



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

ANÁLISIS SÍSMICO DE PRESAS DE ARENA DE RELAVE

LUIS RUDY PEÑA BANDA

Tesis para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
ERNESTO CRUZ ZABALA

Santiago de Chile, (septiembre,2008)

© 2008, L. Rudy Peña Banda



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

ANÁLISIS SÍSMICO DE PRESAS DE ARENA DE RELAVE

LUIS RUDY PEÑA BANDA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

ERNESTO CRUZ ZABALA

MICHEL VAN SINT JAN FABRY

RAMON VERDUGO ALVARADO

JORGE H. TRONCOSO TRONCOSO

EDUARDO VARAS CASTELLON

Para completar las exigencias del grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Septiembre 2008

A mis Padres Luis y Carla porque ellos son la luz en mi vida, y a mis hermanos queridos Roy y Paúl.

AGRADECIMIENTOS

A mi profesor guía, Dr. Ernesto Cruz por ser un buen profesor guía en mis estudios de postgrado. Por su valiosa motivación y buen saber, los cuales han sido imprescindibles en el desarrollo de este trabajo. Por su permanente apoyo y valiosos consejos de amistad, los que fueron y serán importantes de mi desarrollo profesional y personal.

Al profesor, Dr. Ramón Verdugo por ser un profesor guía más en el desarrollo del presente estudio. Por su gran paciencia y consejos técnicos. Por seguir muy de cerca este trabajo. Por sus recomendaciones y comentarios muy alentadores, los cuales han sido y serán fundamentales en mi desarrollo profesional y personal.

Al profesor, Dr. Jorge H. Troncoso por su preocupación, sugerencias y recomendaciones, los cuales han sido importantes en la preparación final de este estudio. Por el tiempo que ha dedicado a este trabajo.

A la empresa MWH-Chile por el apoyo brindado en la última etapa de la preparación de este trabajo. En especial al Sr. Ismael Sanchez y Sr. Enrique Garcés.

A la empresa ITASCA-Chile por apoyar al desarrollo de esta investigación con la entrega de la licencia del software FLAC 2D. En especial al Sr. Rodrigo Silva Mandiola, por sus consejos a la utilización del software.

INDICE GENERAL

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE GENERAL	iv
INDICE DE TABLAS	vii
INDICE DE FIGURAS.....	ix
RESUMEN.....	xv
ABSTRACT.....	xvii
1. INTRODUCCIÓN.....	1
2. METODOLOGÍA.....	3
3. PRESAS DE RELAVES	7
4. COMPORTAMIENTO DE LOS SUELOS NO-COHESIVOS	10
4.1. Resistencia al corte de los suelos	11
4.2. Resistencia al corte de las arenas de relave.....	12
4.3. Modelo conceptual de dilatancia.....	13
4.3.1. Comportamiento drenado y no-drenado.....	14
4.4. Ensayos triaxiales cíclicos.....	14
4.5. Comportamiento de los suelos no-cohesivos bajo carga monótonica.....	16
4.5.1. Comportamiento no-drenado.....	16
4.6. Comportamiento de los suelos no-cohesivos bajo carga cíclica	18
4.6.1. Comportamiento drenado: Módulo de corte y razón de amortiguamiento	18
4.6.2. Comportamiento no-drenado.....	19
4.7. Efecto del historial de tensiones sobre la resistencia última	21

4.8.	Estado último o Steady state	23
4.9.	Licuefacción: Falla de flujo y movilidad cíclica.....	25
4.10.	Resistencia cíclica	27
4.11.	Potencial de Licuefacción	29
5.	SOLICITACIONES SÍSMICAS	31
5.1.	Tipos de sismo.....	31
5.2.	Sismos extranjeros	32
5.3.	Sismos chilenos	34
5.4.	Pseudo función de transferencia.....	35
6.	PROPUESTA DE UNA METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO SÍSMICO DE PRESAS DE ARENAS DE RELAVE.....	38
6.1.	Modelación numérica.....	38
6.2.	Nivel freático.....	40
6.3.	Características geométricas de la presa.....	41
6.4.	Propiedades geotécnicas de los materiales.....	43
6.5.	Cálculo de las propiedades dinámicas del suelo	44
6.6.	Ingreso de las propiedades geotécnicas al modelo.....	50
6.7.	Consideraciones para la modelación	55
6.7.1.	Equilibrio estático y modelación del proceso constructivo.....	55
6.7.2.	Condiciones de borde en el análisis estático	56
6.7.3.	Transmisión de ondas y tamaño de la malla.....	57
6.7.4.	Bordes absorbentes.....	59
6.7.5.	Bordes de campo libre	59
6.7.6.	Amortiguamiento de Rayleigh	61

6.7.7. Solicitación sísmica.....	63
6.7.8. Monitoreo de la respuesta sísmica de la presa	65
7. RESULTADOS	68
7.1. Pseudo función de transferencia y periodo fundamental	69
7.1.1. Fundación	69
7.1.2. Presa de 50 y 100 m de altura.....	72
7.2. Deformación angular máxima dentro de la presa.....	76
7.2.1. Presa de 50 m de altura.....	76
7.2.2. Presa de 100 m de altura.....	80
7.3. Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas dentro de la presa	81
7.3.1. Presa de 50 m de altura.....	82
7.3.2. Presa de 100 m de altura.....	84
7.4. Evaluación del potencial de licuefacción dentro de la zona saturada en la presa de relaves	86
7.5. Factor de seguridad mínimo dentro de la presa de 100 m de altura.....	90
7.6. Registros de historia de los factores de seguridad - presa de 100 m de altura	92
7.7. Valores máximos de aceleración y desplazamiento horizontal monitoreados en distintos puntos de la presa.....	94
8. CONCLUSIONES.....	96
BIBLIOGRAFÍA	98
ANEXOS	102

INDICE DE TABLAS

Tabla 5.1: Registros extranjeros utilizados en el análisis dinámico (PEER, 2000).	33
Tabla 5.2: Características del sismo chileno del 3 de marzo de 1985 (Cruz, y otros, 1990)	35
Tabla 5.3: Registros chilenos utilizados en el análisis dinámico. (Cosmos, 1999-2007)	35
Tabla 6.1: Propiedades geotécnicas de los materiales para la presa de arenas de relaves	44
Tabla 6.2: Velocidades de onda de corte en función de la presión de confinamiento	47
Tabla 6.3: Valores de c utilizados en el análisis estático y dinámico del modelo numérico.....	48
Tabla 6.4: Módulo de corte inicial de los materiales de la presa	48
Tabla 6.5: Valores de c para el relave en grandes deformaciones	50
Tabla 6.6: Tamaño de la malla y máxima frecuencia considerada	58
Tabla 7.2: Frecuencias fundamentales de la presa de altura 50 y 100 m.	72
Tabla 7.3: Equivalencia de los valores de los colores del grafico con la deformación angular.....	76
Tabla 7.4: Valores máximos observados de la razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas obtenidos del análisis dinámico en la base de la presa de 50 y 100 m.	87
Tabla 7.5: Valores de la Tabla 7.4 multiplicados por 0.65, según metodología simplificada de Seed e Idriss (1971)	87
Tabla 7.6: Valores promedios observados del factor de seguridad en el tiempo, monitoreados en cuatro puntos de la presa de 100 m de altura.....	93
Tabla 7.7: Valores de desplazamiento y aceleración horizontal en el coronamiento para la presa de 50 y 100 m de altura.....	95

Tabla 7.8: Valores máximos de desplazamiento horizontal en el coronamiento para la presa de 50 y 100 m de altura..... 95

INDICE DE FIGURAS

Figura 3.1: Esquema típico de tranques de relaves (Troncoso, 1993)	8
Figura 3.2: Método constructivo de una presa de arenas de relaves. a) aguas arriba, b) aguas abajo, c) eje central. (Martin, Davies, & Rice, 2002)	8
Figura 4.1: Movimiento de las partículas debido a corte. a) estado más suelto, b) estado más denso.....	13
Figura 4.2: Detalles principales del ensayo triaxial cíclico (Kramer, 1996).....	15
Figura 4.3: Tipos de respuesta: contractiva y dilatante. a) Curva tensión-deformación, b) Trayectoria de tensiones (Verdugo R. , 1989).....	16
Figura 4.4: Respuesta no-drenada para $e = 0.735$ (Verdugo & Ishihara, 1996)	17
Figura 4.5: Respuesta no-drenada para $e = 0.833$ (Verdugo & Ishihara, 1996)	17
Figura 4.6: Módulo de Corte y Razón de Amortiguamiento (Yoshida, 1998)	19
Figura 4.7: Curvas tensión deformación y trayectoria de tensiones en arena suelta (Ishihara, 1985).	20
Figura 4.8: Curvas tensión deformación y trayectoria de tensiones en arena densa (Ishihara, 1985).	20
Figura 4.9: Variación de la presión de poros. (a) Arena densa, (b) Arena suelta (Ishihara, 1985).	21
Figura 4.10: Respuesta no-drenada bajo carga monotana y cíclica, muestra contractiva (Verdugo R. , 1992).....	22
Figura 4.11: Respuesta no-drenada bajo carga monótona y cíclica, muestra dilatante (Verdugo R. , 1993).	23
Figura 4.12: Curva Steady State en los planos: a) $e' - p'$ y b) $p' - q$ (Verdugo R. , 1992).	24

Figura 4.13: Identificación del tipo de respuesta con Steady State (Verdugo R. , 1992).	24
Figura 4.14: Identificación de la ocurrencia de falla de flujo y movilidad cíclica, comparando la respuesta drenada y no-drenada bajo carga monótona: a) suelo muy denso, b) suelo con densidad media, c) y d) arena muy suelta. (Verdugo, Retamal, & Bard, 1995).....	27
Figura 4.15: Resistencia cíclica de una muestra de arena inalterada (Yoshimi, Tokimatsu, Kaneko, & Makihara, 1984)	29
Figura 6.1: Nivel freático en presas de relave (Wimpey laboratories Ltda., 1972)	41
Figura 6.2: Presa de arenas de relave de altura H= 50 m.....	42
Figura 6.3: Presa de arenas de relave de altura H= 100 m.....	42
Figura 6.4: Variación de la velocidad de onda de corte con el nivel de confinamiento efectivo. a) Curva original para el relave (Palma, 2004), b) Curva aproximada para el relave y la lama.	46
Figura 6.5: Variación de la velocidad de onda de corte con el nivel de confinamiento para la arena de Ottawa (Hardin & Richart, 1963), para la fundación y el muro de partida.....	46
Figura 6.6: Definición del E50 en un ensayo triaxial monotónico del tipo CIU	49
Figura 6.7: Propiedades dinámicas del relave. a) Módulo de elasticidad vs. deformación axial (Palma, 2004) y b) Variación del módulo de elasticidad con la presión de confinamiento.	50
Figura 6.8: Razón del módulo de corte para la arena de presa de relaves (Troncoso, 1980).	53
Figura 6.9: Razón de amortiguamiento para la arena de presa de relaves (Troncoso, 1980).	53

Figura 6.10: Elección de las propiedades dinámicas de los materiales de la presa de arenas de relave.....	54
Figura 6.11: Fases del modelo considerando las etapas de construcción para la presa de 50 y 100 m de altura.....	56
Figura 6.12: Bordes absorbentes y de campo libre (Itasca, 2005).....	60
Figura 6.13: Condiciones de borde utilizadas en el análisis dinámico del modelo numérico para la presa de 50 y 100_m de altura.....	61
Figura 6.14: Relación entre la fracción del amortiguamiento crítico y la frecuencia (Clough & Penzien, 1993)	62
Figura 6.15: Normalización de los registros de aceleración	63
Figura 6.16: Fundación con condiciones de borde de campo libre para la presa de 50 m de altura.....	64
Figura 6.17: Fundación de 50 m de longitud por 30 m de espesor, con condiciones de borde de campo libre, utilizada para escalar la aceleración a 0.8 g en campo libre.	64
Figura 6.18: Definición del factor de seguridad en el círculo de Mohr	67
Tabla 7.1 Comparación de las frecuencias fundamentales de vibración entre FLAC y fórmulas de vibración, para distintas dimensiones de la fundación.....	70
Figura 7.1: Pseudo función de transferencia para el sistema Fundación de 30x50 m. Sismo Imperial Valley tipo vibratorio, estación Cerro prieto.....	71
Figura 7.2: Pseudo función de transferencia para la Fundación de 610x30 m. Sismo Irpinia tipo vibratorio, estación Bovino.	71
Figura 7.3: Pseudo función de transferencia para la presa de 50 m de altura. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.	73
Figura 7.4: Pseudo función de transferencia para la presa de 100 m de altura. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.	73

Figura 7.5: Espectrograma de aceleración en el coronamiento de la presa (H=50 m) y en la lama. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.	74
Figura 7.6: Espectrograma de aceleración en el coronamiento de la presa (H=100 m) y en la lama. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.	75
Figura 7.7: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 50 m de altura.	78
Figura 7.8: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 50 m de altura.	78
Figura 7.9: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 50 m de altura	79
Figura 7.10: Deformaciones angulares máximas para sismos chilenos en la presa de 50_m de altura.....	79
Figura 7.11: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura	80
Figura 7.12: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura	80
Figura 7.13: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura	80
Figura 7.14: Deformaciones angulares máximas para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura.....	81
Figura 7.15: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 50 m de altura	82
Figura 7.16: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 50 m de altura.....	82
Figura 7.17: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo impulsivos en la presa de 50 m de altura	83

Figura 7.18: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos chilenos en la presa de 50 m de altura.....	83
Figura 7.19: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura.	84
Figura 7.20: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura.....	84
Figura 7.21: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura.....	84
Figura 7.22: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura.....	85
Figura 7.23: Curvas de resistencia cíclica de las arenas de relave para distintas densidades relativas y porcentaje de finos igual a 10 % (Viertel, 2003)	89
Figura 7.24: Evaluación del potencial de licuefacción: comparación de la resistencia cíclica de las arenas de relave (DR=65%) con la razón de tensiones cíclicas máximas solicitantes de cada tipo de sismo	89
Figura 7.25: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura.	90
Figura 7.26: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura.	91
Figura 7.27: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura.	91
Figura 7.28: Factor de seguridad mínimo para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura.	91
Figura 7.29: Puntos de monitoreo del Factor de seguridad en el tiempo.....	92
Figura 7.30: Factor de seguridad en el Tiempo, punto de monitoreo 1, Sismo Northridge de tipo impulsivo	93

Figura 7.31: Puntos de monitoreo de aceleración y desplazamiento en dirección horizontal para la presa de 500 y 100 m de altura..... 94

RESUMEN

Se ha analizado el comportamiento sísmico de una presa de arenas de relave utilizando un modelo constitutivo elastoplástico y el software FLAC 2D (Itasca, 2005). Se ha considerado geometrías y propiedades típicas de presas de relave y un método de construcción aguas abajo, por ser el tipo de construcción que más se utiliza en el sector minero, en áreas de alta sismicidad como Perú y Chile.

En este estudio se han analizado dos alturas de la presa de arenas de relave, una de 50 m y otra de 100 m. El análisis estático se ha realizado considerando las etapas de construcción de la presa. El análisis dinámico para la presa de 50 m se ha realizado con 16 registros de aceleración, mientras que para la presa de 100 m se ha realizado con 8 registros de aceleración. Para ser conservadores, estos registros se han escalado tal que en campo libre sobre la fundación se obtenga una aceleración máxima igual a 0.8 g.

Considerando que el comportamiento sísmico de una estructura de este tipo depende del sismo se ha estimado necesario identificar y clasificar los sismos en tres grupos: sismos del tipo vibratorio, sismos del tipo intermedio y sismos del tipo impulsivo. También se han considerado los sismos chilenos del 3 de marzo de 1985 que tienen amplio contenido de frecuencias y larga duración. Esto ha permitido cubrir un amplio rango de vibraciones.

En el análisis estático y dinámico los módulos de corte y volumétrico de los materiales se han considerado variables con el nivel de confinamiento, asumiendo que la presión de confinamiento es igual a la tensión efectiva horizontal del suelo.

Este estudio muestra una metodología de diseño sísmico para las presas de arenas de relave considerando la degradación de la rigidez de los materiales en la ley constitutiva elastoplástica y el empuje que ejerce el material embalsado (lama), licuado ante la sollicitación sísmica.

Los objetivos de este estudio siguiendo la metodología desarrollada son: identificar numéricamente las zonas con mayor potencial de licuefacción, evaluar la estabilidad de la presa y determinar qué tipo de sismo afecta en mayor grado a la estabilidad dinámica de estas estructuras.

La metodología desarrollada consiste en multiplicar por una constante al módulo de corte tangente inicial de cada material que conforma el depósito de relaves. Esta metodología sólo se aplica en el análisis dinámico de la presa. El valor de la constante es elegido según el nivel de deformación angular inducido por la sollicitación sísmica, que se esperaría en cada material. Este método es iterativo y de rápida convergencia, según la elección de los valores de la constante.

Para evaluar las zonas con mayor potencial de licuefacción al interior de la presa se ha estudiado el fenómeno de licuefacción, diferenciado entre licuefacción verdadera o falla de flujo y movilidad cíclica. La movilidad cíclica, para la presa de 50 y 100 m, se ha evaluado mediante la razón entre las tensiones cíclicas inducidas por el sismo y la resistencia cíclica del suelo. De existir movilidad cíclica se ha considerado que el sismo induce licuefacción y por tanto la resistencia del suelo se ha degradado a la resistencia post-licuefacción o resistencia última no-drenada.

Para determinar la estabilidad dinámica de la presa, se han evaluado los factores de seguridad mínimos al interior de la presa y para determinar el tipo de sismo que más afecta a estas estructuras, se han monitoreado los factores de seguridad en cuatro puntos considerados de alta deformación.

Palabras claves: diseño sísmico, presas de relave, FLAC 2D, licuefacción, licuación, tipos de sismo, potencial de licuefacción, espectrograma.

ABSTRACT

The seismic behavior of a tailing dam has been analyzed using an elasto-plastic constitutive model and the FLAC 2D software (Itasca, 2005). It has been considered the geometry and typical properties of tailing dams and a downstream construction method have been considered, since this type of construction is the most common in the mining sector, in areas of highly seismicity as Peru and Chile.

In this study two different heights of tailing dam have been analyzed, 50 m and 100 m. The static analysis has been carried out considering the construction phases of the tailing dam. The dynamic analysis has been carried out with 16 acceleration records for the 50 m dam and 8 acceleration records for the 100 m dam. The acceleration records have been scaled such that in the free field, at the foundation level, the maximum value of the observed acceleration is equal to 0.8 g when the record is input at the base of the foundation of the model.

Considering that the seismic behavior of a structure of this type depends on the earthquake, it has been necessary to consider a range of different earthquakes, divided into three groups: vibratory earthquakes, intermediate earthquakes, and impulsive earthquakes. Also, the records of the Central Chile earthquake of March 3, 1985 have been considered, due to their broad frequency content and long duration. This has allowed covering an extensive range of vibrations.

In the static and dynamic analyses the material shear and bulk modulus have been considered as dependent on the confinement level, assuming that confinement pressure is equal to horizontal effective stress of soil.

This study shows a methodology of seismic design of tailing dam considering the stiffness degradation of the materials in the elasto-plastic constitutive law, and the forces

created by the retained material (slimes) when in liquefaction condition due to the earthquake action.

The objectives of this study following the developed methodology are: to identify numerically the zones with greater liquefaction potential, to evaluate the stability of the dam and to determine what type of earthquake affects more to the dynamic stability of these structures.

The developed methodology is based on multiplying by a constant the initial tangent shear modulus of each material that forms the tailings deposit, and adjusting this value to obtain the characteristics that match the observed behavior in terms of deformations. The procedure is only applied for the dynamic analysis of the dam. The constant value is selected according to the shear strain level induced by the earthquake action that would be expected in each material. This method is iterative and of quick convergence, for the selection of the values of the constants.

To evaluate the areas with largest liquefaction potential in the interior of the tailing dam the liquefaction has been studied, and the true liquefaction or flow failure and cyclic mobility has been differentiated. The cyclic mobility, for the tailing dam of 50 m height and 100 m height, has been evaluated as the ratio between cyclic stress ratio induced by the earthquake and the cyclic strength ratio of the soil. To cause cyclic mobility has been considered that the earthquake induces liquefaction and therefore the soil strength has been degraded to the post-liquefaction strength or ultimate undrained strength.

In order to determine the dynamic stability of the dam, the minimum safety factors have been evaluated in the interior of the dam. To determine the type of earthquake that have most significant effects in these structures the safety factors have been monitored in four points considered to have high deformation.

Keywords: seismic design, tailing dams, FLAC 2D, liquefaction, earthquake types, liquefaction potential, spectrogram.

1. INTRODUCCIÓN

El desarrollo del sector minero ha obligado la construcción de grandes depósitos para embalsar materiales provenientes de la extracción de los minerales, denominados relaves (tailing). En el método convencional de almacenamiento, estos materiales son embalsados y confinados mediante una presa construida con la fracción gruesa del material, la cual clasifica como arena fina. La construcción de estas presas de relaves es común en el sector por su bajo costo si se compara con otras construidas con otro tipo de material.

Un problema de trascendencia e interés dentro del campo de la ingeniería sísmica ha sido el relativo a los proyectos de depósitos de relaves, los cuales son construidos buscando acumular el mayor volumen de material de desecho en la menor área posible, por lo que se construyen tan altos como su estabilidad y las regulaciones ambientales lo permitan. Debido a sus magnitudes y características estos depósitos almacenan gran cantidad de energía potencial, que de ser liberados, podrían traer consecuencias catastróficas en sus alrededores.

Para construir estos depósitos comúnmente se utiliza tres tipos de métodos constructivos: aguas arriba, aguas abajo y eje central. Los datos históricos muestran que muchos depósitos de relaves han experimentado el fenómeno denominado licuefacción, debido fundamentalmente a sollicitaciones sísmicas (Verdugo R. , 1997). Estos datos muestran que la mayoría de los depósitos que han evidenciado este fenómeno tienen en común el tipo de método constructivo que se usó para embalsar los desechos mineros, siendo este método constructivo el del tipo de aguas arriba.

Lo anterior sugiere que la estabilidad de estas estructuras depende del tipo de método constructivo. Por otro lado, la susceptibilidad de licuefacción en depósitos de relaves está definida, entre otros factores, por el nivel de presión de confinamiento de los

materiales dentro del depósito y por la magnitud de la sollicitación sísmica a la que se encuentre sometido.

En este trabajo se ha analizado el comportamiento sísmico de una sección típica de un depósito de relaves. Se ha estudiado dos secciones típicas del depósito, una con altura de 50 m y la otra con altura de 100 m. La geometría de estas presas es la que se acostumbra a usar en la práctica; es decir un talud aguas arriba 2:1 (H:V); talud aguas abajo 4:1 (H:V) y ancho de coronamiento igual a 10 m.

En el análisis numérico se ha considerado modelar las fases de construcción del depósito; la variación de las propiedades de los materiales con la presión confinamiento y la deformación angular inducida por el sismo; y el empuje que ejerce el material embalsado (lama), licuado por el evento sísmico.

Los objetivos son identificar numéricamente las zonas con mayor potencial de licuefacción, determinar qué tipo de sismo afecta en mayor grado a la estabilidad dinámica de una presa de relaves, de acuerdo a los resultados, proporcionar indicaciones constructivas que mejoren el comportamiento sísmico de estas estructuras. Asimismo motivar a la investigación del comportamiento dinámico de una presa de arenas de relaves.

La hipótesis de este trabajo es que es posible identificar, en base a modelar y analizar, numéricamente cuales son los parámetros que afectan en mayor grado la estabilidad dinámica de este tipo de estructuras y cuáles son las zonas más afectadas al interior de estas. Lo anterior podría permitir mejorar la calidad el proceso constructivo de la presa, en comparación con técnicas tradicionales.

2. METODOLOGÍA

Este trabajo tendrá como metodología estudiar las siguientes etapas:

Etapa 0: Revisión bibliográfica

En este trabajo se ha estudiado el potencial de licuefacción en la zona saturada de la presa, por lo que para un correcto análisis sobre licuefacción es necesario identificar dos fenómenos distintos, que Casagrande en 1975 denominó movilidad cíclica y falla de flujo. Las principales referencias para estudiar estos fenómenos fueron: *Stability of Natural Deposits During Earthquakes* (Ishihara, 1985); *Soil Behavior in Earthquake Geotechnics* (Ishihara, 1996); *The steady state of sandy soils* (Verdugo & Ishihara, 1996) y *Algunas críticas sobre la evaluación de la licuefacción* (Verdugo, Retamal y Bard, 1995).

Sobre las propiedades y el comportamiento sísmico de las presas de relaves se estudió diversas publicaciones. Las principales referencias fueron: *Aplicaciones de dinámica de suelos a la prevención de riesgos sísmicos en Chile* (Troncoso, 1983); *Seismic design of tailing dams* (Verdugo, 1989); *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica Antisísmica* (Troncoso, 1992); *Dynamic properties of Soils in Tailings Dams* (Troncoso, 1993); *Análisis de estabilidad sísmica de masas de suelos no cohesivos mediante el uso de la respuesta última* (Verdugo, 1993) y *Propiedades geomecánicas asociadas al diseño sísmico de depósitos de relaves* (Palma, 2004).

Etapa 1: Seleccionar el tipo de presas de relaves

Las presas convencionales de arenas de relave generalmente se clasifican según su método constructivo: aguas abajo, aguas arriba y eje central. Debido a las fallas ocurridas en las presas construidas con el método aguas arriba, es que en el sector

minero se construyen, por lo general, el tipo de presas aguas abajo. Por lo tanto se han estudiado dos secciones típicas de un depósito construido con el método aguas abajo, una con una altura igual a 50 m y la otra con altura igual a 100 m. Las características geométricas se muestran en la Figura 6.2 y Figura 6.3, y las propiedades de los materiales se muestran en la Tabla 6.1.

Etapa 2: Seleccionar del tipo de sismo a utilizar como input en el análisis sísmico de la presa

Se han utilizado 16 registros de aceleración para el análisis dinámico de la presa, los cuales han sido clasificados dependiendo del tipo de sismo. La clasificación de los tipos de sismo es la siguiente: vibratorio, impulsivos e intermedios. También se han considerado registros del sismo ocurrido en Chile el 03 de marzo de 1985.

Etapa 3: Realizar el análisis estático de la presa de relaves en cada etapa de construcción

Se simula las etapas de construcción de la presa, llevando al equilibrio estático cada una de estas para determinar las tensiones iniciales en el sistema. Como condiciones de borde se impide el movimiento vertical y horizontal en la base del modelo, mientras que a los lados del modelo se impide sólo el movimiento horizontal.

Etapa 4: Ingreso de las propiedades de los materiales de los materiales al modelo numérico

Es importante que las propiedades de los materiales reflejen en lo mejor posible el comportamiento de la estructura. Por lo tanto, en el análisis estático y dinámico se han ingresado las propiedades dinámicas del suelo (módulo de corte y módulo volumétrico) tal que dependan del nivel de confinamiento. También para el análisis dinámico las propiedades dinámicas se han ingresado tal que sean dependientes de la deformación

angular al interior de la presa producto de la sollicitación sísmica. Además en el análisis dinámico se ha considerado la licuación de las lamas al inicio del sismo

Etapa 5: Determinar la pseudo función de transferencia del sistema para obtener el periodo fundamental.

El software utilizado en el análisis dinámico permite incorporar distintos tipos de amortiguamiento. En este estudio, se ha trabajado con el amortiguamiento de Rayleigh, que requiere como parámetros de entrada el periodo fundamental y la fracción de amortiguamiento crítico del sistema. Por lo tanto, se ha obtenido la pseudo función de transferencia del sistema para determinar su periodo fundamental. Además se ha considerado un sólo valor de la fracción de amortiguamiento crítico para todo el sistema.

Etapa 6: Realizar el análisis sísmico del depósito utilizando los registros clasificados.

Los registros clasificados se han ingresado por la base del modelo (en el contacto de la fundación con la roca). Además los registros han sido escalados tal que en campo libre se obtenga una aceleración máxima, sobre la fundación, igual a 0.8 g.

Sobre las condiciones de borde, en la base de la fundación se impide el movimiento en la dirección vertical, de manera de generar ondas de corte en el sistema cuando se ingresa el registro de aceleración. Mientras que a los lados del modelo se considera condiciones de borde en campo libre. Estos bordes tratan de reproducir el movimiento del sistema en campo libre en ausencia de la estructura.

Etapa 7: Resultados

Los resultados son presentados en curvas al interior de la presa: curvas de deformación angular máxima, razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas y factor

de seguridad mínimo. También se presenta en el Anexo C la variación en el tiempo del factor de seguridad registrados en cuatro puntos considerados de alta deformación y en el Anexo D los desplazamientos y aceleraciones máximas obtenidos en distintos puntos de la presa.

Etapas 8: Conclusiones y recomendaciones para el diseño de las presas de relaves.

Después de analizar los resultados del análisis dinámico, se determina cuál es el parámetro más influyente en el comportamiento dinámico de una presa de arenas de relave. Se entregan las recomendaciones y conclusiones más importantes, del análisis sísmico de estas estructuras, dándoles una orientación práctica.

3. PRESAS DE RELAVES

Actualmente la técnica más utilizada en los procesos mineros para la extracción de los minerales es el chancado y la molienda, del que luego se extrae el mineral mediante un proceso de flotación (proceso físico químico que permite la separación de los minerales sulfurados de cobre), y que al producto residual se le denomina relave. Por lo general los relaves están constituidos por suelos que clasifican como limos y arenas finas (Verdugo R. , 1997).

El relave se transporta hidráulicamente mediante tuberías para ser almacenados en los depósitos de relaves. Un depósito de relaves está básicamente constituido por un muro de arena y el material embalsado (Troncoso, 1980) (Verdugo R. , 1997). Un esquema típico de un depósito de arenas de relaves se muestra en la Figura 3.1.

Comúnmente el relave, transportado hidráulicamente, justo al momento de llegar a la zona del depósito pasa por un proceso denominado ciclonaje, el que consiste en separar este material: en relaves finos (básicamente limos) y relaves gruesos (arenas finas limosas). Los relaves finos son embalsados en la cubeta interior del depósito y se les denominan lamas. Mientras que los relaves gruesos (cuyo contenido de finos varía desde 10 a 40%) sirven para la construcción del muro perimetral del depósito, denominado presa de arenas de relaves (Troncoso, 1980) (Verdugo R. , 1997).

Existen tres métodos constructivos para las presas de arenas de relave. La diferencia de estos métodos es que van distribuyendo el material tal que vayan formando prismas, cuyos ejes se trasladan según el método constructivo. Así tenemos el método de construcción aguas arriba, aguas abajo y eje central, tal como se muestra en la Figura 3.2.

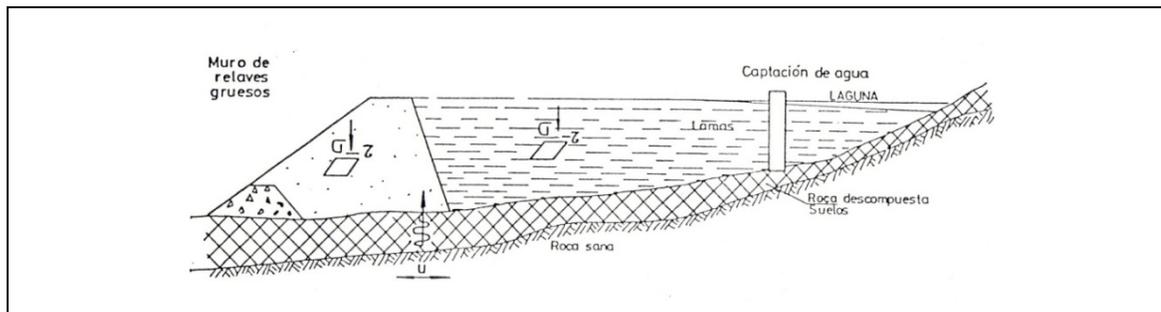


Figura 3.1: Esquema típico de tranques de relaves (Troncoso, 1993)

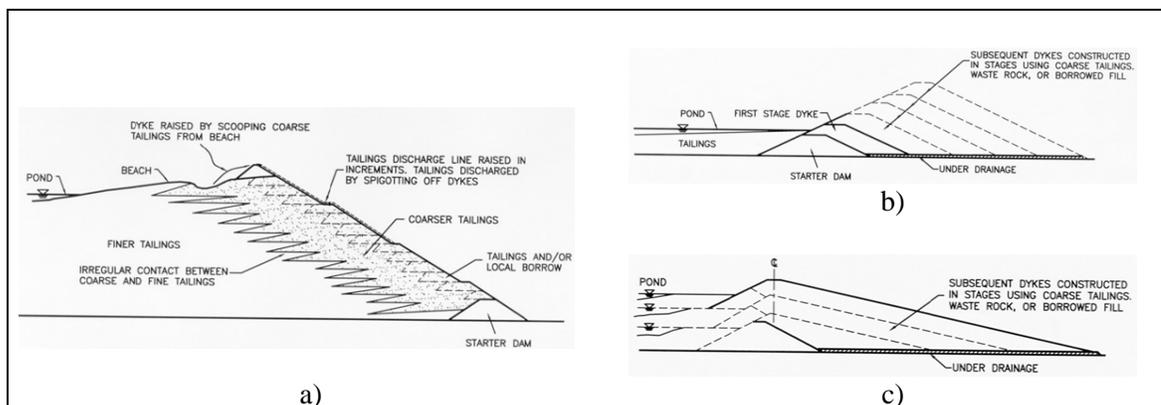


Figura 3.2: Método constructivo de una presa de arenas de relaves. a) aguas arriba, b) aguas abajo, c) eje central. (Martin, Davies, & Rice, 2002)

Debido al medio de transporte del material residual, los depósitos de relaves son construidos como estructuras de relleno hidráulico, donde el material se deposita gravitacionalmente con una proporción entre 30 a 40 por ciento de sólidos en agua. La densidad con que quedan las lamas es muy baja, en cambio los relaves gruesos (material del muro) también pueden quedar con densidades bajas; pero estos se mejoran a través de la compactación del muro (Troncoso, 1980).

Luego un depósito de relaves está constituido por arenas y suelos finos en condiciones saturadas, especialmente las lamas. En tales condiciones un depósito de

relaves debiera ser considerado como una estructura con un alto grado de potencial de licuefacción y más aun en zonas con alta actividad sísmica (Troncoso, 1980).

4. COMPORTAMIENTO DE LOS SUELOS NO-COHESIVOS

Las presas de relaves tienen un alto potencial de licuefacción debido a las magnitudes y características que estas presentan (suelo no-cohesivo con baja densidad relativa y zona saturada). Por tal motivo el objetivo de este capítulo será definir el fenómeno de licuefacción, la resistencia cíclica y potencial de licuefacción de los suelos no-cohesivos.

El comportamiento sísmico de una presa de relaves depende, fundamentalmente, de las propiedades dinámicas de los suelos gruesos componentes del muro resistente, el cual está compuesto de suelos no-cohesivos. Una posible falla sísmica ocurre si, al exceder las tensiones sísmicas la resistencia cíclica del suelo, se provoca licuefacción y deslizamiento del talud aguas abajo (Troncoso, 1993).

En el pasado el término licuefacción ha sido usado para describir todos aquellos fenómenos que están relacionados con las respuestas no drenadas de suelos no-cohesivos que tuvieron un desarrollo importante de la presión de poros así como de una deformación significativa en el sitio. Para un correcto análisis es necesario identificar al menos dos fenómenos distintos que Casagrande en 1975 denominó Movilidad cíclica y Licuefacción verdadera o Falla Fluida (Verdugo & Ishihara, 1996).

La Movilidad Cíclica denota la respuesta cíclica del suelo no drenado donde la masa del suelo no está sometida a pérdida de resistencia, pero sometido a una clase de “strain softening”, deformación por ablandamiento, lo cual es una consecuencia del incremento de la presión de poros causado por la carga cíclica. La Licuefacción Verdadera es caracterizada por un rápido incremento de la presión de poros seguido por una repentina pérdida de resistencia hasta llegar a un valor residual (Verdugo & Ishihara, 1996).

4.1. Resistencia al corte de los suelos

Es costumbre descomponer la resistencia al corte τ de un suelo en dos partes: una debida a la cohesión entre las partículas del suelo y otra al rozamiento entre ellas, tal como lo expresa Coulomb en 1776 según la siguiente ecuación:

$$\tau = c + \sigma \tan \phi \quad \text{Ec. 4.1}$$

Esta ecuación implica la independencia de la cohesión c y la tensión normal σ que actúa sobre el plano de rotura. Según esta ecuación la cohesión puede definirse como la resistencia al corte cuando la tensión normal sobre el plano de deslizamiento es nula. Por otro lado la componente de rozamiento de la resistencia al corte de un suelo es directamente proporcional a la tensión normal σ , pues $\tan \phi$, siendo ϕ el ángulo de rozamiento interno, se considera constante para un suelo (Tschebotarioff, 1963).

En 1936 Terzaghi enunció el principio de las tensiones totales, neutras y efectivas. En base a este enunciado estableció que en la ecuación de Coulomb debería sustituirse la presión normal total por la presión intergranular (denominada generalmente σ') ya que esta última es la que gobierna el comportamiento de la resistencia al corte de los suelos. De esta manera la ecuación se transformó en lo que hoy se denomina ley de Mohr-Coulomb:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \phi \quad \text{Ec. 4.2}$$

A aquellos suelos que no presentan cohesión y en los cuales la resistencia al corte esta proporcionada solo por la fricción interna del material se les designa como suelos no-cohesivos.

4.2. Resistencia al corte de las arenas de relave

La resistencia al corte de una masa de suelos no-cohesivos se compone de dos partes, una cuya magnitud viene determinada por el ángulo de rozamiento interno ϕ , existente en los puntos de contacto entre las partículas; y otra que depende del grado de trabazón, el cual va ligado al número de puntos de contacto entre las partículas y, por ende, de la densidad relativa, de la granulometría, de la textura y forma de los granos. Esta resistencia puede expresarse según la expresión (Verdugo R. , 1983):

$$\tau = \sigma' \tan \phi \quad \text{Ec. 4.3}$$

Donde τ es la resistencia máxima al corte generado por el suelo en el plano de falla y σ' es la tensión normal efectiva en los puntos de contacto entre partículas.

Las arenas de relave provienen del proceso de chancado del mineral de cobre y por ende sus granos además de heredar las características de la roca madre son del tipo anguloso ya que no han sufrido el proceso de redondamiento provocado por el desgaste del transporte y meteorización.

El factor anterior incide favorablemente en el aumento significativo del ángulo de fricción ϕ por concepto de la trabazón mecánica de los granos y se podría afirmar, a igualdad de condiciones (granulometría, densidad, etc.), que la arena cicloneada posee parámetros de resistencia mejores que el común de las arenas (fluviales) por lo que el uso de valores convencionales obtenidos de tablas son en general conservadores. Por lo tanto la resistencia al corte de las arenas cicloneadas es generalmente mayor que el de las arenas naturales.

Cuando estos materiales son compactados ($DR > 50\%$) sus envolventes de falla son curvas y no rectas como se suele suponer, hecho de gran importancia en el análisis de

estabilidad; las curvaturas de las envolventes es provocada por el efecto de la dilatancia del suelo al ser solicitado por corte y cuyo efecto es más significativo para bajas tensiones de confinamiento (Obilinovic & Barrera, 1982).

4.3. Modelo conceptual de dilatancia

Un depósito de arenas está compuesto por partículas en equilibrio donde las fuerzas inter-granulares son transmitidas a través de los puntos de contacto. Cuando al depósito se le aplica una tensión de corte, la deformación resultante va siempre acompañada de un cambio de volumen el cual es conocido como dilatancia (Ishihara, 1996).

Este cambio de volumen acumulado, inducido por corte, es una consecuencia de dos modos de competencia del movimiento de la partícula, llamados slip-down (deslizamiento hacia abajo) y roll-over (rodamiento o cabalgamiento). El movimiento slip-down de las partículas tiende a reducir el volumen por reacomodo de éstas, transformándose en un estado más denso. Este mecanismo generalmente ocurre en depósitos de arenas sueltas. El mecanismo de roll-over tiende a incrementar el volumen lo cual es una característica en el comportamiento de las arenas densas. Tales movimientos se muestran en la Figura 4.1.



Figura 4.1: Movimiento de las partículas debido a corte. a) estado más suelto, b) estado más denso

Cuando está ocurriendo el slip-down las partículas llenan los espacios vacíos y se mueven poco en la dirección del corte. Por lo que el slip-down puede ocurrir fácilmente sin movilizar grandes deformaciones por corte. Es por esta razón que la reducción de volumen ocurre, generalmente, en etapas tempranas de la carga cuando se ensayan arenas con rangos variables de densidad (Ishihara, 1996).

Por el contrario, siempre se requieren grandes movimientos de las partículas cuando ocurre el roll-over sobre las partículas vecinas y así el aumento de volumen es inducido, generalmente, en etapas después de la aplicación de la tensión de corte donde la arena es deformada en gran parte (Ishihara, 1996).

En el laboratorio se puede llevar el suelo a la falla en condiciones totalmente drenadas o no-drenadas. En el terreno los suelos granulares, debidos a su gran permeabilidad, por lo general fallan en condiciones drenadas, excepto las arenas muy sueltas que pueden licuarse.

4.3.1. Comportamiento drenado y no-drenado

Comportamiento drenado: Si el agua puede entrar o salir del suelo, las partículas se reacomodan generando un cambio de volumen y por lo tanto de densidad. No generándose cambio alguno en la presión de poros ($\Delta u = 0$).

Comportamiento no-drenado: Si el cambio de volumen no es posible, la presión de poros cambia, generando un cambio en la tensión efectiva ($\Delta u \neq 0$).

4.4. Ensayos triaxiales cíclicos

Los ensayos triaxiales de compresión son los más utilizados en el laboratorio para medir las propiedades del suelo bajo condiciones de cargas estáticas, mientras que los

ensayos triaxiales cíclicos son comúnmente usados para medir las propiedades dinámicas de los suelos para altos niveles de deformación (Kramer, 1996).

En un ensayo triaxial cíclico una muestra cilíndrica de suelo se somete a una presión de confinamiento, igual en todas las direcciones, a la cual se le agrega una presión axial que puede ser variada independientemente de la anterior por medio de un pistón que pasa a través de la tapa de la cámara. Los detalles se muestran en la Figura 4.2.

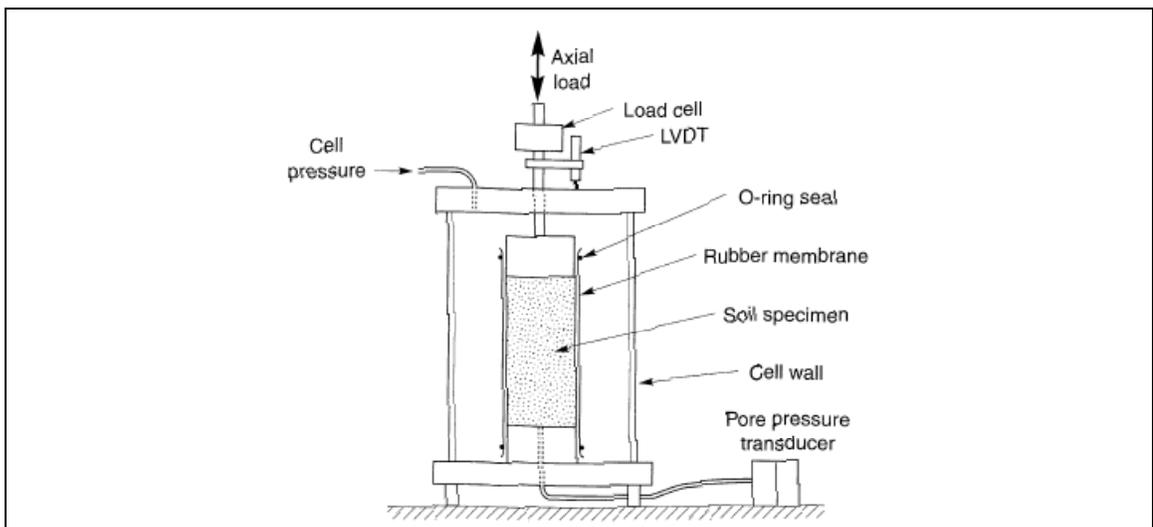


Figura 4.2: Detalles principales del ensayo triaxial cíclico (Kramer, 1996).

A través de una tubería que se conecta al disco poroso se puede medir la presión de agua contenida en los poros de la muestra si no se permite su drenaje. Alternativamente cuando se permite el drenaje a través de la conexión, se puede medir la cantidad de agua que pasa al interior o al exterior de la muestra durante el ensayo. Las deformaciones verticales de la probeta, que se producen con el incremento de las cargas, se miden por medio de un dial micrométrico (Peck, Hanson, & Thornburn, 1999).

La diferencia entre la presión axial y la presión de cámara es conocida como tensión desviadora. En el ensayo triaxial cíclico la tensión desviadora es aplicada cíclicamente bajo condiciones de tensión controlada o deformación controlada (Kramer, 1996).

4.5. Comportamiento de los suelos no-cohesivos bajo carga monótonica

4.5.1. Comportamiento no-drenado

Se dice que la respuesta del suelo es del tipo contractivo o del tipo dilatante según si su curva de respuesta es como las dos alternativas que se presenta en la Figura 4.3.

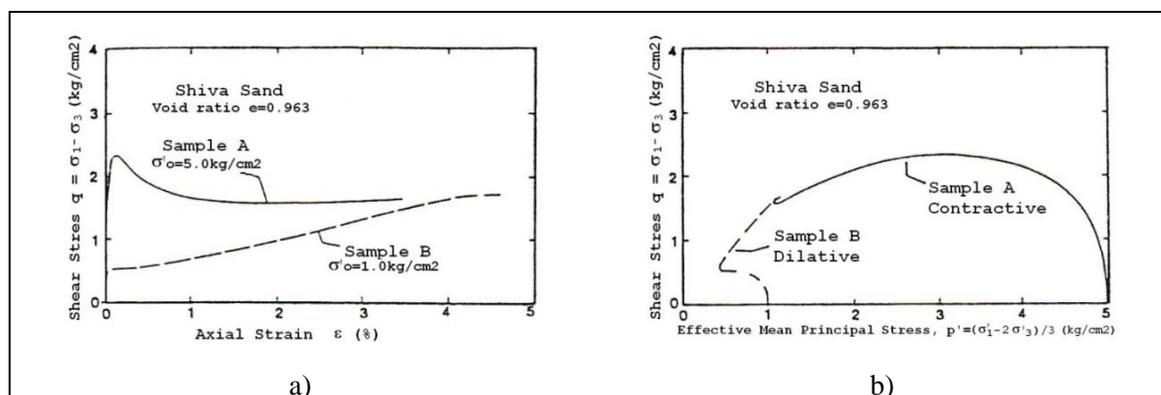


Figura 4.3: Tipos de respuesta: contractiva y dilatante. a) Curva tensión-deformación, b) Trayectoria de tensiones (Verdugo R. , 1989).

A continuación se muestra los resultados de dos series de ensayos triaxiales de compresión realizados sobre probetas con índice de huecos constante después de la consolidación y ensayadas a distintas presiones de confinamiento efectivo. Estas series de ensayos no-drenados muestran dos respuestas del suelo, una dilatante y la otra contractiva. En la Figura 4.4 todas las respuestas son del tipo dilatante, mientras que en la Figura 4.5: la respuesta es del tipo dilatante para presiones de confinamiento de 0.1 y

1 Mpa y del tipo contractivo para presiones de confinamiento de 2 y 3 MPa (Verdugo & Ishihara, 1996).

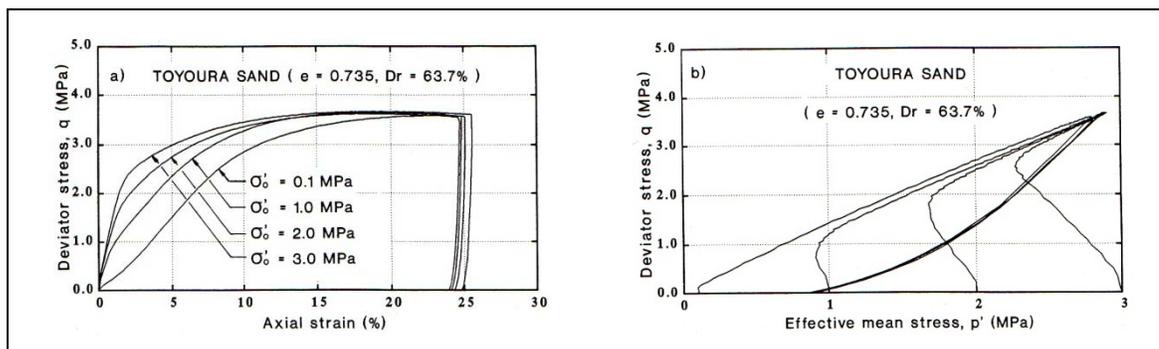


Figura 4.4: Respuesta no-drenada para $e = 0.735$ (Verdugo & Ishihara, 1996)

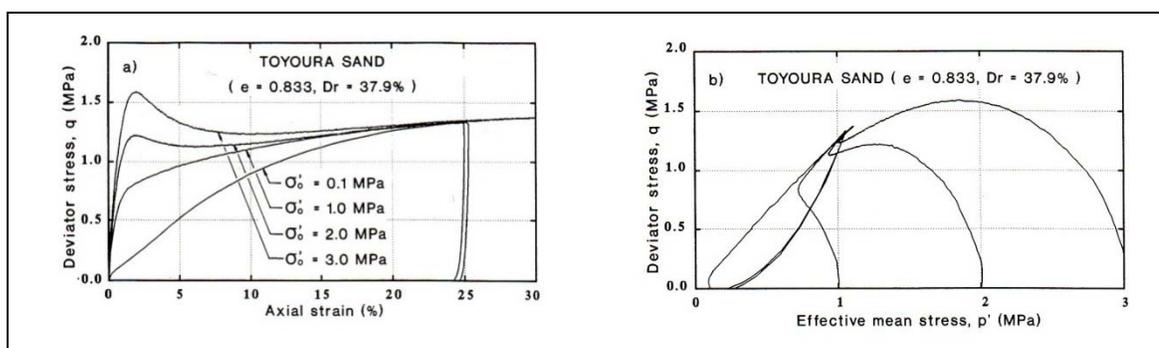


Figura 4.5: Respuesta no-drenada para $e = 0.833$ (Verdugo & Ishihara, 1996)

Como se puede apreciar, la respuesta de los suelos tiende a la misma resistencia última para niveles grandes de deformación; independiente de la presión de confinamiento y sólo depende de la densidad (o índice de vacíos). Sin embargo, el tipo de respuesta es controlado por el nivel de presión de confinamiento. Notemos también que durante la descarga las trayectorias de tensiones efectivas son coincidentes, sugiriendo que una fábrica especial común fue desarrollada a gran deformación (Verdugo & Ishihara, 1996).

4.6. Comportamiento de los suelos no-cohesivos bajo carga cíclica

4.6.1. Comportamiento drenado: Módulo de corte y razón de amortiguamiento

En general todos los suelos presentan un comportamiento inelástico e hysterético al ser sometido a cargas cíclicas, como las de un sismo, su respuesta tensión-deformación es un ciclo de la forma que se muestra en la Figura 4.6. En cada ciclo, se define como módulo de corte, G , a la pendiente de la recta secante que une los extremos de deformación máxima de cada ciclo. Adicionalmente se define como razón de amortiguamiento a la expresión:

$$D = \frac{A_L}{4 \pi A_T} \quad \text{Ec. 4.4}$$

En que A_L es el área del ciclo de carga-descarga, que equivale a la energía disipada y A_T es el área del triángulo $\frac{1}{2} \tau_{m\acute{a}x} \gamma_{m\acute{a}x}$, que equivale a la energía elástica entregada al suelo, por unidad de volumen, para causar la deformación máxima (Troncoso, 1992).

Como puede verse en la Figura 4.6, el módulo de corte disminuye cuando la deformación máxima aumenta. Esto significa que el comportamiento de los suelos es una función del nivel de sollicitación y que mientras mayor sea la tensión sollicitante mas deformable será el suelo y mayor su capacidad de amortiguamiento; pues el lazo de histéresis se observa más “grueso” al aumentar el nivel de deformación máxima (Troncoso, 1992).

Por lo expuesto la asimilación a un comportamiento elástico es problemática debido a la disipación de energía por amortiguamiento interno que el modelo elástico es incapaz de incorporar. Por ello se han propuesto modelos no lineales cuando no es posible evitar las grandes deformaciones (Alarcón, 1989).

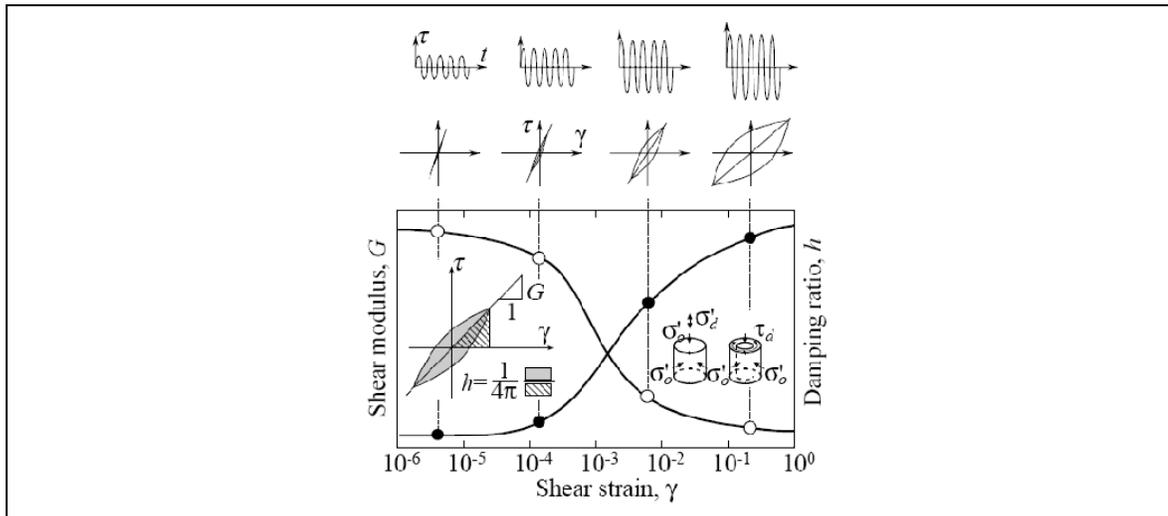


Figura 4.6: Módulo de Corte y Razón de Amortiguamiento (Yoshida, 1998)

4.6.2. Comportamiento no-drenado

En la Figura 4.7 y Figura 4.8 se presentan los resultados experimentales en muestras de suelo arenoso suelto y denso respectivamente (Ishihara, 1985). Estos resultados muestran que suelos sueltos y densos desarrollan un aumento de presión de poros con la progresión de ciclos de carga y descarga, y debido a esto un aumento en la deformación de las probetas. También se observa que la deformación máxima desarrollada en la muestra de arena suelta aumenta ciclo a ciclo a una tasa creciente, mientras que en la probeta de suelo denso ésta también aumenta; pero a una tasa decreciente (Verdugo R. , 1989).

En ambos ensayos se observa que al cabo de un cierto número de ciclos, la presión de poros alcanza un valor máximo igual a la presión de confinamiento efectiva inicial generándose en este instante un estado de tensión efectiva nula. Este estado ha sido comúnmente usado para definir la condición de licuación (Seed & Lee, 1966) (Lee & Seed, 1976).

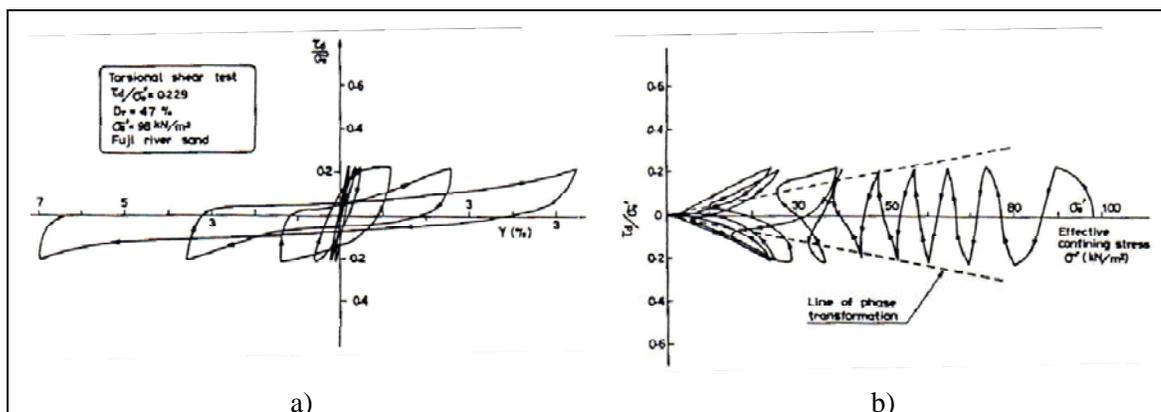


Figura 4.7: Curvas tensión deformación y trayectoria de tensiones en arena suelta (Ishihara, 1985).

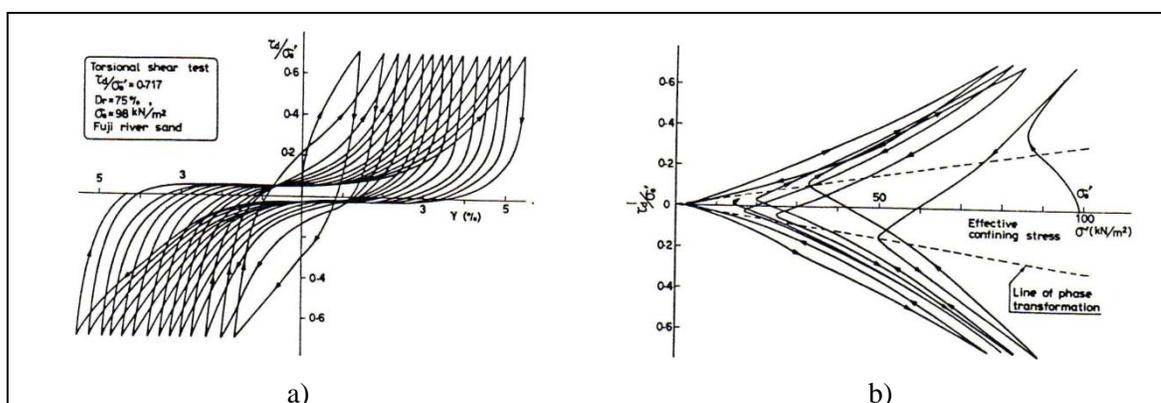


Figura 4.8: Curvas tensión deformación y trayectoria de tensiones en arena densa (Ishihara, 1985).

En la Figura 4.9 se observa que la presión de poros alcanza un valor máximo solamente en forma momentánea que coincide con el instante en el cual el esfuerzo de corte solicitante es nulo; y que disminuye inmediatamente después cuando vuelve a existir un esfuerzo de corte, generando una tensión efectiva distinta de cero y por ende la probeta de suelo es capaz de desarrollar nuevamente resistencia al corte. Por lo tanto la

condición de licuación no puede ser asociada a pérdida de resistencia, ni mucho menos a una transformación del material a una especie de fluido (Verdugo R. , 1995).

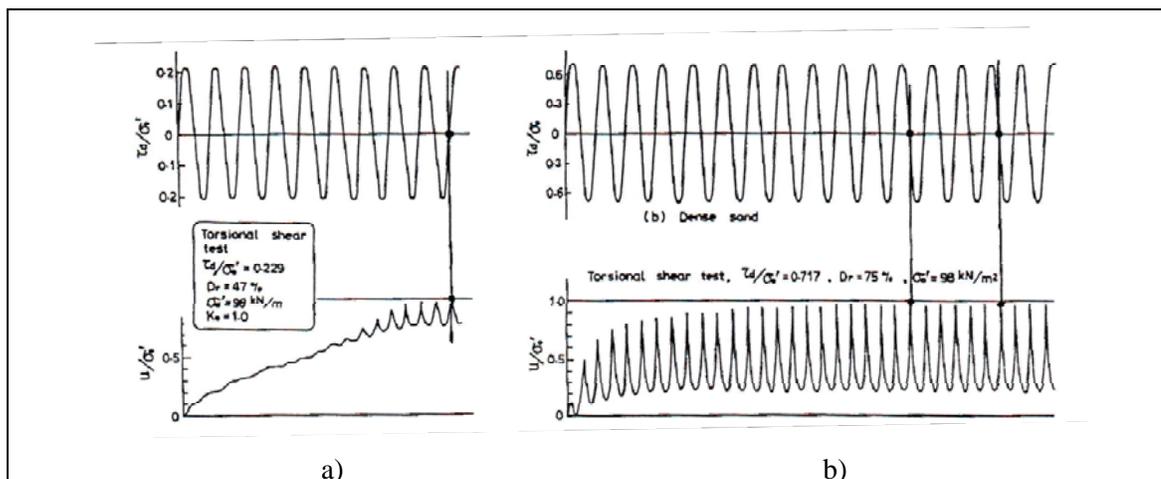


Figura 4.9: Variación de la presión de poros. (a) Arena densa, (b) Arena suelta (Ishihara, 1985).

4.7. Efecto del historial de tensiones sobre la resistencia última

Los efectos del historial de tensiones se han estudiado a través de ensayos no-drenados monotónicos y cíclicos sobre probetas preparadas a la misma densidad y consolidadas anisotrópicamente al mismo estado tensional. Los ensayos se realizaron sobre pares de probeta, en la cual una probeta fue sometida a carga cíclica seguida luego de una carga monótona hasta alcanzar la falla y la segunda probeta fue sometida sólo a carga monótona (Verdugo R. , 1995).

La relación que existe entre la densidad, presión efectiva media y resistencia se denomina línea de steady state (Poulos, 1981).

En la Figura 4.10 y Figura 4.11 se presentan resultados sobre muestras contractivas y dilatantes. Se observa que la respuesta monótona actúa como una especie de frontera sobre el comportamiento cíclico y que la sollicitación cíclica no reduce la resistencia última (Verdugo R. , 1995). Estos resultados experimentales indican que la línea de Steady State (o la resistencia última no-drenada) es sólo función del índice de huecos y no se ve alterada por el historial de tensiones ni tipo de respuesta: contractiva y dilatante. (Verdugo R. , 1993).

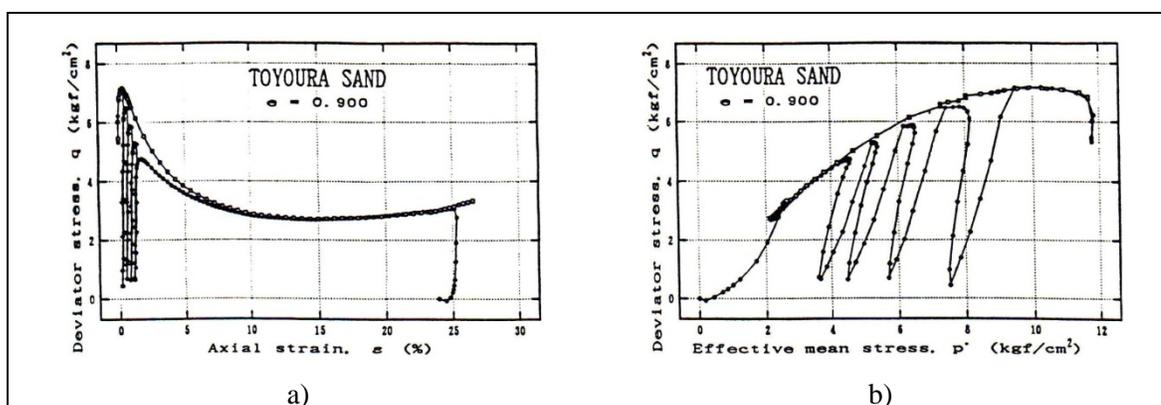


Figura 4.10: Respuesta no-drenada bajo carga monotana y cíclica, muestra contractiva (Verdugo R. , 1992).

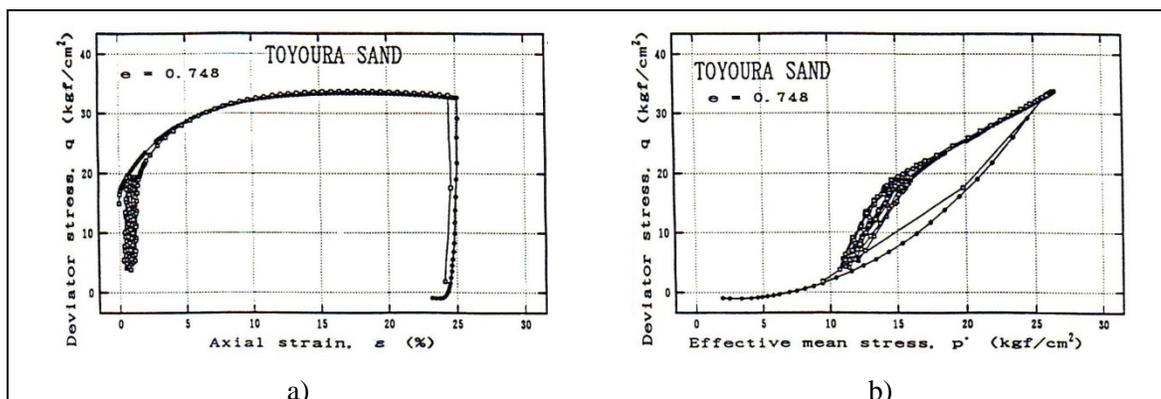


Figura 4.11: Respuesta no-drenada bajo carga monótona y cíclica, muestra dilatante (Verdugo R. , 1993).

4.8. Estado último o Steady state

Este estado se caracteriza por la deformación continua de una masa de suelos a esfuerzo de corte constante, tensión efectiva normal constante, volumen constante y a velocidad constante. La condición de “steady state” se observa a grandes deformaciones cuando se alcanza el estado último (Verdugo R. , 1995).

En la Figura 4.12 se observa la relación existente entre el índice de huecos, e , esfuerzo de corte, q , y presión media efectiva, p' (línea de steady state). En la Figura 4.13 se observa el índice de huecos y las presiones efectivas medias: la inicial y la última desarrollada a grandes deformaciones, observándose que la curva de steady state sirve como frontera para diferenciar los tipos de respuesta (respuesta contractiva por encima de la curva y respuesta dilatante por debajo de la curva) (Verdugo R. , 1993).

La existencia de un estado último, o de deformación continua, o steady state, es de gran utilidad para evaluar la resistencia última no-drenada, al conocer el índice de huecos de la masa de suelos y para identificar, a partir de la combinación de densidad y presión de confinamiento inicial, el tipo de respuesta tensión-deformación:

monotónicamente creciente o con pérdida de resistencia. Esta diferenciación es fundamental para estimar la posibilidad de licuefacción verdadera (falla fluida) (Verdugo R. , 1995).

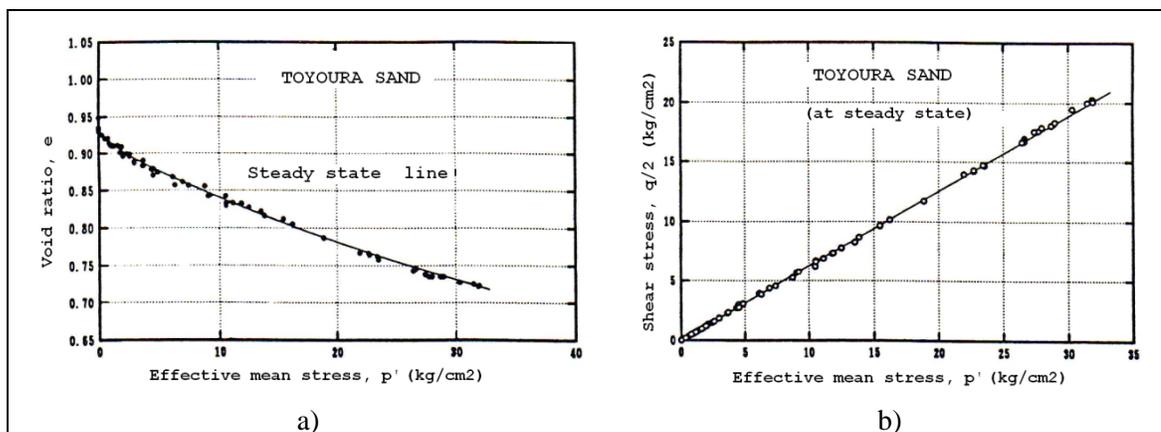


Figura 4.12: Curva Steady State en los planos: a) $e' - p'$ y b) $p' - q$
(Verdugo R. , 1992).

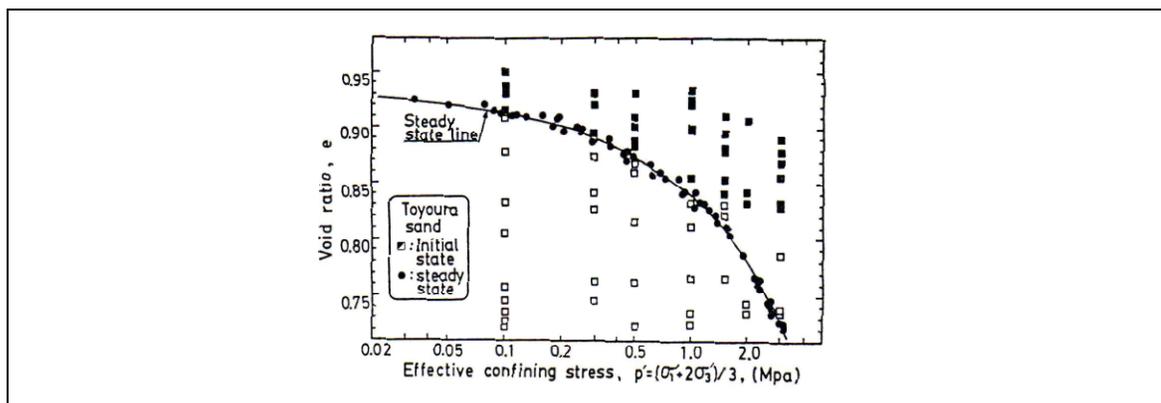


Figura 4.13: Identificación del tipo de respuesta con Steady State
(Verdugo R. , 1992).

4.9. Licuefacción: Falla de flujo y movilidad cíclica

La falla fluida está asociada a una pérdida repentina de resistencia en la que la masa de suelo fluye asemejándose a un fluido viscoso. El fenómeno denominado movilidad cíclica consiste en un progresivo aumento del nivel de deformaciones producto de la sollicitación cíclica, pero que no reviste pérdida de resistencia, sino una continua degradación de rigidez asociada al incremento de presión de poros. La susceptibilidad de un suelo de presentar dichos fenómenos depende de las condiciones iniciales de densidad, esfuerzo de corte estático o permanente y nivel de presión de confinamiento efectivo (Verdugo R. , 1995).

Para que una muestra de suelo sea susceptible a falla de flujo, ésta tiene que presentar un comportamiento del tipo contractivo (ver Figura 4.13) y una tensión de corte actuante, alcanzada bajo un régimen de carga drenado, mayor a su resistencia última no-drenada, S_{us} . Para que esta falla ocurra sólo se necesita de un agente perturbador que genere una condición no-drenada. En cambio para que una muestra de suelo sea susceptible a movilidad cíclica, ésta tiene que presentar un comportamiento del tipo dilatante (ver Figura 4.13) y una carga de naturaleza cíclica.

Las posibilidades que pueden ocurrir para que se de este tipo de falla se muestran en la Figura 4.14. El punto I representa el nivel de esfuerzo de corte permanente, τ_{st} , alcanzado bajo un régimen de carga drenado y S_d es la resistencia movilizada al aumentar la sollicitación de corte con el mismo régimen drenado. Por lo que se puede definir un factor de seguridad $FS = S_d / \tau_{st}$. En las condiciones ilustradas se considera que $FS > 1$, por lo que en condiciones drenadas (carga lenta) no existe riesgo alguno de falla. De existir una sollicitación adicional muy rápida tal que movilizara la respuesta no-drenada, existen cuatro posibilidades para el nivel de resistencia no-drenada, S_{us} , potencialmente posibles de ser desarrolladas.

En la Figura 4.14a se ilustra la situación de un suelo en estado muy denso, donde $S_{us} > S_d$. En esta situación la condición de carga no-drenada no es crítica, siendo la resistencia drenada la más desfavorable y por ende la que gobierna la rotura del suelo; pues cualquier tipo de sollicitación adicional rápida (monótona o cíclica) moviliza una resistencia mayor a la estimada para cargas lentas. Este corresponde al caso más estable y no es posible una falla de flujo. Sin embargo una sollicitación no-drenada cíclica producirá una pérdida de rigidez, existiendo la posibilidad de ocurrencia de movilidad cíclica.

En la Figura 4.14b se ilustra la situación de un suelo con densidad media donde se $S_{us} < S_d$. Una sollicitación rápida movilizará la resistencia no-drenada, debiéndose considerar ésta para efectos de diseño. Dado que la curva tensión-deformación en condiciones no-drenadas es siempre creciente, no es posible la ocurrencia de falla fluida.

En la Figura 4.14c y Figura 4.14d se ilustra la situación de un suelo muy suelto, donde S_d es muy superior a S_{us} . Obsérvese que S_{us} se desarrolla después de un máximo local de carga; es decir las combinaciones iniciales de densidad y presión de confinamiento se encuentran por encima de la línea de steady state. La diferencia entre estas dos figuras se encuentra en la sollicitación estática, τ_{st} .

En la Figura 4.14c se ilustra que $\tau_{st} < S_{us}$ y por lo tanto no es posible la ocurrencia de una falla fluida. Sin embargo en el caso de que τ_{st} más el corte cíclico, τ_{cy} , superen la resistencia S_{us} se podría generar una deformación importante, la que se desarrollará principalmente durante la aplicación del corte cíclico, existiendo así la posibilidad de ocurrencia de movilidad cíclica. En la Figura 4.14d se ilustra la situación más inestable, $\tau_{st} > S_{us}$, y conduce una potencial falla fluida.

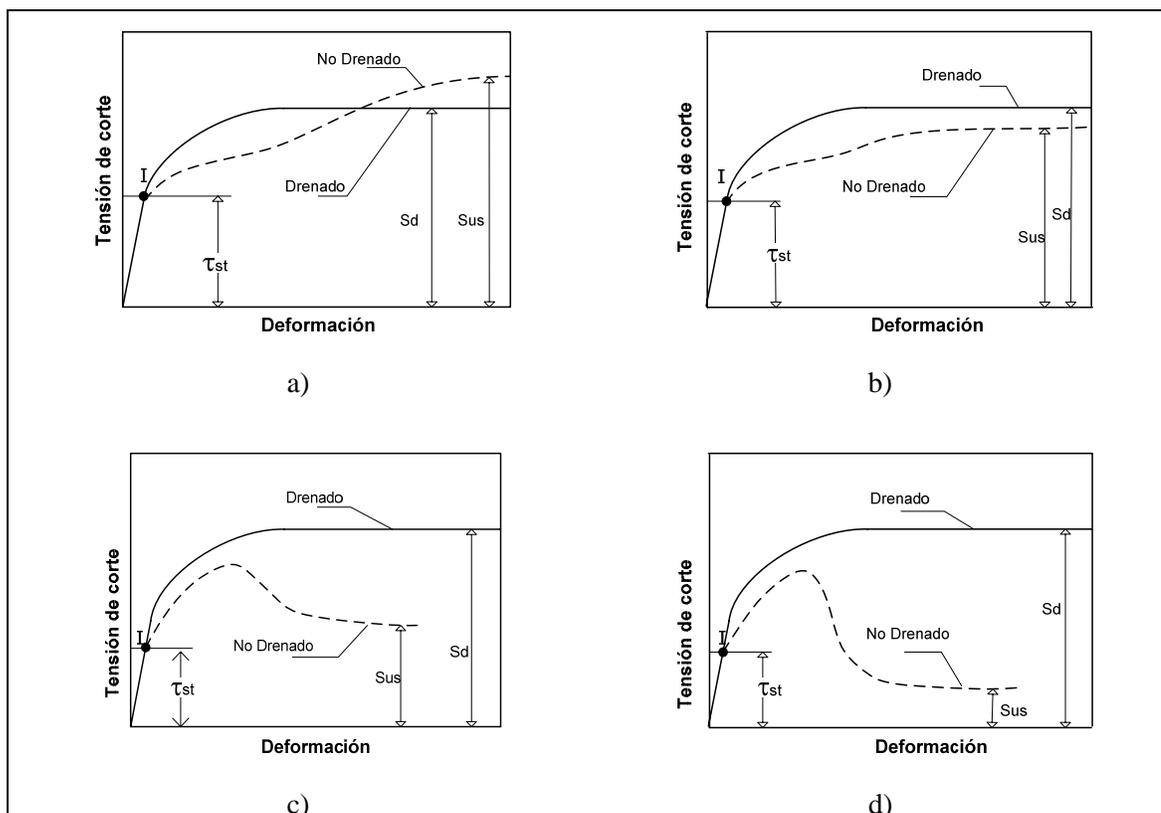


Figura 4.14: Identificación de la ocurrencia de falla de flujo y movilidad cíclica, comparando la respuesta drenada y no-drenada bajo carga monótona: a) suelo muy denso, b) suelo con densidad media, c) y d) arena muy suelta.

(Verdugo, Retamal, & Bard, 1995)

4.10. Resistencia cíclica

La resistencia a la licuefacción o resistencia cíclica de los suelos es usualmente medida en laboratorios usando probetas remoldadas o inalteradas en los ensayos triaxiales cíclicos. La probeta es consolidada a algún nivel de estado tensional y cargada con un esfuerzo desviador cíclico (Troncoso, 1980).

Debido a la aplicación de la carga cíclica que va desde la compresión hasta la tracción, la presión de poros aumenta, la tensión efectiva disminuye y la probeta sufre deformaciones axiales. Se dice que la probeta ha sufrido licuefacción cuando la presión de poros iguala a la presión efectiva inicial de confinamiento o cuando algún nivel de deformación admisible predefinido es alcanzado.

La razón de tensiones cíclicas es la razón entre el esfuerzo de corte aplicado y la presión efectiva de confinamiento. En un ensayo triaxial cíclico, el esfuerzo de corte aplicado sobre el plano de interés es tomado como la mitad del esfuerzo desviador aplicado. Por lo tanto, la razón de esfuerzo cíclico, R , es simplemente la razón del esfuerzo desviador aplicado dividido por dos veces la presión de confinamiento efectiva inicial, σ'_0 (Troncoso, 1983).

$$R = \frac{\tau_{cy}}{\sigma'_0} = \frac{\sigma_d}{2 \sigma'_0} \quad \text{Ec. 4.5}$$

Luego R es graficado con respecto al número de ciclos de esfuerzo desviador, σ_d , requeridos para causar licuefacción. Este proceso es repetido para muchas razones de esfuerzos cíclicos, obteniéndose de este modo una curva de resistencia cíclica (Yoshimi, y otros, 1984) como se muestra en la Figura 4.15.

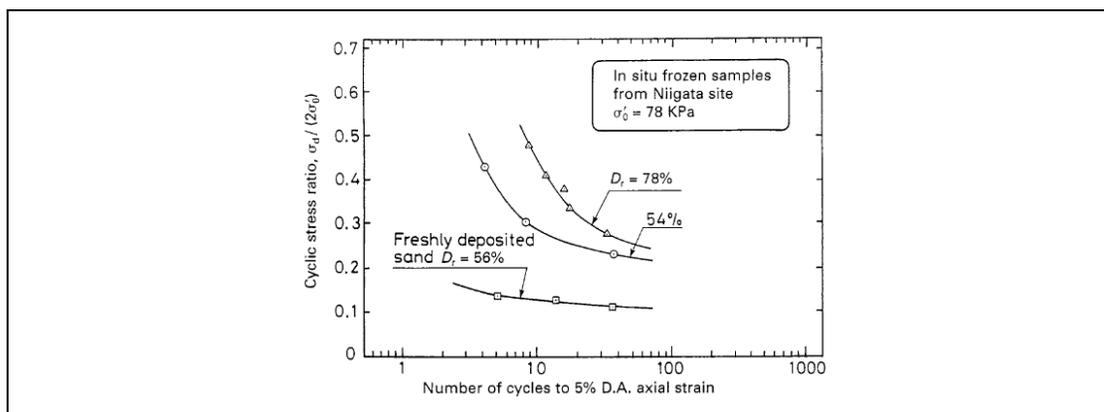


Figura 4.15: Resistencia cíclica de una muestra de arena inalterada
(Yoshimi, Tokimatsu, Kaneko, & Makihara, 1984)

4.11. Potencial de Licuefacción

La licuefacción de los suelos de una presa de relaves puede ocasionar daños catastróficos en construcciones o terrenos ubicados aguas abajo de la presa y la licuefacción de los suelos de fundación de un talud puede causar deslizamientos que destruyan las obras fundadas sobre el talud o aquellas ubicadas al pie de éste. En consecuencia, el riesgo de que un depósito de suelos pueda sufrir licuefacción debe ser reconocido y calculado al considerar el emplazamiento de una obra sobre o cerca de tal depósito. Esto implica determinar el potencial de licuefacción, PL , del suelo para el sismo más desfavorable que pueda ocurrir durante la vida útil de la obra (Troncoso, 1983).

El potencial de licuefacción de un depósito de suelos se puede definir como la razón entre las tensiones dinámicas inducida por un sismo y la resistencia cíclica del suelo en un punto determinado del depósito, tal como se muestra en la siguiente expresión:

$$PL = \frac{\left(\frac{\tau_{cy}}{\sigma'_0}\right)_{solicitante}}{\left(\frac{\tau_{cy}}{\sigma'_0}\right)_{resistente}} = \frac{R_{solicitante}}{R} \quad \text{Ec. 4.6}$$

Donde PL es el potencial de licuefacción, τ_{cy} es el esfuerzo de corte cíclico y σ'_0 es la presión de confinamiento efectiva (Troncoso, 1983).

5. SOLICITACIONES SÍSMICAS

La selección del sismo de diseño es una tarea fundamental en el proyecto de una presa de relaves, especialmente para el cálculo de deformaciones; pues es el estado de sollicitación sísmica el que normalmente controla el dimensionamiento de este tipo de estructuras (Troncoso, 1983)

Como uno de los objetivos de este trabajo es determinar qué zonas de la presa están más sollicitadas debido al sismo, entonces se ha considerado conveniente hacer el análisis dinámico con diferentes tipos de sismos. Por tal motivo se ha realizado el análisis dinámico con doce registros extranjeros, los cuales se han clasificado según las componentes de aceleración, velocidad y desplazamiento en sismos del tipo vibratorio, impulsivo e intermedio.

Los registros del sismo chileno del 03 de marzo de 1985, obtenidos en diferentes estaciones acelerográficas son especialmente apropiados para análisis teórico de respuesta sísmica debido a que representan los movimientos causados por un mismo evento en sitios de diferentes características geotécnicas (Troncoso, 1989); además de su gran duración y amplio contenido de frecuencia. Por lo que también se han elegido cuatro sismos chilenos para realizar los análisis dinámicos.

5.1. Tipos de sismo

Se ha considerado conveniente en este trabajo clasificar los sismos en tres grupos, los cuales son: vibratorios, impulsivos e intermedios. Por tal motivo es conveniente analizar el comportamiento de la presa para cada tipo de sismo.

La clasificación de estos sismos fue realizada de manera visual tal que en las componentes de aceleración, velocidad y desplazamiento se muestre completamente la

característica principal del tipo de sismo. Así un sismo del tipo vibratorio depende de las amplitudes de la aceleración o velocidad y de las frecuencias predominantes del mismo, un sismo del tipo impulsivo presentan un pulso largo de aceleración o velocidad, esto quiere decir que durante un lapso de tiempo la presa estará siendo “empujada” por una fuerza dinámica en un mismo sentido, y un sismo del tipo intermedio tiene características entre los dos tipos de sismo mencionados anteriormente.

5.2. Sismos extranjeros

Para poder hacer comparaciones entre las respuestas sísmicas de la presa se ha realizado el análisis dinámico para cuatro registros del tipo vibratorio, cuatro del tipo impulsivo y cuatro del tipo intermedio, haciendo un total de doce registros. Los cuales en su mayoría son registros americanos, obtenidos durante distintos sismos y en diferentes estaciones de registro.

La metodología usada para clasificar los sismos fue la siguiente:

- Obtener registros de aceleración de distintos sismos (PEER, 2000).
- Integrar los registros de aceleración para obtener las componentes de velocidad y desplazamiento.
- Con las componentes de aceleración, velocidad y desplazamiento se clasificaron los registros de manera visual, tal que en sus tres componentes se observe la característica de cada tipo de sismo.

En la Tabla 5.1 se muestran los registros extranjeros utilizados en el análisis dinámico y en el Anexo A se muestra, para cada registro, sus tres componentes respectivos (aceleración, velocidad y desplazamiento) clasificados por tipo de sismo.

Tabla 5.1: Registros extranjeros utilizados en el análisis dinámico (PEER, 2000).

N°	Terremoto	Ciudad	Fecha	Magnitud	Estación	PGA (g)	Registro
Vibratorios							
1	Loma Prieta	California, EUA	18/10/1989 00:05	M (6.9) MI () Ms (7.1)	14 WAHO	0.37	LOMAP/WAH000
2	Imperial Valley	California, EUA	15/10/1979 23:16	M (6.5) MI (6.6) Ms (6.9)	6604 Cerro Prieto	0.169	IMPVALL/H-CPE147
3	Northridge	California, EUA	17/01/1994 12:31	M (6.7) MI (6.6) Ms (6.7)	90061 Big Tujunga, Angeles Nat F	0.163	NORTHR/NORT_TUJ262
4	Irpinia	Italia	23/11/1980 19:34	M () MI (6.5) Ms ()	Rionero In Vulture	0.106	ITALY/A-VLT000
(*)	Irpinia	Italia	23/11/1980 07:34	M () MI (6.5) Ms ()	Bovino	0.038	ITALY/A-BOV000
Impulsivos							
5	Cape Mendocino	California, EUA	25/04/1992 18:06	M (7.1) MI () Ms (7.1)	89005 Cape Mendocino	1.497	CAPEMEND/CPM000
6	Coyote Lake	California, EUA	06/08/1979 17:05	M (5.7) MI (5.7) Ms (5.6)	57383 Gilroy Array #6	0.434	COYOTELK/G06230
7	Imperial Valley	California, EUA	15/10/1979 23:16	M (6.5) MI (6.6) Ms (6.9)	6618 Agrarias	0.221	IMPVALL/H-AGR273
8	Northridge	California, EUA	17/01/1994 12:31	M (6.7) MI (6.6) Ms (6.7)	77 Rinaldi Receiving Sta	0.838	NORTHR/RRS228
Intermedios							
9	Landers	California, EUA	28/06/1992 11:58	M (7.3) MI () Ms (7.4)	23 Coolwater	0.283	LANDERS/CLW-LN
10	Northridge	California, EUA	17/01/1994 12:31	M (6.7) MI (6.6) Ms (6.7)	90063 Glendale - Las Palmas	0.206	NORTHR/GLP267
11	Imperial Valley	California, EUA	15/10/1979 23:16	M (6.5) MI (6.6) Ms (6.9)	6616 Aeropuerto Mexicali	0.327	IMPVALL/H-AEP045
12	Loma Prieta	California, EUA	18/10/1989 00:05	M (6.9) MI () Ms (7.1)	16 LGPC	0.563	LOMAP/LGP000

(*) Utilizado solamente para determinar el periodo fundamental en la fundación.

5.3. Sismos chilenos

El 3 de marzo de 1985 un fuerte sismo ocurrió en la zona central de Chile de magnitud de Richter 7.8, que tuvo epicentro unos 40 km mar adentro, frente a Algarrobo y cuyas principales características se muestran en la Tabla 5.2. El movimiento fue sentido en toda la zona comprendida entre Copiapó por el Norte y Valdivia por el Sur, con una extensión de 2000 km (Cruz, y otros, 1990).

Debido a un análisis preliminar se determinó un sismo 10 segundos antes del evento principal, de magnitud 5.5 en la escala de Richter. Ambos eventos, dado la proximidad en el tiempo, se han considerado como uno sólo. La zona de rotura se habría iniciado frente a Algarrobo y luego propagado, esencialmente hacia el Sur, por cerca de 100 km (Cruz, y otros, 1990).

En el presente trabajo se han elegido los registros chilenos, del sismo del 3 de marzo de 1985, de la Tabla 5.3 para ser incorporados en el análisis dinámico de la presa. Es necesario mencionar que los registros chilenos mostrados en la Tabla 5.3 se les han agregado un pulso de aceleración de duración dos segundos al comienzo del registro para conseguir los valores iniciales de velocidad y desplazamientos asociados a la corrección de línea base usada (registros originalmente analógicos).

Tabla 5.2: Características del sismo chileno del 3 de marzo de 1985
(Cruz, y otros, 1990)

Propiedad	Valor
Epicentro	Latitud 33.24° Sur, Longitud 71.86 ° Oeste
Profundidad	16 km
Longitud de falla	120 km
Ancho de falla	60 km
Inclinación	30° con la horizontal
Desplazamiento	2 m
Magnitud	7.8 (Ms)
Hora local	19:46:57

Tabla 5.3: Registros chilenos utilizados en el análisis dinámico.
(Cosmos, 1999-2007)

N°	Estación	Componente (°)	Tipo de suelo	PGA (cm/s ²)	Registro
13	Llo-Lleo	100	Arenisca y roca volcánica	436.9	062w47LL_O0a
14	UTFSM	70	Roca volcánica	172.36	062w47VA_L0c
15	Viña del Mar	200	Arena aluvial	355.66	062w47VD_M0c
16	Melipilla	0	Roca granítica	673	062w47ME_L0a

5.4. Pseudo función de transferencia

Ha sido importante determinar el periodo del sistema para incorporar el amortiguamiento de Rayleigh en el modelo numérico. El periodo del sistema ha sido determinado utilizando el concepto de función de transferencia, el cual se define para sistemas lineales. Por lo tanto, también se ha evaluado el comportamiento lineal del sistema a través del espectrograma; el cual estudia el contenido de las frecuencias de la respuesta del sistema en diferentes tiempos durante la acción del sismo.

La función de transferencia es un modelo matemático que entrega la respuesta de un sistema a una señal de entrada. Se define la función de transferencia de un sistema lineal, $H(s)$, como la razón entre la transformada de Fourier de la señal de salida (output), $Y(j\omega)$, y la transformada de Fourier de la señal de entrada (input), $X(j\omega)$, tal como se presenta en la siguiente expresión:

$$H(s) = Y(j\omega)/X(j\omega) \quad \text{Ec. 5.1}$$

En este estudio se ha trabajado con el concepto de función de transferencia; pero como se ha obtenido cada señal, de entrada y la de salida, en un sólo punto, entonces se ha utilizado el término “pseudo función transferencia”.

La pseudo función de transferencia para la fundación, se ha obtenido de la razón de la transformada de Fourier de la aceleración registrada en un punto de la superficie en campo libre y la transformada de Fourier de la aceleración registrada en un punto de la base de la fundación.

De manera similar, la pseudo función de transferencia para la presa de 50 y 100 m de altura, se ha obtenido de la razón de la transformada de Fourier de la aceleración registrada en un punto del coronamiento y la transformada de Fourier de la aceleración registrada en un punto de la base central de la presa.

Al determinar la pseudo función de transferencia se han obtenido ruidos en la gráfica los cuales han sido tratados incorporando filtros pasa-bajos y pasa-altos. Las frecuencias de corte de estos filtros se han elegido según el registro de aceleración incorporado en la base del modelo numérico y según los rangos de frecuencia que se han estimado conveniente presentar.

Es necesario mencionar que a la pseudo función de transferencia, obtenida para la presa de 50 y 100 m de altura, se le ha aplicado una media móvil para “suavizarla”. La media móvil consiste en calcular la media aritmética de cada n puntos consecutivos de la función considerada.

Por otro lado, La creación de un espectrograma consiste en elegir un rango de la señal, al cual se le denomina ventana, representando gráficamente la evolución en el tiempo de su transformada de Fourier. En este trabajo, el uso del espectrograma para identificar si el comportamiento del sistema es lineal ha sido el siguiente: los sistemas lineales muestran distribución constante de frecuencias predominantes en el tiempo, si se generan con pseudo función de transferencia.

Sin embargo, en este trabajo se han obtenido los espectrogramas con los registros de aceleración (output). Por lo tanto, estos espectrogramas presentarán frecuencias predominantes en el tiempo, las cuales corresponden al sistema analizado y al registro de aceleración de entrada (input)

6. PROPUESTA DE UNA METODOLOGÍA PARA EL DISEÑO SÍSMICO DE PRESAS DE ARENAS DE RELAVE

En esta sección se presenta la metodología utilizada en este estudio para realizar los análisis sísmicos de la presa de arenas de relave. El método propuesto considera la degradación de la rigidez a través de una constante que depende de la deformación angular que induce el sismo en el cuerpo de presa.

La metodología utilizada se ha desarrollado considerando el empuje de la lama en condición licuada desde el inicio de la sollicitación sísmica.

6.1. Modelación numérica

Para la modelación se ha utilizado el programa computacional FLAC 2D (Fast Lagrangian Analysis of Continua), desarrollado y distribuido por Itasca (Itasca, 2005). El cual está basado en el método explícito de cálculo por diferencias finitas. En este programa se pueden escribir códigos o rutinas, mediante el uso del lenguaje FISH, los cuales permiten determinar parámetros de interés en cada elemento de suelo durante el análisis dinámico.

En este estudio se ha realizado el análisis numérico de una sección típica de una presa de arenas de relaves construida con el método aguas abajo y terminada hasta la última etapa de su construcción. El análisis numérico se ha realizado con una altura de presa de 50 y 100 m. Las consideraciones para el análisis numérico de la presa de arenas de relaves se presentan a continuación:

- Ley constitutiva elastoplástica de los materiales que conforman el depósito de relaves.

- Los elementos del depósito son: el cuerpo de presa (arenas de relave), lama (material embalsado), muro de partida y fundación en contacto con la roca. Estos dos últimos elementos con propiedades de grava compacta.
- La extensión de la fundación de suelo natural aguas abajo de la presa es igual a la mitad del ancho de base de presa.
- La extensión de la fundación de suelo natural aguas arriba de la presa es igual a un ancho de base de presa. Con esto, se ha asegurado que las condiciones de borde aguas arriba no han alterado la respuesta dinámica de la presa. Para confirmar lo anterior, se han realizado análisis de sensibilidad donde se han modificado las propiedades del material al lado del borde aguas arriba del modelo numérico. Los resultados de los análisis de sensibilidad, en este estudio, han mostrado que las respuestas dinámicas (razón de tensiones cíclicas solicitantes, Anexo E) han sido prácticamente las mismas.
- Simulación de las etapas de crecimiento de la presa: muro de partida y posteriormente las tres etapas de construcción. Una representación gráfica de esto se observa en la Figura 6.11.
- La lama y la fundación se encuentran saturados y el relave (cuerpo de presa), por encima del nivel freático, se encuentra seco.
- En el análisis estático los módulos de corte y volumétrico de los materiales son variables con el nivel de confinamiento.
- En el análisis dinámico se ha realizado una metodología para que el módulo de corte también sea dependiente de la deformación angular inducida por el sismo.
- En el análisis estático y dinámico los materiales tienen las propiedades de la Tabla 6.1. Esta tabla muestra que los valores del módulo de corte, G , y volumétrico, K , dependen del nivel de confinamiento del material, donde el valor de G se calcula con la Ec. 6.6 y el valor de K con la Ec. 6.3. El valor de la

constante c que interviene en la Ec. 6.6 depende del tipo de análisis (estático o dinámico) y se muestran en la Tabla 6.3.

Es de observar que se ha considerado una condición licuada para la lama desde el inicio del análisis dinámico, si se compara los valores de ϕ y c en la Tabla 6.1 y Tabla 6.3 respectivamente, es decir se ha considerado ángulo de fricción pequeño y módulo de corte muy bajo. Esta condición licuada de la lama al inicio del sismo ha generado un pulso al inicio de cada respuesta de dinámica de la presa. En la sección 6.5.7 se muestra la metodología que se adoptó para abordar este problema.

6.2. Nivel freático

Una de las más importantes diferencias entre los depósitos de relaves y los terraplenes para almacenar agua es la ubicación del nivel freático. La baja permeabilidad de los materiales embalsados (lama) en los depósitos de relaves reduce fuertemente la infiltración del agua dentro de la presa. La Figura 6.1 muestra el importante efecto de la diferencia de permeabilidades, entre el material embalsado y el material del cuerpo de presa, sobre la ubicación del nivel freático dentro de la presa (Verdugo R. , 1989). Por otro lado, en este estudio se han considerado valores típicos de permeabilidad para las lamas en un rango entre $1E-6$ y $1E-7$ cm/s y para las arenas en un rango entre $5E-3$ y $5E-4$ cm/s (Peters, 2004).

También se ha considerado que el nivel freático inicia en el muro de partida y a su misma altura, es decir a 10 m, manteniendo una altura casi constante hasta 15 m antes de llegar al pie del talud aguas abajo de la presa. Por lo tanto, considerando el párrafo anterior y la Figura 6.1, para la presa de 50 m el nivel freático tiene un 20 % de la altura total de la presa y para la presa de 100 m el nivel freático tiene un 10 % de la altura total de la presa.

Antecedentes locales en Chile muestran que el nivel freático tiene una altura bastante baja, llegando en el peor de los casos a tener 9 % de la altura total de la presa. Este nivel freático incluye tanto el flujo de las lamas como el flujo del agua proveniente de las arenas de relave (Palma, 2004).

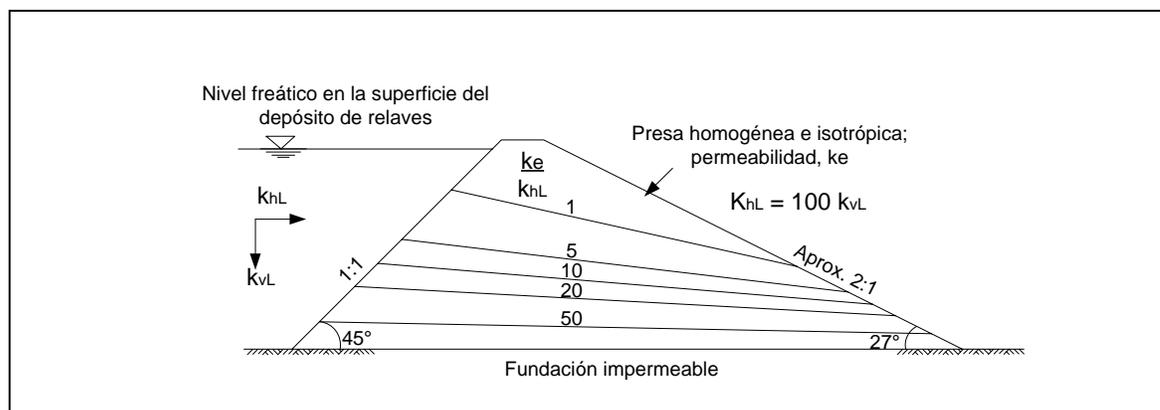


Figura 6.1: Nivel freático en presas de relave (Wimpey laboratories Ltda., 1972)

6.3. Características geométricas de la presa.

Este trabajo considera una representación típica de la sección transversal de una presa de arenas de relaves construida con el método de aguas abajo. Los análisis sísmicos se han realizado para una altura máxima de la presa igual a 50 y 100 m, con taludes de aguas abajo igual a 4:1 y aguas arriba igual a 2:1, ancho de coronamiento igual a 10 m para cada presa, y con un espesor de fundación igual a 30 m. El muro de partida, para cada presa, tiene una altura igual a 10 m, ancho de coronamiento igual a 10 m, talud aguas abajo igual a 2.5:1 y talud aguas arriba igual que la presa.

Por otro lado, debido al método de constructivo considerado en la modelación, los taludes aguas abajo de la presa han los mismos en cada fase de crecimiento de la presa.

La Figura 6.2 y Figura 6.3 muestra las características geométricas para la presa de 50 y 100 m respectivamente. En estas figuras se muestra el muro de partida y las tres etapas o fases constructivas. También se muestra el nivel freático dentro de la presa, el cual tiene una altura igual a 10 m para la presa de 50 y 100 m.

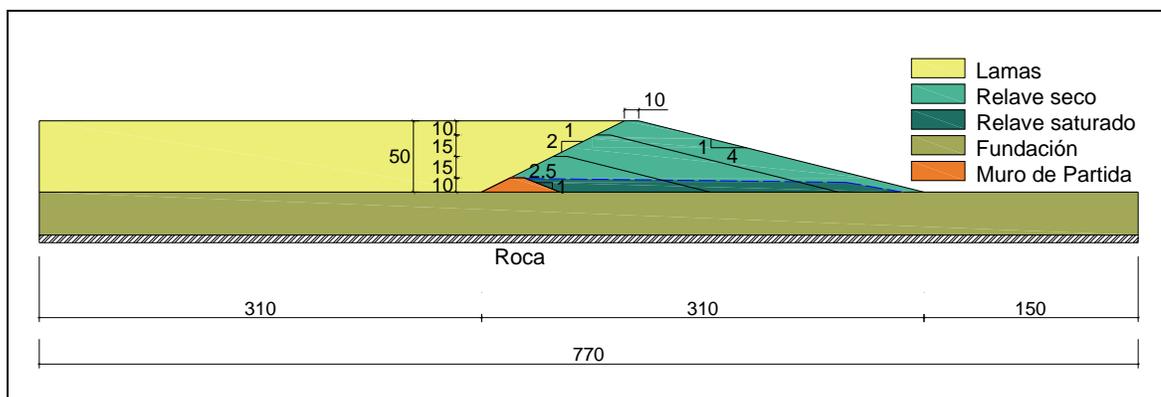


Figura 6.2: Presa de arenas de relave de altura $H= 50$ m

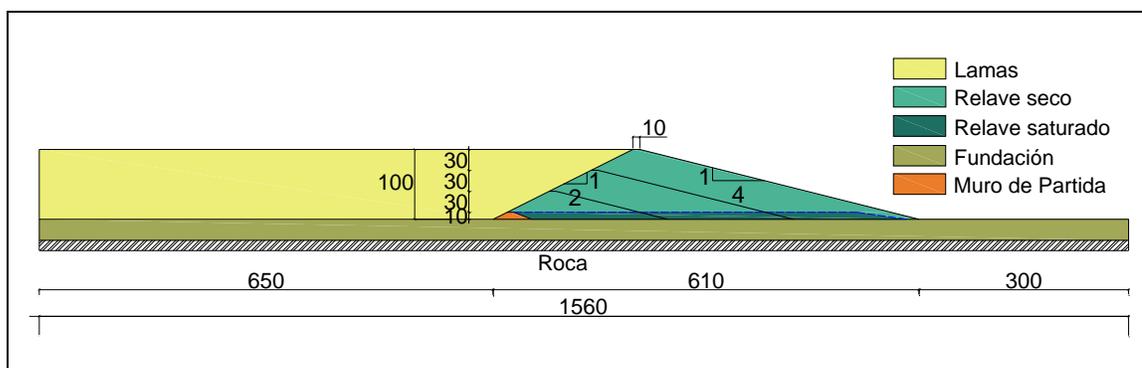


Figura 6.3: Presa de arenas de relave de altura $H= 100$ m

6.4. Propiedades geotécnicas de los materiales

La Tabla 6.1 muestra los valores de las propiedades utilizadas en el modelo numérico para la presa de 50 y 100 m.

Respecto a las propiedades dinámicas de los materiales, como se dijo anteriormente, tanto el módulo de corte y el módulo volumétrico se han considerado variables con el nivel de presión de confinamiento. Por tal motivo se presenta la siguiente expresión empírica (Janbu, 1963), la cual considera al suelo como medio isotrópico y elástico:

$$E = k_E Pa \left(\frac{\sigma'_c}{Pa} \right)^{n_E} \quad \text{Ec. 6.1}$$

En donde k_E y n_E son constantes para un mismo suelo, E es el módulo de Young tangente en el origen, Pa es la presión atmosférica y σ'_c es la presión de confinamiento promedio efectiva. Así, en este trabajo, se ha considerado una expresión equivalente a la anterior a través de la siguiente expresión:

$$G = k Pa \left(\frac{\sigma'_c}{Pa} \right)^n \quad \text{Ec. 6.2}$$

Donde k y n son constantes y G es el módulo de corte. Los detalles de los cálculos, para los valores k y n se presentan en la sección 6.3. Los valores de las constantes k y n , de cada material, se muestran en la Tabla 6.4. Estas constantes han sido utilizadas para determinar el módulo de corte inicial, G_0 , de los materiales en el análisis estático y dinámico.

Tabla 6.1: Propiedades geotécnicas de los materiales para la presa de arenas de relaves

Propiedades		Lama	Fundación		Relave		Muro de partida	
		saturado	seco	saturado	seco	saturado	seco	saturado
Densidad	ρ kg/m ³	1500	1700	2200	1650	2040	2260	2470
Módulo volumétrico	K t/m ²	*	*		*		*	
Módulo de corte	G t/m ²	*	*		*		*	
Cohesión	c t/m ²	0	3		0		0	
Ángulo de fricción interna	ϕ °	**	40		35		50	
Módulo de Poisson	ν	0.30	0.32		0.35		0.35	

(*) Valores que varían de acuerdo a la profundidad. Donde $G = cG_0$. Los valores de la constante c son distintos para el análisis estático y dinámico. Estos valores de c se muestran en la Tabla 6.3 y los valores de G_0 se muestran en Tabla 6.4. Y para determinar el valor de K se utiliza la Ec. 6.3.

(**) Para el análisis estático se considera 30° y para el análisis dinámico se considera 5°.

Como las propiedades de los materiales que se ingresan al programa FLAC son el módulo de corte, G , y el módulo volumétrico, K , entonces se ha considerado las siguientes fórmulas de elasticidad, las cuales servirán para calcular el módulo volumétrico, K :

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)}$$

Ec. 6.3

6.5. Cálculo de las propiedades dinámicas del suelo

En esta sección se muestra el procedimiento que se ha realizado para determinar las expresiones de módulo de corte inicial, G_0 , y volumétrico inicial, K_0 , los cuales se utilizarán para determinar el valor de G y K en los materiales de la presa utilizando la Ec. 6.6.

Para obtener las propiedades dinámicas de los materiales: módulo de corte inicial, G_0 , y módulo volumétrico inicial, K_0 , se ha considerado la velocidad de onda de corte, V_s , variable con el nivel de confinamiento. A continuación se describe el procedimiento realizado en el presente trabajo para obtener las propiedades dinámicas.

Se ha considerado que la presión de confinamiento para las expresiones del módulo de corte inicial, G_0 , deberá tener un exponente igual a 0.5. Por tal motivo en las expresiones de velocidad de onda de corte, la presión de confinamiento tendrá un exponente igual a 0.25.

En la Figura 6.4a se muestra una curva de velocidad de onda de corte (relave original) obtenida de ensayos de Bender Element (Palma, 2004), de donde se ha obtenido la siguiente expresión de la velocidad de onda de corte para el relave (relave aproximado, Figura 6.4b):

$$V_s = 214.1 \sigma'_c{}^{0.25} \quad \text{Ec. 6.4}$$

Donde σ'_c es la presión de confinamiento efectiva en kg/cm^2 y V_s es la velocidad de la onda de corte en m/s . Reemplazando la expresión anterior en la siguiente ecuación:

$$G_0 = \rho V_s^2 \quad \text{Ec. 6.5}$$

Donde ρ es la densidad del suelo, se obtiene el módulo de corte inicial del suelo, G_0 , en función de la presión de confinamiento, σ'_c .

Similarmente la curva de velocidad de onda de corte para la lama resulta de escalar la curva del relave (relave original) por un factor igual a 0.8 (Figura 6.4a). Luego se ha

obtenido una expresión de la velocidad de onda de corte para la lama, tal que la presión de confinamiento tenga un exponente igual 0.25, tal como se muestra en la Figura 6.4b.

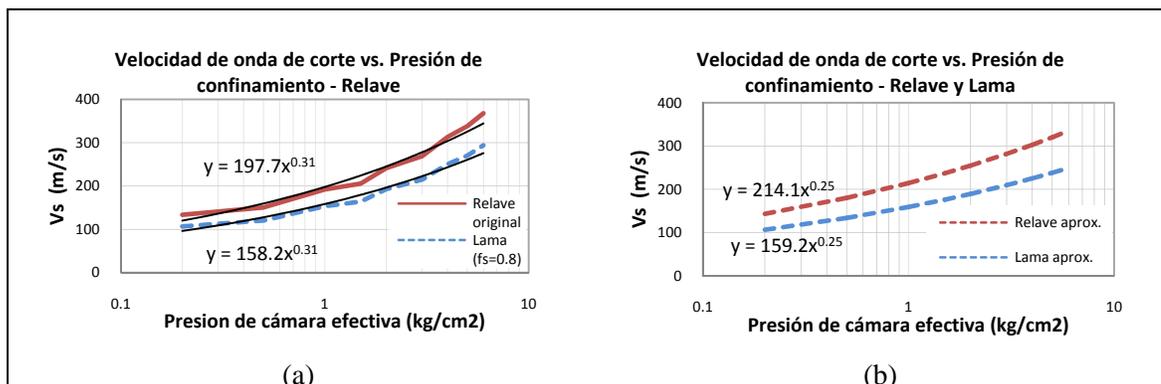


Figura 6.4: Variación de la velocidad de onda de corte con el nivel de confinamiento efectivo. a) Curva original para el relave (Palma, 2004), b) Curva aproximada para el relave y la lama.

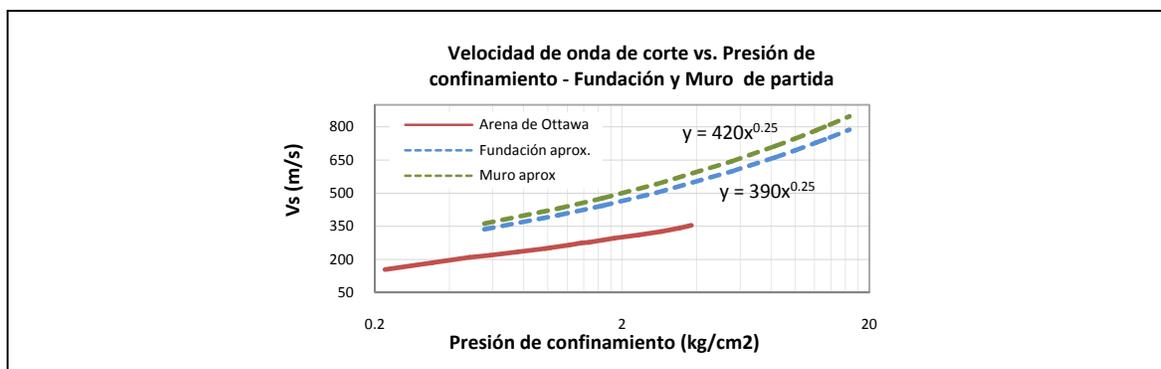


Figura 6.5: Variación de la velocidad de onda de corte con el nivel de confinamiento para la arena de Ottawa (Hardin & Richart, 1963), para la fundación y el muro de partida

De igual manera, para obtener una expresión de la velocidad de onda de corte para la fundación y para el muro de partida, se ha escalado la curva de velocidad de onda de corte para la arena de Ottawa (Hardin & Richart, 1963), tal que en la fundación y el

muro de partida se obtenga una velocidad promedio de onda de corte igual a 590 y 636 m/s respectivamente. Estas curvas se muestran en la Figura 6.5.

Los resultados para las expresiones de la velocidad de onda de corte, de cada material que conforma la presa, se muestran en la Tabla 6.2.

Tabla 6.2: Velocidades de onda de corte en función de la presión de confinamiento

Material	Velocidad de onda de corte (*) (m/s)
Relave (Arena)	$V_s = 214.1 \sigma_c'^{0.25}$
Lama	$V_s = 159.2 \sigma_c'^{0.25}$
Fundación	$V_s = 390 \sigma_c'^{0.25}$
Muro de partida	$V_s = 420 \sigma_c'^{0.25}$

(*) σ_c' en kg/cm^2 , considerado igual a la presión horizontal del suelo .

Hasta aquí sólo se ha calculado la velocidad de onda de corte de cada material que conforma la presa. Ahora vamos a determinar las propiedades dinámicas con las cuales trabaja nuestro modelo numérico en FLAC. Estas propiedades son: el módulo de corte, G , y el módulo volumétrico, K .

Para determinar el valor de G , tal que se considere la degradación de la rigidez, se ha utilizado la siguiente expresión:

$$G = c G_0 \quad \text{Ec. 6.6}$$

Donde c es una constante cuyos valores se muestran en la Tabla 6.3 y las expresiones para G_0 se muestran en la Tabla 6.4, las cuales han sido obtenidas de reemplazar las expresiones de velocidad de onda de corte, V_s , de la Tabla 6.2, en la expresión $G_0 = \rho V_s^2$. Por otro lado, para determinar el valor de K se ha utilizado la Ec. 6.3.

Es importante recordar que los valores de G y K dependen de la presión de confinamiento efectiva del material, la cual ha sido considerada igual a la presión horizontal del suelo.

Tabla 6.3: Valores de c utilizados en el análisis estático y dinámico del modelo numérico

Material	Valores de c	
	Análisis Estático	Análisis dinámico (*)
Relave seco	1	0.5
Relave saturado	1	0.5
Lama	1	0.1
Fundación	1	0.8
Muro de partida	1	0.8

(*) Estos valores son considerados de dividir la curva del módulo de corte normalizado en tres zonas, tal como se explica en la sección 6.4. Y son los valores con que se inicia el análisis dinámico

Tabla 6.4: Módulo de corte inicial de los materiales de la presa

Material	Módulo de Corte G_0
Arena	
Saturado	$G_0 = 298\,676 \sigma_3'^{0.5}$
Seco	$G_0 = 241\,576 \sigma_3'^{0.5}$
Lama	$G_0 = 121\,500 \sigma_3'^{0.5}$
Fundación	$G_0 = 3\,346\,200 \sigma_3'^{0.5}$
Muro de partida	$G_0 = 4\,357\,080 \sigma_3'^{0.5}$

(*) G_0 y σ_3' en Pa. Se considera que σ_3' es la presión horizontal del suelo

También se han determinado los valores de c que serán utilizados en caso la presa de relave llegara a sufrir grandes deformaciones. Estos valores se muestran en la Tabla 6.5. El procedimiento seguido para obtener estos valores ha sido el siguiente:

- En la Figura 6.7a se presentan cinco curvas de ensayos triaxiales monotónicos del tipo CIU para una arenas de relave a distintos niveles de

confinamiento (Palma, 2004). Por cada curva se ha obtenido un valor de E_{50} y con estos valores se ha graficado una curva continua, la cual no considera dos valores por encontrarse dispersos, tal como se muestra en la Figura 6.7b. En este estudio se ha definido el E_{50} como la pendiente de la línea que inicia desde el origen hasta el punto que tiene la mitad del valor máximo de la curva mostrada en la Figura 6.6.

- Por los motivos explicados anteriormente la curva continua se ha aproximado a una curva punteada, tal que la presión de confinamiento en la expresión del módulo de corte tenga un exponente igual a 0.5. Obteniéndose la siguiente expresión para el relave, donde σ'_c y E_{50} están en kg/cm^2 :

$$E_{50} = 351.2 \sigma'_c{}^{0.5} \quad \text{Ec. 6.7}$$

- Con la Ec. 6.3 y Ec. 6.7 se ha obtenido el valor de G_{50} para el relave.
- Luego se ha calculado el valor c para el relave, haciendo la división entre las expresiones de G_{50} (Ec. 6.7) y las expresiones G_0 (Tabla 6.4).

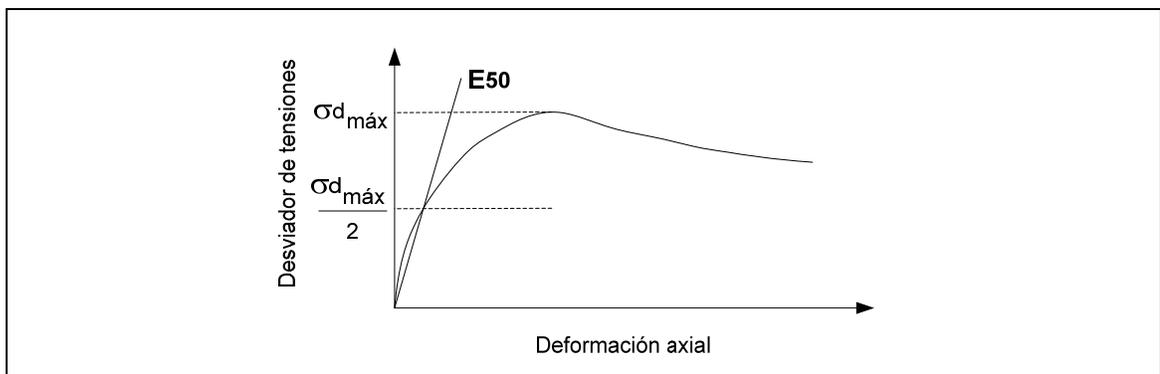


Figura 6.6: Definición del E_{50} en un ensayo triaxial monotónico del tipo CIU

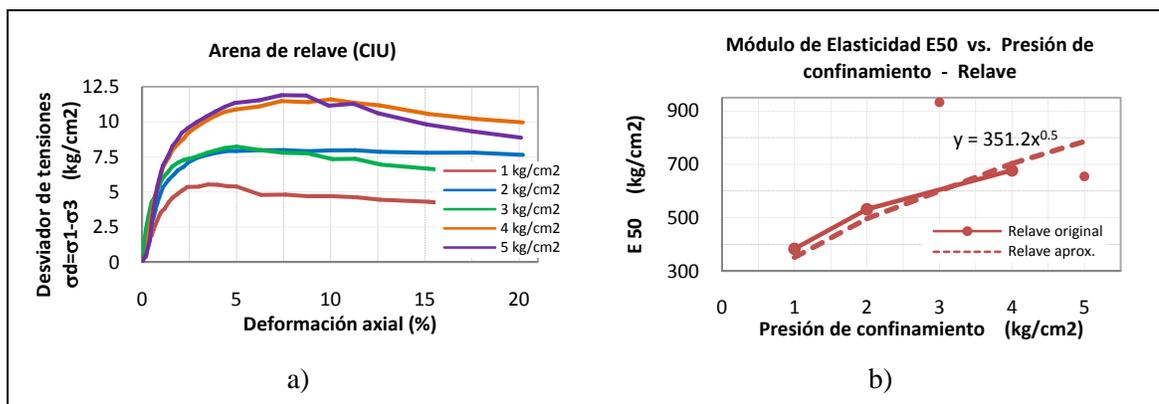


Figura 6.7: Propiedades dinámicas del relave. a) Módulo de elasticidad vs. deformación axial (Palma, 2004) y b) Variación del módulo de elasticidad con la presión de confinamiento.

Tabla 6.5: Valores de c para el relave en grandes deformaciones

Material	Módulo elástico	Módulo de Corte	Constante c
Relave	$E_{50} = 110\,000 \sigma_3'^{0.5}$	$G_{50} = 40\,740 \sigma_3'^{0.5}$	
Saturado (cond. licuada)			$G_{50}/G_0 = 0.14$
Seco			$G_{50}/G_0 = 0.17$

6.6. Ingreso de las propiedades geotécnicas al modelo

Es conocido que, debido a una sollicitación sísmica en distintas partes de una presa, el nivel de deformación angular, γ_{xy} , varía; existiendo probablemente partes de la presa que puedan presentar pequeñas deformaciones y otras grandes deformaciones.

En este trabajo se ha considerado una metodología para ingresar las propiedades de los materiales, módulo de corte G y módulo volumétrico K , tal que también dependen del nivel de deformación angular, γ_{xy} , que sufriría una presa debido a una sollicitación sísmica. Esta metodología consistió en:

1. Dividir en tres zonas la curva del módulo de corte normalizado según el nivel de deformación angular esperado en la presa. Para este estudio se asumieron los rangos de la Figura 6.8.
2. Suponer inicialmente una deformación angular, γ_{xy} , para cada material de la presa y de la Figura 6.8 obtener los valores de c (G/G_0) que se usarán inicialmente en el análisis dinámico. En este estudio los valores iniciales de c se muestran en la Tabla 6.3.
3. Con el valor c y las expresiones de la Tabla 6.4 para G_0 se obtendrá el valor para el módulo de corte, G , y con la Ec. 6.3 se determinará el valor para el módulo volumétrico, K .
4. Realizar el análisis dinámico inicial.
5. Al finalizar el análisis dinámico, graficar curvas de deformación angular al interior de la presa. En este estudio se ha graficado la deformación angular máxima, $\gamma_{xy}^{m\acute{a}x}$, obtenido en cada paso del análisis dinámico.
6. Sectorizar la presa por el nivel de deformación angular obtenido del paso 5.
7. Comparar los valores de deformación angular del paso 6 con los del paso 2. Si existen valores del paso 2 distintos a los del paso 6, entonces modificar los valores de c del paso 2 en el sector que corresponda. Estos nuevos valores de c se obtienen de ingresar a la Figura 6.8 con el valor de deformación angular correspondiente. En este estudio para calcular los valores de c en la Figura 6.8 se ha utilizado un valor de deformación angular igual a $0.65 \gamma_{xy}^{m\acute{a}x}$.
8. Repetir el proceso hasta que la sectorización por deformación angular, $\gamma_{xy}^{m\acute{a}x}$, dentro de la presa sea parecida con el proceso anterior.

De la misma manera, y en forma paralela, se puede determinar el amortiguamiento dentro de la presa con la Figura 6.9. Es necesario mencionar que en este estudio no ha

sido necesario realizar la iteración mencionada anteriormente pues los valores para c inicialmente asumidos cayeron dentro del rango esperado. Es necesario mencionar que se ha utilizado una fracción del amortiguamiento crítico, ξ , igual a 3% en todo el sistema, para ser conservadores. Sólo para iniciar el análisis dinámico se ha asumido un periodo inicial, T , en todo el sistema, igual a 1 segundo.

Los valores de c mostrados en la Tabla 6.3 se han supuesto de considerar el nivel de deformación angular según el comportamiento esperado de cada material. Para el análisis estático se asumieron valores de c (G/G_0) considerando que la deformación angular es pequeña. Para el análisis dinámico se asumieron valores de c (G/G_0) considerando distintos niveles de deformación angular, el cual depende de las propiedades de cada material:

- Para la fundación y para el muro de partida: $\gamma_{xy} < 3 \times 10^{-4} \%$ por lo que $c = 0.8$
- Para la lama: $\gamma_{xy} > 1 \times 10^{-2} \%$ por lo que $c = 0.10$.
- Para el relave: $3 \times 10^{-4} \% < \gamma_{xy} < 10^{-2} \%$ por lo que $c = 0.50$

En la Figura 6.10 se muestra el procedimiento utilizado para ingresar las propiedades a la presa. También se presentan los valores iniciales de c utilizados en nuestro análisis, donde ξ , T y ϕ son el amortiguamiento, el periodo y ángulo de fricción interna respectivamente del sistema considerado.

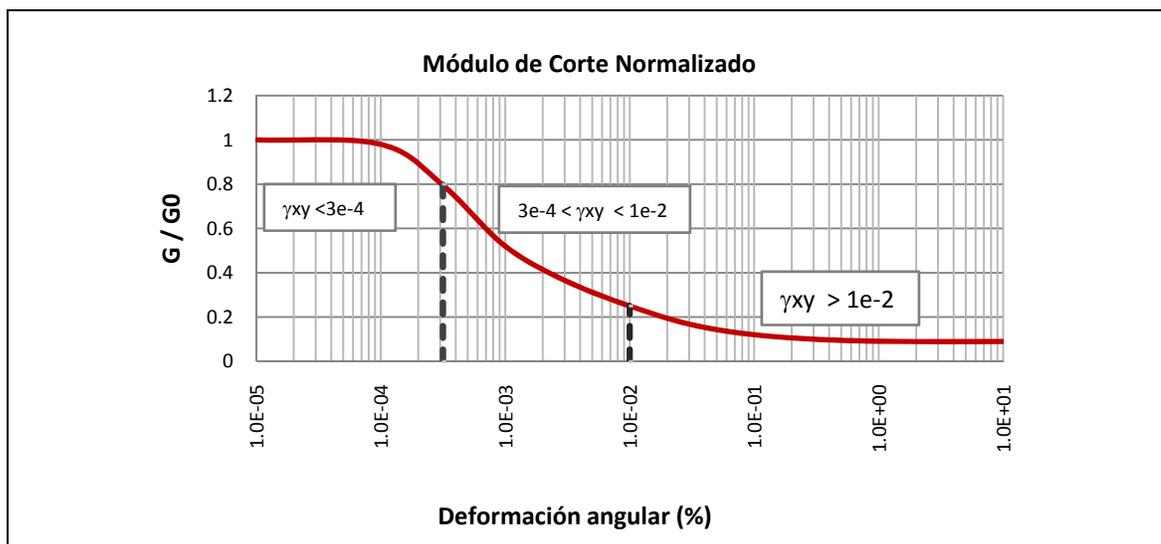


Figura 6.8: Razón del módulo de corte para la arena de presa de relaves (Troncoso, 1980).

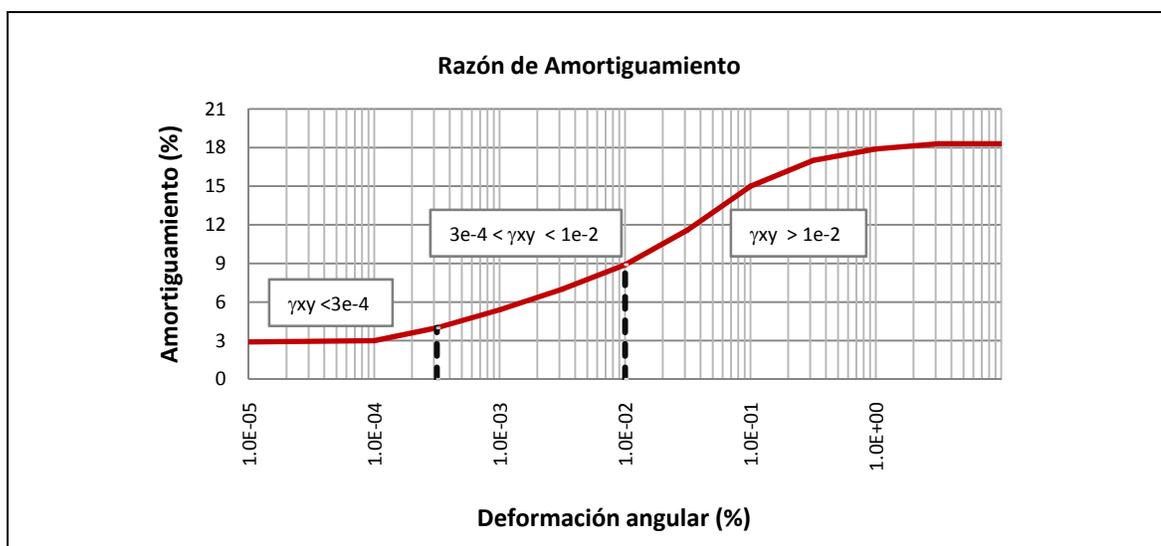


Figura 6.9: Razón de amortiguamiento para la arena de presa de relaves (Troncoso, 1980).

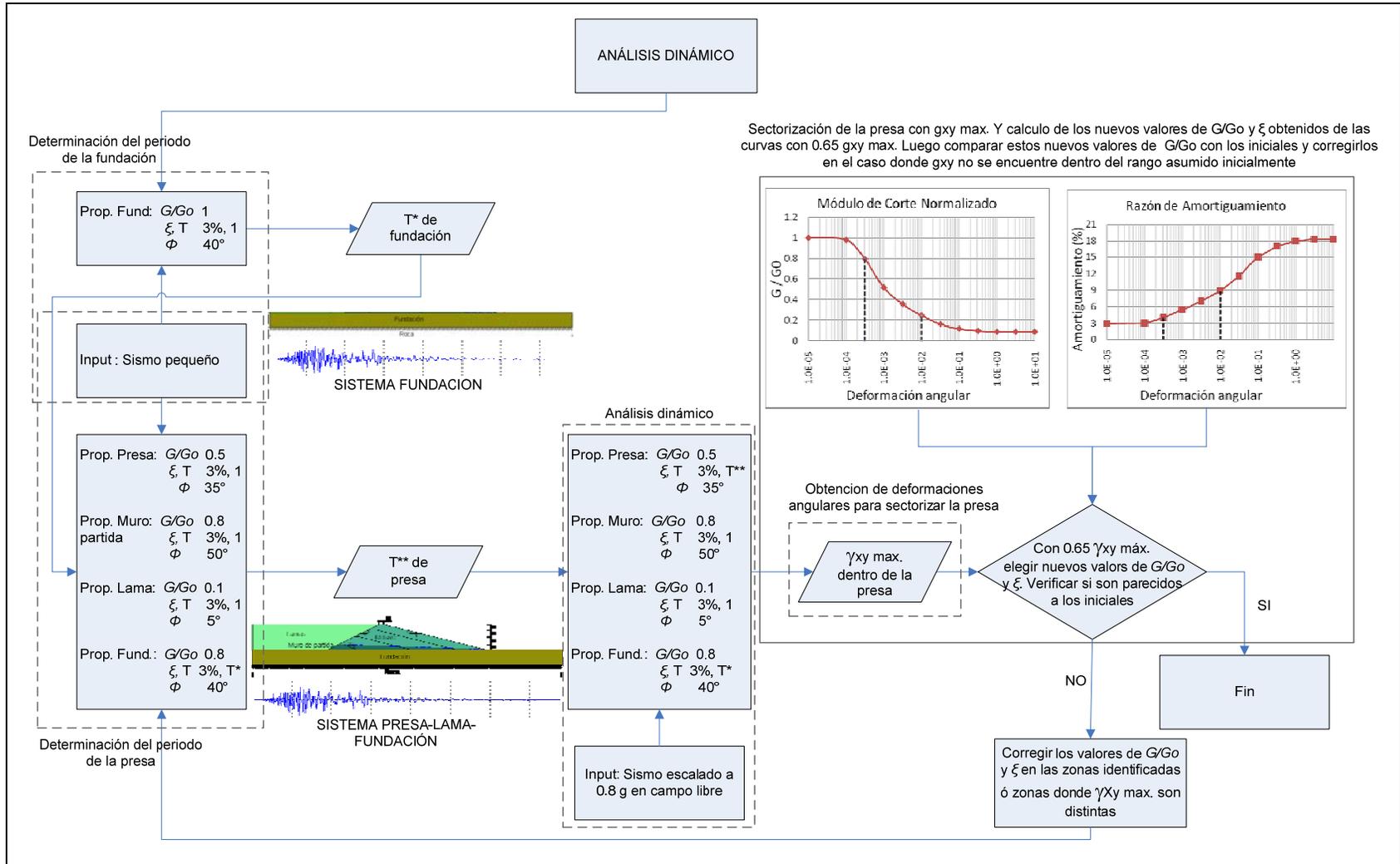


Figura 6.10: Elección de las propiedades dinámicas de los materiales de la presa de arenas de relave.

6.7. Consideraciones para la modelación

Las consideraciones para la modelación son:

- El equilibrio estático para determinar el estado de tensiones iniciales en todo el sistema: fundación, muro de partida y las tres etapas de construcción de la presa.
- El nivel freático se ha ingresado teniendo en cuenta las condiciones secas y saturadas de los materiales.
- El análisis dinámico, utilizando los valores de la Tabla 6.1, Tabla 6.3 y Tabla 6.4.

A continuación explicaremos de manera secuencial todos los pasos seguidos para la modelación numérica de la presa de relaves.

6.7.1. Equilibrio estático y modelación del proceso constructivo

En todo tipo de terreno existe un estado in-situ de tensiones iniciales antes de cualquier aplicación de carga o antes de que una construcción o excavación sea iniciada. La alternativa para tratar de reproducir estas condiciones de tensión en el terreno es llevar al equilibrio estático el sistema considerado. En este trabajo se ha llevado al equilibrio estático la fundación para evaluar las tensiones iniciales del terreno; así como también las fases constructivas.

Para determinar el estado inicial de tensiones en la presa, se modeló cinco sistemas, tal como se muestra en la Figura 6.11, y cuyo orden en el cálculo numérico se muestra a continuación:

- Fundación
- Muro de partida
- Etapa I
- Etapa II
- Etapa III

6.7.2. Condiciones de borde en el análisis estático

Las condiciones de borde en el análisis estático, en la base de la fundación, es decir en contacto con la roca, impiden el movimiento en la dirección horizontal y vertical, mientras que a los lados del modelo se impiden los movimientos en la dirección horizontal. En la Figura 6.11 se aprecian las etapas que se han llevado al equilibrio estático en el modelo numérico, así como también se aprecian las condiciones de borde utilizadas.

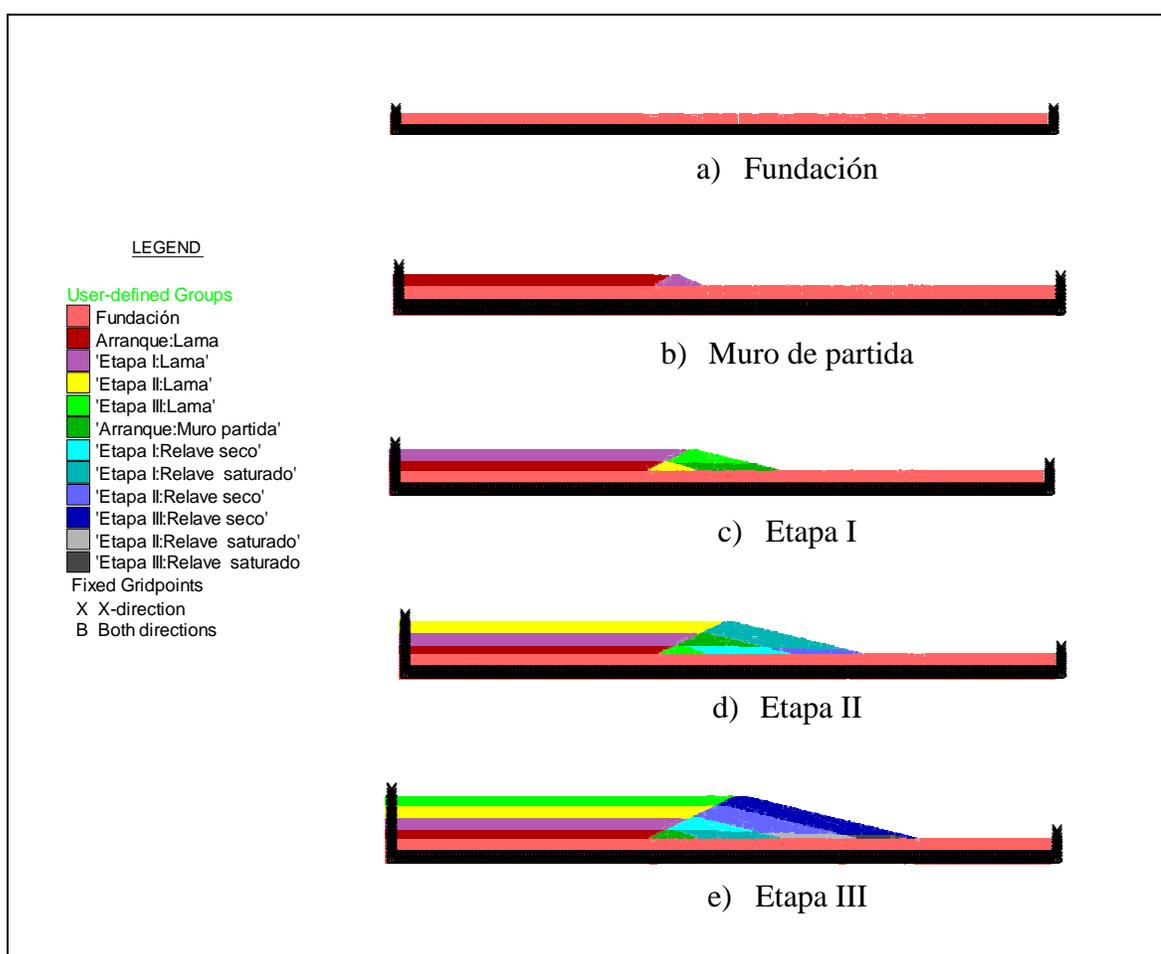


Figura 6.11: Fases del modelo considerando las etapas de construcción para la presa de 50 y 100 m de altura.

6.7.3. Transmisión de ondas y tamaño de la malla

En un análisis dinámico puede ocurrir una distorsión numérica en la propagación de la onda como una función de las condiciones modeladas. Tanto el contenido de frecuencias de la onda incidente como las características de velocidad de onda del material pueden afectar la precisión en la transmisión de ésta. Kuhlemeyer y Lysmer en 1973 muestran que para una representación precisa de la transmisión de ondas a través de un modelo, el tamaño del elemento, Δl , debe ser menor que un décimo a un octavo de la longitud de la onda asociada con el componente de frecuencias más alto de la onda incidente (Itasca, 2005) ; es decir:

$$\Delta l < \frac{V_s}{10 f} \quad \text{Ec. 6.8}$$

La realización de una transformada rápida de Fourier (FFT) de la onda es la manera más conveniente de determinar los contenidos de frecuencias de la onda de entrada. El resultado normalmente se presenta en un gráfico de potencia versus frecuencia a partir del cual se pueden evaluar las frecuencias de interés (es decir, las frecuencias asociadas con las mayores cantidades de energía).

La longitud de onda, λ , asociada a una frecuencia, f , dependiendo de si la onda considerada es del tipo P o S , se estima usando una de las siguientes expresiones para ondas planas:

$$\lambda = \frac{V_p}{f} \quad \text{Ec. 6.9}$$

$$\lambda = \frac{V_s}{f} \quad \text{Ec. 6.10}$$

Donde V_p es la velocidad de propagación de las ondas P y V_s es la velocidad de propagación de las ondas S . Estas velocidades se determinan usando las siguientes expresiones:

$$V_p = \sqrt{\frac{K + \frac{4}{3}G}{\rho}} \quad \text{Ec. 6.11}$$

$$V_s = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{Ec. 6.12}$$

Donde K es el módulo elástico de deformación volumétrica, G es el módulo elástico de Corte y ρ es la densidad del material.

Las ondas consideradas en nuestro análisis son ondas de corte en las direcciones horizontales e incorporadas en la base de la fundación; es decir en el contacto con la roca. El tamaño de la malla ha sido seleccionado tal que se asegure una adecuada transmisión de onda. Basado en las propiedades del relave y de la fundación se ha obtenido que la menor velocidad de onda de corte corresponde al relave de la presa. Considerando la recomendación de Kuhlemeyer y Lysmer, el tamaño de la zona o cuadrícula de la malla, para la presa de 50 y 100 m de altura, se muestra en la Tabla 6.6, donde se aprecia que la máxima frecuencia de la onda es 9.25 y 7.4 para la presa de 50 y 100 m de altura respectivamente.

Tabla 6.6: Tamaño de la malla y máxima frecuencia considerada

Altura de presa (m)	Longitud mayor de la zona de malla Δl (m)	Velocidad de onda de corte (*) V_s (m/s)	Máxima frecuencia considerada f (hz)
50	2	185	9.25
100	2.5	185	7.4

(*) Medido desde el coronamiento, a 6 m de profundidad

En el Anexo B se presentan los gráficos de la Transformada de Fourier de los registros de la Tabla 5.1 y Tabla 5.3. Estos gráficos comparados con los valores de las frecuencias de la Tabla 6.6, muestran que en el análisis dinámico se ha considerado la mayor parte de las frecuencias de cada sismo.

6.7.4. Bordes absorbentes

En un análisis estático los bordes fijos pueden ser colocados realísticamente a cierta distancia de la región de interés. Sin embargo en los análisis dinámicos tales condiciones de borde causan que las ondas de propagación que salen del modelo se reflejen no permitiendo, de esta manera, la necesaria radiación de la energía.

El uso de modelos más grandes puede minimizar este problema porque el amortiguamiento del material absorberá la mayor parte de la energía de las ondas reflejadas. Sin embargo esta solución lleva a una carga computacional muy grande. Una de las alternativas es usar bordes viscosos o absorbentes propuestos por Lysmer y Kuhlemeyer en 1969 (Itasca, 2005).

El funcionamiento de los bordes viscosos o absorbentes se basa en el uso de amortiguadores viscosos a los costados del modelo en sus direcciones normal y tangencial. El método es totalmente efectivo en absorber las ondas de cuerpo que se aproximan al borde con ángulos de incidencia menores que 30° , para ángulos de incidencia más bajos o para ondas superficiales todavía hay absorción de energía pero esta no es perfecta (Itasca, 2005).

6.7.5. Bordes de campo libre

Los análisis numéricos de la respuesta sísmica de las estructuras en superficie, como por ejemplo las presas, requieren de la discretización del material que se encuentra al lado de la fundación, tal como se muestra en la Figura 6.12. Por otro lado, las

condiciones de borde a los lados del modelo deben de tener en cuenta el movimiento de la fundación en campo libre (“free field”) que existiría en ausencia de las estructuras, debido a las ondas sísmicas que se van propagando desde la base del modelo hacia la superficie a través de los materiales subyacentes.

En algunos casos para evitar el movimiento en campo libre se colocan bordes laterales elementales, que restringen el movimiento en dirección horizontal y vertical, a cierta distancia de la estructura analizada, tal que las ondas de reflexión se minimicen y se alcance las condiciones en campo libre.

Otra alternativa, es hacer cumplir el movimiento en campo libre tal que los bordes conserven las propiedades de no reflejar las ondas, es decir que las ondas externas producidas por la estructura sean apropiadamente absorbidas. En la Figura 6.12 se muestra una representación esquemática del funcionamiento numérico de los bordes absorbentes y de campo libre.

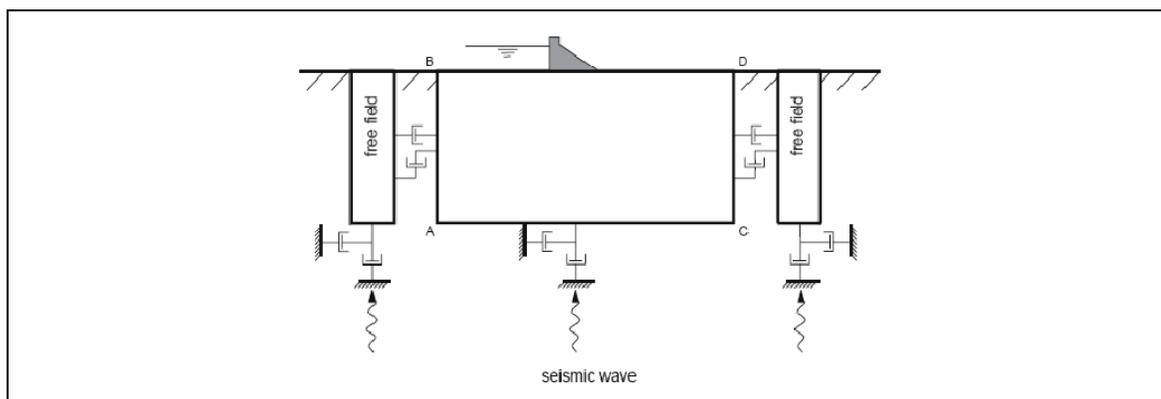


Figura 6.12: Bordes absorbentes y de campo libre
(Itasca, 2005)

El programa FLAC permite colocar los bordes anteriormente mencionados (absorbentes y de campo libre) para minimizar la reflexión de las ondas y representar la condición de campo libre del sistema.

En el análisis dinámico de este se han considerado las mismas condiciones de borde para la presa de 50 y 100 m de altura, las cuales son: bordes de campo libre a los lados del modelo y condiciones de borde fijas en la dirección X y Y en el contacto fundación-roca, tal como se muestra en la Figura 6.13.

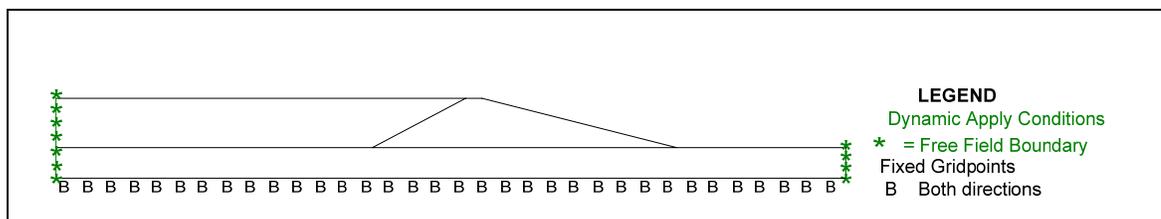


Figura 6.13: Condiciones de borde utilizadas en el análisis dinámico del modelo numérico para la presa de 50 y 100 m de altura

6.7.6. Amortiguamiento de Rayleigh

Para un análisis dinámico, el amortiguamiento en la simulación numérica debe reproducir en magnitud y forma las pérdidas de energía en el sistema cuando una sollicitación dinámica es aplicada. Para el suelo y la roca el amortiguamiento natural es principalmente de tipo histerético; es decir independiente de la frecuencia.

En programas que funcionan en el dominio del tiempo, el amortiguamiento de Rayleigh es comúnmente usado para proporcionar un amortiguamiento independiente de la frecuencia. El amortiguamiento de Rayleigh originalmente fue utilizado en los análisis de estructuras y en medios continuos y elásticos, para amortiguar el modo fundamental de vibración del sistema. La ecuación expresada en forma matricial es:

$$C = a_0 M + a_1 K \quad \text{Ec. 6.13}$$

Donde C es el amortiguamiento de Rayleigh el cual es proporcional a la matriz de masa M y la matriz de rigidez K , a_0 es el coeficiente de amortiguamiento proporcional a la masa y a_1 es el coeficiente de amortiguamiento proporcional a la rigidez.

El programa FLAC incorpora, también, el amortiguamiento de Rayleigh en los análisis dinámicos, teniéndose que ingresar la frecuencia f_{min} y la fracción del amortiguamiento crítico ξ_{min} , tal como se muestra en la Figura 6.14.

Debido a que el amortiguamiento en medios geológicos es comúnmente independiente de la frecuencia, entonces usualmente es elegido en el centro del rango de las frecuencias presentes en la simulación numérica; pudiéndose elegir la frecuencia natural del sistema o la frecuencia predominante del input (Itasca, 2005).

En este trabajo, para especificar el amortiguamiento de Rayleigh en la simulación numérica de la presa de relaves se ha ingresado un valor igual a 3 %, para todo el sistema, como fracción de amortiguamiento crítico y se ha asociado la frecuencia f_{min} al periodo fundamental del sistema, obtenido de la pseudo función de transferencia. Los valores de las frecuencias fundamentales para la fundación y para la presa se muestran en la Tabla 7.1 y Tabla 7.3 respectivamente.

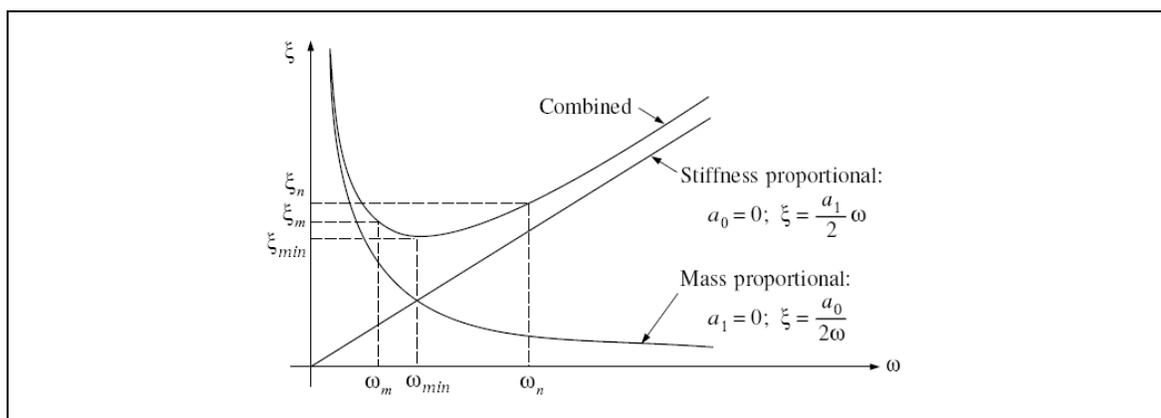


Figura 6.14: Relación entre la fracción del amortiguamiento crítico y la frecuencia
(Clough & Penzien, 1993)

6.7.7. Solicitación sísmica

En un análisis dinámico en FLAC una solicitud puede ser aplicada como una historia de aceleración, velocidad, tensión o fuerza. Estas solicitudes son comúnmente aplicadas en los bordes del modelo, incluso la aceleración, velocidad y fuerza también se pueden aplicar al interior del modelo.

En este estudio, la solicitud sísmica es aplicada como una historia de aceleración, sólo en la dirección horizontal (onda de corte), en la base de la fundación, en el contacto con la roca.

Como uno de los objetivos de esta tesis es determinar las zonas con mayor potencial de licuefacción dentro de la presa, lo cual es un índice de qué partes de la presa podrían llegar a tener deformaciones grandes, entonces se ha escalado los registros tal que en campo libre tengan una aceleración máxima de 0.8 g, tal como se muestra en la Figura 6.15. Estos registros serán ingresados en la base inferior de la fundación en el contacto fundación-roca.

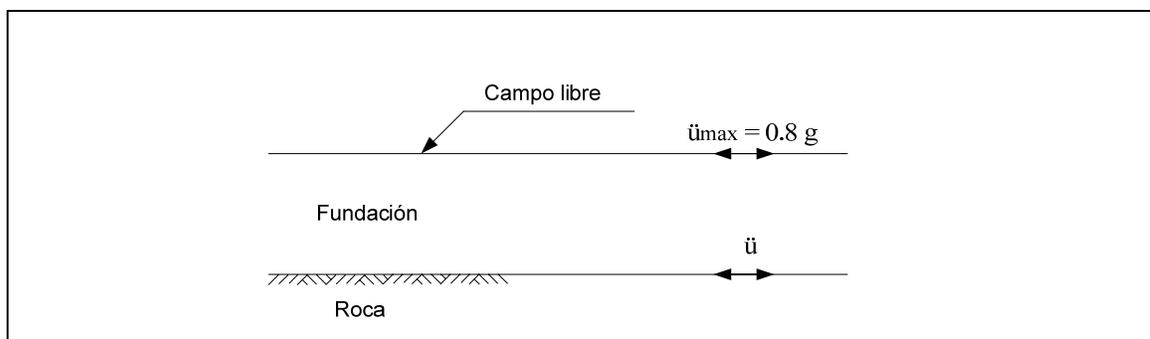


Figura 6.15: Normalización de los registros de aceleración

Para evaluar la aceleración máxima en campo libre se aprovecho las condiciones de borde de campo libre; es decir en vez de utilizar las dimensiones completas de la fundación, Figura 6.16, se ha usado una fundación de 50 m de longitud y 30 m de

espesor, tal como se muestra en la Figura 6.17. Este nuevo modelo de fundación es equivalente al original según los resultados que se muestran en la Tabla 7.1, donde se muestra que la pseudo función de transferencia de estos sistemas es la misma.

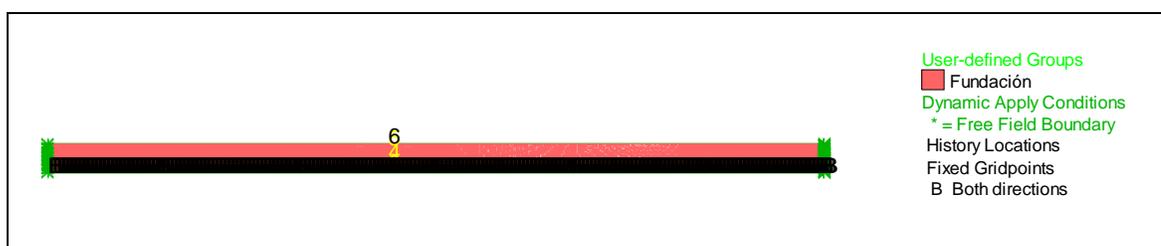


Figura 6.16: Fundación con condiciones de borde de campo libre para la presa de 50 m de altura.

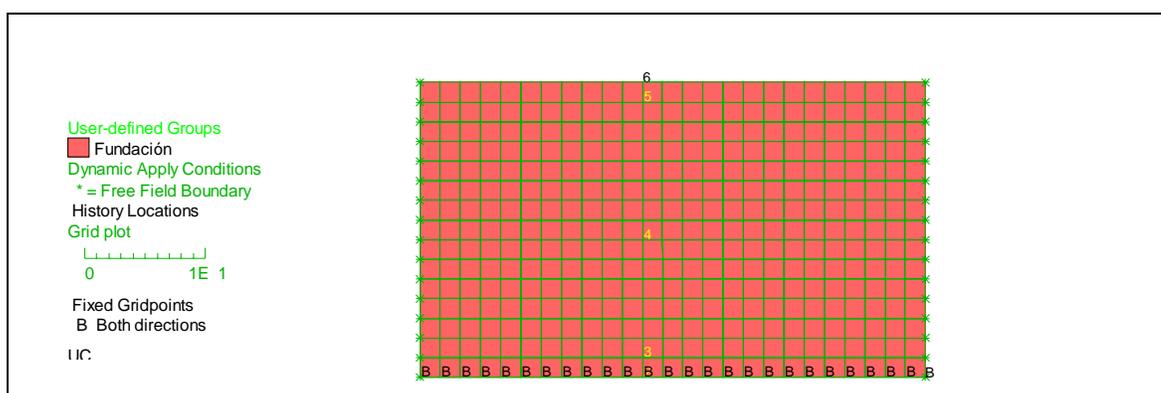


Figura 6.17: Fundación de 50 m de longitud por 30 m de espesor, con condiciones de borde de campo libre, utilizada para escalar la aceleración a 0.8 g en campo libre.

Debido al cambio instantáneo de las propiedades de la lama, al pasar del análisis estático al análisis dinámico, se ha generado un pulso al inicio de cada respuesta dinámica del sistema, el cual tiene un tiempo de duración igual a 6 y 12 s para la presa de 50 y 100 m de altura respectivamente. Debido a esto, se ha agregado al inicio de cada registro de aceleración valores de ceros, con un tiempo de duración correspondiente a cada caso, es decir 6 s de ceros para la presa de 50 m y 12 s de ceros para la presa de

100 m, de manera de desacoplar las respuestas debido al pulso con las respuestas debido al registro de aceleración.

6.7.8. Monitoreo de la respuesta sísmica de la presa

Como el programa FLAC permite desarrollar rutinas en lenguaje FISH, se ha desarrollado rutinas de manera tal que capten, en cada instante del cálculo dinámico, parámetros de interés como la deformación angular máxima y la razón de tensión solicitante máxima en cada zona de la malla; es decir en toda la presa. De esta forma graficar curvas de nivel tal que nos permita evaluar mejor el comportamiento dinámico de la presa. Así se han obtenido las siguientes curvas de contorno para la presa de 50 y 100 m de altura: deformación angular máxima y razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas. Sólo para la presa de 100 m de altura se ha obtenido curvas de contorno del factor de seguridad mínimo dentro de ella.

Para obtener las solicitaciones cíclicas inducidas por el sismo, así graficar e identificar las zonas con mayor potencial de licuefacción dentro de la presa de 50 y 100 m de altura se ha evaluado, en la dirección horizontal, la siguiente expresión:

$$\tau_{solicitante}^{m\acute{a}x} = \tau_{s\acute{i}smico}^{m\acute{a}x} - \tau_{est\acute{a}tico} \quad \text{Ec. 6.14}$$

Donde $\tau_{est\acute{a}tico}$ es el esfuerzo de corte obtenido en el análisis estático, $\tau_{s\acute{i}smico}^{m\acute{a}x}$ es el esfuerzo de corte máximo que se genera durante el cálculo dinámico y $\tau_{solicitante}^{m\acute{a}x}$ es el máximo esfuerzo de corte en la dirección horizontal. Luego se ha evaluado la razón de tensiones cíclicas solicitantes, $R_{solicitante}$, considerando la siguiente expresión:

$$R_{solicitante} = \frac{\tau_{solicitante}^{m\acute{a}x}}{\sigma'_v} \quad \text{Ec. 6.15}$$

Donde σ'_v es la tensión efectiva vertical obtenida del análisis estático.

Sólo para la presa de 100 m de altura y en cada zona de la malla se ha evaluado el factor de seguridad mínimo FS , en la dirección principal, en cada instante del cálculo dinámico. Para realizar este cálculo se han evaluado las tensiones principales en cada zona de la malla con las siguientes expresiones:

$$\sigma_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2 \right]^{0.5} \quad \text{Ec. 6.16}$$

$$\sigma_3 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \sigma_{xy}^2 \right]^{0.5} \quad \text{Ec. 6.17}$$

Donde σ_1 y σ_3 son las tensiones principales mayor y menor respectivamente. Luego para calcular el factor de seguridad mínimo, FS , en cada zona de la malla se han evaluado las siguientes expresiones obtenidas de la Figura 6.18:

$$\tau_{falla} = \left(\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} - \sin\phi \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \tan\phi \quad \text{Ec. 6.18}$$

$$\tau_{solicitante} = \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right) \cos\phi \quad \text{Ec. 6.19}$$

$$FS = \left(\frac{\tau_{falla}}{\tau_{solicitante}} \right)_{min} \quad \text{Ec. 6.20}$$

Donde ϕ es el ángulo de fricción interna del material, τ_{falla} es la resistencia al corte del suelo al momento de la falla y $\tau_{solicitante}$ es la tensión de corte solicitante en la dirección principal.

Es importante mencionar que los resultados del factor de seguridad, calculados con la Ec. 6.20, aumentan con la profundidad y por tanto no se han evaluado en la base de la presa, evitándose así, el cálculo de la tensión efectiva de la zona saturada.

Para la presa de 50 y 100 m de altura también se han obtenido registros de historias de aceleración y desplazamiento horizontal. Los registros de historia de aceleración han

sido monitoreados en un eje horizontal que pasa por la base de la presa y en un eje vertical que pasa por el coronamiento. Mientras que los registros de desplazamientos horizontal han sido monitoreados en el borde del talud aguas abajo de la presa. En el Anexo D se muestran los puntos de monitoreo y los valores máximos de cada registro.

Sólo para la presa de 100 m de altura se han obtenido los registros de historia del factor de seguridad en cuatro puntos considerados de alta deformación. En el Anexo D se muestran los puntos de monitoreo y los resultados de los registros de historia.

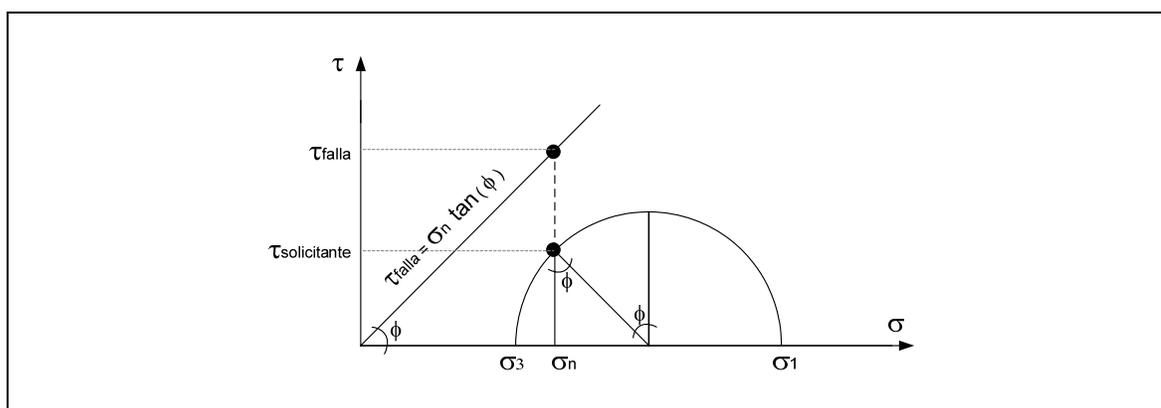


Figura 6.18: Definición del factor de seguridad en el círculo de Mohr

7. RESULTADOS

Se muestran los resultados de la pseudo función de transferencia para la fundación, utilizando los registros sísmicos de Imperial Valley e Irpinia del tipo vibratorio. También se muestran los resultados de la pseudo función de transferencia para la presa de 50 y 100 m de altura utilizando el registro sísmico de Loma Prieta

Se muestran los resultados de la deformación angular y razón de tensiones cíclicas solicitantes para la presa de 50 m de altura obtenidos con los 16 registros de aceleración (4 del tipo vibratorio, 4 del tipo intermedio, 4 del tipo impulsivo y 4 chilenos) mostrados en la Tabla 5.1 y Tabla 5.3. Para la presa de 100 m de altura se muestran estos mismos resultados, pero sólo se utilizan 8 registros de aceleración (2 del tipo vibratorio, 2 del tipo intermedio, 2 del tipo impulsivo y 2 chilenos).

Además sólo para la presa de 100 m de altura se muestran los resultados del Factor de seguridad mínimo al interior de la presa y, en el Anexo C, los registros de historia de los factores de seguridad monitoreados en cuatro puntos de la presa considerados de alta deformación.

Para la presa de 50 y 100 m de altura también se han obtenido registros de historias de aceleración y desplazamiento en dirección horizontal, graficándose los valores máximos, tal como se muestran en el Anexo D.

7.1. Pseudo función de transferencia y periodo fundamental

7.1.1. Fundación

La pseudo función de transferencia para la fundación simplificada de 50x30 m, obtenido con el registro sísmico de Imp. Valley, estación Cerro Prieto tipo vibratorio, se muestra en la Figura 7.1, donde se aprecia claramente los tres primeros modos fundamentales de vibración, cuyos valores de frecuencia se muestran en la Tabla 7.1.

También se ha realizado el cálculo de la pseudo función de transferencia de la fundación de 610x30 utilizando el registro de aceleración del sismo de Irpinia, estación Bovino tipo vibratorio, que además este sismo es distinto al utilizado para obtener la pseudo función de transferencia para la fundación de 50x30 m, Figura 7.2. Los resultados de la pseudo función de transferencia para las fundaciones de 50x30 m y 610x30 m se muestran en la Tabla 7.1.

También se ha realizado un cálculo para determinar el periodo fundamental de vibración para la fundación (considerando una velocidad promedio de onda de corte igual a 631 m/s) con la siguiente expresión:

$$T = \frac{4H}{n V_s} \quad \text{Ec. 7.1}$$

Donde T es el periodo fundamental de vibración, H es la altura de la fundación (30 m) y $n = 1, 2$ y 3 representan el primer, segundo y tercer modo de vibración respectivamente. Los valores de la frecuencia fundamental de vibración, f , son obtenidos con la inversa del periodo T . En la Tabla 7.1 se muestra la comparación de los resultados obtenidos con las distintas consideraciones.

Tabla 7.1 Comparación de las frecuencias fundamentales de vibración entre FLAC y fórmulas de vibración, para distintas dimensiones de la fundación.

N° de modo	Frecuencia fundamental de la fundación, f (hz)		
	610x30 m (Ipinia-Bovino)	50x30 m (Imp. Valley-Cerro Prieto)	Fórmulas
1	5.22	5.25	($n=1$) 5.26
2	13.90	13.90	($n=2$) 15.78
3	22.35	22.35	($n=5$) 26.30

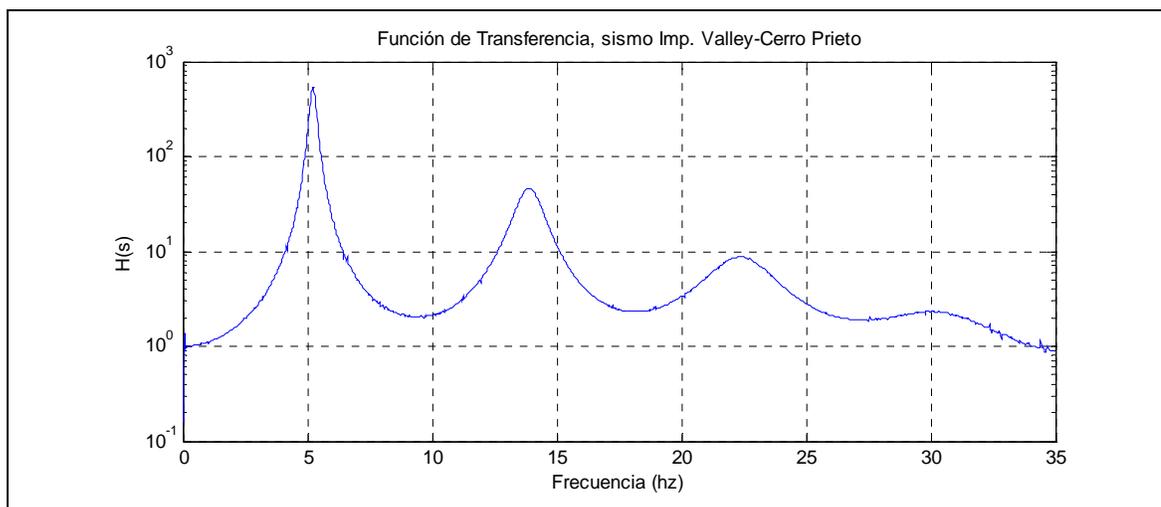


Figura 7.1: Pseudo función de transferencia para el sistema Fundación de 30x50 m.
Sismo Imperial Valley tipo vibratorio, estación Cerro prieto

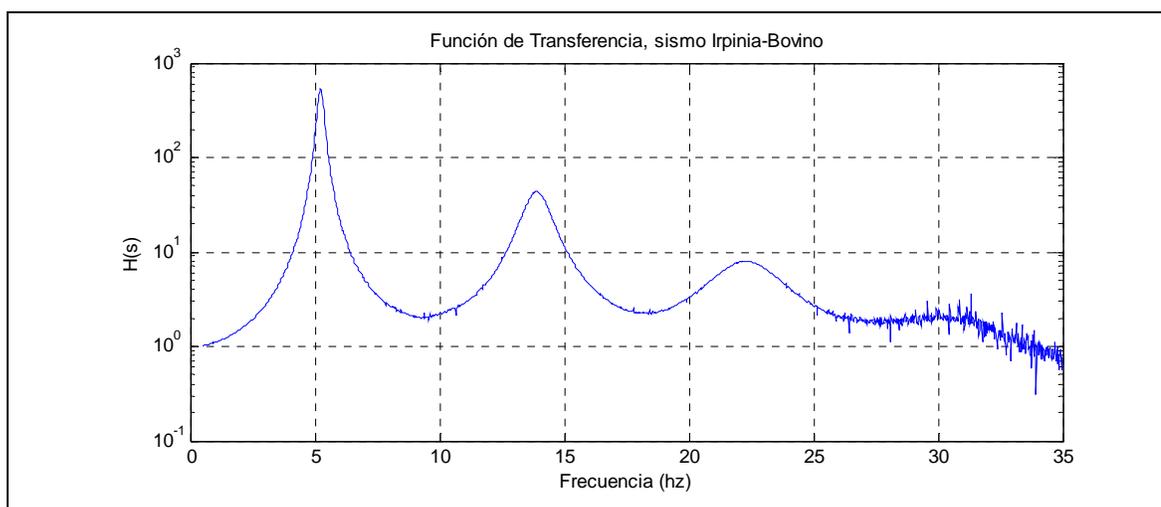


Figura 7.2: Pseudo función de transferencia para la Fundación de 610x30 m. Sismo Irpinia tipo vibratorio, estación Bovino.

7.1.2. Presa de 50 y 100 m de altura

Las pseudo funciones de transferencia para la presa de 50 y 100 m de altura obtenidas con el registro sísmico de Loma Prieta, estación Waho tipo vibratorio, se muestran en la Figura 7.3 y Figura 7.4 respectivamente, donde claramente se aprecia los tres primeros modos fundamentales de vibración. En estas figuras también se muestra la media móvil para 5, 10 y 15 puntos. Los valores de la frecuencia fundamental de cada modo se presentan en la Tabla 7.2.

Con el objeto de mostrar que nuestro sistema (presa) se encuentra en el rango elástico y por lo tanto se puede aplicar el concepto de función de transferencia, se presentan los espectrogramas de aceleración para la presa de 50 y 100 m de altura en la Figura 7.5 y Figura 7.6 respectivamente.

Tabla 7.2: Frecuencias fundamentales de la presa de altura 50 y 100 m.

Nº de modo	Frecuencia, f (hz)	
	H = 50 m	H = 100 m
1	1.25	0.75
2	2.00	1.23
3	2.85	1.69

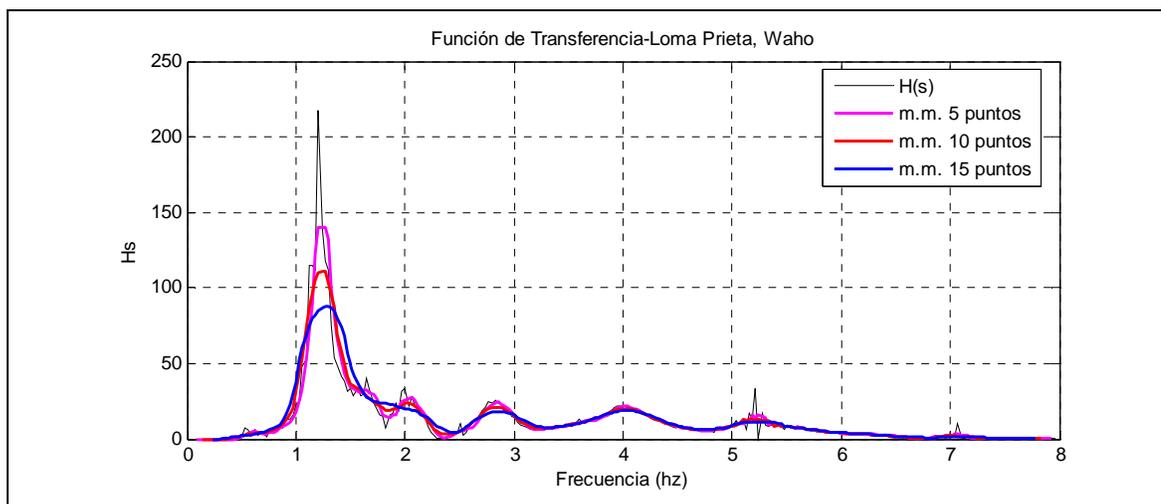


Figura 7.3: Pseudo función de transferencia para la presa de 50 m de altura. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.

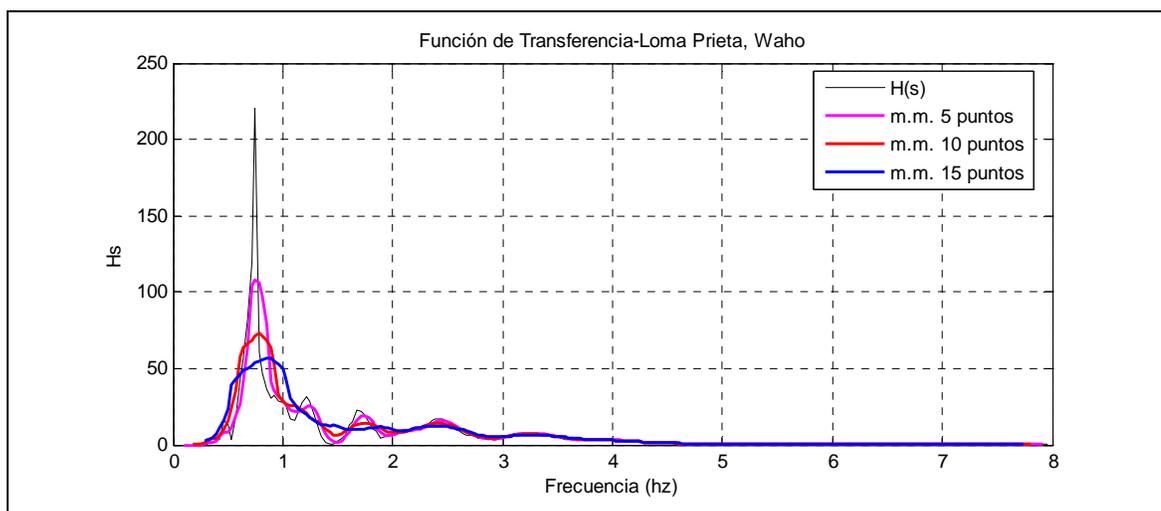


Figura 7.4: Pseudo función de transferencia para la presa de 100 m de altura. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.

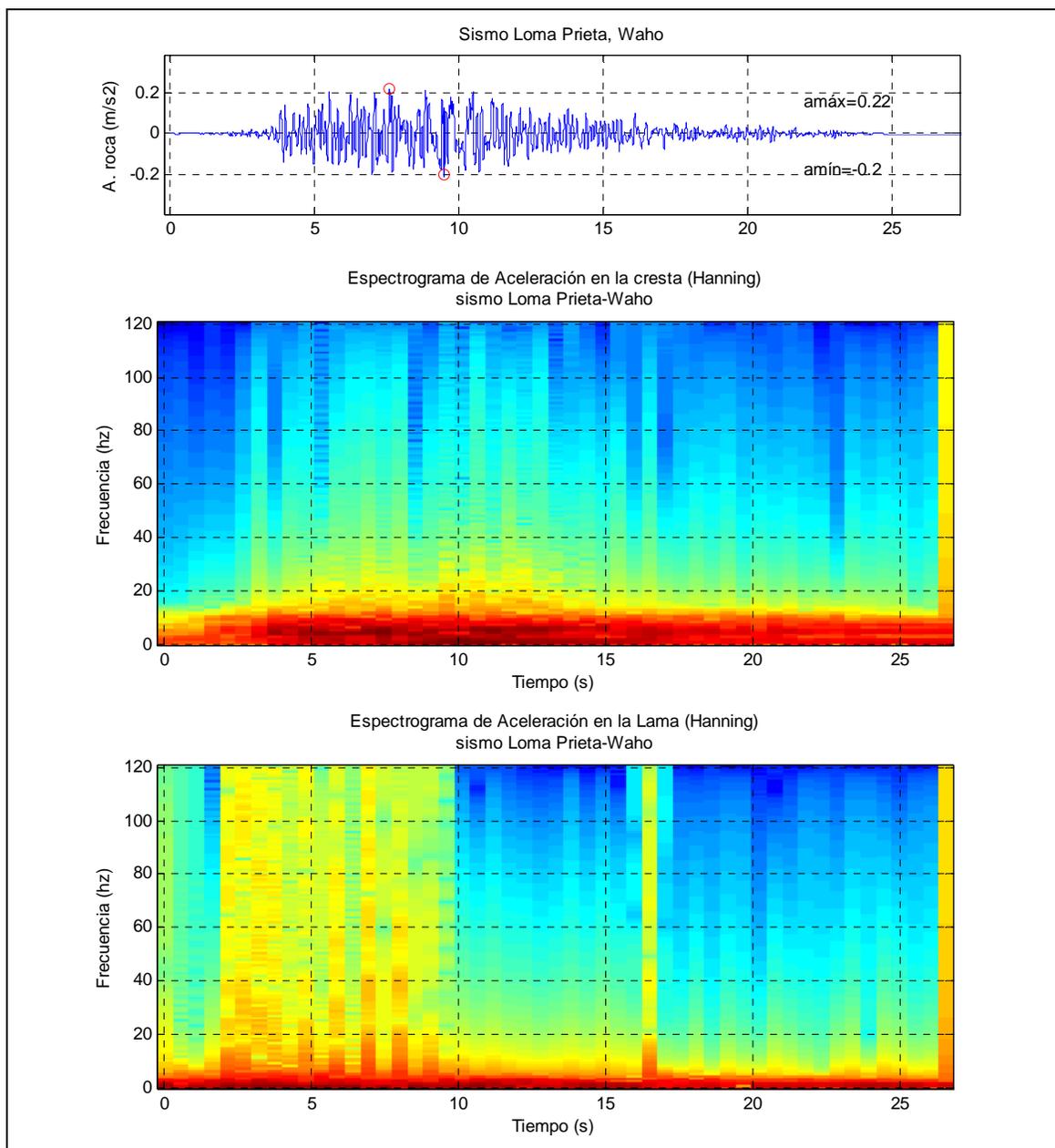


Figura 7.5: Espectrograma de aceleración en el coronamiento de la presa (H=50 m) y en la lama. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.

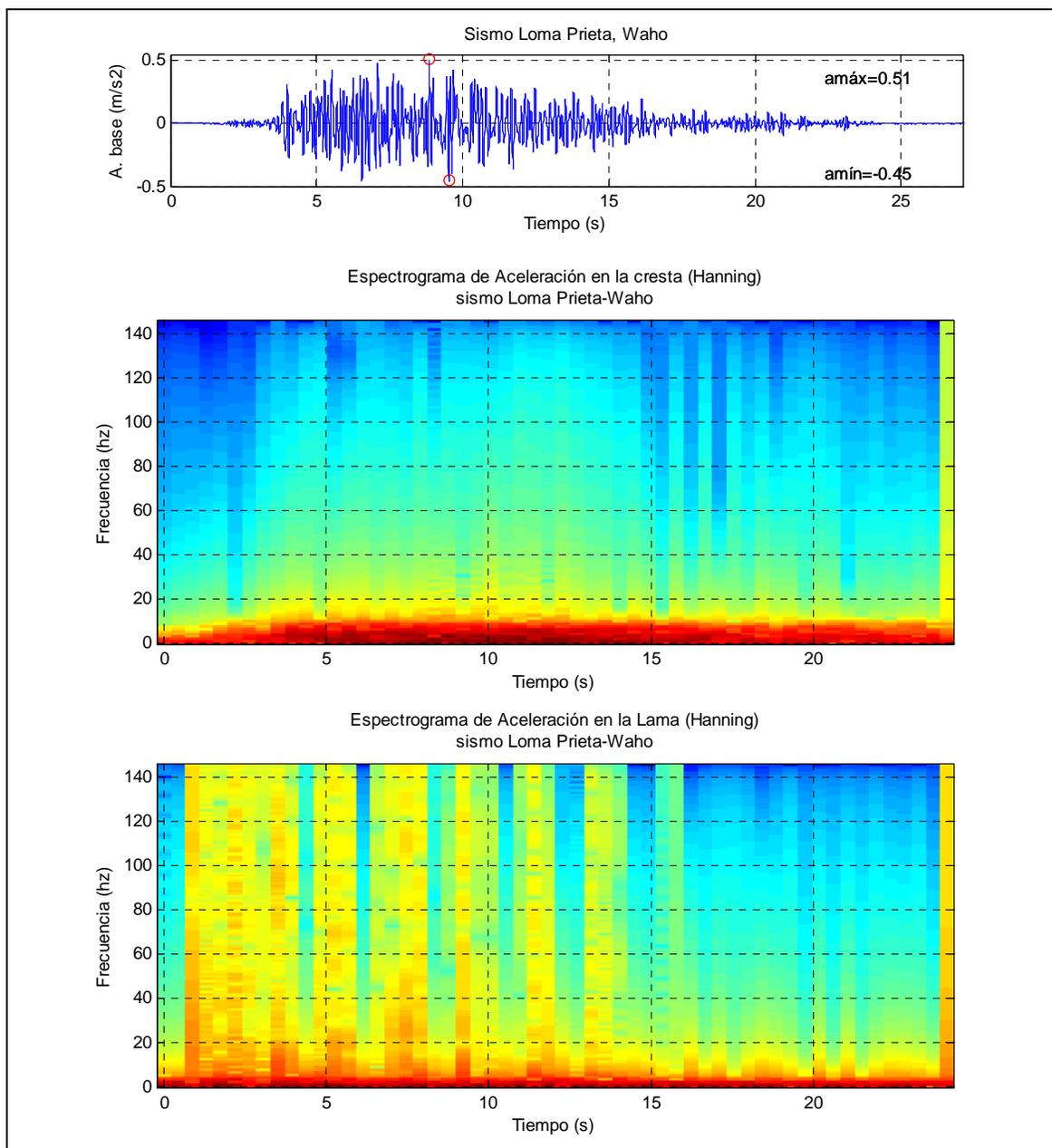


Figura 7.6: Espectrograma de aceleración en el coronamiento de la presa (H=100 m) y en la lama. Sismo Loma Prieta tipo vibratorio, estación Waho.

7.2. Deformación angular máxima dentro de la presa

7.2.1. Presa de 50 m de altura

Por comodidad visual las figuras en esta sección (curvas de deformación angular) muestran el logaritmo de la deformación angular máxima absoluta obtenida durante el análisis dinámico de la presa; pues de lo contrario aparecerían demasiados colores dentro de cada gráfico. Por tal motivo una equivalencia de los valores mostrados en los gráficos con la deformación angular se presenta en la Tabla 7.3.

Tabla 7.3: Equivalencia de los valores de los colores del grafico con la deformación angular.

Logaritmo de la deformación angular absoluto (valores mostrados en gráficos)	Deformación angular (%)
5.00E-01	3.16E-03
1.00E+00	1.00E-03
1.50E+00	3.16E-04
2.00E+00	1.00E-04
2.50E+00	3.16E-05
3.00E+00	1.00E-05
3.50E+00	3.16E-06

Los gráficos de deformación angular para la presa de 50 m de altura, desde la Figura 7.7 hasta la Figura 7.10, muestran que el valor máximo de sus curvas es 3.16E-3 % (para una aceleración en campo libre de 0.8 g sobre la fundación) y que estas curvas aparecen casi paralelas al talud aguas abajo de la presa.

Asimismo los gráficos de deformación angular para la presa de 100 m de altura, desde la Figura 7.11 hasta la Figura 7.14, muestran que el valor máximo de sus curvas es igual a 1E-3% y que estas curvas aparecen casi paralelas al talud aguas abajo de la presa.

Debido a los dos párrafos anteriores podríamos decir que las deformaciones angulares cerca al talud aguas abajo de la presa es tres veces más grande para la presa de 50 m comparada con la de 100 m.

Para la presa de 50 m, los gráficos obtenidos con sismos impulsivos muestran una especie de “pulsos” en sus curvas. Quizás esto se debe a la naturaleza del tipo de sismo. Esto se presenta en la Figura 7.9 para los sismos Coyote Lake, Imperial Valley y Northridge.

Para la presa de 50 m, las curvas de la Figura 7.8, para los sismos de Landers y Loma Prieta sismos del tipo intermedio, muestran también estos “pulsos” en sus curvas. Quizás esto también se debe a que estos sismos presenten pulsos en su contenido.

Para la presa de 100 m los gráficos obtenidos con sismos impulsivos también muestran “pulsos” en sus curvas. Sin embargo para los gráficos obtenidos con sismos del tipo intermedio, Figura 7.12, ya no se presentan estos “pulsos” en sus curvas, pese a que también se analiza con el sismo de Landers (el cual también se uso para la presa de 50 m).

Como ya lo habíamos mencionado anteriormente, los tres últimos párrafos confirman que la respuesta dinámica de la presa, entre otros factores, también depende de sus características geométricas y del tipo de sismo.

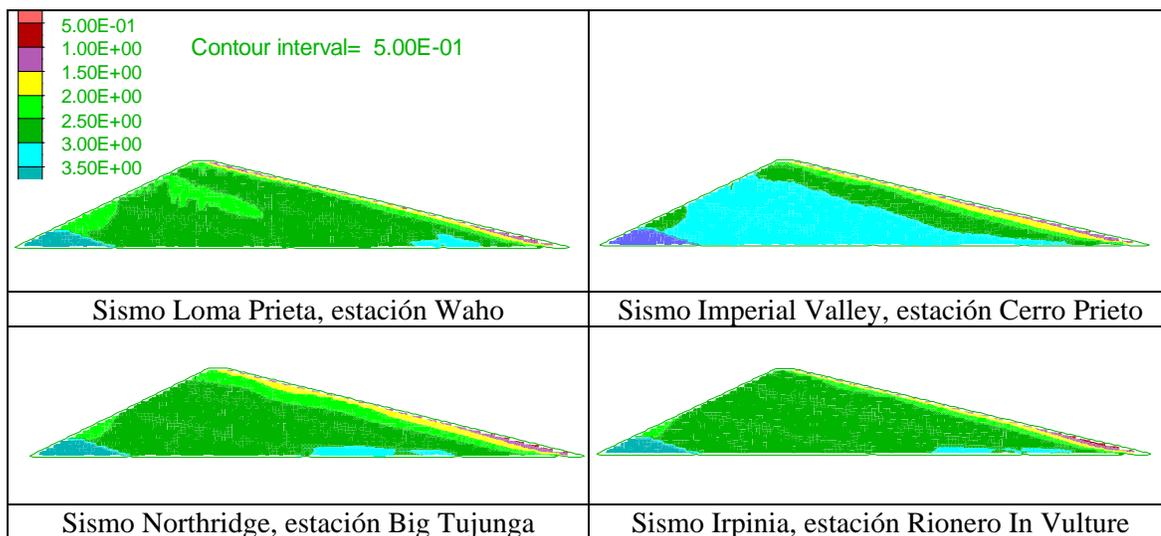


Figura 7.7: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 50 m de altura.

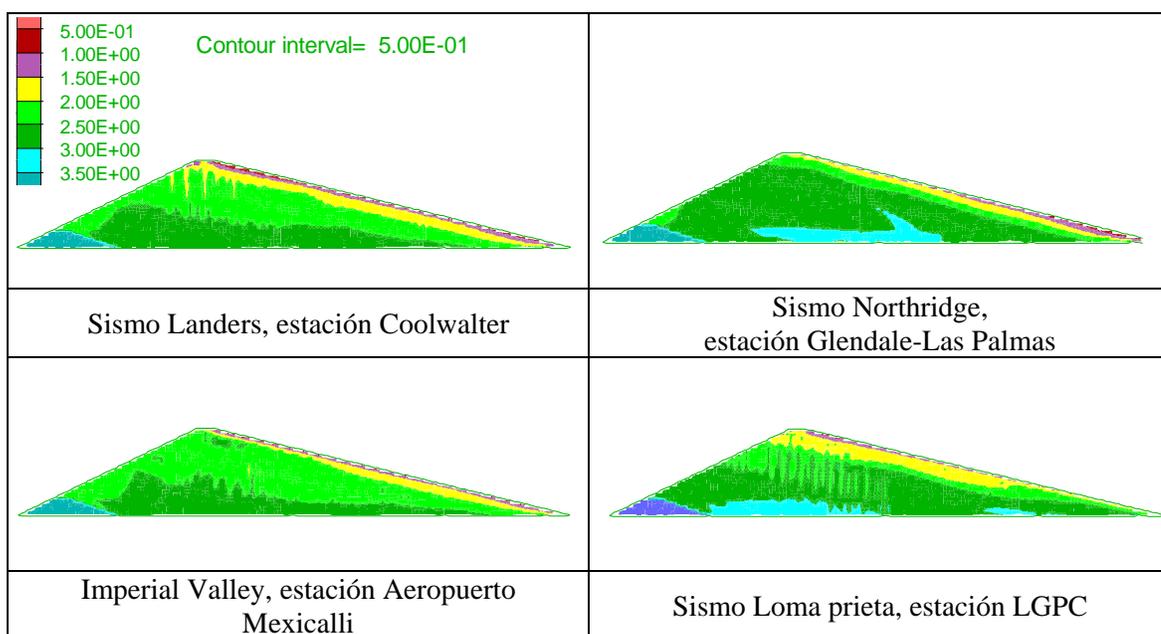


Figura 7.8: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 50 m de altura.

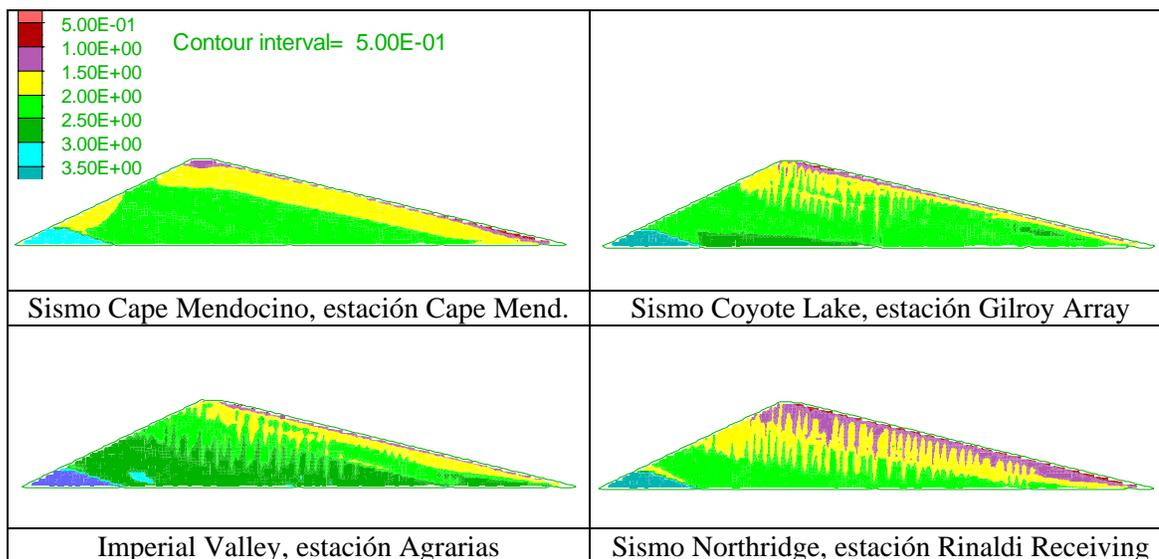


Figura 7.9: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 50 m de altura

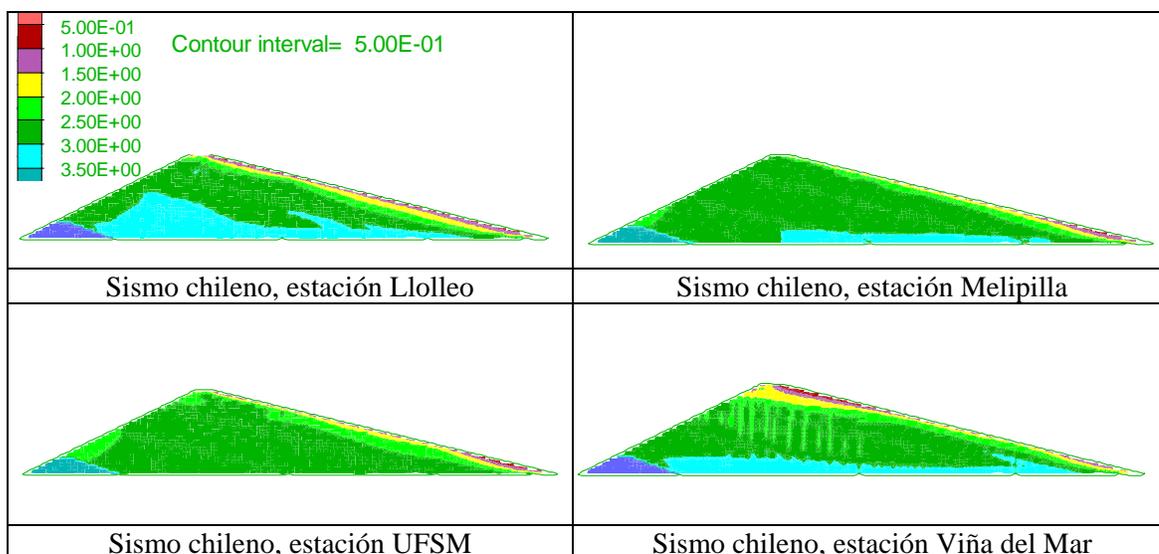


Figura 7.10: Deformaciones angulares máximas para sismos chilenos en la presa de 50 m de altura

7.2.2. Presa de 100 m de altura

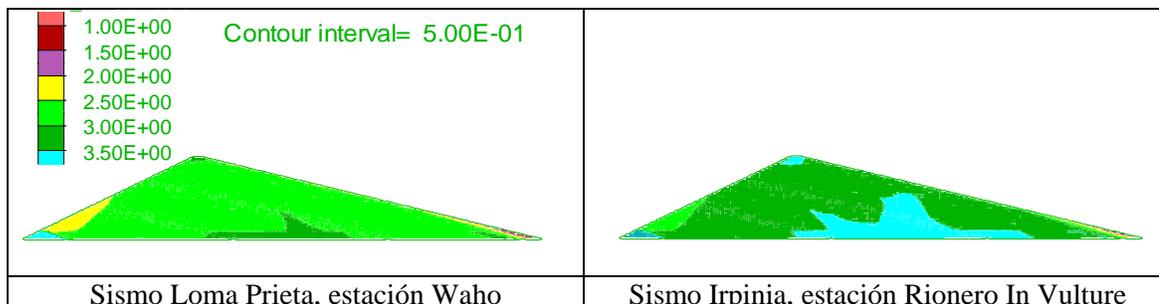


Figura 7.11: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura

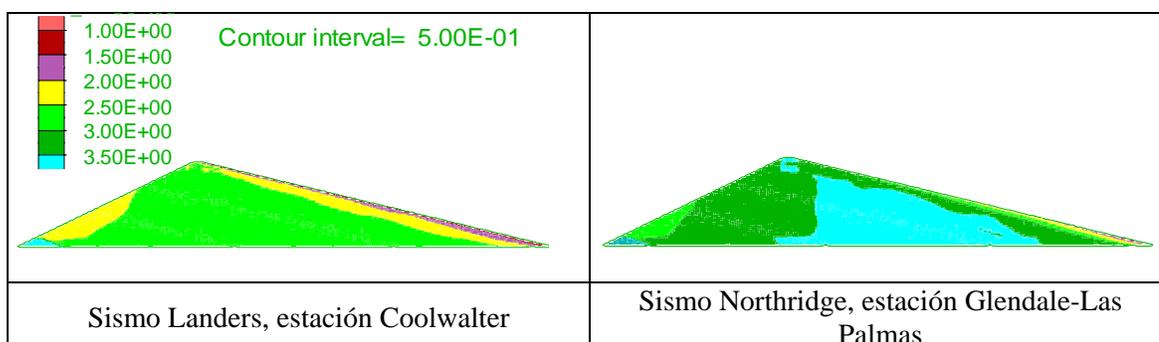


Figura 7.12: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura

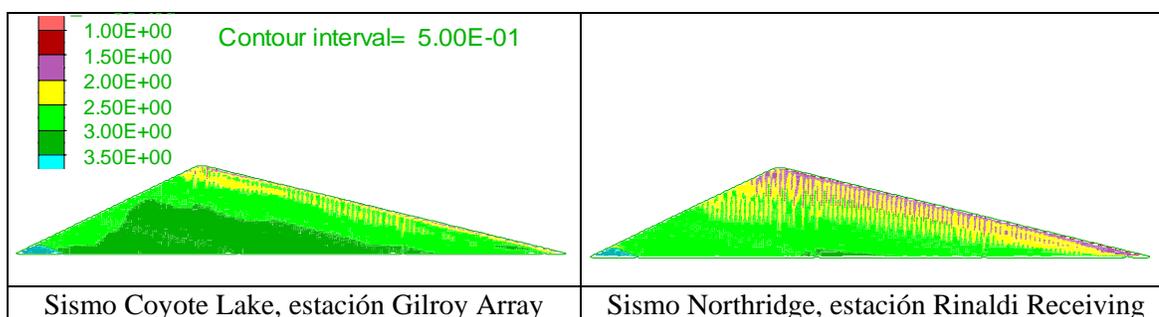


Figura 7.13: Deformaciones angulares máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura

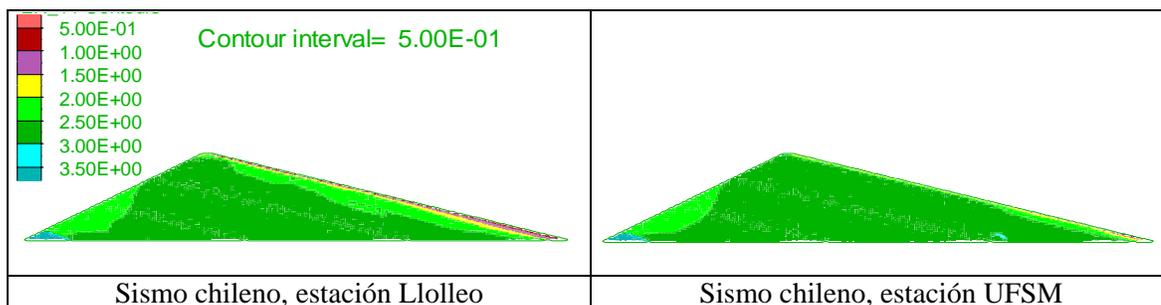


Figura 7.14: Deformaciones angulares máximas para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura

7.3. Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas dentro de la presa

Es necesario recordar que la razón de tensiones cíclicas solicitantes es la razón entre las tensiones cíclicas inducidas por el sismo y presión de confinamiento efectiva. Por otro lado, en este trabajo, se ha asociado que la zona saturada con valores más altos de razón de tensiones cíclicas solicitantes es la zona con mayor potencial de licuefacción (movilidad cíclica).

Se muestran en los gráficos de razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas, para la presa de 50 y 100 m de altura, que los valores de las curvas se amplifican desde la base de la presa hacia el coronamiento. Quizás esto se debe a la amplificación de la señal, pues el esfuerzo de corte solicitante también se amplifica y la presión de confinamiento disminuye a medida que viaja la señal desde la base hacia el coronamiento.

7.3.1. Presa de 50 m de altura

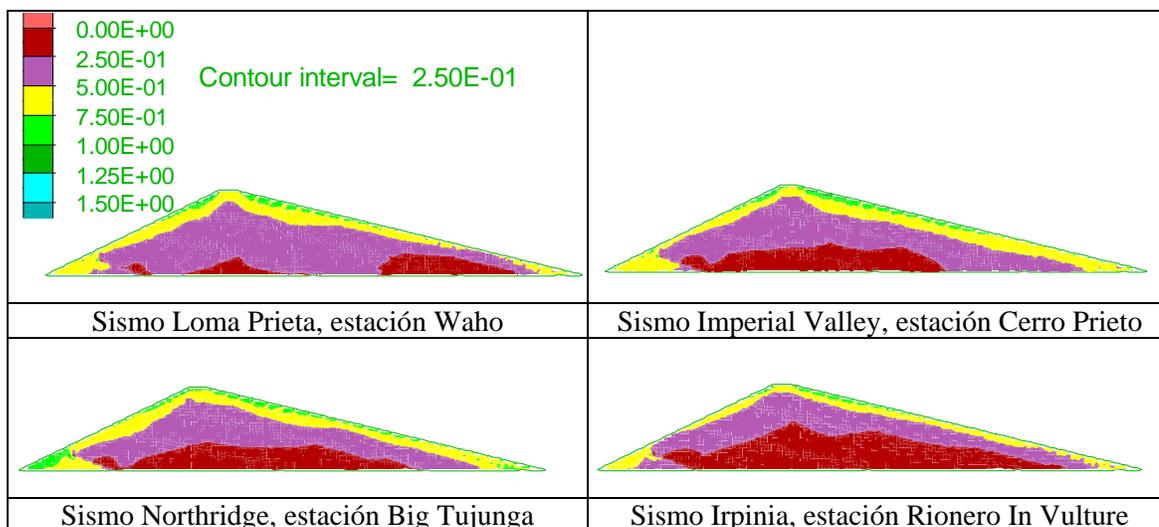


Figura 7.15: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 50 m de altura

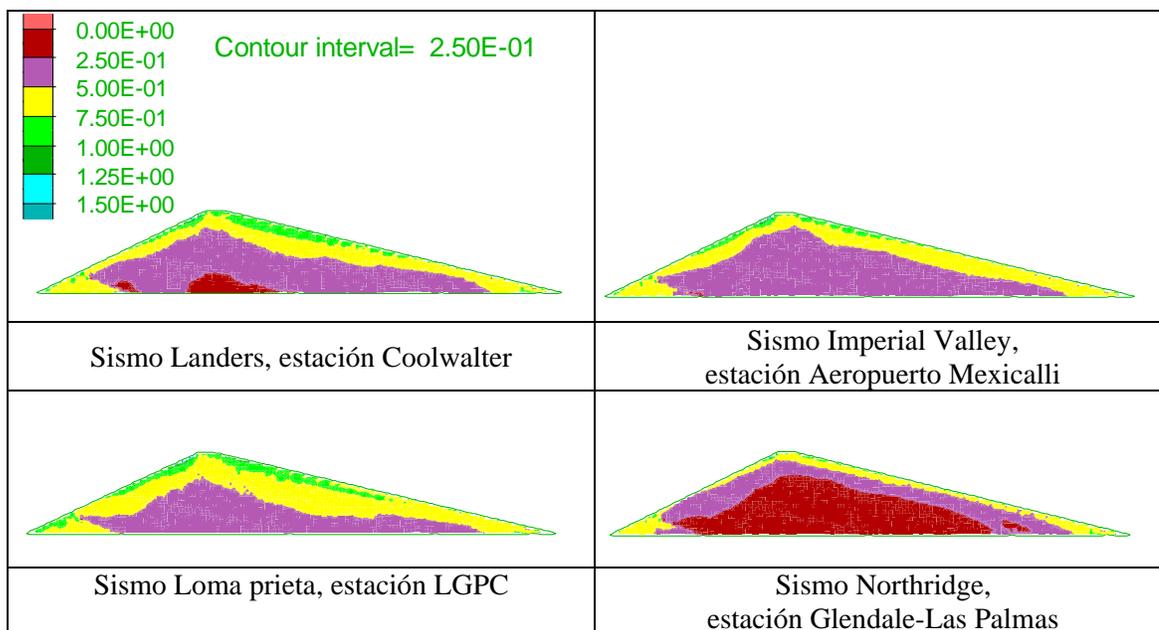


Figura 7.16: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 50 m de altura

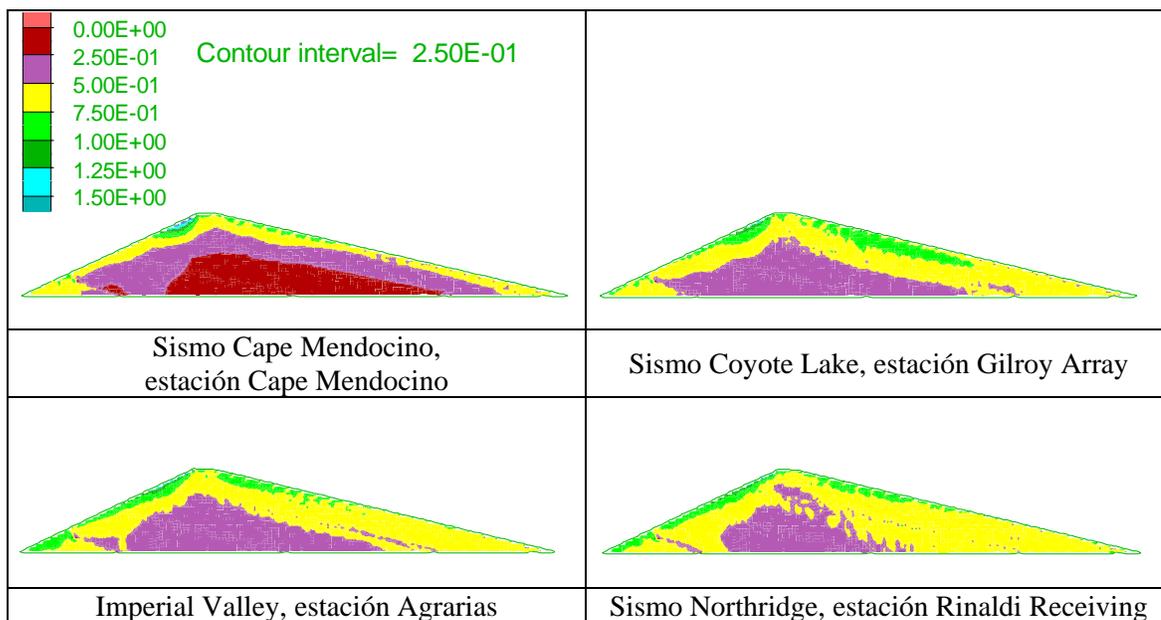


Figura 7.17: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo impulsivos en la presa de 50 m de altura

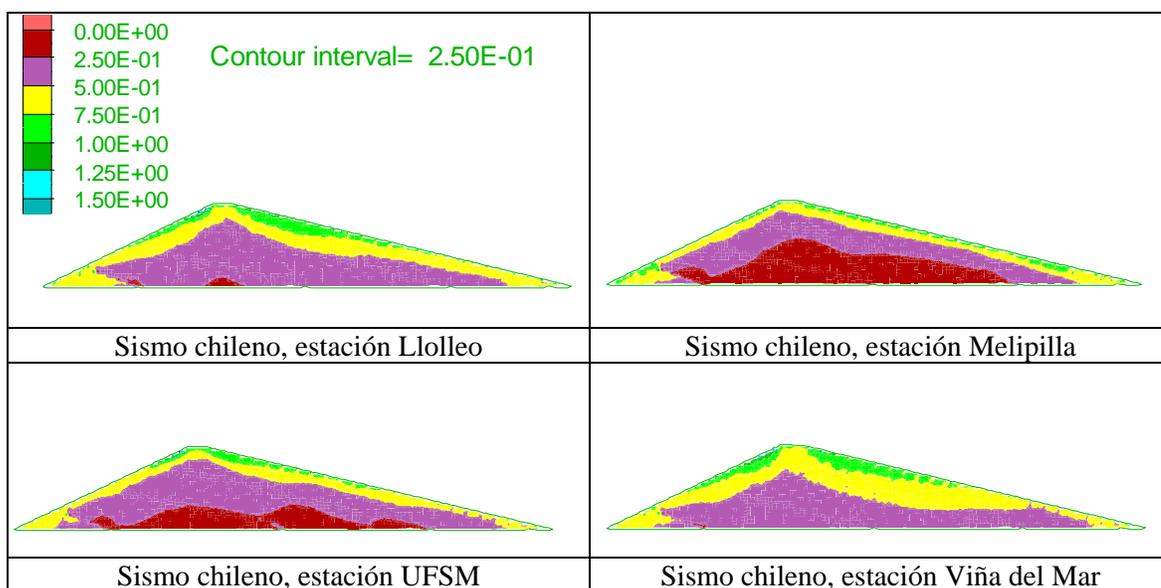


Figura 7.18: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos chilenos en la presa de 50 m de altura

7.3.2. Presa de 100 m de altura

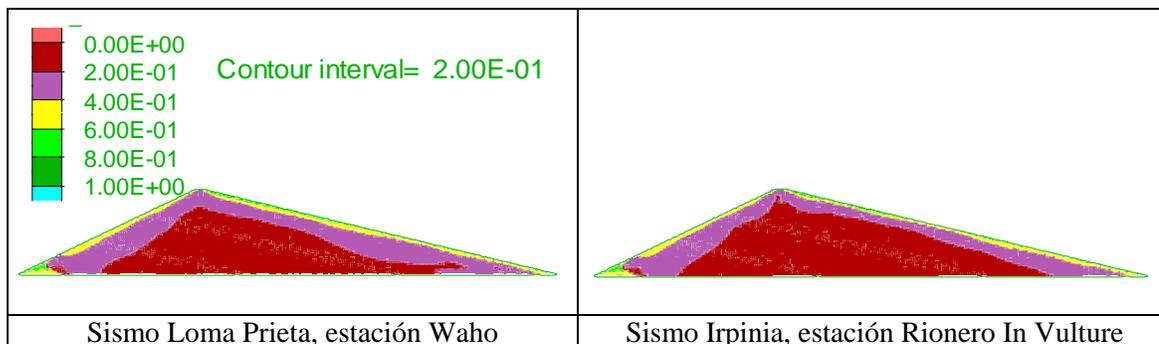


Figura 7.19: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura.

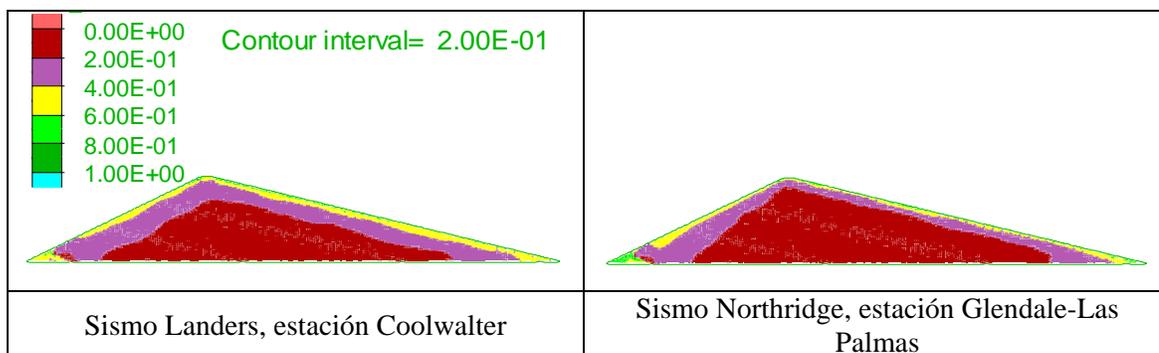


Figura 7.20: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura.

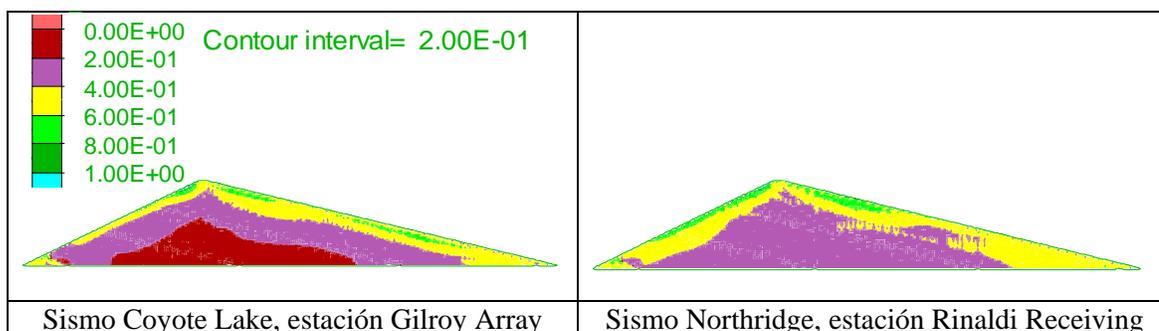


Figura 7.21: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura.

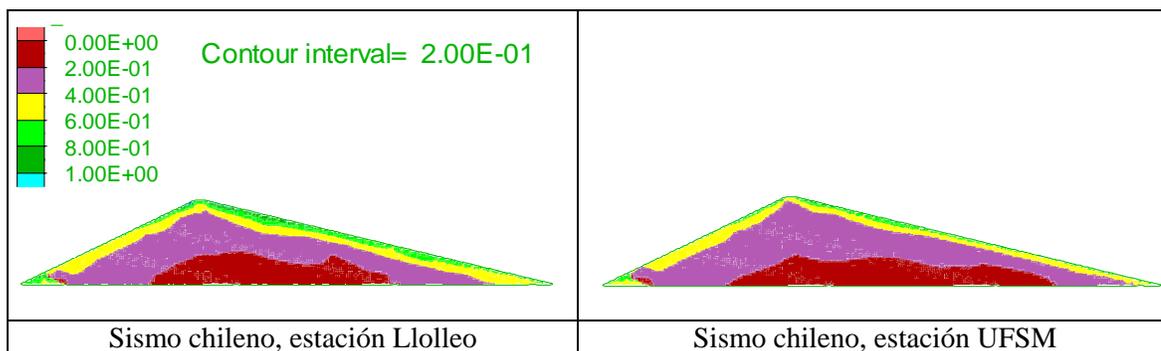


Figura 7.22: Razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura.

7.4. Evaluación del potencial de licuefacción dentro de la zona saturada en la presa de relaves

En este estudio, el potencial de licuefacción ha sido analizado a través de la evaluación de la movilidad cíclica en la zona saturada de la presa, donde se ha comparado la razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas inducidas por el sismo, $R_{solicitante}$, con la resistencia cíclica de las arenas de relave, R .

Para realizar esta comparación se han multiplicado por 0.65 los valores elegidos de razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas, en la base de la presa de 50 y 100 m de altura, siguiendo la idea propuesta por Seed y colaboradores, obteniéndose los valores que se presentan en la Tabla 7.5.

Es necesario mencionar que para elegir los valores de razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas, se ha dividido la base de la presa en tres zonas: zona aguas arriba, zona central y zona aguas abajo. En la Tabla 7.4 se muestran los valores máximos observados de la razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas en cada zona de la base de la presa de 50 y 100 m. Las consideraciones para elegir estos valores han sido:

- En la zona aguas arriba de la base de la presa se ubica el muro de partida con un alto valor del módulo de corte, que genera concentraciones de tensiones en esta zona. Por tal motivo, se han elegido los máximos valores de razón de tensiones cíclicas solicitantes en la parte central de la zona aguas arriba de la base de la presa.
- La zona aguas abajo de la base de la presa, cerca al talud, presenta presiones de confinamiento bajas, así los valores de razón de tensiones cíclicas solicitantes cerca al talud aguas abajo de la presa resultan altos. Sin embargo por el mismo motivo, los valores de resistencias cíclicas también deberían de ser altos. Por lo tanto, se han elegido los valores de razón de

tensiones cíclicas solicitantes en la parte central de la zona aguas abajo de la base de la presa.

En la Tabla 7.4 se observa que los valores máximos, ocurridos son iguales a 0.6 y 0.5 para la presa de 50 y 100 m respectivamente. Además estos se presentan en la base aguas abajo de la presa y corresponden a los sismos del tipo impulsivo.

Tabla 7.4: Valores máximos observados de la razón de tensiones cíclicas solicitantes máximas obtenidos del análisis dinámico en la base de la presa de 50 y 100 m.

Tipo de sismo	Presa de 50 m			Presa de 100 m		
	base aguas arriba	base central	base aguas abajo	base aguas arriba	base central	base aguas abajo
Vibratorio	0.3	0.25	0.4	0.25	0.1	0.2
Impulsivo	0.5	0.45	0.6	0.4	0.3	0.5
Intermedio	0.4	0.4	0.45	0.25	0.15	0.3
Chileno	0.35	0.35	0.4	0.3	0.15	0.3

Tabla 7.5: Valores de la Tabla 7.4 multiplicados por 0.65, según metodología simplificada de Seed e Idriss (1971)

Tipo de sismo	Presa de 50 m			Presa de 100 m		
	base aguas arriba	base central	base aguas abajo	base aguas arriba	base central	base aguas abajo
Vibratorio	0.20	0.16	0.26	0.16	0.07	0.13
Impulsivo	0.33	0.29	0.39	0.26	0.20	0.33
Intermedio	0.26	0.26	0.29	0.16	0.10	0.20
Chileno	0.23	0.23	0.26	0.20	0.10	0.20

La Figura 7.23 muestra las curvas de resistencia cíclica para arenas de relaves cicloneados con distintas densidades relativas y porcentaje de finos igual a 10 % (Viertel, 2003). La Figura 7.24 presenta la curva de resistencia cíclica para relaves cicloneados compactados al 65 % de densidad relativa, situación que se estima es

representativa para este tipo de presas. Es necesario aclarar que la curva de resistencia cíclica de la Figura 7.24 ha sido obtenida de interpolar en la curvas de la Figura 7.23 y que debido a efectos de presión confinante ha sido corregida considerando un factor K_σ igual a 0.8 (Verdugo R. , 2008).

Por otro lado, en la Figura 7.24 también se han graficado los valores máximos de la razón de tensiones cíclicas solicitantes obtenidos de la Tabla 7.5 para cada tipo de sismo versus el número de ciclos equivalentes.

Para elegir el número de ciclos equivalentes de cada sismo se ha considerado que sismos impulsivos por definición están asociados a menores ciclos que los vibratorios y estos a su vez menores a los chilenos. El número de ciclos equivalentes que se ha considerado es la mejor estimación que se ha podido realizar con la información disponible.

Como el $R_{solicitante}$ se puede asociar a la magnitud del sismo a través del número de ciclos equivalentes (Seed & Idriss, 1971), en este estudio, para los sismos del tipo vibratorio y chilenos se ha considerado un número de ciclos equivalentes igual a 30, que corresponde a un sismo de magnitud, M_s , igual a 8. Mientras que los sismos del tipo impulsivo e intermedio se han asociado a un número de ciclos equivalentes igual a 10 y 20 respectivamente.

En la Figura 7.24 se muestra que en la base de la presa, es decir en la zona saturada, no existe licuación debido a que los valores graficados de razón de tensiones cíclicas máximas solicitantes, $R_{solicitante}$, obtenidos de la Tabla 7.5, versus el número de ciclos equivalentes están por debajo de la curva de resistencia cíclica, R , corregida por presión de confinamiento. Por lo tanto, en este trabajo, no ha sido necesario considerar la resistencia post-licuefacción del suelo; es decir la resistencia última no-drenada, en la zona saturada.

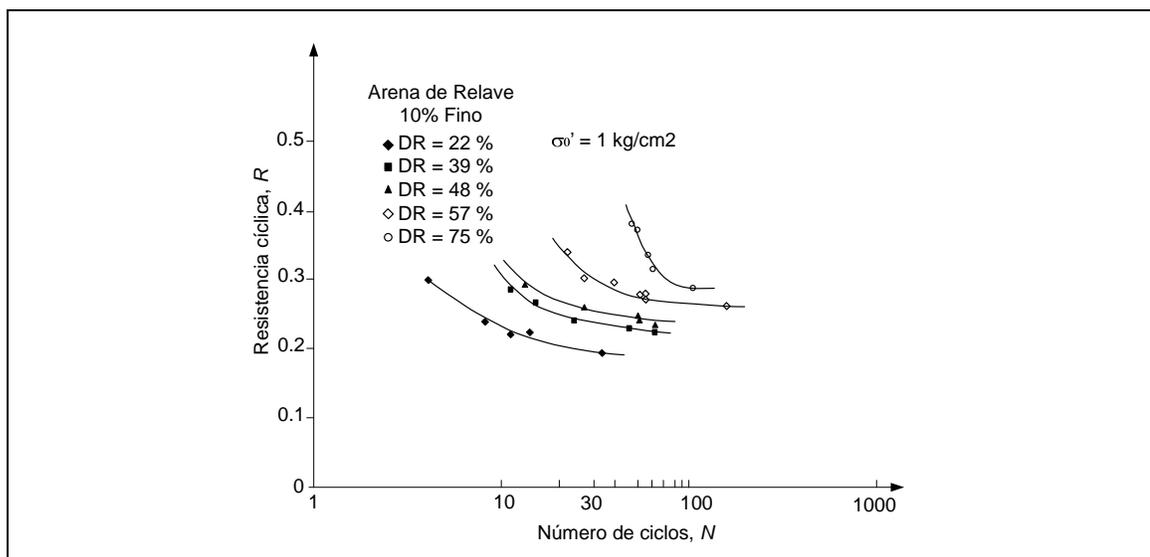


Figura 7.23: Curvas de resistencia cíclica de las arenas de relave para distintas densidades relativas y porcentaje de finos igual a 10 % (Viertel, 2003)

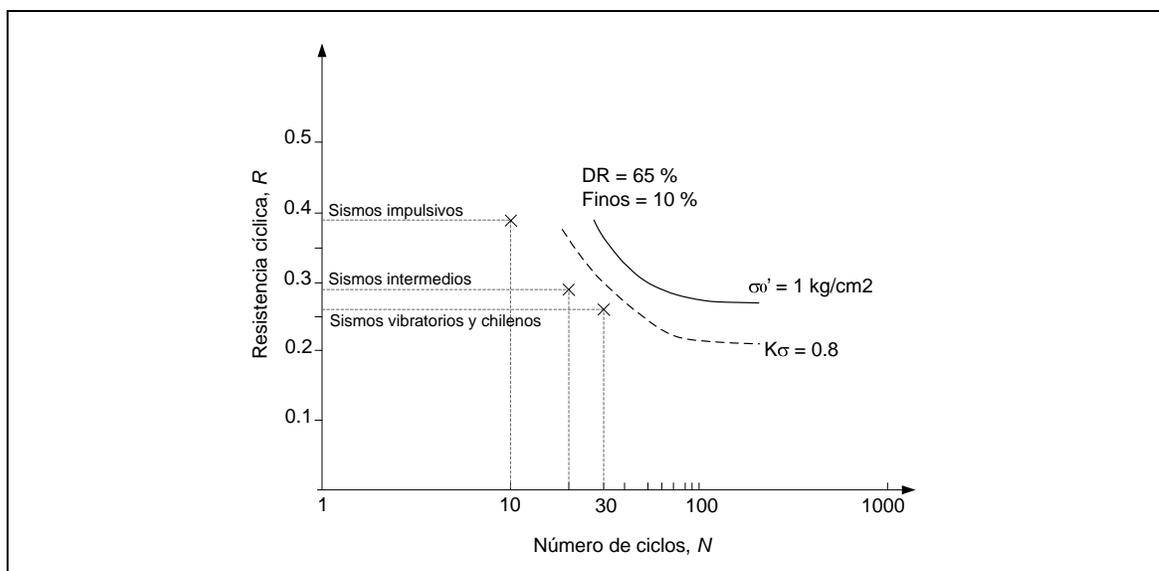


Figura 7.24: Evaluación del potencial de licuefacción: comparación de la resistencia cíclica de las arenas de relave (DR=65%) con la razón de tensiones cíclicas máximas solicitantes de cada tipo de sismo

7.5. Factor de seguridad mínimo dentro de la presa de 100 m de altura

Desde la Figura 7.25 y Figura 7.28 se muestran las curvas de contorno del factor de seguridad mínimo obtenido durante el análisis dinámico. En general estas curvas se encuentran ubicadas paralelas al borde del talud aguas abajo de la presa y que el valor de cada curva aumenta con la profundidad

En todas estas figuras se observa que el factor de seguridad tiene un valor mayor o igual a 1.5, excepto para las curvas que han sido obtenidas con el sismo de Northridge de tipo impulsivo. En todas estas curvas también se observa que a media altura de presa el factor de seguridad alcanza un valor igual a 2.5.

Los párrafos anteriores sugieren que la estabilidad dinámica, asociada al factor de seguridad definido por la ecuación Ec. 6.20, de estas estructuras es alta.

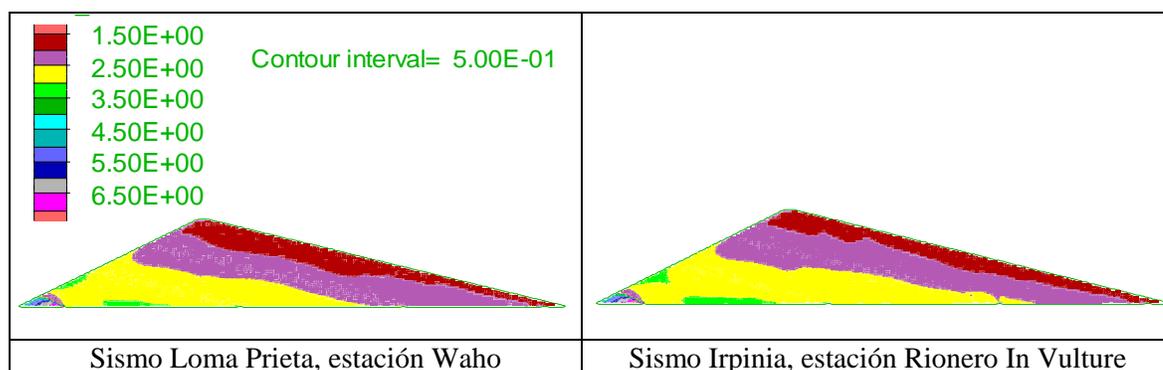


Figura 7.25: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura.

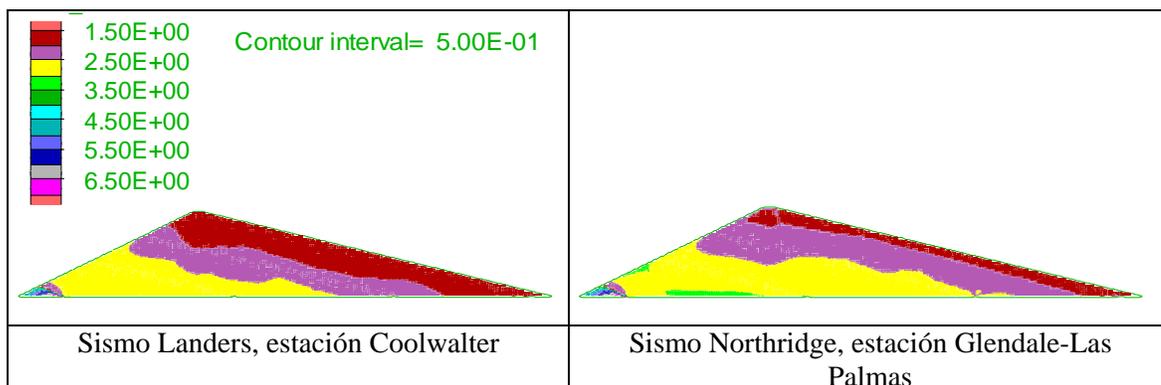


Figura 7.26: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura.

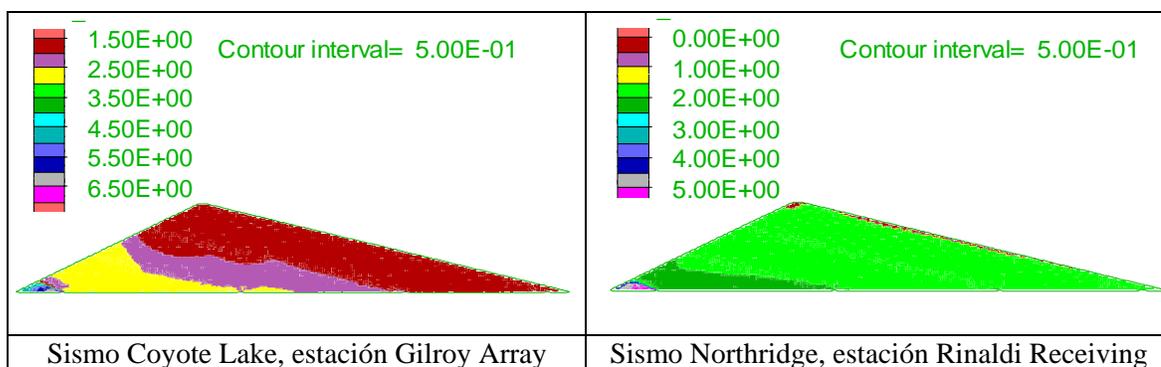


Figura 7.27: Factor de seguridad mínimo para sismos del tipo impulsivo en la presa de 100 m de altura.

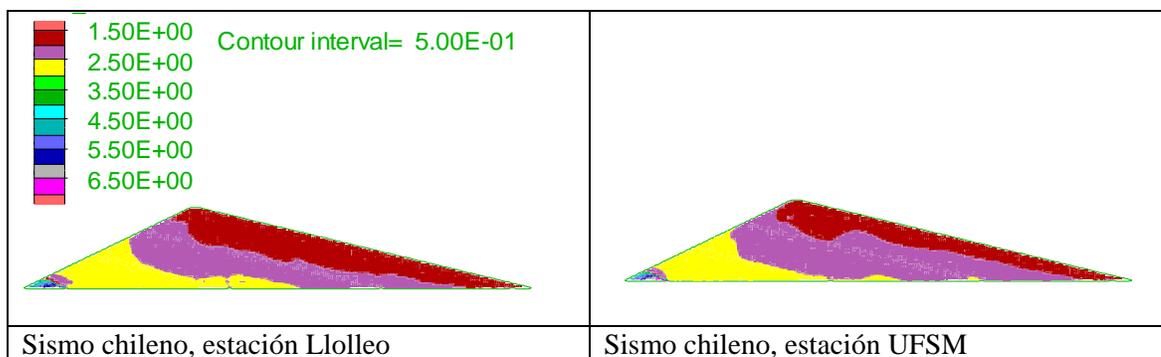


Figura 7.28: Factor de seguridad mínimo para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura.

7.6. Registros de historia de los factores de seguridad - presa de 100 m de altura

Se ha monitoreado los registros de historia del factor de seguridad en cuatro puntos, considerados de alta deformación, de la presa de 100 m de altura, tal como se muestra en la Figura 7.29, cuyos resultados se muestran en los gráficos del Anexo C, donde sólo se han graficado valores del factor de seguridad desde 0 hasta 3. Es necesario mencionar que el valor igual a 3 es asumido arbitrariamente; pues factores de seguridad mayores a 3 no son de interés en este trabajo.

Los gráficos del Anexo C muestran que para los cuatro puntos analizados, con los distintos tipos de sismo, el factor de seguridad en todo los casos es mayor que 2, excepto para el caso del sismo Northridge del tipo impulsivo, donde el factor de seguridad en el punto 1 de la Figura 7.29 alcanza un valor igual a 0.98 en el tiempo igual a 3 s, Figura 7.30. Además el registro del sismo de Northridge, Figura A.8 del Anexo A del tipo impulsivo, muestra que el pulso se presenta en 2.8 s. aproximadamente.

Lo anterior sugiere que el valor del factor de seguridad igual a 0.98 está directamente relacionado con el pulso en el registro del sismo de Northridge del tipo impulsivo. Por lo tanto, esto sugiere que que la estabilidad dinámica de la estructura es más sensible a los sismos del tipo impulsivos.

Es de observar que el factor de seguridad mínimo, que tiene un valor igual a 0.98, ocurre en un tiempo muy corto, pues se debe a un pulso.

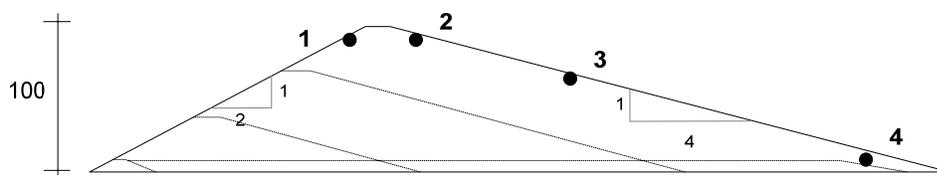


Figura 7.29: Puntos de monitoreo del Factor de seguridad en el tiempo.

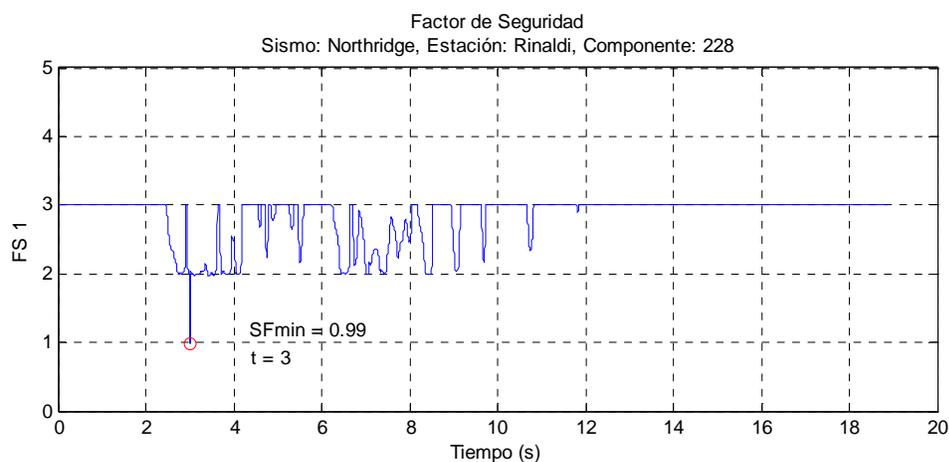


Figura 7.30: Factor de seguridad en el Tiempo, punto de monitoreo 1, Sismo Northridge de tipo impulsivo

Para obtener una idea de qué tipo de sismo es menos perjudicial para la presa se ha trazado una línea horizontal, en las graficas del Anexo C, tal que represente el valor promedio del factor de seguridad en el tiempo de duración del registro. Los resultados se muestran en rangos de valores $[a, b]$ en la Tabla 7.6, donde a es el valor mínimo del rango y b es el valor máximo del rango.

Estos resultados muestran que el valor más alto de a es igual a 4, correspondiente a los sismos chilenos. Esto sugiere que la estabilidad dinámica de la presa de 100 m es menos sensible a los sismos chilenos.

Tabla 7.6: Valores promedios observados del factor de seguridad en el tiempo, monitoreados en cuatro puntos de la presa de 100 m de altura

Tipo de sismo	Rango del factor de seguridad promedio
Vibratorio	[3-6]
Impulsivo	[0.98-8]
Intermedio	[3.5-6]
Chileno	[4-7]

7.7. Valores máximos de aceleración y desplazamiento horizontal monitoreados en distintos puntos de la presa

Se ha monitoreado los registros de historia de aceleración y desplazamiento en distintos puntos de la presa de 50 y 100 m de altura, tal como se muestra en la Figura 7.31, cuyos resultados se muestran en el Anexo D.

Los gráficos del Anexo D muestran que los valores de aceleración para los puntos ubicados en los extremos de la base de la presa presentan mayor amplificación. Lo mismo ocurre para los valores de la aceleración de los puntos ubicados en los extremos de la parte media de la presa. Esto se debe al grado de confinamiento del material ubicado en estos puntos, es decir aguas abajo de la presa no existe material confinante, en cambio aguas arriba de la presa se encuentra la lama pero en condición licuada.

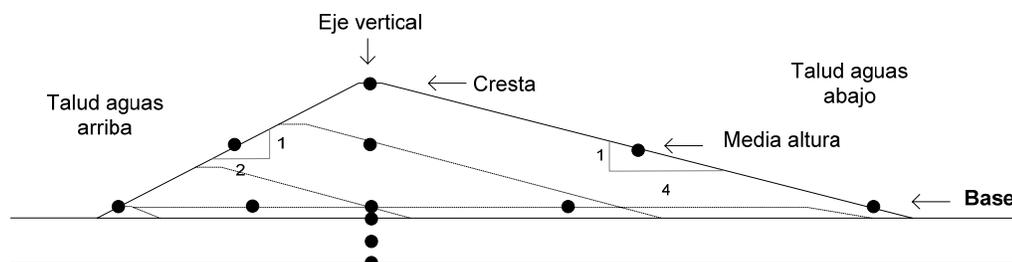


Figura 7.31: Puntos de monitoreo de aceleración y desplazamiento en dirección horizontal para la presa de 500 y 100 m de altura

La Tabla 7.7 muestra un resumen de los resultados, de desplazamiento y aceleración horizontal en el coronamiento de la presa, obtenidos en el Anexo D. Es de interés analizar el desplazamiento máximo en el coronamiento de la presa, por tal motivo se muestra la Tabla 7.8, donde se muestra que los máximos desplazamientos en el coronamiento corresponden a los sismos del tipo impulsivo con un valor de 1.10 y 1.52 m para la presa de 50 y 100 m de altura respectivamente. Es de observar que estos valores están muy por encima del resto, lo cual valida el resultado.

La Tabla 7.7 muestra que la aceleración máxima en el coronamiento corresponde al sismo chileno e impulsivo con un valor de 8.7 y 8.1 m/s^2 para la presa de 50 y 100 m respectivamente. Es de observar que, en casi todos los casos, estos valores de aceleración no son muy distintos, lo cual sugiere realizar más análisis para validar este resultado.

Tabla 7.7: Valores de desplazamiento y aceleración horizontal en el coronamiento para la presa de 50 y 100 m de altura

Tipo de sismo	Presa de 50 m		Presa de 100 m	
	Desplazamiento (m)	Aceleración (m/s^2)	Desplazamiento (m)	Aceleración (m/s^2)
Vibratorio	[0.09-0.17]	[6.6-7.8]	[0.11-0.13]	3.8
Impulsivo	[0.24-1.10]	[7.5-8.0]	[0.52-1.52]	[7.0-8.1]
Intermedio	[0.11-0.65]	[7.9-8.4]	[0.09-0.23]	[4.8-7.9]
Chileno	[0.06-0.79]	[6.5-8.7]	[0.20-0.25]	[4.9-7.2]

Tabla 7.8: Valores máximos de desplazamiento horizontal en el coronamiento para la presa de 50 y 100 m de altura

Tipo de sismo	Desplazamiento (m)	
	h= 50 m	h= 100 m
Vibratorio	0.17	0.13
Impulsivo	1.10	1.52
Intermedio	0.65	0.23
Chileno	0.79	0.25

8. CONCLUSIONES

En este trabajo, los análisis de la presa de arenas de relave suponen: Método de construcción aguas abajo; pendientes de talud 4:1 aguas abajo y 2:1 aguas arriba; permeabilidades típicas de la lama y de la arena de relaves las cuales han definido la ubicación del nivel freático en el modelo numérico (altura del nivel freático 10 m); un valor de aceleración máximo igual a 0.8 g en campo libre sobre la fundación; propiedades típicas de los materiales y la metodología utilizada considerando la degradación de la rigidez.

Las principales conclusiones y que son validas sólo para las presas de arenas de relave con los supuestos mencionados anteriormente, son:

La metodología aplicada, donde se ha considerado la licuación de las lamas al inicio del sismo, hace que se genere en los resultados numéricos un pulso en las respuestas de la presa, que a veces llega a ser mayor que la respuesta del sismo sobre todo en la parte media del talud aguas arriba de la presa. Sin embargo esta condición es el caso más desfavorable para un análisis dinámico.

No se ha determinado una relación directa entre el tipo de sismo y la respuesta dinámica de la presa. Debido a que el comportamiento sísmico de una presa de arenas de relaves depende de sus características geométricas, el tipo de sismo y de la respuesta que se esté estudiando.

La metodología aplicada ha permitido identificar las zonas potencialmente licuables, las cuales han resultado ubicadas en la parte central y aguas abajo de la base de la presa.

La metodología aplicada ha permitido identificar que la estabilidad dinámica de la presa de relaves, ante el nivel de sollicitación sísmica considerada, es más sensible a los

sismos del tipo impulsivo, mientras que para los sismos chilenos la estabilidad dinámica es menos sensible, según los resultados de los factores de seguridad locales.

Luego en la práctica profesional del diseño sísmico de presas de arenas de relave se sugiere tener en cuenta fuentes generadoras de sismos del tipo impulsivo e incluir en los análisis dinámicos de estas estructuras, por lo menos, un sismo de este tipo.

BIBLIOGRAFÍA

Alarcón, E. (1989). Respuesta dinámica de los suelos. *Física de la Tierra. Universidad Complutense de Madrid* (núm. 1), pp. 309-356.

Clough, R., & Penzien, J. (1993). *Dynamics of structures*. New York: McGraw Hill.

Cosmos. (1999-2007). *Cosmos Virtual Data Center*. Recuperado el 20 de 01 de 2008, de <http://db.cosmos-eq.org/>

Cruz, E., Hidalgo, P., Lüders, C., Ridell, R., Rodriguez, F., Troncoso, J., y otros. (1990). *Lecciones del sismo del 3 de marzo de 1985*. Instituto chileno del cemento y del hormigón.

Hardin, O., & Richart, F. (1963). Elastic wave velocities in granular. *Journal of the Soils Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 89, pp. 33-65.

Ishihara, K. (1996). *Soil Behavior in Earthquake Geotechnics*. Oxford University Press Inc.

Ishihara, K. (1985). Stability of Natural Deposits During Earthquakes. *Theme Lecture, Proceedings 11th International Conference on Soil Mech. and Found. Eng.*, Vol. 11, pp. 1311-1314.

Itasca. (2005). *FLAC 2D v5.0 User's Manual, Optional Features: Dynamical Analysis*. Minneapolis, USA.

Janbu, N. (1963). Soil Compressibility as Determined by Oedometer and Triaxial Test. *Proceedings, European conference on Soils Mechanics and Foundation Engineering*, Vol. 1.

Kramer, S. L. (1996). *Geotechnical Earthquake Engineering*. Washington: Prentice Hall.

Lee, K. L., & Seed, H. B. (1976). Cyclic Strees Conditions Causing Liquefaction of Sand. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, vol. 93 (N° SM1), pp. 47-70.

Martin, T., Davies, M., & Rice, S. (2002). *Stewardship of Tailings Facilities*. IIED and WBCSD.

Obilinovic, H., & Barrera, S. (1982). *Propiedades de los suelos de las presas de relaves de Talabre*. I Congreso chileno de ingeniería geotécnica. vol. 1.

Palma, S. (2004). *Propiedades geomecánicas asociadas al diseño sísmico de depósitos de relaves*. Tesis para optar el grado de magister en ingeniería, Universidad de Chile.

Peck, R. B., Hanson, W. E., & Thornburn, T. H. (1999). *Ingeniería de Cimentaciones*. México: Limusa.

PEER. (2000). *PEER Strong Motion Database*. Recuperado el 10 de 11 de 2007, de <http://peer.berkeley.edu/smcat/>

Peters, G. (2004). Propiedades geotécnicas de arenas de relave y sus implicancias en el diseño de tranques. *V Congreso chileno de ingeniería geotécnica* .

Poulos, S. (1981). The steady state of deformation. *Journal of Geotechnical Engineering* , Vol. 107 (N° GT5), pp. 553-562.

Seed, B., & Idriss, I. (1971). Simplified procedure for evaluating soil licuefaction potencial. (ASCE, Ed.) *Journal of the soil mechanics and foundations divition* , Vol. 97 (No. SM9), pp. 1249-1273.

Seed, H. B., & Lee, K. L. (1966). Liquefaction of Saturated Sands during Cyclic Loading. *Journal of Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE* , Vol. 92 (N° SM6), pp. 105-134.

Troncoso, J. (1983). Aplicaciones de dinámica de suelos a la prevención de riesgos sísmicos en Chile. *Revista universitaria UC* (N° 9), pp. 135-148.

Troncoso, J. (1980). *Comportamiento sísmico de una masa de suelos finos no cohesivos*. Santiago, Chile: Universidad Católica, Informe final Proyecto DIUC N° 39/78.

Troncoso, J. (1980). *Comportamiento sísmico de una masa de suelos no cohesivos, Anexo C*. Proyecto DIUC N°39/79, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Troncoso, J. (1993). Dynamic properties of Soils in Tailings Dams. *III Congreso Chileno de Ingeniería Geotécnica* .

Troncoso, J. (1992). *Fundamentos de Ingeniería Geotécnica Antisísmica*. Santiago: Ediciones Universidad Católica de Chile.

Troncoso, J. (1989). Modos de falla sísmica de presas de relaves relacionados con distintas historias de aceleraciones. *2do congreso Chileno de Ingeniería Geotécnica*, Vol. 2, pp. IV-3 - IV-17.

Tschebotarioff, G. P. (1963). *Soils Mechanics Foundations and Earth Structures*. McGraw Hill.

Verdugo, R. (1993). Análisis de estabilidad sísmica de masas de suelos no cohesivos mediante el uso de la respuesta última. *6tas Jornadas chilenas de Sismología e Ingeniería Antisísmica*, Vol. 1, pp. 117-126.

Verdugo, R. (1992). *Characterization of sandy soil behavior under large deformation*. Doctoral Thesis, Department of Civil Engineering, Universidad de Tokio.

Verdugo, R. (1997). Compactación de relaves. *4º Congreso Chileno de Ingeniería Geotécnica*, Vol. 1, pp. 29-41.

Verdugo, R. (2008). *Comunicación personal*.

Verdugo, R. (1983). *Influencia del porcentaje de finos en la resistencia cíclica de las arenas de relave*. Tesis para optar al título de Ingeniero Civil, Departamento de Ingeniería Civil, Pontificia Universidad Católica de Chile.

Verdugo, R. (1989). Seismic design of tailing dams. *5tas jornadas chilenas de sismología e ingeniería antisísmica*, Vol. 2, pp. 627-636.

Verdugo, R. (1995). Zonificación Sísmica y Geotécnica. *X Congreso Panamericano de Mecánica de suelos e Ingeniería de Fundaciones*, Vol. 4, pp. 647-663.

Verdugo, R., & Ishihara, K. (1996). The steady state of sandy soils. *Soils and Foundations*, Vol. 36 (No. 2), pp. 81-91.

Verdugo, R., Retamal, E., & Bard, E. (1995). Algunas críticas sobre la evaluación de la licuefacción. *X Panamericano de mecánica de suelos e ingeniería de cimentaciones*, Vol. 3, pp. 1844-1858.

Viertel, P. (2003). *Efecto del contenido de finos y de la densidad relativa en la resistencia cíclica de arenas de relave*. Memoria para optar el título de ingeniero civil, Universidad de Chile.

Wimpey laboratories Ltda. (1972). Review of research on properties of spoil tip materials. *National Coal Board*.

Yoshida, N. (1998). Nonlinear site response and its evaluation and prediction. *Proc. 2nd International Symposium on the Effect on Surface Geology on Seismic Motion*, vol. 1, pp. 71-90.

Yoshimi, Y., Tokimatsu, K., Kaneko, O., & Makihara, Y. (1984). Undrained cyclic shear strength of a Niigata sand. *Soils and Foundations*, Vol. 24 (N° 4), pp. 131-145.

ANEXOS

ANEXO A: CLASIFICACIÓN DE LOS REGISTROS

Sismos del tipo vibratorio

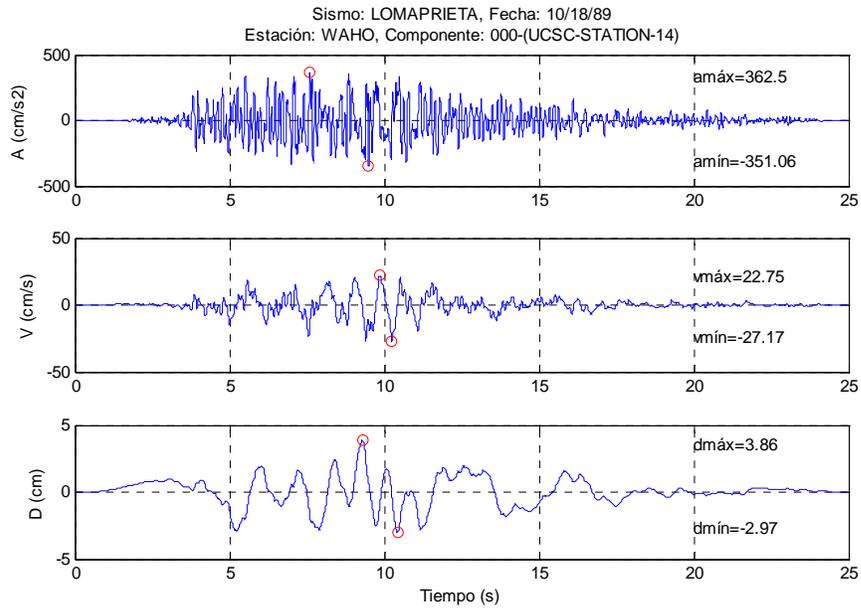


Figura A.1: Sismo Loma Prieta, estación 14 WAHO, componente 0°

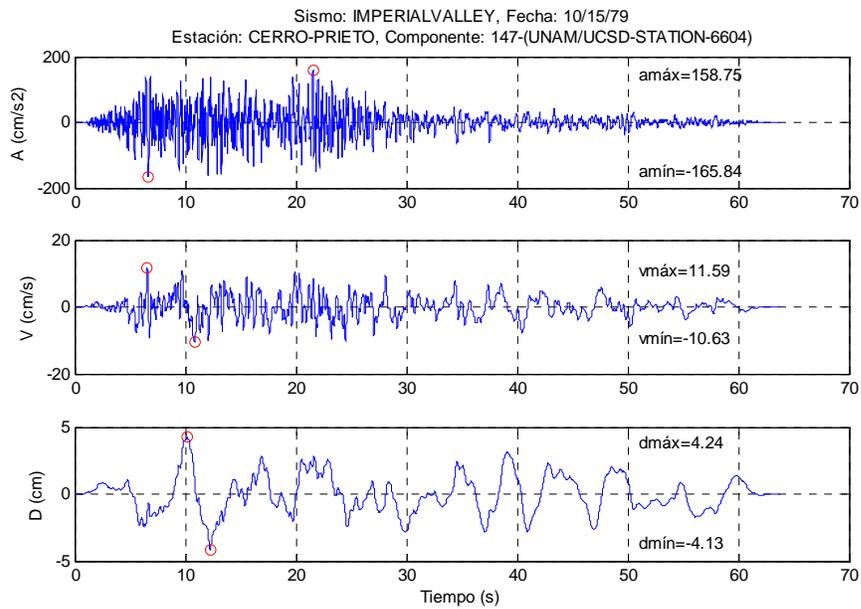


Figura A.2: Sismo de Imperial Valley, estación 6604 Cerro Prieto, componente 147°

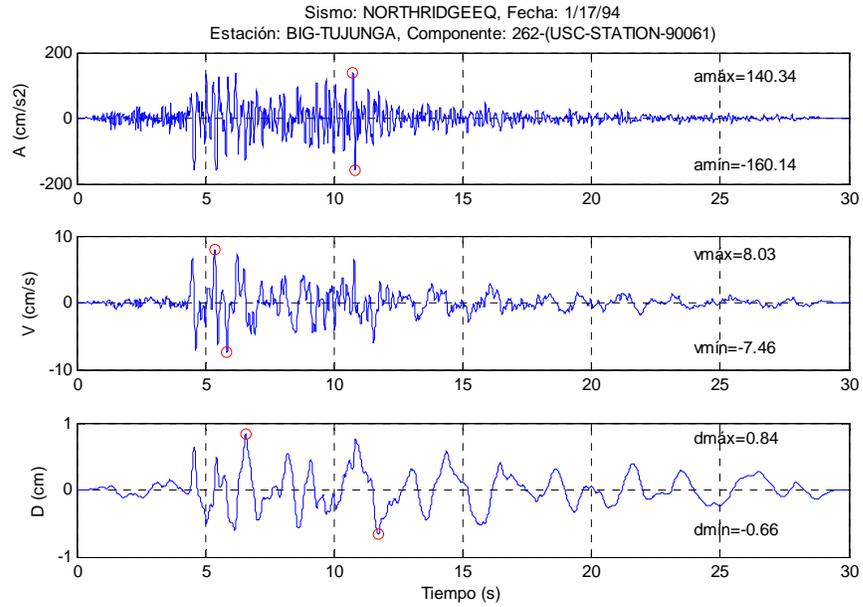


Figura A.3: Sismo de Northridge, estación 90061 Big-Tujunga, componente 262°

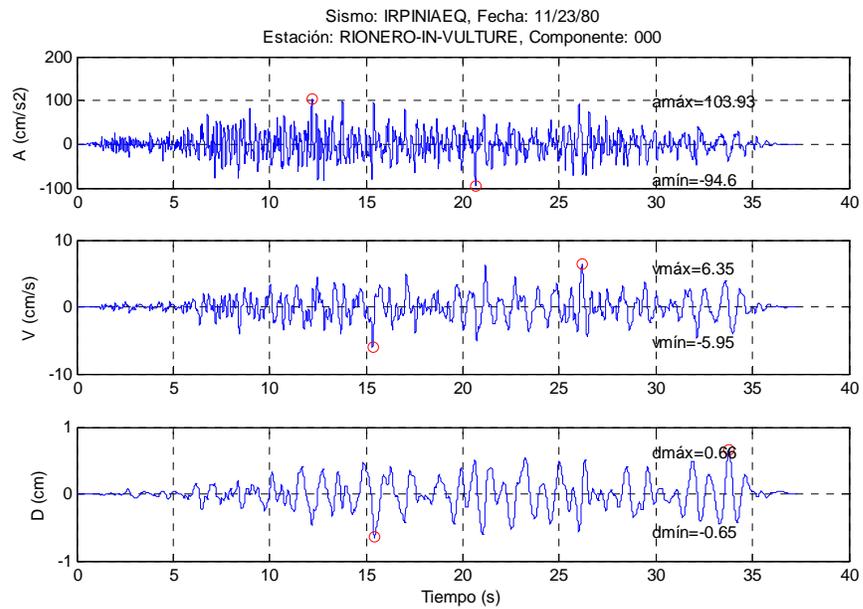


Figura A.4: Sismo de Irpinia, estación Rionero in Vulture, componente 0°

Sismos del tipo impulsivos

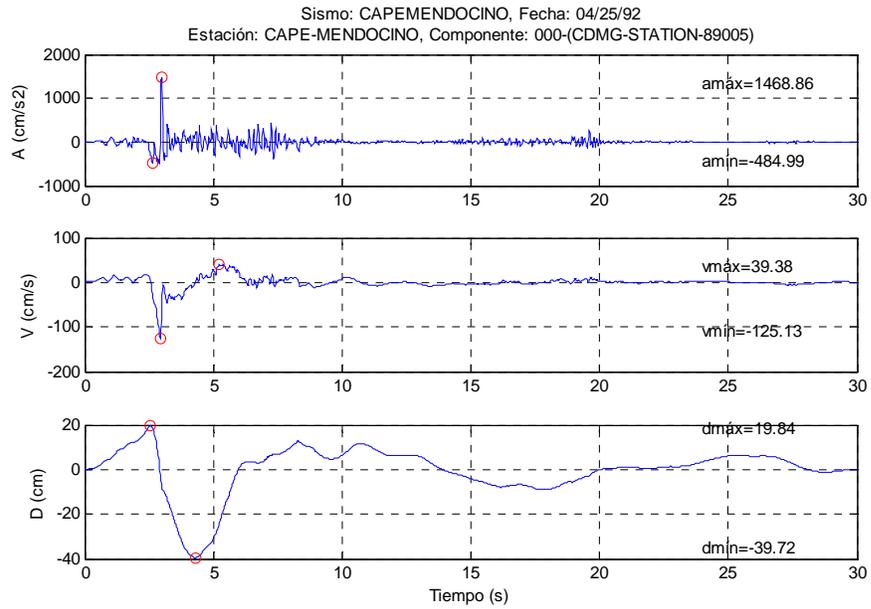


Figura A.5: Sismo de Cape Mendocino, estación 89005 Cape Mendocino, componente 0°

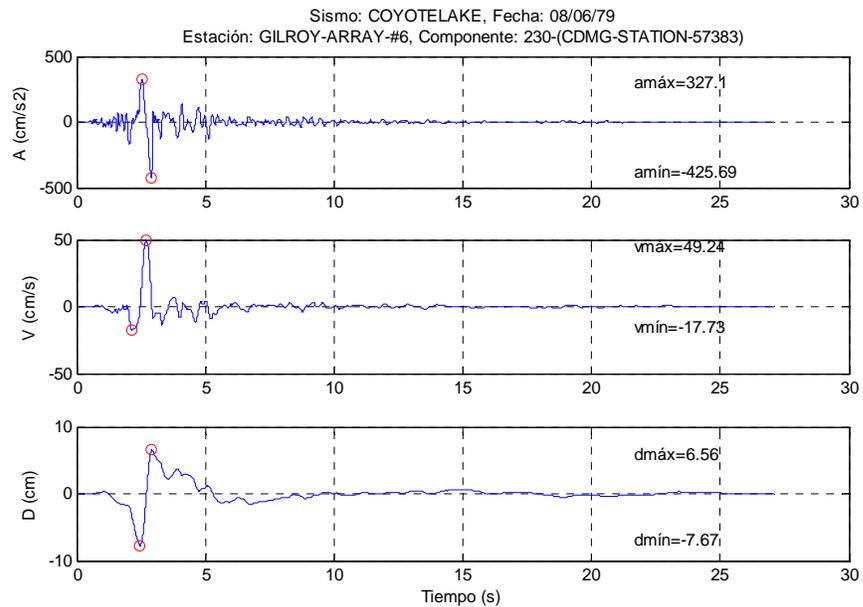


Figura A.6: Sismo Coyote Lake, estación 57383 Gilroy-array #6, componente 230°

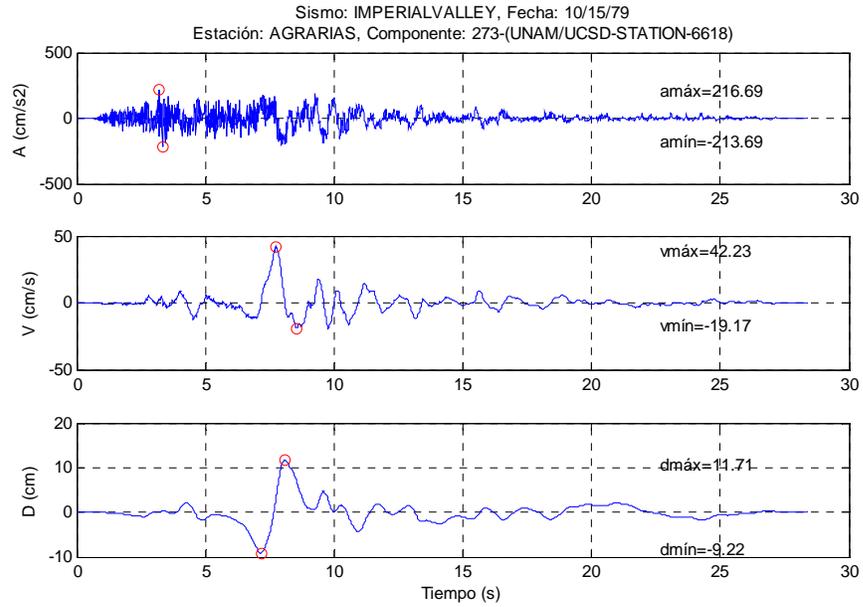


Figura A.7: Sismo Imperial Valley, estación 6618 Agrarias, componente 273°

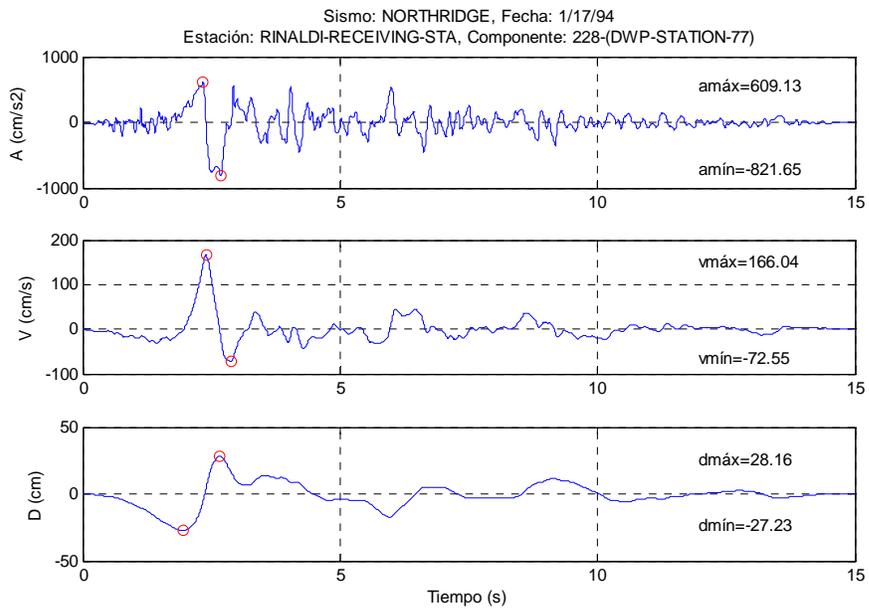


Figura A.8: Sismo Northridge, estación 77 Rinaldi Receiving, componente 228°

Sismos del tipo intermedio

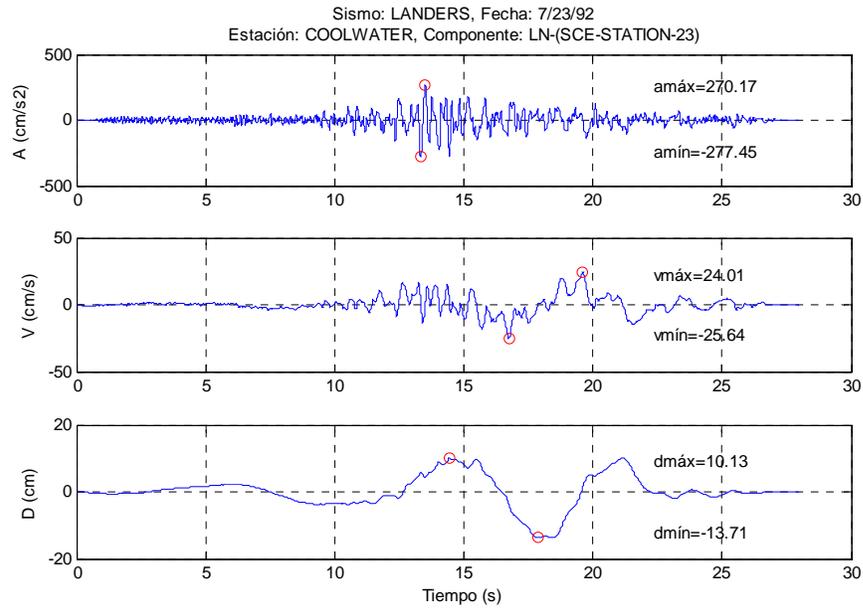


Figura A.9: Sismo Landers, estación 23 Coolwalter, componente LN

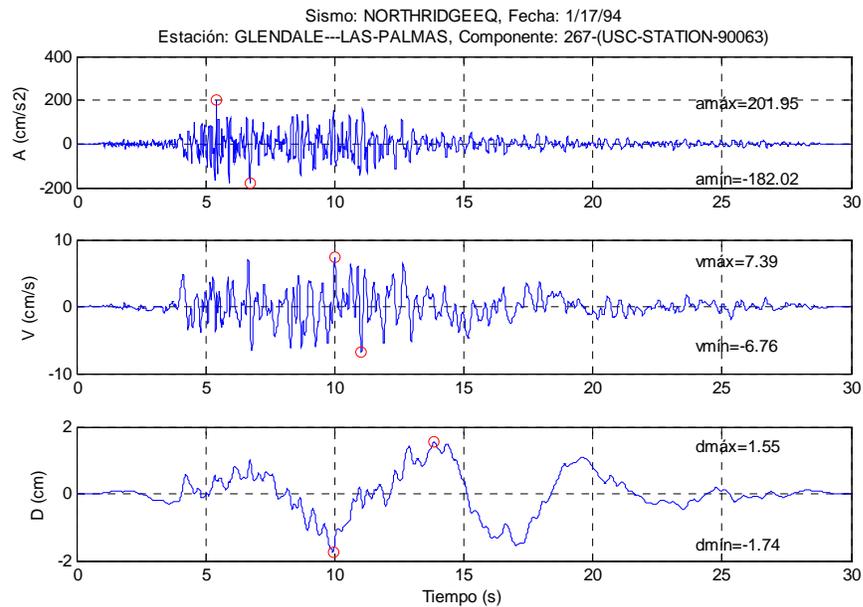


Figura A.10: Sismo Northridge, estación 90063 Glendale-Las Palmas, componente 267°

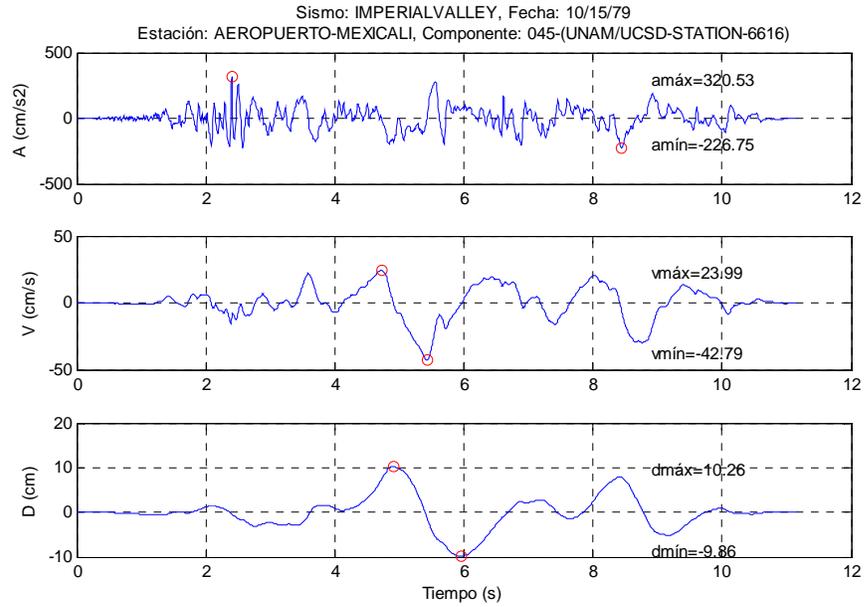


Figura A.11: Sismo Imperial Valley, estación 6616 Aeropuerto Mexicali, componente 45°

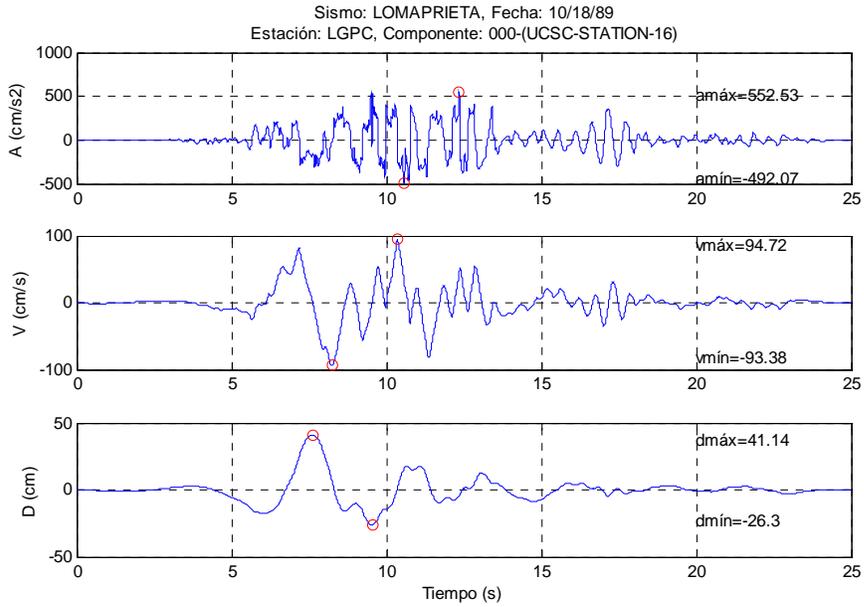


Figura A.12: Sismo Loma Prieta, estación 16 LGPC, componente 0°

Sismos chilenos

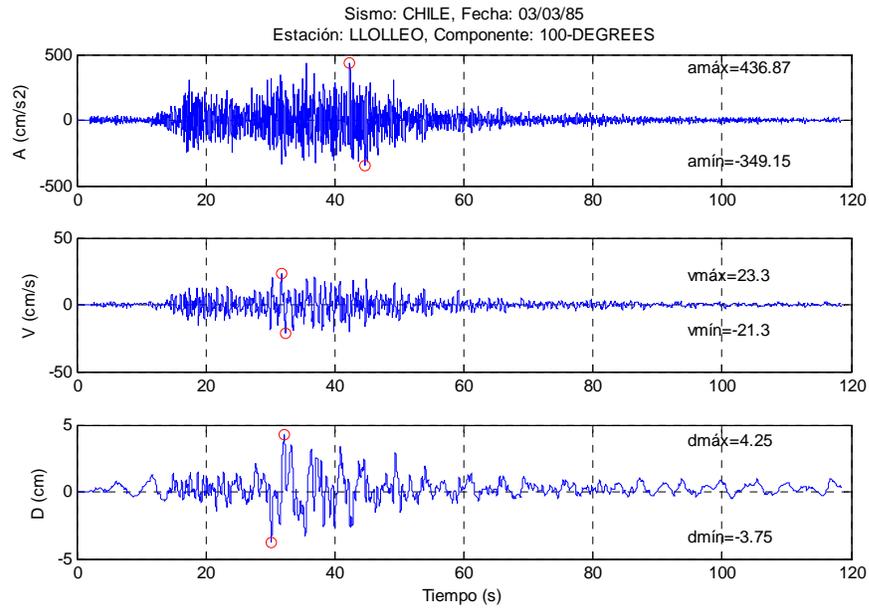


Figura A.13: Sismo Chileno, estación Lollole, componente 100°

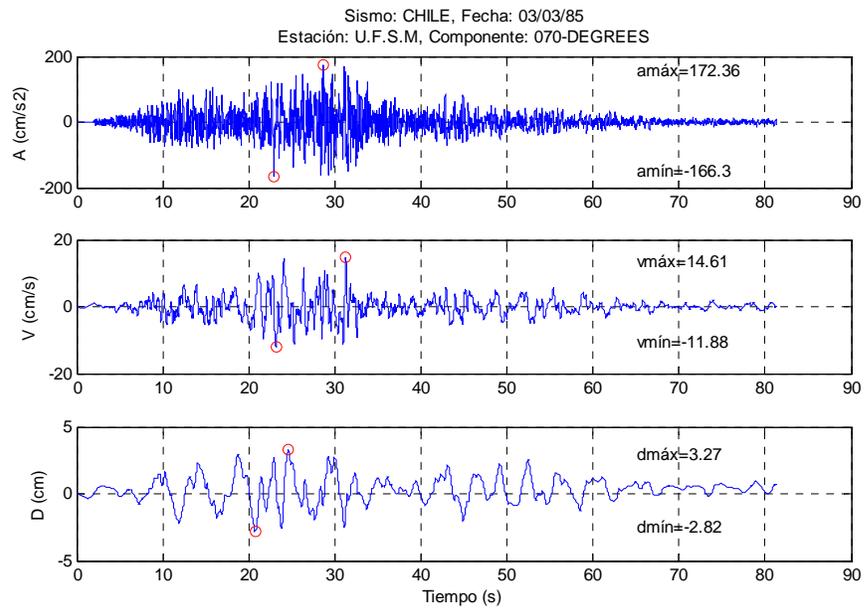


Figura A.14: Sismo Chileno, estación UFSM, componente 70°

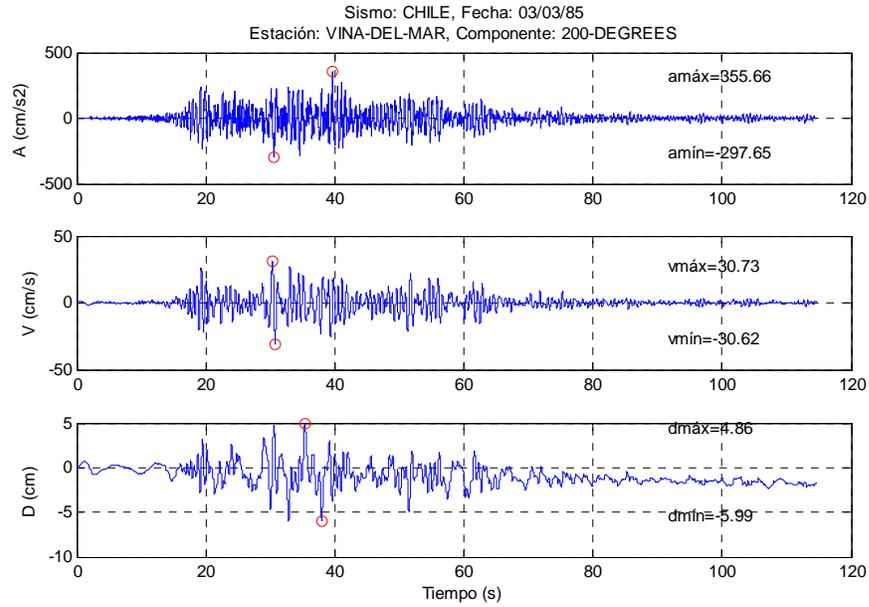


Figura A.15: Sismo Chileno, estación Viña del Mar, componente 200°

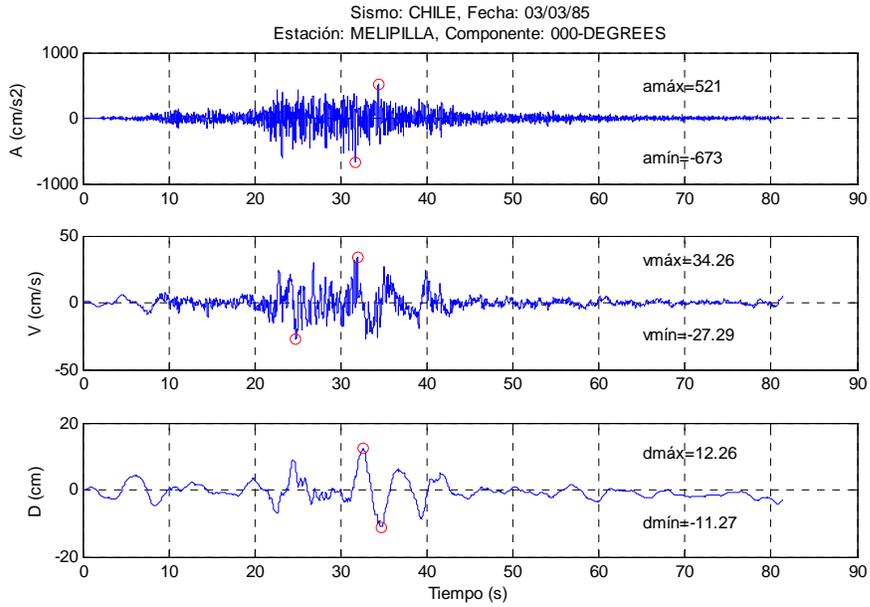


Figura A.16: Sismo Chileno, estación Melipilla, componente 0°

ANEXO B: TRANSFORMADA DE FOURIER DE LOS REGISTROS

Sismos del tipo vibratorio

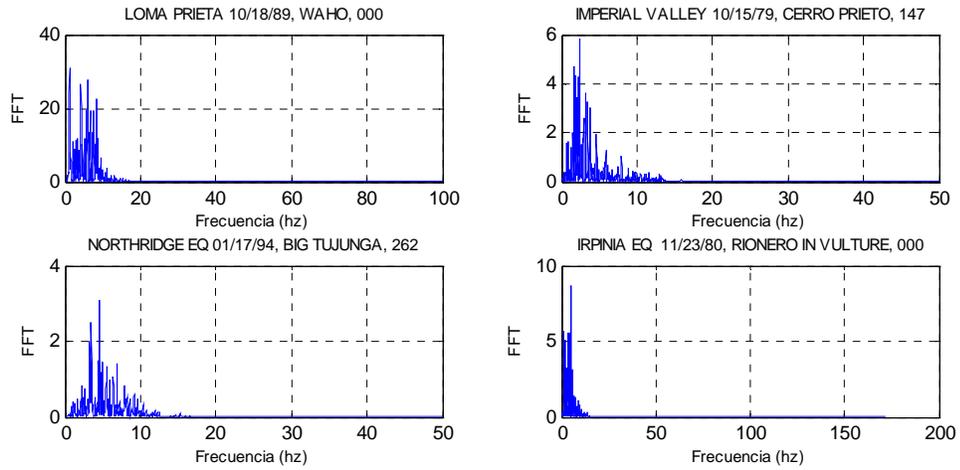


Figura B.1: Transformadas de Fourier para los registros del tipo vibratorio

Sismos del tipo intermedio

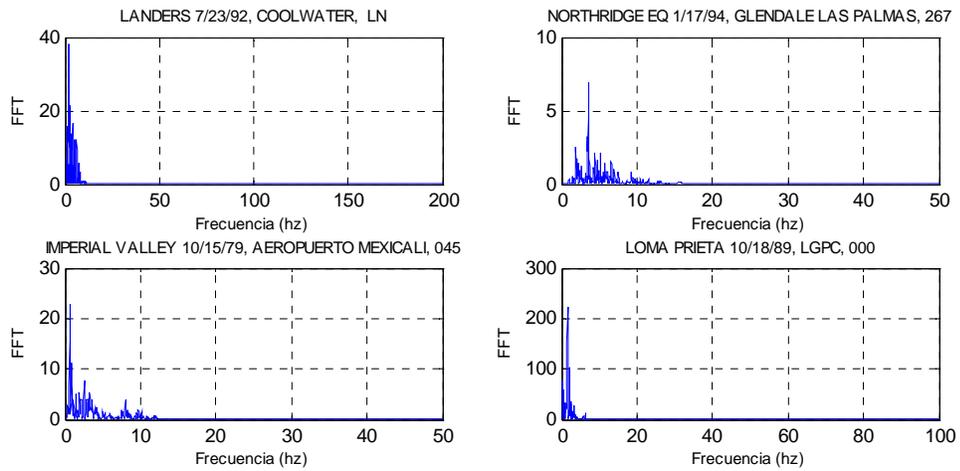


Figura B.2: Transformadas de Fourier para los registros del tipo intermedio

Sismos del tipo impulsivo

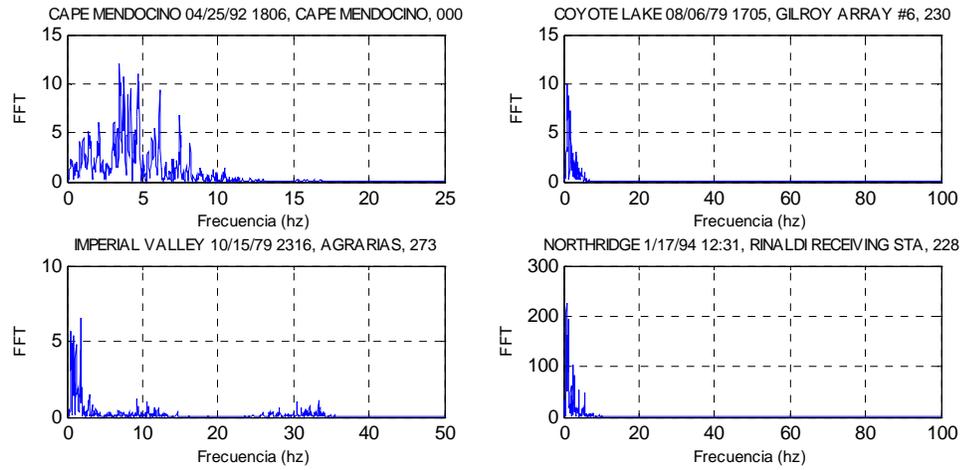


Figura B.3: Transformadas de Fourier para los registros del tipo impulsivos

Sismos chilenos

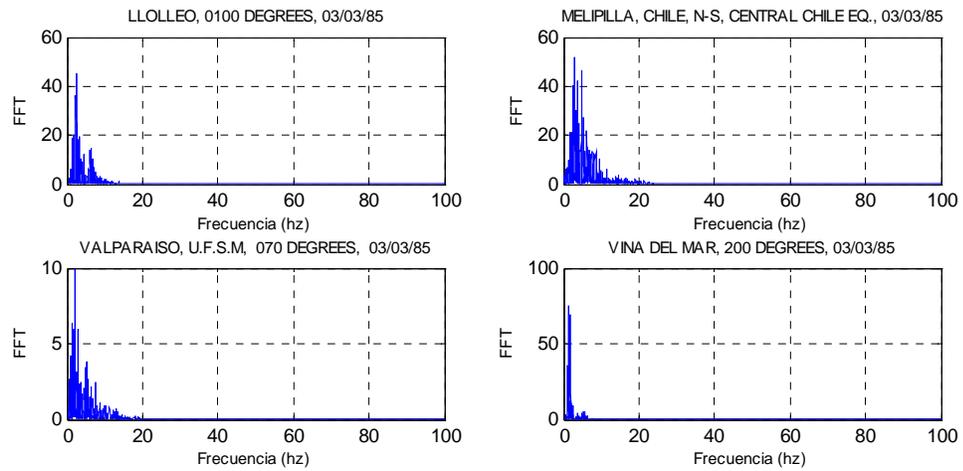


Figura B.4: Transformadas de Fourier para los registros del tipo chilenos

**ANEXO C: REGISTROS EN EL TIEMPO DE LOS FACTORES DE
SEGURIDAD EN LA PRESA DE 100 m**

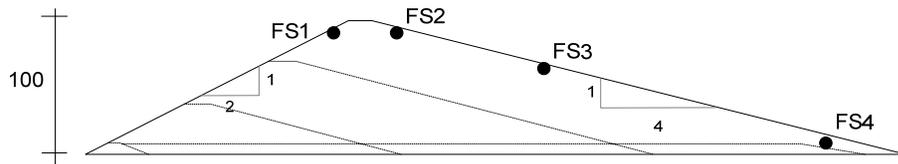


Figura C: Puntos de monitoreo de los registros de historia de los Factores de seguridad en el tiempo para la presa de 100 m de altura

Sismos vibratorios

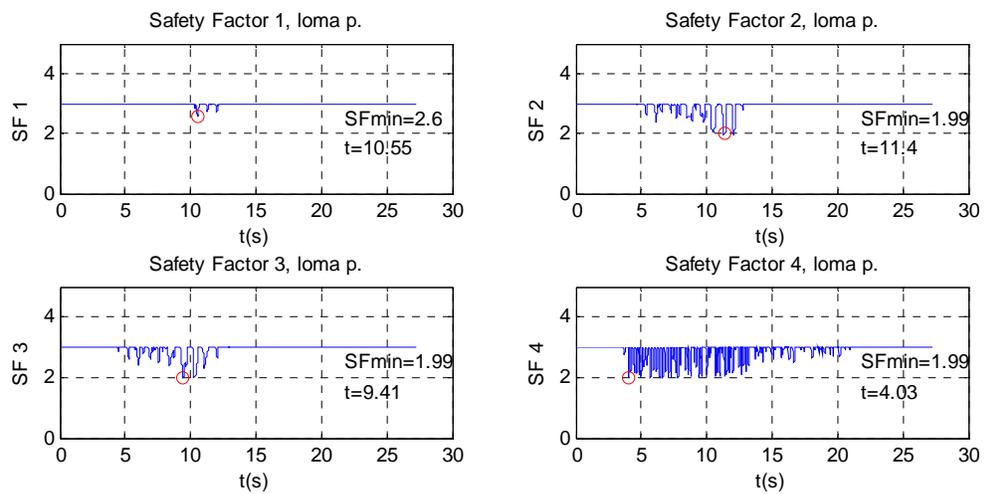


Figura C.1: Sismo de Loma prieta, estación 14 WAHO, componente 0°

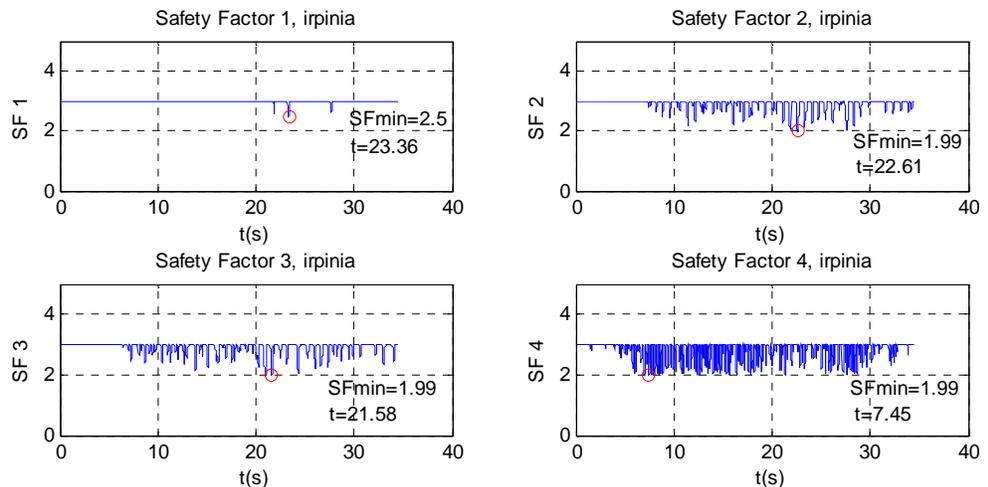


Figura C.2: Sismo de Irpinia, estación Rionero in Vulture, componente 0°

Sismos impulsivos

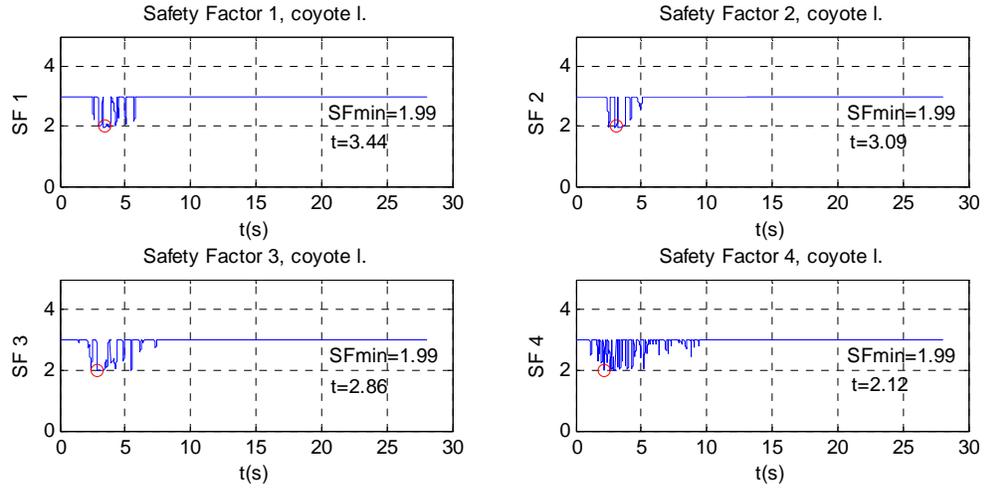


Figura C.3: Sismo coyote Lake, estación 57383 Gilroy-array #6, componente 230°

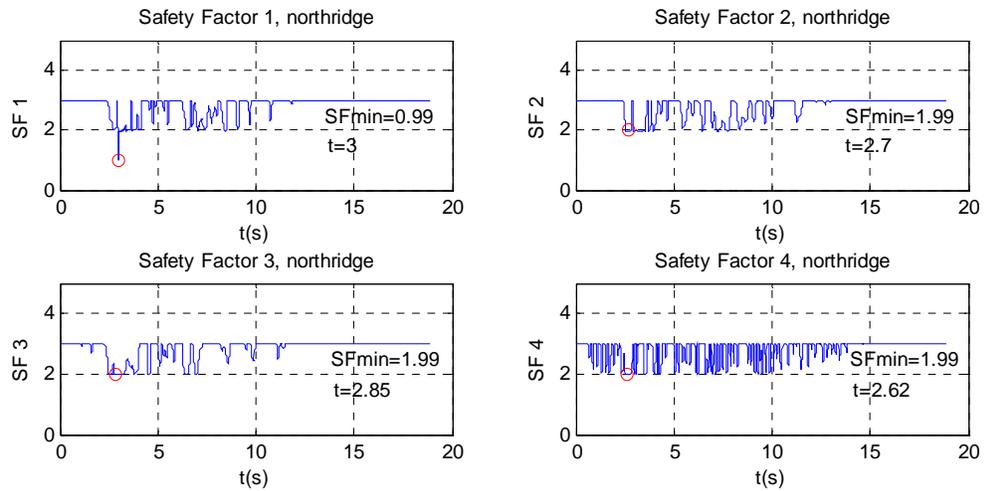


Figura C.4: Sismo Northridge, estación 77 Rinaldi Receiving, componente 228°

Sismos intermedios

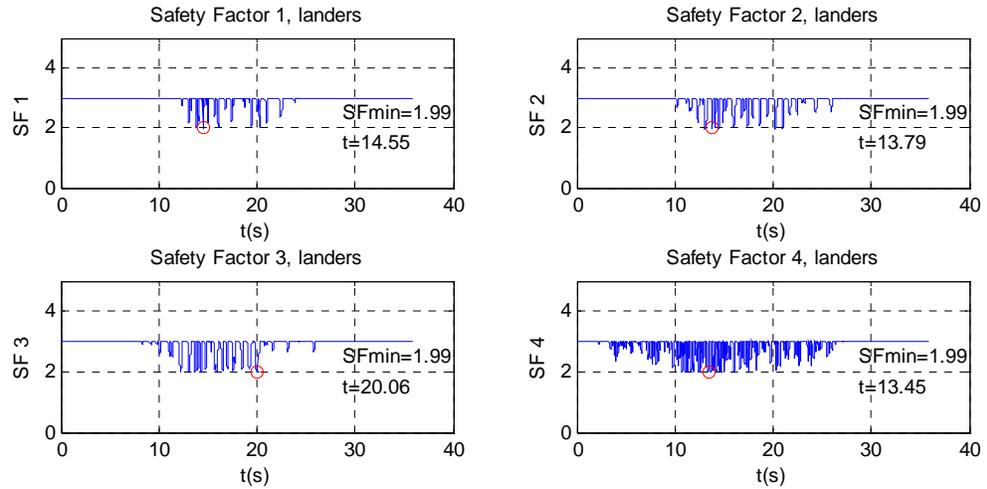


Figura C.5: Sismo Lander, estación 23 Coolwalter, componente LN

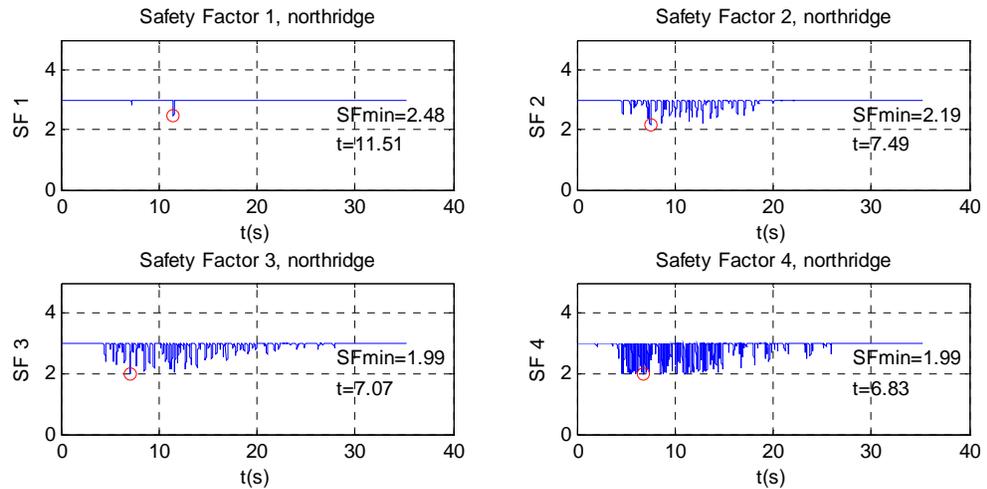


Figura C.6: Sismo Northridge, estación 90063 Glendale Las Palmas, componente 267°

Sismos chilenos

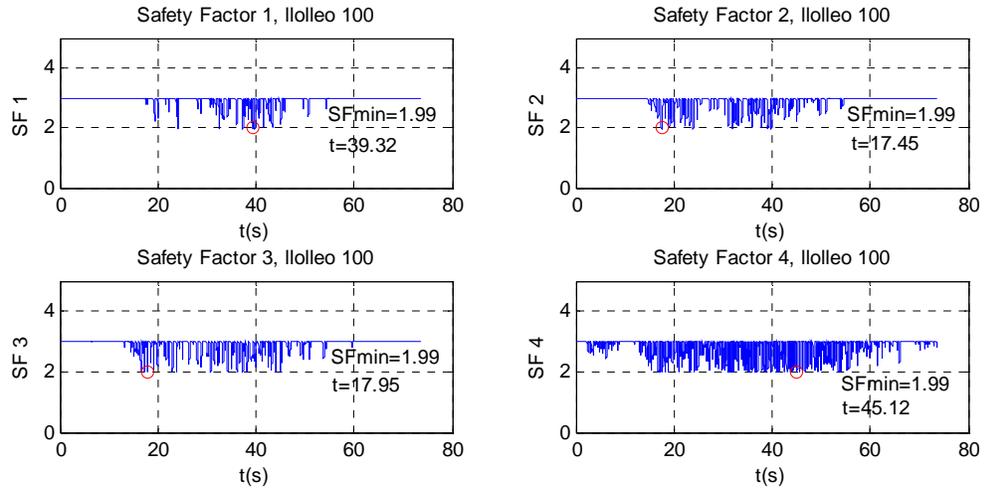


Figura C.7: Sismo chileno, estación Lolloe, componente 100°

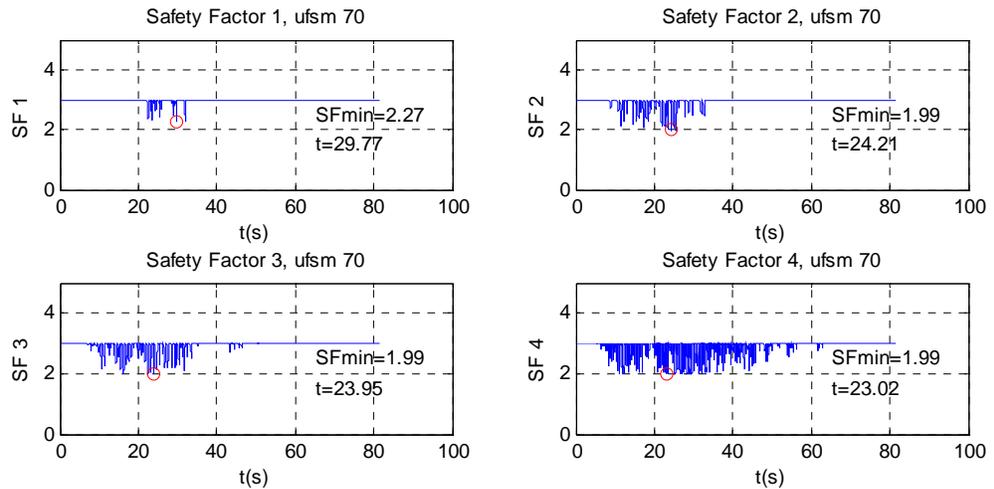


Figura C.8: Sismo chileno, estación UFSM, componente 70°

**ANEXO D: MÁXIMOS DESPLAZAMIENTOS Y ACELERACIONES EN LA
DIRECCIÓN HORIZONTAL PARA LA PRESA DE 50 Y 100 m DE ALTURA**

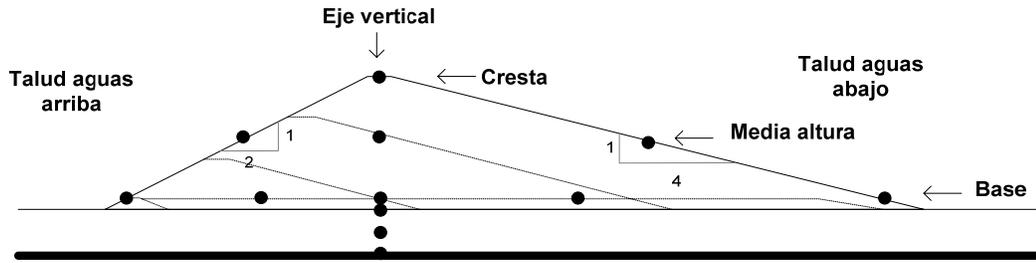


Figura D: Puntos de monitoreo de aceleración y desplazamiento en la presa

Presa de 50 m de altura

Sismos vibratorios

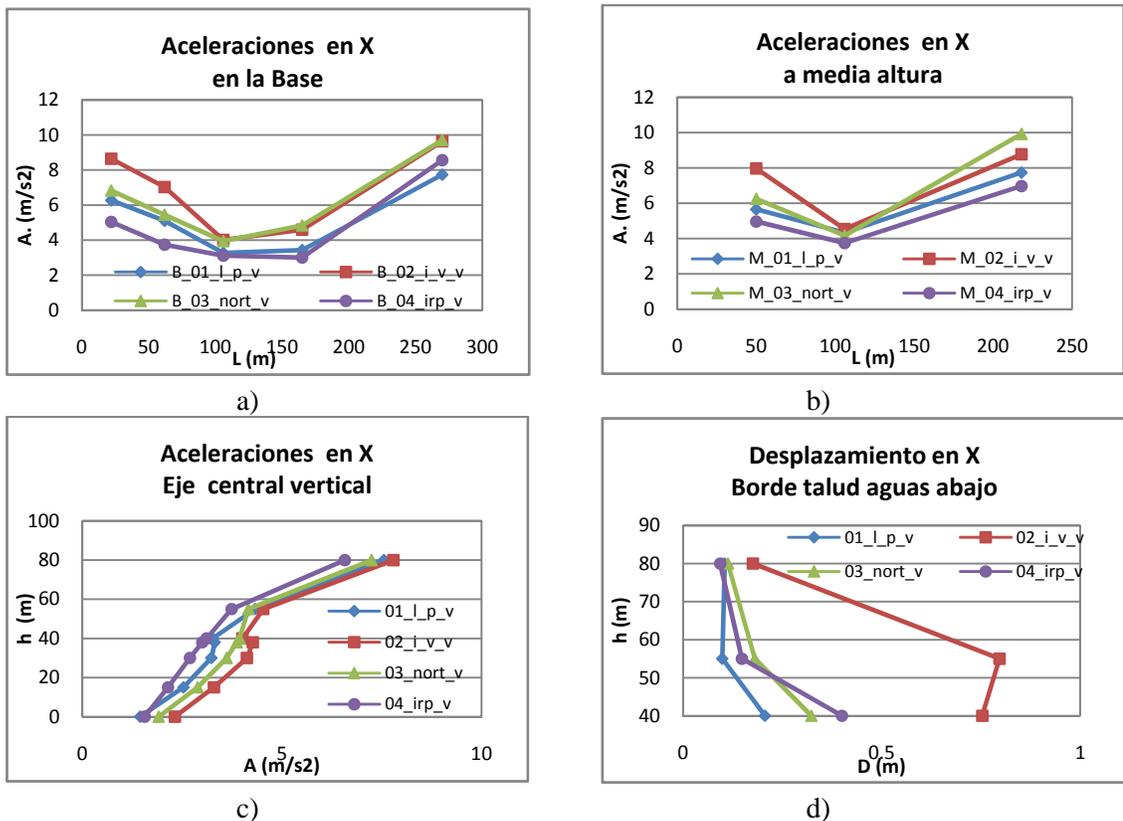
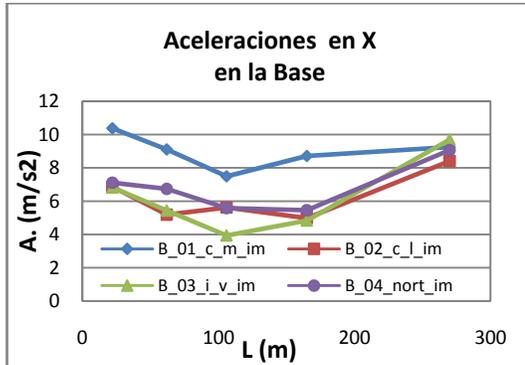
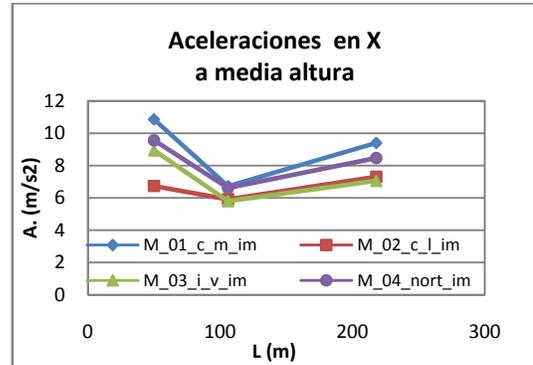


Figura D.1: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo vibratorio en la presa de 50 m de altura

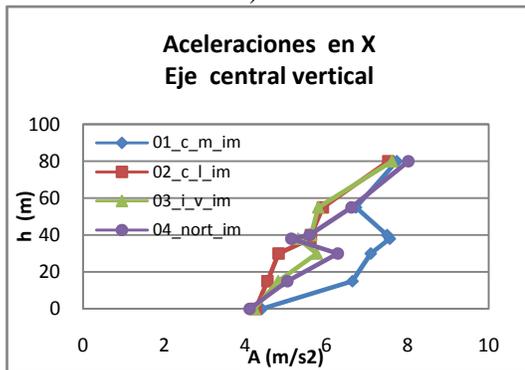
Sismos impulsivos



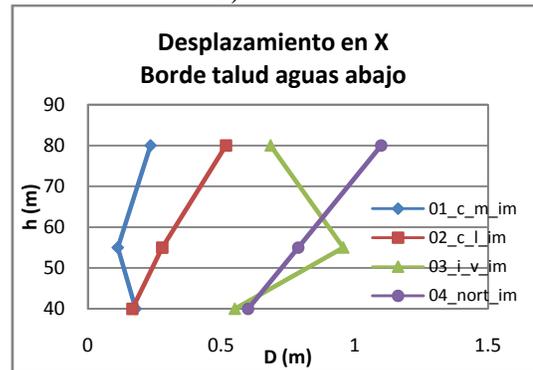
a)



b)



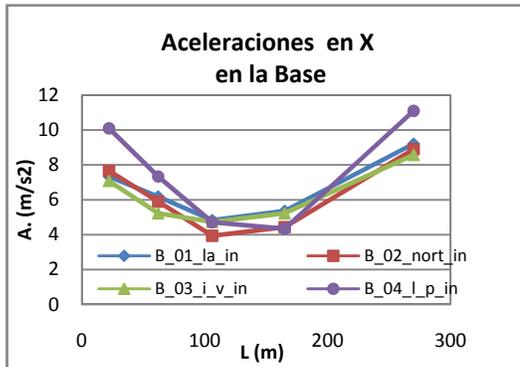
c)



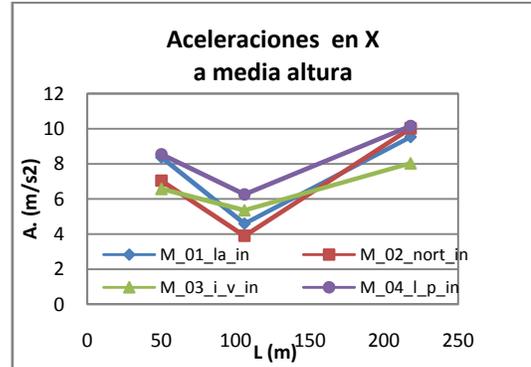
d)

Figura D.2: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo impulsivo en la presa de 50 m de altura

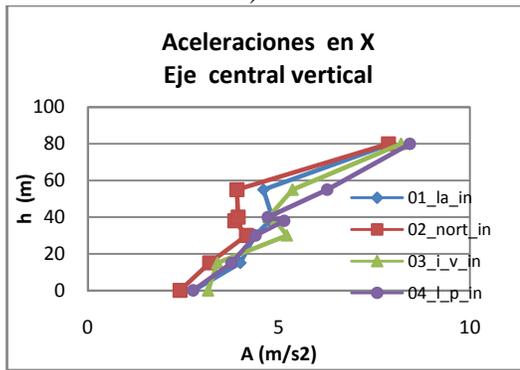
Sismos intermedios



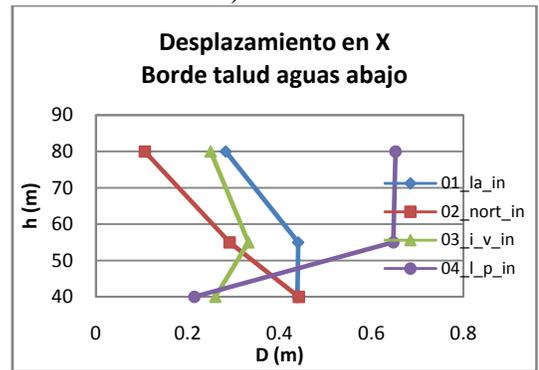
a)



b)



c)



d)

Figura D.3: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo intermedio en la presa de 50 m de altura

Sismos chilenos

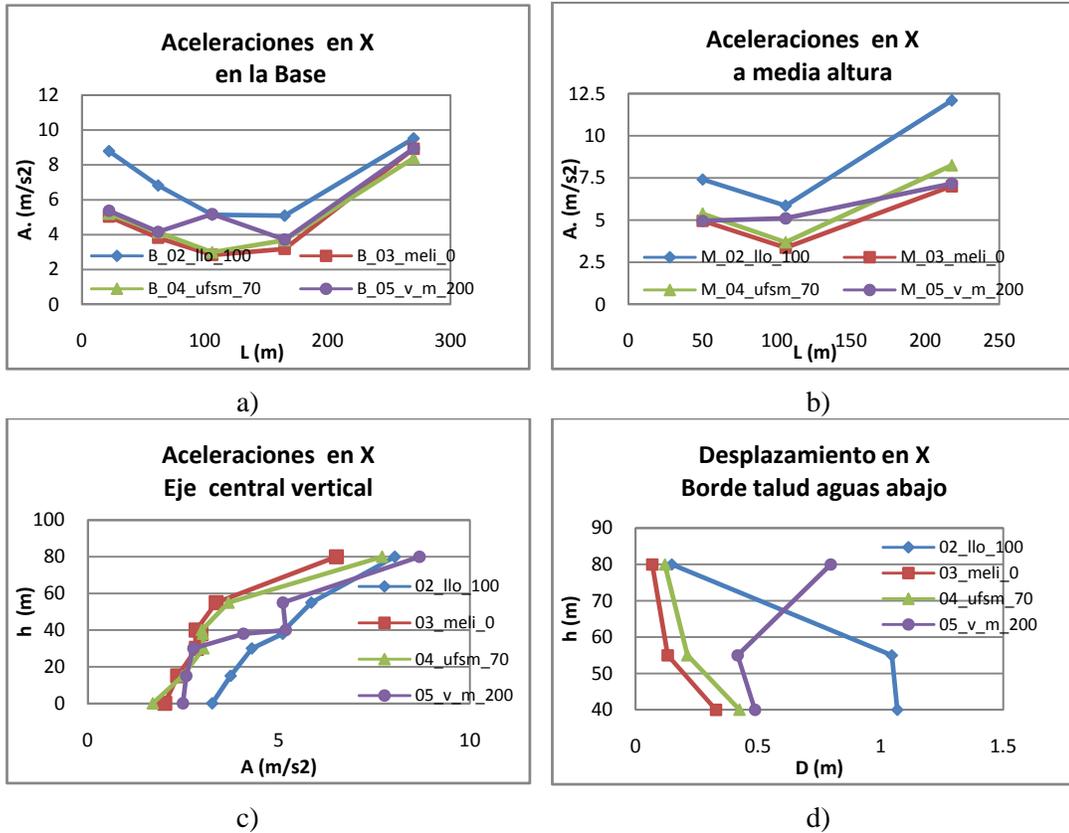
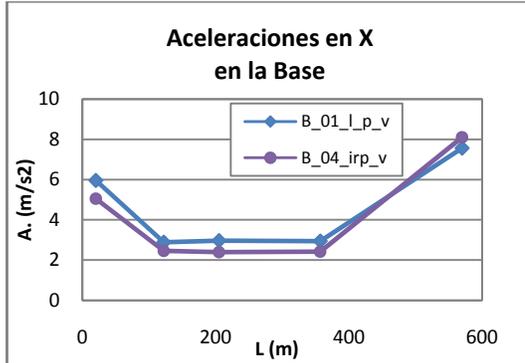


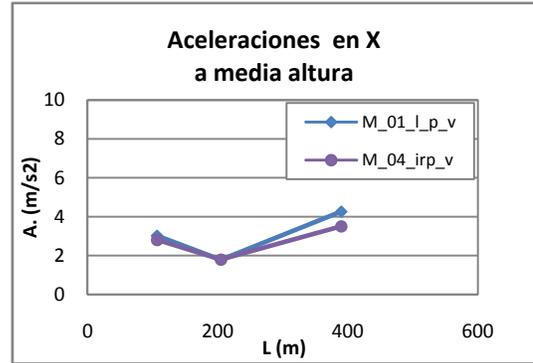
Figura D.4: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos chilenos en la presa de 50 m de altura

Presas de 100 m de altura

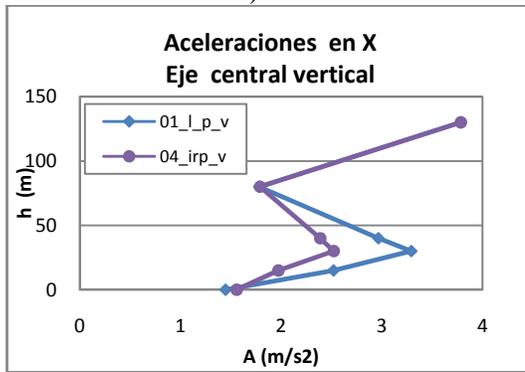
Sismos vibratorios



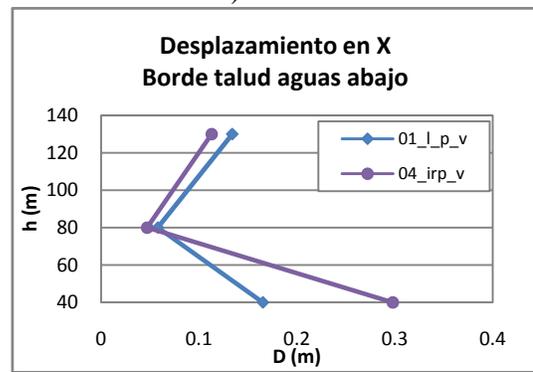
a)



b)



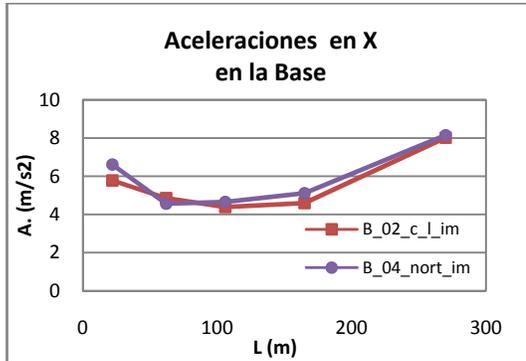
c)



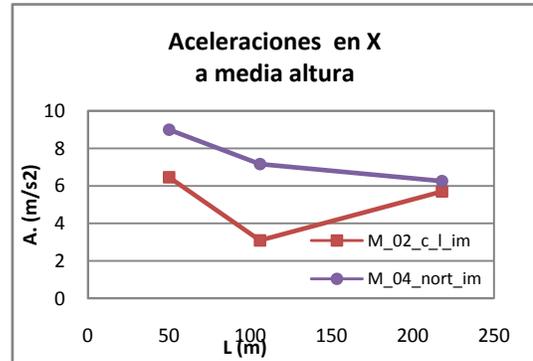
d)

Figura D.5: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo vibratorio en la presa de 100 m de altura

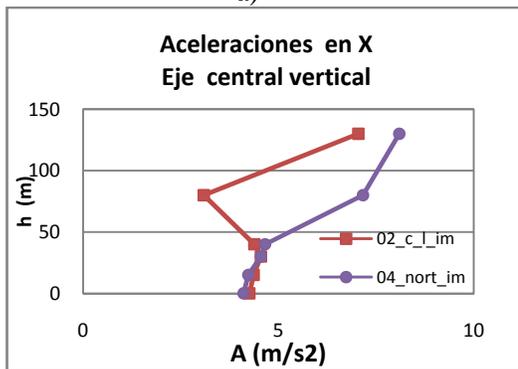
Sismos impulsivos



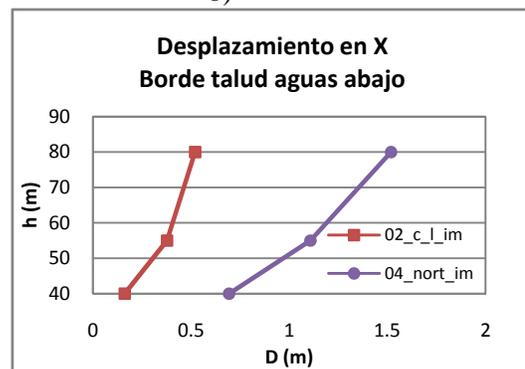
a)



b)



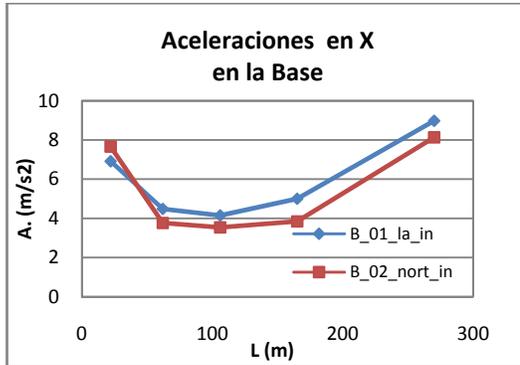
c)



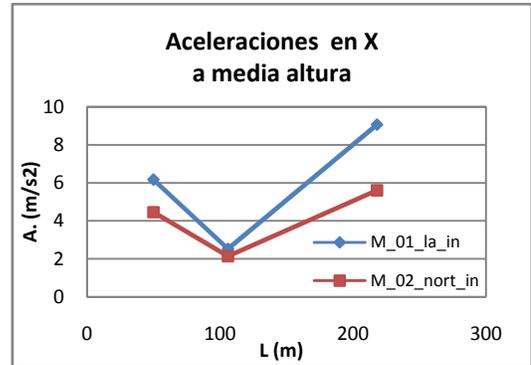
d)

Figura D.6: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo impulsivos en la presa de 100 m de altura

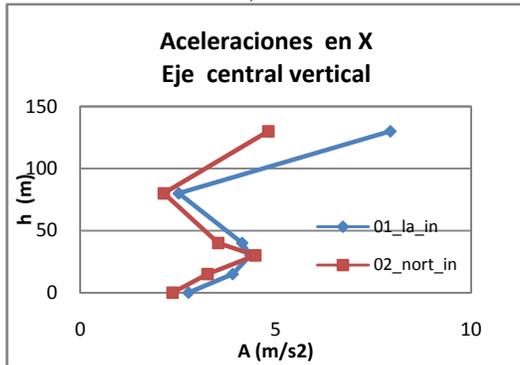
Sismos intermedios



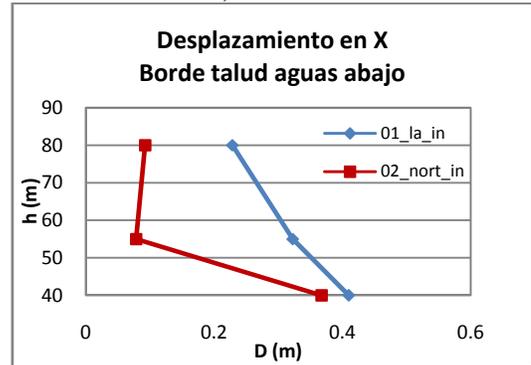
a)



b)



c)



d)

Figura D.7: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos del tipo intermedio en la presa de 100 m de altura

Sismos chilenos

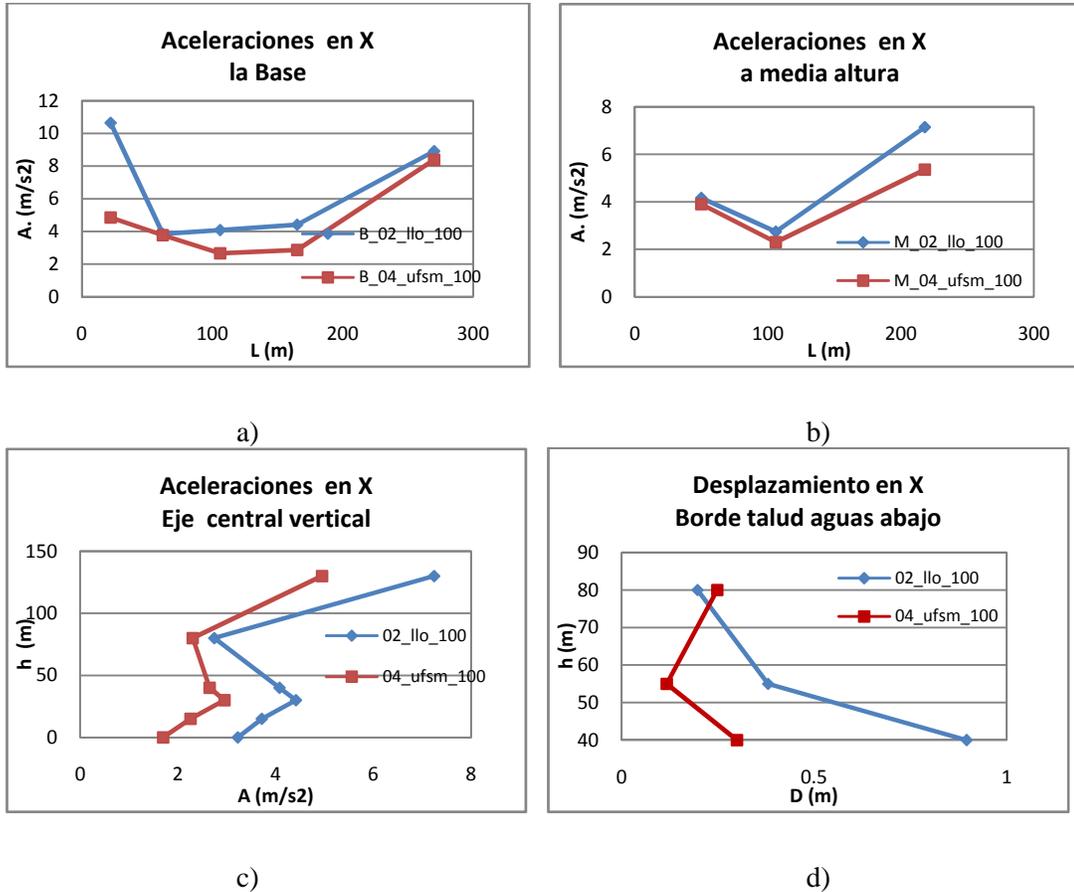


Figura D.8: Monitoreo de aceleración y desplazamiento para sismos chilenos en la presa de 100 m de altura

**ANEXO E: EFECTO DE LAS CONDICIONES DE BORDE AL LADO DEL
DEPÓSITO. PRESA DE 50 m DE ALTURA**

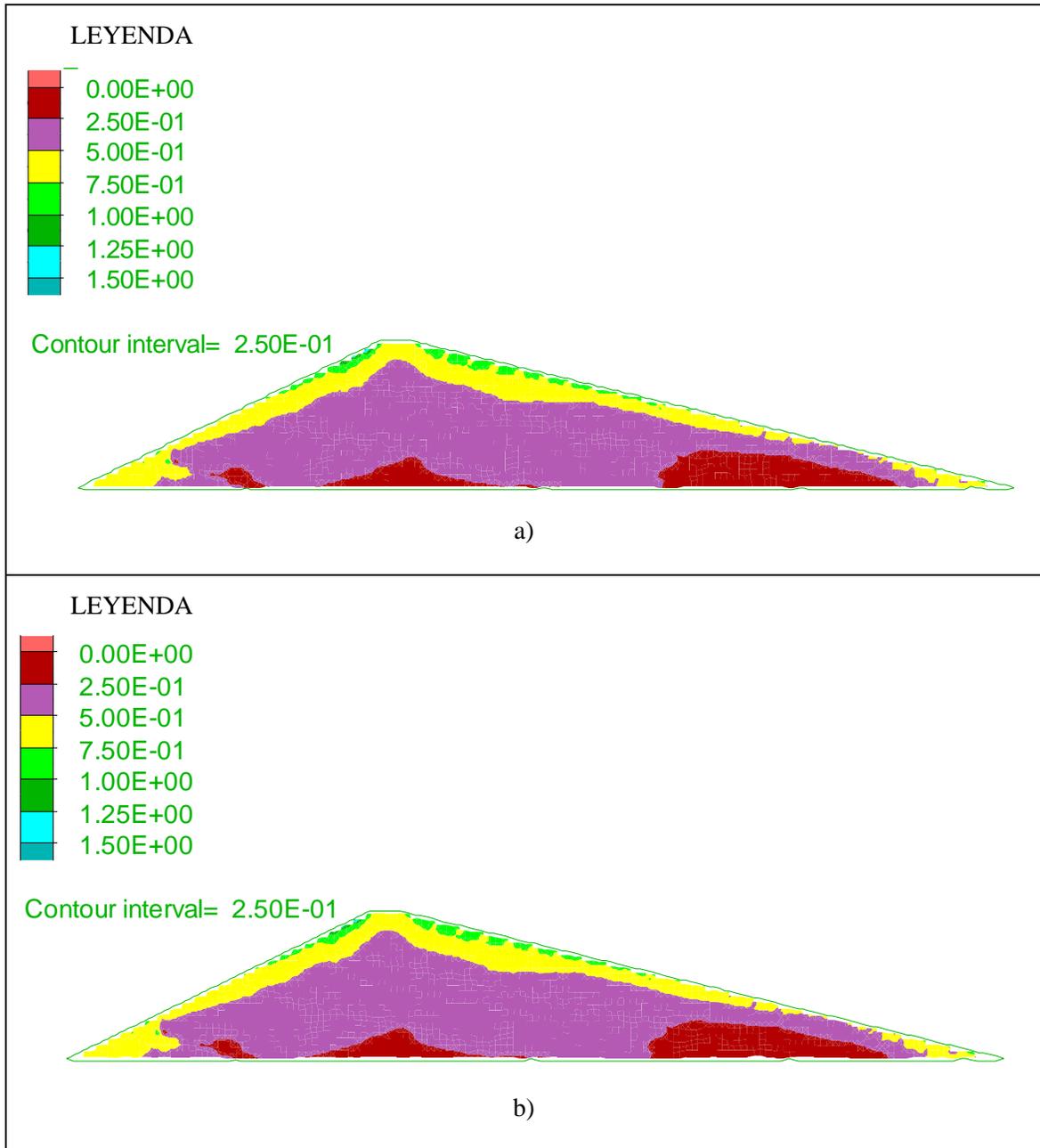


Figura E.1: Efecto de las condiciones de borde a los lados del depósito sobre la razón de tensiones cíclicas solicitantes, para la presa de 50 m de altura. Sismo Loma Prieta, tipo vibratorio. a) Condiciones de borde no modificadas, b) condiciones de borde modificadas