



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

**UNA FORMULACIÓN PARA EL  
PROBLEMA DE RUTEO DE VEHÍCULOS  
CON TIEMPOS DE VIAJE  
DEPENDIENTES DEL TIEMPO PARA LA  
ACTUALIZACIÓN DE RUTAS CON  
INFORMACIÓN EN TIEMPO REAL**

**MATÍAS JAIME EBENSBERGER PALACIOS**

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

**RICARDO GIESEN E.**

**JOSÉ ENRIQUE FERNÁNDEZ L.**

Santiago de Chile, Julio, 2009

© 2009, Matías Ebensperger Palacios



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

**UNA FORMULACIÓN PARA EL PROBLEMA  
DE RUTEO DE VEHÍCULOS CON TIEMPOS  
DE VIAJE DEPENDIENTES DEL TIEMPO  
PARA LA ACTUALIZACIÓN DE RUTAS CON  
INFORMACIÓN EN TIEMPO REAL**

**MATÍAS JAIME EBENSPERGER PALACIOS**

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

**RICARDO GIESEN E.**

**JOSÉ ENRIQUE FERNÁNDEZ L.**

**RODRIGO GARRIDO H.**

**CRISTIÁN CORTÉS C.**

**JUAN CARLOS FERRER O.**

Para completar las exigencias del grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Julio, 2009

A mis amigos y mi familia

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, quisiera agradecer a mis profesores supervisores José Enrique Fernández y Ricardo Giesen, por el apoyo a lo largo de esta investigación y durante mis años de estudio. Agradecer también a los profesores miembros de mi comisión, Cristián Cortés, Rodrigo Garrido y Juan Carlos Ferrer, por sus conocimientos y buena voluntad.

También quisiera agradecer a las personas que me han acompañado, ayudado y apoyado en la empresa donde trabajo, especialmente a Carola, Gisèle, Ximena, Verónica, Sra. Flor, Enrique, Diego, Felipe y Zdenko.

Agradecer a mi colegio y los extraordinarios momentos que me entregó, destacando la formación entregada por los profesores José Peña, Aníbal González y Luis Flores.

Quiero agradecer de manera especial a mis amigos: Marcela, Carolina, Andrea, Natalia, Francisco, César, José Miguel, Sebastián, Andrés, Ricardo, Rodrigo, Javier, Benjamín, Marcelo R., José Luis, Marcelo S., Cristián C. y Cristián L., por su apoyo y amistad incondicionales, por todos los buenos momentos, y por hacerme una mejor persona. Sinceramente, infinitas gracias, no hubiese logrado esto sin ustedes. Además, agradecer lo entregado en su momento por Alejandra, Viviana y Belén.

Finalmente, agradecer a mi familia, en especial al Negrito, por comprenderme, animarme y ayudarme a cumplir esta tarea.

## INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS .....	iii
INDICE DE TABLAS .....	vi
INDICE DE FIGURAS .....	vii
RESUMEN.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1. INTRODUCCIÓN .....	1
1.1. Motivación .....	1
1.2. Descripción del Problema .....	5
1.3. Objetivos de la Investigación .....	6
1.4. Alcances .....	7
1.5. Estructura de la Tesis .....	8
2. REVISION BIBLIOGRÁFICA.....	10
2.1. El Problema de Ruteo de Vehículos Estático.....	11
2.2. El Problema de Ruteo de Vehículos con Tiempos de Viaje Dependientes del Tiempo.....	14
2.3. El Problema de Ruteo de Vehículos con Información en Tiempo Real..	24
2.4. Comparación de Métodos Propuestos .....	35
3. MODELO PARA LA ACTUALIZACIÓN DE RUTAS .....	38
3.1. Construcción de una Red Espacio-Tiempo .....	38
3.2. Formulación Matemática del Problema .....	44
3.2.1. Modelo para Problema Offline .....	44
3.2.2. Modelo para Problema Online.....	51
3.3. Algoritmo de Solución .....	57
3.3.1. Heurística de Ahorros ( <i>Savings</i> ).....	58
3.3.2. Mejoramiento Intra-Ruta (Or-Opt) .....	60
3.4. Estrategias de Operación.....	60

4.	DISEÑO DEL EXPERIMENTO.....	63
4.1.	Información de la Red.....	63
4.2.	Datos de Entrada del Sistema.....	68
4.3.	Creación de Réplicas de Simulación.....	70
4.4.	Definición de Escenarios.....	71
4.5.	Procedimiento de Simulación.....	73
4.6.	Implementación.....	77
5.	RESULTADOS DEL EXPERIMENTO .....	78
5.1.	Costos Totales .....	79
5.2.	Costos de Transporte.....	80
5.3.	Número de Clientes NO Visitados .....	81
5.4.	Análisis de Resultados .....	82
6.	CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y EXTENSIONES .....	85
6.1.	Principales Conclusiones.....	85
6.2.	Recomendaciones Prácticas .....	89
6.3.	Posibles Extensiones .....	90
	BIBLIOGRAFÍA.....	92
	A N E X O S.....	96
	ANEXO A: Resultados detallados de los indicadores de rendimiento del modelo ...	97
	ANEXO B: Intervalos de Confianza de la media de los indicadores de rendimiento del modelo.....	99
	ANEXO C: Programa principal implementado en C++ .....	101

## INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2.1: Comparación de Métodos de Solución propuestos para el RT-VRP ...	36
Tabla 3.1: Diferencias entre el Problema Offline y el Online .....	41
Tabla 4.1: Categorías de Arcos en la Red de Estras .....	65
Tabla 4.2: Características de la Red AM .....	66
Tabla 4.3: Características de la Red FP .....	66

## INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 2.1: Función Escalón de los Tiempos de Viaje .....	15
Figura 2.2: Función de Tiempos de Viaje de un arco (i,j) con $M_{ij}=3$ .....	16
Figura 2.3: (a) Ejemplo de Red. (b) Función <i>step</i> de Tiempos de Viaje .....	18
Figura 2.4: Cambio en velocidad de viaje durante el tiempo para un arco dado ....	20
Figura 2.5: Función Suave de los Tiempos de Viaje $\tau_{ij}(t)$ .....	23
Figura 2.6: Cambio en los Tiempos de Viaje producto de Incidente .....	32
Figura 3.1: Ejemplo de Red Espacio-Tiempo .....	43
Figura 3.2: Desvío .....	52
Figura 3.3: Principio de Heurística de Ahorro .....	58
Figura 4.1: Perfil de Velocidades obtenido de simulación en AIMSUN .....	68
Figura 4.2: Ejemplo de Localización de Clientes sobre la Red .....	69
Figura 4.3: Comuna afectada por Incidente .....	73
Figura 4.4: Escenarios .....	73
Figura 5.1: Costos Totales en cada Escenario-Estrategia .....	79
Figura 5.2: Costos de Transporte en cada Escenario-Estrategia.....	80
Figura 5.3: Número de Clientes NO Visitados en cada Escenario-Estrategia .....	81

## **RESUMEN**

En esta investigación se estudia el problema de ruteo dinámico de vehículos con ventanas de tiempo e información en tiempo real respecto de las condiciones de oferta y demanda del sistema.

Los objetivos de la presente investigación son: (i) cuantificar los beneficios del uso de tiempos de viaje dependientes del tiempo en la construcción de rutas de despacho vehiculares; (ii) cuantificar los beneficios del uso de información en tiempo real para actualizar planes en la operación de rutas de despacho vehiculares, considerando cambios en los niveles de servicio de la red de transporte, y nuevas demandas; y (iii) desarrollar un algoritmo de solución para el problema.

Se construyó una red espacio-tiempo para reflejar la condición de tiempos de viaje dependientes del tiempo. A partir de ella, se formuló el problema como un modelo de programación lineal entera mixta, distinguiendo dos versiones: una para el inicio del período de planificación, y otra para la actualización de las rutas, lo que ocurrirá si aparece una nueva demanda y/o si existe algún incidente que varíe los tiempos de viaje de la red. Posteriormente, se desarrolló un algoritmo de solución del problema de carácter heurístico a fin de obtener respuestas en tiempo real.

El experimento consistió en probar cuatro estrategias de operación que se diferenciaron principalmente por el tipo de congestión (recurrente y no-recurrente) considerada al momento de construir las rutas. Además, se consideraron cuatro escenarios que se distinguen por la proporción de clientes que aparecen en tiempo real, y por el nivel de impacto de los incidentes. Los resultados mostraron que, al planificar las rutas considerando ambos tipos de congestión, los costos totales disminuyen, aun visitando un número mayor de clientes.

Palabras Claves: Desvíos, Demandas en Tiempo Real, Congestión No-Recurrente

## **ABSTRACT**

This research, studied the dynamic vehicle routing problem with Time Windows and Real-Time Information regarding the conditions of system's supply and demand.

The objectives of the present research were: (i) to quantify the benefits associated to the use of time-dependent travel times in the construction of vehicles routes; (ii) to quantify the benefits in the use of real time information to update plans in the operation of vehicles routes, considering changes in the levels of service of the transport network, and new demands; and (iii) to develop a solution algorithm for the problem.

A space-time network was constructed to reflect the condition of time-dependent travel times. Using this network, the problem was formulated as a linear integer programming model, distinguishing two versions: one for the beginning of the planning period, and another one for the routes update, which will happen if a new demand appears and/or if there exists some incident that vary the network travel times. Then, a heuristic solution algorithm for the problem is developed due to the need of real-time responses.

The experiment consisted in testing four operation strategies differentiated principally by the type of congestion (recurrent and non-recurrent) considered at the moment of the routes construction. In addition, four different scenarios were defined by the clients' proportion that appears in real-time, and the level of impact of the incidents. The results show that, upon planning the routes considering both types of congestion, the total costs diminish even visiting a greater number of clients.

**Keywords:** Diversions, Real-Time Demands, Non-Recurrent Congestion

## **1. INTRODUCCIÓN**

### **1.1. Motivación**

Las posibilidades de implementar sistemas de posicionamiento global, en inglés GPS, en flotas de vehículos de reparto, permiten conocer la ubicación exacta de los mismos en cualquier instante, lo que sumado a los avances en sistemas de comunicación de dos vías, por ejemplo la telefonía móvil, posibilita una gestión de los vehículos en tiempo real. Todo ello, ha permitido el desarrollo de sistemas de distribución sofisticados, en los que se actualicen los planes de despacho con información en línea acerca de las condiciones de tráfico en la red y de nuevas solicitudes que puedan aparecer durante la operación.

Sin embargo, al revisar el estado de la práctica en Chile, en empresas como Lipigas S.A., Manantial S.A., Bazuca.com y Aguas Andinas S.A., se observa que los avances logísticos en la industria son en su mayoría avances respecto del manejo y control de inventarios. En el ámbito del transporte, y de la distribución específicamente, son pocas las empresas que tienen implementado un sistema de optimización de rutas de despacho para sus camiones.

En muchas ocasiones, las rutas son construidas por medio de la inspección visual del problema, generando así sólo una solución factible, que puede ser mejor o peor, pero no producto del desarrollo de alguna metodología analítica que use algún criterio de decisión establecido. Una de las razones para esta habitual práctica podría estar en el

desconocimiento de las herramientas que se han desarrollado en los últimos años para el problema de ruteo de vehículos, en inglés *Vehicle Routing Problem* (VRP), o en la poca credibilidad en los beneficios que estas pueden traer en los niveles de servicio del sistema. Otra razón podría estar en la falta de oferta de herramientas destinadas a resolver el VRP: muchas veces, implementar un sistema de optimización sofisticado para resolver el problema podría necesitar de grandes inversiones, de tiempo y monetarias, las que, si se desconocen los beneficios que pueden producir, aparecen como no rentables.

Dentro de las empresas que ocupan herramientas de optimización de rutas de despacho para su flota de vehículos, la mayoría de ellas considera una velocidad constante de operación en la red. Otras, en cambio, utilizan softwares como Shorttec ([www.ortec.com](http://www.ortec.com), [www.forvm.cl](http://www.forvm.cl)) o Roadnet ([www.upslogisticstech.com](http://www.upslogisticstech.com)) para el ruteo de sus vehículos, y definen categorías de arcos en los que las velocidades son distintas, pero constantes a lo largo del día. Usando esta diferenciación, se pueden obtener resultados más realistas que en el primer caso, pero, aún así, los niveles de congestión habituales, o congestión recurrente, que se pueden observar en una red urbana, no son considerados y, por lo tanto, no se reflejan en el plan de rutas.

Un aspecto que no ha sido aprovechado en la construcción de rutas que realizan las empresas en Chile, es la consideración de que los tiempos de viaje en redes urbanas con congestión presentan fenómenos de congestión recurrente en períodos relativamente estables. Así, generalmente, se distinguen notoriamente: i) dos

períodos de alta congestión, ii) un período de congestión media, y iii) períodos de baja congestión.

Por otro lado, la ocurrencia de algún incidente relevante en cuanto al cambio en los tiempos de viaje habituales, como podría ser un aumento considerable de la demanda, que pudiese generarse en la red de transporte, también debiera ser considerado en el plan de ruteo de la flota, con el fin de que se alcancen con mayor frecuencia los niveles de servicio que la empresa pretende ofrecer. Por lo tanto, los softwares que no consideran estos aspectos, pueden no ajustarse de la mejor manera a la realidad del sistema que se está estudiando.

Las decisiones de transporte asociadas a servicios o productos de alto valor del tiempo, resultan en grandes exigencias sobre los servicios de transporte y por lo general requieren que el servicio se entregue dentro de una ventana de tiempo (Figliozzi, 2006). En el VRP con ventanas de tiempo, en inglés *VRP with Time Windows* (VRPTW), el aspecto espacial se une con el aspecto temporal, con lo que la planificación debe ser realizada para asegurar que se satisfacen las restricciones de ventanas de tiempo. El servicio a un cliente, implicando la recolección y/o la entrega de mercancías o servicios, debe realizarse dentro de la ventana de tiempo definida por él mismo.

Vale la pena distinguir entre ventanas de tiempo duras y suaves. En el caso de la ventana de tiempo dura, un vehículo deberá esperar si llega antes del comienzo de la

ventana, y no podrá violar el fin de la misma. En el caso de la ventana de tiempo suave, las restricciones de tiempo pueden ser violadas, pero a un costo.

La mayor parte del esfuerzo se ha dirigido al problema operacional de determinar el mejor conjunto de rutas y horarios. En presencia de ventanas de tiempo, los costos totales de ruteo no sólo incluyen el total de distancia y tiempo de viajes, sino también el costo del tiempo de espera en que se incurre cuando un vehículo llega antes a un cliente (o carga y/o descarga) (Solomon y Desrosiers, 1988).

Existen varios ejemplos de sistemas que utilizan ventanas de tiempo. Por ejemplo, en la industria del Cemento, si los vehículos no llegan dentro de la ventana de tiempo estipulada, puede ser que parte del hormigón se seque, quedando inutilizable y la obra detenida. En el caso de los supermercados y/o de sus centros de distribución, puede ocurrir que una llegada más temprana implique una espera mayor del vehículo para su atención producto de la falta de espacio para disponer la carga que trae, o la falta de stock para lo que cargará. En el caso de clientes residenciales, puede ocurrir que una llegada antes o después de la ventana estipulada encuentre un domicilio deshabitado. En estos casos, y en muchos otros, la presencia de ventanas de tiempo es una característica fundamental del problema de ruteo.

Para entender de mejor manera los beneficios que podrían obtenerse si se consideran tiempos de viaje dependientes del tiempo, aparición de clientes en tiempo real y ventanas de tiempo para la atención de los mismos, esta investigación se centra en el

VRP con ventanas de tiempo, tiempos de viaje dependientes del tiempo e información en tiempo real, acerca de cambios en los tiempos de viaje en la red y/o en la demanda que enfrenta el servicio. Este problema, es similar al que enfrenta la empresa Aguas Andinas S.A., que abastece de personal técnico para los servicios de reparación de cañerías de agua.

## **1.2. Descripción del Problema**

Existen varias especificaciones distintas para un VRP. Las diferencias se deben, entre otras: (i) a la cantidad de depósitos o clientes que se atienden en cada ruta; (ii) a la existencia de ventanas de tiempo; (iii) a la presencia de restricciones de capacidad en los vehículos; (iv) a la posibilidad de múltiples visitas para cada uno de los clientes; y (v) a la cantidad de rutas que operan los vehículos dentro de un mismo período de planificación.

En el caso específico de esta investigación, el problema que se aborda es el de despacho de uno a muchos, esto es, el reparto de un único producto desde “una” sola bodega, o depósito central, “a muchos” clientes distribuidos espacialmente en la red, cada uno con su respectiva cantidad demandada de productos, realizado por una flota fija de vehículos con restricción de capacidad, que demora un tiempo de atención fijo en cada cliente, que es atendido por un único vehículo. Además, cada vehículo tiene la posibilidad de operar a lo más una ruta a lo largo del período de planificación, el cual comprende la franja horaria que va desde las 7:30 hrs. a las 18:30 hrs, y que coincidirá con la ventana de tiempo de la bodega.

El problema planteado incluye dos tipos de soluciones: la solución inicial, "a priori" u "offline", y que considera los tiempos de viaje esperados e incluye sólo los clientes conocidos al momento de comenzar con la planificación de rutas, y la solución en tiempo real, u "online", en la cual se incluyen los cambios en los tiempos de viaje de la red, si es que los hubiere, y las nuevas demandas que van apareciendo en tiempo real, conforme avanza el ciclo de operación. A medida que el tiempo avanza, el sistema va registrando los cambios que se produzcan, tanto en la oferta como en la demanda, y actualiza las rutas considerando las nuevas condiciones. En el caso de la aparición de nuevos clientes, se actualizan las rutas de manera inmediata. Por otro lado, se supondrá que los tiempos de viaje, correspondientes a la congestión recurrente, se revisan cada diez minutos, por lo que, en caso de ocurrir un incidente en la red, serán tales revisiones las que permitan conocer los cambios.

Las condiciones de operación de la red son dadas por los tiempos de viaje esperados en distintos períodos del día, o congestión recurrente, y por el aumento aleatorio de la congestión, respecto de los niveles habituales, que se produce por incidentes en la red, o congestión no recurrente. Algunos ejemplos de incidentes que pueden causar congestión no recurrente son: (i) disminuciones de capacidad, por ejemplo, producto del cierre de calles y de autos en panne; y (ii) variaciones de demanda, en casos como la realización de eventos deportivos de alta convocatoria.

### **1.3. Objetivos de la Investigación**

Los objetivos generales de la investigación se han definido como:

- Cuantificar los beneficios del uso de tiempos de viaje dependientes del tiempo en la construcción de rutas de despacho vehiculares.
- Cuantificar los beneficios del uso de información en tiempo real para actualizar planes en la operación de rutas de despacho vehiculares, considerando cambios en los niveles de servicio de la red de transporte, y nuevas demandas.
- Desarrollar un algoritmo de solución para el problema de actualización de rutas con información en tiempo real.

#### **1.4. Alcances**

Esta investigación presenta los siguientes alcances:

- La función objetivo del problema considera una función de costo de corto plazo que incluye costos de combustible y penalizaciones por la no atención de clientes. Por esta razón, se tratan decisiones a nivel operacional, que no incluyen, por ejemplo, la minimización de la flota de vehículos, tal como en el caso de decisiones táctico-estratégicas.
- El tiempo de atención de los clientes es fijo, no considera ningún tipo de variación o aleatoriedad.
- Se consideró la presencia de un incidente a lo largo del período de planificación, que hace aumentar los tiempos de viaje durante un tiempo y sobre un sector de la red determinados.
- No se consideraron sistemas de predicción acerca de la localización de los posibles nuevos clientes.

### **1.5. Estructura de la Tesis**

En el capítulo dos, se presenta una revisión bibliográfica, comenzando por una breve explicación de los problemas de ruteo vehicular estáticos, donde se describen distintas extensiones que se han realizado al VRP clásico. Luego, se describió el VRP que incluye tiempos de viaje dependientes del tiempo y se analizaron distintas formas de solucionar el problema. Finalmente, se revisan problemas de ruteo donde se incluye información en tiempo real, mostrando los avances que se han obtenido en esta materia, para concluir con un análisis comparativo de las investigaciones previas que permite concluir que el problema aquí abordado no ha sido investigado.

En el capítulo tres, se presenta un modelo para la actualización de rutas. Aquí, se describe la red de transporte construida para realizar el ruteo, cómo se creó y cuáles son sus características principales. Luego, se presenta la formulación del problema planteado para la red de transporte creada, que incluye dos formulaciones, tanto para el problema “offline” como para el “online”. Se describen los parámetros, variables, función objetivo y restricciones del problema. Por último, se explica el algoritmo de solución del problema y las estrategias de operación estudiadas.

En el capítulo cuatro, se describe el diseño experimental, incluyendo la información de la red utilizada. El experimento, fue diseñado para probar el modelo sobre la red urbana de Santiago, aprovechando la información de tiempos de viaje obtenida del modelo Etraus (De Cea et al., 2003) para la red del año 2010, considerando distintas

estrategias de ruteo y distintos escenarios. Finalmente, se describe al procedimiento de solución del problema y el código utilizado para su implementación.

En el capítulo cinco, se presenta un análisis de los resultados obtenidos de las simulaciones realizadas. Este análisis, se basó en los siguientes indicadores de rendimiento del modelo: costos totales del sistema, costos de transporte, y cantidad de clientes no atendidos.

Por último, el capítulo seis resume las principales conclusiones de la investigación, se discuten aspectos para la aplicabilidad práctica del modelo y se plantean posibles extensiones futuras.

## **2. REVISION BIBLIOGRÁFICA**

Las investigaciones en problemas de ruteo de vehículos (VRP) se remontan al trabajo de Dantzig et al. (1954). Dada una flota homogénea de vehículos, un conjunto de clientes distribuidos geográficamente con una cierta demanda por mercaderías cada uno, y un depósito central, el VRP, en su formulación clásica, se define como el problema de minimizar el costo de transporte de un conjunto de rutas que satisfaga las demandas de cada cliente, donde cada ruta debe comenzar y terminar en el depósito, y no se debe exceder la capacidad de los vehículos.

La mayor parte de la literatura sobre ruteo vehicular se ha concentrado en problemas de naturaleza determinística y estática. Recién en los últimos años, y como respuesta a los avances en Tecnologías de Información y Comunicaciones (TIC), y al incremento que ha experimentado la importancia de la calidad del servicio al cliente, se han estudiado modelos dinámicos para los problemas de ruteo. Por ejemplo, en el caso de la distribución de gas doméstico envasado, gran parte de los clientes van surgiendo en tiempo real, y la no atención de un cliente por parte de la empresa, puede resultar en la pérdida del mismo.

A continuación, en la sección 2.1 se presenta una breve revisión del VRP estático, en el cual toda la información relativa a los clientes es conocida al momento de planificar las rutas. Posteriormente, en la sección 2.2 se realiza una revisión del VRP que incluye tiempos de viaje dependientes del tiempo, esto es, que considera congestión recurrente en la red. En la sección 2.3, se revisan los trabajos realizados referentes al VRP que incluye información en tiempo real, es decir, aquel en el cual toda, o parte, de la información del

problema va apareciendo conforme avanza el período de planificación. Finalmente, en la sección 2.4 se presenta un análisis comparativo de los trabajos analizados.

### **2.1. El Problema de Ruteo de Vehículos Estático**

Aun cuando el VRP es considerado por muchos como el problema central de la distribución de bienes y servicios, su versión elemental asume muchos supuestos que limitan su implementación práctica en problemas reales de distribución. Entre estos, se pueden mencionar:

- i) Los vehículos atienden desde una sola bodega.
- ii) Los vehículos sólo reparten o recolectan, pero no ambas a la vez.
- iii) Los clientes son atendidos por un solo vehículo.
- iv) El período de planificación dura sólo un día.
- v) No se consideran ventanas de tiempo.
- vi) Los tiempos de viaje son constantes y conocidos durante todo el período de planificación.

Debido a esto, a partir de la introducción del VRP, en las últimas décadas se han estudiado una gran variedad de extensiones y variaciones que han incorporado nuevas restricciones, obviando algunos de los supuestos recién enumerados y permitiendo así adaptarse mejor a las necesidades que la gestión logística va generando.

En el caso del primer supuesto, resulta muy común que las empresas distribuyan sus productos utilizando más de un depósito. Por ejemplo, en la distribución de Cemento

hacia obras de construcción existe una doble asignación para los clientes, pues ya no sólo deben ser asignados a rutas, sino que también a depósitos. El problema de ruteo vehicular con múltiples depósitos, en inglés *Multiple Depot Vehicle Routing Problem* (MDVRP), ha sido estudiado, entre otros, por Gillett y Johnson (1976), y por Cordeau et al. (1997).

En algunas situaciones, existe la posibilidad de que los clientes no sólo reciban carga, sino que también retornen mercadería hacia el depósito, lo que se conoce como logística reversa. Un caso puede ser aquel de una embotelladora, en el cual al repartir sus gaseosas, va recibiendo, por otro lado, los envases vacíos de parte de sus clientes. Esta particularidad es considerada en el problema de ruteo vehicular con carga y descarga simultánea, en inglés *VRP with Simultaneous Pick-up and Delivery* (VRPSPD). Este problema ha sido estudiado, entre otros, por Min (1989) y, más recientemente, por Montane y Galvão (2006), y Bianchessi y Righini (2007).

Una situación un tanto más restrictiva está modelada en el problema de ruteo vehicular con devoluciones, en inglés *Vehicle Routing Problem with Backhauls* (VRPB), en donde en cada ruta se debe repartir toda la carga antes de cargar nuevos productos al vehículo. Este problema ha sido estudiado, entre otros, por Deif y Bodin (1984), Toth y Vigo (1997), y, más recientemente, por Brandão (2006). Estas restricciones adicionales, pueden hacer más complejo el problema de planificación de rutas, lo que puede traducirse en una mala utilización de la capacidad de la flota, incrementando las distancias recorridas y el número de vehículos a utilizar.

Una restricción importante presente en la formulación original del VRP es que cada cliente debe ser atendido exclusivamente por un solo vehículo. El problema de ruteo vehicular con atención segregada, en inglés *Split Delivery Vehicle Routing Problem* (SDVRP) relaja esta restricción y permite que un cliente pueda ser atendido por más de un vehículo, lo que puede ser muy beneficioso en problemas donde la demanda de los clientes es grande en relación a la capacidad de los vehículos. Este problema ha sido estudiado, entre otros, por Dror y Trudeau (1989), Chen et al. (2005), y por Archetti y Speranza (2006).

El VRP, en su formato original, considera un único período de planificación, que usualmente se asocia a un día. En el campo de la distribución de bienes, muchas situaciones reales requieren de más de un día como horizonte de planificación, como por ejemplo la distribución de combustibles y la recolección de basura. El problema de ruteo vehicular multi-período, en inglés *Period Vehicle Routing Problem* (PVRP), se define como el problema de encontrar el ruteo óptimo para un período compuesto por  $T$  días. Nótese que en el PVRP los clientes no sólo deben ser asignados a rutas, sino que también deben ser asignados a días. Este problema se puede encontrar en Beltrami y Bodin (1974), y una revisión actualizada en Francis y Smilowitz (2006).

El VRP y sus extensiones hasta aquí mencionadas, corresponden a problemas de carácter meramente espacial y estático, donde toda la información requerida es conocida de antemano. Una revisión reciente de problemas de ruteo de vehículos puede encontrarse en Golden et al. (2008).

Durante las últimas dos décadas, se han desarrollado extensiones al VRP que incorporan restricciones temporales al problema. El problema de ruteo vehicular con ventanas de tiempo, en inglés *Vehicle Routing Problem with Time Windows* (VRPTW), es una extensión al VRP donde además de la restricción de capacidad de carga de los vehículos se agrega la condición de que cada cliente debe ser visitado dentro de un intervalo de tiempo determinado. Algunas contribuciones importantes corresponden a Golden y Assad (1986), Solomon (1987), Antes y Derigs (1995), Bramel y Simchi-Levi (1996), Ioannou et al. (2001), y Bräysy y Gendreau (2005).

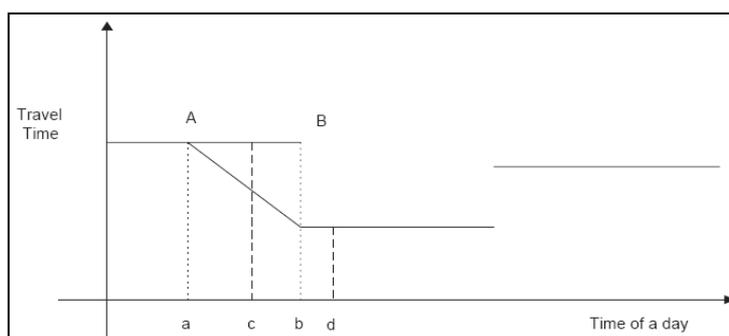
Al VRPTW se han incorporado prácticamente todas las extensiones descritas anteriormente para el VRP.

Es importante señalar, que los problemas que a continuación se analizan, son de naturaleza determinística, es decir, no incluyen estocasticidad. Los problemas estocásticos han sido estudiados, entre otros, por Dror et al. (1989), Gendreau et al. (1996) y, más recientemente, por Kim et al. (2005).

## **2.2. El Problema de Ruteo de Vehículos con Tiempos de Viaje Dependientes del Tiempo**

En muchas ciudades, los altos niveles de congestión pueden causar que las condiciones de la red de distribución cambien drásticamente de un momento del día a otro. La variante del VRP que consideran este aspecto, en inglés el *Time Dependent Vehicle Routing Problem* (TDVRP), fija distintos tiempos de viajes en los arcos de la red según el momento del día.

Al variar los tiempos de viaje en los arcos a lo largo del período de planificación, debe considerarse la propiedad *First-In-First-Out* (FIFO). Si los tiempos de viaje son modelados como una función escalón, como en la Figura 2.1, es posible que un vehículo que parte en un tiempo  $d$  arribe más temprano que un vehículo que parte en un tiempo  $c$ . Dado que cualquier partida entre  $a$  y  $(b-\varepsilon)$ , con  $\varepsilon \rightarrow 0$ , arribará al destino más tarde que cualquier partida en  $(b+\varepsilon)$ , todas las partidas tendrán que esperar hasta este tiempo  $(b+\varepsilon)$ . Esta situación, en la práctica, no es realista e implica que los tiempos de viaje no debieran ser representados por una función escalón.



**Figura 2.1:** Función Escalón de los Tiempos de Viaje  
Fuente: Haghani y Jung (2005)

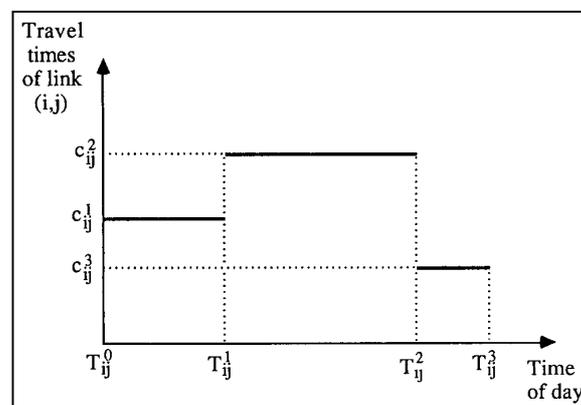
A continuación, se describen los trabajos de Malandraki y Daskin (1992), Ichoua et al. (2003), y Fleischmann et al. (2004).

**a. Malandraki y Daskin (1992)**

En este artículo, el TDVRP es definido como “*Una flota de vehículos de capacidad fija sirven clientes de demandas fijas desde una bodega central. Los clientes son asignados a los vehículos y estos son ruteados de tal forma que el tiempo total de las rutas sea el mínimo. El tiempo de viaje entre dos clientes o entre un cliente y la bodega depende de la distancia entre los puntos y la hora del día*”.

Se presenta una formulación de programación lineal entera mixta para el TDVRP. En ella, se asume una red completa y una matriz dependiente del tiempo, donde el tiempo de viaje entre un nodo  $i$  y un nodo  $j$  depende del tiempo en que el vehículo parte desde  $i$ . Así, los tiempos de viaje son asimétricos, esto es, el tiempo de viaje entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$  puede ser distinto que aquel entre el nodo  $j$  y el  $i$ .

Cada arco  $(i,j)$  fue reemplazado por  $M_{ij}$  arcos paralelos desde  $i$  a  $j$ , donde  $M_{ij}$  es el número de intervalos de tiempo distintos considerados en una función de tipo *step* que representaba los tiempos de viaje para el arco. El número  $M_{ij}$  puede diferir entre un arco y otro. La Figura 2.2, representa los tiempos de viaje en un arco considerando  $M_{ij}=3$ .



**Figura 2.2:** Función de Tiempos de Viaje de un arco  $(i,j)$  con  $M_{ij}=3$ .

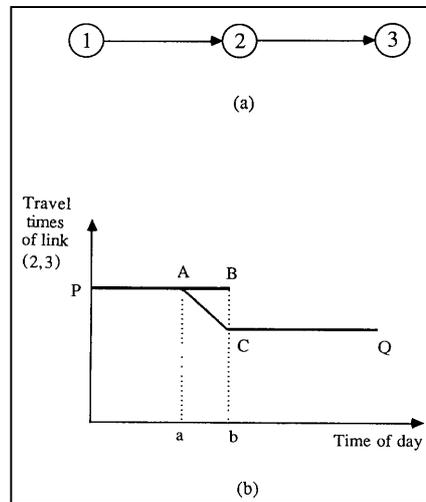
Fuente: Malandraki y Daskin (1992)

En la formulación, se minimizan los tiempos totales en ruta, que incluyen tiempos de viaje, tiempos de atención, y tiempos de espera en los nodos. En cuanto a las restricciones, además de las tradicionales de capacidad y flujos, se incluyeron: (i)

ventanas de tiempo duras; (ii) restricciones que aseguran el uso del correcto arco paralelo; y (iii) posibilidad de esperar de los vehículos para salir desde los nodos. Este tiempo es determinado por la minimización, permitiendo que los vehículos salgan en instantes de tiempo distintos. Otras restricciones aseguraban que el arco paralelo apropiado entre  $i$  y  $j$  se eligiera a partir del tiempo de salida desde el nodo  $i$ . Específicamente, en el caso del nodo “bodega”, el tiempo de partida se consideró variable y como parte de la función de minimización, con lo que se aseguraba que el tiempo de partida sea óptimo.

En la realidad, los tiempos de viaje cambian continuamente como función del tiempo y no en saltos discretos. Cuando se permiten tiempos de espera en los nodos, y cuando el tiempo de viaje en el intervalo  $m+1$  es menor que en el tiempo  $m$ , la función usada anteriormente se comporta generalmente como una función tipo *piecewise*.

Para ilustrar esto, se puede considerar el ejemplo de la Figura 2.3, donde en 2.3(a), se busca el camino mínimo entre el nodo 1 y el nodo 3. La figura 2.3(b) entrega el tiempo de viaje del arco (2,3).



**Figura 2.3:** (a) Ejemplo de Red. (b) Función *step* de Tiempos de Viaje.  
Fuente: Malandraki y Daskin (1992)

Entonces, si hay un vehículo en tiempo  $t_2$ , tal que  $a < t_2 < b$ , es conveniente que espere y parta en el tiempo  $b$ . Así, el tiempo de viaje efectivo estará dado por una función continua de tipo *piecewise* P-A-C-Q en vez de la función escalón (*stepwise*) P-B, C-Q. Cuanto el tiempo de viaje en  $m+1$  es mayor que en  $m$ , la función se mantiene discontinua, con lo que no se cumple con la condición de FIFO.

El problema aquí estudiado, consideró varios de los elementos del problema que la presente investigación aborda, pero no toma en cuenta información en línea que indique la existencia de congestión no-recurrente y la posibilidad de aceptación de nuevos clientes a lo largo del período de ejecución de las rutas. Además, las heurísticas que son probadas no consideraron la existencia de ventanas de tiempo en la atención de clientes. Finalmente, no existe una implementación sobre una red real.

**b. Ichoua et al. (2003)**

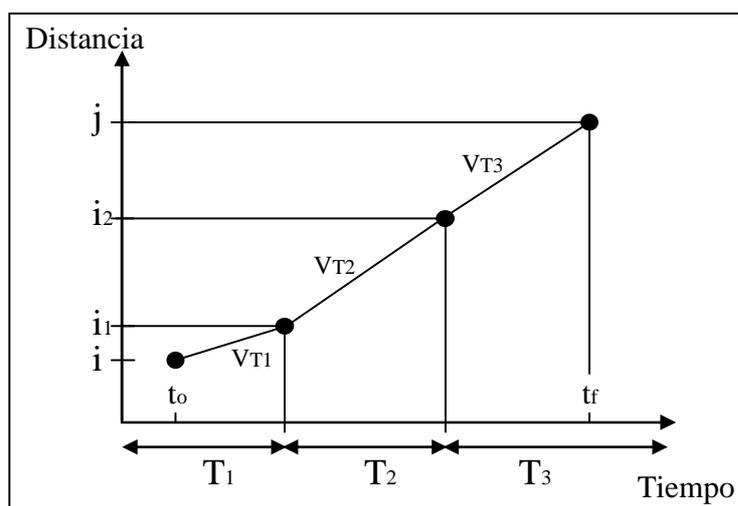
En este artículo, los autores presentan un modelo basado en velocidades de viaje dependientes del tiempo que satisfacen la condición de FIFO.

En la definición del problema, se consideró una flota homogénea de vehículos de capacidad fija, que debe servir clientes de demandas fijas dentro de un horizonte de tiempo dividido en varios intervalos de tiempo. Se contaba con una matriz dependiente del tiempo que contenía los tiempos de viaje entre cada par  $(i,j)$  para cuando el vehículo parte desde  $i$  dentro de un determinado intervalo de tiempo. Además, se consideraron ventanas de tiempo suaves para los clientes, y dura para la bodega. El objetivo consistió en minimizar el costo total de las rutas, que incluía a los tiempos totales de viaje y la tardanza total sobre todos los clientes.

Inicialmente, se propuso una función de tipo escalón para los tiempos de viaje, pero dado que no cumple con FIFO, se planteó trabajar con velocidades dependientes del tiempo, ajustando la velocidad cuando el vehículo cruzara el límite entre dos intervalos. Aquí, las velocidades de viajes eran indexadas según período de tiempo y arco, reduciendo el tiempo computacional, pero aumentando el costo de almacenamiento. Para limitar el número de valores para las velocidades a estimar, el conjunto de arcos fue dividido en varias categorías, con lo que la velocidad de viaje durante un período en un arco  $(i,j)$  que pertenece a una categoría, es igual a la velocidad asociada a esa categoría en ese período de tiempo. A juicio de los autores,

el dividir los arcos parece un supuesto razonable para redes de transporte urbanas, porque los arcos, generalmente, se pueden dividir según sus características físicas.

El principal aporte del modelo fue que no se asumió una velocidad constante sobre un arco completo, sino que consideró que las velocidades cambian al cruzar el límite entre dos períodos. Esto, se puede apreciar en la Figura 2.4, donde para cada uno de los intervalos definidos existe una velocidad de viaje distinta.



**Figura 2.4:** Cambio en velocidad de viaje durante el tiempo para un arco dado.  
Fuente: Adaptado de Ichoua et al. (2003)

En el modelo, la velocidad de viaje fue tratada como una función escalón según los períodos del día. Luego, la función de tiempos de viaje pasó a ser una función continua de tipo *piecewise*. Estas funciones, hacen que la propiedad FIFO se cumpla. Además, en este caso no existe incentivo para que los vehículos esperen por abandonar un origen, ya que resulta conveniente seguir acercándose al destino, sin importar cómo cambien las velocidades más adelante.

El algoritmo de solución del problema implementado es el utilizado en Ichoua et al. (2000). Este se basa en intercambios de tipo *CROSS*<sup>1</sup> e incluye la paralelización de los procesos, clave a la hora de acelerar los cómputos. Además, los autores definieron tres escenarios diferenciados según el grado de dinamismo del problema.

Los resultados mostraron reducciones en el valor de la función objetivo que van desde un 3% a un 14%, respecto del modelo con tiempos de viaje constantes.

**c. Fleischmann et al. (2004)**

Estos autores presentan una derivación de los datos de tiempos de viaje provenientes del Sistema de Información de Tráfico de Berlín, medidos entre 1988 y 1996, donde el largo de los intervalos de tiempo considerados fue de 5 minutos entre las 5 a.m. y las 11 p.m., y de 6 horas para el resto del día. Además, se describe un marco general para la implementación de tiempos de viaje dependientes del tiempo en el VRPTW.

El hecho de ocupar tiempos de viaje dependientes de las condiciones de operación de la red, se puede traducir en importantes beneficios. Por ejemplo, si se usan arcos no congestionados durante el día, el tiempo total de viaje debiera disminuir. Además, el itinerario se vuelve mucho más confiable y, por lo tanto, podrá satisfacer de mejor manera las restricciones de tiempo que se pudieran imponer.

---

<sup>1</sup> Intercambio de los términos de dos rutas: la primera parte de una ruta A es conectada con el final de la ruta y la primera de B con el final de A.

Para evitar los problemas que una función de tipo escalón provoca, se utilizó una función continua en los tiempos de viaje que satisfacen FIFO.

Para la modelación de los tiempos de viaje, los autores definieron  $\tau_{ijk}$  como el tiempo de viaje mínimo entre el nodo  $i$  y el nodo  $j$  cuando el tiempo de partida es en el intervalo de tiempo  $Z_k$ , donde el día fue dividido en intervalos de tiempo  $Z_k = [z_{k-1}, z_k[$  con  $(k = 1, \dots, K)$ , y donde  $[z_0, z_K]$  corresponde al día completo o al período relevante de planificación. Los nodos representaban a los clientes y a la bodega en el VRP.

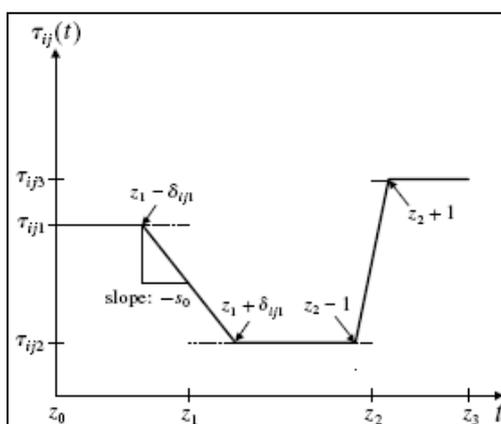
Los datos presentaban saltos al pasar de un intervalo de tiempo a otro, por lo que los autores linealizaron la función de tiempos de viaje. Esta linealización, se realiza en un intervalo  $[z_k - \delta_{ijk}, z_k + \delta_{ijk}]$  con un apropiado parámetro  $\delta_{ijk}$  y pendiente:

$$s_{ijk} = \frac{\tau_{ij, k+1} - \tau_{ijk}}{2 \cdot \delta_{ijk}} \quad (2.1)$$

Luego, la función de tiempo de viaje  $\tau_{ij}(t)$ , que es definido como el tiempo de viaje desde  $i$  a  $j$  para el tiempo de partida  $t$  en  $i$ , para  $k = 1, \dots, K$  y  $\delta_{ij0} = \delta_{ijK} = 0$  viene dada por:

$$\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \tau_{ijk} & \text{para } z_{k-1} + \delta_{ij, k-1} \leq t \leq z_k - \delta_{ijk} \\ \tau_{ijk} + (t - z_k + \delta_{ijk}) \cdot s_{ijk} & \text{para } z_k - \delta_{ijk} \leq t \leq z_k + \delta_{ijk} \end{cases} \quad (2.2)$$

Respecto del parámetro  $\delta_{ijk}$ , este debe cumplir con que su valor sea menor que el largo de los intervalos a los que pertenece  $z_k$ . La Figura 2.5 muestra cómo queda la función linealizada.



**Figura 2.5:** Función Suave de los Tiempos de Viaje  $\tau_{ij}(t)$ .

Fuente: Fleischmann et al. (2004)

Teniendo la función de tiempos de viaje linealizada, se definió una función de tiempo de arribo como la suma entre el tiempo de partida y el tiempo de viaje para ese instante de partida. Así, la condición de FIFO en la red se cumple.

A partir de la minimización de los tiempos totales de viaje, los autores concluyeron que el intervalo de 5 minutos era demasiado pequeño, y que no producía grandes beneficios para la solución del VRP, sino más bien perjuicios debido a la alta utilización de recursos computacionales. Además, los resultados mostraron que la utilización de tiempos de viaje constantes resulta en una subestimación de aproximadamente un 10% de los tiempos de viaje reales y en el aumento de un 10%

en las violaciones de ventanas de tiempo. Finalmente, comprobaron empíricamente que el número de intervalos no tiene que ser tan grande para apreciar beneficios.

Uno de los principales aportes de este artículo es la forma de linealización de la función de tiempos de viaje. Sin embargo, no utilizan información en tiempo real para la actualización de tiempos de viaje ni para admitir nuevas demandas.

### **2.3. El Problema de Ruteo de Vehículos con Información en Tiempo Real**

El VRP con información en tiempo real, en inglés *Real Time – Vehicle Routing Problem* (RT-VRP), y el RT-VRPTW, es una de las tantas variantes del VRP, y del VRPTW, donde se considera información en tiempo real, como clientes que demandan el servicio a medida que el tiempo transcurre, o como aquella que hace variar tiempos de viaje producto de incidentes que se generan en la red. Así, puede haber requerimientos por el servicio en tiempo real (cambios en la demanda) y/o cambios en los tiempos de viaje en la red (cambios en la oferta).

En el RT-VRP, el planificador puede no conocer toda la información al momento en que el proceso de ruteo comienza. Además, en el caso del RT-TDVRP, la información, incluyendo demandas y tiempos de viaje dependientes del tiempo, pueden cambiar después de que las rutas iniciales han sido construidas, y tal información puede no ser conocida con anticipación. Cuando un nuevo cliente aparece, la principal tarea del centro de despacho es incluirlo en el plan actual de rutas. Más aún, si los tiempos de viaje han cambiado debido a un incidente inesperado, en orden de alcanzar un menor costo de viaje, los clientes entrantes ya

asignados deben ser reasignados basándose en la posición y cargas de los vehículos en ruta. El centro de despacho debe entregar una respuesta rápida en orden de responder en tiempo real a las nuevas condiciones de operación.

Existen diversos artículos que estudian el RT-VRP. Por ejemplo, Regan et al. (1996) desarrollan una técnica para la toma de decisiones dinámica de una flota comercial de despacho que usa información en tiempo real, en la que destacan los despachos en tiempo real y la aceptación de cargas, y desarrollan un marco de simulación para evaluar el funcionamiento de la misma. Durban y Hoffman (2008) estudian el problema de reparto de cemento que, como ya se mencionó, incluye ventanas de tiempo y múltiples depósitos, pero ahora se incluyen demandas que aparecen en tiempo real. Los autores construyen una red espacio-tiempo y a partir de ella formulan un modelo de optimización. El aporte de los autores está principalmente en el desarrollo de una herramienta de apoyo de decisiones que determina, entre otras cosas, si nuevas órdenes deberían ser aceptadas, cuándo los conductores deberían comenzar su trabajo, la asignación en tiempo real de conductores a cargas de entrega y el envío de estos conductores a los clientes. Finalmente, Ichoua et al. (2006) desarrollan una metodología para anticipar la localización de posibles clientes que aparezcan en tiempo real, y Cortés et al. (2008) incorporan técnicas de control para identificar los incidentes que se producen en la red para un problema de *pick-up and delivery* con flota fija.

Por otro lado, existen artículos en los que se desarrollan heurísticas para la solución de este problema de ruteo. La presente revisión bibliográfica se concentrará en estos, discutiendo los trabajos de Ichoua et al. (2000 y 2003), Haghani y Jung (2005), y Chen et al. (2006).

**a. Ichoua et al. (2000)**

El problema aquí considerado es de recolección (o entrega) dinámica, motivado por aplicaciones de servicio de correo y considerando restricciones de ventanas de tiempo. En su versión estática, se trata simplemente del VRPTW en su versión original, pero, en su versión dinámica, se presentan algunas novedades.

Dada una nueva orden en el instante  $t$ , el problema es asignarla a un vehículo particular e incluirlo en su ruta planeada a mínimo costo.

Como base, se utilizó la heurística de Búsqueda Tabú Paralela con Memoria Adaptativa (Gendreau et al., 1996b). Se realizó una implementación en paralelo, donde el “maestro” maneja la Memoria y crea la Solución Inicial, mientras los “esclavos” corren la Búsqueda Tabú.

Así como ha sido presentada esta heurística, el destino actual de los vehículos es fijo. Sin embargo, los autores proponen una modificación que no establece el destino actual como fijo y permite desvíos en las rutas. Los desvíos, consisten en permitir a un vehículo que se desvíe de su actual destino para servir una orden que acaba de aparecer en la vecindad de su actual posición. Entonces, la modificación que aquí se

incluyó consistió en considerar la posición actual como el nodo fijo, y así incluir a todos los potenciales destinos en la ruta que pasará por el proceso de optimización. Así, el proceso de reoptimización, que se basa en intercambios de tipo *CROSS*, considera al destino “actual” como un nodo más.

Como posición actual, se consideró la posición en la que los vehículos estarán una vez que el proceso de optimización ha finalizado, esto es, en  $t + \delta \cdot t$ , donde  $\delta \cdot t$  corresponde al tiempo requerido para aplicar el procedimiento de optimización.

El objetivo del problema consistió en la minimización de la suma de la distancia total recorrida y de las tardanzas totales sobre cada cliente, con restricciones de ventanas de tiempo y sin restricciones de capacidad. El número de vehículos se fijó según las mejores soluciones encontradas en la literatura para cada una de las instancias.

Para probar la heurística, se tomaron las instancias de Solomon. Los resultados mostraron que existe una reducción en la distancia total recorrida y en la tardanza total, así como también en el número de clientes no atendidos, al compararlos con los resultados que la heurística original entrega.

El artículo aquí descrito, es relativamente simple en cuanto a los elementos que el problema considera. Además, sólo la aparición de nuevos clientes forma parte de la información en tiempo real del problema y no se consideran variaciones en los

tiempos de viaje, sino que sólo la manera de manipular la entrada de nuevos clientes. Además, no existe una implementación sobre una red real.

**b. Ichoua et al. (2003)**

Surge como una extensión dentro del artículo al problema discutido en la sección 2.2, por lo tanto, incluye tiempos de viaje dependientes del tiempo, que cumplen con FIFO, y ventanas de tiempo.

Aquí, un nuevo evento puede ser de dos tipos: (i) la aparición de una nueva orden y (ii) el término del servicio a un cliente. Este último, tiene relación con que el conductor no sabrá necesariamente cuál es su próximo destino dentro de su ruta. Entonces, una vez que haya terminado con el servicio, este debe ser informado inmediatamente de ello. Ante la ocurrencia de alguno de estos eventos, la Búsqueda Tabú es usada para mejorar la solución actual.

Una nueva modificación que se realizó a este problema, respecto del anterior, es que si hubiese alguna flexibilidad de tiempo en el próximo destino del vehículo, el vehículo espera en el origen en vez de en el destino. La idea es que el vehículo atienda a un posible cliente que podría aparecer en la vecindad de su actual posición. Esta investigación, no considera que los tiempos de viaje puedan variar por incidentes, congestión no-recurrente. Además, la categorización de arcos, explicada en la sección 2.2 parte b, no debiera ser la manera más adecuada de tratar los tiempos de viaje dependientes del tiempo. Por último, no existe una implementación sobre una red real.

**c. Haghani y Jung (2005)**

Los autores presentan una formulación para el problema de ruteo dinámico de vehículos con ventanas de tiempo suaves, tiempos de viaje dependientes del tiempo y control vehicular en tiempo real, y un algoritmo genético para resolverlo. El rendimiento de este algoritmo es evaluado comparando sus resultados con soluciones exactas y cotas inferiores para problemas generados aleatoriamente.

El problema estudiado, consideró órdenes y variaciones de los tiempos de viaje entre dos nodos en tiempo real, que pueden aparecer en cualquier instante a lo largo del período de planificación (en este caso de 8:00 hrs. a 18:00 hrs.). Sin embargo, las demandas que aparecen después de un cierto instante (en este caso las 14:00 hrs.), no son consideradas para el mismo período y deben esperar hasta el comienzo del siguiente.

Las demandas son de dos tipos: *pick-up* o *delivery*, por lo que no se permite que un vehículo recoja un producto desde un cliente para llevárselo a otro.

Las actualizaciones de rutas se realizan cada ciertos períodos de tiempo fijos, donde se incluyen todas las variaciones de tiempo y demandas no consideradas hasta ese momento, y, al igual que en Ichoua et al. (2000) y en Chen et al. (2006), se utiliza el concepto de nodo crítico, siendo sólo los nodos de clientes los candidatos a serlo. Al actualizar las rutas, una orden de *delivery*, una vez que ha

sido asignada a un vehículo, no se puede cambiar a otro; en cambio, en el caso de *pick-up*, sí pueden intercambiarse las órdenes. Por esta razón, se puede afirmar que existen los desvíos, pero de manera restringida.

El problema es formulado como uno de programación lineal entera mixta, donde se minimiza el costo total, compuesto por: (i) costos fijos por uso de vehículos; (ii) costos de ruteo; (iii) costos por esperas para comenzar la atención; y (iv) penalidades por atrasos en la atención de los clientes.

Inicialmente, los resultados del algoritmo genético propuesto son comparados con soluciones exactas y con procedimientos de búsqueda de cotas inferiores de un problema con demanda estática y tiempos de viaje dependientes del tiempo. El problema de mayor tamaño que pudieron solucionar con el algoritmo genético constó de 30 nodos y 30 intervalos de tiempo, y del cual no pudieron obtener una solución exacta.

Luego, los autores crean una red ficticia para comparar los resultados en un ambiente de mayor dinamismo, esta vez, con la consideración de demandas en tiempo real. Esta red, estuvo conformada por tres categorías de arcos. Se consideraron hasta 50 demandas estáticas y la aparición de 10 dinámicas cada una hora. Definieron doce casos de evaluación que se diferenciaron por el porcentaje de arcos afectados por un incidente y por la variación en los tiempos de viaje producida por este.

La principal conclusión del artículo es que una estrategia de solución dinámica mejora a medida que el sistema crece en su dinamismo, como era de esperar.

**d. Chen et al. (2006)**

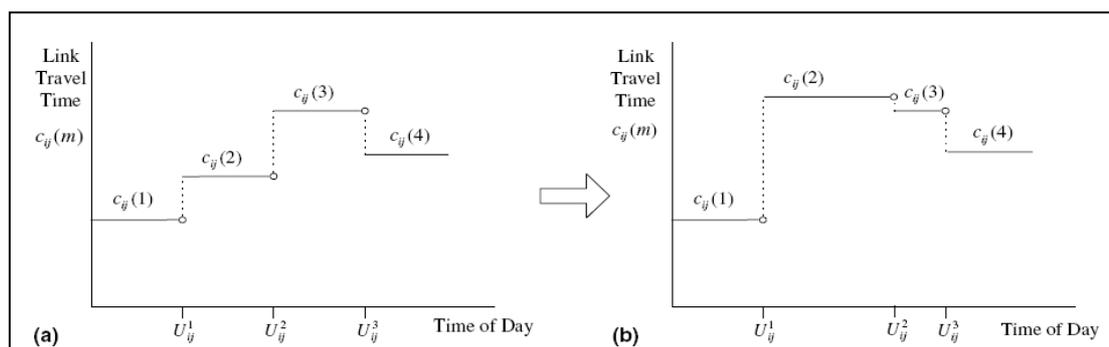
En este artículo, el TDVRPTW con información en tiempo real es formulado como un modelo de programación entera mixta para la solución del problema de actualización de rutas.

El TDVRPTW con información en tiempo real considerado, incluyó demandas predeterminadas y en tiempo real, y las condiciones actuales de operación de la red, esto es, los tiempos de viaje entre un nodo y otro van a depender del momento en que se realizan.

Al momento de la planificación de las rutas a recorrer, sólo se cuenta con la información de los nodos a visitar que han requerido el servicio de manera predeterminada, esto es, antes del comienzo de la ruta. Sin embargo, estas rutas pueden sufrir cambios importantes si se considera la aceptación de demandas en tiempo real, sobretodo si se consideran ventanas de tiempo.

Al momento de llegar una nueva orden, es necesario evaluar el mejor lugar de inserción de este nuevo cliente, ya que debe estar sujeta a las restricciones que las otras órdenes ya han impuesto y, además, debe considerar las condiciones de operación de la red.

Para las condiciones de operación de la red, los autores consideraron una función de tipo escalón, similar a la de Malandraki y Daskin (1992), para interpretar la congestión recurrente de la red, tal como se muestra en la Figura 2.6(a). En la Figura 2.6(b), se muestra el efecto en el tiempo de viaje en un arco ante la aparición de un incidente.



**Figura 2.6:** Cambio en los Tiempos de Viaje producto de Incidente.

Fuente: Chen et al. (2006)

Se utilizó el concepto de “nodo crítico”, que corresponde al nodo en el que se encuentra el vehículo, o al que se está dirigiendo, al momento de actualizar las rutas.

El objetivo del TDVRPTW con información en tiempo real desarrollado, consistió en minimizar el costo de las rutas vehiculares que se originan desde cada nodo crítico, que visitan a todos los clientes no visitados y que finalizan en la bodega. La función de minimización incluyó pesos para los tiempos de viaje de cada arco, tiempos de espera después del servicio y tiempos de espera antes de la salida de cada uno de los nodos. Los respectivos pesos son  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , con la relación  $\alpha > \beta > \gamma$ . Esta relación resultó de los siguientes hechos: a) para cada vehículo, el costo de moverse es generalmente mayor al de estar parado, porque el movimiento implica uso de gasolina, depreciación y costos sociales adicionales como la congestión,

contaminación y riesgo de incidentes de tráfico; b) un vehículo que espera por partir tiene una mayor flexibilidad que aquellos que esperan por el servicio, porque el primero puede recibir una nueva instrucción bajo condiciones de despacho en tiempo real.

La formulación incluye restricciones: (i) temporales; (ii) de capacidad y flujos; (iii) que obliga que todos los clientes sean atendidos; (iv) que indican el tiempo de viaje a considerar para un tiempo de partida específico; y (v) que indican que los nodos críticos se pueden visitar sólo una vez y por un vehículo, entre otras.

Los autores definieron una red espacio-tiempo para el trato de tiempos de viaje dependientes del tiempo.

El método de solución fue dividido en dos puntos importantes: (i) el cálculo de los costos de inserción de arcos en las rutas, en los cuales se incluyen las condiciones actuales de operación de la red; y (ii) la determinación del momento de salida de los vehículos, el cual es tomado como variable de decisión en esta formulación.

Dado el requerimiento de una respuesta en tiempo real, el procedimiento de solución debió tener la habilidad de detenerse en cualquier momento y entregar una solución aceptable. Durante el proceso de solución se chequea constantemente si: (i) se cumplió el tiempo de partida en los nodos críticos; (ii) aparecieron nuevas demandas; y (iii) ha cambiado el tiempo de viaje de algún arco. Las estrategias de despachar los

vehículos en ruta en el momento correcto a los clientes, las reconstrucciones de rutas y el mejoramiento de las rutas existentes, se aplican repetidamente. Para la construcción de rutas, se empleó el método de inserción (Solomon, 1987), pero con algunas modificaciones, mientras que para el mejoramiento de ellas se utilizó el algoritmo de intercambio de nodos Or-opt.

Cabe mencionar que en caso de existir una orden con una ventana de tiempo que sea imposible de satisfacer, el modelo la rechaza. Para esto, se podrían utilizar ventanas de tiempo *suaves*, o exigir un pago extra por un servicio *expreso*.

La formulación analítica de estos autores incluyó todos los conceptos que la investigación en curso considera. Sin embargo, se aprecian algunas diferencias respecto de la determinación de los costos (tiempos) de viaje que los autores han considerado, dado que estos son determinados en función de la distancia de viaje entre dos clientes cualquiera, y no en función de las velocidades de viaje de la ruta que los conecta, por lo que son simétricos. Por otro lado, la función de tiempos de viaje *stepwise* no permite el cumplimiento de FIFO, y por esa razón incluyen a los tiempos de partida desde los nodos como variables de decisión del problema. Por último, el número de intervalos de tiempo, en los que varían los costos de viaje en los arcos, considerados en esta formulación es bastante limitado: sólo cuatro, lo que a simple vista parece agregar en demasía las variaciones de tiempos que se dan a lo largo de un período laboral normal.

#### 2.4. Comparación de Métodos Propuestos

La Tabla 2.1 que se presenta a continuación, hace una comparación entre los distintos artículos explicados en la sección anterior, respecto de las características consideradas en cada caso:

- i) Función Objetivo: interesa saber qué es lo que minimizan los problemas considerados por los autores: distancia, tiempos de viaje, etc.
- ii) Ventanas de Tiempo: interesa saber si los trabajos incluyeron o no restricciones de ventanas de tiempo (suaves o duras) para la atención de los clientes.
- iii) Demandas: interesa saber si los autores consideraron que, al momento de partir los vehículos desde la bodega, todos los clientes que visitarán son predeterminados (offline), o si algunos (o todos) de ellos pueden ir apareciendo mientras estos recorren sus rutas (online). En otras palabras, ver si las rutas son fijas o si pueden sufrir variaciones a lo largo del período de planificación producto de nuevos clientes.
- iv) Tiempos de Viaje: interesa saber cómo los trabajos tienen definidos sus tiempos de viaje. Así, importa saber si son simétricos o no, y si estos varían a lo largo del período de planificación.
- v) Congestión: interesa saber si los trabajos han considerado la presencia de congestión recurrente, no recurrente, ninguna o ambas.
- vi) Función de Tiempos de Viaje en Arcos: interesa saber si se han considerado funciones de tipo *stepwise* (discontinua, con saltos, que a priori no cumple con FIFO) o *piecewise* (continua, que debiera cumplir con FIFO) para reflejar los tiempos de viaje dependientes del tiempo.
- vii) Desvíos: interesa saber si los vehículos pueden ser desviados de su destino actual hacia otro nodo de un cliente que en algún momento le convenga más.
- viii) Red Real: finalmente, interesa saber si los algoritmos planteados por los autores han sido implementados o no sobre una red real.
- ix) Actualización de Tiempos de Viaje en Arcos: interesa conocer si los tiempos de viaje son actualizados o no, y cuándo o cada cuánto.

**Tabla 2.1:** Comparación de Métodos de Solución propuestos para el RT-VRP

Característica /Referencia	Malandraky y Daskin (1992)	Ichoua et al. (2000)	Ichoua et al. (2003)	Fleischmann et al. (2004)	Haghani y Jung (2005)	Chen et al. (2006)
Función Objetivo	Tiempos de Viaje	Distancias y Atrasos en la Atención	Tiempos de Viaje y Atrasos en la Atención	Tiempos de Viaje	Tiempos de Viaje y Esperas, Atrasos y Número de Vehículos	Tiempos de Viaje y Esperas
Ventanas de Tiempo	No	Suaves	Suaves	Duras	Suaves	Duras
Demandas	Offline	Offline y Online	Offline y Online	Offline	Offline y Online	Offline y Online
Tiempos de Viaje	Asimétricos y Variables	Simétricos y Fijos	Asimétricos y Variables	Asimétricos y Variables	Asimétricos y Variables	Simétricos y Variables
Congestión	Recurrente	No	Recurrente	Recurrente	Recurrente y No Recurrente	Recurrente y No Recurrente
Función de Tiempos de Viaje en Arcos	Piecewise y Stepwise	No	Piecewise	Piecewise	Piecewise	Stepwise
Desvíos	No	Sí	Sí	No	Sí	Sí
Red Real	No	No	No	Sí	No	No
Actualización de Tiempos de Viaje	No	No	No	No	Cada ciertos períodos de tiempo fijos	Ante la ocurrencia de un incidente en la red

Cabe recordar que el problema que aquí se considera incluye:

- Función Objetivo que minimiza los tiempos totales de viaje y el número de clientes no atendidos
- Ventanas de tiempo duras
- Demandas offline y online
- Tiempos de viaje asimétricos y variables
- Congestión recurrente y no recurrente
- Función de Tiempos de Viaje en Arcos tipo *piecewise*
- Desvíos
- Implementación sobre una red real
- Actualización de los tiempos de viaje cada un período de tiempo fijo.

### **3. MODELO PARA LA ACTUALIZACIÓN DE RUTAS**

La formulación del modelo de actualización de rutas para el TDVRPTW con información en tiempo real, requirió la construcción de una red espacio-tiempo, que reflejara los cambios en los tiempos de viaje que se dan de un intervalo de tiempo a otro.

A continuación, la sección 3.1 presenta cómo se construyó la red espacio-tiempo. Luego, la sección 3.2 presenta las dos formulaciones del modelo: la versión offline y la online. La sección 3.3 describe el algoritmo de solución utilizado para resolver el modelo de actualización de rutas. Finalmente, la sección 3.4 describe las estrategias de solución que se probaron.

#### **3.1. Construcción de una Red Espacio-Tiempo**

La construcción de la red espacio-tiempo, requiere de información de los tiempos de viaje en la red para reflejar los cambios que en estos se producen a lo largo de un día laboral normal.

Normalmente, la información de tiempos de viaje disponible corresponde a la de ciertos períodos del día, o a la de todo el día, pero dividida cada ciertos intervalos de tiempo. Así, los tiempos de viaje de cada arco forman una función de tipo escalón, con la importante falencia de violar la condición FIFO, debido a los “saltos” que se producen al pasar de un intervalo de tiempo a otro. Por esta razón, se decidió suavizar los saltos de la función de tiempos de viaje, para lo cual se seleccionó el método de Fleischmann et al. (2004), presentado en la sección 2.2, parte c), debido a

su simplicidad, a la posibilidad de crear intervalos con distinta suavidad y a lo reciente del artículo.

Una vez que se tuvieron las funciones de tiempos de viaje de cada arco linealizadas para todo el período de operación, el sistema contó con una red de arcos y tiempos de viaje que permiten realizar ruteos asegurando el cumplimiento de FIFO. A continuación, se procedió a la construcción de la red propiamente tal.

La red utilizada en la formulación y solución del problema, depende del tipo de problema: *offline* y *online*. A continuación, se explican ambos problemas con el fin de clarificar las diferencias entre cada uno de ellos, y luego se describen las redes usadas en cada uno.

El problema **offline** permite obtener las rutas iniciales del día para todos los clientes que han solicitado el servicio hasta antes de comenzar la jornada diaria. En la práctica, estas rutas debieran incluir a los clientes que solicitaron el servicio expresamente para el día en el cual se generarán las rutas, más aquellos que no pudieron ser servidos en el período anterior, en caso de que el cliente mantenga su solicitud.

Para generar las rutas, el sistema considera, además de todos los clientes a visitar, las condiciones de tráfico con congestión recurrente de la red, es decir, las condiciones

normales de operación de la red. Por lo tanto, este problema no considera ningún tipo de incidente.

Dado que, generalmente, entre el término de un período de planificación y el comienzo del siguiente, hay un tiempo relativamente largo, el procedimiento de obtención de una solución puede emplear un tiempo mayor de ejecución computacional que en el caso online, donde se requiere una respuesta en tiempo real, pudiendo así emplear métodos más sofisticados, que consuman mayores recursos computacionales, pero a cambio de una mejor solución que la que se podría obtener con métodos más simples y rápidos.

El problema **online**, será requerido sólo en caso de existir eventos que obliguen una actualización de rutas. Estos eventos son: (i) nuevos clientes; (ii) cambios en las condiciones de operación de la red; o (iii) ambas a la vez. En caso de que algún evento ocurra, el problema estará compuesto por todos los clientes que han requerido el servicio y que no han sido visitados aún, más los nuevos que aparezcan, y las proyecciones que se tengan de las condiciones de operación en la red, las cuales podrían incluir cambios respecto de las condiciones normales debido a congestión no recurrente.

Es importante notar que, en caso de algún cambio, el sistema requiere de una rápida respuesta, por lo que el tiempo disponible para obtener un nuevo plan de rutas será

mucho menor que el del caso offline. En lo posible, esta solución debe ser casi instantánea.

La Tabla 3.1, sintetiza las diferencias antes señaladas entre cada una de las respuestas que requiere el sistema.

**Tabla 3.1:** Diferencias entre el Problema Offline y el Online

	Problema Offline	Problema Online
Clientes	Aquellos conocidos en $t=0$	Aquellos que no han sido atendidos al momento de actualizar las rutas
Búsqueda de Solución	Siempre, al comienzo del día	Sólo si hay actualización de rutas
Congestión	Sólo Congestión Recurrente	Congestión recurrente y no recurrente
Tiempo de Solución	Generalmente, poco restringido	En tiempo real

En el caso del Tiempo de Solución, el problema offline puede requerir: (i) una solución en tiempo real, por ejemplo, cuando los clientes predeterminados se conocen en tiempo = 0; y (ii) una solución con un tiempo de ejecución mayor, con cota máxima igual a la separación entre el fin de un período y el comienzo del siguiente.

Las redes utilizadas para la obtención de cada una de las soluciones se explican, en detalle, a continuación.

a. **Problema Offline**

La red construida para la obtención de la solución offline, consideró replicar todos los nodos de “Clientes no atendidos” de la red espacial, tantas veces como intervalos de tiempo se consideren, para formar la red espacio-tiempo.

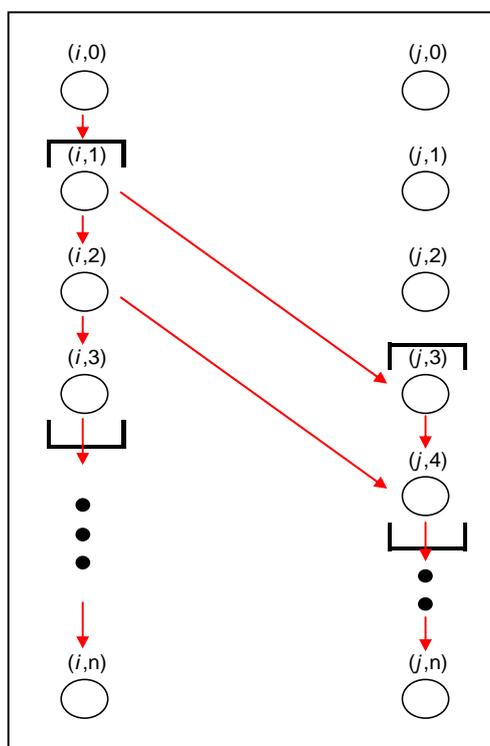
En Fleischmann et al. (2004), se recomienda utilizar un intervalo de 0.1 minutos como el largo de los intervalos de tiempo en los cuales el tiempo de viaje en un arco se asume constante. Esto, resulta en una función de tipo *stepwise*, en la cual los intervalos de 0.1 minutos siguen la linealización inicial y, por otro lado, una medida de tiempo de tal magnitud que puede considerarse como “casi” continua, por lo que las aproximaciones que se puedan realizar, y que podrían generar distorsiones en los resultados, se pueden considerar despreciables.

Teniendo esta unidad de tiempo, el número de nodos de la red espacio-tiempo crece enormemente. Sin embargo, pese a tener muchos nodos, esta red no tendrá tantos arcos, e incluso se considera como poco densa, ya que:

- Los arcos de la red corresponden a las rutas mínimas, de menor tiempo de viaje, sobre la red vial estratégica considerada entre cada par de clientes de la red espacio-tiempo, en que las restricciones de ventanas de tiempo sean factibles de cumplir. Las rutas mínimas son calculadas para cada intervalo de tiempo mencionado y considerando las variaciones en los tiempos de viaje que se producen en los distintos arcos que conforman la ruta que une el par de nodos en cuestión.
- Los vehículos no pueden regresar a un nodo ya visitado, por lo que una vez que un vehículo abandona un nodo en  $t_1$ , todos los arcos que salen de ese nodo de la red espacio-tiempo para  $t > t_1$  dejarán de existir. Lo mismo para el caso contrario: si un vehículo llega a un nodo en  $t_2$ , todos los arcos de llegada a ese nodo en  $t < t_2$  no existirán.

- Los vehículos no pueden regresar en el tiempo, por lo que no habrá arcos dirigidos hacia arriba en la red espacio-tiempo.

La Figura 3.1, muestra las replicas de cada nodo para cada unidad de tiempo y los arcos que pueden salir desde y llegar a cada nodo de la red espacio-tiempo. Los paréntesis cuadrados indican el comienzo y fin de las ventanas de tiempo.



**Figura 3.1:** Ejemplo de Red Espacio-Tiempo

La figura, muestra las alternativas factibles de tiempos en que es posible visitar al nodo  $j$  desde el nodo  $i$ , asumiendo que fue visitado dentro de su ventana de tiempo. Como ya se mencionó, si el vehículo efectivamente abandona el nodo  $i$  en  $t=2$ , nodo  $(i, 2)$ , todos los arcos salientes desde el nodo  $i$  para  $t > 2$  no existirán. Para el caso en que el viaje desde  $i$  no sea hacia  $j$ , los vehículos pueden quedarse en el mismo nodo  $i$

el tiempo que convenga. Por otro lado, se puede observar que los arcos para  $t > 4$  que llegan al nodo  $j$  desde el nodo  $i$  no existen porque su existencia implica la violación de la ventana de tiempo de  $j$ .

#### b. **Problema Online**

El proceso es análogo, salvo que si el sistema no es capaz de entregar una respuesta en tiempo real, el parámetro considerado como unidad de tiempo ideal, 0.1 minutos, deberá modificarse para que esta respuesta sí se pueda obtener.

### **3.2. Formulación Matemática del Problema**

#### **3.2.1. Modelo para Problema Offline**

El TDVRPTW con información en tiempo real que aquí se desarrolla, es definido sobre una red  $G = (N, A)$ . El problema considera un conjunto de nodos  $N = C \times T \cup \{0\}$ , donde el conjunto  $C$  corresponde al conjunto de todos los clientes de la red espacial,  $T$  al número de intervalos en que serán replicados los clientes de  $C$ , formando así la red espacio-tiempo, y donde el nodo  $0$  representa el depósito central desde donde salen y regresan los vehículos.  $\{i, t\}$ , es la notación utilizada para indicar la replicación del nodo del cliente  $i$  para el intervalo de tiempo  $t$ .  $N_U(0)$  denota al conjunto de clientes que no han sido servidos en el tiempo inicial, clientes offline, e  $I$  al número de clientes que pertenecen a tal conjunto.

El conjunto  $A$  contiene todos los arcos de esta red, que correspondieron a las rutas mínimas en la red espacio-tiempo entre cada par de nodos de la red espacial, para los

distintos tiempos de partida factibles desde el punto de vista del cumplimiento de las restricciones. Así, el conjunto de arcos quedó definido como  $A = \{(\{i, t\}, \{j, u\}) / \{i, t\} \in N, \{j, u\} \in N\}$ . Debido a que el tiempo de llegada al nodo  $j, u$ , es igual al tiempo de partida  $t$ , desde  $i$ , más el tiempo de viaje desde  $i$  a  $j$  para ese tiempo  $t$ , que en adelante el nodo de llegada de cada arco se denota simplemente como “ $j$ ”.

Cada arco  $(\{i, t\}, j)$  tiene asociado un tiempo de viaje que correspondió a la suma de los tiempos de viaje de los arcos que conforman la ruta mínima que los une sobre la red espacio-tiempo, partiendo desde el nodo  $i$  en el intervalo de tiempo  $t$ . Además, a cada cliente se le asoció:

- Un tiempo de servicio fijo  $aten$ , que corresponde al tiempo que necesitan los vehículos para atender a los clientes.
- Una cantidad demandada de mercadería  $q_i$ .
- Una ventana de tiempo  $(e_i, l_i)$ , donde  $e_i$  y  $l_i$  representan la hora más temprana y la hora más tardía en que se puede iniciar el servicio al cliente  $i$ , respectivamente. También se considera una hora límite para regresar al depósito  $(l_{n+1})$  y se asume  $e_0=0$ .

Se asumió una flota homogénea de  $K$  de vehículos con capacidad  $Q$  cada uno para satisfacer la demanda de los clientes.

Por otro lado, para cada uno de los intervalos de tiempo considerados, se conocen los instantes de comienzo,  $S_t$ , y de término,  $E_t$ .

Una solución factible al problema consiste en un conjunto de rutas  $R$ , cada una de las cuales satisface las siguientes condiciones:

- Comienzan y terminan en el nodo  $0$ ,
- Cada cliente, en caso de ser visitado, lo es exactamente una vez, y
- Las restricciones de capacidad de los vehículos y de ventanas de tiempo de los clientes y el depósito son respetadas.

Los tiempos de viaje se denotaron como  $tv_{\{i,t\},j}$ , los cuales son función del intervalo de partida  $t$  desde el nodo  $i$ .

Se asumió que cada vehículo puede ser asignado a una única ruta, es decir, los vehículos, a lo largo del día, no pueden realizar dos o más rutas disjuntas temporalmente. En la práctica, este supuesto puede no cumplirse, pudiendo ocuparse el mismo vehículo para dos o más rutas. Por ello, el número de vehículos en este caso representó una cota superior a la flota real requerida para satisfacer los requerimientos del problema.

### VARIABLES DE DECISIÓN

El modelo constó de cuatro variables de decisión:

$$\begin{aligned}
 x_{\{i,t\},j,k} &= \begin{cases} 1 & \text{si el vehículo } k \text{ utiliza el arco } (\{i,t\}, j) \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \\
 y_{ik} &= \begin{cases} 1 & \text{si el cliente en el nodo } i \text{ es atendido por el vehículo } k \\ 0 & \text{si no} \end{cases} \\
 d_{ik} &= \text{tiempo de partida del vehículo } k \text{ desde el cliente } i, 0 \text{ si no.} \\
 ts_{ik} &= \text{tiempo de inicio del servicio del vehículo } k \text{ en el cliente } i, 0 \text{ si no.}
 \end{aligned}$$

Se asumió que  $ts_{0k} = 0, \forall k \in K$ . Una vez que un vehículo ya abandonó el depósito, la variable  $ts_{0k}$  representa el instante en que el vehículo  $k$  regresa a la bodega.

### Función Objetivo

Se consideró una función con parámetros específicos: el primer parámetro, representó el costo de movimiento, considerando sólo el costo de combustible, y, el segundo parámetro, el costo por no poder atender un cliente. Estos parámetros, debieran fijarse de tal manera de priorizar la atención de los clientes por sobre el no viajar a un determinado cliente. Así, debiera cumplirse que  $\alpha \ll \beta_i$ , donde  $\beta_i$  se refiere a la penalización por no atender un cliente de tipo  $i$ , en que tal categorización permite diferenciar a los clientes según la frecuencia de sus pedidos y/o la utilidad que estos representan para el sistema. Si ocurriera que  $\alpha \geq \beta_i$ , los vehículos no saldrían de la bodega y no atenderían clientes.

$$\alpha \cdot \sum_{k=1}^K \sum_i \sum_j \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,m\},j} + \left( I - \sum_{k=1}^K \sum_i \beta_i \cdot y_{ik} \right) \quad (3.1)$$

El establecer que  $\alpha$  se relacione sólo con el costo de combustible, asume que los costos de personal de carga/descarga, adquisición y mantención de vehículos, seguros, patentes, etc., son costos hundidos para el sistema. Esto, es aceptable en el corto plazo (a nivel operacional), sin embargo, en el mediano y largo plazo (a nivel táctico-estratégico) estos costos debieran ser parte de una expresión de costo generalizado en la función objetivo.

Dentro de los costos incluidos por otros autores se encuentran: (i) costos por tiempos de espera antes y/o después de atender a los clientes (como en Chen et al., 2006); (ii) costos por utilización de la flota (ver por ejemplo Haghani y Jung, 2005); y (iii) costos del valor del tiempo de la carga (como Giesen et al., 2009). La inclusión de costos por tiempos de espera puede resultar en que los vehículos prioricen no esperar (en la bodega por ejemplo), por sobre viajar en los instantes de tiempo más convenientes (menos costosos). La consideración de un costo fijo por utilización de un vehículo, aparece cuando el número de vehículos no es restrictivo, lo que en el caso de esta formulación no ocurre. Finalmente, incluir costos del valor del tiempo de la carga es más realista, y podría implicar una disminución de los costos de espera. La consideración de estos costos se propone como una extensión al problema aquí estudiado.

### Conjunto de Restricciones

a) La atención de los clientes es realizada a lo más por un vehículo:

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} \leq 1, \forall i \in N_U(0), i \neq 0 \quad (3.2)$$

Esta expresión es distinta a la que se puede encontrar en otros modelos, pues, en general, se obliga a que todos los clientes sean atendidos. Sin embargo, aquí el número de clientes atendidos será resultado de la optimización.

b) El vehículo que atiende un cliente llega y sale de él a lo más una vez:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N_U(0)} \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \leq 1, \forall i \in N_U(0), i \neq j \quad (3.3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in N_U(0)} \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \leq 1, \forall j \in N_U(0), i \neq j \quad (3.4)$$

- c) Los vehículos pueden abandonar la bodega a lo sumo una sola vez:

$$\sum_{j \in N_U(0)} \sum_t x_{\{0,t\},j,k} \leq 1, \forall k \in K, j \neq 0 \quad (3.5)$$

Esta restricción muestra que los vehículos no están obligados a atender clientes, lo que podría ocurrir con valores de  $\alpha$  y  $\beta$  cercanos.

- d) Los vehículos deben regresar a la bodega si están en ruta:

$$\sum_{i \in N_U(0)} \sum_t x_{\{i,t\},0,k} \leq 1, \forall k \in K, i \neq 0 \quad (3.6)$$

$$\sum_{i \in N_U(0)} \sum_t x_{\{i,t\},h,k} - \sum_{j \in N_U(0)} \sum_t x_{\{h,t\},j,k} = 0, \forall h \in N_U(0) \cup \{0\}, k \in K \quad (3.7)$$

Estas restricciones, permiten que los vehículos que salieron de la bodega, vuelvan a ella, y los que no salieron, que se mantengan ahí.

- e) La demanda del conjunto de clientes que conforman una ruta no puede sobrepasar la capacidad de los vehículos:

$$\sum_{i \in N_U(0)} q_i \cdot y_{ik} \leq Q, \forall k \in K \quad (3.8)$$

- f) Los vehículos deben atender a los clientes dentro de determinadas ventanas de tiempo, así como también, deben regresar a la bodega antes del cierre de la misma:

$$e_i \leq ts_{ik} + M \cdot (1 - y_{ik}), \forall i \neq 0, i \in N_U(0), k \in K \quad (3.9)$$

$$ts_{ik} \leq l_i + M \cdot (1 - y_{ik}), \forall i \neq 0, i \in N_U(0), k \in K \quad (3.10)$$

$$ts_{0k} \leq l_0, \forall k \in K \quad (3.11)$$

- g) El comienzo de la atención al cliente  $j$  debe ser igual al tiempo de partida desde el cliente anterior en su ruta ( $i$ ), más el tiempo de viaje que demora el vehículo en llegar desde  $i$  a  $j$ :

$$\sum_k d_{ik} + \sum_k \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,t\},j} - \sum_k ts_{jk} - \left(1 - \sum_k \sum_t x_{\{i,t\},j,k}\right) \cdot M \leq 0, \quad (3.12)$$

$$\forall i, j \in N_U(0) \cup \{0\}$$

$$\sum_k d_{ik} + \sum_k \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,t\},j} - \sum_k ts_{jk} + \left(1 - \sum_k \sum_t x_{\{i,t\},j,k}\right) \cdot M \geq 0, \quad (3.13)$$

$$\forall i, j \in N_U(0) \cup \{0\}$$

$M$  representa un número grande.

- h) El tiempo de partida desde un cliente debe ser al menos igual al tiempo de llegada a tal cliente más su tiempo de atención:

$$d_{ik} \geq ts_{ik} + aten + M \cdot (1 - y_{ik}), \quad \forall i \in N_U(0), k \in K \quad (3.14)$$

- i) El viaje de un vehículo desde un nodo  $\{i, t\}$  debe estar dentro del intervalo de tiempo correspondiente a  $t$ :

$$\sum_j \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \cdot S_t \leq d_{ik} \leq \sum_j \sum_t x_{\{i,t\},j,k} \cdot E_t, \quad \forall i \in N_U(0) \cup \{0\}, k \in K \quad (3.15)$$

- j) Para que un vehículo atienda al cliente  $i$ , entonces debe haber un viaje de ese vehículo hacia ese cliente:

$$y_{ik} = \sum_{j \in N_U(0) \cup \{0\}} \sum_t x_{\{j,t\},i,k}, \quad \forall i \in N_U(0), k \in K, i \neq j \quad (3.16)$$

- k) Las variables  $x_{\{i,t\},j,k}$  e  $y_{ik}$  son binarias para todo  $i, j, t$  y  $k$ , y existen restricciones de no negatividad de los tiempos asociados al problema:

$$x_{\{i,t\},j,k}, y_{ik} \in \{0,1\}, \quad \forall i, j, t, k \quad (3.17)$$

$$d_{ik}, a_{ik}, ts_i \geq 0, \forall i, k \quad (3.18)$$

Una vez definidas las variables, función objetivo, y restricciones del problema, este puede ser formulado como:

$$\begin{aligned} & \text{Min} \quad (3.1) \\ & x_{\{i,t\},j,k}, y_{ik}, ts_{ik}, d_{ik} \\ & \text{s.a.} \quad (3.2) - (3.18) \end{aligned}$$

Una solución factible al problema será aquella que, en caso de visitar clientes, lo haga desde una sola bodega a clientes distribuidos espacialmente en la red, cada uno con su respectiva cantidad demandada de productos y ventana de tiempo, realizado por una flota fija de vehículos con restricción de capacidad, que demora un tiempo de atención fijo en cada cliente y que es atendido por un único vehículo. Además, donde cada vehículo tiene la posibilidad de operar a lo más una ruta a lo largo del período de planificación.

### 3.2.2. Modelo para Problema Online

La formulación analítica del problema, para el caso de la búsqueda de una solución online, surgió a partir de la del problema offline, pero requirió modificaciones para considerar el estado del sistema y la posibilidad de desvíos en las rutas en ejecución.

Un desvío (*diversion*, en inglés) consiste en permitir que los vehículos sean desviados de su destino actual para servir una orden que, en términos de costos para el sistema, es más conveniente, siempre y cuando no haya violación de restricciones.

Para ilustrar este caso, la Figura 3.2 muestra una situación en que se produce un desvío.

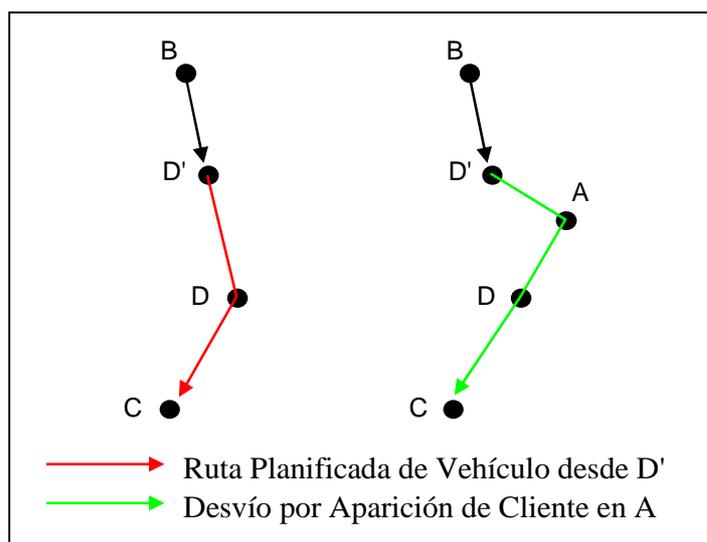


Figura 3.2: Desvío

En la figura anterior, se supone que una nueva orden (en el punto A) llega en un instante  $t$ , en el cual el vehículo se encuentra en la posición D', en camino a servir al punto D. En ese instante, se produce un desvío del vehículo, modificando el destino actual D, por A, con lo que el vehículo cambia el rumbo y atiende primero al punto A para luego continuar a D. Esta situación, como ya se mencionó, sólo es posible si no hay violación de alguna de las restricciones del problema.

Para la introducción de los desvíos en el modelo, la presente investigación consideró el concepto de “Nodo Crítico”, utilizado, entre otros, por Ichoua et al. (2000) y por Chen et al. (2006), que corresponde al nodo de la red vial en el que se encuentra el vehículo al momento de requerirse una actualización de rutas, o al que se está

dirigiendo. Así, si se producen tres casos: (i) si el vehículo se encuentra recorriendo la red en dirección a un cliente, pero aún restan nodos de la red vial por visitar, entonces el nodo crítico será el nodo próximo más cercano perteneciente a esta red; (ii) si el vehículo se encuentra recorriendo la red en dirección a un cliente, y su próximo nodo es el cliente, entonces el nodo crítico será el nodo del cliente perteneciente a la red espacio-tiempo respectivo; y (iii) si el vehículo se encuentra atendiendo un cliente, el nodo crítico será la replicación correspondiente al tiempo en que esta se esté realizando.

Por otro lado, los desvíos sólo pudieron ser aplicados sobre un nodo crítico de la red espacio-tiempo, y no sobre un arco. Sin embargo, dado que los arcos de la red de transporte que se consideraron para el problema offline son, en realidad, un conjunto de arcos físicos que conforman la ruta mínima entre un par de nodos de la red espacio-tiempo, la identificación de los nodos críticos se hará sobre la red vial estratégica de transporte.

A diferencia de como estaba compuesto el conjunto de nodos en el modelo offline, aquí los nodos se dividieron en varios conjuntos. Para un tiempo  $\tau$  de actualización de rutas, se consideraron los siguientes conjuntos de nodos:

- $N$  : Nodos de la red vial.
- $N_U(\tau)$  : Clientes no atendidos en el momento de actualización de las rutas (órdenes recibidas hasta el tiempo  $\tau$  que no han sido atendidas).
- $N_C(\tau)$  : Nodos críticos en la red espacio-tiempo al momento de actualizar las rutas.

Para el conjunto  $N_U(\tau)$ , es importante notar que, en el momento de la actualización de rutas, habrá nodos en la red espacio-tiempo que existieron en el tiempo inicial, pero que en el instante actual  $\tau$  ya no existirán, como son los nodos de los clientes ya atendidos y los nodos de la red espacio-tiempo para tiempos menores que  $\tau$ . Por eso se diferencia respecto del conjunto de nodos de la solución offline.

En el caso de los arcos, también existe una diferencia, puesto que ahora el conjunto  $A(\tau)$  sólo considera los arcos correspondientes a un tiempo mayor a  $\tau$ , debido a que a medida que avanza el tiempo, ciertos arcos son imposibles de alcanzar.

Al conjunto de vehículos perteneciente a la flota fija  $K$  del problema offline, se agregaron dos subconjuntos:

$K_0(\tau)$  : Todos los vehículos en la bodega en el tiempo  $\tau$ .

$\bar{K}(\tau)$  : Todos los vehículos en ruta en el tiempo  $\tau$ .

Esta especificación se usó para que las restricciones aplicadas sobre los vehículos dependan de si se encuentran aún en la bodega o están en ruta.

Los parámetros del modelo no sufrieron variaciones, a excepción del parámetro correspondiente a la capacidad de los vehículos, el cual se definió como:

$\bar{Q}_k(\tau)$  : Capacidad actual (en el caso de un sistema de *pick-up*) o carga actual (en el caso de un sistema de *delivery*) del vehículo  $k$  al momento de actualizar las rutas

Este parámetro, dentro de la restricción respectiva, sirvió para determinar la capacidad actual de los vehículos, ya que, a diferencia del problema offline, en que se suponía que todos los vehículos disponen del total de su capacidad, ahora cada vehículo tendrá una capacidad disponible diferente, considerando las cargas que lleva en ese momento, convirtiéndose así en un problema de ruteo con flota heterogénea.

De esta forma, el TDVRPTW con información en tiempo real, y ventanas de tiempo duras, para el caso ONLINE y en un tiempo  $\tau$ , fue formulado analíticamente como:

$$\text{Min}_{x_{\{i,t\},j,k}, y_{ik}, ts_{ik}, d_{ik}} \left\{ \alpha \cdot \sum_{k=1}^K \sum_{i \in N_U(\tau)} \sum_{j \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,t\},j} + \left( I - \sum_{k=1}^K \sum_{i \in N_U(\tau)} \beta_i \cdot y_{ik} \right) \right\} \quad (3.19)$$

sujeto a:

$$\sum_{k=1}^K y_{ik} \leq 1, \forall i \in N_U(\tau), i \neq 0 \quad (3.20)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \leq 1, \forall i \in N_U(\tau), i \neq j \quad (3.21)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \leq 1, \forall j \in N_U(\tau), i \neq j \quad (3.22)$$

$$\sum_{j \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{0,t\},j,k} \leq 1, \forall k \in K_0(\tau), j \neq 0 \quad (3.23)$$

$$\sum_j \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,\bar{k}} \geq 1, \forall i \in \{N_c(\tau) \cap N\} \wedge i \notin N_U(\tau), \forall \bar{K}(\tau) \quad (3.24)$$

$$\sum_i \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},0,\bar{k}} = 1, \forall i \in \{N_c(\tau) \cap N_U(\tau)\}, \forall \bar{K}(\tau) \quad (3.25)$$

$$\sum_{i \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},h,k} - \sum_{j \in N_U(\tau)} \sum_{t \geq \tau} x_{\{h,t\},j,k} = 0, \forall h \in \{N_U(\tau) \cup N_c(\tau)\}, k \in K \quad (3.26)$$

$$\sum_{i \in N_U(\tau)} q_i \cdot y_{ik} \leq \bar{Q}_k(\tau) \quad , \forall k \in K \quad (3.27)$$

$$e_i \leq ts_{ik} + M \cdot (1 - y_{ik}) \quad , \forall i \neq 0, i \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \quad , k \in K \quad (3.28)$$

$$ts_{ik} \leq l_i + M \cdot (1 - y_{ik}) \quad , \forall i \neq 0, i \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \quad , k \in K \quad (3.29)$$

$$ts_{0k} \leq l_0 \quad , \forall k \in K \quad (3.30)$$

$$\sum_k d_{ik} + \sum_k \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,t\},j} - \sum_k ts_{jk} - \left(1 - \sum_k \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k}\right) \cdot M \leq 0, \quad (3.31)$$

$$\forall i, j \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \cup \{0\}$$

$$\sum_k d_{ik} + \sum_k \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \cdot tv_{\{i,t\},j} - \sum_k ts_{jk} + \left(1 - \sum_k \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k}\right) \cdot M \leq 0, \quad (3.32)$$

$$\forall i, j \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \cup \{0\}$$

$$d_{ik} \geq ts_{ik} + aten + M \cdot (1 - y_{ik}) \quad , \forall i \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \quad , k \in K \quad (3.33)$$

$$d_{ik} \geq \tau \quad , \forall i \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \quad , k \in K \quad (3.34)$$

$$\sum_j \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \cdot S_t \leq d_{ik} \leq \sum_j \sum_{t \geq \tau} x_{\{i,t\},j,k} \cdot E_t \quad , \forall i \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau) \cup \{0\}, k \in K \quad (3.35)$$

$$y_{ik} = \sum_j \sum_{t \geq \tau} x_{\{j,t\},i,k} \quad , \forall i, j \in N_U(\tau) \cup N_C(\tau), k \in K, i \neq j \quad (3.36)$$

$$x_{\{i,t\},j,k}, y_{ik} \in \{0,1\} \quad , \forall i, j, t \geq \tau, k \quad (3.37)$$

$$d_{ik}, ts_i, \bar{Q}_k(\tau) \geq 0 \quad , \forall i, k \quad (3.38)$$

La formulación recién presentada, no muestra grandes diferencias en la estructura del modelo, pero presenta algunas restricciones adicionales:

- La restricción (3.24) se agregó para asegurar que si un nodo crítico es parte del conjunto de nodos de la red vial, y no de la red espacio-tiempo, entonces debe abandonarlo de todas maneras una vez, pero no lo restringe a que se visite

nuevamente. Esta restricción no se observó en la revisión bibliográfica antes presentada.

- El conjunto de restricciones (3.25) asegura que todos los vehículos que están en ruta, regresen a la bodega.
- Las restricciones (3.27) muestra la diferencia en el término  $\bar{Q}_k(\tau)$ , con lo que la flota pasa de ser homogénea a heterogénea, como ya se explicó anteriormente.
- Las restricciones (3.34), limitan el tiempo mínimo de partida desde cada uno de los nodos críticos, al tiempo actual de actualización de rutas.
- Los límites de las sumatorias de las restricciones, sufren modificaciones para diferenciar los conjuntos de clientes a considerar y, además, para establecer al tiempo  $\tau$  como el tiempo mínimo del modelo, a diferencia del modelo offline, en el cual la suma se realizaba desde el tiempo inicial. Por último, se modifican los conjuntos para los cuales las restricciones están definidas para adecuarse a las diferenciaciones realizadas.

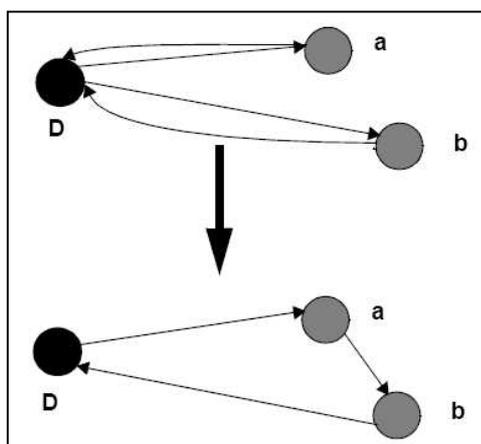
### 3.3. Algoritmo de Solución

La solución del modelo de optimización para el TDVRPTW con información en tiempo real, no es posible de obtener dentro de tiempos de ejecución computacional aceptables, sobretodo en el caso de una solución en tiempo real. A modo de referencia, la obtención de una solución exacta en AMPL, en un procesador Intel Core Duo de 1.60 GHz y 2 GB de memoria RAM, de un problema con 6 clientes e intervalos de 30 minutos, tardó 15 minutos, aproximadamente. Por esta razón, la solución del problema debió obtenerse por medio de heurísticas.

Las heurísticas seleccionadas, son aquellas que en la literatura se han reportado como las más eficientes, tanto por la calidad de la solución como por el tiempo de ejecución computacional. El algoritmo de solución empleó una primera heurística para la construcción de rutas factibles y, luego, una heurística de mejoramiento local para, en lo posible, disminuir su costo. Ambas heurísticas se explican a continuación.

### 3.3.1. Heurística de Ahorros (*Savings*)

Para problemas con múltiples vehículos, es importante considerar el *trade-off* entre: más vehículos con rutas más cortas o menos vehículos con rutas más largas. La siguiente figura muestra dos formas de visitar a clientes en *a* y en *b* de una red espacial.



**Figura 3.3:** Principio de Heurística de Ahorro

La heurística, desarrollada por Clarke, G. y Wright, J. (1964), consiste en calcular los *ahorros* que se pueden producir al atender dos clientes por un mismo vehículo, versus cada cliente por separado. Los ahorros, en el caso de una red espacio-tiempo, por servir los nodos  $\{a, m\}$  y  $b$  (según la notación utilizada en la formulación del modelo) en una misma ruta se definen como:

$$Ahorro(\{a,m\},b) = costo(\{a,m\},Bodega) + costo(\{Bodega,m\},b) - costo(\{a,m\},b) \quad (3.39)$$

En este caso,  $costo(\{a,m\},Bodega)$  se refiere al tiempo de viaje desde el nodo  $a$  en el intervalo de tiempo  $m$  hacia la Bodega.

La Heurística de Ahorros genera una solución basada en esta ecuación. Para el caso de la red espacio-tiempo, la heurística funciona de la siguiente manera:

- i) Elija una visita arbitraria  $D$  (usualmente la Bodega), y para todos los pares de nodos  $(\{i,m\},j)$  calcula la función de ahorros.
- ii) Clasifique los arcos  $(\{i,m\},j)$  de acuerdo a  $Ahorros(\{i,m\},j)$  en orden descendiente en una lista.
- iii) Comenzando por la cabeza de la lista y moviéndose hacia abajo, forme subtours cada vez más grandes uniendo apropiadamente nodos  $i$  y  $j$ .
- iv) Si todas las visitas están programadas, entonces se alcanzó el objetivo.
- v) Si hay visitas no asignadas, escoja un vehículo  $v$  disponible. Si no hay vehículos disponibles, las visitas no asignadas serán restringidas a no ser visitadas. Si alguna de estas visitas debe ser visitada, entonces no se alcanzará el objetivo.
- vi) Explore la lista para encontrar un arco que pueda ser usado para crear una ruta inicial. Si no existe tal arco, entonces volver al paso iv). En otro caso, remover el arco elegido de la lista.

- vii) Explore la lista para encontrar un arco que pueda ser agregado al inicio o al final de la ruta. Si no existe tal arco, entonces volver al paso iii). En otro caso, remover el arco elegido de la lista y repetir paso vi).

### 3.3.2. Mejoramiento Intra-Ruta (Or-Opt)

En la Heurística de Mejoramiento Or-Opt, introducida en Or (1976), segmentos de visitas en una misma ruta son relocalizados. El procedimiento funciona así:

- i) Comenzar con una ruta inicial.
- ii) Mover distintas partes que compongan una visita en la ruta.
- iii) Si el costo se reduce y todas las restricciones se satisfacen, volver al paso ii).
- iv) Cuando todos los movimientos han sido probados, intentar mover partes de la ruta compuestas por dos visitas consecutivas.
- v) Luego de intentar todos los movimientos de partes compuestas de dos visitas consecutivas, intentar mover partes de la ruta compuestas por tres visitas consecutivas.

### 3.4. Estrategias de Operación

Se estudiaron cuatro estrategias de solución al TDVRPTW con información en tiempo real formulado. Estas son:

**Estrategia VC:** Ruteo según plan de rutas obtenido considerando Velocidades Constantes en la red.

**Estrategia VV-4:** Ruteo según plan de rutas obtenido considerando que las Variaciones de Velocidad ocurren cada 10 minutos (siguiendo el método de Fleischmann et al. (2004)), a partir de una función de tiempos de viaje tipo *stepwise*

con 4 escalones (el primero y el último con un largo de 2.5 horas, y los otros de largo 3 horas), que corresponden a los promedios de los tiempos de viaje de cada arco en cada intervalo.

**Estrategia VV:** Ruteo según plan de rutas obtenido considerando que las Variaciones de Velocidad ocurren cada 10 minutos, a partir de una función de tiempos de viaje tipo *stepwise* con 22 escalones (de largo igual a 30 minutos).

**Estrategia VVI:** Ruteo según plan de rutas obtenido considerando que las Variaciones de Velocidad ocurren cada 10 minutos, a partir de una función de tiempos de viaje tipo *stepwise* con 22 escalones (de largo igual a 30 minutos), y la presencia de incidentes en la red.

Los datos de entrada para las Estrategias VC, VV-4 y VV fueron: la secuencia de nodos de la red vial recorridos, las características de los clientes y sus tiempos de inicio de atención. En cuanto a las secuencias de nodos, estas se determinaron resolviendo el problema formulado en la sección 3.2, por medio del algoritmo de la sección 3.3, considerando las funciones de tiempo de viaje correspondientes a cada caso. En cuanto a lo último, si los vehículos llegan antes que ese tiempo de comienzo de atención, es decir, en un nodo de la red espacio-tiempo anterior, estos deben esperar a ese tiempo para comenzar la atención; si llegan después de ese tiempo, entonces deben comenzar a atender inmediatamente.

Los vehículos siguieron exactamente la secuencia insertada como dato de entrada, es decir, no se permitió una reactualización de rutas, aun sabiendo que los vehículos no serían capaces de llegar dentro de la ventana de tiempo del siguiente cliente. Luego, en este caso, el vehículo no se detuvo los 5 minutos correspondientes a la atención y continuó su recorrido.

## **4. DISEÑO DEL EXPERIMENTO**

En el capítulo anterior, se desarrolló una nueva formulación para el TDVRPTW con información en tiempo real, y en este capítulo se realiza un experimento con el fin de evaluar los beneficios que podría significar en distintos escenarios la minimización de costos asociados a la no-atención de los clientes y a los tiempos totales de viaje, la consideración de tiempos de viaje variables, como producto de la congestión recurrente y la no-recurrente, en la creación de las rutas de despacho de una flota de vehículos. Para ello, fue necesario desarrollar un experimento que comparase las soluciones obtenidas con cada una de las estrategias de operación descritas en la sección 3.4.

A continuación, en la sección 4.1 se presenta la información correspondiente a la red urbana utilizada en el experimento. En la sección 4.2 se explican los datos de entrada de la simulación. En la sección 4.3, se definen las características de los escenarios sobre los cuales se probaron los modelos. La sección 4.4 describe el procedimiento utilizado para encontrar las soluciones. Finalmente, la sección 4.5 presenta las características del procesador en que se implementó el modelo.

### **4.1. Información de la Red**

La presente investigación considera información en tiempo real, ya sea en lo referente a la demanda que enfrenta el servicio, como a los niveles de servicio de la red urbana. Al respecto, fue necesario contar con información de dos tipos:

- i) Topología de la red, esto es, información de los arcos y nodos que la conforman. En el caso de los arcos, se debió conocer la longitud de los mismos

y los nodos inicial y final de cada uno. En el caso de los nodos, se requirió su ubicación en coordenadas geográficas, con el fin de poder representarlos en un plano. Esta información es estática.

- ii) Tiempos de viaje en los arcos de la red. En este caso, se obtuvieron los datos de las velocidades de operación en los arcos, por lo que se dividieron por las respectivas longitudes para obtener los tiempos de viaje.

Lo habitual es que los datos que se obtengan, correspondan a condiciones normales de operación, para uno o más períodos específicos del día, pero no para el día completo, requisito en esta investigación para la construcción de la red espacio-tiempo.

Para el experimento, se utilizó la red estratégica del modelo Estraus, el cual es un modelo de simulación del equilibrio entre oferta y demanda para el sistema de transporte urbano de una ciudad, usado normalmente en aplicaciones de planificación de sistemas de transporte en Chile, por la Secretaría Interministerial de Planificación de Transporte, SECTRA (Ministerio de Planificación, 2008).

Se consideró la red correspondiente al año 2010, la cual incluye, entre otras cosas, corredores de transporte público y líneas de Metro que, en la actualidad, podrían no existir, pero que son parte de los planes de expansión del sistema aprobados a la fecha (similar a una Situación Base Optimizada) y podrían influir en los tiempos de viaje del transporte privado.

La red usada en el ruteo, es la correspondiente a la de transporte privado. Esta red, se obtuvo según dos corridas que consideran: un período en punta mañana (de 7:30 a 8:30 hrs.) y un período fuera de punta (de 10:00 a 12:00 hrs.). Esta red, está conformada por 3.225 nodos y 8.052 arcos, que tienen un largo promedio de 560 metros, con una desviación estándar de 760 metros y que se encuentran clasificados en 11 categorías, que se indican en la Tabla 4.1.

**Tabla 4.1:** Categorías de Arcos en la Red de Estras

Categoría ESTRAUS	Descripción
1	Arcos Céntricos con Transporte Público
2	Arcos Céntrico sin Transporte Público
3	Alameda
4	Troncal con Transporte Público
5	Servicio Semaforizado con Transporte Público
6	Servicio Semaforizado sin Transporte Público
7	Autovía
8	Locales
12	Vías Expresas (Concesiones)
20	Accesos a autopistas, con capacidad < 1.400
21	Accesos a autopistas, con capacidad > 1.400

De los datos de esta red, se obtuvieron, además de las longitudes, las velocidades de viaje en cada arco. La velocidad promedio en la red para el período Punta Mañana (en adelante, AM) fue de 36,37 km/hr, y para Fuera de Punta (en adelante, FP) 40,33 km/hr. Si bien estas velocidades pueden parecer relativamente elevadas para una red urbana, es necesario tener en cuenta que se consideraron, además de los planes de expansión ya mencionados, autovías y vías expresas, que son categorías de arcos que tienen velocidades promedio de operación superiores al promedio de los arcos que representan a la mayoría de las vías urbanas.

Para un mayor detalle, las Tablas 4.2 y 4.3 muestran las características de la red de Estras considerada, para los períodos de AM y FP.

**Tabla 4.2:** Características de la Red AM

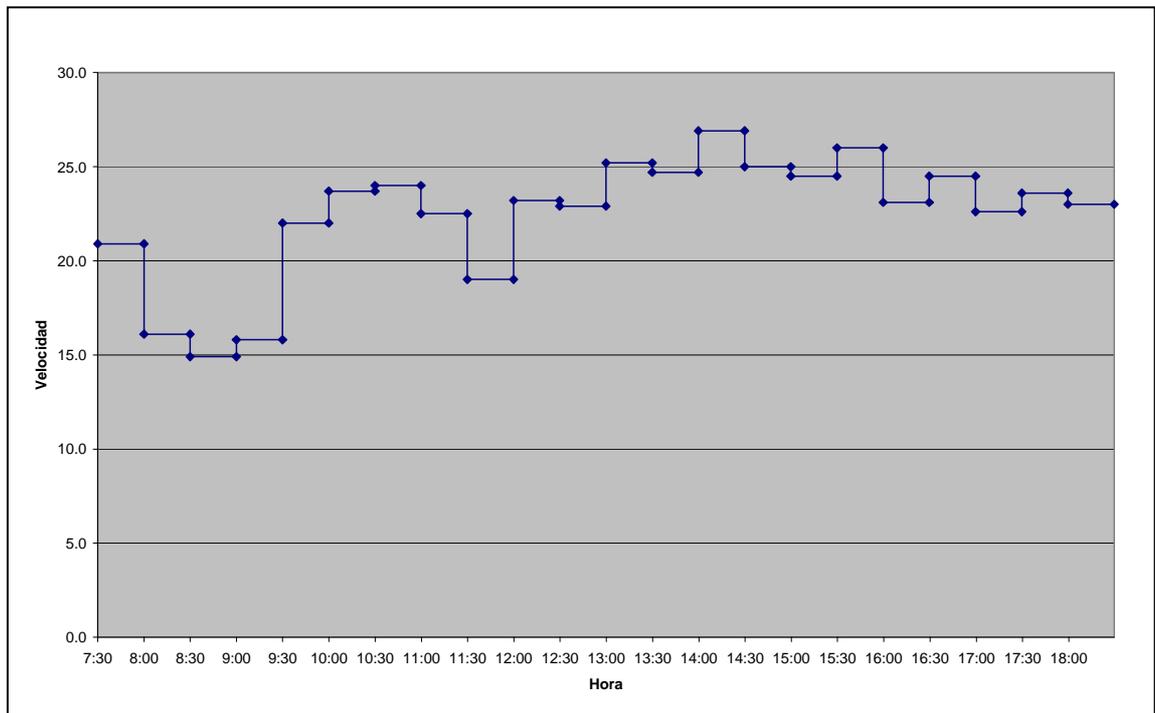
Categoría	# de Arcos	Velocidad Promedio	Desviación	Descripción
1	65	38.81	13.49	Arcos Céntricos con Transporte Público
2	3	40.67	19.49	Arcos Céntricos sin Transporte Público
3	209	24.99	17.85	Alameda
4	1636	30.80	14.10	Troncal con Transporte Público
5	4678	35.16	11.45	Servicio Semaforzado con Transporte Público
6	51	25.68	9.44	Servicio Semaforzado sin Transporte Público
7	67	88.17	26.37	Autovía
8	470	36.74	14.37	Locales
12	450	87.08	17.89	Vías Expresas (Concesiones)
20	79	27.66	15.03	Accesos a autopistas, con capacidad < 1.400
21	146	35.39	8.79	Accesos a autopistas, con capacidad > 1.400

**Tabla 4.3:** Características de la Red FP

Categoría	# de Arcos	Velocidad Promedio	Desviación	Descripción
1	82	33.76	13.84	Arcos Céntricos con Transporte Público
2	3	40.87	19.23	Arcos Céntricos sin Transporte Público
3	231	32.01	12.94	Alameda
4	1666	37.21	12.87	Troncal con Transporte Público
5	4732	38.94	9.67	Servicio Semaforzado con Transporte Público
6	51	28.21	9.00	Servicio Semaforzado sin Transporte Público
7	67	89.16	22.51	Autovía
8	469	38.76	12.53	Locales
12	449	90.30	15.68	Vías Expresas
20	81	29.47	12.68	Accesos a autopistas, con capacidad < 1400
21	146	36.89	6.98	Accesos a autopistas, con capacidad > 1400

Observando estas tablas, se puede notar que existen diferencias en el número de arcos de algunas categorías, debido a la presencia de vías exclusivas y reversibles. Dado que en los datos existía una diferencia en el número de arcos “Locales” sin razón aparente, se unieron ambos conjuntos de arcos. Para aquellos arcos que existían en un período, pero no en otro, se impuso un tiempo de viaje muy elevado para el período en que no existía. Así, en ese período se desincentiva el uso de ese arco como parte del ruteo. De esta forma, la red utilizada en la presente investigación está compuesta por 3.225 nodos y 8.052 arcos.

Con el fin de obtener las velocidades de operación en la red para todo un día laboral normal, usando los conteos de flujo de Velasco (2004), para el período entre las 7:30 y las 18:30 horas, se simuló el comportamiento de la red con el modelo AIMSUN (Barceló y Ferrer, 1997). Esta información, se consideró como el perfil de variación de velocidades para cada arco de la red (entregando variaciones porcentuales entre cada intervalo), exceptuando la categoría 8 (arcos Locales); para estos últimos se consideró una velocidad constante para cada período del día (AM y FP), además de considerarles una penalización por virajes de 15 segundos (sumada a los tiempos de viaje calculados para estos arcos). Así, se obtuvieron velocidades de operación para todos los arcos de la red y para todo el día, en intervalos de tiempo de 30 minutos, con lo que finalmente se calcularon los tiempos de viaje en cada arco de la red. En la Figura 4.1 se muestra el perfil de velocidades de un arco representativo de la red que se obtuvo de la simulación y que se usó en el experimento.



**Figura 4.1:** Perfil de Velocidades obtenido de simulación en AIMSUN

#### 4.2. Datos de Entrada del Sistema

Los Datos de Entrada que el experimento consideró para la evaluación del modelo son:

- i) Datos de Clientes: Se considera un total de 80 clientes, dadas las restricciones que presenta la implementación de la construcción de la red. Además, para cada cliente se incluyen: ubicación en la red espacial (aleatoria y uniformemente distribuida sobre el área de cobertura considerada), ventana de tiempo, demanda y tiempo en que se conoce la orden. La Figura 4.2 muestra un ejemplo de localización de clientes, marcados por lo símbolos “?”.



**Figura 4.2:** Ejemplo de Localización de Clientes sobre la Red

- ii) Datos de Vehículos: De acuerdo a información obtenida de Manantial S.A. y Lipigas S.A., cada vehículo es capaz de atender una cantidad aproximada de 40 clientes diarios dentro de la ciudad, por lo que se considerará una flota de 2 vehículos para atender a los 80 clientes.
- iii) Impacto de Incidentes: Se refiere al aumento de los tiempos de viaje en los arcos. Depende del escenario que se considere, tal como se explica en la sección 4.3.
- iv) Proporción de Órdenes Online: Corresponde al porcentaje de órdenes que aparecen en tiempo real, distribuidas aleatoriamente a lo largo del período de planificación. Dependerá del Escenario que se considere. Ver sección 4.3.

- v) Número de Intervalos de Tiempo: Determinado por el tiempo en que se considere que las velocidades se mantienen constantes. El número de intervalos de tiempo también se verá restringido por la construcción de la red, por lo que se establecieron de una duración de 10 minutos (mínimo posible), lo que en la práctica, a juicio del investigador, es aceptable.

La Estrategia que asume velocidades constantes en los arcos e iguales para todo el día (VC como se definió en la sección 3.4), considera los mismos elementos enunciados. Pero, en el caso del punto v), el intervalo de tiempo es de 11 horas. El resultado de esta Estrategia, fue considerado el *Benchmark* del experimento.

### **4.3. Creación de Réplicas de Simulación**

Para la creación de las réplicas de la simulación, se consideraron datos reales de la empresa *Bazuca.com*, y se asumieron algunos supuestos.

A partir de los datos de *Bazuca.com*: (i) se definió el área de cobertura del sistema, que comprende las comunas de Santiago Centro, Ñuñoa, Providencia, La Reina, Las Condes, Vitacura y Lo Barnechea; (ii) se definieron los tipos de ventanas de tiempo del sistema: 1, 2 y 4 horas para los clientes online y 2 horas para los offline; y (iii) se establecieron las proporciones de órdenes de cada tipo.

Dentro de los supuestos se encuentran:

- i) Se generaron instancias donde el número de clientes en cada una de las comunas es proporcional a la población en cada una de ellas, según datos del Censo del 2002.
- ii) La demanda de los clientes fue de 1, 2 ó 3 productos iguales. La proporción de cada una de ellas se definió de manera arbitraria, dejando un 55% de demandas de 1 producto, un 30% de 2 productos y un 15% de demandas de 3 productos.
- iii) La capacidad de los vehículos se fijó en 80 productos y, dado que la demanda total del sistema alcanza los 124 productos (47 demandas por 1 producto, 22 demandas por 2 productos, y 11 demandas por 3 productos), la restricción es activa en el problema.
- iv) Para la creación de las ventanas de tiempo de los clientes, y específicamente para la determinación de los  $e_i$ , se dividió arbitrariamente el período de planificación (de 660 minutos) en trece sub-períodos: doce de 50 minutos de duración y el último de 60 minutos. A partir de esto, se decidió que: aquellos clientes que aparecieran en tiempo real en el intervalo  $]0,50[$  tendrían un  $e_i = 50$ ; aquellos clientes que aparecieran en tiempo real en el intervalo  $[50,100[$  tendrían un  $e_i = 100$ ; y así sucesivamente, limitando el tiempo máximo de aparición de órdenes igual a los primeros 440 minutos del período de planificación.

#### **4.4. Definición de Escenarios**

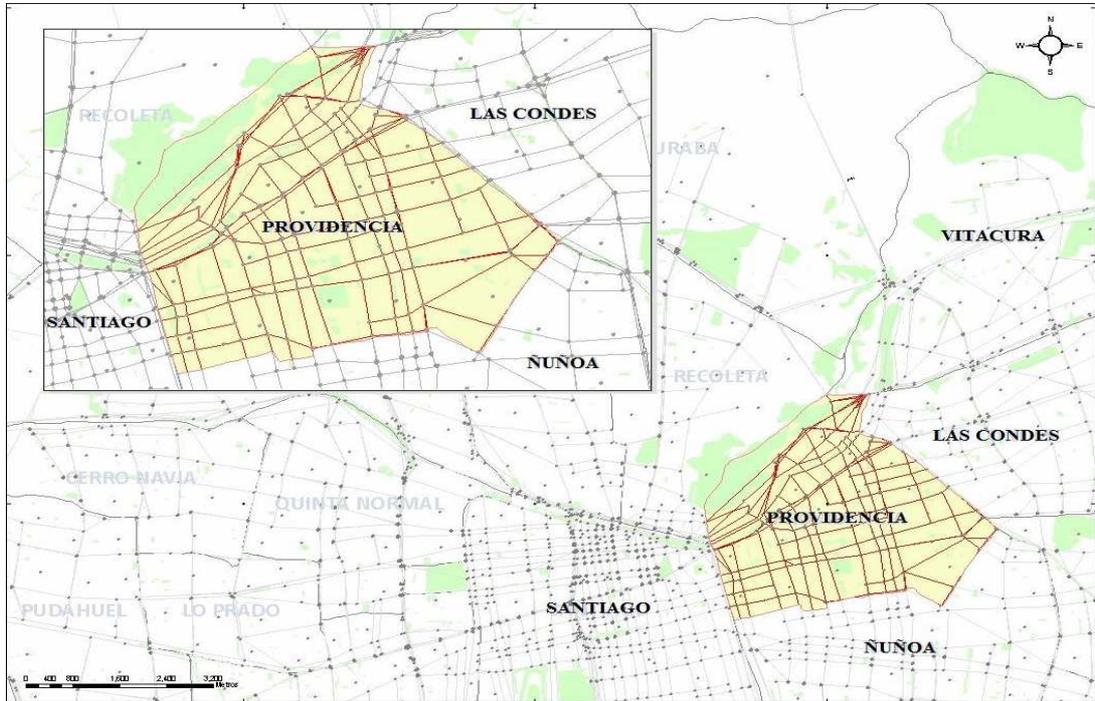
Los escenarios estudiados se diferencian según dos características:

i) **Proporción de Órdenes Online**

Para conocer el rendimiento de las estrategias de operación frente a cambios en el porcentaje de órdenes online que experimenta el problema, respecto del total de órdenes del sistema, se estudiaron casos en que las órdenes online representen el 20% y el 80% de las órdenes totales del sistema.

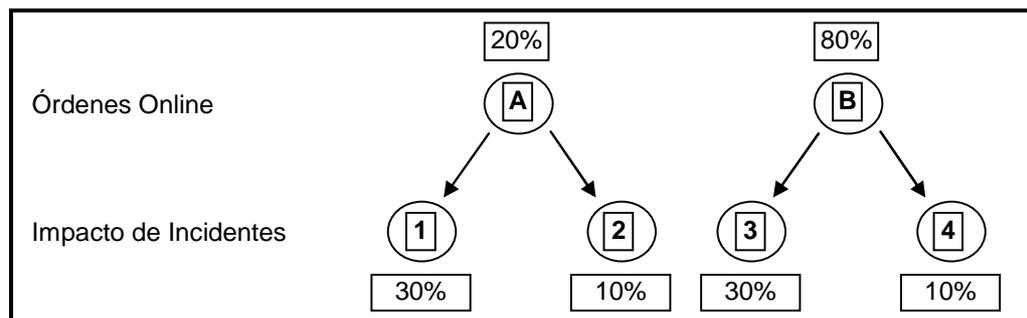
ii) **Impacto de los Incidentes en la Red**

Para estudiar el impacto de los incidentes, medidos como el porcentaje de **aumento** de los tiempos de viaje, altera la evaluación de los beneficios, se consideraron casos donde los incidentes producían un aumento de los tiempos de viaje de 10% y 30%, respectivamente, respecto de la situación base. Se supuso que su duración es dos horas, y que, dado que interesa investigar casos donde los incidentes efectivamente afecten el ruteo de los vehículos, se asumió un incidente en la comuna de Providencia, tal como se indica en la Figura 4.3.



**Figura 4.3:** Comuna afectada por Incidente

La Figura 4.4 muestra esquemáticamente los cuatro Escenarios definidos.



**Figura 4.4:** Escenarios

#### 4.5. Procedimiento de Simulación

Las estrategias de solución, se simularon considerando todos los eventos que ocurren durante un período de planificación tipo, es decir, se consideraron las demandas offline, las demandas online y las variaciones en los tiempos de viaje producto de la

aparición de incidentes. El procedimiento a seguir estuvo compuesto por los siguientes cinco pasos:

#### **Paso 0: Lectura de Datos de Entrada**

Se leen los archivos que contienen la información del problema: (i) clientes y sus características; (ii) nodos que conforman la red espacial; (iii) tiempos de viaje en arcos cada 30 minutos (a partir de Figura 4.1); (iv) incidentes, ubicación y duración; y (v) parámetros que especifican el número de vehículos y el largo del intervalo de tiempo, entre otros.

#### **Paso 1: Cálculo de Rutas Mínimas**

Para las funciones de Tiempos de Viaje leídas en el paso anterior, se calculan los tiempos de viaje en cada arco cada 10 minutos siguiendo el procedimiento de Fleischmann et al. (2003), y se calculan las rutas mínimas para los tiempos 0, 10, 20 minutos, etc. La ruta mínima calculada en el tiempo 0 entre un par de nodos, será válida en el intervalo  $[0,10[$ , la calculada en el tiempo 10 minutos será válida en el intervalo  $]10,20[$ , y así sucesivamente. El cálculo de las rutas mínimas se realizó utilizando una adaptación del algoritmo de Dijkstra (1959) para el caso con tiempos de viaje dependientes del tiempo, minimizando tiempos de viaje, esto es, considerando todas las variaciones que se dan en los mismos. Estas rutas mínimas forman la red explicada en la sección 3.1.

### **Paso 2: Construcción de Rutas**

Sobre la red espacio-tiempo construida en el paso anterior, se construyen las rutas utilizando la Heurística de Ahorros, y se realiza el Mejoramiento Intra-Ruta (Or-Opt), tal como se explicó en la sección 3.3.

### **Paso 3: Actualización de Rutas**

La actualización de rutas se ejecutará sólo en caso que un cliente nuevo aparezca y/o un incidente se produzca. En estos casos, se deben actualizar: (i) los conjuntos de clientes, agregando los nuevos, en caso de haber, y eliminando los ya visitados; y (ii) la red entera, si existen, con lo que se vuelve al Paso 1 para resolver el problema online.

En caso de no existir tales eventos, continuar al paso 4.

### **Paso 4: Obtención de los Datos de la Simulación**

Si el período de planificación ha concluido, entonces se deben obtener los datos relevantes de la simulación, estos son: número de clientes no atendidos y costo de transporte del sistema.

En la resolución del problema se tuvieron en cuenta las siguientes consideraciones:

- i) Los 80 clientes se distribuyen dentro del territorio comprendido por las 7 comunas antes enunciadas (sección 4.3), pero la red de transporte disponible es aquella correspondiente a toda la ciudad de Santiago.

- ii) La ventana de tiempo de la bodega es dura, no pudiendo llegar los vehículos después de la hora de cierre de la misma. En cambio, en el caso de los clientes, la ventana es dura sólo para la llegada, pues a los vehículos se les permite permanecer, atendiendo o no, en los nodos de clientes después del término de la ventana de tiempo.
- iii) Los vehículos deciden en qué momento abandonan la bodega, es decir, no se les obliga a salir en el tiempo 0.
- iv) Como ya se mencionó, sí se pueden realizar desvíos, para lo cual se considera el término de “Nodo Crítico”, que corresponde al nodo en el que se encuentra el vehículo, o al que se está dirigiendo, al momento de actualizar rutas.
- v) Al momento de actualizar las rutas, en los nodos críticos los vehículos deciden el momento en que los dejarán para viajar al siguiente, pero deben cumplir con el tiempo de atención establecido, en caso de ser un nodo cliente.
- vi) En caso de no haber actualización de rutas, los vehículos abandonan los clientes una vez que ya se produjo la atención.
- vii) Los parámetros del modelo, correspondientes a: (i) el valor del tiempo de viaje de un vehículo; (ii) la penalidad por cliente no atendido; y (iii) el tiempo de atención, se fijaron en  $\alpha = 40$  [\$/min],  $\beta_i = 4000$  [\$/cliente],  $\forall i$ , y  $aten = 5$  minutos. El primer parámetro se determinó considerando un rendimiento de los vehículos de 10 [km/lt], una velocidad promedio de operación de la red de 38.35 [km/hr] y un precio del combustible de 625 [\$/lt]. El segundo parámetro se estimó en base a información proporcionada por *Bazuca.com* respecto del precio promedio de cada envío y considerando que la

penalización por cada cliente no atendido se relaciona solamente con la utilidad que se deja de percibir (no se consideran otros elementos como la pérdida de imagen, entre otros). El tercer término se fijó suponiendo tal tiempo de atención en el reparto de películas de *Bazuca.com*.

#### **4.6. Implementación**

La implementación se realizó utilizando el lenguaje de programación C++, dentro del módulo Dispatcher de CP, desarrollado por ILOG. Se utilizó un procesador Intel Core Duo, de 1.60 GHz y con 2GB de memoria RAM.

El código del programa principal implementado se encuentra en el Anexo C.

## 5. RESULTADOS DEL EXPERIMENTO

A continuación, se presentan los resultados en términos de Costos Totales, Costos de Transporte y Número de Clientes NO Atendidos, para cada una de las estrategias consideradas: (i) Ruteo según Velocidades Constantes, o VC; (ii) Ruteo según Velocidades Variables con 4 escalones, o VV-4; (iii) Ruteo según Velocidades Variables con 22 escalones, o VV; y (iv) Ruteo según Velocidades Variables e Incidente con 22 escalones, o VVI. Además, a partir de los resultados de 30 réplicas, se calcularon Intervalos de Confianza para la Media, para los cuales se consideró una distribución Normal y un nivel de confianza del 95%, obteniendo así un parámetro  $z_{0.05} = 1.96$ .

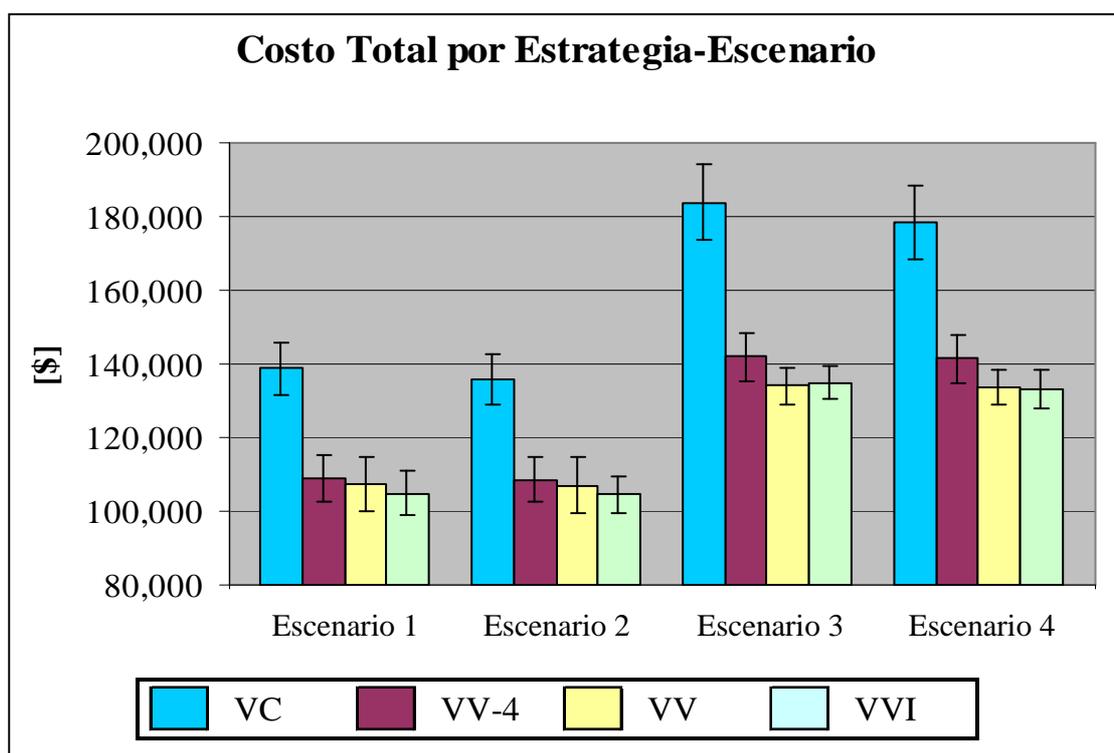
Tal como se indicó en la sección 4.4, los escenarios se han definido como:

- Escenario 1: Clientes Online = 20%; Impacto de Incidente = 30%
- Escenario 2: Clientes Online = 20%; Impacto de Incidente = 10%
- Escenario 3: Clientes Online = 80%; Impacto de Incidente = 30%
- Escenario 4: Clientes Online = 80%; Impacto de Incidente = 10%

A continuación, se presentan los resultados de los Costos Totales del Sistema, y más adelante, de manera desagregada, los componentes de estos Costos: los Costos de Transporte y los Costos por Clientes No Visitados.

### 5.1. Costos Totales

La Figura 5.1 presenta los resultados obtenidos en Costos Totales, en cada uno de los Escenarios y para cada una de las Estrategias definidas.



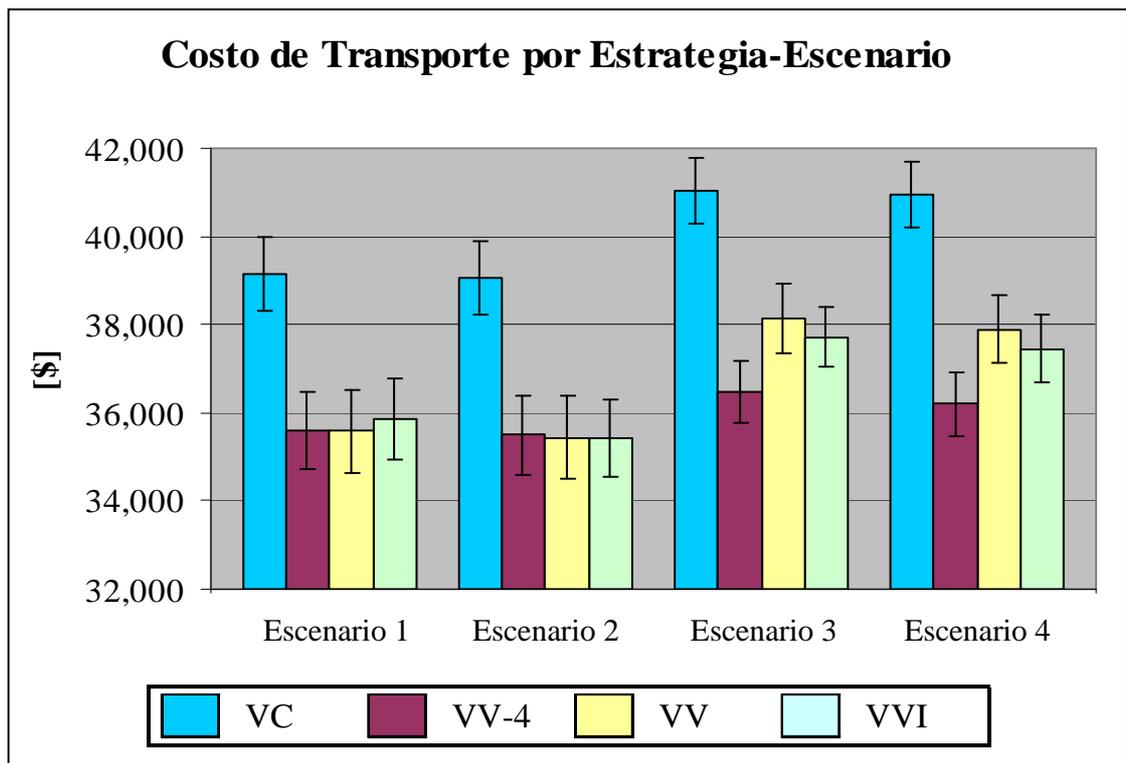
**Figura 5.1:** Costos Totales en cada Escenario-Estrategia

La diferencia entre las estrategias VV-4, VV y VVI no es significativa en el caso de los escenarios 1 y 2 (clientes online representan el 20% del total). Sin embargo, al aumentar el dinamismo del sistema (escenarios 3 y 4), las diferencias son significativas entre VV-4, y VV y VVI, pero no significativas entre estas últimas dos.

Por otro lado, se observa que el aumento de la proporción de clientes online resulta más perjudicial que el aumento de los tiempos de viaje producto de un incidente.

## 5.2. Costos de Transporte

La Figura 5.2 presenta los resultados obtenidos en lo referente a los Costos de Transporte, en cada uno de los Escenarios y para cada Estrategia definidos.

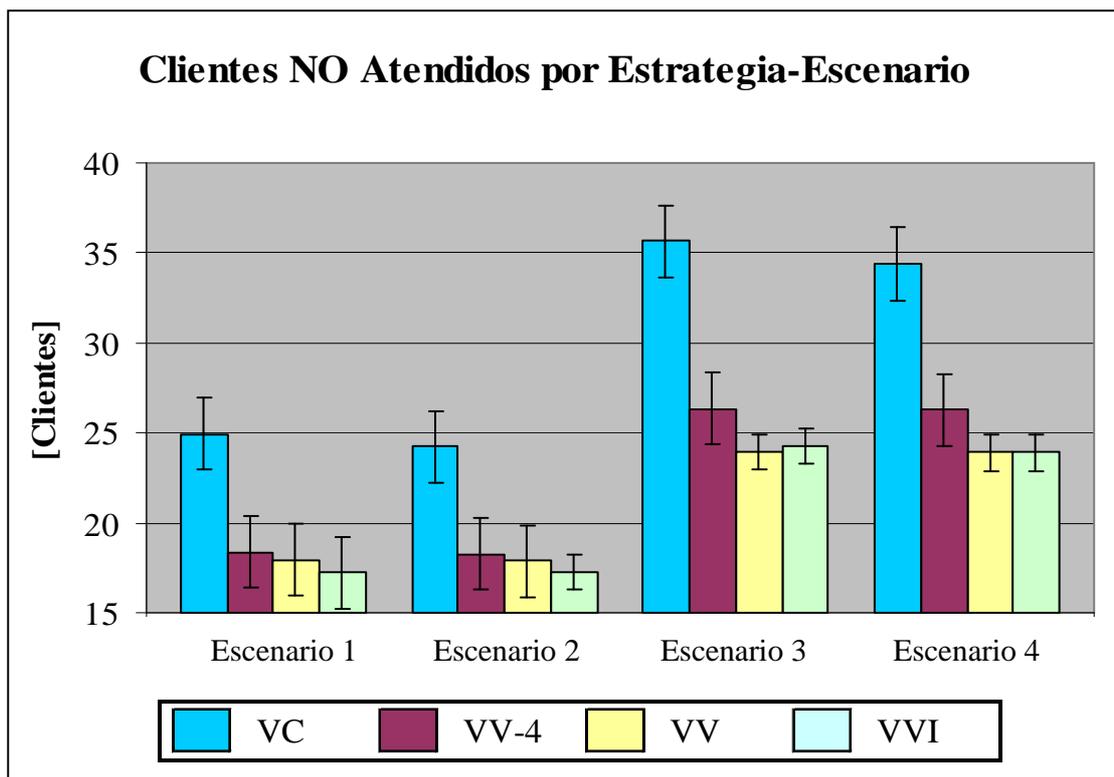


**Figura 5.2:** Costos de Transporte en cada Escenario-Estrategia

Como se observa en la Figura 5.2, en todos los escenarios la consideración de tiempos de viaje constantes resulta en los mayores costos de transporte. Además, a medida que aumenta la complejidad del modelo (consideración de más intervalos y de incidente), los costos de transporte tienden a disminuir, excepto en los escenarios 3 y 4 de la estrategia VV-4, donde no ocurre porque el número de clientes no visitados es mayor, como se muestra a continuación.

### 5.3. Número de Clientes NO Visitados

La Figura 5.3 presenta los resultados obtenidos en lo referente al Número de Clientes NO Visitados, en cada uno de los Escenarios y para cada Estrategia definidos.



**Figura 5.3:** Número de Clientes NO Visitados en cada Escenario-Estrategia

Como se aprecia en la Figura 5.3, en todos los escenarios definidos el resultado mejora a medida que aumenta la complejidad del modelo.

Es importante mencionar además que los clientes no atendidos por una estrategia son distintos a los no atendidos por otra, es decir, y por dar un ejemplo, los clientes no atendidos por VV-4 no son un subconjunto de los no atendidos por VC.

#### **5.4. Análisis de Resultados**

Lo primero que se puede apreciar es que, en términos del costo total de operación, la estrategia VVI es la que resulta más conveniente en todos los escenarios estudiados, a excepción del escenario 3, en el cual la diferencia con VV es mínima. En promedio, VVI es un 24.9% menor que VC, 4.6% menor que VV-4, y 1% menor que VV. En términos del costo de transporte, la estrategia VVI es, en promedio: 8.6% menor que VC, 1.8% mayor que VV-4, y 0.4% menor que VV. En términos del número de clientes NO visitados, se aprecia que la estrategia VVI presenta un 30.5% menos que VC, un 7.1% menos que VV-4, y un 1.4% menos que VV.

En segundo lugar, se observa que en ningún escenario la tasa de atención estimada (40 clientes por vehículo) fue posible de alcanzar. El mayor número de clientes atendidos se da en los escenarios 1 y 2 al utilizar las estrategias VV y VVI, obteniendo una tasa de atención diaria de 31 clientes por vehículo. El menor número de clientes atendidos se da en los escenarios 3 y 4 al utilizar la estrategia VC, obteniendo una tasa de atención diaria de 23 clientes por vehículo. Cabe mencionar que los datos que se obtuvieron respecto de la tasa de atención, fue un estimado de la empresa Manantial S.A., quienes no consideran la existencia de clientes online.

En tercer lugar, se aprecia que el número de clientes no atendidos es menor en el caso de los escenarios 1 y 2 (28.5% menor, aproximadamente). Este resultado es de esperar, puesto que al existir menor incertidumbre en la ubicación y demanda de los

clientes, las rutas se pueden formar de manera más eficiente que en el caso en que el 80% de los mismos se desconoce.

Los resultados entre las estrategias VV-4 y VV, muestran pequeñas diferencias en los escenarios 1 y 2: costos de transporte prácticamente iguales, menos de un cliente no atendido de más en el caso de VV-4, y en consecuencia un costo total 1.6% mayor respecto de VV. Sin embargo, en los escenarios 3 y 4 se observan mayores diferencias: VV-4 tiene un costo de transporte 4.4% menor, un número de clientes no visitados 10% mayor, y un costo total 5.9% mayor que VV.

Los resultados entre las estrategias VV y VVI no se diferencian mayormente en lo que a costos de transporte se refiere. Sin embargo, en el caso de la Estrategia VVI, donde se visitan más clientes, se observa que aun así los Costos de Transporte son generalmente menores, aunque marginalmente (0,4% menores). Esto se debe a que los vehículos, considerando los incidentes que se producen en la red, tienen mayor capacidad de maniobra, evitando así arcos que pueden ser más costosos. En cuanto al número de clientes NO visitados, los resultados muestran que rutear considerando tiempos variables e incidentes reduce en un 1.4% el número de clientes no visitados.

Los intervalos de confianza calculados muestran que, en general, los resultados de costos totales para la estrategia VVI son más robustos que en los otros casos. Esta información se confirma al observar menores desviaciones estándar para la estrategia VVI, por lo que la empresa tiene la posibilidad de entregar un servicio más confiable,

no sólo en términos de tiempos de viaje, sino también en la cantidad de clientes que puede visitar en cada ruta. Los Anexos A y B presentan los resultados numéricos.

## 6. CONCLUSIONES, RECOMENDACIONES Y EXTENSIONES

La presente investigación, ha abordado un problema que, con anterioridad, no ha sido estudiado. Como bien se mostró en la sección 2.4, una vez finalizada la Revisión Bibliográfica, sí se han estudiado problemas con características similares, pero no el que incluye todo lo que aquí se incorpora:

- Función Objetivo que minimiza los tiempos totales de viaje y el número de clientes no atendidos
- Ventanas de tiempo duras
- Demandas offline y online
- Tiempos de viaje asimétricos y variables
- Congestión recurrente y no recurrente
- Función de Tiempos de Viaje en Arcos tipo *piecewise*
- Desvíos
- Implementación sobre una red real
- Actualización de los tiempos de viaje cada un período de tiempo fijo.

### 6.1. Principales Conclusiones

Una vez corridas las 30 réplicas del problema y obtenidos los resultados de las tres estrategias de ruteo definidas, se pueden desprender las siguientes conclusiones:

1. El modelo de programación lineal entera mixta formulado en la sección 3.2, y resuelto por medio del algoritmo de solución explicado en la sección 3.3, permitió obtener importantes beneficios cuando se consideraron tiempos variables en la red (congestión recurrente) y la presencia de incidentes (congestión no recurrente) que afecten las condiciones de operación habituales de la red de transporte.

2. Rutear considerando Velocidades Constantes en la red (estrategia VC), se tradujo, en promedio, en un aumento de un 11.4% en los costos de transporte, un 33.6% en la cantidad de clientes NO atendidos, y un 27.1% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables y 4 escalones (estrategia VV-4).
3. Rutear considerando Velocidades Constantes en la red (estrategia VC), se tradujo, en promedio, en un aumento de un 9.0% en los costos de transporte, un 41.8% en la cantidad de clientes NO atendidos, y un 31.9% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables y 22 escalones (estrategia VV).
4. Rutear considerando Velocidades Constantes en la red (estrategia VC), se tradujo, en promedio, en un aumento de un 9.4% en los costos de transporte, un 43.8% en la cantidad de clientes NO atendidos, y un 33.2% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables, 22 escalones e incidente (estrategia VVI).
5. Rutear considerando Velocidades Variables en la red con 4 escalones (estrategia VV-4), se tradujo, en promedio, en una disminución de un 2.2% en los costos de transporte, y un aumento de un 6.2% en la cantidad de clientes NO atendidos y de un 3.8% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables y 22 escalones (estrategia VV).
6. Rutear considerando Velocidades Variables en la red con 4 escalones (estrategia VV-4), se tradujo, en promedio, en una disminución de un 1.8% en los costos de transporte, y un aumento de un 7.7% en la cantidad de clientes NO atendidos y un

4.8% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables, 22 escalones y la presencia de Incidentes (estrategia VVI).

7. Rutear considerando Velocidades Variables en la red con 22 escalones (estrategia VV), se tradujo, en promedio, en un aumento de un 0.4% en los costos de transporte, un 1.5% en la cantidad de clientes NO atendidos y un 1.1% en los costos totales respecto de la estrategia que considera Velocidades Variables, 22 escalones e incidente (estrategia VVI).
8. El número de clientes NO atendidos, aumentó conforme creció la proporción de clientes online: en promedio, un 40% entre los escenarios 1 y 3, y entre los escenarios 2 y 4. Este resultado era esperable producto del mayor nivel de incertidumbre que enfrenta el sistema.
9. Los clientes NO visitados por el ruteo correspondiente a la Estrategia VC, son distintos a los no atendidos por los ruteos asociados a las Estrategias VV-4, VV y VVI.
10. Al incluir congestión no recurrente, los costos de transporte entre las estrategias VV y VVI no se vieron afectados mayormente. Sin embargo, aun visitándose más clientes (estrategia VVI), los costos de transporte disminuyeron en un 0.4%.
11. La Tasa de Atención de clientes estimada a partir de la información obtenida de Manantial S.A., no fue alcanzable para el caso en que los clientes online representan el 20% del total de clientes, y menos aún para el caso en que estos representan el 80%. Sin embargo, cabe destacar que la empresa no considera clientes online, lo que permite una mejor planificación y una mayor eficiencia en la construcción de las rutas.

12. La consideración de pocos intervalos de tiempo en la función de tiempos de viaje parece ser una buena alternativa (menos costosa) para sistemas que presentan poco dinamismo, es decir, sistemas con pocos clientes online. Por el contrario, en el caso de ambientes más dinámicos, es preferible considerar un número mayor de intervalos.
13. El considerar que los tiempos de viaje en la red varían cada 10 minutos, manteniéndose constantes dentro de estos intervalos, parece razonable. Una disminución en tal valor puede provocar disminuciones en los costos, pero, a juicio del investigador, sólo marginales en el caso de ambientes poco dinámicos. En el caso de ambientes con mayor dinamismo (escenarios 3 y 4), sí se podría considerar la utilización de una cantidad mayor de intervalos de tiempo. Estas afirmaciones surgen de observar las variaciones de 1 a 4 intervalos (de VC a VV-4) y de 4 a 22 (de VV-4 a VV) en cada caso.
14. Los tiempos de ejecución de las versiones offline y online son relativamente bajos: En el caso de los escenarios 1 y 2, la solución offline demoró 302 segundos, donde se incluye la compilación del programa (20 segundos), y la construcción de la red y las rutas iniciales; y la solución online demora 48 segundos, incluyendo la escritura de los resultados (20 segundos). En el caso de los escenarios 3 y 4, la solución offline demora 100 segundos, donde se incluye la compilación del programa (20 segundos), y la construcción de la red y las rutas iniciales; y la solución online demora 32 segundos, incluyendo la escritura de los resultados (20 segundos).

Estos tiempos muestran que es factible la utilización del modelo en la práctica.

## 6.2. Recomendaciones Prácticas

A la luz del análisis de resultados realizado, parece recomendable para las empresas la utilización de herramientas de ruteo, como la que aquí se desarrolló, para el manejo de sus flotas de distribución.

El modelo desarrollado soporta hasta 195 clientes, debido a las restricciones de memoria computacional<sup>2</sup> del módulo *Dispatcher* en la construcción de la red espacio-tiempo, pero tal escala se adecua a los requerimientos, por ejemplo, de Aguas Andinas S.A. No obstante, en caso de tener un número mayor de clientes, podría dividirse la red en distintas zonas de distribución (una especie de *clusterización*) y sobre cada una de estas correr el modelo.

Si se presentan dificultades para obtener información en tiempo real respecto de cambios en las condiciones normales de operación, se recomienda la utilización de tiempos de viaje que consideren congestión recurrente. A la luz de los resultados, la estrategia VV por sí sola presenta importantes beneficios (los costos totales son, en promedio, un 24.1% menores que si se consideran velocidades constantes, VC). En caso de no existir dificultades en la obtención de información en tiempo real, se recomienda la utilización de la estrategia VVI.

Finalmente, se recomienda la implementación de una herramienta bajo un Sistema de Información Geográfico (SIG), de manera de facilitar el proceso de ingreso y manejo

---

<sup>2</sup> No es posible considerar más clientes, al menos con la metodología aquí utilizada.

de datos. En Chile, es posible generar una red de distribución a partir de mapas digitales distribuidos, entre otros, por Mapas Digitales S.A. ([www.dmapas.cl](http://www.dmapas.cl)).

### **6.3. Posibles Extensiones**

Una extensión interesante podría ser la minimización de una expresión de costo generalizado para el sistema de ruteo, que incluya, por ejemplo, el costo de la flota, el valor del tiempo de la carga, los costos de manipulación en bodega y los costos de personal asociados al manejo y a la carga y descarga de los camiones.

Otra posible extensión podría estar en la consideración de una función de distribución de probabilidades para el tiempo de atención en los clientes. Esto, supone la obtención de resultados aún más realistas, pero, a juicio del investigador, dirigidos en la misma dirección que los obtenidos en el presente trabajo.

En cuanto a la distribución de los clientes, también sería interesante estudiar cómo se ven afectados los resultados cuando estos están agrupados por sectores y/o distribuidos uniformemente dentro del territorio.

En cuanto a los incidentes, sería interesante estudiar cómo afectaría al ruteo la existencia de una cantidad mayor de incidentes, y de duración e impacto distintos. Por ejemplo, se podría estudiar cómo cambian los resultados cuando un vehículo de la flota sufre un desperfecto y no puede seguir operando.

Finalmente, incluir herramientas de predicción de nuevas demandas es una interesante extensión, ya que probablemente se observaría una disminución en los costos totales del sistema.

## BIBLIOGRAFÍA

Antes, J. y Derigs, U (1995). A new parallel tour construction algorithm for the vehicle routing problem with time windows. Working paper, Department of Economics and Computer Science, University of Köln, Germany.

Archetti, C. y Speranza, M. (2006). An Overview on the Split Delivery Vehicle Routing Problem. *Operations Research Proceeding*, Volume 2006, 123-127.

Barceló, J. y Ferrer, J.L (1997). AIMSUN2: Advanced Interactive Microscopic Simulator for Urban Networks. User's Manual. Departamento de Estadística e Investigación Operativa. Facultad de Informática. Universidad Politécnica de Cataluña.

Beltrami, E. y Bodin, L. (1974). Networks and vehicle routing for municipal waste collection. *Networks* 4 (1), 65–94.

Bianchessi, N. y Righini, G. (2007). Heuristic algorithms for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery. *Computers & Operations Research*, 34, 578-594.

Bramel, J. y Simchi-Levi, D. (1996). Probabilistic analyses and practical algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Operations Research*, 44, 501–509.

Brandão, J. (2006). A new tabu search algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *European Journal of Operational Research*, 173, 540-555.

Bräysy, O. y Gendreau, M. (2005). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*, 39 (1), 104-118.

Bräysy, O. y Gendreau, M. (2005). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part II: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39 (1), 119-139.

Chen, H., Hsueh, C. y Chang, M. (2006). The real time- time-dependent vehicle routing problem. *Transportation Research Part E*, 42, 383-408.

Chen, S., Golden, B. y Wasil, E. (2005). The split delivery vehicle routing problem: A new heuristic and benchmark problems. Presentado en ROUTE 2005.

Clarke, G. y Wright, J. (1964). Scheduling of vehicles from a central depot to a number of delivery points, *Operations Research*, 12, 568–581.

Cordeau, J., Gendreau, M. y Laporte, G. (1997). A tabu search heuristic for periodic and multi-depot vehicle routing problem, *Networks* 30 , 105-119.

- Cortés, C., Nuñez, A. y Sáez, D. (2008). Hybrid adaptive predictive control for a dynamic pickup and delivery problem including traffic congestion, *International journal of adaptive control and signal processing*, 22, 103-123.
- Dantzig, G., Fulkerson, D. y Johnson, S. (1954). Solution of a large scale traveling salesman problem, *Journal of the Operations Research Society of America*, 2, 393-410.
- De Cea, J., Fernández, J.E., Dekock, V., Soto, A. y Friesz, T. (2003). ESTRAUS: a computer package for solving supply-demand equilibrium problems on multimodal urban transportation networks with multiple user classes, *Transportation Research Board*, 421.
- Deif, I. y Bodin, L. (1984). Extension of the Clarke and Wright algorithm for solving the vehicle routing with backhauling. *Proceedings of the Babson Conference on Software Uses in Transportation and Logistics Management*, Babson Park, 75-96.
- Dijkstra, E.W. (1959), A note on Two Problems in Connexion with Graphs, *Numerische Mathematik*, 1, 269-271.
- Dror, M., Laporte, G. y Trudeau, P. (1989). Vehicle Routing with Stochastic Demands: Properties and Solution Frameworks, *Transportation Science*, 23, 166-176.
- Dror, M. y Trudeau, P. (1989). Saving by Split delivery Routing. *Transportation Science*, 23 (2), 141-145.
- Durbin, M. y Hoffman, K. (2008). The Dance of the Thirty-Ton Trucks: Dispatching and Scheduling in a Dynamic Environment, *Operations Research*, 56 (1), 3-19.
- Figliozzi, M. (2006). Modeling the impact of technological changes on urban commercial trips by commercial activity routing type, *Transportation Research Record*, 1964, 118-126.
- Fleischmann, B., Gietz, M. y Gnutzmann, S. (2004). Time-Varying Travel Times in Vehicle Routing. *Transportation Science*, 38 (2), 160-173.
- Francis, P. y Smilowitz, K. (2006). Modeling techniques for periodic vehicle routing problems. *Transportation Research Part B*, 40, 872-884.
- Gendreau, M. Laporte, G. y Séguin, R. (1996). Stochastic Vehicle Routing. *European Journal of Operational Research*, 88, 3-12.
- Giesen, R., Mahmassani, H. y Jaillet, P. (2009). Logistics in Real Time Inventory Routing Operations under Stochastic Demand, *Innovations in Distribution Logistics*, 619, 109-148.
- Gillett, B. y Johnson, G (1976). Multi-terminal vehicle-dispatch algorithm. OMEGA. *The International Journal of Management Science*, 4, 711-8.

- Golden, B., Raghavan, S. y Wasil, E. (2008). The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges, *Operations Research/Computer Science Interfaces Series*, 43.
- Haghani, A. y Jung, S. (2005). A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times, *Computers & Operation Research*, 32, 2959-2986.
- Hoffman, A., y Wolfe, P. (1985). History in the traveling salesman problem. Lawler, Lenstra, Rinnooy Kan and Shmoys (eds.); Wiley, 1-16.
- Ichoua, S., Gendreau, M. y Potvin, J. (2000). Diversion Issues in Real-Time Vehicle Dispatching. *Transportation Science*, 34 (4), 426-438
- Ichoua, S., Gendreau, M. y Potvin, J. (2003). Vehicle Dispatching With Time-Dependent Travel Times. *European Journal of Operational Research*, 144 (2), 379-396.
- Ichoua, S., Gendreau, M. y Potvin, J. (2006). Exploiting Knowledge About Future Demands for Real-Time Vehicle Dispatching, *Transportation Science*, 40 (2), 211-225.
- Ioannou, G., Kritikos, M. y Prastacos, G. (2001). A greedy look-ahead heuristic for the vehicle routing problem with time windows. *Journal of the Operational Research Society*, 52, 523-537.
- ILOG Dispatcher 4.1 (2005). User's Manual, [www.ilog.com/products/cp/](http://www.ilog.com/products/cp/)
- Kim, S., Lewis, M. y White, C. (2005). Optimal Vehicle Routing With Real-Time Traffic Information, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6(2), 178-188.
- Laporte, G. (1992). The Vehicle Routing Problem: An overview of exact and approximate algorithms. *European Journal of Operational Research*, 59, 345-358.
- Larsen, A., Madsen, O., Solomon, M. (2002). Partially dynamic vehicle routing - models and algorithms. *Journal of the Operational Research Society*, 53, 637-646.
- Li, F., Golden, B. y Wasil, E. (2005). Very large-scale vehicle routing: new test problems, algorithms, and results. *Computers & Operations Research*, 32, 1165-1179.
- Malandraki, C. y Daskin, M.S. (1992). Time dependent vehicle routing problems: formulations, properties and heuristic algorithms. *Transportation Science*, 26, 185-200.
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points, *Transportation Research*, 23 (A).
- Ministerio de Planificación (2008). Actualización Metodología Análisis Sistema de Transporte de Ciudades de Gran Tamaño y Tamaño Medio.

Montane, F. y Galvão, R. (2006). A tabu search algorithm for the vehicle routing problem with simultaneous pick-up and delivery service, *Computers & Operations Research*, 33 (3), 595-619.

Or, I. (1976). Traveling salesman-type combinatorial problems and their relation to the logistics of regional blood banking. Ph.D. thesis, Northwestern University, Evanston, IL.

Prins, C. (2004). A simple and effective evolutionary algorithm for the vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 31, 1985-2002.

Regan, A., Mahmassani, H. y Jaillet, P. (1996). Dynamic Decision Making for Commercial Fleet Operations Using Real-Time Information, *Transportation Research Record*, 1537, 91-97.

Solomon, M. (1987). Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints. *Operations Research*, 35, 254-265.

Solomon, M. y Desrosiers, J. (1988). Time Window Constrained Routing and Scheduling Problems, *Transportation Science*, 22(1), 1-13.

Toth, P. y Vigo, D. (1997). An exact algorithm for the vehicle routing problem with backhauls. *Transportation Science*, 31 (4), 372-385.

Velasco, L. (2004). Calibración de parámetros básicos vehiculares para flujo interrumpido en modelos de simulación microscópica: GETRAM en Santiago. Tesis de Magíster en Ciencias de la Ingeniería, Pontificia Universidad Católica de Chile.

**ANEXOS**

**ANEXO A: RESULTADOS DETALLADOS DE LOS INDICADORES DE RENDIMIENTO DEL MODELO**

i) Escenario 1: 20% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 30%

**Tabla A.1:** Resultados Promedio Escenario 1

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	39,139	24.9	138,853
VV-4	35,613	18.4	109,042
VV	35,589	17.9	107,303
VVI	35,851	17.3	104,851

**Tabla A.2:** Desviaciones Estándar de Resultados Promedio Escenario 1

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	2,226	5	19,302.1
VV-4	2,376	5	16,998.2
VV	2,530	5	19,954.8
VVI	2,461	5	16,636.7

ii) Escenario 2: 20% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 10%

**Tabla A.3:** Resultados Promedio Escenario 2

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	39,069	24.2	135,926
VV-4	35,489	18.3	108,632
VV	35,436	17.9	106,864
VVI	35,404	17.3	104,547

**Tabla A.4:** Desviaciones Estándar de Resultados Promedio Escenario 2

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	2,241	5	18,627.5
VV-4	2,376	5	16,781.3
VV	2,525	6	20,613.5
VVI	2,382	4	13,119.1

iii) Escenario 3: 80% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 30%**Tabla A.5:** Resultados Promedio Escenario 3

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	41,036	35.7	183,756
VV-4	36,476	26.4	141,916
VV	38,143	24.0	133,983
VVI	37,714	24.3	134,834

**Tabla A.6:** Desviaciones Estándar de Resultados Promedio Escenario 3

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	1,896	6	26,073.8
VV-4	1,826	4	17,067.6
VV	1,990	3	12,407.3
VVI	1,745	3	11,362.7

iv) Escenario 4: 80% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 10%**Tabla A.7:** Resultados Promedio Escenario 4

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	40,959	34.4	178,559
VV-4	36,205	26.3	141,325
VV	37,891	23.9	133,571
VVI	37,459	23.9	133,139

**Tabla A.8:** Desviaciones Estándar de Resultados Promedio Escenario 4

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte</b>	<b># No Visitados</b>	<b>Costo Total</b>
VC	1,915	6	25,640.7
VV-4	1,849	4	16,748.8
VV	1,941	3	12,275.4
VVI	1,949	4	13,733.7

## ANEXO B: INTERVALOS DE CONFIANZA DE LA MEDIA DE LOS INDICADORES DE RENDIMIENTO DEL MODELO

Se consideró distribución Normal y un nivel de confianza del 95%, obteniendo así un parámetro  $z_{0.05} = 1.96$ .

i) Escenario 1: 20% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 30%

**Tabla B.1:** Intervalos de Confianza Resultados Escenario 1

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte [\$]</b>	<b># No Visitados [clientes]</b>	<b>Costo Total [\$]</b>
VC	38314 - 39963	23 - 27	131704 - 146003
VV-4	34733 - 36494	17 - 20	102746 - 115338
VV	34651 - 36526	16 - 20	99911 - 114694
VVI	34940 - 36762	16 - 19	98689 - 111013

ii) Escenario 2: 20% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 10%

**Tabla B.2:** Intervalos de Confianza Resultados Escenario 2

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte [\$]</b>	<b># No Visitados [clientes]</b>	<b>Costo Total [\$]</b>
VC	38239 - 39899	22 - 26	129026 - 142825
VV-4	34609 - 36369	17 - 20	102416 - 114848
VV	34500 - 36371	16 - 20	99229 - 114499
VVI	34522 - 36287	16 - 19	99688 - 109406

iii) Escenario 3: 80% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 30%

**Tabla B.3:** Intervalos de Confianza Resultados Escenario 3

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte [\$]</b>	<b># No Visitados [clientes]</b>	<b>Costo Total [\$]</b>
VC	40293 - 41779	33 - 38	173535 - 193977
VV-4	35760 - 37192	25 - 28	135226 - 148607
VV	37363 - 38923	23 - 25	129119 - 138847
VVI	37030 - 38397	23 - 25	130379 - 139288

iv) Escenario 4: 80% de Órdenes Online, Incidente con Impacto de 10%**Tabla B.4:** Intervalos de Confianza Resultados Escenario 4

<b>Estrategia</b>	<b>Costo Transporte [\$]</b>	<b># No Visitados [clientes]</b>	<b>Costo Total [\$]</b>
VC	40208 - 41710	32 - 37	168508 - 188610
VV-4	35480 - 36930	25 - 28	134760 - 147891
VV	37130 - 38652	23 - 25	128759 - 138383
VVI	36695 - 38223	22 - 25	127755 - 138522

**ANEXO C: PROGRAMA PRINCIPAL IMPLEMENTADO EN C++**

```

main (int argc, char **argv)
{
    char letra;
    IloEnv env;

    // PARAMETROS
    cout << "leyendo input\n";
    ifstream parametros("parametros.txt");
    int accion;

    parametros >> nVec;
    parametros >> largoInt;
    parametros >> delta;
    parametros >> tServicio;
    parametros >> penalizacion;
    parametros >> costoViaje;
    parametros >> capacidad;
    parametros >> accion;

    parametros.close();

    leerRed();

    if (accion > 0)
    {
        recorrer(accion);

        getchar();
        exit(0);
    }

    prepararRed();

    /*status inicial de los vehiculos*/

    status = new Visita*[nVec];

    tInicio = new double[nVec];
    tFin = new double[nVec];

    listaVisitas = new Visita*[nVec];
    rutas = new Visita*[nVec];

    for (int i = 0; i < nVec; i++)
    {
        status[i] = new Visita;
        status[i]->cap = capacidad;
        status[i]->disponible = 1;
        status[i]->enRuta = 0;
        status[i]->nodo = clientes[0];
        status[i]->t = 0;
        tInicio[i] = -1;
    }
}

```

```

        tFin[i] = 0;
        rutas[i] = NULL;
        listaVisitas[i] = NULL;
    }

    online = 0;

    double ultimoCliente = -1;

    IloDispatcher d;

    salida << " llamada inicial " << endl;

    tActual = 0;
    d = fObjDisp();
    ultimoCliente = 0;

    // ver cual es proximo incidente

    int indInc = 0;

    double tNextInc;

    if (nIncidentes > 0)
        tNextInc = incidentes[indInc].tInicio;
    else
        tNextInc = 99999;

    salida << " inicio loop online " << endl;

    online = 1;

    for (int i = 0; i < nClientes; i++){

        // si cambio el tiempo actualizo posiciones y llamo a dispatcher

        if(clientes[i]->tConocimiento > ultimoCliente)
        {
            ultimoCliente = clientes[i]->tConocimiento;

            if (ultimoCliente >= tNextInc)
            {
                cout << "INCIDENTE EN t = " << tNextInc << endl;
                salida << "INCIDENTE EN t = " << tNextInc << endl;
                tActual = tNextInc;
                salida << "posiciones al momento del incidente" <<
                    endl;
                obtenerPosiciones(d,tActual);
                generarIncidente(indInc);
                indInc++;

                if (indInc < nIncidentes)
                {
                    tNextInc = incidentes[indInc].tInicio;
                }
            }
        }
    }
}

```

```

        {
            tNextInc = 99999;
        }

        salida << "recalculamos rutas" << endl;

        d = fObjDisp();
    }

    cout << "actualizo posiciones para t = " << ultimoCliente <<
    endl;
    salida << "actualizo posiciones para t = " << ultimoCliente
    << endl;

    obtenerPosiciones(d,ultimoCliente);
    for (int i = 0; i < nVec; i++)
        salida << "vec " << i << " " << tFin[i]<< endl;

    tActual = ultimoCliente;

    cout << "llamado a dispatcher para t = " << ultimoCliente <<
    endl;
    salida << "llamado a dispatcher para t = " << ultimoCliente
    << endl;

    d = fObjDisp();
}
}

// Vemos si hay algun incidente al final del periodo
if (tNextInc <= 660)
{
    cout << "INCIDENTE EN t = " << tNextInc << endl;
    salida << "INCIDENTE EN t = " << tNextInc << endl;

    tActual = tNextInc;
    salida << "posiciones al momento del incidente" << endl;

    obtenerPosiciones(d,tActual);
    generarIncidente(indInc);

    salida << "recalculamos rutas" << endl;

    d = fObjDisp();
}

obtenerPosiciones(d,660);

for (int i = 0; i < nVec; i++)
{
    salida << "vec " << i << " " << tInicio[i] <<"->" <<
    tFin[i]<< endl;
}

```

```
reconstruirRutas();
recorrerOriginal();

//costoFinal();
cout << "\a\a";

cout << " listo \n";
getchar();

exit(0);

//imprimirRuta(d,1);

salida.close();
getchar();
return 0;
} // END main
```