



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO
BIFÁSICO EN UN SISTEMA DE
ELECTRODO CILÍNDRICO GIRATORIO
PARA ESTUDIAR LA EROSIÓN DE
ALEACIONES**

ANDRÉS GERMAN ARÉVALO ZABALA

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:
WOLFRAM JAHN
MAGDALENA WALCZAK

Santiago de Chile, Septiembre, 2017

© 2017, Andrés German Arévalo Zabala



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACIÓN NUMÉRICA DE FLUJO BIFÁSICO EN UN SISTEMA DE ELECTRODO CILÍNDRICO GIRATORIO PARA ESTUDIAR LA EROSIÓN DE ALEACIONES

ANDRÉS GERMAN ARÉVALO ZABALA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

WOLFRAM JAHN

MAGDALENA WALCZAK

JULIO VERGARA

FELIPE MUNIZAGA

ESTEBAN SÁEZ

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería
Santiago de Chile, Septiembre, 2017

Al único que se merece toda la gloria
y la honra a Dios Padre, Jesucristo el
Hijo y al Espíritu Santo.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por su inmenso amor y porque, por sobre todas las cosas, siempre ha sido fiel! A Bolívar, mi padre, por sus consejos, bendición y apoyo incondicional. A Olga, mi madre, porque a pesar de sus comentarios desatinados y de vez en cuando sus “adobazos” fue parte fundamental en la terminación de este proyecto. A Tania y Carina, mis hermanas, porque nunca me perdieron la fe. A mi familia en general por su apoyo incondicional.

A todos mis amigos en Ecuador porque con sus visitas, chats, llamadas y video llamadas me hicieron sentir cerca. A todos los miembros de la Iglesia Alianza Cristiana y Misionera de San Joaquín porque fueron un pilar fundamental para mi feliz estancia en Santiago, gracias porque a pesar de estar lejos de mi familia, junto a ustedes siempre estuve en casa. A Mario Di Capua, mi entrañable amigo y compañero, gracias por tus consejos y ayuda.

Al gobierno nacional del Ecuador encabezado por el señor ex presidente Rafael Correa Delgado, porque sin su visión y anhelado sueño de una patria grande no hubiera sido posible la realización de este magister.

A los profesores Wolfram y Magdalena por su acertada labor, por su tiempo y por sobre todo, su paciencia.

Y por último, agradecer a todas aquellas personas que me tuvieron entre sus motivos de oración, sepan que éstas fueron escuchadas!

INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	vi
INDICE DE FIGURAS	vii
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT.....	x
SIMBOLOGÍA.....	xi
1. Introducción	1
1.1. Contexto	1
1.2. Hipótesis.....	9
1.3. Objetivos	9
2. Antecedentes generales.....	10
2.1. Proceso de Erosión-Corrosión.....	10
2.2. Electrodo Cilíndrico Giratorio	11
2.3. Fluidos Multifásicos.....	13
2.4. Dinámica de Fluidos Computacional	14
2.4.1. Método por Elementos Finitos.....	15
2.4.2. Método por Volúmenes Finitos	15
3. Marco Teórico.....	18
3.1. Conservación de Masa	18
3.2. Ecuación de Momento.....	18
3.3. Turbulencia.....	19
3.3.1. Modelo de Turbulencia $k-\epsilon$	21
3.4. Modelos Multifásicos.....	23
3.4.1. Modelo Euler-Euler	25
3.4.2. Modelo Euler-Lagrange	26

3.5. Mezcla de Sólidos y Líquidos	26
3.5.1. Velocidad de Sedimentación	27
3.5.2. Efecto de la forma de la partícula sólida.....	28
3.5.3. Efecto de la concentración de sólidos	29
3.5.4. Velocidad de Suspensión en Tanques Agitados	29
4. Metodología.....	31
4.1. Teoría Modelo de Mezcla.	32
4.1.1. Ecuación de Conservación de Momento.....	32
4.1.2. Velocidad Relativa.....	33
4.1.3. Ecuación de Transporte de la Fase Dispersa	35
4.1.4. Ecuación de Continuidad para la Mezcla	35
4.2. Teoría de Modelo de Turbulencia	36
5. Implementación del modelo.....	37
5.1. Geometría	38
5.2. Propiedades Físicas de los Materiales	39
5.3. Malla.....	40
5.4. Condiciones de Borde	52
6. Resultados y Análisis.....	55
6.1. Concentración de la Fase Dispersa.....	55
6.2. Ángulo de Impacto	58
7. Conclusiones	67
BIBLIOGRAFIA.....	69
A N E X O.....	72
Propiedades de una muestra de relave.....	73

INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-1: Distribución de causas de fallo en tuberías	2
Tabla 1-2: Frecuencia de fallo de tubería (/10 ³ km por año)	2
Tabla 3-1: Variable n para velocidad de sedimentación final	29
Tabla 5-1: Régimen de flujo de la mezcla.....	38
Tabla 5-2: Propiedades de los materiales.....	40
Tabla 5-3: Coordenadas de los 6 puntos para el análisis de convergencia.	42
Tabla 5-4: Error relativo porcentual a 1.000 rpm.....	47
Tabla 5-5: Error relativo porcentual a 6.300 rpm.....	51
Tabla 5-6: Características de las mallas seleccionadas.	52
Tabla 5-7: Validación del efecto de la gravedad en el punto 1.	53
Tabla 5-8: Validación del efecto de la gravedad en el punto 2.	54

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1: Esquema de la configuración de un <i>Pot Testing</i>	5
Figura 1-2: Esquema de la configuración de un <i>Impinging Testing</i>	6
Figura 1-3: Esquema de la configuración de un ensayo de Coriolis	7
Figura 2-1: Esquema funcional del sistema de electrodo cilíndrico giratorio.....	12
Figura 3-1: Comportamiento típico de velocidad en flujos turbulentos	20
Figura 3-2: Mapa de régimen de interacción entre partículas y turbulencia	24
Figura 3-3: Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds	28
Figura 5-1: Modelo del Sistema RCE del laboratorio.....	37
Figura 5-2: a) Geometría del modelo b) Dimensiones del modelo.....	39
Figura 5-3: Detalle de malla no estructurada del electrodo.	41
Figura 5-4: a) Ubicación de puntos elegidos para el análisis de convergencia, plano (x,y)	43
Figura 5-5: Convergencia Punto 1 (1.000 rpm)	44
Figura 5-6: Convergencia Punto 2 (1.000 rpm)	44
Figura 5-7: Convergencia Punto 3 (1.000 rpm)	45
Figura 5-8: Convergencia Punto 4 (1.000 rpm)	45
Figura 5-9: Convergencia Punto 5 (1.000 rpm)	46
Figura 5-10: Convergencia Punto 6 (1.000 rpm)	46
Figura 5-11: Convergencia Punto 1 (6.300 rpm)	48
Figura 5-12: Convergencia Punto 2 (6.300 rpm)	48
Figura 5-13: Convergencia Punto 3 (6.300 rpm)	49
Figura 5-14: Convergencia Punto 4 (6.300 rpm)	49
Figura 5-15: Convergencia Punto 5 (6.300 rpm)	50
Figura 5-16: Convergencia Punto 6 (6.300 rpm)	50
Figura 5-17: Condiciones de borde del dominio computacional.	52
Figura 6-1: Distribución de la fase dispersa a 200 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.	56
Figura 6-2: Distribución de la fase dispersa a 1.000 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.	56

Figura 6-3: Distribución de la fase dispersa a 4.000 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.	57
Figura 6-4: Distribución de la fase dispersa a 6.300 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.	57
Figura 6-5: Definición de ángulos de impacto de la partícula.	59
Figura 6-6: Definición de ángulos de impacto de la partícula en a) plano (y,z).....	60
Figura 6-7: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 200 rpm.	60
Figura 6-8: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 1.000 rpm.	61
Figura 6-9: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 4.000 rpm.	61
Figura 6-10: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 6.300 rpm.	62
Figura 6-11: Evolución del ángulo de impacto θ en el punto 1 (30°).	62
Figura 6-12: Evolución del ángulo de Impacto θ en el punto 2 (45°).	63
Figura 6-13: Evolución del ángulo de Impacto θ en el punto 3 (60°).	63
Figura 6-14: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 1 (30°).	64
Figura 6-15: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 2 (45°).	64
Figura 6-16: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 3 (60°).	65

RESUMEN

La industria minera requiere transportar grandes cantidades de polvos de mineral a través de largas distancias desde sus yacimientos hasta sus plantas de procesamiento. El hidrotransporte es el medio seleccionado para cumplir esta función debido principalmente a su beneficio económico y porque representa la forma más segura y rápida de trasladar grandes volúmenes a través de largas distancias. Uno de los inconvenientes que presenta este medio de transporte es el desgaste interno que sufre la tubería producto del continuo impacto del material sólido sobre la superficie metálica desencadenando un proceso de erosión que reduce el tiempo de vida útil del material.

Una de las variables fundamentales para poder clarificar el efecto del proceso de erosión es el ángulo de impacto de las partículas. Para conocer su comportamiento se implementó el experimento de electrodo cilíndrico giratorio (RCE por sus siglas en inglés) que dentro de sus características está la de trabajar bajo régimen turbulento asemejando las condiciones de flujo que se da en una tubería.

En este estudio, por medio de la dinámica de fluidos computacional (Computational Fluid Dynamics, CFD), se genera un modelo numérico del experimento de electrodo cilíndrico giratorio (Rotating Cylinder Electrode, RCE) que evalúa la variación del ángulo de impacto de las partículas bajo régimen de flujo en transición y turbulento. El RCE consta de un eje cilíndrico en medio de una mezcla líquida/sólida que gira a distintas velocidades provocando la suspensión de las partículas cuyos vectores de velocidad son proporcionados por el modelo numérico y de los cuales se obtiene el ángulo de impacto sobre el electrodo.

En el caso de estudio, se modeló el experimento en régimen en transición a 200 y 1.000 rpm, y en régimen turbulento a 4.000 y 6.300 rpm generando un ángulo de impacto tangencial al electrodo cercano a los 0 grados a 200 rpm, hasta valores que rondan los 7 grados a 6.300 rpm.

Palabras Claves: erosión, flujo bifásico, electrodo cilíndrico giratorio, modelación numérica, CFD.

ABSTRACT

The mining industry usually requires to transport an enormous quantity of mineral for a long distance (from deposits until processing plants). Hydro-transport is commonly the means used to carry out this action due to mainly its economic benefit, safety and speed to transport a large volume of material through a large distance. However, this means is not exempt from having disadvantages. A severe erosion process is produced in the the piping as a result of the constant impact of solid material against the internal pipe surface, which gradually degrades the wall thickness reducing the lifespan of the piping material.

One of the main parameters to quantify the erosion process effect is the impact angle of solid particles. In order to know the behaviour of this angle, the Rotary Cylinder Electrode experiment (RCE) was employed. This method consists of a vertical bar rotating at different velocities in a mix of liquid/solid, which produces particle suspension.

In this study a numerical model is generated based on the RCE by means of Computational Fluid Dynamics (CFD). It allows to analyse the variation of the impact angle of the particles under transition and turbulent regime flow conditions. The velocity vectors of the particles are extracted from this numerical model and then the impact angle over the electrode is determined. This method permits simulating turbulent flow regime similar to that experienced inside a slurry pipe.

The results reveal that the impact angle under transitional (200 and 1.000 rpm) and turbulent (4.000 and 6.300 rpm) conditions is near 0° at 200 rpm up to around 7° at 6.300 rpm.

Keywords: Erosion, biphasic fluids, rotating cylindrical electrode, RCE, numerical modelling, CFD.

SIMBOLOGÍA

A: Correlación empírica de la esfericidad de la partícula para el coeficiente de arrastre.
B: Correlación empírica de la esfericidad de la partícula para el coeficiente de arrastre.
C: Correlación empírica de la esfericidad de la partícula para el coeficiente de arrastre.
 C_c : Material removido por corrosión.
 C_D : Fracción másica de la fase dispersa.
 C_d : Coeficiente de arrastre según el número de Reynolds de la partícula.
 C_μ : Constante del modelo de turbulencia.
 $C_{\varepsilon 1}$: Parámetro adimensional modelo de turbulencia.
 $C_{\varepsilon 2}$: Parámetro adimensional modelo de turbulencia.
 C_1 : Constante empírica de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta.
 C_2 : Constante empírica de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta.
D: Correlación empírica de la esfericidad de la partícula.
 D_i : Diámetro del impulsor.
 d_p : Diámetro de la partícula.
 D_{md} : Coeficiente de dispersión turbulenta.
F: Fuerzas externas.
 \bar{F} : Fuerza externas promedio.
 G_k : Generación de Turbulencia.
g: Gravedad.
h: Tamaño de la malla.
 m_{dc} : Tasa de transferencia de masa de la fase dispersa a la fase continua.
N: Velocidad del impulsor en rps.
 N_{js} : Velocidad de suspensión de tanques agitados.
n: Variable en función del número de Reynolds de la partícula.
p: Presión.
 \bar{p} : Presión promedio.
 R_e : Número de Reynolds.
 R_{ep} : Número de Reynolds de la partícula.
rpm: revoluciones por minuto.
rps: revoluciones por segundo.
S: Material removido por efectos de la sinergia.
 S_i : Número adimensional en función del tipo de impulsor.
T: Totalidad de material removido.
U: Velocidad del fluido.
 \bar{U} : Velocidad de fluido promedio.
u: Fluctuaciones de la velocidad.
 u_{cd} : Velocidad entre la fase dispersa y fase continua.
 u_d : Velocidad de la fase dispersa.
 u_m : Velocidad de la mezcla.
 u_{slip} : Velocidad relativa entre las dos fases.
 V_t : Velocidad de sedimentación.

V_{ts} : Velocidad de sedimentación final.
 W : Material removido por erosión.
 X_r : Relación de suspensión entre la masa del sólido y la masa del líquido.
 ε : Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta.
 ε_r : Error relativo.
 κ : Energía cinética turbulenta.
 μ_c : Viscosidad dinámica de la fase continua.
 μ_m : Viscosidad dinámica de la mezcla.
 μ_T : Viscosidad dinámica turbulenta.
 ν : Viscosidad cinética del fluido.
 ρ : Densidad.
 ρ_m : Densidad de la mezcla.
 σ_T : Número adimensional Schmidt para partículas.
 σ_κ : Constante empírica de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta.
 σ_ε : Constante empírica de la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta.
 τ : Esfuerzo viscosos.
 τ_{Gm} : Esfuerzo de viscosidad turbulenta.
 φ : Fracción Volumétrica.
 φ_p : Fracción Volumétrica de la partícula.

Los subíndices c y d se refiere a la fase continua y la fase dispersa respectivamente.

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Contexto

A nivel mundial, la explotación de recursos naturales es calificada como una de las principales fuentes de desarrollo económico y en muchas ocasiones representa la principal fuente de financiamiento para el desarrollo económico de un país productor. Dentro de los principales productos de explotación se encuentra la extracción de petróleo, gas natural y minerales desarrollándose grandes industrias alrededor de estas actividades. La mayor parte de los yacimientos naturales se encuentran ubicados en lugares de difícil acceso por lo que después de su extracción los productos son trasladados mediante hidrotransporte a sus plantas de tratamientos. Se eligió este tipo de transporte considerando que es la forma más segura y económica de trasladar grandes volúmenes a través de largas distancias. A nivel mundial existe alrededor de 3,5 millones de kilómetros de tubería montadas en campo para este fin (CIA, 2013).

Uno de los problemas de la explotación de los recursos naturales es el impacto ambiental que se produce durante su proceso, siendo una de las principales causas de contaminación los derrames producidos por el fallo de las tuberías de transporte; dichos fallos producen la liberación incontrolada de material afectando el entorno natural. Las principales causas que provocan los fallos en la tubería se deben al daño ocasionado por terceros, la corrosión externa y en menor medida a la corrosión interna; a esta conclusión llegó un estudio que recopiló la información proporcionada por varias bases de datos provenientes de países como Canadá, Estados Unidos, Brasil y algunos países de Europa (Cunha, 2012) y se presenta en la Tabla 1-1.

Tabla 1-1: Distribución de causas de fallo en tuberías (Cunha, 2012)

		Terceros	Corrosión Interna	Corrosión Externa	Material Tubería	Cracking	Desastres Naturales	Otros
Gas	Europa	48%	0,5%	13%	17%	2,5%	8%	11%
	UK	22%	1%	20%	28%	16%	5%	8%
	USA	43%	16%	14%	8%	1%	10%	8%
	Brasil	67%	0%	33%	0%	9%	0%	0%
Líquido	Canadá	6%	25%	25%	6%	38%	6%	19%
	Europa	42%	5%	12%	29%	2%	3%	7%
	USA	41%	10%	32%	14%	0%	3%	0%
	Brasil	23%	8%	49%	10%	0%	8%	2%

Los fallos ocasionados por terceros se deben a la acción voluntario o involuntaria del hombre, mientras que la corrosión externa está fuertemente ligada al medio ambiente en el que se encuentra la tubería; ambas causas son de difícil predicción pero son más accesibles a ser monitoreadas. La corrosión interna presenta dificultades al momento de ser prevenida debido a la condición de inaccesibilidad que se tiene al interior del ducto una vez que éste se encuentra en funcionamiento; este tipo de fallo depende mucho de las características corrosivas de la sustancia que se transporte encontrando que existe una mayor frecuencia de fallo en el transporte de líquidos comparado con el transporte de gas como se puede observar en la Tabla 1-2. (Cunha, 2012).

Tabla 1-2: Frecuencia de fallo de tubería ($/10^3$ km por año) (Cunha, 2012)

		Periodo	Histórico	5 Años
Gas	Europa	1970-2010	0,008	0,005
	UK	1962-2010	0,004	0
	USA	1985-1997	0,015	-
	Brasil	1978-2010	0	0
Líquido	Europa	1971-2010	0,023	0,017
	Brasil	1978-2010	0,040	0

Esta estimación general de la probabilidad de fallo indica que para ductos que transportan gases existe un porcentaje de fallo del 0,15% al año mientras que para ductos que

transportan líquidos el porcentaje crece hasta un 0,4% anual. Cabe destacar que los datos proporcionados en su mayoría provienen de la industria del petróleo y gas, por lo que si se requiere estimar la frecuencia de fallos en la industria minera debe considerarse que el transporte de concentrado de minerales posee una mayor naturaleza erosiva y corrosiva por tanto aumentará la frecuencia de falla en la tubería.

Chile es un país cuya principal industria es la minería destacando como el principal productor de cobre en el mundo generando un ingreso económico que contribuyó con el 7,7% del producto interno bruto en el año 2016 (ConsejoMinero, 2016); cuenta con alrededor de 30 yacimientos mineros sobre todo el país, con un total de 722 km de mineroductos (CIA, 2013). Por las condiciones geográficas del país y sus desniveles los mineroductos deben recorrer largas distancias y trabajar bajo altas presiones generando que la inversión inicial sea elevada así como su costo de operación, por lo que cualquier mejora que involucre un ahorro económico es valiosa. Aunque los datos son insuficientes para determinar las probabilidades de fallo específicas de la industria minera, existen registros que dictan que los fallos en los mineroductos no son infrecuentes. Una revisión de 14 minas de cobre operativas en Estados Unidos encontró que todas habían experimentado derrames de tubería o descargas accidentales (U.S.E.P.A., 2014), en Chile recientemente se reportó un derrame en la mina Los Bronces ubicada a 65 kilómetros de la capital Santiago, donde se detectó una filtración de pulpa en el kilómetro 34 de su mineroducto que trajo como consecuencia la contaminación de las aguas del río Colina afectando el ecosistema y a los habitantes de la comuna La Colina, principal beneficiada de sus aguas (www.chilemineria.cl).

En la industria minera el daño interno que sufre la tubería es más crítico debido a la presencia de partículas sólidas en la pulpa y a la condición de régimen turbulento con la que se realiza el proceso de transferencia; el régimen de turbulencia genera que las partículas impacten con mayor frecuencia las paredes de la tubería a velocidades elevadas, lo que provoca la destrucción de la capa protectora del metal dejándolo vulnerable y promoviendo la aceleración del proceso de corrosión (Postlethwaite & Nesic, 2000). El proceso en conjunto se lo denomina erosión-corrosión por lodos o “Slurry erosion-corrosion” (Matsumura, 1994). El fenómeno de corrosión es producto de las fuerzas electroquímicas que se generan entre el material de la pulpa y el material de la tubería, mientras que el fenómeno de erosión es producto de fuerzas mecánicas generadas por la turbulencia y el choque de las partículas contra la pared de la tubería.

El proceso de erosión se caracteriza por estar influenciado por distintas variables que guardan relación con las propiedades de las partículas (dureza, tenacidad, forma y concentración), las propiedades del material de la tubería (dureza, módulo de elasticidad, tenacidad, composición química y microestructura) y las características del fluido (velocidad, viscosidad, pH, temperatura, presión y composición química). Otro factor importante en el proceso de erosión es la energía cinética de la partícula cuyo valor puede ser determinado por la velocidad de impacto y el ángulo de impacto (Postlethwaite & Nesic, 2000). La influencia de estos dos últimos factores en la tasa de erosión sólo puede entenderse a través de un modelo cuantitativo que relacione dichas variables, y ayude a esclarecer la influencia de cada una de ellas en la pérdida de material. Con este fin se han creado experimentos que incluyen:

- a) *Pot Testing*, es un dispositivo compuesto por un eje que gira en el centro de un cilindro el cual contiene una sustancia abrasiva. La prueba consiste en unir de forma transversal probetas al eje y hacerlas girar durante un tiempo determinado, al finalizar se mide la pérdida de material que sufren las probetas (Amarendra, Chaudhari, & Nath, 2012).

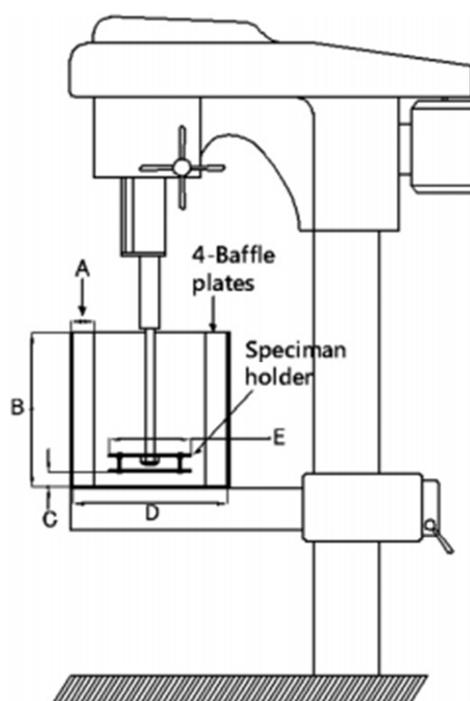


Figura 1-1: Esquema de la configuración de un *Pot Testing* (Amarendra, 2012)

- b) *Impinging Test*, consiste en liberar un flujo acuoso con partículas a alta velocidad sobre una superficie para medir el efecto de la erosión. El ángulo de impacto puede ser variado moviendo al espécimen, del mismo modo puede variar la velocidad de salida del fluido (Mohammadi, Luo, Lu, & Afacan, 2010).

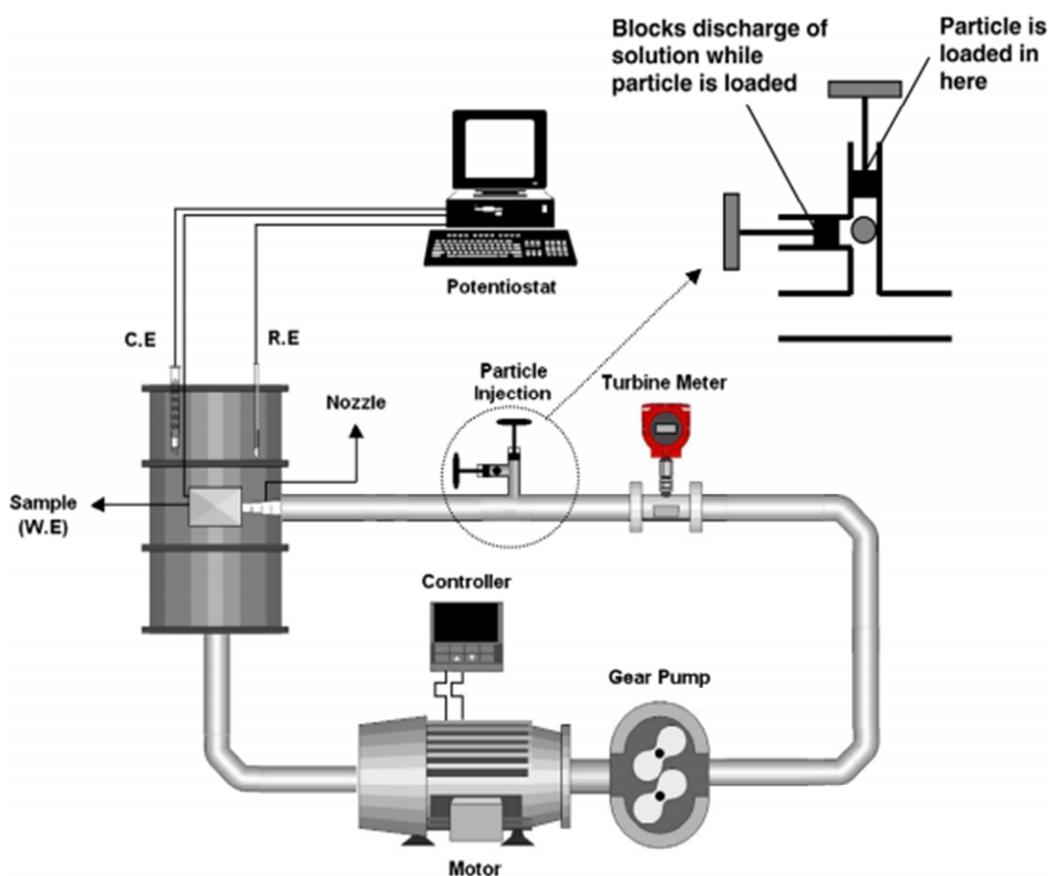


Figura 1-2: Esquema de la configuración de un *Impinging Testing* (Mohammadi, 2010)

- c) Prueba de Coriolis, Esta técnica simula el movimiento de partículas finas y su interacción con la superficie de los equipos. Consiste en introducir una mezcla en un eje giratorio diametralmente ranurado que expulsa la sustancia radialmente por fuerza centrífuga. Los sólidos entran en contacto contra la superficie expuesta de la muestra por la fuerza de Coriolis, provocando así desgaste (Llewellyn, Yick, & Dolman, 2004).

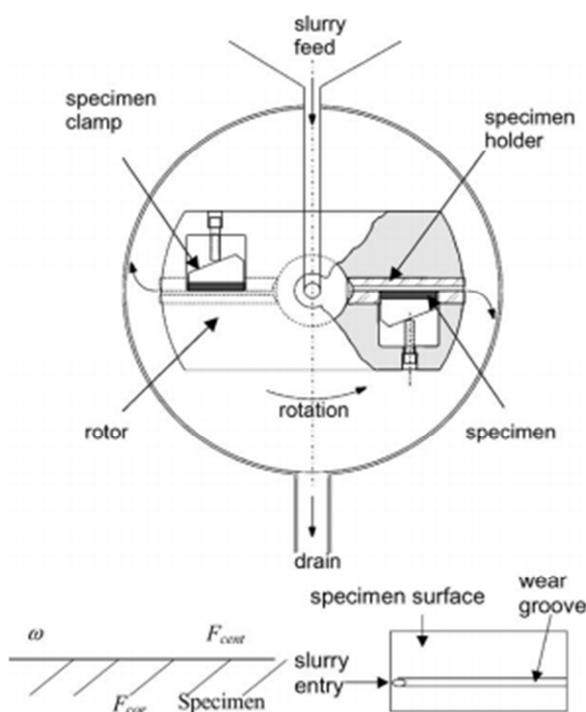


Figura 1-3: Esquema de la configuración de un ensayo de Coriolis (Llewelling, 2010)

Estas pruebas de laboratorio han servido para establecer relaciones empíricas que anticipan la pérdida de material bajo ciertas condiciones (Jana & Stack, 2005). Sin embargo dichos experimentos no reproducen la variabilidad de formas de impacto de las partículas por la condición de turbulencia, tan sólo aseguran la velocidad lineal de la partícula variando a conveniencia su ángulo de impacto. Para tratar de asemejar las condiciones reales del flujo se incorpora al estudio el experimento de electrodo cilíndrico giratorio (Rotating Cylinder Electrode RCE) añadiendo a su fase líquida partículas sólidas que se desplacen bajo la influencia del régimen turbulento.

El RCE es un dispositivo compuesto por dos cilindros concéntricos entre los cuales existe un espacio donde se coloca el líquido a analizar; el cilindro exterior permanece fijo mientras que el cilindro interior gira a distintas velocidades con el fin de transmitir el movimiento al líquido. Este dispositivo es ampliamente difundido en el área de la

tribología cuya principal aplicación es el estudio del fenómeno de corrosión. Fue creado en la década de los años 50 y se caracteriza por funcionar bajo régimen de turbulencia; ofrece una considerable versatilidad en cuanto a la elección de su material, textura y rugosidad, así como la posibilidad de múltiples electrodos para efectuar estudios galvánicos o mecánicos (Walsh, Kear, Nahlé, Wharton, & Arenas, 2017).

Para facilitar la evaluación de la acción del fluido y los parámetros mecánicos del comportamiento de las partículas se puede hacer uso de herramientas computacionales que faciliten ese proceso. Bajo estas premisas se espera llevó a cabo el modelado del experimento RCE con la finalidad de analizar la variación que se produce en el ángulo de impacto de las partículas sobre la superficie del electrodo bajo distintos régimen de flujo.

El desarrollo del trabajo responde a la necesidad de caracterizar el mecanismo de erosión debido al impacto de partículas sólidas suspendidas en un fluido, cuyos aportes críticos permitirán el avance en la discusión de los actuales modelos de erosión y ayudarán a planificar una metodología que permita contrarrestar los daños causados por el transporte de fluidos bifásicos. La importancia de la modelación numérica radica en que se muestra el comportamiento de cada variable física que existe detrás de un experimento simulado, en este caso de las partículas dentro del fluido.

El experimento de electrodo cilíndrico giratorio ha sido empleado para la investigación de la erosión enfocado en medir la pérdida de masa del electrodo producto de la influencia del fluido erosivo al que fue expuesto, no se tiene conocimiento de cómo las partículas provocan la pérdida de material y no se registran antecedentes de modelos numéricos que hayan sido aplicados para explicar dicho fenómeno. En vista de aquello se

modeló el experimento con la finalidad de conocer la influencia del régimen de flujo sobre el ángulo con el que la partícula impacta el electrodo.

1.2.Hipótesis

La hipótesis de la investigación es, que el ángulo de impacto de las partículas sólidas suspendidas en la fase líquida del fluido no es constante en el tiempo y, en particular, varía significativamente según el régimen de flujo transiente/turbulento.

1.3.Objetivos

El objetivo general de la tesis consiste en desarrollar un modelo computacional que permita replicar las condiciones de flujo del sistema de Electrodo cilíndrico giratorio para dar cuenta de la variación del ángulo de impacto efectivo de las partículas en contra de la pared del electrodo debido a la influencia del régimen de flujo.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Implementar un modelo computacional del sistema RCE para un flujo bifásico en modo transiente que replique el movimiento de las partículas dentro del fluido.
- Acoplar el modelo anterior para régimen de flujo turbulento enfocándonos en la transición del flujo.
- Estudiar el efecto que produce la presencia de distintos tipos de flujo en el ángulo de impacto de las partículas sólidas sobre la superficie del electrodo.

2. ANTECEDENTES GENERALES

En el campo de procesamiento de minerales el agua juega un rol primordial por su desempeño dentro de todo el proceso y es así que, después de obtener los polvos de mineral provenientes de la fase de trituración, éstos son mezclados con agua formando una pulpa la cual será llevada a lo largo de todo el tratamiento que incluye una etapa de concentración, deshidratación y posterior transporte. Para el período de transporte, la pulpa que consta de un 60% de agua en promedio, se desplaza a lo largo del mineroducto a razón de 2 metros por segundo hasta llegar a su destino final (Rubiato Elizalde, 2001); es en dicho trayecto que se desarrolla el proceso de erosión-corrosión.

2.1. Proceso de Erosión-Corrosión.

El proceso de erosión-corrosión se define como el deterioro del material debido a la simultánea acción de fuerzas mecánicas y electroquímicas sobre la superficie de la tubería (Matsumura, 1994). La manera de dilucidar el daño causado por éste proceso se da mediante la cuantificación de la pérdida de masa debido a cada uno de los procesos por separado; adicional a ello, también se debe tomar en cuenta el efecto que produce el proceso de erosión sobre la corrosión y viceversa considerando a éstos como efectos debidos a la sinergia. La suma de los factores descritos es catalogado como erosión-corrosión y se presenta en la siguiente ecuación (ASTM G119-09, 2016):

$$T = W + C_c + S \quad (1.1)$$

Donde T representa la totalidad de material removido por erosión-corrosión y W , C_c y S representan la cantidad de material removido por cada fenómeno por separado; es decir por erosión, corrosión y por efectos de sinergia respectivamente.

El fenómeno de erosión es un proceso en el cual fuerzas mecánicas remueven la película protectora y/o el metal base de las paredes del sistema de flujo ocasionando su deterioro. Dentro de los procesos que generan las fuerzas mecánicas se consideran las siguientes (Postlethwaite & Nesic, 2000):

- Flujo turbulento.
- Impacto de partículas sólidas suspendidas.
- Impacto de burbujas de gas en suspensión en el líquido.
- Cavitación.

Tomando el caso de las partículas sólidas en suspensión, se considera que el arrastre que sufren las partículas provoca que éstas impacten contra la superficie de la tubería ocasionando el daño de su capa protectora e incrementando la pérdida de metal. Como se espera, la tasa de erosión es función de la energía cinética de la partícula que podría ser determinada por su velocidad de impacto y su ángulo de impacto. Dichas variables han sido ampliamente estudiadas con el afán de crear modelos matemáticos que ayuden a estimar la tasa de erosión que se produce (Finnie, 1960). Otros autores usan los modelos matemáticos para crear mapas de erosión que ayuden a seleccionar el material más idóneo de acuerdo a su aplicación (Jana & Stack, 2005); (Yabuki, Matsuwaki, & Matsumura, 1999).

2.2. Electrodo Cilíndrico Giratorio

El RCE es uno de los artefactos de laboratorio más simples y sencillos operado hidrodinámicamente bajo régimen turbulento. Entre sus cualidades está el ofrecer un buen control de transferencia de masa y una gran versatilidad en cuanto a la elección del material, la textura de la superficie y la rugosidad de sus materiales. Dentro de sus áreas

de aplicación se encuentra el estudio de ámbitos referentes a la tribología y la corrosión. El rol del RCE dentro del área de la corrosión es predecir, bajo ciertas condiciones experimentales, la influencia que tiene el movimiento del líquido sobre el proceso de corrosión.

El RCE se encuentra conformado básicamente por dos cilindros concéntricos, el cilindro interior es macizo y por lo regular gira a distintas velocidades mientras que el cilindro exterior es hueco y en su mayoría suele mantenerse fijo. En el espacio entre los dos cilindros concéntricos se coloca el fluido que va a servir como medio de análisis dentro de la investigación.

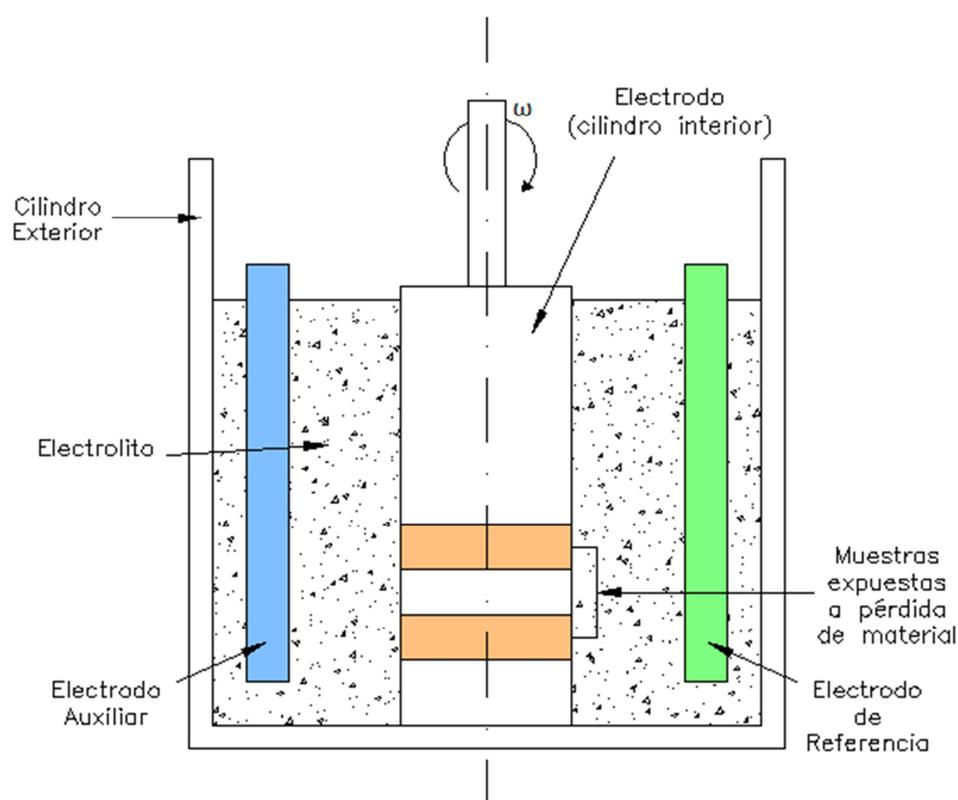


Figura 2-1: Esquema funcional del sistema de electrodo cilíndrico giratorio.

El cilindro interior es el electrodo de trabajo el cual es fabricado de un material polimérico. Dentro del electrodo de trabajo se colocan las muestras, generalmente metálicas, a ser examinadas bajo la influencia del líquido. La figura 2-1 muestra la estructura geométrica básica de un RCE.

Con el tiempo se han puesto a prueba fluidos multifásicos en el RCE con el afán de abarcar más áreas de investigación, de esta manera se ha podido estudiar el efecto de la erosión añadiendo partículas sólidas al líquido y verificar su influencia en el deterioro de las muestras de material; y también el efecto que tiene la erosión sobre el proceso de corrosión (Wang & Stack, 2000).

2.3. Fluidos Multifásicos

El término “fluido multifásico” es usado para referirse a un fluido conformado por más de una fase o componente. Existen algunas formas de clasificar a los fluidos multifásicos; la primera se presenta de acuerdo a la fase termodinámica de los componentes (sólido, líquido o gaseoso), como por ejemplo: gas-líquido, gas-sólido, líquido-líquido, sólido-líquido, gas-líquido-sólido, etc (Ranade, 2002). Otra manera de clasificar a los fluidos multifásicos se da de acuerdo a la geometría de la interface, de aquí se desprenden tres clases: Flujo separados, flujo en transición o mixto y flujo disperso (Ishii & Hibiki, 2011). Los flujos separados son aquellos donde ninguna de las fases se encuentra en forma dispersa, un ejemplo de ello es una película líquida dentro de un gas o un chorro de gas en un líquido. Los flujos en transición o mixtos son aquellos donde existe una fase dispersa y una fase continua que coexisten juntas; un ejemplo de ello es un flujo anular de una gota (el líquido fluye en forma de película sobre un tubo que transporta gas), y un flujo de lodos. Los flujos dispersos son aquellos donde todas las fases excepto una

existen como partículas dispersas que fluyen a través de un fluido continuo; un ejemplo de ello es un flujo líquido con burbujas, partículas sólidas en un gas/líquido, etc.

La pulpa de mineral que se transporta por los mineroductos cabe dentro de la descripción de flujos en transición o mixtos y se pueden distinguir dos tipos, el régimen de flujo homogéneo y el régimen de flujo heterogéneos. Los flujos homogéneos se caracterizan por tener una distribución uniforme de sólidos a lo largo de toda la fase líquida manteniendo un tamaño de partículas menores que 40 a 70 μm , dependiendo de la densidad de los sólidos. Los flujos heterogéneos se caracterizan por no mezclarse uniformemente ocasionando que existan gradientes de concentración dentro del volumen de control, provocando la formación de dunas con las partículas más pesadas en el fondo mientras que las más ligeras se mantienen en suspensión (Abulnaga, 2002).

2.4. Dinámica de Fluidos Computacional

La dinámica de fluidos computacional, CFD por *computational fluid dynamics*, se ha convertido en una herramienta útil en el sentido que permite replicar de manera económica y eficiente fenómenos naturales y experimentales con cierto grado de precisión; con el beneficio adicional de obtener datos puntuales del modelado logrando una mayor profundización y comprensión del fenómeno investigado. Bajo esa premisa se han desarrollado algunas investigaciones implementando el uso de CFD en el proceso de erosión por partículas sólidas, con el propósito de obtener mayores detalles del comportamiento de las partículas dentro del fluido y cómo éstas afectan el proceso de erosión (Bozzini, Salento, Milano, & Salento, 2003); (Uzi & Levy, 2016).

La dinámica de fluidos computacional utiliza métodos de discretización para resolver las ecuaciones diferenciales planteadas por la mecánica de fluidos. Entre los métodos de

mayor divulgación dentro del área se encuentran los elementos finitos y volúmenes finitos, de los cuales se presenta una breve descripción a continuación:

2.4.1. Método por Elementos Finitos

El método por elementos finitos discretiza espacialmente el dominio en cuerpos más pequeños (elementos finitos), dentro de cada elemento se plantea una función de forma que es multiplicada por una función de peso previamente a realizar la integración en todo el dominio. La función de forma suele ser lineal dentro de cada elemento y se construye a partir de los valores que se tienen en cada nodo ubicado en las esquinas de los elementos; la función de peso suele ser tratada de la misma manera. Esta aproximación es sustituida en la integral ponderada de la ley de conservación y las ecuaciones a resolver se obtienen al exigir que la derivada de cada integral con respecto a cada valor nodal sea cero (Ferziger & Peric, 2002).

2.4.2. Método por Volúmenes Finitos

El método por volúmenes finitos emplea directamente las ecuaciones de conservación en su forma integral. El dominio espacial de solución es subdividido en pequeños volúmenes de control usualmente en forma de mallas estructuradas o no estructuradas, y las ecuaciones de control se aplican a cada uno de ellos. Las variables son definidas en el centro de cada volumen de control obteniéndose una ecuación integral de conservación por cada subdominio. Para hallar la ecuación de conservación global se suman todas las ecuaciones de cada volumen de control. Para obtener la solución de un volumen de control en particular, las integrales de volumen se aproximan usando fórmulas de cuadratura (Ferziger & Peric, 2002).

Históricamente el método por volúmenes finitos ha sido el de mayor divulgación dentro del área de CFD, sin embargo en la última década el método de elementos finitos ha incursionado con fuerza en el área por lo que seleccionar entre los dos métodos se ha vuelto una tarea difícil de solucionar. Hoy en día su selección puede pasar por aspectos netamente numéricos, de programación y hasta por las características de precisión. El origen de los dos métodos es diferente, el método de volúmenes finitos nace en la dinámica de fluidos y su principal característica es el ser conservativo local y globalmente; mientras que el método de elemento finitos fue concebido bajo la mecánica de sólidos donde se busca hallar el equilibrio de fuerzas siendo una aproximación netamente matemática que no garantiza una conservación local pero se puede llegar a garantizar una conservación global (Gresho & Sani, 2000).

El método de elementos finitos permite el uso de componentes cartesianas en mallas no estructuradas sin la necesidad de realizar un cambio a coordenadas globales como sucede en el método de volúmenes finitos; por lo que se puede tener una mayor flexibilidad geométrica sin complicar el aspecto matemático (Gresho & Sani, 2000).

El método de elementos finitos presenta resultados más precisos debido a su más detallada discretización al utilizar una función de forma por cada elemento de la malla (Gresho & Sani, 2000).

El método de volúmenes finitos usa técnicas desacopladas o iterativas para dar solución a los sistemas de ecuaciones mientras que el método de elementos finitos usa técnicas completamente acoplados como Newton Raphson o la eliminación de Gauss. La ventaja del uso de métodos desacoplados o iterativos es que reducen el costo computacional (memoria del computador) y presentan un radio de convergencia mayor mientras que la

desventaja es un aumento significativo en el número de iteraciones para lograr la convergencia (Surana, Allu, Tenpas, & Reddy, 2007). Ésta es la principal causa para que la mayor parte de la comunidad inmersa en el mundo de la dinámica de fluidos computacional opte por el uso de programas computacionales basados en el método de volúmenes finitos (Gresho & Sani, 2000).

En la actualidad se han realizado estudios entre los programas que usan el método de elementos finitos y el método de volúmenes finitos con el objetivo de comparar cuantitativamente los límites de las herramientas computacionales y validar su aplicación. Tal es el caso de la publicación realizada por Shu-Ren Hysing (Hysing & Turek, 2012), en la cual se compara el desenvolvimiento del programa COMSOL Multiphysics que usa el método de elementos finitos con el programa ANSYS Fluent que usa el método por volúmenes finitos. Los dos programas resolvieron el mismo caso referente al movimiento de una burbuja dentro de una solución acuosa. Los resultados demuestran que ambos programas convergen a la solución con un margen de error aceptable; la diferencia radica en que el programa COMSOL utiliza un mayor recurso computacional que se traduce en un mayor tiempo de procesamiento.

El autor argumenta que esto se debe a las condiciones de robustez de los resolvedores directos que utiliza COMSOL y también porque, debido a la teoría de volúmenes finitos donde las variables se encuentran en el centro de la celda, el programa Ansys Fluent tiene 4 veces menos incógnitas que resolver comparado con COMSOL (en el caso 2D) por lo que realiza un menor número de operaciones durante su procesamiento (Hysing & Turek, 2012).

3. MARCO TEÓRICO

En esta sección se presentan las ecuaciones fundamentales para el flujo de fluidos, con énfasis en los procesos que son típicos en suspensión de sólidos y mezclas. Estos fluidos están gobernados por leyes físicas de conservación de masa, momentum y energía las cuales se presentan a continuación:

3.1. Conservación de Masa

La ecuación de conservación de masa representa la razón a la que fluye la masa hacia adentro y hacia afuera del volumen de control. Para el caso más general en el cual la densidad puede variar con el tiempo, la ecuación toma la siguiente forma (Ranade, 2002):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0 \quad (3.1)$$

Donde ρ representa la densidad y U es la velocidad del fluido.

3.2. Ecuación de Momento

La aplicación de la ley de conservación de momento produce un conjunto de ecuaciones que se rigen al movimiento del fluido, que se utiliza para calcular los campos de velocidad y presión. Las ecuaciones de gobierno pueden escribirse (Ranade, 2002):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \mathbf{U}) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F} \quad (3.2)$$

Donde p representa la presión, τ es el tensor de tensiones viscosas, g es la gravedad y F representa cualquier otra fuerza externa.

3.3. Turbulencia

La turbulencia es el tipo de movimiento del fluido caracterizado por las fluctuaciones de velocidad y descrito por movimientos altamente desordenados y estructuras de flujo giratorias (vórtices) con una amplia gama de escalas de longitud. La elevada interacción de vórtices a distintas escalas de longitud conduce a un contacto efectivo entre partículas que se traduce en un intercambio eficaz de calor, masa y momentum. La velocidad de mezcla escalar en los flujos turbulentos es mayor en órdenes de magnitud que en los flujos laminares y para delimitar claramente estos régimen se han desarrollado varios parámetros adimensionales, el más común es el número de Reynolds que se define como la relación entre las fuerzas de inercia y la fuerza de fricción. Para un flujo en un tanque agitado el número de Reynolds se define como (Paul, Atiemo-obeng, & Kresta, 2004):

$$Re = \frac{ND_i^2\rho}{\mu} \quad (3.3)$$

Donde N represente la velocidad del agitador en (rev/s) y D_i representa el diámetro del cilindro rotatorio en (m). La transición entre los régimen laminar y turbulento en un tanque de mezcla suele ocurrir entre un número de Reynolds de 50 y 5.000 por lo que un flujo totalmente turbulento se desarrolla en valores de Reynolds superiores a 5.000.

La turbulencia es intrínsecamente inestable por lo que las propiedades del flujo bajo este régimen fluctúan de manera aleatoria y caótica. Para poder interpretar estas variaciones e insertarlas dentro de un modelo, la representación de ésta inestabilidad se realiza mediante la combinación de un cierto valor medio y fluctuaciones de pequeña escala alrededor de él por lo que podemos describir la velocidad de un flujo turbulento U a

través de una velocidad promedio \bar{U} y fluctuaciones alrededor de ella u , tal como se observa en la figura 3-1.

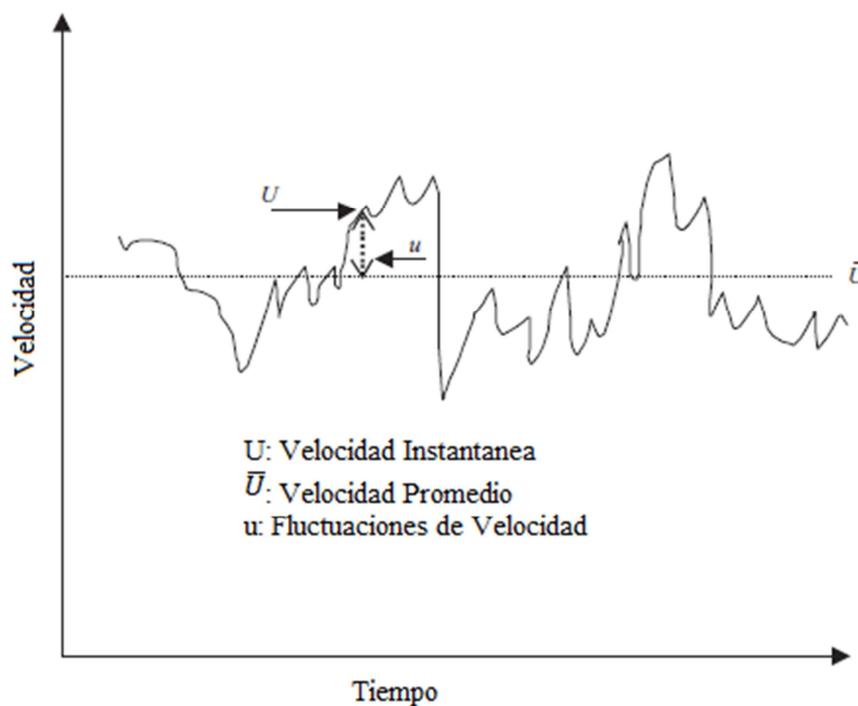


Figura 3-1: Comportamiento típico de velocidad en flujos turbulentos (Ranade, 2002)

Bajo esta premisa se han desarrollado las denominadas ecuaciones de Navier-Stokes promediadas por Reynolds, RANS por *Reynolds Average Navier Stokes*. La forma promedio de Reynolds de las ecuaciones de conservación de momento para un fluido incompresible se puede escribir como (Paul et al., 2004):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{U}) + \nabla \cdot (\rho \bar{U}\bar{U} + \rho \bar{u}\bar{u}) = -\nabla \bar{p} - \nabla \cdot \bar{\tau} + \rho g + \bar{F} \quad (3.4)$$

Donde la barra superior indica un valor promedio en el tiempo. Después de la descomposición aparece un término adicional que representa las tensiones debidas a los movimientos turbulentos y se lo denomina tensiones de Reynolds o tensiones turbulentas y se definen como:

$$(\tau_{ij})_{turb} = \rho \overline{u_i u_j} \quad (3.5)$$

Las tensiones de Reynolds aportan incógnitas las cuales necesitan ser relacionadas con las otras variables, para ello se han creado modelos conocidos como modelos de turbulencia los cuales utilizan algún nivel de aproximación diferente para lograr cumplir con el objetivo. Entre los modelos se encuentran:

- Modelo de largo de mezcla
- Modelo $k - \varepsilon$.
- Modelo $k - \omega$.
- Modelo de Spalart-Allmaras

El modelo de dos ecuaciones más ampliamente utilizado es el modelo $k - \varepsilon$ el cual se describe a continuación:

3.3.1. Modelo de Turbulencia $k - \varepsilon$.

La gran mayoría de modelos de tensiones Reynolds usan una hipótesis de viscosidad de vórtices basada en una analogía entre movimiento molecular y turbulento por lo que los vórtices se visualizan como moléculas, chocando e intercambiando momentum y obedeciendo leyes similares a la teoría de los gases. De lo anterior se describe la tensión de Reynolds como (Paul et al., 2004):

$$\rho \overline{u_i u_j} = \mu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left(\mu_t \frac{\partial u_k}{\partial x_k} + \rho k \right) \quad (3.6)$$

La constante μ_t es la viscosidad turbulenta y el término k representa la energía cinética turbulenta, esta cantidad se define en términos de las fluctuaciones de la velocidad y se describe utilizando sus componentes como (Paul et al., 2004):

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u^2} + \overline{v^2} + \overline{w^2}) \quad (3.7)$$

El modelo $k - \varepsilon$ presente dos ecuaciones de transporte adicionales para calcular las tensiones de Reynolds, es un modelo semi-empírico basado en observaciones de flujos de alto número de Reynolds. Las dos ecuaciones de transporte planteadas para el modelo son para la energía cinética turbulenta k , y la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta ε , la cuales se presenta a continuación (Paul et al., 2004):

- Energía cinética turbulenta

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \mathbf{U}_i k) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + G_k - \rho \varepsilon \quad (3.8)$$

- Tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

$$\frac{\partial(\rho \varepsilon)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \mathbf{U}_i \varepsilon) = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G_k - C_2 \rho \varepsilon) \quad (3.9)$$

Donde las cantidades C_1 , C_2 , σ_k y σ_ε son constantes empíricas. La cantidad G_k es un término de generación para la turbulencia, contiene productos de gradiente de velocidad y también depende de la viscosidad turbulenta:

$$G_k = \frac{1}{2} \mu_t [\nabla \bar{\mathbf{U}} + (\nabla \bar{\mathbf{U}})^T]^2 \quad (3.10)$$

Finalmente la viscosidad turbulenta se deriva tanto de k y ε e implica una constante tomada a partir de datos experimentales, C_μ , mediante la siguiente ecuación:

$$\mu_t = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (3.11)$$

Se pueden agregar otros términos de origen a las ecuaciones 3.8 y 3.9 para incluir otros efectos físicos tales como turbulencia, flotabilidad o compresibilidad.

3.4. Modelos Multifásicos

El modelado de fluidos multifásicos se basa en la resolución de ecuaciones que representan las leyes físicas que gobiernan el comportamiento y la interacción entre las fases presentes en el fluido. Para la selección del modelo apropiado es esencial examinar el grado de acoplamiento que existe entre las fases, en especial si se tiene un flujo turbulento. Con este propósito, se ha creado un mapa (Elghobashi, 1994) que se basa en relacionar las escalas de flujo con la fracción volumétrica de la fase dispersa para determinar el grado de interacción que existe en el fluido; de este mapa (Figura 3-2) se desprenden tres grados de interacción los cuales se describen a continuación:

Acoplamiento Unidireccional: Se da cuando el valor de la fase dispersa es bajo ($\varphi_p < 10^{-6}$) lo que representa que la transferencia de momento de las partículas a la turbulencia tiene un efecto insignificante sobre el flujo.

Acoplamiento Bidireccional: En este régimen ($10^{-6} < \varphi_p < 10^{-3}$), la transferencia de momento de las partículas es suficientemente grande para alterar la estructura de la turbulencia.

Acoplamiento Cuatro-direcciones: Durante este régimen ($\varphi_p > 10^{-3}$), además del acoplamiento bidireccional entre las partículas y la turbulencia tiene lugar la colisión partícula/partícula.

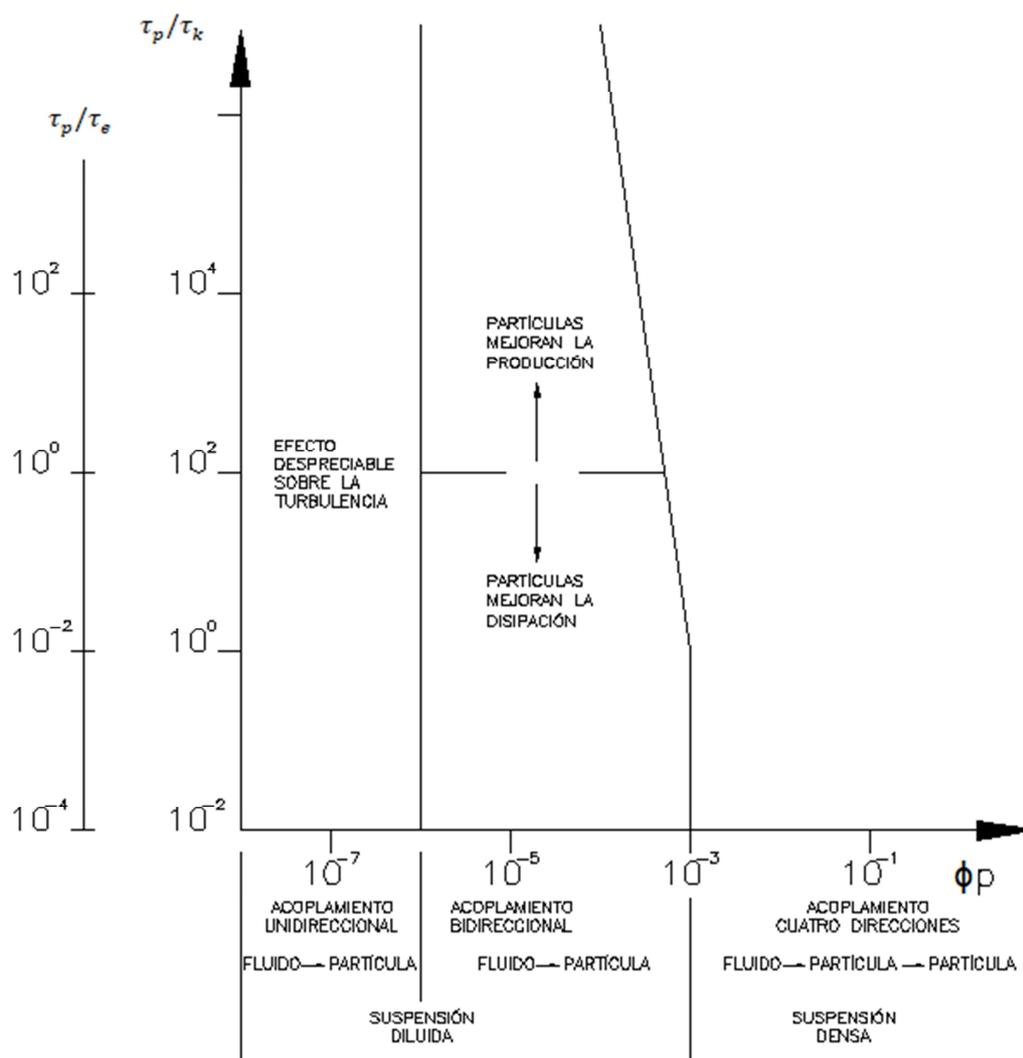


Figura 3-2: Mapa de régimen de interacción entre partículas y turbulencia (Elghobashi, 1994).

De la figura 3-2 se desprende que τ_p es el tiempo de respuesta de las partículas, τ_k es la escala de tiempo de Kolmogorov y τ_e es el tiempo de rotación de los vórtices.

En la actualidad dos son los principales planteamientos que se utilizan para el modelado de flujos multifásicos los cuales fueron creados tomando en cuenta los grados de acoplamiento que existe entre la fase continua y la fase dispersa. A continuación se presente una descripción de cada uno.

3.4.1. Modelo Euler-Euler

El modelo Euler-Euler modela el flujo de todas las fases como un continuo, dado esto todas las fases comparten el dominio y pueden interpenetrarse a medida que se mueven dentro de él. La descripción de Euler considera un volumen finito a través del cual fluye el medio continuo, para su representación se usan variables que son función del espacio y del tiempo por lo que en lugar de seguir a cada partícula se registra la evolución de las propiedades de flujo en cada punto en el espacio a medida que el tiempo avanza. El modelo hace posible representar el acoplamiento entre fases mediante el desarrollo de modelos de interfaz adecuados, sin embargo es imposible manejar fenómenos complejos a nivel de partículas tales como el cambio de tamaño de alguna partícula, etc.

Para el flujo multifásico se plantean ecuaciones de conservación de masa, conservación de momento y conservación de energía las cuales son locales e instantáneas y pueden aplicarse a todos los dominios del volumen de control y todos los tiempos considerados, tales ecuaciones no pueden ser formuladas sin previamente realizarles un promedio adecuado (Ranade, 2002).

En este modelo se introduce el concepto de fracción volumétrica, con esto se puede concebir una fracción de volumen de cualquier fase en cualquier pequeño volumen de espacio en cualquier instante de tiempo. El modelo Euler-Euler es adecuado para modelar sistemas multifásicos con una fracción volumétrica significativa de fase dispersa (>10%) (Ranade, 2002).

Para procesos multifásicos existen tres diferentes modelos Euler-Euler disponibles, los cuales son: el modelo de volumen de fluido, el modelo de mezcla y el modelo de Euler.

3.4.2. Modelo Euler-Lagrange

El modelo Euler-Lagrange considera que el fluido está constituido por una fase continua y una fase dispersa; la fase continua es modelada utilizando la descripción de Euler mientras que para la fase dispersa se utiliza la descripción de Lagrange.

La descripción de Lagrange considera una partícula fija de la fase dispersa que es seguida a través del tiempo resolviendo una ecuación de movimiento, esto con el afán de registrar los cambios que se producen en sus propiedades durante el trayecto. Para cada partícula de la fase dispersa se genera una ecuación de movimiento. Dentro de este modelo no se considera la influencia que ejerza el movimiento del fluido a pequeña escala alrededor de cada partícula de la fase dispersa, su influencia es modelada indirectamente considerando el movimiento de la partícula de la fase dispersa.

El modelo Euler-Lagrange es adecuado para simular fases dispersas de modelos que contengan bajas fracciones volumétricas (<10%) (Ranade, 2002).

3.5. Mezcla de Sólidos y Líquidos

Las operaciones de mezcla entre sólidos y líquidos son creadas para mantener una suspensión de sólidos y/o promover y mejorar la velocidad de transferencia de masa entre las fases, para ello es común realizarlas mediante la agitación mecánica en un recipiente de mezcla. El presente trabajo se centra en la dispersión de las partículas sólidas por lo que no se considera la transferencia de masa entre las fases.

La dispersión de sólidos es un proceso físico comúnmente creado por el ingreso de energía mecánica en la mezcla líquida/sólido que crea un campo de flujo turbulento provocando la elevación de las partículas sólidas de la base del recipiente y

posteriormente las dispersa a través del líquido. El movimiento de las partículas se debe a la acción simultánea de las fuerzas de arrastre y elevación provocadas por el movimiento del fluido sobre las partículas y los vórtices que se originan en el flujo. Para partículas sólidas pequeñas cuya densidad es aproximadamente igual a la del líquido, una vez suspendidas continúan moviéndose junto al fluido comportándose como un líquido monofásico a bajas concentraciones de sólidos. Para partículas sólidas más pesadas, sus velocidades son diferentes a las del líquido por la que la fuerza de arrastre generada por el flujo debe ser suficiente para contrarrestar la tendencia de las partículas a sentarse por la acción de la gravedad.

3.5.1. Velocidad de Sedimentación

La velocidad de sedimentación se produce cuando la fuerza de arrastre equilibra la flotabilidad y la fuerza gravitatoria del fluido sobre la partícula. Se han derivado correlaciones para la velocidad de sedimentación para partículas esféricas, en los fluidos newtonianos la velocidad de sedimentación se calcula mediante la expresión (Paul et al., 2004):

$$V_t = \left(\frac{4gd_p(\rho_d - \rho_c)}{3C_D\rho_c} \right)^{1/2} \quad (3.12)$$

Donde d_p representa el diámetro de la partícula, ρ_d y ρ_c representan la densidad de la fase dispersa (partículas sólidas) y de la fase continua (líquido) respectivamente y C_d representa el coeficiente de resistencia de la Figura 3-3, el cual se encuentra en función del número de Reynolds de la partícula (Paul et al., 2004):

$$Re_p = \frac{d_p\rho_c V_t}{\mu_c} \quad (3.13)$$

Donde d_p es el diámetro de la partícula y μ_c es la viscosidad dinámica del fluido.

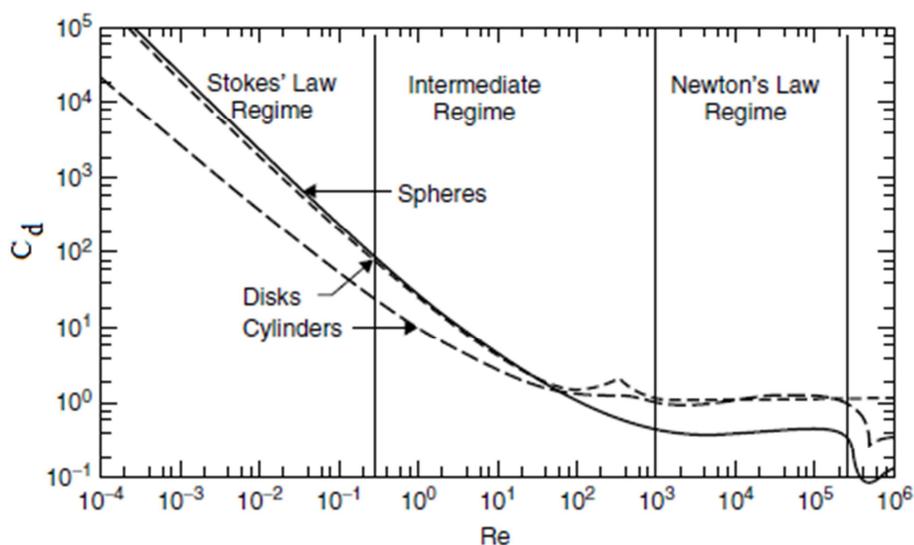


Figura 3-3: Coeficiente de arrastre en función del número de Reynolds (Paul et al., 2004).

Obtenidos los coeficientes C_d las expresiones de velocidad de sedimentación son las siguientes:

- Para el régimen según la ley de Stokes $Re_p < 0,3$:

$$V_t = \left(\frac{gd_p^2(\rho_d - \rho_c)}{18\mu_c} \right) \quad (3.14)$$

- Para el régimen según la ley de Newton $1000 < Re_p < 35 \times 10^4$:

$$V_t = 1,73 \left[\frac{gd_p(\rho_d - \rho_c)}{\rho_c} \right]^{1/2} \quad (3.15)$$

3.5.2. Efecto de la forma de la partícula sólida

La forma de la partícula afecta principalmente la velocidad de sedimentación y es cuantificada por su esfericidad. La esfericidad se cuantifica mediante la relación entre el área superficial de una partícula esférica del mismo volumen y la partícula no esférica, para valores de esfericidad superiores a 0,7 se puede hacer uso de las ecuaciones 3.14 y

3.15 reemplazando el diámetro de la partícula por el diámetro de una esfera de igual volumen. Para valores inferiores a 0,7 se debe evaluar experimentalmente.

3.5.3. Efecto de la concentración de sólidos

Las expresiones de velocidad de sedimentación se basa en el análisis para una sola partícula, la presencia de otras partículas disminuye el valor de V_t debido a la interacción con las partículas circundantes, la interacción con el fluido ascendente creado por la sedimentación descendente de las partículas y la viscosidad aparente de la suspensión. Una expresión empírica para la sedimentación en suspensión monodispersa es la siguiente (Paul et al., 2004):

$$V_{ts} = V_t(1 - \varphi)^n \quad (3.16)$$

Donde V_{ts} es la velocidad de sedimentación final, φ la fracción volumétrica y n es función del número de Reynolds de la partícula:

Tabla 3-1: Variable n para velocidad de sedimentación final (Paul et al., 2004)

Número de Reynolds de la Partícula	n
$Re_p < 0,3$	4,65
$0,3 < Re_p < 1000$	$4,375(Re_p)^{-0,0875}$
$Re_p > 1000$	2,33

3.5.4. Velocidad de Suspensión en Tanques Agitados

Se han creado correlaciones estimadas para obtener la velocidad de suspensión para distintos tipos de impulsores, éstas fueron derivadas de estudios experimentales y análisis teóricos propuestos por Zwietering en 1958. La expresión es la siguiente (Paul et al., 2004):

$$N_{js} = S_i v^{0,1} \left[\frac{g(\rho_d - \rho_c)}{\rho_c} \right]^{0,45} X_r^{0,13} d_p^{0,2} D_i^{-0,85} \quad (3.17)$$

Donde S_i es un número adimensional que es función del tipo de impulsor, ν la viscosidad cinética del fluido, X_r la relación de suspensión entre la masa de sólidos y la del líquido (kg sólido/kg líquido) por 100 y D_i es el diámetro del impulsor.

4. METODOLOGÍA

En el presente capítulo se detalla la base teórica del modelo de mezcla para fluidos bifásicos mediante el cual se lleva a cabo el modelado del sistema de electrodo cilíndrico giratorio.

El modelo de mezcla nace del modelo Euler-Euler para un flujo bifásico en que tanto la fase continua como la fase dispersa son tratadas como un continuo. La interacción entre las fases se incorpora mediante el uso de términos de intercambio en la ecuación de momentum y se verifica que la suma de las fracciones de volumen para todas las fases en todo momento y en todos los volúmenes de control sea igual a 1. El modelo de mezcla es un método que permite cualquier fracción de volumen para la fase dispersa, una ventaja considerando que el modelo de Lagrange trabaja con un máximo de 10% en fracción volumétrica y considerando que para la modelación actual se tiene un valor del 27%. Esta ventaja también se traduce en el costo computacional que maneja cada modelo considerando que el modelo de Lagrange sigue la trayectoria de cada una de las partículas presentes en la fase dispersa lo que genera una demanda mayor de recursos computacionales a comparación de los modelos derivados del modelo de Euler que representan la fase dispersa como un continuo (Ranade, 2002).

El modelo de mezcla planteado se encuentra incorporado en el programa COMSOL Multiphysics que incluye dentro de sus recursos un módulo diseñado exclusivamente para simular sistemas que incluyan una o más partes rotantes.

4.1. Teoría Modelo de Mezcla.

En esta sección se describe el modelo de mezcla incorporado en el módulo “The Rotating Machinery, Multiphase Flow, Mixture Model, Turbulent flow” incluido en el programa COMSOL Multiphysics 5.2 (COMSOL, 2015). El modelo de mezcla realiza las siguientes consideraciones:

- La densidad de cada fase es aproximadamente constante.
- Las dos fases comparten el mismo campo de presión.
- La velocidad relativa entre las dos fases es esencialmente determinada asumiendo un balance entre el gradiente de presión y el arrastre por viscosidad.

4.1.1. Ecuación de Conservación de Momento

La ecuación de momento para la mezcla es:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_m u_m) + \rho(u_m \cdot \nabla)u_m = -\nabla p - \nabla \cdot \tau_{Gm} + \rho_m g + F - \nabla \cdot [\rho c_D(1 - c_D)(u_{cd})(u_{cd})^T] \quad (4.1)$$

Donde ρ_m representa la densidad de la mezcla (kg/m^3), y u_m representa la velocidad de la mezcla ponderada en masa (m/s):

$$\rho_m = \phi_c \rho_c + \phi_d \rho_d \quad (4.2)$$

$$u_m = \frac{\phi_c \rho_c u_c + \phi_d \rho_d u_d}{\rho_m} \quad (4.3)$$

Los subíndices c y d hacen referencia a la fase continua y a la fase dispersa mientras que ϕ representa la fracción volumétrica de cada fase (m^3/m^3).

La variable p es la presión (Pa), F es cualquier fuerza de volumen adicional y c_D es la fracción másica de la fase dispersa dada por:

$$c_D = \frac{\phi_d \rho_d}{\rho_m} \quad (4.4)$$

La suma de los esfuerzos por viscosidad y turbulencia, τ_{Gm} es:

$$\tau_{Gm} = (\mu_m + \mu_T)[\nabla u_m + \nabla u_m^T] \quad (4.5)$$

Aquí μ ($Pa \cdot s$) representa la viscosidad de la mezcla y μ_T ($Pa \cdot s$) representa la viscosidad de la turbulencia.

La relación entre las velocidades de las dos fases u_{cd} (m/s) se obtiene:

$$u_{cd} = u_d - u_c = u_{slip} - \frac{D_{md}}{(1-c_D)\phi_d} \nabla \phi_d \quad (4.6)$$

Aquí, u_{slip} (m/s) representa la velocidad relativa entre las dos fases y D_{md} (m^2/s) es el coeficiente de dispersión turbulenta que explica la difusión adicional producida por los vórtices de la turbulencia:

$$D_{md} = \frac{\mu_T}{\rho_m \sigma_T} \quad (4.7)$$

Donde σ_T es el número adimensional de Schmidt para partículas turbulentas el cual puede tomar valores entre 0,35 y 0,7, para esta física se considera el valor predeterminado de 0,35.

4.1.2. Velocidad Relativa

La velocidad relativa u_{slip} se define como la velocidad de una segunda fase con respecto a la velocidad de la primera fase. COMSOL dentro de su configuración presenta tres modelos predefinidos para calcular la velocidad relativa entre dos fases:

- El modelo de Schiller-Naumann.
- El modelo de Haider-Levenspiel.
- El modelo de Hadamard-Rybczynski.

Los tres modelos utilizan la siguiente relación para obtener la velocidad relativa:

$$\frac{3}{4} \frac{C_d}{d_p} \rho_c u_{slip}^2 = -\frac{(\rho_m - \rho_d)}{\rho_m} \left(-u_t - (u_m \cdot \nabla) u_m + g + \frac{F}{\rho_m} \right) \quad (4.8)$$

Donde d_p es el diámetro de las partículas presentes en la fase dispersa y C_d es el coeficiente de arrastre de partículas (adimensional) que relaciona el equilibrio entre el arrastre viscoso y las fuerzas de flotación que actúan sobre la fase dispersa.

El modelo de Schiller-Naumann resuelve el coeficiente de arrastre según el número de Reynolds de la partícula de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$C_d = \begin{cases} \frac{24}{Re_p} (1 + 0,15 Re_p^{0,687}) & Re_p < 1000 \\ 0,44 & Re_p > 1000 \end{cases} \quad (4.9)$$

Donde el número de Reynolds de la partícula Re_p se calcula según la siguiente expresión:

$$Re_p = \frac{d_p \rho_c |u_{slip}|}{\mu} \quad (4.10)$$

El modelo de Schiller-Naumann es adecuado para partículas sólidas dentro de un líquido.

El modelo de Haider-Levenspiel es aplicable a partículas no esféricas y modela el coeficiente de arrastre según:

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \left(1 + A(S_p) Re_p^{B(S_p)} \right) + \frac{C(S_p)}{1 + D(S_p)/Re_p} \quad (4.11)$$

Donde A , B , C y D son correlaciones empíricas de la esfericidad de las partículas. La esfericidad es definida como la relación entre el área superficial de una esfera equivalente en volumen y el área superficial de la partícula no esférica.

$$0 < S_p = \frac{\text{Área}_{esfera}}{\text{Área}_{particula}} \leq 1$$

Las correlaciones de los coeficientes son dadas por:

$$A(S_p) = e^{2,3288 - 6,4581 S_p + 2,4486 S_p^2} \quad (4.12)$$

$$B(S_p) = 0,0964 + 0,556 S_p \quad (4.13)$$

$$C(S_p) = e^{4,905-13,8944S_p+18,4222S_p^2-10,2599S_p^3} \quad (4.14)$$

$$D(S_p) = e^{1,4681+12,2584S_p-20,7322S_p^2+15,8855S_p^3} \quad (4.15)$$

El diámetro utilizado el número de Reynolds en el obtenido de la esfera equivalente.

El modelo de Hadamard-Rybczynski es válido para número de Reynolds de la partícula menores a 1, puede ser usado en el caso de tener partículas, burbujas o gotas. El coeficiente de arrastre se calcula según la expresión:

$$C_d = \frac{24}{Re_p} \left(\frac{1 + \frac{2\mu_c}{3\mu_d}}{1 + \frac{\mu_c}{\mu_d}} \right) \quad (4.16)$$

Para partículas sólidas la velocidad de deslizamiento viene dado por:

$$u_{slip} = -\frac{(\rho_m - \rho_d)d_p^2}{18\rho\mu_c} \nabla p \quad (4.17)$$

4.1.3. Ecuación de Transporte de la Fase Dispersa

Asumiendo que es constante la densidad de la fase dispersa, se tiene que la ecuación de transporte para la fracción volumétrica de la fase dispersa es:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\phi_d) + \nabla \cdot (\phi_d u_d) = -\frac{m_{dc}}{\rho_p} \quad (4.18)$$

Donde m_{dc} (kg/(m³·s)) representa la tasa de transferencia de masa desde la fase dispersa a la fase continua y u_d es la velocidad de la fase dispersa de acuerdo a la ecuación 4.6.

4.1.4. Ecuación de Continuidad para la Mezcla

La ecuación de continuidad propuesta para el modelo es la siguiente:

$$(\rho_c - \rho_d) \left[\nabla \cdot (\phi_d(1 - c_d)u_{slip} - D_{md}\nabla\phi_d) + \frac{m_{dc}}{\rho_d} \right] + \rho_c(\nabla \cdot u) = 0 \quad (4.19)$$

4.2. Teoría de Modelo de Turbulencia

Para el presente estudio se utiliza el modelo de turbulencia $\kappa - \varepsilon$ el cual resuelve dos ecuaciones de transporte adicionales; la primera planteada para la energía cinética turbulenta κ (m^2/s^2) y la segunda para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta ε (m^2/s^3), las cuales se presentan a continuación:

- Ecuación de transporte para la energía cinética turbulenta κ :

$$\rho_m \frac{\partial \kappa}{\partial t} + \rho_m \mathbf{u}_m \cdot \nabla \kappa = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\kappa} \right) \nabla \kappa \right) + P_k - \rho_m \varepsilon \quad (4.20)$$

Donde μ_T es la viscosidad turbulenta dada por:

$$\mu_T = \rho_m C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (4.21)$$

Donde C_μ es una constante del modelo y el término de producción es:

$$P_k = \mu_T \left(\nabla \mathbf{u} : (\nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T) - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{u})^2 \right) - \frac{2}{3} \rho_m k \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (4.22)$$

- Ecuación de transporte para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta

ε :

$$\rho_m \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho_m \mathbf{u}_m \cdot \nabla \varepsilon = \nabla \cdot \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\varepsilon} \right) \nabla \varepsilon \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{k} P_k - C_{\varepsilon 2} \rho_m \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (4.23)$$

Siendo las variables $C_\mu, C_{\varepsilon 1}, C_{\varepsilon 2}, \sigma_\kappa$ y σ_ε parámetros adimensionales con valores predeterminados por el modelo.

5. IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO

La modelación se efectuó en el programa COMSOL Multiphysics 5.2 el cual considera un modelo de malla deslizante para simular el movimiento del electrodo giratorio a través del tiempo. Se consideró la geometría del sistema RCE existente en el laboratorio de corrosión de la Escuela que es similar al que se muestra en la Figura 5-1:

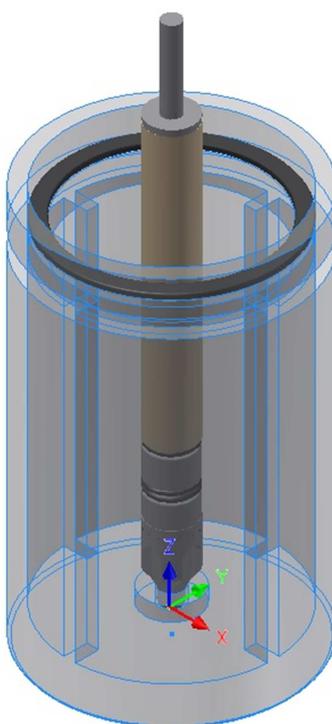


Figura 5-1: Modelo del Sistema RCE del laboratorio.

El sistema se modela bajo régimen en transición y turbulento, para lo cual se varía la velocidad de giro del eje rotor hasta alcanzar una velocidad máxima de rotación de 6.300 rpm. Las condiciones de flujo de transición y turbulento se determinaron utilizando la ecuación 3.3 para número de Reynolds usada para tanques de mezclado. Las simulaciones se llevaron a cabo para 4 velocidades de rotación como señala la Tabla 5-1.

Tabla 5-1: Régimen de flujo de la mezcla.

Velocidad del Eje (rpm)	Velocidad del Eje (rps)	Número de Reynolds	Régimen de Flujo
200	3,33	150,00	Transición
1.000	16,67	748,86	Transición
4.000	66,67	2.995,43	Turbulento
6.300	105,00	4.717,81	Turbulento

5.1. Geometría

El sistema real consta de un cilindro hueco fijo con un eje rotor en su interior, quien es el encargado de transferir el movimiento al fluido mediante unos pequeños surcos en su parte inferior. En el interior del cilindro existen 4 baffles ubicados en cada punto cardinal de la circunferencia con la finalidad de no permitir que las partículas reposen sobre la superficie del cilindro guiadas por la fuerza centrífuga del giro, de esta manera se produce un fenómeno de recirculación alrededor de cada baffle que obliga a las partículas a mantenerse en movimiento.

La Figura 5-2 muestra el dominio computacional elaborado en el programa COMSOL que representa físicamente el volumen del fluido a modelar. El volumen tiene un diámetro exterior de 70 mm, un diámetro interior de 15 mm y una altura de 105 mm. Cada baffle tiene una sección transversal de 4 mm de ancho y 8 mm de largo, y una altura de 105 mm.

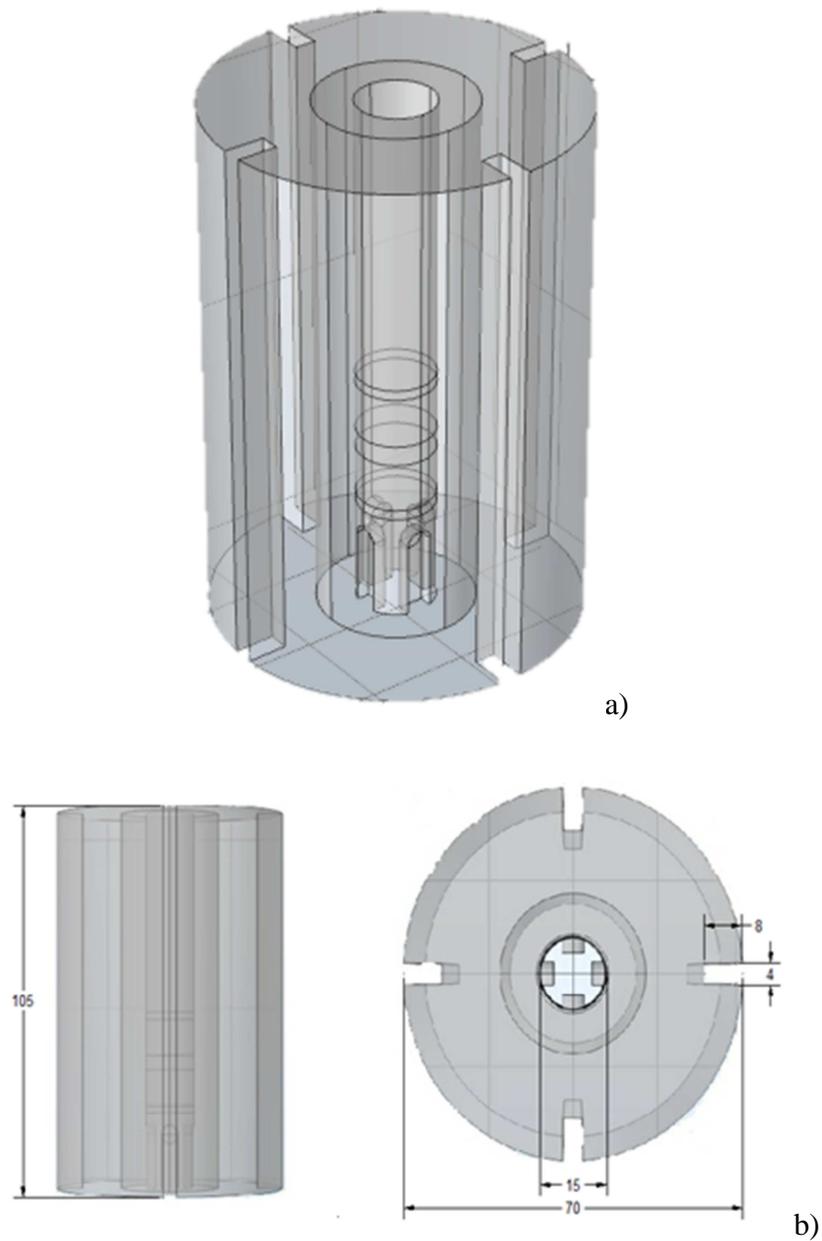


Figura 5-2: a) Geometría del modelo b) Dimensiones del modelo.

5.2. Propiedades Físicas de los Materiales

El líquido usado para el modelo es una mezcla entre agua y partículas sólidas de arena de sílice con una concentración en masa de 55%. Las propiedades principales del agua, la arena de sílice y la mezcla se describen a continuación:

Tabla 5-2: Propiedades de los materiales.

Material	Característica	Valor	Unidad
Agua	Densidad	1.000	kg/m ³
	Fracción Volumétrica	0,63	-
	Viscosidad a 20°C	0,001102	N·s/m ²
Arena Sílice	Densidad	2.770	kg/m ³
	Fracción Volumétrica	0,27	-
	Diámetro de la partícula	180	µm
Mezcla	Densidad	1.378	kg/m ³
	Viscosidad a 20°C	0,0069	Ns/m ²

5.3. Malla

La malla es la discretización espacial del dominio computacional y es posiblemente el paso más importante dentro de la modelación debido a que de éste depende la convergencia de la solución, la precisión de los resultados y el tiempo de procesamiento. Para la discretización se aplica una malla no estructurada conformada por elementos tetraédricos sobre todo el dominio computacional, priorizando el refinamiento de la malla en los surcos existentes en el electrodo y sus alrededores debido a que allí se concentrará la mayor actividad cinemática del fluido. En la Figura 5-3 se aprecia la malla no estructurada generada sobre la superficie del electrodo.

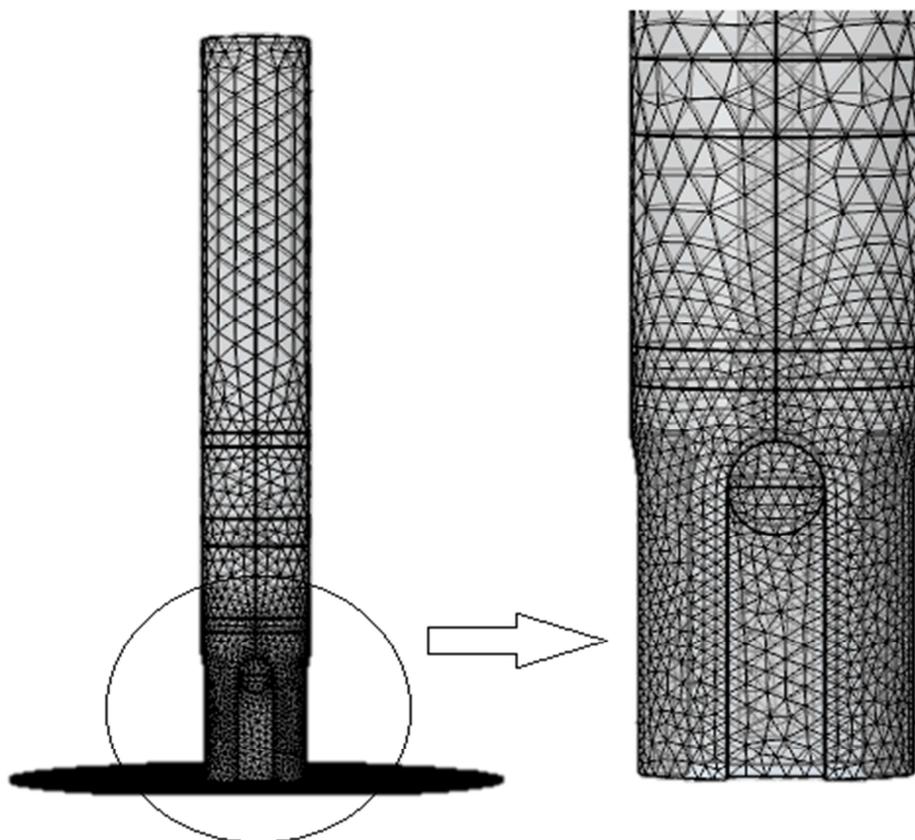


Figura 5-3: Detalle de malla no estructurada del electrodo.

Cada caso a modelar demanda de tamaños de malla distintos debido a que el incremento en la velocidad de rotación provoca un aumento en los niveles de recirculación ocasionando que existan escalas más pequeñas de flujo que impliquen el uso de elementos más pequeños que describan de mejor manera el fenómeno que se forma. Es por ello que el modelamiento de fenómenos de turbulencia requiere de mallas mucho más densas en los lugares de mayor producción de energía cinética. Otro factor importante a modelar es el fenómeno de capa límite que se genera entre el contacto del flujo y las paredes del recipiente y del eje, para mejorar la apreciación de este fenómeno COMSOL crea una fina capa de celdas sobre estas superficies con la finalidad de modelar los efectos viscosos y rotacionales que se producen sobre esta zona.

La selección de la malla para cada caso es resultado del análisis de la influencia del número de elementos sobre la velocidad de la mezcla, se incrementa el número de elementos de la malla con la finalidad de llegar a un valor de velocidad que no varíe bajo una cierta tolerancia y con ello obtener convergencia. Para el modelado de cada caso se usa la malla menos densa que nos garantice convergencia.

El análisis se realizó en seis puntos diferentes del volumen de control ubicados sobre lugares críticos en el modelado del fluido (ver Figura 5-4). Los tres primeros puntos se encuentran a 12 mm sobre el nivel de la base junto a los surcos del eje en la zona de mayor generación de turbulencia, mientras que los tres últimos puntos se encuentran a 40 mm sobre el nivel de la base lejos de la zona de turbulencia. El primero y cuarto punto se encuentra sobre el borde del eje, el segundo y quinto punto se encuentra sobre el límite del dominio rotacional y el tercero y sexto punto se encuentra en el borde exterior junto a las paredes de recipiente; las coordenadas de los puntos se pueden observar en la Tabla 5-3. El análisis de convergencia se realiza para 1.000 rpm y 6.300 rpm, y a partir de esos resultados se adecuan mallas similares para el modelado a 200 rpm y 4.000 rpm respectivamente.

Tabla 5-3: Coordenadas de los 6 puntos para el análisis de convergencia.

Punto	x (mm)	y (mm)	z (mm)
1	5,3	5,3	12
2	10,6	10,6	12
3	24,7	24,7	12
4	5,3	5,3	40
5	10,6	10,6	40
6	24,7	24,7	40

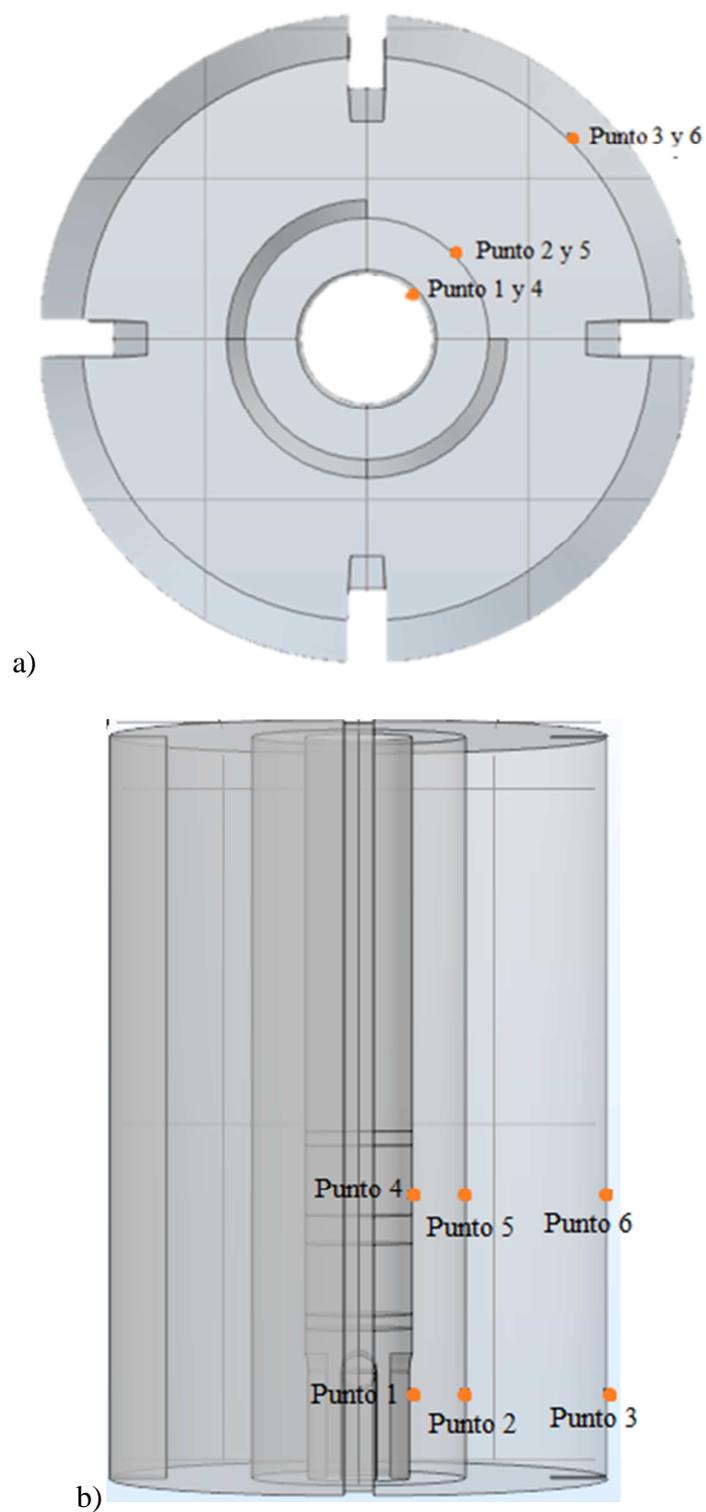


Figura 5-4: a) Ubicación de puntos elegidos para el análisis de convergencia, plano (x,y)
b) Ubicación de puntos elegidos para el análisis de convergencia Plano (y,z) .

A continuación se presentan los gráficos de convergencia para cada punto en análisis a la velocidad de 1.000 rpm:

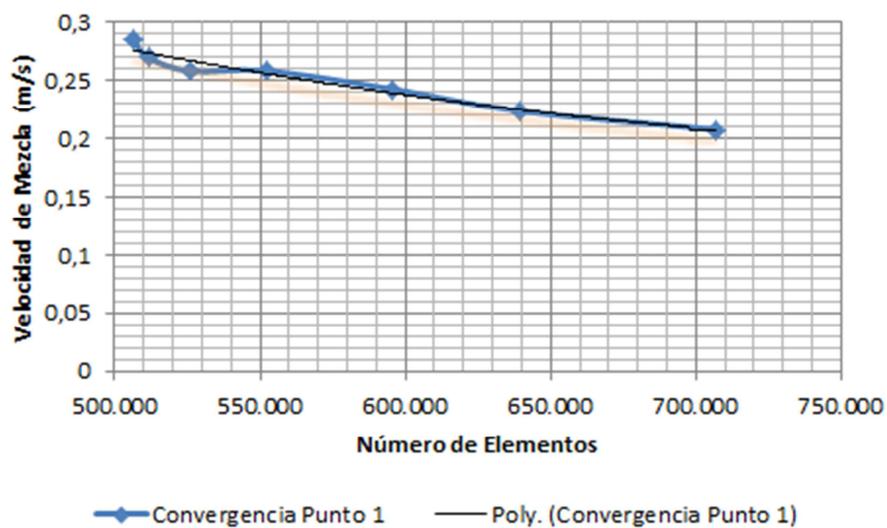


Figura 5-5: Convergencia Punto 1 (1.000 rpm)

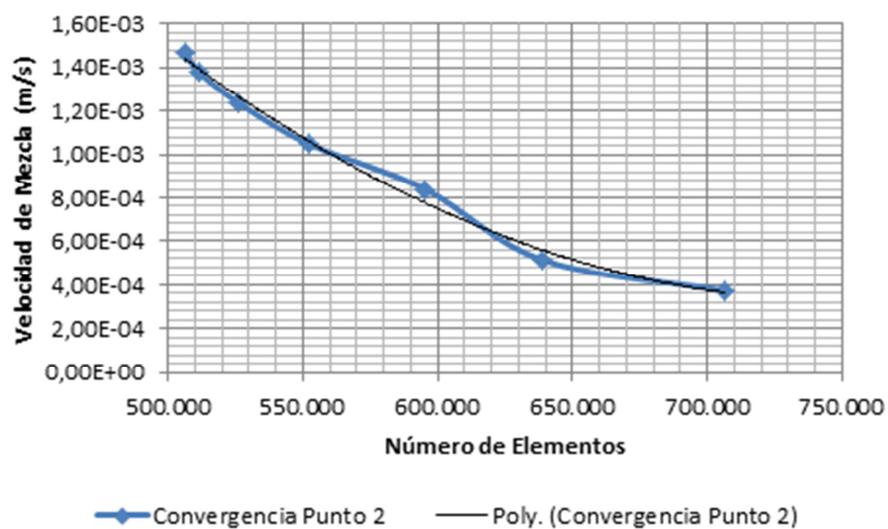


Figura 5-6: Convergencia Punto 2 (1.000 rpm)

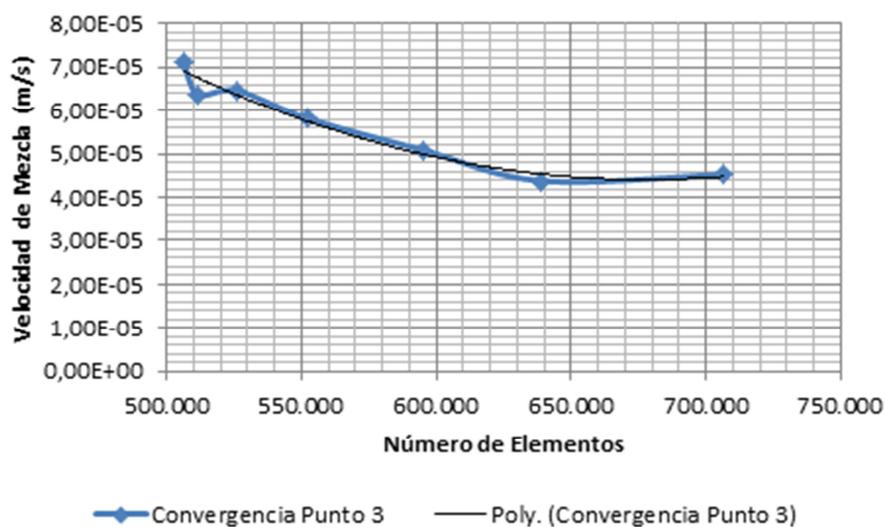


Figura 5-7: Convergencia Punto 3 (1.000 rpm)

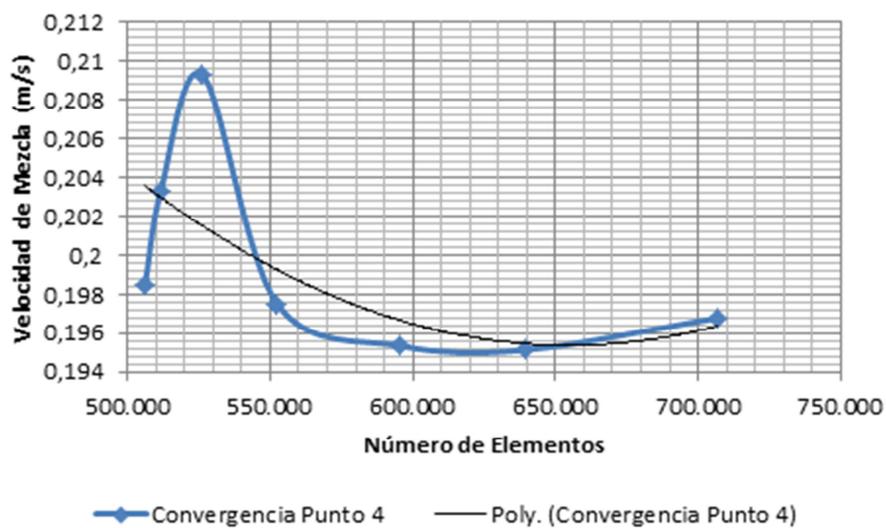


Figura 5-8: Convergencia Punto 4 (1.000 rpm)

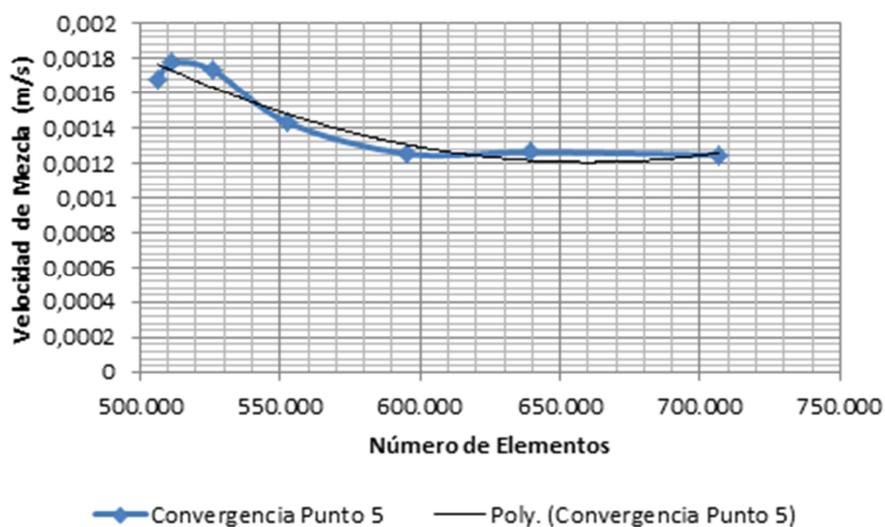


Figura 5-9: Convergencia Punto 5 (1.000 rpm)

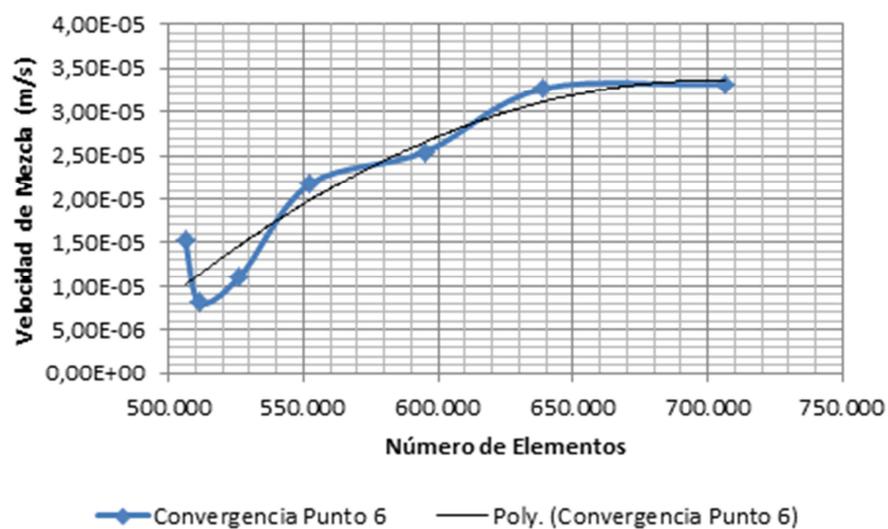


Figura 5-10: Convergencia Punto 6 (1.000 rpm)

Cada Figura de convergencia muestra dos líneas, la línea en color azul une los valores de velocidad para cada número de malla analizado mientras la línea en color negro se genera a partir de un polinomio que muestra la tendencia que siguen las soluciones. De los sitios evaluados el punto uno y dos no muestran en sus Figuras una tendencia hacia algún valor de convergencia, esto se puede deber a que se encuentran en la zona de mayor producción de turbulencia lo que genera una continua fluctuación de velocidades que las mallas

evaluadas no pueden representar, lo que indica que es necesario implementar una malla más densa que muestre el detalle de los fenómenos que allí se generan. Las Figuras de los puntos 3, 4, 5 y 6 muestran una ligera convergencia hacia un valor en particular a partir de una malla con 650.000 elementos en todos los casos. Para determinar el error generado por la malla se aplica la fórmula del error relativo porcentual, fórmula creada para determinar una estimación del error en ausencia del conocimiento de los valores verdaderos y comúnmente aplicados en métodos numéricos que hacen uso de métodos iterativos para determinar la solución como es el presente caso. El error relativo porcentual está dado por (Chapra & Canale, 2006):

$$\varepsilon_r = \left| \frac{u_i - u_{i-1}}{u_i} \right| \times 100\% \quad (5.1)$$

La tabla 5-4 muestra el error relativo porcentual calculado en los 6 puntos para los distintos tipos de malla donde h representa el mínimo tamaño de cada elemento generado:

Tabla 5-4: Error relativo porcentual a 1.000 rpm.

h (mm)	Número de Elementos	Error Relativo Porcentual (%)					
		Er1	Er2	Er3	Er4	Er5	Er6
0,9	511.541	5,87	6,69	11,89	2,36	5,41	87,64
0,8	526.200	4,47	11,55	1,21	2,89	2,71	26,44
0,7	552.350	0,09	18,01	11,19	5,96	20,70	49,24
0,6	595.328	6,46	24,74	14,41	1,12	14,30	14,64
0,5	639.181	8,52	63,82	15,97	0,11	0,78	22,18
0,4	706.698	7,75	37,59	3,10	0,84	1,25	1,26

Los valores de error obtenidos ratifican la información que se obtuvo de los gráficos de convergencia, en el caso de los cuatro últimos puntos evaluados se ve un decrecimiento en su error lo que ratifica su tendencia a la convergencia. En el caso de los valores de error encontrados en los dos primeros puntos es evidente que no se manifiesta una tendencia a disminuir, ésto a pesar de ser valores bajos, sino que persisten en fluctuar

ratificando que podría deberse a la presencia de una recirculación que genera una variación constante en la velocidad en los dos primeros puntos evaluados analizado.

A continuación se presentan los gráficos de convergencia para cada punto analizado a la velocidad de 6.300 revoluciones:

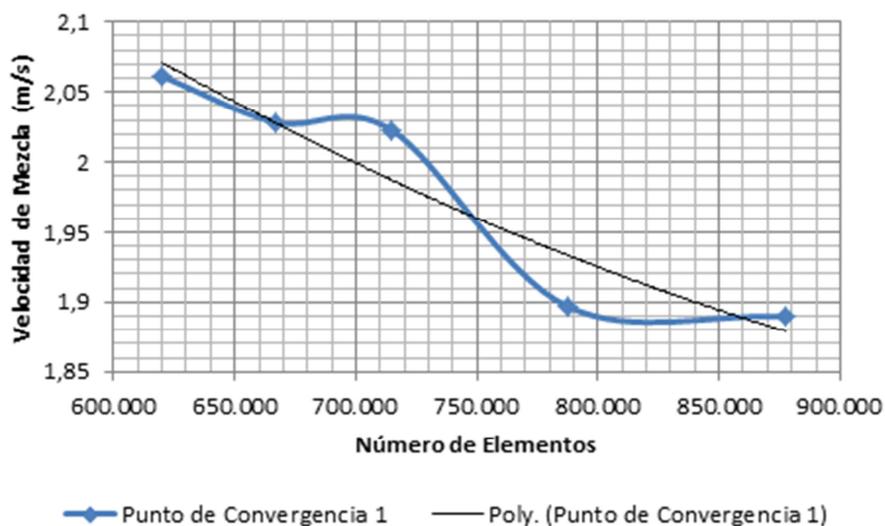


Figura 5-11: Convergencia Punto 1 (6.300 rpm)

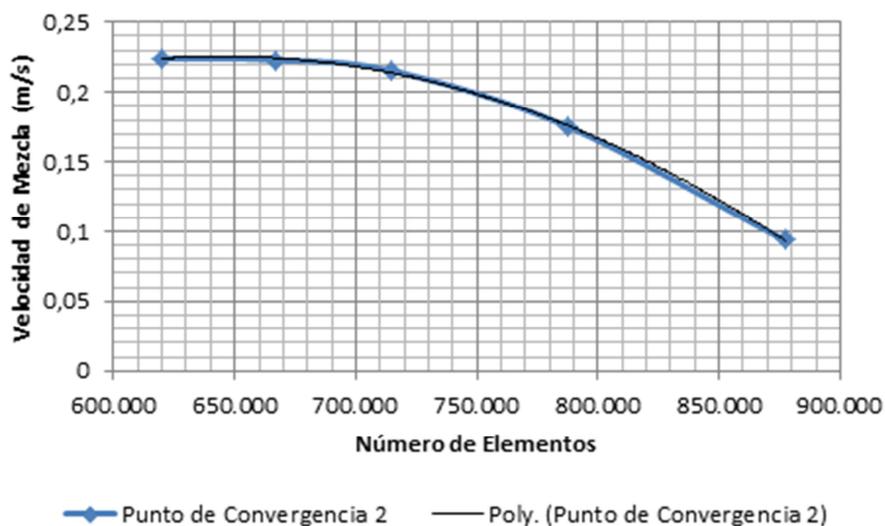


Figura 5-12: Convergencia Punto 2 (6.300 rpm)

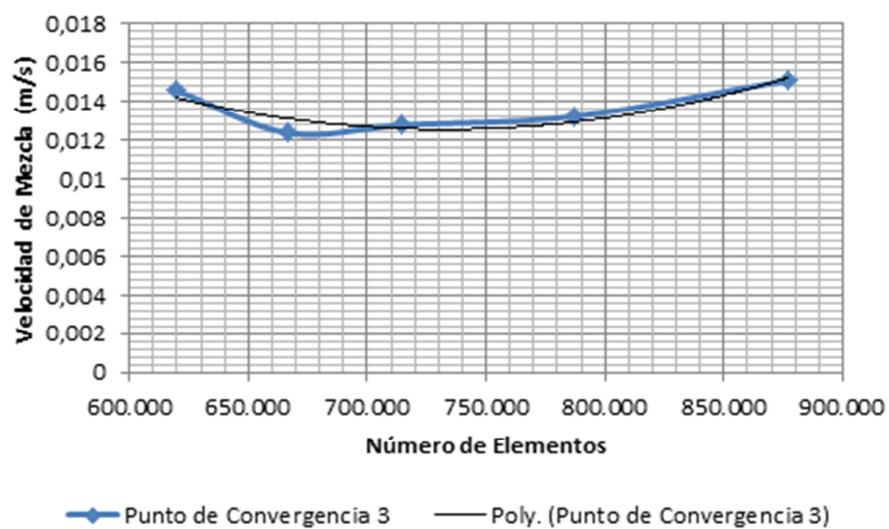


Figura 5-13: Convergencia Punto 3 (6.300 rpm)

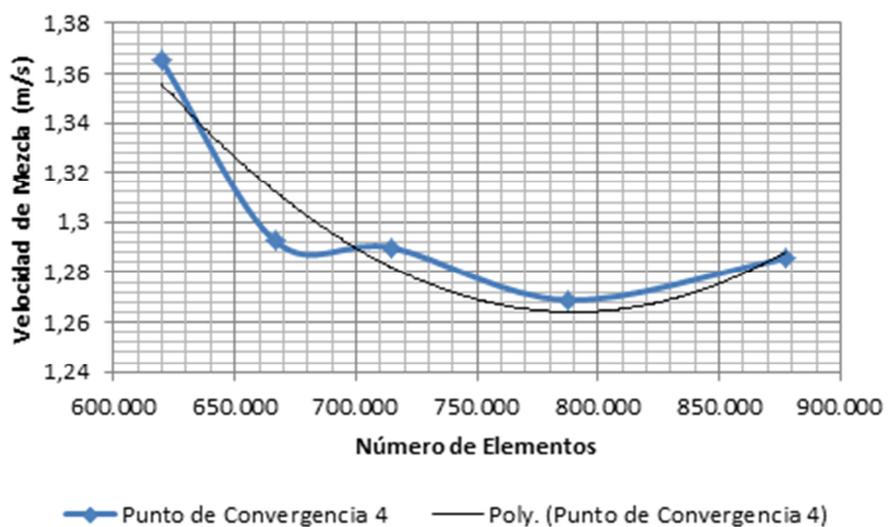


Figura 5-14: Convergencia Punto 4 (6.300 rpm)

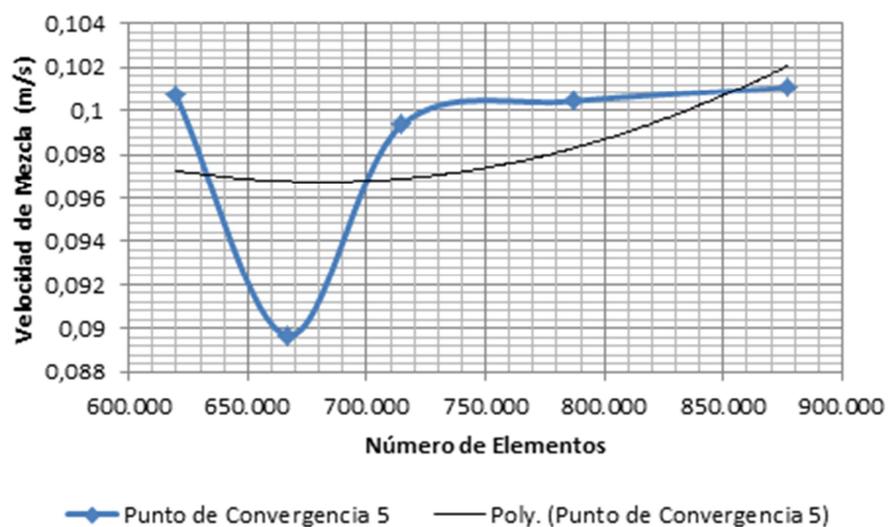


Figura 5-15: Convergencia Punto 5 (6.300 rpm)

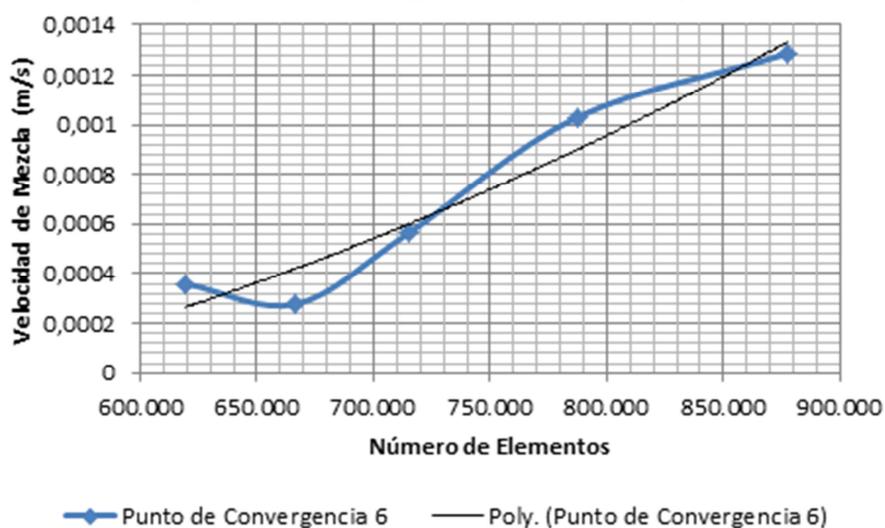


Figura 5-16: Convergencia Punto 6 (6.300 rpm)

Las Figuras nos muestran que para 6.300 rpm en ninguno de los puntos evaluados se llega a obtener convergencia, mientras el número de elementos de malla aumenta el valor obtenido para la velocidad tiende a elevarse o a disminuir sin llegar a un valor en el que se estabilice, por lo que ninguna de las mallas evaluadas cuenta con el número de elementos necesarios para representar bien el fenómeno. A continuación se muestra el error relativo porcentual evaluado sobre los 6 puntos del dominio:

Tabla 5-5: Error relativo porcentual a 6.300 rpm.

h (mm)	Número de Elementos	Error Relativo Porcentual (%)					
		Er1	Er2	Er3	Er4	Er5	Er6
0,6	666.788	1,65	0,50	17,98	5,65	12,31	29,05
0,5	714.901	0,29	3,64	3,19	0,20	9,71	50,69
0,4	787.338	6,61	22,87	3,48	1,65	1,06	45,29
0,3	877.111	0,37	87,10	12,45	1,29	0,63	19,77

En el caso de los tres primeros puntos, el error relativo porcentual no marca una tendencia a disminuir conforme aumenta el número de elementos de malla como se esperaría, sino que entrega valores de error fluctuantes. Esto se puede deber a que los puntos evaluados se encuentran sobre una zona de alta recirculación de líquido generada por las condiciones de velocidad, esto ocasiona la inestabilidad en los valores de velocidad que las mallas evaluadas no pueden representar a cabalidad. En el caso de los tres últimos puntos se puede observar que el valor del error tiende a disminuir lo que indica que si los puntos son evaluados con una malla más densa es probable que se llegue a un valor de convergencia.

Como se manifestó, del número de elementos de la malla depende el porcentaje de error y el tiempo de procesamiento computacional del modelo, en vista de que los recursos computacionales con los que se cuenta son limitados no se pudo seguir evaluando mallas más densas hasta obtener una solución idónea que satisfaga las presentes necesidades.

En ambos casos evaluados la selección de la malla se vio restringida por los recursos computacionales con los que se cuenta y el tiempo de procesamiento de las soluciones, lo que nos obligó a seleccionar mallas no muy densas con el objetivo de obtener una solución cualitativa más no cuantitativa del fenómeno. En la Tabla 5-6 se resumen las

características del tipo de malla que se dispuso para el modelado de cada caso, detallando el número de elementos por malla, los grados de libertad y la calidad de la malla.

Tabla 5-6: Características de las mallas seleccionadas.

Velocidad (rpm)	Número de Elementos	Calidad	Grados de Libertad
200	652.310	0,6782	892.653
1.000	652.820	0,6778	893.241
4.000	706.698	0,6075	1.001.239
6.300	714.901	0,6075	1.325.337

5.4. Condiciones de Borde

La Figura 5-17 muestra las condiciones de borde impuestas sobre el dominio computacional las cuales se describen a continuación:

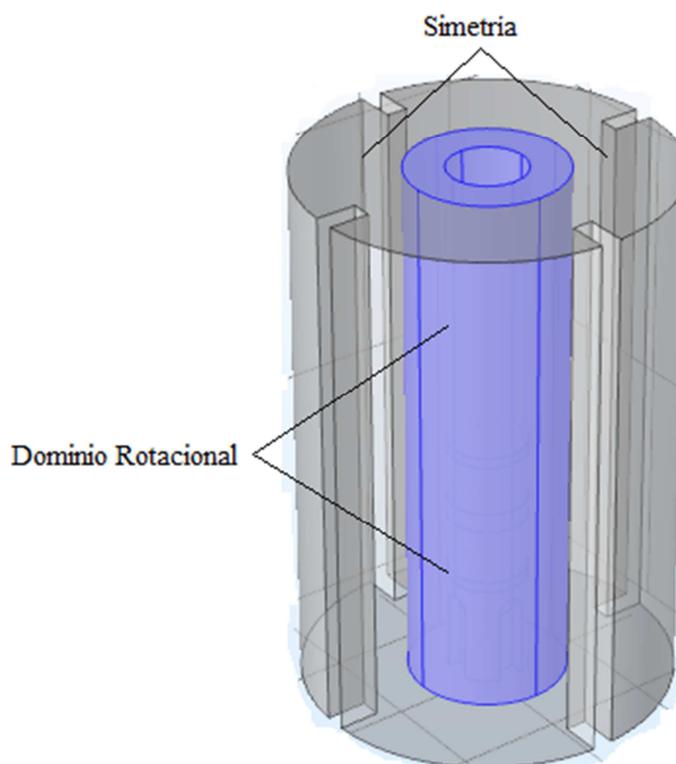


Figura 5-17: Condiciones de borde del dominio computacional.

- **Dominio Rotacional:** El dominio computacional que representa el fluido a modelar se divide en dos partes, el volumen interno representa el movimiento del fluido dentro de la región del impulsor, a esta región se le coloca la condición de “dominio rotacional” que incluye cubrir el volumen con una malla deslizante que se mueve físicamente asemejando el movimiento del líquido alrededor del electrodo; el volumen exterior se mantiene con malla fija. Entre los dos volúmenes existe una condición de Ensamblaje que prescribe continuidad para todos los flujos de mezcla a través de un par de nodos formados entre los dos volúmenes.

- **Simetría:** En la parte superior del volumen se coloca una condición de simetría al no considerar la interacción entre el líquido y el aire presente en la parte superior del envase. Como consecuencia de ello se tiene una velocidad de cero sobre el plano de simetría mientras que se crea un campo de flujo imagen del otro lado del plano de simetría. Para validar la simetría y su efecto sobre la gravedad se planteó un estudio para determinar la influencia de la misma sobre la velocidad del fluido, para ello se llevaron a cabo simulaciones incluyendo y excluyendo el campo de gravedad sobre el dominio a distintas velocidades tal como se muestra en la Tabla 5-7 y 5-8:

Tabla 5-7: Validación del efecto de la gravedad en el punto 1.

Punto 1				
Con Gravedad		Sin Gravedad		Error (%)
rpm	Velocidad (m/s)	rpm	Velocidad (m/s)	
50	0,006349	50	0,006205	2,260
100	0,011605	100	0,011605	0,000
500	0,058918	500	0,058240	1,150
1.000	0,116000	1.000	0,115980	0,017

Tabla 5-8: Validación del efecto de la gravedad en el punto 2.

Punto 2				
Con Gravedad		Sin Gravedad		Error (%)
rpm	Velocidad (m/s)	rpm	Velocidad (m/s)	
50	0,002030	50	0,001811	10,800
100	0,005921	100	0,005931	0,160
500	0,028384	500	0,027977	1,430
1.000	0,046000	1.000	0,045998	0,004

Comparando los resultados obtenidos del modelamiento del fluido con gravedad y sin gravedad se evidencia que para velocidades bajas de rotación de fluido la gravedad ejerce poca influencia entregando resultados con un error de hasta un 10%, conforme la velocidad de rotación del fluido aumenta la influencia de la gravedad va disminuyendo hasta valores despreciables a partir de las 1.000 rpm. Con ello se garantiza que el efecto de la gravedad sobre el modelamiento es poco significativo y se garantiza que la condición de borde de simetría no sufrirá ninguna consecuencia negativa por causa de la gravedad.

- Funciones de Pared: Para las paredes restantes del dominio se asignó la condición de función de pared, la cual se encarga de modelar grandes variaciones de velocidad del flujo cerca de la pared según la teoría de capa límite.

6. RESULTADOS Y ANÁLISIS

En el presente capítulo se muestran las soluciones encontradas al modelado propuesto bajo las distintas velocidades de rotación del eje. Cabe destacar que el modelado se realizó para un tiempo máximo de dos segundos, esto debido a las limitaciones computacionales que se tienen ya que evaluar el comportamiento del experimento para un mayor período hubiera demandado un lapso de tiempo más elevado, en la escala de meses de modelado.

6.1. Concentración de la Fase Dispersa

La concentración de partículas se encuentra ligada directamente con la velocidad de agitación del líquido, esto debido a que el incremento de la velocidad genera mayores fuerzas de arrastre y elevación que sobrepasan la fuerza ejercida por la gravedad y provocando la suspensión de las partículas. Esto produce los distintos grados de concentración de partículas alrededor del dominio computacional.

A fin de verificar la confiabilidad del modelo, la distribución de la concentración de partículas sobre el dominio computacional es comparada cualitativamente con la distribución de partículas obtenida en el experimento real para cada velocidad de rotación; las Figuras se presentan a continuación:

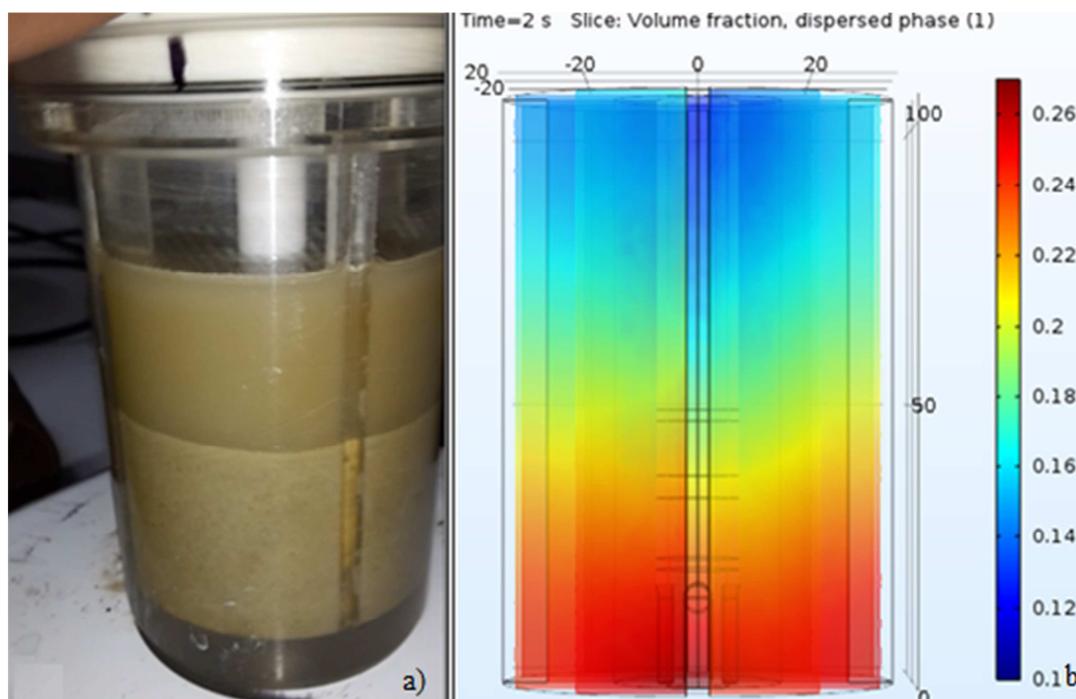


Figura 6-1: Distribución de la fase dispersa a 200 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.

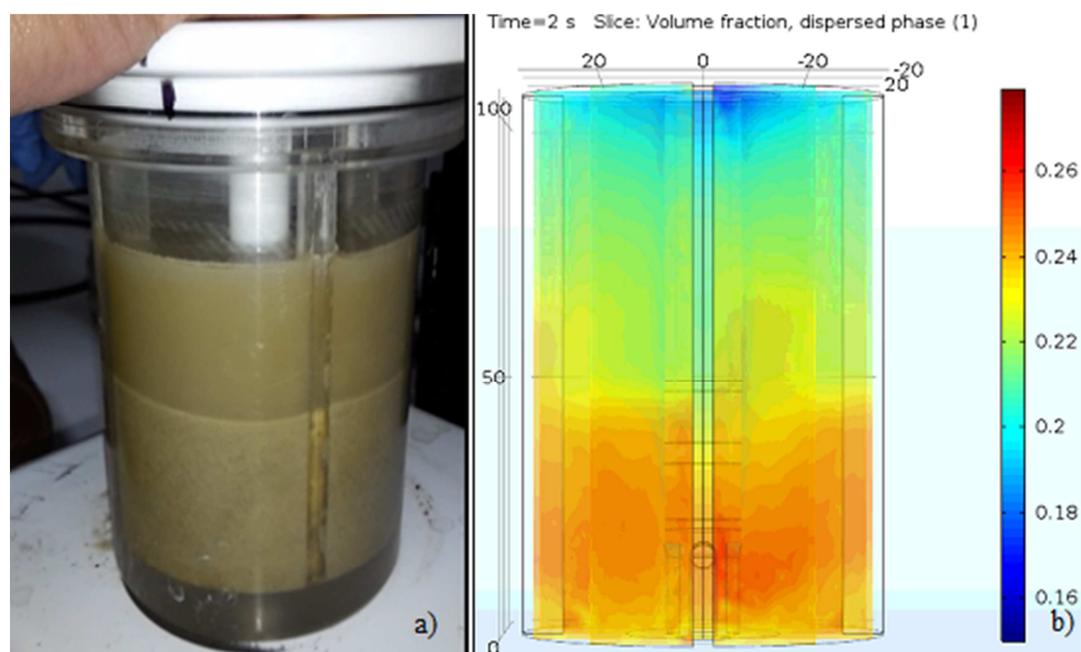


Figura 6-2: Distribución de la fase dispersa a 1,000 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.

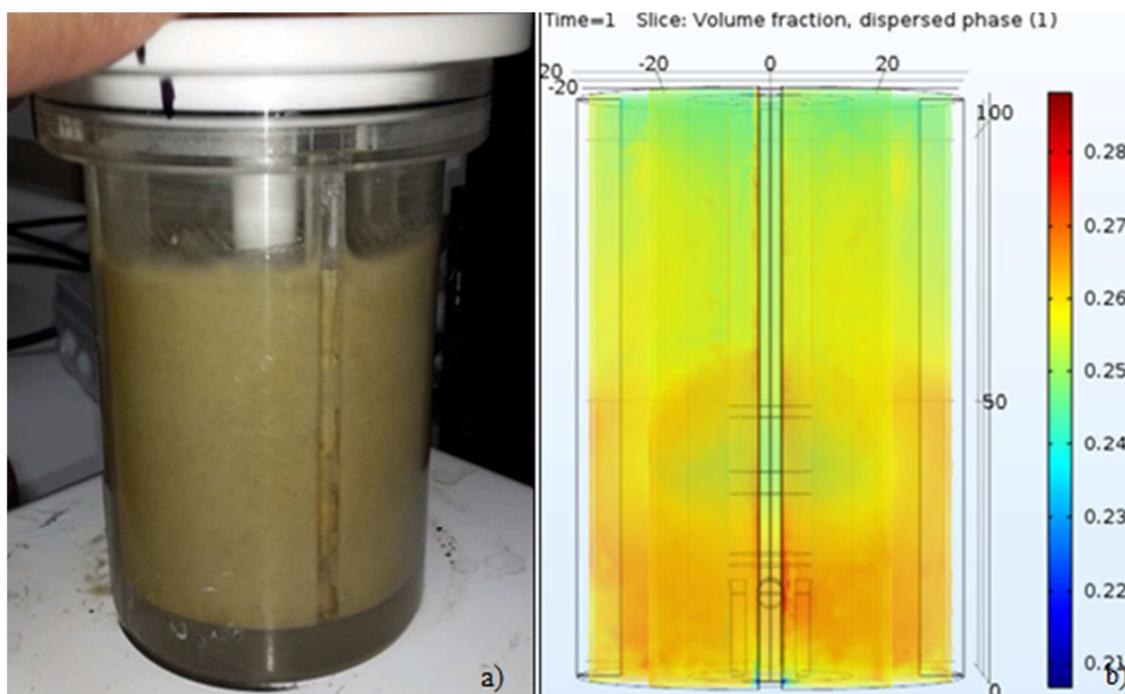


Figura 6-3: Distribución de la fase dispersa a 4.000 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.

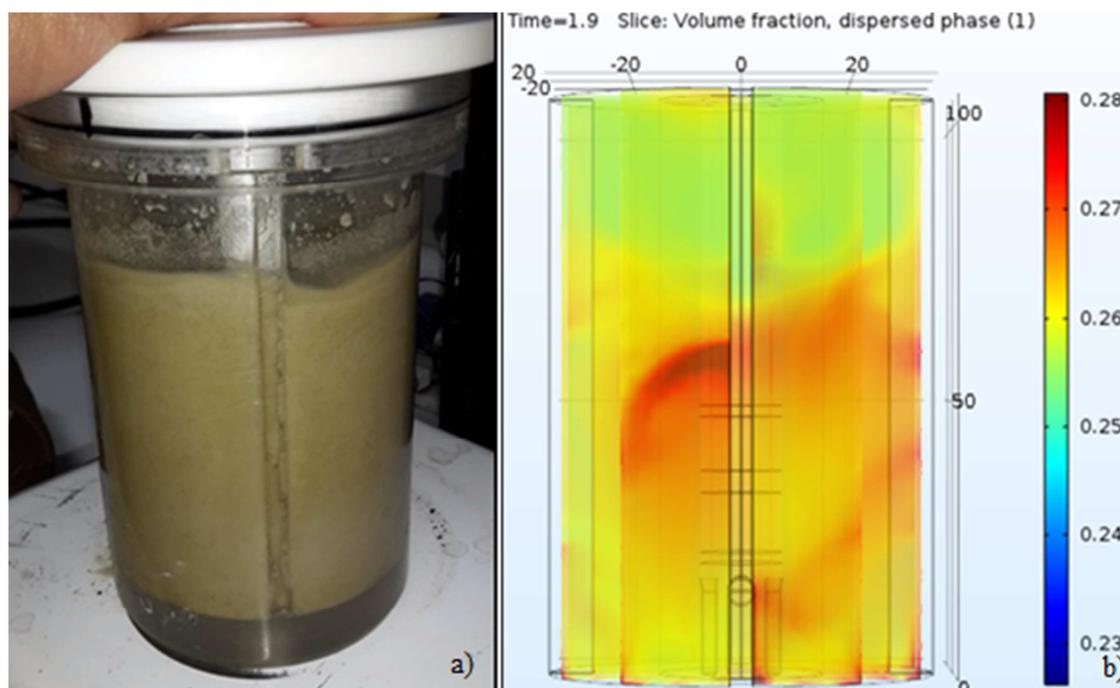


Figura 6-4: Distribución de la fase dispersa a 6.300 rpm: a) sistema físico b) resultado de simulación.

A la velocidad de giro de 200 rpm el eje rotor, por su forma, transfiere una limitada energía mecánica a la mezcla provocando que el fluido no consiga provocar la fuerza de arrastre necesaria para sacar de su condición estática a la mayor parte de las partículas presentes en la mezcla, esto se ve reflejado en la mayor concentración de partículas en la parte inferior del volumen computacional mientras en la parte superior existe un leve movimiento de las mismas. Contrastando la imagen del experimento real y la obtenida con el modelado se puede ver que las dos coinciden en mostrar la mayor concentración de sólidos en la parte inferior del volumen mientras en la parte superior se ve una capa menos densa de partículas circulando junto al fluido.

Conforme aumenta la velocidad de giro del eje rotor, sobre las partículas actúan mayores fuerzas de arrastre y elevación que evitan que éstas permanezcan fijas en la parte inferior del volumen o decanten, lo que produce una suspensión completa de la fase dispersa y ocasiona una mayor distribución de sólidos sobre todo el volumen de flujo. Una mayor distribución de partículas se puede observar en las imágenes a 4.000 y 6.300 rpm, en las imágenes reales se puede evidenciar cualitativamente que existe una mayor distribución de la fase dispersa sobre toda la fase continua del mismo modo que se aprecia en las imágenes entregadas por la simulación.

6.2. Ángulo de Impacto

El ángulo con el que las partículas sólidas impactan la superficie del electrodo es obtenido a partir de los vectores de la velocidad de la fase dispersa (partículas sólidas) sobre un punto cercano al electrodo tal como se presenta en la Figura 6-5. El ángulo θ representa el ángulo con el que la partícula impacta la superficie del electrodo sobre el

plano (x,y) mientras que el ángulo α muestra el ángulo con el que la partícula impacta el electrodo sobre el plano (y,z) tal como se observa en la Figura 6-5.

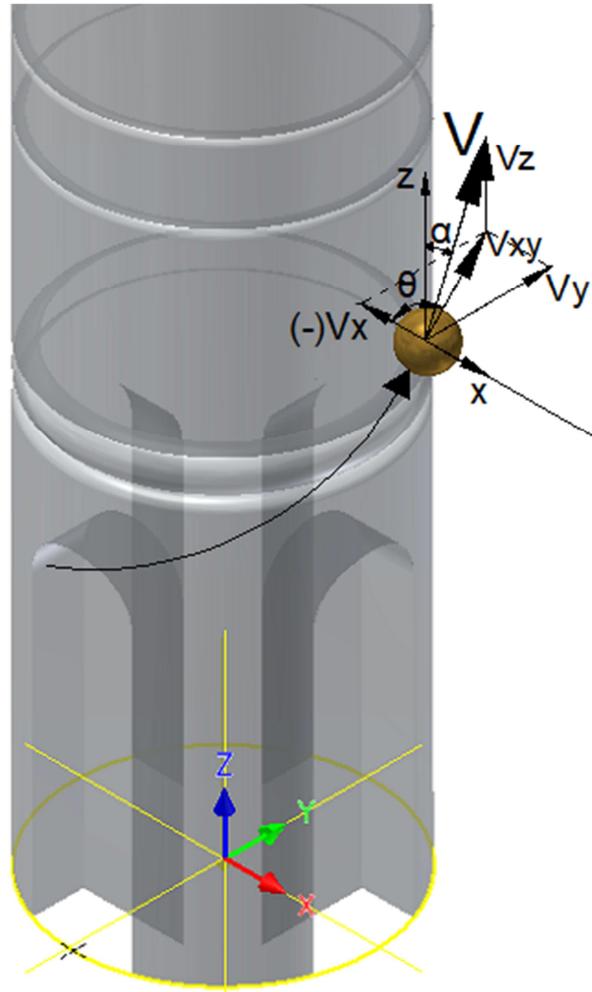


Figura 6-5: Definición de ángulos de impacto de la partícula.

Los ángulo de impacto de las partículas bajo la influencia del régimen de flujo en transición y turbulento fueron medidos en 3 diferentes puntos sobre el perímetro de la circunferencia ubicada en el plano (x,y) a 25 mm de altura sobre el electrodo (ver Figura 6-6). El tiempo de modelación máximo del fenómeno fue de 2 s, y se registraron los valores del ángulo cada 0,1 s.

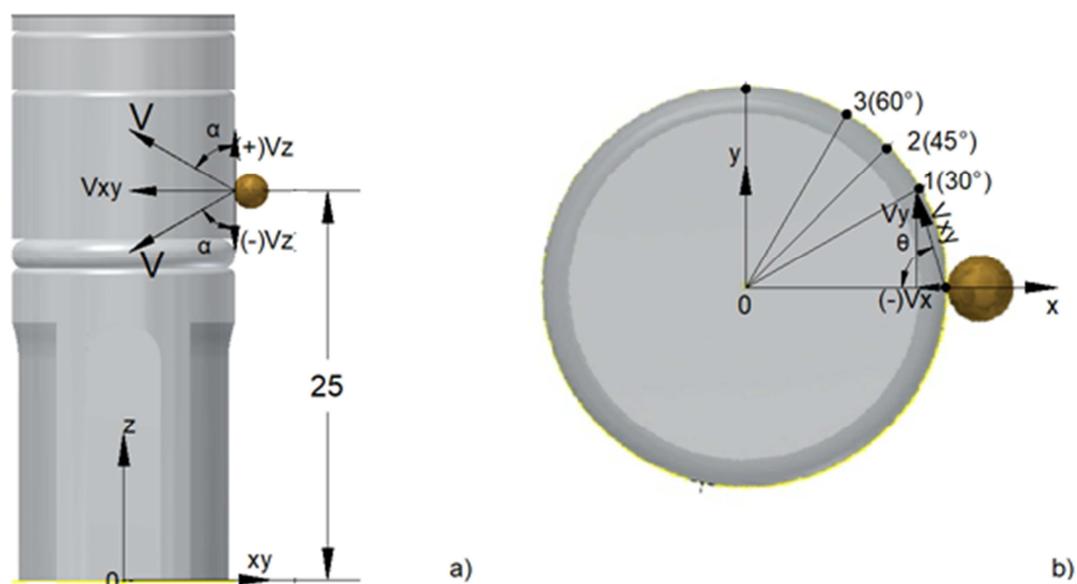


Figura 6-6: Definición de ángulos de impacto de la partícula en a) plano (y,z)
b) plano (x,y) .

A continuación se muestra la variación del ángulo θ y α sobre el punto 2 (a 45°) para los distintos régimen de flujo para cada una de las velocidades de rotación del experimento.

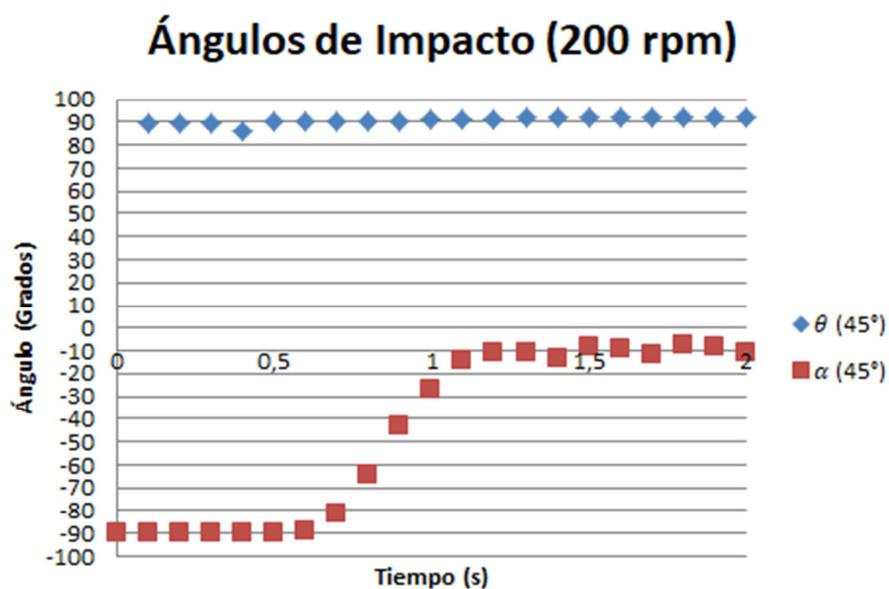


Figura 6-7: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 200 rpm.

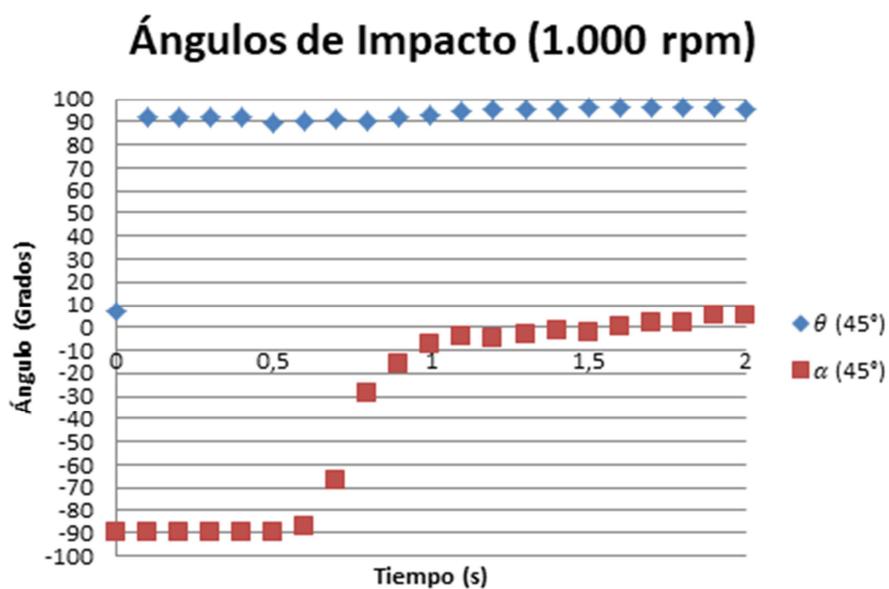


Figura 6-8: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 1.000 rpm.

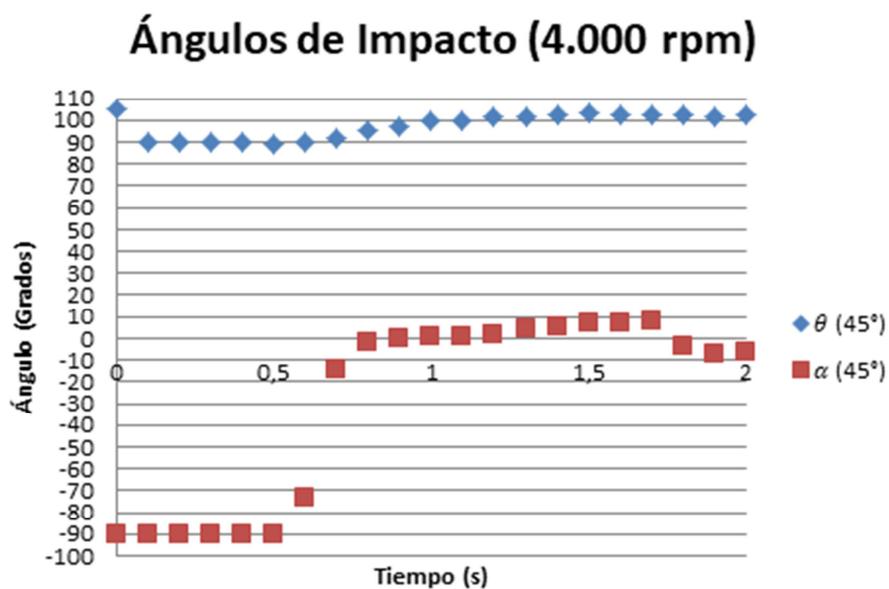


Figura 6-9: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 4.000 rpm.

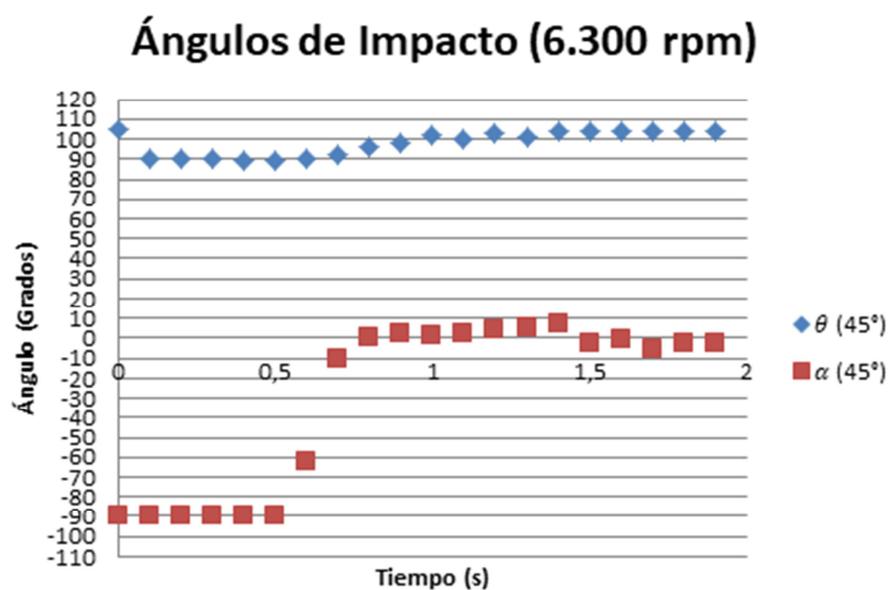


Figura 6-10: Evolución de ángulos de impacto de la partícula θ y α a 6.300 rpm.

En las siguientes Figuras se muestra la variación del ángulo θ en los tres puntos evaluados (a 30°, 45° y 60°):

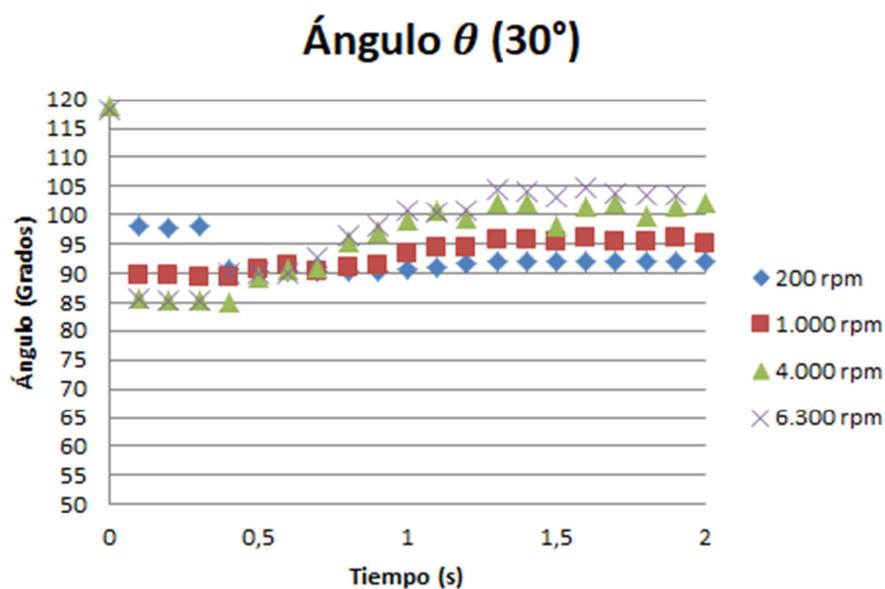


Figura 6-11: Evolución del ángulo de impacto θ en el punto 1 (30°).

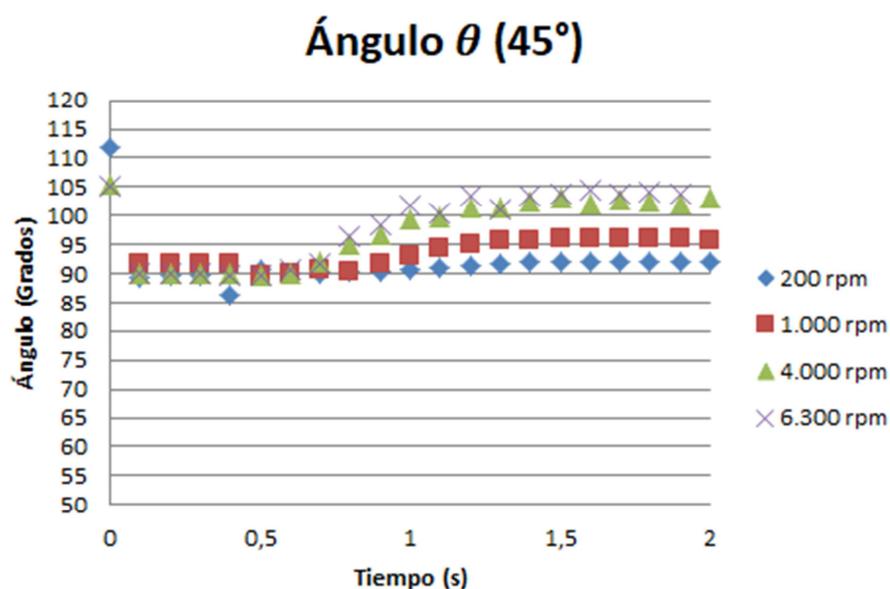


Figura 6-12: Evolución del ángulo de Impacto θ en el punto 2 (45°).

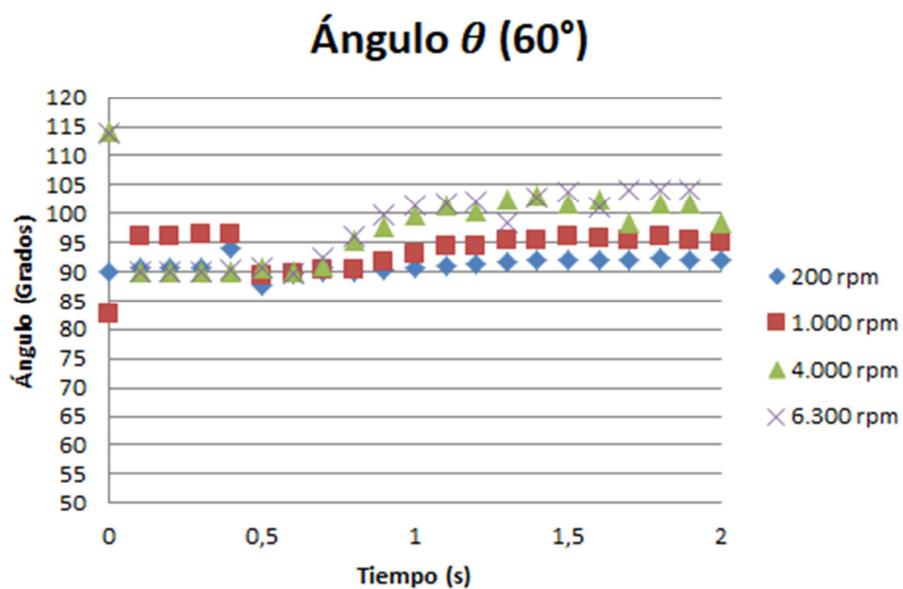


Figura 6-13: Evolución del ángulo de Impacto θ en el punto 3 (60°).

En las siguientes Figuras se muestra la variación del ángulo θ en los tres puntos evaluados (a 30°, 45° y 60°):

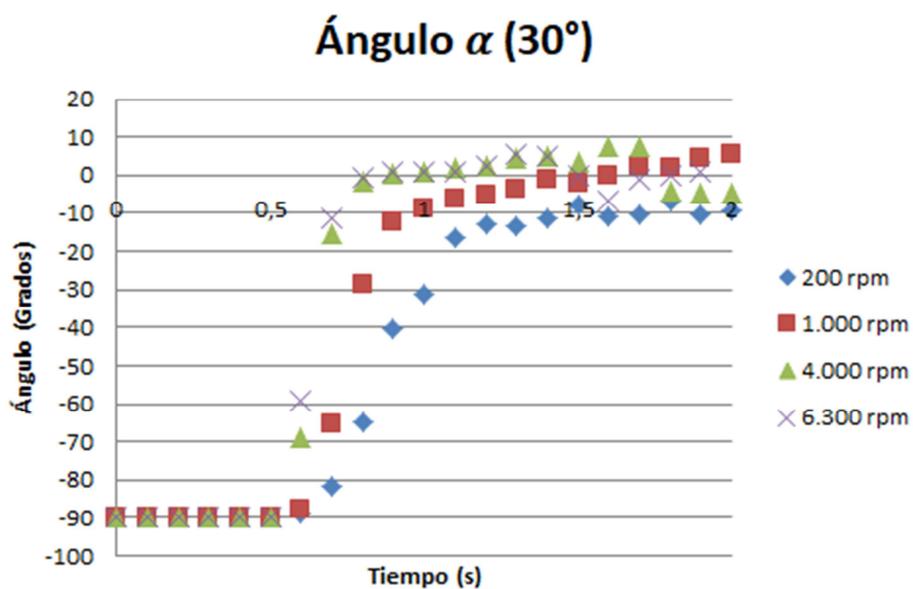


Figura 6-14: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 1 (30°).

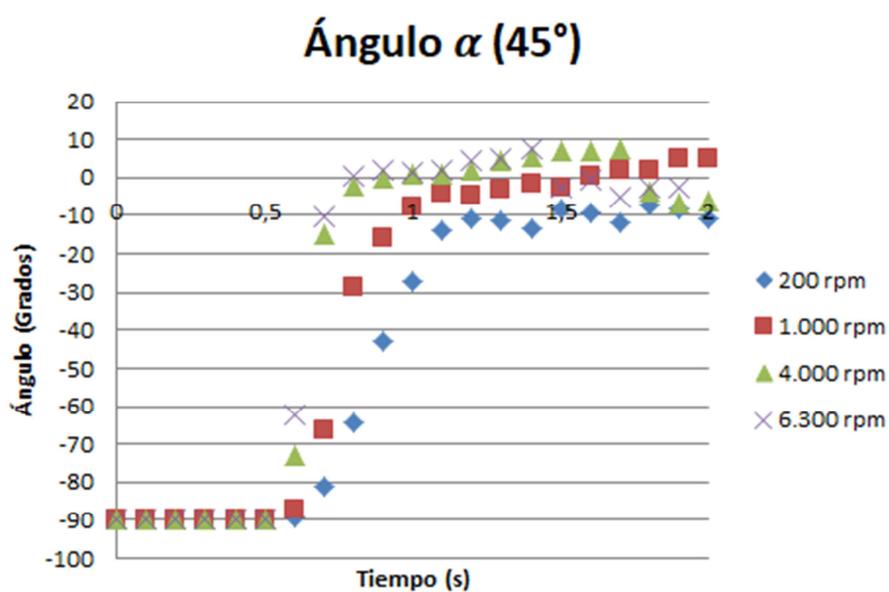


Figura 6-15: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 2 (45°).

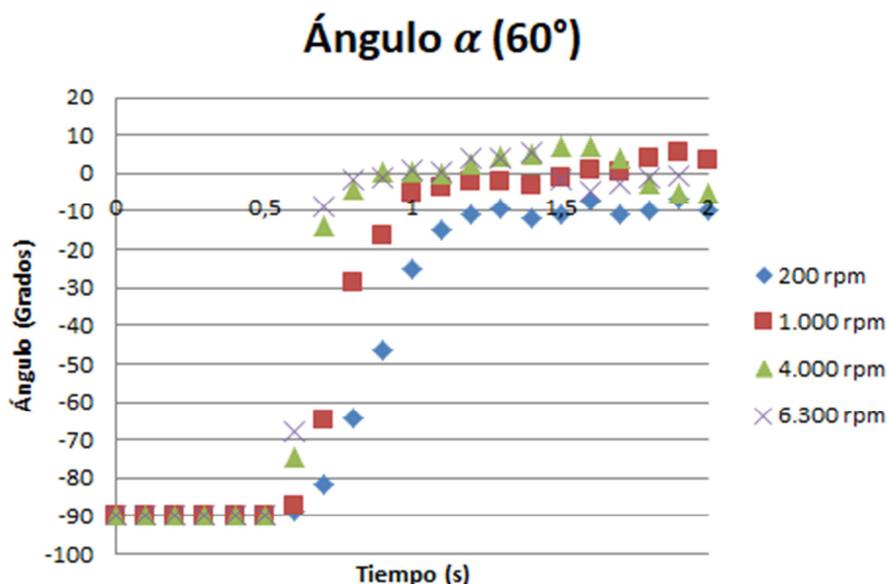


Figura 6-16: Evolución del ángulo de impacto α en el punto 3 (60°).

El modelo parte de cero y demora 1 s hasta llegar a la velocidad de régimen solicitado, es por ello que durante el primer segundo los ángulos de impacto aumentan vertiginosamente y tienden a estabilizarse pasado el primer segundo que es cuando el modelo ya trabaja bajo la velocidad solicitada.

El ángulo de impacto θ sobre el plano (x,y) muestra que a velocidades de flujo bajas las partículas golpean la superficie del electrodo de manera tangencial (89 grados para flujo provocado por 200 rpm) influenciado principalmente por el sentido de flujo de la mezcla, esto deja en evidencia que a velocidades bajas no existe ningún tipo de recirculación y las partículas se mueven debido a la fuerza de arrastre provocada por el fluido. Mientras se eleva la velocidad de la mezcla el ángulo θ va en aumento afectado principalmente por la aparición de recirculaciones producto de los baffles ubicados en la parte externa del volumen, esto ocasiona que las partículas cambien su dirección de flujo e impacten con distintos ángulos el electrodo. A 1.000 rpm el fluido se considera en régimen en

transición, el ángulo θ bordea valores de 86 grados llevando a tener valores de hasta 105 grados a 6.300 rpm.

El ángulo de impacto α sobre el plano (y,z) muestra una mayor variación durante el cambio de velocidad y el régimen de flujo que el ángulo θ , como se puede observar varía desde valores cercanos a los 0 grados a 200 rpm hasta valores que rondan los 7 grados a 6.300 rpm. Durante velocidades de rotación bajas no existe recirculaciones producto del régimen de flujo por lo que el movimiento de las partículas se da por las fuerzas de elevación y arrastre producidas por el fluido, esto provoca que las partículas tengan un movimiento paralelo al eje rotor ocasionando que existas un ángulo de impacto leve entre los mismos. Conforme la velocidad de flujo va en aumento se producen fenómenos de recirculación provocados por la mayor influencia de los baffles presentes en el volumen y también recirculaciones producto del régimen de flujo, esto induce que sobre las partículas no exista sólo la fuerza de elevación y arrastre sino también las fuerzas producto de las recirculaciones que estimulan el cambio de dirección del movimiento de las partículas ocasionando que el ángulo de impacto sea cada vez mayor. Bajo régimen en transición, el ángulo de impacto ronda valores cercanos a diez grados y conforme sigue aumentando la velocidad de flujo el ángulo α debe seguir creciendo.

7. CONCLUSIONES

La fisuras o roturas de tubería producto del desgaste ocasionado por la erosión hace necesario realizar un estudio efectivo que involucre la caracterización de cada parámetro involucrado en el mismo, con miras a desarrollar pronósticos de desgaste confiables. Esto toma mayor importancia considerando que parte de la tubería se encuentra sobre lugares de difícil acceso en los cuales no es posible mantener un monitoreo constante y algún fallo representaría un daño ambiental considerable y un perjuicio económico para la empresa dueña del ducto. En este trabajo se utilizó el programa COMSOL Multiphysics 5.2 para implementar un modelo de electrodo cilíndrico giratorio en un fluido bifásico con el fin de analizar la variación del ángulo con el que las partículas sólidas impactan la superficie del electrodo. Las principales conclusiones del presente trabajo son las siguientes:

- El modelo Euler-Euler implementado en el programa limita la modelación de la trayectoria y ángulo de impacto de la partícula ya que considera a la fase dispersa como un continuo dejando de lado la influencia de aspectos externos que afectan el real comportamiento de la partícula en el fluido como es la interacción con el resto de partículas presentes y su influencia en su trayectoria. Además, al utilizar las ecuaciones RANS para el modelado de flujo turbulento se pierde la influencia de las fluctuaciones presentes en el fluido a pequeñas escalas ya que este modelo hace uso de cantidades promediadas para dar soluciones aproximadas en el tiempo a las ecuaciones de Navier-Stokes.
- En general, los ángulos de impacto simulados son sólo una aproximación de los valores reales de los ángulos, esto debido a que el modelado se realizó con tamaño de mallas

fuera del rango de convergencia debido principalmente a la gran demanda computacional que se genera si se utiliza una malla fina; por lo que el estudio sirve más como una apreciación cualitativa más no cuantitativa de los ángulo de impacto de las partículas. Dell mismo modo con la magnitud de las velocidades obtenidas, éstas son una aproximación pero no garantizan un valor acertado del proceso.

- La velocidad del fluido incide directamente en el ángulo de impacto de las partículas, ya que a bajas velocidades de flujo la partícula impacta tangencialmente la superficie mientras que al incrementar la velocidad del fluido y pasar de régimen en transición a turbulento las partículas golpean con mayores ángulos la superficie del metal provocando deformaciones que ocasionan un mayor daño a la integridad física de la tubería.

Este trabajo ilustra la posibilidad de caracterizar la ocurrencia del fenómeno de erosión mediante el uso de recursos computacionales que permiten obtener variables que promueven la erosión; dejando claro que para obtener mejores resultados se requiere de equipos de cómputo más sofisticados y de mayor capacidad. A futuro, se propone el uso del modelo Euler-Lagrange para modelar el fenómeno de modo de hacer una caracterización más precisa de la trayectoria de las partículas y poder cuantificar el verdadero daño que éstas causan a la superficie del metal y cómo influyen en el fenómeno de corrosión.

BIBLIOGRAFIA

Abulnaga, B. E. (2002). *Slurry Systems Handbook*. United State: McGrawHill.

Amarendra, H. J., Chaudhari, G. P., & Nath, S. K. (2012). Synergy of cavitation and slurry erosion in the slurry pot tester. *Wear*, 290–291, 25–31. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2012.05.025>

ASTM G119-09, G.-09. (2016). Standard Guide for Determining Synergism Between *Wear and Corrosion 1*, 9(Reapproved 2016), 1–6. <https://doi.org/10.1520/G0119-09R16.2>

Bozzini, B., Salento, U., Milano, P., & Salento, U. (2003). Evaluation of erosion – corrosion in multiphase flow via CFD and experimental analysis via CFD and experimental analysis, 1648(January 2014). [https://doi.org/10.1016/S0043-1648\(03\)00181](https://doi.org/10.1016/S0043-1648(03)00181)

Chapra, S., & Canale, R. (2006). *Métodos Numéricos para Ingenieros (Fifth Edition)*. Mexico: Mc Graw Hill.

CIA. (2013). [www.cia.gov](https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/fields/2117.html). Retrieved from <https://www.cia.gov/library/publications/the-world-factbook/fields/2117.html>

COMSOL. (2015). *CFD Module*. COMSOL.

ConsejoMinero. (2016). *Reporte Anual 2016*. Santiago - Chile.

Cunha, S. B. (2012). Comparison and Analysis of Pipeline Failure Statistics, (September 2012). <https://doi.org/10.1115/IPC2012-90186>

Elghobashi, S. (1994). Elghobashi , S .: On Predicting Particle-Laden Turbulent Flows . *Applied Scientific Research* 52 , (August 2015). <https://doi.org/10.1007/BF00936835>

Ferziger, J., & Peric, M. (2002). *Computational Methods for Fluid Dynamics (3th Edition)*. New York: Springer.

Finnie, I. (1960). Erosion of Surfaces by Solid Particles. *Wear*, 3, 87–103.

Gresho, P. M., & Sani, R. L. (2000). *Incompressible Flow and the Finite Element Method*. John Wiley And Sons, LTD.

Hysing, S., & Turek, S. (2012). Evaluation of commercial and academic CFD codes for a two-phase flow benchmark test case, (Ls Iii), 1–13.

Ishii, M., & Hibiki, T. (2011). *Thermo-Fluid Dynamics of Two-Phase Flow* (Second Edition). Springer.

Jana, B. D., & Stack, M. M. (2005). Modelling impact angle effects on erosion-corrosion of pure metals: Construction of materials performance maps. *Wear*, 259(1–6), 243–255. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2005.02.012>

Llewellyn, R. J., Yick, S. K., & Dolman, K. F. (2004). Scouring erosion resistance of metallic materials used in slurry pump service, 256, 592–599. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2003.10.002>

Matsumura, M. (1994). Erosion-Corrosion of Metallic Materials in Slurries, 321–340.

Mohammadi, F., Luo, J., Lu, B., & Afacan, A. (2010). Single particle impingement current transients for prediction of erosion-enhanced corrosion on 304 stainless steel. *Corrosion Science*, 52(7), 2331–2340. <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2010.03.007>

Paul, E. L., Atiemo-obeng, V. A., & Kresta, S. M. (2004). *Handbook of industrial mixing* (First Edit). New Jersey: John Wiley & Sons.

Postlethwaite, J., & Nestic, S. (2000). Erosion-Corrosion in Single and Multiphase Flow. In R. Winston Revie (Ed.), *Uhlig's Corrosion Handbook*. Second Edition (Second Edi, pp. 249–272).

Ranade, V. V. (2002). *Computational flow modeling for chemical reactor engineering*. (G. Stephanopoulos & J. Perkins, Eds.). London: Academic Press.

Rubiato Elizalde, J. M. (2001). *Mejores prácticas de transporte internodal en las Américas: estudio de caos de exportaciones del Mercosur al NAFTA*. Santiago - Chile: Naciones Unidas.

Surana, K. S., Allu, S., Tenpas, P. W., & Reddy, J. N. (2007). k -Version of finite element method in gas dynamics: higher-order global differentiability numerical solutions, (July 2006), 1109–1157. <https://doi.org/10.1002/nme>

U.S.E.P.A. (2014). Pipeline Failures. In An Assessment of Potential Mining Impacts on Salmon Ecosystems of Bristol Bay, Alaska (pp. 11–1, 11–32). Seattle: Bristol Bay Assessment.

Uzi, A., & Levy, A. (2016). Modelling the particles impingement angle to produce maximum erosion. *Powder Technology*, 301, 1032–1043. <https://doi.org/10.1016/j.powtec.2016.07.041>

Walsh, F. C., Kear, G., Nahlé, A. H., Wharton, J. A., & Arenas, L. F. (2017). The rotating cylinder electrode for studies of corrosion engineering and protection of metals — An illustrated review. *Corrosion Science*, (March), 1–20. <https://doi.org/10.1016/j.corsci.2017.03.024>

Wang, H. W., & Stack, M. M. (2000). The erosive wear of mild and stainless steels under controlled corrosion in alkaline slurries containing alumina particles. *Journal of Materials Science*, 35, 5263–5273.

Yabuki, A., Matsuwaki, K., & Matsumura, M. (1999). Critical impact velocity in the solid particles impact erosion of metallic materials, 468–475.

ANEXO

PROPIEDADES DE UNA MUESTRA DE RELAVE

	LABORATORIO DEL CENTRO DE INVESTIGACIÓN JRI S.A. INFORME DE RESULTADOS CDI-LAB-REG-083 v2	LAB 52/16

Tabla 2: Densidad de sólidos.

Identificación	Densidad de sólidos [g/cm ³]
RS- PUC	2.77 ± 0.02

Promedio de 2 mediciones, CV ≤ 3%
Gravimetría en picnómetro Gay-Lussac.

8.2 Ensayos de reología

Las mediciones fueron realizadas en reómetro Haake modelo RS6000, con sensor de cilindro (Z40 DIN Ti) y a partir de los reogramas obtenidos se determina tensión de fluencia y viscosidad de Bingham, los resultados se presentan en la Tabla 4. El CI-JRI preparó una muestra a un Cp adicional.

Tabla 4: Tensión de fluencia y viscosidad de Bingham.

Identificación CI-JRI	Cp nominal [%]	Cp real [%]	Tensión de fluencia [Pa]	Viscosidad [mPa s]	pH []
RS- PUC	45%	48%	0.03 ± 0.00	3.3 ± 0.1	8.6
	55%	59%	0.13 ± 0.01	6.9 ± 0.2	8.5
	65%	65%	0.32 ± 0.01	16 ± 0.4	8.6
	70%	71%	2.60 ± 0.10	62 ± 1.0	8.6