



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE  
EDIFICIOS ALTOS DE PLANTA LIBRE  
INCLUYENDO EL EFECTO FLEXURAL DE  
LA LOSA**

**JAVIER ANDRÉS ENCINA MUÑOZ**

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado  
como parte de los requisitos para optar al grado de  
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:  
JUAN CARLOS DE LA LLERA

Santiago de Chile, Enero 2011

© MMXI, JAVIER ANDRÉS ENCINA MUÑOZ



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE  
EDIFICIOS ALTOS DE PLANTA LIBRE  
INCLUYENDO EL EFECTO FLEXURAL DE  
LA LOSA**

**JAVIER ANDRÉS ENCINA MUÑOZ**

Miembros del Comité:

JUAN CARLOS DE LA LLERA

JOSÉ LUIS ALMAZAN

ANDRE COTE

ALFREDO SERPELL

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado  
como parte de los requisitos para optar al grado de  
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Enero 2011

© MMXI, JAVIER ANDRÉS ENCINA MUÑOZ

*A mi familia,  
por su apoyo incondicional*

## AGRADECIMIENTOS

En estas líneas quisiera agradecer a todas aquellas personas que me han apoyado y ayudado para poder llevar a cabo mi tesis.

En primer lugar quiero agradecer a mi familia, por su cariño y apoyo a lo largo de toda mi vida. Mención especial para mis padres, quienes se esmeraron día tras día en brindarme una excelente educación, tanto en lo valórico como en lo académico, lo que me permitió convertirme en la persona que soy.

Quiero agradecer a Francisca por todo el apoyo y amor que me ha entregado durante el tiempo que hemos estado juntos. Tengo fe en que todo lo que nos espera será mejor.

A todos mis amigos les quiero agradecer, ya que de cada uno de ellos he aprendido algo y lo que me ha servido para entender y valorar la amistad en la vida.

También, quiero agradecer a todas las personas que me han ayudado en estos años para poder finalizar mi magíster. Especialmente, a Nelson Maureira y Carlos Arriagada, quienes con su aporte y ayuda permitieron que pudiera resolver en un menor tiempo los problemas que se me presentaron en la tesis. Finalmente, agradezco a mi profesor guía Juan Carlos de la LLera, por el apoyo y la confianza que me brindo durante este tiempo, que me permitieron terminar este largo proceso exitosamente.

A todos ellos, mis más sinceros y eternos agradecimientos.

## INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS . . . . .	iv
INDICE DE FIGURAS . . . . .	vi
INDICE DE TABLAS . . . . .	viii
RESUMEN . . . . .	x
ABSTRACT . . . . .	xi
1. INTRODUCCION . . . . .	1
2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA . . . . .	3
2.1. Motivación . . . . .	3
2.2. Aspectos de Modelamiento . . . . .	6
2.3. Estructuras de Ejemplo . . . . .	21
2.4. Otras Aplicaciones . . . . .	37
2.4.1. Estructura con Disipación de Energía . . . . .	37
2.4.2. Edificio de Muros . . . . .	38
2.5. Comentarios y conclusiones . . . . .	42
2.6. Agradecimientos . . . . .	44
REFERENCIAS . . . . .	45
ANEXO A. Propiedades Geométricas del Edificio NLCII . . . . .	47
ANEXO B. Propiedades Geométricas del Edificio PA . . . . .	56
ANEXO C. Propiedades Geométricas del Edificio I . . . . .	61

## INDICE DE FIGURAS

2.1 Comportamiento flexural de losas en el terremoto de Chile 2010 . . . . .	5
2.2 Representación del modelo WCA y detalle de unión rotulada . . . . .	7
2.3 Definición de GDL en un muro tipo del modelo WCA . . . . .	8
2.4 Sección del muro U de ejemplo . . . . .	9
2.5 Espectros sísmicos considerados . . . . .	11
2.6 Comparación de desplazamientos y giros entre modelos WCA y FEM . . . . .	11
2.7 Comparación de esfuerzos de corte y torque entre modelos WCA y FEM . . . . .	12
2.8 Esquema de los métodos alternativos para la modelación de la losa . . . . .	13
2.9 Esquema del mallado de la losa y definición de GDL en la losa y elementos WCA . . . . .	15
2.10 Vinculación de los giros tangenciales de los nodos de conexión y esclavos . . . . .	17
2.11 GDL de giro en un nodo esclavo en el encuentro entre distintos segmentos de muro . . . . .	18
2.12 Ejemplo de un nudo de encuentro entre segmentos de muro ortogonales . . . . .	19
2.13 Plantas tipos de Edificios A y G . . . . .	21
2.14 Plantas tipos de Edificios NLCII y PA . . . . .	23
2.15 Error relativo entre modelos WO y PM en la altura, Edificio A . . . . .	27
2.16 Espectro de aceleración utilizado por Georgoussis . . . . .	29
2.17 Variación de periodos producto de la rigidez de la losa para Edificios NLCII y PA . . . . .	32
2.18 Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del desplazamiento de techo para Edificio NLCII sometido al registro de Melipilla . . . . .	35
2.19 Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del corte basal para Edificio NLCII sometido al registro de Corralitos . . . . .	35
2.20 Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del desplazamiento de techo para Edificio PA sometido al registro de San Pedro . . . . .	36
2.21 Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del corte basal para Edificio PA sometido al registro de Sylmar . . . . .	36

2.22 Ubicación hipotética de los amortiguadores en el Edificio PA . . . . .	37
2.23 Desplazamiento del techo dir. Y con amortiguadores, Edificio PA . . . . .	38
2.24 Planta Edificio I . . . . .	39
A.1 Planta típica Edificio NLCII . . . . .	49
A.2 Geometría muro M1, Edificio NLCII . . . . .	50
A.3 Geometría muro M2, Edificio NLCII . . . . .	51
A.4 Geometría muro M3, Edificio NLCII . . . . .	52
A.5 Geometría muros M4, M5 y M6, Edificio NLCII . . . . .	53
B.1 Definición de los puntos de la planta, Edificio PA . . . . .	57
B.2 Definición de los muros y columnas, Edificio PA . . . . .	58
C.1 Definición de los puntos de la planta, Edificio I . . . . .	62
C.2 Nombre de los muros, Edificio I . . . . .	64

## INDICE DE TABLAS

2.1 Comparación de formas modales para el muro en U . . . . .	10
2.2 Datos de los registros sísmicos considerados . . . . .	24
2.3 Comparación de los periodos T(s) para los distintos modelos del Edificio A . . . . .	25
2.4 Comparación de periodos con modelo Edificio G . . . . .	28
2.5 Comparación del corte basal normalizado Edificio G . . . . .	29
2.6 Comparación modos modelo NLCII . . . . .	30
2.7 Comparación de periodos entre modelos FEM-Etabs y PM para Edificio PA . . . . .	31
2.8 Resultados tiempo historia Edificio NLCII . . . . .	33
2.9 Resultados tiempo historia Edificio PA . . . . .	33
2.10 Comparación de Periodos (s) para Edificio I . . . . .	40
2.11 Razón de tiempo computacional . . . . .	41
A.1 Altura de entrepiso, Edificio NLCII . . . . .	48
A.2 Propiedades geométricas muro M1, Edificio NLCII . . . . .	50
A.3 Propiedades geométricas muro M2, Edificio NLCII . . . . .	51
A.4 Propiedades geométricas muro M3, Edificio NLCII . . . . .	52
A.5 Propiedades geométricas muro M4, Edificio NLCII . . . . .	53
A.6 Propiedades geométricas muro M5, Edificio NLCII . . . . .	53
A.7 Propiedades geométricas muro M6, Edificio NLCII . . . . .	54
A.8 Posición de las columnas, Edificio NLCII . . . . .	54
A.9 Propiedades geométricas columnas, Edificio NLCII . . . . .	55
A.10 Propiedades geométricas vigas, Edificio NLCII . . . . .	55
B.1 Coordenadas de los puntos de la planta, Edificio PA . . . . .	57
B.2 Coordenadas muros M1, M2, M3 y M4, Edificio PA . . . . .	59
B.3 Coordenadas muros M5, M6 y M7, Edificio PA . . . . .	59

B.4 Espesores de los muros, Edificio PA . . . . .	59
B.5 Ubicación y propiedades columnas, Edificio PA . . . . .	60
B.6 Propiedades vigas, Edificio PA . . . . .	60
C.1 Coordenadas de los puntos de la planta, Edificio PA . . . . .	63
C.2 Coordenadas de los muros M1, M2, M3, M4 y M5, Edificio I . . . . .	65
C.3 Coordenadas de los muros M6, M7, M8, M9 y M10, Edificio I . . . . .	65
C.4 Coordenadas de los muros M11, M12, M13, M14 y M15, Edificio I . . . . .	65
C.5 Coordenadas de los muros M16, M17, M187, M19 y M20, Edificio I . . . . .	66
C.6 Coordenadas de los muros M11, M12, M13, M14 y M15, Edificio I . . . . .	66
C.7 Espesores de los muros, Edificio I . . . . .	67

## RESUMEN

En las etapas preliminares del diseño de un edificio de planta libre, es necesario evaluar diferentes configuraciones estructurales para alcanzar un desempeño sísmico adecuado. Sin embargo, el uso de complejos modelos estructurales 3D, resulta impráctico para las oficinas de ingeniería, dada la agilidad de respuesta que requieren los arquitectos y mandantes. Por esto surge la necesidad de evaluar más rápidamente y con una precisión aceptable el desempeño sísmico de estas configuraciones. Existen en la literatura distintos métodos de estimación basados en el uso de elementos continuos; sin embargo, la calibración “a priori” de las propiedades de dichos elementos es compleja. Adicionalmente, en la gran mayoría de los casos se ha ignorado el aporte de la rigidez flexural de la losa en el modelo. Consecuentemente, se estudia aquí un método simplificado que incluye el efecto flexural de la losa y considera a los muros a través de una analogía de columna ancha. El modelo impone restricciones cinemáticas en la interacción entre los muros y la losa. Al comparar los modos de vibración y las respuestas en el tiempo de este modelo con un modelo 3D de elementos finitos se observan buenos resultados. El modelo propuesto captura la esencia del comportamiento sísmico de la estructura, con errores menores al 6% para las respuestas modales y logra una razón de tiempo de hasta un 1:45 en relación a los modelos 3D utilizados corrientemente. Finalmente, el modelo está pensado para incluir sistemas de disipación de energía y el comportamiento inelástico de los muros del núcleo.

**Palabras Claves:** Edificios de planta libre, Rigidez flexural de la losa, Analogía de columna ancha, Restricciones cinemáticas.

## ABSTRACT

In initial stages of free plan buildings design, it is necessary to evaluate different structural configurations in order to reach an appropriate seismic performance. The use of complex 3D structural models for this purpose is still unpractical for engineering offices due to the agility in the answer required by the architects and owners. For this reason, a faster evaluation method with an acceptable accuracy of the seismic performance of these configurations is required. In literature, there are different estimation methods based in the use of continuous elements, but “a priori” calibration of the properties of these elements is complex. Additionally, in most of these methods, the contribution of flexural stiffness of the slab in the model had been neglected. Consequently, in this document a simplified method that includes the flexural stiffness of the slab and considers the shear walls through a wide column analogy is studied. The model imposes kinematic constraints on interaction between shear walls and slabs. Good agreement is observed in the comparison of the modal results and time-response of this model with the results of 3D finite element analysis. The proposed model captures the seismic behavior essence of the structure, produces errors less than 6% for modal responses and results in a time rate of 1:45 in relation to commonly used 3D models. Finally, the model is intended to be extended, in order to include energy dissipation devices and inelastic behavior of the core shear walls.

**Keywords:** Free plan buildings, Flexural stiffness of slab, Wide column analogy, Kinematic constraints.

## 1. INTRODUCCION

En los últimos años, nuestro país ha experimentado un crecimiento constante en la cantidad de edificios construidos. De hecho, durante el periodo comprendido entre los años 2002 y 2007, la cantidad de metros cuadrados construidos por mes se incrementó en un 40%, según datos de la Cámara Chilena de la Construcción. Una de las razones para explicar este incremento, es el creciente desarrollo que ha experimentado la edificación en altura en el país, impulsado por la introducción de la estructuración de “planta libre”. Este concepto, orientado principalmente para ser utilizado en edificios de oficina, fue rápidamente aceptado por arquitectos, dado que les permite una gran flexibilidad para la organización de los espacios interiores, junto con la facilidad que tienen para ser vendidos.

El concepto de planta libre consiste básicamente en un edificio estructurado en base a cuatro componentes principales: (i) un núcleo central para la caja de ascensores y escaleras, (ii) un marco perimetral, (iii) una losa de hormigón y (iv) una cantidad considerable de niveles subterráneos destinados principalmente a estacionamientos. El número usual de pisos de estos edificios varían entre los 20 y 35, aunque en los últimos años se han desarrollado proyectos mucho más altos.

Dado el incremento en la cantidad de proyectos de edificación en altura para edificios de planta libre, es necesario contar con herramientas que permitan predecir el comportamiento de la estructura en las etapas iniciales. Lo anterior permitiría tomar decisiones sobre posibles cambios en la estructuración o sobre la inclusión de dispositivos de disipación de energía, para controlar la respuesta en la altura. El común de la práctica actual se basa en el desarrollo de complejos modelos tridimensionales de elementos finitos. Sin embargo, estos modelos no resultan adecuados para realizar análisis de sensibilidad en las etapas de pre diseño, dado el elevado costo computacional que requieren. Bajo este concepto, es que surgen y se desarrollan los modelos simplificados para el análisis de edificios.

La mayoría de los modelos simplificados se encuentran basados en la teoría de elementos continuos, donde la totalidad o cada uno de los componentes estructurales son reemplazados por una viga continua y a través de la solución de sistemas de ecuaciones diferenciales, se pueden determinar las características dinámicas de la estructura. Estos modelos resultan adecuados para

estructuras relativamente simples. Sin embargo, en estructuras reales de mayor complejidad, pierden validez ya que generalmente se escapan de los alcances iniciales de la metodología. No obstante, uno de los mayores defectos de estos métodos radica en que omiten el efecto de la rigidez flexural fuera del plano de la losa y el acoplamiento que se produce entre los elementos estructurales a través de la misma. Al omitir este efecto, se pueden cometer errores considerables en la estimación preliminar del comportamiento estructural, que puede llevar a un diseño inadecuado.

En el presente trabajo se desarrolla una metodología simplificada para el análisis de edificios de planta libre incluyendo el efecto flexural de la losa. Utilizando la analogía de columna ancha, se logra representar adecuadamente el comportamiento dinámico de los muros del núcleo. Para considerar la correcta compatibilidad entre los muros y la losa, se aplican restricciones cinemáticas y condiciones de rigidez. Junto con lo anterior, se utiliza el concepto de subestructuración para generar un macro elemento piso, que permite reducir la cantidad de grados de libertad del problema. La metodología desarrollada es validada a través de cuatro estructuras de ejemplo; desde estructuras simétricas hasta el caso de estructuras asimétricas con propiedades que varían en la altura. Además, la metodología desarrollada es ampliada al caso de análisis de edificios con dispositivos de disipación de energía y edificios habitacionales estructurados principalmente en base a muros.

## **2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS ALTOS DE PLANTA LIBRE INCLUYENDO EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA**

### **2.1. Motivación**

Una de las características actuales más llamativas del desarrollo de proyectos en edificación sismorresistente, es el poco tiempo invertido en la definición de una estructuración adecuada y la incapacidad de realizar una correcta retroalimentación en las etapas preliminares de un proyecto estructural. El método usual de análisis considera desarrollar un modelo de elementos finitos (FEM). Sin embargo, resulta impráctico pensar que se generen muchos modelos distintos para definir una estructuración adecuada, y menos si se desea evaluar su respuesta inelástica. El resultado es que solo se generan pequeñas alteraciones al concepto estructural original y no se evalúan distintas configuraciones. Conseguir un diseño óptimo de una estructura será cada vez más relevante en el futuro, por lo cual es necesario contar con herramientas más ágiles para realizar estimaciones del comportamiento en las etapas preliminares del diseño sismorresistente.

En el caso de edificios altos destinados a oficinas, la flexibilidad necesaria en la organización de los espacios interiores conduce a estructuraciones denominadas de planta libre. Estructuralmente, la resistencia lateral es provista por un núcleo central de muros de corte y un marco perimetral, ambos conectados por una losa, usualmente postensada. Observaciones obtenidas a partir del terremoto de Chile del 27 de Febrero de 2010, muestran que esta losa cumple un rol de acoplamiento, el que debe ser considerado en el diseño.

La aproximación clásica en el estudio de modelos simplificados para edificios altos, ha sido a través del uso de elementos continuos. Para edificios de marcos, se ha estudiado la respuesta considerando plantas asimétricas, con propiedades idénticas en la altura (Kuang & Ng, 2008) o para propiedades variables en la altura (Rafezy, Zare, & Howson, 2007), desarrollando expresiones para encontrar los valores propios y las formas modales asociadas para el caso en que la vibración lateral esta acoplada a la torsión de la planta. En el caso de edificios de muros, también se han desarrollado modelos para calcular los valores propios en edificios de planta asimétrica, con los muros orientados en direcciones perpendiculares (Kuang & Ng, 2001) como también para el caso de muros oblicuos (Meftah, Tounsi, & Abbas, 2007). Rafezy y Howson (Rafezy & Howson, 2009) estudiaron el caso de edificios de muros de corte y núcleos, con sección

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

variables en la altura, desarrollando expresiones para encontrar las frecuencias más bajas, para edificios de entre 10 y 60 pisos. Para estructuraciones de muros y marcos, hay trabajos que logran expresiones simplificadas para calcular las primeras frecuencias, combinando la rigidez de los diferentes elementos estructurales, tanto para el caso de plantas simétricas (Georgoussis, 2006) como plantas asimétricas (Georgoussis, 2009) con la misma sección en toda la altura. Adicionalmente, Kuang y Ng (Kuang & Ng, 2004) estudiaron la estructuración con muros, marcos, núcleo y muros acoplados con sección uniforme en la altura, derivando la ecuación del movimiento y el correspondiente problema de valores propios. Se utilizó la técnica del Galerkin para resolver el problema y con un procedimiento computacional se encontraron las frecuencias naturales acopladas y los modos de vibración asociados.

Todos los trabajos anteriores, consideran que la resistencia lateral del edificio proviene de la suma en paralelo de las rigideces individuales de cada una de sus componentes; es decir, se desprecia cualquier interacción que se produce entre ellos, debido por ejemplo, a la losa. Intuitivamente, este supuesto puede resultar más adecuado en edificios de marcos, ya que ellos adoptan una deformada similar a una viga en corte, imponiendo una baja deformación de la losa. Sin embargo, en edificios de planta libre, donde el núcleo arrastra en su deformada a la losa, despreciar el efecto de la rigidez flexural puede subestimar fuertemente la rigidez lateral del edificio. Este punto ha sido observado por otros autores, (Lee, HS, & Chun, 2002) y (Kim, Yu, Kim, & Kim, 2009), como también de forma práctica. La Fig. 2.1 muestra el daño ocurrido en edificios de planta libre y muros en el reciente terremoto de Chile, lo que indujo daño severo en las losas como elemento de acoplamiento.

Incluir la rigidez flexural de la losa a través de un mallado adecuado en el modelo estructural, incrementa su costo computacional lo que reduce la posibilidad de iterar con modelos distintos para optimizar una estructuración adecuada. Consecuentemente, es necesario buscar simplificaciones, tales como modelar los muros a través de la analogía de columna ancha (WCA por sus siglas en inglés), como lo han hecho varios autores en el análisis tridimensional de muros de secciones abiertas. Xenidis *et al* (Xenidis, Morfidis, & Avramidis, 2000) compararon los resultados de un núcleo de un edificio modelado con diversos niveles de simplificación en contraste con un modelo FEM, concluyendo que el modelo WCA provee las menores desviaciones. El modelo WCA ha sido utilizado para el análisis de edificios asimétricos (Akis, Tokdemir, &

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

Yilmaz, 2009) y en el análisis de inelástico de muros de sección U (Beyer, Dazio, & Priestley, 2008).

Basados en estas necesidades, este trabajo presenta una metodología simplificada para el análisis preliminar de edificios altos de planta libre, que considera por una parte la analogía WCA para el modelamiento de los muros del núcleo, y por otra el efecto de acoplamiento de la losa como un macro elemento, similar a lo presentado por otros autores (Lee et al., 2002). Para reducir la dimensión del problema, se recurre a restricciones cinemáticas de forma que el método propuesto pueda servir efectivamente en las etapas preliminares de diseño.

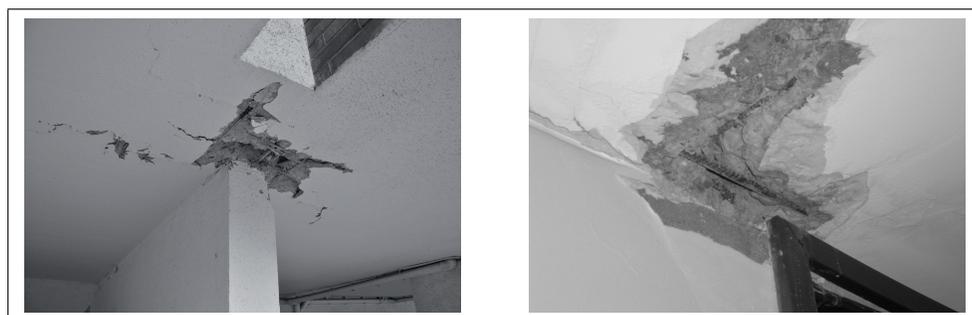


FIGURA 2.1. Comportamiento flexural de losas en terremoto de Chile (2010)

### 2.2. Aspectos de Modelamiento

Un edificio de planta libre se caracteriza por sus tres componentes principales: un marco perimetral, un núcleo central de muros de corte y un diafragma rígido que los acopla. Debido a la masividad de los subterráneos, en esta investigación los edificios se consideran empotrados en su base y se asume además que su comportamiento es lineal y elástico. La losa se asume que es infinitamente rígida en su plano, pero posee rigidez flexural fuera de él. La masa se asocia a los dos grados de libertad (GDL) laterales del diafragma y a la rotación en torno a un eje vertical. Esto implica 3 GDL dinámicos por piso, los que son referidos al centro de masa (CM) de cada piso. Todos los GDL sin masa son condensados estáticamente.

Los muros de sección abierta se modelaron utilizando la analogía WCA, en que cada segmento plano de muro, se reemplaza por una columna equivalente con las propiedades mecánicas nominales de la sección. Se identifica como “alma” (o *web* en inglés) el segmento del muro que posee la mayor longitud o al cual se conectan la mayor cantidad de otros segmentos; y se identifica como las “alas” (o *flanges* en inglés) a los segmentos de muro de menor longitud que se conectan al alma. Esta analogía es similar a lo que se considera en los perfiles metálicos. Cada columna equivalente cuenta con dos nodos, y con 6 GDL por nodo (Fig. 2.2 b). En cada elemento equivalente se considera el efecto de las deformaciones por corte y la torsión según la teoría de Saint Venant. La compatibilidad de los distintos segmentos de muro se logra mediante vigas rígidas, y según la recomendación de Akis *et al* (Akis et al., 2009), estas vigas rígidas se rotulan torsionalmente en los puntos de encuentro, lo que permite representar en forma aproximada el alabeo de la sección (Fig. 2.2). Sin embargo, en el modelo el efecto de las vigas rígidas es reemplazado por restricciones cinemáticas que permiten reducir la dimensión de las matrices involucradas en el problema.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

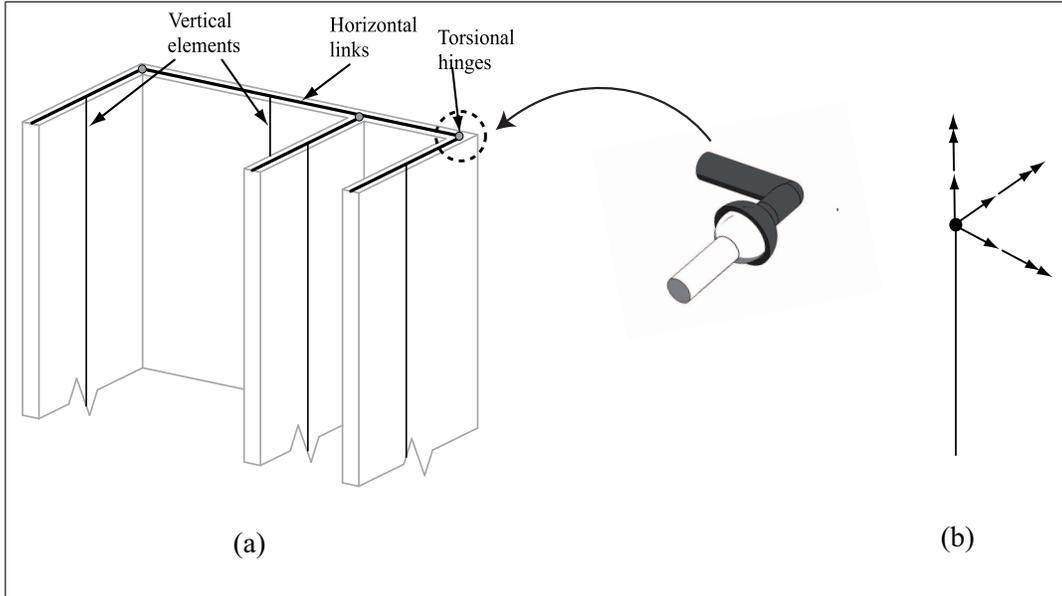


FIGURA 2.2. Representación esquemática del modelo WCA para muros y detalle de una unión rotulada, (b) Elemento columna utilizado en el modelado WCA con los GDL de un nodo

Las rótulas torsionales descritas permiten independizar los giros en el plano vertical de las alas de los giros en el plano del alma (Fig. 2.3). La compatibilidad de desplazamiento vertical se impone por simple cinemática tal como indica la Eq. 2.1:

$$w_z^i = w_z^M + d_C \theta_n^M + d_i \theta_n^i \quad (2.1)$$

donde  $w_z^i$  es el desplazamiento vertical del elemento del ala  $i$ , con  $i = 1, \dots, N_f$ ;  $N_f$  es el número total de alas de la sección;  $w_z^M$  es el desplazamiento vertical de la columna maestra del alma;  $\theta_n^M$  y  $\theta_n^i$  representan los giros flexurales en la dirección normal al alma y ala  $i$ , respectivamente;  $d_C$  es la proyección de la distancia entre el punto de encuentro C ( $\mathbf{X}_C$ ) y el punto donde se ubica la columna equivalente del alma ( $\mathbf{X}_M$ ) en la dirección tangente unitaria al alma ( $\mathbf{t}_w$ );  $d_i$  es la proyección de la distancia entre el punto de la columna del ala  $i$  ( $\mathbf{X}_i$ ) y el punto de encuentro C en la dirección tangente unitaria al ala  $i$  ( $\mathbf{t}_f^i$ ), tal como lo indican las Ecuaciones 2.2 y 2.3 respectivamente.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

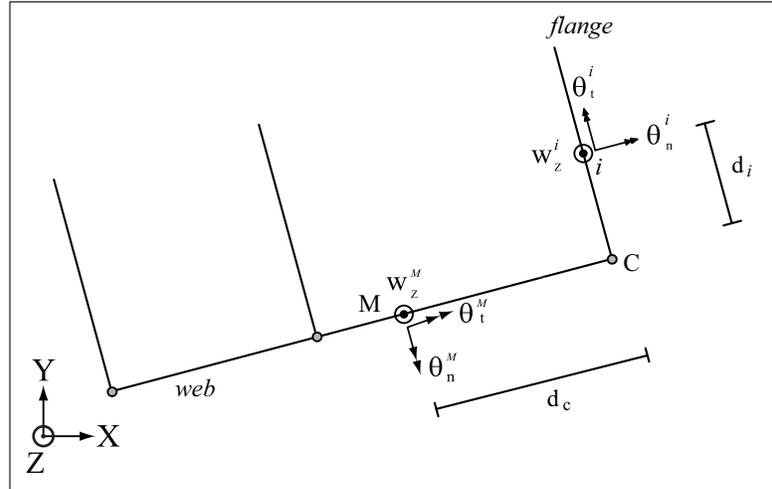


FIGURA 2.3. Definición de GDL en un muro tipo del modelo WCA

$$d_C = (\mathbf{X}_C - \mathbf{X}_M) \cdot \mathbf{t}_w \quad (2.2)$$

$$d_i = (\mathbf{X}_i - \mathbf{X}_C) \cdot \mathbf{t}_f^i \quad (2.3)$$

Para demostrar la precisión del modelo WCA, en la modelación de muros de sección abierta, se compararon los resultados del modelo simplificado y los del modelo FEM, al analizar el muro de la Fig. 2.4. El muro de comparación posee 10 pisos y tiene forma de U, espesor 0.25 m, y el resto de las dimensiones se presentan en la Fig. 2.4. La altura de los pisos es de 3.0 m y se asume una condición de diafragma rígido en su plano. El módulo de elasticidad del hormigón es  $E_c = 2.4821 \times 10^4$  MPa,  $\nu = 0.2$  y peso específico  $\gamma = 25.01$  KN/m<sup>3</sup>. El modelo FEM utiliza un elemento tipo *shell* con un tamaño máximo de elemento de 0.5 m. Tanto en el modelo WCA como en el modelo FEM la masa, que proviene del peso propio, se concentra en el nivel de los pisos en los 3 GDL del diafragma asignado.

La Tabla 2.1 muestra la comparación de las propiedades dinámicas, donde  $U_X$ ,  $U_Y$  y  $\Theta$  indican los porcentajes de participación modal en las direcciones laterales  $X$  e  $Y$  junto con la rotación en torno al eje vertical  $Z$ . A pesar de usar valores nominales, los resultados del

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

modelo WCA presentan errores menores al 3% en relación a los obtenidos con el modelo FEM. Las diferencias en los períodos varían entre un mínimo de 0.71% para el segundo modo y un máximo de 3.02% para el tercer modo. En cuanto a la participación modal, el modelo WCA es capaz de capturar de forma precisa las masas modales del modelo FEM, induciendo errores en un rango entre un 0.05% en  $U_Y$  para el segundo modo, hasta un 26.05% en  $U_X$  para el sexto modo. Aunque esta diferencia puede parecer importante, dado que se trata un modo superior, no debiera afectar mayormente la respuesta estructural. Notar también que el modelo WCA es capaz de capturar adecuadamente el acoplamiento existente entre la traslación en la dirección X y la rotación entorno al eje Z. Es evidente que si podemos estimar estas propiedades, como el periodo, con un error inferior al 3%, parece innecesario tener que complicar excesivamente un modelo para efectos de pre diseño.

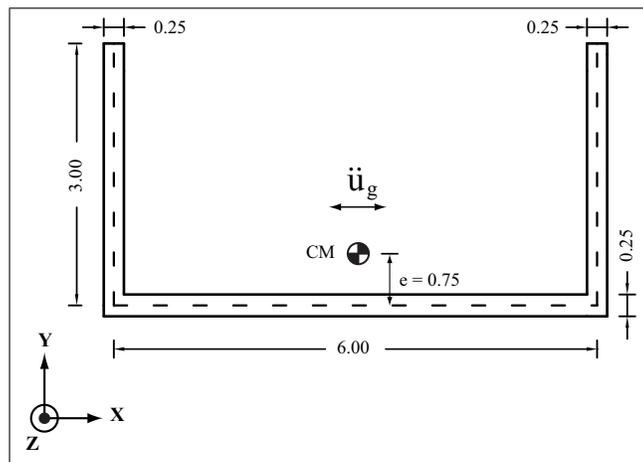


FIGURA 2.4. Sección del muro U considerada en el ejemplo

TABLA 2.1. Comparación de formas modales para el muro en U

Mode number	FEM				WCA			
	T (s)	$U_X$ (%)	$U_Y$ (%)	$\Theta$ (%)	T (s)	$U_X$ (%)	$U_Y$ (%)	$\Theta$ (%)
1	0.578	26.80	0.00	39.25	0.583	26.87	0.00	39.18
2	0.534	0.00	65.00	0.00	0.538	0.00	65.03	0.00
3	0.179	40.14	0.00	27.60	0.184	40.55	0.00	28.13
4	0.113	8.09	0.00	11.29	0.114	8.16	0.00	11.32
5	0.094	0.00	20.92	0.00	0.095	0.00	21.12	0.00
6	0.045	4.36	0.00	2.86	0.046	5.49	0.00	2.13

Al mismo modelo (Fig. 2.4) se le aplica un análisis dinámico con el espectro de la norma chilena de aislación sísmica NCh 2745 (INN, 2003) (Fig. 2.5) para suelo firme en dirección X. La comparación de los desplazamientos espectrales máximos en dirección X y la rotación máxima en torno a Z (Fig. 2.6) muestra que el modelo WCA representa adecuadamente la respuesta del modelo FEM en toda la altura del muro. La mayor diferencia entre el modelo FEM y WCA, para el desplazamiento en X, ocurre en el piso 4 con un error de 1.64%; y para la rotación en el primer nivel con un error de 2.25%. En el último piso, el modelo WCA tiene un desplazamiento en dirección X de 5.53 cm en comparación con los 5.46 cm del modelo FEM, con un error de un 1.37%. Para la rotación torno a Z en el último piso, el modelo WCA entrega un giro de  $2.51 \times 10^{-2}$  rad y el modelo FEM  $2.48 \times 10^{-2}$  rad, error de un 1.21%. A pesar de la mayor flexibilidad del modelo WCA, esto no influye mayormente en la respuesta.

Los esfuerzos de corte en la dirección X,  $V_X$ , y el momento torsional en dirección Z,  $T_Z$ , se muestran en la Fig. 2.7. El corte se normaliza con respecto al peso sísmico,  $W$ , y el momento torsional con respecto al peso sísmico multiplicado por la excentricidad del centro de masa,  $e$ . Se observa nuevamente que ambos modelos son razonablemente coincidentes. En el caso del esfuerzo de corte por piso en dirección X, la mayor diferencia ocurre en el cuarto nivel con un 1.63% de error. A nivel basal y en la dirección X, el error es de un 1.26% entre ambos casos. En el caso del torque por piso, la mayor diferencia ocurre en el cuarto piso con un error de un 1.86%. El torque basal difiere entre ambos modelos en un 1.81%.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

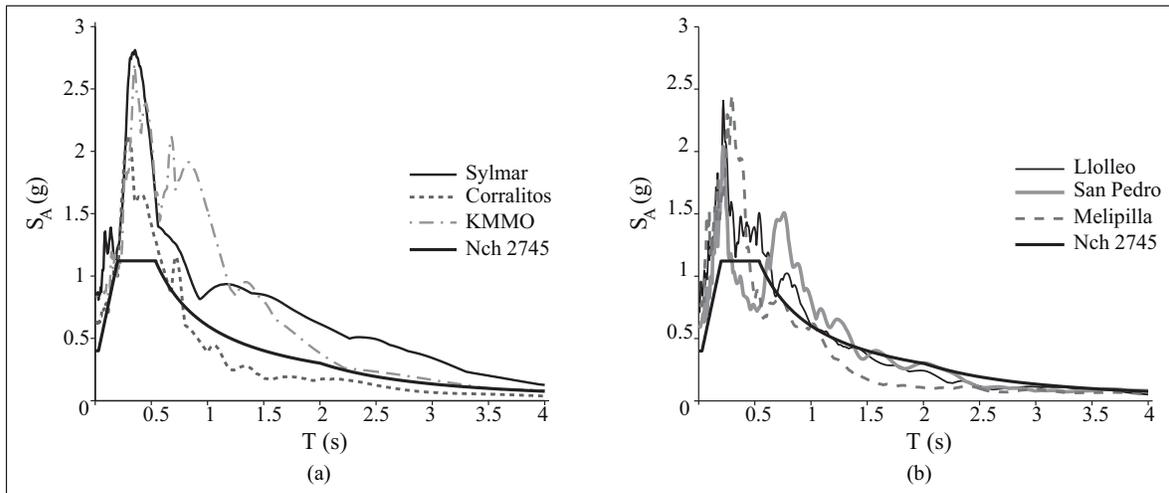


FIGURA 2.5. Espectros de registros considerados: (a) Corticales; y (b) Subducción, superpuesto al espectro de la norma chilena de aislamiento sísmico Nch 2745 con parámetros  $Z = 1$ , suelo tipo  $II$  y razón de amortiguamiento  $\xi = 5\%$

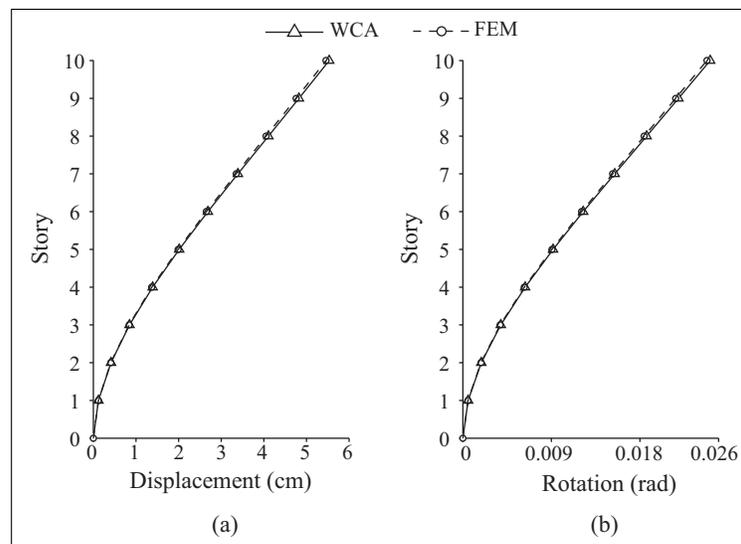


FIGURA 2.6. Comparación de desplazamientos y giros obtenidos de los modelo WCA y FEM y análisis espectral, (a) desplazamiento máximo en dirección X; (b) rotación máxima en torno al eje Z

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

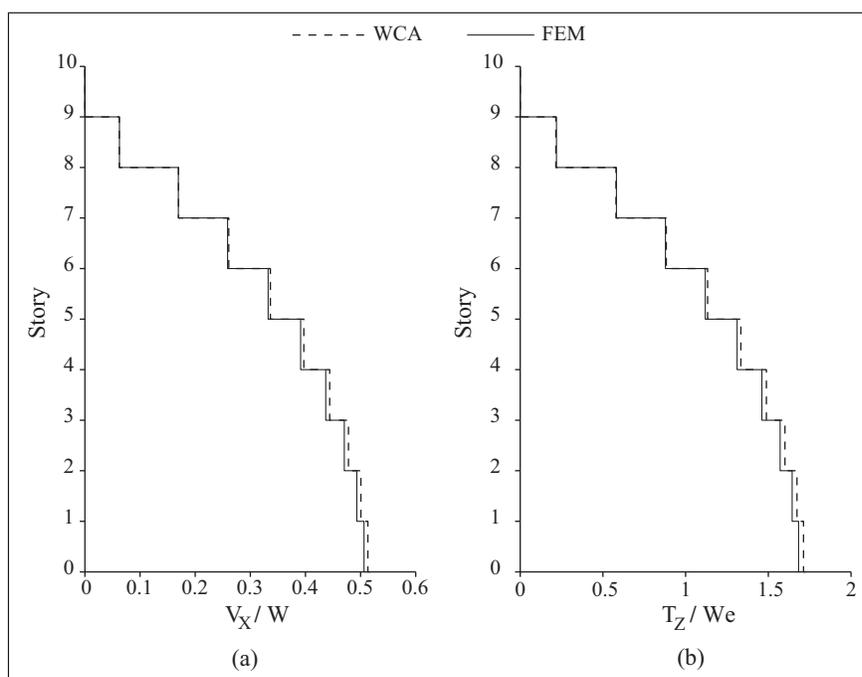


FIGURA 2.7. Comparación de esfuerzos de corte y torque por piso para los modelos WCA y FEM para análisis espectral, (a) Corte dirección X, (b) Momento torsor dirección Z

La importancia del efecto de la losa como elemento de acoplamiento se hizo evidente en el terremoto de Chile del 27 de Febrero de 2010. La eliminación de los dinteles en la práctica habitual chilena de edificios tiene como consecuencia el mayor trabajo de las losas tal como se muestra en la Fig. 2.1. Debido a esto, se observó fisuramiento y daño por esfuerzos de corte y flexión en las losas. En estos casos, las losas actuaron como dinteles, acoplando los elementos verticales, entregando rigidez y permitiendo el traspaso de esfuerzos entre elementos. Esta observación permite notar la importancia de la rigidez flexural de la losa dentro de la rigidez lateral del edificio. Este efecto está influenciado por la separación entre los elementos estructurales, pues para el caso de edificios de planta libre, si la separación entre el núcleo y los elementos perimetrales aumenta, la rigidez de la losa pierde importancia en la respuesta global, tal como ha sido estudiado por Coull y Wong (Coull & Wong, 1986).

Un punto importante dentro de esta investigación, es el efecto de la rigidez flexural de la losa. Este efecto puede ser considerado a través de elementos simples como resortes; utilizando

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

alguna metodología típica como el de las franjas (También conocido como el método del pórtico equivalente ) (McCormac, 2002) , o empleando el método del emparrillado (Gordon & May, 2004). En la Fig. 2.8 se indican en forma esquemática como se aplican los métodos de las franjas y del emparrillado. Sin embargo, estas alternativas tienen algunas desventajas importantes que dificultan su implementación en forma relativamente automática. En el caso de utilizar resortes equivalentes, se hace necesario realizar una calibración para cada caso en particular, ya que la rigidez del resorte dependerá de diversos factores, tales como la distribución de los elementos en la planta y la cercanía a los bordes de la losa. El método de las franjas se ha utilizado en edificios de marcos, y aunque existen expresiones para considerar la presencia de muros, solo se remiten a casos particulares y relativamente simples. Además en este método resulta difícil considerar la interacción entre los elementos verticales a través de la losa. El método del emparrillado resulta una alternativa adecuada, sin embargo, también requiere de calibración, principalmente para incluir adecuadamente el efecto torsional en la losa. Por estos motivos se elige modelar la losa a través de elementos finitos, ya que los principales problemas de los otros métodos no se presentan, como la necesidad de calibración y la falta de interacción, y el método se puede adaptar a cualquier tipo de planta estructural.

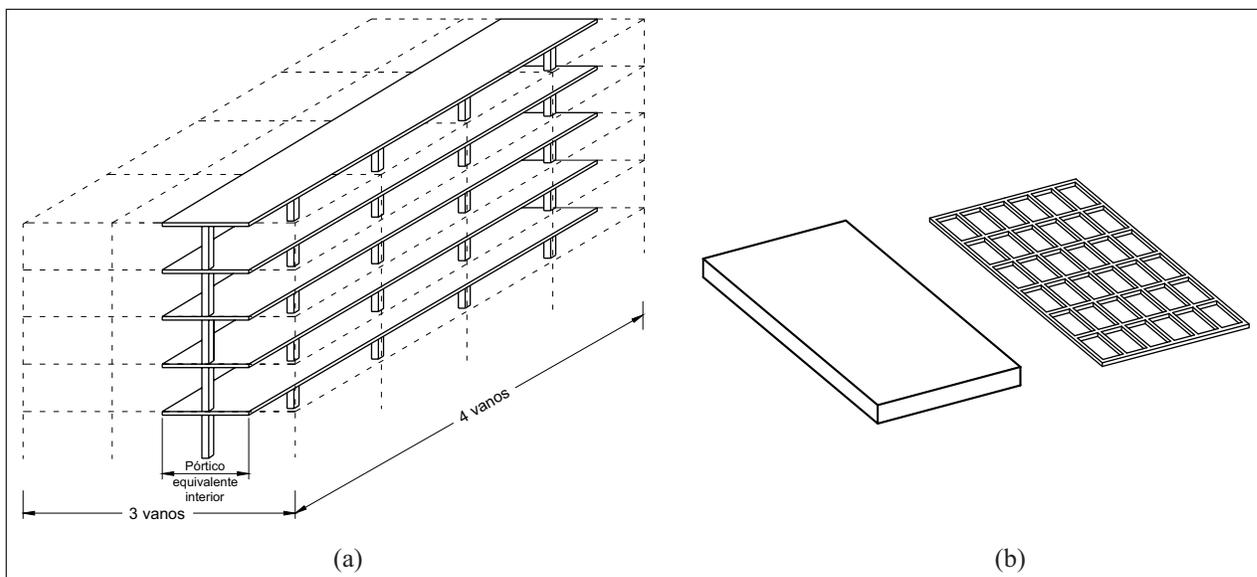


FIGURA 2.8. Esquema de los métodos alternativos para la modelación de la losa (a) Método de la franja o del pórtico equivalente (b) Método del emparrillado

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

Para modelar adecuadamente el efecto que tiene la rigidez flexural de la losa en la rigidez lateral del edificio, es necesario considerar el efecto placa en el modelo FEM. Debido a que el efecto flexural de la losa implica el desarrollo de una malla fina, que debe conectarse a los elementos verticales en algunos puntos específicos de la planta y en cada piso, la matriz de rigidez de toda la estructura aumenta considerablemente de tamaño. Resulta entonces mucho más adecuado utilizar la subestructuración y definir un macro elemento para el piso, incluyendo la losa y las vigas conectadas a esta, que permita la conexión directa con los elementos verticales, esto es, muros y columnas. La matriz de rigidez resultante esta asociada a los GDL del diafragma de cada piso y a los desplazamientos verticales y rotaciones flexurales de los elementos verticales.

Para generar el macro elemento piso, que incluye a la losa y las vigas, estos elementos se aíslan de los elementos verticales, y se realiza el mallado de los elementos del piso, teniendo en cuenta que los nodos de las vigas y de la losa deben coincidir para asegurar la correcta compatibilidad de deformaciones. En un modelo FEM 3D consistente, al generar el mallado del edificio, los nodos de los muros coinciden con los nodos de la losa, lo que por si solo implica una compatibilidad adecuada. Sin embargo, al modelar los muros por medio de WCA, si la conexión solo se hiciera en los nodos comunes de las columnas equivalentes y la losa, no se logra capturar adecuadamente el comportamiento del conjunto losa-muro, ya que quedarían nodos de la losa sin vinculación con los muros, lo que altera el comportamiento y la rigidez del modelo. Para garantizar esta compatibilidad, se aplican restricciones cinemáticas a los nodos comunes de la losa y muros. La Fig. 2.9 muestra el mallado de la losa y el ensamblaje con los elementos WCA. Se identifican 3 tipos de nodos en el macro elemento piso: i) nodos internos, ii) nodos de conexión y iii) nodos esclavos. Los nodos internos a la subestructura corresponden a los nodos que pertenecen al piso pero que no están conectados a ningún otro elemento vertical; los nodos de conexión son comunes al piso y a los elementos verticales; y los nodos esclavos son aquellos que se encuentran a lo largo de los segmentos de los muros y sobre los cuales se imponen las condiciones de compatibilidad. En la Fig. 2.9 también se indican los GDL de los elementos WCA y de los distintos nodos de la losa, excluyendo los GDL asociados al diafragma de piso. Los nodos internos tienen sus GDL de libertad orientados en el sentido del eje global de coordenadas. En el caso de los GDL de los nodos de conexión y esclavos, estos coinciden

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

con la dirección de los GDL de las columnas equivalentes de WCA del piso superior e inferior, definidos en la Figura 2.3.

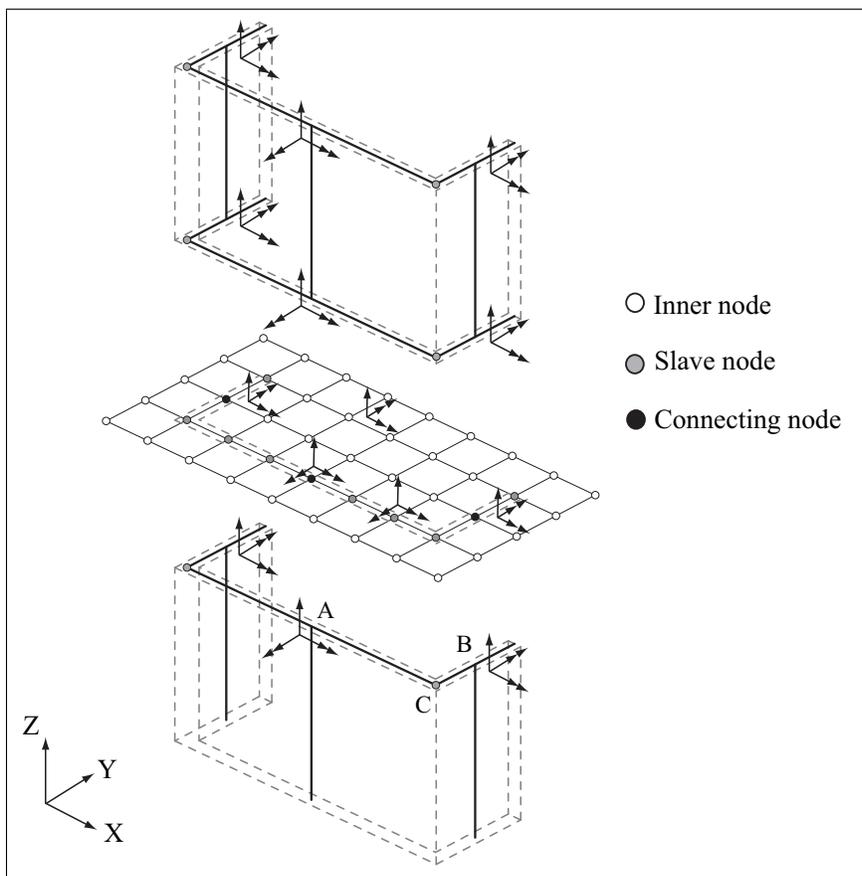


FIGURA 2.9. Esquema del mallado de la losa y definición de GDL en la losa y elementos WCA

El modelo WCA considera vigas rígidas virtuales para lograr la compatibilidad entre los distintos segmentos del muro. Considerando que típicamente la rigidez flexural en el eje fuerte de los muros es mucho mayor que la rigidez flexural de las losas, se impone en los nodos esclavos de la losa la condición de deformación plana en el eje fuerte de cada segmento del muro. Esta condición permite relacionar los desplazamientos verticales y los giros normales al plano vertical del muro de los nodos esclavos con los GDL de los nodos de conexión de la losa. Se imponen restricciones cinemáticas similares a las de la Ecuación 2.1, pero para cada nodo esclavo. En el caso del nodo esclavo  $k$ , que pertenece al alma, esta restricción tiene la forma :

$$w_z^k = w_z^{Mw} + d_k \theta_n^{Mw} \quad (2.4)$$

$$\theta_n^k = \theta_n^{Mw} \quad (2.5)$$

donde  $w_z^k$  representa el desplazamiento vertical del nodo esclavo  $k$  de la losa;  $w_z^{Mw}$  el desplazamiento vertical del nodo de conexión del alma del muro;  $d_k$  es la proyección de la distancia entre el nodo esclavo  $k$  y el nodo de conexión del alma, en la dirección unitaria tangente al alma  $t_w$ , similar a lo indicado por la Ecuación 2.2;  $\theta_n^{Mw}$  y  $\theta_n^k$  representan el giro normal al plano del alma del muro, para el nodo de conexión del alma y para el  $k$ -ésimo nodo respectivamente. Para los nodos esclavos en las alas del muro, se agrega a la restricción el desplazamiento vertical producto de su rotación normal, resultando:

$$w_z^l = w_z^{Mw} + d_C \theta_n^{Mw} + d_{lC} \theta_n^{Mf} \quad (2.6)$$

$$\theta_n^l = \theta_n^{Mf} \quad (2.7)$$

donde  $w_z^l$  corresponde al desplazamiento vertical del  $l$ -ésimo nodo esclavo;  $d_{lC}$  es la proyección en la dirección del eje del ala de la distancia entre el  $l$ -ésimo nodo esclavo y el punto de encuentro C entre ala y alma (similar a lo presentado por la Ecuación 2.3); adicionalmente  $\theta_n^{Mf}$  y  $\theta_n^l$  representan el giro normal al plano vertical del ala del muro en el nodo de conexión B y el  $l$ -ésimo nodo esclavo  $l$  del ala, respectivamente.

Para la flexión en el eje débil del muro, imponer una deformación plana, esto es, igualar todos los giros tangenciales  $\theta_t$  en el muro, no es correcto, ya que con eso se impide el posible alabeo de la sección. Consecuentemente, la relación entre los giros tangenciales corresponde a una condición sobre la rigidez. Xenidis *et al.* (Xenidis et al., 2000) utilizan vigas torsionales flexibles para conectar las columnas del modelo WCA. Extrapolando este concepto para el caso del macro elemento piso, esta viga torsional se utiliza para unir a todos los nodos de conexión y esclavos de la losa, lo que permite relacionar los giros tangenciales  $\theta_t$  de estos nodos, como lo

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

indica la Figura 2.10. En este estudio, la constante torsional asignada a estas vigas torsionales, tanto para las alas como para el alma del muro, es (Xenidis et al., 2000):

$$J = h_p e^3 \left( \frac{1}{3} - 0.21 \frac{e}{h_p} \left( 1 - \frac{e^4}{12h_p^4} \right) \right) \quad (2.8)$$

donde  $h_p$  es la altura del piso en donde se ubica el elemento WCA y  $e$  es el espesor del segmento del muro al que se conecta la viga torsional.

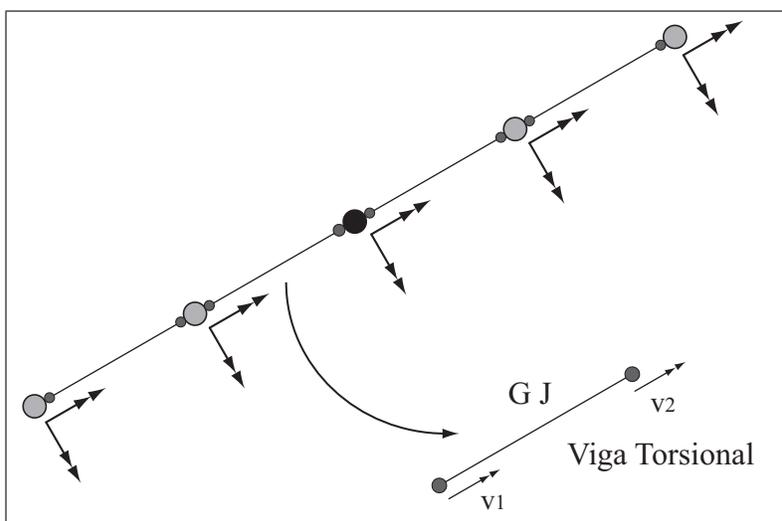


FIGURA 2.10. Vinculación de los giros tangenciales de los nodos de conexión y esclavos a través de una viga torsional y detalle de los esfuerzos asociado a la viga torsional

La vinculación con la viga torsional y la definición de los giros tangenciales es relativamente simple en los nodos de conexión y esclavos, a excepción de los nodos esclavos ubicados en el encuentro de dos segmentos de muros. En este caso ya no es posible aplicar el concepto de giro normal y tangencial propiamente tal, ya que el encuentro no es necesariamente ortogonal. Sin embargo, el supuesto de que los segmentos de muro, tanto para el ala como las alas, se deforman según la teoría de sección plana, sigue siendo válido, por lo que el giro normal de cada segmento es el mismo a lo largo de este. De lo anterior, se desprende que en los nodos de encuentro, se definen dos giros: uno que corresponde al giro normal del alma  $\theta_n^{Mw}$ , y el otro al giro normal del ala  $\theta_n^{Mf}$ , como lo indica la Figura 2.11. En dicha figura se indica un detalle

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

de los nodos esclavos y la definición de los GDL en los nodos de encuentro. El giro  $\theta_w^k$  corresponde al giro tangencial del  $k$ -ésimo nodo del alma, y el giro  $\theta_f^l$  corresponde al giro tangencial del  $l$ -ésimo nodo del ala en cuestión. Para conectar una viga torsional al nodo de encuentro, es necesario relacionar el esfuerzo de la viga torsional (Fig. 2.10) con los GDL definido en el nodo, lo cual se logra al resolver el sistema lineal de la Ecuación 2.9:

$$\mathbf{t} \theta_t = \alpha \mathbf{n}_w \theta_n^{Mw} + \beta \mathbf{n}_f^i \theta_n^{Mf} \quad (2.9)$$

donde  $\mathbf{t}$  corresponde al vector tangente unitario para el segmento analizado: para el caso de la viga torsional que conecta un nodo esclavo del alma con el nodo de encuentro, corresponde al vector  $\mathbf{t}_w$ ; para la viga torsional que conecta el nodo de encuentro con un nodo esclavo del ala, corresponde al vector  $\mathbf{t}_f^i$ ;  $\theta_t$  es el giro de la viga torsional en el nodo que coincide con el punto de encuentro C;  $\mathbf{n}_w$  y  $\mathbf{n}_f^i$  son los vectores unitarios en la dirección normal del alma y del ala  $i$ ;  $\alpha$  y  $\beta$  son los escalares para los cuales se resuelve la Ecuación 2.9. La restricción para el desplazamiento vertical de la Ecuación 2.4 sigue siendo válida en estos nodos esclavos en el punto de encuentro C.

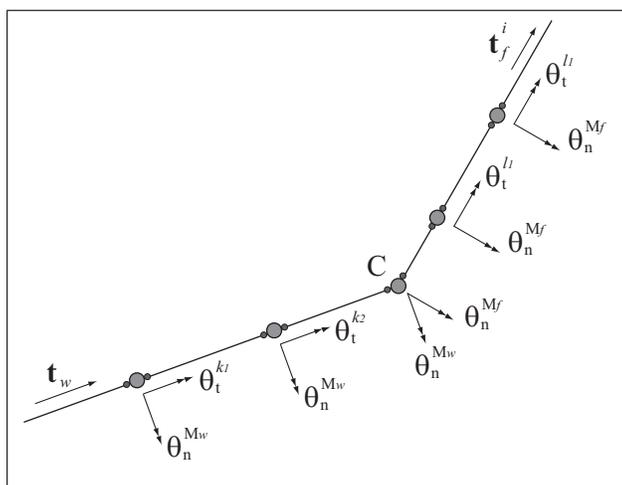


FIGURA 2.11. Definición de GDL de giro en un nodo esclavo en el encuentro entre distintos segmentos de muro

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

Para aclarar el punto anterior, se indica el ejemplo de un encuentro ortogonal entre dos muros, Fig. 2.12, para determinar la relación entre el giro en la dirección de la viga torsional que se conecta entre el nodo esclavo del alma y el nodo de encuentro. En este caso el vector unitario  $\mathbf{t}$  corresponde a  $\mathbf{t}_w$ , reemplazando en la Ecuación 2.9 y resolviendo, se obtiene  $\alpha=0$  y  $\beta=1$ , ya que el vector  $\mathbf{t}_w$  es igual al vector  $\mathbf{n}_f^i$ , y es perpendicular a  $\mathbf{n}_w$ . Se desprende entonces que el giro de la viga torsional en el extremo es igual al giro normal de las alas  $\theta_n$ , tal como se indica en la Fig. 2.12.

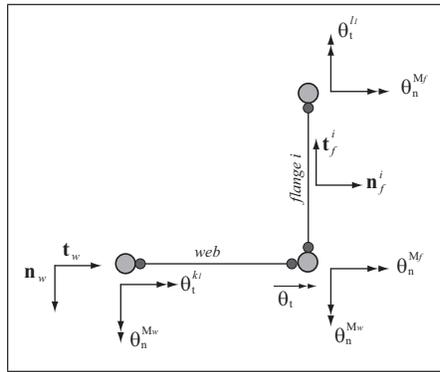


FIGURA 2.12. Ejemplo de un nudo de encuentro entre segmentos de muro ortogonales

Una vez incluidas todas las restricciones cinemáticas vigas torsionales, se puede ensamblar la matriz de rigidez del macroelemento piso,  $\mathbf{K}_F$ , como lo indica la Ecuación 2.10, en donde se definen las variables  $\mathbf{q}_c$ ,  $\mathbf{q}_s$  y  $\mathbf{q}_i$ , que corresponden a los vectores que contienen los GDL de desplazamiento vertical y los giros en el plano de la losa de los nodos de conexión, esclavos e internos. En la matriz de rigidez de la Ecuación 2.10 se indican los sub-índices  $c$ ,  $s$  e  $i$  para denotar a las submatrices relacionadas con los GDL de los nodos de conexión, esclavos e internos.

$$\mathbf{K}_F \cdot \mathbf{q} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{cc} & \mathbf{K}_{cs} & \mathbf{K}_{ci} \\ \mathbf{K}_{cs}^T & \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{si} \\ \mathbf{K}_{ci}^T & \mathbf{K}_{si}^T & \mathbf{K}_{ii} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_s \\ \mathbf{q}_i \end{bmatrix} \quad (2.10)$$

Con la matriz de rigidez  $\mathbf{K}_F$  ensamblada, se condensan estáticamente todos los GDL de los nodos internos y esclavos a los GDL de los nodos de conexión, con lo cual se genera una nueva

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

matriz de rigidez,  $\hat{\mathbf{K}}_F^C$ , relacionada exclusivamente con los GDL de los nodos de conexión, pero que de igual forma contiene el comportamiento flexural de la losa. La matriz  $\hat{\mathbf{K}}_F^C$  se ensambla directamente con la matriz de rigidez de los elementos verticales. La mayor ventaja de este procedimiento radica en que la matriz de rigidez de la estructura no aumenta de tamaño al incluir el macro elemento piso, lo que resulta en un modelo extraordinariamente sencillo. La metodología propuesta es especialmente útil si existen pisos repetidos en la altura del edificio (lo que es común) ya que la matriz de rigidez del macro elemento piso se genera una sola vez y luego se ensambla con los elementos verticales del piso que corresponde.

### 2.3. Estructuras de Ejemplo

En esta sección, se presentan una serie de ejemplos que permiten evaluar la precisión alcanzada con la metodología propuesta. Las comparaciones incluyen modelos de edificios de planta simétrica, asimétrica y estructuras con elementos estructurales variables en altura.

A pesar de las numerosas pruebas de validación realizadas, se escogieron 4 modelos distintos de edificios de planta libre, dos de ellos específicamente utilizados para análisis paramétrico y otros dos basados en edificios reales. El Edificio A posee 20 pisos, una altura de piso de 3.5 m y la planta presentada en la Fig. 2.13a. Los muros de este edificio tienen un espesor constante de 0.3 m; las columnas son todas de sección cuadrada y lado 0.8 m; las vigas de los marcos perimetrales tienen una altura de 0.7 m y un ancho de 0.3 m; y la losa tiene un espesor de 0.2 m. El segundo modelo considerado corresponde a la planta del edificio simétrico presentado en el trabajo de Georgoussis (Georgoussis, 2006), denominado aquí Edificio G. Posee 25 pisos, altura de entrepiso 3.5 m y esta compuesta de un marco perimetral, dos muros independientes y dos muros acoplados (Fig. 2.13b). Los muros tienen espesor de 0.30 m, las columnas son cuadradas de lado 0.60 m y las vigas del marco perimetral tienen una sección de 0.30 x 0.70 m.

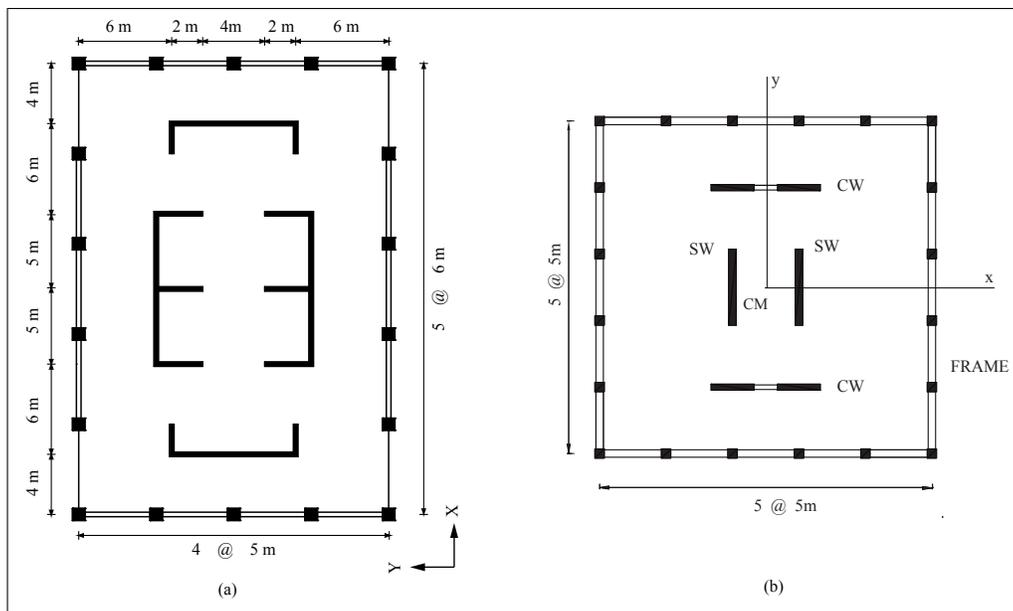


FIGURA 2.13. Plantas tipos de los edificios: (a) Edificio A, (b) Edificio G (Georgoussis, 2006)

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

Los otros dos modelos están basados en plantas de edificios con planta libre ubicados en Santiago, Chile. El primero de ellos, denominado Edificio NLCII posee una planta rectangular de 23 x 36 m (Fig. 2.14a), 21 pisos y una altura total de 85 m. El primer piso es cuádruple y tiene una altura de 14.3 m, mientras el resto de los pisos son típicamente de 3.3 m. Las losas tienen espesor característico de 0.18 m. Las propiedades de los elementos estructurales de este edificio cambian en la altura. Los muros tienen espesores que varían entre los 0.25 m y 1.20 m en el primer nivel, hasta muros de espesor entre 0.25 m y 0.45 m en el último nivel. Las columnas del marco perimetral son cuadradas de lado 1.00 m en el primer nivel y en los últimos niveles son rectangulares de sección 0.40 x 0.70 m; las vigas del marco perimetral son típicamente de sección cuadrada de lado 0.50 m. El último modelo corresponde a un edificio de planta libre denominado Edificio PA, y presenta una planta ovalada de 16 x 77 m, con un núcleo de muros oblicuos, (Fig. 2.14b ). El modelo para este edificio considerará una planta típica, repetida en los 21 pisos del modelo y una altura de entrepiso de 3.3 m. Los muros tienen espesores que varían desde los 0.30 m hasta los 0.90 m; las columnas del marco son rectangulares de lado 0.80 x 1.20 m y actúan con su eje principal en el sentido débil del marco. Las losas de este modelo tienen un espesor característico de 0.21 m. Mayores detalles de la configuración estructural de los edificios NLCII y PA se describen en los anexos A y B. Solo a modo de referencia ambas estructuras sobrevivieron el terremoto de Chile (27-02-2010) sin daño estructural.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

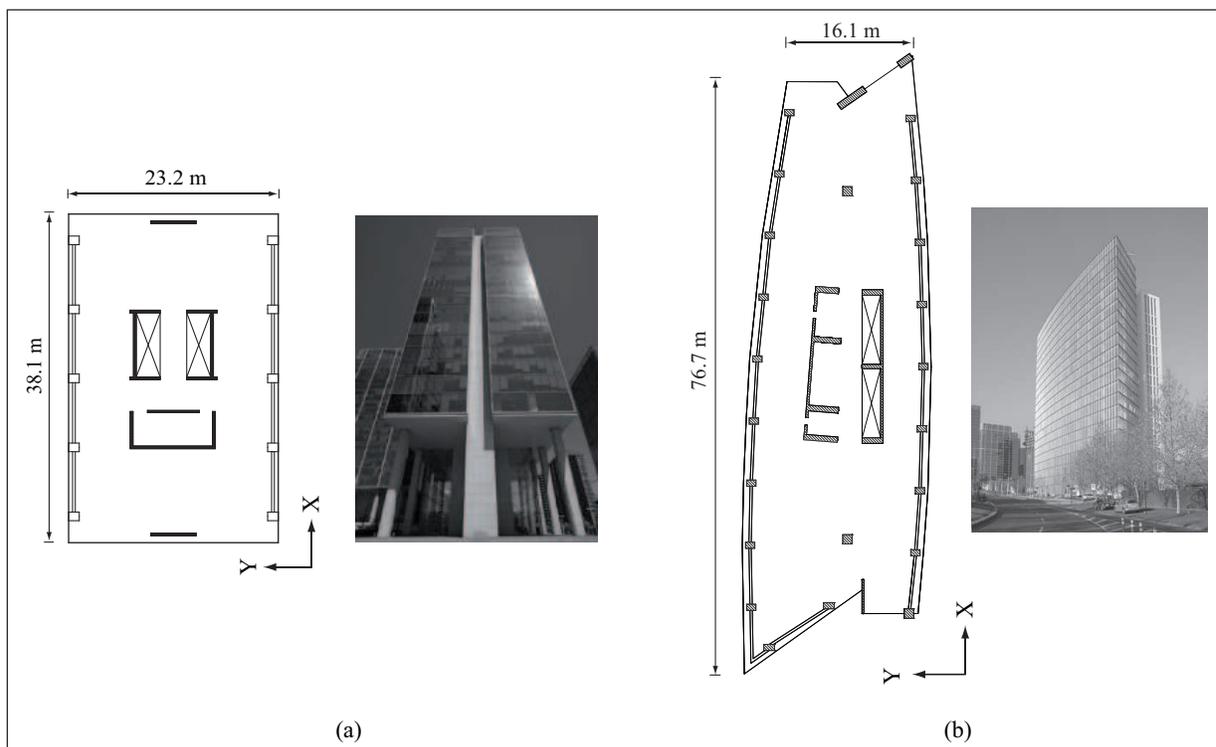


FIGURA 2.14. Planta esquemáticas de los edificios: (a) Edificio NLCII, (b) Edificio PA

Para los Edificios A, NLCII y PA se utilizó un único hormigón con módulo de elasticidad  $E_c$  igual a  $3.236 \times 10^4$  MPa, con coeficiente de Poisson  $\nu = 0.2$ , peso específico  $\gamma = 24.52$  KN/m<sup>3</sup> y resistencia característica  $f'_c = 29.42$  MPa.

A continuación los resultados de los modelos estructurales de elementos finitos desarrollados en el software comercial Etabs (Wilson & Habibullah, 1995), fueron comparados con los resultados de los modelos computacionales basados en la metodología propuesta (abreviada de aquí en adelante como PM, por sus siglas en inglés) y que se desarrollaron como una aplicación en Matlab (The Math Works Inc, 1999). En el caso de los edificios NLCII y PA, se presentan resultados de un análisis de respuestas en el tiempo, para las direcciones X e Y respectivamente. Para ello se utilizaron seis registros sísmicos, correspondientes a movimientos de tipo cortical y subducción. Los registros corticales corresponden a Corralitos, Sylmar y Kobe obtenido en la estación KMMO; los registros de subducción son sismos chilenos que corresponden a Lolleo (1985), y los registros de San Pedro de la Paz y Melipilla (2010). Las

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

principales características de los registros utilizados se indican en la Tabla 2.2. La Figura 2.5 muestra los espectros elásticos de estos registros, para una razón de amortiguamiento de 5%.

TABLA 2.2. Registros sísmicos considerados

Record	Country	Year	PGA (g)	$M_w$	Aprox. Epicentral distance (km)
Corralitos	USA	1989	0.630	7.1	7.0
Sylmar	USA	1994	0.843	6.8	16.0
KMMO	Japan	1995	0.834	7.2	15.0
Llolleo	Chile	1985	0.712	7.8	46.0
San Pedro	Chile	2010	0.607	8.8	62.3
Melipilla	Chile	2010	0.770	8.8	346.8

En base al modelo del Edificio A se evalúa la precisión de la metodología propuesta (PM) en la determinación de las propiedades dinámicas, las que se comparan con los resultados del modelo completo de elementos finitos (FEM-Etabs). Como referencia, la Tabla 2.3 muestra los 6 primeros periodos de la estructura. La comparación considera 5 casos distintos de modelación, cuyos resultados se comparan con el modelo FEM-Etabs. El primer modelo, WO, no considera la contribución de la rigidez flexural de la losa en la rigidez lateral del edificio; el modelo M1 incluye la rigidez flexural de la losa, pero no impone restricciones cinemáticas ni considera la existencia de una viga torsional sobre los nodos esclavos y de conexión; el modelo M2 impone la restricción cinemática a todos los nodos esclavos, pero la viga torsional considera solo los nodos esclavos del alma y deja los giros tangenciales  $\theta_t$  de los nodos esclavos de las alas sin conexión; el modelo M3 es similar al modelo previo, pero considera que los nodos esclavos de las alas están conectados con vigas torsionales infinitamente rígidas, como propone (Xenidis et al., 2000); finalmente, el modelo PM considera la rigidez flexural de la losa e impone las restricciones cinemáticas y las vigas torsionales tal como se propone en este trabajo. Además, en la Tabla 2.3, se indican los porcentajes de masa modales para el modelo FEM-Etabs.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

TABLA 2.3. Comparación de los periodos T(s) para los distintos modelos del Edificio A

Mode	Model					FEM-Etabs			
	WO	M1	M2	M3	PM	T (s)	$U_X$ (%)	$U_Y$ (%)	$\Theta$ (%)
1	1.857	1.736	1.471	1.416	1.444	1.459	0.00	67.80	0.00
2	1.596	1.521	1.269	1.200	1.236	1.238	67.35	0.00	0.00
3	1.360	1.308	1.117	1.101	1.107	1.101	0.00	0.00	69.43
4	0.393	0.384	0.358	0.351	0.355	0.350	0.00	16.64	0.00
5	0.325	0.320	0.302	0.296	0.299	0.290	18.04	0.00	0.00
6	0.317	0.312	0.293	0.291	0.291	0.283	0.00	0.00	15.89

Los valores de los periodos obtenidos con el modelo PM son muy cercanos a los predichos por el modelo FEM-Etabs. Para los 3 primeros modos, la traslación en Y, traslación en X y rotación de la planta en torno a un eje vertical respectivamente, las diferencias son -1.03%, -0.16% y 0.55% respectivamente. Para el resto de los modos las diferencias máximas entre ambos modelos son de un 3% aproximadamente. A pesar de estas diferencias, los resultados siguen siendo adecuados en el marco de exactitud de cualquier modelo estructural. Al no incluir la rigidez flexural de la losa en el modelo (WO) se producen diferencias de un 27.28%, 28.94% y 23.54% con respecto al modelo FEM-Etabs, para los 3 primeros modos. Estas diferencias se reducen a partir del cuarto modo a valores menores al 12.30%. Si bien el diseño de estas estructuras queda controlado por corte mínimo, estas diferencias tienen un implicancia directa sobre el valor del corte basal y por ende en la sobrerresistencia generada por el corte mínimo. Por otra parte, este hecho conduce a una sobreestimación de los desplazamientos que pueden ocurrir al despreciar el efecto flexural de la losa.

Otro efecto importante de modelamiento es el impuesto por las restricciones cinemáticas y vigas torsionales como se observa en los modelos M1, M2 y M3. Para M1, si bien al incluir la rigidez de la losa, la estructura resulta más rígida que para el modelo WO, al ignorar la compatibilidad de Navier (sección plana en el sentido fuerte de los muros) conduce a importantes errores frente al modelo FEM-Etabs. El modelo M2 que incluye sección plana para los muros

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

captura razonablemente bien la rigidez del sistema. Sin embargo, se observa que la viga torsional que conecta los nodos esclavos también tiene una importancia en la respuesta del modelo. Si se omite (M2) el modelo resulta consistentemente más flexible que el modelo FEM-Etabs en todos los modos. Si en cambio, la viga torsional es muy rígida (M3), los primeros tres modos resultan más rígidos en comparación con el modelo FEM-Etabs. En el Edificio A, el valor de la constante torsional entregada por la Ecuación 2.8 es el que provee la mejor aproximación (PM) al modelo FEM-Etabs.

Un resultado importante es que la contribución de la rigidez flexural de la losa adquiere mayor importancia a medida que el edificio aumenta en altura. La Figura 2.15 muestra este efecto al comparar los modelos WO y PM a medida que se aumenta el número de pisos para el Edificio A. La figura considera la evolución de los primeros modos de vibración en las direcciones X, Y y la rotación de la planta,  $\Theta$ . Por ejemplo, para estructuras menores a 10 pisos, la diferencia son menores a un 12%; sin embargo, esta diferencia máxima se incrementa rápidamente a un 28% para 20 pisos y un 45% para 30 pisos. También, en el modelo de 32 pisos, las diferencias observadas para la dirección X, Y y  $\Theta$  son cercanas a un 50%, 40% y 35%, respectivamente. Las tendencias de las curvas son siempre crecientes, lo que induce a pensar que a medida que se aumenta el número de pisos, la diferencia entre el modelo WO y PM seguirá incrementándose. Cuando la altura del edificio se incrementa, los marcos perimetrales y el núcleo de muros tienden a diferentes comportamientos globales para la deformación lateral. El marco perimetral es controlado por el efecto del corte y los muros por el efecto flexural. De esta forma, la interacción entre estos elementos se produce a través de la losa, que tiene que acomodar ambos comportamientos, por lo que el efecto de la rigidez flexural de la losa aumenta a medida que aumenta la altura del edificio.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

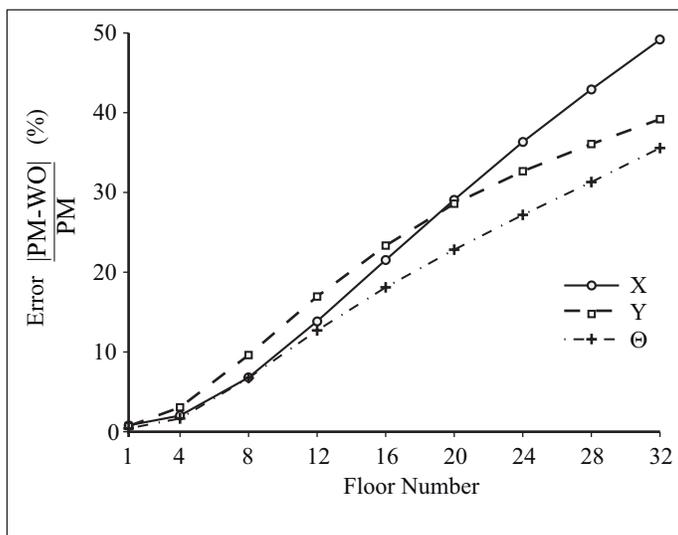


FIGURA 2.15. Error relativo entre modelos WO y PM en la altura (Edificio A)

Los primeros 9 periodos de vibración del Edificio G se presentan en la Tabla 2.4. Se incluyen los valores entregados por Georgoussis (Georgoussis, 2006) en su trabajo basado en la teoría de medios continuos y se comparan con los resultados del modelo FEM-Etabs y los resultados de la metodología propuesta (PM). A pesar de no considerar el efecto de la rigidez flexural de la losa, los resultados del modelo de Georgoussis son adecuados y presentan errores menores al 10%, lo que es razonable para una etapa de diseño preliminar de la estructura. Por otra parte, los resultados de PM sin considerar la rigidez de la losa logran una aproximación muy buena en relación al modelo FEM, principalmente en los tres primeros modos, con errores que resultan menores a un 0.15%. La mayor diferencia observada corresponde al modo 7 (13.2%); sin embargo, la influencia de este modo sobre la respuesta global no resulta determinante. Al igual que en el caso anterior, el efecto flexural de la losa en el modelo, produce diferencias importantes entre el modelo FEM-Etabs y el modelo de Georgoussis (Georgoussis, 2006). Debido al mayor acoplamiento muro-losa, el efecto es mayor en los modos en la dirección Y, con diferencias de un 21.2%, 19.3% y 6.9% en los tres primeros modos en dicha dirección. Por ejemplo, para el primer modo en dirección X y rotación de la planta en torno a Z se obtienen diferencias de un 20.4% y 16.1%, respectivamente, lo que manifiesta que el efecto de la losa es transversal al

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

modelo. Por otra parte, si se considera el caso del modelo PM, este se ajusta al modelo FEM-Etabs de manera fiel, con diferencias que varían entre un -0.4% en el octavo modo y un -2.6% en el primer modo.

TABLA 2.4. Comparación de periodos con modelo benchmark Georgoussis, Edificio G (Georgoussis, 2006)

Mode	Direction	Without Floor Stiffness			With Floor Stiffness	
		Georgoussis	FEM-Etabs	PM	FEM-Etabs	PM
1	$x$	3.704	3.545	3.550	3.076	2.996
	$y$	3.676	3.751	3.752	3.033	2.993
	$\Theta$	2.490	2.252	2.255	2.145	2.116
2	$x$	0.964	1.01	1.084	0.954	0.934
	$y$	1.054	1.04	1.040	0.883	0.875
	$\Theta$	0.744	0.724	0.735	0.700	0.691
3	$x$	0.527	0.502	0.568	0.509	0.501
	$y$	0.463	0.481	0.482	0.433	0.431
	$\Theta$	0.406	0.409	0.422	0.404	0.399

Desde el punto de vista del diseño sismorresistente, incluir la rigidez de la losa puede resultar en un corte basal mayor. Si se considera el espectro típico de aceleración con un plateau y una caída hiperbólica utilizado por (Georgoussis, 2006), indicado en la Figura 2.16 resultan los cortes basales normalizados con respecto al peso sísmico de la estructura (que se considera igual a la masa total multiplicada por el factor  $A_o$  del espectro) que se indican en la Tabla 2.5, donde se comparan los cortes basales en las direcciones X e Y, para los modelos Georgoussis, FEM-Etabs y PM. Si se ignora la rigidez de la losa, el modelo continuo de Georgoussis entrega resultados adecuados con respecto al modelo FEM. Sin embargo, si se incluye el efecto de la losa, este modelo subestima los esfuerzos basales en un 15.8% y un 19.4% en las direcciones X e Y respectivamente, lo que eventualmente puede afectar el diseño de los elementos estructurales. Como el modelo PM posee una mayor rigidez que el modelo FEM-Etabs, los cortes basales son levemente mayores y los errores alcanzan un 2.4% y 1.2% en las direcciones X e Y respectivamente.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

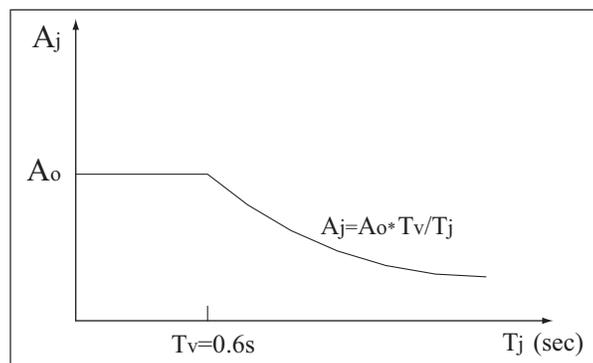


FIGURA 2.16. Espectro de aceleración utilizado por Georgioussis

TABLA 2.5. Comparación del corte basal normalizado, Edificio G

Direction	Without Floor Stiffness		With Floor Stiffness	
	FEM-Etabs	Georgioussis	FEM-Etabs	PM
$V_X$	0.156	0.143	0.170	0.174
$V_Y$	0.147	0.140	0.174	0.176

Pasando a los modelos basados en los edificios reales, la Tabla 2.6 muestra la comparación de los primeros 6 periodos para el modelo del edificio NLCII. Se incluyen además los porcentajes de masa modal asociado a la traslación y rotación en torno al eje vertical. Se comparan los resultados del caso PM y los modelos completos de elementos finitos (FEM-Etabs). En general, los resultados del caso PM coinciden tanto para los valores de los periodos como para los porcentajes de masa. Las diferencias en los periodos varían entre un 1.3% para el primer modo y un 6.1% para el sexto modo; los porcentajes de masa modal del modelo PM estiman bien los valores del modelo FEM-Etabs, entregando un error máximo de un 4.6% para el porcentaje de masa modal UY del segundo modo, si solo se consideran los porcentajes de masa modales significativos para cada modo. Además el modelo PM es capaz de capturar el acoplamiento que se produce entre la traslación en dirección Y y la rotación de la planta, como se aprecia la Tabla 2.6.

TABLA 2.6. Comparación modos modelo NLCII

Mode	FEM-Etabs				PM			
	T (s)	$U_X$ (%)	$U_Y$ (%)	$\Theta$ (%)	T (s)	$U_X$ (%)	$U_Y$ (%)	$\Theta$ (%)
1	2.618	0.00	44.05	28.17	2.651	0.00	43.81	28.92
2	1.804	1.16	23.86	43.47	1.856	0.41	24.96	44.02
3	1.797	67.38	0.40	0.76	1.835	69.06	0.15	0.27
4	0.700	0.00	9.21	7.35	0.715	0.00	9.18	7.53
5	0.465	19.52	0.00	0.00	0.489	20.35	0.00	0.00
6	0.434	0.00	10.88	9.68	0.461	0.00	11.37	9.86

Dado que el modelo del Edificio PA posee muros que no se encuentran orientados en los ejes principales de la planta (Fig. 2.14b), el efecto de la viga torsional influye en su respuesta debido a que se produce un acoplamiento entre la restricción cinemática de sección plana y la del efecto torsional. Si se incluye la viga torsional como se ha explicado en este trabajo (Caso A), se obtienen periodos de vibración ligeramente más rígidos que los del modelo FEM-Etabs (Tabla 2.7) existiendo una diferencia máxima de -4.3% en el primer modo. Si por otro lado se omite el efecto de la viga torsional en los nodos esclavos de las alas (Caso B), se obtienen resultados más cercanos al modelo FEM-Etabs, principalmente en los primeros dos modos. El error con el Caso B llega a un -0.40% y un -0.14% para el primer y segundo modo, respectivamente. En el caso del tercer modo, relacionado con el desplazamiento en dirección X, el Caso A entrega una diferencia de un 0.69% y el Caso B entrega una diferencia de un 1.7% en comparación con el modelo FEM-Etabs. Sin embargo, estas diferencias para el Caso B resultan bajas y no revisten mayores cambios en la respuesta global del edificio en dirección X.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

TABLA 2.7. Comparación de periodos utilizando modelo FEM-Etabs y PM para Edificio PA

Mode	FEM	PM	
	Etabs	Case A	Caso B
1	2.855	2.732	2.844
2	2.420	2.405	2.423
3	1.034	1.041	1.051
4	0.716	0.707	0.719
5	0.644	0.644	0.650
6	0.319	0.323	0.324
7	0.284	0.284	0.286
8	0.259	0.268	0.271

En estos dos modelos basados en edificios reales la inclusión de la rigidez flexural de la losa también genera un cambio importante en los primeros periodos de vibración. La Figura 2.17 muestra una comparación entre los casos WO y PM para los Edificios NLCII y PA. Los tres primeros modos del Edificio NLCII (Fig.2.17a) presentan diferencias entre ambos modelos de un 53%, 26% y 26%, respectivamente. Para el caso del Edificio PA (Fig. 2.17b), los tres primeros modos ordenados en dirección Y,  $\Theta$  y X, difieren entre modelos en un 72%, 38% y 19% respectivamente. Nuevamente el acoplamiento entre los elementos verticales y la losa, induce un aumento importante de rigidez lateral en el edificio. Es evidente de la Figura 2.17 que el efecto de la rigidez flexural de la losa decrece a medida que se consideran modos superiores. Dado que los modos superiores o de alta frecuencia poseen una menor energía de deformación por flexión y corte, por lo cual las losas trabajan comparativamente menos y su efecto sobre la frecuencia de estos modos se reduce.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

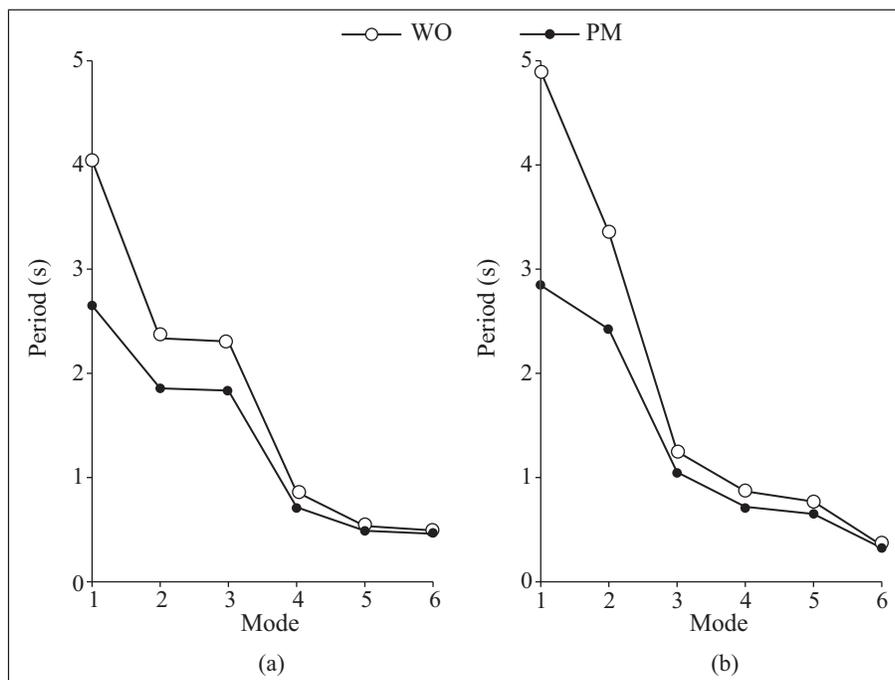


FIGURA 2.17. Variación de periodos producto de la rigidez de la losa, (a) Edificio NLCII, (b) Edificio PA

Las Tablas 2.8 y 2.9 presentan los resultados de un análisis de respuesta en el tiempo para los Edificios NLCII y PA sometidos a los movimientos sísmicos identificados anteriormente (Fig. 2.5). Se incluye el desplazamiento máximo del techo en las direcciones X e Y,  $U_{Xo}^r$  y  $U_{Yo}^r$ ; junto con el corte basal máximo,  $V_{Xo}$  y  $V_{Yo}$  en estas direcciones, normalizados al peso sísmico lateral,  $W_{Lat}$ , de cada edificio. En el caso del Edificio NLCII,  $W_{Lat}$  es  $1.35 \times 10^5$  KN; para el Edificio PA el peso sísmico es de  $2.81 \times 10^5$  KN.

2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

TABLA 2.8. Resultados tiempo historia Edificio NLCII

Record	Direction X				Direction Y			
	$U_{Xo}^r$ (m)		$V_{Xo}/W_{Lat}$		$U_{Yo}^r$ (m)		$V_{Yo}/W_{Lat}$	
	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs
Corralitos	0.231	0.237	0.268	0.259	0.211	0.216	0.201	0.201
Sylmar	0.901	0.879	0.727	0.774	0.855	0.859	0.476	0.461
KMMO	0.658	0.648	0.561	0.621	0.517	0.483	0.444	0.435
Llolleo	0.366	0.375	0.393	0.352	0.217	0.235	0.268	0.231
San Pedro	0.361	0.351	0.280	0.298	0.344	0.315	0.199	0.208
Melipilla	0.161	0.164	0.231	0.235	0.184	0.184	0.162	0.178

TABLA 2.9. Resultados tiempo historia Edificio PA

Record	Direction X				Direction Y			
	$U_{Xo}^r$ (m)		$V_{Xo}/W_{Lat}$		$U_{Yo}^r$ (m)		$V_{Yo}/W_{Lat}$	
	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs	PM	FEM Etabs
Corralitos	0.177	0.167	0.478	0.455	0.299	0.300	0.183	0.185
Sylmar	0.374	0.355	0.884	0.839	1.101	1.104	0.316	0.308
KMMO	0.556	0.559	0.871	0.897	0.475	0.474	0.296	0.308
Llolleo	0.235	0.233	0.470	0.529	0.351	0.360	0.202	0.200
San Pedro	0.273	0.275	0.562	0.582	0.349	0.355	0.227	0.229
Melipilla	0.239	0.239	0.577	0.671	0.239	0.245	0.175	0.177

La precisión promedio alcanzada por el modelo PM en el caso del Edificio NLCII es de un 3.47% y 6.08% para desplazamientos y cortes, respectivamente. Los valores promedios correspondientes en el caso del Edificio PA son 1.79% y 4.4%. Por otra parte, las mayores diferencias

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

para el desplazamiento de techo del edificio NLCII ocurren con el registro de San Pedro, con una diferencia de un 2.9% en dirección X y un 9.2% en dirección Y. En cuanto al corte basal, las mayores diferencias ocurren para Lollole, con un 11.6% y un 15.7% para las direcciones X e Y, respectivamente. Adicionalmente, la mayor diferencia para los desplazamientos de techo del Edificio PA en las direcciones X e Y se obtienen para el registro Corralitos (6.1%) y para el registro de Lollole (-2.6%), respectivamente. Las mayores diferencias en el corte basal en dirección X e Y se obtienen para el registro de Melipilla (-14.1%) y para el registro impulsivo de KMMO (-4.0%) respectivamente. Los errores mínimos en el corte basal, se obtuvieron para el registro de San Pedro con valores de -3.4% y -0.7% en direcciones X e Y.

Las Figuras 2.18 a 2.21 muestran una comparación de las historias de desplazamiento de techo y corte basal para las direcciones X e Y de ambos edificios. El nivel de precisión observado es típico del modelo PM y demuestra su eficacia en la predicción de demanda al menos para efectos de prediseño. En general el modelo PM es capaz de ajustarse mejor en la estimación de los desplazamientos de techo, que para la estimación del corte basal donde se aprecian leves diferencias debido a la mayor influencia de modos superiores. Sin embargo, en general la respuesta predicha por PM sigue siendo adecuada. Dada la precisión observada de PM, es cuestionable la necesidad de utilizar complejos modelos en las etapas iniciales del diseño de un edificio de planta libre, especialmente dada la flexibilidad y rapidez con que el modelo PM puede ser modificado e incluso extendido a comportamiento inelásticos del núcleo. La tentación es siempre recurrir a un modelo complejo, pero al menos estos resultados no avalan su uso en etapas iniciales de estructuración y pre-diseño.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

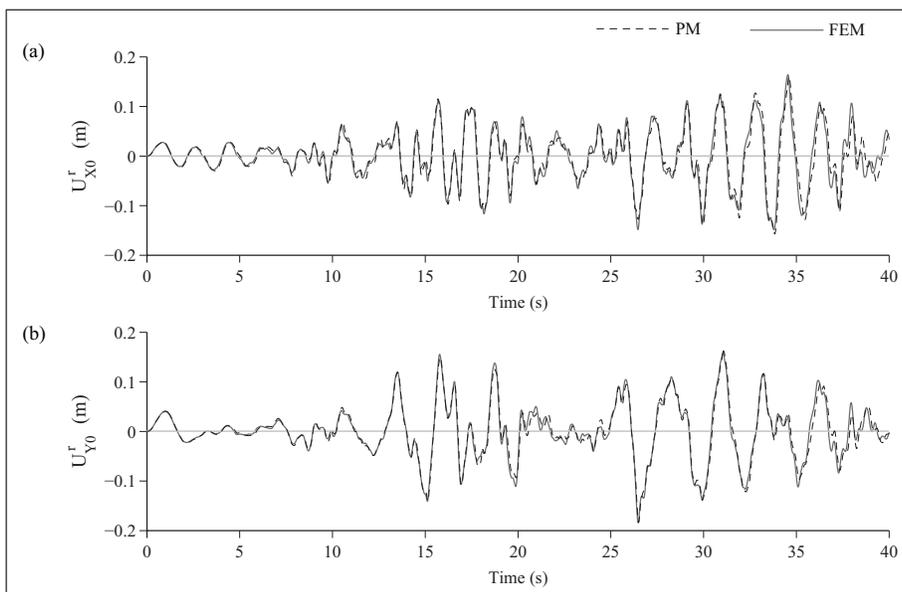


FIGURA 2.18. Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del desplazamiento de techo para Edificio NLCII sometido al registro de Melipilla, (a) Dirección X, (b) Dirección Y

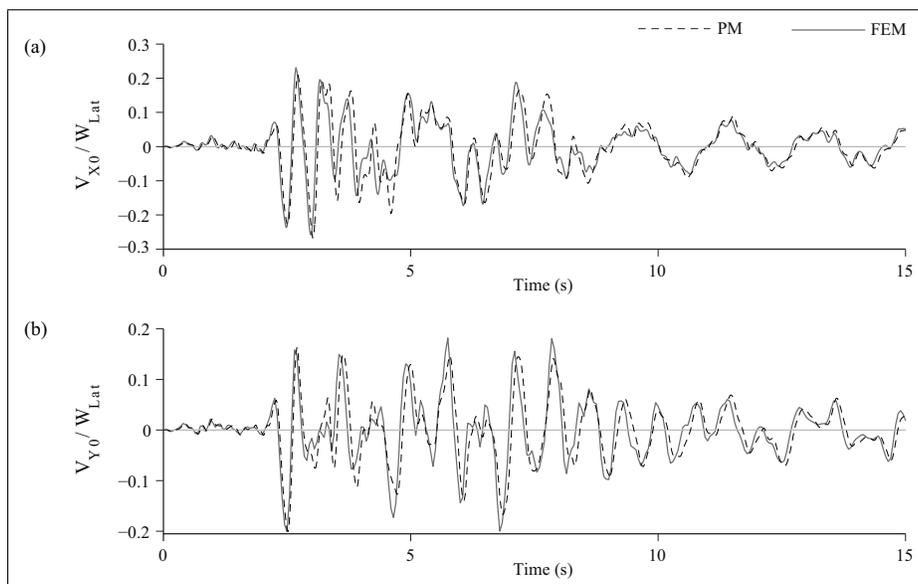


FIGURA 2.19. Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del corte basal para Edificio NLCII sometido al registro de Corralitos, (a) Dirección X, (b) Dirección Y

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

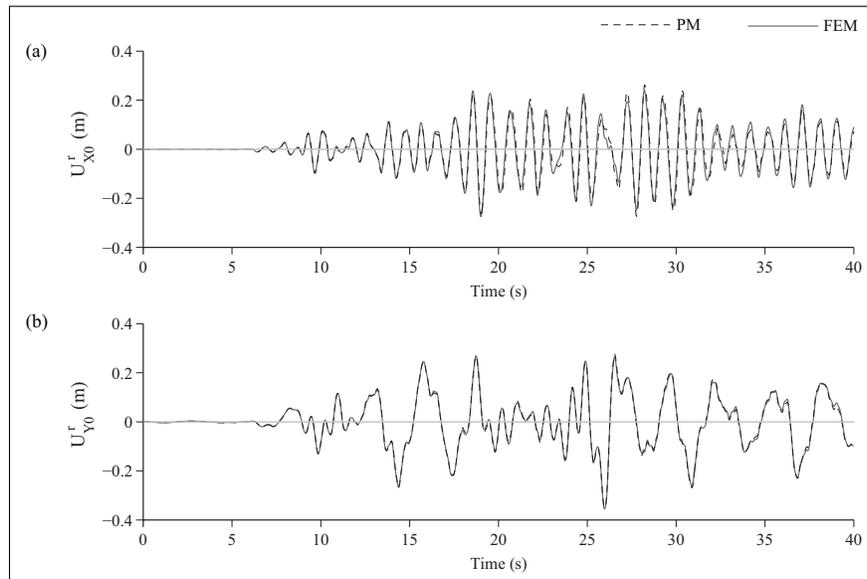


FIGURA 2.20. Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del desplazamiento de techo para Edificio PA sometido al registro de San Pedro, (a) Dirección X, (b) Dirección Y

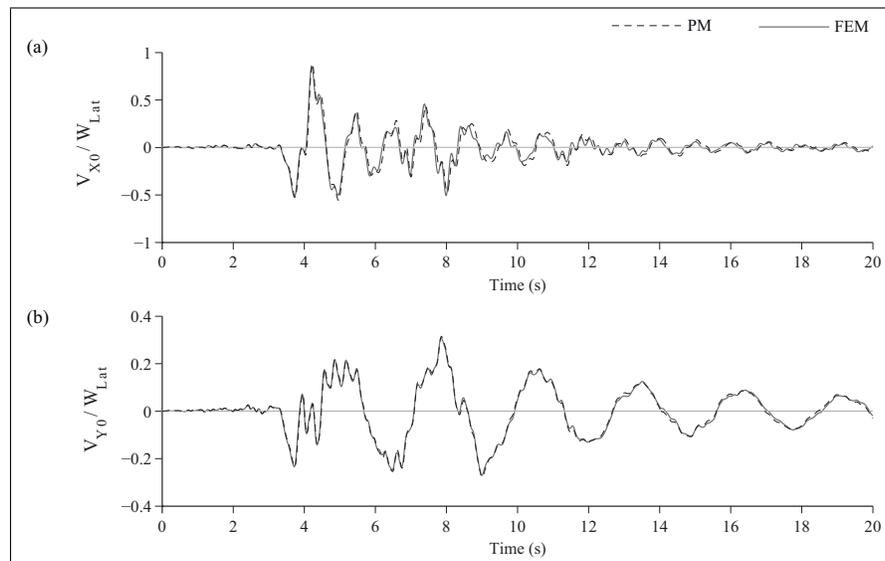


FIGURA 2.21. Comparación entre modelos Fem-Etabs y PM del corte basal para Edificio PA sometido al registro de Sylmar, (a) Dirección X, (b) Dirección Y

## 2.4. Otras Aplicaciones

Esta sección extiende el uso del modelo PM a dos situaciones de interés práctico. Una de ellas es la inclusión de sistemas de disipación de energía, la que es esencialmente iterativa, y la otra el análisis de edificios con plantas de muros estructurales, característica del tipo de construcción habitacional en Chile. Si bien el caso inelástico no se ejemplifica, también se comenta su extensión de forma conceptual.

### 2.4.1. Estructura con Disipación de Energía

El edificio PA es una estructura que está actualmente protegida sísmicamente en base a amortiguadores sintonizados de masa (Zemp, De la Llera, & Almazán, 2010). La estructura es muy flexible en dirección Y, más que un marco de la misma altura, por lo que resulta conveniente incorporar algún dispositivo que permita controlar los desplazamientos en esta dirección, especialmente en los extremos de la planta. Por simplicidad, se ejemplifica a continuación la implementación en la estructura de amortiguadores viscosos lineales en los dos puntos indicados (Fig. 2.22) y en todos los pisos. Las fuerzas viscosas son proporcionales a la velocidad relativa entre pisos adyacentes, y su constante de amortiguamiento viscoso,  $c_d$ , es igual a 147 KN s/cm.

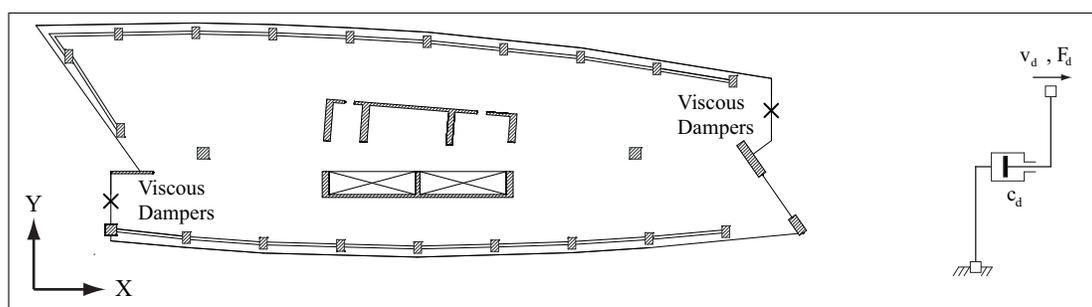


FIGURA 2.22. Ubicación hipotética de los amortiguadores en el Edificio PA

Para la verificación de respuesta se escogió el registro de Sylmar ya que produce los mayores desplazamientos en dirección Y (Tabla 2.9). La comparación de respuestas en el techo

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

del edificio en dirección Y se muestra en la Figura 2.23. En general se observa una buena concordancia entre las estimaciones del modelo FEM-Etabs y el modelo PM. Para el modelo FEM-Etabs, el valor del máximo desplazamiento en el techo se reduce desde 1.10 m a 0.84 m (24.0% de reducción) y a 0.90 m (18.2% de reducción) para PM, es decir, un error por el lado conservador de 7.6%. Al comparar las respuestas en el tiempo para ambos modelos (Fig. 2.23) se observa que el modelo PM tiende a sobrestimar la respuesta de la estructura en todo instante, pero que es capaz de seguir adecuadamente la respuesta del modelo FEM. La precisión de los resultados observados no avalan el uso de un modelo más complejo en las etapas de pre-diseño, especialmente debido a la iteración necesaria hasta lograr la convergencia de un diseño de disipación.

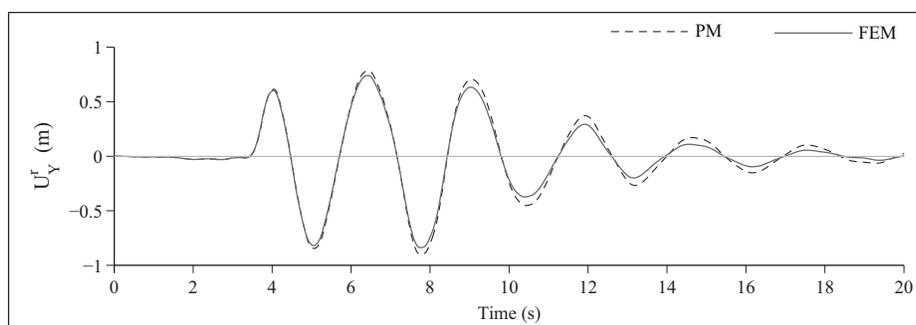


FIGURA 2.23. Desplazamiento del techo dir. Y con amortiguadores, Edificio PA

### 2.4.2. Edificio de Muros

Un segundo ejemplo es el uso del PM para el análisis de otro tipo de estructuraciones, como son los edificios habitacionales, estructurados en base a muros de corte. Considerando la planta tipo del edificio habitacional de hormigón armado indicado en la Fig. 2.24, (Edificio I). El edificio es real y posee una planta rectangular de 18 x 52 m aproximadamente, 17 pisos supuestos iguales en el modelo, muros de espesores que varían entre 0.15 m y 0.2 m, y una losa de espesor 0.16 m. El hormigón utilizado es el mismo que se empleó en el caso de los edificios

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

A, NLCII y PA. Mayores detalles de la estructuración de este edificio se pueden encontrar en los anexos.

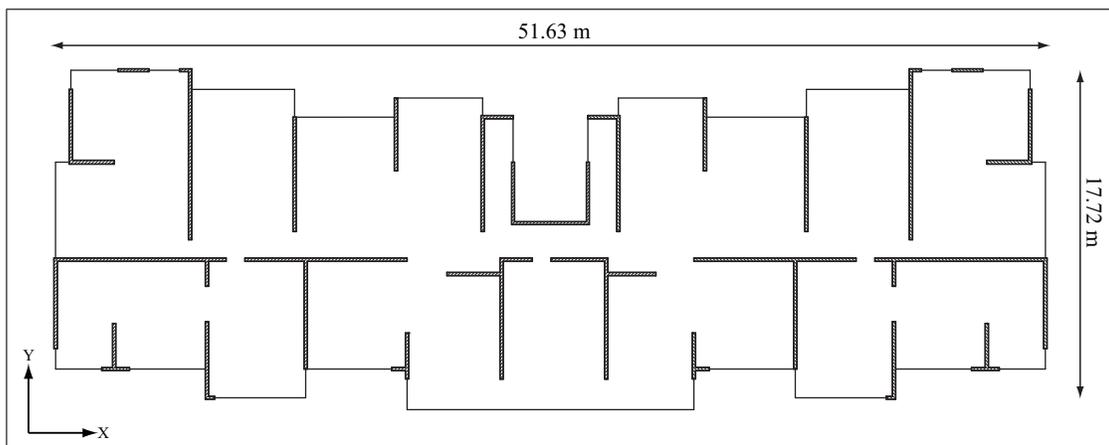


FIGURA 2.24. Planta Edificio I

La Tabla 2.10 muestra la comparación entre los períodos para los modelos con y sin la rigidez flexural de la losa. Una vez más el efecto flexural de la losa es muy significativo en los primeros modos de la estructura. La consideración de la rigidez flexural de la losa es de suma importancia en este caso debido a la cercanía de los muros enfrentados lo que induce un efecto de dintel de la losa que típicamente no está considerado en el diseño (Figura 2.1). Este efecto ha sido investigado por (Tapia, Lindenberg, Guendelman, & Zúñiga, 2010), desarrollando un método de diseño simplificado para calcular la armadura de la losa entre dos muros. No obstante, su investigación se limitó a analizar el caso de 2 muros enfrentados, desconociendo la influencia del resto de los muros de la planta. La influencia sobre el comportamiento dinámico del modelo producto de la aparición del efecto dintel de la losa se evidencia en la Tabla 2.10, principalmente en los tres primeros modos, ya que en el caso que se omite la rigidez flexural de la losa, los períodos de estos 3 modos resultan un 75%, 56% y un 72% superiores a los períodos del modelo con la rigidez flexural de la losa. El error de estimación del modelo PM versus FEM-Etabs en ambos casos es bajo e inferior a un 4% en todos los modos.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

TABLA 2.10. Comparación de Periodos (s) para Edificio I

Mode	Without Floor Stiffness			With Floor Stiffness		
	FEM	PM	Error %	FEM	PM	Error %
	Etabs			Etabs		
1	1.034	1.044	1.03	0.591	0.613	3.76
2	0.890	0.903	1.43	0.569	0.592	3.89
3	0.861	0.833	-3.22	0.501	0.485	-3.05
4	0.187	0.189	1.09	0.146	0.150	2.92
5	0.161	0.163	1.07	0.136	0.141	3.57
6	0.158	0.160	1.39	0.135	0.137	1.53

La Tabla 2.11 muestra la razón de ahorro en tiempo computacional entre los modelos PM y FEM-Etabs, solo para el ensamblaje y la determinación de los modos de cada modelo. Se observa que cuando el modelo tiene pisos repetidos, e.g. PA, el PM alcanza razones de eficiencia de 1:21, incluso siendo el modelo Matlab (PM) un código no compilado como lo es FEM-Etabs. En el caso de tener pisos distintos, e.g. NLCII, la metodología propuesta logra reducir el tiempo de ejecución en razón 1:2.6 veces.

El modelo PM puede ser fácilmente extendido al caso no lineal, tal como ha hecho el trabajo de Beyer (Beyer et al., 2008), y con buenos resultados. Esto permitiría representar en forma sencilla pero adecuada el comportamiento inelástico de edificios de planta libre, sin caer en la enorme complejidad que representa incluir la inelasticidad en modelos de cientos de miles de GDL. El modelo asume que el comportamiento de la losa sigue siendo lineal y que la inelasticidad se concentra únicamente en los elementos del muro (WCA). Este modelo será presentado en un trabajo futuro debido a que resulta relevante el comportamiento fuera del plano del muro, aspecto que no ha sido correctamente evaluado en la literatura.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

TABLA 2.11. Razón de tiempo computacional

Building	PM/FEM-Etabs
A	1:42
G	1:45
NLCII	1:2.6
PA	1:21
I	1:39

### 2.5. Comentarios y conclusiones

Este estudio presenta un modelo simplificado para el análisis de edificios de planta libre basado en subestructuración de componentes, en particular los elementos verticales y la losa. Las principales conclusiones de este estudio son:

- (1) Es posible estimar la respuesta de una estructura de planta libre utilizando el modelo simplificado PM con errores que en general son inferiores a un 15% y con un costo computacional al menos un orden de magnitud inferior. En base a esta conclusión resulta relevante cuestionar el uso en las etapas iniciales del diseño de sofisticados modelos estructurales con cientos de miles y tal vez millones de GDL, que finalmente reducen la experimentación con distintas configuraciones en busca de una estructuración óptima.
- (2) En estructuras de planta libre es imposible ignorar el significativo efecto de la rigidez flexural en la determinación de la respuesta dinámica del modelo. Este efecto resulta ser más crítico en los primeros modos de vibración, pudiendo observarse diferencias de alrededor de un 70% entre los modelos con y sin la rigidez flexural de la losa. Los modos fundamentales son aquellos que movilizan mayormente la losa por la deformación axial de los muros; esto explicaría por que en los modos superiores las diferencias entre ambos casos se reducen.
- (3) Para lograr que el efecto de la rigidez flexural de la losa sea considerado adecuadamente, debe existir una buena discretización de la malla en la zona de conexión con los muros (WCA). Para los muros es necesario aplicar condiciones de compatibilidad que representen adecuadamente la deformación conjunta entre muro y losa. En el eje fuerte del muro resulta adecuado en todos los casos imponer la condición de Navier. En el eje débil del muro es necesario considerar que los nodos esclavos de la se encuentran vinculados a través de una conexión flexible definida por una viga torsional. Este supuesto funciona bien cuando los muros se encuentran orientados en las direcciones principales X e Y; sin embargo, para muros que no están orientados en los ejes principales de la planta, conviene omitir la viga torsional en los nodos esclavos de las alas.

## 2. MODELACIÓN SIMPLIFICADA DE EDIFICIOS DE PLANTA LIBRE CON EL EFECTO FLEXURAL DE LA LOSA

- (4) El modelo PM puede ser extendido para evaluar la factibilidad de implementar disipación de energía en la estructura, logrando resultados adecuados en el contexto de un análisis preliminar. Lo mismo ocurre con edificios estructurados en base a muros, en que el modelo PM resulta ser adecuado. En este tipo de edificios también se constató el importante efecto de la rigidez flexural de la losa en la rigidez lateral de la estructura.
- (5) Un paso promisorio de este modelo es extenderlo al análisis de otros tipos de secciones de muros, como puede ser el caso de secciones cerradas o la representación del comportamiento inelástico de los muros del núcleo, tal como se presenta en el trabajo de Beyer (Beyer et al., 2008). En este caso se preve necesario evaluar adecuadamente los efectos de la interacción entre la losa y muros y evaluar si siguen siendo válidos los supuestos cinemáticos considerados en este trabajo.

## **2.6. Agradecimientos**

Esta investigación ha sido financiada por el Fondo Nacional de Desarrollo Científico y Tecnológico, Fondecyt, con la subvención No. 1085282. Apoyo financiero parcial para el autor fue proporcionado por una beca concedida por Weir Minerals Vulco. El autor están muy agradecidos por este apoyo.

## REFERENCIAS

- Akis, T., Tokdemir, T., & Yilmaz, C. (2009). Modeling of asymmetric shear wall-frame building structures. *Journal of Asian Architecture and Building Engineering*, v. 8, 531–538.
- Beyer, K., Dazio, A., & Priestley, M. (2008). Inelastic wide-column models for u-shaped reinforced concrete walls. *Journal of Earthquake Engineering*, v. 12, 1–33.
- Coull, A., & Wong, Y. (1986). Stiffening of structural cores by floor slabs. *Journal of Structural Engineering*, v. 112, 977–994.
- Georgoussis, G. (2006). A simple model for assessing periods of vibration and modal response quantities in symmetrical buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 15, 139–151.
- Georgoussis, G. (2009). An alternative approach for assessing eccentricities in asymmetric multistory buildings: 1. elastic systems. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 18, 181–202.
- Gordon, S., & May, I. (2004). Observations on the grillage analysis of slabs. *The Structural Engineer*, v. 82, 35–38.
- INN. (2003). *Nch 2745 earthquake-resistant design of base-isolated buildings*. Santiago, Chile.
- Kim, J., Yu, E., Kim, D., & Kim, S. (2009). Calibration of analytical models to assess wind-induced acceleration responses of tall buildings in serviceability level. *Engineering Structures*, v. 31, 2086–2096.
- Kuang, J., & Ng, S. (2001). Dynamics coupling of asymmetric shear wall structures: an analytical solution. *International Journal of Solids and Structures*, v. 38, 8723–8733.
- Kuang, J., & Ng, S. (2004). Coupled vibration of tall building structures. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 13, 291–303.
- Kuang, J., & Ng, S. (2008). Lateral shear-st venant torsion coupled vibration of asymmetric-plan frame structures. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 18, 647–656.

- Lee, D., HS, H. K., & Chun, M. (2002). Efficient seismic analysis of high-rise building structures with the effects of floor slabs. *Engineering Structures*, v. 24, 613–623.
- McCormac, J. (2002). Diseño de concreto reforzado. In (chap. 15). AlfaOmega Grupo Editor.
- Meftah, S., Tounsi, A., & Abbas, A. E. (2007). A simplified approach for seismic calculation of a tall building braced by shear walls and thin-walled open section structures. *Engineering Structures*, v. 29, 2576–2585.
- Rafezy, B., & Howson, W. (2009). Coupled lateral-torsional frequencies of asymmetric, three-dimensional structures comprising shear-wall and core assemblies with stepwise variable cross-section. *Engineering Structures*, v. 31, 1903–1915.
- Rafezy, B., Zare, A., & Howson, W. (2007). Coupled lateral torsional frequencies of asymmetric, three-dimensional frame structures. *International Journal of Solids and Structures*, v. 44, 128–144.
- Tapia, S., Lindenberg, J., Guendelman, T., & Zúñiga, M. (2010). Influencia de la flexión transversal y de la resistencia de la losa en edificios estructurados con muros de hormigón armado. In *10 congreso chileno de sismología e ingeniería antisísmica*.
- The Math Works Inc. (1999). *Matlab, the language of technical computing*. Natick, Massachusetts, USA.
- Wilson, E., & Habibullah, A. (1995). *Etabs - three dimensional analysis of building systems users manual*. Berkeley, California, USA.
- Xenidis, H., Morfidis, K., & Avramidis, I. (2000). Modelling of two-cell cores for three-dimensional analysis of multi-story buildings. *The Structural Design of Tall and Special Buildings*, v. 9, 343–363.
- Zemp, R., De la Llera, J., & Almazán, J. (2010). Tall building vibration control using a tm-mr damper assembly. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, n/a.

## **ANEXO A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII**

El modelo del edificio NLCII consiste en una planta rectangular de dimensiones 38.1 m por 23.2 m. El edificio tiene 6 muros y 2 marcos perimetrales, junto con una losa de 0.18 m, 21 pisos con una elevación total de 84.55 m y la particularidad que el primer piso es cuádruple, es decir, posee una altura de 14.25 m. En la Tabla A.1 se indica el nombre asignado para cada piso, junto con la altura de entrepiso y la elevación correspondiente.

La planta típica del edificio se presenta en la Figura A.1, junto con el nombre utilizado para identificar a cada uno de los muros estructurales. La planta presenta 2 aberturas, en los muros M2 y M3, que representa la caja de ascensores. Estas aberturas se encuentran desde el piso P4 al piso P22. En los pisos P23 y P25, la losa se encuentra completa.

Las características geométricas de los 6 tipos de muros se indican en las Figuras A.2, A.3, A.4, A.5 junto con las Tablas A.2 hasta A.7. Para cada muro, se identifica un punto de origen "o", el cual indica la posición del muro dentro del sistema global de coordenadas. El origen del sistema global de coordenadas, se encuentra en el extremo inferior izquierda de la planta.

Los 2 marcos perimetrales son idénticos, con columnas unidas a través de vigas y vanos de 8 m de longitud. La Tabla A.8 indica la posición de las columnas dentro de la planta. Las propiedades geométricas de las columnas y de las vigas de los marcos perimetrales para los distintos pisos se encuentran en las Tablas A.9 y A.10 respectivamente.

## A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

TABLA A.1. Altura de entrepiso, Edificio NLCII

Nombre Piso	Altura [m]	Elevación [m]
P4	14.25	14.25
P5	3.7	17.95
P6	3.3	21.25
P7	3.3	24.55
P8	3.3	27.85
P9	3.3	31.15
P10	3.3	34.45
P11	3.3	37.75
P12	3.3	41.05
P13	3.3	44.35
P14	3.3	47.65
P15	3.3	50.95
P16	3.3	54.25
P17	3.3	57.55
P18	3.3	60.85
P19	3.3	64.15
P20	3.3	67.45
P21	3.3	70.75
P22	3.3	74.05
P23	4.6	78.65
P25	5.9	84.55

A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

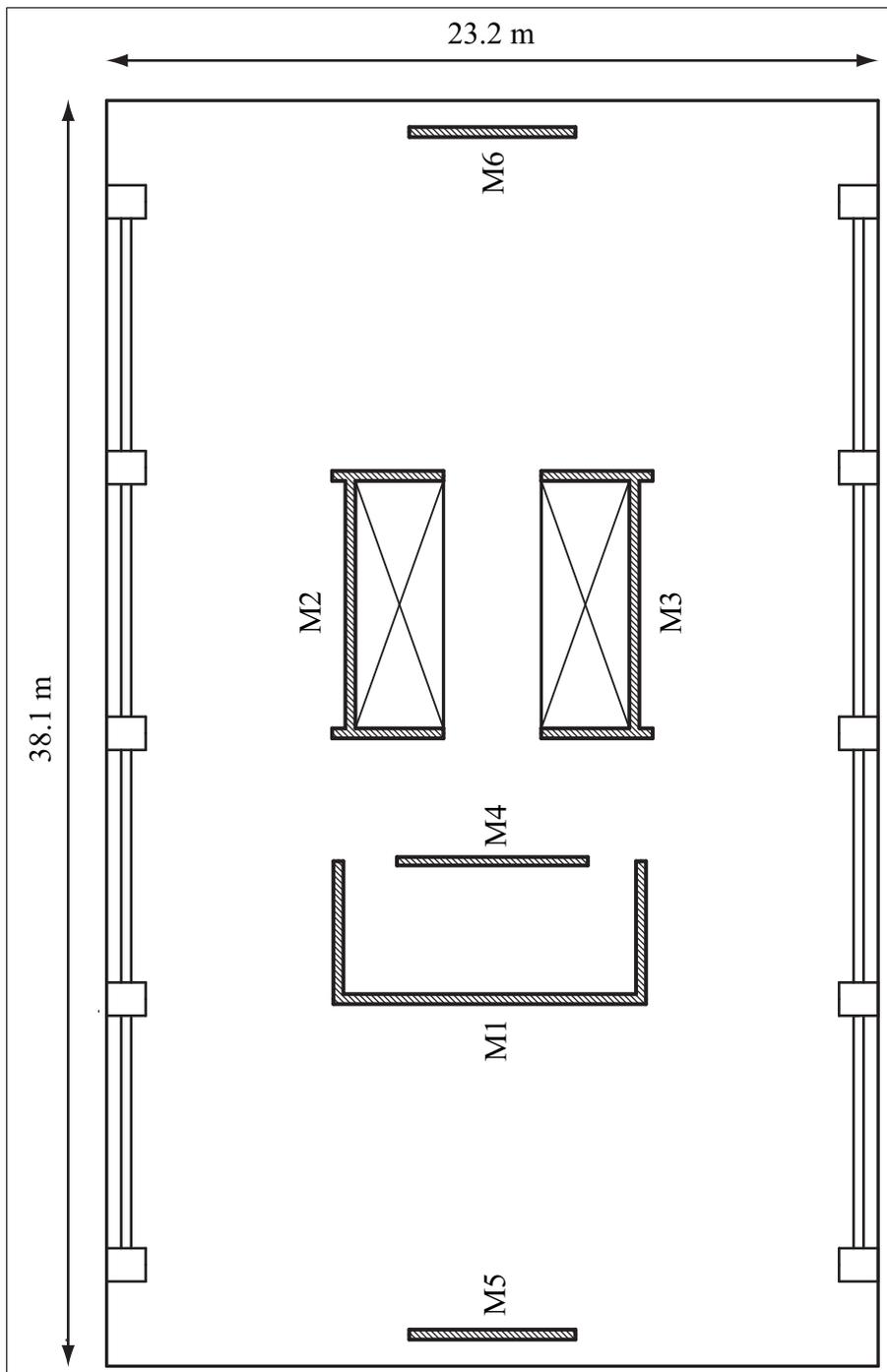


FIGURA A.1. Planta típica Edificio NLCII

A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

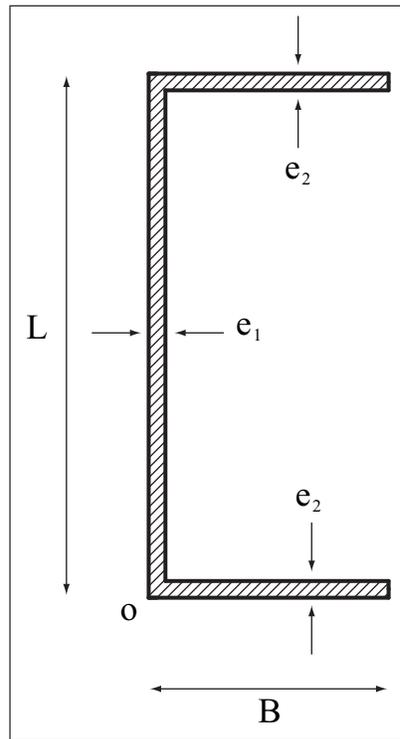


FIGURA A.2. Geometría muro M1, Edificio NLCII

TABLA A.2. Propiedades geométricas muro M1, Edificio NLCII

Piso	L [m]	B [m]	$e_1$ [m]	$e_2$ [m]	o
P4	8.94	4.13	0.50	0.50	11.05 - 7.13
P5 to P7	8.94	4.13	0.30	0.25	11.05 - 7.13
P8 to P25	8.94	4.13	0.25	0.25	11.05 - 7.13

A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

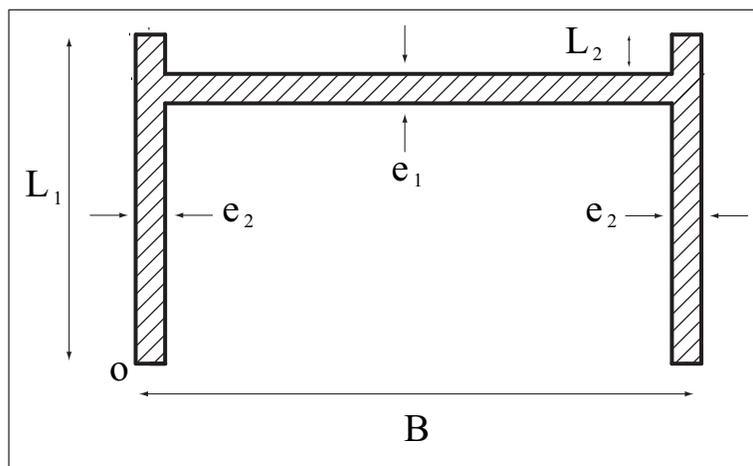


FIGURA A.3. Geometría muro M2, Edificio NLCII

TABLA A.3. Propiedades geométricas muro M2, Edificio NLCII

Piso	$L_1$ [m]	$L_2$	$B$ [m]	$e_1$ [m]	$e_2$ [m]	o
P4	3.35	0.30	7.75	0.50	0.50	19.05 - 13.07
P5	3.35	0.40	7.75	0.30	0.50	19.05 - 13.07
P6	3.35	0.425	7.75	0.25	0.50	19.05 - 13.07
P7 to P9	3.35	0.425	7.75	0.25	0.40	19.05 - 13.07
P10 to P11	3.35	0.425	7.75	0.25	0.35	19.05 - 13.07
P12 to P23	3.35	0.425	7.75	0.25	0.25	19.05 - 13.07
P25	3.35	0.425	7.75	0.25	0.35	19.05 - 13.07

A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

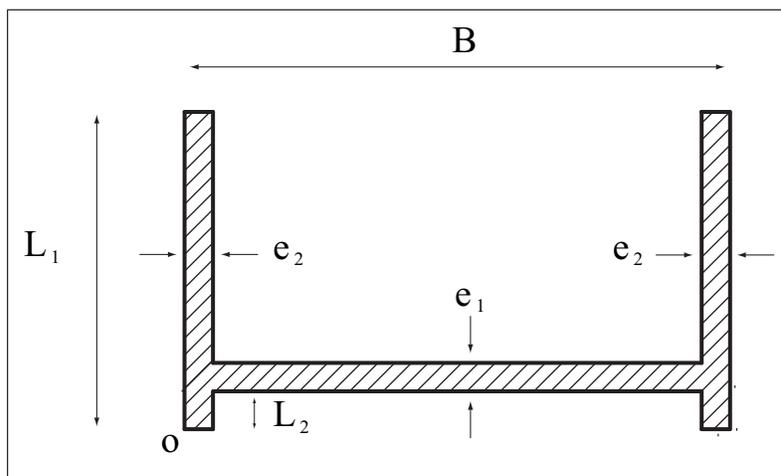


FIGURA A.4. Geometría muro M3, Edificio NLCII

TABLA A.4. Propiedades geométricas muro M3, Edificio NLCII

Piso	$L_1$ [m]	$L_2$	$B$ [m]	$e_1$ [m]	$e_2$ [m]	o
P4	3.35	0.30	7.75	0.50	0.50	19.05 - 6.78
P5	3.35	0.40	7.75	0.30	0.50	19.05 - 6.78
P6	3.35	0.425	7.75	0.25	0.50	19.05 - 6.78
P7 to P9	3.35	0.425	7.75	0.25	0.40	19.05 - 6.78
P10 to P11	3.35	0.425	7.75	0.25	0.35	19.05 - 6.78
P12 to P23	3.35	0.425	7.75	0.25	0.25	19.05 - 6.78
P25	3.35	0.425	7.75	0.25	0.35	19.05 - 6.78

## A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

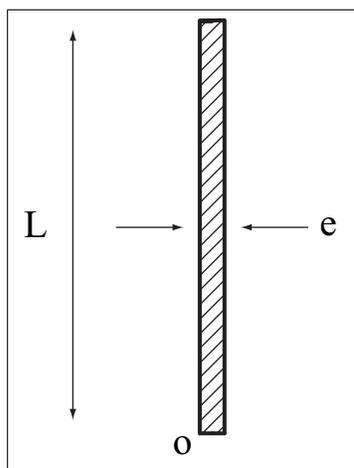


FIGURA A.5. Geometría muros M4, M5 y M6, Edificio NLCII

TABLA A.5. Propiedades geométricas muro M4, Edificio NLCII

Piso	L [m]	e [m]	o
P4 to P23	5.74	0.25	15.18 - 8.76
P25	5.74	0.45	15.18 - 8.76

TABLA A.6. Propiedades geométricas muro M5, Edificio NLCII

Piso	L [m]	e [m]	o
P4	3.40	1.20	0.95 - 9.9
P5 to P17	5.00	0.50	0.95 - 9.1
P18 to P23	5.00	0.35	0.95 - 9.1
P25	5.00	0.25	0.95 - 9.1

**A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII**

TABLA A.7. Propiedades geométricas muro M6, Edificio NCLII

Piso	L [m]	e [m]	o
P4	3.40	1.20	37.15 - 9.9
P5 al P17	5.00	0.50	37.15 - 9.1
P18 al P23	5.00	0.35	37.15 - 9.1
P25	5.00	0.25	37.15 - 9.1

TABLA A.8. Posición de las columnas dentro de la planta del Edificio NCLII

X [m]	Y [m]
3.05	0.50
11.05	0.50
19.05	0.50
27.05	0.50
35.05	0.50
3.05	22.70
11.05	22.70
19.05	22.70
27.05	22.70
35.05	22.70

A. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO NLCII

TABLA A.9. Propiedades geométricas de las columnas, Edificio NLCII

Piso	Dim X [m]	Dim Y [m]
P4	1.00	1.00
P5 to P6	0.70	1.35
P7	0.70	0.90
P8 to P10	0.70	0.80
P11 to P12	0.70	0.70
P13 to P14	0.70	0.60
P15 to P17	0.70	0.50
P18 to P23	0.70	0.40
P25	0.40	0.40

TABLA A.10. Propiedades geométricas de las vigas, Edificio NLCII

Piso	Altura [m]	Ancho [m]
P4	0.600	2.100
P5	0.500	0.550
P6 a P23	0.500	0.500
P25	0.200	1.065

## **ANEXO B. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO PA**

El modelo del edificio PA tiene a una planta ovalada, de dimensiones aproximadas de 16 x 77 metros. El modelo presenta 21 pisos, todos iguales, con altura de 3.30 m. La planta del edificio PA se encuentra en la Figura B.1, en donde se han definido puntos, representados por una letra mayúscula, para poder caracterizar las dimensiones de la planta. Se asume que el origen de las coordenadas para la planta se encuentra en el extremo inferior izquierdo, en el punto A. Las coordenadas del resto de los puntos se encuentran descritas en la Tabla B.1. Los puntos D y E se encuentran unidos a través de un arco de circunferencia, de radio 330.1146 m, con un ángulo entre los 2 puntos igual a 13.3775. De la misma forma, entre los puntos H y A se presenta otro arco de circunferencia, con radio 312.803 m, formándose un ángulo entre los puntos de 13.2823.

El modelo consiste de una losa, de espesor 0.21 m, junto con muros, columnas y vigas. La numeración para identificar a los muros y a las columnas, se presenta en la Figura B.2. En las Tablas B.2 y B.3 se indican las coordenadas de los ejes de los muros, tanto para sus almas como para sus alas. La Tabla B.4 muestra los espesores asignados a las almas y alas de cada uno de los muros. La ubicación de las columnas dentro de la planta, como también sus dimensiones se encuentran en la Tabla B.5. Las vigas se identifican por las columnas que conectan. La altura y el espesor de las vigas se presentan en la tabla B.6.

## B. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO PA

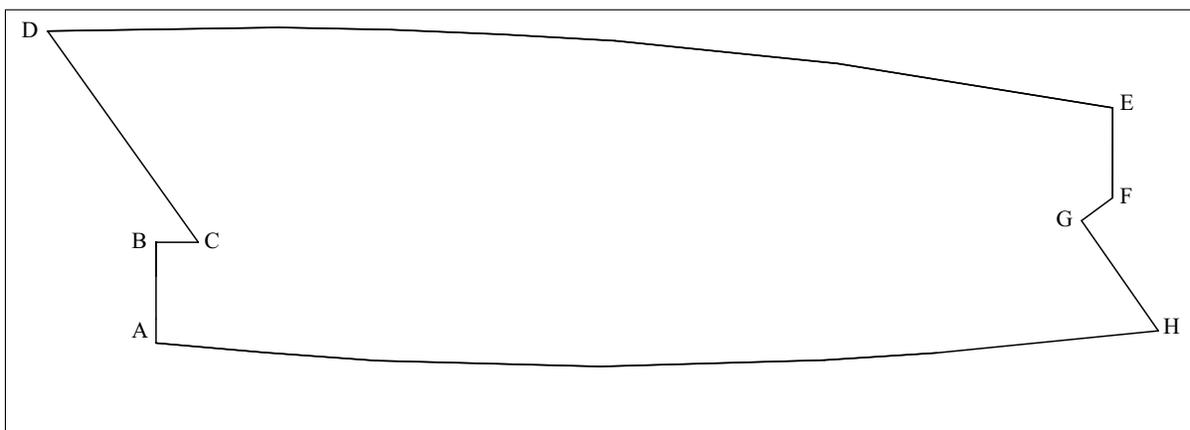


FIGURA B.1. Definición de los puntos de la planta, Edificio PA

TABLA B.1. Coordenadas de los puntos de la planta, Edificio PA

Punto	X [m]	Y [m]
A	0.000	0.000
B	0.000	7.147
C	3.140	7.147
D	-7.803	22.495
E	68.890	16.962
F	68.880	10.472
G	66.631	8.796
H	72.173	0.833

B. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO PA

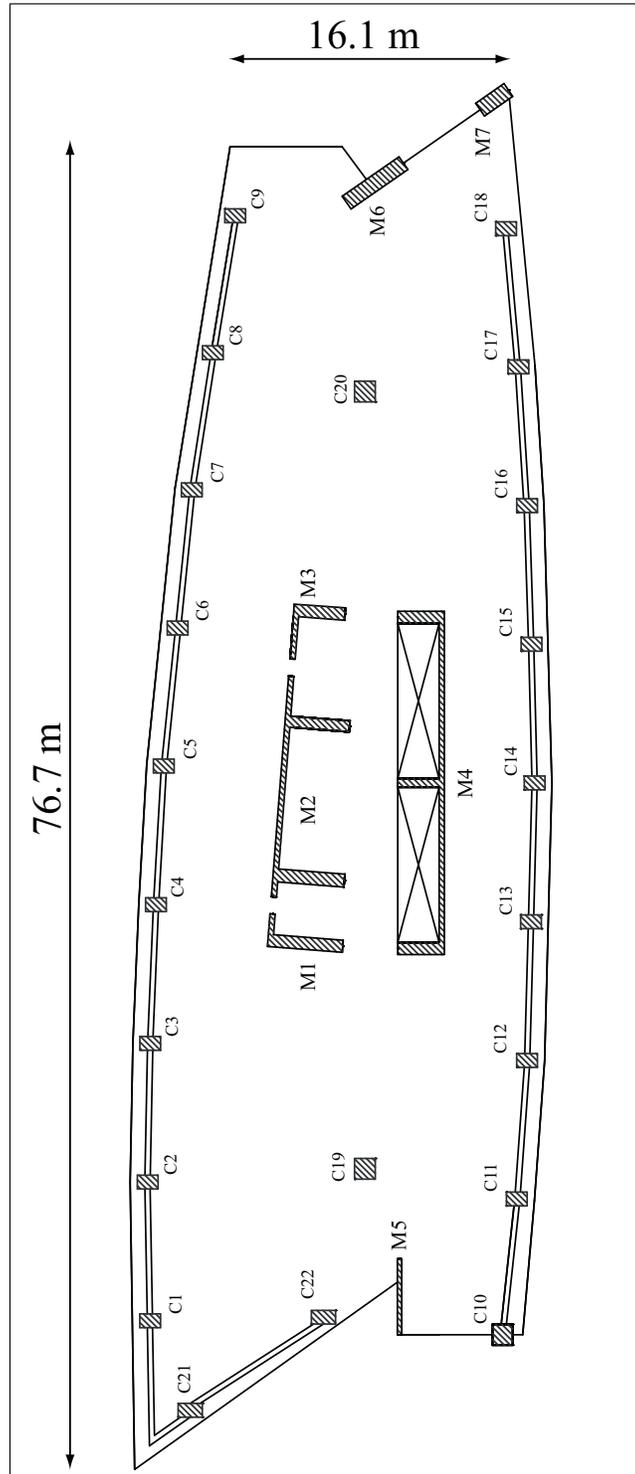


FIGURA B.2. Definición de los muros y columnas, Edificio PA

**B. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO PA**

TABLA B.2. Coordenadas muros M1, M2, M3 y M4, Edificio PA

	M1		M2		M3		M4	
	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
Inicio Alma	22.535	10.436	25.406	14.423	41.786	10.304	22.400	4.847
Fin Alma	22.864	14.623	38.187	13.417	42.005	13.117	41.600	4.847
Inicio Ala 1	22.864	14.623	26.339	10.337	39.184	13.339	22.400	4.847
Fin Ala 1	24.410	14.501	26.653	14.325	42.005	13.117	22.400	7.247
Inicio Ala 2			35.283	10.035			32.000	4.847
Fin Ala 2			35.565	13.623			32.000	7.247
Inicio Ala 3							41.600	4.847
Fin Ala 3							41.600	7.247

TABLA B.3. Coordenadas muros M5, M6 y M7, Edificio PA

	M5		M6		M7	
	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
Inicio Alma	0.000	7.147	67.937	6.920	72.173	0.833
Fin Alma	4.400	7.147	65.644	10.215	71.028	2.477

TABLA B.4. Espesores de los muros, Edificio PA

	Alma [m]	Ala 1 [m]	Ala 2 [m]	Ala 3 [m]
M1	0.70	0.30	-	-
M2	0.30	0.75	0.65	-
M3	0.70	0.30	-	-
M4	0.30	0.70	0.50	0.70
M5	0.25	-	-	-
M6	0.90	-	-	-
M7	0.90	-	-	-

**B. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO PA**

TABLA B.5. Ubicación y propiedades geométricas de las columnas, Edificio PA

Columna	X [m]	Y [m]	Dim X [m]	Dim Y [m]
C1	0.813	21.613	0.80	1.20
C2	8.859	21.755	0.80	1.20
C3	16.905	21.595	0.80	1.20
C4	24.945	21.255	0.80	1.20
C5	32.980	20.794	0.80	1.20
C6	40.986	19.973	0.80	1.20
C7	48.992	19.152	0.80	1.20
C8	56.945	17.913	0.80	1.20
C9	64.887	16.615	0.80	1.20
C10	0.000	1.175	1.18	1.20
C11	7.882	0.314	0.80	1.20
C12	15.909	-0.273	0.80	1.20
C13	23.954	-0.483	0.80	1.20
C14	32.000	-0.693	0.80	1.20
C15	40.046	-0.492	0.80	1.20
C16	48.089	-0.228	0.80	1.20
C17	56.120	0.286	0.80	1.20
C18	64.134	1.024	0.80	1.20
C19	9.633	9.147	1.20	1.20
C20	54.696	9.147	1.20	1.20
C21	-4.380	19.265	0.80	1.40
C22	1.024	11.548	0.80	1.40

TABLA B.6. Propiedades de las vigas, Edificio PA

Viga	Altura [m]	Ancho [m]
C1 - C9	0.55	0.6
C10 - C18	0.55	0.6
C21 - C22	0.55	1.2

## **ANEXO C. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO I**

El modelo del edificio I consiste en un edificio habitacional estructurado en base a muros, con una planta rectangular. Cuenta con un total de 17 pisos idénticos con altura de entrepiso de 2.49 m. El Edificio I tiene una losa de 0.16 m de espesor, Figura C.1, donde cada uno de los puntos característicos de esta, se le ha asignado una letra mayúscula. El origen de coordenadas globales se asume en el extremo inferior izquierdo, denominado punto A. Las coordenadas del resto de los puntos se encuentran descritos en la tabla C.1.

La numeración de los muros se encuentra en la Figura C.2. Las coordenadas de los ejes de los muros, tanto para sus almas como para sus alas, están descritos en las Tablas C.2, C.3, C.4, C.5 y C.6. Los espesores de los muros se encuentran en la Tabla C.7. El modelo desarrollado no presenta columnas ni vigas.



C. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO I

TABLA C.1. Coordenadas de los puntos de la planta, Edificio PA

Punto	X [m]	Y [m]	Point	X [m]	Y [m]
A	0.00	0.00	T	39.16	13.15
B	7.90	0.00	U	33.87	13.15
C	7.90	-1.50	V	33.87	14.15
D	13.05	-1.50	X	29.35	14.15
E	13.05	0.00	Y	29.35	13.15
F	18.34	0.00	Z	27.77	13.15
G	18.34	-2.12	AA	27.77	7.62
H	33.30	-2.12	AB	23.87	7.62
I	33.30	0.00	AC	23.87	13.15
J	38.59	0.00	AD	22.28	13.15
K	38.59	-1.50	AE	22.28	14.15
L	43.74	-1.50	AF	17.76	14.15
M	43.74	0.00	AG	17.76	13.15
N	51.63	0.00	AH	12.47	13.15
Ñ	51.63	10.80	AI	12.47	14.15
O	50.83	10.80	AJ	7.02	14.15
P	50.83	15.60	AK	7.02	15.60
Q	44.61	15.60	AL	0.80	15.60
R	44.61	14.15	AM	0.80	10.80
S	39.16	14.15	AN	0.00	10.80

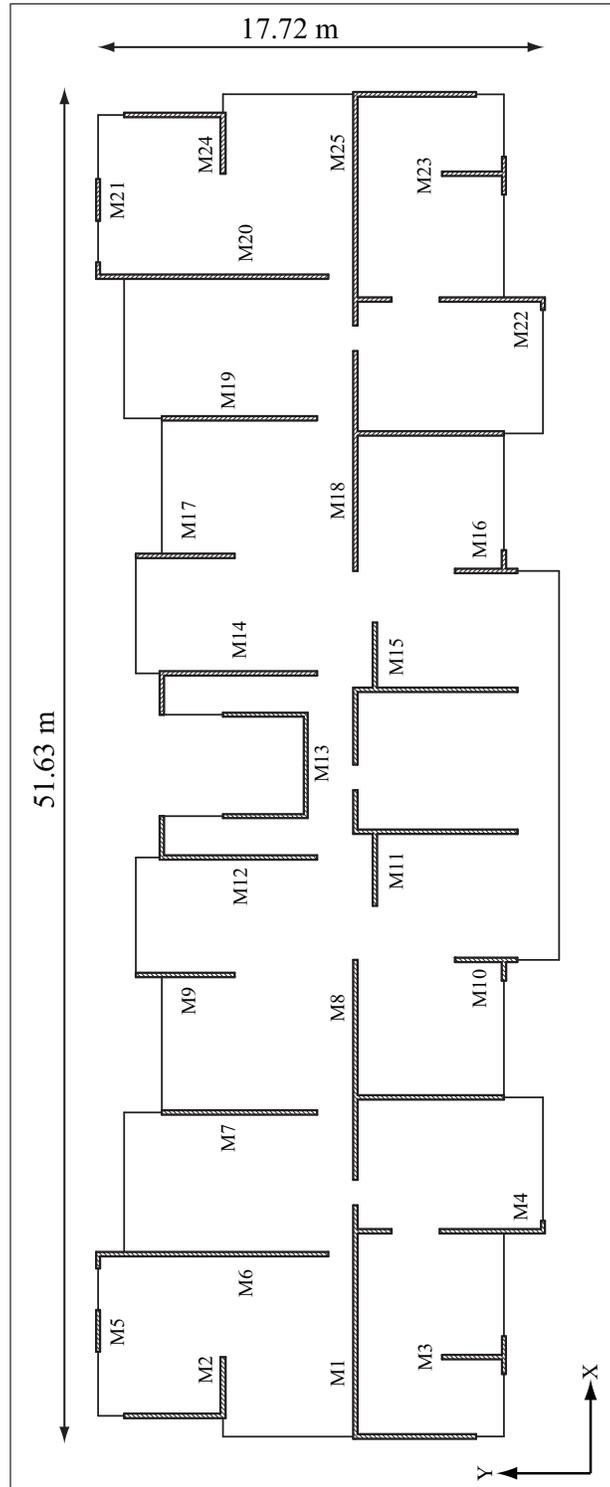


FIGURA C.2. Nombre de los muros, Edificio I

C. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO I

TABLA C.2. Coordenadas de los muros M1, M2, M3, M4 y M5, Edificio I

	M1		M2		M3		M4		M5	
	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]	X [m]	Y [m]
Inicio Ala	0.00	5.71	0.800	10.80	3.06	0.00	7.90	-1.50	3.27	15.6
Fin Ala	8.90	5.71	3.06	10.80	3.06	2.38	7.90	2.47	4.87	15.6
Inicio Ala 1	0.00	1.07	0.80	10.80	2.41	0.00	7.90	-1.50		
Fin Ala 1	0.00	5.71	0.80	14.600	3.86	0.000	8.30	-1.50		
Inicio Ala 2	7.90	4.32								
Fin Ala 2	7.90	5.71								

TABLA C.3. Coordenadas de los muros M6, M7, M8, M9 y M10, Edificio I

	M6		M7		M8		M9		M10	
	X [m]	Y [m]								
Inicio Alma	7.02	6.75	12.47	7.18	13.05	0.00	17.76	10.35	18.34	-0.52
Fin Alma	7.02	15.60	12.47	13.15	13.05	5.71	17.76	14.15	18.34	1.88
Inicio Ala 1	6.47	15.60			9.88	5.71			17.54	0.00
Fin Ala 1	7.02	15.60			18.34	5.71			18.34	0.00

TABLA C.4. Coordenadas de los muros M11, M12, M13, M14 y M15, Edificio I

	M11		M12		M13		M14		M15	
	X [m]	Y [m]								
Inicio Alma	23.27	-0.52	22.28	7.18	23.87	7.62	29.35	7.18	28.73	-0.52
Fin Alma	23.27	5.71	22.28	13.15	27.77	7.62	29.35	13.15	28.73	5.71
Inicio Ala 1	20.42	4.96	22.28	13.15	23.87	7.62	27.77	13.15	25.85	5.71
Fin Ala 1	23.27	4.96	23.87	13.15	23.87	10.80	29.35	13.15	28.73	5.71
Inicio Ala 2	23.27	5.71			27.77	7.62			28.73	4.96
Fin Ala 2	24.87	5.71			27.77	10.80			31.32	4.96

C. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO I

TABLA C.5. Coordenadas de los muros M16, M17, M18, M19 y M20, Edificio I

	M16		M17		M18		M19		M20	
	X [m]	Y [m]								
Inicio Alma	33.30	-0.52	33.87	10.35	38.59	0.00	39.16	7.18	44.61	6.75
Fin Alma	33.30	1.88	33.87	14.15	38.59	5.71	39.16	13.15	44.61	15.60
Inicio Ala 1	33.30	0.00			33.30	5.71			44.61	15.60
Fin Ala 1	34.10	0.00			41.76	5.71			45.16	15.60

TABLA C.6. Coordenadas de los muros M11, M12, M13, M14 y M15, Edificio I

	M21		M22		M23		M24		M25	
	X [m]	Y [m]								
Inicio Alma	46.76	15.60	43.74	-1.50	48.58	0.00	48.58	10.80	42.74	5.71
Fin Alma	48.36	15.60	43.74	2.47	48.58	2.38	50.83	10.80	51.63	5.71
Inicio Ala 1			43.34	-1.50	47.88	0.00	50.83	10.80	43.74	4.32
Fin Ala 1			43.74	-1.50	49.25	0.00	50.83	14.60	43.74	5.71
Inicio Ala 2									51.63	1.07
Fin Ala 2									51.63	5.71

C. PROPIEDADES GEOMÉTRICAS DEL EDIFICIO I

TABLA C.7. Espesores de los muros, Edificio I

	Alma[m]	Ala 1 [m]	Ala 2 [m]
M1	0.17	0.17	0.17
M2	0.17	0.2	-
M3	0.17	0.15	-
M4	0.17	0.15	-
M5	0.15	-	-
M6	0.17	0.15	-
M7	0.17	-	-
M8	0.17	0.17	-
M9	0.17	-	-
M10	0.17	0.15	-
M11	0.17	0.17	0.17
M12	0.17	0.15	-
M13	0.15	0.15	0.15
M14	0.17	0.15	-
M15	0.17	0.17	0.17
M16	0.17	0.15	-
M17	0.17	-	-
M18	0.17	0.17	-
M19	0.17	-	-
M20	0.17	0.15	-
M21	0.15	-	-
M22	0.17	0.15	-
M23	0.17	0.15	-
M24	0.17	0.2	-
M25	0.17	0.17	0.17