



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MAGISTER EN ECONOMIA**

**TESIS DE GRADO  
MAGISTER EN ECONOMIA**

**Leyton, Swinburn, Samuel**

**Julio, 2018**



**PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
INSTITUTO DE ECONOMIA  
MAGISTER EN ECONOMIA**

**“Financiamiento interno y externo en un modelo de default soberano con  
gobierno y dos tipos de agentes”**

**Samuel Leyton Swinburn**

Comisión Macroeconomía

Profesores:  
Klaus Schmidt-Hebbel  
Alejandro Vicondoa

**Santiago, Julio 2018**

# “Financiamiento interno y externo en un modelo de default soberano con gobierno y dos tipos de agentes”

Samuel Leyton S.

December 19, 2017

## Abstract

En el presente trabajo, se propone una extensión para un modelo de default soberano que incluya un gobierno que ejerce su política fiscal con fines redistributivos de forma explícita. El gobierno puede financiarse de forma externa (mediante deuda) o interna (mediante impuestos), donde cada una de estas queda sujeta a un costo endógeno al modelo. En este contexto, se pretende estudiar cómo se comportan las decisiones óptimas de default de un gobierno cuando este posee diferentes especificaciones para la forma en que prefiere redistribuir recursos entre agentes. Así, a partir de la resolución numérica de este marco teórico relativamente simple, se concluye que la probabilidad de que un gobierno decida repudiar su deuda será mucho más alta en la medida en que así también lo sea el nivel de progresividad en el cobro de impuestos y mucho más baja cuando el gobierno se encuentra restringido a entregar una proporción mayoritaria del gasto público total al agente de bajos ingresos. Finalmente, el comportamiento cíclico de la balanza comercial y las tasas de interés se adecúa mejor al que empíricamente tendría una pequeña economía abierta y emergente cuando suponemos que los consumos público y privado son complementos brutos.

In the present work, an extension is proposed for a sovereign default model that includes a government that exercises its fiscal policy with redistributive purposes in an explicit manner. The government can be financed externally (through debt) or internally (through taxes), where each of these is subject to a cost that is endogenous to the model. In this context, it is intended to study the behavior of optimal default decisions of a government that has different specifications for the way in which it prefers to redistribute resources among agents. Thus, from the numerical resolution of this relatively simple theoretical framework, it is concluded that the probability that a government decides to repudiate its debt will be much higher when the level of progressivity in the collection of taxes is the highest and much lower when the government is restricted to delivering a majority share of total public spending to the low-income agent. Finally, the cyclical behavior of the trade balance and the interest rates is better suited to what one empirically would observed in a small open and emerging economy when it is assumed that public and private consumption are gross complements.

# 1 Introducción

En la presente tesis, se busca abstraer en un modelo matemático el hecho de que el gobierno de un país, integrado a un mundo en el que convive con otros países, pueda hacer default sobre la deuda que contrae con alguna contraparte externa. De esta manera, un gobierno que desee incumplir en el pago de su deuda debe hacerlo, dado que en realidad es lo que más le conviene. Es decir, el modelo debe integrar una dinámica en la cual el hecho de hacer default sea consecuencia de que el gobierno estima que estará mejor en caso de hacerlo respecto al caso de no hacerlo. En este contexto, la inclusión de preferencias redistributivas en el manejo de política fiscal que realizan los gobiernos, tiene el potencial de aunar dentro de un mismo marco teórico las dinámicas económicas en torno a episodios de default en economías desarrolladas y en vías de desarrollo. Hasta el momento, la teoría económica se ha centrado en construir modelos con la siguiente lógica implícita: los países desarrollados prácticamente no hacen default independiente de cuál sea el nivel de deuda que posean, su tasa de interés es muy poco volátil y sus spreads soberanos en promedio son siempre bajos. En cambio, los países en vías de desarrollo tienden a hacer default de manera relativamente frecuente, la tasa de interés que enfrentan es extremadamente volátil y sus spreads soberanos en promedio son siempre altos. Si tomamos como ejemplo la situación fiscal de la Eurozona en 2011, vemos que los spreads soberanos<sup>1</sup> para Francia y Alemania eran de 0.71% y 0% respectivamente (dando cuenta del bajo valor de los spreads en países desarrollados), mientras que para Grecia y Portugal eran de 13.14% y 7.63% respectivamente. A partir de lo anterior, la teoría económica ha desarrollado modelos que establecen un link explícito entre la probabilidad de ocurrencia de un episodio de default (a determinado nivel de deuda) y los spreads soberanos. Lo anterior ha separado la literatura en trabajos que intentan explicar la ocurrencia de episodios de default en economías emergentes pequeñas y abiertas en las que se supone que no existe la posibilidad de commitment, y la no ocurrencia de estos episodios en economías desarrolladas donde sí se supone la existencia de commitment. Sin embargo, la literatura no ha puesto hincapié en las causas de la casi nula probabilidad de ocurrencia de default en las segundas y la mayor probabilidad de ocurrencia en las primeras, lo que llegaría a explicar el por qué en unas sí es posible suponer un escenario de commitment mientras en las otras no lo es. En este sentido, podemos decir que la historia que intentan narrar los modelos de default soberano se sustenta en inversionistas que son conscientes de que países en vías de desarrollo han hecho default en el pasado con mayor frecuencia que los países desarrollados y a ratios mucho más bajos de deuda sobre GDP. A partir de ello, la prima por riesgo que le cobran a estos países es mucho más sensible a la deuda en niveles menores de contratación de esta. Esto se sustenta en que países<sup>2</sup> como Chile, Argentina o Mexico han tenido 3, 5 y 8 episodios de default respectivamente entre 1884

---

<sup>1</sup>Los datos fueron obtenidos de D'Erasmus & Mendoza (2016).

<sup>2</sup>Los indicadores para los países mencionados fueron obtenidos del capítulo 13 del libro de Schmidt-Grohé & Uribe (2017), que a su vez obtuvieron los datos para hacer los cálculos a partir de Reinhart, Rogoff & Savastano (2003).

y 2014 (lo que a su vez implica una probabilidad de default de 1.6%, 2.6% y 4.2% todos los años). Por otro lado, podríamos decir que la mayor probabilidad de default en economías emergentes en una parte se explica producto de la mayor sensibilidad de los spreads soberanos que enfrentan (en la forma de una profecía autocumplida), mientras que en otra parte se explica por características propias de su nivel de desarrollo económico. Si dejamos de lado el primer punto (dados los problemas de causalidad que presenta) y nos centramos en el segundo, tendremos que factores particulares al manejo de la política fiscal en países en vías de desarrollo en teoría pueden explicar tan disímil probabilidad de ocurrencia de un episodio de default respecto a economías desarrolladas. En este ámbito, el manejo de una política fiscal con valor redistributivo (progresivo o regresivo) es capaz de explicar un rango amplio de frecuencias en los episodios de default, lo que en un contexto más complejo permitiría aunar dentro de un mismo marco teórico sin commitment el comportamiento de economías emergentes y desarrolladas.

A partir de un marco teórico relativamente simple, lo que se hace en esta tesis es dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo se ven afectadas las decisiones óptimas de default<sup>3</sup> por parte de un gobierno cuando este otorga un valor redistributivo al manejo de su política fiscal?. De esta forma, en la exploración numérica del modelo se compara la extensión y comportamiento del área óptima de default cuando el gobierno decide redistribuir recursos mediante la entrega progresiva de gasto público, frente a cuando decide hacerlo mediante un cobro progresivo de impuestos. En este contexto, es extremadamente importante dar cuenta de cómo los bienes públicos que el gobierno provee, entran en la función de utilidad de los agentes, pues al decidir si repudiar o no su deuda el gobierno estará maximizando dicha utilidad en cada instante (y comparando los niveles de bienestar ponderado de los agentes en caso de que decida o no hacer default). En particular, el que a partir de una única función de utilidad podamos suponer sustituibilidad o complementariedad bruta entre el consumo público y el consumo privado, nos permite explorar el que los bienes públicos cumplan diferentes roles en relación a la realización estocástica de dotación privada de los agentes. De esta forma, al suponer sustituibilidad bruta entre ambos consumos, el gasto público estaría cumpliendo una función altamente suavizadora del consumo de los agentes, mientras que al suponer complementariedad bruta, la provisión de bienes públicos básicamente “acompaña” la realización de dotación privada de los agentes<sup>4</sup>.

Cuando decimos que en el contexto de este marco teórico el gobierno ejerce su política fiscal de forma explícita, se hace referencia a que debe entregar bienes públicos a los agentes privados de la economía, al mismo tiempo que

---

<sup>3</sup>Las decisiones óptimas de default por parte de un gobierno, que básicamente pueden ser representadas gráficamente mediante un área óptima de default, corresponden a las combinaciones de activos iniciales y realizaciones de dotación sobre las cuales este óptimamente decide hacer default con probabilidad cierta. De esta forma, las decisiones óptimas de default de un gobierno se relacionan directamente con la probabilidad de que este decida repudiar su deuda.

<sup>4</sup>Esto lo veremos en la sección (4), donde mediante la simulación de una trayectoria estocástica de ingreso se ve que la contratación de deuda es mucho más sensible al ciclo cuando los bienes son sustitutos que cuando son complementos.

debe financiar dicha provisión a través de un número limitado de opciones. De esta forma, podemos decir que los gobiernos financian sus gastos principalmente mediante dos vías: (1) la tributación de los individuos, empresas u otros que se encuentren bajo su jurisdicción y (2) la emisión de deuda, que puede ser en base a acreedores externos (otros países, grandes bancos internacionales, fondos de inversión, FMI, BID, etc) o internos (bancos y fondos de inversión nacionales). De esta forma, un modelo que busque abstraer las dinámicas que ocurren en torno a episodios de default reales debe incluir en su marco teórico la posibilidad de que el gobierno se endeude (externa o internamente) y que cobre impuestos. En el caso de este trabajo, se supone la existencia de un acreedor externo neutral al riesgo, que siempre presta recursos al gobierno en la medida en que este los solicite y haya pagado el monto de recursos que se le prestó el período anterior. En cualquier caso, este acreedor sabe que mientras más alto sea el monto de deuda que se le está solicitando, más tentador será para el gobierno incumplir en el pago de esta. Así, está dispuesto a asumir el riesgo que implica prestar una mayor cantidad, pero solo cobrando más por el servicio. En el modelo, esta dinámica se logra mediante la instauración de una prima creciente en el nivel de deuda, que aumenta el cobro de intereses a medida que el monto de deuda se hace más alto. Como habíamos señalado más arriba, los gobiernos por lo general obtienen recursos a través del cobro de impuestos en diferentes áreas de la actividad económica que se realiza bajo el alero de su soberanía. Sin embargo, este hecho nunca resulta gratuito, pues en una economía moderna en la cual son los incentivos económicos los que determinan fuertemente el producto interno privado, un aumento en la tasa de impuestos, que a su vez implica que el gobierno se apropie de un porcentaje más alto de lo que otros generan, provoca que producir una cantidad mayor de recursos sea cada vez menos atractivo. Si lo que estamos analizando es el mercado del trabajo, ante un alza impositiva que descuenta los ingresos laborales a una tasa mayor, algunos agentes podrán decidir trabajar más horas pues desean obtener el mismo nivel de ingreso que antes, mientras otros trabajarán menos pues no valoran lo suficiente el nivel de ingresos que perciben dado el desagrado que les produce trabajar. Dicho de otra forma, es altamente probable que los agentes sobre los que el gobierno está incrementando la tasa impositiva decidan trabajar menos como una medida de protección ante esta alza. En el modelo que se desarrolla en esta tesis, suponemos que no existe oferta de trabajo, pero se incluye un mecanismo simple por el cual la tasa de impuestos efectiva que se le cobra a los agentes crece a tasas decrecientes a medida que el gobierno aumenta el valor de la tasa que teóricamente le gustaría cobrar<sup>5</sup>. En la práctica, este mecanismo opera de tal forma que a medida que el gobierno aumenta el cobro de impuestos, la dotación de consumo privado de los agentes disminuye cada vez menos, lo que sería análogo al caso en que este decide trabajar una menor cantidad de horas cuando su ingreso laboral se ve descontado en un porcentaje

---

<sup>5</sup>Aizenman, Gavin & Hausman (2000), en un modelo de default soberano de dos períodos, suponen que el gobierno es ineficiente en la recaudación a medida que aumenta el cobro de impuestos y con este fin plantean un descuento creciente sobre la tasa de impuestos, que se aplica tanto a la restricción presupuestaria del gobierno como a la dotación de los individuos.

mayor.

Otros aspectos de la realidad que se abstraen en el planteamiento del presente marco teórico y que sin duda debiesen afectar las predicciones de un modelo que pretende estudiar las dinámicas en torno a episodios de default soberano (tanto para economías emergentes como industrializadas), se enumeran a continuación: (1) En toda economía existen individuos con diferente nivel de ingreso, donde los más aventajados tienden a concentrarse en la parte alta de la distribución de población (i.e, son pocos y tienen mucho). (2) Los gobiernos de democracias modernas tienden a tomar sus decisiones de política teniendo en cuenta que de alguna u otra forma existe una mayoría de individuos desaventajados en la economía (i.e, desean redistribuir recursos desde los que tienen más a los que tienen menos). (3) Los bienes públicos que el gobierno provee a la economía pueden ser sustitutos o complementos (en mayor o menor grado) de los bienes privados que los agentes poseen. A fin de dar cuenta de todos los puntos anteriores, en el modelo base se supone la existencia de dos agentes en la economía, que se diferencian uno del otro tan solo por su nivel de ingreso. De esta manera, se tiene agentes de ingresos altos y bajos que, sin embargo, estarán sujetos a los mismos shocks sobre su dotación. El interés de plantear un marco teórico con estas características, radica en estudiar cómo diferentes especificaciones para las preferencias redistributivas del gobierno, eventualmente lo presionan en la búsqueda de un mayor (o menor) financiamiento externo. El modelo, tal y como está desarrollado, acepta la inclusión de dos especificaciones diferentes para las preferencias redistributivas del gobierno. En la primera, este decide redistribuir dotación entre agentes mediante el gasto fiscal, mientras que en la segunda, decide hacerlo mediante la implementación de una tasa de impuestos más (o nada) progresiva. Así, si el consumo de bienes públicos es sustituto bruto del consumo de dotación privada, el rol que cumple el gasto fiscal en mejorar la utilidad de los individuos es prescindible. En cambio, si los consumos son complementarios brutos, el gasto fiscal tiene un peso diferente pues el gobierno es el único agente de la economía con la facultad de convertir unidades del bien privado en unidades del bien público, las que ahora son imprescindibles para que los agentes descuenten utilidad del consumo de su dotación privada. Intuitivamente, en el primer caso el gobierno perfectamente puede dejar a alguno de los dos agentes privados de la economía sin la provisión de bienes públicos, pues el consumo privado permitirá a los agentes descontar utilidad en ausencia de bienes públicos. En tanto, cuando los consumos son complementos, ambos agentes requerirán de una cantidad estrictamente positiva de bienes públicos con tal de descontar utilidad del consumo de su dotación privada (sin importar qué tan alta sea esta). Es decir, si deja a uno de los agentes sin bienes públicos, el consumo agregado de este será cero y su utilidad tenderá a menos infinito. Esto hace que el gasto público sea mucho más valorado por los agentes en caso de existir complementariedad bruta de este con su dotación privada.

En cuanto a otras particularidades presentes en el marco teórico y ampliamente desarrolladas en la extensa literatura sobre modelos de default soberano que surge a partir de la década del 80, ellas se refieren a la existencia de una pérdida porcentual de producto por el hecho de encontrarse en autarquía financiera

luego de declarado el default<sup>6</sup>, a que la exclusión del mercado de capitales internacional sea una forma de castigo y al hecho de que dicha exclusión no sea permanente. En relación a esto último, se plantea la existencia de una probabilidad exógenamente impuesta de “redimirse” de un mal historial de crédito y reentrar al mercado financiero con “los papeles limpios”. En términos simples, este tipo de modelos son de “optimal stopping”, en que período a período el gobierno compara el valor esperado de repudiar su deuda y, por tanto, ahorrarse el pago de esta neto de la pérdida de producto por estar en autarquía, contra el valor esperado de no hacerlo y poder suavizar el consumo de los agentes en el presente y el futuro.

El trabajo se estructura de la siguiente forma: la sección (1) introduce el objetivo de la tesis y realiza una breve revisión de literatura en torno a modelos de default soberano, la sección (2) presenta y desarrolla el modelo base, la sección (3) introduce una exploración numérica de este a través de la caracterización gráfica de las decisiones óptimas de default que realiza el gobierno ante diferentes especificaciones que son de interés. En particular, se analiza gráficamente cómo responden las decisiones óptimas de default del gobierno en tres casos diferentes:

1. Sustituibilidad bruta entre consumos público y privado, donde el parámetro en la función CES que los agrega toma un valor de  $-0.5$ .
2. Forma intermedia en la cual la función de agregación CES para los consumos es una Cobb-Douglas (i.e, el valor del parámetro tiende a 0).
3. Complementariedad bruta entre consumos, donde el parámetro en la función CES que los agrega toma un valor de 2.

Es importante notar que, en el tercer caso, el coeficiente de la función CES es el inverso que en el primero. Esto es así pues interesa estudiar qué tan simétricos pueden llegar a ser los resultados cuando se tiene sustituibilidad bruta entre consumos respecto al caso en que se tiene complementariedad bruta entre estos. A su vez, para cada uno de estos casos se plantean diferentes situaciones, las que básicamente corresponden a cambios en las decisiones óptimas de default por parte del gobierno cuando este se ve restringido por diferentes valores de los parámetros que representan las preferencias redistributivas y los costos de una u otra vía de financiamiento. Luego, en la sección (4) se realizan simulaciones en las que se obtienen las correlaciones promedio entre distintas variables del modelo para cada uno de los tres casos recién mencionados. Por último, en la sección (5) se sintetizan las principales conclusiones del análisis realizado, además de presentarse las extensiones naturales que podrían realizarse a partir del marco teórico planteado.

Los principales resultados del análisis del modelo que se desarrolla en esta tesis nos indican que la inclusión de parámetros redistributivos tiene el potencial

---

<sup>6</sup>El supuesto de que al hacer default se reduce el ingreso, puede ser racionalizado por el hecho de que después de un episodio de default hay una interrupción del comercio externo, Rose (2005), lo que induce una pérdida de producto. Véase también Arteta & Hale (2006) y Dooley (2000).

de explicar un rango amplio de conjuntos de decisiones óptimas de default del gobierno, lo que incide directamente en la probabilidad de que este se declare en default y a priori, puede explicar teóricamente mediante un marco teórico único las diferencias que se encuentran para dicha variable entre países emergentes y desarrollados. En particular, se tiene que la probabilidad de que un gobierno decida repudiar su deuda será mucho más alta en la medida en que así también lo sea el nivel de progresividad en el cobro de impuestos. Además, el hecho de que el gobierno se encuentre restringido a la entrega de una proporción mayoritaria del gasto público total al agente de bajos ingresos, tiende a minimizar la probabilidad de que este decida declararse en default (con algunas diferencias dependiendo de la sustituibilidad o complementariedad bruta entre el consumo público y el consumo privado). Además, en este marco teórico donde el precio del bono no es endógeno a la probabilidad de default, el comportamiento cíclico de la balanza comercial y las tasas de interés, se adecúa mejor al que empíricamente tendría una pequeña economía abierta y emergente cuando suponemos que los consumos público y privado son complementos brutos.

## 1.1 Revisión de literatura

Una vasta cantidad de literatura que incluye modelos de default soberano para pequeñas economías emergentes y abiertas ha sido desarrollada a partir de lo planteado inicialmente por Eaton & Gersovitz (1981), agregando cada vez mayor complejidad en torno a las circunstancias que pueden acompañar un episodio de default. A partir de ello, el desarrollo de un marco teórico como el que se plantea en este trabajo, se ve justificado por la escasez existente en la literatura, en torno a modelos de default soberano que puedan: (1) dar cuenta de un gobierno que ejerce su política fiscal de forma explícita, (2) los eventuales fines redistributivos que tiene dicha política al interior de las democracias modernas, y (3) la complementariedad o sustituibilidad entre consumos público y privado<sup>7</sup>. A partir de la revisión de literatura para el desarrollo de este trabajo, se consideró que es conveniente (y posible) agrupar la gran mayoría de papers en los que se plantean modelos de default soberano a la Eaton & Gersovitz (1981) de acuerdo al objetivo principal que persiguen.

En el primer grupo podemos encontrar trabajos que buscan explicar de mejor forma el valor que toman los spreads soberanos, donde por ejemplo Lizarazo (2013), desarrolla un modelo de deuda y default para pequeñas economías abiertas que interactúan con inversionistas internacionales aversos al riesgo. De lo anterior, el modelo planteado por el autor ofrece dos mejoras principales respecto del caso estándar donde los inversores son neutrales al riesgo: (i) presenta un mejor ajuste de la relación deuda/producto, (ii) explica una mayor proporción

---

<sup>7</sup>D'Erasmus & Mendoza (2016), plantean un modelo de default soberano en que se da cuenta de eventuales preferencias redistributivas en torno al gasto fiscal. En tanto Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009), plantean un modelo de default soberano en donde el gobierno ejerce su política fiscal de forma explícita y dan cuenta de la posibilidad de que el consumo público y el privado sean sustitutos o complementos. Por otro lado, Aizenman, Gavin & Hausman (2000), desarrollan un modelo sin commitment por parte del gobierno, donde este ejerce su política fiscal de forma explícita, en un contexto donde el gasto público está dado de forma exógena.

y la volatilidad del diferencial entre los bonos soberanos y los activos libres de riesgo. Por otro lado, Pouzo & Presno (2016) estudian cómo la preocupación de los inversionistas internacionales acerca de una mala especificación del modelo (prestamistas aversos a la incertidumbre en el sentido de Knight) afecta los spreads sobre los bonos soberanos de países emergentes. En contraste con la literatura existente sobre default soberano, los autores logran replicar la dinámica de altos spreads sobre los bonos de Argentina que se observa en los datos, a la vez que preservan la frecuencia de default de acuerdo a niveles observados históricamente bajos. El desarrollo de esta tesis se aleja de los objetivos que persiguen estos trabajos, pues el modelo que se presenta asume que el precio del bono no es endógeno a la probabilidad de que un gobierno haga default, lo que limita el análisis teórico en torno a la volatilidad y monto de los spreads soberanos. Sin embargo, la inclusión de preferencias redistributivas en la forma que se especifican en el presente marco teórico, puede implicar un avance en dicho ámbito si se procede a extenderlo hacia la dependencia de la tasa de interés respecto de la probabilidad de default, en combinación con un planteamiento en que la tasa impositiva sea una variable de control y no de estado.

Por otro lado, en el segundo grupo podemos encontrar trabajos que buscan explicar de forma más precisa la probabilidad de default y la volatilidad de las tasas de interés. Aquí tenemos a Yue (2010), que desarrolla un modelo que presenta tanto riesgo de incumplimiento endógeno como tasas endógenas de recuperación de deuda. En este trabajo, la autora básicamente muestra que la introducción de un programa endógeno de recuperación de deudas lleva a una mayor probabilidad de incumplimiento y una mayor volatilidad de los tipos de interés. Además, Aguiar & Gopinath (2006) desarrollan un modelo cuantitativo de deuda y default en una pequeña economía abierta. En lo esencial de su análisis, estudian las implicancias de agregar shocks permanentes y transitorios sobre el modelo clásico planteado por Eaton & Gersovitz (1981), con lo que logran predecir gran parte de la probabilidad de ocurrencia de episodios de default en economías en vías de desarrollo. A partir de lo anterior, la presente tesis representa un principio de avance en cuanto a otorgar una explicación teórica, imposible de ser explorada en los modelos anteriores pues no plantean la existencia de un gobierno que ejerce su política fiscal de forma explícita, sobre la alta frecuencia en que se suceden episodios de default soberano en países emergentes en relación a países desarrollados. En particular, características propias de manejo de política fiscal al interior de los países pueden llegar a explicar un amplio rango de probabilidades de default en el contexto de un único marco teórico.

Finalmente, en el tercer grupo de trabajos podemos encontrar a los que incluyen un gobierno con el propósito de estudiar el comportamiento de su política fiscal en un contexto en que no puede existir *commitment*. Aquí tenemos que al menos tres<sup>8</sup> papers extienden el universo de modelos de default soberano hacia la inclusión de un gobierno que ejerce su política fiscal de forma explícita, mientras solo uno de ellos da cuenta de la eventual existencia de preferencias

---

<sup>8</sup>De los cuales se ahonda tan solo en los dos más importantes.

redistributivas en la realización de su análisis. En este sentido, Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009) estudian teórica y numéricamente el comportamiento cíclico óptimo de la política fiscal, en el contexto de un DSGE que consta de cuatro agentes (una firma que produce de forma endógena, un gobierno, un consumidor representativo y un prestamista extranjero representativo), donde la oferta laboral es endógena y decreciente en el nivel de impuestos que el gobierno aplica sobre el consumo del agente representativo<sup>9</sup>. Por otro lado, D’Erasmus & Mendoza (2016) proponen un modelo de agentes heterogéneos en el que la deuda óptima que se contrata y la decisión de hacer default es guiada por los incentivos redistributivos que tiene el planificador. Los autores suponen que el gobierno emite deuda en el mercado externo y en el interno, y que al hacer default lo hace sobre las obligaciones contraídas en ambos mercados al mismo tiempo. En su marco teórico, la política fiscal no tiene un rol redistributivo per se, sino que es el acto de repudiar la deuda el que tiene el potencial de redistribuir recursos entre agentes, en la medida en que estos ahorran en mayor o menor grado a través de los instrumentos de deuda que emite el gobierno. De esta forma, la contratación de nueva deuda implica una “redistribución progresiva” (en favor de los agentes con menor tenencia de bonos), mientras que el pago de dicha deuda en el futuro genera una “redistribución regresiva” (al entregarle recursos a los mayores tenedores de bonos). Lo anterior implica, entonces, que al hacer default el gobierno eventualmente se estaría comportando de acuerdo al deseo de lograr una “redistribución progresiva”. De esta manera, la principal contribución de la presente tesis en relación a este grupo de trabajos radica en la modelación de preferencias redistributivas por parte de un gobierno al manejar sus dos principales herramientas de política (i.e., el cobro de impuestos y la entrega de gasto público) y no solo cuando el mero hecho de hacer default tiene implícito un valor redistributivo dada la tenencia de instrumentos financieros por parte de los agentes privados domésticos.

El modelo que se presenta a continuación se basa fuertemente en los trabajos de Aguiar & Gopinath (2006), del cual se toma la estructura del problema dinámico de optimización que enfrenta el planificador, prescindiendo de la existencia de shocks permanentes y agregando un gobierno que ejerce su política fiscal de forma explícita. Además, de particular importancia resulta el trabajo de Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009), de donde se tomó prestada la función de utilidad individual (en base a un agregador CES para el consumo privado y público que luego se reemplaza en una función CRRA estándar), y se extendió el análisis hacia la existencia de dos tipos de agentes y la inclusión de diferentes especificaciones para las preferencias redistributivas que eventualmente pueda tener un gobierno (que guían el comportamiento de los principales componentes de su política fiscal). En lo fundamental, el gran aporte del trabajo de Aguiar & Gopinath (2006) a la literatura radica en que la inclusión de shocks sobre el producto de tendencia, permite explicar teóricamente la ocurrencia de episodios

---

<sup>9</sup>Esto se corresponde con el descuento endógeno que en el marco teórico de esta tesis se aplica sobre la recaudación tributaria total, en donde, por temas de simplicidad, se ha supuesto una economía en que la realización de ingreso es producto de un proceso estocástico para la dotación y no existe oferta de trabajo por parte de los consumidores.

de default soberano con una probabilidad que se acerca a la observada empíricamente. En este contexto, es relevante modificar el marco teórico que los autores plantean hacia uno en que el gobierno ejerza su política fiscal de forma explícita, donde el consumo privado del agente representativo (o los agentes representativos) no sea meramente un resultado residual que se explica tan solo por la decisión de pagar deuda antigua para contratar deuda nueva. De esta forma, podremos analizar las implicancias que tiene sobre la probabilidad de que un gobierno decida hacer default, el hecho de suponer que el planificador desea redistribuir recursos entre agentes mediante un manejo activo de su política fiscal, lo que eventualmente nos ayuda a explicar una mayor extensión de las decisiones óptimas de default en el contexto de un marco teórico único.

## 2 Modelo

Para modelar el hecho de que un gobierno pueda declararse en default, se sigue el marco teórico planteado inicialmente por Eaton & Gersovitz (1981) y, de forma más particular, lo planteado por Aguiar & Gopinath (2006) y Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009). Como habíamos señalado en un inicio, el gobierno puede financiarse de dos formas diferentes: (1) mediante impuestos, lo que es costoso para el gobierno debido a que a medida que aumenta la tasa que en teoría quiere cobrar a los agentes; la tasa que efectivamente les puede cobrar aumenta cada vez menos, (2) mediante deuda, lo que supone un costo endógeno de acuerdo a la función de “debt elastic interest rate” presente en Schmitt-Grohé & Uribe (2003). Se asume que los activos internacionales están limitados tan solo a bonos no contingentes de un período de duración antes del vencimiento (por lo que el mercado financiero es incompleto) y que si el gobierno repudia al menos una parte de su deuda vigente, entra inmediatamente en default. Una vez declarado este, la economía se ve sometida a dos forma de castigo, la autarquía financiera con una probabilidad exógena de “redención” en cada período, y la pérdida de una porción del producto mientras dure la exclusión. El análisis se sustenta sobre un modelo estándar de default soberano con dotación de ingreso estocástica, al que se le han realizado diversas modificaciones con tal de que permita la existencia de un gobierno que ejerza su política fiscal de forma explícita. En particular y como se señaló en un principio, se presume la existencia de dos tipos de agentes con diferente nivel de ingreso y de un planificador central que cobra impuestos sobre la dotación que estos reciben período a período, para luego volver a entregar los recursos recaudados en forma de gasto (bienes) público(s). A partir de esto, el gobierno ejerce su política fiscal teniendo en cuenta que puede entregarle una mayor proporción del gasto público total al agente de bajos ingresos ( $\theta < 0.5$ ) y que también puede cobrarle una fracción  $\lambda < 1$  de la tasa de impuestos (única en la economía).

## 2.1 Proceso de generación del ingreso

La dotación  $y_t$  está conformada período a período de un componente transitorio  $z_t \in \Upsilon$  y el producto de tendencia  $\bar{y}$ , que es constante:

$$y_t = \bar{y} \exp^{z_t} \quad (1)$$

El shock transitorio  $z_t$  sigue un proceso AR(1) en torno a una media de largo plazo  $\mu_z$ :

$$z_t = \mu_z (1 - \rho_z) + \rho_z z_{t-1} + \varepsilon_t^z \quad (2)$$

donde,  $|\rho_z| < 1$  y  $\varepsilon_t^z \sim N(0, \sigma_z^2)$ .

El agente representativo de altos ingresos (supraíndice A) recibe una proporción  $\delta$  de la dotación total de recursos de la economía en cada período, tal que:

$$y_t^A = \delta y_t$$

El agente representativo de bajos ingresos (supraíndice B) recibe una proporción  $(1 - \delta)$  de la dotación de cada período, tal que:

$$y_t^B = (1 - \delta) y_t$$

## 2.2 Función objetivo

Se considera una función CES para agregar el consumo público y privado<sup>10</sup>, que luego se introduce dentro de una función CRRA estándar, tal que la función objetivo del gobierno, que podera la utilidad del agente representativo de cada tipo, queda como sigue:

$$U(C_t^A, C_t^B, G_t) = \alpha \frac{\left[ \kappa (\theta G_t)^{-v} + (1 - \kappa) (C_t^A)^{-v} \right]^{-\frac{(1-\gamma)}{v}} - 1}{1 - \gamma} + \dots$$

$$(1 - \alpha) \frac{\left[ \kappa ((1 - \theta) G_t)^{-v} + (1 - \kappa) (C_t^B)^{-v} \right]^{-\frac{(1-\gamma)}{v}} - 1}{1 - \gamma} \quad (3)$$

donde  $G_t$  es el gasto fiscal total del período  $t$ ,  $C_t^A$  y  $C_t^B$  son los consumos privados del agente de altos y bajos ingresos,  $\kappa$  es el ponderador del consumo de bienes públicos en la función de utilidad individual de cada agente (las que el planificador pondera de acuerdo al parámetro  $\alpha$ ) y  $\theta$  es la proporción exógena de gasto fiscal total que el gobierno destina al agente de altos ingresos. Además, en la expresión anterior  $v$  es el coeficiente del agregador CES para el consumo

<sup>10</sup>La función que agrega consumo público y privado y que permite la sustituibilidad o complementariedad entre ambos fue obtenida de Cuadra, Sanchez & Saprizza (2009).

público y privado, que puede tomar valores iguales o mayores a  $-1$ , donde  $v \rightarrow 0$  indica la forma funcional Cobb-Douglas. Este coeficiente define el grado de sustituibilidad/complementariedad entre ambos consumos, siendo  $v = -1$  el caso en que estos son sustitutos perfectos y  $v \rightarrow \infty$  el caso en que son complementarios perfectos.

### 2.3 Costos de financiamiento endógenos

**Precio del bono:** para cerrar el modelo, se utiliza el “debt elastic interest rate” de Schmitt-Grohé & Uribe (2003), en donde el precio del bono es el inverso de la suma entre la tasa de interés libre de riesgo  $r^f$  (que se supone internacionalmente dada y no modificable por parte del gobierno) y una prima creciente en el nivel de deuda que se contrata en el período actual (y que debe ser repagada el siguiente período).

$$q(b') = \frac{1}{1 + r^f + \mu \left( e^{\frac{(\bar{b}-b')}{\bar{y}}} - 1 \right)} \quad (4)$$

donde  $b'$  es el nivel de deuda que se contrata para ser pagado (o no) el siguiente período,  $\mu$  es la elasticidad de la tasa de interés,  $\bar{y}$  es el producto de tendencia (que se supone constante) y  $\bar{b}$  es un nivel “meta” de deuda. Es necesario señalar que dada la posibilidad que el gobierno siempre tiene de hacer default en el período siguiente, en caso de no suponer una función de este tipo, decidirá contratar un nivel infinito de deuda. Es decir, esta función que endogeniza el precio del bono a la cantidad contratada de deuda, elimina la existencia de una raíz unitaria en la variable.

**Descuento sobre la recaudación tributaria:** el descuento sobre la tasa de impuestos “teórica” que el gobierno pretende cobrar, y que deriva en la tasa que efectivamente cobra, se modela como una función creciente en el valor que toma la tasa impositiva del período actual. En una primera aproximación, se pretende una definición análoga a lo que sería el “debt elastic interest rate”, donde en este caso  $T$  correspondería a la tasa impositiva del período y  $\bar{T}$  a un valor “meta” para esta, que es impuesto de forma exógena y se mantiene constante.

$$\phi(T) = \omega \left( e^{\frac{(T-\bar{T})}{\bar{y}}} - 1 \right) \quad (5)$$

### 2.4 Problema de optimización dinámica

Acá, el supraíndice “B” en la función valor indica el estar fuera del mercado financiero por haber repudiado la deuda (bad credit history), mientras que el supraíndice “G” indica el estar dentro del mercado financiero puesto que el gobierno decide repagar su deuda en el período actual (good credit history). De esta forma, la función valor de estar en buenos términos financieros al comienzo del período  $t$  es:

$$V(b, z, h) = \max \{V^G, V^B\} \quad (6)$$

La economía, entonces, solo hace default si:

$$V^G(b, z, h) < V^B(z, h)$$

Lo anterior nos permite caracterizar la decisión óptima de default  $d$  ante cierto nivel de activos netos y realización de dotación de la siguiente forma:

$$d(b, z) = \begin{cases} 1 & V^G(b, z, h) < V^B(z, h) \\ 0 & otherwise \end{cases} \quad (7)$$

Las políticas de default determinan el “conjunto de pago”  $\Lambda(b)$ ; este se define como el conjunto de valores del shock transitorio tales que el pago de la deuda es una decisión óptima para el gobierno dado el nivel de activos externos  $b$  que arrastra del período anterior,

$$\Lambda(b) = \{z \in \Upsilon : d(b, z) = 0\} \quad (8)$$

y un “conjunto de default”  $F(b)$ , definido como el conjunto de valores del shock transitorio tales que repudiar la deuda es óptimo dado cierto nivel de tenencia de activos externos,

$$F(b) = \{z \in \Upsilon : d(b, z) = 1\} \quad (9)$$

Una economía con mal historial de crédito (B) deberá consumir su dotación o ahorrarla con un retorno equivalente a la tasa internacional libre de riesgo  $r^f$ . De cualquier forma, con probabilidad exógena  $\pi$ , el gobierno se verá “redimido”, comenzando el siguiente período con un buen historial de crédito y la posibilidad de acceder nuevamente al mercado de capitales. En caso de verse “redimido”, toda deuda del gobierno es perdonada y la economía comienza el período siguiente con un total de cero activos netos. Así, la función valor de estar fuera del mercado financiero se obtiene resolviendo la maximización que se presenta a continuación:

$$V^B(z, h) = \max_{G, b'} U(C^A, C^B, G) + \dots \\ \pi \beta \mathbb{E}_t V(\theta, z', h') + (1 - \pi) \beta \mathbb{E} V^B(z', h') \quad (10)$$

donde  $\beta$  es el factor subjetivo de descuento.

De igual forma, la función valor de estar dentro del mercado financiero se obtiene resolviendo la siguiente maximización:

$$V^G(b, z, h) = \max_{G, b'} U(C^A, C^B, G) + \dots \\ \beta \mathbb{E}_t V(b', z', h') \quad (11)$$

donde  $h$  es una variable dummy que toma valor unitario si se hizo default el período inmediatamente anterior (history).

Ambas, se encuentran sujetas a las siguientes restricciones, donde  $d$  (definida por la ecuación (7)) es una dummy que toma valor unitario en caso de producirse un default en el período  $t$ :

$$T^* = (1 - \phi(T)) T \quad (12)$$

$$G = y(1 - d(b, z) \tau) T^* (\delta + (1 - \delta) \lambda) + \dots$$

$$(1 - d(b, z)) [b - q(b') b'] \quad (13)$$

$$C^A = (1 - d(b, z) \tau) \delta y (1 - T^*) \quad (14)$$

$$C^B = (1 - d(b, z) \tau) (1 - \delta) y (1 - \lambda T^*) \quad (15)$$

$$C^A + C^B = y(1 - d(b, z) \tau) - G + \dots$$

$$(1 - d(b, z)) [b - q(b') b'] \quad (16)$$

Aquí, la ecuación (13) corresponde a la restricción presupuestaria del gobierno, en la cual  $\phi(T)$  es una función no lineal de la tasa impositiva del período (creciente en dicho argumento). Las ecuaciones (14) y (15) corresponden a las restricciones que definen el consumo de cada agente representativo, donde  $\lambda < 1$  es la fracción de la tasa de impuestos endógena que se cobra a los agentes de tipo bajo, y  $0 < \theta < 1$  es la proporción del gasto fiscal total que se destina a los agentes de altos ingresos. Además,  $\tau$  representa la pérdida de producto todos los períodos que se esté en autarquía luego de haber declarado un default, mientras  $z$  corresponde a la realización del shock transitorio del período. Por último, la ecuación (12) define la tasa de impuestos que efectivamente se cobra a los agentes en función del descuento endógeno (5).

## 2.5 Equilibrio

En equilibrio, el gobierno determina su política óptima de default ( $d$ ), su política de tenencia de activos ( $b'$ ) y su política fiscal óptima ( $G, T$ ), sujeto a que está maximizando el bienestar ponderado de ambos tipos de agentes en la economía y que toma en cuenta tanto el costo de financiamiento interno como externo (que son endógenos a sus decisiones de política fiscal).

**Definición 1.** Un equilibrio recursivo para esta pequeña economía abierta está caracterizado por lo que sigue:

1. Un conjunto de funciones de valor  $V$ ,  $V^G$  y  $V^B$  para el gobierno.
2. Funciones de política para la decisión de default por parte del gobierno  $d$ , tenencia óptima de activos  $b'$ , gastos óptimos del gobierno  $G$  y tasas de impuesto óptimas  $T$ .
3. Una función para el precio del bono  $q$  y para el descuento sobre la recaudación tributaria total  $\phi$ , tal que las funciones de valor del gobierno  $V$ ,  $V^G$  y  $V^B$  y sus funciones de política  $d$ ,  $b'$ ,  $G$  y  $T$  resuelven (6), (10) y (11).

## 2.6 CPOs y ecuación de Euler

Si consideramos a partir de la ecuacion (3) que  $U^A(C^A, C^B, G) = \frac{[\kappa(\theta G_t)^{-v} + (1-\kappa)(C_t^A)^{-v}]^{-\frac{(1-\gamma)}{v}} - 1}{1-\gamma}$  y que  $U^B(C^A, C^B, G) = \frac{[\kappa((1-\theta)G_t)^{-v} + (1-\kappa)(C_t^B)^{-v}]^{-\frac{(1-\gamma)}{v}} - 1}{1-\gamma}$ , las condiciones de primer orden del problema de optimización dinámica son las que siguen:

$$[G] \longrightarrow \alpha U_G^A \frac{\partial C_A^*}{\partial G} + (1-\alpha) U_G^B \frac{\partial C_B^*}{\partial G} = 0$$

$$[b'] \longrightarrow \alpha U_{b'}^A \frac{\partial C_A^*}{\partial b'} + (1-\alpha) U_{b'}^B \frac{\partial C_B^*}{\partial b'} = \beta \frac{\partial V'}{\partial b'}$$

donde  $C_A^*$  y  $C_B^*$  son los consumos agregados para los agentes representativos de alto y bajo ingreso respectivamente, definidos por la función de agregación CES cuando reemplazamos el valor de la tasa efectiva de impuestos como se presentan a continuación:

$$C_A^* = \kappa (\theta G)^{-v} + (1-\kappa) \left[ \delta \left( y + \frac{b - q(b')b' - G}{\delta + (1-\delta)\lambda} \right) \right]^{-v}$$

$$C_B^* = \kappa ((1-\theta)G)^{-v} + (1-\kappa) \left[ (1-\delta) \left( y + \frac{b - q(b')b' - G}{\delta + (1-\delta)\lambda} \right) \right]^{-v}$$

Al derivar ambos consumos agregados respecto a  $G$  y reemplazando en la primera CPO, obtenemos la siguiente igualdad:

$$\kappa G^{-v-1} \left\{ \alpha \theta^{-v} U_G^A + (1-\alpha) (1-\theta)^{-v} U_G^B \right\} = \dots$$

$$\frac{(1-\kappa)}{\delta + (1-\delta)\lambda} \left[ y + \frac{b - q(b')b' - G}{\delta + (1-\delta)\lambda} \right]^{-v-1} \left\{ \alpha \delta^{-v} U_G^A + (1-\alpha) (1-\delta)^{-v} U_G^B \right\} \quad (17)$$

donde  $U_G^A$  y  $U_G^B$  son las derivadas de las utilidades individuales de los agentes representativos de altos y bajos ingresos respecto del gasto público  $G$ . Acá, el término al lado izquierdo de la igualdad corresponde al efecto directo que tiene un cambio en el gasto público sobre la utilidad de cada agente, mientras que el término a la derecha corresponde al efecto “de financiamiento” que tiene dicha variación sobre la utilidad de cada agente. En particular, si el gobierno por ejemplo financia un aumento de gasto público mayoritariamente mediante deuda, el efecto sobre el consumo privado será menor dado que se requerirá de un alza impositiva más reducida con tal de financiarlo. En resumidas cuentas, una variación óptima en el gasto público total debe ser tal que el bienestar ponderado de los agentes disminuya o aumente producto de la menor o mayor entrega de bienes públicos en un monto equivalente al aumento o disminución que se produce sobre la utilidad ponderada producto de una reducción o incremento del consumo privado ponderado de los agentes.

En tanto, al derivar ambos consumos agregados respecto a  $b'$  y reemplazando en la segunda CPO, se obtiene la siguiente igualdad:

$$\frac{v(1-\kappa)}{\delta+(1-\delta)\lambda} \left( y + \frac{b-q(b')b'-G}{\delta+(1-\delta)\lambda} \right)^{-v-1} \left[ \frac{\partial q(b')}{\partial b'} b' + q(b') \right] \left\{ \alpha \delta^{-v} U_{b'}^A + (1-\alpha)(1-\delta)^{-v} U_{b'}^B \right\} = \dots$$

$$\beta \frac{\partial V'}{\partial b'} \quad (18)$$

donde  $U_{b'}^A$  y  $U_{b'}^B$  son las derivadas de las utilidades individuales de los agentes representativos de altos y bajos ingresos respecto de la deuda que se contrata en el período actual y se paga el período siguiente. Acá, el primer paréntesis al lado izquierdo del signo igual corresponde a la realización agregada de consumo privado dado el nivel de gasto público y la contratación de deuda que el gobierno realiza, mientras el término entre corchetes corresponde al nuevo precio que tendrá el bono ante un cambio en el nivel de deuda. En resumidas cuentas, esta igualdad nos indica que ante un cambio en la contratación de deuda, el bienestar de cada agente aumentará o disminuirá ponderado por el nuevo precio del bono y la nueva realización de consumo privado, de forma equivalente a como aumentará o disminuirá la función valor en el futuro (descontada por  $\beta$ ) producto de este cambio.

A partir de la condición de primer orden (respecto a  $b'$ ) del problema de optimización dinámica del gobierno y de la aplicación del teorema del envolvente, podemos encontrar la ecuación de Euler:

$$[y(1-T^*)]^{-v-1} \left[ \frac{\partial q(b')}{\partial b'} b' + q(b') \right] \left\{ \alpha \delta^{-v} U_{b'}^A + (1-\alpha)(1-\delta)^{-v} U_{b'}^B \right\} = \dots$$

$$\beta \sum_{y' \in A(b)} Q(y'/y) \left\{ (y'(1-T^{*'}))^{-v-1} \left[ \alpha \delta^{-v} U_{b'}^A(C^{A'}, C^{B'}, G') + (1-\alpha)(1-\delta)^{-v} U_{b'}^B(C^{A'}, C^{B'}, G') \right] \right\}$$

donde  $A(b)$  es el “conjunto de pago”, definido como el conjunto de realizaciones de dotación tales que el pago de la deuda es la decisión óptima, dado el nivel de activos que el gobierno arrastra del período anterior.

Se interpreta la ecuación de Euler en términos de los beneficios y costos marginales de incurrir en endeudamiento adicional. Así, en cuanto al efecto sobre el bienestar en el período presente, por cada unidad de deuda adicional, el go-

bierno puede incrementar el nivel de gasto público en  $\left[ \frac{\partial q(b', z', x')}{\partial b'} b' + q(b', z', x') \right] [y(1 - T^*)]^{-v-1}$

unidades. Dado que el gobierno está pidiendo prestada una cantidad mayor de recursos, se puede permitir un nivel más alto de gasto público, dado cierto nivel de recaudación tributaria (que está determinado por el segundo término entre corchetes): en principio, podría incrementar el consumo público total en  $q$  unidades, pero, al mismo tiempo, la contratación de deuda adicional aumentará el valor de la prima que le impone el mercado externo sobre la tasa de interés libre de riesgo (dado que esta es creciente respecto al desvío de la deuda contratada y el nivel “meta”). Entonces, el precio decreciente del bono implica que el gobierno no obtiene la misma cantidad de recursos que obtendría en caso de enfrentarse a un precio constante. El término  $\frac{\partial q(b', z', x')}{\partial b'} b'$  refleja que, al momento de evaluar los costos y beneficios de incurrir en un mayor financiamiento externo, el gobierno toma en cuenta el hecho de que al emitir más bonos, su precio estará disminuyendo. De esta forma, podríamos decir que la contratación de deuda adicional solo será óptima si permite al gobierno incrementar el gasto público, lo que dentro de este contexto siempre estaría sucediendo. Sin embargo, emitir más deuda solo será óptimo cuando esta le permita aumentar el gasto público a un costo marginal menor que el resultante de subir la tasa impositiva, de forma que le permita alcanzar dicho nivel de gasto. En este caso, los recursos extra son utilizados para aumentar el consumo público de los agentes, incrementando su utilidad actual. En tanto, en el futuro el gobierno tendrá que repagar la deuda contratada, lo que en principio reduce el consumo privado de los agentes en  $[y(1 - T^*)]^{-v-1}$  unidades durante el siguiente período (debido a que con tal de cumplir sus obligaciones deberá elegir una tasa impositiva más elevada). No obstante, solo paga en caso de que le sea óptimo hacerlo, por lo que los agentes tan solo terminarán consumiendo una menor cantidad de bienes privados en aquellos estados en que el gobierno no hace default y paga su deuda.

### 3 Exploración numérica del modelo

En esta sección se introduce la calibración utilizada en la resolución numérica del modelo, así como el algoritmo. Luego, en la subsección (3.1.2) se realiza un análisis a partir de la variación y forma que toman gráficamente las decisiones óptimas de default que realiza el gobierno ante todas las combinaciones posibles de deuda y realizaciones de dotación. A partir de esto, se busca comprender de qué forma el trade-off entre financiamiento interno y externo, así como también distintos valores de los parámetros redistributivos, en un contexto en que los consumos público y privado pueden ser complementarios o sustitutos, afectan

el área en la cual el gobierno decide óptimamente hacer default.

### 3.1 Calibración y algoritmo

Parámetros de referencia comunes a casi todos los modelos de default soberano fueron obtenidos de Aguiar & Gopinath (2006). Cada período en el modelo hace referencia a un trimestre, con su correspondiente tasa libre de riesgo trimestral igual a 1%. El valor 2 para el coeficiente de aversión relativa al riesgo  $\gamma$  es estándar en la literatura. La probabilidad de redención  $\pi = 0.1$  implica una estadía promedio en autarquía de 2.5 años, similar a la estimada en Gelos et al (2003) y la misma utilizada en Aguiar & Gopinath (2006). La pérdida adicional de ingreso en autarquía se fija en 2%, valor transversal a todos los modelos de default soberano revisados. En cuanto al parámetro  $\beta$ , se sitúa su valor en 0.8. Como hemos supuesto tan solo la existencia de shocks transitorios sobre el producto tendencial  $\bar{y}$  (que es constante e igual a 1), el ingreso sigue un proceso AR(1) en torno a una tendencia estable, donde se fija el coeficiente de autocorrelación en  $\rho_z = 0.9$ , mientras que la desviación estándar se fija en  $\sigma_z = 3.4\%$ . Además, se sitúa la media del logaritmo del producto variable  $\mu_z$  en 1.5. A fin de que tanto el descuento sobre la tasa impositiva “teórica” y la prima sobre la tasa de interés sean siempre crecientes en sus respectivos argumentos, suponemos que  $\bar{T}$  es igual al mínimo valor que se le ha dado a la grid de impuestos (0.1), mientras que  $\bar{b}$  es igual al máximo valor que se le ha dado a la grid de activos (que es 0 puesto que suponemos que el gobierno es un deudor neto). Puede parecer que el valor mínimo que toma la tasa impositiva es relativamente alto, pero se ha supuesto de esta forma para que ningún valor de la grid para el gasto público tome valores negativos (lo que básicamente está dado por la resta entre ingresos fiscales y el flujo neto de capital con el exterior). Esta suposición no afecta en ninguna medida los resultados de la exploración numérica y, por lo demás, puede ser modificado en cualquier momento. Por otro lado, como lo hacen Cuadra, Sanchez & Saprizza (2009), se fija el valor de  $\kappa$  en 0.86 a fin de generar un ratio  $G/C$  de 16% bajo la forma funcional Cobb-Douglas. Además, suponemos que el agente de altos ingresos recibe un 90% de la dotación total privada de la economía en cada período, proporción que mientras sea mayor a 0.5 mantiene la dinámica general de los resultados del análisis. Intuitivamente, para que la redistribución de recursos por parte del planificador tenga sentido, debe haber un agente de altos y bajos ingresos respectivamente, sin embargo, valores de  $\delta$  menores a 0.5 estarían indicando que el gobierno pondera más la utilidad de los agentes de altos ingresos, lo que modifica diametralmente los resultados del análisis. Por último, se fija la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  en 0.17, lo que implica que el máximo valor que puede tomar la tasa de interés efectiva ronda el 30% (lo que sin duda es un valor excluyente), en tanto los valores de otros parámetros se reportan en la segunda sección del apéndice.

Para resolver el modelo numéricamente, se utiliza el “discrete state-space method”. Primero se reformulan las ecuaciones de Bellman y se procede a discretizar el espacio de estados. Luego, se aproxima el proceso AR (1) para el

ingreso, que es continuo, mediante una cadena de Markov discreta que utiliza 25 cuadrículas igualmente espaciadas de la distribución de estado estacionario del proceso original. A continuación, se integra la densidad normal subyacente sobre cada intervalo, para calcular los valores de la matriz de transición de Markov. El espacio de activos se discretiza en 400 valores posibles para  $b$ , en tanto suponemos que  $S = q(b')b' - b$  y se calcula la grid para el gasto público (que consta de 400 valores) tal que  $G = \text{ing} - S$ . Además, se calcula una grid para los 400 valores que puede tomar el precio del bono, a partir de los valores posibles de  $b'$ . El algoritmo de solución implica lo siguiente:

1. Se asumen valores iniciales de  $V^{B,0}$  y  $V^{G,0}$  (matrices de unos) para iterar en las ecuaciones de Bellman planteadas en la sección anterior, a fin de resolver para las funciones de valor óptimas  $V^B$ ,  $V^G$ ,  $V = \min \{V^B, V^G\}$ , y las funciones óptimas de política  $b'$ ,  $G$  y  $T$ .
2. Se itera la función de valor en todos los puntos que componen el espacio de estados, hasta que  $|V^{i+1} - V^i| < \varepsilon$ , donde  $i$  representa el número de la iteración y  $\varepsilon$  es un número muy pequeño.

### 3.2 Decisiones óptimas de default

El objetivo en esta subsección es analizar gráficamente cómo responden las decisiones óptimas de default del gobierno en tres casos diferentes: (1) sustituibilidad bruta entre consumos público y privado ( $v = -0.5$ ), (2) forma intermedia en la cual la función de agregación CES para los consumos es una Cobb-Douglas ( $v \rightarrow 0$ ) y (3) complementariedad bruta entre consumos ( $v = 2$ ). Es importante notar que en el tercer caso el coeficiente de la función CES es el inverso que en el primero. Esto es así pues interesa estudiar qué tan simétricos (o no) pueden llegar a ser los resultados cuando se tiene sustituibilidad bruta entre consumos respecto al caso en que se tiene complementariedad bruta entre estos. En tanto, las “situaciones”<sup>11</sup> que se estudian para cada caso corresponden a combinaciones de deuda y dotación en las que el gobierno hace default con certeza cuando: (1) el parámetro redistributivo para el gasto ( $\theta$ ) toma distintos valores, (2) el nivel de progresividad en el cobro de impuestos es positivo en distintos grados o nulo (distintos valores para  $\lambda$ , donde un valor unitario implica progresividad nula) y (3) el nivel de ineficiencia en la recaudación tributaria se hace cada vez mayor (valores de  $\varepsilon$  cada vez más positivos).

En los gráficos, las áreas coloreadas representan las combinaciones de activos iniciales y realizaciones de dotación sobre las cuales el gobierno óptimamente decide hacer default, mientras que el área blanca (cuando el eje vertical se encuentra en cero) representa las combinaciones donde decide no hacerlo. En todos los “casos” y sus respectivas “situaciones”, se tiene especial cuidado en extraer el máximo de intuición económica que explica la ocurrencia de cada resultado que se presenta. En general, se tiene que, para todas las combinaciones de “casos”

<sup>11</sup>En la sección 4 del apéndice se reporta la parametrización utilizada en cada situación.

y “situaciones”, el cambio en las decisiones óptimas de default está determinado por el cambio en el nivel de gasto público y contratación de deuda, ambos elegidos óptimamente por el gobierno al resolver el problema del planificador. En particular, si dado el valor de alguno de los parámetros sobre los que se hace el análisis el gobierno decide gastar más o requiere de contratar un monto mayor de deuda, el área óptima de default tenderá a reducirse. El efecto de un cambio de estas dos variables endógenas sobre las decisiones óptimas de default del gobierno no siempre se refuerza entre sí (i.e, no necesariamente van en la misma dirección), por lo que en algunos “casos” y “situaciones”, los resultados dependerán de cuál efecto se impone. Por otro lado, cada vez que se toma un valor diferente para cualquiera de los parámetros que se analizan en esta sección, se está alcanzando un equilibrio diferente en el modelo, lo que no permite sustentar la intuición del cambio en las decisiones óptimas de default en el valor que tomen las utilidades individuales de los agentes ni en el valor que tome la utilidad ponderada que el gobierno maximiza. Por ejemplo, independiente de la sustituibilidad o complementariedad de consumos, al considerar un valor de  $\theta$  y comparar la utilidad ponderada que se obtiene a partir de este con la utilidad ponderada que se obtiene con otro valor, se puede encontrar que el valor de  $\theta$  en el que la utilidad ponderada es mayor no se condice con el valor en el cual el área óptima de default es menor. De esta forma, como el valor que tome cualquier parámetro supone restringir el modelo de forma exógena, se estaría llegando a un equilibrio diferente para cada restricción. Además, es necesario tener en consideración que los gráficos que se presentan en esta subsección comprenden tres dimensiones, (1) realización de dotación, (2) nivel de deuda y (3) combinaciones de dotación y nivel de deuda en que el gobierno decide hacer default con certeza. Sin embargo, a estas se agrega una dimensión “instrumental” correspondiente al valor que toma el parámetro sobre el que se está realizando el análisis en cada “caso” (correspondiente al valor del eje vertical).

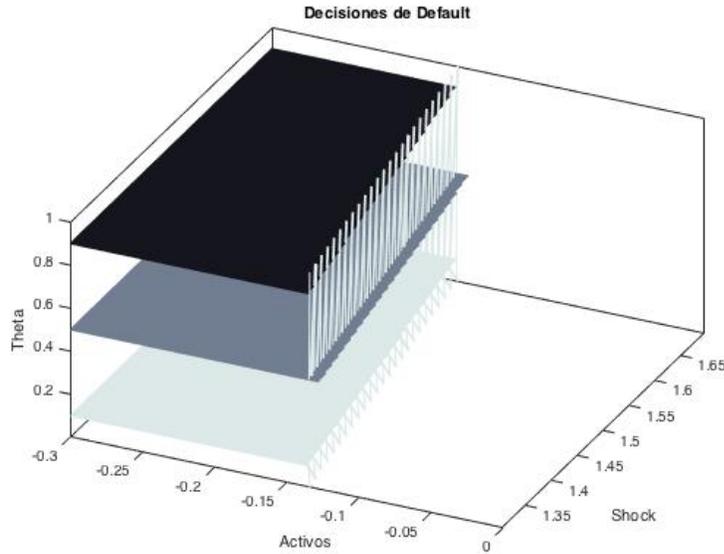
Por otro lado, con el objetivo de abstraernos del efecto que pueda tener una variación en la pendiente del descuento endógeno aplicado sobre la tasa que se les cobra a los agentes (variaciones de  $\omega$ ), suponemos que este descuento recibe shocks de diferentes magnitudes que no dependen del monto de desvío entre la “meta” y la tasa “teórica” de impuestos que al gobierno le gustaría cobrar. En particular, cuando se quiere estudiar el efecto que tiene un alza de la ineficiencia en la recaudación tributaria sobre las decisiones óptimas de default del gobierno, fijamos la tasa de interés internacional libre de riesgo en su nivel base  $r^f = 0.01$  y suponemos la siguiente especificación para la tasa de impuestos efectiva:

$$T^* = (1 - \varepsilon - \phi(T)) T = \left[ 1 - \varepsilon - \omega \left( e^{(T-\bar{T})} - 1 \right) \right] T$$

### 3.2.1 Sustitutos brutos ( $v = -0.5$ )

- Situación (S1): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma tres valores diferentes ( $\theta = 0.1, 0.5, 0.9$ ), siendo el primero una repartición altamente

Figure 1: Situación S1



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base, implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ . Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma tres valores diferentes ( $\theta = 0.1, 0.5, 0.9$ ).

progresiva de bienes públicos entre agentes; el segundo, una repartición igualitaria y el tercero, una repartición altamente regresiva.

A partir del gráfico en la **Figura 1**, podemos apreciar que el área óptima de default no se comporta de forma monótonica ante cambios en la proporción del gasto fiscal que se destina a los agentes de altos ingresos. Aquí, las líneas verticales claras son auxiliares y parten desde los bordes del plano inferior hacia arriba y hacia abajo, con lo que claramente podemos ver que el área óptima de default es menor cuando  $\theta = 0.9$  que cuando  $\theta = 0.5$  y es aún menor a estos dos casos cuando  $\theta = 0.1$ . Así, partiendo de un valor muy bajo para  $\theta$ , a medida que este aumenta, el área óptima de default lo hace consecuentemente hasta cierto valor en el cual comienza a disminuir mientras el valor del parámetro siga aumentando. De forma más particular, fijando la tasa impositiva, tenemos lo siguiente para todas las realizaciones de dotación privada: (1) el área óptima de default es menor a medida que  $\theta$  toma valores en los extremos (de hecho, cuando  $\theta = 0$  o  $\theta = 1$ , el gobierno nunca hará default) y mayor a valores intermedios. (2) El nivel de gasto que el gobierno considera óptimo es mayor cuando  $\theta$  toma valores extremos y menor cuando toma valores intermedios. (3) La contratación óptima de deuda es mayor cuando el parámetro toma valores en los extremos y

menor cuando toma valores intermedios.

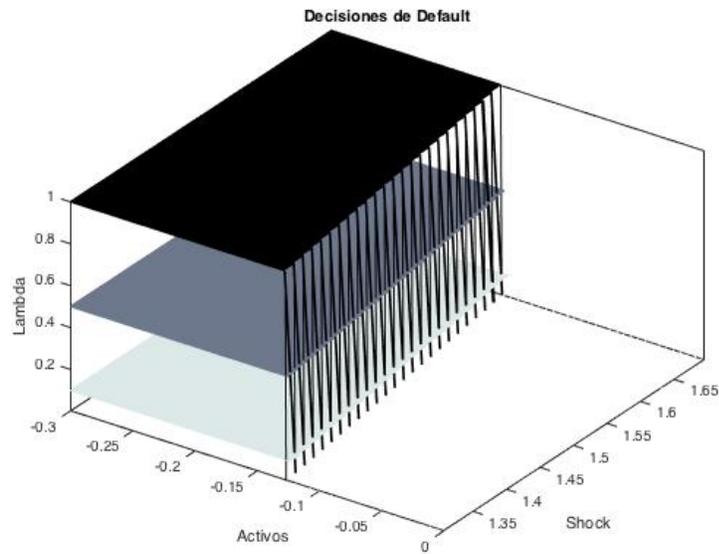
Al igual que en todos los puntos que engloban la exploración numérica del modelo, la menor cantidad de combinaciones de deuda y realización de dotación en donde el gobierno con certeza decidirá hacer default (i.e., área óptima de default) se alcanza cuando el nivel de gasto y endeudamiento que elige el gobierno al resolver el problema del planificador es el mayor. De esta forma, tenemos que para el caso en que ambos consumos son sustitutos brutos, la mínima extensión posible para el área óptima de default se alcanza cuando  $\theta$  toma valores en los extremos, mientras que su máxima extensión posible se alcanza cuando el parámetro toma valores intermedios. Esto es así, pues cuando  $\theta$  toma valores extremos, el gobierno está mejorando fuertemente el bienestar de uno u otro agente, lo que le permite llevar la utilidad ponderada a su valor óptimo mediante una alta provisión de bienes públicos. Dado que los consumos son altamente sustituibles, al gobierno no le importa entregar todo el gasto público a uno u otro agente, dejando al opuesto sin nada (más bien lo prefiere). En cambio, a niveles intermedios de  $\theta$ , una mayor provisión de bienes públicos mejorará marginalmente el bienestar de ambos agentes, con lo que el nivel de utilidad ponderada óptimo se dará con un menor nivel de gasto y menos contratación de deuda (expandingo el área óptima de default).

- Situación (S2): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ), donde el primero implica un alto nivel de progresividad y el último corresponde al caso en que la tasa que se cobra a ambos agentes es igual en el margen.

A partir del gráfico en la **Figura 2**, podemos apreciar que, a medida que el cobro de impuestos se hace más progresivo (i.e.,  $\lambda$  toma valores más bajos), el área óptima de default se hace mayor de forma monotónica. Nuevamente, las líneas negras verticales son auxiliares y nos permiten ver que el área óptima de default es menor cuando  $\lambda = 1$  que cuando  $\lambda = 0.5$  y a su vez esta última es menor que cuando  $\lambda = 0.1$ . Más en particular, fijando la tasa impositiva, tenemos lo siguiente para todas las realizaciones de dotación privada: (1) el área de default es mínima al mayor valor que puede tomar  $\lambda$ . (2) El nivel máximo de gasto público que resuelve el problema del planificador se da cuando  $\lambda$  alcanza su límite superior. (3) La contratación de deuda permanece invariable a medida que disminuye el valor del parámetro.

Como se señaló en el párrafo anterior, al disminuir el valor de  $\lambda$ , el área óptima de default disminuye monotónicamente. Si mantenemos constante el cobro de impuestos, este hecho se debe a que cuando el valor del parámetro es mayor, el nivel de gasto que el gobierno considera óptimo también es mayor y va disminuyendo en la medida que  $\lambda$  lo hace. Mientras más cerca se encuentre el valor de  $\lambda$  de su límite superior, más alta es la recaudación tributaria a una misma tasa impositiva, lo que implica directamente que el gobierno puede gastar más y/o endeudarse más. De esta forma, vemos que cuando la progresividad en el cobro de impuestos es mínima, el gobierno gasta más y cuando  $\lambda$  es bajo, el

Figure 2: Situación S2



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes, (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base (implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ ). Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ).

gobierno gasta menos y se endeuda lo mismo que cuando la progresividad era nula ( $\lambda = 1$ ).

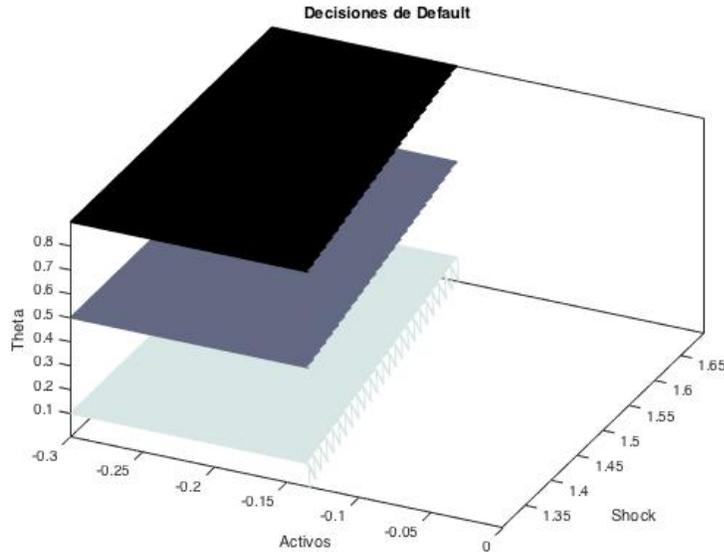
Intuitivamente, el gobierno gasta menos pues tiene menos recursos, lo que implica que hará default a niveles menos negativos de deuda (porque ha visto disminuída su capacidad de pago). Sin embargo, el nivel óptimo de contratación de deuda no se ve afectado por disminuciones de  $\lambda$ , pues el gobierno desea contrarrestar en parte la disminución de gasto producto de una menor recaudación (lo que logra manteniendo el endeudamiento constante independiente de la reducción sufrida en su capacidad de pago). Intuitivamente, si el gasto no cae tanto como lo haría en caso de que una menor recaudación fuese acompañada de una caída equivalente en la contratación de deuda, el agente de bajos ingresos verá mejoras en su bienestar dado que, al ser los bienes públicos altamente sustitutos del consumo privado, una cantidad mayor de estos siempre le resultará más atractiva (independiente de cuál sea su realización de consumo privado).

- Situación (S3): aquí suponemos que el costo exógeno sobre el financiamiento externo queda fijo en su nivel base ( $r^f = 0.01$ ) y que el parámetro que representa el grado de ineficiencia en la recaudación de impuestos toma diferentes valores ( $\varepsilon = \{0.01, 0.04, 0.1\}$ ).

En esta situación, se decidió no presentar el gráfico, pues la reacción de las decisiones óptimas de default ante los cambios paramétricos propuestos es muy pequeña para ser perceptible. Sin embargo, se plantean verbalmente los resultados y se analiza la intuición detrás de estos: a medida que hacemos el ejercicio de aumentar el grado de ineficiencia en la recaudación tributaria (mayores valores de  $\varepsilon$ ), el área de default se hace cada vez menor. De forma más particular, el análisis numérico en este caso arroja los siguientes resultados: (1) a medida que aumenta el valor de  $\varepsilon$ , el área óptima de default se expande de forma monótonica. (2) A medida que aumenta el valor del parámetro, el nivel de gasto público que elige el gobierno, disminuye. (3) A medida que aumenta el valor de  $\varepsilon$ , la contratación de deuda por parte del gobierno, aumenta.

Como se señaló en el párrafo anterior, al aumentar el valor de  $\varepsilon$ , el área óptima de default se contrae monótonicamente. Si mantenemos constante el cobro de impuestos, tenemos que un aumento en el valor del parámetro resulta en una recaudación tributaria menor por parte del gobierno, por lo que este decidirá hacer default a niveles menos negativos de deuda, implicando un aumento del área óptima de default. Por otro lado, a medida que  $\varepsilon$  aumenta, los requerimientos de deuda también lo hacen, dado que el gobierno desea contrarrestar en parte la disminución de gasto luego de una menor recaudación. Intuitivamente, si el gasto no cae tanto en este caso, ambos agentes verán mejoras en su bienestar dado que, al ser los bienes públicos altamente sustitutos de los bienes privados, una mayor provisión de estos siempre será mejor que una menor provisión, independiente de cuál haya sido la realización de dotación privada de cada agente. De esta forma, el efecto de un aumento en la contratación de deuda se sobrepone al efecto que tiene la disminución del gasto en las decisiones óptimas de default, implicando que el área de default se hará cada vez menor a medida que  $\varepsilon$  toma valores más altos.

Figure 3: Situación CD1



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base, implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ . Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma tres valores diferentes ( $\theta = 0.1, 0.5, 0.9$ ).

### 3.2.2 Forma funcional Cobb-Douglas ( $v \rightarrow 0$ )

- Situación (CD1): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma tres valores diferentes ( $\theta = 0.1, 0.5, 0.9$ ), siendo el primero una redistribución altamente progresiva de bienes públicos entre agentes; el segundo, una repartición igualitaria y el tercero, una repartición altamente regresiva.

A partir del gráfico en la **Figura 3**, podemos apreciar que un cambio en el parámetro redistributivo para el gasto (eje vertical), no afecta las decisiones óptimas de default del gobierno. De hecho, el área óptima de default es exactamente igual cuando  $\theta = 0.9$  a cuando  $\theta = 0.5$  o  $\theta = 0.1$ . Más en particular, fijando la tasa impositiva, tenemos lo siguiente para todas las realizaciones de dotación privada: (1) el área óptima de default es insensible a cambios en  $\theta$ . (2) El nivel de gasto que el gobierno considera óptimo no varía a diferentes valores del parámetro. (3) La contratación óptima de deuda permanece constante frente a cualquier valor de este. Las decisiones óptimas de default solo varían ante diferentes valores de los parámetros analizados, en la medida en que el nivel de gasto público y endeudamiento que el gobierno elige de forma

óptima al resolver el problema del planificador varíen frente a dichos valores. Esto es así, pues las combinaciones de deuda y dotación en las cuales el gobierno decide hacer default con certeza dependen directamente de cómo diferentes valores para los parámetros de interés afectan al valor esperado de mantenerse en buenos términos financieros relativo al de encontrarse en autarquía. Dada la forma funcional Cobb-Douglas, distintos valores de  $\theta$  no influyen en las decisiones óptimas de gasto ni contratación de deuda, lo que por construcción del modelo implicará que el valor esperado de estar en autarquía no varíe en relación al valor esperado de encontrarse en buenos términos financieros. En particular, el valor esperado relativo de estar en uno u otro estado, varía de acuerdo a cómo lo hace la utilidad de cada agente (y la utilidad ponderada que el gobierno maximiza) ante distintos niveles de progresividad en la repartición de gasto, variación que en ausencia de efectos sobre el gasto o la contratación de deuda, será exactamente la misma en ambos estados.

**Demostración 1.** Si suponemos que el agregador para ambos consumos tiene una forma funcional Cobb-Douglas y que la función de utilidad individual es logarítmica, la utilidad ponderada que el gobierno maximiza todos los períodos será la siguiente:

$$U = \alpha \ln \left\{ (\theta G)^\kappa (C^A)^{1-\kappa} \right\} + (1 - \alpha) \ln \left\{ [(1 - \theta) G]^\kappa (C^B)^{1-\kappa} \right\}$$

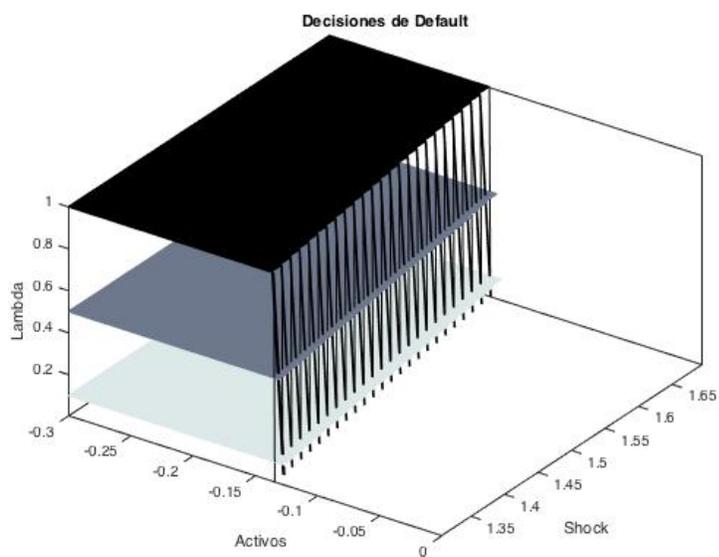
Notemos que tanto  $C^A$  como  $C^B$  no dependen de  $\theta$ , por lo que la derivada de  $U$  respecto del parámetro para la redistribución de gasto público queda como sigue:

$$\frac{\partial U}{\partial \theta} = \frac{\alpha \kappa (1 - \theta) + (1 - \alpha) \kappa \theta}{(1 - \theta) \theta}$$

Básicamente, tenemos que la derivada no depende de ninguna variable endógena, sino solo de parámetros. En particular, tenemos que  $C^A$ ,  $C^B$  y  $G$ , que son variables diferentes en caso de que el gobierno haga o no default, han desaparecido. Luego, la derivada de la utilidad ponderada de ambos agentes en caso de que el gobierno decida hacer default es exactamente la misma que para el caso en que decida no hacerlo. Es decir, hemos demostrado que el valor de estar en autarquía cambia en el mismo monto que el valor de estar en buenos términos financieros a medida que  $\theta$  varía. Por construcción, cualquier elemento que desplace ambos valores en el mismo monto y dirección no tendrá efectos sobre las decisiones óptimas de default del gobierno.

- Situación (CD2): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ), donde el primero implica un alto nivel de progresividad y el último corresponde al caso en que la tasa que se le cobra a ambos agentes es igual en el margen.

Figure 4: Situación CD2



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes, (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base (implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ ). Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ).

A partir del gráfico en la **Figura 4**, podemos apreciar que a medida que el cobro de impuestos se hace más progresivo (i.e.,  $\lambda$  toma valores más bajos), el área óptima de default se hace mayor de forma monotónica. Nuevamente, las líneas negras verticales son auxiliares y nos permiten ver que el área óptima de default es menor cuando  $\lambda = 1$  que cuando  $\lambda = 0.5$  y a su vez esta última es menor que cuando  $\lambda = 0.1$ . Más en particular, fijando la tasa impositiva, tenemos lo siguiente para todas las realizaciones de dotación privada: (1) el área de default es mínima al mayor valor que puede alcanzar  $\lambda$ . (2) El nivel máximo de gasto público que resuelve el problema del planificador se da cuando el parámetro alcanza su límite superior. (3) Mientras más alto sea el valor de  $\lambda$ , aumentos de la progresividad en el cobro de impuestos producen una disminución en la contratación óptima de deuda. En tanto, a partir de valores de  $\lambda$  lo suficientemente bajos, aumentos adicionales de la progresividad en el cobro de impuestos no generan cambios en la contratación óptima de deuda. Además, a partir del análisis numérico detallado de los resultados, se tiene que el área óptima de default para cada nivel de progresividad en el cobro de impuestos es menor a la obtenida cuando suponemos sustituibilidad bruta entre consumos y mayor al caso en que suponemos complementariedad bruta. Por otro lado, se tiene que ante cambios equivalentes de  $\lambda$ , la reacción de las decisiones óptimas de default del gobierno es mayor al caso en que los consumos son sustitutos y menor al caso en que ambos consumos son complementos brutos.

Dado que  $\theta$  está fijo en 0.5, el agente de bajos ingresos está recibiendo una alta provisión de bienes públicos en relación a la realización de su dotación de consumo privada. Si comenzamos con un grado nulo de progresividad en el cobro de impuestos y lo vamos haciendo cada vez más positivo, la efectividad que tiene cada unidad del bien público sobre el bienestar del agente de bajos ingresos es mucho más alta luego del aumento de su dotación privada. Como dicho agente en términos relativos está recibiendo una alta cantidad de bienes públicos (dado que la repartición de gasto es igualitaria y su dotación privada es mucho más pequeña que la del agente de altos ingresos), mientras más alto sea el valor de  $\lambda$ , aumentos de la progresividad en el cobro de impuestos, que implicarán una menor recaudación, producirán una fuerte disminución en la contratación óptima de deuda. Esto sucede pues, al ser cada unidad del bien público más efectiva sobre el bienestar del agente de bajos ingresos y al ser suficiente su provisión dado un valor de  $\theta$  lo suficientemente alto, el gobierno no desea contrarrestar la baja de gasto luego de una recaudación menor, mediante un aumento (o mantención) de la contratación de deuda. En cambio, cuando  $\lambda$  se hace lo suficientemente bajo, la realización de dotación privada del agente de bajos ingresos comienza a hacerse tanto mejor, que el gobierno sí desea amortiguar la baja de gasto mediante un aumento en la contratación de deuda. Esto sucede pues si bien cada unidad del bien público ahora es más efectiva, hay una mejora tal de la dotación de consumo privado del agente, que este comienza a requerir una cantidad mayor de bienes públicos que complementen su consumo a privado, implicando que el gobierno deba limitar la disminución de gasto manteniendo los requerimientos de deuda constantes (ante cambios adicionales en el nivel de progresividad del cobro de impuestos).

- Situación (CD3): aquí suponemos que el costo exógeno sobre el financiamiento externo queda fijo en su nivel base ( $r^f = 0.01$ ) y que el parámetro que representa el grado de ineficiencia en la recaudación de impuestos toma diferentes valores ( $\varepsilon = \{0.01, 0.04, 0.1\}$ ).

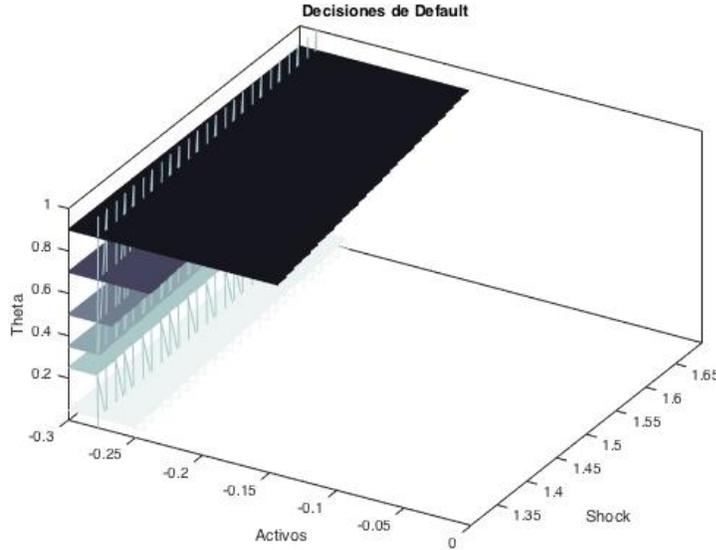
En esta situación, se decidió no presentar el gráfico, pues la reacción de las decisiones óptimas de default ante los cambios paramétricos propuestos es muy pequeña para ser perceptible. De cualquier forma, se plantean verbalmente los resultados y se analiza la intuición detrás de estos: (1) a medida que aumenta el valor del parámetro, el nivel de gasto público óptimo disminuye. (2) Aumentos en  $\varepsilon$  cuando el parámetro toma valores pequeños no implican sensibilidad en la contratación óptima de deuda; luego, cuando el parámetro alcanza valores lo suficientemente altos, aumentos de este generan un fuerte aumento en los requerimientos de deuda.

Si mantenemos constante el cobro de impuestos y  $\varepsilon$  toma valores pequeños, frente a aumentos en el valor del parámetro tendremos como resultado una recaudación tributaria menor por parte del gobierno, por lo que en teoría este decidirá hacer default a niveles menos negativos de deuda, implicando un aumento del área óptima de default (lo que, como veremos a continuación, no es necesariamente cierto). Para un rango de valores de  $\varepsilon$  lo suficientemente bajo, esta menor recaudación no se traducirá en una menor contratación de deuda, con lo que en la práctica esta se mantendrá invariable. Lo anterior amortiguará el efecto de la contracción en las decisiones óptimas de gasto, con lo que el aumento en el área óptima de default será extremadamente bajo (casi imperceptible). Así, el gasto público disminuye producto de una menor recaudación tributaria, pero lo hace menos que proporcionalmente a la merma en la recaudación, dado que la contratación de deuda permanece invariable. En cambio, cuando  $\varepsilon$  alcanza valores intermedios y sigue aumentando, el aumento en la dotación privada de los agentes es suficiente como para que el gobierno, que si bien levanta menos recursos vía tributaria, desee aumentar fuertemente el nivel promedio de contratación de deuda. Intuitivamente, como la forma funcional Cobb-Douglas es un caso intermedio (neutro) entre sustituibilidad y complementariedad bruta de los consumos, la reacción de las variables que guían el comportamiento de las decisiones óptimas de default del gobierno dependerá del nivel en que se encuentre cada consumo en relación al otro. A una tasa fija, cuando la dotación privada de los agentes es lo suficientemente alta (i.e.,  $\varepsilon$  es lo suficientemente alto), comienza a primar la parte complementaria de la utilidad con lo que el hecho de no dejar de proveer una unidad del bien público es mucho más efectivo en mejorar el bienestar agregado que cuando la dotación privada es más pequeña. Esto impulsa al gobierno a contratar más deuda, lo que implica una contracción en las decisiones óptimas de default, que es mucho mayor a la expansión generada producto de la disminución que sufre la provisión de gasto.

### 3.2.3 Complementos brutos ( $v = 2$ )

- Situación (C1): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma cinco valores

Figure 5: Situación C1



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base, implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ . Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro para la redistribución de gasto toma seis valores diferentes ( $\theta = 0.05, 0.25, 0.35, 0.5, 0.7, 0.9$ ).

diferentes ( $\theta = 0.05, 0.25, 0.35, 0.5, 0.7, 0.9$ ), siendo el primero una redistribución altamente progresiva de bienes públicos entre agentes y el quinto, una repartición altamente regresiva.

En el gráfico de la **Figura 5**, las líneas verticales claras son auxiliares y parten desde los bordes del plano  $\theta = 0.25$  hacia arriba y hacia abajo, con lo que claramente podemos ver que ante aumentos en el parámetro para la redistribución de gasto fiscal ( $\theta$ ), el área de default se comporta de forma no monotónica. Vemos que el mínimo valor que toma el área de default se da cuando  $\theta$  se encuentra en torno a 0.25 (el agente de bajos ingresos recibe un 75% del gasto público total), siendo levemente mayor cuando  $\theta = 0.05$  (el agente de bajos ingresos recibe un 95% del gasto) y mucho mayor cuando  $\theta = 0.9$  (el agente de bajos ingresos recibe un 10% del gasto). De forma más particular, tenemos lo siguiente: (1) el área óptima de default alcanza su mínima extensión cuando  $\theta$  es relativamente bajo ( $0.235 \leq \theta \leq 0.25$ ), aumentando en la medida en que se hace menor o mayor a dicho rango de valores (en los extremos, si es que  $\theta = 0$  o  $\theta = 1$ , el gobierno hará default en todos los puntos). (2) Tanto el nivel óptimo de gasto como la contratación óptima de deuda se hacen menores en la medida que  $\theta$  se hace menor o mayor al intervalo de valores definido en el

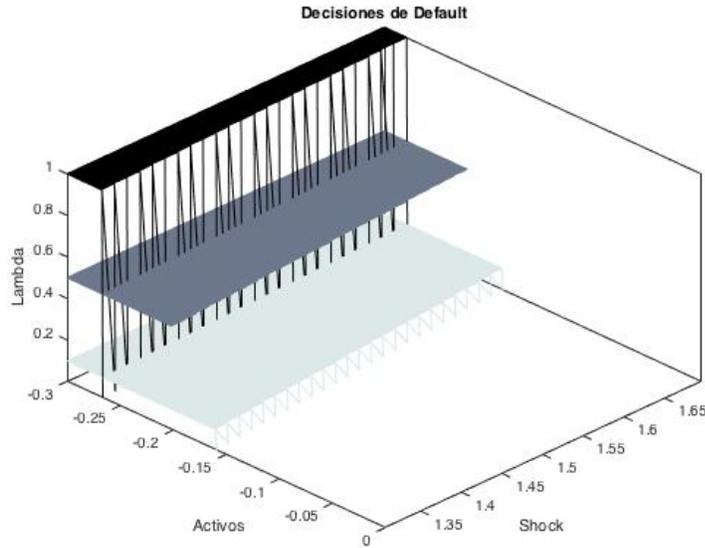
punto anterior.

Dada la complementariedad entre consumos, por la cual ambos agentes requieren de la provisión de un monto estrictamente positivo de bienes públicos con tal de descontar utilidad del consumo de su dotación privada, existirá un valor de  $\theta$  lejos de los extremos donde el gobierno querrá gastar y endeudarse al máximo posible y donde, consecuentemente, el área óptima de default alcanzará su mínima extensión. Cuando  $\theta$  se hace menor a este rango de valores (determinado por el nivel de complementariedad de los consumos), el nivel de gasto y endeudamiento que llevan el valor de la utilidad ponderada al óptimo es menor, pues gastando más, el gobierno no es capaz de influir lo suficiente en el bienestar del agente de altos ingresos (que es el que está afectando negativamente la utilidad ponderada que el gobierno maximiza). Esto explica por qué el comportamiento del área óptima de default es creciente desde  $\theta = 0$  hasta  $\theta \approx 0.24$ : un incremento marginal de gasto no se reparte entre agentes de acuerdo a lo que dicta su realización privada de dotación y la ponderación que el gobierno otorga al bienestar de cada tipo de agente. Lo mismo ocurre cuando  $\theta$  se hace mayor a dicho rango, pero esta vez mayores niveles de gasto y deuda no serán capaces de influir lo suficiente en el bienestar del agente de bajos ingresos, que es el que está afectando la utilidad ponderada en forma negativa, lo que en la práctica hace que el área óptima de default sea creciente desde  $\theta \approx 0.24$  hasta  $\theta = 1$ . Tratemos de ejemplificar lo anterior llevando la argumentación al extremo: a medida que el parámetro se hace lo suficientemente pequeño, el consumo agregado del agente de altos ingresos va a tender a cero y su utilidad, a menos infinito, mientras que si se hace lo suficientemente grande, será el consumo agregado del agente de bajos ingresos el que tenderá a cero y su utilidad, a menos infinito. En estos extremos, por mucho que el gobierno decida aumentar el gasto, simplemente será incapaz de influir en el bienestar del agente que no está pudiendo descontar utilidad del consumo de su dotación privada (por carecer de bienes públicos), lo que lo llevará a elegir de forma óptima el mínimo nivel de gasto posible, haciendo default en todas las combinaciones de realización de ingreso y nivel de deuda.

Algo interesante de señalar es que, a medida que aumenta el grado de complementariedad, se amplía el intervalo de valores de  $\theta$  en donde el área óptima de default alcanza su mínima extensión. En particular, se amplía hacia arriba y hacia abajo. Hacia abajo, porque dado el aumento de complementariedad, el gobierno puede mejorar el bienestar del agente de bajos ingresos entregándole una mayor proporción de gasto público cuando su dotación privada permanece igual. Hacia arriba, dado que un aumento de complementariedad hace que el agente de altos ingresos se encuentre mucho peor con niveles muy bajos de gasto público (dada su alta dotación privada), lo que hace que el punto límite en el que su utilidad comienza a afectar negativamente la ponderada sea con un  $\theta$  más bajo.

- Situación (C2): a continuación, se presentan las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ), donde el primero

Figure 6: Situación C2



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes, (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base (implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ ). Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro que indica el nivel de progresividad en el cobro de impuestos toma tres valores diferentes ( $\lambda = 0.1, 0.5, 1$ ).

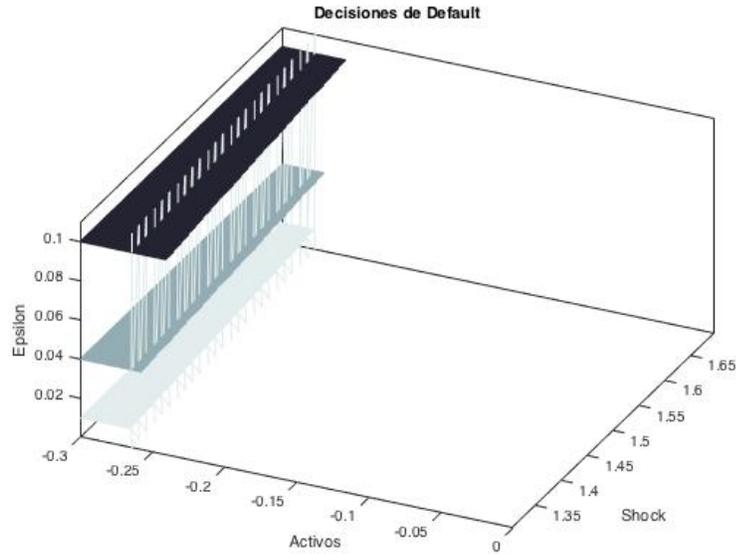
implica un alto nivel de progresividad y el último corresponde al caso en que la tasa que se cobra a ambos agentes es igual en el margen.

A partir del gráfico en la **Figura 6**, podemos apreciar que, a medida que el cobro de impuestos se hace cada vez más progresivo (i.e.,  $\lambda$  se hace cada vez mayor), el área de default se hace cada vez mayor de forma monotónica. Nuevamente, las líneas negras verticales son auxiliares y nos permiten ver que el área óptima de default es menor cuando  $\lambda = 1$  que cuando  $\lambda = 0.5$ , y a su vez, esta última es menor que cuando  $\lambda = 0.1$ . Más en particular, fijando la tasa impositiva, tenemos lo siguiente para todas las realizaciones de dotación privada: (1) el área de default es mínima al mayor valor que puede alcanzar  $\lambda$  (i.e., cuando es igual a uno). (2) El nivel máximo de gasto público que resuelve el problema del planificador se da cuando el valor de  $\lambda$  se encuentra en su límite superior. (3) La contratación de deuda decrece fuertemente a medida que disminuye el valor del parámetro.

Como se señaló en el párrafo anterior, al disminuir el valor de  $\lambda$ , el área óptima de default disminuye monotónicamente. Si mantenemos constante el cobro de impuestos, este hecho se debe a que cuando  $\lambda$  es mayor, tanto el nivel de gasto como los requerimientos de deuda que el gobierno considera óptimos son

mayores y van disminuyendo en la medida que el valor del parámetro también lo hace. Mientras más cerca se encuentre el valor de  $\lambda$  de su límite superior, más alta es la recaudación tributaria a una misma tasa impositiva, lo que implica directamente que el gobierno puede gastar más y/o endeudarse más. De esta forma, vemos que cuando el valor del parámetro es alto (cercano a uno), el gobierno gasta más y se endeuda más y cuando  $\lambda$  es bajo (cercano a cero), el gobierno gasta menos y se endeuda menos. Cabe destacar que, si bien la dinámica que siguen las decisiones óptimas de default ante cambios en  $\lambda$  es análoga en este caso a cuando suponíamos que los consumos público y privado eran sustitutos brutos, se dan dos diferencias importantes: (1) para cada valor de  $\lambda$ , el área óptima de default es mucho menor y (2) ante un cambio equivalente del nivel de progresividad en el cobro de impuestos, la reacción del área óptima de default es mucho mayor. En términos puramente matemáticos, la primera diferencia se debe a que ante cualquier valor de  $\lambda$ , el nivel de gasto público y deuda que el gobierno escoge óptimamente es mayor. En términos intuitivos, el nivel de gasto siempre es mayor cuando los consumos público y privado son complementos brutos, pues dado un valor determinado para  $\theta$  (en este caso 0.5) y una realización de consumo privado para el agente de bajos ingresos que por construcción es pequeña, una misma cantidad de gasto mejora el bienestar de dicho agente en un monto menor que cuando los consumos eran altamente sustituibles. De esta forma, con el fin de alcanzar el nivel óptimo de utilidad ponderada a cierta parametrización, el gobierno deberá entregarle una cantidad mucho mayor de bienes públicos, porque estos son más ineficientes en mejorar el bienestar de los agentes si no van acompañados de una cantidad adecuada de bienes privados. A medida que  $\lambda$  disminuye, el nivel de dotación privada del agente de bajos ingresos aumenta, por lo que un monto menor de gasto público será igual de efectivo en mejorar su bienestar que un monto mucho más alto cuando su dotación privada era menor. Sin embargo, a un mismo valor de  $\lambda$ , este nuevo monto seguirá siendo menos efectivo que un monto equivalente de gasto en caso de que los consumos sean sustitutos brutos, por lo que tanto el nivel de gasto como los requerimientos de deuda seguirán siendo mayores que en este último caso. Lo anterior implica que el área óptima de default siempre será menor que en caso de sustituibilidad bruta entre consumos. Por otro lado, la segunda diferencia respecto del caso en que los consumos son sustitutos brutos se da pues al suponer complementariedad entre estos se tiene dos efectos que hacen aumentar el área óptima de default a medida que  $\lambda$  toma valores menores. Cuando los consumos son sustitutos, un aumento del nivel de progresividad en el cobro de impuestos genera una disminución en el nivel de gasto óptimo del gobierno. Cuando los consumos son complementos, sucede exactamente lo mismo, solo que, además, a menores niveles de  $\lambda$  los requerimientos de deuda se hacen cada vez menores (cuando eran sustitutos los requerimientos de deuda permanecían prácticamente invariables). Estos dos efectos van en la misma dirección y se refuerzan, por lo que ante un cambio equivalente del parámetro, el efecto sobre las decisiones óptimas de default es mayor suponiendo complementariedad bruta entre consumos.

Figure 7: Situación C3



Parametrización: la elasticidad de la tasa de interés  $\mu$  queda fija en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, la tasa internacional libre de riesgo queda fija en su valor base  $r^f = 0.01$ . Cada plano corresponde a las áreas óptimas de default cuando el parámetro que representa el grado de ineficiencia en la recaudación de impuestos toma diferentes valores ( $\varepsilon = 0.01, 0.04, 0.1$ ).

- Situación (C3): aquí suponemos que el costo exógeno sobre el financiamiento externo queda fijo en su nivel base ( $r^f = 0.01$ ) y que el parámetro que representa el grado de ineficiencia en la recaudación de impuestos toma diferentes valores ( $\varepsilon = 0.01, 0.04, 0.1$ ).

A partir del gráfico en la **Figura 7**, se percibe que a medida que hacemos el ejercicio de aumentar la ineficiencia en la recaudación tributaria, el área óptima de default se hace cada vez mayor. Aquí, las líneas verticales claras son auxiliares y parten desde los bordes del plano inferior hacia arriba y hacia abajo, con lo que claramente podemos ver que, cuando  $\varepsilon = 0.01$ , el área óptima de default es menor que cuando  $\varepsilon = 0.04$  y, a su vez, esta última es menor a cuando  $\varepsilon = 0.1$  (plano superior más oscuro del gráfico). De forma más particular, el análisis numérico en este caso arroja los siguientes resultados: (1) a medida que aumenta el valor de  $\varepsilon$ , el área óptima de default se expande de forma monótonica. (2) A medida que aumenta el valor del parámetro, el nivel de gasto público y los requerimientos de deuda óptimos para el gobierno disminuyen de forma monótonica.

Como se señaló en el párrafo anterior, al aumentar el valor de  $\varepsilon$ , el área

óptima de default se expande monótonicamente. Si mantenemos constante el cobro de impuestos, este hecho se debe a que cuando  $\varepsilon$  es mayor, tanto el nivel de gasto como los requerimientos de deuda considerados óptimos por parte del gobierno son menores y van disminuyendo en la medida que el valor del parámetro aumenta. Mientras más alto sea el valor de  $\varepsilon$ , más baja es la recaudación tributaria a una misma tasa impositiva, lo que implica directamente que el gobierno puede gastar menos y/o endeudarse menos. De esta forma, a medida que la recaudación tributaria se hace cada vez menor, el gobierno tenderá a hacer default a niveles más bajos de deuda, lo que implica un aumento progresivo en el área óptima de default. El nivel óptimo de gasto va disminuyendo a medida que el valor de  $\varepsilon$  aumenta, pues el gobierno tiene menos recursos para repartir y porque la dotación privada de ambos agentes es mayor. Dado que la dotación privada es más alta, el gobierno es capaz de mejorar el bienestar de los agentes en la misma cuantía que cuando el valor del parámetro era menor a través de la entrega de una cantidad más reducida de bienes públicos. De lo anterior se sigue el por qué, a medida que  $\varepsilon$  aumenta, los requerimientos de deuda que el gobierno considera óptimos se hacen menores (deuda menos negativa). Al requerir entregar una mayor cantidad de gasto, recurre al endeudamiento, y a medida que requiere menos gasto (porque cada unidad del bien público es más eficiente al haber más dotación privada), también requerirá menos deuda. Un resultado interesante es que frente a aumentos en  $\varepsilon$ , la dinámica que siguen las decisiones óptimas de default en caso de que los consumos público y privado sean complementos brutos es la inversa al caso en que suponemos sustituibilidad bruta entre consumos. En ambos casos, a valores más altos del parámetro el gobierno podrá recaudar menos recursos y por tanto, podrá gastar menos. Sin embargo, la diferencia entre ambos se encuentra en los requerimientos de deuda que el gobierno considera óptimos al resolver el problema del planificador. Cuando los consumos son sustitutos y el gobierno se enfrenta a una disminución exógena de la tasa efectiva, los requerimientos de deuda del gobierno se hacen mayores porque este puede mejorar el bienestar de ambos agentes si es que suaviza la caída del gasto. En cambio, cuando los consumos son complementos brutos, la contratación de deuda se hace cada vez menor (menos negativa) debido a que cada unidad del bien público es más eficiente en mejorar el bienestar de ambos agentes luego de un aumento de la dotación privada (gatillado por una mayor ineficiencia en la recaudación tributaria).

### 3.2.4 Síntesis del análisis

**Proposición 1:** independiente de que los consumos público y privado sean sustitutos o complementos brutos, el “conjunto de default” es decreciente en el nivel de activos que mantiene la economía. Es decir, para todo  $b_1 < b_2$ , si el default es óptimo para  $b_2$  frente a una determinada realización  $y$  de la dotación, dado que los parámetros del modelo permanecen invariables, entonces el default será óptimo para  $b_1$  en la misma realización de dotación. Por lo tanto,  $d(b_2 | y) \subseteq d(b_1 | y)$ .

La intuición económica es simple cuando se tiene que el castigo por haber

hecho default es la exclusión permanente del mercado financiero: mientras el valor para la economía de respetar el contrato de deuda es creciente en  $b$ , el valor de autarquía no lo es (dado que hemos supuesto que la exclusión es permanente, el valor de la autarquía financiera no depende de  $b$ ). De esta forma, a medida que el nivel de endeudamiento de la economía se incrementa, el valor del contrato (estar en buenos términos financieros) decrece, mientras el valor de hacer default permanece invariable. Como consecuencia, comenzando de una posición de activos  $b$  en la cual hacer default es la decisión óptima, es claro que si los activos decrecen (la deuda aumenta), el valor del contrato también lo hace. Así, mientras el precio del bono cae, hacer default continuará siendo la decisión óptima.

**Proposición 2:** independiente de que los consumos público y privado sean sustitutos o complementos brutos, la economía solo hace default cuando se enfrenta a entradas de capital que financian su déficit de cuenta corriente. De esta forma,  $d(b, z) = 1$  para determinada combinación de deuda y shock, implica necesariamente que  $b - q(b'(z))b'(z) < 0$  para dicha combinación.

Intuitivamente, siempre que la economía decide hacer default, el valor de este debe ser al menos tan bueno como la entrada de capital que se está produciendo. En caso contrario, si ante cualquier combinación de deuda y shock el precio del bono permite la existencia de una salida de capital, entonces el gobierno, por el hecho de escoger dicho contrato no solo consumirá una mayor cantidad de bienes públicos en el período actual que bajo default, sino que en el siguiente período la economía tiene garantizado al menos el mismo nivel de satisfacción que en caso de haber hecho default (porque el gobierno tiene la opción de hacer default en el siguiente período). Por ende, cuando  $b - q(b'(z))b'(z) > 0$ , en ningún caso hacer default es una decisión óptima.

## 4 Simulación

Todos los papers que se desarrollan en base a modelos de default soberano, comprueban el funcionamiento de su marco teórico a la luz del comportamiento cíclico de algunas variables macroeconómicas que los autores consideren de interés. Dado que el precio del bono no es endógeno a la probabilidad de default y a que la tasa impositiva es una variable de estado, los efectos de suponer complementariedad o sustituibilidad bruta entre consumos se verán reflejados fuertemente en el valor y signo de las correlaciones macroeconómicas que se estudie, lo que no debiese suceder en un contexto más complejo. De esta forma, en el presente marco teórico el análisis de los tres casos propuestos es sumamente importante, y sus mayores implicancias se darán sobre las correlaciones antes mencionadas y en menor medida sobre las decisiones óptimas de default del gobierno. En particular, dado que la tasa de impuestos no se ajusta de acuerdo a la forma en que los bienes públicos entran en la función de utilidad de los agentes (sino que el gasto y la deuda hacen todo el ajuste), el comportamiento cíclico de variables como la balanza comercial y la tasa de interés deben necesariamente ser

analizadas en pos de entender el correcto funcionamiento del modelo y sus falencias. Así, a partir de la simulación que se desarrolla a continuación podemos percatarnos de que al suponer sustituibilidad bruta entre ambos consumos, el gasto público estaría cumpliendo una función altamente suavizadora del consumo de los agentes, mientras que al suponer complementariedad bruta, la provisión de bienes públicos básicamente “acompaña” la realización de dotación privada de los agentes. Yendo a lo práctico, en esta sección se simula una trayectoria estocástica de ingreso con el propósito de analizar cómo se comporta la economía en cada caso a lo largo del ciclo, lo que se logra explicando el signo y valor de tres principales correlaciones macroeconómicas. Los resultados informados de la simulación<sup>12</sup> son los promedios obtenidos sobre 100 simulaciones, cada una de 500 períodos de longitud. Se suponen shocks sobre  $z$  que distribuyen de forma uniforme entre 0 y 1, donde no hay cambios sobre el producto de tendencia (el que se supone constante con valor  $\bar{y} = 1$ ). Aquí, solo comparamos los resultados simulados de los tres “casos” analizados en la exploración numérica del modelo ( $v = -0.5$ ,  $v \rightarrow 0$  y  $v = 2$ ) con los datos<sup>13</sup>, cuando la parametrización del modelo corresponde a la “situación” base:  $\mu = 0.17$ ,  $\omega = 0.26$ ,  $\theta = 0.5$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\varepsilon = 0$  y  $r^f = 0.01$ .

<b>Tabla 1</b>	Datos	$v = -0.5$	$v \rightarrow 0$	$v = 2$
$\sigma(GDP)$	4.08	4.37	4.37	4.30
$\sigma(TB/GDP)$	1.3	0.1	0.1	0.1
$\sigma(R_s)$	3.17	0.1	0.1	0
$\rho(TB, GDP/GDP)$	-0.89	0.2369	0.2714	-0.8911
$\rho(R_s, GDP)$	-0.59	-0.8241	-0.8811	-0.4790
$\rho(R_s, TB/GDP)$	0.68	-0.4952	-0.4715	0.2670

Aquí,  $R_s$  está definido como el spread entre la tasa de interés efectiva del período y la tasa internacional libre de riesgo, mientras  $TB = q(b')b' - b$ , donde  $q(b')$  es el precio del bono en función de la deuda contratada para el período siguiente (definida en forma negativa) y  $b$  es el monto de deuda a pagar en el período actual (también definido en forma negativa). Además,  $GDP$  corresponde a la realización de dotación. Los resultados de la simulación, indican que cuando los consumos público y privado son sustitutos brutos o cuando la forma funcional del agregador de consumos es una Cobb-Douglas, la correlación entre la balanza comercial y la realización de dotación  $\rho(TB, GDP/GDP)$ , es en promedio positiva (aunque levemente mayor en el caso Cobb-Douglas). Por otro lado, la correlación entre el spread de tasas y la realización de dotación  $\rho(R_s, GDP)$  es en promedio negativa (levemente más negativa en el caso Cobb-Douglas), al igual que la correlación entre el spread de tasas y la balanza comercial  $\rho(R_s, TB/GDP)$ . En cambio, cuando los consumos público y privado son complementos brutos, la correlación entre la balanza comercial y la realización de dotación  $\rho(TB, GDP/GDP)$  y la correlación entre el spread de tasas y la

<sup>12</sup>Las desviaciones estándar se reportan en porcentaje.

<sup>13</sup>Los datos que se comparan corresponden a datos trimestrales de Argentina, que comprenden el período 1983.1-2000.2 y fueron obtenidos de Aguiar & Gopinath (2006).

balanza comercial  $\rho(R_s, TB/GDP)$  son en promedio negativas. Por otro lado, la correlación entre el spread de tasas y la balanza comercial  $\rho(R_s, TB/GDP)$  es en promedio positiva para este caso.

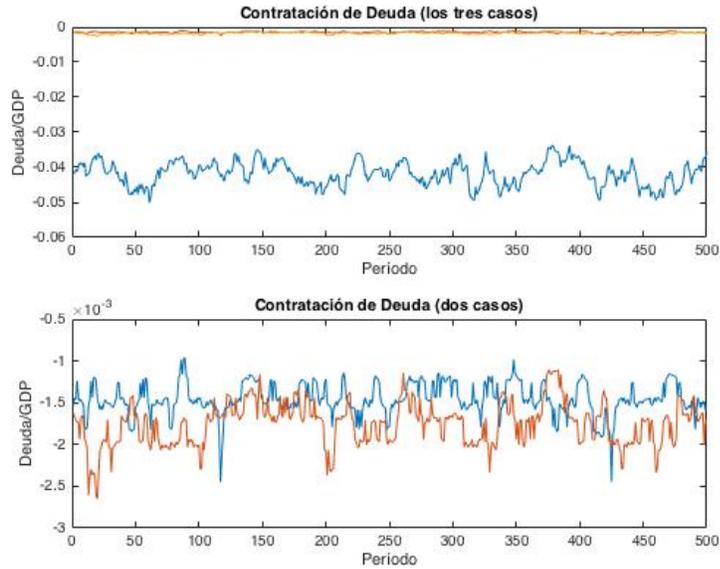
Es necesario señalar que todo el análisis de los resultados promedio de las simulaciones se sustenta en los siguientes elementos:

1. El nivel óptimo de gasto público y endeudamiento es mucho mayor ante cualquier realización de dotación privada cuando los consumos son complementos brutos que en cualquiera de los otros dos casos. Además, tanto el nivel de gasto como los requerimientos de deuda son mayores al suponer una forma funcional Cobb-Douglas para el agregador de consumos que cuando se supone que los consumos público y privado son sustitutos brutos.
2. La contratación óptima de deuda es poco sensible a cambios en el producto cuando bienes públicos y privados son complementos brutos. En tanto, cuando suponemos una forma funcional Cobb-Douglas para el agregador de consumos, se tiene una mayor sensibilidad de la contratación de deuda en comparación al caso en que suponemos sustituibilidad bruta entre el consumo público y el privado.

A continuación, se presenta la trayectoria promedio (de 100 simulaciones) para los activos (deuda) sobre GDP a lo largo de los 500 períodos simulados. El subgráfico superior de la **Figura 8** muestra el ratio  $b'/GDP$  para los tres “casos” simulados. Aquí, el ratio promedio cuando los bienes son complementos toma un valor de  $-0.0411$ , mientras que cuando la forma funcional es una Cobb-Douglas toma un valor de  $-0.0015$  y cuando los bienes son sustitutos brutos toma un valor de  $-0.0017$ . En tanto, el subgráfico inferior muestra el mismo ratio pero solo para los “casos” en que hay sustitución bruta entre el consumo público y el consumo privado y el agregador de consumos toma la forma funcional Cobb-Douglas. De esta forma, se puede apreciar que los requerimientos de deuda (en relación al GDP) son mucho más altos cuando los consumos son complementos brutos y que al comparar entre sustitución bruta y una forma funcional Cobb-Douglas, los requerimientos óptimos de deuda tienden a ser mayores en este último caso.

Comencemos analizando en detalle la intuición detrás de los signos de las correlaciones antes mencionadas en caso de que ambos consumos sean complementos brutos. La segunda correlación de la tabla nos indica que al producirse un aumento (disminución) de producto, el spread disminuirá (aumentará). Dado que la única forma de afectar el spread de tasas es mediante un cambio en la contratación de deuda, una correlación negativa entre este y el producto estaría indicando que ante una mejor (peor) realización de ingreso el gobierno decide contratar menos (más) deuda. Sin embargo, podemos ver que esta correlación es menos negativa cuando los consumos son complementos brutos que en los otros dos casos analizados, implicando que ante un aumento (disminución) de producto, la disminución (aumento) en la contratación de deuda será menor en este caso respecto a los otros (en la conclusión se ahonda en este punto). Aquí,

Figure 8: Trayectoria promedio activos sobre GDP



Parametrización: corresponde a la “situación” base:  $\mu = 0.17$ ,  $\omega = 0.26$ ,  $\theta = 0.5$ ,  $\lambda = 1$ ,  $\varepsilon = 0$  y  $r^f = 0.01$ .

básicamente estamos diciendo que la deuda es menos sensible a cambios en el producto, lo que es lógico pues la complementariedad bruta limita el potencial suavizador de consumo que podría tener el gasto público, lo que requeriría de una correlación cercana a  $-1$ . En este sentido, los bienes públicos no vienen a “reemplazar” malas realizaciones de dotación privada o a ser reemplazados por buenas realizaciones de consumo privado, más bien vienen a “acompañar” dichas realizaciones. Cuando los bienes son sustitutos brutos, el gobierno mejora la utilidad de los agentes proveyendo una mayor cantidad de bienes en tiempos malos y una menor cantidad en tiempos buenos, lo que explica una mayor respuesta (negativa) de los requerimientos de deuda frente a diferentes realizaciones de producto. En tanto, la primera correlación de la tabla nos indica que a cierto nivel de producto, al generarse un aumento (disminución) de este, la balanza comercial responderá a la baja (al alza). Dada la especificación que se le ha dado a la balanza comercial y que se tiene que un aumento (disminución) del producto implicará una menor (mayor) contratación de deuda, para que la correlación sea negativa, sabemos que una mejor realización de ingreso debe necesariamente generar una disminución en el spread que sea mayor a la disminución en la contratación de deuda. Lo anterior es altamente intuitivo, pues en el caso en que los consumos público y privado son complementos brutos, los requerimientos óptimos de deuda serán siempre mayores que en los otros dos casos de estudio (al menos así se vio en la exploración numérica del modelo y en la trayectoria de deuda óptima definida en las simulaciones). De esta forma, al

encontrase en la parte alta de la distribución de deuda (valores altamente negativos), pequeños cambios en la contratación de esta implicarán fuertes efectos sobre el spread (que básicamente es creciente a tasas crecientes en el nivel de deuda). Por último, la tercera correlación de la tabla implica que, dado cierto nivel de producto, un aumento (disminución) en el spread de tasas generará un aumento (disminución) en la balanza comercial. Para que esto suceda, necesariamente se debe cumplir con que el spread aumente (disminuya) más de lo que disminuye (aumenta) la contratación óptima de deuda. Esto siempre estará sucediendo cuando los consumos son complementos brutos, pues el gobierno es menos capaz de sustituir deuda mediante alzas en la tributación, dado que estaría afectando la asignación óptima entre consumo público y consumo privado. De esta forma, un aumento (disminución) del spread solo generará una pequeña disminución (aumento) en la contratación de deuda.

Continuamos analizando la intuición detrás de los signos de las correlaciones antes mencionadas en caso de que ambos consumos sean sustitutos brutos. La segunda correlación de la tabla nos indica que al producirse un aumento (disminución) de producto, el spread disminuirá (aumentará). Dado que la única forma de afectar el spread de tasas es mediante un cambio en la contratación de deuda, una correlación negativa entre este y el producto, estaría indicando que ante una mejor (peor) realización de ingreso, el gobierno decide contratar menos (más) deuda. Dado que los consumos son sustitutos, la provisión de bienes públicos por parte del gobierno tiene un fuerte potencial suavizador del consumo privado de los agentes (pues estos bienes reemplazan fácilmente unidades de consumo privado). Esto implica que ante una buena realización de ingreso, la contratación óptima de deuda disminuirá fuertemente (a diferencia del caso en que los consumos eran complementos brutos, donde solo disminuía un poco), lo que producirá una fuerte caída del spread de tasas de interés. En tanto, la primera correlación de la tabla nos indica que a cierto nivel de producto, si se produce un aumento (disminución) de este, la balanza comercial responderá al alza (a la baja). Dada la especificación que se le ha dado a la balanza comercial y que se tiene que un aumento (disminución) del producto implicará una menor (mayor) contratación de deuda, para que la correlación sea positiva, sabemos que una mejor realización de ingreso debe necesariamente generar una disminución en el spread que sea menor a la disminución en la contratación de deuda. Lo anterior es altamente intuitivo, pues en el caso en que los consumos público y privado son sustitutos brutos, los requerimientos óptimos promedio de deuda son menores que cuando los consumos son complementos brutos. De esta forma, al encontrarse en la parte baja de la distribución de deuda (valores poco negativos), grandes cambios en la contratación de esta implicarán pequeños efectos sobre el spread (que básicamente es creciente a tasas crecientes en el nivel de deuda). Por último, la tercera correlación de la tabla implica que, dado cierto nivel de producto, un aumento (disminución) en el spread de tasas generará una disminución (aumento) de la balanza comercial. Para que esto suceda, necesariamente se debe cumplir con que el spread aumente (disminuya) menos de lo que disminuye (aumenta) la contratación óptima de deuda. Esto siempre estará sucediendo cuando los consumos son sustitutos brutos, pues la deuda es altamente sensible

a variaciones en el costo externo de financiamiento. Intuitivamente, si dicho costo aumenta (i.e., el spread aumenta) la cantidad de deuda que se contrata en el óptimo disminuirá fuertemente porque al gobierno no le molesta sustituir entre la vía de financiamiento externa y la interna, dado que la asignación óptima entre consumo público y consumo privado es flexible (a diferencia de cuando suponemos complementariedad bruta, en que dicha asignación es mucho más inflexible).

Cuando la forma funcional del agregador de consumos es una Cobb-Douglas, se dan las siguientes particularidades:

1. Cambios en la realización de producto implican cambios en la misma dirección sobre la balanza comercial, pero mayores en este caso que cuando los consumos público y privado eran sustitutos brutos.
2. Cambios en la realización de producto implican cambios en la dirección contraria sobre el spread de tasas, que a su vez son mayores al caso en que suponíamos sustituibilidad bruta entre consumos.
3. Cambios en el spread de tasas implican cambios en la dirección contraria sobre la balanza comercial, que a su vez son menores que cuando se suponía sustituibilidad bruta.

El por qué se da el primer punto radica en que ante una variación equivalente de producto, la variación en la contratación de deuda es mayor cuando la forma funcional es una Cobb-Douglas. Si por ejemplo se produce una mejor realización de dotación, los requerimientos óptimos de deuda disminuyen más en este caso que cuando existe sustituibilidad bruta entre consumos. Luego, esto producirá que el spread de tasas se haga menor, disminuyendo más en este caso producto de una variación mayor de la contratación de deuda (además porque los requerimientos iniciales de deuda son levemente mayores), lo que a su vez explica lo planteado en el segundo punto. La intuición de por qué la contratación de deuda es más sensible en este caso que al suponer sustituibilidad bruta, se encuentra en que, al ser el caso Cobb-Douglas un caso intermedio, existen niveles de consumo en donde prima la sustituibilidad y otros en donde prima la complementariedad. Si, por ejemplo, se da una realización muy buena de dotación privada, la deuda disminuirá presionada por la complementariedad entre bienes ya que cada unidad del bien público ahora será más eficiente que cuando se daban peores realizaciones de dotación privada. Al mismo tiempo, la deuda también disminuirá presionada por la sustituibilidad entre bienes, ya que la mayor realización privada de dotación entra a sustituir unidades del bien público. En caso contrario, si se da una muy mala realización de consumo privado, el gobierno querrá contratar más deuda, dado que una unidad del bien público ahora será menos eficiente en mejorar el bienestar de los agentes. Al mismo tiempo, la deuda también aumentará pues el gobierno sustituye la menor cantidad de bienes privados en la economía, con más unidades del bien público (generadas a partir de una mayor emisión de deuda). La explicación del tercer punto se encuentra en que necesariamente un cambio equivalente en el spread

de tasas en este caso generará una menor reacción en la contratación de deuda que cuando los consumos eran sustitutos brutos. Esto es enteramente lógico, pues el caso Cobb-Douglas es uno intermedio entre sustituibilidad y complementariedad bruta entre consumos. De esta forma, en este caso la posibilidad de sustituir entre el financiamiento interno y el externo (dado que el costo de este último varía), es menor que cuando suponemos sustituibilidad bruta entre bienes y mucho mayor que cuando suponemos complementariedad bruta.

**Nota Sobre la Literatura:** a nivel teórico, Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009) encuentran que la suposición de complementariedad o sustituibilidad bruta entre bienes públicos y privados no afecta los signos de las principales correlaciones macroeconómicas que simulan. Sin embargo, en las simulaciones realizadas para este trabajo, se encuentra que los signos y valores de estas correlaciones varían fuertemente entre uno u otro caso. Esto se debe a que aquí la tasa impositiva es una variable de estado, mientras en el paper antes mencionado la tasa de impuestos es una variable de control (lo que para ellos era algo estrictamente necesario ya que suponían que el precio del bono era endógeno a la probabilidad de default). De esta forma, aquí todo el impacto de suponer complementariedad o sustituibilidad entre bienes, es absorbido por un mayor o menor gasto y una mayor o menor contratación de deuda, tomando la tasa de impuestos como dada. Al generar un marco teórico en que la tasa de impuestos sea una variable de control y no de estado, tendremos que esta absorberá parte de las presiones que en caso contrario afectarían fuertemente la contratación óptima de deuda. Intuitivamente, al suponer complementariedad debiésemos observar que el gobierno determina el nivel de impuestos que cobra de acuerdo a lo que sería la asignación óptima entre consumo público y privado. En cambio, en el marco teórico que se desarrolla en este trabajo, el gobierno intenta lograr dicha asignación óptima, implícita en el hecho de suponer complementariedad bruta entre consumos, mediante cambios en las decisiones de gasto fiscal y contratación de deuda dado cierto valor para la tasa impositiva.

## 5 Conclusiones

La inclusión de parámetros redistributivos tiene el potencial de explicar un rango amplio de conjuntos de decisiones óptimas de default del gobierno, lo que incide directamente en la probabilidad de que este se declare en default y a priori, puede explicar teóricamente mediante un marco teórico único las diferencias que se encuentran para dicha variable entre países emergentes y desarrollados. En particular, la probabilidad de que un gobierno decida repudiar su deuda será mucho más alta en la medida en que así también lo sea el nivel de progresividad en el cobro de impuestos. Además, el hecho de que el gobierno se encuentre restringido a la entrega de una proporción mayoritaria del gasto público total al agente de bajos ingresos tiende a minimizar la probabilidad de que este decida declararse en default (con algunas diferencias dependiendo de la sustituibilidad o complementariedad bruta entre el consumo público y el consumo privado).

De esta forma, en el extremo se puede decir que una estructura impositiva en la que solo un tipo de agente paga impuestos, aumenta fuertemente la probabilidad de default dada una menor recaudación tributaria, mientras lo mismo sucede cuando la entrega de bienes públicos es menos progresiva (aunque por razones diferentes). Además, en el contexto de este marco teórico relativamente simple donde el precio del bono no es endógeno a la probabilidad de default, el comportamiento cíclico de la balanza comercial y las tasas de interés se adecúa mejor al que empíricamente tendría una pequeña economía abierta y emergente cuando suponemos que los consumos público y privado son complementos brutos.

Numéricamente, los cambios en las decisiones óptimas de default del gobierno son guiados por cambios en el nivel de gasto y la contratación de deuda que este realiza. En particular, tenemos que el hecho de que en el óptimo el gobierno decida proveer una menor cantidad de bienes públicos o que opte por una menor contratación de deuda, contrae el área óptima de default. En este sentido, uno pensaría que una menor provisión de bienes públicos necesariamente trae aparejada una caída en la contratación de deuda, sin embargo, esto no es cierto. En algunos “casos” y “situaciones” cambios en el valor que toman los parámetros analizados pueden generar disminuciones en el nivel de gasto público, al mismo tiempo que los requerimientos de endeudamiento aumentan lo suficiente como para que el efecto neto sobre las decisiones óptimas de default del gobierno sea expansivo. De esta forma, las diferencias entre los casos en que el consumo público y el privado son sustitutos brutos y cuando son complementos brutos (y, por extensión, cuando la forma funcional del agregador de consumos es una Cobb-Douglas), se deben a dinámicas disímiles entre cambios en el nivel de gasto y el nivel de contratación de deuda. Así, se tiene que tanto la sensibilidad de los requerimientos de deuda como el nivel de gasto son siempre mayores en caso de complementariedad entre consumos que en caso de sustituibilidad bruta. Cuando existe complementariedad bruta entre bienes públicos y privados, una misma cantidad de los primeros será mucho más eficiente en mejorar el bienestar de cualquiera de los dos agentes en la medida en que su dotación de bienes privados sea mayor. De esta forma, el nivel de gasto siempre será mayor en este caso, debido a que una realización de dotación privada del agente de bajos ingresos, que por construcción es pequeña, hace más ineficiente la provisión de bienes públicos por parte del gobierno con el fin de mejorar su bienestar (por lo que debe entregarle una cantidad mayor de estos).

La simulación es esencial para analizar el comportamiento cíclico de la economía cuando los bienes públicos entran en formas diferentes en la utilidad de los agentes y nos abstraemos del análisis de las preferencias redistributivas del gobierno. Así, todo el análisis de los resultados promedio de las simulaciones se sustenta en que el nivel óptimo de gasto público y endeudamiento es mucho mayor ante cualquier realización de dotación privada cuando los consumos son complementos brutos que en cualquiera de los otros dos casos propuestos y en que la contratación óptima de deuda es poco sensible a cambios en el producto cuando bienes públicos y privados son complementos brutos, lo que explica los signos y valores de las correlaciones simuladas para cada caso. Por último, es necesario señalar que el signo de las correlaciones macroeconómicas simuladas

depende exclusivamente del hecho de suponer complementariedad o sustituibilidad bruta entre consumos, pues a pesar de que en ambos casos el valor de estas correlaciones es muy sensible a cambios en los parámetros redistributivos, dicha sensibilidad nunca lleva a que los signos se inviertan respecto a la situación base que se reporta en la Tabla 1.

**Extensión:** la extensión natural sobre lo presentado en este trabajo es hacer que el precio del bono dependa directamente de la probabilidad de default. Esto permitiría que el modelo calce con los principales hechos estilizados en torno al comportamiento cíclico de los agregados fiscales en una economía pequeña y abierta. Como concluyen Cuadra, Sanchez & Sapriza (2009), la prociclicidad de la política fiscal en el contexto de un modelo de default soberano para una economía pequeña y abierta viene dada por el hecho de que la probabilidad de default aumenta en tiempos malos y disminuye en tiempos buenos, lo que se traduce en un costo procíclico sobre el financiamiento externo. Esto también implica que habrá una entrada neta de capitales en tiempos de expansión económica y una salida neta en tiempos de contracción, lo que tiene implicancias directas sobre la ciclicidad de la cuenta corriente (i.e., esta será contracíclica). Para la realización de esta extensión, se debe agregar una iteración para el precio del bono que englobe la iteración para la función de valor. Luego, dentro de la primera, se debe agregar una maximización estática respecto a la tasa de impuestos para cada punto del espacio de estados, cosa de endogenizarla. Mediante este procedimiento, la tasa impositiva deja de ser una variable de estado y pasa a ser una variable de control que debiese absorber parte de los efectos generados sobre el nivel de contratación de deuda a partir de la suposición de complementariedad o sustituibilidad bruta entre consumos (lo que en la práctica debiese implicar correlaciones macroeconómicas menos disímiles entre estos casos). Intuitivamente, a medida que suponemos un grado mayor de complementariedad, el gobierno debiese tender a implementar un nivel de impuestos mayor con el fin de redistribuir recursos entre agentes, de acuerdo a la asignación óptima entre consumo público y consumo privado. La gran desventaja de este procedimiento es que el costo de computación debiese ser altísimo, mientras que la ventaja radica en que se puede analizar la ciclicidad de la política fiscal, de la contratación de deuda y de la cuenta corriente (y replicar las de los datos con mayor precisión).

## 6 Apéndice

### 6.1 Otros trabajos que incluyen modelos de default soberano

- Hatchondo, Martinez & Sapriza (2007), en tanto, estudian una economía en que las dinámicas en torno al default de pequeñas economías abiertas se sustenta en la alternancia en el poder de dos tipos de gobierno, que se diferencian tan solo por su nivel de impaciencia. Algunas de sus

conclusiones son que para que suceda un default, debe existir un período relativamente estable a nivel político, con un gobierno de determinado tipo que se encuentre el tiempo suficiente en el poder. Además, concluyen y defienden que la ocurrencia de los episodios de default no esté relacionada con la realización de dotación de un período determinado, lo que es al menos discutible.

- Así también, Hatchondo, Martinez & Roch (2015) analizan los efectos sobre las decisiones de default al suponer una regla fiscal que imponga un piso mínimo sobre el precio del bono, en contraposición a una regla que imponga un techo máximo sobre la deuda que el gobierno puede contraer cada período. Esto lo hacen sin suponer un gobierno que ejerce su política fiscal de forma explícita, sino más bien mediante la aproximación usual de suponer un planificador benevolente que maximiza el bienestar de un solo agente representativo, donde el consumo de este es el resultado residual de haber tomado la decisión de pagar o no la deuda externa, en un contexto en que dicho agente no tiene acceso al crédito y es el planificador el único agente en la economía que puede contraer deuda con el exterior.

## 6.2 Variables y parámetros

### Variables de estado:

1. Activos netos del período anterior (deuda):  $b$ .
2. La tasa impositiva del período actual:  $T$ .
3. Una dummy que toma valor unitario si el gobierno hizo default en el período inmediatamente anterior:  $h$ .
4. Shock transitorio del período (V. Estado exógena):  $z$ .

### Variables de control:

1. El gasto público del período actual:  $G$ .
2. La deuda contratada para el siguiente período:  $b'$ .

### Otras variables:

1.  $d$ : dummy que toma valor unitario si el gobierno hace default en el período actual.

### Parámetros:

1.  $\alpha$ : ponderador de la utilidad del agente de altos ingresos.
2.  $\theta$ : proporción del gasto fiscal total que recibe el agente de altos ingresos.

3.  $\lambda$ : fracción de la tasa impositiva que se le cobra al agente de bajos ingresos.
4.  $\delta$ : proporción de la dotación de ingreso total de la economía, que recibe el agente de altos ingresos.
5.  $\tau$ : fracción de la dotación total de la economía que se pierde cada período estando en autarquía.
6.  $\beta$ : factor subjetivo de descuento.
7.  $r^f$ : tasa internacional libre de riesgo.
8.  $\mu_z$ : media de largo plazo para el proceso que sigue el shock transitorio.
9.  $\rho_z$ : persistencia del shock transitorio.
10.  $\sigma_z^2$ : varianza del shock transitorio.
11.  $\pi$ : probabilidad de reentrar al mercado financiero cada período que la economía se encuentre en autarquía (producto de haber hecho default).
12.  $\gamma$ : parámetro de la función CRRA.
13.  $v$ : parámetro de la función CES que agrega consumo público y privado.
14.  $\kappa$ : ponderador consumo público de la función CES.
15.  $\omega$ : parámetro de ajuste en la función que define el descuento aplicado sobre la recaudación tributaria total.
16.  $\bar{T}$ : tasa de impuestos “meta” en la función que define el descuento aplicado sobre la recaudación tributaria total.
17.  $\mu$ : parámetro de ajuste en la función que define la prima sobre la tasa de interés internacional libre de riesgo.
18.  $\bar{b}$ : nivel de deuda “meta” en la función que define la prima sobre la tasa de interés internacional libre de riesgo.
19.  $\bar{y}$ : producto de tendencia.

### 6.3 Restricciones sobre parámetros del modelo

- La tasa impositiva efectiva debe cumplir con ser siempre creciente.

La tasa de impuestos efectiva que se le cobra a los agentes y que determina la recaudación tributaria del gobierno se define como sigue:

$$T^* = (1 - \phi(T))T = \left[1 - \omega \left(e^{(T-\bar{T})} - 1\right)\right] T$$

Si obtenemos la derivada de la expresión anterior e imponemos que no pueda tomar valores negativos, obtenemos la siguiente restricción sobre el parámetro  $\omega$ :

$$\omega < \frac{1}{\left[ e^{T-\bar{T}} (T+1) - 1 \right]}$$

- El descuento sobre la tasa impositiva teórica, que delata la ineficiencia en la recaudación de impuestos por parte del gobierno, debe ser creciente a tasas crecientes:

$$\phi(T)'' > 0$$

Lo anterior se traduce en la siguiente restricción:

$$\omega > 0$$

- La prima sobre la tasa de interés internacional libre de riesgo debe ser creciente a tasas crecientes:

$$p(b')'' > 0$$

Lo anterior se traduce en la siguiente restricción:

$$\mu > 0$$

#### 6.4 Parametrización “situaciones”

1. Situación 1 (diferentes valores para el parámetro  $\theta$ ): en este caso fijamos el coeficiente que delata la importancia que en el modelo se le otorga al hecho de que el gobierno se desvíe del nivel “meta” de deuda  $\mu$  en 0.17 (lo que implica que el máximo valor que puede tomar la tasa de interés efectiva ronda el 30%), mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base, implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ .
2. Situación 2 (diferentes valores para el parámetro  $\lambda$ ): en este caso fijamos el coeficiente que delata la importancia que en el modelo se le otorga al hecho de que el gobierno se desvíe del nivel “meta” de deuda  $\mu$  en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes, (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que tanto la tasa internacional libre de riesgo como el costo fijo sobre la recaudación tributaria quedan fijos en su valor base (implicando que  $r^f = 0.01$  y  $\varepsilon = 0$ ).
3. Situación 3 (diferentes valores para el parámetro  $\varepsilon$ ): En este caso, se fija el valor del coeficiente que delata la importancia que en el modelo se le otorga al hecho de que el gobierno se desvíe del nivel “meta” de deuda

$\mu$  en 0.17, mientras el parámetro que determina la importancia que el gobierno le otorga a desviarse de la tasa impositiva “meta”  $\omega$  queda fijo en 0.26. Además, suponemos que el gasto se reparte de forma igualitaria entre ambos agentes (por lo que  $\theta$  toma un valor de 0.5) y que la tasa impositiva que se les cobra a los agentes es igual en el margen ( $\lambda = 1$ ). Por otro lado, la tasa internacional libre de riesgo queda fija en su valor base  $r^f = 0.01$ .

## References

- [1] Aguiar, M., & Gopinath, G. (2006). “Defaultable Debt, Interest Rates and the Current Account”. NBER.
- [2] Aizenman, J., Gavin, M., & Hausmann, R. (2000). “Optimal Tax and Debt Policy with Endogenously Imperfect Creditworthiness”. The Journal of International Trade & Economic Development.
- [3] Arteta, C., & Hale, G. (2006). “Sovereign Debt Crises and Credit to the Private Sector”. Journal of International Economics.
- [4] Cuadra, G., Sanchez, J.M., & Sapriza, H. (2009). “Fiscal Policy and Default Risk in Emerging Markets”. Federal Reserve Bank of Richmond.
- [5] D’Erasmus, P., & Mendoza, E.G. (2016). “Optimal Domestic (and external) Sovereign Default”. Federal Reserve Bank of Philadelphia.
- [6] Dooley, M. (200). “International Financial Architecture and Strategic Default: Can Financial Crises Be Less Painful?”. Carnegie-Rochester Conference on Public Policy.
- [7] Eaton, J., & Gersovitz, M. (1981). “Debt with potential Repudiation: Theoretical and Empirical Analysis”. Review of Economic Studies.
- [8] Gelos, Gaston R., Ratna Sahay, Guido Sandleris, 2003. “Sovereign Borrowing by Developing Countries: What Determines Market Access?”. IMF.
- [9] Hatchondo, J.C., Martinez, L., & Roch, F. (2015). “Fiscal Rules and the Sovereign Default Premium”. CAEPR.
- [10] Hatchondo, J. C., Martinez, L., & Sapriza, H. (2009). “Heterogeneous Borrowers in Quantitative Models of Sovereign Default”. Federal Bank of Richmond.
- [11] Lizarazo, S. v. (2013). “Default Risk and Risk Averse International Investors”. ITAM, Department of Economics.
- [12] Mendoza, E. G., & Yue, V. Z. (2011). “A General Equilibrium Model of Sovereign Default and Business Cycles”. IMF.

- [13] Pouzo, D., & Presno, I. (2016). “Sovereign Default Risk and Uncertainty Premia”.
- [14] Reinhart, C. M., Rogoff, K. S., & Savastano, M. (2003). “Debt Intolerance”. NBER.
- [15] Rose, A. (2005). “One Reason Countries Pay Their Debts: Renegotiation and International Trade”. *Journal of Development Economics*.
- [16] Schmidt-Grohé, S., & Uribe, M. (2003). “Closing small open economy models”. *Journal of International Economics*.
- [17] Schmidt-Grohé, S., & Uribe, M. (2017). “Open Macroeconomics”. Chapter 13. Princeton University.
- [18] Uribe, M. (2006). “Lectures in Open Economy Macroeconomics”. Duke University.
- [19] Yue, V. Z. (2010). “Sovereign Default and Debt Renegotiation”. University of Pennsylvania and University of New York.