



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO DE AGENTES PARA EVALUAR
POLÍTICAS DE INVENTARIO Y
GRADUALIDAD EN VENTAS DE
CONCENTRADO DE MINERALES EN
MERCADOS FUTUROS Y CORTOS**

MATÍAS NICOLÁS CASTRO OLMOS

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JORGE VERA ANDREO

Santiago de Chile, Julio 2020

© MMXX, MATÍAS NICOLÁS CASTRO OLMOS



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO DE AGENTES PARA EVALUAR
POLÍTICAS DE INVENTARIO Y
GRADUALIDAD EN VENTAS DE
CONCENTRADO DE MINERALES EN
MERCADOS FUTUROS Y CORTOS**

MATÍAS NICOLÁS CASTRO OLMOS

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JORGE VERA ANDREO

SERGIO MATURANA VALDERRAMA

RICARDO OLEA ORTEGA

CLAUDIO MOURGUES ÁLVAREZ

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Julio 2020

© MMXX, MATÍAS NICOLÁS CASTRO OLMOS

*A mi familia, en especial a mis
padres, y amigos*

AGRADECIMIENTOS

Quiero agradecer al profesor Jorge Vera por su paciencia y disposición a ayudarme como alumno de pregrado y postgrado. Gracias por la motivación entregada durante todos estos años y fomentar mi curiosidad y desarrollo en Investigación de Operaciones. También me gustaría agradecer al profesor Ricardo Olea por empujar mi progreso en Estadística durante mi paso por la universidad. Con la ayuda de ustedes he podido orientar gran parte de mi vida académica como profesional.

No puedo dejar de mencionar a aquellas personas que estuvieron en muchos momentos en mi paso por la universidad y que fueron compañeros de mil batallas. Adolfo, Ignacio, Constanza, Frane, Javiera, Juyoung, Altamiro, Felipe y muchos otros. Gracias por la paciencia, todos los aprendizajes vividos y su amistad.

Para Natalia, Erika, Graciela y Cristián que todos los días en 'Hernan Briones' hacían un hermoso lugar donde llegar. Nunca olvidaré los almuerzos, conversaciones y risas. Gracias por su paciencia y por aguantar mi desorden. También gracias a Marcela, Daniela, Sebastián, Sergio y Mónica en Antofagasta Minerals por motivarme diariamente.

Me gustaría dar una gran mención a Pedro Fuenzalida, quien me permitió explorar el mundo de la minería y con el que tuve mucha discusión acerca del desarrollo de este trabajo. Gracias por tu orientación, las oportunidades brindadas y por ser un enorme *coach* profesional.

Finalmente, y no menos importante, quiero agradecer a mi familia quienes han sido los que más me han apoyado. Gracias a mis hermanas y sobrinos por su inmenso amor. No encuentro palabras para agradecer a mis padres que, pese a su edad, han hecho enormes sacrificios por mí. Abandonaron su vida de más de 55 años en la última oficina salitrera del mundo, María Elena, para llegar a Santiago. Gracias por siempre dejar todo en la cancha (o en la pista/asfalto como me gusta decir ahora) y por darme el mejor regalo que la vida me ha presentado; **Sñar**.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	IV
INDICE DE FIGURAS	VIII
INDICE DE TABLAS	X
RESUMEN	XII
ABSTRACT	XIII
1. INTRODUCCION	1
1.1. Contexto	1
1.2. Definición del problema y objetivos	3
1.3. Literatura relacionada	5
2. FORMULACIÓN	7
2.1. Modelo de optimización para distribución inicial	7
2.1.1. Supuestos básicos	7
2.1.2. Información y variables de decisión	11
Restricciones para <i>Contracts of Affreightment</i> (COA)	13
Restricciones para clientes	14
Restricciones de producción	15
Función objetivo	15
2.2. Incorporación de Incertidumbre	16
2.2.1. Ambiente de simulación	16
2.2.2. Agentes y reglas de interacción	22
2.3. Medidas de desempeño	27
2.3.1. Estimación de casos extremos	28
2.4. Implementación Computacional	30
2.4.1. Políticas a evaluar	30

2.5.	Cantidad de réplicas de simulación	32
3.	VALIDACIÓN	33
3.1.	Metodología para validación	33
3.2.	Resultados de la validación	34
	Validación tipo visual	34
	Medidas tipo I: Validación en base a sensibilidad	35
	Medidas tipo II: Validación estadística	38
4.	ELECCIÓN DE POLÍTICA ÓPTIMA	42
4.1.	Metodología para la búsqueda de una política óptima	42
4.2.	Resultados para la elección de estrategia óptima	44
4.2.1.	Frontera de Pareto para distintos valores de p y D	44
4.2.2.	Sensibilidad según valores de p y D	45
4.2.3.	Elección de política π_P	52
5.	CONCLUSIONES	53
	BIBLIOGRAFIA	56
	ANEXO A.	61
A.1.	Metodología instantánea de llegada de los barcos	61
A.2.	Ejemplo para política de funcionamiento del productor	62
A.3.	Datos	64
A.3.1.	Datos para distribución inicial	64
A.3.2.	Datos complementarios del modelo de agentes	67
A.4.	Programa de embarque inicial $SS = 0$	69
A.5.	Programa de embarque inicial $SS = 10000$	70
A.6.	Programa de embarque inicial $SS = 20000$	71
A.7.	Programa de embarque inicial $SS = 30000$	72
A.8.	Programa de embarque inicial $SS = 40000$	73
A.9.	Programa de embarque inicial $SS = 50000$	74

A.10.	Distribución clientes $SS = 0$	75
A.11.	Distribución clientes $SS = 10000$	76
A.12.	Distribución clientes $SS = 20000$	77
A.13.	Distribución clientes $SS = 30000$	78
A.14.	Distribución clientes $SS = 40000$	79
A.15.	Distribución clientes $SS = 50000$	80
A.16.	Cantidad de réplicas para $\hat{N}_{0,05}$	81
A.17.	Cantidad de réplicas para $\hat{A}_{0,05}$	82
A.18.	Cantidad de réplicas para $\Delta\hat{C}_{0,95}$	83
A.19.	Metodología para el cálculo de <i>Demurrage</i>	84

INDICE DE FIGURAS

1.1. Etapas del proceso de exportación. Imágenes extraídas de	1
1.2. Ejemplo de instante para modificar la distribución inicial de marzo.	3
2.1. Países importadores de cobre chileno en 2016. Adaptado de (DataChile, 2016).	7
2.2. Vista exterior de un barco <i>Handysize</i> . Recuperada de (Bulk-Carrier, 2010).	10
2.3. Recepción del concentrado en la etapa 2.	17
2.4. Representaciones de densidades PERT: Variación de <i>mode</i> (izquierda) y variación de <i>shape</i>	18
2.5. Retiro del concentrado en la etapa 2.	19
2.6. Esquema para simulación de disponibilidad de puerto.	21
2.7. Representación de la operación en puerto para la carga de un barco	22
2.8. Regla de decisión para penalización impuesta por un COA.	25
2.9. Esquema de interacción entre los tipos de agentes	26
3.1. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\mathbf{A})$ según $(SS, ST)_{45}$	35
3.2. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\Delta\mathbf{C})$ según $(SS, ST)_{45}$	36
3.3. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\widehat{\mathbf{N}})$ según $(SS, ST)_{45}$	37
3.4. Histograma para \mathbf{S} según $\pi_P = (SS, ST)$ con dato de testeo ($\mathbf{S}_{\text{test}} = 34$).	38
3.5. Histograma de inventario según π_P con $\mathbf{I}_{\text{test}} = 80000$ en rojo.	39
3.6. Boxplots para \mathbf{D} según π_P con $\mathbf{D}_{\text{test}} = \text{USD } 530162$ en negro.	40
3.7. Histograma de \mathbf{M} para todas las políticas π_P	41
4.1. Maximización de dos funciones objetivos según una utilidad U con \mathbf{A} el punto óptimo en la frontera de Pareto (en negro). Fuente: (Yang, 2014)	43
4.2. Presencia de distintas políticas $\pi_P = (SS, ST)$ según valor de p y D	45
4.3. Sensibilidad para $\widehat{\mathbf{N}}_{1-p}$ para ST y combinaciones entre p y D	46

4.4.	Sensibilidad para $\widehat{\Delta C}_p$ para ST y combinaciones entre p y D	47
4.5.	Sensibilidad para \widehat{A}_{1-p} para ST y combinaciones entre p y D	48
4.6.	Sensibilidad para \widehat{N}_{1-p} para SS y combinaciones entre p y D	49
4.7.	Sensibilidad para $\widehat{\Delta C}_p$ para SS y combinaciones entre p y D	50
4.8.	Sensibilidad para \widehat{A}_{1-p} para SS y combinaciones entre p y D	51
A.1.	Evolución del valor de $\widehat{N}_{0,05}$ en 3000 réplicas.	81
A.2.	Evolución del valor de $\widehat{A}_{0,05}$ en 3000 réplicas.	82
A.3.	Evolución del valor de $\Delta \widehat{C}_{0,95}$ en 3000 réplicas.	83

INDICE DE TABLAS

2.1. Costo en USD de cada tonelada a transportar según puertos que deba visitar un barco que debe desplazar 40000 toneladas de concentrado.	8
2.2. Costo adicional en USD de cada tonelada de un barco de 40000 toneladas de concentrado que deba visitar un tercer y/o cuarto puerto.	8
2.3. Costo en USD de trasladar una tonelada de concentrado de cobre según total a desplazar y puertos a visitar	9
2.4. Ejemplo de costo por tonelada a desplazar en un barco de 40000 toneladas	9
4.1. Resultados de 4.2 para $p = 0.99$ y $D = 45$	52
A.1. Ejemplo de programación efectiva en enero y febrero y modificable en marzo.	62
A.2. Ejemplo programación efectiva hasta marzo para $c(3) = 1$	62
A.3. Nueva unidad pendiente debido a $c(3) = 1$ y resultado aleatorio.	63
A.4. Puertos de cada región y el sector al que pertenecen	64
A.5. Meses asociados a cada trimestre	65
A.6. Puertos en que los clientes reciben sus unidades.	65
A.7. Información para restricciones de clientes en sección (2.1.2), con uniformidad para los valores de $MAX^{m,c}$, $MINQU^{j,c}$ y $MAXQU^{j,c}$ en m y j	66
A.8. Producción esperada mensual	66
A.9. Toneladas mínimas y máximas a desplazar para cada f_z	67
A.10. Distribuciones para disponibilidad de puerto	68
A.11. Distribuciones para tiempo de duración de marejadas	68
A.12. Barcos para $SS = 0$	69
A.13. Barcos para $SS = 10000$	70
A.14. Barcos para $SS = 20000$	71

A.15. Barcos para $SS = 30000$	72
A.16. Barcos para $SS = 40000$	73
A.17. Barcos para $SS = 50000$	74
A.18. Unidades de clientes para $SS = 0$	75
A.19. Unidades de clientes para $SS = 10000$	76
A.20. Unidades de clientes para $SS = 20000$	77
A.21. Unidades de clientes para $SS = 30000$	78
A.22. Resultados clientes para $SS = 40000$	79
A.23. Resultados clientes para $SS = 50000$	80

RESUMEN

La minería es el motor principal de la economía en Chile, mayoritariamente por el cobre, y ha sido la principal fuente de ingreso económico durante décadas, y se sigue proyectando como eje fundamental para el desarrollo de la nación a futuro. Actualmente la demanda por el mineral de cobre va en alza, principalmente por el requerimiento de uso de energías más limpias y la electromovilidad, donde el mineral rojo es parte fundamental.

Actualmente existen proyectos de nuevos yacimientos y expansión de los ya existentes con tal de poder aumentar la oferta de cobre para los años 2020, pero la puesta en marcha de estos presentaría un escenario de déficit del mineral en el período 2020 - 2025. La situación plantea la necesidad de tener estrategias apropiadas de distribución de las cantidades previamente acordadas no limitando las ventas sin previos acuerdos, manteniendo un alto nivel de servicio y ser un proveedor atractivo en todo momento de la nueva década.

Esta tesis busca construir un modelo de agentes, los que permiten aproximar interacciones de entes mediante reglas definidas y representar ambientes a través de simulación, con el objetivo que pueda orientar a los productores del mineral acerca de qué política, basada en inventarios de seguridad y gradualidad de ventas sin acuerdos previos, es apropiada considerar.

Se trabajó junto a expertos de un grupo minero para discutir supuestos de construcción y validación respectiva. Los resultados finales permiten establecer un conjunto de políticas a través de un problema de optimización multiobjetivo que busca orientar la decisión final acerca de qué estrategia emplear.

Palabras Claves: Modelo de Agentes, Inventario de Seguridad, Validación, Optimización Multiobjetivo.

ABSTRACT

Mining is the main engine of the economy in Chile, mostly for copper, and has been the most important activity in the GPA for decades, and is still projected as a fundamental axis for the development of the nation in the future. Currently, the demand for copper is on the rise, mainly due to the requirement to use cleaner energy and electro mobility, where it is a fundamental part.

Actually there are several projects of new deposits and also expansion of existing ones in order to increase their supply, which is expected to be low mainly in the first half of the next decade. In order to maintain and increase the confidence of producers and avoid customer leak the search for various strategies to ensure compliance with their distribution commitments in quantities previously agreed with different (future) customers, but not limiting the sales without prior agreements (short or SPOT) .

This thesis seeks to build an agent - based model, which allow approximate interactions of entities through defined rules and represent environments through simulation, which can guide the producers of the mineral about what policy to consider, based on safety stocks and gradual sales without prior agreements. The interaction is between producers and distributors to seek compliance with the annual distribution plan indicated to the last ones, which may be COA or SPOT.

Experts from a mining group worked together to discuss assumptions and the respective validation. The final results allow establishing a set of policies through a Pareto optimization that guides the final decision about which inventory and short sales strategy to use.

Keywords: Agent - Based Model, Safety Stock, Validation, Pareto Optimization

1. INTRODUCCIÓN

1.1. Contexto

En Chile, los diversos *commodities* de la industria minera hacen a esta el principal motor de su economía, impulsada de forma mayoritaria por su riqueza en cobre, el que se ha denominado incluso como " el sueldo de Chile " desde inicios del nuevo milenio (Meller et al., 2002), siendo un producto de entrega el concentrado de cobre, en adelante concentrado. Estadísticas del año 2018 señalan que la minería nacional es líder en la producción mundial de cobre y a nivel país representó un 53.5 % de las exportaciones, un 6.4 % de los ingresos fiscales, generó un 8.6 % de los empleos y conforma el 10 % del Producto Interno Bruto (PIB) (CM, 2019).

La transacción de *commodities*, y en particular los relacionados con minería, se realiza en dos grandes mercados, uno el de futuros, donde se establece una obligación por parte del productor para entregar el recurso en un tiempo y precio fijo, en adelante señalados como futuros, y otro el mercado spot, donde no existen acuerdos previos, en adelante referidos como cortos, y que se presenta como opción para maximizar ingresos.

El proceso de exportación del concentrado se puede dividir en tres grandes etapas visualizadas en la figura 1.1. Una se relaciona con el proceso de extracción del mineral desde la tierra y los procesos mecánicos y químicos para terminar en el concentrado. Una segunda etapa donde se almacena el concentrado en bodegas y se proceden a cargar distintos barcos para el transporte del material. Al final existe una tercera etapa que corresponde al traslado del concentrado y su descarga en distintos puertos alrededor del mundo.



FIGURA 1.1. Etapas del proceso de exportación. Imágenes extraídas de

Para la segunda etapa se define un plan de distribución anual del concentrado, centrada en los futuros, varios meses antes de iniciar un año respectivo. Para conformar este último se emplea información de producción mensual esperada de la primera etapa, restricciones de los mismos clientes y la capacidad de transporte marítimo para abastecer la tercera etapa. El traslado se puede dividir en dos categorías, una proveniente a partir de *Contracts of Affreightment*, en adelante COA, y el SPOT. El primero consiste en servicios de flete caracterizados principalmente por tener un período, precios definidos, rango de toneladas a desplazar, puertos para carga y descarga, e instantes de modificación y confirmación del plan inicial de transporte, mientras que en el segundo estas cláusulas no están definidas previamente, y sus costos han de ser por lo general más altos (Stopford, 2009).

Para la década del 2020, se pronostica un aumento significativo en la demanda de cobre por el aumento de fuentes de energías renovables (Brunell, 2019) y vehículos eléctricos (Narins, 2017), donde el mineral juega un rol fundamental. Pese a este escenario, la oferta habría de tener un déficit según pronósticos señalados en (Farchy, 2019) en el período 2020 - 2025. Esto último motiva la expansión y desarrollo de nuevos yacimientos, pero también el tomar medidas concretas para un correcto cumplimiento de los diversos compromisos de cada compañía productora, en donde la segunda etapa del proceso de exportación es primordial.

1.2. Definición del problema y objetivos

La segunda etapa del proceso de exportación se desarrolla de acuerdo a un plan anual de distribución establecido y comunicado a los clientes varios meses antes del inicio de un año respectivo. El establecimiento de este último se hace a través de tres grandes grupos de restricciones: Una centrada en los clientes con futuros, otra con el transporte y una última con información acerca de la producción esperada en cada mes del año entrante.

Un fenómeno existente en los yacimientos mineros es la desviación de la producción en comparación con las metas esperadas mensualmente. Esto impone tomar medidas para cumplir de forma apropiada la entrega de los compromisos futuros pero a su vez no limitar las ventas cortas de forma de maximizar ingresos.

El productor de concentrado cuenta con distintos tiempos de notificación para poder realizar ajustes a su plan inicial de distribución mensual. Estos instantes son impuestos principalmente por los contratos de flete (COA) con que se cuentan, y en donde existe la opción de confirmar el comunicado inicial, reducirlo en toneladas a transportar o aumentarlo en caso de querer realizar ventas cortas. Un ejemplo de instante de decisión se puede ver en la figura 1.2, donde la confirmación o modificación del plan de marzo se realiza D días previos al inicio de este.



FIGURA 1.2. Ejemplo de instante para modificar la distribución inicial de marzo.

El proceso de comunicación es una interacción entre el productor y los distribuidores, en donde se debe ver la información del ambiente de operación de la etapa 2 del proceso de exportación para tomar decisiones. Este análisis es dinámico en el tiempo y debe considerar las decisiones previas.

Para abordar el problema planteado, es necesario contar con un mecanismo que no solamente sea capaz de simular un ambiente de operación, sino que también pueda ver la información que se genere y tome decisiones. Tanto en ciencias naturales como sociales, una metodología que permite desarrollar esta dinámica es la de los modelos de agentes.

Un modelo de agentes corresponde a un sistema con una colección de tomadores de decisiones autónomos, quienes evalúan el medio ambiente en el que se encuentran y toman diversas acciones, las que pueden ser impuestas de forma previa o pueden ser aprendidas (Bonabeau, 2002). Estos modelos, al igual que todo modelo de simulación, cuentan con el desafío de su validación acorde al contexto en el que fueron construidos y las decisiones a tomar con él tal como señalan (Crooks, Castle, y Batty, 2008), (Sargent, 2010) y (Kühnlenz y Nardelli, 2017).

Se presenta como hipótesis que un modelo de agentes permite representar de forma adecuada el proceso de operación y cambios en el plan de distribución, sujeto a políticas que consideren mantener inventarios de seguridad y gradualidad en ventas cortas en distintos meses. Además, a través de los resultados obtenidos, se busca dar nociones de que política ha de ser más apropiada haciendo un balance entre distintas medidas de desempeño.

En concordancia con la hipótesis, la tesis tiene los siguientes objetivos:

1. Construcción de un plan de distribución inicial de futuros, obtenido a costo de transporte mínimo, sujeto a restricciones de este, clientes y producción esperada
2. Construir un modelo de agentes que permita incorporar el plan de distribución inicial, la incertidumbre de operación, reglas de interacción de productores y distribuidores, y las políticas de inventarios de seguridad y gradualidad de ventas cortas.
3. Diseñar una estrategia de validación del modelo de agentes construido para dar nociones de su credibilidad.

4. Construir un problema de optimización multiobjetivo que permita usar la información entregada por el modelo de agentes, haciendo un balance entre distintas medidas de desempeño, y oriente la elección de una política de inventario de seguridad y ventas cortas óptima.

1.3. Literatura relacionada

La literatura relacionada para distribución de *commodities* es amplia desde el punto de vista de los distribuidores, ofreciendo diversos modelos de optimización tanto deterministas como con incertidumbre y que pueden encontrarse por ejemplo en (Christiansen, Fagerholt, Nygreen, y Ronen, 2013). Un trabajo concreto donde se aplica un modelo de agentes para distribución es en lo desarrollado por (Fagerholt, Christiansen, Hvattum, Johnsen, y Vabø, 2010), en donde una empresa de transporte marítimo debe cumplir con diversos contratos COA con productores y a la vez busca maximizar sus ingresos ofreciendo transporte spot, evaluando diversos escenarios y decisiones a tomar. El trabajo de esta tesis va en vereda opuesta, es decir, busca ofrecer una herramienta a un productor que cuenta con distintos COA y debe recurrir al mercado spot de transporte para cumplir sus compromisos.

Desde el área de la Gestión de Operaciones, para poder responder ante incertidumbres, existe una amplia discusión acerca de estrategias basadas en inventarios de seguridad y tiempos de seguridad, donde se pueden encontrar algunas en (Van Kampen, Van Donk, y Van Der Zee, 2010), que discuten la pertinencia de estos según un contexto en particular, y que motiva las políticas a evaluar en este trabajo. Un ejemplo concreto a su vez sobre políticas para aumentar credibilidad en distribución se encuentra en el trabajo desarrollado por (Seitz y Grunow, 2017), y que motiva una medida de desempeño atinente a nuestra situación.

Al tener un modelo de agentes que busca aproximar decisiones y un ambiente de operación, se busca responder al desafío de su validación orientados en el trabajo de (Klügl, 2008), debido al tipo de datos que se ha podido recolectar y las medidas de desempeño acordadas.

Una propuesta en Investigación de Operaciones para la elección de una política que permita orientar a un tomador de decisiones finales, es la Optimización Multiobjetivo y donde un ejemplo concreto de aplicación de un modelo de agentes para obtener la información necesaria de este se puede encontrar en (Moya, Chica, y Cordón, 2019), que también aborda el desafío de la validez.

En conclusión, varios de los temas planteados en esta tesis han sido abordados, en otros contextos, en la literatura. La contribución de este desarrollo es poder crear una herramienta uniendo estas distintas metodologías, validando los resultados de este cruce de forma de aumentar la credibilidad de lo obtenido, y pudiendo ser aplicado en el contexto particular de un proceso de exportación proveniente del rubro minero.

2. FORMULACIÓN

2.1. Modelo de optimización para distribución inicial

El programa de distribución inicial se obtiene con un modelo de programación entera que indica los barcos a solicitar a cada COA y el spot de transporte, respetando restricciones de estos, clientes y producción.

2.1.1. Supuestos básicos

Estructuras de costos

La exportación de concentrado de cobre en Chile se realiza principalmente a Asia del Este, lo que incluye a China, Japón y Corea del Sur, y Asia del Oeste que incluye mayoritariamente a India. También se presentan exportaciones en Europa, y en menor proporción Australia, Brasil, Perú, México y Estados Unidos ([DataChile, 2016](#)).

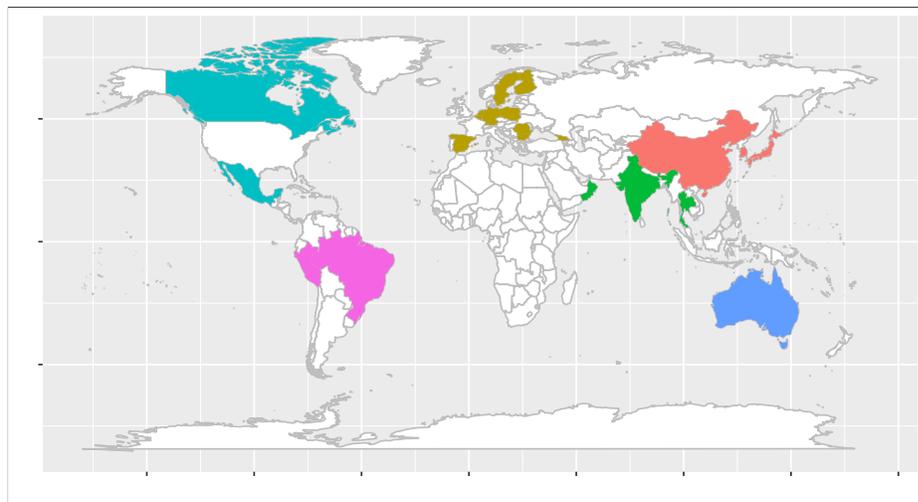


FIGURA 2.1. Países importadores de cobre chileno en 2016. Adaptado de ([DataChile, 2016](#)).

Podemos notar según la figura 2.1 que en las distintas regiones de Asia y Europa se tienden a formar *clusters* por la cercanía de los países, y considerando la existencia de los futuros con distintos clientes, la opción de tener transporte COA puede ser atractiva.

En términos de costos, un ejemplo de estructura presente en algunos COA es el de Chile a Asia del Este, y que se basa en la presencia de subregiones, siendo ellas Japón (JP), Corea del Sur (CS), Norte de China (NC) y Sur de China (SC). Un ejemplo concreto de costo unitario para un barco que desplaza 40000 toneladas se puede ver en las tablas 2.1 y 2.2.

TABLA 2.1. Costo en USD de cada tonelada a transportar según puertos que deba visitar un barco que debe desplazar 40000 toneladas de concentrado.

	1 puerto	2 puertos			
Puertos descarga		Japón	Corea del Sur	Norte China	Sur China
Japón	21.50	23.25	22.75	24.25	27.50
Corea del Sur	21.50			24.25	27.50
Norte China	22.90			24.65	27.90
Sur China	25.80				28.30

TABLA 2.2. Costo adicional en USD de cada tonelada de un barco de 40000 toneladas de concentrado que deba visitar un tercer y/o cuarto puerto.

	X	Y
Japón	0.90	3.20
Corea del Sur	0.50	3.20
Norte China	0.80	4.25
Sur China	0.80	6.75

Para hacer uso de la información de la tabla 2.2 se debe considerar la siguiente regla para el cálculo del costo de transporte de una tonelada:

- Se establecen 3 nuevas áreas:
 - Región 1: Japón + Corea del Sur.
 - Región 2: Norte China.
 - Región 3: Sur China.
- Si todos los puertos necesarios de visitar están exclusivamente en la región 1, región 2 o región 3 se debe aplicar lo mencionado en la columna X.
- Si el tercer y/o cuarto puerto a descargar se encuentran en regiones distintas al del primer y segundo puerto a descargar se debe aplicar la columna Y.

Existen estructuras más sencillas, que consideran solamente la cantidad de toneladas a desplazar y puertos a visitar, y que puede verse ejemplificada en la tabla 2.3.

TABLA 2.3. Costo en USD de trasladar una tonelada de concentrado de cobre según total a desplazar y puertos a visitar

Toneladas/Puertos	1	2	3	4
10000	27.30			
20000	24.30	25.80		
30000	24.05	25.30	26.55	
40000	23.70	24.80	25.80	26.80

Un ejemplo del costo unitario de desplazar una tonelada, para un barco que transporta 40000 toneladas, se puede ver en la tabla 2.4, donde el número en paréntesis indica la cantidad de puertos a visitar en cada subregión. La estructura 1 corresponde a aquella que mezcla la información de las tablas 2.1 con 2.2 y la estructura 2 la que usa la tabla 2.3.

TABLA 2.4. Ejemplo de costo por tonelada a desplazar en un barco de 40000 toneladas

Plan	Estructura 1 (USD/TON)	Estructura 2 (USD/TON)
JP(1) - CS(0) - NC(0) - SC(0)	21.50	23.70
JP(2) - CS(0) - NC(1) - SC(1)	27.50	25.80
JP(1) - CS(1) - NC(0) - SC(1)	31	25.80
JP(1) - CS(1) - NC(1) - SC(1)	33.75	26.80

La diversidad de estructuras de costos de los COA impone la necesidad de buscar un modelo de optimización capaz de adaptarse a la gran mayoría de ellas.

Barcos y período de ejercicio

Los acuerdos de distribución se realizan en base a unidades económicas, en adelante cargas, que corresponden a un total de 10000 toneladas de concentrado. Estas se desplazan por ejemplo en barcos *Handysize* capaces de llevar máximo 4 cargas.



FIGURA 2.2. Vista exterior de un barco *Handysize*. Recuperada de ([Bulk-Carrier, 2010](#)).

El modelo se basa en la idea de plan, siendo este el detalle de los puertos de destino de las cargas que lleva un barco. Para poder abordar las diversas estructuras de costos de los COA, se tendrá un conjunto de planes de carga posibles para los barcos de cada uno de ellos donde para cada uno se conoce el costo de traslado de una tonelada de concentrado.

Para este trabajo el periodo será de un año, donde para cada mes los COA ofrecerán el desplazamiento de máximo 4 cargas en un barco, lo que se reflejará en que el problema de optimización se limitará a distribuir la producción en múltiplos de 10000 toneladas.

Finalmente, la formulación tendrá 3 grupos de restricciones, uno relacionado con la distribución de cargas entre los COA y el mercado de transporte spot, otro para los clientes y uno final relacionado con la producción esperada para cada mes del año.

2.1.2. Información y variables de decisión

■ Conjuntos:

- M : Meses m a programar.
- Z : Regiones a programar con contratos COA.
- \bar{Z} : Regiones a programar sin contratos COA.
- F_z : COA en región $z \in Z$.
- D_f : Puertos que puede visitar el COA f en la región z .
- D_z : Puertos en la región z , es decir, $D_z = \bigcup_{f \in F_z} D_f$.
- P_f : Plan para el COA $f \in F_z$ en la región $z \in Z$.
- C_d : Clientes con acuerdo futuro en puerto $d \in D_z$.
- C : Clientes con acuerdo futuro, es decir, $C = \bigcup_{d \in D_z} C_d$.
- $QU(j)$: Meses en trimestre $j \in \{1, 2, 3, 4\}$.

■ Parámetros:

- $C^{f,p}$: Costo de trasladar una tonelada en el COA f para el plan p .
- $C^{z,SPOT}$: Costo de trasladar una tonelada en el SPOT de una region z
- $\underline{U}^{f,p}$: Cargas a transportar para el plan p en el contrato f .
- $\underline{\underline{U}}^{f,p,d}$: Cargas del puerto d para el plan p en contrato f .
- EU : Toneladas en una carga (10000 toneladas).
- $CMIN^{M,f}$: Cantidad mínima de toneladas en el contrato f en M .
- $CMAx^{M,f}$: Cantidad máxima de toneladas en el contrato f en M .
- $R^{M,c}$: Toneladas requeridas por el cliente c en el periodo M .
- $MAX^{m,c}$: Máxima cantidad de toneladas que se pueden transportar a c en m .
- $MINQU^{j,c}$: Mínima cantidad de toneladas para el cliente c en el trimestre j .
- $MAXQU^{j,c}$: Máxima cantidad de toneladas para el cliente c en el trimestre j .
- P^m : Producción esperada en m .
- $I^{0,M}$: Inventario inicial para el periodo M .
- $MINEUI^m$: Inventario mínimo a retirar de bodega en m .
- $MAXEUI^m$: Inventario máximo a retirar de bodega en m .
- SS : Inventario de seguridad.

■ **Variables de decisión:**

- $X_{m,f,p}$: Si en mes m en región z el contrato f realiza el plan p
- $Y_{m,d}$: Cargas a enviar por transporte SPOT en el mes m al puerto d_z .
- $B_{m,d}$: Cargas a transportar en el mes m al puerto d .
- $Q_{m,c}$: Cargas a transportar en el mes m al cliente c .
- S_m : Potenciales cargas para ventas cortas en mes m .

■ **Naturaleza de las variables:**

- $X_{m,f,p} \in \{0, 1\}$, $\forall m \in M, \forall z \in Z, \forall f \in F_z, \forall p \in P_f$.
- $Y_{m,d} \in \mathbb{N}_0$, $\forall m \in M, \forall z \in Z \cup \bar{Z}, \forall d \in D_z$.
- $B_{m,d} \in \mathbb{N}_0$, $\forall m \in M, \forall z \in Z \cup \bar{Z}, \forall d \in D_z$.
- $Q_{m,c} \in \mathbb{N}_0$, $\forall m \in M, \forall c \in C$.
- $S_m \in \mathbb{N}_0$, $\forall m \in M$.

Restricciones para *Contracts of Affreightment* (COA)

Las siguientes expresiones buscan distribuir las cargas para cada cliente a través de los COA y el spot de transporte:

$$\sum_{p \in P_f} \mathbf{X}_{m,f,p} \leq 1, \quad \forall m \in M, \forall z \in Z, \forall f \in F_z. \quad (2.1)$$

$$\text{CMIN}^{M,f} \leq \sum_{m \in M} \sum_{p \in P_{fz}} \text{EU} \cdot \underline{U}^{f,p} \cdot \mathbf{X}_{m,f,p} \leq \text{CMAX}^{M,f}, \quad z \in Z, f \in F_z \quad (2.2)$$

$$\mathbf{B}_{m,d} = \sum_{c \in C_d} \mathbf{Q}_{m,c}, \quad \forall m \in M, \forall z \in Z \cup \bar{Z}, \forall d \in D_z. \quad (2.3)$$

$$\sum_{f \in F_z} \sum_{p \in P_f} \underline{U}^{f,p,d} \cdot \mathbf{X}_{m,f,p} + \mathbf{Y}_{m,d} = \mathbf{B}_{m,d}, \quad \forall m \in M, \forall z \in Z, \forall d \in D_z. \quad (2.4)$$

$$\mathbf{Y}_{m,d} = \mathbf{B}_{m,d}, \quad \forall m \in M, \forall z \in \bar{Z}, \forall d \in D_z. \quad (2.5)$$

La restricción (2.1) impone que cada COA solo tenga un plan mensual de distribución. La expresión en (2.2) busca que cada COA tenga asignado un valor de unidades a desplazar que se encuentre entre los márgenes acordados para el período M . A su vez, la igualdad (2.3) agrupa para cada mes la cantidad que se debe desplazar a un puerto. Finalmente, la ecuación planteada en (2.4) distribuye las cargas destinadas a un puerto entre los COA disponibles y transporte spot de esa región. Aquellas regiones sin COA destinan todas las cargas a un determinado puerto mediante transporte spot que se refleja en la restricción (2.5).

Restricciones para clientes

Los requerimientos de cada cliente puede imponer mayor rigidez para la distribución de la carga requerida, pero como punta pie inicial para este trabajo se proponen las siguientes expresiones:

$$\sum_{m \in M} EU \cdot Q_{m,c} = R^{M,c}, \quad (2.6)$$

$$EU \cdot Q_{m,c} \leq \text{MAX}^{m,c} \quad \forall m \in M, \forall c \in C. \quad (2.7)$$

$$\text{MINQU}^{j,c} \leq \sum_{m \in QU(j)} EU \cdot Q_{m,c} \leq \text{MAXQU}^{j,c}, \quad \forall c \in C, j \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (2.8)$$

La ecuación (2.6) busca que cada uno de los clientes reciba la carga total que ha solicitado para el período M . El cliente puede imponer un límite máximo mensual, lo que se puede reflejar con la expresión detallada por (2.1). Eventualmente pueden existir requerimientos específicos en cada uno de los trimestres del año, por ejemplo, cantidades mínimas y máximas que se deben entregar, situación que se puede reflejar con lo señalado en la expresión (2.8).

Restricciones de producción

De acuerdo al plan de producción esperado del productor, las siguientes restricciones están ligadas a que los compromisos de distribución se adquieran en medida de lo posible.

$$I^{0,M} + \sum_{m^* \leq m} P^{m^*} - \sum_{m^* \leq m} \sum_{c \in C} EU \cdot Q_{m^*,c} - \sum_{m^* \leq m} EU \cdot S_m \geq SS, \quad \forall m \in M. \quad (2.9)$$

$$\sum_{m \in M} S_m = \left\lfloor \left(I^{0,M} + \sum_{m \in M} P^m - \sum_{c \in C} R^{M,c} - SS \right) / EU \right\rfloor \quad (2.10)$$

$$\text{MINEUI}^m \leq \sum_{c \in C} Q_{m,c} + S_m \leq \text{MAXEUI}^m, \quad \forall m \in M. \quad (2.11)$$

La restricción (2.9) busca que en un mes no se asigne más de lo que realmente permita el inventario inicial del periodo, la acumulación de producción esperada, las decisiones de distribución y el inventario de seguridad SS. La ecuación (2.10) asigna la máxima cantidad posible de cargas a ventas cortas considerando inventario inicial, producción esperada, acuerdos futuros y el inventario de seguridad SS. Por último, se ha de imponer un margen de posibles entregas por mes que se puede deber a restricciones de operación y tamaño del puerto, y que de forma sencilla buscamos reflejar a través de la relación (2.11).

Función objetivo

$$\min \sum_{m \in M} \sum_{z \in Z} \sum_{f \in F_z} \sum_{p \in P_f} C^{f,p} U^{f,p} X_{m,f,p} + \sum_{m \in M} \sum_{z \in Z} \sum_{d \in D_z} C^{z,\text{SPOT}} Y_{m,d} \quad (2.12)$$

El objetivo de la expresión (2.12) es reducir lo más posible los costos de transporte distribuyendo las cargas a través de los COA y el spot de transporte.

2.2. Incorporación de Incertidumbre

La incertidumbre se incorpora mediante el modelo basado en agentes que busca aproximar la operación en puerto y la entrada, almacenamiento y salida de concentrado, introducir el programa de distribución inicial obtenido a partir de la formulación en la sección 2.1 como las distintas políticas de inventario de seguridad (SS) y gradualidad de ventas cortas (ST) con las que interactúan los agentes. Un modelo de agentes se caracteriza en su estructura por tener un detalle del ambiente de simulación y las reglas de interacción (Bonabeau, 2002).

2.2.1. Ambiente de simulación

El ambiente de simulación se basa principalmente en la operación ubicada en puerto. Este considera la llegada diaria de concentrado a sus bodegas y a su vez el retiro de él a través de distintos barcos. Esta representación la realizamos con un modelo de simulación de eventos discretos, correspondiente a la base principal de un modelo de agentes (Allen, 2011), siendo importantes los siguientes conceptos:

- **Sistema:** Colección de objetos que interactúa en un horizonte de tiempo.
- **Estado:** Variables que indican el estado del sistema en un instante de tiempo.
- **Evento:** Instancias que cambian el estado de un sistema.

Existen variables aleatorias de entrada que permiten conocer cuando ocurren los eventos y otras de salida que permiten estudiar distintos objetivos. Para nuestro problema tendremos un horizonte de tiempo equivalente a un año y los eventos involucrados se detallan en las subsecciones 2.2.1 y 2.2.1, avanzando el reloj de simulación en pasos de una hora.

Llegada de concentrado

En este apartado se busca generar un mecanismo de generación de concentrado que llega a la etapa 2, ver figura 2.3.



FIGURA 2.3. Recepción del concentrado en la etapa 2.

Se debe considerar la producción esperada P^m que se emplea para la obtención del programa inicial de distribución según la sección 2.1. La llegada del concentrado se rige bajo el siguiente mecanismo:

1. Desviación mensual P_{Δ}^m :

La desviación mensual de P^m está dada por:

$$P_{\Delta}^m = P^m + \Delta_m, \quad (2.13)$$

donde

$$\Delta_m \sim \text{PERT}(\text{min} = \text{min}_{\Delta}, \text{mode} = \text{mode}_{\Delta}, \text{max} = \text{max}_{\Delta}, s = s_{\Delta}), \quad (2.14)$$

cuya distribución se emplea, al igual que la triangular, para estudiar fenómenos con un valor mínimo, máximo y de moda, pero presentando densidades suaves y un parámetro de forma, denotado por s_{Δ} , que controla el decaimiento a los extremos (Vose, 2008). Algunos ejemplos de densidades se pueden ver en la figura 2.4.

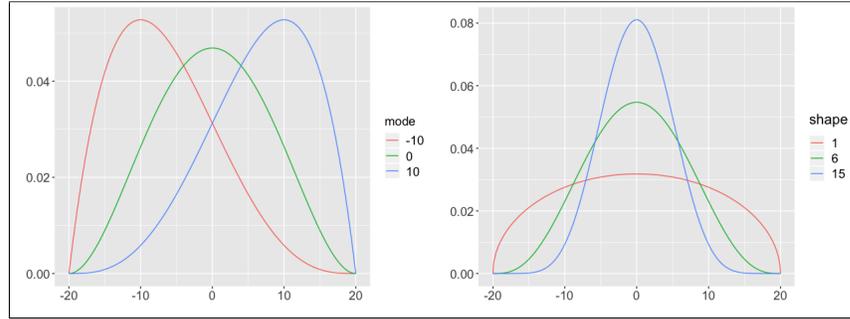


FIGURA 2.4. Representaciones de densidades PERT: Variación de *mode* (izquierda) y variación de *shape*

Los parámetros mínimos, máximos, moda y forma se basan en desviaciones registradas de P^m en un periodo de meses previo apropiado con el cuidado que la expresión 2.13 cumpla que $P^m + \text{mín}_{\Delta_m} \geq 0$.

2. Producción diaria real P_d :

Para el valor real de producción diario se considera un valor máximo M que se desprende de información histórica y relacionado con la máxima capacidad que se observó de producción para un día en un periodo previo apropiado. Considerando una realización de P_{Δ}^m , la producción diaria de concentrado, según el mes y la perturbación de la ecuación 2.14, está dada por

$$P_d|P_{\Delta}^m \sim \text{PERT} \left(\min = 0, \text{mode} = \frac{P_{\Delta}^m}{D_m}, \max = M, s = s_d \right), \quad (2.15)$$

donde D_m es la cantidad de días del mes m y s_d es el parámetro de forma asociado uniformemente a todos los días del año.

El objetivo de la representación en 2.15 es hacer un muestreo conociendo que existe una tendencia hacia la bajo o alza en producción, teniendo un rol clave en la sección 2.2.2 de las reglas de interacción de los agentes del modelo. El resultado simulado se distribuirá de manera uniforme en 24 horas, es decir, a medida que pasa una hora el inventario en bodega aumenta en un valor igual a $P_d|P_{\Delta}^m/24$. En adelante se denotará $P_d|P_{\Delta}^m$ como P_d , es decir, el valor de producción diario real.

Operación de barcos

El objetivo de este apartado es aproximar el proceso de retiro del concentrado, ver figura 2.5, desde la etapa 2.



FIGURA 2.5. Retiro del concentrado en la etapa 2.

En relación a los barcos que retiran el concentrado, existen términos relacionados al transporte marítimo que se deben considerar:

- **Laycan:** Corresponde al intervalo de tiempo en que el barco se debe presentar para iniciar la carga o descarga.
- **Notice of Readiness (NOR):** Es la notificación por parte del barco de que se encuentra en condiciones de operar carga y/o descarga.

Nuestro caso se limitará a barcos de carga, con confirmación/ modificación de su detalle inicial de distribución según la sección de reglas de interacción.

La asignación del día esperado en que un barco se presente en puerto, conocido como ETA (*Expected Time of Arrival*), es el punto medio del *Laycan*, siendo este generado por el productor según lo señalado en 2.2.2, y denotado por ETA. La llegada real de un barco en puerto está dada por

$$NOR = ETA + \Delta_{ETA}, \quad (2.16)$$

con

$$\Delta_{ETA} \sim \text{Normal}(\mu = \mu_{\Delta_{ETA}}, \sigma^2 = \sigma_{\Delta_{ETA}}^2), \quad (2.17)$$

donde se debe tener cuidado con la combinación entre $\mu_{\Delta_{ETA}}$ y $\sigma_{\Delta_{ETA}}^2$ para que los valores de su muestreo genere números realistas para *NOR*, por ejemplo, hasta 25 días antes o después de ETA.

Existen principalmente tres etapas que enfrenta un barco para su revisión antes de cargar, que son realizadas para asegurar una correcta operación, sumada a un tiempo para llegar a la zona de carga del concentrado. Ellas y la distribución de sus tiempos de duración, basados en la revisión de información histórica, propuestas son:

1. Espera por revisión:

$$ER \sim \text{Uniforme}(\min = \min_{ER}, \max = \max_{ER}). \quad (2.18)$$

2. Maniobras de revisión:

$$MR \sim \text{Normal - T}(\mu = \mu_{MR}, \sigma^2 = \sigma_{MR}^2, \min = \min_{MR}, \max = \max_{MR}), \quad (2.19)$$

donde Normal - T es la distribución normal truncada, es decir, con soporte de valores sólo en el intervalo $[\min_{MR}, \max_{MR}]$.

3. Ajustes por revisión:

$$AR \sim \text{Uniforme}(\min = \min_{AR}, \max = \max_{ER}). \quad (2.20)$$

4. Tiempo desde lugar de revisión al de carga:

$$T = \text{Constante}. \quad (2.21)$$

Se tiene una tasa de carga efectiva de concentrado por hora igual a

$$W = \text{mín}(W_{Port}, B), \quad (2.22)$$

donde W_{Port} corresponde a un parámetro de carga máximo que ofrece el puerto, que tiene un variabilidad cercana a 0, y por lo tanto se propone constante, y B el nivel de concentrado en bodega.

Finalmente, el inicio del proceso de revisión y de carga sólo se puede realizar en un rango horario diario representando por el intervalo $[O_{Port}, C_{Port}]$, mientras que el fin de cada etapa puede pasar el cierre C_{Port} .

Condiciones climáticas

Un fenómeno de la operación en puerto es la disponibilidad del mismo en distintas estaciones del año. La escasez de datos que se pueden tener acerca de la duración de marejadas y disponibilidad de puerto nos lleva a la propuesta de que éstas tengan tiempos de duración uniformes o triangulares para los distintos trimestres del año.

Un esquema del funcionamiento del mecanismo que genere la disponibilidad de puerto se puede ver en la figura 2.6, siendo $M(j)$ y $D(j)$ las variables aleatorias que representan la duración en días de marejadas y disponibilidad de puerto, con $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ los índices relacionados con los trimestres de un año.

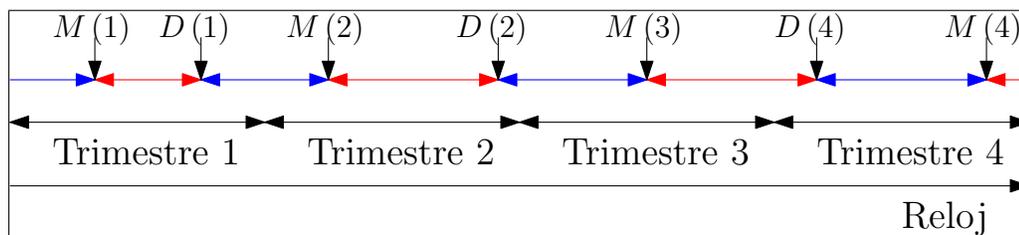


FIGURA 2.6. Esquema para simulación de disponibilidad de puerto.

El mecanismo de disponibilidad de puerto se basa en un muestreo acorde al instante en que se encuentre el reloj de simulación, y que según la figura 2.6, se alterna entre una variable M y D . Por ejemplo en el trimestre 2 se recurre a muestrear $M(2)$ y $D(2)$, pero dado el valor de esta última, que sitúa el reloj en el trimestre 3, el siguiente muestreo debe ser una variable $M(3)$, y que por su valor, fuerza a que necesitemos conocer un nuevo valor de disponibilidad con $D(4)$.

Finalmente una representación simplificada de la etapa 2 a través del ambiente de simulación del modelo de agentes se puede reducir a lo detallado en la figura 2.7, teniendo en la parte de superior de la figura el ingreso del concentrado, que representa el paso de la etapa 1 y 2 del proceso de exportación, y su parte inferior, que contiene la operación del puerto que da paso a la etapa 3 y resumida en la operación de barcos y las condiciones climáticas.

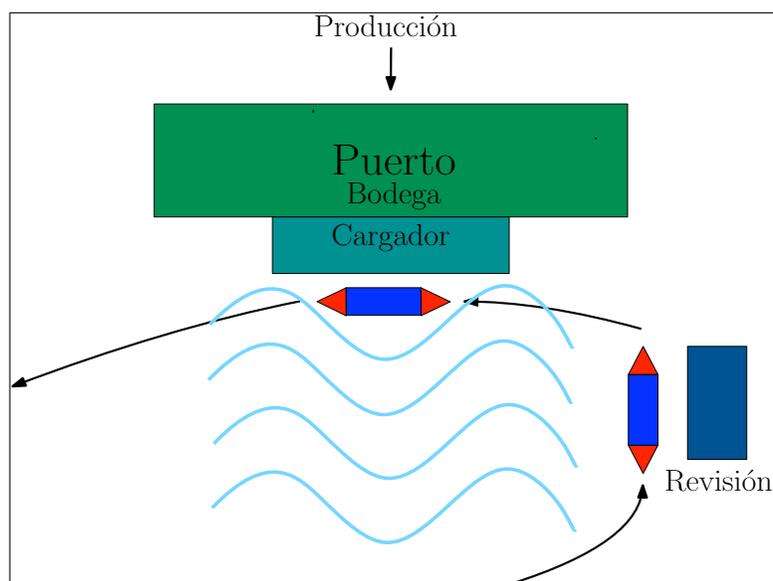


FIGURA 2.7. Representación de la operación en puerto para la carga de un barco

2.2.2. Agentes y reglas de interacción

El modelo tendrá dos tipos de agentes. El primer tipo corresponde al productor de concentrado que debe enviar este material según sus compromisos futuros adquiridos y a su vez maximizar posibles ventas cortas. El segundo tipo de agente corresponde a aquellos que ofrecen el servicio de distribución mediante un COA.

Productor (R_P)

El productor establece la programación inicial de barcos según el resultado de la sección 2.1. Debido a la estructura de notificación en un COA, durante el año el productor debe confirmar o modificar el plan de carga para un respectivo mes D días previos al inicio de este debiendo proyectar su producción de concentrado.

Los siguientes conjuntos y expresiones se consideran para la proyección de concentrado:

■ **Conjuntos:**

- $\underline{D}(m)$: Días hasta antes del momento de notificación para el mes m .
- $\overline{D}(m)$: Días desde momento de notificación hasta fin del mes actual.
- $\overline{\overline{D}}(m)$: Días desde el mes siguiente al de notificación hasta el fin del mes m .
- $\mathcal{M}(m)$: Meses de los días presentes en $\overline{\overline{D}}(m)$.
- \mathcal{Q} : Conjunto de cargas canceladas y pendientes a transportar.

■ **Funciones:**

- $\underline{P}(m)$: Concentrado ingresado a bodega para los días en $\underline{D}(m)$.
- $\overline{P}(m)$: Concentrado proyectado a ingresar en bodega para los días en $\overline{D}(m)$.
- $\overline{\overline{P}}(m)$: Concentrado proyectado a ingresar en bodega para los días en $\overline{\overline{D}}(m)$.
- $\mathcal{C}(m)$: Cargas efectivamente transportadas hasta antes del mes m .
- $\hat{\mathcal{C}}(m)$: Cargas por transportar en el mes m .

Las expresiones para las funciones corresponden a

$$\underline{P}(m) = \sum_{d \in \underline{D}(m)} P_d |P_{\Delta}^m + I^{0,M}, \quad (2.23)$$

$$\overline{P}(m) = \sum_{d \in \overline{D}(m)} P_d, \quad (2.24)$$

$$\overline{\overline{P}}(m) = \sum_{d \in \overline{\overline{D}}(m)} P_d, \quad (2.25)$$

donde por lo indicado para la llegada de concentrado en la sección 2.2.1 y los conjuntos involucrados, las igualdades 2.24 y 2.25 se reducen a

$$\overline{P}(m) = \frac{P_{\Delta}^m}{D_m} \cdot \#|D(m), \quad (2.26)$$

$$\overline{\overline{P}}(m) = \sum_{\underline{m} \in \mathcal{M}(m)} P^{\underline{m}}. \quad (2.27)$$

Existirán los siguientes tres escenarios en el instante de decisión:

1. Confirmación del plan para el mes m :

Este escenario ocurre si se da la condición

$$\underline{\mathcal{P}}(m) + \overline{\underline{\mathcal{P}}}(m) + \overline{\mathcal{P}}(m) - \hat{\mathcal{C}}(m) - \mathcal{C}(m) \in [0, SS], \quad (2.28)$$

que implica la mantención de todos los planes de los barcos en el mes m .

2. Disminución del plan para el mes m :

Esta situación se presenta en caso de que

$$\underline{\mathcal{P}}(m) + \overline{\underline{\mathcal{P}}}(m) + \overline{\mathcal{P}}(m) - \hat{\mathcal{C}}(m) - \mathcal{C}(m) < 0, \quad (2.29)$$

donde la cantidad de cargas a cancelar es

$$c(m) = \left\lceil \frac{\mathcal{C}(m) + \hat{\mathcal{C}}(m) - \underline{\mathcal{P}}(m) - \overline{\underline{\mathcal{P}}}(m) - \overline{\mathcal{P}}(m)}{UE} \right\rceil, \quad (2.30)$$

para cumplir así con la expresión 2.28. Las cargas se eligen mediante un muestreo sin reemplazo ejecutado $c(m)$ veces, con probabilidad uniforme para todas las cargas del plan mensual, siendo agregadas en orden de aparición al final del conjunto \mathcal{Q} .

3. Aumento del plan para el mes m :

La condición para esto es que

$$\underline{\mathcal{P}}(m) + \overline{\underline{\mathcal{P}}}(m) + \overline{\mathcal{P}}(m) - \hat{\mathcal{C}}(m) - \mathcal{C}(m) > SS, \quad (2.31)$$

calculando además las expresiones

$$n(m) = \left\lfloor \frac{\underline{\mathcal{P}}(m) + \overline{\underline{\mathcal{P}}}(m) + \overline{\mathcal{P}}(m) - \mathcal{C}(m) - \hat{\mathcal{C}}(m) - SS}{UE} \right\rfloor, \quad (2.32)$$

$$r(m) = \min \{ \#\mathcal{Q}, n(m) \} \quad (2.33)$$

y

$$s(m) = \min \{n(m) - r(m), ST\} . \quad (2.34)$$

La expresión 2.33 permite sacar elementos de \mathcal{Q} mediante una regla FIFO, es decir, se decide agregar al plan mensual lo primero en lista de espera a transportar. A su vez si $s(m) > 0$ se distribuyen las cargas según una probabilidad p_z para cada región, donde el transporte a cada una de ellas es en un único barco spot.

Distintos ejemplos de la regla del productor se encuentran en el anexo A.2.

Finalmente, la última decisión que realiza el productor se relaciona es el valor de ETA señalado en la sección 2.2.1, detallada en el anexo A.1 y siendo esta no debatible por los distribuidores una vez acordado el plan final de transporte.

Distribuidores (R_{COA})

Cada distribuidor COA aceptará el desplazamiento de unidades que el productor indique, pero agregará una penalización en el costo de transporte. Este costo de penalización sigue el árbol de decisión de la figura 2.8.

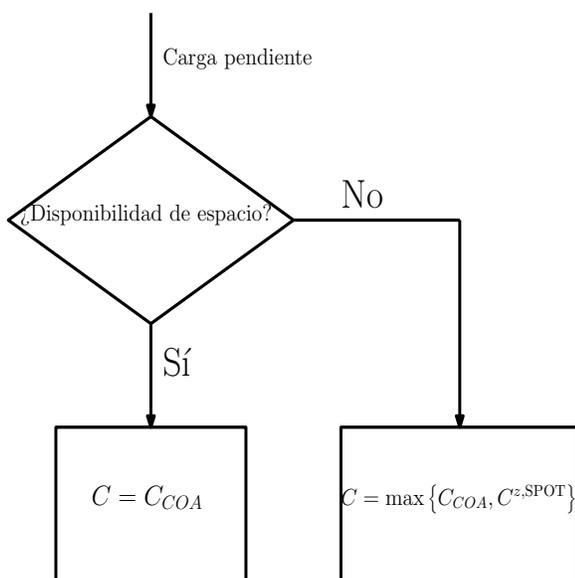


FIGURA 2.8. Regla de decisión para penalización impuesta por un COA.

Motivados por la restricción 2.2 del programa inicial de embarques, al decidir un valor específico del rango impuesto, en caso de que el año finalice en la simulación y aún queden cargas pendientes a trasladar con el servicio COA, este último rige el costo de cada tonelada transportada siempre por la expresión $C = \max \{C_{COA}, C^{z,SPOT}\}$. Un distribuidor SPOT siempre permite desplazamiento de unidades manteniendo el precio $C^{z,SPOT}$.

Esquemáticamente la interacción entre el productor y los distribuidores, parte fundamental en la segunda etapa del proceso de exportación, se puede ver en la figura 2.9.



FIGURA 2.9. Esquema de interacción entre los tipos de agentes

2.3. Medidas de desempeño

Consideraremos dos tipos de medidas de desempeño, ambas partes de la validación, con unas usadas para la elección de una política de distribución óptima y otras que se emplean para reforzar la credibilidad del modelo de agentes. Las medidas corresponden a:

1. **A** : Porcentaje de cargas desplazadas en el programa inicial.
2. **N** : Ventas que se logra realizar en mercado de corto plazo.
3. ΔC : Diferencia de costo del nuevo plan respecto al original.
4. **I** : Nivel del inventario en bodega al final del día.
5. **M** : Capacidad de producción total en el año indicada.
6. **S** : Cantidad de barcos creados por el agente productor.
7. **D** : Costos de sobreestadía de barcos (*Demurrage*).

Las medidas **A**, **N** y ΔC son usadas posteriormente para la elección de la política óptima, las llamaremos tipo I, mientras que las restantes son usadas sólo para reforzar la validez del modelo de agentes, siendo estas las del tipo II.

Para el cálculo de **A** es necesario considerar las siguientes definiciones:

- m^p := Mes en que se compromete una unidad.
- m^d := Mes en que se entregan las unidades.
- $Q_{m,c}^{m^p,m^d}$:= Unidades efectivas entregadas en el mes a un cliente.

Inspirados en (Seitz y Grunow, 2017), el valor de **A** está dado por

$$A = \frac{\sum_{m^p=m^d} \sum_{c \in C} Q_{m,c}^{m^p,m^d}}{\sum_{m \in M} \sum_{c \in C} Q_{m,c}}, \quad (2.35)$$

con $Q_{m,c}$ los valores obtenidos en la distribución inicial, teniendo que se cumple la relación $0 \leq Q_{m,c}^{m^p,m^d} \leq Q_{m,c}, \forall m \in M, c \in C$. Para las medidas tipo I nos interesa ver sus casos extremos de forma que la política a escoger sea robusta ante estos escenarios.

2.3.1. Estimación de casos extremos

La propuesta para la estimación de peores y mejores casos será considerando los cuantiles que se obtengan como resultado de las réplicas de simulación del modelo de agentes para las medidas tipo I. Para $0 < p < 1$ y una distribución F , el cuantil p se define por $\theta_p = F^{-1}(p)$, con $F^{-1} = \inf \{x | F(x) \geq p\}$. En particular, para **A** y **N** nos interesa ver cuantiles más bajos (cercanos a valores como $p = 0,01$), y para ΔC que sean más altos (cercanos a $p = 0,99$).

Existe una amplia literatura desarrollada de estimación de cuantiles cuando la distribución F es continua en θ_p pero desconocida en su forma, y que pueden ser revisadas en (Serfling, 1980), (Reis, 1980), (Harrell y Davis, 1982), (Kalgh y Lachenbruch, 1982), entre otros. Para medidas de caso discreto no existen amplios estudios, siendo algunos pocos los presentados en (González-Barríos y Rueda, 2001), (Machado y Silva, 2005) y (J. Chen y Lazar, 2010). aunque se presenten en un sin fin de áreas tanto social como de ciencias exactas.

Para el estudio de las medidas continuas **A** y ΔC nos apoyaremos en el trabajo de (Harrell y Davis, 1982). Para la medida **N** nos basaremos en el trabajo de (J. Chen y Lazar, 2010), pues permite hacer estimación de percentiles discretos.

Las metodologías tanto del caso continuo y caso discreto se basan en estadísticos de orden, los que dada una muestra X_1, \dots, X_n , con $n \in \mathbb{N}$, corresponde a ordenar la muestra, en nuestro caso obtenida a través de simulación, según un orden creciente de sus valores, es decir, y usando la notación común,

$$X_{(1)} \leq X_{(2)} \leq \dots \leq X_{(n-1)} \leq X_{(n)}. \quad (2.36)$$

Para el caso continuo, el estimador de Harrel y Davis del percentil p es una combinación lineal de los estadísticos de orden de la forma

$$\hat{\theta}_p = \sum_{i=1}^n W_i X_{(i)}, \quad (2.37)$$

donde $W_i = \mathbb{P}\left(\frac{i-1}{n} \leq Y \leq \frac{i}{n}\right)$, con $Y \sim \text{Beta}(a = (n+1)p, b = (n+1)(1-p))$. De forma intuitiva, lo que busca la expresión (2.37) es darle mayor peso a los valores que han de estar más cerca del percentil p según los estadísticos de orden y un menor a los lejanos.

Para el caso discreto, cada uno de los valores de la muestra se ha de perturbar (acción conocida como *jittering*) según un valor Z_i que tenga soporte en el intervalo $(0, 1]$, llevando a una expresión continua del tipo $Y_i = X_i + Z_i$. La distribución de probabilidad para la perturbación propuesta por los autores es $Z_i \sim \text{Uniforme}(0, 1]$. Aprovechando la continuidad impuesta, la idea se basa en maximizar un radio empírico de verosimilitud, dado por

$$\hat{\theta}_p = \operatorname{argmax}_{\theta} \left\{ \left(\frac{p}{F_n(\theta)} \right)^{nF_n(\theta)} \left(\frac{1-p}{1-F_n(\theta)} \right)^{n(1-F_n(\theta))} \right\}, \quad (2.38)$$

con $F_n(\theta) = \frac{i}{n}$ para $\theta \in [Y_{(i)}, Y_{(i+1)})$ la función de probabilidad acumulada empírica. Mayor detalle de la obtención del valor discreto desde el perturbado se puede encontrar en la referencia señalada previamente.

Para un valor p fijo, nos interesará calcular $\widehat{\Delta C}_p$, \widehat{N}_{1-p} y \widehat{A}_{1-p} con p un valor fijo.

2.4. Implementación Computacional

Para poder obtener la programación inicial de embarques, se usa el *solver* Gurobi (Gurobi Optimization, 2019) a través del lenguaje de código abierto Python y apoyado de diversas librerías como lo son *itertools*, *Pandas*, *Numpy*, entre otras, principalmente para poder abordar el problema relacionado con la diversidad de estructura de costos que pueda tener cada COA a través de la idea de plan.

El modelo basado en agentes se implementa en R, donde la simulación de eventos discretos está basada en la librería *simmer* (Ucar, Smeets, y Azcorra, 2019) y *lubridate* para manipulación de las fechas y el reloj de simulación, *dplyr* y *tibble* para la toma de decisiones de los agentes y *parallel* que permite realizar las réplicas de simulación a través de computación en paralelo permitiendo reducir los tiempos de cómputo asociado.

La implementación se realizó en un computador con 4 procesadores Intel Xeon E5-2470, cada uno con 8 cores y 2.3 GHz, y 128 GB de memoria RAM en total.

2.4.1. Políticas a evaluar

Por la forma en que se designan las cargas en el modelo de optimización en 2.1, los valores de SS son múltiplos de 10000, partiendo desde 0 hasta un valor máximo \overline{SS} en que aumentar este último vuelva infactible la asignación del programa inicial de embarque. Por otro lado, ST es un número natural hasta un máximo \overline{ST} impuesto previamente. Es decir, se tiene que el conjunto de políticas posibles para el productor está dado por

$$\Pi_P = \{(SS, ST) : SS \in \{0, 10000, \dots, \overline{SS}\}, ST \in \{1, \dots, \overline{ST}\}\}, \quad (2.39)$$

donde todas ellas son evaluadas empleando la técnica de números aleatorios comunes, usada ampliamente para comparar diversas configuraciones a través de simulación (E. Chen, 2013).

Las soluciones entregadas por Gurobi para la programación inicial de distribución según el modelo de la sección 2.1 y los datos detallados en A.3, permiten establecer que

$$SS \in \{0, 10000, 20000, 30000, 40000, 50000\}, \quad (2.40)$$

cuyos resultados se pueden ver del anexo A.4 a A.9 y la asignación en detalle por cliente desde A.10 a A.15, con cada una de estas soluciones obtenidas en un tiempo cercano a 30 segundos. Considerando el uso de barcos *handysize* de la figura 2.2, se propone que

$$ST \in \{1, 2, 3, 4\}. \quad (2.41)$$

En resumen, el conjunto de políticas a evaluar es

$$\Pi_P = \{(SS, ST) : SS \in \{0, 10000, 20000, 30000, 40000, 50000\}, ST \in \{1, 2, 3, 4\}\},$$

además donde sensibilizaremos para distintos valores de $D \in \{35, 40, 45, 50, 55\}$, conocido como el tiempo de notificación a los COA presente en la figura 1.2, para ver si es un parámetro que puede ayudar en el establecimiento de la política $\pi_P \in \Pi_P$. Para poder identificar la política y el tiempo de notificación usado se usará $(SS, ST)_D$.

Se entenderá a futuro que una medida más riesgosa involucra tener un valor bajo de SS y alto de ST. Una medida conservadora es de forma opuesta, por lo que tiende a tener un alto valor de SS y uno bajo para ST.

2.5. Cantidad de réplicas de simulación

Dado que para las medidas de tipo I interesa ver casos extremos, se decidió que un número de $n = 3000$ réplicas de simulación es adecuado.

Considerando un valor de $p = 0,95$, siendo semejante las conclusiones para valores más altos. En las figuras A.1, A.2 y A.3 del anexo, para las distintas políticas $(SS, ST)_D$, se puede ver que la medida $\hat{N}_{0,05}$ se logra estabilizar bien cerca de las 1000 réplicas. Para los valores continuos $\hat{A}_{0,05}$ y $\widehat{\Delta C}_{0,95}$, la estabilización de sus valores se logra ver cerca de las 3000 simulaciones.

El tiempo de cómputo según la capacidad computacional señalada en 2.4 para todas las combinaciones $(SS, ST)_D$ es de aproximadamente 23 horas y 30 minutos.

3. VALIDACIÓN

3.1. Metodología para validación

La propiedad más importante de un modelo de simulación es su validez, donde validación es el proceso de determinar si es una representación viable para objetivos particulares de estudio, siendo aún más desafiante la de un modelo de agentes ya que involucra también una aproximación de las decisiones de diversos actores según (Klügl, 2008) y (Crooks et al., 2008).

La metodología de validación a considerar está basada en lo propuesto por (Klügl, 2008), que tiene 3 etapas:

1. **Validación tipo visual:** Consistente en la construcción de reglas y supuestos de aproximación del modelo de agentes en conjunto con expertos del área.
2. **Análisis según perturbaciones:** Basada en evaluar la coherencia entre variaciones de parámetros y patrones que aparecen con resultados esperados. Principalmente se usa cuando hay escasez de datos.
3. **Validación estadística:** Busca comparar en como los resultados que entrega el modelo de agentes conversan con resultados históricos de la situación real.

En términos concretos todos los supuestos necesarios para el modelo que entrega la distribución inicial, el modelo de agentes y las medidas de desempeño a usar fueron a través del proceso de validación tipo visual. Las medidas tipo I serán validadas mediante el análisis según perturbaciones y las del tipo II a través de validación estadística.

3.2. Resultados de la validación

Validación tipo visual

Dado que el contexto del problema está en minería, se contó con el apoyo de expertos provenientes de una gran compañía del rubro en Chile. El equipo estuvo compuesto por

- Gerente de Inteligencia de Mercado.
- Gerente de Ventas de Concentrado.
- Ingeniero de Ventas de Concentrado.
- Ingeniero de Ventas y Operación de Puertos.

Junto a este equipo se levantaron los supuestos, información y reglas de interacción para el plan de distribución inicial y el modelo de agentes. En particular, el supuesto del tamaño de cargas (igual a 10000) fue solicitado pues es la forma en que transan mayoritariamente las ventas por diversos motivos, uno de ellos el transporte en los barcos.

El problema de distribución inicial se propuso teniendo presente las limitantes por la calidad en ley del concentrado (porcentaje real de cobre en una carga), que no se considera en este trabajo. Se pidió discreción en costos de los COA, por lo que no se adjuntan como información.

Se considera que la regla del productor para ventas cortas no es descabellada pues siempre tienen demanda de concentrado. Además se concluyó no tomar el costo de desplazar un compromiso debido a la variedad de cláusulas existentes y si alguien aceptaría la situación, por lo que se propuso que la selección de cancelación sea aleatoria teniendo que hacer más réplicas de simulación para tomar más escenarios. Debido a la experiencia previa con los COA y los tiempos de notificación, la regla de estos se consideró razonable.

Para lograr un mayor convencimiento acerca de cómo el modelo de agentes aproxima la situación real, además de las medidas de desempeño tipo I para la elección de la política de distribución, se llegó a la conclusión de hacer la validación más sólida usando las tipo II

que reflejan en mayor grado el comportamiento de la operación y donde existe información más clara para una validación estadística.

Medidas tipo I: Validación en base a sensibilidad

En esta sección se darán argumentos acerca del comportamiento a priori de las medidas tipo I según la política impuesta en el modelo de agentes. Los resultados expuestos se señalan para $D = 45$, es decir corresponden a los distintos $(SS, ST)_{45}$, siendo equivalentes las conclusiones para los demás valores de D .

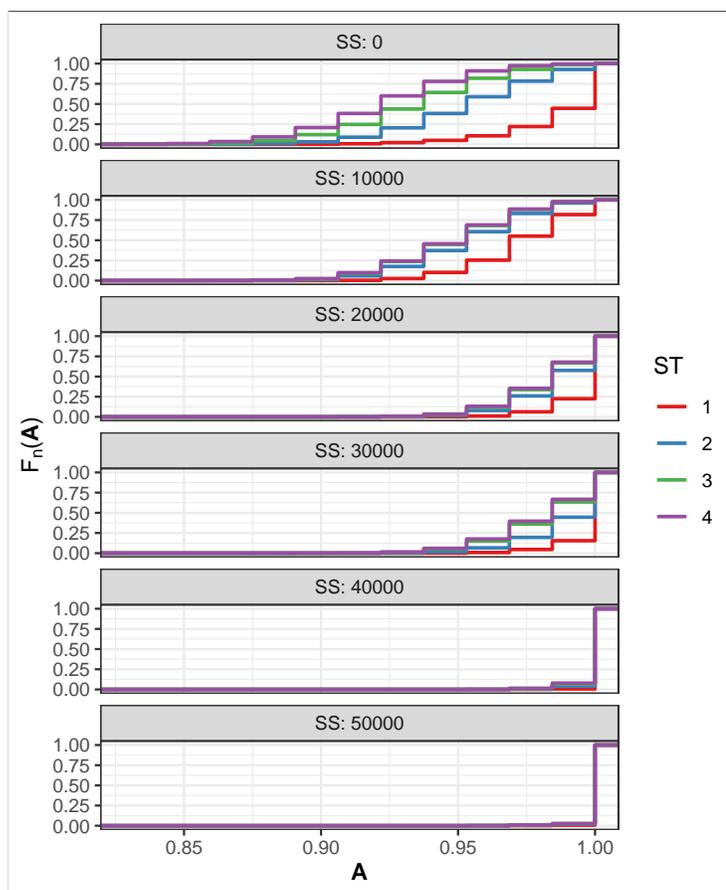


FIGURA 3.1. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\mathbf{A})$ según $(SS, ST)_{45}$

Se logra apreciar un comportamiento esperado en los resultados de \mathbf{A} , es decir, se tiende a que este valor sea más alto al tener políticas más conservadores, es decir, al aumentar el valor de SS y disminuir el de ST , y disminuye cuando estas son más riesgosas.

Respecto a los valores de ΔC , logramos notar que para políticas más riesgosas, es decir, menor valor de SS y mayor de ST , los costos extras de transporte tienden a subir, siendo escenarios esperables por desvíos del óptimo del modelo que entrega el programa inicial de distribución.

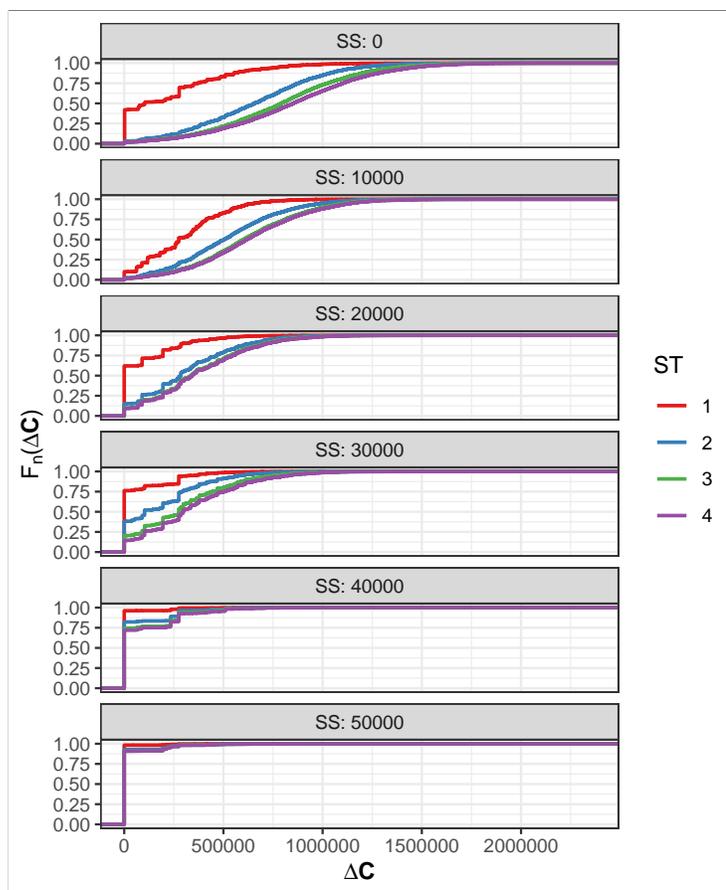


FIGURA 3.2. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\Delta C)$ según $(SS, ST)_{45}$

Finalmente, N tiende a ser más alta en medidas más riesgosas y comportamiento contrario a medidas más conservadoras.

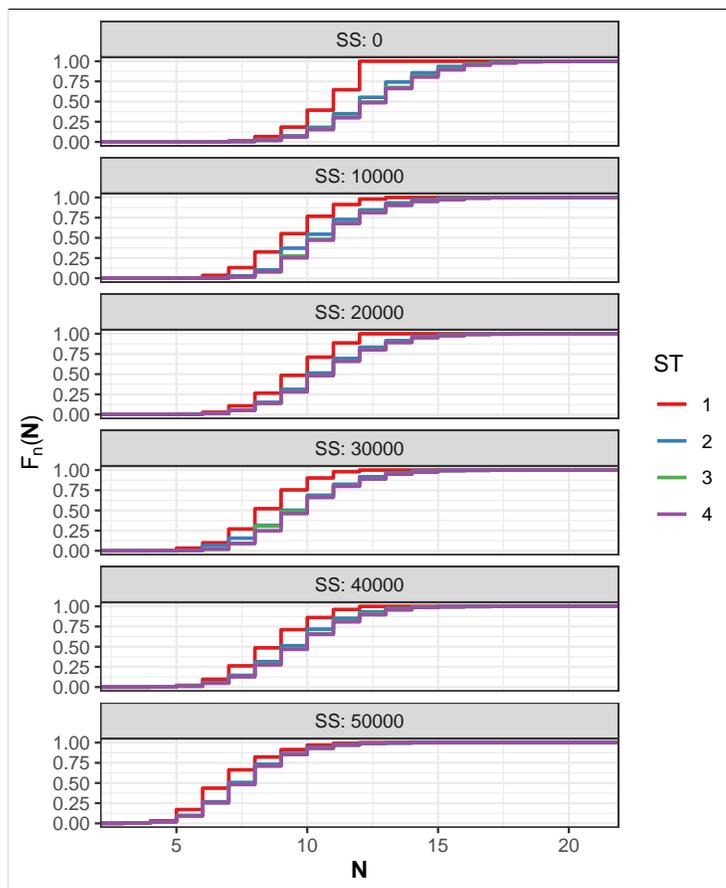


FIGURA 3.3. Distribución de probabilidad empírica $F_n(\hat{N})$ según $(SS, ST)_{45}$

Resumiendo, las tres medidas tipo I tienen un correcto comportamiento según cambios de las polfías. En el siguiente apartado se busca reforzar el argumento de validación a través de valores reales que se hayan observado con las medidas tipo II.

Medidas tipo II: Validación estadística

Las medidas tipo II cuentan con un valor histórico que se reveló como resultado en un período siguiente al de la recolección de datos y que eran apropiados según los expertos señalados en la validación tipo visual. Los resultados a continuación son para $D = 45$ siendo semejantes las conclusiones para otros valores de D .

Respecto a la cantidad de barcos generados por el productor, logramos notar que a medidas más conservadoras se tienden a generar menos barcos que con las más riesgosas.

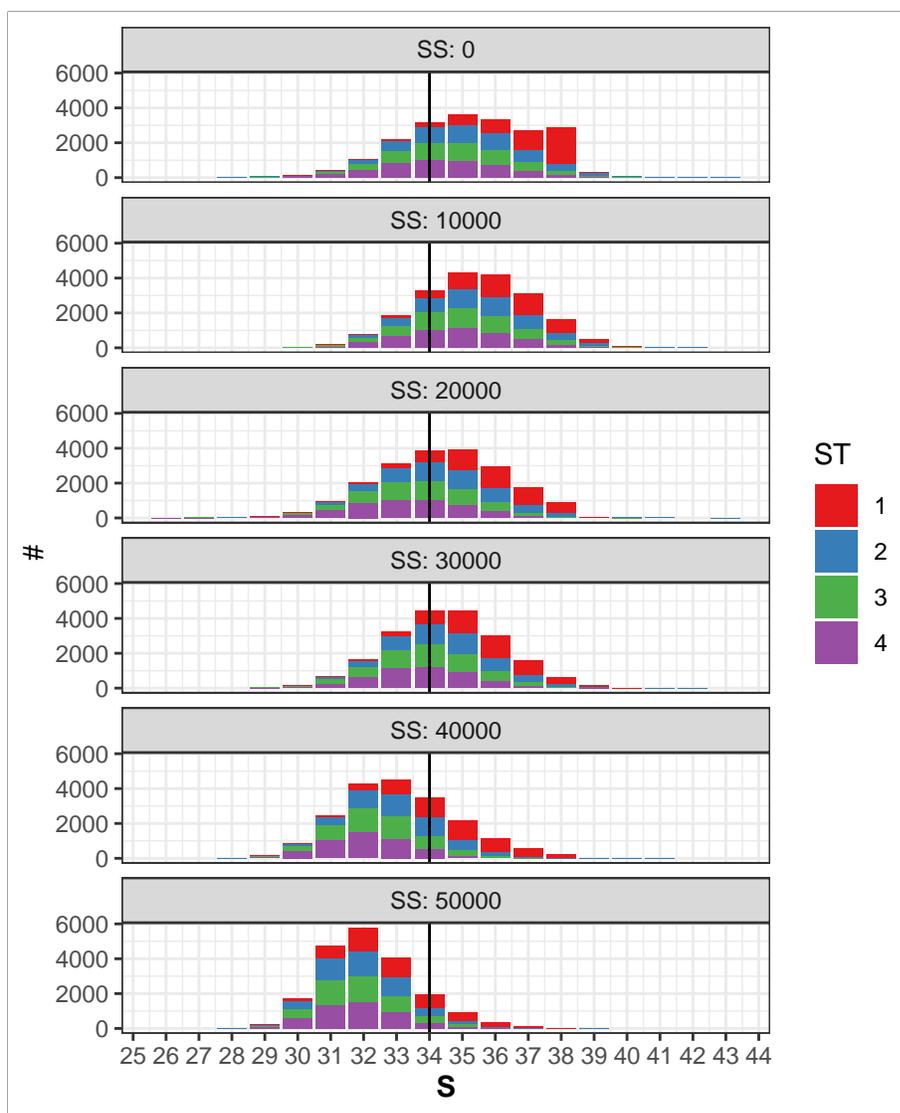


FIGURA 3.4. Histograma para S según $\pi_P = (SS, ST)$ con dato de testeo ($S_{\text{test}} = 34$).

A su vez, el dato real en la cantidad total de barcos generados, $S = 34$, logra ser capturado e incluso estando en el centro del histograma para valores de SS más pequeños.

En términos de los niveles de concentrado alcanzados en bodega, existe un tamaño máximo que no se desea superar y que se establece igual a $I_{\text{test}} = 80000$. Considerando el inventario al final de todos los días de las 3000 réplicas de simulación de cada política (1095000 datos por cada π_P), se puede notar en la figura 3.5 que es poco probable que se registren valores superiores a este umbral, teniendo aumento en las probabilidades, reflejadas en cada uno de los cuadros de la imagen, cuando el valor de SS se hace más conservador.

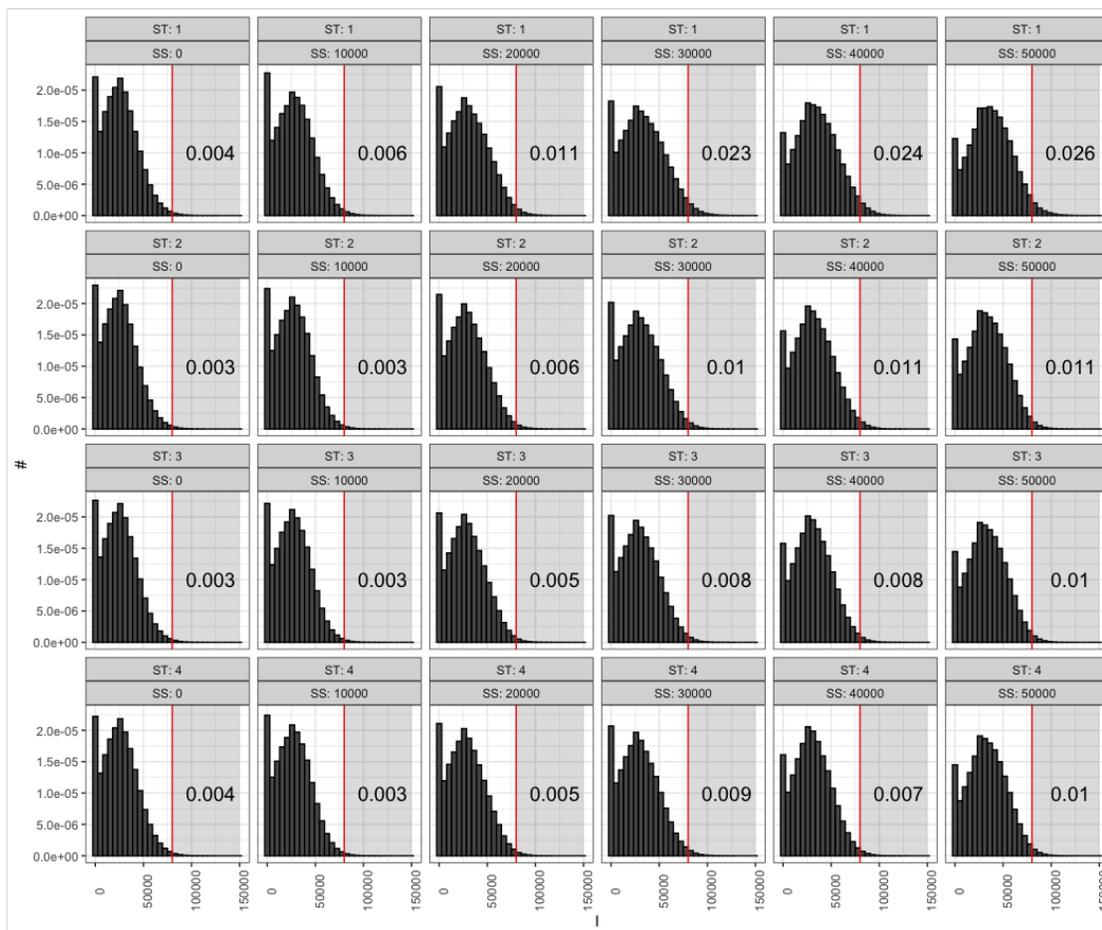


FIGURA 3.5. Histograma de inventario según π_P con $I_{\text{test}} = 80000$ en rojo.

Para los costos de sobreestadía de los barcos al ya estar en puerto (*Demurrage*), se logra apreciar que el modelo de agentes al tener una política más conservadora, y desde luego teniendo un menor número de barcos, es capaz de reducir estos valores en distribución. Considerando distintas estrategias, logramos notar que el valor real de testeo $D_{\text{test}} = \text{USD } 530162$ es capturado en distintos boxplots, y en particular se logra para los valores SS de 20000 y 30000, importantes para el equipo señalado en la sección de validación visual.

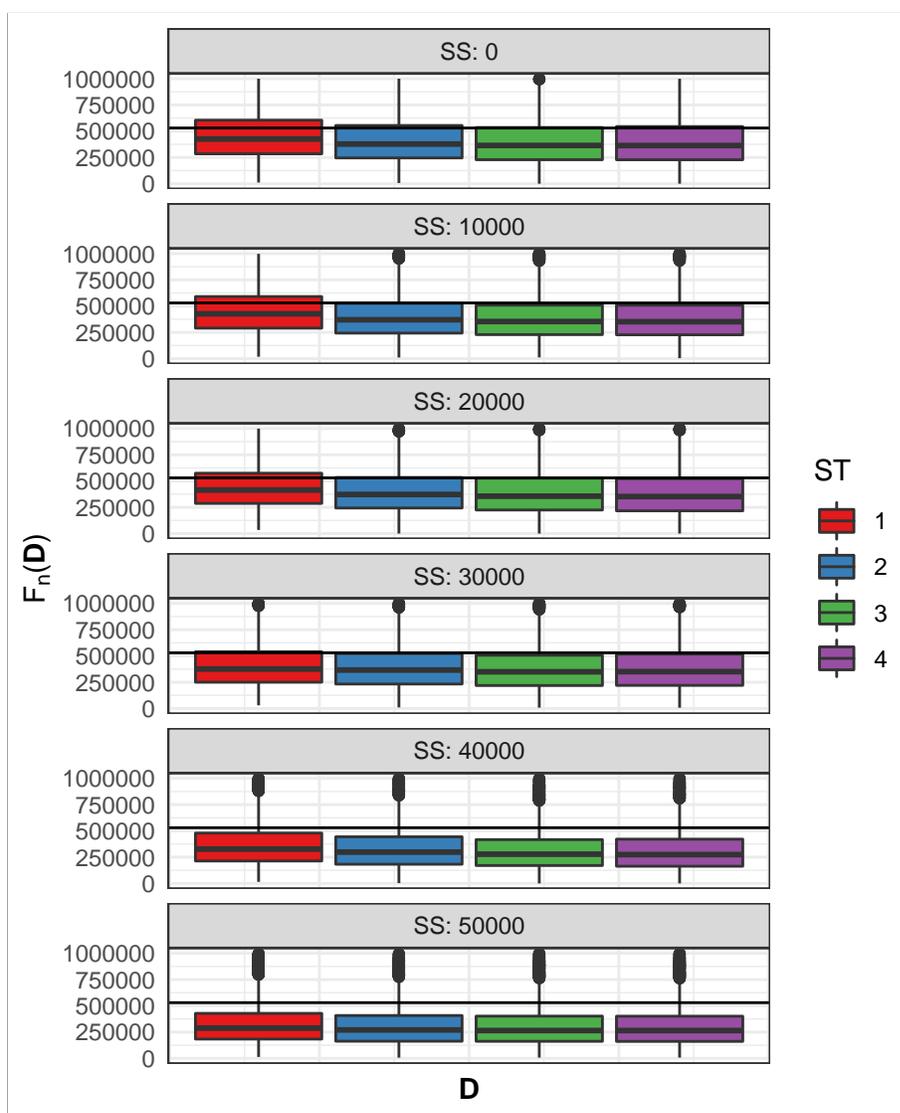


FIGURA 3.6. Boxplots para D según π_P con $D_{\text{test}} = \text{USD } 530162$ en negro.

Para la producción total durante un año de simulación, el resultado esperado debiese ser aproximadamente una distribución Normal, lo que se logra verificar a través del test de normalidad de Shapiro, que entrega un $p - \text{value} = 0,3595$, es decir, no se tiene evidencia para rechazar este comportamiento probabilista de M , el que además se puede apreciar en la figura 3.7. Además todas las políticas π_P generan los mismos valores dado el uso de la técnica de números comunes.

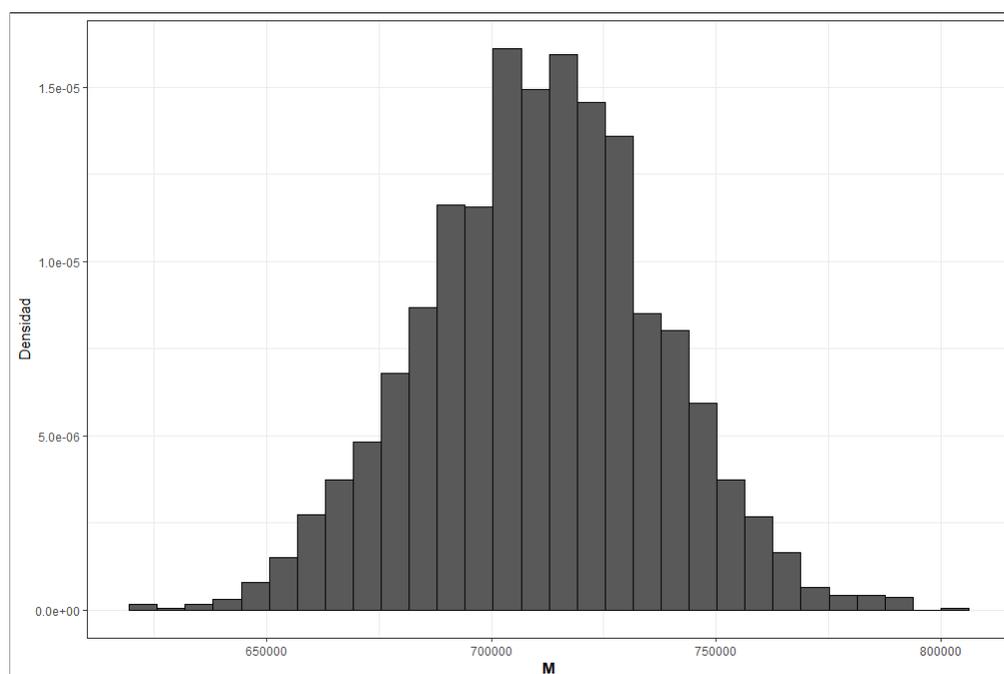


FIGURA 3.7. Histograma de M para todas las políticas π_P .

Considerando que el esperado de producción total es $\sum_{m \in M} P_m = 720000$, el mecanismo propuesto para la generación diaria del concentrado expuesto en la sección 2.2.1 ha de ser razonable pues presenta escenarios de incluso menos y más del 10% de producción esperada, teniendo $\mu_M = 711353$ y $\sigma_M = 26292$, lo que forzaría la necesidad de modificar el plan de distribución y nuevas ventas cortas. El hecho de tener $\sum_{m \in M} P_m \neq \mu_M$ se debe a la propuesta de M (valor máximo de producción diario de concentrado).

En resumen, las medidas tipo II tienen comportamientos esperados y el modelo de agentes captura valores reales para el periodo siguiente al de recolección de datos.

4. ELECCIÓN DE POLÍTICA ÓPTIMA

4.1. Metodología para la búsqueda de una política óptima

A partir del cálculo estimado de los percentiles $\widehat{\Delta C}_p$, \widehat{N}_{1-p} y \widehat{A}_{1-p} , quienes buscan reflejar los casos extremos, el objetivo es poder orientar cuál debiese ser la política $\pi_P \in \Pi_P$ a tomar por parte del agente productor.

Desde luego $\widehat{\Delta C}_p = \widehat{\Delta C}_p(\pi_P)$, $\widehat{N}_{1-p} = \widehat{N}_{1-p}(\pi_P)$ y $\widehat{A}_{1-p} = \widehat{A}_{1-p}(\pi_P)$, es decir, los estimadores de percentiles son funciones de una política π_P , donde la elección de esta se propone a través de optimización multiobjetivo.

En términos generales, un problema de optimización multibobjetivo según (Pardalos, Zilinskas, y Zilinskas, 2017) se escribe de la forma

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbf{W}} \mathbf{f} = \{f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_m(\mathbf{x})\}, \quad (4.1)$$

con $\mathbf{f}(\mathbf{x}) : \mathbf{W} \rightarrow \mathbb{R}^m$, siendo \mathbf{W} el espacio de puntos factibles y que usualmente se escribe como un conjunto de l desigualdades $\mathbf{W} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^d | g_j(\mathbf{x}) \leq 0, j = 1, 2, \dots, l\}$ y/o restricciones que limiten este espacio de decisiones de forma más precisa y \mathbb{R}^m corresponde al espacio objetivo. Teóricamente la solución de la expresión (4.1) se compone de dos conjuntos:

- $\mathbf{P}(\mathbf{f})_D$ que es el conjunto de decisiones óptimas en \mathbf{W} y conocidos como Pareto óptimos.
- $\mathbf{P}(\mathbf{f})_O$ corresponde al conjunto de soluciones óptimas en el espacio objetivo. Se le conoce como frontera de Pareto y son los valores de \mathbf{f} evaluados en $\mathbf{x} \in \mathbf{P}(\mathbf{f})_D$.

Un punto $\mathbf{x}^* \in \mathbf{w}$ pertenece a $\mathbf{P}(\mathbf{f})_D$, es decir, es Pareto óptimo, si y sólo si no existe $\mathbf{x} \in \mathbf{W}$ tal que $f_i(\mathbf{x}) \leq f_i(\mathbf{x}^*)$ para todo $i = 1, 2, \dots, m$ y $f_j(\mathbf{x}) < f_j(\mathbf{x}^*)$ para al menos un $j \in \{1, 2, \dots, m\}$. De forma equivalente es que no existe forma de mejorar en conjunto todas las funciones objetivos involucradas al cambiar \mathbf{x}^* .

Existen diversos algoritmos que buscan encontrar la frontera de Pareto, unos inspirados en simplemente la definición de punto Pareto Óptimo, la optimización de una única función objetivo formada con las funciones del problema original, otros basados en ideas de poblaciones de candidatos a pertenecer a ella, por ejemplo algoritmos genéticos, y que pueden ser consultados en (Zitzler, 2012).

La decisión óptima del problema multiobjetivo de la expresión (4.1) dependerá de la utilidad de un tomador de decisiones final. Un ejemplo teniendo una utilidad U se puede encontrar en la figura 4.1. Aquí el límite entre la frontera gris y blanca corresponde al conjunto $P(f)_O$ y el punto A, establecido mediante la utilidad U , son los valores apropiados entre la función f_1 y f_2 .

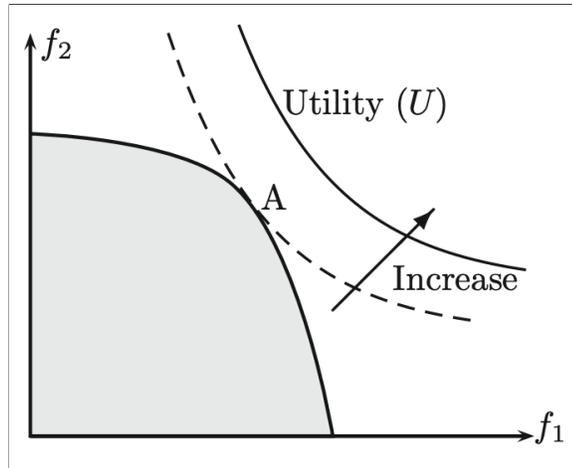


FIGURA 4.1. Maximización de dos funciones objetivas según una utilidad U con A el punto óptimo en la frontera de Pareto (en negro). Fuente: (Yang, 2014)

El problema de la elección de π_P se traduce en la expresión 4.2, donde según 4.1 $\mathbf{f} = [\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p}]$, incluyendo los signos menos en la segunda y tercera función ya que nos interesa maximizar dichos valores.

$$\min_{\pi_P \in \Pi_P} \left\{ \widehat{\Delta C}_p(\pi_P), -\widehat{N}_{1-p}(\pi_P), -\widehat{A}_{1-p}(\pi_P) \right\}, \quad (4.2)$$

4.2. Resultados para la elección de estrategia óptima

La búsqueda de las distintas Fronteras de Pareto $\mathbf{P} \left(\left[\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p} \right] \right)_O$ según políticas (SS, ST) y valores de p y D , se realiza a través de la verificación de que la política $\pi_P \in \Pi_P$ cumpla la definición señalada en la sección previa. El computo de cada frontera es de menos de 5 segundos debido a que es un conjunto discreto de baja cardinalidad (para cada combinación de p y D sólo se debe iterar sobre $\#\Pi_p = \#\{\text{SS}\} \times \#\{\text{ST}\} = 6 \times 4 = 24$ posibles opciones).

4.2.1. Frontera de Pareto para distintos valores de p y D

La figura 4.2 muestra en puntos azules las políticas (SS, ST) (representadas en un cuadro en particular de la imagen según lo informado en la parte superior para ST y la parte derecha para SS) que han de aparecer en la frontera de Pareto según distintos valores de p y D .

Se logra apreciar que la frontera $\mathbf{P} \left(\left[\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p} \right] \right)_O$ cuenta con políticas tanto conservadoras (menor valor de ST y mayor de SS), como a su vez más riesgosas (comportamiento contrario para ST y SS), lo que permitiría a un tomador de decisiones final tener diversas opciones para su conclusión en un número menor de posibles decisiones.

Se puede señalar también, basados en la figura 4.2, una tendencia de mayor presencia de políticas π_P en la frontera $\mathbf{P} \left(\left[\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p} \right] \right)_O$ a medida que se tiene valores más graduales de ST, es decir, con un tamaño más pequeño (cercano a 1), y a su vez también para un nivel de inventario SS más bajo (cercano a 0).

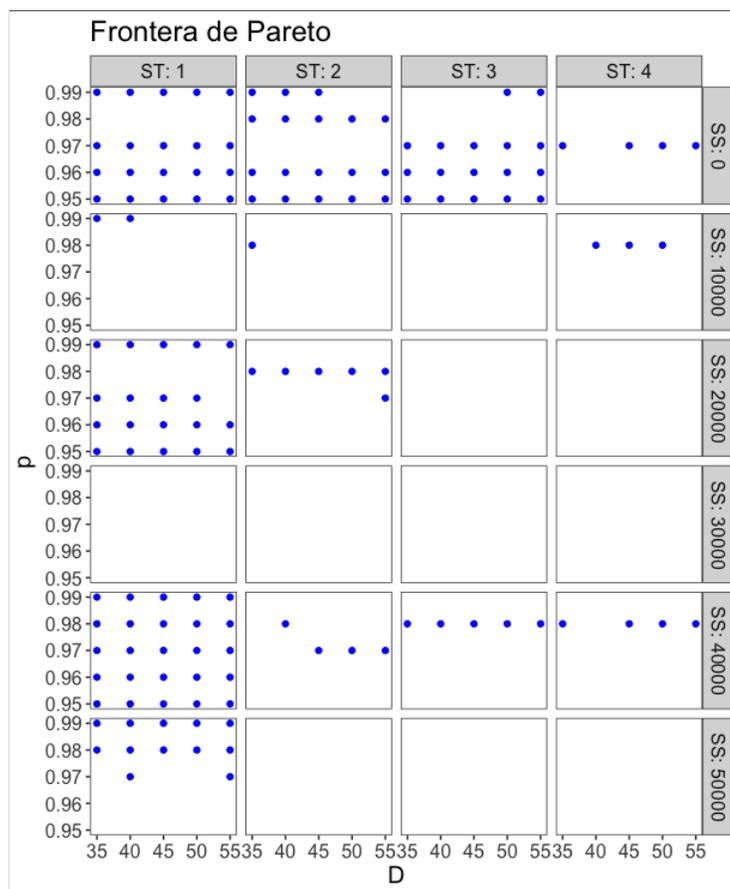


FIGURA 4.2. Presencia de distintas políticas $\pi_P = (SS, ST)$ según valor de p y D

4.2.2. Sensibilidad según valores de p y D

En consideración a lo reflejado por la figura 4.2, se procederá a hacer un análisis de sensibilidad para políticas que tengan fijos los valores de $ST = 1$, sensibilizando SS , y $SS = 0$ con sensibilización en ST . En ambos casos se verá el impacto de considerar distintos valores de p y D , lo que nos ayudará a establecer una combinación apropiada de estos para la frontera de Pareto final a proponer a un tomador de decisiones final.

4.2.2.1. Sensibilidad de ST

En las figuras 4.3 a 4.5 se presenta un análisis de sensibilidad para casos extremos de las las medidas de desempeño tipo I, es decir para $P(\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p})_O$. Se considera $SS = 0$.

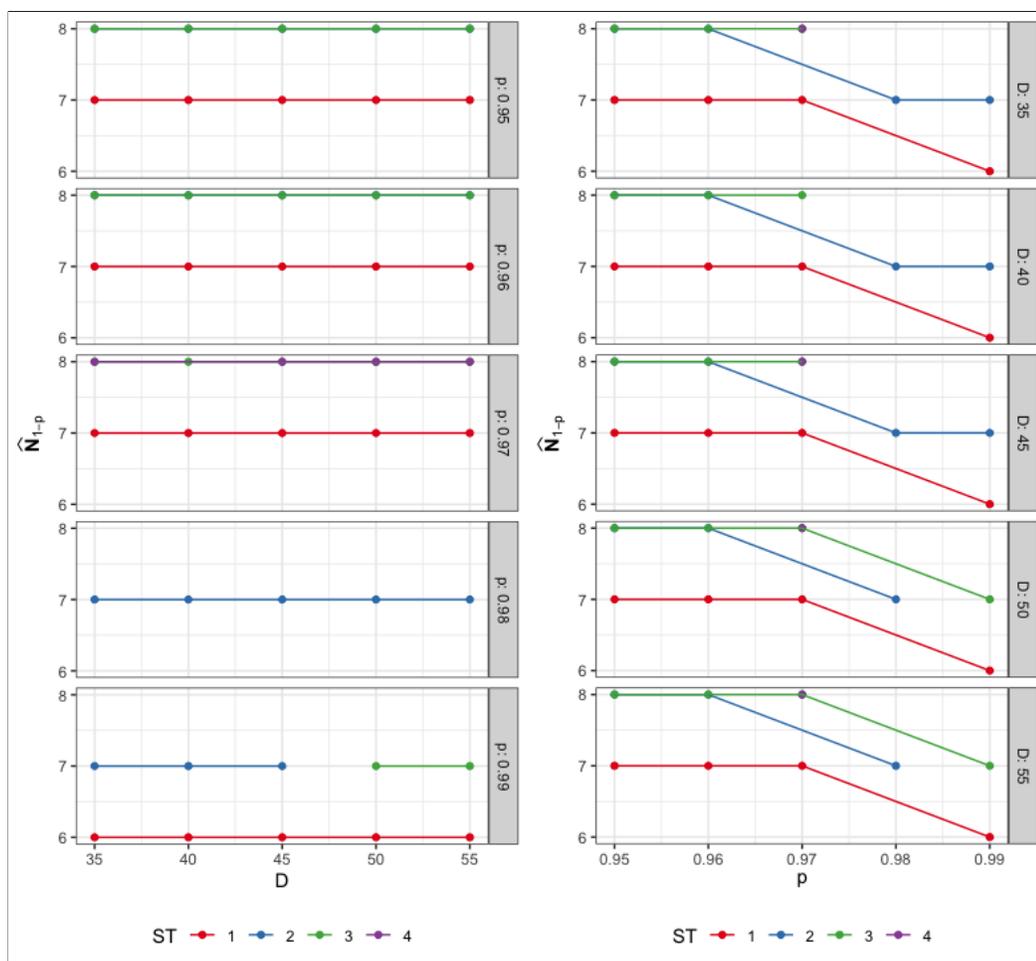


FIGURA 4.3. Sensibilidad para \widehat{N}_{1-p} para ST y combinaciones entre p y D .

El contar con más o menos días (D) para la notificación de confirmación/modificación del plan mensual de distribución, con p un valor fijo, no genera un impacto significativo en \widehat{N}_{1-p} , siendo valores constantes (zona izquierda de la figura 4.3) y variando en máximo una carga cuando está fijo el valor de D y cambia p (zona derecha de la figura 4.3).

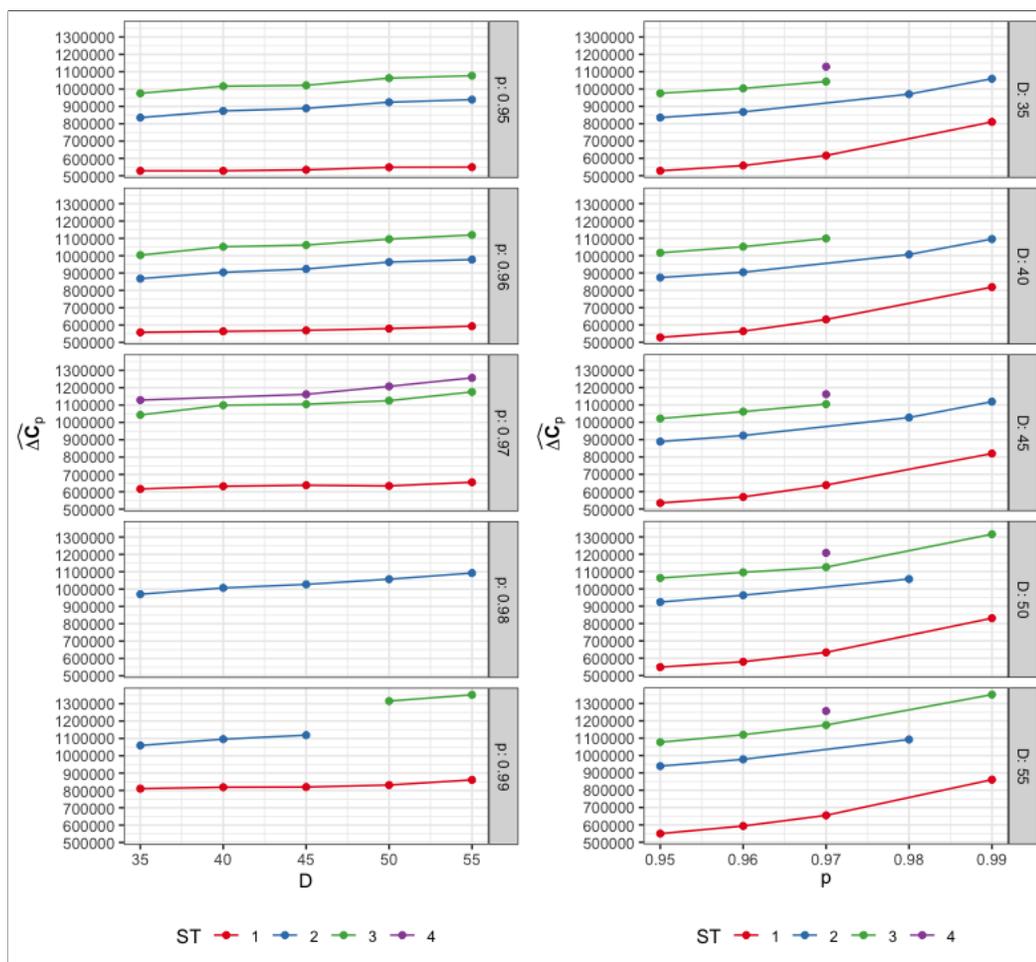


FIGURA 4.4. Sensibilidad para $\widehat{\Delta C}_p$ para ST y combinaciones entre p y D .

El valor de $\widehat{\Delta C}_p$ sufre cambios menores al variar D manteniendo fijo p (zona izquierda de la figura 4.4) que al tener estable D y cambiando p (zona derecha de la figura 4.4). En este último caso las variaciones que se llegan a alcanzar para una misma política es de unos USD 200.000 (100 % más que el primer caso).

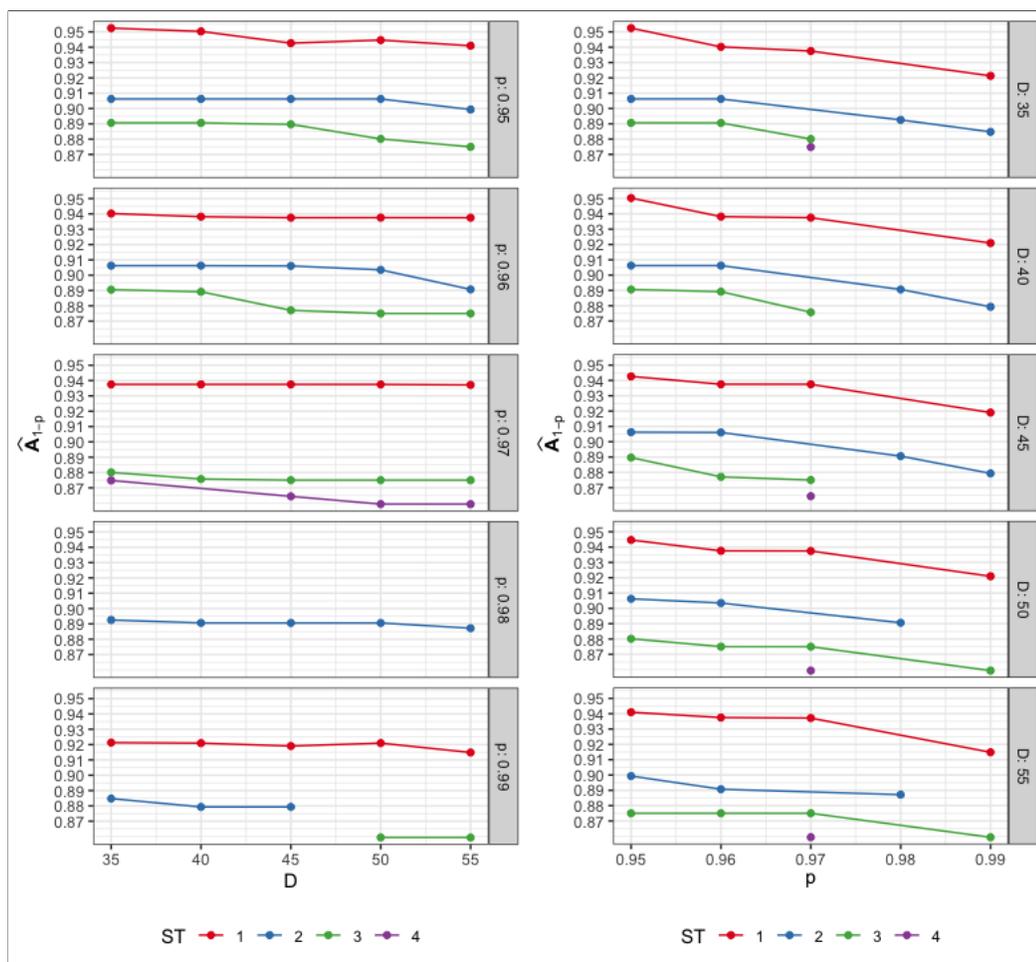


FIGURA 4.5. Sensibilidad para \hat{A}_{1-p} para ST y combinaciones entre p y D .

En este caso se logra apreciar un efecto de magnitud parecido al de lo señalado en $\widehat{\Delta C}_p$, es decir, variando D con un valor de p constante (zona izquierda de la figura 4.5) es menos el impacto en \hat{A}_{1-p} que hacerlo con p teniendo fijo D (zona derecha de la figura 4.8).

En conclusión, teniendo fijo el valor de $SS = 0$ y variando ST, el valor de D no genera impactos significativos en las funciones de la frontera de Pareto $P \left(\left[\widehat{\Delta C}_p, -\hat{N}_{1-p}, -\hat{A}_{1-p} \right] \right)_O$. Es más importante desde luego el valor de p al momento de situarse en los casos extremos a presentar a un tomador de decisiones final.

4.2.2.2. Sensibilidad de SS

En las figuras 4.6 a 4.8 se presenta un análisis de sensibilidad para las medidas de desempeño tipo I semejante al de la sección anterior sensibilizando ST, que se refleja en los distintos colores de la figuras. Esta vez se tiene fijo el valor de $ST = 1$.

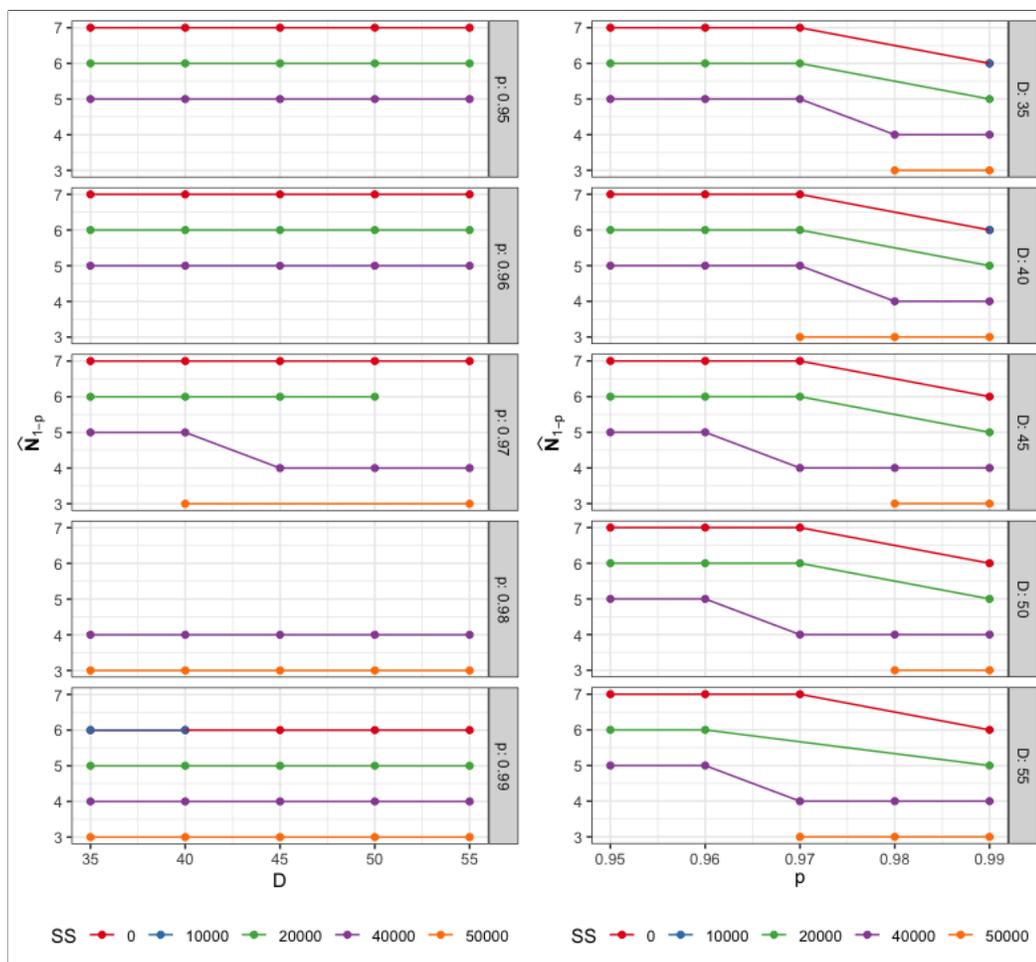


FIGURA 4.6. Sensibilidad para \hat{N}_{1-p} para SS y combinaciones entre p y D .

De la misma forma que ocurre al sensibilizar ST, la variación del valor de \hat{N}_{1-p} se da más con p (zona derecha de la figura 4.6) que al alterar D (zona izquierda de la imagen), teniendo solo un caso para $ST = 1$ y $SS = 40000$ donde ocurre la variación, siendo todas estas en una carga.

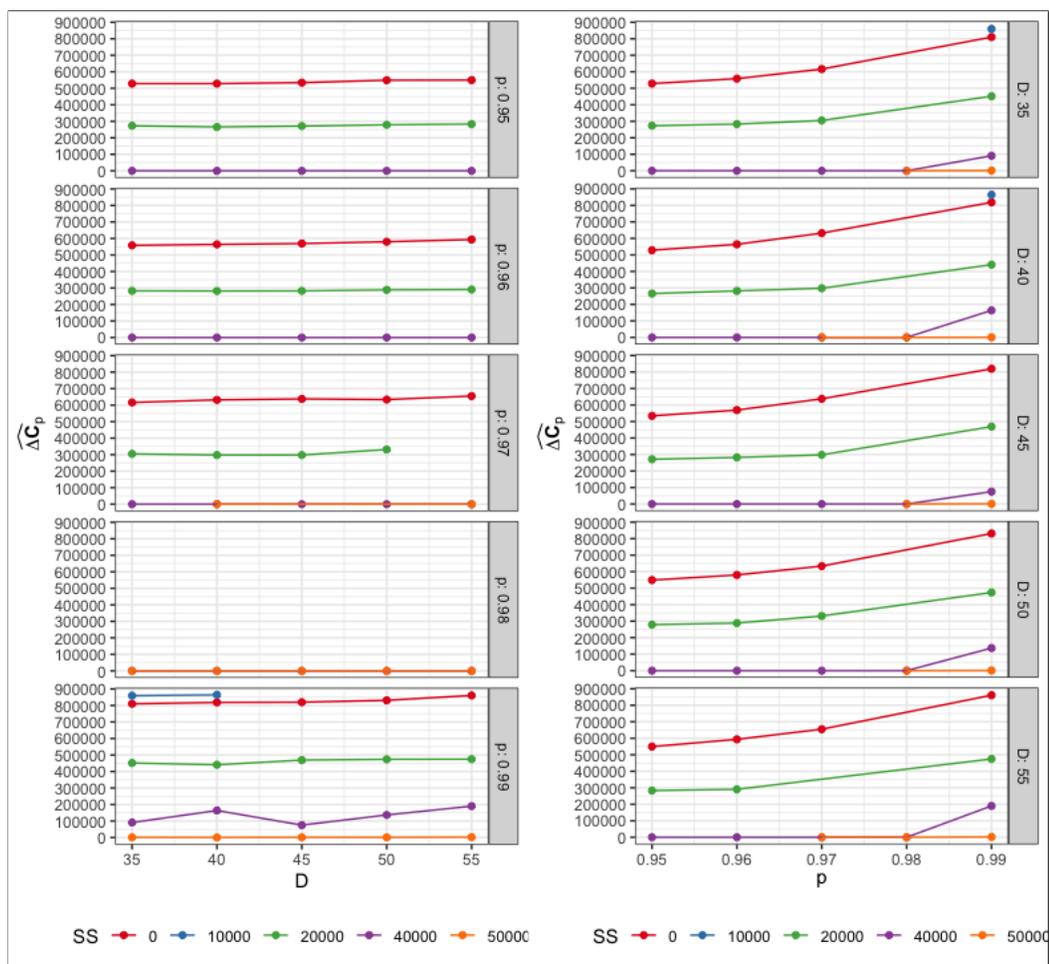


FIGURA 4.7. Sensibilidad para $\widehat{\Delta C}_p$ para SS y combinaciones entre p y D .

En este caso los cambios más fuertes para $\widehat{\Delta C}_p$ también ocurren al variar p (zona derecha de la figura 4.7) que D (zona izquierda). Existen algunas oscilaciones menores en los gráficos del lado izquierdo pero no siendo tan bruscos como lo son en el caso del lado derecho.

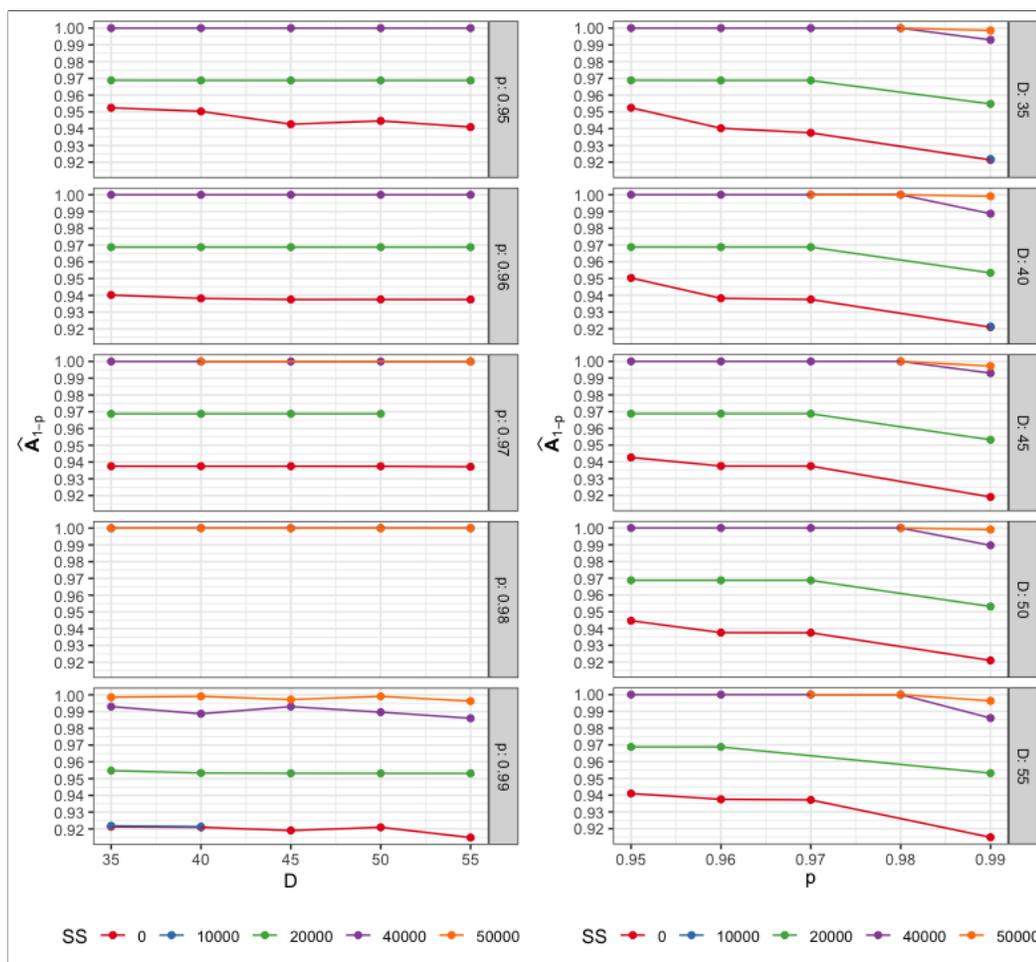


FIGURA 4.8. Sensibilidad para \hat{A}_{1-p} para SS y combinaciones entre p y D .

Ocurren las mismas conclusiones acerca del impacto de D y p sobre el valor de \hat{A}_{1-p} , teniendo variaciones no mayores a 0.02 para las distintas políticas presentes según lo posible a notar en la figura 4.8.

En conclusión, tanto para la sensibilidad propuesta de ST Y SS, el valor de D tiene un impacto mínimo en comparación a p dado el mecanismo de funcionamiento del modelo de agentes.

4.2.3. Elección de política π_P

A continuación se presentan los resultados obtenidos para el problema de optimización multiobjetivo usando la información del modelo de agentes y las conclusiones de la sección 4.2.2, donde se pudo notar el mayor impacto en la consideración del valor de p que el de D . Se usará el valor de $D = 45$ por ser el valor presente al momento de discusión con el grupo de expertos y $p = 0,99$ para situarnos en los casos más extremos. La frontera de Pareto $\mathbf{P} \left(\left[\widehat{\Delta C}_p, -\widehat{N}_{1-p}, -\widehat{A}_{1-p} \right] \right)_O$ para $D = 45$ y $p = 0,99$ se detalla en la tabla 4.1.

TABLA 4.1. Resultados de 4.2 para $p = 0,99$ y $D = 45$

ST	SS	$\widehat{\Delta C}_{0,99}$	$\widehat{A}_{0,01}$	$\widehat{N}_{0,01}$
1	0	819774	0.91905	6
2	0	1118849	0.87932	7
1	20000	469283	0.95320	5
1	40000	75320	0.99297	4
1	50000	1278	0.99718	3

Solamente se presenta una política π_P con un valor de ST distinto a 1 y que se puede considerar de naturaleza riesgosa, que pese a tener el valor más alto de $\widehat{N}_{0,01}$, presenta el valor más pequeño de $\widehat{A}_{0,01}$ y el más alto de $\widehat{\Delta C}_{0,99}$.

En términos de la diversidad de políticas, podemos establecer que la frontera de Pareto presenta opciones tanto riesgosas como conservadoras, las primeras motivadas por tener inventarios de seguridad SS menores y las segundas por tener valores más altos de este. Ambos consideran valores más graduales (pequeños) de ST. En términos de clasificación de las alternativas, podemos considerar que las políticas $\pi_P = (1, 0)$ y $\pi_P = (2, 0)$ son riesgosas, $\pi_P = (1, 40000)$ y $\pi_P = (1, 50000)$ son conservadoras y $\pi_P = (1, 20000)$ ha de ser neutra, teniendo que la frontera construida podría orientar la decisión de distintos tomadores de decisión finales según sus distintas funciones de utilidad.

5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

El desarrollo de esta tesis buscó representar de forma aproximada la etapa 2 del proceso de exportación de concentrado, detallado en sus tres etapas en la figura 1.1. El acercamiento a la situación real se realizó a través de un modelo de agentes, el que tiene como objetivo entregar información acerca del uso de diversas políticas de inventarios de seguridad y gradualidad de ventas cortas en la distribución anual de concentrado de cobre. El proceso de construcción del modelo, tanto para su ambiente de simulación como las reglas de interacción de agentes y distribuidores, fue realizado en conjunto con un grupo de expertos del rubro minero con quienes se discutió los supuestos y reglas atinentes al desarrollo de este trabajo. Se logró establecer una buena interacción Industria - Academia, generando discusión acerca de si las metodologías habrían de ser atinentes a nuestra situación o no.

El modelo de agentes planteado, basándonos en la metodología de validación propuesta con las medidas tipo I y II, es capaz de aproximar de forma adecuada la operación y decisiones por parte de los entes involucrados, realizando modificaciones al resultado de distribución inicial entregado por el modelo de optimización de transporte construido. Se logra apreciar que a políticas más conservadoras y riesgosas se tiene un comportamiento esperado respecto a las medidas de tipo I, y además se capturan escenarios realmente enfrentados en el período de test propuesto considerando las medidas tipo II. Esto lleva a la conclusión de que el modelo de agentes es una herramienta creíble para tomar decisiones haciendo uso de él.

A su vez centrándonos en la elección de la política π_P propuesta, la estimación de los casos extremos requiere una cantidad alta de réplicas de simulación para estabilización de los valores, los que se pueden abordar en tiempos razonables dado que la decisión posible a extraer tiene una duración para periodos de un año completo, demorando la obtención de los resultados, a través de computación en paralelo, en tiempos cercanos a 23 horas y 30 minutos. De forma más cuantitativa, se logra apreciar la dominancia de políticas que

contienen valores más graduales de ST, variando más las opciones con distintos inventarios de seguridad SS, notando que se le debe dar un mayor énfasis a la elección de p para construir la frontera de Pareto final que un valor de D para el tiempo de notificación de confirmación/modificación del plan de distribución mensual. La metodología planteada orientará la decisión de qué política π_P escoger para lograr un óptimo entre las distintas medidas de tipo I propuestas para un tomador de decisiones según si su utilidad es más conservadora, riesgosa o neutra, teniendo diversos indicadores que permiten dar peso a los posibles efectos de su elección reflejados en la frontera de Pareto del problema de optimización multiobjetivo 4.1.

Dentro del trabajo a futuro se propone incorporar restricciones más fuertes en los clientes, en particular relacionadas con la calidad del concentrado, es decir, la ley de cobre que contiene, lo que implica hacer una exploración más detallada acerca de que variables han de ser importantes para ello. Además también se debiese abordar un mecanismo más sólido para la generación diaria del concentrado y que puede ser a través de alguna serie de tiempo que incluya regresores atigentes, y que en este trabajo no se consideraron, teniendo un posible impacto sobre el parámetro D para la notificación de confirmación/modificación de los planes mensuales de distribución. Esto significará centrar esfuerzos mayores en lo que es la etapa 1 del proceso de exportación de la figura 1.1 y que involucra coordinar un gran número de equipos de trabajo. En términos del modelo de agentes se pueden incorporar más variantes en las posibles de decisiones del productor y los distribuidores, por ejemplo que este último no esté dispuesto a aceptar una cancelación o que solicite un desplazamiento de alguna carga señalada en el plan de distribución a lo largo que avanza el año, como también mecanismos de proyección de disponibilidad de concentrado más sofisticados, por ejemplo, basados en Aprendizaje Reforzado, en particular haciendo uso de técnicas como *Temporal Difference Learning*, y que incluya por ejemplo el precio spot del cobre para decidir en que momentos efectivamente habría de ser más apropiado realizar una venta corta de concentrado. Finalmente para la construcción de la frontera de Pareto, se podrían incorporar varios otros objetivos acordes al rubro minero u otro negocio según la adopción de esta metodología.

Además de forma de considerar otros posibles productos distinto al concentrado, se puede convenir en olvidar el supuesto de cargas de 10000 toneladas, usado principalmente para el producto minero del concentrado, y volver el problema de carácter continuo, lo que permitiría abordar situaciones de otras industrias de *commodities*, por ejemplo algún modelo de agentes distintos, metodologías provenientes de distintas áreas de la investigación de operaciones como lo serían Optimización Bajo Incertidumbre, Optimización Robusta y Optimización Dinámica.

BIBLIOGRAFIA

Allen, T. T. (2011). *Introduction to discrete event simulation and agent-based modeling: Voting systems, health care, military, and manufacturing*. London: Springer London.

Bonabeau, E. (2002). Agent-based modeling: Methods and techniques for simulating human systems. *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, 99(3), 7280–7287.

Brunell, D. (2019). Renewable energy also has impacts to consider. *Journal of Business*, 34(7), 39–39. Descargado de <http://search.proquest.com/docview/2212640743/>

Bulk-Carrier. (2010). *Bulk carrier—Wikipedia, the free encyclopedia*. Descargado de https://en.wikipedia.org/wiki/Bulk_carrier ([En línea; consultado 20-Enero-2020])

Chen, E. (2013). Some insights of using common random numbers in selection procedures. *Discrete Event Dynamic Systems*, 23(3), 241–259.

Chen, J., y Lazar, N. A. (2010). Quantile estimation for discrete data via empirical likelihood. *Journal of Nonparametric Statistics*, 22(2), 237–255. Descargado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/10485250903301525>

Christiansen, M., Fagerholt, K., Nygreen, B., y Ronen, D. (2013). Ship routing and scheduling in the new millennium. *European Journal of Operational Research*, 228(3), 467–483.

CM, C. M. (2019). *Reporte anual del consejo minero 2018*.

Crooks, A., Castle, C., y Batty, M. (2008). Key challenges in agent-based modeling for geo-spatial simulation. *Computers, Environment and Urban Systems*, 32(6), 417–430.

DataChile. (2016). *Mineral de cobre*. Descargado 2019-10-03, de <https://es.datachile.io/products/productos-minerales-05/mineral-de-cobre-052603>

Fagerholt, K., Christiansen, M., Hvattum, L. M., Johnsen, T. A., y Vabø, T. J. (2010). A decision support methodology for strategic planning in maritime transportation. *Omega*, 38(6), 465–474.

Farchy, M. L., Jack. (2019). 1 million tons of copper on way - and it may not be enough; shortfall foreseen. *National Post*, FP.10. Descargado de <http://search.proquest.com/docview/2207712376/>

González-Barrios, J. M., y Rueda, R. (2001). On convergence theorems for quantiles. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 30(5), 943–955. Descargado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1081/STA-100002268>

Gurobi Optimization, L. (2019). *Gurobi optimizer reference manual*. Descargado de <http://www.gurobi.com>

Harrell, F. E., y Davis, C. E. (1982). A new distribution-free quantile estimator. *Biometrika*, 69(3), 635–640.

Kalgh, W., y Lachenbruch, P. A. (1982). A generalized quantile estimator. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 11(19), 2217–2238. Descargado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/03610926208828383>

Klügl, F. (2008). A validation methodology for agent-based simulations. En *Proceedings of the 2008 acm symposium on applied computing* (pp. 39–43).

Kühnlentz, F., y Nardelli, P. H. (2017). Agent-based model for spot and balancing electricity markets. En *2017 ieee international conference on communications workshops (icc workshops)* (pp. 1123–1127).

Machado, J. A. F., y Silva, J. M. C. S. (2005). Quantiles for counts. *Journal of the American Statistical Association*, 100(472), 1226–1237. Descargado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1198/016214505000000330>

Meller, P., y cols. (2002). *El cobre chileno y la política minera* (Inf. Téc.). Centro de Economía Aplicada, Universidad de Chile.

Moya, I., Chica, M., y Cordón, Ó. (2019). A multicriteria integral framework for agent-based model calibration using evolutionary multiobjective optimization and network-based visualization. *Decision Support Systems*, 124, 113111.

Narins, T. P. (2017). The battery business: Lithium availability and the growth of the global electric car industry. *The Extractive Industries and Society*, 4(2), 321–328.

Pardalos, P. M., Zilinskas, A., y Zilinskas, J. (2017). *Non-convex multi-objective optimization*. Springer International Publishing.

Reis. (1980). Estimation of quantiles in certain nonparametric models. *The Annals of Statistics*, 8(1), 87–105.

Sargent, R. G. (2010). Verification and validation of simulation models. En *Proceedings of the 2010 winter simulation conference* (pp. 166–183).

Seitz, A., y Grunow, M. (2017). Increasing accuracy and robustness of order promises. , 55(3), 656–670. Descargado de <http://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00207543.2016.1195024>

Serfling, R. J. (1980). *Approximation theorems of mathematical statistics*. New York: Wiley.

Stopford, M. (2009). *Maritime economics 3e*. Routledge.

Ucar, I., Smeets, B., y Azcorra, A. (2019). simmer: Discrete-event simulation for R. *Journal of Statistical Software*, 90(2), 1–30. doi: 10.18637/jss.v090.i02

Van Kampen, T. J., Van Donk, D. P., y Van Der Zee, D.-J. (2010). Safety stock or safety lead time: coping with unreliability in demand and supply. *International Journal of Production Research*, 48(24), 7463–7481.

Vose, D. (2008). *Risk analysis : a quantitative guide* (3. ed.. ed.). Chichester: John Wiley & Sons.

Yang, X. S. (2014). Multi-objective optimization-chapter 14. En *Nature-inspired optimization algorithms* (pp. 197–211).

Zitzler, E. (2012). Evolutionary multiobjective optimization. En *Handbook of natural computing* (pp. 871–904). Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg. Descargado de https://doi.org/10.1007/978-3-540-92910-9_28 doi: 10.1007/978-3-540-92910-9_28

ANEXOS

ANEXO A.

A.1. Metodología instantánea de llegada de los barcos

Consideramos las siguientes definiciones auxiliares para la asignación a realizar D días previos al inicio del mes m .

- $\#D(m)$ = Cantidad de días del mes m .
- $\#B(m)$ = Cantidad de barcos en el mes m .
- i = Índice para identificación de un barco del mes m ($i = 1, \dots, \#B(m)$).
- IL_i = Inicio de *laycan* para el barco i .
- Q_i = Toneladas que transporta el barco i (sacadas de las cargas efectivas).
- $l(m)$ = Día de inicio del mes m en el calendario desde inicio del periodo.
- LC = Tamaño de la ventana de *laycan*.

Luego, para cada barco $i \in \{1, \dots, \#B_m\}$ se calcula el inicio y fin de *laycan* i respectivamente con

$$IL_i = l(m) + \max \left\{ 1, \frac{C(m) - \underline{P}(m) - \overline{P}(m) - \overline{P}(m) + \sum_{j=1}^i Q_j}{P^m / \#D(m)} \right\}, \quad (\text{A.1})$$

donde la asignación del valor ETA_i necesario según lo indicado en la sección 2.2.1 es

$$ETA_i = IL_i + \frac{LC}{2}. \quad (\text{A.2})$$

A.2. Ejemplo para política de funcionamiento del productor

TABLA A.1. Ejemplo de programación efectiva en enero y febrero y modificable en marzo.

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	1	Asia 1	Asia 1	Asia 1		30000
2	1	3	Europe 1				10000
3	2	1	Asia 2	Asia 2	Asia 2	Asia 3	40000
4	2	3	Europe 2	Europe 3			20000
5	3	1	Asia 3	Asia 3			20000
6	3	4	India 1				10000

Para la tabla A.1, la columna Compañía se refiere a un distribuidor que puede ser COA o del mercado de corto plazo de transporte (SPOT). Las columnas L1, L2, L3 y L4 corresponden a los valores que asigna 2.1 a cada barco de la compañía respectiva, suponiendo cuatro cargas.

Consideramos las cargas efectivas transportadas en enero y febrero equivalentes a $\mathcal{C}(3) = 30000 + 10000 + 40000 + 20000 = 100000$ y las por confirmar como $\hat{\mathcal{C}}(3) = 20000 + 10000 = 30000$.

Para nuestro ejemplo, supongamos $c(3) = 1$, es decir, entre las filas 5 y 6 de la tabla A.1 se debe escoger una unidad al azar. Suponiendo que como resultado de la selección tenemos que se elige la unidad Asia 3 de L1 en la fila 5, tenemos una modificación de la tabla A.1 a A.2 transformando las filas 5 y 6 en cargas efectivamente transportadas.

TABLA A.2. Ejemplo programación efectiva hasta marzo para $c(3) = 1$

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	1	Asia 1	Asia 1	Asia 1		30000
2	1	3	Europe 1				10000
3	2	1	Asia 2	Asia 2	Asia 2	Asia 3	40000
4	2	3	Europe 2	Europe 3			20000
5	3	1		Asia 3			10000
6	3	3	India 1				10000

Ahora la unidad desplazada entra a una cola de distribución pendiente del productor, ejemplificada con la incorporación al final de esta unidad detallada en la tabla A.3. Esta

unidad desde luego se notifica a la Compañía 1 para que considere que se le pedirá una unidad menos a desplazar en marzo.

TABLA A.3. Nueva unidad pendiente debido a $c(3) = 1$ y resultado aleatorio.

Mes	Compañía	Cliente	Puerto	Toneladas
1	3	1	5	Asia 3
				10000

En caso de que la cola de distribución pendiente ejemplificada en la tabla A.3 tenga un largo no nulo, se procede a reducir esta según el valor de $n(m)$ partiendo por la primera carga pendiente que esté en ella, es decir, esta cola se rige por un sistema de entrada y salida del tipo FIFO (*first in first out*).

Avanzando hacia un siguiente instante de decisión, y teniendo presente el resultado del instante de decisión anterior, supongamos $n(4) = 3$. Dado que $\#Q = 1$ tenemos $r(4) = \min(1, 3) = 1$ y $s(4)$ depende del valor ST, suponiendo este último valor igual a 1, tenemos $s(4) = \min(3 - 1, 1) = 1$. Es decir, para este mes la política que considera a $ST = 1$ para este mes nos permite reponer una carga cancelada previamente y salir a vender otra al mercado SPOT. En caso de que $ST = 2$, se venderían dos cargas en el corto plazo pues $s(4) = \min(3 - 1, 2) = 2$.

A.3. Datos

A.3.1. Datos para distribución inicial

Consideraremos dos regiones para nuestro problema, una en Asia con transporte COA y SPOT, y otra genérica donde solo haya SPOT. Es decir,

$$Z = \{\text{Asia}\}, \quad \bar{Z} = \{\text{No Asia}\}, \quad (\text{A.3})$$

con COA para $z = \text{Asia}$ mediante dos compañías con $F_{\text{Asia}} = \{M_{\text{Asia}}, W_{\text{Asia}}\}$.

Los puertos se resumen en la tabla (A.4), estableciendo D_{Asia} y $D_{\text{No Asia}}$ y el sector en cada región respectiva. Para $z = \text{Asia}$, tanto $f_{\text{Asia}} = M_{\text{Asia}}$ y $f_{\text{Asia}} = W_{\text{Asia}}$ son capaces de visitar todos los puertos de D_{Asia} según sea necesario.

TABLA A.4. Puertos de cada región y el sector al que pertenecen

z	Puerto	Sector
Asia	Saganoseki	Japón
Asia	Niihama	Japón
Asia	Onahama	Japón
Asia	Hibi	Japón
Asia	Onsan	Corea del Sur
Asia	Nanjing	Norte China
Asia	Nantong	Norte China
Asia	Qingdao	Norte China
Asia	Fancheng	Sur China
No Asia	No Asia 1	—
No Asia	No Asia 2	—
No Asia	No Asia 3	—
No Asia	No Asia 4	—

Los meses involucrados están en el conjunto $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$, con $m = 1$ equivalente al mes de enero y así hasta $m = 12$ igual a diciembre. En la tabla A.5 se encuentra la información respectiva a los meses de cada trimestre.

TABLA A.5. Meses asociados a cada trimestre

j	$QU(j)$
1	{1, 2, 3}
2	{4, 5, 6}
3	{7, 8, 9}
4	{10, 11, 12}

Se consideran 17 clientes con conjunto $C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17\}$. Los puertos a los que pertenecen se pueden encontrar en la columna C_{d_z} de la tabla A.6.

TABLA A.6. Puertos en que los clientes reciben sus unidades.

z	d_z	C_{d_z}
Asia	Saganoseki	{1}
Asia	Niihama	{2}
Asia	Onahama	{3, 5}
Asia	Hibi	{4, 6}
Asia	Onsan	{7}
Asia	Nanjing	{8, 9}
Asia	Nantong	{10}
Asia	Qingdao	{11, 12}
Asia	Fancheng	{13}
No Asia	No Asia 1	{14}
No Asia	No Asia 2	{15}
No Asia	No Asia 3	{16}
No Asia	No Asia 4	{17}

Los datos para las restricciones de clientes de la sección 2.1.2 se encuentran en la tabla A.7. Se propone que para todo $m \in M$ el parámetro $MAX^{m,c}$ sea constante al igual que para $j \in \{1, 2, 3, 4\}$ lo son las expresiones $MINQU^{j,c}$ y $MAXQU^{j,c}$.

TABLA A.7. Información para restricciones de clientes en sección (2.1.2), con uniformidad para los valores de $\text{MAX}^{m,c}$, $\text{MINQU}^{j,c}$ y $\text{MAXQU}^{j,c}$ en m y j .

c	$R^{M,c}$	$\text{MAX}^{m,c}$	$\text{MINQU}^{j,c}$	$\text{MAXQU}^{j,c}$
1	120000	30000	0	50000
2	80000	30000	0	20000
3	60000	30000	0	20000
4	20000	20000	0	30000
5	10000	20000	0	30000
6	10000	20000	0	20000
7	80000	20000	0	20000
8	30000	20000	0	10000
9	30000	20000	0	10000
10	30000	20000	0	10000
11	20000	20000	0	10000
12	10000	20000	0	10000
13	20000	20000	0	10000
14	40000	20000	0	10000
15	50000	20000	0	20000
16	10000	20000	0	20000
17	20000	20000	0	20000

Los datos de producción esperada de cada mes se pueden encontrar en la tabla A.8, donde consideramos un valor inicial de inventario $I^{0,M} = 25000$. Además, para todo $m \in M$ se propone que $\text{MINEUI}^m = 3$, $\text{MAXEUI}^m = 8$.

TABLA A.8. Producción esperada mensual

m	P^m
1	60000
2	50000
3	40000
4	60000
5	60000
6	60000
7	60000
8	60000
9	60000
10	70000
11	70000
12	70000

Respecto a los dos COA propuestos para $z = \text{Asia}$, las toneladas mínimas y máximas a desplazar se presentan en la tabla A.9.

TABLA A.9. Toneladas mínimas y máximas a desplazar para cada f_z

z	f_z	C_{MIN}^{M,f_z}	C_{MAX}^{M,f_z}
Asia	MOL_{Asia}	270000	330000
Asia	WBK_{Asia}	180000	220000

A.3.2. Datos complementarios del modelo de agentes

Los siguientes parámetros complementan la información para el modelo de agentes:

- $\min_{\Delta} = -28000$ ton.
- $\text{mode}_{\Delta} = 0$ ton.
- $\max_{\Delta} = 25000$ ton.
- $s_{\Delta} = 4$.
- $M = 3900$ ton.
- $s_d = 4$.
- $\mu_{\Delta\text{ETA}} = -0,04$ días.
- $\sigma_{\Delta\text{ETA}} = 6,78$ días.
- $\text{mín}_{\text{ER}} = 1,5$ horas.
- $\text{máx}_{\text{ER}} = 5,9$ horas.
- $\mu_{\text{MR}} = 4,29$ horas.
- $\sigma_{\text{MR}} = 1,5$ horas.
- $\min_{\text{MR}} = 0,984$ horas.
- $\max_{\text{MR}} = 8,4$ horas.
- $\min_{\text{AR}} = 2,5$ horas.
- $\max_{\text{AR}} = 3,97$ horas.
- $T = 3,5$ horas.
- $W_{\text{Port}} = 750$ ton/ horas.
- $O_{\text{Port}} = 06 : 00$.
- $C_{\text{Port}} = 18 : 00$.

Las distribuciones propuestas para las condiciones climáticas se resumen en las tablas **A.10** y **A.11**.

TABLA A.10. Distribuciones para disponibilidad de puerto

Trimestre (j)	$D(j)$
1	Triangular (min = 5, moda = 20, max = 81)
2	Triangular (min = 0.4, moda = 4, max = 34)
3	Triangular (min = 1.4, moda = 15, max = 66)
4	Triangular (min = 0.5, moda = 16, max = 55)

TABLA A.11. Distribuciones para tiempo de duración de marejadas

Trimestre (j)	$M(j)$
1	Triangular (min = 1.8, moda = 3, max = 7.8)
2	Triangular (min = 0.9, moda = 4, max = 15.2)
3	Uniforme (min = 1.2, max = 18.6)
4	Uniforme (min = 0.9, max = 6.8)

A.4. Programa de embarque inicial $SS = 0$

TABLA A.12. Barcos para $SS = 0$

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Niihama	Niihama			20000
2	1	SPOT	No Asia	No Asia			20000
3	2	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
4	2	SPOT	No Asia				10000
5	3	MOL	Onsan	Onsan			20000
6	3	SPOT	No Asia				10000
7	4	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
8	4	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
9	4	SPOT	No Asia				10000
10	5	MOL	Nanjing	Nanjing			20000
11	5	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
12	6	MOL	Onsan	Onsan			20000
13	6	SPOT	No Asia	No Asia			20000
14	7	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
15	8	MOL	Onsan	Onsan			20000
16	8	WBK	Niihama	Niihama	Nantong	Fancheng	40000
17	9	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
18	9	SPOT	No Asia				10000
19	9	SPOT	No Asia	No Asia			20000
20	10	MOL	Onsan	Onsan			20000
21	10	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
22	10	SPOT	No Asia				10000
23	11	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
24	11	SPOT	No Asia				10000
25	12	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
26	12	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000

A.5. Programa de embarque inicial SS = 10000

TABLA A.13. Barcos para SS = 10000

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Niihama	Niihama	Nanjing	Nanjing	40000
2	2	MOL	Onsan	Onsan			20000
3	3	MOL	Nantong				10000
4	3	SPOT	No Asia				10000
5	3	SPOT	No Asia				10000
6	4	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
7	4	SPOT	No Asia				10000
8	4	SPOT	No Asia				10000
9	5	MOL	Onsan	Onsan			20000
10	5	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
11	6	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
12	6	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
13	7	MOL	Onsan	Onsan			20000
14	7	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
15	8	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
16	8	SPOT	No Asia				10000
17	8	SPOT	No Asia	No Asia			20000
18	9	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
19	9	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
20	10	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
21	10	WBK	Niihama	Niihama	Fancheng		30000
22	11	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
23	11	SPOT	No Asia	No Asia			20000
24	12	MOL	Onsan	Onsan			20000
25	12	SPOT	No Asia				10000
26	12	SPOT	No Asia				10000
27	12	SPOT	No Asia				10000

A.6. Programa de embarque inicial $SS = 20000$

TABLA A.14. Barcos para $SS = 20000$

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Niihama	Niihama			20000
2	2	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
3	3	MOL	Onsan	Onsan			20000
4	3	SPOT	No Asia				10000
5	4	MOL	Onsan	Onsan			20000
6	4	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
7	5	MOL	Nantong				10000
8	5	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
9	5	SPOT	No Asia				10000
10	5	SPOT	No Asia				10000
11	6	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
12	6	SPOT	No Asia				10000
13	7	MOL	Onsan	Onsan			20000
14	7	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
15	7	SPOT	No Asia	No Asia			20000
16	8	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
17	8	SPOT	No Asia				10000
18	9	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
19	9	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
20	10	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
21	10	SPOT	No Asia	No Asia			20000
22	11	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
23	11	SPOT	No Asia	No Asia			20000
24	12	MOL	Onsan	Onsan	Nanjing	Nanjing	40000
25	12	WBK	Niihama	Niihama	Fancheng		30000
26	12	SPOT	No Asia				10000

A.7. Programa de embarque inicial SS = 30000

TABLA A.15. Barcos para SS = 30000

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Niihama	Niihama			20000
2	2	MOL	Onsan	Onsan			20000
3	2	SPOT	No Asia				10000
4	3	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
5	4	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
6	4	SPOT	No Asia				10000
7	5	MOL	Onsan	Onsan			20000
8	5	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
9	5	SPOT	No Asia	No Asia			20000
10	6	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
11	6	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
12	7	MOL	Nantong				10000
13	7	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
14	7	SPOT	No Asia				10000
15	8	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
16	8	SPOT	No Asia				10000
17	9	MOL	Onsan	Onsan	Nanjing	Nanjing	40000
18	9	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
19	10	MOL	Onsan	Onsan			20000
20	10	SPOT	No Asia				10000
21	11	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
22	11	SPOT	No Asia				10000
23	11	SPOT	No Asia				10000
24	11	SPOT	No Asia				10000
25	12	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
26	12	WBK	Niihama	Niihama	Fancheng		30000
27	12	SPOT	No Asia	No Asia			20000

A.8. Programa de embarque inicial SS = 40000

TABLA A.16. Barcos para SS = 40000

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Niihama	Niihama			20000
2	2	MOL	Onsan	Onsan			20000
3	2	SPOT	No Asia				10000
4	3	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
5	4	MOL	Onsan	Onsan	Nanjing	Nanjing	40000
6	4	SPOT	No Asia				10000
7	4	SPOT	No Asia	No Asia			20000
8	4	SPOT	No Asia				10000
9	5	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
10	5	SPOT	No Asia	No Asia			20000
11	6	MOL	Nantong				10000
12	6	WBK	Niihama	Niihama	Fancheng		30000
13	7	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
14	7	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
15	8	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
16	8	SPOT	No Asia				10000
17	9	MOL	Onsan	Onsan			20000
18	9	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
19	9	SPOT	No Asia				10000
20	10	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
21	10	SPOT	No Asia				10000
22	11	MOL	Onsan	Onsan			20000
23	11	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
24	11	SPOT	No Asia	No Asia			20000
25	12	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
26	12	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000

A.9. Programa de embarque inicial $SS = 50000$

TABLA A.17. Barcos para $SS = 50000$

	Mes	Compañía	L1	L2	L3	L4	Toneladas
1	1	MOL	Onsan	Onsan			20000
2	2	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
3	3	MOL	Niihama	Niihama			20000
4	3	SPOT	No Asia				10000
5	3	SPOT	No Asia	No Asia			20000
6	4	MOL	Onahama	Onahama	Onahama		30000
7	4	SPOT	No Asia				10000
8	5	MOL	Onsan	Onsan			20000
9	5	WBK	Niihama	Niihama	Fancheng		30000
10	6	MOL	Nanjing	Nanjing	Nantong	Qingdao	40000
11	6	SPOT	No Asia	No Asia			20000
12	7	MOL	Nanjing	Nanjing	Qingdao	Qingdao	40000
13	7	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
14	8	MOL	Onsan	Onsan			20000
15	8	WBK	Niihama	Onahama	Nantong	Fancheng	40000
16	9	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
17	9	SPOT	No Asia				10000
18	10	MOL	Onsan	Onsan	Nanjing	Nanjing	40000
19	10	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
20	11	MOL	Saganoseki	Saganoseki	Saganoseki		30000
21	11	SPOT	No Asia				10000
22	11	SPOT	No Asia				10000
23	11	SPOT	No Asia	No Asia			20000
24	12	MOL	Nantong				10000
25	12	WBK	Hibi	Niihama	Onahama	Saganoseki	40000
26	12	SPOT	No Asia				10000

A.10. Distribución clientes $SS = 0$ TABLA A.18. Unidades de clientes para $SS = 0$

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	2	Niihama	20000	8	10	Nantong	10000
1	17	No Asia 4	20000	8	13	Fancheng	10000
2	3	Onahama	20000	9	8	Nanjing	10000
2	5	Onahama	10000	9	9	Nanjing	10000
2	16	No Asia 3	10000	9	11	Qingdao	10000
3	7	Onsan	20000	9	12	Qingdao	10000
3	14	No Asia 1	10000	9	14	No Asia 1	10000
4	1	Saganoseki	30000	9	15	No Asia 2	20000
4	2	Niihama	10000	10	1	Saganoseki	10000
4	3	Onahama	10000	10	2	Niihama	10000
4	10	Nantong	10000	10	3	Onahama	10000
4	13	Fancheng	10000	10	6	Hibi	10000
4	14	No Asia 1	10000	10	7	Onsan	20000
5	1	Saganoseki	10000	10	14	No Asia 1	10000
5	2	Niihama	10000	11	1	Saganoseki	30000
5	3	Onahama	10000	11	15	No Asia 2	10000
5	4	Hibi	10000	12	1	Saganoseki	10000
5	8	Nanjing	10000	12	2	Niihama	10000
5	9	Nanjing	10000	12	3	Onahama	10000
6	7	Onsan	20000	12	4	Hibi	10000
6	15	No Asia 2	20000	12	8	Nanjing	10000
7	1	Saganoseki	30000	12	9	Nanjing	10000
8	2	Niihama	20000	12	10	Nantong	10000
8	7	Onsan	20000	12	11	Qingdao	10000

A.11. Distribución clientes SS = 10000

TABLA A.19. Unidades de clientes para SS = 10000

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	2	Niihama	20000	7	2	Niihama	10000
1	8	Nanjing	10000	7	3	Onahama	10000
1	9	Nanjing	10000	7	4	Hibi	10000
2	7	Onsan	20000	7	7	Onsan	20000
3	10	Nantong	10000	8	1	Saganoseki	30000
3	14	No Asia 1	10000	8	14	No Asia 1	10000
3	17	No Asia 4	10000	8	15	No Asia 2	20000
4	1	Saganoseki	30000	9	1	Saganoseki	10000
4	14	No Asia 1	10000	9	2	Niihama	10000
4	15	No Asia 2	10000	9	3	Onahama	10000
5	1	Saganoseki	10000	9	4	Hibi	10000
5	2	Niihama	10000	9	8	Nanjing	10000
5	3	Onahama	10000	9	9	Nanjing	10000
5	6	Hibi	10000	9	10	Nantong	10000
5	7	Onsan	20000	9	11	Qingdao	10000
6	2	Niihama	10000	10	2	Niihama	20000
6	3	Onahama	10000	10	3	Onahama	20000
6	8	Nanjing	10000	10	5	Onahama	10000
6	9	Nanjing	10000	10	13	Fancheng	10000
6	10	Nantong	10000	11	1	Saganoseki	30000
6	11	Qingdao	10000	11	15	No Asia 2	20000
6	12	Qingdao	10000	12	7	Onsan	20000
6	13	Fancheng	10000	12	14	No Asia 1	10000
7	1	Saganoseki	10000	12	16	No Asia 3	10000

A.12. Distribución clientes SS = 20000

TABLA A.20. Unidades de clientes para SS = 20000

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	2	Niihama	20000	7	4	Hibi	10000
2	8	Nanjing	10000	7	7	Onsan	20000
2	9	Nanjing	10000	7	15	No Asia 2	20000
2	10	Nantong	10000	8	1	Saganoseki	30000
2	11	Qingdao	10000	8	14	No Asia 1	10000
3	7	Onsan	20000	9	2	Niihama	10000
3	14	No Asia 1	10000	9	3	Onahama	10000
4	1	Saganoseki	10000	9	8	Nanjing	10000
4	2	Niihama	10000	9	9	Nanjing	10000
4	3	Onahama	10000	9	10	Nantong	10000
4	4	Hibi	10000	9	11	Qingdao	10000
4	7	Onsan	20000	9	12	Qingdao	10000
5	1	Saganoseki	10000	9	13	Fancheng	10000
5	2	Niihama	10000	10	3	Onahama	20000
5	3	Onahama	10000	10	5	Onahama	10000
5	6	Hibi	10000	10	17	No Asia 4	20000
5	10	Nantong	10000	11	1	Saganoseki	30000
5	15	No Asia 2	10000	11	15	No Asia 2	20000
5	16	No Asia 3	10000	12	2	Niihama	20000
6	1	Saganoseki	30000	12	7	Onsan	20000
6	14	No Asia 1	10000	12	8	Nanjing	10000
7	1	Saganoseki	10000	12	9	Nanjing	10000
7	2	Niihama	10000	12	13	Fancheng	10000
7	3	Onahama	10000	12	14	No Asia 1	10000

A.13. Distribución clientes SS = 30000

TABLA A.21. Unidades de clientes para SS = 30000

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	2	Niihama	20000	7	2	Niihama	10000
2	7	Onsan	20000	7	3	Onahama	10000
2	14	No Asia 1	10000	7	4	Hibi	10000
3	8	Nanjing	10000	7	10	Nantong	10000
3	9	Nanjing	10000	7	14	No Asia 1	10000
3	10	Nantong	10000	8	1	Saganoseki	30000
3	11	Qingdao	10000	8	15	No Asia 2	10000
4	1	Saganoseki	30000	9	1	Saganoseki	10000
4	14	No Asia 1	10000	9	2	Niihama	10000
5	1	Saganoseki	10000	9	3	Onahama	10000
5	2	Niihama	10000	9	6	Hibi	10000
5	3	Onahama	10000	9	7	Onsan	20000
5	4	Hibi	10000	9	8	Nanjing	10000
5	7	Onsan	20000	9	9	Nanjing	10000
5	15	No Asia 2	20000	10	7	Onsan	20000
6	2	Niihama	10000	10	17	No Asia 4	10000
6	3	Onahama	10000	11	1	Saganoseki	30000
6	8	Nanjing	10000	11	14	No Asia 1	10000
6	9	Nanjing	10000	11	16	No Asia 3	10000
6	10	Nantong	10000	11	17	No Asia 4	10000
6	11	Qingdao	10000	12	2	Niihama	20000
6	12	Qingdao	10000	12	3	Onahama	20000
6	13	Fancheng	10000	12	5	Onahama	10000
7	1	Saganoseki	10000	12	13	Fancheng	10000

A.14. Distribución clientes SS = 40000

TABLA A.22. Resultados clientes para SS = 40000

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	2	Niihama	20000	8	1	Saganoseki	30000
2	7	Onsan	20000	8	14	No Asia 1	10000
2	14	No Asia 1	10000	9	1	Saganoseki	10000
3	3	Onahama	20000	9	2	Niihama	10000
3	5	Onahama	10000	9	3	Onahama	10000
4	7	Onsan	20000	9	6	Hibi	10000
4	8	Nanjing	10000	9	7	Onsan	20000
4	9	Nanjing	10000	9	15	No Asia 2	10000
4	14	No Asia 1	10000	10	1	Saganoseki	30000
4	15	No Asia 2	20000	10	14	No Asia 1	10000
4	16	No Asia 3	10000	11	2	Niihama	10000
5	1	Saganoseki	30000	11	3	Onahama	10000
5	17	No Asia 4	20000	11	7	Onsan	20000
6	2	Niihama	20000	11	10	Nantong	10000
6	10	Nantong	10000	11	13	Fancheng	10000
6	13	Fancheng	10000	11	15	No Asia 2	20000
7	1	Saganoseki	10000	12	1	Saganoseki	10000
7	2	Niihama	10000	12	2	Niihama	10000
7	3	Onahama	10000	12	3	Onahama	10000
7	4	Hibi	10000	12	4	Hibi	10000
7	8	Nanjing	10000	12	8	Nanjing	10000
7	9	Nanjing	10000	12	9	Nanjing	10000
7	10	Nantong	10000	12	11	Qingdao	10000
7	11	Qingdao	10000	12	12	Qingdao	10000

A.15. Distribución clientes SS = 50000

TABLA A.23. Resultados clientes para SS = 50000

Mes	Cliente	Puerto	Toneladas	Mes	Cliente	Puerto	Toneladas
1	7	Onsan	20000	8	2	Niihama	10000
2	1	Saganoseki	30000	8	3	Onahama	10000
3	2	Niihama	20000	8	7	Onsan	20000
3	14	No Asia 1	10000	8	10	Nantong	10000
3	15	No Asia 2	20000	8	13	Fancheng	10000
4	3	Onahama	20000	9	1	Saganoseki	30000
4	5	Onahama	10000	9	14	No Asia 1	10000
4	14	No Asia 1	10000	10	1	Saganoseki	10000
5	2	Niihama	20000	10	2	Niihama	10000
5	7	Onsan	20000	10	3	Onahama	10000
5	13	Fancheng	10000	10	4	Hibi	10000
6	8	Nanjing	10000	10	7	Onsan	20000
6	9	Nanjing	10000	10	8	Nanjing	10000
6	10	Nantong	10000	10	9	Nanjing	10000
6	11	Qingdao	10000	11	1	Saganoseki	30000
6	15	No Asia 2	20000	11	15	No Asia 2	10000
7	1	Saganoseki	10000	11	16	No Asia 3	10000
7	2	Niihama	10000	11	17	No Asia 4	20000
7	3	Onahama	10000	12	1	Saganoseki	10000
7	4	Hibi	10000	12	2	Niihama	10000
7	8	Nanjing	10000	12	3	Onahama	10000
7	9	Nanjing	10000	12	6	Hibi	10000
7	11	Qingdao	10000	12	10	Nantong	10000
7	12	Qingdao	10000	12	14	No Asia 1	10000

A.16. Cantidad de réplicas para $\hat{N}_{0,05}$

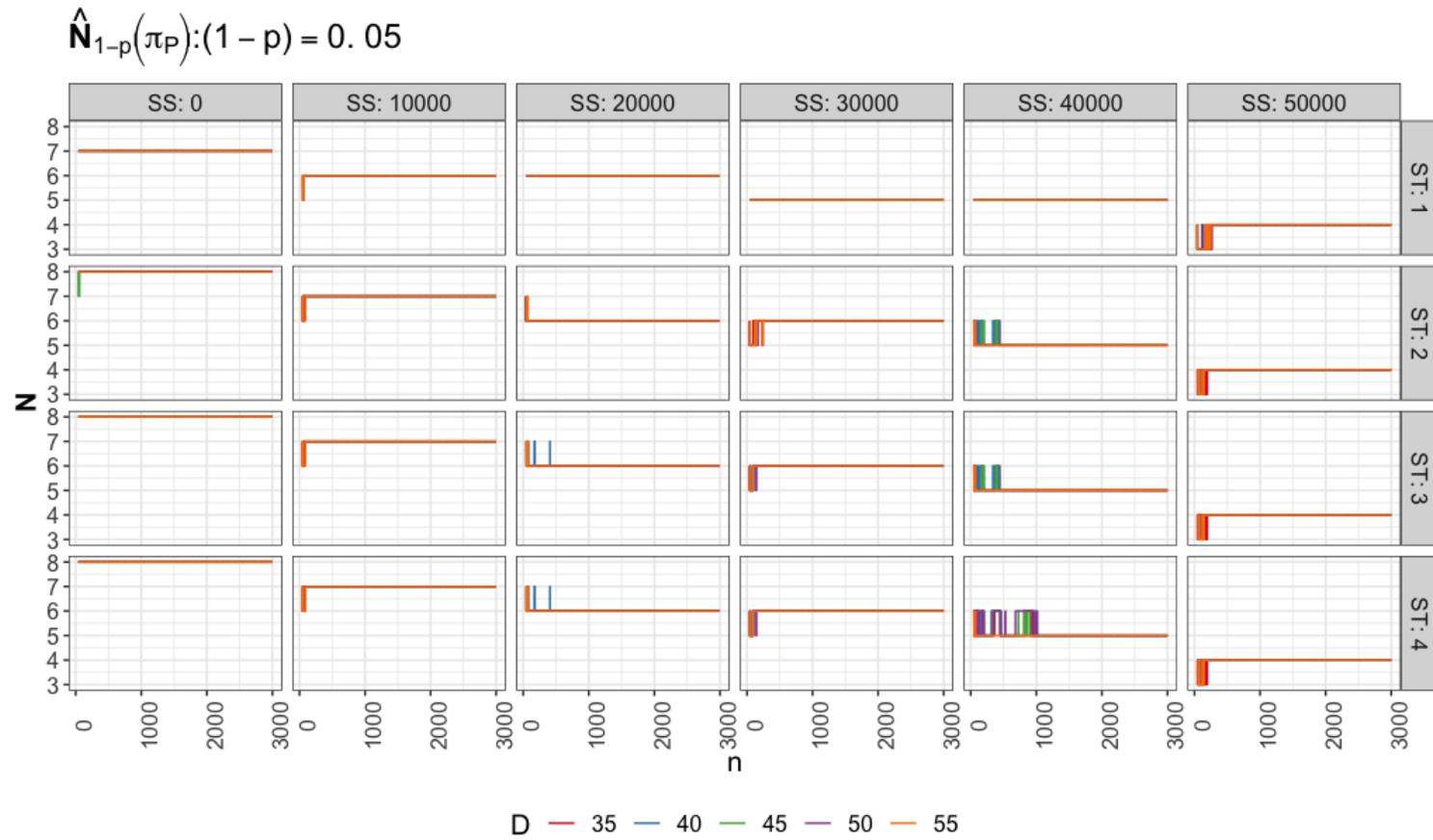


FIGURA A.1. Evolución del valor de $\hat{N}_{0,05}$ en 3000 réplicas.

A.17. Cantidad de réplicas para $\hat{A}_{0,05}$

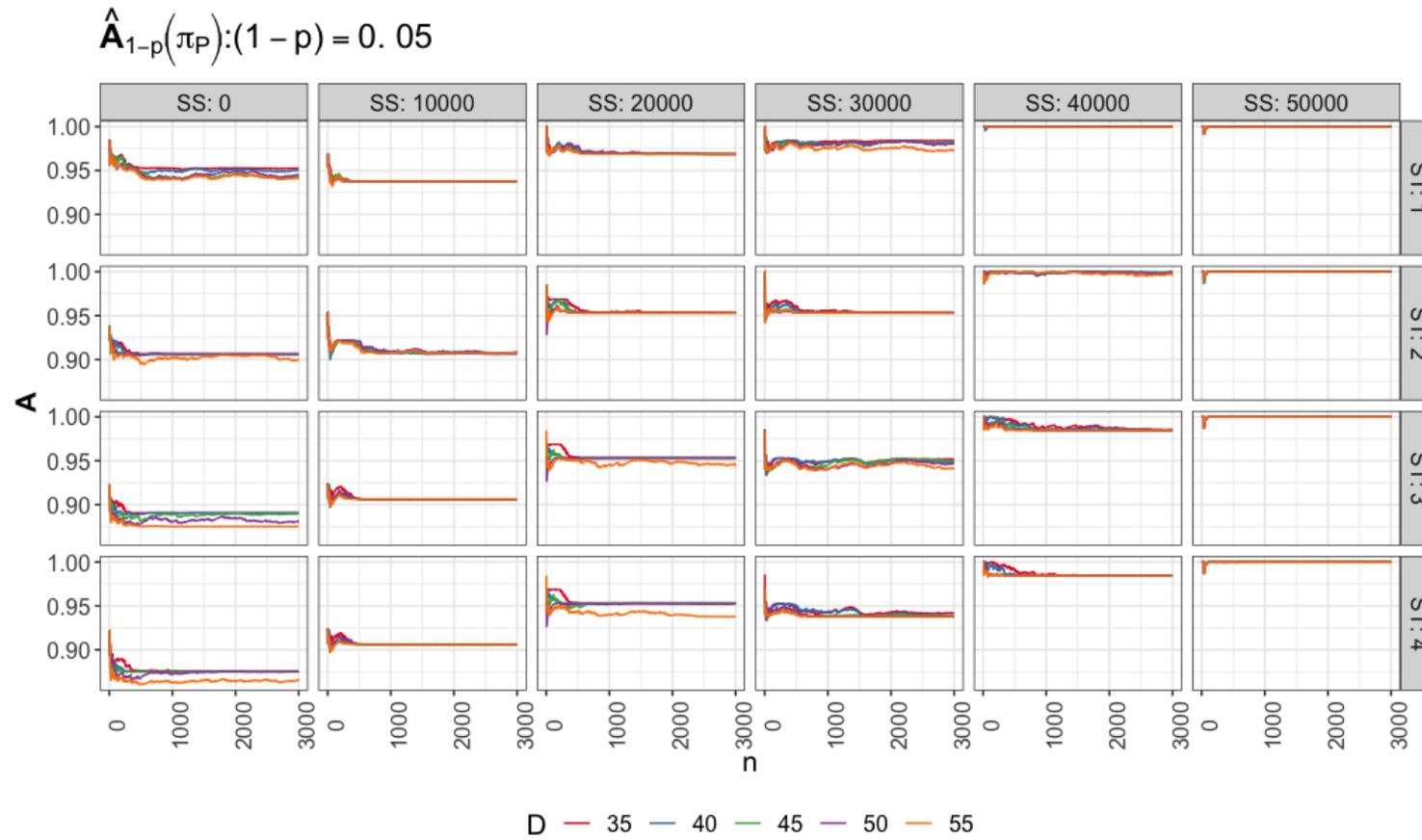


FIGURA A.2. Evolución del valor de $\hat{A}_{0,05}$ en 3000 réplicas.

A.18. Cantidad de réplicas para $\Delta \hat{C}_{0,95}$

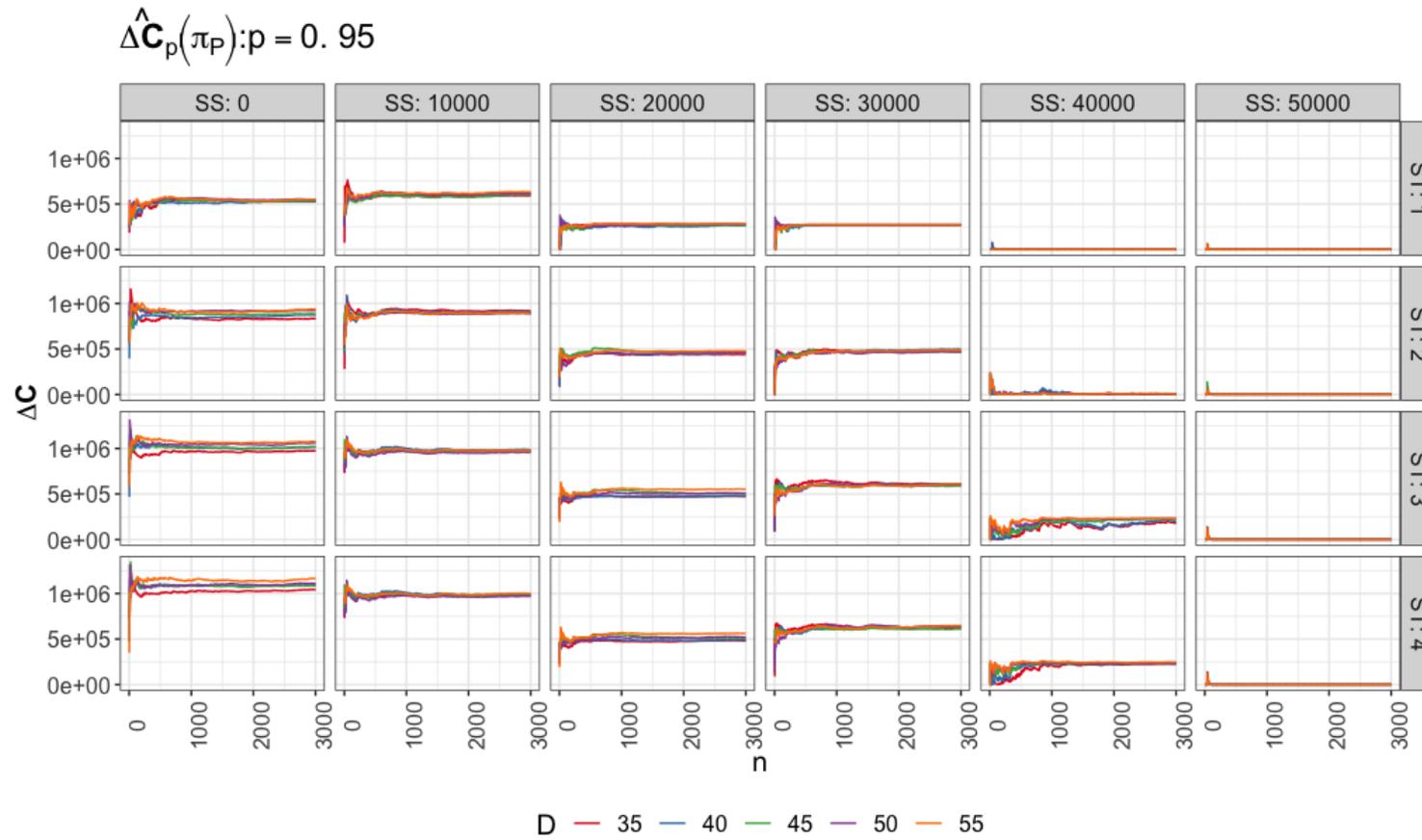


FIGURA A.3. Evolución del valor de $\Delta \hat{C}_{0,95}$ en 3000 réplicas.

A.19. Metodología para el cálculo de *Demurrage*

Consideramos $i = 1, \dots, I$ índice para barcos y $n = 1, \dots, N$ índice para marejadas, ambos para una réplica de simulación, además de las siguientes definiciones:

- NOR_i = Instante en que el barco se presenta en puerto.
- l_i = Instante de *NOR* aceptado para barco i .
- F_i = Fin de la operación para barco i .
- LT_i = Momento de inicio de *laytime* para barco i .
- ll_i = Inicio de *laycan* para el barco i .
- FL_i = Fin de *laycan* para el barco i .
- ETA_i = Punto medio de *laycan* para el barco i .
- Q_i = Carga del barco i .
- R_i = Tiempo en que el barco i debe estar en puerto.
- D_i = *Demurrage* para el barco i .
- IM_n = Inicio de marejada n .
- FM_n = Fin de marejada n .
- T_i = Indices de intervalos de marejadas que interseca el barco i . Es decir,

$$T_i = \left\{ n \mid [l_i, F_i] \cap [IM_n, FM_n] \neq \emptyset \right\}$$

Considerando el momento de llegada de cada barco según lo indicado en la sección 2.2.1, el valor de l_i se inicia según los siguientes casos, llamada condición de oficina:

- En caso de que $NOR_i \in [O_{Port}, C_{Port}]$ del mismo día, se asigna como l_i el valor actual del reloj de simulación.
- En caso de que $NOR_i \notin [O_{Port}, C_{Port}]$, se asigna $l_i = O_{Port}$ si es que $NOR_i < O_{Port}$ del mismo día. Si se da que $NOR_i > C_{Port}$, se asigna $l_i = O_{Port}$ del día siguiente.

Considerando además la condición de *laycan*, es decir, momento en que debe llegar un barco a puerto, se tiene:

- $NOR_i \geq l_i$:

En este caso se tiene que $LT_i = l_i$.

- $NOR_i < l_i$:

En este caso se tiene que $LT_i = l_i$, y el valor de l_i es el reloj de simulación si es que existe inventario suficiente para partir la carga, es decir un valor mayor o igual a Q_i , no exista otro barco cargando concentrado y no haya marejadas, y en caso de no cumplir estas últimas condiciones hasta que el reloj de simulación llegue a l_i se declara $LT_i = l_i$. En ambos casos señalados se respeta la condición de oficina.

Luego para cada barco i se revisa T_i y se inicia $D_i = R_i$. Para nuestro cálculo consideramos un intervalo de hitos en orden creciente, teniendo especial énfasis en el valor LT_i y cada una de las marejadas que interseca un barco $[IM_n, FM_n]$. Dentro de este intervalo se considera la diferencia entre dos elementos sucesivos y se va restando del valor de D_i iniciado, salvo aquellos tiempos entre el inicio y fin de una marejada si es que D_i es mayor o igual a cero. Todas aquellas diferencias entre puntos sucesivos de este intervalo de hitos hasta antes del valor LT_i (incluyéndolo) tiene valor numérico igual a su mitad. En caso de que al ir restando estas diferencias al valor de D_i y este resulta ser negativo sin terminar la última diferencia, se considera todo el tiempo hasta el valor F_i independiente existan marejadas, esto último aplica la frase naviera '**Once on Demurrage always on Demurrage**'.