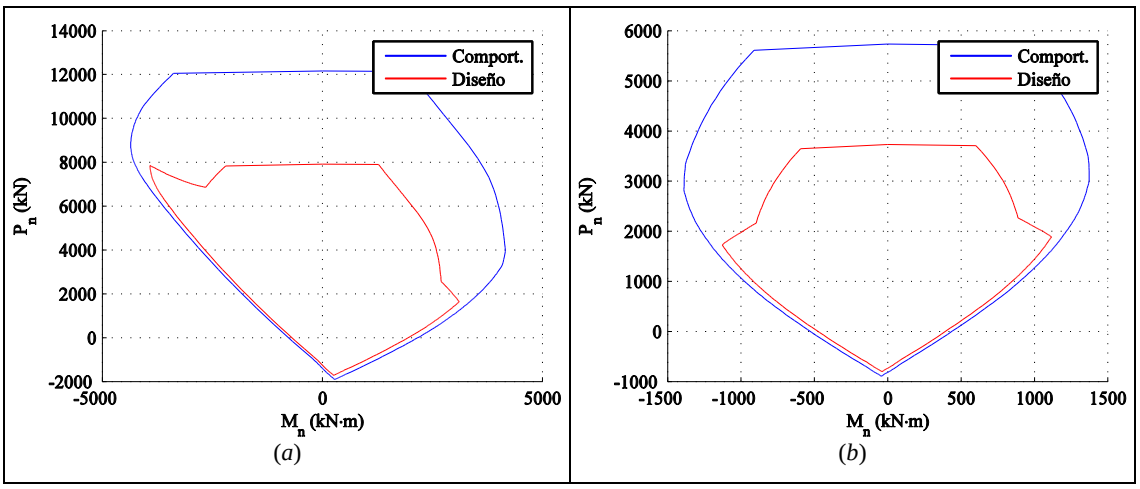


Figura D-11: Curvas de interacción - Eje V - Edificio VH-5; (*a*) Muro V.1; (*b*) Muro V.2.

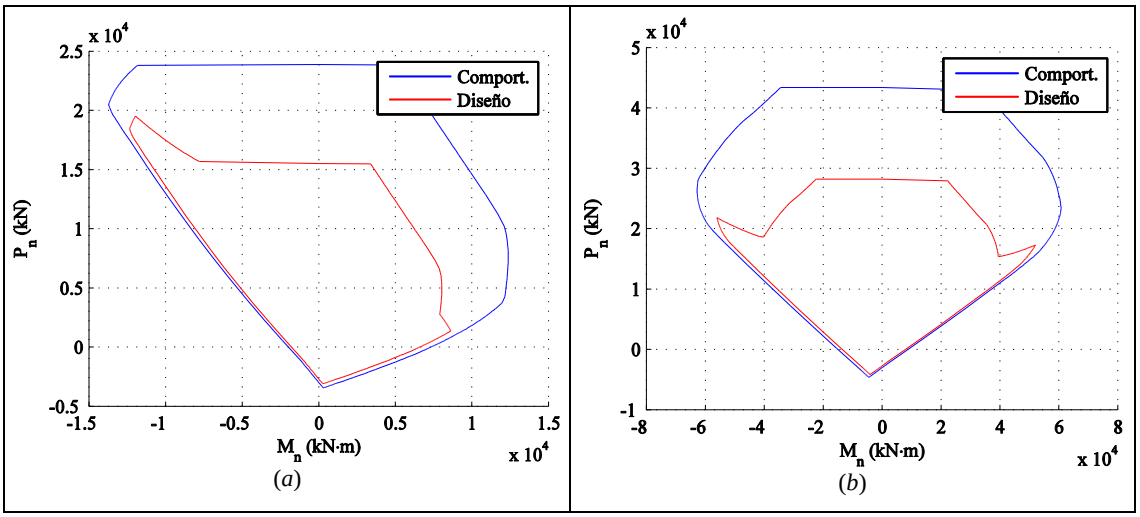


Figura D-12: Curvas de interacción - Eje X - Edificio VH-5; (*a*) Muro X.1; (*b*) Muro X.2.

E CÁLCULOS Y PROPIEDADES UTILIZADAS EN MODELO DETALLADO INELÁSTICO DE PLANOS RESISTENTES

E.1 Especificaciones y supuestos de modelación

Complementando lo indicado en el capítulo 5, en el plano de especificaciones y detalles del edificio se indica lo siguiente:

- Hormigón H30 - 90%.

- Acero de refuerzo A63- 42H.

- Dimensión máxima de agregados pétreos:

Para elementos de espesor $e \geq 20\ cm$ se especifica un diámetro máximo de $d = 1\frac{1}{2}" \approx 38\ mm$.

Para elementos de espesor $e < 20\ cm$ se especifica un diámetro máximo de $d = \frac{3}{4}" \approx 20\ mm$.

- Recubrimientos para muros, pilares, vigas y losas $r = 1{,}5\ cm$.

- Armaduras mínimas: M.H.A. $e = 18\ cm$: D.M.$\phi 8 a 22$

M.H.A. $e = 20\ cm$: D.M.$\phi 8 a 25$

M.H.A. $e = 25\ cm$: D.M.$\phi 8 a 20$

Según lo anterior, se define las siguientes propiedades para el hormigón:

$$f_c = 30\ MPa \tag{E.1}$$

$$f_c{}' = 25 MPa \tag{E.2}$$

$$E_c = 15100\sqrt{f_c'(kg/cm^2)} \approx 24000\ MPa \tag{E.3}$$

$$\nu = 0{,}2 \tag{E.4}$$

$$G_f = 10 \times \left(f_c(MPa)\right)^{0{,}7} \approx 108\ N/m \tag{E.5}$$

Para el acero , el cual es de calidad A63 - 42H, se definen las siguientes propiedades:

$$f_y = 420\ MPa \tag{E.6}$$

$$E_s = 210000\ MPa \tag{E.7}$$

$$\nu = 0{,}3 \tag{E.8}$$

E.2 Estudio del muro dañado en el eje C como sección rectangular

E.2.1 Cálculo de resistencias previo al análisis

Previo a realizar un análisis de cualquier tipo, se debe calcular las resistencias teóricas de los muros que pertenecen al eje. Debido a que el daño se presentó en el primer piso, se calculó según norma las resistencias referidas al muro de dicho nivel.

La resistencia a corte de los muros, V_n, se calculó según la norma NCh430 (Instituto Nacional de Normalización, 2009).

$$V_n = A_{cv}\left(\alpha_c\sqrt{f_c'} + \rho_t f_y\right) \leq 2{,}12\sqrt{f_c'}A_{cv} \tag{E.9}$$

$$\alpha_c = \begin{cases} 1{,}5 \times 0{,}53 & si\ \ h_w/l_w \leq 1{,}5 \\ 0{,}53 & si\ \ h_w/l_w \geq 2 \\ Interpolación\ lineal\ \ para\ \ 1{,}5 < h_w/l_w < 2 & \end{cases} \tag{E.10}$$

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_w s} \tag{E.11}$$

Donde A_{cv} es el área del alma del muro; ρ_t es la cuantía de refuerzo transversal; y h_w y l_w son la altura y el largo del muro respectivamente. Para estos muros:

$$h_{w1} = 334\ cm\ ;\ h_{w2} = 314\ cm \tag{E.12}$$

$$A_{cv} = 4400\ cm^2 \tag{E.13}$$

$$D.M.\phi 8a16 \rightarrow A_t = 1{,}00\ cm^2 \tag{E.14}$$

$$\rho_t = \frac{A_t}{b_w s} = \frac{1{,}00}{25 \cdot 16} \approx 0{,}0025 \tag{E.15}$$

$$f_y = 4200\ \ kg/cm^2\ \ ; f_c' = 250\ \ kg/cm^2 \tag{E.16}$$

$$V_{n_{max}} = 2{,}12\sqrt{250}\,8325 \approx 2790\ kN \tag{E.17}$$

$$\frac{h_{w1}}{l_w} \approx 1{,}003; \frac{h_{w2}}{l_w} \approx 0{,}94 \rightarrow \alpha_c = 1{,}5 \times 0{,}53 = 0{,}795 \tag{E.18}$$

$$V_n \approx 1920\ kN \tag{E.19}$$

Diremos que $V_n \approx 1920\ kN$ para cada muro, por lo cual, para el eje completo, la resistencia al corte basal es $V_n \approx 3840\ kN$.

F MÉTODOS DE COMBINACIÓN MODAL

F.1 Formas modales y desplazamientos modales

A través de un análisis modal se pueden obtener las formas modales, es decir, los vectores propios $\underline{\phi}_n$ del problema:

$$\left(\underline{K} - \omega_n^2 \underline{M}\right)\underline{\phi}_n = \underline{0} \tag{F.1}$$

Donde $\underline{K}$ y $\underline{M}$ son las matrices de rigidez y de masa respectivamente, y ω_n es la frecuencia angular correspondiente al modo *n*. Éstos, más que definir un desplazamiento, definen una forma de moverse o desplazarse, por lo cual se les ha llamado formas modales. Para definir un desplazamiento, se debe realizar un desarrollo de la ecuación dinámica de movimiento. La ecuación de movimiento es la siguiente:

$$\underline{M}\,\underline{\ddot{u}} + \underline{C}\,\underline{\dot{u}} + \underline{K}\,\underline{u} = -\underline{M}\,\underline{r}\,\ddot{u}_g \tag{F.2}$$

Donde $\underline{C}$ es la matriz de amortiguamiento; $\underline{u}$, $\underline{\dot{u}}$ y $\underline{\ddot{u}}$ son la variable de desplazamiento relativo, velocidad y aceleración respectivamente; $\underline{r}$ es el vector de influencia del *input*, $\ddot{u}_g$, el cual es la aceleración del suelo. La ecuación se desacopla, reemplazando $\underline{u} = \sum_n \underline{\phi}_n y_n$, resultando para cada modo:

$$\underline{\phi}_n^T \underline{M}\,\underline{\phi}_n \ddot{y}_n + \underline{\phi}_n^T \underline{C}\,\underline{\phi}_n \dot{y}_n + \underline{\phi}_n^T \underline{K}\,\underline{\phi}_n y_n = -\underline{\phi}_n^T \underline{M}\,\underline{r}\,\ddot{u}_g \tag{F.3}$$

$$M_n \ddot{y}_n + C_n\,\dot{y}_n + K_n y_n = -L_n\,\ddot{u}_g \tag{F.4}$$

$$\ddot{y}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{y}_n + \omega_n^2 y_n = -\Gamma_n\,\ddot{u}_g \tag{F.5}$$

Donde ξ_n es la razón de amortiguamiento respecto al amortiguamiento crítico, del modo *n*. De la última ecuación, se puede normalizar de la siguiente manera:

$$\ddot{d}_n + 2\xi_n \omega_n \dot{d}_n + \omega_n^2 d_n = -\ddot{u}_g\,;\, y_n = \Gamma_n d_n \tag{F.6}$$

Esta última ecuación es igual a la ecuación de movimiento para un sólo grado de libertad, y el desplazamiento normalizado, $d_n(t)$, se relaciona directamente con aquel obtenido de un espectro, $S_d(T_n)$. De esta manera:

$$\underline{u} = \sum_n \underline{\phi}_n y_n = \sum_n \underline{u}_n \tag{F.7}$$

$$\underline{u}_n = \underline{\phi}_n y_n = \underline{\phi}_n \Gamma_n d_n \tag{F.8}$$

$$\underline{u}_n = \underline{\phi}_n \Gamma_n S_d(T_n) \tag{F.9}$$

Donde este último es el desplazamiento debido al modo *n*. Éste contiene la forma del modo $\left(\underline{\phi}_n\right)$, la importancia del modo (Γ_n) y la influencia de un sismo $\left(S_d(T_n)\right)$. Para la reproducción del daño se trabajó con ambas definiciones, forma modal, $\underline{\phi}_n$, y desplazamientos modales, $\underline{u}_n$.

F.2 Combinación modal

Para realizar una combinación de alguna respuesta obtenida para los distintos modos de una estructura, existen distintas técnicas de combinación. Para ello, se debe considerar la correlación entre los modos combinados, lo que de manera más sencilla se puede explicar como la influencia de un modo sobre otro o qué tan acoplados están ambos modos.

Existen tres métodos principales de combinación modal. Estos son el método de la suma absoluta; raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS); y la combinación cuadrática completa (CQC).

El método de la suma absoluta se refiere a sumar el valor absoluto de todas las respuestas correspondientes a cada modo. Es decir:

$$u_{max} = \sum_{i=1}^{nmodos} |u_{i\,max}| \tag{F.10}$$

Este método es el más conservador, pues sobrestima la respuesta máxima suponiendo que todas las respuestas modales máximas ocurren al mismo tiempo para todos los modos.

El método SRSS estima la respuesta máxima como la raíz cuadrada de la suma de las respuestas máximas modales al cuadrado. Es decir:

$$u_{max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{nmodos} |u_{i\ max}|^2} \tag{F.11}$$

El método CQC se basa en teoría de vibraciones aleatorias, el cual incluye una correlación entre modos. Se calcula de la siguiente forma:

$$u_{max} = \sqrt{\sum_{i=1}^{nmodos} \sum_{j=1}^{nmodos} u_{i\ max} \cdot \rho_{ij} \cdot u_{j\ max}} \tag{F.12}$$

Donde la correlación entre el modo *i* y *j* resulta del supuesto de imponer un ruido blanco, depende de la frecuencia angular,ω_n, y de la razón de amortiguamiento, ξ_n, de cada modo y se calcula como:

$$\rho_{ij} = \frac{8\sqrt{\xi_i \xi_j}(\xi_i + \beta_{ij}\xi_j)\beta_{ij}^{\frac{3}{2}}}{\left(1-\beta_{ij}^2\right)^2 + 4\xi_i\xi_j\beta_{ij}\left(1+\beta_{ij}^2\right) + 4\left(\xi_i^2+\xi_j^2\right)\beta_{ij}^2} \tag{F.13}$$

$$\beta_{ij} = \frac{\omega_i}{\omega_j} \tag{F.14}$$

De los métodos anteriores, el más utilizado en estructuras es el de CQC. Con dicho método se obtiene entre un bajo error comparado con los resultados obtenidos para sismos en Chile (Aguilar & Castro, 2008).

Sin embargo, es conocido el problema que trae consigo la combinación modal respecto al signo de la respuesta calculada. Por ejemplo, Wilson (2013) muestra que aún cuando se obtienen valores muy similares en valor absoluto, al obtenido por un análisis tiempo-historia, no se define un signo para el valor obtenido y se debe invertir el sentido probando el caso más desfavorable.

Aún cuando en la literatura se encuentra muy poco respecto a la interpretación del signo de la respuesta obtenida, se ha podido encontrar algunas interpretaciones prácticas y otras más elaboradas. La interpretación más práctica es, una vez calculada la respuesta máxima por combinación modal, utilizar el signo del modo predominante en la dirección de análisis (García-Hernandez, 2012). La razón de ocupar esta estrategia es que al calcular una respuesta por combinación modal, es muy probable que se parezca la distribución de dicha respuesta a la del modo predominante. Otra forma de obtener el signo de la respuesta es comparando la suma de los cuadrados de todas las respuestas positivas con la suma de los cuadrados de todas las respuestas negativas. Si la suma de los valores positivos es mayor a la suma de los valores negativos, el signo se considera positivo. Si ocurre el caso contrario, el valor se considera negativo (García-Hernandez, 2012).

Una forma más elaborada de obtener el signo de la respuesta calculada por combinación modal es, primero obteniendo el siguiente parámetro (Cominetti & Jorquera, 2005):

$$A_{ij} = \frac{|u_i \cdot \rho_{ij} \cdot u_j| sign(u_i) \cdot M_i(\%)}{A_T^2} \tag{F.15}$$

$$A_T^2 = \sum_i^n \sum_j^n |u_i| \cdot \rho_{ij} \cdot |u_j| \tag{F.16}$$

$$M_i(\%) = \frac{L_i^2}{\underline{\phi}_i^T \underline{M} \underline{\phi}_i} \times 100 \tag{F.17}$$

Luego, se puede conocer los aportes positivo y negativo respectivamente, de la siguiente manera:

$$\frac{\sum_i^n \sum_j^n |A_{ij} > 0|}{\sum_i^n \sum_j^n |A_{ij}|} \tag{F.18}$$

$$\frac{\sum_i^n \sum_j^n |A_{ij} < 0|}{\sum_i^n \sum_j^n |A_{ij}|} \tag{F.19}$$

Dependiendo de cual de ambos aportes sea mayor, postivo o negativo, será el correspondiente signo considerado.

F.3 Combinación modal direccional

Al combinar la respuesta obtenida para cada modo, a través de cualquiera de los métodos explicados anteriormente, se obtiene una respuesta máxima en una de las direcciones de la estructura. Esto se explica del caso de la ecuación dinámica de movimiento con múltiple *input*. Las fórmulas de respuesta generalmente incluyen un factor de importancia. Sin embargo, se puede utilizar sólo el factor definido para una dirección.

El *input* simple se define como:

$$\underline{F}(t) = -\underline{M}\,\underline{r}\,\ddot{u}_g \tag{F.20}$$

Para *input* múltiple se escribe igual, pero cambian las dimensiones, es decir:

$$\underline{F}(t) = -\underline{M}\,\underline{r}\,\underline{\ddot{u}}_g \tag{F.21}$$

Donde $\underline{r}$ pasa a ser de $n \times 3$, en vez de ser de $n \times 1$ en el caso de *input* simple. El *input* múltiple es:

$$\underline{\ddot{u}}_g = [\ddot{u}_{gx} \quad \ddot{u}_{gy} \quad \ddot{u}_{gz}]^T \tag{F.22}$$

Por lo tanto:

$$\underline{r} = [\underline{r_x} \quad \underline{r_y} \quad \underline{r_z}] \tag{F.23}$$

De esta manera, se puede calcular:

$$\underline{L_n} = \underline{\phi_n^T}\,\underline{M}\,\underline{r} = \left[\underline{\phi_n^T}\,\underline{M}\,\underline{r_x} \;\; \underline{\phi_n^T}\,\underline{M}\,\underline{r_y} \;\; \underline{\phi_n^T}\,\underline{M}\,\underline{r_z}\right] = \left[L_{nx} \;\; L_{ny} \;\; L_{nz}\right] \tag{F.24}$$

$$\underline{\Gamma_n} = \frac{\underline{L_n}}{M_n} = \left[\frac{L_{nx}}{M_n} \quad \frac{L_{ny}}{M_n} \quad \frac{L_{nz}}{M_n}\right] = [\Gamma_{nx} \quad \Gamma_{ny} \quad \Gamma_{nz}] \tag{F.25}$$

Debido a lo descrito anteriormente, se debe combinar primero en cada dirección, para luego combinar las tres direcciones ortogonales. A continuación se describen algunas técnicas de combinación direccional.

Uno de los métodos, también utilizado como combinación modal, es el de la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados (SRSS). Este método es igual al descrito anteriormente para la combinación modal, pero sumando la respuesta máxima en cada dirección (Computers and Structures, Inc., 2010):

$$u_{max} = \sqrt{u_{xmax}^2 + u_{ymax}^2 + u_{zmax}^2} \tag{F.26}$$

El método es independiente del sistema coordenado elegido, y está relacionado con el método CQC3, el cual fue desarrollado por C. Menun y A. Der Kiureghian (Wilson, 2013). Este último se explica como la obtención de la respuesta máxima en una dirección dada, mirando la estructura de forma tridimensional, en un sistema coordenado en particular, como se muestra en la Figura F-1.

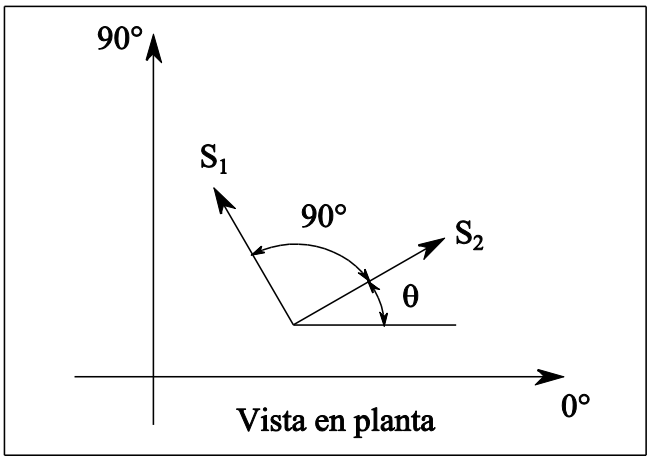


Figura F-1: Definición del input de espectro para el método CQC3 (Adaptado de Wilson, 2013).

Para su cálculo, se asumen dos direcciones ortogonales en planta y la dirección vertical. Éstas no tienen que coincidir con aquellas definidas inicialmente. De esto, para respuestas modales f y respuestas resultantes en cada dirección F, la fórmula es:

$$F = [F_0^2 + aF_{90}^2 - (1 - a^2)(F_0^2 - F_{90}^2)\sin^2\theta \ldots$$
$$\ldots + 2(1 - a^2)F_{0-90}\sin\theta\cos\theta + F_z^2]^{1/2} \tag{F.27}$$

Donde θ es el ángulo mostrado en la Figura F-1, y además, con ρ_{ij} como la correlación entre los modos *i* y *j*, se define:

$$F_0^2 = \sum_i \sum_j f_{0i}\rho_{ij}f_{0j} \tag{F.28}$$

$$F_{90}^2 = \sum_i \sum_j f_{90i}\rho_{ij}f_{90j} \tag{F.29}$$

$$F_{0-90} = \sum_i \sum_j f_{0i}\rho_{ij}f_{90j} \tag{F.30}$$

$$F_z^2 = \sum_i \sum_j f_{zi}\rho_{ij}f_{zj} \tag{F.31}$$

Las dos direcciones en planta se muestran en la Figura F-1 como 0° y 90°. El factor a va entre 0 y 1, e indica la influencia que tendrá el espectro en la dirección 90°. Si $a = 1$, el método degenera en el método SRSS.

La manera general de este método indica que se puede encontrar un valor de θ para el cual las respuestas serán mayores, llamado ángulo crítico:

$$\theta_{cr} = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{2F_{0-90}}{F_0^2 - F_{90}^2}\right) \tag{F.32}$$

Al igual que para el caso de combinación modal en una dirección específica, se define la combinación por suma absoluta, la cual se refiere a la suma directa de los valores absolutos, es decir (Computers and Structures, Inc., 2010):

$$u_{max} = u_{xmax} + u_{ymax} + u_{zmax} \tag{F.33}$$

Donde u_{xmax}, u_{ymax} y u_{zmax} son las respuestas máximas calculadas por algún método de superposición modal en la dirección *x*, *y* y *z* respectivamente. La suma anterior se puede escalar, usando una combinación ponderada. Una de las formas más utilizadas de combinación ponderada es aquella en la cual se define que dos direcciones de análisis tienen la misma influencia en la tercera, de la forma:

$$u_{max} = \max\left(\overline{u}_{xmax}, \overline{u}_{ymax}, \overline{u}_{zmax}\right) \tag{F.34}$$

$$\overline{u}_{xmax} = u_{xmax} + \alpha\left(u_{ymax} + u_{zmax}\right) \tag{F.35}$$

$$\overline{u}_{ymax} = u_{ymax} + \alpha(u_{xmax} + u_{zmax}) \quad \text{(F.36)}$$

$$\overline{u}_{zmax} = u_{zmax} + \alpha\left(u_{xmax} + u_{ymax}\right) \quad \text{(F.37)}$$

Donde el factor α está entre 0 y 1. Se recomienda la suma absoluta escalada con $\alpha = 0{,}30$. De este método se puede ver su uso en normas y códigos internacionales. Se indica que este método puede ser hasta un 8% poco conservador o hasta un 4% sobreconservador (Computers and Structures, Inc., 2010).