



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE  
MATRICES DINÁMICAS DE VIAJE  
SOBRE UN CORREDOR DE  
TRANSPORTE PÚBLICO, UTILIZANDO  
DATOS HISTÓRICOS E INFORMACIÓN  
EN TIEMPO REAL**

**FELIPE ANDRÉS ZÚÑIGA GONZÁLEZ**

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:  
**JUAN CARLOS MUÑOZ A.**

Santiago de Chile, agosto de 2011  
© 2011, Felipe Andrés Zúñiga González



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE  
MATRICES DINÁMICAS DE VIAJE  
SOBRE UN CORREDOR DE  
TRANSPORTE PÚBLICO, UTILIZANDO  
DATOS HISTÓRICOS E INFORMACIÓN  
EN TIEMPO REAL**

**FELIPE ANDRÉS ZÚÑIGA GONZÁLEZ**

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

**JUAN CARLOS MUÑOZ A.**

**RICARDO GIESEN E.**

**ÁLVARO SOTO A.**

**ANGELO GUEVARA C.**

**JOSÉ LUIS ALMAZÁN C.**

Para completar las exigencias del grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, agosto de 2011

A mi nona Raquel.  
La de la veta científica de la familia.

## AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer a Dios, a mi familia, amigos y la Xime por haberme acompañado en forma incondicional durante este proceso. Han sido un gran apoyo para los instantes de flaqueza, y de reafirmación para los buenos momentos. Siento y creo firmemente que mi elección de hacer un postgrado fue la correcta, pues me permitió crecer no sólo a nivel académico, sino también a nivel personal, rodeándome de gente de gran nivel humano.

Le agradezco profundamente a mi profesor supervisor, Juan Carlos Muñoz, por su siempre asertivo consejo, apoyo, guía y ganas de empujar mi proyecto hacia adelante. Rescato su constante inquietud por resolver nuevas preguntas, explorar distintas áreas, y, principalmente, su rigurosidad en lo técnico, que llevaron la tesis a un inmejorable final.

Agradezco también a Ricardo Giesen por su entrega y compromiso para conmigo. Me entregó siempre acertados comentarios, orientados con la mejor de las intenciones. Estuvo siempre muy disponible para mis preguntas, especialmente en la ausencia de JuanCa. Todo su apoyo se traduce hoy en un proceso satisfactorio para todos.

A la comisión de profesores integrada por Ángel Guevara, Álvaro Soto y José Luis Almazán, cuyos comentarios y preguntas ayudaron a mejorar en forma muy importante la calidad del trabajo final, que se ve reflejada en este documento.

A las secretarías de Transporte, la Ani, la Pía y la Carlita, que siempre me ayudaron con las impresiones, el proyector, su buena onda y mucho más.

Finalmente, a mis compañeros de postgrado, especialmente a Tomás "meini" Pinochet, Felipe "alguna vez fui feliz" Delgado, Sebastián "Lord of the Surveys" Raveau, Daniel "avanzo ene trabajando en Sandvik" Rodríguez, Germán "pégate un viaje" Günther, Philippe "Builder" Burq, Lucho "Starcraft" Aliaga, Pablo "tesis en inglés es más bacán" Mandujano, J.I. "Colors" Benavente, Homero "anagrama" Larrain, Fran Navarrete, Pipe Herrera, y a algunos que se me escapan. Fueron años espectaculares, llenos de ~~carretes~~ congresos, ~~coffees~~ coffee-breaks y de experiencias de crecimiento en conjunto.

## ÍNDICE GENERAL

	Pág.
<b>AGRADECIMIENTOS .....</b>	<b>ii</b>
<b>ÍNDICE DE TABLAS.....</b>	<b>vi</b>
<b>ÍNDICE DE FIGURAS.....</b>	<b>viii</b>
<b>GLOSARIO DE TÉRMINOS.....</b>	<b>x</b>
<b>RESUMEN.....</b>	<b>xix</b>
<b>ABSTRACT.....</b>	<b>xx</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN .....</b>	<b>1</b>
1.1    MOTIVACIÓN.....	1
1.2    ASPECTOS GENERALES DE LA ESTIMACIÓN DE MATRICES OD.....	4
1.3    ALCANCE .....	5
1.4    OBJETIVOS DE LA INVESTIGACIÓN.....	7
1.5    ESTRUCTURA DE LA TESIS .....	7
<b>2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>9</b>
2.1    PRELIMINARES.....	9
2.2    ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE MATRICES OD EN TRANSPORTE PRIVADO .....	12
2.3    ESTIMACIÓN Y PREDICCIÓN DE MATRICES OD EN TRANSPORTE PÚBLICO .....	17
2.4    RESUMEN .....	27
<b>3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA .....</b>	<b>29</b>
3.1    ENUNCIADO DEL PROBLEMA .....	29
3.2    DEFINICIONES Y NOTACIÓN GENERAL .....	30
3.3    DESCRIPCIÓN DEL CORREDOR BAJO ANÁLISIS.....	31
3.3.1    Sistema Tarifario y Recopilación de Información .....	31
3.3.2    Muestra de Datos disponible.....	32
3.3.3    Depuración y Manejo de la Base de Datos .....	35
3.3.4    Análisis de la Muestra depurada .....	36
3.3.5    Tiempos de Viaje en la red.....	47

<b>4. MARCO TEÓRICO .....</b>	<b>61</b>
4.1 ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS CON INFORMACIÓN INCOMPLETA .....	62
4.1.1 Preliminares.....	63
4.1.2 Censura Tipo I – Aplicación al Caso del Corredor .....	64
4.2 MODELO DE DISTRIBUCIÓN DE VIAJES .....	67
4.2.1 Modelo Propuesto .....	67
4.2.2 Actualización Bayesiana de Parámetros .....	69
4.3 DISTRIBUCIÓN LOGNORMAL.....	70
4.4 REDES NEURONALES ARTIFICIALES (RNAs).....	72
4.4.1 Introducción y Conceptos Fundamentales .....	73
4.4.2 Arquitectura de las RNAs .....	76
4.4.3 Tipos de RNAs.....	78
4.4.4 Redes Neuronales Supervisadas.....	79
4.4.5 Selección de Arquitectura Óptima de RNA .....	82
4.5 MEDIDAS DE ERROR PARA LA ESTIMACIÓN DE MATRICES OD.....	83
<b>5. ALGORITMO PROPUESTO PARA LA ESTIMACIÓN DE MATRICES OD PARA TRANSPORTE PÚBLICO (EODTP).....</b>	<b>84</b>
5.1 DEFINICIONES GENERALES Y NOTACIÓN.....	84
5.1.1 Matriz $M_i^{kh}$ .....	86
5.1.2 Matriz $P_i^{kh}$ .....	88
5.1.3 Matriz $Z_i^{kh}$ .....	88
5.2 DESCRIPCIÓN GENERAL DEL ALGORITMO DE EODTP .....	89
5.2.1 Procesamiento de subidas y bajadas .....	92
5.2.2 Estimar las matrices $M_i^{h0}$ y $Z_i^{h0}$ .....	92
5.2.3 Actualizar las matrices $P_i^{kh}$ .....	93
5.2.4 Actualizar las matrices $M_i^{kh}$ y $Z_i^{kh}$ .....	100
5.3 ESCENARIOS DE PRUEBA – PRIMER CONJUNTO .....	103
5.3.1 Descripción General.....	104
5.3.2 Parámetros Utilizados .....	105
5.3.3 Generación de los Escenarios de Evaluación.....	108

5.3.4	Resultados .....	109
5.3.5	Tiempos Computacionales .....	129
5.4	ESCENARIOS DE PRUEBA – SEGUNDO CONJUNTO .....	133
5.4.1	Datos Utilizados .....	133
5.4.2	Parámetros .....	133
5.4.3	Resultados .....	135
5.4.4	Tiempos Computacionales .....	138
<b>6.</b>	<b>ALGORITMO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DE MATRICES OD PARA TRANSPORTE PÚBLICO (PODTP).....</b>	<b>139</b>
6.1	SELECCIÓN DE VARIABLES .....	140
6.2	TRABAJO PRELIMINAR.....	142
6.3	ARQUITECTURA DE LA RED .....	143
6.4	ENTRENAMIENTO DE LA RED.....	144
6.5	RESULTADOS.....	145
6.5.1	Selección de la Arquitectura Óptima .....	145
6.5.2	Entrenamiento con la Arquitectura Óptima .....	147
<b>7.</b>	<b>CONCLUSIONES.....</b>	<b>151</b>
7.1	CONCLUSIONES GENERALES.....	151
7.2	ALGORITMO DE EODTP.....	152
7.3	ALGORITMO DE PODTP .....	152
7.4	TRABAJO FUTURO .....	153
	<b>BIBLIOGRAFÍA.....</b>	<b>156</b>
	<b>ANEXOS .....</b>	<b>161</b>

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 3–1: Notación general .....	30
Tabla 3–2: Períodos de operación del corredor de Merval .....	34
Tabla 3–3: Viajes en Merval – Desagregación por mes .....	37
Tabla 3–4: Viajes anuales por día de la semana en Merval .....	38
Tabla 3–5: Viajes en Merval – Proporción de viajes según destino por período del año	39
Tabla 3–6: Matriz OD promedio – Día Laboral – Punta Mañana.....	41
Tabla 3–7: Ejemplo de estimación de $\hat{\sigma}_h^2$ .....	56
Tabla 4–1: Ejemplos de función de activación .....	75
Tabla 5–1: Notación de la etapa de EODTP .....	85
Tabla 5–2: Matriz $M_i^{kh}$ ejemplo.....	86
Tabla 5–3: Etapas internas del algoritmo de EODTP .....	91
Tabla 5–4: Parámetros de un experimento con censura Tipo I Simple.....	95
Tabla 5–5: Matriz de escenarios – C1 .....	104
Tabla 5–6: Parámetros de distribución de viajes – C1 .....	106
Tabla 5–7: Parámetros de tiempo de viaje por par OD – C1 .....	107
Tabla 5–8: Diferencias y similitudes entre los distintos casos de prueba.....	109
Tabla 5–9: Valores esperados de probabilidades de elección de destino (C1) .....	111
Tabla 5–10: Caso 1 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1) .....	112
Tabla 5–11: Caso 1 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1) .....	113
Tabla 5–12: Caso 1 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1).....	113
Tabla 5–13: Caso 1 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	114
Tabla 5–14: Caso 1 – Distribución esperada promedio de bajada de pasajeros (C1)....	115
Tabla 5–15: Caso 2 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1).....	117

Tabla 5–16: Caso 2 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1) .....	118
Tabla 5–17: Caso 2 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1).....	118
Tabla 5–18: Caso 2 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	119
Tabla 5–19: Caso 3 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1) .....	121
Tabla 5–20: Caso 3 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1) .....	122
Tabla 5–21: Caso 3 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1).....	122
Tabla 5–22: Caso 3 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	123
Tabla 5–23: Caso 4 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1) .....	125
Tabla 5–24: Caso 4 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1) .....	125
Tabla 5–25: Caso 4 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1).....	126
Tabla 5–26: Caso 4 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	127
Tabla 5–27: Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C1).....	130
Tabla 5–28: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C1) .....	130
Tabla 5–29: Calibración de Parámetros Dirichlet – Datos Reales (C2).....	134
Tabla 5–30: Error promedio de estimación (EODTP) – SRMSE (C2).....	135
Tabla 5–31: Error promedio de estimación (EODTP) – RMSE (C2).....	136
Tabla 5–32: Error promedio de estimación (EODTP) – RNWP (C2) .....	136
Tabla 5–33: Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C2).....	138
Tabla 6–1: Variables utilizadas en el algoritmo de PODTP .....	141
Tabla 6–2: Resultados de selección de la Arquitectura de la RNA .....	147
Tabla 6–3: Resultados Algoritmo de PODTP – RMSE en conjunto DP .....	148

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2–1: Corredor de transporte público modelado – Li (2008).....	21
Figura 3–1: Ejemplo de validaciones del ST en el corredor de Merval.....	32
Figura 3–2: Demanda mensual en el corredor de Merval.....	37
Figura 3–3: Demanda anual por día de la semana en Merval.....	38
Figura 3–4: Viajes en Merval – Datos atípicos en febrero de 2006.....	43
Figura 3–5: Distribución de viajes – Miércoles de Febrero de 2006.....	44
Figura 3–6: Estaciones con mayor atracción de viajes – Miércoles de febrero de 2006.....	45
Figura 3–7: Viajes en Merval – Junio de 2008.....	46
Figura 3–8: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Punta Mañana.....	49
Figura 3–9: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Punta Tarde.....	49
Figura 3–10: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Fuera de Punta.....	50
Figura 3–11: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Sábado – Todo el día.....	51
Figura 3–12: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Domingo – Todo el día.....	51
Figura 3–13: Conjunto $t_{8,12}^{TEN}$ en 13.03.2007 – Punta Tarde.....	54
Figura 3–14: Conjunto $t_{8,12}^{TREN}$ en 13.03.2007 – Fuera de Punta.....	55
Figura 3–15: Distribución de tiempo de viaje entre el par (1,8) con frecuencia nueva ...	60
Figura 4–1: Modelo de neurona artificial.....	74
Figura 4–2: Ejemplo de red <i>feedforward</i> .....	77
Figura 4–3: Ejemplo de redes neuronales recurrentes.....	78
Figura 5–1: Esquema general del algoritmo de EODTP.....	90
Figura 5–2: Esquema iterativo de actualización (Etapas 3 y 4) – Algoritmo EODTP ..	103
Figura 5–3: Esquema del corredor de prueba.....	105
Figura 5–4: Valores esperados de probabilidades de elección de destino de viaje (C1).....	111

Figura 5–5: Caso 1 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	115
Figura 5–6: Caso 2 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	120
Figura 5–7: Caso 3 – Probabilidades de Elección de Destino de Viaje (C1).....	124
Figura 5–8: Caso 4 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1) .....	128
Figura 5–9: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (Caso 1 y 2) (C1) .....	131
Figura 5–10: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (Caso 3 y 4) (C1) .....	132
Figura 5–11: Comportamiento SRMSE Promedio – EODTP (C2) .....	137
Figura 6–1: Función de Autocorrelación Parcial – Ejemplo: Par OD = (1,8).....	146
Figura 6–2: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Laboral.....	149
Figura 6–3: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Sábados.....	150
Figura 6–4: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Domingos o Festivos .....	150

## GLOSARIO DE TÉRMINOS

### SIGLAS GENERALES

Siglas	Significado
AFC	<i>Automated Fare Collection</i> (Recolección Automática de la Tarifa)
AIC	<i>Akaike Information Criterion</i>
APC	<i>Automatic Passenger Counting</i> (Conteo Automático de Pasajeros)
AR	Modelo Autorregresivo
AVL	<i>Automatic Vehicle Location</i> (Localización Automática de Vehículos)
BIC	<i>Bayesian Information Criterion</i>
CE	Capa(s) de Entrada de la RNA
CO	Capa(s) Oculta de la RNA
CS	Capa(s) de Salida de la RNA
DA	<i>Direction Accuracy</i>
DE	Datos de Entrenamiento
DP	Datos de Prueba
DV	Datos de Validación
EMV	Estimador de Máxima Verosimilitud
EOPT	Algoritmo de Estimación de Matrices OD en Transporte Público
FAP	Función de Autocorrelación Parcial
IPF	<i>Iterative Proportional Fitting</i>
MAPE	<i>Mean Absolute Prediction Error</i>
MB	Método de Balanceo
MDA	<i>Modified Direction Accuracy</i>
MLE	<i>Maximum Likelihood Estimation</i>
MLP	<i>Multilayer Perceptron</i>
MSE	<i>Mean Squared Error</i>
NA	Neurona Artificial
OD	Origen–Destino
PODTP	Algoritmo de Predicción de Matrices OD en Transporte Público

RMSE	<i>Root Mean Squared Error</i>
RNA	Red Neuronal Artificial
RNAu	Redes Neuronales Autoasociativas
RNS	Redes Neuronales Supervisadas
RNWP	<i>Relative Number of Wrong Predictions</i>
RODS	<i>Rolling Origin Destination Survey</i>
SOM	<i>Self-Organizing Maps</i>
SRMSE	<i>Standardized Root Mean Squared Error</i>
ST	Sistema Tarifario
TfL	<i>Transport for London</i>
VOD	Denominación de un ST donde el usuario debe validar tanto en la estación de origen como en la de destino
WIC	<i>Weighted Information Criterion</i>

## REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Modelo	Término	Definición
Ashok y Ben-Akiva (1993)	$\mathcal{N}$	Conjunto de nodos de la red
	$\mathcal{L}$	Conjunto de arcos de la red
	$n_{OD}$	Número de pares OD en la red
	$x_h \in \mathbb{R}^{n_{OD}}$	Matriz OD que captura todos los viajes que comienzan durante el intervalo $h$
	$x_h^H \in \mathbb{R}^{n_{OD}}$	Matriz OD histórica asociado al intervalo $h$
	$\partial x_h$	Vector de desviaciones de flujos OD del intervalo $h$ con respecto a la situación histórica. Se calcula como $\partial x_h = x_h - x_h^H$
	$n_l$	Número de arcos de la red equipados con sensores para realizar conteos de tráfico
	$y_{lh}$	Número de vehículos que atraviesan el sensor $l$ durante el intervalo $h$

Wong y  
Tong  
(1998)

$f_h^p$	Matriz de $n_{OD} \times n_{OD}$ que mide la influencia del vector de desviaciones del intervalo $p$ sobre el vector de desviaciones del intervalo $h$ , es decir, el aporte de $\partial x_p$ a $\partial x_h$
$q_0$	Número de intervalos anteriores a $h$ que tienen influencia sobre $\partial x_h$
$w_h$	Vector de variables aleatorias que capturan el error del modelo de la ecuación (2.1)
$Q_h$	Matriz de varianzas y covarianzas de $w_h$ , de tamaño $n_{OD} \times n_{OD}$
$a_h^p$	Matriz de $n_l \times n_{OD}$ llamada matriz de asignación, que relaciona los flujos OD que comienzan durante el intervalo $p$ con los flujos en arcos observados durante el intervalo $h$
$p_0$	Número máximo de intervalos de tiempo necesarios para viajar entre cualquier par OD
$v_h$	Vector de variables aleatorias que capturan el error de medición del vector de variables $y_{lh}$
$R_h$	Matriz diagonal de varianzas y covarianzas de $v_h$ , de tamaño $n_l \times n_l$
$T$	Período bajo análisis
$m$	Número de intervalos en que fue dividido el período $T$
$\tau$	Longitud de cada uno de los $m$ intervalos
$\bar{C}_{kt}$	Bajadas de pasajeros en el arco $k$ durante el intervalo $t$
$d_{ijr}$	Número de viajes entre el par $(i, j)$ que comienzan durante el intervalo $r$
$p_{ktr}^{ij}$	Proporción de usuarios que viajan entre el par $(i, j)$ durante el intervalo $r$ y que llegarán al final del arco $k$ durante el intervalo $t$

Li (2008)	$N$	Número de estaciones del corredor unidireccional
	$y_i$	Número de pasajeros que suben en la estación $i$ del corredor
	$z_j$	Número de pasajeros que bajan en la estación $j$ del corredor
	$x_{ij}$	Número de viajes realizados entre el par $(i, j)$
	$\xi_i$	Estado de un pasajero en el corredor. Se define como $\xi_i = 1$ si el pasajero está a bordo de un vehículo en la parada $i$ y $\xi_i = 0$ si no

### DEFINICIÓN DEL PROBLEMA – TÉRMINOS GENERALES

Término	Definición
$T$	Período bajo análisis
$K$	Número de intervalos en que fue dividido el período $T$
$k$	Contador de intervalos, donde $k = 1, \dots, K$
$\Delta$	Longitud de cada intervalo $k$
$N$	Número de estaciones del corredor bidireccional
$n_{OD}$	Número de pares OD en la red. Se calcula como $n_{OD} = N \cdot (N - 1)$
$h$	Intervalo de observación del sistema, definido como $h = [h^-, h^+)$ , donde $h^-$ y $h^+$ definen los instantes de inicio y término de dicho intervalo. El instante actual corresponde a $h^+$
$S_{max}$	Máxima duración (en intervalos de largo $\Delta$ ) de cualquier viaje en la red
$O$	Estación de origen de un viaje realizado en la red
$\mathcal{D}_i^k$	Destino de viaje de un usuario que inicia su viaje en la estación $i$ durante el intervalo $k$
$\{q_{ij}^k\}_{j=1}^N$	Probabilidad de que $\mathcal{D}_i^k = j$ , para todas las estaciones $j = 1, \dots, N$

$y_i^k$	Afluencia de pasajeros a la estación $i$ durante el intervalo $k$ , donde $k \leq h$
$t_{ij}^k$	Tiempo de viaje (aleatorio) entre el par $(i, j)$ , para un viaje iniciado durante el intervalo $k$ , medido en minutos
$E(t_{ij}^k)$	Valor esperado de la distribución de $t_{ij}^k$
$Var(t_{ij}^k)$	Varianza de la distribución de $t_{ij}^k$
$CV_{ij}^t$	Coefficiente de variación de la distribución de $t_{ij}^k$
$t_{ij}^{min}$	Tiempo mínimo de viaje entre el par $(i, j)$ , medido en minutos
$w_i$	Tiempo de espera en la estación $i$
$E(w_i)$	Valor esperado del tiempo de espera $w_i$
$\tilde{h}$	Intervalo entre trenes sucesivos
$CV_h$	Coefficiente de variación de la distribución del intervalo entre trenes sucesivos
$\sigma_{\tilde{h}}^2$	Varianza de la distribución de los intervalos entre trenes sucesivos
$\hat{\sigma}_{\tilde{h}}^2$	Estimador de $\sigma_{\tilde{h}}^2$
$E(h^*)$	Valor del nuevo intervalo esperado entre trenes, donde $h^*$ difiere al valor promedio utilizado históricamente

## MARCO TEÓRICO

Sección	Término	Definición
4.1.1	$\{U_i\}_{i=1}^n$	Muestra de tamaño $n$ de una variable aleatoria continua $U$
	$u_i$	Observación de la variable aleatoria $U_i$
	$f(u)$	Función de densidad de probabilidad de $U$
	$F(u)$	Función de distribución acumulada de $U$ . Se calcula como $F(u) = P(U \leq u)$
	$S(u)$	Función de supervivencia de $U$ . Se calcula como $S(u) = 1 - F(u)$

	$T$	Duración del experimento bajo un esquema de censura Tipo I. Es un valor fijo.
	$r$	Número de individuos de los cuales se conoce el valor de $u_i$ , con un esquema de censura Tipo I
	$w$	Número de individuos de los cuales se conoce el valor de $u_i$ , con un esquema de censura Tipo II
	$X$	Tiempo aleatorio de duración del experimento, bajo un esquema de censura Tipo II
4.1.2	$v_0^i$	Instante de entrada en el experimento del individuo $i$
	$v_{end}^i$	Instante de término de observación (tiempo de censura) del individuo $i$
	$\{v_i\}_{i=1}^n$	Tiempos de censura de cada individuo. Fueron reescalados por medio de $v_i = v_{end}^i - v_0^i$
	$\{T_i\}_{i=1}^n$	Variables aleatorias que representan las observaciones obtenidas del sistema, bajo el esquema de censura Tipo I
	$\delta_i$	Indicador de falla. Cumple que $\delta_i = 1$ si el tiempo de viaje del $i$ -ésimo individuo es conocido exactamente, y $\delta_i = 0$ si dicho tiempo es censurado
	$L$	Función de verosimilitud
	$l$	Función de log-verosimilitud, obtenida como $l = \ln(L)$
	$\theta$	Vector de parámetros asociados con las funciones $f(\cdot)$ y $S(\cdot)$
4.2	$p_i^k$	Vector de las probabilidades $\{q_{ij}^k\}_{j=1}^N$
	$\alpha_i^k$	Vector de los parámetros $\{\alpha_{ij}^k\}_{j=1}^N$ , los cuales describen la

		distribución Dirichlet $Dir(\alpha_i^k)$
4.3	$\mu, \sigma$	Media y desviación estándar de una variable aleatoria $ln(X)$ que se distribuye Normal
	$\mu_L, \sigma_L$	Media y desviación estándar de la distribución Lognormal, que son función de $\mu$ y $\sigma$
4.4	$\{x_i\}_{i=1}^n$	Valores de entrada a la RNA, vector de $n$ elementos
	$\{w_i\}_{i=0}^n$	Pesos sinápticos de la RNA, vector de $(n + 1)$ elementos
	$E(w)$	Función de error a optimizar con el entrenamiento de la RNA, en función del vector de pesos sinápticos $w$
	$f(\cdot)$	Función de activación de las NA
	$n_{in}$	Número de neuronas en la CE de la RNA
	$n_{out}$	Número de neuronas en la CS de la RNA
	$n_h$	Número de neuronas en la CO de la RNA
	$n_E$	Número de épocas de entrenamiento

### ALGORITMO DE EODTP

Término	Definición	Carácter
$S_k^+$	Se calcula como $S_k^+ = k + (S_{max} - 1)$ , y corresponde al máximo intervalo en que terminarán los viajes originados durante el intervalo $k$ . Se denominará $T_k$ al conjunto de intervalos $[k, S_k^+]$ .	Dato
$S_k^-$	Análogo a $S_k^+$ . Se calcula como $S_k^- = k - (S_{max} - 1)$ , y refleja que todos los viajes iniciados durante el intervalo $S_k^-$ , concluirán a más tardar durante el intervalo $k$ .	Dato
$m_{ij}^{kth}$	Número de viajes para el par $(i, j)$ , detectados en el intervalo $h$ , que	Dato /

	comenzaron durante el intervalo $k$ y terminaron durante el intervalo $t$ , donde $t \in T_k^{REAL} = [k, h]$ . Para $t \in T_k^{EST} = (h, S_k^+]$ , dichos valores deberán ser estimados. Es claro que $T_k = T_k^{REAL} \cup T_k^{EST}$ .	Variable a estimar
$\tau_{ri}^k$	Instante de llegada del $r$ -ésimo usuario a la estación $i$ durante el intervalo $k$ . Dicho usuario terminará su viaje en algún intervalo $t \in T_k$ .	Dato
$x_{ij}^{kh}$	Número total de viajes para el par $(i, j)$ , estimado en el intervalo $h$ , que comenzaron durante el intervalo $k$ . La estimación <i>a priori</i> para los mismos valores se denotará por $x_{ij}^{k0}$ . Se cumple que $k \leq h$ .	Variable a estimar
$q_{ij}^{kh}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje iniciado en la estación $i$ durante el intervalo $k$ , tenga como destino la estación $j$ . La probabilidad <i>a priori</i> asociada a este valor se denotará por $q_{ij}^{k0}$ . Se cumple que $\sum_{j=1}^N q_{ij}^{kh} = 1, \forall i, k, h$ , donde $k \leq h$ . Se ha denominado también como $P_h(\mathcal{D}_i^k = j)$ .	Variable a estimar
$p_{ij}^{kth}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje entre el par $(i, j)$ comenzado durante el intervalo $k$ termine durante el intervalo $t$ . La probabilidad <i>a priori</i> asociada a este valor se denotará por $p_{ij}^{kt0}$ . Se cumple que $\sum_{t \in T_k} p_{ij}^{kth} = 1, \forall i, j$ , y $h \in T_k$ .	Variable a estimar
$z_{ij}^{kth}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje tenga como destino la estación $j$ , de aquéllos originados en la estación $i$ durante el intervalo $k$ y terminados durante el intervalo $t \in T_k$ . Se debe cumplir que $\sum_{j=1}^N z_{ij}^{kth} = 1, \forall i$ , donde $t \in T_k$ y $h \in T_k$ .	Variable a estimar
$f_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de densidad continua, actualizada en el intervalo $h$ , del tiempo de viaje $t_{ij}^k$ entre el par $(i, j)$ , para viajes comenzados durante el intervalo $k$ . Está caracterizada por los parámetros $\theta_{ij}^{kh}$ . Los parámetros históricos asociados se denominan $\theta_{ij}^{k0}$ , que describen la distribución $f_{ij}^{k0}(\cdot)$ .	Variable
$F_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de distribución acumulada asociada a $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ .	Variable
$S_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de supervivencia asociada a $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ , que se calcula como $S_{ij}^{kh}(\cdot) = 1 - F_{ij}^{kh}(\cdot)$ .	Variable
$M_i^{kh}$	Matriz de tamaño $N \times S_{max}$ compuesta por los elementos $m_{ij}^{kth}$	
$n_{ij}^{kh}$	Número de pasajeros que iniciaron su viaje durante el intervalo $k$ , viajaron entre el par $(i, j)$ , y hasta el intervalo $h$ abandonaron la red	

$P_i^{kh}$	Matriz de tamaño $N \times S_{max}$ compuesta por los elementos $p_{ij}^{kth}$
$Z_i^{kh}$	Matriz de tamaño $N \times S_{max}$ compuesta por los elementos $z_{ij}^{kth}$
$M_i^{h0}, Z_i^{h0}$	Estimaciones iniciales de las matrices $M_i^{hh}$ y $Z_i^{hh}$
$a_{ri}(k, t)$	Rango de tiempos de viaje que debe experimentar el $r$ -ésimo usuario que llega a la estación $i$ durante el intervalo $k$ en $\tau_{ri}^k$ , para que su viaje termine durante el intervalo $t$ . Viene dado por $a_{ri}(k, t) = [a_{ri}^-(k, t), a_{ri}^+(k, t)]$
$l_{ij}^{kh}$	Función de log-verosimilitud, asociada con los tiempos de viaje $t_{ij}^k$ , actualizada en $h$
Caso 1	Caso de prueba para el algoritmo de EODTP, en que la distribución de los destinos de los viajes responde a la distribución histórica y los tiempos de viaje se comportan también de acuerdo con su distribución histórica
Caso 2	Escenario similar al caso 1. La única diferencia es que en este caso los tiempos de viaje responden a la presencia de congestión, y son mayores que el caso 1
Caso 3	Caso de prueba para el algoritmo de EODTP, en que la distribución de los destinos de los viajes difiere de la distribución histórica, y los tiempos de viaje se comportan de acuerdo con su distribución histórica
Caso 4	Escenario similar al caso 3. La única diferencia es que en este caso los tiempos de viaje responden a la presencia de congestión, y son mayores que el caso 3

## ALGORITMO DE PODTP

Término	Definición
$x_{ij}^k$	Número de viajes entre el par $(i, j)$ , iniciados durante el intervalo $k$
$R$	Número de días de un mismo tipo (Laboral, Sábado, Domingo o Festivos) que se considera que influyen sobre $x_{ij}^k$
$p$	Número de intervalos anteriores a $k$ del número de viajes entre el par $(i, j)$ que influyen sobre $x_{ij}^k$
$s$	Número de intervalos posteriores a $k$ a predecir
$D_{training}$	Base de datos utilizada para el entrenamiento de la RNA
$p_{max}$	Número máximo para la variable $p$ , el cual depende del par $(i, j)$

## RESUMEN

La operación de sistemas de transporte público se caracteriza por la aleatoriedad en los tiempos de viaje y la demanda, lo que causa el conocido fenómeno de *bunching*. Con el fin de evitar los efectos negativos de este fenómeno sobre los niveles de servicio, se puede implementar medidas de control para regularizar los intervalos entre vehículos. Los beneficios de dichos esquemas de control pueden aumentar con el uso de mejor información y predicciones de los estados futuros del sistema.

En este trabajo se presenta una nueva metodología de Estimación y Predicción de matrices Origen–Destino (OD) dinámicas de viaje para un corredor de transporte público. El enfoque propuesto es probado tanto con datos reales, de la demanda del corredor de Metro de Valparaíso, como con información simulada de viajes. El objetivo principal consiste en utilizar la información histórica disponible, y combinarla con datos en línea, como subidas y bajadas de pasajeros en las diferentes estaciones a lo largo del día, para realizar predicciones y actualizaciones de las matrices OD del sistema. Esto permitirá mejorar la predicción del número de personas que esperan en cada paradero y sus destinos asociados a lo largo del corredor.

La metodología propuesta se compone de 2 partes: los algoritmos de Estimación (EODTP) y Predicción (PODTP) de matrices OD en un corredor de Transporte Público. En el algoritmo de EODTP se incorporan las distribuciones de los tiempos de viaje entre pares OD y la elección de destino de viaje es modelada como una distribución Multinomial, la cual se puede actualizar fácilmente con la nueva información disponible. Este enfoque bayesiano de actualización representa un tópico novedoso, pues permite ir corrigiendo previas estimaciones de las matrices OD. Por su parte, las predicciones del algoritmo de PODTP son llevadas a cabo por Redes Neuronales Artificiales, de alta flexibilidad y rapidez. Los resultados muestran tiempos de predicción inferiores a 1 segundo, tiempos de actualización de hasta 25 segundos, y una alta bondad de ajuste.

Palabras Claves: Estimación de matrices OD, predicción de matrices OD, estimación en tiempo real, predicción en tiempo real, transporte público

## ABSTRACT

The operation of transit systems are characterized by stochasticity on travel times and demand, which cause the well-known *bunching* phenomenon. In order to avoid the negative impacts on service levels, specifically on users' waiting time, control measures can be implemented to regularize the headway between vehicles. The benefit of these control schemes can be improved with better information and predictions about future states of the system. This requires, for example, having very accurate forecast of the demand profiles in order to avoid full vehicles.

In this study a new methodology for real-time update and prediction of Origin-Destination (OD) dynamic matrices on a transit corridor is presented. The proposed approach is tested using both real demand data, from Valparaiso's Metro corridor (Merval), and information of simulated trips in the corridor. The main objective is to use the historical information of trips made in the corridor, and combine it with online data, such as boarding and alighting stops for every passenger throughout the day, in order to predict and update the OD matrices. This will allow improving the prediction of the number of passengers waiting at each stop and their destinations along the corridor.

The methodology is composed of 2 stages: the new algorithms for Estimation (EODTP) and Prediction (PODTP) of OD matrices in a transit corridor. In the EODTP algorithm, travel times distributions between all OD pairs are considered, and travel destination choice is modeled as a Multinomial process, which is easily updated when new information is available. This bayesian updating approach represents a novel topic, as it allows correcting prior estimations of the OD matrices of the corridor. Meanwhile, predictions of PODTP algorithm are executed by Artificial Neural Networks (ANN), highly flexible and capable of delivering results in real-time. Results show prediction times up to 1 second, updating times up to 25 seconds, and a high goodness of fit.

*Keywords:* OD matrices estimation, OD matrices prediction, real-time estimation, real-time prediction, public transportation.

## **1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo introductorio se presenta, en primer lugar, una pequeña motivación de la presente investigación, haciendo mención a la importancia que tiene la regularidad en los sistemas de transporte público. Dicha regularidad puede ser gestionada por medio de esquemas de control, evitando así las mermas en los niveles de servicio, propias de una evolución espontánea del sistema. Los sistemas de control más avanzados explotan las posibilidades que ofrecen las tecnologías de información, las cuales permiten obtener datos en línea de la operación del sistema y su demanda. Esta tesis está dedicada a apoyar el procesamiento de dicha información, generando matrices Origen–Destino (OD) actualizadas para el corredor, y prediciendo el número de pasajeros que se subirán a un servicio en un período dado o se bajarán de él en una estación en particular.

En segundo lugar, se hace una breve descripción sobre el proceso de estimación de matrices OD. Se advierte que consiste típicamente en un proceso muy intensivo en recursos, y que el aprovechamiento de la información recogida por los sistemas de información disponibles hoy en día permite reducir dichos gastos. Adicionalmente, se muestra cómo el tema ha sido tratado en la literatura especializada.

Luego, en tercer lugar, se detalla el alcance de la presente investigación, seguida de sus objetivos principales. Finalmente, se indica la estructura de la presente tesis.

### **1.1 Motivación**

La operación de los sistemas de transporte público se caracteriza por la variabilidad que presenta tanto en los tiempos de viaje entre paraderos sucesivos como en la demanda de pasajeros en cada uno de ellos. Esto causa el conocido fenómeno de apilotonamiento o *bunching*, en el cual vehículos que sirven una misma ruta tienden a juntarse en grupos a lo largo de ella. Este apilotonamiento deteriora los tiempos de espera, la confiabilidad del servicio y el confort. De manera de evitar estos impactos negativos en el nivel de

servicio, ciertas medidas de control pueden ser implementadas de forma de regularizar los intervalos entre vehículos, entre las cuales es posible mencionar la retención de buses en paradas (*holding*), el salto de estación (*station skipping*) y la programación preferente de semáforos. Actualmente, nuevos desarrollos se están realizando, como los reportados por Delgado *et al.* (2009), en que esquemas combinados de control entregan resultados alentadores, manteniendo niveles de servicio parejos al usuario y significativas mejoras respecto de las obtenidas con sencillas medidas de control.

La evolución tecnológica, por su parte, ofrece oportunidades inéditas al desarrollo de los Sistemas de Transporte Inteligentes (ITS). Dessouky *et al.* (1999) enumera algunos componentes tecnológicos básicos necesarios para este tipo de sistemas, como los sistemas de localización automática de vehículos (AVL), los sistemas de comunicación inalámbricos, los software de control de flota, y los sistemas de conteo y pago automático de pasajeros, conocidos como *Automatic Passenger Counting* (APC) y *Automated Fare Collection* (AFC), respectivamente. Estos elementos permiten un intercambio más rápido de la información, lo cual facilita el monitoreo de los vehículos y la ejecución de las medidas de control.

En el caso de los APC y AFC, el empleo de las tarjetas magnéticas y las tecnologías RFID posibilitan no sólo realizar conteos de pasajeros, sino que además permiten obtener o inferir otros antecedentes de interés respecto de los viajes de los usuarios.

Tal es el caso de Transantiago, el sistema de transporte público de Santiago, Chile, en el cual los usuarios utilizan la llamada Tarjeta Bip! para validar su viaje. Dicha validación es realizada al momento de ingresar a cada modo del sistema – lo que hace posible almacenar sólo datos de los orígenes de las etapas de los viajes realizados –, y puede ser ejecutada en tres lugares diferentes: en estaciones de prepago, atravesando los torniquetes para ingresar a Metro o abordando los buses. En cuanto a la recolección de datos, la diferencia que se genera es que, en los 2 primeros casos, los datos son recolectados a nivel de parada, mientras que en el último los datos se encuentran a nivel

de vehículo. Otro ejemplo es Merval, el corredor interurbano de Metro de Valparaíso, Chile, en el cual los usuarios deben realizar una validación a la entrada y a la salida del sistema, en los torniquetes de las estaciones del corredor. Con este esquema de cobro se puede obtener más información sobre los viajes efectuados, como la estación de origen y destino, los horarios de entrada y salida (y tiempo de viaje), y el tipo de usuario. A este sistema tarifario (ST) con validación en el origen y en el destino, se le denominará VOD.

En forma complementaria, se ha observado un importante progreso en las capacidades de procesamiento computacional y en los sistemas de reconocimiento de imágenes. Estos avances hacen posible observar el comportamiento de los usuarios en las paradas por medio del uso de cámaras, lo cual también posibilita realizar conteos, y, potencialmente, identificar a cada usuario en forma individual.

Tradicionalmente, los esquemas de control funcionan prediciendo la evolución futura del sistema basándose en matrices OD históricas desactualizadas, las cuales permiten que dichos esquemas entreguen resultados satisfactorios en escenarios regulares de demanda. Sin embargo, esta información no siempre es suficiente, como en los casos en que ocurran interrupciones o eventos inesperados en el sistema, cuyos patrones de demanda escapen a aquéllos captados en la matriz de viaje histórica. Por ejemplo, si ocurren fallas mecánicas en los vehículos, se producen afluencias a las estaciones fuera de lo normal o si se cierra una estación producto de algún suceso inesperado, la matriz histórica de viaje perderá precisión, y las medidas de control seguramente entregarán resultados insuficientes. De esta forma, un mecanismo que permita actualizar la información histórica empleando los datos que van siendo obtenidos en tiempo real, ofrece una herramienta poderosa que permitiría cubrir esta necesidad.

En ese escenario, utilizar los sistemas tecnológicos mencionados permitiría contar con información actualizada y de mayor calidad respecto de los viajes realizados en el sistema. De esta manera, la motivación de esta investigación consiste en aprovechar dichos sistemas, con el fin de generar estimaciones y predicciones más precisas del

estado presente y futuro del sistema – matrices OD dinámicas<sup>1</sup> –, con lo que se aumentarían los beneficios otorgados por los esquemas de control.

En esta línea, Delgado (2009) muestra la influencia negativa que tiene contar con información errónea sobre los resultados de los esquemas de control. En particular, al estimar equivocadamente las tasas de llegada de los pasajeros a las distintas estaciones, el modelo de optimización desarrollado por Delgado, que minimiza una función objetivo de los tiempos esperados de espera (en vehículo y en las paradas) de los usuarios de un corredor de buses, puede sobreestimar el número necesario de retenciones de buses en las paradas, aumentando el tiempo total de espera y de retención (y su variabilidad), lo cual deteriora el nivel de servicio ofrecido a los usuarios.

## **1.2 Aspectos Generales de la Estimación de Matrices OD**

En general, la obtención de las matrices OD dinámicas es un proceso largo y caro, como se menciona posteriormente en la sección 2.1. De esta forma, es deseable contar con una metodología que permita aprovechar la información disponible de la mejor manera posible, y que, además, tenga bajos costos (i.e. tiempos de ejecución), de forma que su aplicación en predicciones de demanda en tiempo real para el corredor sea viable, para el propósito de control en línea del sistema.

La estimación de matrices OD ha sido tratada extensamente en la literatura especializada (ver, por ejemplo, Ashok y Ben-Akiva (1993), Sherali y Park (2001), Bierlaire y Crittin (2004), Zhou y Mahmassani (2007)). Sin embargo, la mayoría de los esfuerzos se ha enfocado a estimar matrices OD para transporte privado, y para la modelación de

---

<sup>1</sup> El término “dinámicas” hace referencia a la actualización de la matriz en sucesivos intervalos/periodos dentro de un día.

intersecciones y autopistas, y son menos los autores que se han dedicado al transporte público (ver, por ejemplo, Nguyen y Pallottino (1986), Nguyen *et al.* (1988)).

No sólo son menos los autores que han tratado el tema para el caso del transporte público, sino que además no se ha reportado ningún trabajo que incorpore algún tipo de técnica de predicción para pronosticar matrices OD, y que al mismo tiempo considere utilizar información en línea de entradas y salidas de pasajeros, recopilada a nivel de parada, de manera de realizar actualizaciones a las matrices OD estimadas en períodos anteriores.

### **1.3 Alcance**

En esta tesis se considerará la Estimación/Actualización y Predicción de las matrices OD dinámicas a partir de un enfoque paramétrico. Esto significa que no se realizará una estimación de cada una de las celdas de las matrices OD involucradas, sino que se trabajará con un modelo de elección de destino de viaje, y se estimarán los parámetros asociados a dicho modelo.

El modelo mencionado emplea matrices de distribuciones de probabilidad de elección de destino, para una determinada estación de origen y un intervalo de inicio de viaje. Estas distribuciones de probabilidad son calculadas a partir de la información histórica de viajes realizados en el corredor, de la cual se extraen las distribuciones empíricas de los tiempos de viaje entre los distintos pares OD, para todos los intervalos del día.

En este proceso de Estimación/Actualización y Predicción de matrices OD será necesario discretizar el tiempo en intervalos de igual magnitud. Al trabajar con estos intervalos, es claro que habrá viajes que se iniciarán en un intervalo (los que conformarán la matriz OD de ese intervalo) y terminarán en otro posterior. De esta forma, la distribución de los destinos de los viajes iniciados durante un intervalo de

tiempo determinado será modificada en los intervalos posteriores, por medio del proceso de Estimación/Actualización.

La nueva metodología presentada en el documento se basará, entonces, principalmente en 2 etapas. Primero, una etapa de Estimación/Actualización, y, segundo, una de Predicción. La primera estará encargada de realizar las sucesivas estimaciones de las matrices OD del sistema, y de actualizar datos que serán necesarios para realizar las predicciones de los futuros estados del sistema. La segunda, por su parte, realizará pronósticos de las matrices OD de intervalos futuros, utilizando información que puede ser provista tanto por fuentes externas como por la primera etapa.

Las técnicas de Redes Neuronales han mostrado gran eficacia al trabajar con datos de distintas naturalezas, como, por ejemplo, perfiles de demanda en corredores de transporte público e información de calendario (día de la semana, feriados, etc), y adicionalmente, presentan bajos tiempos de entrega de resultados. Por estos dos atributos, fueron elegidas como alternativa para conformar el motor predictivo del presente trabajo. Se debe destacar que el principal aporte del presente trabajo se encuentra en la modelación empleada para las actualizaciones de matrices OD, según el cual el destino de viaje de un usuario es resultado de un proceso multinomial. El algoritmo bayesiano desarrollado para la actualización de las distribuciones de elección de destino de viaje, descrito en la sección 4.2, cuenta con fórmulas matemáticas cerradas y muy sencillas, lo cual se traduce en bajísimos tiempos incurridos para entregar resultados, dejando en claro que la metodología propuesta es apropiada para ser aplicada en tiempo real.

En esta investigación, la metodología propuesta se probará con datos simulados para la demanda de un corredor genérico, y luego se trabajará con datos reales de la operación del corredor de Metro de Valparaíso (Merval). En el primer caso, se considerará escenarios donde se inducirá una situación anómala consistente en congestión en los andenes, de forma que algunos tiempos de viaje se alarguen, y el proceso de bajada de

los pasajeros tarde más de lo normal. No se considerará escenarios de cierre de estaciones o de suspensión de los servicios presentes en el corredor, y sólo se trabajará con las situaciones de congestión mencionadas.

#### **1.4 Objetivos de la Investigación**

El objetivo principal de este estudio consiste en desarrollar una metodología para realizar Estimaciones/Actualizaciones y Predicciones en tiempo real de matrices OD dinámicas sobre un corredor de transporte público, cuyo ST opere con VOD. Adicionalmente, el objetivo secundario es apoyar la gestión del sistema de transporte público analizado, buscando anticiparse al comportamiento futuro del sistema, de forma de implementar a tiempo las medidas de control que se estimen necesarias

Se contará con información proveniente de dos fuentes distintas: datos históricos, que corresponden a perfiles de demanda y matrices OD dinámicas observadas en el pasado y en períodos similares, y, por otro lado, información en línea de la operación de dicho sistema, es decir, un registro de las estaciones de subida y bajada de cada pasajero en lo que va avanzado del día, en conjunto con los tiempos de viaje experimentados por todos los usuarios. Notar nuevamente que esta información conforma un conjunto de datos más amplio que el típicamente disponible. Estos antecedentes serán utilizados para probar la calidad de la metodología, por medio del uso de diferentes medidas de error.

#### **1.5 Estructura de la Tesis**

La presente tesis se organiza en siete capítulos. En el segundo capítulo se presenta una detallada revisión bibliográfica relacionada con las técnicas de estimación y predicción de matrices OD, tanto para transporte privado como para transporte público.

El tercer capítulo presenta dos temas muy importantes para el estudio. En primer lugar, se define el problema que se está tratando, enunciando claramente las preguntas a responder, junto con una serie de definiciones necesarias para la comprensión de los modelos formulados. Luego, se presenta una completa descripción de la operación del ST en el tipo de corredor analizado, del cual se recopiló la muestra de datos disponible, y se explica el manejo que ha debido realizarse de ella.

El capítulo cuarto introduce el marco teórico considerado en este estudio. Se presenta la teoría relacionada con la estimación de parámetros frente a información incompleta, el modelo empleado para la elección del destino de viaje, algunas propiedades de la distribución de probabilidades Lognormal, se hace referencia a la teoría de las técnicas de Redes Neuronales empleadas, y, finalmente, se indican las medidas de error empleadas para la estimación de matrices OD.

En el capítulo quinto se presenta formalmente la formulación y la metodología desarrollada para llevar a cabo la etapa de Estimación/Actualización de matrices OD para corredores de Transporte Público, llamada EODTP. Se distinguen claramente las etapas internas que la componen, y se presenta un análisis del rendimiento del algoritmo propuesto, para 4 escenarios de prueba, con distintos niveles de anormalidad entre la situación real modelada y la situación histórica asociada.

En el capítulo sexto se presenta la metodología desarrollada para la etapa de Predicción de matrices OD para corredores de Transporte Público, llamada PODTP. Se distinguen las etapas de selección de variables relevantes, y todos los pasos intermedios para el cálculo de los resultados, presentados en último lugar.

Finalmente, en el séptimo capítulo se resumen las principales conclusiones desprendidas de la tesis, junto con posibles extensiones para investigaciones futuras.

## **2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA**

A continuación, se detalla la revisión bibliográfica realizada, que abarcó los temas de estimación y predicción de matrices OD, tanto para transporte privado como para transporte público. Se encontró que la mayor cantidad de los esfuerzos está enfocada hacia el transporte privado, y poco se ha realizado en cuanto al transporte público. En particular, no se ha reportado algún trabajo que involucre tanto técnicas de predicción como de actualización en línea de matrices OD dinámicas para transporte público, ni tampoco para el caso de un corredor con características como el estudiado.

La sección 2.1 presenta aspectos preliminares del problema de estimación de matrices OD, haciendo la distinción entre el problema estático y el dinámico. Luego, la sección 2.2 realiza una revisión de algunos de los trabajos más importantes en cuanto a la estimación y predicción de matrices OD en transporte privado. Por su parte, la sección 2.3 se aboca al transporte público, indicando algunos trabajos reportados en la literatura especializada, distinguiendo los aspectos más importantes de las formulaciones adoptadas. Finalmente, en la sección 2.4 se hace un breve resumen de las referencias consultadas, haciendo notar aquellos aspectos que no son abordados por dichos estudios, y que son necesarios para la presente tesis.

### **2.1 Preliminares**

Las matrices OD indican el nivel de demanda entre todos los pares OD en una red de transporte. Éstas normalmente presentan variaciones en el tiempo, y, por lo tanto, a menudo se requiere periodizar el intervalo de análisis, y generar matrices OD para cada período. Luego, dado que algunos viajes podrán comenzar en un período y terminar típicamente en otro, se ha acordado que la matriz OD de un período captura sólo los viajes que comienzan durante dicho período. Por lo tanto, cualquier proceso de

recolección de datos relacionado con la matriz OD de algún período en particular, deberá capturar los viajes que comiencen dentro del mismo.

Por otro lado, como las matrices OD permiten realizar un seguimiento del comportamiento de la demanda de la red, éstas conforman elementos fundamentales en aspectos relacionados con la planificación, administración y evaluación de los sistemas de transporte. Tradicionalmente, este proceso de calificación se ha realizado en base a los resultados obtenidos de costosos sistemas manuales de recolección de datos (e.g. encuestas a usuarios), los cuales usualmente entregan información que está sujeta a sesgos y errores, y que además consumen muchos recursos, tanto en su recolección como procesamiento. De esta forma, el surgimiento de nuevas tecnologías permitirá generar nuevas metodologías (y de menores costos) para llevar a cabo las tareas de estimación y predicción de matrices OD, con las cuales se podrá obtener resultados de mayor precisión que los entregados por las técnicas manuales mencionadas anteriormente.

Al abordar el problema de estimación de matrices OD, la literatura especializada suele distinguir entre el enfoque estático y el enfoque dinámico de estimación.

En primer lugar, el enfoque estático de estimación consiste en buscar una matriz OD estacionaria que mejor represente los viajes que regularmente ocurren en un sistema. En este proceso, es necesario realizar una observación exhaustiva de los orígenes y destinos de los viajes, lo cual representa un alto costo en tiempo y en recursos monetarios.

Este es el caso del transporte privado, en que sólo a partir de encuestas OD, encuestas de interceptación en puntos específicos de la red, o conteos de tráfico en algunos arcos de la red – y eventualmente algún tipo de información *a priori* sobre la matriz de viajes –, es posible obtener datos que permiten estimar esta matriz. La estimación realizada consiste en un proceso que normalmente está basado en el costo de viajar a través de las rutas existentes entre los distintos pares OD. Los métodos típicamente usados corresponden a formulaciones no lineales de equilibrio de usuarios en la red, modelos de máxima

entropía y modelos de programación lineal basados nuevamente en el equilibrio de usuarios.

Por su parte, en el caso del transporte público es común contar con mayor cantidad de información que en el caso privado, pues en muchos sistemas los usuarios registran el origen de sus etapas de viaje, información que en conjunto con encuestas de destinos de los usuarios, permite realizar estimaciones de la matriz OD. Existen, por su parte, muchos sistemas en que los usuarios deben registrar también el destino de sus viajes, lo que permite extraer la matriz OD sin errores, directo desde la base de datos.

Sin embargo, es importante advertir que es muy poco probable que la matriz estacionaria del sistema ocurra en un día específico, debido a la gran cantidad de eventos aleatorios que inciden sobre él. La matriz estimada sólo representa la mejor creencia del modelador de la distribución de los viajes en un día cualquiera.

Muchos sistemas de transporte contemplan entes que toman medidas de control sobre la operación de los sistemas, permitiendo que éstos operen de mejor forma. Este es el caso, por ejemplo, de la coordinación de semáforos en redes urbanas, de sistemas de dosificación de tráfico (*ramp metering*) en autopistas urbanas, o de los sistemas de regulación de intervalos entre vehículos en corredores de transporte público.

Para tomar buenas decisiones con estos sistemas de control, no basta con una matriz OD que represente un día promedio. Las decisiones mejorarán su calidad si se cuenta con una matriz OD que represente de forma más precisa lo que ocurre el día específico. Así, surge el segundo enfoque de estimación, y con él la necesidad de generar matrices OD dinámicas, las cuales van incorporando información, a medida que ésta se vuelve disponible.

Para más información, en Sherali y Park (2001) se encuentra una detallada descripción de la distinción entre el problema estático y dinámico de estimación de matrices OD, haciendo referencia a ejemplos para cada caso. En el artículo se puede advertir también

que históricamente este problema ha sido abordado extensamente más para el transporte privado que para el transporte público.

## 2.2 Estimación y Predicción de Matrices OD en transporte privado

La estimación de matrices OD dinámicas para transporte privado ha sido tratada extensamente en la literatura. Ashok y Ben-Akiva (1993) consideraron un período de análisis dividido en intervalos iguales  $h = 1, \dots, N$ . La red se encuentra modelada como un grafo dirigido  $(\mathcal{N}, \mathcal{L})$ , donde  $\mathcal{N}$  es el conjunto de nodos y  $\mathcal{L}$  el conjunto de arcos. Los pares OD forman un subconjunto de  $\mathcal{N} \times \mathcal{N}$ , de cardinalidad  $n_{OD}$ . Sea  $x_h \in \mathbb{R}^{n_{OD}}$  la matriz OD que captura todos los viajes que comienzan durante el intervalo  $h$ , y sea  $x_h^H$  la matriz OD histórica asociada al mismo intervalo. El vector de desviaciones de flujos OD con respecto a la situación histórica del intervalo  $h$  se denota por  $\partial x_h = x_h - x_h^H$ , y corresponde a las variables de estado del sistema. Se asume que  $n_l$  arcos de  $\mathcal{L}$  están equipados con sensores capaces de realizar conteos de tráfico durante un intervalo de tiempo. Se denota  $y_{lh}$  al número de vehículos que atraviesan el sensor  $l$  durante el intervalo  $h$ , y  $y_h \in \mathbb{R}^{n_l}$  al vector que reúne todos los conteos. El modelo empleado se compone de una ecuación de transición, que pretende capturar la dinámica del sistema, y una ecuación de medición, que relaciona las variables de estado con los conteos medidos. El uso de desviaciones en vez de los flujos en sí mismos se fundamenta en que éstas ayudan a que el modelo cumpla con más precisión los supuestos de normalidad de los errores requeridos en la solución por medio del filtro de Kalman.

Las ecuaciones de transición empleadas se basan en un proceso autorregresivo de las desviaciones OD, las cuales proveen de una estimación preliminar de los flujos OD. Se encuentran dadas por la ecuación (2.1) como sigue:

$$\partial x_h = \sum_{p=h-q_0}^{h-1} f_h^p \cdot \partial x_p + w_h \quad (2.1)$$

donde  $f_h^p$ , matriz de  $n_{OD} \times n_{OD}$ , representa el aporte de  $\partial x_p$  a  $\partial x_h$  (i.e. mide la influencia del vector de desviaciones del intervalo  $p$  sobre el vector de desviaciones del intervalo actual  $h$ ),  $q_0$  es el número de intervalos anteriores a  $h$  que tienen influencia sobre  $\partial x_h$ , y  $w_h$  es un vector de variables aleatorias que capturan el error del modelo. En la mayoría de las aplicaciones prácticas las matrices  $f_h^p$  son poco densas, y usualmente son calculadas a partir de modelos de regresión lineal para cada par OD por separado (como un proceso autorregresivo lineal), en cuyo caso las matrices son diagonales. En cuanto al vector de errores se realiza los siguientes supuestos:

- $E(w_h) = 0$
- $E(w_h w_t') = Q_h \cdot \delta_{ht}$ , donde  $Q_h$  es una matriz de varianzas y covarianzas de  $n_{OD} \times n_{OD}$ . Además,  $\delta_{ht} = 1$  si  $h = t$ , y 0 en otro caso, lo que supone ausencia de correlación entre los errores. El superíndice ' representa la trasposición del vector.

Por su parte, las ecuaciones de medición captan la relación entre las variables de estado y los datos de los sensores, y vienen dadas por la ecuación (2.2):

$$y_h = \sum_{p=h-p_0}^h a_h^p \cdot x_p + v_h \quad (2.2)$$

donde  $a_h^p$  es una matriz de  $n_l \times n_{OD}$  llamada matriz de asignación, que relaciona los flujos OD que comienzan durante el intervalo  $p$  con los flujos en arcos observados durante el intervalo  $h$ , y captura la topología de la red, supuestos de elección de ruta y tiempo de viaje. Estas matrices son usualmente poco densas, porque no es común que todos los flujos en los pares OD utilicen todos los sensores en la red, en cada intervalo de inicio de viaje  $p$ . Finalmente,  $p_0$  es el número máximo de intervalos de tiempo necesarios para viajar entre cualquier par OD, y  $v_h$  es un vector de variables aleatorias que capturan el error de medición de los conteos de flujo durante el intervalo  $h$ . Se realiza los siguientes supuestos sobre el error  $v_h$ :

- $E(v_h) = 0$
- $E(v_h v_t') = R_h \cdot \delta_{ht}$ , donde  $R_h$  es una matriz diagonal de varianzas y covarianzas de  $n_l \times n_l$ .

La ecuación (2.2) no se encuentra planteada en términos de desviaciones, como la ecuación (2.1). Por lo tanto, se prefiere emplear la siguiente formulación:

$$\partial y_h = \sum_{p=h-p'}^h a_h^p \cdot \partial x_p + v_h \quad (2.3)$$

donde  $\partial y_h = y_h - \sum_{p=h-p'}^h a_h^p \cdot x_p^H$ .

Luego, las ecuaciones (2.1) y (2.3) conforman las ecuaciones del modelo propuesto por Ashok y Ben-Akiva, que mantienen las matrices  $f_h^p$  y  $a_h^p$  fijas, supuesto importante del método. La formulación del problema corresponde a uno de mínimos cuadrados, el cual fue resuelto utilizando el filtro de Kalman, algoritmo diseñado para actualizar las soluciones de este tipo de problemas en un contexto de tiempo real, a medida que nueva información se hace disponible.

Por su parte, Bierlaire y Crittin (2004) utilizaron la misma formulación anterior, pero propusieron un método de solución alternativo al planteado por Ashok y Ben-Akiva. Se preocuparon de explotar la baja densidad de las matrices  $f_h^p$  y  $a_h^p$ , y, con este fin, utilizaron el método LSQR propuesto por Paige y Saunders (1982), diseñado para este tipo de matrices, y adaptado para que pudiera ser aplicado en este caso particular. La derivación mostrada deja claro que el método LSQR incorpora explícitamente la baja densidad de las matrices involucradas, pues sólo trabaja con operaciones vectoriales y matriciales sencillas. En el artículo destacan que, a medida que existe nueva información y ésta es incorporada al modelo, el conjunto de datos crece de manera importante, así como el tamaño del problema. Para mantener bajos tiempos de cálculo, la solución adoptada mantiene constante el número de términos empleados en la ecuación de predicción, sacrificando un bajo porcentaje de precisión en las soluciones obtenidas.

El desarrollo propuesto es probado en una red en Irvine, California. Los resultados muestran una comparación entre los tiempos de solución del filtro de Kalman y la formulación LSQR propuesta, la cual resuelve el problema de predicción entre 23 y 136 veces más rápido que el primero. Este rango de tiempos de solución se debe a que se probó con diferentes niveles de precisión en los cálculos.

Sherali (1997) se refiere al problema de estimación de la proporción de viajes que se realiza entre las entradas y salidas de una instalación de tráfico, como una intersección o sección de autopista. En este estudio, el objeto de la estimación corresponde a matrices que el autor denomina “matrices de parámetros de partición” (*split parameters matrices*). El artículo hace una revisión de los enfoques empleados para la estimación en línea de dichas matrices, como el enfoque de filtro de Kalman introducido por Cremer y Keller (1981) y luego modificado por Nihan y Davis (1987), y los métodos recursivos de Cremer y Keller (1983) y Nihan y Davis (1989). La mayor desventaja de estos modelos es que no incorporan las ecuaciones de continuidad de flujo en forma de restricciones, haciéndose cargo de ella en normalizaciones posteriores que generan imprecisiones en las soluciones.

Bell (1991) fue el primero en incorporar en la modelación los tiempos necesarios para realizar un viaje en un par OD mediante un modelo de mínimos cuadrados recursivos que logra satisfacer, sólo parcialmente, las restricciones de continuidad en los parámetros de división. El tiempo computacional requerido por este método era muy alto, desechando esta formulación para aplicaciones en línea.

En el estudio, Bell propone dos formulaciones de optimización para el cálculo de los parámetros de división. En primer lugar, plantea un problema de mínimos cuadrados restringidos, resuelto por medio de un algoritmo de proyección del gradiente conjugado. El segundo enfoque consiste en un problema de estimación planteado como un problema de programación lineal equivalente. Los resultados obtenidos muestran que los modelos formulados pueden operar en tiempo real, entregando soluciones que son más precisas

que las obtenidas por técnicas estadísticas, con un esfuerzo que es mucho menor y, por tanto, competitivo con el requerido para estas últimas.

Este trabajo da un paso adelante por sobre los previos, al incorporar el tiempo de viaje en la formulación. Sin embargo, la modelación empleada es muy limitada, pues se asume que los tiempos de viaje por par OD corresponden al número promedio (fijo) de intervalos de tiempo necesarios para realizar el viaje, y no se utiliza una distribución de tiempos de viaje. Además, los casos de estudio son muy restringidos, al tratar sólo situaciones como una intersección o una pequeña sección lineal de autopista.

Más recientemente, Zhou y Mahmassani (2007) proponen un modelo estructural en el espacio de los estados que sistemáticamente incorpora información del patrón regular de la demanda, desviaciones estructurales y fluctuaciones aleatorias. El modelo introduce una aproximación polinomial para capturar las posibles variaciones estructurales de la demanda en tiempo real. Además, utiliza el enfoque de filtro de Kalman como proceso adaptativo óptimo que captura la evolución de la demanda día a día, actualizando los patrones regulares *a priori* de la demanda, por medio de nuevos estimadores y observaciones obtenidas cada día.

El método propuesto es aplicado para datos de Irvine, en los que utilizar este tipo de técnicas de predicción en línea, provee no menos de un 9% de mejora en la estimación de variables de tráfico como la densidad, el flujo y la velocidad de la vía. Además, los resultados reportados indican que, a pesar de comenzar con un patrón desactualizado de demanda, éste se va actualizando día a día, y convergiendo al verdadero patrón promedio observado.

En general, las conclusiones y comentarios con respecto a este trabajo se orientan a que la metodología propuesta podría ser implementada en algún simulador de tráfico. De esta manera, la información de la situación actual del tráfico puede ser aprovechada de buena manera, e incluso simular escenarios para los cuales se necesite algún tipo de evaluación o justificación.

### 2.3 Estimación y Predicción de Matrices OD en transporte público

En la literatura, la estimación de matrices OD para servicios de transporte público ha sido menos tratada que para transporte privado. Nguyen y Pallottino (1986) plantearon un modelo para estimar o actualizar matrices OD para transporte público, aplicado a la red de la ciudad de Torino, Italia. Los autores obtuvieron resultados reportados como razonablemente aceptables, a pesar de la dificultad del manejo de las restricciones de igualdad del modelo, que relacionaban los flujos OD con los conteos observados de pasajeros. La principal dificultad con dichas restricciones es que casi siempre resultaban en un conjunto vacío de soluciones factibles, lo cual compromete la aplicabilidad del modelo, pues la precisión de las estimaciones parece estar muy en duda.

Nguyen *et al.* (1988) replantearon el modelo anterior, proponiendo una variante dinámica que consideraba matrices OD para varios períodos, al desagregar el período de interés en intervalos de tiempo más cortos. La formulación propuesta corresponde a un problema de optimización que admite diferentes formas de la función objetivo, dependiendo del enfoque de modelación adoptado, como, por ejemplo, de maximización de entropía o máxima verosimilitud. Las soluciones son limitadas desde el punto de vista computacional, transformándola en una metodología poco apropiada para ser aplicada en tiempo real. Además, si el número total de intervalos considerados es muy alto, el conjunto de restricciones del problema aumenta fuertemente, por lo que es necesario realizar agregaciones de las matrices involucradas, sacrificando precisión en las estimaciones. Los resultados muestran estimaciones de matrices OD para un máximo de 5 intervalos, un número bastante bajo para aplicaciones reales que consideren la operación de días completos, para las que el número de intervalos totales sería mayor.

Wong y Tong (1998) desarrollaron una metodología de estimación de matrices OD dinámicas para redes de transporte público, bajo el supuesto de que el servicio opera con itinerarios predefinidos (llegadas determinísticas a las estaciones). El período bajo análisis  $T$  fue dividido en  $m$  intervalos, cada uno de largo  $\tau$ , y se contaba además con

conteos de bajadas de pasajeros  $\bar{C}_{kt}$  en  $n$  arcos de la red, donde  $k$  representa uno de los arcos y  $t$  uno de los  $m$  intervalos. Se propuso un estimador simultáneo para todas las matrices OD dentro del intervalo de estudio, obtenido a partir de una formulación de máxima entropía resuelta por medio de un algoritmo eficiente, que explota la baja densidad de las matrices involucradas.

En la formulación del problema, las restricciones que relacionan las matrices OD con los conteos observados son como se muestra en la ecuación (2.4), donde  $n_1$  y  $n_2$  representan el número de orígenes y destinos en la red.

$$\bar{C}_{kt} = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{j=1}^{n_2} \sum_{r=1}^m p_{ktr}^{ij} \cdot d_{ijr}, t = 1, \dots, m, k = 1, \dots, n \quad (2.4)$$

Los valores  $d_{ijr}$  representan el número de viajes entre el par  $(i, j)$  que comienzan durante el intervalo  $r$ , y, por su parte,  $p_{ktr}^{ij}$  representa la proporción de usuarios que viajan entre el par  $(i, j)$  durante el intervalo  $r$  y que llegarán al final del arco  $k$  durante el intervalo  $t$ , y son determinados bajo el supuesto de que la demanda que llega al nodo origen  $i$  está uniformemente distribuida dentro del intervalo  $r$ . Es importante notar que las proporciones  $p_{ktr}^{ij}$  se mantienen fijas durante todo el estudio, y que la riqueza de la metodología propuesta pasa por la posibilidad de emplear matrices OD dinámicas desactualizadas, que, como ya se ha hecho notar en otros trabajos, incluyen información importante que enriquece las estimaciones.

Se puede destacar que los resultados reportados muestran que, para un período de Punta Mañana de cuatro horas, la medida de error empleada apenas supera el 6% cuando se utiliza información *a priori*, reduciendo fuertemente el 33% que se obtiene al no emplearla. Por otro lado, a pesar de estos buenos números, podría pensarse que la metodología propuesta depende fuertemente de la disponibilidad de información externa para entregar bajos niveles de error.

Li y Cassidy (2007), por su parte, propusieron un método paramétrico que genera estimaciones de matrices OD basado en subidas y bajadas de pasajeros en cada parada a lo largo de la ruta de transporte público. El objetivo era no sólo estimar una matriz OD para los viajes de los cuales se obtuvo los conteos de pasajeros, sino que además estimar las probabilidades de bajada de pasajeros en cada parada de la ruta, las cuales tenderían a permanecer fijas para diferentes viajes en la misma ruta de transporte público, y que caracterizan, por tanto, los patrones OD en la ruta.

Los autores hacen notar que contar con un conjunto de conteos de subidas y bajadas de pasajeros no es suficiente para estimar la matriz OD que lo generó, pues varias matrices (con distintos valores) podrían hacerlo. En consecuencia, el objetivo del método se traduce en estimar aquella matriz más apropiada.

Un enfoque común consiste en emplear el llamado Método de Balanceo (MB) (Lamond y Stewart, 1981), algoritmo iterativo que requiere una matriz de referencia (e.g. matriz OD desactualizada, matriz OD obtenida de encuestas, etc), y que va ajustando los valores de la matriz de referencia, para que los totales de la matriz OD obtenida como solución calcen con los conteos de subida y bajada observados. Sin embargo, se ha hecho notar que MB sufre del problema de “ceros no-estructurales” (Ben-Akiva *et al.*, 1985), para el cual se observa que si algún valor de la matriz OD de referencia es 0, éste permanecerá como 0 en cada una de las iteraciones del algoritmo. Además, la convergencia depende fuertemente de la calidad de la matriz de referencia e, incluso, MB no convergerá si es que alguna fila (columna) completa de la matriz de referencia es 0 y el conteo de subida (bajada) es distinto de 0.

El método propuesto por Li y Cassidy se basa en la caracterización de las paradas como “mayor” o “menor”, distinguiendo si éstas sirven o no a un centro de actividades como, por ejemplo, estaciones de trenes o centros de negocio. Además, es importante advertir que dicha distinción no necesariamente está relacionada con la demanda por dicha parada. Por otro lado, se debe notar la arbitrariedad de distinguir cada parada de la forma

mencionada, y que supone un conocimiento más acabado del sistema de actividades del área en estudio. Los autores dan algunas líneas de cómo designar una parada, y mencionan que incluso esta asignación puede ser realizada por medio de prueba y error cuando se trata de un número pequeño de paradas.

El algoritmo calcula las probabilidades condicionales de bajada en una parada, dado que ésta es “mayor” o “menor”, a partir de información de viajes realizados en la ruta, dentro de un período amplio de tiempo (e.g. Punta Mañana), sin trabajar con intervalos más cortos. Finalmente, los valores de la matriz OD se estiman usando dichas probabilidades y proyecciones de los conteos requeridos.

A favor del método propuesto por estos autores se puede mencionar que es computacionalmente eficiente, no requiere una matriz de referencia, la convergencia no es un problema y el número de iteraciones del algoritmo es especificado *a priori*. Sin embargo, las probabilidades condicionales calculadas permanecen fijas y no son nunca actualizadas a medida que nueva información está disponible.

Li (2008) presentó un modelo bayesiano de estimación para un corredor unidireccional de transporte público, para la obtención de matrices de probabilidades OD, utilizando conteos de subidas y bajadas de pasajeros en las estaciones. La formulación, que sigue la línea de modelos de tipo paramétricos, se aprovecha de las características particulares de un corredor, y logra ofrecer un modelo parsimonioso que tiene mucho menos parámetros a estimar que en el caso de una red más general. Incorpora un modelo de cadena de Markov para describir las relaciones entre los valores de la matriz OD, con lo que el modelo queda caracterizado por un reducido número de parámetros: las probabilidades de transición de Markov. La idea de la parametrización es sobreponerse al clásico problema de subdeterminación del problema de estimación de matrices OD, en el cual se trata de estimar un determinado número de parámetros usualmente mayor al número de observaciones disponibles.

En comparación con MB, el enfoque propuesto es más eficiente en la forma en que utiliza la información *a priori* disponible, además de ser computacionalmente de bajo costo, pues se obtiene una solución cerrada al problema de estimación. Por otra parte, Li muestra que cuando no existe información previa disponible, el método produce una estimación equivalente a la que se obtendría por el apronte de máxima entropía. La ruta de transporte público se modela como un corredor unidireccional de  $N$  estaciones, como se muestra en la Figura 2–1, donde  $y_i$  y  $z_j$  representan subidas y bajadas de pasajeros en las paradas  $i$  y  $j$  respectivamente.

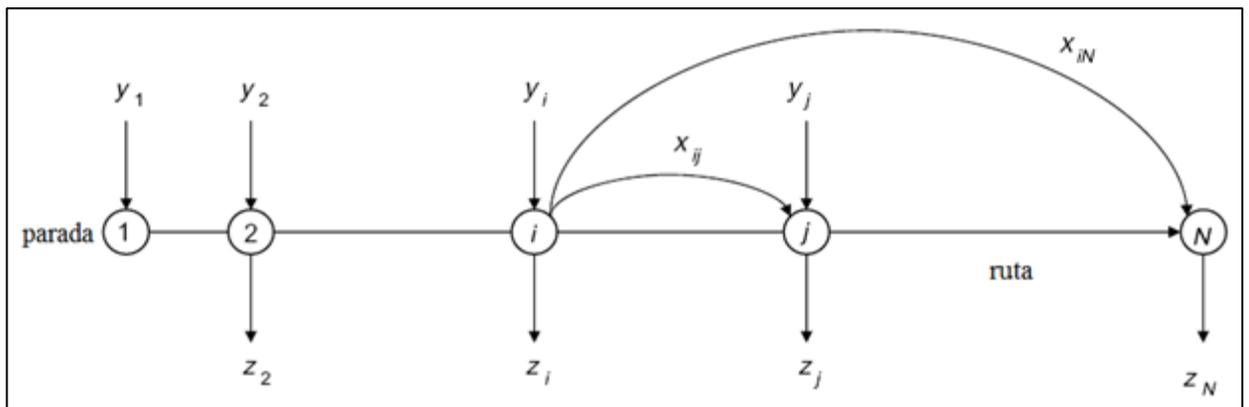


Figura 2–1: Corredor de transporte público modelado – Li (2008)

Las ecuaciones (2.5) y (2.6) corresponden a las ecuaciones de continuidad del sistema empleadas en la modelación, donde  $x_{ij}$  representa el número de viajes realizados entre el par  $(i, j)$  que se quiere estimar. A partir de estas expresiones, se puede inferir que el modelo fue pensado para un solo período de tiempo que abarque todos los viajes observados, lo cual representaría una limitación a la hora de pensar en matrices OD dinámicas de viajes, donde las observaciones de conteos de entrada y salida de pasajeros en las estaciones están vinculadas con más de un intervalo de tiempo.

$$\sum_{j=i+1}^N x_{ij} = y_i, \quad i = 1, \dots, N - 1 \quad (2.5)$$

$$\sum_{i=1}^{j-1} x_{ij} = z_j, \quad j = 2, \dots, N \quad (2.6)$$

Por otra parte, para especificar el modelo de manera correcta, es importante notar que la probabilidad de transición de que un pasajero se baje en la parada  $i$  dado que no lo hizo en la parada  $i - 1$  es crucial. El estado  $\xi_i$  de un pasajero es definido como  $\xi_i = 1$  si el pasajero está a bordo de un vehículo en la parada  $i$  y  $\xi_i = 0$  si no. Dado que el modelo de transición es de una etapa, se asume que cuando un usuario aborda un vehículo “olvida” su parada de origen, para la elección de su paradero de destino. Por lo tanto, es posible que las probabilidades de bajadas entre paradas consecutivas se estimen en forma errónea, pues, usualmente, son muy pocos los viajes que se realizan entre estaciones consecutivas. Una solución es utilizar un modelo de Markov de un orden mayor  $m$  – donde el estado actual del pasajero depende de su estado en las últimas  $m$  paradas –, modelando los viajes entre estaciones consecutivas de forma aislada.

El enfoque bayesiano se incorpora de manera de realizar inferencia estadística sobre los parámetros del modelo al combinar información previa con observaciones actuales. Es importante notar que si se quisiera incorporar tareas de predicción, éstas deberán ser abordadas externamente y orientadas hacia los conteos de pasajeros, pues el modelo se encarga de realizar las actualizaciones de las probabilidades OD.

Gordillo (2006) dio inicio a una serie de investigaciones realizadas en el Massachusetts Institute of Technology (MIT), que buscaban estudiar el valor de los datos recopilados por medio de los sistemas AFC, de modo de generar metodologías más baratas de estimación de matrices OD para sistemas de transporte público. Algunos de los objetivos principales del estudio se concentraban en resaltar la calidad de esta nueva información disponible para los planificadores de transporte público, que serían capaces de tener un

seguimiento mucho más preciso de la evolución de las tendencias de viaje de los usuarios en sus instalaciones.

Al comienzo de su investigación, Gordillo hace referencia al método mayormente usado para la estimación de matrices OD en el sistema de Metro de la ciudad de Londres, llamado *Rolling Origin Destination Survey* (RODS), realizado desde el año 1998 hasta el 2006, el cual se basa en encuestas masivas tipo Origen–Destino, que buscan estudiar los patrones de viaje de los usuarios del sistema. El autor hace notar la dificultad de la obtención de matrices OD de buena calidad, pues la metodología requiere de una alta tasa de respuesta de las encuestas, o de muestras de tamaño muy elevado. De hecho, de acuerdo con los datos entregados, la tasa de no respuesta de las encuestas se encuentra, en promedio, entre 70% y 80%. Dichos valores pueden indicar que las matrices OD estimadas a partir de los datos obtenidos, luego de que éstos fueran escalados de forma de representar a la población total, se encuentran posiblemente sesgadas. Además, las encuestas no son entregadas para cubrir todos los horarios de viaje, sino que son repartidas sólo entre las 7 AM y la medianoche. Esto puede traducirse en sesgos adicionales en la muestra obtenida, al no abarcar los patrones de viaje de todos los usuarios, en particular de aquellos que viajan temprano en la mañana, los cuales pueden tender a experimentar mayores desplazamientos que aquellos que viajan más tarde.

Con la incorporación del nuevo sistema AFC – la tarjeta Oyster –, la metodología podía ser modificada y mejorada, aprovechando de integrar la nueva información que el sistema entregaba. El sistema Oyster entrega una visión más detallada de los viajes realizados en el sistema de Metro de Londres. Lamentablemente, a la fecha de la realización de este estudio, éste no se encontraba implementado en todas las estaciones, por lo que el conjunto de información disponible se debió dividir en tres tipos:

- Viajes completamente documentados (CD): Corresponden a viajes que comienzan y terminan en estaciones que cuentan con el sistema AFC

- Viajes incompletos: Corresponden a viajes en que el usuario realiza la validación de su tarjeta en la estación de entrada o en la de salida. También son denominados “Viajes no finalizados”
- “No-viajes”: Corresponden a viajes en que se usa la misma tarjeta Oyster para entrar y salir por una misma estación, dentro de un corto período de tiempo. La mayor parte de las ocasiones, estos registros son realizados por tarjetas de los funcionarios del sistema, para dejar entrar o salir personas por la estación

La metodología propuesta tiene en consideración estos tipos de viaje, de manera de incorporar tanto los datos de RODS como los de Oyster. Según describe Gordillo en la sección 3.2 de su tesis, el método propuesto es del tipo MB llamado *Iterative Proportional Fitting* (IPF), para el cual la matriz de referencia se obtiene directamente de los datos del sistema Oyster, y se calcula además los llamados “Factores de Expansión” a partir de RODS, necesarios para hacer que dicha matriz sea representativa de los viajes realizados en el sistema. Los principales pasos del enfoque propuesto son tres:

- Estimar conteos de entrada y salida en cada estación del Metro
- Calcular los factores de expansión
- Usando un proceso tipo MB ajustar la matriz OD de referencia para que los totales calcen con los conteos estimados

Los resultados obtenidos reflejan el valor de la incorporación de la información obtenida del sistema Oyster, al revelar ciertos errores que se obtenían previamente al sólo emplear RODS. Además, los datos de Oyster capturan viajes en más pares OD que RODS, por lo que este último asigna erróneamente viajes en algunos pares OD, probablemente sobreestimándolos.

Un tema no abordado en la tesis de Gordillo es la utilización de datos de fines de semana o días festivos, pues sólo se enfocó en los días laborales del llamado “Período 1”, definido por *Transport for London* (TfL), que abarca desde el 1 al 29 de abril de cada

año. Además, las matrices OD estimadas son calculadas a nivel de día, y no se trabaja con intervalos de tiempo más cortos.

Por su parte, Cui (2006) busca estimar matrices OD para sistemas de transporte público basados en buses, usando información recolectada por un sistema AFC. Considera el uso de dos modelos: primero, el método IPF, y, segundo, estimación por máxima verosimilitud (MLE, por sus siglas en inglés, *Maximum Likelihood Estimation*). El foco de la tesis está en obtener una matriz OD a nivel de red (aunque también es posible para una determinada ruta), con datos *ex-post*, como conjuntos de conteos de subida y bajada de pasajeros para un período amplio, y en base a una matriz de referencia.

Los resultados muestran que IPF o MLE entregan valores muy similares en la estimación, para datos de la operación del sistema de transporte público de Chicago. Se debe tener en cuenta que ambos métodos utilizan la misma matriz de referencia como valor de entrada, y que el primero requiere también de un conjunto de totales de conteos de subida y bajada (que deberán ser estimados), mientras que el segundo sólo necesita de una muestra de dichas observaciones. Cui destaca el uso de un conjunto de información mucho menos costoso para obtener estimaciones de matrices OD de mayor calidad que las técnicas previas, basadas en la realización de encuestas a bordo.

Chan (2007) trabaja en una metodología de estimación de matrices OD para sistemas de trenes y en la definición de nuevas métricas de la confiabilidad de los tiempos de viaje en el sistema. La autora, quien trabaja con la información del sistema de Metro de Londres, es la primera en pasar a nivel de intervalos de tiempo más cortos, calculando las llamadas “Proporciones de Salida”, a partir de los datos del sistema Oyster. Estos valores son definidos a partir de la proporción de viajes que terminan dentro de un intervalo o período de interés  $P$  (podría ser un intervalo específico de 15 minutos, o un período de 1 hora dentro de uno mayor, como Punta Mañana), con respecto al total de viajes documentados que pertenecen a un período  $T$ , al cual  $P$  pertenece, y que debe ser lo suficientemente amplio como para capturar todos los viajes que comenzaron durante

el período de interés. Luego, estas proporciones se utilizan en todos los otros tipos de registros disponibles en el sistema, como conteos manuales y otro tipo de tarjetas magnéticas empleadas.

El cálculo de las “Proporciones de Salida” se basa en dos supuestos principales: primero, que los viajes documentados en el sistema Oyster son representativos de los viajes en toda la red, y, segundo, que trabajar con intervalos de tiempo más cortos tiene sentido en sistemas de transporte público que estén equipados con control tanto para la entrada como para la salida en la mayoría de las estaciones. En la sección 3.3.4 de la tesis de Chan hay más detalles de cómo se calculan estos datos.

Chan concluye que una metodología basada en el sistema Oyster no es recomendable para la estimación de matrices OD a nivel de intervalos de tiempo menores a una hora, pues las proporciones obtenidas de RODS pueden no ser muy precisas para intervalos tan cortos.

Finalmente, es importante mencionar que el trabajo de Chan viene a complementar la línea de estudio seguida por Zhao *et. al* (2007), quien propone una metodología de estimación de matrices OD (para períodos de, por ejemplo, 24 horas), en un sistema de tren liviano que cuenta con AFC incorporado, donde sólo se realizan validaciones al momento de ingresar al sistema. El algoritmo propuesto se basa en un método de inferencia de los destinos de los viajes de los usuarios, que combina tecnologías como AFC y AVL. Este estudio cuenta con potenciales sesgos y falencias, pues la combinación de las tecnologías no permite identificar todos los viajes realizados en el sistema, y, por lo tanto, se requieren métodos de expansión para producir una matriz OD completa.

## 2.4 Resumen

Ninguno de los métodos reportados, en especial los diseñados para transporte público, contemplan el uso de información en línea, como la que se obtiene por medio de los sistemas AFC – que puede ser complementada con los datos de los sistemas AVL –, para ser utilizada para predecir las matrices OD en intervalos o períodos posteriores del día, por medio de actualizaciones de los parámetros requeridos para dichas tareas de pronóstico. Como se mencionó, los algoritmos empleados calculan los valores de entrada necesarios para la estimación, y los mantienen fijos durante todo el estudio.

Esto se debe a que, en general, el objetivo principal de dichos estudios consiste en realizar estimaciones de matrices OD representativas de un día promedio cualquiera, en determinados sectores o rutas de la red de transporte público, por medio del aprovechamiento de los datos recogidos del funcionamiento del sistema, como los conteos y validaciones de los pasajeros. Dicha tarea es realizada luego de que toda la información está disponible, y, además, la mayoría de los esfuerzos realizados para transporte público, emplean métodos iterativos de cálculo (MB, IPF), los cuales dependen fuertemente de la calidad de la información previa disponible.

En cuanto a los trabajos realizados en transporte privado, en especial el de Bierlaire y Crittin y el de Zhou y Mahmassani, se puede pensar en la adaptación de las ecuaciones de continuidad empleadas y la utilización de las correspondientes técnicas de solución, para representar un corredor de transporte público y no vías de transporte privado. Sin embargo, a la luz de resultados de pruebas preliminares, se ha discutido en torno a si las formulaciones empleadas para representar el caso de transporte privado son aptas para los casos de transporte público, dudando de la calidad de las futuras estimaciones.

Es importante destacar que los métodos más recientes reportados para estimación de matrices OD requieren de una cantidad de información bastante menor que los métodos

más antiguos, cuando era necesario realizar un alto número de encuestas para recabar los datos necesarios, métodos que tienen sus propios sesgos e imprecisiones.

Adicionalmente, es importante aclarar que ninguno de los estudios indicados en la revisión bibliográfica utiliza datos provenientes de un corredor con VOD, que es el caso analizado en esta tesis. En la mayoría de los casos, se limita a información extraída de los sistemas AFC, con validaciones sólo al ingresar al sistema, al atravesar los torniquetes en las estaciones o al abordar los vehículos. Luego, contar con datos de un corredor con VOD, dirige la modelación hacia nuevas formulaciones que consideren dicha naturaleza de la información, como la propuesta en el presente documento.

Finalmente, la generación de nuevos modelos y el descarte de técnicas como el filtro de Kalman, ya descrito en la sección 2.2, se debe principalmente a que la linealidad impuesta típicamente al modelo de transición entre estados representa un supuesto fuerte y una aproximación al problema. Se vio que la aplicación de Ashok y Ben-Akiva utiliza un planteamiento en que hay una correlación entre todos los pares OD de la red en el tiempo. Sin embargo, en la práctica dicho supuesto se relaja, asumiendo que los pares OD son independientes entre sí, generando modelos tipo autorregresivos (AR) para describir la evolución del sistema. Adicionalmente, no es posible afirmar que el supuesto de normalidad de los errores se sostendrá en esta aplicación. De todas formas, la capacidad conocida de estos métodos de entregar resultados en tiempo real, sugiere que éstos podrían ser igualmente probados, aun cuando los supuestos estándar sean violados.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El problema que se intenta resolver consiste en desarrollar un algoritmo para la Estimación/Actualización y Predicción de matrices OD dinámicas en un corredor de transporte público con VOD. La necesidad de validar tanto en la estación de origen como en la de destino, información que queda registrada en el ST, entrega un conjunto de antecedentes que difiere de los datos típicamente disponibles para este tipo de estudios, que corresponden usualmente a conteos a nivel de vehículo. Adicionalmente, dichas validaciones permiten identificar cada usuario en forma individual, y no considerarlo como uno de los viajeros que forman parte de un conjunto de subidas o bajadas de un vehículo.

A continuación, en la sección 3.1 se describe el problema que aborda el presente estudio, en la sección 3.2 se indica la notación y una serie de definiciones necesarias para la comprensión de los modelos empleados, y, finalmente, la sección 3.3 hace una revisión de las características de la muestra de datos disponible.

#### 3.1 Enunciado del Problema

Se considera un período de análisis  $T$  dividido en intervalos iguales  $k = 1, \dots, K$ , cada uno de largo  $\Delta$  (e.g. 15 minutos). La red es un corredor bidireccional de transporte público, que sirve a  $N$  estaciones o paradas. De esta forma, existen  $n_{OD} = N \cdot (N - 1)$  pares OD en la red.

Para cada intervalo  $k$  se cuenta con 2 tipos de información: primero, antecedentes históricos, correspondiente a una matriz OD que refleja los viajes esperados entre cada par OD que comienzan en dicho intervalo, así como datos de viajes realizados durante este intervalo en días previos, y, segundo, datos captados en tiempo real desde el ST, como la información de las validaciones realizadas al entrar y salir del sistema. Es

importante recalcar que la información recabada cuando los usuarios finalizan su viaje – con la validación de salida –, es la necesaria para documentar en forma completa cada viaje realizado, pues es posible registrar el par OD recorrido, el tiempo de viaje experimentado y el tipo de usuario asociado con el viaje.

Se asume que el instante actual corresponde al final del intervalo  $h = [h^-, h^+)$ , donde  $h^-$  y  $h^+$  definen los instantes de inicio y término de dicho intervalo. El objetivo principal es desarrollar una metodología que permita generar estimaciones/actualizaciones de las matrices OD observadas en el corredor para intervalos  $k \leq h$ , y que, adicionalmente, entregue pronósticos de las matrices OD para  $h < k \leq K$ , es decir, para intervalos posteriores al actual.

### 3.2 Definiciones y Notación General

A continuación, en la Tabla 3–1 se presenta la notación general empleada en la investigación, la cual es complementada luego con la notación específica de cada capítulo.

Tabla 3–1: Notación general

NOTACIÓN	DEFINICIÓN
$N$	Número de estaciones del corredor
$n_{OD}$	Número de pares OD en el corredor. Se calcula como $n_{OD} = N \cdot (N - 1)$
$k$	Contador de intervalos ( $1 \leq k \leq K$ ). Todos los intervalos son iguales, cada uno de largo $\Delta$
$S_{max}$	Máxima duración (en intervalos de largo $\Delta$ ) de cualquier viaje en la red
$O$	Estación de origen de un viaje realizado en la red
$\mathcal{D}_i^k$	Destino de viaje de un usuario que inicia su viaje en la estación $i$ durante el intervalo $k$
$y_i^k$	Afluencia de pasajeros a la estación $i$ durante el intervalo $k$ , donde $k \leq h$

$t_{ij}^k$	Tiempo de viaje (aleatorio) entre el par $(i, j)$ , para un viaje iniciado durante el intervalo $k$ , medido en minutos
$t_{ij}^{min}$	Tiempo mínimo de viaje entre el par $(i, j)$ , medido en minutos

### 3.3 Descripción del Corredor bajo Análisis

En las siguientes secciones se describe en detalle la operación del corredor de interés. En primer lugar, se detalla cómo opera el ST asociado al corredor y cómo se extrae la información necesaria para las etapas de Estimación/Actualización y Predicción de matrices OD para corredores de transporte público con VOD. En segundo lugar, se realiza una descripción de la muestra de datos disponible, correspondiente al corredor del sistema de Metro de Valparaíso (Merval), seguida de la depuración que se realizó a esta información para obtener la base de viajes definitiva. En cuarto lugar, se muestra el análisis realizado sobre la información, en cuanto a las tendencias de viaje observadas, y, finalmente, se describe las distribuciones de tiempos de viaje observadas en la operación del corredor.

#### 3.3.1 Sistema Tarifario y Recopilación de Información

Se considerará un corredor que emplea un ST con VOD, es decir, que obliga a los usuarios a realizar validaciones tanto en la estación de origen como en la de destino, pues el cobro varía de acuerdo con el tramo recorrido.

Asumiendo que un viaje comienza con la validación de entrada y termina con la de salida, al detectar dichas operaciones para una misma tarjeta (cada una con un ID), será posible armar una base de datos de viajes en el corredor. En esta base de datos se podrá indicar el par OD de cada viaje, y los horarios de entrada y salida, de cuya diferencia es posible obtener los tiempos de viaje experimentados. En la Figura 3–1 se muestra un

ejemplo del armado de la base de datos de viajes, al identificar que una misma tarjeta entró y salió del corredor.

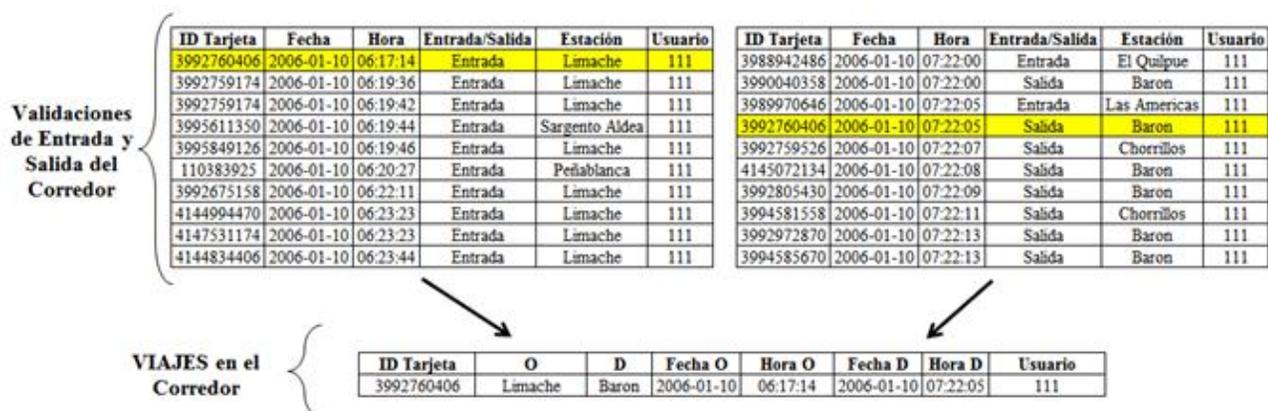


Figura 3–1: Ejemplo de validaciones del ST en el corredor de Merval

En resumen, operar con un ST como el mencionado permite, para cualquier agregación temporal, contar con datos como:

- Conteos de Entrada en todas las estaciones
- Horarios de afluencia de pasajeros en todas las estaciones
- Bajadas por par OD
- Matrices OD, rescatables de la base de datos de viajes
- Tiempos de Viaje por par OD

Adicionalmente, se asumirá que la información sobre las frecuencias de operación para los distintos períodos del día también se encuentra disponible.

### 3.3.2 Muestra de Datos disponible

La muestra de datos disponible corresponde a información de la operación del corredor de Metro de Valparaíso (Merval), durante los 6 primeros meses de los años 2006, 2007 y

2008. Dicho corredor sirve a 20 estaciones, las cuales van desde el puerto de Valparaíso hasta la ciudad de Limache, atravesando la zona urbana de Viña del Mar. En el Anexo A se presenta un esquema de la red del corredor.

Como ya se mencionó, en este corredor de transporte público los distintos tipos de usuario utilizan una tarjeta magnética la cual deben validar para realizar el viaje, tanto en la estación de ingreso como en la de egreso. Los datos recopilados al momento de validar la tarjeta son los siguientes:

- Identificador de la tarjeta (ID)
- Tipo de usuario
- Código de la operación: Entrada, Salida o Multa
- Fecha de la operación: Incluye día y hora

El código de operación “Multa” refleja la existencia de un número distinto de entradas y salidas durante el día para una misma tarjeta, lo cual se traduce en una infracción en dinero para el usuario. Los códigos “Entrada” y “Salida” están asociados con la estación de ingreso y egreso del sistema, respectivamente.

En Merval operan 2 servicios diferentes. El servicio 1 recorre la línea desde la estación Puerto hasta la estación Limache (i.e. de extremo a extremo), y el servicio 2, que corresponde a un bucle del primero, abarca desde la estación Puerto hasta la estación Sargento Aldea. Cada uno de ellos cuenta con una frecuencia determinada para cada período, la cual es regulada en las estaciones de los extremos de cada uno de los servicios, controlando que los intervalos entre trenes consecutivos sean regulares.

En general, en la muestra se observa que la demanda en el corredor es menor a la capacidad ofrecida, y rara vez se observa congestión en las estaciones, por lo que los patrones de demanda disponibles suelen ser muy estables, y en pocas ocasiones se observa una desviación significativa del comportamiento promedio. Para la ocurrencia de un evento anómalo, se observa una distribución de los destinos de los viajes diferente a la de un día normal. Tal es el caso de los partidos de fútbol en fines de semana, huelgas

de servicios de buses o la llegada de un buque transatlántico al puerto de Valparaíso, como, por ejemplo, el Queen Mary II en 2007. Las fechas y los tipos de cada evento encontrado se encuentran resumidos en el Anexo C.

Los horarios de operación entregados por Merval comprenden entre las 06:30 y las 23:30 horas. Sin embargo, dentro de este estudio se ampliará levemente dicho horizonte temporal, y se considerará entre las 06:00 y las 23:45 horas, extendiendo los períodos correspondientes. Esto se debe a que se observó en los datos históricos que existen viajes que se inician o terminan más allá de los horarios definidos por la operación. Además, Merval tiene definidos ciertos períodos de operación, distinguiendo entre días laborales y sábados, domingos o festivos. Éstos se indican en la Tabla 3–2, indicando además el intervalo  $h_t$  entre trenes (en minutos) asociado a cada servicio.

Tabla 3–2: Períodos de operación del corredor de Merval

Período	Tramo del Corredor	Días Laborales		Sábados, Domingos o Festivos	
		Horario	$h_t$	Horario	$h_t$
Punta Mañana	Puerto – Sargento Aldea	07:30 – 09:30	6	–	–
	Sargento Aldea – Limache		12	–	–
Punta Tarde	Puerto – Sargento Aldea	18:00 – 19:30	6	–	–
	Sargento Aldea – Limache		12	–	–
Fuera de Punta	Toda la línea	Resto del día	12	Todo el día	18

(Fuente: Metro de Valparaíso, Merval)

En definitiva, la información disponible corresponde a horarios de operación del corredor, matrices OD dinámicas de viaje para todo el día, conteos de entrada y salida de pasajeros para todo el día, y tiempos de viaje observados entre cada par OD, para los días mencionados.

### 3.3.3 Depuración y Manejo de la Base de Datos

El primer filtro de la muestra inicial  $BD_0$  consistió en la eliminación de datos inconsistentes, tales como viajes realizados por tipos de usuario inexistentes o aquéllos con código de operación “Multa”. Luego de realizada esta depuración se observó que aún existían tarjetas con distinto número de entradas y salidas, o que registraban su primera operación del día como una salida. Todos estos datos – cerca de un 8% de  $BD_0$  – fueron eliminados de la muestra. Finalmente, en la base depurada se observa igual número de entradas que de salidas para cada ID de tarjeta.

A partir de los datos depurados, se generó una nueva base de datos  $BD_1$  que incluye información de los viajes realizados en la red. Los datos asociados a un viaje corresponden al ID de la tarjeta, origen y destino, fecha y hora de inicio, fecha y hora de término, y tipo de usuario.

Como se mencionó en la sección 3.3.1, se asume que un viaje comienza en el instante en que el usuario realiza la validación para ingresar al sistema. Al dividir el día en  $K$  intervalos de  $\Delta$  minutos, será posible asociar un intervalo  $k$  a la entrada del usuario al corredor. De la misma forma, una vez efectuada la salida es posible calcular el tiempo de viaje  $t_{ij}^k$  experimentado por el usuario al viajar entre el par  $(i, j)$  como la diferencia entre las horas de salida y entrada, y asociar el instante de salida a un intervalo  $k^* \geq k$ .

Luego, a partir de  $BD_1$  es posible realizar un seguimiento exacto de las matrices OD observadas, se obtiene fácilmente los conteos de entrada y salida para todas las estaciones e intervalos del día, y se calculan de manera sencilla los totales de viaje observados para cada día de datos.

Teniendo en cuenta la gran cantidad de información disponible, es posible agrupar días que presenten comportamiento similar, por lo que surgen varias formas posibles de hacerlo. En primer lugar, se puede trabajar con 7 grupos de días, uno para cada día de la

semana, o también podría distinguirse los días laborales de los fines de semana, o incluso separar los días laborales de los sábados y domingos, generando 3 grupos diferentes. Cada agrupación generará distintos resultados a la hora de probar la calidad de los resultados de los modelos propuestos.

Finalmente, para tener una correspondencia con los períodos de operación que se utilizan en el corredor de Merval, se optó por trabajar con 3 grupos de días – laborales, sábados y domingos o festivos –.

### **3.3.4 Análisis de la Muestra depurada**

En esta sección se estudia la demanda en el corredor de Merval, tanto a nivel de los totales de viaje como de su distribución.

En primer lugar, se realiza un análisis a nivel general, detallando los viajes observados en cada uno de los meses disponibles. En segundo lugar, se indica cuántos viajes se realizan en cada día de la semana, y se observará cómo se diferencian los días laborales del resto de la semana. Luego, en tercer lugar, se muestra un ejemplo de la distribución de los viajes en la red, por medio de una matriz OD promedio para un día tipo y un período del día en particular. De dicha matriz, se puede extraer información cómo qué estaciones son las que generan y atraen más viajes en el período seleccionado. Finalmente, se hace mención a algunos datos que escapan a las tendencias observadas en los datos, producto de eventos particulares, que modificaron el total de viajes y/o su distribución.

A continuación, en la Tabla 3–3 se resume el número de viajes observados en cada uno de los meses de información disponible.

Tabla 3-3: Viajes en Merval – Desagregación por mes

<b>Año</b>	<b>Enero</b>	<b>Febrero</b>	<b>Marzo</b>	<b>Abril</b>	<b>Mayo</b>	<b>Junio</b>	<b>Total de Viajes</b>
<b>2006</b>	456.502	490.582	527.188	556.089	599.529	576.400	3.206.290
<b>2007</b>	958.480	775.958	941.822	954.259	974.944	915.029	5.520.492
<b>2008</b>	928.627	789.608	912.880	964.297	939.285	874.867	5.409.564

Se aprecia en la Tabla 3-3 que en el año 2006 se realizó un número significativamente menor de viajes que en los 2 años siguientes, en los cuales el número de viajes observado es muy similar. Esto se debe, probablemente, a que 2006 corresponde al primer año de operación del corredor. Gráficamente, se obtiene la situación que se observa en la Figura 3-2.

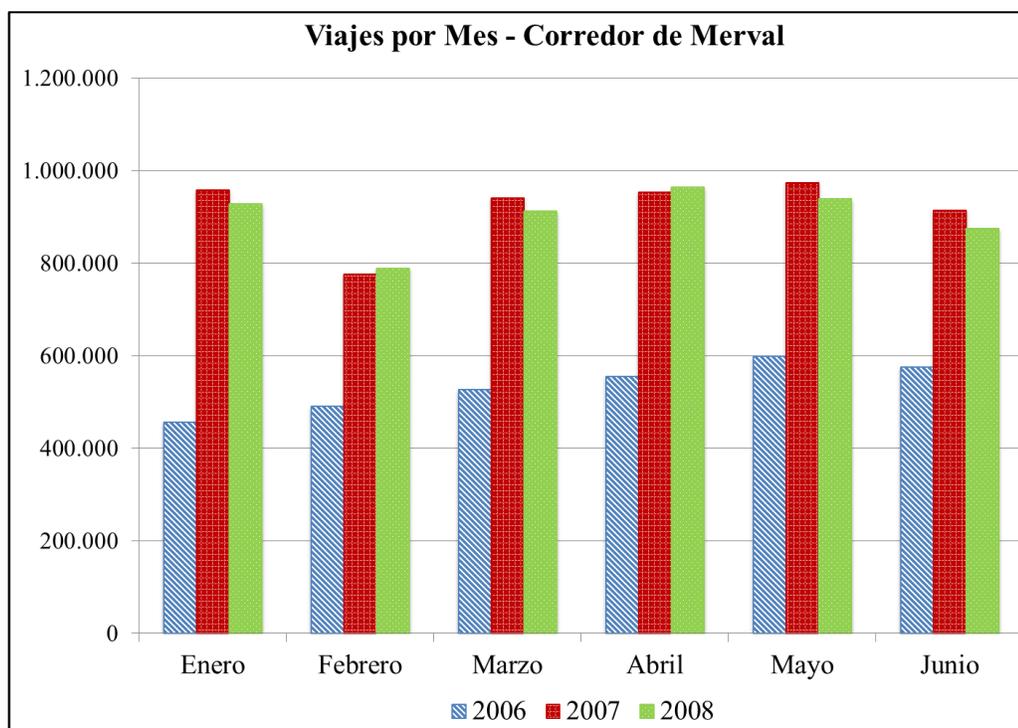


Figura 3-2: Demanda mensual en el corredor de Merval

Por medio de la Figura 3–2 se puede observar claramente que la demanda en el año 2006 presenta una estructura aproximadamente creciente, muy distinta a la de los 2 años siguientes. Por su parte, los años 2007 y 2008 presentan un patrón mucho más similar entre ellos, donde el mes de Febrero presenta una baja importante en el total de viajes.

Desagregando la tabla anterior, en la Tabla 3–4 y en la Figura 3–3 se puede observar la estructura de la demanda para los distintos días de la semana.

Tabla 3–4: Viajes anuales por día de la semana en Merval

<b>Año</b>	<b>Lunes</b>	<b>Martes</b>	<b>Miércoles</b>	<b>Jueves</b>	<b>Viernes</b>	<b>Sábado</b>	<b>Domingo</b>	<b>Total de Viajes</b>
<b>2006</b>	483.250	530.877	529.687	519.613	536.425	325.204	281.234	3.206.290
<b>2007</b>	926.010	912.143	916.460	913.144	921.771	545.845	385.119	5.520.492
<b>2008</b>	930.990	888.372	927.461	909.753	900.762	498.329	353.897	5.409.564

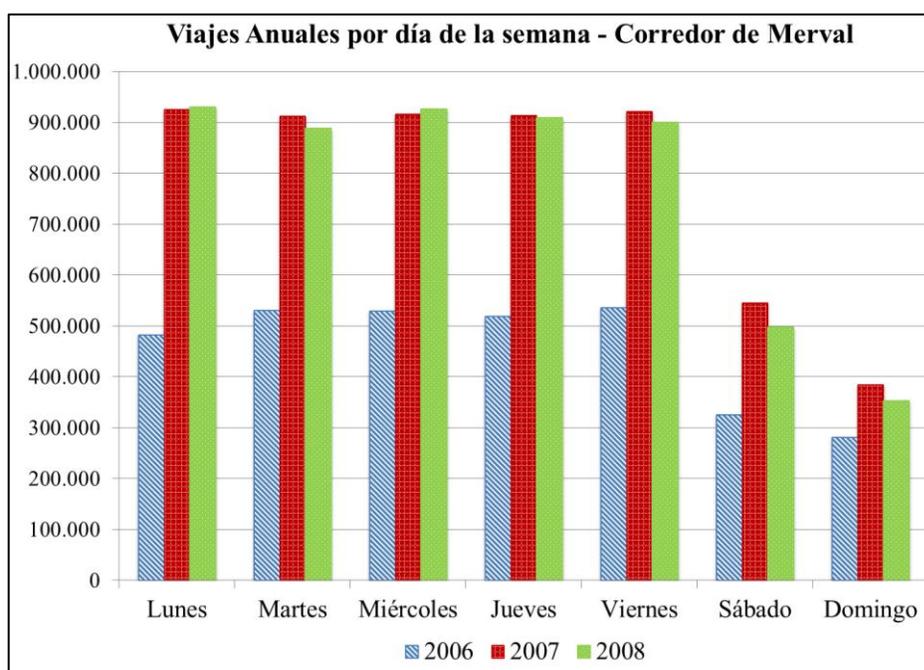


Figura 3–3: Demanda anual por día de la semana en Merval

Se puede apreciar que en los días laborales se realiza, aproximadamente, un nivel similar de viajes. En cada uno de ellos se realiza cerca de un 16% de los viajes de la semana, lo que en conjunto corresponde a alrededor de un 80% de los viajes semanales.

Por su parte, los fines de semana muestran menor número de viajes que los días laborales, siempre con un mayor número de viajes en los días Sábado. La estructura que se aprecia en la figura justifica, al menos a este nivel de agregación, la utilización de tres distintos períodos de operación en el corredor: Laborales, Sábados y Domingos o Festivos.

A continuación en la Tabla 3–5 se presenta para cada año una descomposición porcentual de los viajes de acuerdo a su destino, tanto para viajes en período de vacaciones (Enero, Febrero) como para los meses del año laboral. El diccionario de estaciones, del cual se puede extraer el nombre de la estación  $j$ , se encuentra en el Anexo B.

En el período de vacaciones los destinos de los viajes se comportan de forma diferente a lo que se puede advertir durante el período laboral del año. Esto se debe a que los motivos de viaje son diferentes en ambos períodos. En la Tabla 3–5, se observa también que las estaciones de Puerto (1), Viña del Mar (8) y Limache (20) atraen una proporción mayor de viajes durante el período de vacaciones que en los meses del año laboral.

Tabla 3–5: Viajes en Merval – Proporción de viajes según destino por período del año

Año	2006		2007		2008	
	Vacaciones	Año Laboral	Vacaciones	Año Laboral	Vacaciones	Año Laboral
1	10,93%	8,32%	7,84%	6,22%	7,15%	6,09%
2	6,43%	6,36%	6,42%	6,11%	6,53%	6,09%
3	2,48%	4,14%	2,56%	3,94%	2,53%	3,95%
4	4,60%	5,03%	4,76%	5,07%	4,71%	4,83%
5	1,94%	2,18%	1,73%	2,33%	1,66%	2,27%

6	0,86%	1,22%	1,01%	1,36%	1,05%	1,32%
7	5,24%	5,22%	5,43%	5,32%	5,77%	5,59%
8	18,01%	13,12%	16,17%	12,62%	15,46%	12,33%
9	2,63%	3,26%	3,31%	3,68%	3,57%	3,75%
10	2,49%	4,56%	2,71%	5,13%	2,74%	5,18%
11	2,01%	2,34%	2,04%	2,13%	2,10%	2,04%
12	10,03%	10,71%	11,44%	11,80%	11,82%	11,99%
13	2,17%	2,66%	2,45%	2,74%	2,67%	2,84%
14	3,60%	3,75%	4,35%	4,49%	4,37%	4,38%
15	2,73%	3,76%	4,23%	4,42%	4,17%	4,31%
16	1,60%	2,10%	2,04%	2,26%	2,06%	2,20%
17	6,15%	8,05%	8,10%	8,33%	7,90%	8,04%
18	1,97%	2,46%	2,65%	2,91%	2,67%	2,90%
19	1,32%	1,36%	1,64%	1,68%	1,69%	1,76%
20	12,82%	9,41%	9,14%	7,46%	9,37%	8,15%

Es posible desagregar el análisis anterior, y observar el comportamiento de los destinos de los viajes en cada uno de los meses del período laboral. Con esto se podrá advertir que, en dichos meses, las proporciones de viajes que van a cada destino son muy similares, por lo que en adelante se trabajará con ellos como un único período.

Con los datos del año laboral, se puede analizar la distribución de los viajes en los distintos períodos de operación del día. A modo de ejemplo, en la Tabla 3-6 a continuación, se muestra la matriz OD promedio del período Punta Mañana en un día laboral del año 2007. Se aprecia que, en este período, las estaciones que más generan viajes son El Quilpué (12), El Belloto (14) y Villa Alemana (17), y las que atraen más viajes corresponden a Puerto (1), Bellavista (2) y Viña del Mar (8). En negrita y destacados se indican los pares OD más cargados, que tienen como destino las estaciones recién mencionadas. Estas estaciones se encuentran, probablemente, en las cercanías de importantes lugares de trabajo, pues dicho motivo de viaje es el que predomina durante la Punta Mañana.

Tabla 3-6: Matriz OD promedio – Día Laboral – Punta Mañana

Origen	Destino																				Total
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
<b>1</b>		11	11	35	47	15	200	245	342	454	370	283	53	127	58	59	279	64	30	179	151
<b>2</b>	3		2	26	58	25	179	197	342	483	280	369	40	43	24	56	204	79	38	201	139
<b>3</b>	9	1		3	40	3	80	93	169	242	180	210	36	82	14	26	93	39	15	82	74
<b>4</b>	35	21	1		28	9	47	173	301	559	582	379	111	131	32	19	204	43	55	278	158
<b>5</b>	135	92	95	35		6	32	41	198	273	223	80	41	36	9	15	48	24	8	63	76
<b>6</b>	285	74	125	108	56		42	160	242	397	158	261	52	47	12	23	121	16	22	94	121
<b>7</b>	1.403	539	392	330	63	23		32	282	480	396	435	79	118	58	35	271	98	55	208	279
<b>8</b>	928	604	334	232	71	43	13		69	395	803	463	117	150	105	78	343	113	60	462	283
<b>9</b>	1.008	742	401	422	241	94	262	103		105	417	438	81	183	89	51	234	68	27	275	276
<b>10</b>	<b>2.196</b>	1.207	793	728	254	166	323	336	82		379	406	96	24	21	38	140	38	26	245	395
<b>11</b>	62	69	37	65	43	17	35	131	73	23		97	10	57	19	8	97	13	11	37	47
<b>12</b>	<b>3.686</b>	<b>2.394</b>	1.717	1.422	659	299	1.461	<b>2.601</b>	1.262	999	988		44	53	58	52	303	126	48	394	977
<b>13</b>	1.382	923	707	567	250	102	594	1.248	232	378	177	217		114	29	40	235	69	18	163	392
<b>14</b>	2.083	1.492	957	1.028	430	203	1.182	<b>2.241</b>	782	439	614	674	42		10	22	225	97	17	186	670
<b>15</b>	1.809	1.445	892	839	261	181	804	2.021	611	456	539	620	54	104		37	343	94	13	157	594
<b>16</b>	955	554	411	426	217	77	388	810	247	245	167	423	33	51	4		55	118	3	140	280
<b>17</b>	<b>2.220</b>	1.466	884	956	574	171	1.005	1.896	559	493	471	555	61	43	33	19		17	10	347	620
<b>18</b>	1.104	787	694	495	359	117	581	1.413	353	299	133	407	89	36	37	46	67		3	164	378
<b>19</b>	349	335	250	212	136	40	239	617	125	186	96	249	86	36	23	10	53	31		164	170
<b>20</b>	916	730	773	716	673	181	714	<b>2.384</b>	1.051	916	277	529	58	95	40	84	261	104	110		558
<b>Total</b>	1.082	710	499	455	235	93	430	881	385	412	381	373	62	80	35	38	188	66	30	202	

En el período de Punta Tarde se observa la situación inversa. Las estaciones que en Punta Mañana generaban más viajes son las que ahora atraen la mayor cantidad de viajes, y viceversa. Esto se debe a que los usuarios viajan de vuelta a sus hogares durante este período.

Observando los viajes totales para cada uno de los días de información disponible, es posible detectar datos atípicos, que escapan a la tendencia y estacionalidad que se observa en el resto de la serie de datos. Esta situación se produce por la presencia de eventos particulares que alteran los totales de viaje y/o su distribución.

En particular, en la Figura 3–4 se advierte que en 2006 la cantidad de viajes realizados el día miércoles 8 de Febrero escapa a la tendencia de los demás días laborales de la misma semana. Esta situación se debe a que en esa fecha se produjo la llegada del crucero Queen Mary 2 al puerto de Valparaíso. Evidentemente, este hito afectó no sólo la cantidad de viajes observados en la red, sino también su descomposición horaria y su distribución entre los distintos pares OD.

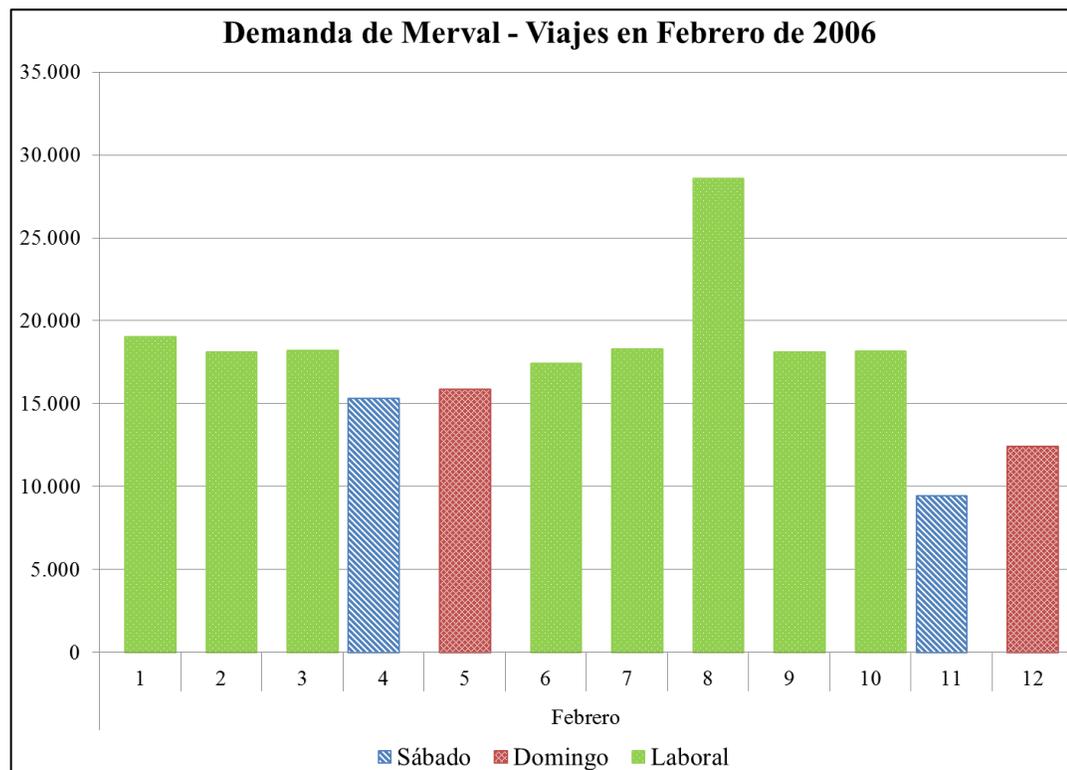


Figura 3–4: Viajes en Merval – Datos atípicos en febrero de 2006

En la Figura 3–5 se muestra el número de viajes iniciado en intervalo de 15 minutos de cada uno de los miércoles de febrero de 2006. Se puede advertir fácilmente que la distribución horaria de los viajes en el día atípico (Feb–08) difiere fuertemente de la que se observa en los demás miércoles del mes, pues hay una alta concentración de viajes que se realiza en los períodos Fuera de Punta y Punta Tarde. Adicionalmente, la distribución de los destinos de dichos viajes es también muy distinta. En dicha ocasión, la llegada del crucero provocó un aumento importante en los viajes, especialmente hacia las estaciones de Puerto, Viña del Mar y El Quilpué, situación que se observa en la Figura 3–6, donde la segunda columna de cada estación representa el día atípico.

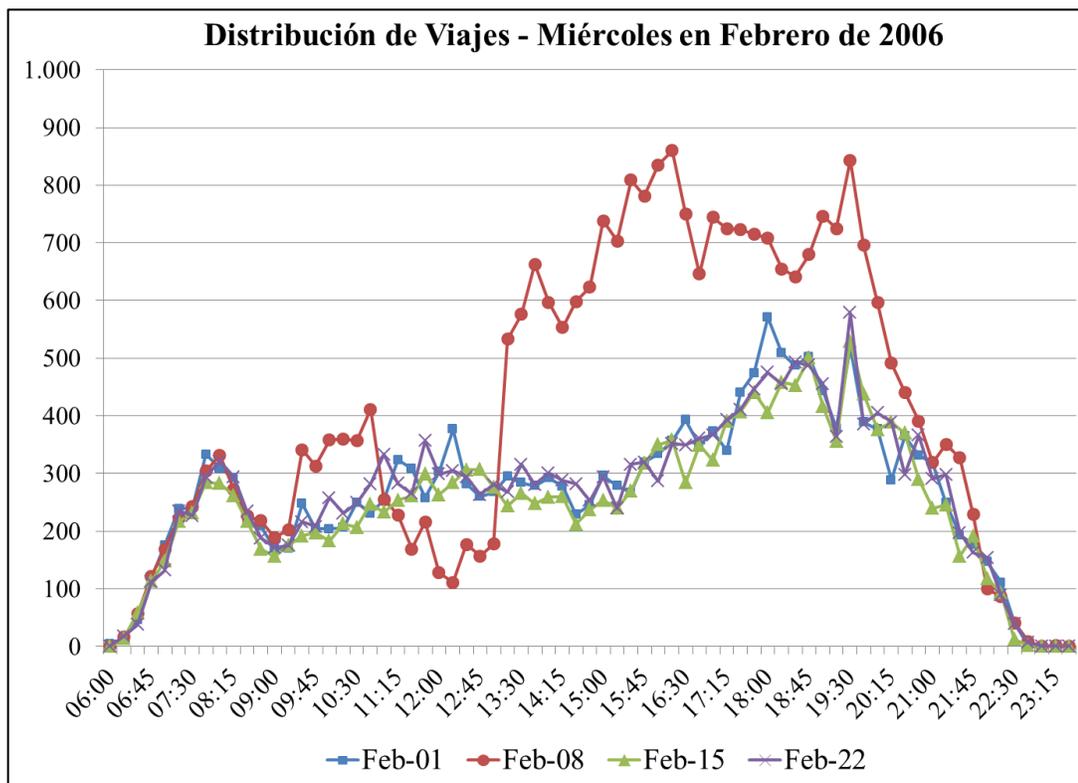


Figura 3-5: Distribución de viajes – Miércoles de Febrero de 2006

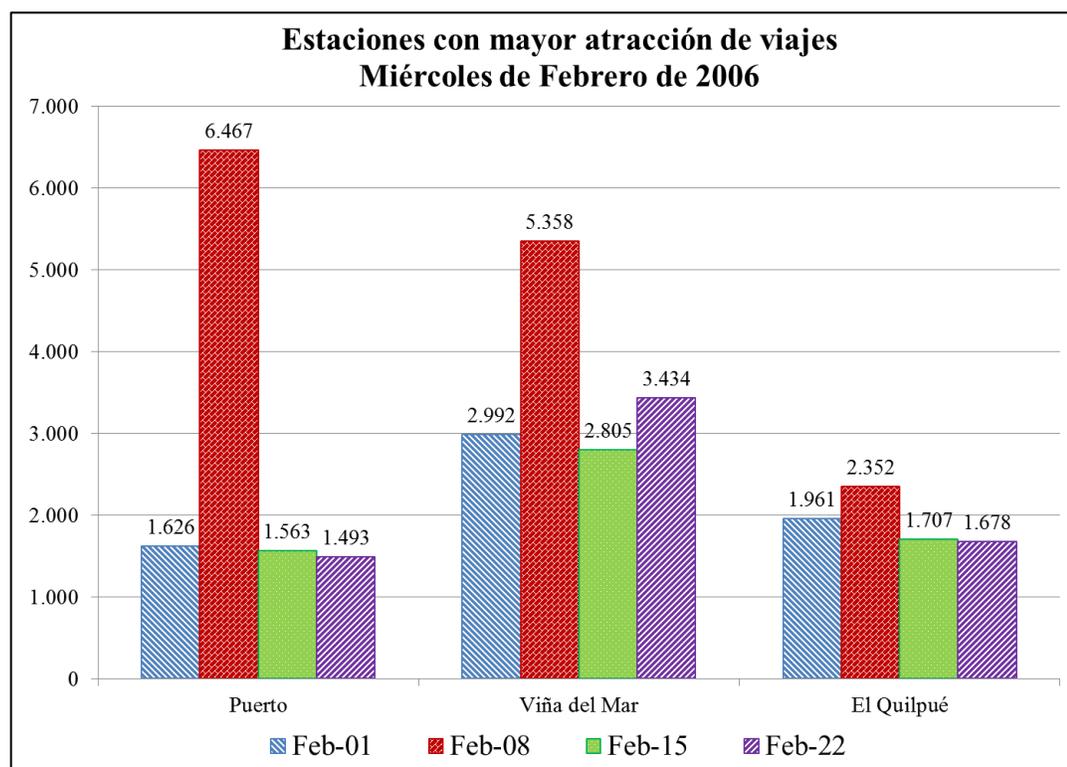


Figura 3–6: Estaciones con mayor atracción de viajes – Miércoles de febrero de 2006

Finalmente, y de forma análoga, existen otros días atípicos en los que se observa una baja en los totales de viaje. En los datos disponibles, los días 9 y 10 de Junio de 2008 se observó una situación de este tipo, producida por una huelga de maquinistas de Merval. Dicho escenario se aprecia claramente en la Figura 3–7.

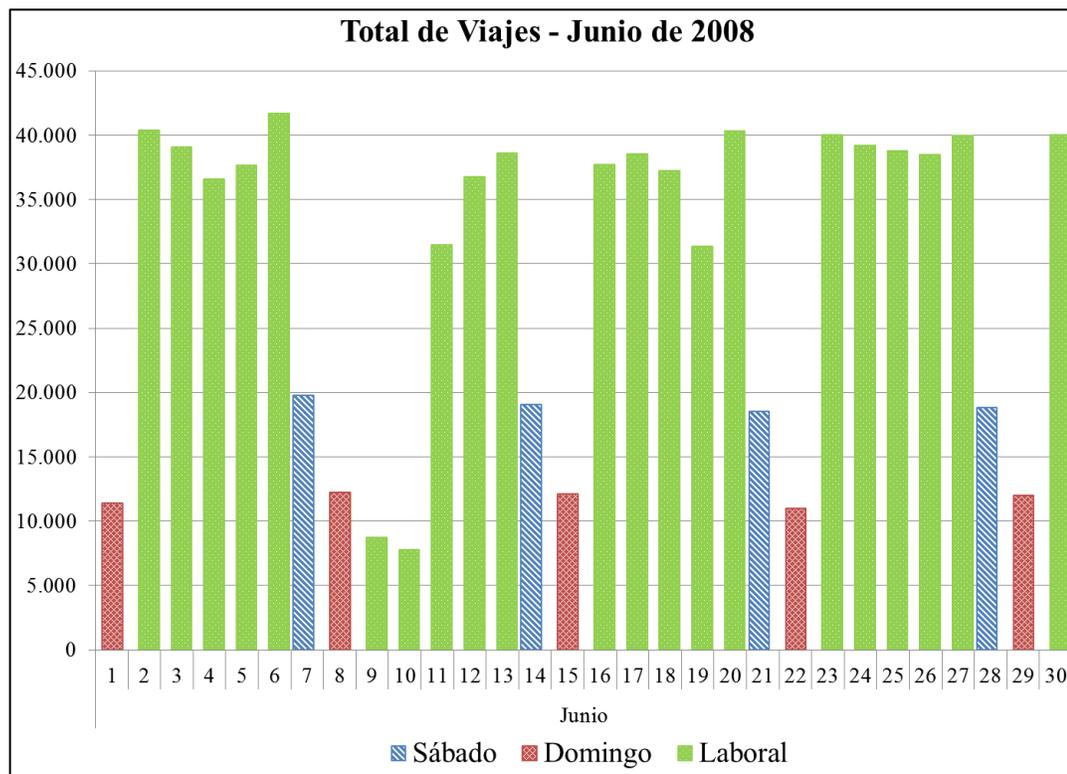


Figura 3–7: Viajes en Merval – Junio de 2008

Se observa claramente que el número de viajes cayó fuertemente en los días 9 y 10 de Junio de 2008, producto de la menor oferta en el corredor de Merval. Luego, a partir del día 11, dicha situación comenzó a normalizarse. Se aprecia también cómo los días mencionados son efectivamente datos atípicos, pues la cantidad de viajes en los demás días laborales es bastante mayor.

### 3.3.5 Tiempos de Viaje en la red

Los tiempos de viaje corresponden a un indicador muy importante de los niveles de servicio de un sistema de transporte público, cuya disponibilidad está sujeta a cómo sea la operación de cada sistema en particular. En algunos casos, podrán ser extraídos desde el ST, mientras que en otros se podrán obtener por medio de datos de la ubicación en el tiempo de los vehículos que operen en el corredor. En el caso del corredor de Merval, el cual opera con un ST con VOD, los tiempos de viaje están siempre disponibles, y dicha información puede ser empleada para realizar análisis posteriores, como, por ejemplo, de la presencia de congestión o simplemente estudiar la variabilidad de este indicador a lo largo del día.

En esta sección se analizará, en primer lugar, la distribución que presentan los tiempos de viaje en la red del corredor de Merval. Se estudiarán dichas distribuciones considerando los períodos de operación que se emplean en el corredor, detallados en la Tabla 3–2, y una agrupación de los días de la semana que comprende 3 tipos de día: días laborales, sábados y domingos.

En segundo lugar, se presenta una breve metodología que permite estimar, en forma aproximada, la variabilidad del servicio ofrecido, haciendo uso sólo de la información de entradas y salidas, pues la información de las pasadas de trenes no se encuentra disponible.

Finalmente, se presenta un análisis adicional que permite estimar los parámetros apropiados para las distribuciones de tiempo de viaje, en el caso en que la frecuencia de operación sea diferente a la histórica. Este método pretende ser empleado para generar un mejor punto de partida al análisis, para casos en que la frecuencia sea alterada, producto de decisiones operacionales.

### 3.3.5.1 Distribuciones de tiempo de viaje

El tiempo de viaje  $t_{ij}^k$  corresponde a una variable aleatoria continua y positiva, con una cota inferior en  $t_{ij}^{min}$ .

Analizando los datos del año 2006, se encontró que los tiempos de viaje para distintos pares  $(i, j)$  se distribuyen aproximadamente como una Lognormal. Las diferencias entre las distribuciones para distintos pares OD y períodos del día quedan reflejadas en los parámetros asociados a cada una de ellas.

Debido al elevado número de pares OD en la red, se seleccionó sólo uno de ellos para reflejar en este documento los ajustes obtenidos para la distribución real de tiempos de viaje con una distribución Lognormal. Se optó por el par (1,8), que corresponde al trayecto entre las estaciones Puerto y Viña del Mar.

Para días laborales, en la Figura 3–8 se aprecia el ajuste con una distribución Lognormal de la distribución de tiempo de viaje entre el par (1,8) para el período de Punta Mañana. Luego, en la Figura 3–9 se muestra el ajuste para el período de Punta Tarde, y, finalmente, en la Figura 3–10 para el período Fuera de Punta. En todas las figuras, el ajuste Lognormal corresponde a la línea continua, y la distribución empírica a las barras verticales.

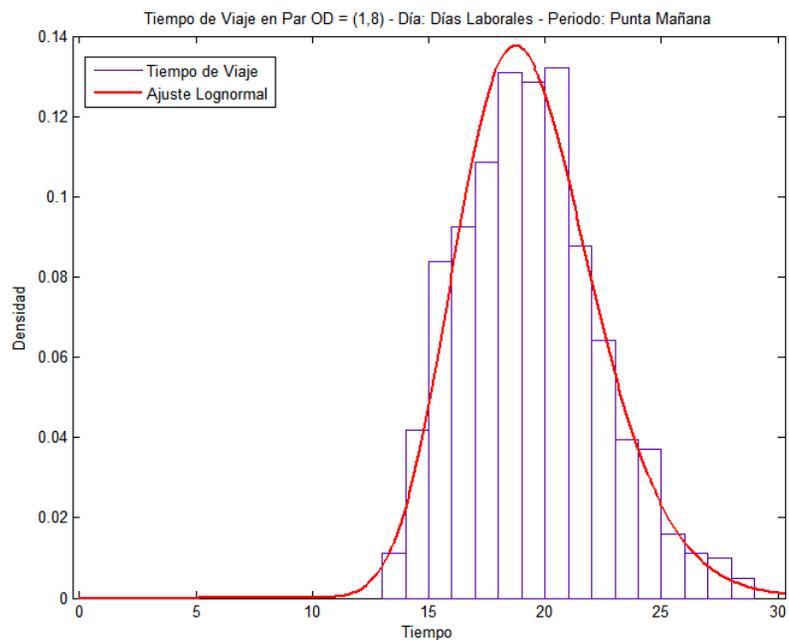


Figura 3–8: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Punta Mañana

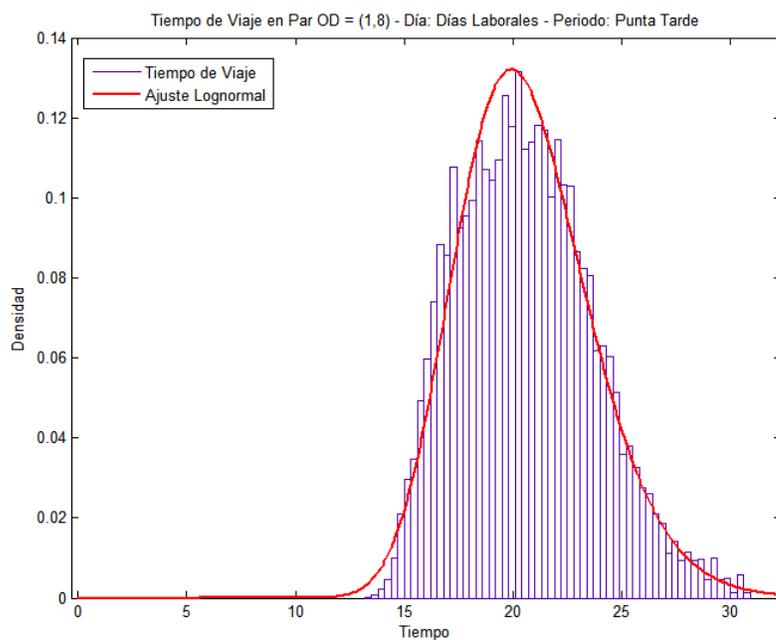


Figura 3–9: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Punta Tarde

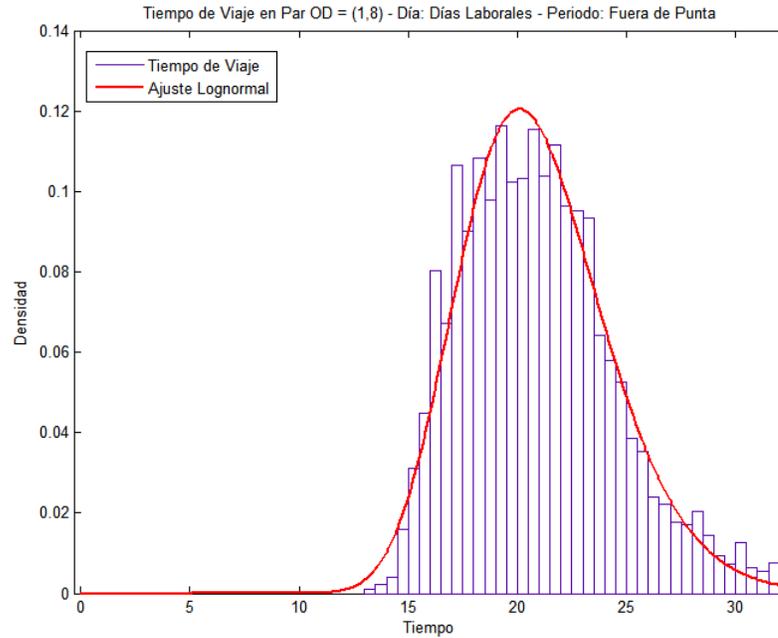


Figura 3–10: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Laborales – Fuera de Punta

De acuerdo con la Tabla 3–2 los días Sábado y Domingo o Festivo presentan un único período para todo el día, pero distintos entre ellos. Esta condición fue considerada para el análisis de las distribuciones de tiempo de viaje.

En la Figura 3–11 se aprecia el ajuste obtenido también para el par (1,8) para los días Sábado, seguida de la Figura 3–12 en que se observa el resultado para los días Domingo. Se debe mencionar que los parámetros obtenidos para los días Sábado son diferentes a los de los días Domingo, lo que respalda trabajar con ambos días por separado.

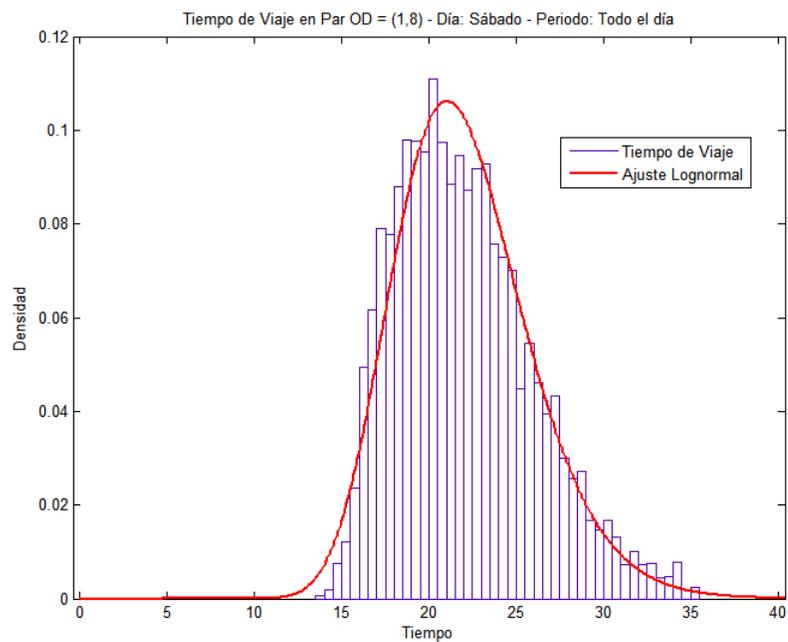


Figura 3–11: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Sábado – Todo el día

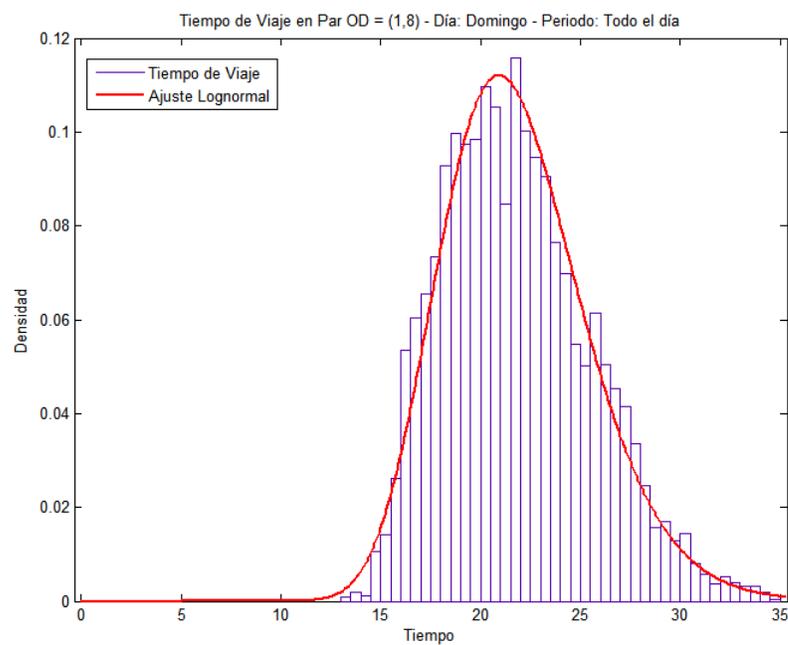


Figura 3–12: Tiempo de viaje entre el par (1,8) – Días Domingo – Todo el día

### 3.3.5.2 Estimación de la variabilidad del servicio

En la operación de los sistemas de transporte público es muy relevante conocer los niveles de servicio ofrecidos a los usuarios, y, en especial, la regularidad, la cual es uno de los factores que más concierne a los usuarios. En esta sección se presenta, primero, un modelo que describe el tiempo de viaje entre un par OD específico. Luego, se describe un algoritmo que permite calcular en forma aproximada la regularidad del servicio ofrecido, medida por medio de la varianza de la distribución de los intervalos entre trenes sucesivos.

El tiempo de viaje  $t_{ij}^k$  de un usuario que inicia su viaje en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , y que tiene como destino la estación  $j$ , puede ser modelado en forma simplificada por medio de 2 componentes principales:

$$t_{ij}^k = w_i + t_{ij}^{min} \quad (3.1)$$

donde  $w_i$  corresponde al tiempo de espera en la estación de origen  $i$ , y  $t_{ij}^{min}$  corresponde al mínimo tiempo de viaje en vehículo (restricción física). Notar que, a modo de aproximación, los tiempos de transferencia de pasajeros no han sido considerados expresamente.

Para poder estimar el tiempo de espera  $w_i$  de un usuario que ingresa a la estación  $i$  en un instante cualquiera de un período de operación determinado, es necesario determinar no sólo el intervalo promedio entre trenes sucesivos, sino también la varianza de esos intervalos. Si llamamos  $\tilde{h}$  al intervalo entre trenes sucesivos, de la información pasada es posible extraer aproximadamente una distribución para  $\tilde{h}$  y calcular su varianza  $\sigma_{\tilde{h}}^2$ .

La distribución real de  $\tilde{h}$  y  $\sigma_{\tilde{h}}^2$  se podrían extraer a partir de las trayectorias de los trenes. Sin embargo, dado que no se cuenta con ese tipo de datos, se desarrolló un mecanismo que emplea la información de entrada y salida de los pasajeros, que se presenta a continuación. Se considerarán sólo los viajes realizados durante un mismo período,

dentro del cual la frecuencia planificada es constante. Los pasos que considera el mecanismo son los siguientes:

- a) Para un par  $(i, j)$  determinado, se ordenan los usuarios de menor a mayor de acuerdo con su hora de inicio de viaje, y dichos valores son graficados contra el tiempo de viaje experimentado.
- b) Con este ordenamiento, se debería observar un gráfico con forma de “serrucho”, donde los puntos más bajos corresponderán a aquellos usuarios que experimentaron un menor tiempo de espera  $w_i$ . El conjunto de datos de los puntos más bajos será denominado  $t_{ij}^{TREN}$ .
- c) Si se asume que dichos puntos bajos corresponden a los instantes de pasada de los trenes, bastará con calcular la diferencia entre las horas de registros consecutivos, obteniendo el conjunto  $\Delta t_{ij}^{TREN}$ , cuya varianza será  $\hat{\sigma}_{\tilde{h}}^2$ .

Este estimador será una cota superior del verdadero valor de  $\sigma_{\tilde{h}}^2$ , pues en el cálculo se consideran factores que no debieran estar correlacionados con la distribución de  $\tilde{h}$ .

El mayor inconveniente de este método es que requiere de un número suficiente de viajes realizados entre un par  $(i, j)$  durante un mismo período, por lo que es recomendable emplear este algoritmo con los datos de los pares OD más cargados, y asumir que se observará el mismo comportamiento para el resto de los pares OD. Con esto, es posible obtener un estimador para cada uno de los pares OD más cargados, y, luego, el promedio de ellos será la estimación final.

Si se cuenta con suficiente información histórica, se podrá emplear los datos de varios días, con lo que el estimador  $\hat{\sigma}_{\tilde{h}}^2$  podrá ser obtenido como el promedio de los estimadores para cada uno de los días empleados en la calibración.

A modo de ejemplo, se empleó los datos del día martes 13 de Marzo de 2007. En la Figura 3–13 y la Figura 3–14 se muestran los datos del par OD (8,12), correspondiente a las estaciones Viña del Mar y El Quilpué, durante el período Punta Tarde y Fuera de

Punta. El conjunto  $t_{8,12}^{TREN}$  corresponde a los puntos de la figura que se encuentran encerrados.

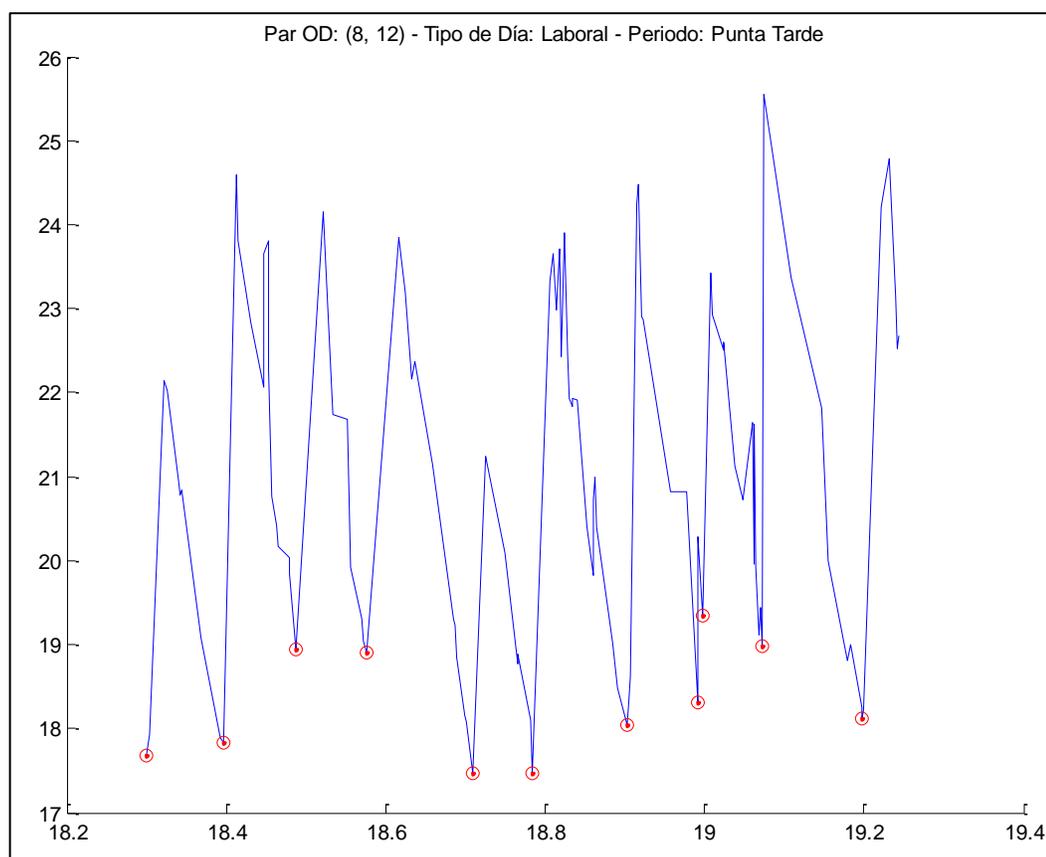


Figura 3-13: Conjunto  $t_{8,12}^{TREN}$  en 13.03.2007 – Punta Tarde

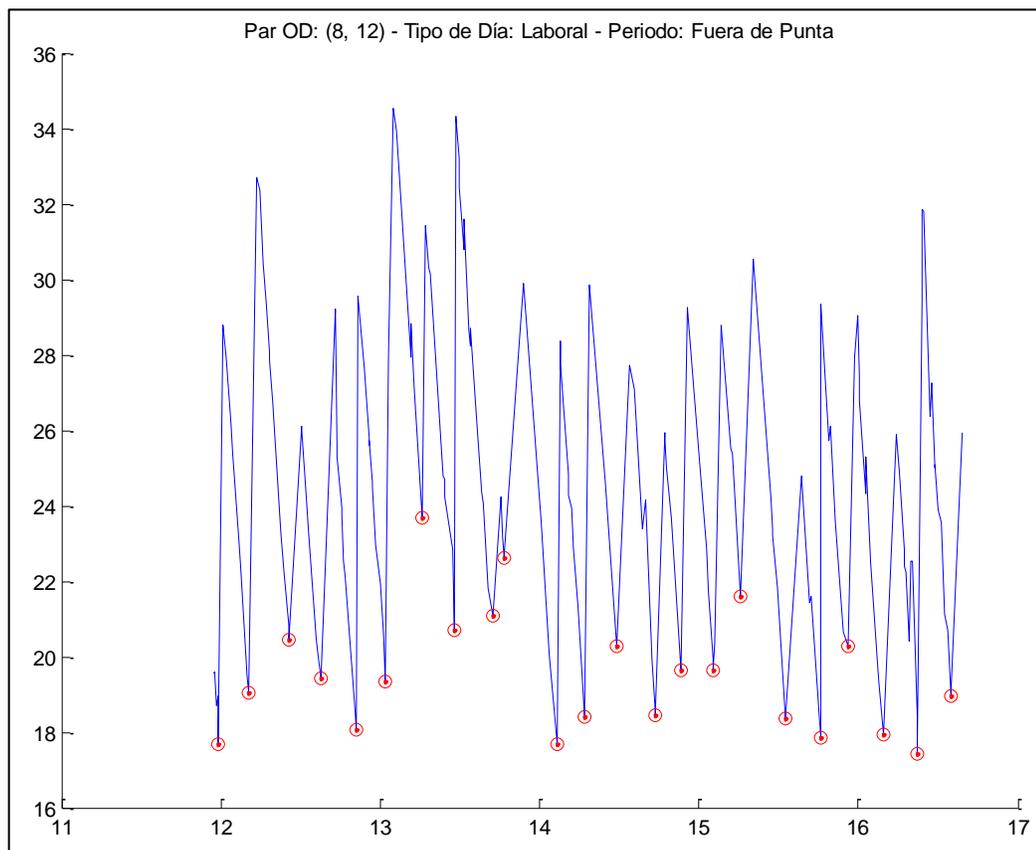


Figura 3–14: Conjunto  $t_{8,12}^{TREN}$  en 13.03.2007 – Fuera de Punta

Para estimar  $\hat{\sigma}_h^2$ , se utilizó los datos de los días laborales, sábados y domingos, para los meses de Marzo hasta Junio de 2007. Luego, recurriendo a los 2 primeros pares OD más cargados para cada período, se obtuvo un estimador para cada mes. El estimador final se obtuvo como el promedio del estimador calculado para cada mes. Los resultados, para los distintos períodos, se indican en la Tabla 3–7.

Tabla 3–7: Ejemplo de estimación de  $\hat{\sigma}_h^2$ 

Período	Laborales		Sábados		Domingos o Festivos	
	$E(\tilde{h})$	$\hat{\sigma}_h^2$	$E(\tilde{h})$	$\hat{\sigma}_h^2$	$E(\tilde{h})$	$\hat{\sigma}_h^2$
<b>Punta Mañana</b>	7,4112	22,5095	–	–	–	–
<b>Punta Tarde</b>	6,1225	10,0388	–	–	–	–
<b>Fuera de Punta</b>	13,1602	54,7733	17,7373	89,2308	19,2122	107,9334

Se aprecia que los resultados promedio se aproximan bastante bien a los valores programados, resumidos en la Tabla 3–2. En particular, para los días laborales, el período Punta Tarde muestra un intervalo esperado muy cercano al intervalo programado de 6 minutos. Por su parte, para el período Fuera de Punta, en la Tabla 3–7 se reporta un intervalo esperado bastante cercano al intervalo programado de 12 minutos. El valor calculado para el período Punta Mañana escapa más al intervalo programado de también 6 minutos, probablemente debido a la falta de viajes o a aquellos factores que no considera la modelación empleada.

Para los sábados se aprecia un resultado de muy buena calidad, pues el valor medio calculado es muy cercano al intervalo programado de 18 minutos. Finalmente, para los domingos o festivos la situación es muy similar, pues el valor calculado también está muy cerca de los 18 minutos que corresponden al intervalo programado por Merval.

Se debe recordar que el objetivo de este método es ofrecer una herramienta para calcular en forma aproximada la verdadera variabilidad del servicio. Los resultados que se obtengan podrán ser empleados como punto de partida para escenarios nuevos, en que la frecuencia de operación difiere a la utilizada históricamente en el período analizado. Los resultados resumidos en la Tabla 3–7 son bastante buenos, pensando en este objetivo, y en el uso de la información disponible.

### 3.3.5.3 Distribución de tiempo de viaje ante cambios operacionales

El objetivo de esta sección es complementar lo obtenido en la sección 3.3.5.2, y generar una estimación de la distribución de tiempo de viaje que sea un mejor punto de partida para el análisis que la distribución histórica, para escenarios en que la frecuencia de operación difiere de su valor histórico.

Como se mencionó en la sección 3.3.5.2,  $t_{ij}^k$  depende en forma importante de la frecuencia del servicio – pues el tiempo de espera  $w_i$  es función de ella –, por lo que se verá afectado por su magnitud y su variabilidad. De esta forma, es conveniente trabajar con una distribución que esté relacionada/parametrizada con dicha variable operacional.

Utilizando los datos históricos, se puede ajustar una distribución Lognormal que represente la distribución empírica del tiempo de viaje. Luego, con los parámetros calculados será posible extraer el valor medio, la varianza de  $t_{ij}^k$  y el coeficiente de variación ( $CV_{ij}^t$ ) de la distribución estimada.

Para nuevos escenarios, en que la frecuencia planificada pudiera ser distinta a la histórica, se asumirá que el servicio operará con la misma variabilidad histórica. Luego, al conocer la nueva frecuencia planificada de operación, se podrá construir una distribución que represente el nuevo tiempo de viaje  $t_{ij}^k$ . Conviene precisar que el supuesto de que la variabilidad histórica sea constante se refiere a que  $CV_{ij}^t$  es constante, hipótesis que parece más razonable que asumir que la desviación estándar histórica sea constante.

El valor medio de la distribución del tiempo de espera – de usuarios que llegan en forma aleatoria – se podrá estimar por medio de la siguiente expresión:

$$E(w_i) = \frac{E(h^*)}{2} \cdot (1 + CV_h^2) = \frac{E(h^*)}{2} \cdot \left(1 + \frac{\sigma_h^2}{E(h^*)^2}\right) \quad (3.2)$$

donde  $E(h^*)$  corresponde al nuevo intervalo esperado entre trenes, y  $CV_h$  es el coeficiente de variación de los intervalos entre trenes sucesivos.

Reescribiendo la ecuación (3.2) es posible despejar  $\sigma_h^2$ , obteniendo:

$$\sigma_h^2 = \left( \frac{2 \cdot E(w_i)}{E(h^*)} - 1 \right) \cdot E(h^*)^2 \quad (3.3)$$

Los datos disponibles pueden ser empleados de 2 formas distintas: primero, en su ubicación original, y segundo, desplazados al origen. Con esta distinción, es posible obtener 2 estimadores diferentes. La diferencia entre ellos puede deberse a los factores no considerados en esta modelación, como, por ejemplo, el tiempo de transferencia de pasajeros.

Si los datos están en su ubicación original se asume que el tiempo de viaje se registró por la expresión (3.1), y que el tiempo medio de espera es el valor medio de la distribución menos  $t_{ij}^{min}$ . Por su parte, la distribución desplazada al origen – que se obtiene al sustraer  $t_{ij}^{min}$  de los datos – pretende representar solamente el tiempo de espera, dejando de lado cualquier otro factor que sea parte del tiempo total de viaje.

Utilizando la ecuación (3.3) se obtienen los 2 primeros estimadores de  $\sigma_h^2$ . En primer lugar, se calculó el valor medio de cada una de las distribuciones empíricas en su ubicación original, a los cuales se les extrajo luego  $t_{ij}^{min}$ . Así, se obtiene el primer estimador de  $E(w_i)$  y de  $\sigma_h^2$ , que se denominó  $\hat{\sigma}_h^2(1)$ .

Luego, en segundo lugar, con los datos de las distribuciones desplazadas al origen, se obtiene el segundo estimador  $\hat{\sigma}_h^2(2)$ .

En tercer lugar, se obtuvo  $\hat{\sigma}_h^2(3)$  empleando el algoritmo descrito en la sección 3.3.5.2.

El estimador final  $\bar{\sigma}_h^2$  se obtiene como una combinación de  $\hat{\sigma}_h^2(1)$ ,  $\hat{\sigma}_h^2(2)$  y  $\hat{\sigma}_h^2(3)$ . En este caso, se utilizó el promedio para el cálculo de  $\bar{\sigma}_h^2$ .

Para un mismo período, en el que el intervalo programado entre trenes es  $h_p$ , se obtiene:

$$CV_h = \sqrt{\frac{\bar{\sigma}_h^2}{(h_p)^2}} \quad (3.4)$$

Luego, usando la ecuación (3.2), el valor medio de la nueva distribución de  $t_{ij}^k$  se obtendrá por medio de la suma de  $t_{ij}^{min}$  y el valor esperado del tiempo de espera  $E(w_i)$ . Por su parte, la varianza de  $t_{ij}^k$  se obtiene por medio de la siguiente expresión:

$$Var(t_{ij}^k) = \left( CV_{ij}^t \cdot E(t_{ij}^k) \right)^2 \quad (3.5)$$

Manteniendo constante el  $CV_{ij}^t$  de la distribución en su ubicación original, se calculan los parámetros de la nueva distribución Lognormal. En la Figura 3–15 se muestra un ejemplo en el que la frecuencia original corresponde a un intervalo de 6 minutos entre trenes, y la nueva frecuencia hipotética es el doble de la anterior, con un intervalo entre trenes igual a 3 minutos. El par OD de la figura es el (1,8).

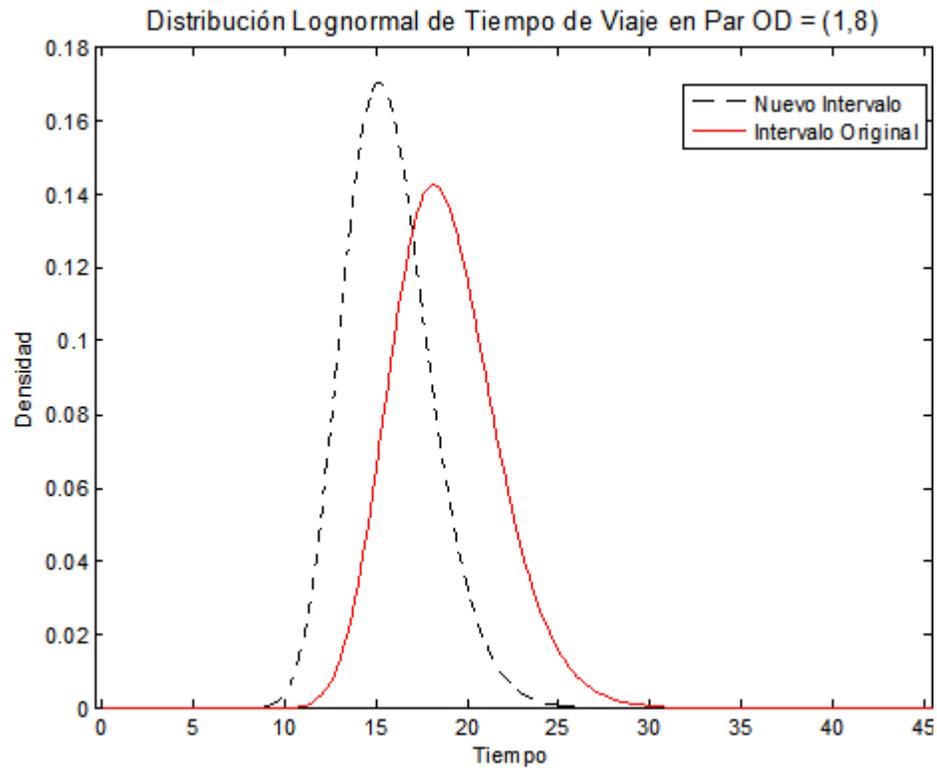


Figura 3–15: Distribución de tiempo de viaje entre el par (1,8) con frecuencia nueva

Se aprecia claramente que, dado que la frecuencia ha sido aumentada al doble, los tiempos esperados de viaje disminuirán, y que se acumularán en valores menores a la situación original, manteniendo la restricción física impuesta por  $t_{18}^{min}$ .

#### **4. MARCO TEÓRICO**

En este capítulo se describe el marco teórico utilizado en el presente estudio, necesario para alcanzar el objetivo general de la investigación, que consiste en desarrollar una metodología para realizar Estimaciones/Actualizaciones y Predicciones en tiempo real de las matrices OD dinámicas en un corredor de transporte público cuyo ST opere con VOD. Recordar que la metodología emplea la información en línea que entrega el sistema AFC incorporado a la operación, en conjunto con datos históricos de la realización de viajes en el mismo sistema.

En primer lugar, en la sección 4.1 se explica el problema de estimación de parámetros con información incompleta, el cual surge de la necesidad de realizar estimaciones y actualizaciones con información que está disponible en forma progresiva. En las secciones 4.1.1 y 4.1.2 se realiza un planteamiento formal de dicho problema, describiendo el problema de optimización que se debe resolver para encontrar los parámetros buscados.

Luego, en la sección 4.2 se presenta la modelación bayesiana empleada en la elección de destino de viaje. En la sección 4.2.1 se indican algunas propiedades del modelo, y en la sección 4.2.2 se muestra cómo las distribuciones asociadas a la elección de destino pueden ser actualizadas cuando nueva información de los conteos de entrada y salida está disponible.

En la sección 4.3 se detalla la función de distribución Lognormal y sus propiedades, empleadas en esta investigación.

En la sección 4.4 se hace referencia a la teoría de Redes Neuronales, sus propiedades y se indica cómo se empleará en la etapa de Predicción de matrices OD para corredores de transporte público.

Finalmente, en la sección 4.5 se indican las 3 medidas de error para la estimación de matrices OD que fueron empleadas en la investigación.

#### **4.1 Estimación de Parámetros con Información Incompleta**

En el sistema de transporte público contemplado, la información relacionada con la operación es recolectada en forma progresiva, pues el estado del sistema es observado sólo cada  $\Delta$  minutos. De esta manera, se observará algunos viajes iniciados pero no concluidos, los cuales no se sabe dónde ni cuándo terminarán. Por lo tanto, se tiene información incompleta o datos censurados, que es necesario estimar. Por ejemplo, en un primer instante se recolectará la información de aquellos viajes con los menores tiempos de viaje, y aquellos con tiempos de viaje mayores serán observados posteriormente.

Con respecto a los datos que no son observados y cuyo valor exacto es desconocido, sólo se podrá decir que se conocerán en forma exacta en un instante posterior al instante actual  $h^+$ , el cual es un múltiplo de  $\Delta$  y corresponde al final del intervalo  $h$ . En estos casos, se dirá que los datos no observados están censurados por la derecha.

Luego, el objetivo consiste en combinar los datos disponibles con la información histórica, de forma de estimar qué parámetros representan de mejor manera la situación observada en el día actual.

A continuación, se presenta el planteamiento formal para realizar la estimación de parámetros en escenarios donde hay censura de datos por la derecha, basado en el documento publicado por Patti *et al.* (2007), y adaptado al caso del corredor que se estudia en este documento.

### 4.1.1 Preliminares

Sea  $\{U_i\}_{i=1}^n$  una muestra de tamaño  $n$  de una variable aleatoria continua  $U$ , como el tiempo de viaje entre el par  $z$  en un período en particular. Se asumirá que los elementos de la muestra son independientes e idénticamente distribuidos (i.i.d.). Para cada  $i = 1, \dots, n$ , la observación  $u_i$  de la variable aleatoria  $U_i$  representa el tiempo de viaje que experimenta el individuo  $i$  al viajar en la red entre el par  $z$ .

Sea  $f(u)$  la función de densidad de probabilidad de  $U$  y sea  $F(u) = P(U \leq u)$  su función de distribución acumulada. Con esta notación, se puede definir la función de supervivencia  $S(u) = 1 - F(u) = P(U > u)$ .

Con la ocurrencia de algún evento en particular – en este caso, la validación de salida de los usuarios –, se contará con el tiempo de viaje  $u_i$  para algunos valores de  $i$ . Luego, los tiempos de viaje de los demás individuos no serán conocidos, y se dirá que corresponden a datos censurados. De esta forma, los cálculos de la función de probabilidad conjunta o de la función de verosimilitud no son tan directos, como el caso en que todas las observaciones son conocidas en forma exacta.

Para estimar la distribución de probabilidad a la que se debiera ajustar el tiempo de viaje de las  $n$  unidades en la muestra, en la práctica se utilizan básicamente 2 enfoques para la obtención de los parámetros buscados.

El primer enfoque, conocido como censura Tipo I, consiste en realizar el experimento hasta un tiempo fijo  $T$ , momento en el cual se conoce el tiempo de viaje de  $r$  de los  $n$  individuos ( $r \leq n$ ), y los tiempos de viaje mayores que  $T$  no son observados. Por su parte, el segundo enfoque, conocido como censura Tipo II, es realizar el experimento hasta que se conoce el tiempo de viaje de  $w$  de los  $n$  individuos ( $w \leq n$ ), en un tiempo desconocido  $X$ .

Luego, en el primer caso, la variable aleatoria corresponde al número  $r$  de individuos cuyo tiempo de viaje será conocido, mientras que en el segundo caso el tiempo  $X$  es la variable aleatoria. En ambos casos, el objetivo es extraer el estimador de máxima verosimilitud (EMV) de los parámetros que describen la función  $f(u)$ .

Como la observación del sistema bajo análisis se realiza en instantes fijos determinados *a priori*, estamos frente a un esquema de censura Tipo I, el cual se detalla en la sección 4.1.2.

#### 4.1.2 Censura Tipo I – Aplicación al Caso del Corredor

Se observará sólo un par OD específico, el par  $z$ , y se asumirá que entre dicho par viaja un total de  $n$  individuos.

Para cada individuo  $i$  de los  $n$  usuarios que viajan entre el par  $z$  en el intervalo  $k$ , el instante de entrada en el experimento  $v_0^i$  es conocido, y viene dado por el instante de inicio de su viaje, correspondiente al horario de llegada al corredor.

Cada individuo será observado hasta que un tiempo  $v_{end}^i$  – conocido como el tiempo de censura – ya ha transcurrido. Los instantes  $v_{end}^i$  están fijos *a priori*, los cuales son múltiplos de  $\Delta$  y corresponden al final de cada intervalo  $k$ , y son los mismos para los  $n$  individuos. Notar que la ventana de observación exacta es conocida para cada individuo, es decir, desde que ingresa hasta que sale del corredor.

Los tiempos de censura pueden ser redefinidos, haciendo coincidir cada  $v_0^i$  con 0 y llamando  $v_1, \dots, v_n$  a los tiempos de censura reescalados. Si  $v_i = v, \forall i$ , se dice que los datos están bajo una censura Tipo I Simple.

Se debe recordar que, debido a la censura, los tiempos de viaje exactos de cada individuo (i.e. los valores de  $\{u_i\}_{i=1}^n$ ) no son necesariamente conocidos. En vez de aquello, se observan los resultados de las variables aleatorias  $\{T_i\}_{i=1}^n$ , donde:

$$T_i = \begin{cases} U_i, & U_i \leq v_i \\ v_i, & U_i > v_i \end{cases} \quad (4.1)$$

A continuación, en la sección 4.1.2.1 se describe cómo se calcula el EMV para datos con este tipo de censura.

#### 4.1.2.1 EMV para Censura Tipo I

Considerando nuevamente una muestra de viajeros de tamaño  $n$ , tiempos de censura  $\{v_i\}_{i=1}^n$ , y tiempos de viaje  $\{u_i\}_{i=1}^n$ , se puede asignar a cada individuo la pareja  $(u_i, v_i)$ , advirtiéndole que su tiempo exacto de viaje es observado sólo si  $u_i \leq v_i$ . Además, se debe recordar que el número exacto de tiempos de viaje a observar bajo un esquema de censura Tipo I es aleatorio.

Se puede afirmar que datos provenientes de esta configuración de censura pueden ser representados por  $n$  parejas de variables aleatorias  $(T, \Delta)_i = (T_i, \Delta_i)$ , donde

$$T_i = \min(U_i, v_i) \quad (4.2)$$

$$\Delta_i = \begin{cases} 1, & U_i \leq v_i \\ 0, & U_i > v_i \end{cases} \quad (4.3)$$

Sea  $(t_i, \delta_i)$  la muestra actual extraída de los vectores aleatorios  $(T_i, \Delta_i)$ , donde el rango de cualquier  $\delta_i$  es  $(\{0\}, \{1\})$ . La variable  $\delta_i$  es conocida como el indicador de falla, la cual cumple  $\delta_i = 1$  si el tiempo de viaje del  $i$ -ésimo individuo es conocido exactamente, y  $\delta_i = 0$  si dicho tiempo es censurado. Luego,  $T_i$  es igual a  $U_i$  si la validación de salida es observada, e igual a  $v_i$  en otro caso.

Como las variables  $\{U_i\}_{i=1}^n$  son idénticamente distribuidas y son independientes de la censura (censura no informativa), los vectores aleatorios  $\{(T, \Delta)_i\}_{i=1}^n$  son idénticamente distribuidos. Luego, diremos que  $(T, \Delta)_1, \dots, (T, \Delta)_n \sim (T, \Delta)$ . De acuerdo con estos supuestos, la función de densidad conjunta de  $(T, \Delta)$  es:

$$f_{T, \Delta}(t, \delta) = f(u)^\delta S(v)^{1-\delta} \quad (4.4)$$

Con los mismos supuestos anteriores, y si adicionalmente las parejas  $\{(T, \Delta)_i\}_{i=1}^n$  son independientes, es decir, si la muestra proviene de observaciones independientes, se desprende que la función de verosimilitud  $L$  es la que se indica a continuación:

$$L = \prod_{i=1}^n f(u_i)^{\delta_i} \cdot S(v_i)^{1-\delta_i} \quad (4.5)$$

Si llamamos  $l = \ln(L)$  a la función de log-verosimilitud, obtenemos:

$$\begin{aligned} l &= \ln \left( \prod_{i=1}^n f(u_i)^{\delta_i} \cdot S(v_i)^{1-\delta_i} \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \ln(f(u_i)^{\delta_i} \cdot S(v_i)^{1-\delta_i}) \\ &= \sum_{i=1}^n [\delta_i \cdot \ln(f(u_i)) + (1 - \delta_i) \cdot \ln(S(v_i))] \end{aligned} \quad (4.6)$$

Sea  $\theta$  el vector de parámetros que describen las funciones  $f(\cdot)$  y  $S(\cdot)$ . De esta forma, podemos reescribir  $l$  como sigue:

$$l = \sum_{i=1}^n [\delta_i \cdot \ln(f(u_i|\theta)) + (1 - \delta_i) \cdot \ln(S(v_i|\theta))] \quad (4.7)$$

Se asumirá que los datos están bajo una censura Tipo I Simple. Con esto, se puede asumir que hasta el instante  $v$  se conoce el tiempo de viaje de los primeros  $r$  individuos en viaje, y que los  $(n - r)$  restantes son censurados. De esta forma, se tendrá que:

$$\delta_i = \begin{cases} 1, & i \leq r \\ 0, & i > r \end{cases} \quad (4.8)$$

Incorporando estos supuestos, reescribiendo la expresión (4.7) se obtiene:

$$l = \sum_{i=1}^r \ln(f(u_i|\theta)) + (n - r) \cdot \ln(S(v|\theta)) \quad (4.9)$$

Luego, para encontrar los EMV deberá maximizarse la expresión (4.9), considerando la restricción de signo de los parámetros  $\theta$ . Notar que el segundo término de la expresión (4.9) no incluye datos medidos, y que tiene un alto peso en el cálculo cuando  $n \gg r$ .

## 4.2 Modelo de Distribución de Viajes

### 4.2.1 Modelo Propuesto

Se asume que el destino de viaje  $\mathcal{D}_i^k$  de un usuario que inicia su viaje en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , se distribuye según la distribución multinomial  $\mathcal{D}_i^k \sim MN(n; \mathbf{p}_i^k)$ , donde  $n = y_i^k$  y  $\mathbf{p}_i^k = \{q_{ij}^k\}_{j=1}^N$  es el vector de probabilidades de elección de  $j$  como destino de viaje.

Ceder (2007) reafirma la elección del modelo multinomial, pues discutiendo sobre metodologías de estimación de matrices OD mediante encuestas, afirma que la matriz OD apropiada es, de hecho, una tabla de contingencia basada en una distribución multinomial, en que la contingencia representa la relación entre los distintos pares OD.

Si bien se contará con una estimación *a priori* del vector de probabilidades  $\mathbf{p}_i^k$ , éste deberá irse actualizando a medida que nueva información se vuelve disponible. En este sentido, el teorema de Bayes conforma una herramienta útil para realizar dicha

actualización, pues permite incorporar fácilmente nuevos datos a la estimación, y generar estimaciones *a posteriori* de las distribuciones de los parámetros buscados.

De acuerdo con la estadística bayesiana (ver Maritz y Lwin (1989)), existe una distribución conjugada<sup>2</sup> *a priori* para la distribución multinomial, que corresponde a la distribución Dirichlet. Se dirá que el vector  $\mathbf{p}_i^k$  se distribuye según Dirichlet con parámetros  $\boldsymbol{\alpha}_i^k = \{\alpha_{ij}^k\}_{j=1}^N$  (en adelante,  $Dir(\boldsymbol{\alpha}_i^k)$ ), si presenta la siguiente función de densidad conjunta:

$$f(\mathbf{p}_i^k) = f(q_{i1}^k, \dots, q_{iN}^k) = \frac{\Gamma(\alpha_{i0}^k)}{\Gamma(\alpha_{i1}^k) \dots \Gamma(\alpha_{iN}^k)} \cdot \prod_{j=1}^N (q_{ij}^k)^{\alpha_{ij}^k - 1} \quad (4.10)$$

donde  $\alpha_{i0}^k = \sum_{l=1}^N \alpha_{il}^k$  y  $\Gamma(x)$  es la función gamma.

Dentro de las propiedades de la distribución  $Dir(\boldsymbol{\alpha}_i^k)$  se puede mencionar:

$$E(q_{ij}^k) = \frac{\alpha_{ij}^k}{\alpha_{i0}^k} \quad (4.11)$$

$$Var(q_{ij}^k) = \frac{\alpha_{ij}^k \cdot (\alpha_{i0}^k - \alpha_{ij}^k)}{(\alpha_{i0}^k)^2 \cdot (\alpha_{i0}^k + 1)} = \frac{E(q_{ij}^k) \cdot [1 - E(q_{ij}^k)]}{(\alpha_{i0}^k + 1)} \quad (4.12)$$

La ecuación (4.11) muestra que el valor esperado de la probabilidad  $q_{ij}^k$  corresponde a la razón entre los parámetros  $\alpha_{ij}^k$  y  $\alpha_{i0}^k$ . Dicho valor esperado representa la probabilidad histórica de que un viaje iniciado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , tenga como destino la estación  $j$ .

---

<sup>2</sup> Una distribución, perteneciente a una familia  $G$  de distribuciones, se dice conjugada si también pertenece a la familia  $G$ , luego de actualizarla empleando el teorema de Bayes.

A medida que nueva información está disponible, se actualizará la distribución del vector  $\mathbf{p}_i^k$  utilizando el teorema de Bayes. Luego, por su característica de distribución conjugada, la distribución *a posteriori* será  $Dir(\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^k)$ , donde  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^k \neq \boldsymbol{\alpha}_i^k$ .

El vector inicial  $\boldsymbol{\alpha}_i^k$  se puede estimar por máxima verosimilitud, a partir de los datos históricos disponibles. Wicker *et al.* (2008) proponen una metodología aproximada para dicha estimación, con un tiempo de ejecución muy bajo.

#### 4.2.2 Actualización Bayesiana de Parámetros

Las matrices  $M_i^{kh}$  están conformadas por los elementos  $m_{ij}^{kth}$ , y contienen información actualizada en el intervalo  $h$  sobre el número de viajes iniciados en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , y que terminaron en la estación  $j$  durante el intervalo  $t$ . Dichos elementos contienen una parte observada ( $t \in T_k^{REAL} = [k, h]$ ) y una parte estimada ( $t \in T_k^{EST} = (h, S_k^+]$ ), que en conjunto permitirán realizar las Estimaciones/Actualizaciones de las matrices OD dinámicas del corredor.

El conjunto de información observada y estimada corresponde al punto de partida para la actualización de las probabilidades del vector  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^k$ , la cual se realiza de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^k | M_i^{kh} = (\alpha_{i1}^k + x_{i1}^{kh}, \dots, \alpha_{ij}^k + x_{ij}^{kh}, \dots, \alpha_{iN}^k + x_{iN}^{kh}), \forall i \quad (4.13)$$

El término  $x_{ij}^{kh}$  de la ecuación (4.13) corresponde a la estimación en el intervalo  $h$  del número de viajes entre el par  $(i, j)$  durante el intervalo  $k$ , cuyo cálculo se detalla luego en la sección 5.1.1, y que incorpora la información observada y estimada mencionada previamente.

En los cálculos de actualización, sólo se empleará el valor medio de la distribución *a posteriori* (actualizada) del vector  $\mathbf{p}_i^k$ , descrita por el vector  $\hat{\boldsymbol{\alpha}}_i^k$ . Luego, el valor

esperado de la probabilidad actualizada en el intervalo  $h$  de que un viaje iniciado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  haya tenido la estación  $j$  como destino, vendrá dada por la siguiente expresión:

$$q_{ij}^{kh} = \frac{\alpha_{ij}^k + x_{ij}^{kh}}{\alpha_{i0}^k + y_i^k}, \forall i, j \quad (4.14)$$

Utilizar la expresión anterior tiene la finalidad de aprovechar el conocimiento de las distribuciones históricas de los destinos de los viajes en el intervalo  $k$ , almacenado en los parámetros  $\alpha_{ij}^k$ . De esta forma, ante situaciones en que, por ejemplo, el proceso de salida de pasajeros de las estaciones se retrase, haciendo que en cada corte temporal se observe un número menor de salidas que el esperado, se evitará asumir de inmediato – y en forma errónea – que dicho retraso es producto de un cambio en la estructura de la distribución de los destinos de los viajes. Deberá recurrirse a mayor información (e.g. tiempos de viaje) para inferir si efectivamente hubo un cambio en la distribución de los destinos de los viajes, o si el retraso corresponde sólo a un acomodamiento temporal de la demanda.

Un ejemplo de esos casos es la presencia de congestión en la red, la cual genera que los tiempos de viaje aumenten y los viajeros lleguen más tarde a su destino, retrasando las bajadas. En esos casos, el proceso de bajadas muestra una disminución en las bajadas observadas y, *a priori*, podría pensarse que la distribución de viajes ha cambiado.

### 4.3 Distribución Lognormal

Como se apreció en la sección 3.3.5, los tiempos de viaje del corredor bajo análisis se ajustan apropiadamente a una distribución Lognormal. De esta forma, estudiar y comprender las propiedades de dicha distribución representa parte importante del cuerpo de la presente investigación. A continuación, se detallan las propiedades más relevantes de la distribución Lognormal, las cuales son empleadas luego en la investigación.

La distribución Normal y la Lognormal están estrechamente relacionadas. Si la variable aleatoria  $X$  distribuye Lognormal con parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ , luego  $\ln(X)$  se distribuye Normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ . Luego, la media  $\mu_L$  y desviación estándar  $\sigma_L$  de la distribución Lognormal son funciones de  $\mu$  y  $\sigma$ , y se calculan por medio de las siguientes expresiones:

$$\mu_L = e^{(\mu + \sigma^2/2)} \quad (4.15)$$

$$\sigma_L = \sqrt{e^{(2\mu + \sigma^2)} \cdot (e^{\sigma^2} - 1)} = \mu_L \cdot \sqrt{(e^{\sigma^2} - 1)} \quad (4.16)$$

De las expresiones (4.15) y (4.16) se puede extraer que el coeficiente de variación  $CV = \sigma_L/\mu_L$  de la distribución Lognormal no depende de  $\mu$ , y viene dado por:

$$CV = \sqrt{(e^{\sigma^2} - 1)} \quad (4.17)$$

Alternativamente, se puede escribir que una distribución Lognormal con media  $\mu_L$  y varianza  $\sigma_L^2$  tiene parámetros asociados:

$$\mu = \ln\left(\frac{\mu_L^2}{\sqrt{\mu_L^2 + \sigma_L^2}}\right) = \ln\left(\frac{\mu_L}{\sqrt{1 + CV^2}}\right) \quad (4.18)$$

$$\sigma = \sqrt{\ln(1 + (\sigma_L/\mu_L)^2)} = \sqrt{\ln(1 + CV^2)} \quad (4.19)$$

De esta forma, es claro que dos distribuciones Lognormal que tengan el mismo  $CV$  compartirán el parámetro  $\sigma$ , y sólo diferirán en el parámetro  $\mu$ .

La función de densidad  $f(x)$  de la distribución Lognormal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma$ , y considerando un umbral mínimo  $x_0 \geq 0$  – bajo el cual la función de densidad no está definida –, viene dada por la siguiente expresión:

$$f(x|\mu, \sigma, x_0) = \begin{cases} \frac{1}{(x - x_0) \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(x-x_0)-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}} & , x > x_0 \\ 0 & , x \leq x_0 \end{cases} \quad (4.20)$$

A su vez, la función de distribución acumulada  $F(x)$  asociada es:

$$F(x|\mu, \sigma, x_0) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot \int_0^{x-x_0} \frac{e^{-\frac{(\ln(t-x_0)-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}}{t} dt & , x > x_0 \\ 0 & , x \leq x_0 \end{cases} \quad (4.21)$$

Usando (4.21), se desprende que  $P(a \leq x \leq b|x_0) = F(b|x_0) - F(a|x_0)$ , con  $a \leq b$ .

#### 4.4 Redes Neuronales Artificiales (RNAs)

Las Redes Neuronales Artificiales (RNAs) corresponden a modelos matemáticos no lineales de optimización, tipo “caja negra”, lo que se refiere a que son estudiadas principalmente desde el punto de vista de las entradas que recibe y las salidas que produce. Han sido utilizadas con muchísimo éxito en disciplinas tan diferentes como Finanzas, Astronomía y Medicina, asignadas a tareas de predicción de patrones, clasificación de datos, análisis de imágenes, entre otras.

El uso de estas técnicas se ha masificado fuertemente, tanto a nivel académico como industrial, donde se ha obtenido resultados muy robustos. Ofrecen la posibilidad de trabajar con datos de cualquier naturaleza – lineales, no lineales, continuos, discretos, etc. – en forma muy simple, sin tener la necesidad de imponer un modelo de causalidad o de comportamiento al fenómeno bajo análisis.

En el caso del corredor de Merval, se requiere predecir el número de viajes que se realizará entre cada par de estaciones de la red, y cómo dicha cantidad varía a lo largo del día, utilizando toda la información disponible, proveniente de fuentes de distinta naturaleza. Además, la componente temporal hace pensar que este problema puede ser

visto como uno similar al de predicción de valores de una serie de tiempo. Sin embargo, los modelos empleados tradicionalmente en estos casos son lineales (e.g. los modelos ARIMA), lo cual constituye una aproximación importante.

De esta forma, se optó por utilizar las RNAs, pues constituyen una excelente y simple alternativa de modelación. Pensando en los modelos lineales de series de tiempo, una red neuronal puede ser vista como un modelo generalizado, donde las interacciones son ahora no lineales.

#### **4.4.1 Introducción y Conceptos Fundamentales**

Las RNAs surgen inspiradas en las redes neurológicas biológicas, para tratar de emular el comportamiento y capacidades del cerebro humano, entre las cuales se puede mencionar la gran velocidad de procesamiento, la capacidad de aprendizaje y de generalización ante nuevas situaciones, y la memoria.

El cerebro humano está formado por unidades fundamentales llamadas neuronas, en las cuales se realizan las funciones más básicas de procesamiento de información. Cada neurona recibe señales (impulsos) desde otras neuronas, y las retransmite al resto del cerebro. Cuando estas señales llegan a otras neuronas, se produce el fenómeno conocido como sinapsis, llevado a cabo por elementos químicos llamados neurotransmisores, los cuales aumentan o inhiben – dependiendo de la señal recibida – la tendencia de la neurona receptora a emitir impulsos.

Adicionalmente, dicha sinapsis puede ser ajustada por el tipo de impulsos que participan en ella. De esta forma, en cada sinapsis se produce un proceso de aprendizaje, dependiendo de las actividades en la que está involucrada, generando una especie de memoria, posiblemente relacionada y responsable del funcionamiento de la memoria humana (Jain *et. al*, 1996).

En las RNAs, las neuronas del cerebro humano son analogadas en una unidad básica de procesamiento, llamada neurona artificial (NA). En ellas, el conocimiento se adquiere luego de un proceso de aprendizaje, y es almacenado en la RNA en forma de “pesos sinápticos”, los cuales corresponden a las conexiones de la RNA.

El modelo que típicamente se utiliza para describir una NA se muestra en la Figura 4–1, en el cual se asume que la salida  $y$  que produce la neurona corresponde a aplicar una función de activación  $f(\cdot)$ , sobre la suma ponderada de las entradas  $\{x_i\}_{i=1}^n$  con los pesos sinápticos  $\{w_i\}_{i=0}^n$ . Se dice que si el peso sináptico  $w_i > 0$ , la entrada  $x_i$  es excitatoria, es decir, que tiende a aumentar la respuesta de la neurona, y si  $w_i < 0$ ,  $x_i$  es inhibitoria, la cual, por el contrario, tiende a frenar la respuesta de la misma.

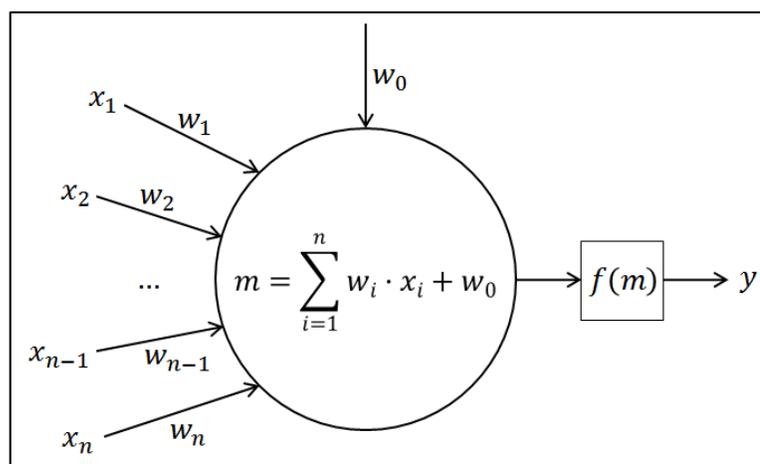
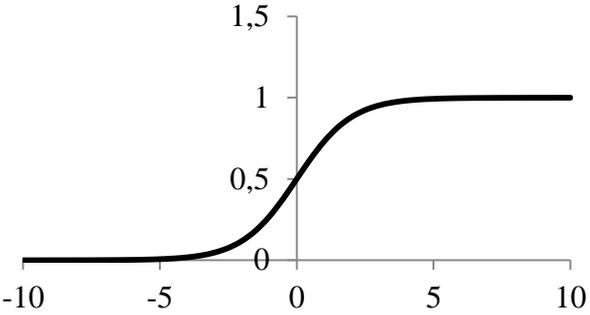
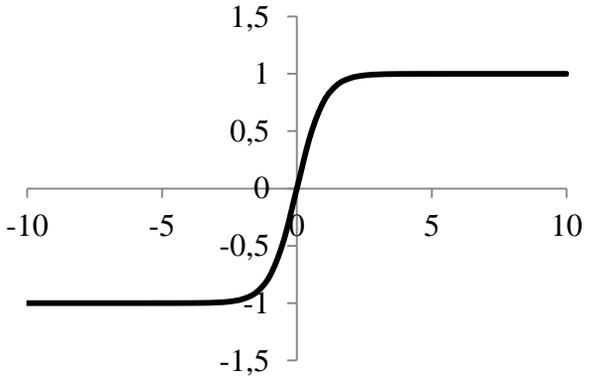
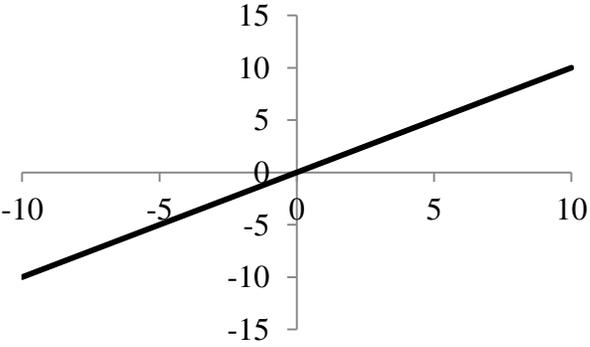


Figura 4–1: Modelo de neurona artificial

La función de activación  $f(\cdot)$  cumple la tarea de propagar la respuesta de una neurona a las neuronas con las que está conectada. La elección de una determinada forma funcional depende del problema que se esté solucionando, pues ésta tiene como objetivo mantener acotada la salida de la RNA y poder contar con una interpretación apropiada para los valores obtenidos. Algunas funciones posibles se describen en la Tabla 4–1,

siendo los más utilizados los 2 primeros tipos, donde, por ejemplo, la función logística se puede utilizar para representar probabilidades, pues está acotada al rango  $[0 ; 1]$ .

Tabla 4–1: Ejemplos de función de activación

Función	Expresión	Recorrido	Gráfico
Logística	$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$	$[0 ; 1]$	
Tangente Hiperbólica	$f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$	$[-1 ; 1]$	
Identidad	$f(x) = x$	$[-\infty ; \infty]$	

#### 4.4.2 Arquitectura de las RNAs

Una RNA corresponde a una agrupación de neuronas, interconectadas por distintos arcos. De esta forma, una RNA se puede ver matemáticamente como un grafo dirigido y ponderado, donde cada arco de la red es unidireccional – que va desde una neurona origen a una neurona destino –, y tiene asociado un peso sináptico, que corresponde a un número real que representa la importancia de dicha conexión.

La arquitectura o topología de una RNA corresponde al ordenamiento que se hace del conjunto de neuronas. La agrupación se hace típicamente en capas, cada una con un número determinado de neuronas. Existen, entonces, las capas en las que se procesan los datos de entrada – capa de entrada (CE) –, se realizan los cálculos internos – capas ocultas (CO) –, y se generan las salidas de la RNA – capa de salida (CS) –.

El número de neuronas  $n_{in}$  en la CE corresponde al número de parámetros de entrada de la RNA, y vendrá dado por el tamaño de los vectores de datos de entrada. De la misma forma, el número de neuronas  $n_{out}$  en la CS viene dado por el tamaño de los vectores de salida.

Por su parte, el número de neuronas  $n_h$  en la(s) CO debe ser calibrado en forma heurística, pues no existe un valor óptimo, sino que depende del problema que se esté solucionando. Cybenko (1989) demostró que las RNAs poseen la propiedad de “aproximadoras universales”, es decir, una RNA puede aproximar cualquier función real a un nivel de precisión arbitrario. Para ello, se requiere que la RNA tenga una arquitectura que incluya una CO, con “suficientes” neuronas en ella. Por lo tanto, en adelante se considerará posibles arquitecturas que tienen sólo una CO, y se deberá determinar el número  $n_h$  de neuronas en ella.

La topología que tenga la RNA vendrá dada finalmente por las conexiones que se realicen dentro y entre cada una de las capas. Cuando existen conexiones que son sólo hacia adelante – es decir, desde la CE hacia la CS –, en forma parcial o completa, se

habla de una red *feedforward*. Por su parte, cuando hay conexiones entre neuronas de la misma capa o con capas anteriores, se habla de redes recurrentes.

A continuación, en la Figura 4-2, se muestra un ejemplo de red *feedforward* con una CE con 4 NA, una CO con 5 NA, y una CS con 2 NA, conectada en forma completa.

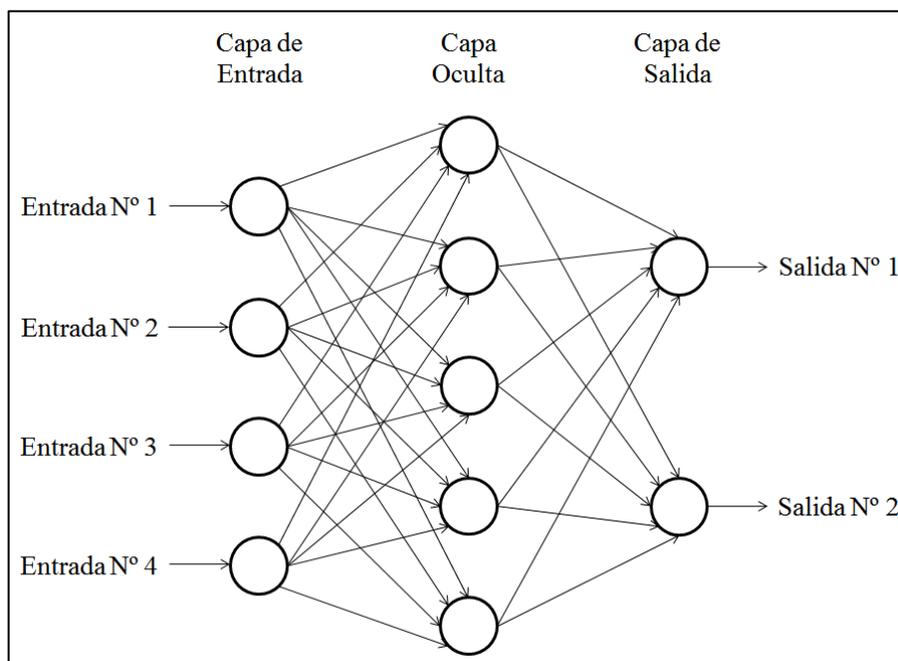


Figura 4-2: Ejemplo de red *feedforward*

En la Figura 4-3 se muestran 2 ejemplos de redes recurrentes: primero, una con recurrencia desde la CS hacia la CE, y, luego, una RNA con recurrencia entre la CO y la CE. Las redes recurrentes buscan generar una especie de memoria para las RNA, guardando estados anteriores del sistema en las pseudoentradas generadas por las conexiones entre capas.

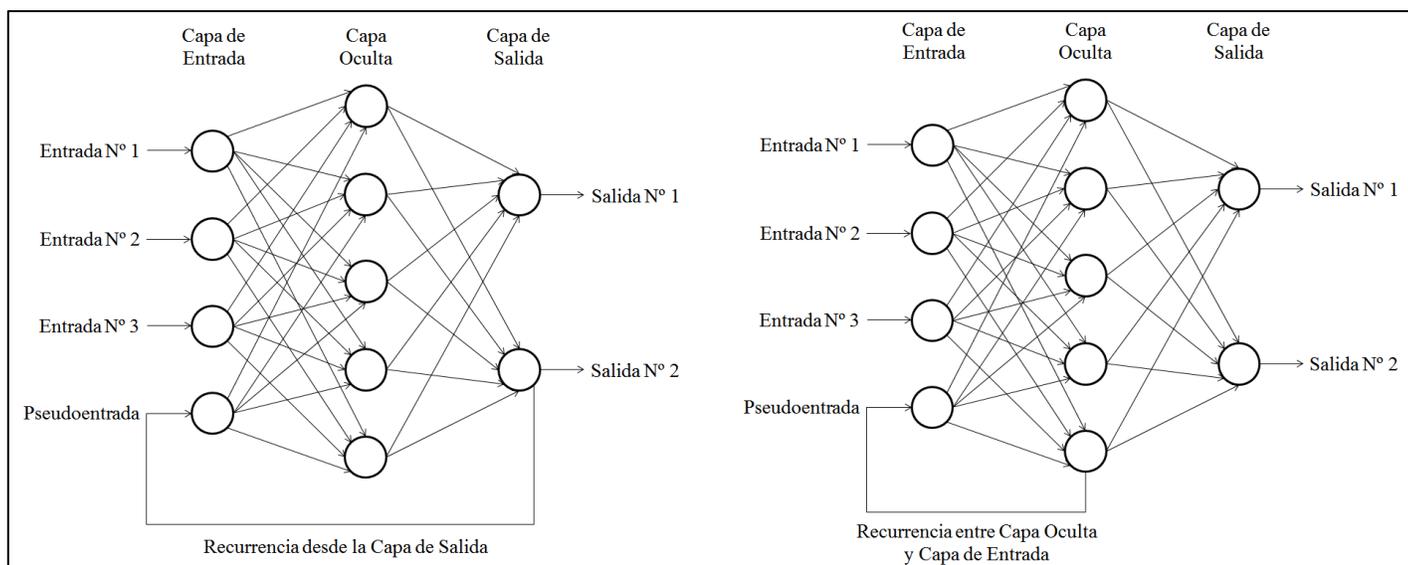


Figura 4–3: Ejemplo de redes neuronales recurrentes

#### 4.4.3 Tipos de RNAs

Existen principalmente 2 tipos de RNAs, en función de cómo se realiza el aprendizaje:

1. Redes Neuronales Supervisadas (RNS)
2. Redes Neuronales Autoasociativas (RNAu)

Las RNS deben procesar parejas de entradas y salidas, buscando minimizar una función de error  $E(w)$  por medio del ajuste del vector  $w$ , que corresponde al vector de pesos sinápticos de la RNA. Para este tipo de redes, se utiliza, en general, una arquitectura *feedforward*, donde la función de activación en la CS es lineal o logística. Ejemplos de RNS son el *Multilayer Perceptron* (MLP) o Perceptrón Multicapa, y las redes recurrentes de Elman y Hopfield, entre otras.

Por su parte, las RNAu sólo requieren de los vectores de datos entrada para determinar en forma automática la estructura que mejor se ajuste a dichos datos. Son utilizadas mayormente para realizar clasificación de datos o *clustering*, pues el aprendizaje no

supervisado que las caracteriza – no hay una función de error a minimizar –, busca aprender a distinguir patrones o características importantes del problema bajo análisis, más que ajustarse a valores objetivo, como el caso de las RNS. Ejemplos de RNAu son los *Self-Organizing Maps* (SOM) de Kohonen y las Redes Competitivas.

En esta tesis, el objetivo del uso de RNAs es generar predicciones de algunas variables de interés, tarea que es realizada generalmente con RNS. De esta forma, en adelante se tratarán temas relacionados sólo con este tipo particular de RNAs.

#### **4.4.4 Redes Neuronales Supervisadas**

Las Redes Neuronales Supervisadas (RNS) corresponden, como ya se mencionó en la sección 4.4.3, a un tipo de RNA en que se busca que las salidas que ésta genera sean lo más similares posibles a los valores reales con los que se cuenta, lo cual se logra por medio del ajuste de sus parámetros, realizado en un proceso conocido como entrenamiento de la RNA.

El objetivo del entrenamiento es minimizar una función de error que relaciona las salidas entregadas por la red y los valores reales. Previo al comienzo del entrenamiento, se debe realizar un preprocesamiento de los datos, y normalizarlos al rango correspondiente al recorrido de las funciones de activación utilizadas. Luego, la base de datos normalizada es dividida en 3 conjuntos:

1. Datos de Entrenamiento (DE)
2. Datos de Validación (DV)
3. Datos de Prueba (DP)

Esta división busca asegurar una buena capacidad de generalización de la red, es decir, apunta a afirmar que la red entregará buenos resultados frente a situaciones nuevas, no representadas en los datos disponibles.

El conjunto DE es utilizado para ajustar en forma progresiva los parámetros de la red, en función de la medida de error mencionada.

El conjunto DV se utiliza para evaluar la capacidad de generalización de la red, y para detener el entrenamiento si es que dicha capacidad deja de mejorar. Con esto se busca evitar el fenómeno de sobreajuste u *overfitting*, en el cual las predicciones de la red se ajustan perfectamente a los datos del conjunto DE y la red pierde su capacidad de generalización.

Finalmente, el conjunto DP no tiene efecto en el entrenamiento, y como tal entrega una medida de error independiente del rendimiento de la red.

El entrenamiento está compuesto por 2 fases:

- Fase *feedforward*: tiene como objetivo presentar y propagar por la RNA las parejas de entradas y salidas
- Fase *backpropagation*: tiene como objetivo calcular las variaciones que experimentarán los pesos sinápticos durante el entrenamiento

A continuación, ambas fases son descritas más detalladamente.

#### 4.4.4.1 Fase *Feedforward*

En la fase *feedforward*, la RNA se alimenta con los valores de entrada normalizados, los cuales se propagan desde la CE hasta la CS.

Esta fase se repite un total de  $n_E$  veces, donde  $n_E$  es conocido como el número de épocas de entrenamiento. En cada época, todas las parejas de entradas y salidas del conjunto DE son propagadas por la red, obteniéndose valores para los errores en la CS, que son luego utilizados y modificados en la fase *backpropagation* para el ajuste de los parámetros de la RNA.

El número  $n_E$  usualmente se fija en un valor alto para garantizar un buen ajuste de la red a los datos del conjunto DE. Si el entrenamiento alcanza otro criterio de término en una época  $n_e < n_E$ , éste es detenido.

#### 4.4.4.2 Fase *Backpropagation*

En la fase *backpropagation* – o retropropagación – el objetivo es calcular las variaciones que deben experimentar los pesos sinápticos de la red durante el entrenamiento, de forma de minimizar la función de error.

Estas variaciones son calculadas mediante el algoritmo de *Backpropagation*, un método de optimización no lineal de descenso del gradiente, el que consiste básicamente de 4 pasos:

1. Iteración 0: los pesos sinápticos son inicializados aleatoriamente.
2. Iteración  $i$  (de un máximo de  $n_E$ ): se calcula el gradiente  $\frac{\partial E(w)}{\partial w}$  del error  $E(w)$  en el punto  $w_i$ .
3. Se actualiza el vector  $w$  tomando un paso en la dirección del negativo del gradiente, usando la fórmula de actualización  $w_{i+1} = w_i - \eta \cdot \frac{\partial E(w)}{\partial w} \Big|_{w_i}$ . En esta expresión,  $\eta$  es un valor constante, llamado tasa de aprendizaje.
4. El proceso se repite hasta que  $E(w)$  es mínimo o suficientemente pequeño.

Para calcular el término  $\frac{\partial E(w)}{\partial w} \Big|_{w_i}$  se requiere de la propagación de los errores desde la CS hacia la CE de la RNA. Cada error se obtiene de la comparación entre las salidas de la red y los datos reales. Las derivaciones numéricas se encuentran en Rojas (1996).

El planteamiento tradicional del algoritmo usualmente presenta problemas como mínimos locales y una lenta convergencia. Ha sido mejorado, y actualmente se utiliza más frecuentemente el denominado algoritmo Levenberg–Marquardt, que es mucho más rápido que la versión original, pero que tiene mayor limitación en el uso de memoria.

#### 4.4.5 Selección de Arquitectura Óptima de RNA

La arquitectura óptima para un problema en particular está relacionada con el nivel de ajuste que se obtiene al utilizar dicha estructura en el entrenamiento de la RNA. Existe, sin embargo, un amplio conjunto de arquitecturas posibles para la RNA, las cuales se obtienen de los distintos valores que puede tomar el vector  $(n_{in}, n_h, n_{out})$ . Luego, para una arquitectura determinada, se compara la salida entregada por la RNA con datos del conjunto DP, y se calcula la bondad del ajuste obtenido. Dicho ajuste se obtiene de combinar medidas usadas típicamente, como el *Mean Squared Error* (MSE), *Root Mean Squared Error* (RMSE), y *Mean Absolute Prediction Error* (MAPE), otras relacionadas con la precisión de la predicción de los cambios de dirección de los datos, como *Direction Accuracy* (DA), y otras que penalizan la complejidad de la RNA utilizada, como *Akaike Information Criterion* (AIC) y el *Bayesian Information Criterion* (BIC).

La medida de ajuste que se utilizará como criterio de selección sobre el conjunto DP es la denominada *Weighted Information Criterion* (WIC), definida y utilizada por Eğrioglu *et.al* (2008), en donde se pueden encontrar todos los detalles de su cálculo. Este criterio corresponde a una combinación lineal de los criterios mencionados anteriormente, y un criterio similar al DA denominado *Modified Direction Accuracy* (MDA). En el artículo se prueba que utilizar el WIC entrega mejores resultados – tanto en ajuste como en número de parámetros – que emplear alguna medida de ajuste estándar.

Finalmente, la arquitectura de red que minimiza el WIC es aquella que mejor se ajusta al conjunto DP, y que al mismo tiempo mantiene controlada su complejidad, de forma de mantener una excelente capacidad de generalización y evitar el fenómeno de sobreajuste.

#### 4.5 Medidas de Error para la Estimación de Matrices OD

A continuación se definen distintas medidas de error, aplicables para la estimación de matrices OD. De esta forma, considerando que  $T_{ij}$  y  $\hat{T}_{ij}$  corresponden al total de viajes observado y estimado entre el par  $(i, j)$ , en las ecuaciones (4.22), (4.23) y (4.24) se definen tres medidas apropiadas para evaluar el error  $E$  de estimaciones de matrices OD.

- **Standardized Root Mean Squared Error (SRMSE)**

$$E = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (T_{ij} - \hat{T}_{ij})^2}{I \cdot J}} \bigg/ \left( \frac{\sum_i \sum_j T_{ij}}{I \cdot J} \right) \quad (4.22)$$

donde  $I$  es el número de orígenes y  $J$  el número de destinos. De acuerdo con Knudsen y Fotheringham (1986), el SRMSE es la medida más precisa para analizar el rendimiento de 2 o más modelos en replicar el mismo conjunto de datos, aplicable a la estimación de matrices OD.

- **Root Mean Squared Error (RMSE)**

$$E = \sqrt{\frac{\sum_i \sum_j (T_{ij} - \hat{T}_{ij})^2}{n_{OD}}} \quad (4.23)$$

donde  $n_{OD}$  es el número de pares OD en la red, que, en el caso del corredor de Merval, es  $n_{OD} = N \cdot (N - 1)$ .

- **Relative Number of Wrong Predictions (RNWP)**

$$E = \frac{\sum_i \sum_j |\hat{T}_{ij} - T_{ij}|}{\sum_i \sum_j T_{ij}} \quad (4.24)$$

Esta medida muestra el número de predicciones incorrectas como un porcentaje del total de viajes realizados. Puede ser empleada para comparar 2 modelos o para comparar el ajuste de un modelo con respecto a los viajes observados.

## **5. ALGORITMO PROPUESTO PARA LA ESTIMACIÓN DE MATRICES OD PARA TRANSPORTE PÚBLICO (EODTP)**

El presente capítulo presenta una descripción del algoritmo propuesto para la Estimación de matrices OD para corredores de Transporte Público (EODTP) con VOD. En la sección 5.1 se presentan algunas definiciones generales y la notación propia del algoritmo. Luego, en la sección 5.2 se describen en detalle las etapas internas del algoritmo y su funcionamiento.

En la sección 5.3 se evaluó el rendimiento del algoritmo de EODTP en un escenario que consideró un corredor hipotético, bajo distintos niveles de anormalidad entre la distribución histórica de los destinos de los viajes y la situación observada. Se introdujo además un efecto de congestión, para provocar que los viajes se alargasen, y, por lo tanto, los procesos de bajada se prolongaran más de lo normal. Luego, en la sección 5.4 se consideró un escenario con datos reales de la demanda en el corredor de Merval. Se utilizó datos del año 2008, utilizando la información histórica del año 2006 como datos de referencia y punto de partida para el análisis.

En resumen, el algoritmo de EODTP tiene como objetivo realizar sucesivas estimaciones de las matrices OD del corredor bajo análisis, por medio de la incorporación progresiva de la información disponible hasta  $h^+$ .

### **5.1 Definiciones Generales y Notación**

En la Tabla 5–1 a continuación, se define la notación a utilizar en este capítulo, necesaria para la comprensión del modelo planteado posteriormente. En la tabla se destaca cuáles son variables aleatorias, variables a estimar y cuáles corresponden a los datos del modelo.

Tabla 5–1: Notación de la etapa de EODTP

CARÁCTER	NOTACIÓN	DEFINICIÓN
Dato	$S_k^+$	Se calcula como $S_k^+ = k + (S_{max} - 1)$ , y corresponde al máximo intervalo en que terminarán los viajes originados durante el intervalo $k$ . Se denominará $T_k$ al conjunto de intervalos $[k, S_k^+]$ .
Dato	$S_k^-$	Análogo a $S_k^+$ . Se calcula como $S_k^- = k - (S_{max} - 1)$ , y refleja que todos los viajes iniciados durante el intervalo $S_k^-$ , concluirán a más tardar durante el intervalo $k$ .
Dato / Variable a estimar	$m_{ij}^{kth}$	Número de viajes entre el par $(i, j)$ , detectados en el intervalo $h$ , que comenzaron durante el intervalo $k$ y terminaron durante el intervalo $t$ , donde $t \in T_k^{REAL} = [k, h]$ . Para $t \in T_k^{EST} = (h, S_k^+]$ , dichos valores deberán ser estimados. Es claro que $T_k = T_k^{REAL} \cup T_k^{EST}$ .
Dato	$\tau_{ri}^k$	Instante de llegada del $r$ -ésimo usuario a la estación $i$ durante el intervalo $k$ . Dicho usuario terminará su viaje en algún intervalo $t \in T_k$ .
Variable a estimar	$x_{ij}^{kh}$	Número total de viajes entre el par $(i, j)$ , estimado en el intervalo $h$ , que comenzaron durante el intervalo $k$ . La estimación <i>a priori</i> para los mismos valores se denotará por $x_{ij}^{k0}$ . Se cumple que $k \leq h$ .
Variable a estimar	$q_{ij}^{kh}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje iniciado en la estación $i$ durante el intervalo $k$ , tenga como destino la estación $j$ . La probabilidad <i>a priori</i> asociada a este valor se denotará por $q_{ij}^{k0}$ . Se cumple que $\sum_{j=1}^N q_{ij}^{kh} = 1, \forall i, k, h$ , donde $k \leq h$ . Se ha denominado también como $P_h(\mathcal{D}_i^k = j)$ .
Variable a estimar	$p_{ij}^{kth}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje entre el par $(i, j)$ comenzado durante el intervalo $k$ termine durante el intervalo $t$ . La probabilidad <i>a priori</i> asociada a este valor se denotará por $p_{ij}^{kt0}$ . Se cumple que $\sum_{t \in T_k} p_{ij}^{kth} = 1, \forall i, j, y h \in T_k$ .
Variable a estimar	$z_{ij}^{kth}$	Probabilidad, estimada en el intervalo $h$ , de que un viaje tenga como destino la estación $j$ , de aquéllos originados en la estación $i$ durante el intervalo $k$ y terminados durante el intervalo $t \in T_k$ . Se debe cumplir que $\sum_{j=1}^N z_{ij}^{kth} = 1, \forall i$ , donde $t \in T_k$ y $h \in T_k$ .
Variable	$f_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de densidad continua, actualizada en el intervalo $h$ , del tiempo de viaje $t_{ij}^k$ entre el par $(i, j)$ , para viajes comenzados durante el intervalo $k$ . Está caracterizada por los parámetros $\theta_{ij}^{kh}$ .

		Los parámetros que describen la distribución histórica $f_{ij}^{k0}(\cdot)$ se denominan $\theta_{ij}^{k0}$ .
Variable	$F_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de distribución acumulada asociada a $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ .
Variable	$S_{ij}^{kh}(\cdot)$	Función de supervivencia asociada a $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ , que se calcula como $S_{ij}^{kh}(\cdot) = 1 - F_{ij}^{kh}(\cdot)$ .

### 5.1.1 Matriz $M_i^{kh}$

La matriz  $M_i^{kh}$  (matriz de  $N \times S_{max}$ ), que es única para cada intervalo  $k$  y que es actualizada en  $h$ , se compone de los elementos  $m_{ij}^{kth}$ , y tiene la siguiente forma:

Tabla 5–2: Matriz  $M_i^{kh}$  ejemplo

Destino \ Intervalo	$k$	...	$t$	...	$h$	...	$S_{k^+}$	Suma Parcial
<b>1</b>	$m_{i1}^{khh}$	...	$m_{i1}^{kth}$	...	$m_{i1}^{khh}$	...		$x_{i1}^{kh}$
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
<b>j</b>	$m_{ij}^{khh}$	...	$m_{ij}^{kth}$	...	$m_{ij}^{khh}$	...		$x_{ij}^{kh}$
$\vdots$	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	...	$\vdots$	$\vdots$
<b>N</b>	$m_{iN}^{khh}$	...	$m_{iN}^{kth}$	...	$m_{iN}^{khh}$	...		$x_{iN}^{kh}$
<b>Suma Parcial</b>	$m_{i\cdot}^{khh}$	...	$m_{i\cdot}^{kth}$	...	$m_{i\cdot}^{khh}$	...		$m_{i\cdot}^{kh}$
<b>Proporción</b>	$\pi_{i\cdot}^{khh}$	...	$\pi_{i\cdot}^{kth}$	...	$\pi_{i\cdot}^{khh}$	...		1

Se debe cumplir que  $t \in T_k$ . De la matriz  $M_i^{kh}$  anterior, los elementos  $m_{ij}^{kth}$  donde  $t \in T_k^{REAL}$  corresponden a datos conocidos, recolectados de la operación del corredor. Además, para  $t \in T_k^{EST}$ , los valores de  $m_{ij}^{kth}$  son desconocidos, y deberán ser estimados. A modo de ejemplo, en la Tabla 5–2 la columna asociada al intervalo  $S_k^+$  se dejó en blanco, para mostrar que los datos en intervalos posteriores a  $h$  deben ser estimados.

Al sumar en forma vertical en la matriz  $M_i^{kh}$  se obtiene el término  $m_{i\cdot}^{kth}$ , que corresponde al número de viajes originados en  $i$  durante el intervalo  $k$  y terminados durante el intervalo  $t$ , independiente del destino. Para algún  $t$  se calcula como sigue:

$$m_{i\cdot}^{kth} = \sum_j m_{ij}^{kth} \quad (5.1)$$

Por otro lado, al sumar en forma horizontal, para cualquier destino  $j$ , se está agregando cantidades que son conocidas y otras que son estimadas. De esta forma, las 2 siguientes ecuaciones permiten distinguir entre ambos tipos de datos:

$$n_{ij}^{kh} = \sum_{t \in T_k^{REAL}} m_{ij}^{kth} \quad (5.2)$$

$$x_{ij}^{kh} = \sum_{t \in T_k} m_{ij}^{kth} \quad (5.3)$$

La ecuación (5.2) incorpora sólo aquellos viajes iniciados durante el intervalo  $k$  realizados entre el par  $(i, j)$  y que hasta el intervalo  $h$  han abandonado el sistema, y la ecuación (5.3) incorpora adicionalmente la información que fue estimada, es decir, de los intervalos  $t \in T_k^{EST}$ , generando la actualización en  $h$  de la matriz OD del intervalo  $k$ .

El número de usuarios – de un total de  $y_i^k$  – que hasta el intervalo  $h$  ha abandonado la red se denominará  $n_i^{kh}$ , y se calculará como sigue:

$$n_i^{kh} = \sum_j n_{ij}^{kh} \quad (5.4)$$

Por su parte,  $\pi_{i\cdot}^{kth}$  corresponde a la proporción, calculada en el intervalo  $h$ , de viajes originados en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  y terminados durante el intervalo  $t$ , y se calcula como:

$$\pi_{i\cdot}^{kth} = \frac{m_{i\cdot}^{kth}}{m_{i\cdot}^{kh}} = \sum_j p_{ij}^{kth} \cdot q_{ij}^{kh} \quad (5.5)$$

En las expresiones anteriores, se debe cumplir que  $m_i^{kh} = \sum_j x_{ij}^{kh} = y_i^k$ .

### 5.1.2 Matriz $P_i^{kh}$

La matriz  $P_i^{kh}$  (matriz de  $N \times S_{max}$ ) se compone de los elementos  $p_{ij}^{kth}$  y tiene una forma análoga a la matriz  $M_i^{kh}$ . Se cumple que  $\sum_{t \in T_k} p_{ij}^{kth} = 1, \forall i, j$ , y  $h \in T_k$ . En la sección 5.2.3 se detalla cómo estos elementos son calculados y luego actualizados usando la información disponible.

### 5.1.3 Matriz $Z_i^{kh}$

La matriz  $Z_i^{kh}$  (matriz de  $N \times S_{max}$ ) se compone de los elementos  $z_{ij}^{kth}$ , estrechamente relacionados con el proceso de bajada de pasajeros. Ellos buscan identificar, en el intervalo  $h$ , la probabilidad de que un viaje tenga la estación  $j$  como destino, entre aquéllos originados en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  y terminados durante el intervalo  $t \in T_k$ . Además, se cumple que  $\sum_{j=1}^N z_{ij}^{kth} = 1$ , donde  $h \in T_k$ .

Para deducir una expresión para  $z_{ij}^{kth}$ , se definen 2 eventos asociados con un viaje iniciado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ :

1.  $D_{ij}^k$ : el viaje tiene como destino la estación  $j$
2.  $C_i^{kt}$ : el viaje termina durante el intervalo  $t$

De esta forma, se tiene que  $z_{ij}^{kth} = P_h(D_{ij}^k | C_i^{kt})$ , es decir, la probabilidad actualizada en  $h$  de que un viaje iniciado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  haya tenido como destino la estación  $j$ , dado que terminó durante el intervalo  $t$ . Luego, por el teorema de Bayes se tiene que:

$$P_h(D_{ij}^k | C_i^{kt}) = \frac{P_h(C_i^{kt} | D_{ij}^k) \cdot P_h(D_{ij}^k)}{\sum_l P_h(C_i^{kt} | D_{il}^k) \cdot P_h(D_{il}^k)} \quad (5.6)$$

De la ecuación (5.6) se puede extraer que  $P_h(C_{i\cdot}^{kt} | D_{ij}^{k\cdot})$  es equivalente a la probabilidad actualizada en  $h$  de que un viaje realizado entre el par  $(i, j)$  se haya iniciado durante el intervalo  $k$  y haya terminado durante el intervalo  $t$ , que corresponde a la definición de  $p_{ij}^{kth}$ . De la misma forma,  $P_h(D_{ij}^{k\cdot})$  corresponde a la definición de  $q_{ij}^{kh}$ . Por lo tanto, reemplazando en (5.6) se obtiene:

$$z_{ij}^{kth} = P_h(D_{ij}^{k\cdot} | C_{i\cdot}^{kt}) = \frac{P_h(C_{i\cdot}^{kt} | D_{ij}^{k\cdot}) \cdot P_h(D_{ij}^{k\cdot})}{\sum_l P_h(C_{i\cdot}^{kt} | D_{il}^{k\cdot}) \cdot P_h(D_{il}^{k\cdot})} = \frac{p_{ij}^{kth} \cdot q_{ij}^{kh}}{\sum_l p_{il}^{kth} \cdot q_{il}^{kh}} \quad (5.7)$$

Se debe resaltar la diferencia que existe entre  $q_{ij}^{kh}$  y  $z_{ij}^{kth}$ , pues pueden ser confundidos. En primer lugar, se debe recordar que  $q_{ij}^{kh}$  representa la probabilidad, actualizada en  $h$ , de que un viaje iniciado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  tenga como destino la estación  $j$ . Notar que es un valor que no depende de  $t$ , y que, como tal, está relacionado con el proceso de elección de destino. Por su parte,  $z_{ij}^{kth}$  se relaciona con las bajadas de pasajeros, y representa la probabilidad, para algún intervalo  $t \in T_k$ , de que un viaje iniciado en  $i$  durante el intervalo  $k$  y terminado en  $t$ , haya tenido la estación  $j$  como destino de viaje.

## 5.2 Descripción General del Algoritmo de EODTP

El algoritmo de EODTP realiza sucesivas estimaciones de las variables descritas en la sección previa, por medio de la incorporación progresiva de la información obtenida de la operación, en particular las bajadas por estación, antes de entregar la estimación final asociada con algún intervalo del período de estudio.

En la Figura 5–1 se muestra el esquema general de funcionamiento del algoritmo propuesto. En una primera etapa, la información es recogida del ST. Estos datos alimentan el segundo paso general del algoritmo, donde distintos parámetros internos del modelo son actualizados, dando paso a la etapa en que efectivamente se realiza la

estimación de las matrices OD de los intervalos asociados a la nueva información disponible.

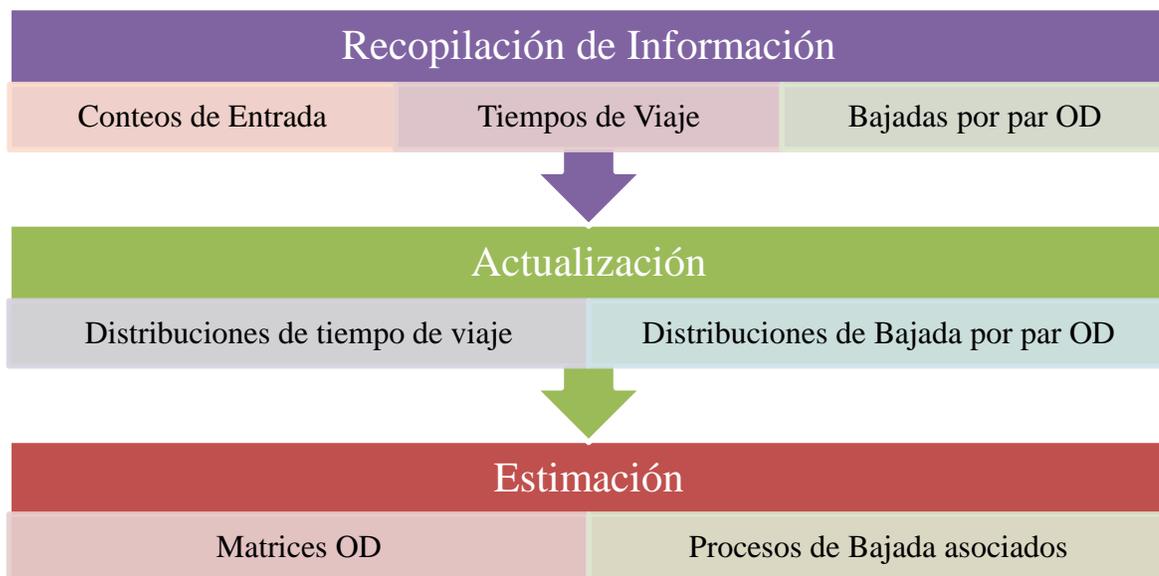


Figura 5–1: Esquema general del algoritmo de EODTP

La actualización bayesiana es sólo utilizada para las distribuciones de elección de destino de viaje. Por su parte, las distribuciones de tiempos de viaje por par OD son actualizadas siguiendo un enfoque diferente, en base a un problema de optimización que se detalla en la sección 5.2.3.3.

En forma esquemática, en la Tabla 5–3 se resumen los pasos que el algoritmo desarrollado realiza secuencialmente al final del intervalo  $h$  del período de estudio, antes de realizarlos en el siguiente intervalo. Es importante notar que el paso 3 genera como salida un parámetro de entrada para el paso 4, y viceversa (destacado en la tabla), lo cual sugiere un proceso iterativo entre ambos pasos.

Tabla 5–3: Etapas internas del algoritmo de EODTP

ENTRADAS	PASO	SALIDAS	
—	0. Intervalo actual = $h$	Instante Actual = $h^+$	
		$k \in T_{S_h^-}$	
$y_i^h, \forall i$	1. Procesar las subidas y bajadas	Tiempos de viaje $t_{ij}^k$	
		$m_{ij}^{kth} \forall i, j$	$t \in T_k^{REAL}$
		$\pi_{i.}^{kth}, \forall i$	
$q_{ij}^{h0}$	2. Estimar las matrices $M_i^{h0}$ y $Z_i^{h0}$	$m_{ij}^{ht0}$	$t \in T_h$
$p_{ij}^{ht0}$		$m_{i.}^{ht0}, \pi_{i.}^{ht0}$	
$y_i^h, \forall i$		$z_{ij}^{ht0}$	
$t_{ij}^k$	3. Actualizar las matrices $P_i^{kh}$	$f_{ij}^{kh}(\cdot) \Rightarrow \theta_{ij}^{kh}$	
$q_{ij}^{kh}$		$p_{ij}^{kth}, t \in T_k$	
$\tau_{ri}^k, \forall r, i$			
$m_{ij}^{kth}$			
$p_{ij}^{kth}$	4. Actualizar las matrices $M_i^{kh}$ y $Z_i^{kh}$	$z_{ij}^{kth}, t \in T_k$	
$\pi_{i.}^{kth}$		$m_{ij}^{kth}, t \in T_k$	
$\alpha_{ij}^k$		$q_{ij}^{kh} = \frac{\alpha_{ij}^k + x_{ij}^{kh}}{\alpha_{i0}^k + y_i^k}$	
	5. Intervalo siguiente: $h = h + 1$	Ir al paso 0.	

A continuación, se describe cada una de las etapas anteriores, en el orden en que son ejecutadas.

### 5.2.1 Procesamiento de subidas y bajadas

En primer lugar, se computan las afluencias de pasajeros correspondientes a cada estación  $i$  del corredor durante el intervalo  $h$ , las cuales son almacenadas en las variables  $y_i^h, \forall i = 1, \dots, N$ . Es claro, además, que los conteos  $y_i^k, k < h, i = 1, \dots, N$  también están disponibles, no así para  $k > h$ .

El procesamiento de las bajadas genera una base de datos de viajes realizados en la red, tal como se explica en la sección 3.3.1. En particular, las bajadas observadas en  $h^+$  corresponden al término de viajes que comenzaron en un intervalo  $k \in [S_h^-, h]$ , es decir,  $k \in T_{S_h^-}$ . Luego, con estos datos se podrá calcular los tiempos de viaje experimentados en los distintos pares OD, junto con los elementos  $m_{ij}^{kth}$  y  $\pi_i^{kth}, \forall i, j$ , donde  $t \in T_k^{REAL}$ .

### 5.2.2 Estimar las matrices $M_i^{h0}$ y $Z_i^{h0}$

Esta etapa requiere de las distribuciones *a priori*  $q_{ij}^{h0}$  y  $p_{ij}^{ht0}$  definidas en la Tabla 5–1, y del conteo de entrada  $y_i^h$ , disponible sólo en el instante  $h^+$ . El objetivo es realizar las estimaciones iniciales para las matrices  $M_i^{hh}$  y  $Z_i^{hh}, \forall i$ , que serán denominadas  $M_i^{h0}$  y  $Z_i^{h0}$ , respectivamente. La información de las bajadas reales no es considerada en esta etapa, y es incluida en una etapa posterior.

El primer paso es realizar la estimación inicial  $x_{ij}^{h0}$  de la matriz OD del intervalo  $h$ , cuando el conteo de entrada  $y_i^h$  ya es conocido. Para llevar a cabo dicha estimación, se requiere de la distribución *a priori*  $q_{ij}^{h0}$ , y se calcula mediante la ecuación (5.8):

$$x_{ij}^{h0} = y_i^h \cdot q_{ij}^{h0}, \forall j \quad (5.8)$$

El segundo paso es calcular la estimación inicial  $M_i^{h0}, \forall i$ . Usando  $p_{ij}^{ht0}$ , ésta se obtiene utilizando la ecuación (5.9) donde  $t \in T_h$ :

$$m_{ij}^{ht0} = x_{ij}^{h0} \cdot p_{ij}^{ht0}, \forall j \quad (5.9)$$

El tercer paso consiste en calcular los valores de  $m_i^{ht0}$  y  $\pi_i^{ht0}$  a partir del paso anterior, empleando las ecuaciones (5.1) y (5.5).

Finalmente, en el cuarto paso se realiza la estimación inicial para los elementos  $z_{ij}^{ht0}$  de la matriz  $Z_i^{h0}, \forall i$ , utilizando la ecuación (5.7). Recordar que las estimaciones de  $\pi_i^{ht0}$  y  $z_{ij}^{ht0}$  serán empleadas en etapas posteriores, y se calculan en esta etapa de forma que estén disponibles cuando sean necesarias.

### 5.2.3 Actualizar las matrices $P_i^{kh}$

El objetivo de esta etapa es aprovechar la información de los tiempos de viaje, los horarios de llegada de los usuarios y las bajadas observadas, para realizar una actualización de las distribuciones  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$  y  $p_{ij}^{kth}$ , recordando que  $k \in T_{S_h^-}$ .

En primer lugar, se detallará las consideraciones relacionadas con la actualización de los parámetros de las distribuciones  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ . Luego, se explica cómo se calculan las distribuciones de bajada  $p_{ij}^{kth}$ , y, finalmente, se detalla el problema de optimización que se debe resolver para actualizar ambas distribuciones.

#### 5.2.3.1 Distribuciones de tiempo de viaje $f_{ij}^{kh}(\cdot)$

Los tiempos de viaje  $t_{ij}^k$ , que se distribuyen según  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ , son modelados con una distribución Lognormal, dado que los tiempos de viaje observados en el corredor de

Merval se ajustan muy bien a dicha distribución de probabilidades, como se aprecia en la sección 3.3.5.

Para la actualización de los parámetros que describen las distribuciones  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$  deberá tenerse en cuenta 3 aspectos principales:

- a) Las bajadas de pasajeros y los tiempos de viaje experimentados son recopilados desde el ST en forma progresiva
- b) Las distribuciones  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$  deben ser consistentes con el proceso de bajada observado, es decir, los parámetros que describen estas distribuciones, en conjunto con los horarios de llegada de los pasajeros a las estaciones, deben ser capaces de predecir dicho proceso
- c) Se debe respetar el tiempo máximo de viaje en la red

El sistema es observado sólo cada  $\Delta$  minutos, instante en el cual se llevan a cabo las etapas de Estimación/Actualización y Predicción de Matrices OD del corredor, luego de registrar y almacenar los viajes, bajadas y tiempos de viaje observados en cada par OD de la red. El aspecto mencionado en a) hace referencia a este proceso de observación progresiva del sistema, y como ya se detalló en la sección 4.1, éste corresponde a un esquema de censura Tipo I Simple. De esta forma, la función de verosimilitud que representa dicho tipo de censura es la ecuación (4.9).

Adicionalmente, los aspectos en b) y c) generarán restricciones al problema, de forma que los parámetros buscados permitan reflejar el proceso de bajada observado.

Notar que para la actualización de los parámetros de las distribuciones de tiempo de viaje no se utilizan un enfoque bayesiano, sino que ésta se obtiene al resolver un problema de optimización detallado en la sección 5.2.3.3.

A continuación, en la Tabla 5–4 se identifican los parámetros relacionados con la realización de un experimento con censura Tipo I Simple, que luego son analogados para el caso del corredor. Para más detalle, ver sección 4.1.2.

Tabla 5–4: Parámetros de un experimento con censura Tipo I Simple

Censura	Unidades en Prueba	Unidades con tiempos de vida conocidos	Instante de Inicio	Duración del Experimento
Tipo I Simple	$n$	$r$	$T_0$	$T$

En primer lugar, el parámetro  $n$  corresponderá a la estimación en  $h$  del número de viajes en cada par  $(i, j)$  originados durante el intervalo  $k$ , es decir, los elementos  $x_{ij}^{kh}$ .

En segundo lugar, el parámetro  $r$  es análogo al número de viajeros que iniciaron su viaje en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , y lo terminaron en la estación  $j$  en algún intervalo  $t$ , con  $t \in T_k^{REAL}$ , es decir, aquellos viajeros que hasta el intervalo  $h$  ya abandonaron el sistema. Dicha cantidad viene dada por  $n_{ij}^{kh}$ , definida en la ecuación (5.2).

En tercer lugar, el parámetro  $T_0$  no se puede definir en forma tan directa. En cada intervalo  $k$ , este instante correspondería a la hora de inicio del primer viaje en cada par OD, lo cual no coincide necesariamente con  $k^-$ . A modo de aproximación, se considerará que los viajes en todos los pares OD comienzan simultáneamente, en el instante  $T_0 = \tau_{1i}^k$ , es decir, cuando llega el primer usuario a la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ .

Finalmente, al examinar los tiempos de viaje observados hasta el intervalo  $h$ , el parámetro  $T$  corresponderá a la diferencia entre  $h^+$  y  $T_0$ , es decir,  $T = h^+ - T_0$ .

#### 5.2.3.2 Distribuciones de bajada $p_{ij}^{kth}$

Según la definición,  $p_{ij}^{kth}$  es la probabilidad actualizada en  $h$  de que un viaje entre  $i$  y  $j$  iniciado durante el intervalo  $k$ , termine durante el intervalo  $t$ , donde  $t \in T_k$  y  $h \in T_k$ .

Luego, como el horario de término de un viaje depende de su hora de inicio y del tiempo de viaje experimentado, es necesario contar con 2 tipos de datos:

- Horarios de llegada de los usuarios a la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , los cuales están almacenados en las variables  $\tau_{ri}^k, \forall i$ , donde  $r = 1, \dots, y_i^k$
- Las distribuciones  $F_{ij}^{kh}(\cdot)$ , que corresponden a las funciones de distribución acumuladas actualizadas en  $h$

Sea  $a_{ri}(k, t) = [a_{ri}^-(k, t), a_{ri}^+(k, t)]$  el rango de tiempos de viaje que debe experimentar el  $r$ -ésimo usuario que llega a la estación  $i$  durante el intervalo  $k$  en  $\tau_{ri}^k$ , para que su viaje termine durante el intervalo  $t$ . Los límites de este rango quedan definidos como:

$$\begin{aligned} a_{ri}^+(k, t) &= \Delta \cdot (t - k) + (k^+ - \tau_{ri}^k) \\ a_{ri}^-(k, t) &= \max(0; a_{ri}^+(k, t) - \Delta) \end{aligned} \quad (5.10)$$

Sabiendo que  $P_h(\mathcal{D}_i^k = j) = q_{ij}^{kh}$  corresponde a la probabilidad de que el destino de viaje sea la estación  $j$ , la probabilidad  $p_{ij}^{kth}$  puede calcularse mediante la razón entre la suma de las probabilidades de que cada usuario que viajó a la estación  $j$  termine su viaje durante el intervalo  $t$ , y la suma de dichos términos para todos los intervalos  $t \in T_k$ . Esto es:

$$p_{ij}^{kth} = \frac{\sum_{r=1}^{y_i^k} P(t_{ij}^k \in a_{ri}(k, t) | \mathcal{D}_i^k = j) \cdot P_h(\mathcal{D}_i^k = j)}{\sum_{r=1}^{y_i^k} \sum_{s \in T_k} P(t_{ij}^k \in a_{ri}(k, s) | \mathcal{D}_i^k = j) \cdot P_h(\mathcal{D}_i^k = j)} \quad (5.11)$$

Dicho de otra forma, la probabilidad de que un usuario termine su viaje durante el intervalo  $t$  corresponde a la probabilidad de que el tiempo de viaje de dicho usuario pertenezca al rango de tiempos de viaje  $a_{ri}(k, t)$ . Entonces, dicha probabilidad viene dada por la diferencia de la función de distribución  $F_{ij}^{kh}(\cdot)$  evaluada en ambos extremos del rango. Luego:

$$\begin{aligned}
P(t_{ij}^k \in a_{ri}(k, t) | \mathcal{D}_i^k = j) &= \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, t)) \\
&= F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, t)) - F_{ij}^{kh}(a_{ri}^-(k, t))
\end{aligned} \tag{5.12}$$

Reescribiendo la expresión (5.11) se obtiene:

$$p_{ij}^{kth} = \frac{\sum_{r=1}^{y_i^k} \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, t)) \cdot q_{ij}^{kh}}{\sum_{r=1}^{y_i^k} \sum_{s \in T_k} \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, s)) \cdot q_{ij}^{kh}} \tag{5.13}$$

Se puede notar en la expresión (5.13) que el elemento  $q_{ij}^{kh}$  está presente como una constante tanto en el numerador como el denominador. Adicionalmente, del denominador se puede extraer que:

$$\begin{aligned}
\sum_{s \in T_k} \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, s)) &= F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, k)) - F_{ij}^{kh}(a_{ri}^-(k, k)) + \dots \\
&+ F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, S_k^+)) - F_{ij}^{kh}(a_{ri}^-(k, S_k^+))
\end{aligned} \tag{5.14}$$

La expresión (5.14) cumple con la propiedad telescópica, por lo que dicha expresión se puede resumir en que:

$$\begin{aligned}
\sum_{s \in T_k} \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, s)) &= F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, S_k^+)) - F_{ij}^{kh}(a_{ri}^-(k, k)) \\
&= F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, S_k^+)) - F_{ij}^{kh}(0) \\
&= F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, S_k^+))
\end{aligned} \tag{5.15}$$

Empleando el supuesto de que ningún viaje dura más allá de  $S_{max}$  intervalos – o  $t_{max} = S_{max} \cdot \Delta$  minutos –, podemos aproximar  $F_{ij}^{kh}(a_{ri}^+(k, S_k^+)) \approx 1$ . Así, finalmente, la expresión (5.13) puede aproximarse como:

$$p_{ij}^{kth} = \frac{1}{y_i^k} \cdot \sum_{r=1}^{y_i^k} \Delta F_{ij}^{kh}(a_{ri}(k, t)) \tag{5.16}$$

Usando el mismo supuesto, se puede demostrar que  $\sum_{t \in T_k} p_{ij}^{kth} = 1, \forall i, j$ , donde  $h \in T_k$ .

### 5.2.3.3 Problema de optimización para la actualización de las matrices $P_i^{kh}$

Al final del intervalo  $h$ , cada vez que se recibe nueva información sobre la operación del sistema, se debe proceder a actualizar los parámetros  $\theta_{ij}^{kh}$  que describen las distribuciones de tiempo de viaje entre el par  $(i, j)$  en el intervalo  $k$ . En el caso de la distribución Lognormal, el vector  $\theta_{ij}^{kh}$  corresponde a los parámetros relacionados con la media y desviación de la distribución.

Luego, para los viajes que hayan comenzado en la estación  $i$  durante el intervalo  $k$ , y que hayan tenido la estación  $j$  como destino, en el intervalo  $h$  se deberá maximizar la función de verosimilitud  $l_{ij}^{kh}$  para datos sujetos a un esquema de censura Tipo I, tal como se describe en la expresión (4.9), mediante la siguiente expresión:

$$\max_{\{\theta_{ij}^{kh}\}} l_{ij}^{kh} = \sum_{m=1}^{n_{ij}^{kh}} \ln \left( f_{ij}^{kh}(u_m | \theta_{ij}^{kh}) \right) + (x_{ij}^{kh} - n_{ij}^{kh}) \cdot \ln \left( S_{ij}^{kh}(h^+ - \tau_{1i}^k | \theta_{ij}^{kh}) \right) \quad (5.17)$$

s.a.

$$m_{ij}^{kth} = y_i^k \cdot p_{ij}^{kth} \cdot q_{ij}^{kh}, \forall t \in T_k^{REAL} \quad (5.18)$$

$$S_{ij}^{kh}(t_{max} | \theta_{ij}^{kh}) \leq \varepsilon \quad (5.19)$$

$$\theta_{ij}^{kh} \geq 0 \quad (5.20)$$

En primer lugar, se debe mencionar que en este problema se considerará que la distribución  $q_{ij}^{kh}$  es fija. Adicionalmente, se debe tener presente que se sigue un planteamiento de solución enfocado en los tiempos de viaje – y no se emplea otros enfoques (e.g. maximización de entropía) –, pues los tiempos son datos que se conoce en forma exacta cuando son recolectados, al igual que las bajadas por par OD observadas.

Los términos  $u_m$  corresponden a los tiempos de viaje experimentados por los  $n_{ij}^{kh}$  usuarios que realizaron su viaje entre el par  $(i, j)$  en el intervalo  $k$ , y en el intervalo  $h$  ya han abandonado el sistema. Los demás términos están definidos en la sección 5.1.

El lado derecho de la ecuación (5.18) representa la fórmula empleada para calcular las bajadas esperadas para los intervalos  $t \in T_k^{REAL}$ , las cuales deberán corresponderse con el lado izquierdo de la misma, que representa las bajadas de pasajeros  $m_{ij}^{kth}$  observadas en los mismos intervalos. Con esa restricción, se está forzando a que los parámetros buscados  $\theta_{ij}^{kh}$  intenten replicar el proceso de bajada de pasajeros observado.

Es claro que la cantidad de información disponible para solucionar el problema, que se puede representar mediante la variable  $n_{ij}^{kh}$ , aumenta a medida que  $h$  se aproxima a  $S_k^+$ . En el caso que el nivel de información sea bajo – es decir, cuando  $n_{ij}^{kh}$  es bastante menor que  $x_{ij}^{kh}$  –, el segundo sumando de la expresión (5.17) pesa más que el primero en el cálculo de la función objetivo. Luego, la superficie que describe la función objetivo tiende a ser más plana, con lo que la convergencia del algoritmo puede tener problemas.

Por el contrario, cuando  $h$  se aproxima a  $S_k^+$  y el nivel de información aumenta, la función objetivo se torna convexa y la existencia de una solución única es factible. Sin embargo, en este último caso, la cantidad de restricciones también aumenta en forma importante, con lo que se hace más difícil encontrar una solución única que las satisfaga todas simultáneamente, por lo que la solución hallada es aquella que representa lo más fielmente posible el proceso de bajada.

Se debe mencionar cómo afectan los distintos valores del vector  $\theta_{ij}^{kh}$  en el lado derecho de esta restricción, por medio del término  $p_{ij}^{kth}$ . A medida que aumenta el parámetro del vector  $\theta_{ij}^{kh}$  relacionado con la media, considerando el parámetro de la desviación fijo, las bajadas tienden a postergarse en el tiempo, y se observará además una alta cantidad de bajadas concentradas durante un intervalo particular. Por su parte, cuando el parámetro

de la desviación aumenta, manteniendo el parámetro de la media fijo, la variabilidad comienza a crecer, y se observa que el proceso de bajada se extiende en el tiempo, pero sin acumulaciones fuertes en algunos intervalos.

Utilizando un enfoque conservador, el algoritmo de optimización sólo entregará una solución distinta a la solución histórica – que corresponde al punto de partida del análisis – si es que el nivel de información provisto es suficiente para hacerlo. De esta forma, ante escenarios en que la cantidad de información sea muy baja para realizar una actualización/estimación (i.e. la función objetivo es muy plana), el error del algoritmo de EODTP no será superior al que entrega el método histórico. Adicionalmente, no se debe olvidar que las estimaciones se van haciendo progresivamente más confiables, a medida que mayor cantidad de información es empleada en el proceso.

En segundo lugar, la ecuación (5.19) indica que la probabilidad de observar algún tiempo de viaje entre el par  $(i, j)$  – para los viajes iniciados durante el intervalo  $k$  – mayor que  $t_{max}$  es menor o igual a  $\varepsilon$ , donde  $\varepsilon$  es un valor pequeño arbitrario. Esta condición permite utilizar la aproximación de la ecuación (5.16) en el cálculo de  $p_{ij}^{kth}$ .

Finalmente, la expresión (5.20) corresponde a la restricción de signo de los parámetros.

#### 5.2.4 Actualizar las matrices $M_i^{kh}$ y $Z_i^{kh}$

De la sección 5.2.3 se obtienen los parámetros  $\theta_{ij}^{kh}$  y las probabilidades  $p_{ij}^{kth}$  actualizadas con las que es posible recalcular los valores de  $\pi_i^{kth}$ , utilizando la ecuación (5.5).

Es importante notar que si existe una solución óptima al problema planteado en la sección 5.2.3.3, las restricciones de los conteos observados serán satisfechas, y, por lo tanto, la restricción asociada al total de usuarios que abandonaron el sistema en cada uno

de los intervalos  $t \in T_k^{REAL}$ , dada por la ecuación (5.5), se debe cumplir de inmediato; es decir, se debe observar que:

$$\sum_j p_{ij}^{kth} \cdot q_{ij}^{kh} = \sum_j \frac{m_{ij}^{kth}}{y_i^k}, t \in T_k^{REAL} \quad (5.21)$$

Sin embargo, como ya se mencionó, es posible que esta restricción no sea satisfecha, y que los parámetros  $\theta_{ij}^{kh}$  obtenidos sean aquellos que más cerca se encuentren de no violar las restricciones de los conteos observados.

De esta forma, a continuación se detalla una fórmula de ajuste, que permite corregir esta falencia, ajustando los valores estimados para  $\pi_i^{kth}$  en los intervalos  $t \in T_k^{REAL}$  a sus valores reales, con lo cual se obtiene de inmediato la estimación para los intervalos  $t \in T_k^{EST}$ . Adicionalmente, con este proceso se realiza la actualización de  $M_i^{kh}$  y  $Z_i^{kh}$ , por medio de un proceso interno realizado en forma iterativa.

Entonces, para todo intervalo  $t \in T_k^{EST}$ , el valor actualizado y corregido de  $\pi_i^{kth}$  se obtiene usando la siguiente expresión:

$$\pi_i^{kth} = \begin{cases} \tilde{\pi}_i^{kth} \cdot \frac{(1 - \sum_{t \in T_k^{REAL}} \pi_i^{kth})}{(1 - \sum_{t \in T_k^{REAL}} \tilde{\pi}_i^{kth})} & , 0 < \sum_{t \in T_k^{REAL}} \tilde{\pi}_i^{kth} < 1 \\ 0 & e. o. c. \end{cases} \quad (5.22)$$

donde  $\tilde{\pi}_i^{kth}$  corresponde a la última estimación para los valores de  $\pi_i^{kth}$ . Los valores obtenidos para  $\pi_i^{kth}$  reflejan la distribución de las proporciones de bajadas totales de pasajeros en cada  $t \in T_k$ , utilizando las probabilidades particulares – distinguiendo cada destino  $j$  – de bajada actualizadas  $p_{ij}^{kth}$ . En la primera actualización, realizada al final del intervalo  $k$  (i.e cuando  $h = k$ ),  $\tilde{\pi}_i^{kth}$  se extrae equivalentemente de la matriz  $M_i^{k0}$ , calculada en la sección 5.2.2, o de la ecuación (5.5).

La ecuación (5.22) asume que los procesos de bajada asociados a  $\pi_i^{kth}$  y  $\tilde{\pi}_i^{kth}$  son proporcionales. Por lo tanto, los valores  $\tilde{\pi}_i^{kth}$  correspondientes a los intervalos  $t$ , donde

$t \in T_k^{EST}$ , se actualizan proporcionales a la razón entre el porcentaje de viajeros que, en la última actualización, hasta  $h$  aún no terminaba su viaje, y el porcentaje actual de viajeros en la misma condición. Además, la fórmula muestra que si en la última actualización un 100% de los viajeros ha terminado su viaje, a las proporciones restantes se les asigna valor cero.

Con los nuevos valores de  $\pi_i^{kth}$ , la actualización de  $M_i^{kh}$  se realiza por medio de los 2 siguientes pasos. Primero, se calculan las bajadas totales esperadas para  $t \in T_k$ , y luego, cómo dichas bajadas se distribuyen entre los diferentes pares OD. Dichos cálculos se resumen en las siguientes expresiones:

$$m_{i.}^{kth} = y_i^k \cdot \pi_i^{kth} \quad (5.23)$$

$$m_{ij}^{kth} = m_{i.}^{kth} \cdot z_{ij}^{kth} \quad (5.24)$$

El elemento  $z_{ij}^{kth}$  de la ecuación (5.24) corresponde inicialmente a la estimación calculada en la sección 5.2.2. Del lado izquierdo de la misma ecuación, se observa que con este proceso se obtiene una nueva matriz  $M_i^{kh}$ , la cual permite realizar la actualización bayesiana de las distribuciones  $q_{ij}^{kh}$ , por medio de la ecuación (4.14), y al mismo tiempo actualizar la matriz OD del intervalo  $k$ , usando la ecuación (5.3). Finalmente, la matriz  $Z_i^{kh}$  es actualizada usando la ecuación (5.7), para los nuevos valores de las distribuciones  $p_{ij}^{kth}$  y  $q_{ij}^{kh}$ .

Una vez realizado este cálculo, es posible volver a utilizar las ecuaciones (5.23) y (5.24) para estimar una vez más tanto  $Z_i^{kh}$  como  $M_i^{kh}$ . Este proceso es realizado internamente, hasta que dichas matrices no presenten mayores cambios estructurales entre una iteración y otra.

Finalmente, se debe recordar que para actualizar la distribución  $p_{ij}^{kth}$ , la distribución  $q_{ij}^{kh}$  se mantuvo fija. En la presente etapa  $q_{ij}^{kh}$  es actualizada, manteniendo fija ahora la

distribución actualizada  $p_{ij}^{kth}$ , obtenida de la etapa anterior. De esta forma, es posible iterar entre ambos algoritmos para obtener sucesivas estimaciones de ambas distribuciones. Esquemáticamente, la situación está representada en la Figura 5–2 a continuación, donde se observa que los parámetros de entrada asociados al paso 3 son los que entrega el paso 4 como salida, y viceversa.

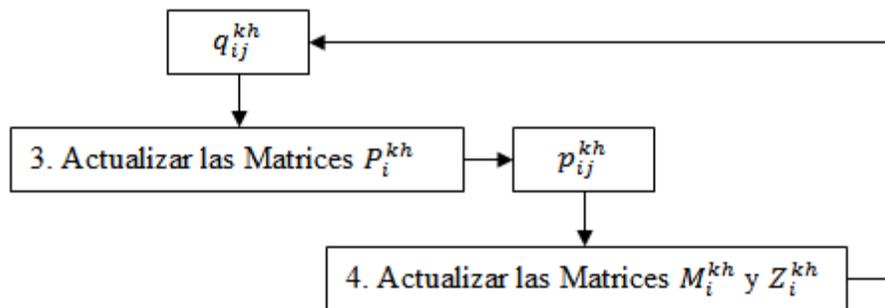


Figura 5–2: Esquema iterativo de actualización (Etapas 3 y 4) – Algoritmo EODTP

### 5.3 Escenarios de Prueba – Primer Conjunto

A continuación se define el primer conjunto (C1) de escenarios de prueba, con los que se evaluó la calidad de las estimaciones del algoritmo de EODTP.

Se generó 4 casos distintos para un pequeño corredor ficticio, los cuales incluyeron distintos niveles de anormalidad entre la situación histórica y la observada, tanto en la distribución de los destinos como en los tiempos de viaje. Estos últimos consideraron la inclusión de un efecto congestión, que alargaba los tiempos de viaje en la red.

En la sección 5.3.1 se presenta una descripción de los 4 casos de prueba. Luego, en la sección 5.3.2 se presentan los parámetros con los que se modeló, seguido de los pasos utilizados para la generación de los escenarios de evaluación en la sección 5.3.3. Finalmente, los resultados obtenidos para cada uno de dichos casos de prueba son detallados en la sección 5.3.4.

### 5.3.1 Descripción General

Se probó el algoritmo de EODTP en un corredor ficticio de 5 estaciones, en que se originan  $y_i^k$  viajes en sólo una de ellas, durante un solo intervalo  $k$ . Se cuenta, además, con distribuciones históricas  $q_{ij}^{k0}$  y  $f_{ij}^{k0}$ , que sirven de punto de partida para el análisis.

Se generaron cuatro casos de prueba, con distintos niveles de anormalidad entre la demanda observada y la histórica. La Tabla 5–5 presenta esquemáticamente las características de cada uno de los casos:

Tabla 5–5: Matriz de escenarios – C1

<b>Caso</b>	$q_{ij}^{kh} = q_{ij}^{k0}$	$f_{ij}^{kh}(\cdot) = f_{ij}^{k0}(\cdot)$
<b>1</b>	✓	✓
<b>2</b>	✓	✗
<b>3</b>	✗	✓
<b>4</b>	✗	✗

Los casos 1 y 2 descritos en la matriz corresponden a casos en que los destinos de los viajes responden a una distribución muy similar a la histórica. La diferencia entre ambos es que en el primero los tiempos de viaje por par OD se comportan de acuerdo con lo observado históricamente en períodos similares, mientras que en el segundo se contempla un efecto congestión que alarga los tiempos de viaje. En los escenarios 3 y 4 la distribución de los destinos de los viajes es distinta a la histórica. La diferencia entre ambos casos es nuevamente el efecto congestión.

Para los 4 casos mencionados, los horarios de llegada de los pasajeros al interior del intervalo en que se originan los viajes fueron generados aleatoriamente, utilizando una distribución uniforme, los cuales se mantuvieron constantes para todos los casos.

El efecto congestión, que afecta los tiempos de viaje y con esto las distribuciones  $f_{ij}^{kh}(\cdot)$ , se modeló como un factor multiplicativo aleatorio sobre la media de la distribución Lognormal que caracteriza los casos sin congestión. Entonces, la media de la distribución con congestión viene dada por:

$$\mu_{CONGESTION} = \mu_{SIN\_CONGESTION} \cdot (1 + U(a, b)) \quad (5.25)$$

donde  $U(a, b)$  representa una variable aleatoria de distribución uniforme entre  $a$  y  $b$ . Se empleó  $a = 0$ , y el parámetro  $b > 0$  se determinó de manera tal que el proceso de bajada tardara más que el caso sin congestión, y que además no excediera  $S_{max}$  intervalos para ninguno de los pares OD.

### 5.3.2 Parámetros Utilizados

En el corredor de prueba, para el intervalo  $k = 1$ , se consideró que la estación  $i = 3$  es la única que genera un total de  $y_3^1$  viajes (se utilizó varios valores para este parámetro), y las demás estaciones sólo atraen viajes, tal como se muestra en la Figura 5-3.

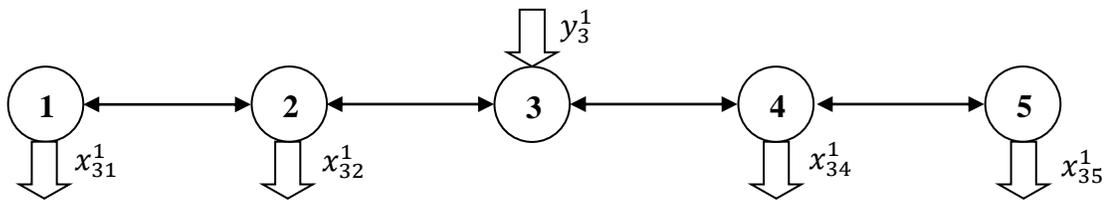


Figura 5-3: Esquema del corredor de prueba

Se consideró que  $S_{max} = 6$  intervalos, y se eligió  $K = 6$ , de forma que  $S_k^+ = k + (S_{max} - 1) = S_1^+ = 1 + (6 - 1) = 6$ . La distribución  $p_{ij}^{kt0}$  empleada se calcula utilizando los horarios de llegada de los usuarios y los parámetros históricos  $\theta_{ij}^{k0}$ , por medio de la ecuación (5.16).

En la Tabla 5–6 están resumidos los parámetros del modelo de distribución de viajes, utilizados para generar cada caso de prueba. Es importante recordar que los parámetros asociados con los casos 1 y 2 son los que se asumen disponibles como datos históricos para los casos 3 y 4, y, por lo tanto, representan una información que no calza con la distribución de viajes que se enfrentará esos días.

Tabla 5–6: Parámetros de distribución de viajes – C1

CASO	$j$	1	2	4	5
1 y 2	$\alpha_{3j}^1$	120	40	80	160
	$q_{3j}^{k0}$	0,3	0,1	0,2	0,4
3 y 4	$\tilde{\alpha}_{3j}^1$	40	120	160	80
	$\tilde{q}_{3j}^{k0}$	0,1	0,3	0,4	0,2

En la Tabla 5–6, las probabilidades *a priori*  $q_{3j}^{k0}$  se obtuvieron utilizando la ecuación (4.11). Los valores asociados con los casos 1 y 2 se emplearán como información histórica en los 4 casos de prueba.

Utilizando los valores de la Tabla 5–6 se puede calcular los valores esperados de las probabilidades de destino de viaje para los casos 3 y 4, a los que se convergerá tras la incorporación a la actualización de todos los datos reales que describen esos escenarios. Dichos valores corresponderán a una cifra intermedia entre el valor histórico  $q_{3j}^{k0}$  y el valor *a priori*  $\tilde{q}_{3j}^{k0}$ , y se obtienen por medio de la siguiente expresión:

$$E(q_{3j}^{kh})_{3,4} = \frac{\alpha_{3j}^1 + \tilde{q}_{3j}^{k0} \cdot y_3^1}{\alpha_{30}^1 + y_3^1} \quad (5.26)$$

La expresión (5.26) es muy similar a la ecuación (4.14), pues utiliza tanto los datos históricos como los datos reales. En los casos 3 y 4, estos últimos están representados por  $\tilde{q}_{3j}^{k0}$ , lo que justifica su utilización en el cálculo.

En cuanto a los tiempos de viaje de los casos sin congestión, éstos fueron generados aleatoriamente a partir de una distribución Lognormal, diferente para cada par OD. Para cada par  $(i, j)$ , el cálculo de los parámetros de la distribución requiere conocer la media  $(\mu_{ij})_L$  y la varianza  $(\sigma_{ij}^2)_L$ . Empleando dichos valores, los parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  de la distribución Lognormal asociada se obtienen de las ecuaciones (4.18) y (4.19).

Para cada par  $(i, j)$ , los valores medios y las varianzas fueron obtenidos en base a coeficientes de variación arbitrarios ( $CV_{ij}$ ) y valores mínimos para el tiempo de viaje  $t_{ij}^{min}$ . Para los escenarios de prueba sin la presencia de congestión, la media se modeló como  $(\mu_{ij})_L = t_{ij}^{min} \cdot (1 + 2 \cdot CV_{ij})$ . Luego, con los valores de  $CV_{ij}$  se obtuvo la varianza de la distribución, por medio de  $(\sigma_{ij}^2)_L = (CV_{ij} \cdot (\mu_{ij})_L)^2$ . Finalmente, los parámetros obtenidos se resumen en la Tabla 5-7.

Tabla 5-7: Parámetros de tiempo de viaje por par OD – C1

DESTINO $j$	$CV_{ij}$	$t_{ij}^{min}$ (minutos)	CASOS 1 y 3		CASOS 2 y 4	
			$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
1	0,15	17	3,0845	0,1492	3,5863	0,1492
2	0,20	7	2,2628	0,1980	2,7646	0,1980
4	0,18	5	1,9010	0,1786	2,4028	0,1786
5	0,23	9	2,5499	0,2270	3,0517	0,2270

Si bien no se calibró una distribución Lognormal desplazada en  $t_{ij}^{min}$  minutos del origen para cada par OD – como sugiere la expresión (4.20) –, los parámetros utilizados

garantizan una probabilidad máxima de 6% de observar un tiempo de viaje menor que  $t_{ij}^{min}$ . Sin embargo, al generar aleatoriamente los tiempos de viaje en las simulaciones, todo valor que fuera menor a  $t_{ij}^{min}$  fue descartado y reemplazado por un nuevo número aleatorio.

Con los datos de la Tabla 5–7 se puede extraer que la media de la distribución corresponde al tiempo mínimo por par OD, aumentado entre un 30% (con  $CV_{ij} = 0,15$ ) y un 46% (con  $CV_{ij} = 0,23$ ).

En cuanto a las distribuciones de tiempo de viaje con congestión, se empleó  $b = 0,8$  para la ecuación (5.25), con lo que todas las distribuciones se mantuvieron dentro de  $S_{max}$  intervalos de duración.

### 5.3.3 Generación de los Escenarios de Evaluación

Para la generación de los casos de prueba mencionados en la sección 5.3.1, se realizó los siguientes pasos:

- Se generó un total de  $n_{samples} = 100$  muestras del vector aleatorio  $\mathbf{p}_3^1$ , para cada uno de los 2 conjuntos de parámetros de la Tabla 5–6.
- Para cada muestra del vector  $\mathbf{p}_3^1$ , la matriz OD del corredor se obtuvo de una muestra multinomial, donde el parámetro  $n = y_3^1$ .

Así, para cada caso de prueba, se cuenta con un total de  $n_{samples}$  matrices OD, las que se contrastarán con las matrices OD estimadas, basadas en la información histórica y la información que vaya estando disponible. Para cada muestra, además, se calcula un error de estimación al final de cada intervalo. Los errores de estimación a reportar se obtienen como el promedio de los errores para todas las muestras.

Es importante tener presente que las matrices OD de los casos 1 y 2 responden a la misma distribución de probabilidades, la cual es distinta a la utilizada para generar las

matrices OD de los escenarios 3 y 4. De esta forma, la  $l$ -ésima matriz OD del caso 1 (3) es igual a la del caso 2 (4), y la única diferencia entre dichos escenarios corresponde a los tiempos de viaje experimentados por los usuarios.

Como la única diferencia entre el caso 1 (3) y el caso 2 (4) es la distribución de los tiempos de viaje por par OD, debió tenerse cuidado de que los parámetros de dichas distribuciones reflejaran dicha diferencia. De esta forma, los parámetros empleados son iguales para los casos 1 y 3 (sin congestión), e iguales para los casos 2 y 4 (con congestión), pero mayores que los anteriores, tal como se deduce de la ecuación (5.25). Todas estas diferencias y similitudes entre los distintos escenarios, se encuentran resumidas en la Tabla 5–8.

Tabla 5–8: Diferencias y similitudes entre los distintos casos de prueba

ÍTEM	CASO			
	1	2	3	4
Matriz OD	✓	✓	✓✓	✓✓
Horario de llegada de los usuarios	✓	✓	✓	✓
Parámetros de distribuciones de TV por par OD	$\mu_{ij}^{(2)} > \mu_{ij}^{(1)}, \forall i, j$		$\mu_{ij}^{(4)} > \mu_{ij}^{(3)}, \forall i, j$	

### 5.3.4 Resultados

A continuación se presentan los resultados obtenidos para los 4 casos de prueba. Se empleó las medidas de error definidas en la sección 4.5 para comparar las matrices OD que se obtienen en cada paso del algoritmo de EODTP con las que entrega la estimación histórica. En cada uno de los 4 casos de prueba, se realizaron sólo 2 iteraciones entre los pasos 3 y 4, según el esquema de la Figura 5–2.

Para cada caso de prueba, la variable  $y_3^1$  se le asignó 5 valores diferentes: 100, 200, 300, 400 y 500 viajes, y se evaluó el rendimiento del algoritmo de EODTP. Para no extender innecesariamente el texto, en esta sección se mostrará sólo el detalle de los resultados del caso en que  $y_3^1 = 200$ . Para los otros 4 valores de  $y_3^1$  se entregan resultados sólo a nivel agregado. En el Anexo D se encuentran los resultados del algoritmo de EODTP, y en el Anexo E los del método histórico de estimación. En estos anexos se aprecia que la tendencia general es similar a la que se detalla en esta sección.

Ahora, en primer lugar, se muestran los valores esperados de las probabilidades de elección de destino de viaje, a los cuales se debe converger cuando todos los viajes han abandonado la red, asociados con cada uno de los 4 casos de prueba, calculados con la ecuación (5.26).

Luego, se presentan los resultados de cada caso particular, los cuales incluyen una tabla con la distribución promedio de las bajadas de pasajeros y el porcentaje promedio de pasajeros que, al término de cada intervalo  $h$ , ya han abandonado el sistema. Esto último corresponde a un indicador de la cantidad de información que se encuentra disponible al momento de realizar la estimación/actualización de la matriz OD bajo análisis. Finalmente, se presenta la evolución del error promedio de estimación y de la distribución promedio de probabilidades de viaje.

#### 5.3.4.1 Valores esperados de probabilidades de elección de destino

Para el escenario con  $y_3^1 = 200$  viajes, los valores esperados para las probabilidades de elección de destino de viaje, que se obtienen usando la ecuación (5.26) cuando todos estos viajes ya han abandonado la red, se resumen a continuación en la Tabla 5–9 y en la Figura 5–4.

Tabla 5–9: Valores esperados de probabilidades de elección de destino (C1)

	Destino $j$	CASO	
		1 y 2	3 y 4
$E(q_{3j}^{10})$	1	0,3000	0,2333
	2	0,1000	0,1667
	4	0,2000	0,2667
	5	0,4000	0,3333

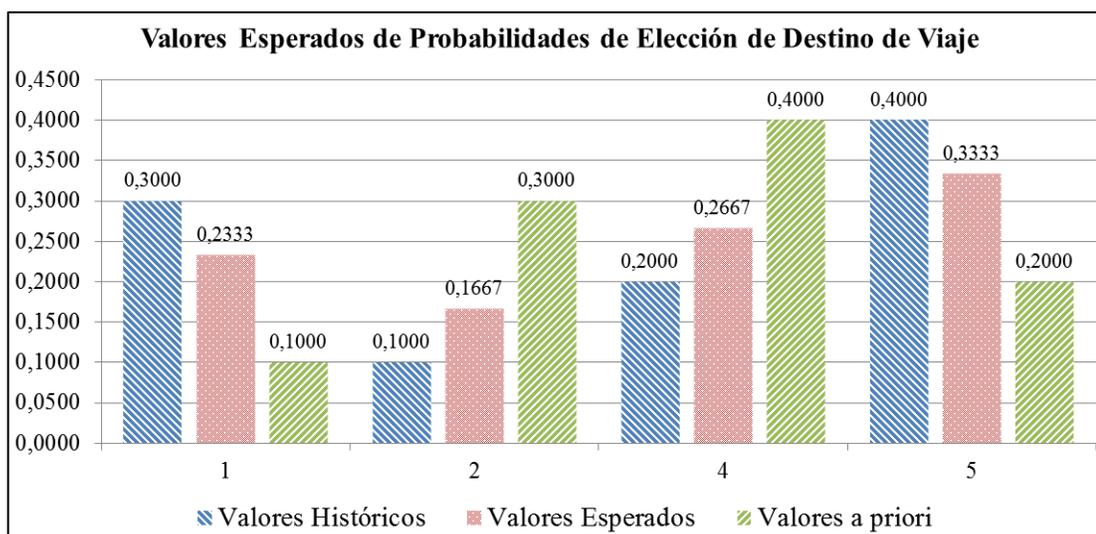


Figura 5–4: Valores esperados de probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

En la Figura 5–4 se aprecia claramente que el valor esperado de la Tabla 5–9 para los casos 3 y 4, corresponde a un valor intermedio entre el valor histórico (de los casos 1 y 2) y los valores *a priori*  $\tilde{q}_{3j}^{10}$  de los casos 3 y 4.

Adicionalmente, se puede mencionar que de la ecuación (5.26) se desprende que la cercanía de la probabilidad esperada hacia el valor histórico o el valor *a priori*, dependerá de la disponibilidad de información histórica. Mientras más evidencia histórica exista de un comportamiento determinado en la elección de los destinos de

viaje, el valor esperado tenderá a reflejar más dicha situación. Por el contrario, si la evidencia histórica es pobre, la actualización intentará reflejar la conducta que se desprenda directamente de los datos del día observado.

#### 5.3.4.2 Caso 1

Este escenario de prueba es aquél que presenta el menor nivel de anormalidad con respecto a la situación histórica de operación, pues tanto la distribución de destinos de viaje como de tiempos de viaje en la red se comportan de acuerdo con los datos históricos.

En cuanto a los errores promedio de estimación, es esperable que las mejoras no sean muy sustanciales con respecto al método histórico, especialmente en las primeras estimaciones, es decir, con un bajo nivel de información disponible. A medida que mayor información está disponible, el error deberá ir disminuyendo hacia 0.

La Tabla 5–10 presenta, para cada destino, el número promedio – de las 100 muestras – de viajes que concluye en cada uno de los 6 intervalos de interés.

Tabla 5–10: Caso 1 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1)

<i>j</i>	SUMA	<i>h</i>					
		1	2	3	4	5	6
1	59,70	0,00	22,74	35,96	1,00	0,00	0,00
2	19,68	6,07	13,61	0,00	0,00	0,00	0,00
4	41,20	25,52	15,68	0,00	0,00	0,00	0,00
5	79,42	14,21	65,12	0,09	0,00	0,00	0,00
<b>% Información</b>		<b>22,90%</b>	<b>81,48%</b>	<b>99,50%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

Se observa claramente que tras el intervalo  $h = 2$ , se produce una salida masiva de usuarios que llegaron a sus destinos, lo que aporta con una cantidad importante de información, pasando de cerca de un 23% a casi un 82% de viajes terminados.

La Tabla 5–11 presenta el valor promedio y la desviación estándar entre paréntesis del error entre la matriz OD estimada y la matriz OD real que se obtiene al utilizar el método histórico de estimación. Análogamente, en la Tabla 5–12 se indican los errores que se obtiene al emplear el algoritmo de EODTP, en conjunto con el porcentaje de mejora con respecto al error del método histórico de estimación. Se muestra sólo hasta el intervalo  $h = 4$ , tras el cual todos los viajes han abandonado la red.

Tabla 5–11: Caso 1 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1)

<b>Histórico</b>		
<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
0,3149 (0,0275)	2,5188 (1,7603)	0,1073 (0,0032)

Tabla 5–12: Caso 1 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1)

<b><i>h</i></b>	<b>EODTP</b>			<b>Porcentaje de Mejora</b>		
	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
1	0,3132 (0,0270)	2,5055 (1,7306)	0,1068 (0,0031)	0,53%	0,53%	0,44%
2	0,2019 (0,0197)	1,6154 (1,2604)	0,0608 (0,0018)	35,87%	35,87%	43,36%
3	0,0137 (0,0002)	0,1093 (0,0136)	0,0038 (0,0000)	95,66%	95,66%	96,44%
4	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	100%	100%	100%

Se aprecia que, desde la primera actualización se obtienen mejoras en la calidad de las estimaciones, tanto en la media como en la desviación estándar. Si bien éstas inicialmente no son muy altas (menores al 1%), lo importante es rescatar que el método EODTP entrega de base estimaciones que son mejores que el método histórico de estimación.

Se observa también que, tras el intervalo  $h = 2$ , con cerca de un 82% de la información disponible, se obtienen mejoras no menores a un 36% en los errores promedio de estimación, y, adicionalmente, se reduce en forma importante la desviación estándar del error obtenido. Luego, tras el intervalo  $h = 3$ , con casi un 100% de la información disponible, se obtienen mejoras cercanas al 96% con respecto al método histórico.

A continuación, en la Tabla 5–13 y en la Figura 5–5 se aprecia la evolución de las probabilidades de elección de destino de viaje. Se aprecia claramente que se mantienen muy cerca de las probabilidades históricas, utilizadas para generar el presente escenario, y que no vuelven a ser actualizadas tras el intervalo  $h = 4$ .

Tabla 5–13: Caso 1 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

<b><i>h</i></b>	<b>Destino <i>j</i></b>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	0,3000	0,1000	0,2001	0,4000
2	0,2895	0,1023	0,2044	0,4038
3	0,2989	0,0997	0,2024	0,3991
4	0,2995	0,0995	0,2020	0,3990

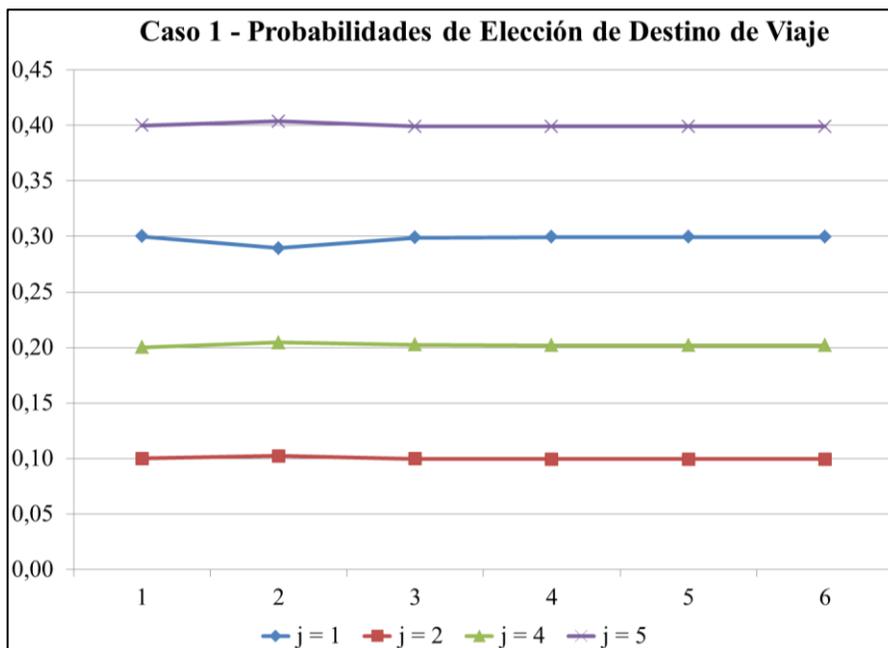


Figura 5–5: Caso 1 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

Utilizando los parámetros que representan los tiempos de viaje de este escenario, los horarios de llegada de los pasajeros y las probabilidades de la Tabla 5–9 asociadas con este caso, es posible calcular el proceso esperado de bajada de pasajeros como el promedio de los procesos de bajada que se obtendrían para cada una de las muestras generadas. Dicho proceso esperado de bajada se resume en la Tabla 5–14.

Tabla 5–14: Caso 1 – Distribución esperada promedio de bajada de pasajeros (C1)

<i>j</i>	SUMA	<i>h</i>					
		1	2	3	4	5	6
1	60,00	0,01	31,79	28,08	0,12	0,00	0,00
2	20,00	7,19	12,79	0,02	0,00	0,00	0,00
4	40,00	22,00	18,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5	80,00	13,46	63,55	2,99	0,00	0,00	0,00

Con respecto a la diferencia entre las bajadas observadas (o) y esperadas (e) se puede mencionar que, tras el intervalo  $h = 2$ , en las estaciones  $j = 1$  y  $j = 2$  hubo, en promedio, un número menor de bajadas observadas que esperadas (22,74 (o) / 31,80 (e) y 19,68 (o) / 19,98 (e), respectivamente).

Claramente, en la estación  $j = 1$  se observó la mayor diferencia con respecto a la situación esperada, lo cual se tradujo en una leve estimación a la baja de la probabilidad esperada de viaje hacia ese destino, que fue compensada con un alza en las demás probabilidades. Sin embargo, la calidad de la estimación de la matriz OD completa es superior a la del método histórico, lo que se refleja en un menor error de estimación.

#### 5.3.4.3 Caso 2

Este escenario está caracterizado por una distribución esperada de los destinos de viaje igual a la que describe la situación histórica. La única diferencia con el caso 1 es la presencia de congestión en la red, lo que se traduce en mayores tiempos de viaje, y, por lo tanto, en procesos de bajada de pasajeros que tardan más en realizarse. De esta forma, en el mismo intervalo  $h$ , es posible que se cuente con un menor nivel de información para realizar las estimaciones, con respecto al caso 1, situación que se aprecia en forma clara en la Tabla 5–15.

Tabla 5–15: Caso 2 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1)

<i>j</i>	SUMA	<i>h</i>					
		1	2	3	4	5	6
1	59,70	0,00	1,03	27,97	27,47	2,23	1,00
2	19,68	0,01	16,59	3,08	0,00	0,00	0,00
4	41,20	10,79	29,64	0,77	0,00	0,00	0,00
5	79,42	0,00	57,91	21,23	0,28	0,00	0,00
<b>% Información</b>		<b>5,40%</b>	<b>57,99%</b>	<b>84,51%</b>	<b>98,39%</b>	<b>99,50%</b>	<b>100%</b>

En la Tabla 5–16 se muestra el valor promedio y la desviación estándar entre paréntesis del error de estimación que se obtiene con el método histórico en este caso. Luego, en la Tabla 5–17 se encuentran los resultados del algoritmo de EODTP, y se aprecia que en ningún caso estos errores son mayores que los que entrega el método histórico de estimación. Se observa además que, tras el intervalo  $h = 2$ , con casi un 58% de la información, se obtiene una mejora cercana al 17% en los errores de estimación. Luego, con casi un 85% de la información, los errores ya han mejorado sobre un 90% con respecto a la estimación histórica.

Es importante notar que los errores promedio reportados en la Tabla 5–17 son mayores que el caso 1, por la influencia de la congestión, pero aun menores que los obtenidos con el método histórico. Además, nuevamente se puede observar que las desviaciones estándar son menores que las del método histórico, lo cual asegura estimaciones más confiables.

Tabla 5–16: Caso 2 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1)

<b>Histórico</b>		
<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
0,3149 (0,0275)	2,5188 (1,7603)	0,1073 (0,0032)

Tabla 5–17: Caso 2 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1)

<b><i>h</i></b>	<b>EODTP</b>			<b>Porcentaje de Mejora</b>		
	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
1	0,3149 (0,0275)	2,5188 (1,7607)	0,1073 (0,0032)	0,00%	0,00%	0,00%
2	0,2613 (0,0233)	2,0903 (1,4291)	0,0863 (0,0023)	17,01%	17,01%	19,55%
3	0,0269 (0,0016)	0,2149 (0,1052)	0,0078 (0,0001)	91,47%	91,47%	92,75%
4	0,0146 (0,0016)	0,1170 (0,1039)	0,0041 (0,0001)	95,36%	95,36%	96,19%
5	0,0044 (0,0001)	0,0356 (0,0073)	0,0012 (0,0000)	98,59%	98,59%	98,84%
6	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	100%	100%	100%

Para realizar una estimación, el algoritmo de EODTP recoge la información necesaria desde del proceso de bajada observado. En la presencia de congestión, ésta puede ser insuficiente para que el método de optimización converja hacia una solución óptima, y, por lo tanto, lo más razonable es generar una estimación que no tenga un mayor error que la que entrega la estimación histórica. De esta forma, en la presencia de este efecto, es posible que las reales mejoras se observen después que en el escenario anterior, cuando se haya acumulado un mayor nivel de información. En este caso, dichas mejoras se aprecian tras el intervalo  $h = 2$ .

Como ya se mencionó, el algoritmo de EODTP realiza las estimaciones a partir del proceso de bajada realizado. En este caso, producto de los mayores tiempos de viaje, se observó, en promedio, un menor número de bajadas que las esperadas, por lo que inicialmente se podría haber tendido a pensar que se observarían menos viajes hacia algunos destinos, situación que fue corregida en el tiempo, a medida que nueva información era incorporada a la estimación, tanto de los viajes efectivamente realizados como de los tiempos de viaje experimentados por los viajeros.

A continuación, en la Tabla 5–18 se indica la evolución de las probabilidades de elección de destino de viaje. Se aprecia claramente que, al igual que el caso anterior, los valores estimados se mantienen muy cerca de las probabilidades medias históricas. Además, se observa que las probabilidades son actualizadas durante los 6 intervalos de interés, pues la presencia de congestión produjo que el proceso de bajada durara hasta 6 intervalos.

Tabla 5–18: Caso 2 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

<i>h</i>	<b>Destino <i>j</i></b>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	0,3000	0,1000	0,2000	0,4000
2	0,2962	0,1006	0,2048	0,3984
3	0,2991	0,0999	0,2021	0,3990
4	0,2988	0,0997	0,2021	0,3994
5	0,2993	0,0995	0,2021	0,3991
6	0,2995	0,0995	0,2020	0,3990

En la Figura 5–6 se observa gráficamente la situación resumida en la Tabla 5–18.

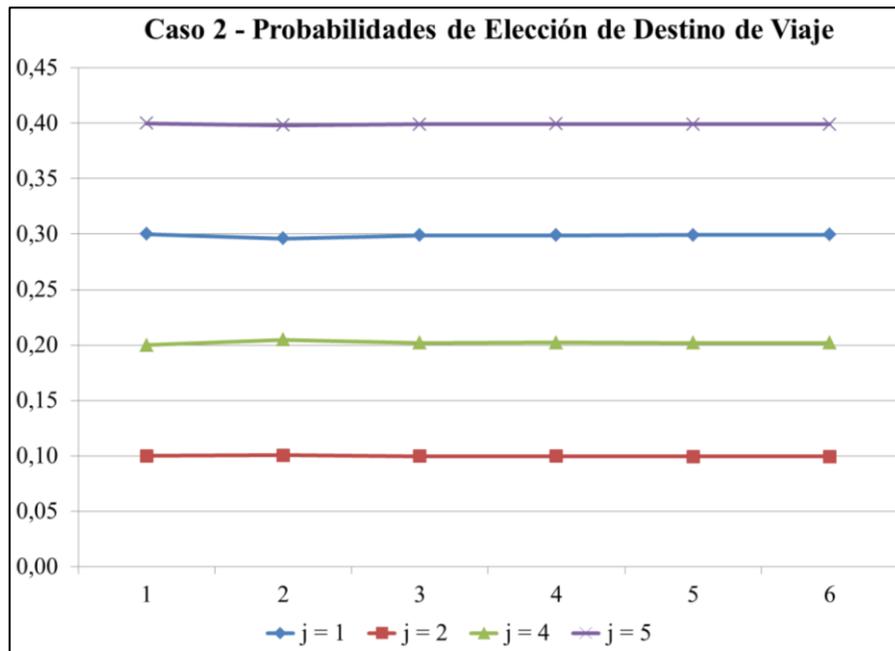


Figura 5–6: Caso 2 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

En la Tabla 5–18, se aprecia que desde el intervalo  $h = 4$  las probabilidades esperadas asociadas con los destinos  $j = 2$  y  $j = 4$  no son mayormente actualizadas, a diferencia de las probabilidades asociadas con los demás destinos. Esto se debe a que el algoritmo de EODTP detecta que, en ese instante, las estaciones  $j = 1$  y  $j = 5$  corresponden a los destinos más probables para los viajes que aún no abandonan la red.

#### 5.3.4.4 Caso 3

El caso 3 fue generado utilizando una distribución de viajes distinta a la que caracteriza la situación histórica. Por su parte, los tiempos de viaje responden a los parámetros utilizados en el caso 1, es decir, una situación en que no hay congestión en la red. De esta forma, los tiempos de viaje se comportan en forma normal, pero el proceso de bajada tiene una estructura diferente a la de los 2 casos anteriores, pues la elección de destino fue diferente. En la Tabla 5–19 se puede observar la distribución promedio de

bajada de pasajeros de este caso. Se aprecia claramente que el total de viajes asociado con cada destino responde a una distribución diferente a la de los 2 casos anteriores, y que, en este escenario, los viajes se han cargado más hacia los destinos más cercanos. Además, el proceso de actualización se realiza sólo hasta el intervalo  $h = 3$ , tras el cual todos los viajes han abandonado la red.

Tabla 5–19: Caso 3 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1)

<i>j</i>	SUMA	<i>h</i>					
		1	2	3	4	5	6
1	20,11	0,00	5,54	14,57	0,00	0,00	0,00
2	60,76	22,48	38,28	0,00	0,00	0,00	0,00
4	80,05	49,38	30,67	0,00	0,00	0,00	0,00
5	39,08	6,74	31,43	0,91	0,00	0,00	0,00
<b>% Información</b>		<b>39,30%</b>	<b>92,26%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

En la Tabla 5–20 se indica el valor promedio y la desviación estándar entre paréntesis del error de estimación que se obtiene al utilizar el método histórico en este caso. Luego, en la Tabla 5–21 se resumen los resultados del algoritmo de EODTP. En escenarios como este, en los que la distribución de viajes difiere de lo que se considera como situación histórica, se aprecia claramente los beneficios de utilizar el algoritmo propuesto.

Se observa que tras el intervalo  $h = 1$ , con un 40% de la información disponible, sobre viajes con una estructura diferente, se obtienen mejoras cercanas al 21% con respecto a la estimación histórica, junto con menores desviaciones estándar de los errores promedio obtenidos. Estos beneficios se elevan tras el intervalo  $h = 2$ , donde las mejoras alcanzan el 90%, con un 92% de la información.

Tabla 5–20: Caso 3 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1)

<b>Histórico</b>		
<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
2,0410 (0,0351)	16,3279 (2,2464)	0,8081 (0,0058)

Tabla 5–21: Caso 3 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1)

<b><i>h</i></b>	<b>EODTP</b>			<b>Porcentaje de Mejora</b>		
	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
1	1,6132 (0,0248)	12,9058 (1,5857)	0,6367 (0,0036)	20,96%	20,96%	21,21%
2	0,2043 (0,0043)	1,6344 (0,2771)	0,0578 (0,0003)	89,99%	89,99%	92,84%
3	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	100%	100%	100%

Tal como se observa en la Tabla 5–22, la estimación de las probabilidades de elección de cada destino de viaje va siendo corregida, a medida que nueva información se hace disponible, y se tiende a los valores esperados resumidos en la Tabla 5–9. Además, se aprecia que la actualización de las probabilidades se detiene una vez que todos los usuarios abandonaron la red, es decir, tras el intervalo  $h = 3$ .

Tabla 5–22: Caso 3 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

<i>h</i>	<b>Destino <i>j</i></b>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	0,2873	0,1081	0,2205	0,3842
2	0,2239	0,1679	0,2668	0,3414
3	0,2335	0,1679	0,2668	0,3318

De la Tabla 5–22 y de la Figura 5–7, se aprecia cómo inicialmente las probabilidades estimadas se mantienen cerca de sus respectivos valores históricos. Adicionalmente, se puede rescatar que, dado el proceso de bajada observado, la convergencia hacia los valores esperados se realiza en forma bastante rápida, obteniendo probabilidades muy cercanas a las esperadas y errores bajos luego del intervalo  $h = 2$ . Finalmente, tras el intervalo  $h = 3$ , cuando todos los usuarios han abandonado la red, las probabilidades estimadas corresponden a sus valores esperados y los errores de estimación son 0.

Es importante notar también que, tras el intervalo  $h = 2$ , el algoritmo detecta que los viajes que aún no abandonan la red tienen como destino más probable la estación  $j = 1$  o  $j = 5$ , que corresponden a los extremos del corredor. Por esta razón, las probabilidades asociadas con dichos destinos vuelven a ser actualizadas en el intervalo  $h = 3$ , mientras que las asociadas con las estaciones  $j = 2$  y  $j = 4$  se mantienen virtualmente fijas.

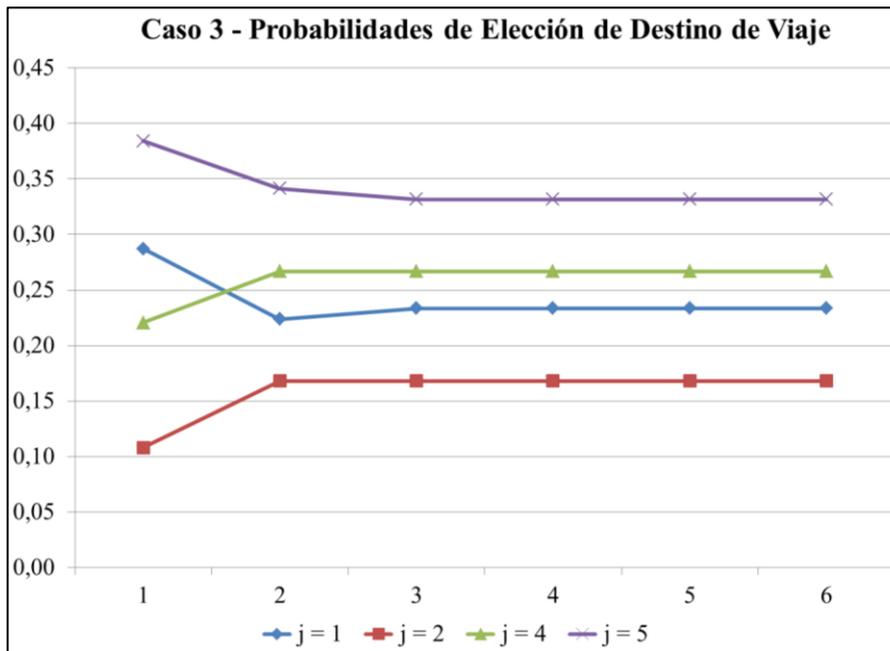


Figura 5–7: Caso 3 – Probabilidades de Elección de Destino de Viaje (C1)

#### 5.3.4.5 Caso 4

El caso 4 corresponde a un escenario en que los destinos de los viajes responden a la misma distribución que la del caso 3. Sin embargo, los tiempos de viaje se han alargado, producto de la existencia de congestión en la red, lo cual provoca un retraso en el proceso promedio de bajada de pasajeros, tal como se aprecia en la Tabla 5–23. De esta forma, en cada intervalo  $h$  la disponibilidad de información es menor que en el caso anterior, y es esperable que los errores de estimación tarden más en converger hacia 0. El proceso de actualización se realiza sólo hasta el intervalo  $h = 4$ , tras el cual todos los viajes han abandonado la red.

Tabla 5–23: Caso 4 – Distribución promedio de bajada de pasajeros (C1)

<i>j</i>	SUMA	<i>h</i>					
		1	2	3	4	5	6
1	20,11	0,00	1,98	10,06	8,07	0,00	0,00
2	60,76	19,74	41,00	0,02	0,00	0,00	0,00
4	80,05	38,69	41,36	0,00	0,00	0,00	0,00
5	39,08	2,27	30,78	6,03	0,00	0,00	0,00
<b>% Información</b>		<b>30,35%</b>	<b>87,91%</b>	<b>95,97%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>	<b>100%</b>

A continuación, en la Tabla 5–24, se muestra el valor promedio y la desviación estándar entre paréntesis del error de estimación que se obtiene al utilizar el método histórico. Luego, en la Tabla 5–25, se presenta la evolución del error promedio de estimación obtenido con el algoritmo de EODTP, en conjunto con el porcentaje de mejora con respecto al método histórico. Se aprecia que las estimaciones de este último algoritmo son siempre mejores que las que se obtendrían usando la estimación histórica.

Tabla 5–24: Caso 4 – Error promedio de estimación (Método Histórico) (C1)

<b>Histórico</b>		
<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
2,0410 (0,0351)	16,3279 (2,2464)	0,8081 (0,0058)

Tabla 5–25: Caso 4 – Error promedio de estimación (EODTP) (C1)

<i>h</i>	<b>EODTP</b>			<b>Porcentaje de Mejora</b>		
	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>	<b>SRMSE</b>	<b>RMSE</b>	<b>RNWP</b>
1	1,9374 (0,0202)	15,4993 (1,2906)	0,7684 (0,0035)	5,07%	5,07%	4,91%
2	0,1744 (0,0087)	1,3950 (0,5600)	0,0494 (0,0007)	91,46%	91,46%	93,89%
3	0,0738 (0,0013)	0,5903 (0,0830)	0,0209 (0,0001)	96,38%	96,38%	97,42%
4	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	0,0000 (0,0000)	100%	100%	100%

En este caso, se observa que los errores (beneficios) que se obtienen son mayores (menores) a los reportados para el caso 3. Se aprecia que, inicialmente, con sólo un 30% de la información, se logra un 5% de mejora con respecto a la situación histórica. Luego, tras el intervalo  $h = 2$ , cuando ya se cuenta con casi un 88% de información (y no un 92% como en el caso 3), se obtiene una mejora cercana al 92% con respecto a la información histórica; es decir, los beneficios se observan en forma acelerada. Por la presencia de la congestión, sólo tras el intervalo  $h = 4$  se observa un 100% de mejora, cuando ya todos los viajeros han abandonado la red.

En la Tabla 5–26 se indica la evolución de la estimación de las probabilidades de elección de destino de viaje.

Tabla 5–26: Caso 4 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

<i>h</i>	<b>Destino <i>j</i></b>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
1	0,2971	0,1024	0,2042	0,3962
2	0,2256	0,1679	0,2668	0,3397
3	0,2300	0,1679	0,2668	0,3353
4	0,2335	0,1679	0,2668	0,3318

Se observa una situación análoga al caso anterior, en que sólo las probabilidades asociadas con los destinos  $j = 1$  y  $j = 5$  se actualizan tras el intervalo  $h = 2$ . Nuevamente, el algoritmo de EODTP identifica los destinos más probables para los viajes que aún no han abandonado la red, y actualiza hasta el intervalo  $h = 4$  las probabilidades asociadas con dichos destinos. A continuación, en la Figura 5–8, se aprecia la situación que se resume en la Tabla 5–26.

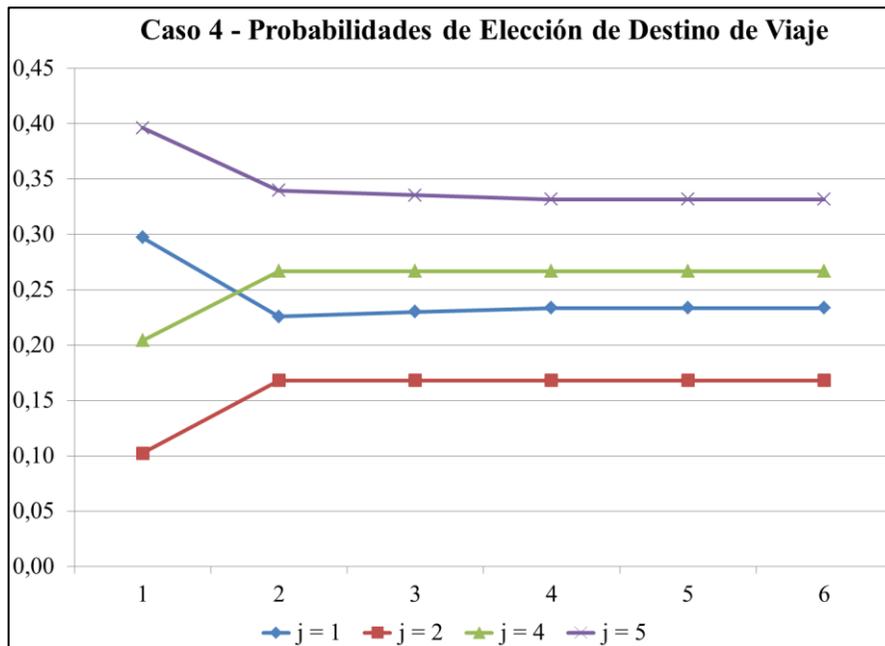


Figura 5–8: Caso 4 – Probabilidades de elección de destino de viaje (C1)

#### 5.3.4.6 Resumen

Primero, se debe destacar que las probabilidades asociadas a la elección de cada destino de viaje en los casos 1 y 2 se mantienen muy cerca de los valores históricos, los cuales representan el comportamiento promedio de dichos escenarios. En cuanto a los casos 3 y 4, estas probabilidades comienzan en los valores históricos y a medida que se cuenta con mayor nivel de información, éstas van convergiendo hacia los valores esperados.

Luego, en cuanto a la evolución que muestran las medidas de error, ésta da cuenta del comportamiento esperado del algoritmo de EODTP. A medida que se cuenta con un mayor nivel de información, es posible detectar en forma más certera tanto la presencia de congestión como los posibles cambios en la elección de los destinos de viaje.

En el caso 2, entre la primera y segunda estimación (i.e. con  $h = 1$  y  $h = 2$ ), el error SRMSE mejora sólo un 17%, en comparación al 36% que se observa en el caso 1. Como

en ambos casos el patrón de viajes corresponde a la distribución histórica, la diferencia entre estos cambios en el error se debe sólo a la presencia de la congestión, la que se traduce en un menor número de datos disponibles para realizar la estimación.

En el caso 4 la presencia de congestión debería producir un fenómeno similar, al comparar el rendimiento del algoritmo con el caso 3. Sin embargo, los tiempos de viaje que caracterizan este escenario, en conjunto con el cambio de los patrones de viaje, producen una cantidad de información suficiente para realizar la estimación y hacerse cargo de la presencia de congestión y del cambio en los patrones de viaje. Esto se traduce en que, en el caso 4, entre la primera y la segunda estimación, se produzca una mejora de un 91% del SRMSE, en comparación con el 87% que se ve para los mismos intervalos en el caso 3; es decir, en el caso 4 el SRMSE baja más rápido que en el caso 3, entre las 2 primeras estimaciones.

### **5.3.5 Tiempos Computacionales**

En esta sección se presentan los tiempos de ejecución promedio y sus desviaciones estándar, asociados a la resolución de los casos expuestos en la sección 5.3.4. El problema de optimización descrito en la sección 5.2.3.3 fue resuelto utilizando Matlab™ en un Intel i5 @ 3,2 GHz.

Se debe recordar que en cada intervalo  $h$  la cantidad de información disponible para resolver el problema es diferente, y en la Tabla 5–27 los tiempos de ejecución promedio y sus desviaciones entre paréntesis – ambos expresados en segundos – son desagregados para cada uno de dichos intervalos.

Tabla 5–27: Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C1)

<i>h</i>	CASO			
	1	2	3	4
1	0,8520 ( 0,1531 )	0,7650 ( 0,0275 )	1,1990 ( 0,1016 )	1,0402 ( 0,1742 )
2	8,5551 ( 6,5426 )	4,6746 ( 6,2798 )	6,1959 ( 5,3759 )	5,2271 ( 3,4034 )
3	2,1730 ( 0,7265 )	1,6623 ( 0,6488 )	1,8089 ( 0,3505 )	2,0620 ( 0,3889 )
4	2,0037 ( 0,7028 )	1,6712 ( 0,6784 )	–	1,8856 ( 0,5568 )
5	–	1,1641 ( 0,5950 )	–	–
6	–	1,0184 ( 0,3557 )	–	–

A continuación, en la Tabla 5–28, se presentan los intervalos de confianza (IC) asociados a los tiempos de ejecución expuestos en la Tabla 5–27. Para el cálculo de los IC se empleó la fórmula estándar  $IC = \bar{x} \pm t_{n-1, 1-\alpha/2} \cdot \hat{\sigma} / \sqrt{n}$ , donde  $\bar{x}$  representa el tiempo de ejecución promedio,  $n$  es el número de muestras (que, en este caso, es 100),  $\alpha$  es el nivel de significancia (5%) y  $\hat{\sigma}$  es la desviación asociada al tiempo de ejecución.

Tabla 5–28: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C1)

<i>h</i>	CASO			
	1	2	3	4
1	[ 0,8216 ; 0,8823 ]	[ 0,7595 ; 0,7705 ]	[ 1,1788 ; 1,2191 ]	[ 1,0056 ; 1,0747 ]
2	[ 7,2569 ; 9,8532 ]	[ 3,4285 ; 5,9206 ]	[ 5,1293 ; 7,2626 ]	[ 4,5517 ; 5,9024 ]
3	[ 2,0288 ; 2,3171 ]	[ 1,5335 ; 1,7910 ]	[ 1,7394 ; 1,8785 ]	[ 1,9848 ; 2,1392 ]
4	[ 1,8642 ; 2,1431 ]	[ 1,5366 ; 1,8058 ]	–	[ 1,7751 ; 1,9961 ]
5	–	[ 1,0461 ; 1,2822 ]	–	–
6	–	[ 0,9478 ; 1,0890 ]	–	–

En la Figura 5–9 y Figura 5–10, se muestran gráficamente los tiempos de ejecución promedio de la Tabla 5–27, junto con los intervalos de confianza de la Tabla 5–28.

Figura 5–9: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (Caso 1 y 2) (C1)

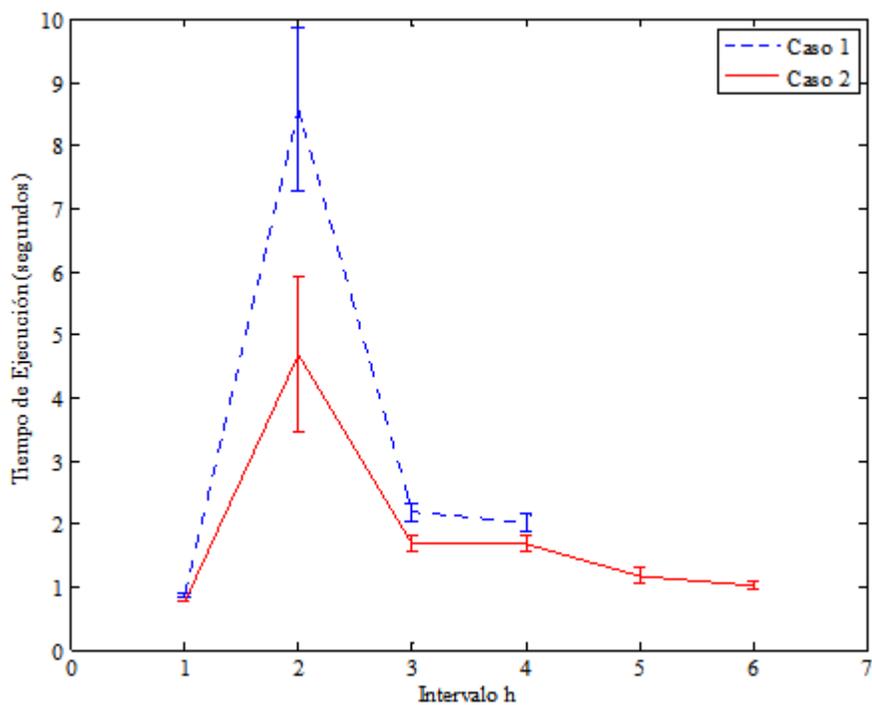
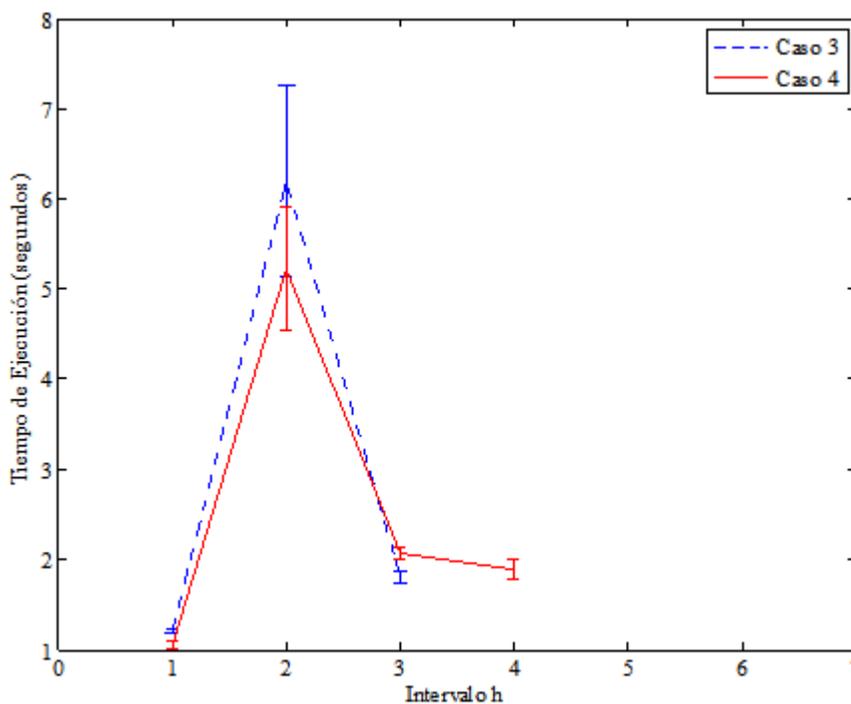


Figura 5–10: Intervalos de Confianza Tiempos de Ejecución – EODTP (Caso 3 y 4) (C1)



Se puede afirmar que, en los casos de prueba mostrados, con un 95% de confianza, los tiempos de ejecución nunca superarán los 10 segundos, tiempo asociado con el IC del caso 1 en el intervalo  $h = 2$ .

Adicionalmente, se debe notar que la mayor variabilidad en los tiempos de ejecución se observa, precisamente, cuando  $h = 2$ , que es cuando se produce una llegada masiva de información, producto de cómo se realizan las bajadas de pasajeros. Luego, cuando  $h = 3$  la variabilidad de los tiempos de ejecución baja considerablemente, y los IC son mucho más estrechos en todos los casos.

## 5.4 Escenarios de Prueba – Segundo Conjunto

El segundo conjunto (C2) en que se evaluó el rendimiento del algoritmo de EODTP corresponde a la utilización de datos reales del comportamiento de la demanda en el corredor de Merval. A continuación se describen qué datos fueron utilizados en este escenario, los parámetros generales, los principales resultados y, finalmente, un análisis de los tiempos de ejecución.

### 5.4.1 Datos Utilizados

Se tomó como fecha de prueba el día martes 15 de Abril de 2008, y se consideró sólo los viajes realizados durante el período de Punta Mañana para evaluar el rendimiento.

### 5.4.2 Parámetros

Para la fecha de prueba utilizada, debió realizarse un proceso de calibración de los parámetros  $\alpha_{ij}^{k0}, \forall i, j = 1, \dots, N, j \neq i, \forall k = 1, \dots, K$ , extraído de Wicker *et al.* (2008). A continuación, en la Tabla 5–29, se muestran algunos resultados de dicha calibración. Para el cálculo, los datos fueron agrupados según los períodos de la Tabla 3–2, y se generó un único conjunto de parámetros para todos los intervalos del mismo período.

A continuación, se muestran aquellas estaciones que, en cada período del día, tienen el valor más alto para el parámetro  $\alpha_{i0}^k$ , donde el intervalo  $k \in \{ \text{Punta Mañana, Fuera de Punta, Punta Tarde} \}$ . En la tabla, la estación de destino  $j$  se numera de 1 hasta 20.

Tabla 5–29: Calibración de Parámetros Dirichlet – Datos Reales (C2)

Período	Punta Mañana				Fuera de Punta				Punta Tarde			
Origen	20				8				20			
$\alpha_{ij}^{k0}$	<b>1</b>	23,7571	<b>11</b>	5,6762	<b>1</b>	4,8858	<b>11</b>	0,6026	<b>1</b>	0,0211	<b>11</b>	0,0033
	<b>2</b>	17,8201	<b>12</b>	6,9458	<b>2</b>	1,9669	<b>12</b>	4,7885	<b>2</b>	0,0357	<b>12</b>	0,0505
	<b>3</b>	15,3555	<b>13</b>	0,9771	<b>3</b>	0,7372	<b>13</b>	1,3232	<b>3</b>	0,0170	<b>13</b>	0,0072
	<b>4</b>	14,4020	<b>14</b>	0,8574	<b>4</b>	1,0290	<b>14</b>	1,1618	<b>4</b>	0,0423	<b>14</b>	0,0092
	<b>5</b>	9,9716	<b>15</b>	0,1861	<b>5</b>	0,4606	<b>15</b>	0,9147	<b>5</b>	0,0084	<b>15</b>	0,0109
	<b>6</b>	3,6767	<b>16</b>	0,4279	<b>6</b>	0,2521	<b>16</b>	0,7138	<b>6</b>	0,0081	<b>16</b>	0,0071
	<b>7</b>	16,0806	<b>17</b>	2,8672	<b>7</b>	0,1267	<b>17</b>	4,0041	<b>7</b>	0,0305	<b>17</b>	0,0285
	<b>8</b>	54,6394	<b>18</b>	0,9526	<b>8</b>	0	<b>18</b>	0,9203	<b>8</b>	0,1320	<b>18</b>	0,0065
	<b>9</b>	20,0479	<b>19</b>	0,7968	<b>9</b>	0,5529	<b>19</b>	0,4703	<b>9</b>	0,0193	<b>19</b>	0,0080
	<b>10</b>	11,5694	<b>20</b>	0	<b>10</b>	0,9913	<b>20</b>	6,7412	<b>10</b>	0,0220	<b>20</b>	0
$\alpha_{i0}^k$	207,0074				32,6431				0,4677			

Se puede apreciar la diferencia importante que existe entre los distintos valores de  $\alpha_{i0}^k$  reportados en la Tabla 5–29. La evidencia empírica sugiere un patrón de viajes muy recurrente en la Punta Mañana, es decir, que las tendencias de viaje en dicho período son mucho más marcadas que en el resto del día, al menos desde la estación señalada como origen de los viajes.

Adicionalmente, de los datos anteriores se puede rescatar que los pares OD entre los que, en promedio, se realizan más viajes son los pares (20,8) y (8,20). Con un número poco menor de viajes, aparece también el par (8,1), es decir, los viajes entre el centro de Viña del Mar y el Puerto de Valparaíso.

### 5.4.3 Resultados

Los siguientes resultados corresponden al rendimiento del algoritmo de EODTP en la fecha de prueba expuesta anteriormente, calculado utilizando las medidas de error definidas en la sección 4.5. Se consideró sólo el período de Punta Mañana, donde  $k \in [7 ; 14]$ . Para no alargar excesivamente el trabajo, se empleó sólo los datos de los viajes que se generan en la estación 8, correspondiente a la estación Viña del Mar.

A continuación, en la Tabla 5–30, Tabla 5–31 y Tabla 5–32 se muestran los resultados obtenidos. Recordar que las actualizaciones son realizadas al final de cada intervalo  $k$  del día. Por ejemplo, la primera de ellas es realizada al final del mismo intervalo  $k$ , y la siguiente  $\Delta = 15$  minutos después, al final del intervalo  $k + 1$ . Entonces, en las columnas de las siguientes tablas se muestran los errores obtenidos para las  $S_{max} = 6$  veces que cada matriz OD es actualizada, desde la primera hasta la última actualización.

Tabla 5–30: Error promedio de estimación (EODTP) – SRMSE (C2)

$k$	Horario	Actualización					
		1	2	3	4	5	6
7	07:30 – 07:45	0,9186	0,7050	0,4597	0,1648	0,0393	0,0000
8	07:45 – 08:00	0,7743	0,6530	0,2963	0,1918	0,0000	0,0000
9	08:00 – 08:15	0,6825	0,5549	0,4108	0,1899	0,0134	0,0000
10	08:15 – 08:30	0,7181	0,6434	0,4297	0,2267	0,0766	0,0000
11	08:30 – 08:45	0,9302	0,7139	0,3314	0,1320	0,0924	0,0000
12	08:45 – 09:00	1,0379	0,7336	0,4514	0,1309	0,0000	0,0000
13	09:00 – 09:15	1,1511	0,8832	0,7345	0,3264	0,0973	0,0000
14	09:15 – 09:30	1,1243	0,8798	0,5462	0,3800	0,0015	0,0000
<b>Promedio</b>		0,9171	0,7209	0,4575	0,2178	0,0401	0,0000
<b>Desviación</b>		0,1803	0,1135	0,1360	0,0905	0,0427	0,0000

Tabla 5–31: Error promedio de estimación (EODTP) – RMSE (C2)

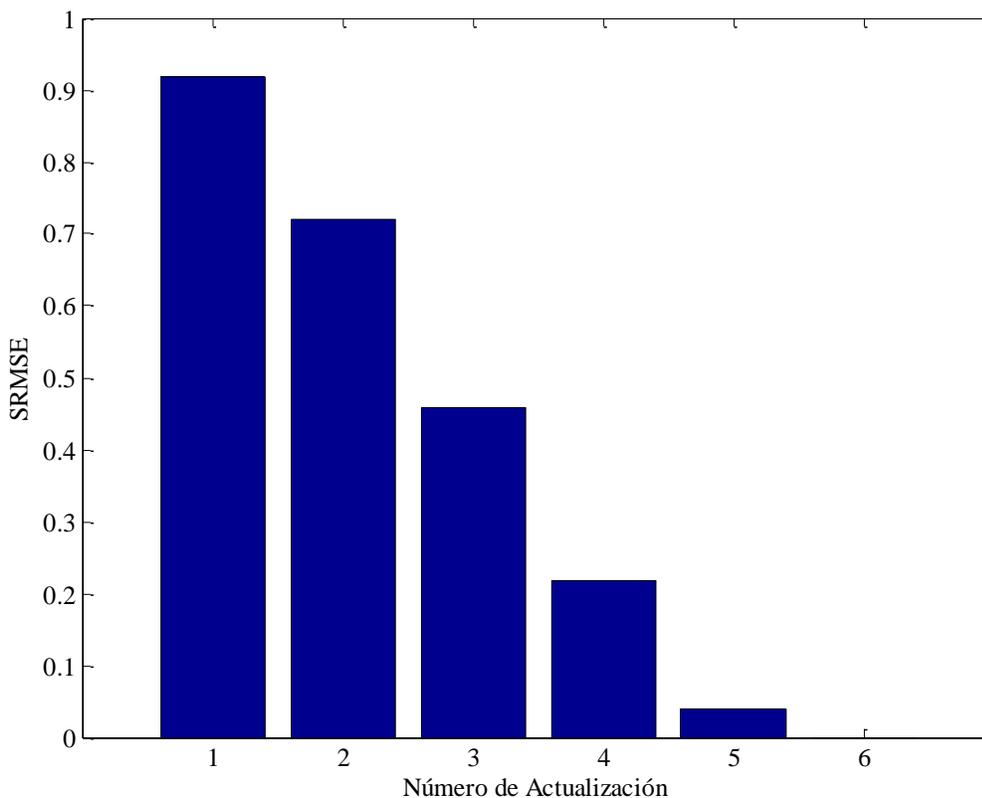
<i>k</i>	Horario	Actualización					
		1	2	3	4	5	6
7	07:30 – 07:45	2,7879	2,1397	1,3952	0,5003	0,1193	0,0000
8	07:45 – 08:00	2,4021	2,0260	0,9192	0,5950	0,0001	0,0000
9	08:00 – 08:15	1,8736	1,5233	1,1277	0,5212	0,0368	0,0000
10	08:15 – 08:30	1,6911	1,5152	1,0119	0,5340	0,1803	0,0000
11	08:30 – 08:45	1,5441	1,1850	0,5502	0,2192	0,1534	0,0000
12	08:45 – 09:00	1,3492	0,9537	0,5868	0,1702	0,0000	0,0000
13	09:00 – 09:15	1,6978	1,3027	1,0834	0,4814	0,1435	0,0000
14	09:15 – 09:30	1,3407	1,0492	0,6513	0,4532	0,0018	0,0000
<b>Promedio</b>		1,8358	1,4618	0,9157	0,4343	0,0794	0,0000
<b>Desviación</b>		0,5121	0,4334	0,2986	0,1541	0,0773	0,0000

Tabla 5–32: Error promedio de estimación (EODTP) – RNWP (C2)

<i>k</i>	Horario	Actualización					
		1	2	3	4	5	6
7	07:30 – 07:45	0,5356	0,3153	0,1423	0,0307	0,0051	0,0000
8	07:45 – 08:00	0,4593	0,3112	0,1119	0,0361	0,0000	0,0000
9	08:00 – 08:15	0,4044	0,2731	0,1417	0,0274	0,0012	0,0000
10	08:15 – 08:30	0,4218	0,3222	0,1327	0,0355	0,0089	0,0000
11	08:30 – 08:45	0,5277	0,3525	0,1266	0,0228	0,0093	0,0000
12	08:45 – 09:00	0,5920	0,3766	0,1564	0,0237	0,0000	0,0000
13	09:00 – 09:15	0,6221	0,4057	0,2322	0,0567	0,0113	0,0000
14	09:15 – 09:30	0,6394	0,4289	0,1888	0,0622	0,0002	0,0000
<b>Promedio</b>		0,5253	0,3482	0,1541	0,0369	0,0045	0,0000
<b>Desviación</b>		0,0899	0,0527	0,0389	0,0148	0,0048	0,0000

Se observa que todas las medidas de error, tanto a nivel general como para cada intervalo  $k$ , van disminuyendo consistentemente cada vez que se realiza una nueva actualización. En la Figura 5–11, por ejemplo, se aprecia gráficamente el comportamiento promedio de los errores SRMSE durante la Punta Mañana. Se observa que la evolución de ellos tiene la forma esperada, en un día en que el comportamiento de la demanda y los tiempos de viaje se acomoda a una situación regular.

Figura 5–11: Comportamiento SRMSE Promedio – EODTP (C2)



Es posible que existan situaciones en que, por ejemplo, los tiempos de viaje no se acomoden aproximadamente a la distribución Lognormal utilizada para modelarlos. En estos escenarios convendrá evaluar algún método alternativo para modelar los tiempos de viaje, y que permita absorber este comportamiento.

#### 5.4.4 Tiempos Computacionales

A continuación, en la Tabla 5–33, se presentan los tiempos de ejecución obtenidos usando el algoritmo de EODPT en la resolución de los escenarios descritos anteriormente, utilizando Matlab™ en un Intel i5 @ 3,2 GHz. Recordar que corresponde sólo a los tiempos de ejecución asociados con los viajes del período de Punta Mañana, donde  $k \in [7 ; 14]$ .

Tabla 5–33: Tiempos de Ejecución – EODTP (segundos) (C2)

<b><math>k</math></b>	<b>Horario</b>	<b>Tiempo</b>
7	07:30 – 07:45	14,2399
8	07:45 – 08:00	20,3148
9	08:00 – 08:15	7,4654
10	08:15 – 08:30	9,9635
11	08:30 – 08:45	13,2358
12	08:45 – 09:00	16,8446
13	09:00 – 09:15	9,0599
14	09:15 – 09:30	15,9088

Los tiempos de ejecución corresponden a la cantidad total de segundos que son utilizados para realizar la actualización de algunas o todas las matrices OD de los intervalos  $k^* \leq k$ . Expresado de otra manera, el tiempo reportado corresponde al tiempo utilizado en la actualización de las matrices OD relacionadas con todos los viajes que terminan durante cada intervalo  $k$ . Debe tenerse presente que los tiempos de ejecución presentados en la Tabla 5–33, de ser necesario, pueden ser reducidos en la práctica, por medio de la paralelización de tareas. Para lograr aquello se puede disponer varios computadores que en forma simultánea realicen las tareas que, en este caso, son llevadas a cabo por sólo un procesador.

## **6. ALGORITMO PROPUESTO PARA LA PREDICCIÓN DE MATRICES OD PARA TRANSPORTE PÚBLICO (PODTP)**

El presente capítulo presenta una descripción del algoritmo propuesto para la Predicción de matrices OD para corredores de Transporte Público (PODTP) con VOD. El objetivo del algoritmo de PODTP es pronosticar, al final del intervalo  $h$ , el número de viajes entre cada par OD del corredor, para intervalos  $k > h$ . Esta tarea es llevada a cabo por Redes Neuronales Artificiales (RNAs), las cuales constituyen una técnica muy simple y han demostrado ser muy poderosas en este tipo de problemas, en los que es necesario realizar pronósticos de variables de interés.

Para realizar correctamente la tarea de predicción del algoritmo de PODTP, se debe definir un conjunto de datos de entrada y uno de salida, los cuales determinarán la arquitectura (el ordenamiento) que tendrá la RNA, de acuerdo con la teoría que se presentó en la sección 4.4.2. En la sección 4.4.5 se mencionó que la arquitectura óptima depende del problema que se esté resolviendo, y en ella se presenta también un método heurístico para obtenerla. Luego, con la arquitectura óptima ya seleccionada, los pesos de las conexiones de la RNA son optimizados mediante el proceso conocido como entrenamiento, con el fin de obtener las mejores predicciones y capacidad de generalización de la red.

En este caso, para realizar el entrenamiento de las RNAs, se emplearán los datos correspondientes a los viajes realizados en el corredor de Merval, durante los años 2007 y 2008. Adicionalmente, se cuenta con una base de datos en la cual se identifican los eventos anómalos observados en la operación del corredor, los cuales se detallan en la Tabla 6–1.

En la sección 6.1, se presentan las variables que fueron elegidas para conformar los conjuntos de datos de entrada y de salida, utilizados luego para llevar a cabo la tarea de

predicción del algoritmo de PODTP. Esta selección se realizó pensando en qué variables pueden influir sobre la demanda entre un par OD a las distintas horas del día.

Luego, en la sección 6.2, se explica el preprocesamiento realizado con los datos, seguido de la codificación empleada para llevar a cabo el entrenamiento de las RNAs.

En la sección 6.3 se presenta la metodología que se utiliza para definir la arquitectura óptima de la RNA, proceso en el cual se genera un conjunto de posibles arquitecturas desde el cual se extrae aquella que minimiza un criterio de selección. Se muestra que la metodología empleada corresponde a una aplicación y adaptación a las necesidades específicas de este problema de la heurística propuesta en la sección 4.4.5.

En la sección 6.4, se presentan las consideraciones generales tomadas para realizar el entrenamiento de la RNA, basado en lo expuesto en la sección 4.4.

Finalmente, en la sección 6.5 se presentan los principales resultados del algoritmo de PODTP. En la sección 6.5.1, se muestran los resultados asociados con el proceso de selección de la arquitectura óptima de la RNA. Luego, en la sección 6.5.2, se presentan las predicciones realizadas para 3 pares OD del corredor, obtenidas al emplear la arquitectura seleccionada en la etapa anterior.

## 6.1 Selección de Variables

En esta sección se presenta el conjunto de variables utilizado para la predicción de matrices OD en un corredor de transporte público con VOD. Dicho conjunto es armado pensando en qué variables pueden influir sobre  $x_{ij}^k$  – la variable a predecir –, esto es el número de viajes a realizarse entre el par  $(i, j)$ , e iniciarse durante el intervalo  $k$ . Se tiene en cuenta sólo la información que se tiene a disposición, y, por lo tanto, no se consideran variables relacionadas con la operación del corredor que no estén en la base de datos disponible.

Los datos son previamente agrupados de acuerdo con los 3 grupos de días mencionados en la Tabla 3–2, por lo que el tipo de día no es parte del conjunto de variables que influirán sobre  $x_{ij}^k$ . Luego, para un tipo de día en particular, las variables que pueden influir sobre  $x_{ij}^k$  se resumen en la Tabla 6–1.

Tabla 6–1: Variables utilizadas en el algoritmo de PODTP

Variable	Descripción
$v_1$	Día de la semana
$v_2$	Intervalo $k$ del día
$v_3$	Número de viajes entre el par $(i, j)$ en el mismo intervalo $k$ en los últimos $R$ días del mismo tipo
$v_4$	Número de viajes entre el par $(i, j)$ en los últimos $p$ intervalos del día actual. En este caso, puede estar disponible el dato real o una estimación proveniente del algoritmo de EODTP
$v_5$	Información de calendario, como si el día actual es feriado o no
$v_6$	Presencia de algún evento particular, los cuales son extraídos de los datos históricos. En la base de datos se encontraron los siguientes eventos: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. <u>Partido de Fútbol</u></li> <li>2. <u>Huelga Externa a Merval</u>: Se observó una huelga en los servicios de buses de Valparaíso, lo cual generó un aumento de los viajes en el corredor.</li> <li>3. <u>Huelga Interna en Merval</u>: La huelga de operadores de trenes de Merval produjo una menor oferta en el corredor, lo cual trajo consigo una disminución en el número de viajes observados.</li> <li>4. <u>Llegada de un crucero</u>: El crucero Queen Mary 2 arribó al puerto de Valparaíso, generando un cambio en el patrón de viajes.</li> </ol>

Como resultado de este capítulo se obtiene una herramienta que permite predecir, al final del intervalo  $h$ , los próximos  $s$  valores de la serie de tiempo de  $x_{ij}^\tau$ , es decir, donde  $\tau = h + 1, \dots, h + s$ . En general, puede ser más interesante predecir los valores  $x_{ij}^\tau$  donde  $\tau > h$ , y no sólo los próximos  $s$  valores de la serie de tiempo. La metodología propuesta permite utilizar en forma recurrente las predicciones obtenidas en cada

intervalo del día para retroalimentar el modelo. Con esto se podrá generar pronósticos de las variables  $x_{ij}^{\tau}$  con  $\tau > h$ , es decir, para todos los intervalos restantes del día.

## 6.2 Trabajo Preliminar

Como parte del trabajo preliminar al entrenamiento, se debe seleccionar qué tipo de RNA se utilizará, realizar un preprocesamiento a los datos el cual permite mejorar el desempeño de la RNA, y, finalmente, codificar los datos para generar los conjuntos de variables de entrada y salida para el algoritmo de PODTP.

En la sección 4.4.3 se mencionó que para este problema es más apropiado emplear una Red Neuronal Supervisada (RNS) tipo *feedforward*. En la literatura se ha reportado que este tipo de RNA es el más utilizado para problemas de predicción de variables.

Para lograr buenos resultados en las predicciones, se recomienda realizar un preprocesamiento a los datos. Éste consiste en normalizar las variables a un intervalo acotado, el cual está relacionado con el recorrido de las funciones de activación empleadas. En la sección 4.4.1 se mencionó que la función de activación logística es típicamente empleada para modelar probabilidades. En este caso, como el objeto del algoritmo es la variable  $x_{ij}^{\tau}$ , se optó por utilizar la función tangente hiperbólica (*tanh*) como función de activación en cada una de las neuronas de la capa oculta (CO), mientras que en la capa de salida (CS) se empleó la función identidad.

En la sección 4.4.1 se vio también que el recorrido de la función *tanh* corresponde al rango  $[-1; 1]$ . En la literatura, se recomienda evitar los valores más extremos del recorrido de la función, por lo que, típicamente los datos son normalizados a un intervalo más restringido. En este caso, se empleó el intervalo  $[-0,9; 0,9]$  para la normalización de cada una de las variables.

Finalmente, las variables de entrada seleccionadas en la sección 6.1 fueron codificadas como sigue:

1. Los días de la semana ( $v_1$ ), ordenados de Lunes a Domingo, fueron codificados asociándole un número entero entre 1 y 7 al registro correspondiente.
2. El intervalo  $k$  del día ( $v_2$ ) mantuvo su valor.
3. Los valores asociados a  $x_{ij}^k$  ( $v_3, v_4$ ) mantuvieron el valor de la base de datos.
4. Si el día actual es feriado ( $v_5$ ), la variable toma valor 1, y en caso contrario, toma valor 0.
5. Los eventos ( $v_6$ ) fueron codificados de 1 a 4, en el orden en que fueron mencionados en la sección 6.1.

Finalmente, tras el entrenamiento, los valores reales de las predicciones son obtenidos al deshacer la normalización aplicada en el preprocesamiento.

### 6.3 Arquitectura de la Red

La arquitectura de la red depende del tamaño de los conjuntos de datos de entrada y de salida, los cuales, a su vez, están en función del vector de parámetros  $(p, R, s)$ , que se extrae de las definiciones de la sección 6.1. Los parámetros  $p$  y  $R$ , en conjunto con la codificación utilizada, generan un total de  $n_{in} = (p + R + 4)$  parámetros de entrada. Por su parte,  $s$  corresponde al número de parámetros de salida  $n_{out}$  de la red. De esta forma, se obtiene una base de datos para el entrenamiento  $D_{training}$ , conformada por parejas de entrada y salida, con vectores de tamaño  $n_{in}$  y  $n_{out}$ , respectivamente.

Como ya se mencionó en la sección 4.4.2, una red neuronal con una CO, y con “suficientes” neuronas en ella, permite aproximar cualquier función real. Dicho número de neuronas deberá ser calibrado. Según un análisis de De La Fuente García (1995), se recomienda que el número de neuronas en la CO  $n_H$  debe ser como mínimo el 75% de

$n_{in}$  (Salchenberger *et. al*, 1992), y que puede alcanzar hasta  $(2 \cdot n_{in} + 1)$  (Zaremba, 1990).

La arquitectura de la RNA tendrá, entonces, la siguiente forma:

1. Una capa de entrada con  $n_{in}$  neuronas
2. Una capa oculta con  $n_H$  neuronas (a calibrar)
3. Una capa de salida con  $s$  neuronas

Se deberá definir, entonces, un rango dentro del cual se moverá cada uno de los parámetros del vector  $(p, R, s)$ , generando distintos valores para  $n_{in}$  y, con eso, diferentes escenarios de evaluación. Así, para cada conjunto  $(p, R, s)$ , el número apropiado de neuronas  $n_H$  fue variado dentro del rango sugerido. Se asumirá que el número  $n_H^*$  óptimo de neuronas – asociado con un vector  $(p^*, R^*, s^*)$  – es aquél que minimiza la medida de error WIC definida en la sección 4.4.5, durante un entrenamiento realizado por un número bajo de épocas (i.e. 20 épocas), de forma de llevar a cabo este proceso de selección en forma rápida.

Finalmente, la estructura definitiva contendrá  $n_{in}^* = (p^* + R^* + 4)$  neuronas en la capa de entrada,  $n_H^*$  neuronas en la capa oculta y  $s^*$  neuronas en la capa de salida, y el entrenamiento completo se realizará utilizando esta arquitectura.

## 6.4 Entrenamiento de la Red

El entrenamiento de las RNAs fue realizado utilizando el *Neural Network Toolbox* de Matlab™. Tal como se expuso en la sección 4.4.4, para asegurar una buena calidad de los resultados, se realizó la división estándar del conjunto  $D_{training}$ , distinguiendo el conjunto DE, el conjunto DV y el conjunto DP. Como se mencionó también en la sección 4.4.1, esta división busca asegurar una buena capacidad de generalización de la red.

Se empleó el algoritmo Levenberg–Marquardt, que también es parte de Matlab™, en la minimización de la función de error  $E(w)$ , y que es utilizado ampliamente en el entrenamiento de RNAs, porque es uno de los algoritmos más rápidos en convergencia.

## 6.5 Resultados

A continuación, se describe el experimento realizado y los resultados obtenidos en la definición de la arquitectura de la RNA. Luego, se muestran los resultados de la predicción realizada con la estructura definitiva. Se emplearán los datos de los viajes realizados en 2007 y 2008 en el corredor de Merval, los cuales fueron divididos de la siguiente manera para realizar el entrenamiento:

1. DE: 85%
2. DV: 10%
3. DP: 5%

### 6.5.1 Selección de la Arquitectura Óptima

En el experimento, se utilizó los datos de sólo 3 pares OD – (1,8), (8,1), (20,8) –, los cuales corresponden a pares de estaciones asociados con la ocurrencia de los eventos de la base de datos.

Como se mencionó en la sección 6.3, se debe definir un rango de variación para cada uno de los parámetros del vector  $(p, R, s)$ , lo cual genera diferentes escenarios de evaluación. En el experimento realizado, se consideró sólo predicciones un paso adelante, es decir,  $s = 1$ ,  $p$  entre 1 y  $p_{max}$  que depende del par OD, y  $R$  entre 1 y 4.

El valor de  $p_{max}$  surge de un análisis de la función de autocorrelación parcial (FAP) de la serie de datos. De la FAP se extraen los primeros rezagos de la serie con la mayor participación estadísticamente significativa en la explicación del valor actual, si se

utilizara un modelo lineal autorregresivo para modelar la serie de tiempo. A modo de ejemplo, en la Figura 6–1 se muestra el gráfico de la FAP para el par (1,8) en un día Laboral, donde los primeros 13 rezagos son seleccionados.

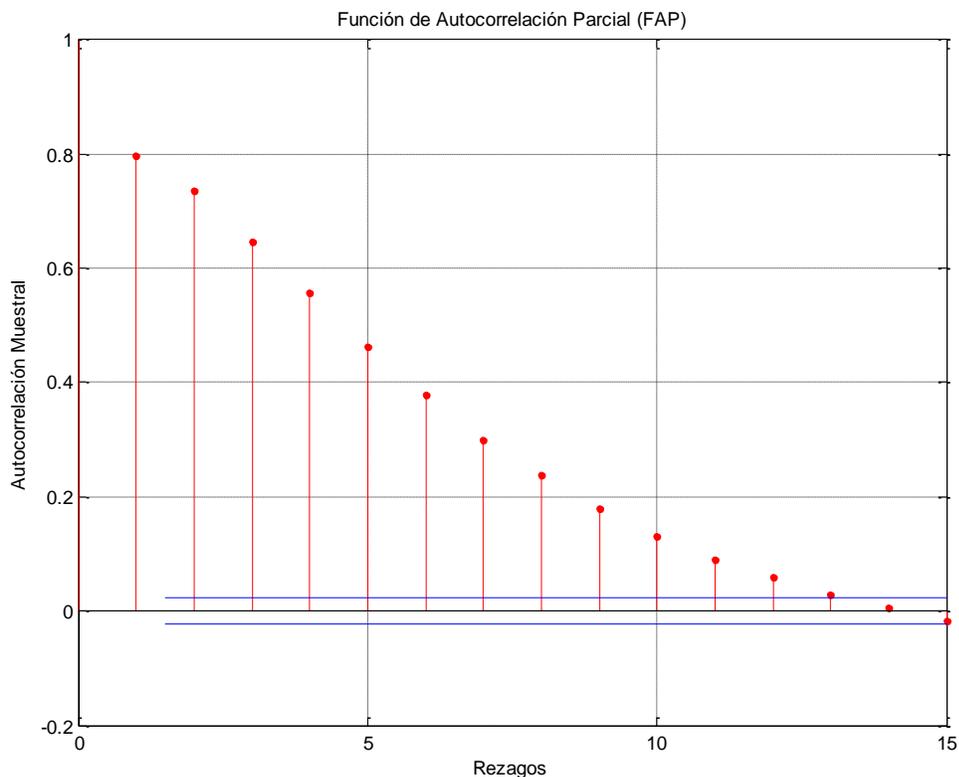


Figura 6–1: Función de Autocorrelación Parcial – Ejemplo: Par OD = (1,8)

El rango para  $R$  surge de la idea de darle un mayor peso a los datos más recientes en la serie, empleando los datos de la última semana, especialmente para los datos de días laborales que vienen agrupados de esta forma.

El entrenamiento se realizó por sólo 20 épocas, para que la definición de la arquitectura más apropiada fuera un proceso rápido. Luego, para cada valor de  $s$ , se buscó aquel valor de  $n_h$  que minimizara el WIC en el conjunto DP. Luego, se identificó la combinación de  $(p, R, s)$  que generó dicho valor de  $n_h$ , y el número de parámetros de la

arquitectura elegida. Se comparó con los resultados que se hubieran obtenido utilizando el RMSE como criterio de selección. Los resultados de este proceso se muestran en la Tabla 6–2, distinguiendo por tipo de día.

Tabla 6–2: Resultados de selección de la Arquitectura de la RNA

Tipo de Día	Criterio		WIC				RMSE			
	Origen	Destino	Mínimo	$(p, R, s)$	$n_h$	Parámetros	Mínimo	$(p, R, s)$	$n_h$	Parámetros
Laboral	1	8	0,1832	(9,1,1)	10	150	0,5289	(13,2,1)	29	580
	8	1	0,2913	(13,3,1)	21	441	0,4349	(17,3,1)	21	525
	20	8	0,1572	(15,4,1)	17	408	0,7422	(15,4,1)	29	696
Sábados	1	8	0,1680	(8,4,1)	12	192	0,4248	(16,3,1)	17	391
	8	1	0,2326	(8,3,1)	14	210	0,4245	(19,3,1)	28	728
	20	8	0,2961	(10,2,1)	12	192	0,7207	(15,2,1)	21	441
Domingos o Festivos	1	8	0,2395	(12,2,1)	13	234	0,3603	(12,4,1)	18	360
	8	1	0,2127	(10,4,1)	19	342	0,3535	(18,2,1)	24	576
	20	8	0,2575	(10,4,1)	13	234	0,7582	(15,1,1)	18	360

En la Tabla 6–2 se aprecia que la arquitectura seleccionada utilizando el criterio WIC siempre es de menor complejidad que la seleccionada por el RMSE, pues siempre se elige una estructura con menor  $n_h$  y con menor número de parámetros totales.

### 6.5.2 Entrenamiento con la Arquitectura Óptima

En esta sección se presentan los resultados obtenidos, utilizando cada una de las arquitecturas seleccionadas en la sección 6.5.1. En cada caso, se realizó un entrenamiento con el mismo conjunto DP y con la misma metodología, pero utilizando un mayor número de épocas (i.e. 1000). No olvidar que este número de épocas no es

necesariamente alcanzado, sino que el entrenamiento es detenido si se observa que la capacidad de generalización de la RNA deja de mejorar.

Como en cada entrenamiento los pesos sinápticos son iniciados aleatoriamente, se realizó 30 inicializaciones diferentes. Los resultados que se muestran en la Tabla 6–3, corresponden a los intervalos de confianza – al 95% de confianza – del rendimiento de la red en el conjunto DP, usando el RMSE como medida de error.

Tabla 6–3: Resultados Algoritmo de PODTP – RMSE en conjunto DP

Tipo de Día	Origen	Destino	RMSE	
			Promedio	Intervalo de Confianza
Laboral	1	8	0,5598	[ 0,5525 ; 0,5670 ]
	8	1	0,4419	[ 0,4392 ; 0,4446 ]
	20	8	0,7246	[ 0,7177 ; 0,7314 ]
Sábados	1	8	0,4252	[ 0,4188 ; 0,4315 ]
	8	1	0,4310	[ 0,4236 ; 0,4384 ]
	20	8	0,8070	[ 0,7992 ; 0,8148 ]
Domingos o Festivos	1	8	0,4208	[ 0,4125 ; 0,4291 ]
	8	1	0,3635	[ 0,3558 ; 0,3712 ]
	20	8	0,7840	[ 0,7754 ; 0,7927 ]

Se obtiene un bajo error promedio de predicción en el conjunto DP. Además, se aprecia que los intervalos de confianza son bastante estrechos, lo cual permite afirmar que la arquitectura utilizada es la apropiada, y que las predicciones son confiables.

A modo de ejemplo, en la Figura 6–2, Figura 6–3 y Figura 6–4 se aprecia gráficamente la comparación entre algunos valores de las predicciones de la red y los valores reales para el par (1,8) en los distintos tipos de día, donde se observa nuevamente la alta calidad de los resultados. Notar que cada figura tiene una escala diferente para los datos.

Lo más destacable es cómo las predicciones logran captar los cambios de dirección de los datos, y cómo además se mantienen muy cerca de los valores reales.

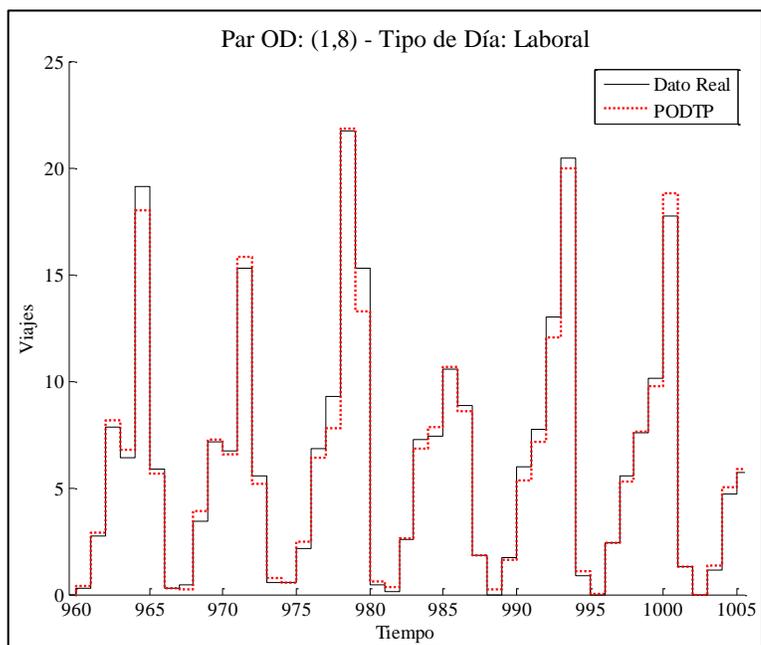


Figura 6-2: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Laboral

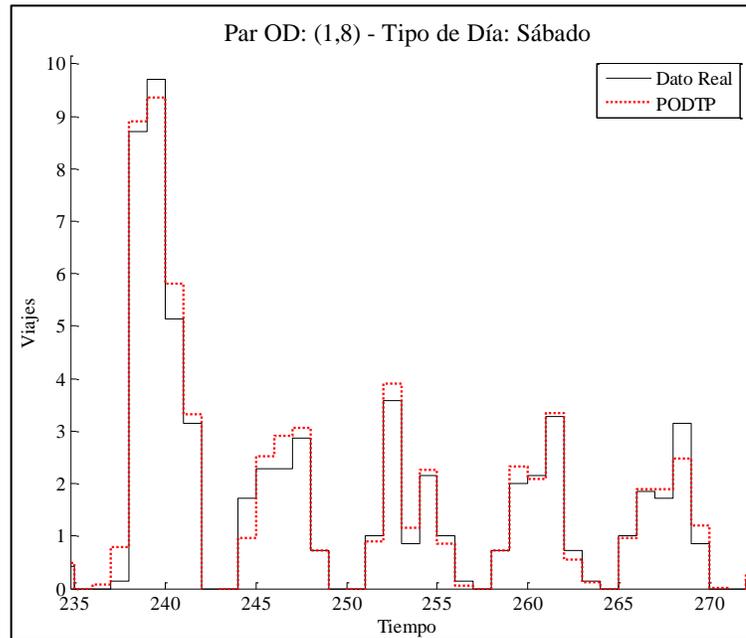


Figura 6-3: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Sábados

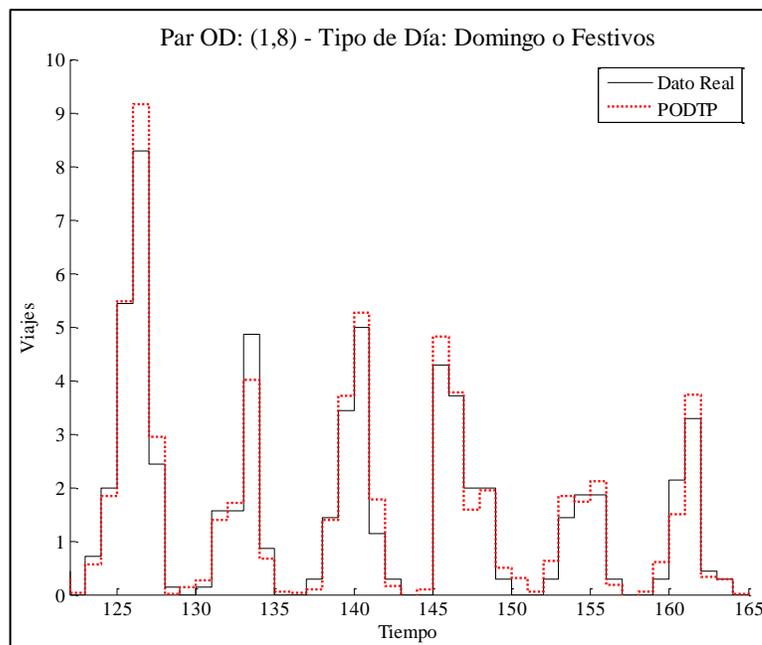


Figura 6-4: Predicciones PODTP – Par (1,8) – Domingos o Festivos

## **7. CONCLUSIONES**

### **7.1 Conclusiones Generales**

La metodología propuesta incorpora de forma explícita un conjunto más rico y más amplio de información – propio de un ST con VOD – que los datos típicamente disponibles, en los cuales se registra sólo los orígenes de las etapas de viaje. Por ejemplo, poder contar con los tiempos de viaje experimentados por los usuarios permite inferir aproximadamente el nivel de congestión presente en la red, efecto que fue incluido en la modelación.

Con lo anterior, se optó por desarrollar un modelo que difiere de los planteamientos tradicionales, como por ejemplo, el filtro de Kalman. Como se mencionó en la sección 2.4, estos modelos trabajan con supuestos de linealidad en la ecuación que describe la evolución del proceso estocástico del sistema, y con perturbaciones aditivas que se distribuyen Normal. No se puede garantizar que dichos supuestos se sostengan en cada aplicación, y, por lo tanto, corresponden a aproximaciones. De esta forma, estos métodos están fuera del alcance de la tesis, la cual no se orientó a comparar diferentes metodologías en la solución del presente problema.

Luego, es importante recalcar también que, en los casos probados, tanto el algoritmo de EODTP como el de PODTP son capaces de entregar resultados en tiempo real.

Tanto la velocidad como la calidad de los resultados permiten afirmar que esta metodología puede ser utilizada en forma práctica, orientando su uso hacia la generación de mejores estimaciones de los estados futuros del sistema, de forma de estudiar la implementación de medidas de control, que podrán ser incorporadas a tiempo en la operación del corredor.

A continuación, se detallan las conclusiones relacionadas con el algoritmo de EODTP y de PODTP. Finalmente, se dan algunas líneas de trabajo e investigación futura.

## 7.2 Algoritmo de EODTP

En cuanto al algoritmo de EODTP, el ajuste progresivo de los resultados corresponde a un enfoque bayesiano en la modelación, que típicamente no se contempla en la actualización de matrices OD. Se aprecia que la utilización de dicho enfoque y la incorporación de nueva información mejora los resultados con respecto al método histórico de actualización, tanto en escenarios similares como disímiles con respecto a la situación histórica.

Se observó que el algoritmo de EODTP corresponde a una buena alternativa para la actualización de matrices OD. Su rendimiento es de alta calidad en distintos escenarios, los cuales diferían entre ellos en el nivel de anormalidad respecto a la situación histórica de viajes. En los casos de prueba los tiempos de ejecución se mantuvieron bajos, no superando los 10 segundos.

La rapidez del algoritmo de EODTP depende del nivel de información que esté disponible. Si éste no es suficiente, lo más razonable es mantener la estimación histórica como la mejor disponible. De otro modo, el algoritmo buscará una solución al problema de optimización planteado. Sin embargo, como las restricciones de igualdad utilizadas son una limitante fuerte del problema, dicha condición podría relajarse y utilizar otro planteamiento que mejore los tiempos de ejecución. Por ahora, para lograr bajos tiempos de cálculo se busca que la diferencia entre ambos lados de la ecuación sea menor a un valor de tolerancia bajo (i.e.  $10^{-2}$ ). Disminuir esta tolerancia sólo tiende a aumentar los tiempos de cálculo innecesariamente, pues la diferencia en la calidad de las estimaciones de las matrices OD es mínima.

## 7.3 Algoritmo de PODTP

Para el algoritmo de PODTP, la calibración de las RNAs debe ser realizada *offline*. Una vez entrenadas las RNAs, los resultados son entregados en tiempo real, y además con

una buena capacidad de generalización ante nuevos escenarios. En la sección 6.5.2 se aprecia cómo se obtiene resultados de alta calidad en las predicciones, producto de la metodología utilizada para seleccionar la arquitectura óptima. De dicho esquema de selección se debe rescatar el compromiso que existe entre precisión y complejidad, que permite asegurar que las RNAs elegidas tendrán una buena capacidad de generalización ante nuevos escenarios, además de una buena capacidad de ajuste a los datos utilizados durante el entrenamiento.

Se observó también que el conjunto de variables utilizado, correspondiente a toda la información con la que se contaba, fue suficiente para encontrar arquitecturas de RNAs que tuvieron un buen rendimiento en las predicciones. Adicionalmente, se observó que los valores óptimos del vector de parámetros  $(p, R, s)$  difieren entre los pares OD utilizados, lo cual respalda trabajar con cada uno de ellos en forma aislada.

#### **7.4 Trabajo Futuro**

En cuanto a las extensiones o líneas futuras de investigación se puede mencionar, en primer lugar, que, para cada aplicación particular de la metodología, se deberá revisar qué distribución se ajusta de mejor manera a los tiempos de viaje observados en cada corredor. El marco teórico planteado en la sección 4.1 puede ser aplicado de la misma forma en que fue descrito. Sin embargo, los tiempos de ejecución de los algoritmos involucrados pueden variar en función de cuál sea la distribución utilizada, lo cual sugiere buscar aproximaciones de ellas en caso que dichos tiempos aumenten en forma considerable. Alternativamente, podrá estudiarse otros planteamientos para modelar el comportamiento de los tiempos de viaje, los cuales contemplen, por ejemplo, la combinación de diferentes funciones de distribución.

Por otro lado, se puede considerar un planteamiento alternativo al problema de optimización para el algoritmo de EODTP. Es posible pensar en un enfoque de solución simultánea para todos los pares OD de la red, en vez de una solución secuencial, como

se desarrolló en esta tesis. Para este enfoque simultáneo, deberá agregarse condiciones que mantengan la relación de orden entre los parámetros que representan los tiempos de viaje en la red, de forma de considerar las restricciones físicas que impone el diseño geométrico del corredor.

Alternativamente, se puede modificar el planteamiento del problema, y relajar las restricciones de igualdad entre las bajadas modeladas y las observadas, y proponer un modelo que busque, en primer lugar, maximizar la función de verosimilitud empleada, y, al mismo tiempo, minimizar la diferencia entre ambos conjuntos de bajadas. En este sentido, el problema de optimización podría tomar la siguiente formulación:

$$\max_{\{\theta_{ij}^{kh}\}} \left\{ [\varphi_{ij}^{kh} \cdot l_{ij}^{kh}] - \left[ \xi_{ij}^{kh} \cdot \sum_{t \in T_k^{REAL}} e(m_{ij}^{kth}; y_i^k \cdot p_{ij}^{kth} \cdot q_{ij}^{kh}) \right] \right\} \quad (7.1)$$

s.a.

$$S_{ij}^{kh}(t_{max} | \theta_{ij}^{kh}) \leq \varepsilon \quad (7.2)$$

$$\theta_{ij}^{kh} \geq 0 \quad (7.3)$$

En este planteamiento alternativo, la expresión  $e(\cdot)$  representa alguna función o medida de distancia entre las bajadas estimadas y las bajadas observadas. El objetivo de este nuevo planteamiento es encontrar los parámetros que maximicen la función de verosimilitud, y al mismo tiempo minimicen la diferencia entre las bajadas estimadas y las bajadas observadas, manteniendo los demás supuestos.

Los ponderadores  $\varphi_{ij}^{kh}$  y  $\xi_{ij}^{kh}$  fueron introducidos en la función objetivo, de forma de dar diferente peso relativo a cada uno de los sumandos de la expresión. Se realizó algunas pruebas preliminares utilizando este planteamiento, incorporando también la restricción  $\varphi_{ij}^{kh} + \xi_{ij}^{kh} = 1$ , donde  $\varphi_{ij}^{kh}$  representa la proporción de información disponible, y se obtuvo resultados con buenos ajustes – salvo en uno de los escenarios con congestión –

y tiempos de ejecución reducidos. De todas formas, parece ser un área que vale la pena explorar, principalmente por los bajos costos computacionales.

En el planteamiento propuesto para el problema de optimización del algoritmo de EODTP, se consideró que la información de referencia – en la función objetivo – corresponde a los tiempos de viaje experimentados por los usuarios entre los distintos pares OD del corredor. Un enfoque diferente podría considerar otra fuente de información disponible en la función objetivo, como, por ejemplo, las bajadas observadas entre los distintos pares OD, y que ahora las restricciones del problema estuvieran relacionadas con los tiempos de viaje.

En cuanto al algoritmo de PODTP, podría explorarse la utilización de las mismas técnicas de predicción, considerando otros tipos de arquitecturas, como aquéllas con conexiones recurrentes, por ejemplo. Además, se puede intentar predecir  $s > 1$  valores de la serie, generando metodologías similares de selección de arquitecturas óptimas.

Adicionalmente, si se cuenta con otro tipo de información adicional, ésta puede ser incluida en la modelación. Se sabe que el clima también influye en la elección de un modo de viaje, como, por ejemplo, que la gente prefiere evitar paraderos abiertos en la presencia de lluvia o de bajas temperaturas. De esta forma, en el caso de Merval, la gente evitaría viajar desde estaciones con andenes abiertos en días de lluvia.

Finalmente, la utilización del filtro de Kalman, descartado en la sección 2.4 principalmente por la violación de los supuestos estándar para su funcionamiento, podría ser considerada de todas formas, producto de la probada capacidad que tiene dicho algoritmo para entregar resultados en tiempo real. Se deberá generar la adaptación necesaria para incorporar las mediciones disponibles a la modelación. No olvidar que dichas mediciones corresponden a conteos de entrada en todas las estaciones, bajadas y tiempos de viaje por par OD, para los diferentes intervalos del día.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ashok, K., Ben-Akiva, M. (1993). Dynamic origin–destination matrix estimation and prediction for real–time traffic management systems. *Transportation and Traffic Theory*, 465–484
- Ben-Akiva, M., Macke, P., Hsu, P. (1985). Alternative methods to estimate route level trip tables and expand on–board surveys. *Transportation Research Record 1037*, 1–11
- Bell, M. G. H. (1991). The real–time estimation of origin–destination flows in the presence of platoon dispersion. *Transportation Research Part B 25*, 115–125
- Bierlaire, M., Crittin, F., (2004). An efficient algorithm for real–time estimation and prediction of dynamic OD tables, *OPERATIONS RESEARCH*, Vol. 52, No. 1, January–February 2004, pp. 116–127
- Bilmes, J. (1998). A gentle tutorial of the EM algorithm and its application to parameter estimation for Gaussian mixture and hidden Markov models. *Technical report, Department of Electrical Engineering and Computer Science, U.C. Berkeley*
- Ceder, A. (2007). *Public Transit Planning and Operation: Theory, Modeling and Practice*. Elsevier, Butterworth–Heinemann, Oxford, UK
- Chan, J. (2007). Rail OD Estimation and Journey Time Reliability Metrics Using Automated Fare Data. *Thesis, Master of Science in Transportation, MIT*
- Cremer, M., Keller, H. (1981). Dynamic identification of flows from traffic counts at complex intersections. *Eighth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 121–142

- Cremer, M., Keller, H. (1983). A systems dynamic approach to the estimation of entry and exit O–D flows. *Ninth International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 431–450
- Cui, A. (2006). Bus Passenger Origin–Destination Matrix Estimation Using Automated Data Collection Systems. *Thesis, Master of Science in Transportation, MIT*
- Cybenko, G. (1989). Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Mathematical Control Signal Systems (2)*, 303–314
- De La Fuente García, D., Pino Díez, R. (1995). Análisis comparativo de cálculo de previsiones univariables y función de transferencia, mediante las metodologías Box–Jenkins y Redes Neuronales. *QÜESTIÓ, Vol. 19, 1, 2, 3 pp. 187–215*
- Delgado, F., Muñoz, J.C., Giesen, R., Cipriano, A. (2009). Real–Time Control of Buses in a Transit Corridor Based on Vehicle Holding and Boarding Limits. *Transportation Research Record*, 2090, 59–67
- Delgado, F. (2009). Control de Intervalos a Buses e Intersecciones SemafORIZADAS con Información en Tiempo Real para un Corredor de Transporte Público, considerando la capacidad de los buses. Memoria de Título, Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile
- Dempster, A. P., Laird, N. M., Rubin D. B. (1977). Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Statistical Society: Series B*, 39(1):1–38
- Dessouky, M., Hall, R., Nowroozi, A., Mourikas, K. (1999). Bus dispatching at timed transfer transit stations using bus tracking technology. *Transportation Research Part C* 7, 187–208
- Eğrioğlu, E., Hakan Aladağ, Ç., Günay, S. (2008). A new model selection strategy in artificial neural networks. *Applied Mathematics and Computation* 195, 591–597

- Gordillo, F. (2006). The Value of Automated Fare Collection Data for Transit Planning: An Example of Rail Transit OD Matrix Estimation. *Thesis, Master of Science in Transportation and Master of Science in Technology and Policy, MIT*
- Hassoun, Mohamad H. (1995). *Fundamentals of artificial neural networks, The MIT Press*. Cambridge, Massachusetts
- Jain, A.K., Mao J., Mohiuddin, K.M. (1996). Artificial Neural Networks: A Tutorial. *IEEE Computer Magazine* 29, 31–44
- Jones, D., Perttunen, C., Stuckman, B. (1993). Lipschitzian optimization without the Lipschitz constant. *Journal of Optimization Theory and Application* 79, pp. 157–181
- Knudsen, D., Fotheringham, A. (1986). Matrix Comparison, Goodness-of-fit and Spatial Interaction Modeling. *Regional Science Review* 10, 127–147
- Lamond, B., Stewart, N. (1981). Bregman's balancing method. *Transportation Research Part B* 15, 239–248
- Li, B. (2008). Markov models for Bayesian analysis about transit route origin–destination matrices. *Transportation Research Part B* 43, 301–310
- Li, Y., Cassidy, M. (2007). A generalized and efficient algorithm for estimating transit route ODs from passenger counts. *Transportation Research Part B* 41, 114–125
- Maritz, J.S., Lwin, T. (1989). *Empirical Bayes Methods*. London: Chapman & Hall.
- Nguyen, S., Pallottino, S. (1986). Estimating origin destination flows for transit networks. *Ricerca Operativa* 38, 9–27
- Nguyen, S., Morello, E., Pallottino, S. (1988). Discrete time dynamic estimation model for passenger origin/destination matrices on transit networks. *Transportation Research Part B* 22, 251–260

- Nihan, N. L., Davis, G. A. (1987). Recursive estimation of O–D matrices from input/output counts. *Transportation Research Part B* 21, 149–163
- Nihan, N. L., Davis, G. A. (1989). Application of prediction–error minimization and maximum likelihood to estimate intersection O–D matrices from traffic counts. *Transportation Science* 23, 77–90
- Paige, C. C., Saunders, M. A. (1982). LSQR: An algorithm for sparse linear equations and sparse least squares. *ACM Trans. Math. Soft.*, Vol. 8, 43–71
- Patti, S., Biganzoli, E., Boracchi, P. (2007). Review of the Maximum Likelihood Functions for Right Censored Data. A New Elementary Derivation. *COBRA Preprint Series. Article 21*
- Rojas, R. (1996). *Neural Networks – A Systematic Introduction*. Springer–Verlag, Berlin, New York.
- Salchenberger, L.M., Cinar, E.M., Lash, N.A. (1992). Neural Networks: a new tool for predicting thrift failures. *Decision Sciences* 23, 899–916
- Sherali, H. D. (1997). Parameter optimization methods for estimating dynamic origin–destination trip–tables. *Transportation Research Part B* 31, 141–157
- Sherali, H. D., Park, T. (2001). Estimation of dynamic origin–destination trip tables for a general network. *Transportation Research Part B* 35, 217–235
- Wicker, N., Muller, J., Reddy Kalathur, Ravi Kiran, Poch, O. (2008). A maximum likelihood approximation method for Dirichlet’s parameter estimation. *Computational Statistics & Data Analysis* 52, 1315–1322
- Wong, S. C., Tong, C.O. (1998). Estimation of time–dependent origin–destination matrices for transit networks. *Transportation Research Part B* 32, 35–48

Zaremba, T. (1990). *Technology in Search of a Buck*. Neural Network PC Tools, Academic Press Inc.

Zhao, J., Rahbee, A., Wilson, N. (2007). Estimating a Rail Passenger Trip Origin–Destination Matrix Using Automatic Data Collection Systems. *Computer–Aided Civil and Infrastructure Engineering* 22, 376–387

Zhou, X., Mahmassani, H., (2007). A structural state space model for real–time traffic origin–destination demand estimation and prediction in a day–to–day learning framework. *Transportation Research Part B* 41, 823–840

**ANEXOS**

**ANEXO A: ESQUEMA DE LAS ESTACIONES DEL CORREDOR  
DE METRO DE VALPARAÍSO (Merval)**



(Fuente: Metro de Valparaíso, Merval)

**ANEXO B: DICCIONARIO DE ESTACIONES DEL CORREDOR DE Merval**

<b>Número</b>	<b>Nombre</b>
1	Puerto
2	Bellavista
3	Francia
4	Barón
5	Portales
6	Recreo
7	Miramar
8	Viña del Mar
9	Hospital
10	Chorrillos
11	El Salto
12	El Quilpué
13	El Sol
14	El Belloto
15	Las Américas
16	La Concepción
17	Villa Alemana
18	Sargento Aldea
19	Peñablanca
20	Limache

**ANEXO C: FECHAS DE LOS EVENTOS ENCONTRADOS**

<b>Año</b>	<b>Mes</b>	<b>Día</b>	<b>Día de la Semana</b>	<b>Tipo de Evento</b>
2006	2	4	Sábado	Fútbol
2006	2	19	Domingo	Fútbol
2006	2	26	Domingo	Fútbol
2006	3	12	Domingo	Fútbol
2006	3	26	Domingo	Fútbol
2006	4	8	Sábado	Fútbol
2006	4	22	Sábado	Fútbol
2006	5	14	Domingo	Fútbol
2006	5	28	Domingo	Fútbol
2007	2	10	Sábado	Fútbol
2007	2	25	Domingo	Fútbol
2007	2	28	Miércoles	Fútbol
2007	3	11	Domingo	Fútbol
2007	4	1	Domingo	Fútbol
2007	4	8	Domingo	Fútbol
2007	4	21	Sábado	Fútbol
2007	5	6	Domingo	Fútbol
2007	5	19	Sábado	Fútbol
2007	6	10	Domingo	Fútbol
2008	2	17	Domingo	Fútbol
2008	3	2	Domingo	Fútbol
2008	3	9	Domingo	Fútbol
2008	3	23	Domingo	Fútbol
2008	4	6	Domingo	Fútbol
2008	4	26	Sábado	Fútbol
2008	4	30	Miércoles	Fútbol

2008	5	17	Sábado	Fútbol
2008	5	25	Domingo	Fútbol
2008	6	15	Domingo	Fútbol
2008	6	18	Miércoles	Fútbol
2007	1	6	Sábado	Huelga Externa
2008	2	8	Viernes	Queen Mary II
2008	6	9	Lunes	Huelga Interna
2008	6	10	Martes	Huelga Interna

**ANEXO D: RESULTADOS GENERALES – EODTP – ALGORITMO DE EODTP**

		<b>Intervalo <math>h</math></b>					
<b>Medida de Error</b>	<b>CASO</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>
<b>SRMSE</b>	<b>1</b>	0,3063	0,1974	0,0162	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2</b>	0,3066	0,2606	0,0793	0,0332	0,0100	0,0000
	<b>3</b>	1,7156	0,1723	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>4</b>	1,9490	0,1574	0,0508	0,0000	0,0000	0,0000
<b>RMSE</b>	<b>1</b>	3,6449	2,3695	0,1379	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2</b>	3,6482	3,1156	0,7005	0,2865	0,0754	0,0000
	<b>3</b>	22,1134	2,1745	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>4</b>	25,4499	2,1075	0,5086	0,0000	0,0000	0,0000
<b>RNWP</b>	<b>1</b>	0,1057	0,0627	0,0047	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>2</b>	0,1058	0,0862	0,0212	0,0090	0,0027	0,0000
	<b>3</b>	0,6800	0,0488	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
	<b>4</b>	0,7732	0,0446	0,0144	0,0000	0,0000	0,0000

**ANEXO E: RESULTADOS GENERALES – EODTP – MÉTODO HISTÓRICO**

<b>Medida de Error</b>	<b>CASO</b>	
	<b>1 y 2</b>	<b>3 y 4</b>
<b>SRMSE</b>	0,3066	2,0229
<b>RMSE</b>	3,6486	26,2684
<b>RNWP</b>	0,1058	0,8012