



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DEL EFECTO EN EL TRANSPORTE PÚBLICO DE ESQUEMAS DE PAGO AL OPERADOR BASADOS EN VARIABLES OPERACIONALES

JUAN PABLO SEPÚLVEDA CELIS

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
PATRICIA GALILEA ARANDA

Santiago de Chile, noviembre, 2017

© 2017, Juan Pablo Sepúlveda Celis



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

ANÁLISIS DEL EFECTO EN EL TRANSPORTE PÚBLICO DE ESQUEMAS DE PAGO AL OPERADOR BASADOS EN VARIABLES OPERACIONALES

JUAN PABLO SEPÚLVEDA CELIS

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

PATRICIA GALILEA ARANDA

HUGO SILVA MONTALVA

MARCO BATARCE MORENO

IGNACIO LIRA CANGUILHEM

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, noviembre, 2017

A mi familia y amigos.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, agradezco a mi profesora supervisora, Patricia Galilea, por su amorosa guía en el desarrollo de mi tesis y su generosa disponibilidad para atender toda clase de asuntos. Es una excelente persona y me alegra haberla conocido en este contexto. También agradezco a los profesores de mi comisión, Hugo Silva y Marco Batarce, por su interés en mi trabajo y sus valiosos comentarios. Y agradezco al profesor Ignacio Lira por acceder a presidir la comisión apenas dos días antes de la defensa y así no postergarla, debido a una licencia médica de quien presidía la comisión originalmente.

En segundo lugar, agradezco al Bus Rapid Transit, Centre of Excellence y al Centro de Desarrollo Urbano Sustentable por su apoyo al desarrollo de mi tesis.

En tercer lugar, agradezco a mis compañeros de postgrado del Departamento de Ingeniería de Transporte, por su simpatía y por generar un ambiente grato, tanto dentro como fuera de las oficinas. En general, lo pasé bien, especialmente en las salidas.

En cuarto lugar, agradezco a mis compañeros del curso Danza Estilo Libre, por compartir momentos inolvidables; y a la profesora del curso, Denisse Ortiz, por su vocación de enseñanza y por permitirme tomar su curso varias veces. Sin duda, la danza marcó mi estancia en la universidad, en el periodo que cursé el magíster. Me sirvió para distraerme de la tesis, pero principalmente para encontrarme con otras personas y conmigo mismo. Agradezco especialmente a la sección de “Las Máquinas”, el grupo de personas más raro y divertido que he conocido. Me llevo amigos y experiencias que recordaré toda la vida.

En quinto lugar, agradezco a mi familia: hermanos, abuelos, tíos y primos, por su permanente preocupación hacia mí. Y agradezco a mis padres, quienes han hecho posible todo lo que he logrado hasta ahora. Agradezco su incesante y amorosa labor para que no nos falte nada, y todo su apoyo y cariño.

Finalmente, agradezco a Dios por todo y, en particular, por mis dones. He de usarlos para aportar a la construcción de una sociedad mejor.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT	x
1. Introducción.....	1
1.1 Motivación y objetivos.....	1
1.2 Estructura del documento.....	2
2. Revisión Bibliográfica	4
2.1 Incentivos en transporte público	4
2.2 Teoría económica de las concesiones.....	5
2.3 Economía del transporte público.....	9
2.4 Costos y eficiencia de contratos de transporte público	11
2.5 Contratos de Transantiago.....	15
3. Modelo.....	19
3.1 Definiciones	19
3.2 Escenario <i>first-best</i>	23
3.3 Escenario del operador	27
4. Simulación y resultados	38
4.1 Simulación del escenario <i>first-best</i>	39
4.2 Simulación del escenario del operador.....	42
4.3 Solución óptima y comparación de esquemas de pago	52
4.4 Variación de parámetros.....	56
5. Conclusiones.....	61

BIBLIOGRAFÍA.....	64
ANEXOS.....	67
Anexo A: Modelo simplificado.....	68

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 2-1: Resumen de algunos trabajos empíricos.....	12
Tabla 4-1: Valores usados en la simulación.....	38
Tabla 4-2: Resultados de los escenarios.....	53
Tabla 4-3: Resultados de los esquemas de los extremos.....	55
Tabla 4-4: Resultados de los escenarios para distintos valores del intercepto de la demanda.	57
Tabla 4-5: Resultados de los escenarios para distintos valores de la pendiente de la demanda.	59
Tabla 4-6: Resultados de los escenarios para distintos valores de λ	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 2-1: Evolución del tiempo de espera promedio (min) en periodos punta de días de semana.....	17
Figura 3-1: Solución óptima del problema del operador.	36
Figura 4-1: Escenario first-best cuando $\lambda = 0$	40
Figura 4-2: Escenario first-best cuando $\lambda = 0,05$	41
Figura 4-3: Demanda óptima del operador cuando $\tau = 150$	43
Figura 4-4: Demanda óptima del operador cuando $\rho q = 100$	44
Figura 4-5: Frecuencia óptima del operador cuando $\tau = 150$	45
Figura 4-6: Frecuencia óptima del operador cuando $\rho q = 100$	46
Figura 4-7: Utilidad del operador cuando $\tau = 150$	47
Figura 4-8: Utilidad del operador cuando $\rho q = 100$	48
Figura 4-9: Bienestar social cuando $\tau = 150$	49
Figura 4-10: Bienestar social cuando $\rho q = 100$	50
Figura 4-11: Costo promedio del subsidio cuando $\tau = 150$	51

RESUMEN

En muchas grandes ciudades, los sistemas de transporte colectivo urbano son operados por empresas privadas a través de concesiones. El desempeño de estas concesiones es un tema que está en el debate público, el cual incluye aspectos como la calidad del servicio ofrecido y el costo del subsidio que entrega el Estado. En este sentido, el mecanismo de pago ofrecido por el regulador induce al operador a proveer un determinado nivel de servicio. Por lo tanto, cobra relevancia estudiar los efectos del mecanismo de pago en el desempeño del sistema de transporte.

Esta investigación estudia el efecto de distintos esquemas de pago sobre las decisiones que toma el operador de un servicio de transporte. Dicho efecto es analizado en términos de variables operacionales y de bienestar social. Los esquemas considerados son lineales en la frecuencia del servicio y en el número de pasajeros transportado. Para hacer este estudio, se formula un modelo microeconómico y se realizan simulaciones numéricas.

Los resultados indican que los dos tipos de pago considerados, por pasajero transportado y por frecuencia, juegan un rol importante en la toma de decisiones del operador. Un esquema de pago que no incluye un pago por frecuencia determina un desempeño del sistema bajo, respecto a un esquema que sí lo incluye. Además, el pago por pasajero transportado, como proporción del pago total, aumenta conforme la demanda por el servicio aumenta. Otra idea importante es que el operador debe recibir un pago asociado a la demanda que sirve. De no recibir tal pago, el operador no va a ofrecer el servicio. Estos resultados contribuyen a la discusión sobre cómo debieran ser los contratos de Transantiago.

Palabras clave: contratos, transporte público, concesiones, operadores de buses, incentivos, modelación económica.

ABSTRACT

In many large cities, urban collective transport systems are operated by private companies through concessions. The performance of these concessions is an issue that is in the public debate, which includes aspects such as the quality of service and the cost of the subsidy provided by the State. In this sense, the payment mechanism offered by the regulator induces the operator to provide a certain level of service. Therefore, it is important to study the effects of the payment mechanism on the performance of the transportation system.

This research studies the effect of different payment schemes on the decisions made by the operator of a transport service. This effect is analyzed in terms of operational variables and social welfare. The schemes considered are linear in the frequency of the service and in the number of passengers transported. To convey this study, a microeconomic model is formulated and numerical simulations are carried out.

The results indicate that the two types of payment considered, by passenger transported and by frequency, play an important role in the decision making of the operator. A payment scheme that does not include a frequency payment determines a low system performance, with respect to a scheme that does include it. In addition, the payment per passenger transported, as a proportion of the total payment, increases as the demand for the service increases. Another important idea is that the operator must receive a payment associated with the demand it serves. If the payment is not received, the operator will not offer the service. These results contribute to the discussion of how the Transantiago contracts should be.

Keywords: contracts, public transport, concessions, bus operators, incentives, economic modelling.

1. INTRODUCCIÓN

En muchas grandes ciudades, los sistemas de transporte colectivo urbano son operados por empresas privadas a través de concesiones, por ejemplo, en Santiago de Chile, Ciudad de México y Londres. El desempeño de estas concesiones es un tema que está en el debate público, el cual incluye aspectos como la calidad del servicio y el costo del subsidio entregado por el estado. En este sentido, el contrato que el regulador ofrece al privado influye en el desempeño del sistema de transporte. En particular, el mecanismo de pago (el cual está establecido en el contrato) induce al operador a proveer un determinado nivel de servicio. Por lo tanto, cobra relevancia estudiar los efectos del mecanismo de pago en el desempeño del sistema de transporte.

1.1 Motivación y objetivos

En la práctica, se han implementado distintos mecanismos de pago al operador. Estos pueden incluir conceptos como el pago fijo, el reembolso de costos, el pago por variables operacionales y el pago por demanda servida, entre otros. Por ejemplo, en Transantiago, el sistema de transporte público de Santiago, el mecanismo de pago considera kilómetros recorridos y pasajeros transportados. Además, establece multas y descuentos ante el no cumplimiento del plan operacional. Se ha observado que la operación de los sistemas de transporte varía ante distintos mecanismos de pago al operador, por ende, la elección del mecanismo no es una decisión trivial. La bibliografía asociada a estos temas se revisa en el capítulo 2.

Esta investigación estudia el efecto de distintos esquemas (o mecanismos) de pago sobre las decisiones que toma el operador de un servicio de transporte. Dicho efecto es analizado en términos de variables operacionales y de bienestar social. Los esquemas considerados son lineales en la frecuencia del servicio y en el número de pasajeros transportado. Para hacer este estudio, se formula un modelo

microeconómico que incluye varios elementos, algunos de los cuales se mencionan a continuación.

Se considera una función de demanda generalizada por viajes en transporte público, que incluye la tarifa, el tiempo de espera y el tiempo de viaje de los usuarios. También se considera una función de costos del operador que depende del tamaño de flota y de la capacidad de los vehículos. Además, se incluye un término asociado al costo social del subsidio requerido para operar el sistema. Con todos estos términos, se define una función de bienestar social que se busca maximizar.

Se formulan dos escenarios de decisión. En el primero, el tomador de decisiones es un planificador social, quien escoge todas las variables de producción y alcanza el máximo bienestar social posible. En el segundo escenario, el operador del servicio toma las decisiones de producción, y al planificador le restan las decisiones de regulación. Se realizan simulaciones numéricas para ambos escenarios y se obtienen resultados, los cuales permiten comparar los escenarios.

En términos de políticas públicas, este estudio busca dar luces acerca del papel que juegan los mecanismos de pago en los incentivos al operador y en el diseño de los contratos. Se entregan nuevas evidencias que contribuyen al debate público de los sistemas de transporte público concesionados.

1.2 Estructura del documento

Esta tesis se organiza de la siguiente forma. En el capítulo 2 se presenta una revisión bibliográfica sobre los contratos de concesiones y la economía del transporte público. La revisión también incluye un análisis de los contratos de Transantiago. En el capítulo 3 se presenta el modelo y un primer análisis de los incentivos asociados a los esquemas de pago. Se definen los elementos que componen el modelo y se formulan los escenarios de decisión. En el capítulo 4 se muestran las

simulaciones realizadas y los resultados obtenidos de ellas. También se presenta un segundo análisis de los incentivos a partir de la comparación de los resultados entre escenarios y distintos esquemas de pago. Finalmente, en el capítulo 5 se entregan conclusiones sobre dichos resultados, se entregan las recomendaciones de política pública y se presentan futuras líneas de investigación.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se presenta una revisión bibliográfica organizada en cinco temas. En el subcapítulo 2.1 se presenta un trabajo conceptual sobre incentivos en la operación de transporte público, el cual sirve de inspiración para el desarrollo de esta tesis. En el subcapítulo 2.2 se analiza la literatura de teoría económica en el tema de contratos de concesiones, en un contexto más general que el de los mercados de transporte. En el subcapítulo 2.3 se analiza la literatura teórica de precios y costos en el transporte público. En el subcapítulo 2.4 se presenta la literatura empírica sobre contratos en transporte público urbano. Finalmente, en el subcapítulo 2.5 se entrega una reseña de la historia de los contratos de Transantiago, que complementa el análisis del subcapítulo 2.1 sobre los incentivos en el transporte público.

2.1 Incentivos en transporte público

En esta tesis interesa discutir sobre casos, reportados en la literatura, en los cuales el mecanismo de pago al operador juegue un papel importante en la operación del sistema de transporte. En Gómez-Lobo y Briones (2014) se revisan distintas experiencias latinoamericanas de transporte público concesionado. También analizan los incentivos al operador generados por distintos mecanismos de pago. Otros autores realizan análisis similares en sistemas de transporte europeos (Dalen y Gómez-Lobo, 2003; Gagnepain e Ivaldi, 2002; Piacenza, 2006), pero esta tesis se centra en contratos que son más característicos de contextos latinoamericanos. Por eso, en este subcapítulo solo se revisa el primer trabajo mencionado.

Los autores consideran tres esquemas de pago: fijo, basado en la demanda y basado en la oferta; y cinco aspectos del sistema de transporte: servir demanda (o recoger pasajeros), frecuencia y regularidad de los servicios, seguridad, riesgos y acceso a financiamiento, y planificación y monitoreo de los servicios.

Se plantea que un pago fijo no genera incentivos a servir demanda, a ofrecer una alta frecuencia y regularidad, ni a monitorear los servicios y proponer mejoras a la planificación. En cambio, el pago fijo sí genera incentivos a una conducción segura de los vehículos por parte de los choferes (el operador no tiene razones para pedir lo contrario), reduce los riesgos financieros y el operador tiene acceso a financiamiento más barato.

Un pago basado en la oferta o en variables operacionales – a saber – en los asientos-kilómetro recorridos, genera incentivos similares a los del pago fijo, salvo por el incentivo a ofrecer una alta frecuencia y regularidad. En este sentido, un pago basado en variables operaciones es superior a un pago fijo en términos de incentivos.

Un pago basado en la demanda – a saber – en la cantidad de pasajeros transportados, genera los incentivos contrarios a los de un pago basado en variables operacionales. El operador tiene incentivos a servir demanda, y a monitorear los servicios y proponer mejoras a la planificación. En cambio, incita a una conducción insegura de los vehículos, y el operador enfrenta mayor riesgo financiero y créditos más caros. En el caso de la frecuencia y regularidad, si la demanda es alta, el operador ofrecerá un alto nivel de servicio para captar dicha demanda; en caso contrario, ofrecerá uno bajo.

Este análisis de los incentivos es una fuente de inspiración para el problema que se va a abordar desde un modelo teórico en el capítulo 3.

2.2 Teoría económica de las concesiones

La provisión de servicios públicos mediante concesiones se caracteriza por la presencia de asimetrías de información. La empresa proveedora del servicio tiene mayor información sobre sus costos que el regulador, entre otros aspectos. En presencia de estas asimetrías, el regulador no puede lograr que la empresa ofrezca

el nivel de servicio socialmente óptimo (o alcanzar el máximo bienestar social). Desde la teoría económica se han estudiado los contratos propios de estas situaciones, y se ha aportado en cómo manejar las asimetrías de información para aumentar el bienestar social.

Un trabajo fundamental en esta materia es Laffont y Tirole (1986). A continuación, se esbozan algunos elementos de su modelo.

Los autores consideran un servicio público cuya provisión es concesionada a un operador privado. El costo para el operador de dicha provisión es $C = \beta - e$, donde β es la ineficiencia propia del operador y e es el esfuerzo que puede realizar para reducir su ineficiencia, por ende, sus costos. El costo para el operador de realizar el esfuerzo e es $\psi(e)$, que es una función convexa. El regulador paga al operador el costo C de producción, más una transferencia t . De esta forma, la utilidad del operador queda dada por $U = t - \psi(e)$.

Se define la siguiente función de bienestar social: $W = S - (1 + \lambda)(t + \beta - e)$, donde S es el excedente del consumidor (fijo respecto a las variables aquí definidas) y λ es el costo de los fondos públicos.

Si el regulador conoce β , también puede conocer el esfuerzo del operador que permite alcanzar el máximo bienestar posible. Dicho esfuerzo es el que resuelve el siguiente problema de optimización:

$$\begin{aligned} & \max_{U, e} W(\beta) \\ & \text{s. a. } U(\beta) \geq 0 \end{aligned}$$

Sea e^* la solución del problema anterior. Esta cumple con $\psi'(e^*) = 1$. El regulador, al conocer el esfuerzo e^* , puede ofrecerle al operador una transferencia t^* que lo induzca a realizar dicho nivel de esfuerzo. Esta es la situación con información completa.

Si el regulador no conoce β , no será posible alcanzar el mismo nivel de bienestar que en el problema anterior. En este caso se está en presencia de asimetrías de información: β es información privada del operador. Lo que sí conoce el regulador es que β está en el intervalo

$$[\underline{\beta}, \bar{\beta}]$$

y que está caracterizada por una función de distribución de probabilidad $f(\beta)$. Si el operador es del tipo β_i , el regulador le ofrecerá una transferencia t_i que lo induzca a realizar el esfuerzo e_i . Con esta información, el problema que resuelve el regulador es el siguiente:

$$\max_{U_i, e_i} \int_{\underline{\beta}}^{\bar{\beta}} W(\beta) f(\beta) d\beta$$

$$s. a. U(\beta_i) \geq 0 \quad \forall \beta_i$$

Restricción de compatibilidad de incentivos

donde la restricción de compatibilidad de incentivos indica que si el operador es del tipo β_i , el operador elige realizar el nivel de esfuerzo asociado a su tipo y recibe la transferencia asociada a su tipo, en lugar de hacerse pasar por otro tipo.

Sea e_i^* la solución del problema anterior, la cual cumple con condiciones muy complejas que no se van a explicitar. Lo importante para este resumen es que dicha solución puede ser implementada con una transferencia lineal en los costos de operación: $t_i^* = a - bC$, donde a y b son funciones de todos los parámetros que se han definido.

En un extremo, si $b = 0$, entonces $t = a$, lo que corresponde a una transferencia fija (que no depende de los costos). En tal caso, el nivel de esfuerzo que el operador va a elegir es $e = 0$, porque no percibe ningún beneficio en realizar esfuerzo y reducir sus costos. Este es el contrato que se conoce como *cost-plus*. En el otro extremo, si $b = 1$, entonces $t = a - C$. En este caso, el operador se beneficia de cada unidad de

costo que ahorra producto de hacer esfuerzo. Este es el contrato que se conoce como *fixed-price*.

El contrato de Laffont y Tirole constituye un resultado más bien teórico. La transferencia óptima t_i^* es matemáticamente compleja de calcular y requiere mucha información. Rogerson (2003) hizo un aporte en esta línea al demostrar que, bajo ciertas condiciones matemáticas, los contratos *fixed-price* y *cost-plus* permiten alcanzar gran parte de la eficiencia del contrato óptimo. Por esta razón, y dada su simplicidad, los contratos de los extremos son usados ampliamente en la práctica. Ejemplos de ello son los sistemas de transporte urbano franceses e italianos (Gagnepain e Ivaldi, 2002; Margari et al., 2007; Piacenza, 2006; Roy e Yvrande-Billon, 2007).

El modelo expuesto en este subcapítulo da luces sobre cómo las asimetrías de información interfieren en la regulación de servicios públicos. Este es un problema que merece ser abordado en el caso particular del transporte público. Sin embargo, el modelo que considera esta tesis es más simple al no incorporar tal problema.

Los autores formulan esquemas de pago del tipo reembolso de costos. Este es un enfoque válido al problema de contratos de concesiones cuando el interés es estudiar los incentivos asociados a los costos. En esta tesis, en cambio, el problema es abordado desde una perspectiva operacional: interesa estudiar los efectos de los incentivos en la operación del sistema de transporte, tal como se enuncia en el capítulo 1. Además, los mercados de transporte tienen características económicas particulares que no son incluidas en los modelos más generales. El modelo formulado en esta tesis sí considera dichas características.

2.3 Economía del transporte público

A diferencia de otros bienes y servicios, el consumo de un servicio de transporte requiere del uso del tiempo de los usuarios para su provisión. Esta característica no es abordada por los trabajos descritos en el subcapítulo 2.2 ni por la teoría más general. Por lo tanto, se han desarrollado modelos propios de transporte para tratar con sus particularidades. Un trabajo revelador en esta línea es el de Mohring (1972), quien plantea la existencia de economías de escala en la provisión de servicios de transporte público, debido justamente al uso del tiempo de los usuarios.

A continuación, se presenta una versión simplificada del modelo tratado por Mohring, en sintonía con el modelo formulado en el capítulo 3.

Su trabajo considera un servicio de transporte público que opera con una frecuencia f , en veh/h, y tiene una demanda fija q , en pax/h. El costo de operar dicha frecuencia es $C_o f$, con C_o en \$/h. El tiempo promedio que un pasajero espera un vehículo del servicio es k/f , donde k es un parámetro asociado a la regularidad de las pasadas de los vehículos. Así, el costo del tiempo de espera de ese pasajero es $C_w k/f$, donde C_w es el valor social del tiempo de espera, en \$/h; y el costo total del tiempo de espera, es decir, de todos los pasajeros, es $C_w q k/f$.

El problema de optimización planteado es el de hallar la frecuencia que minimiza los costos totales, es decir, la suma del costo de los usuarios y del operador.

$$\min_f CT = C_w q k / f + C_o f$$

La condición de primer orden del problema anterior está dada por la ecuación (2.1).

$$\frac{\partial CT}{\partial f} = -C_w \frac{k}{f^2} q + C_o = 0 \quad (2.1)$$

Y la frecuencia óptima que deriva de (2.1) está dada por la ecuación (2.2).

$$f^* = \sqrt{\frac{C_E k q}{C_O}} \quad (2.2)$$

De (2.2) se observa que, por ejemplo, al aumentar la demanda al cuádruple, la frecuencia óptima (desde un punto de vista social) solo aumenta al doble. También se observa que dicha frecuencia aumenta con el aumento de C_W y con la disminución de C_O .

Jansson (1980) extiende el modelo de Mohring al considerar una función de costos del operador lineal en la capacidad C , en pax, de los vehículos: $C_1 + C_2 C$, donde C_1 es el costo fijo de operar la capacidad, es \$/h, y C_2 es el costo marginal, \$/pax-h. El autor también simplifica algunas características del servicio de Mohring. El modelo de Jansson se usa como base para formular el modelo presentado en el capítulo 3, en él se explicarán los detalles.

Posterior a Jansson, otros autores han formulado modelos más complejos que incorporan el diseño de los recorridos – que incluye aspectos como el número de paradas y ubicación de las paradas¹ – y el abarrotamiento de pasajeros en los vehículos (Jara-Díaz y Gschwender, 2005; Oldfield y Bly, 1988).

Los trabajos expuestos hasta ahora consideran una demanda inelástica o fija. Una mirada más completa del diseño de servicios de transporte implica modelar una curva de demanda elástica y una tarifa que pagan los usuarios. Otro elemento a incorporar en el análisis es la situación de financiamiento del operador y el subsidio que este podría requerir, con el debido costo social asociado. Algunos autores incluyen estos elementos, entre ellos Sun y Schonfeld (2015). Esta tesis también los incluye, en un modelo unificado y consistente con la teoría clásica, el cual sirve de base para otros estudios de economía del transporte público. Sin embargo, el

¹ Ya Mohring (1972) había incorporado el diseño de servicios con esos aspectos.

principal aporte de esta tesis a la modelación económica del área es la incorporación de esquemas de pago que dependen de variables operacionales.

2.4 Costos y eficiencia de contratos de transporte público

En el campo de la literatura empírica abundan los trabajos sobre concesiones de transporte público urbano. La mayoría de estos incluye la estimación de funciones de costo de sistemas de transporte y el cálculo de medidas de eficiencia. Si bien esta investigación es de carácter teórico, los trabajos empíricos también son relevantes, porque ayudan a definir el problema que se modela teóricamente. Por ejemplo, las nociones de subsidio o de eficiencia de los fondos públicos usadas en esta tesis son aportes de la literatura empírica. Algunos de estos trabajos están listados en la Tabla 2-1, con un breve resumen de su contenido.

Por un lado, autores como Dalen y Gómez-Lobo (2003), Margari et al. (2007), Piacenza (2006) y Roy e Yvrande-Billon (2007) estiman una función de costos para la industria de buses de sus países de estudio, y calculan el efecto de distintos esquemas regulatorios sobre dichos costos. Por otro lado, autores como Batarce y Galilea (2013b), Gagnepain e Ivaldi (2002) estiman una función de costo que incluye un parámetro de ineficiencia propio de cada operador/ciudad, y calculan la distorsión de costos de cada operador.

En otra línea, Batarce y Galilea (2013a) estiman funciones de costo para los operadores de Transantiago, con datos de los contratos previos a la renegociación de 2012. También estiman un modelo de demanda agregado y comparan distintos esquemas tarifarios. Mouwen y Van Ommeren (2016) muestran que, en los Países Bajos, la renegociación de contratos de transporte público ha reducido los costos de operación y el subsidio entregado por el estado.

Tabla 2-1: Resumen de algunos trabajos empíricos.

Autores	Resumen	Tipos de contrato considerados	Datos	País/ciudad de los datos
Batarce & Galilea (2013a)	Estiman funciones de costo para los operadores de Transantiago y una función de demanda agregada, con las que determinan la tarifa óptima bajo distintos niveles de subsidio.	-	Costo total, validaciones de tarjeta bip, kilómetros recorridos, número de líneas y precios del trabajo, del diésel y del dólar.	Santiago, Chile
Batarce & Galilea (2013b)	Estiman funciones de costo que incluyen un parámetro de ineficiencia y una variable de esfuerzo, estiman dicho parámetro y calculan la distorsión de costos de los operadores de Transantiago.	-	Costo total, kilómetros recorridos, número de líneas y precios del trabajo, del diésel y del dólar.	Santiago, Chile
Dalen & Gómez-Lobo (2003)	Estiman una función de costos para la industria de buses noruega y estudian el efecto de distintos	Renegociación, tipo yardstick, de subsidio techo.	Vehículos-kilómetro, costos laborales y número de horas trabajadas, gasto en combustible y volumen	Noruega

	esquemas regulatorios sobre dichos costos.		consumido, precio del capital (exógeno).	
Gagnepain & Ivaldi (2002)	Estiman una función de costo para los sistemas de transporte franceses, la cual incluye un parámetro de ineficiencia propio de cada operador/ciudad, y calculan la distorsión de costos de cada ciudad. Derivan expresiones para el contrato second-best y, para cada ciudad, comparan el bienestar social de este contrato con el real.	Pago fijo, reembolso de costos.	Asientos-kilómetro, costos totales, costos laborales y número de empleados (para calcular un precio del trabajo), gasto en materiales y número de buses (para calcular un precio de los materiales), inversión en capital ligero y número de viajes (para calcular un precio del capital ligero).	Francia
Margari et al. (2007)	Estiman funciones de costo para los gastos (inputs) de un sistema de transporte mediante un enfoque mixto DEA-SFA, y estudian el efecto de un esquema de pago fijo sobre esos costos.	Pago fijo, otros.	Asientos-kilómetro, gasto en choferes y otros empleados, gasto en combustible.	Italia
Mouwen & Van Ommeren (2016)	Muestran que, en los Países Bajos, la renegociación de	No distinguen tipos de contratos.	Costos operacionales, vehículos-hora, pasajeros-kilómetro,	Países Bajos

	contratos de transporte público ha reducido los costos de operación y el subsidio entregado por el estado.		subsidios, número de renegociaciones de los contratos.	
Piacenza (2006)	Estima una función de costos para el transporte público italiano, con la cual muestra que los sistemas con contratos de pago fijo se desvían menos del mínimo costo que los sistemas con contratos de reembolso de costos.	Pago fijo, reembolso de costos.	Asientos-kilómetro, costos laborales y número de empleados, gasto en combustible y volumen consumido, gasto en materiales y número de buses, capital (fijo en el corto plazo), velocidad comercial.	Italia
Roy & Yvrande-Billon (2007)	Muestran con datos de panel franceses que los operadores privados son más eficientes que los públicos, en términos de producción a menor costo, y que los contratos de pago fijo son más eficientes que los de reembolso de costos.	Costo neto, costo bruto y administración (reembolso de costos).	Vehículos-kilómetro, número de empleados, volumen de diésel consumido, número de vehículos, largo de la red, población.	Francia

2.5 Contratos de Transantiago

En los subcapítulos anteriores se analiza la bibliografía sobre la que está basada el modelo del capítulo 3. En el presente subcapítulo se relata la evolución de los contratos de Transantiago y se analizan los incentivos propios de cada etapa. Dicho análisis está basado en Gómez-Lobo y Briones (2014), y es una inspiración para formular los esquemas de pago presentados en el modelo.

Transantiago inició sus operaciones en febrero de 2007, poniendo fin a las “micros amarillas”, el antiguo sistema de transporte de Santiago (referencias en Díaz et al. 2004). El nuevo sistema cambió casi por completo el transporte público de la ciudad: se modificaron las mallas de recorridos, se estrenó una nueva forma de pago del pasaje, se implementó una integración tarifaria entre buses y metro, y se reformó el marco regulatorio de los operadores, entre otros aspectos. Los primeros meses de Transantiago fueron desastrosos (Muñoz et al., 2009), con mejoras paulatinas conforme se reformaron los contratos. Esa es la discusión que abarca el resto del subcapítulo.

Cuando parte Transantiago, el pago a los operadores estaba dado por $\rho_q \cdot q$, donde q es la cantidad de pasajeros transportados y ρ_q es el pago por pasajero. Este último era un valor que se ajustaba periodo a periodo (de pago) según una demanda referencial. Esta correspondía a la estimación de la demanda que hacía la autoridad. El ajuste realizado al pago por pasajero derivaba en que el riesgo de demanda del operador fuera mínimo: alrededor de 10%. Esto significa que, si de un periodo a otro la demanda disminuye un 20%, el ingreso del operador solo disminuye en 2%. De esta forma, en la práctica, el pago era fijo.

Los contratos iniciales también incluyeron multas por el no cumplimiento del plan operacional, pero estas no se cursaron porque el regulador no tenía los recursos ni la tecnología para medir las variables operacionales, por ende, dicho cumplimiento.

Así, con un pago fijo y sin la posibilidad de cobrar multas, el operador no tenía incentivos a recoger pasajeros ni a ofrecer un buen nivel de servicio. Esto explica los desastrosos primeros meses.

A mediados de 2007 se renegociaron los contratos. El pago a los operadores se modificó a: $PH \cdot \rho_q \cdot q$, donde PH es un indicador de plazas-hora, el cual se define como el cociente entre las plazas-hora ofrecidas por el operador y las estipuladas en el plan operacional. Esta vez la autoridad sí podía medir el indicador. También se aumentó el riesgo de demanda de 10% a 35%. Estos cambios mejoraron la calidad del servicio, pero no lo suficiente.

En 2008 se empezó a usar una nueva tecnología que permitía medir indicadores de cumplimiento de frecuencia y regularidad en rutas, y cobrar multas asociadas a ellos. En 2009 se llevó a cabo una segunda renegociación. El indicador de plazas-hora se modificó a uno de plazas-hora-kilómetro, PHK, que resultó en una mejor respuesta del operador para cumplir con las frecuencias del plan operacional. Al vincular las fórmulas de pago a variables operacionales, la calidad del servicio mejoró significativamente: mayor frecuencia, menores tiempos de espera y de viaje (ver Figura 2-1), pero nuevos problemas no tardaron en aparecer. Para más detalles sobre los indicadores y sus efectos en el desempeño de Transantiago, revisar Beltrán et al. (2013).

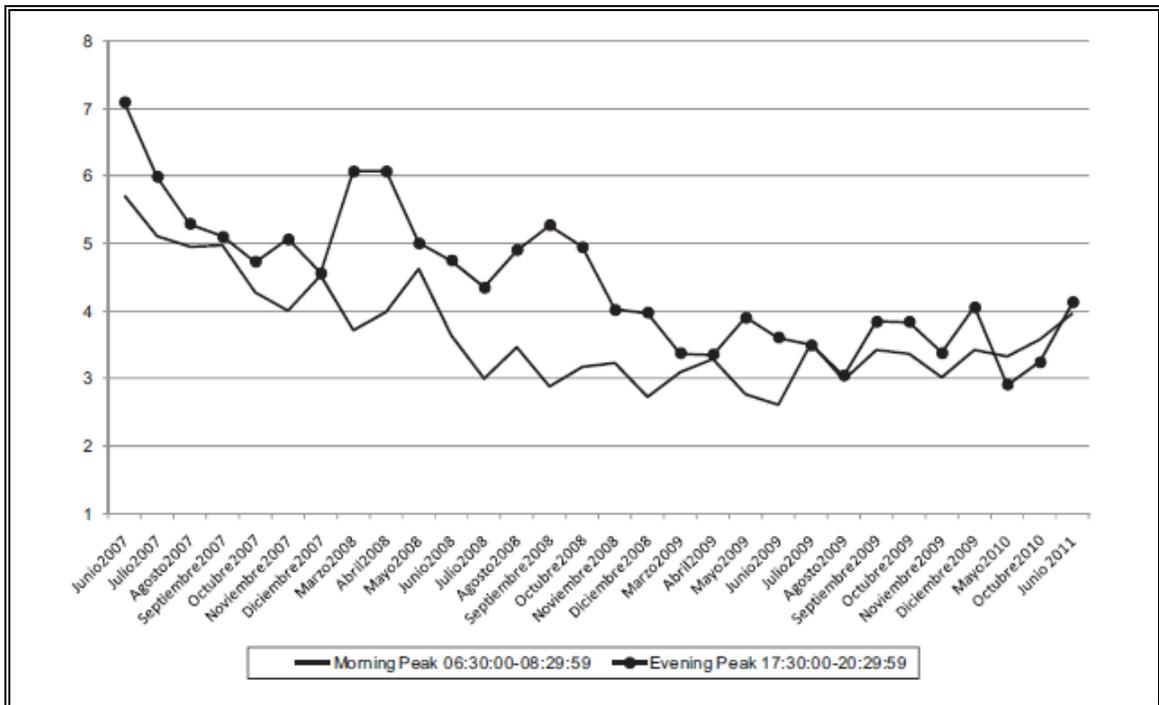


Figura 2-1: Evolución del tiempo de espera promedio (min) en periodos punta de días de semana. Extraído de Beltrán et al. (2013).

Al dar más peso a las variables operacionales en las fórmulas de pago, los operadores notaron que podían aumentar sus ingresos ofreciendo mayor frecuencia, pero sin recoger pasajeros. De esa forma aumentó la no-detención de buses en los paraderos. Tampoco se mejoraron los incentivos para controlar la evasión.

En 2012 ocurrió la tercera y más importante renegociación de los contratos. El pago a los operadores se modificó a la siguiente expresión: $\rho_q \cdot q + PHK' \cdot \rho_{km} \cdot km$, donde km son los kilómetros recorridos, ρ_{km} es el pago por kilómetro y PHK' es un indicador similar a PHK . El cálculo de ρ_q también se modificó con tal de aumentar el riesgo de demanda, pero no al 100%. Desde que se implementaron los nuevos contratos, el pago asociado al segundo término (kilómetros recorridos) corresponde al 30% de los ingresos de los operadores, en promedio entre los operadores.

La no detención de buses en paraderos continúa siendo un problema en el actual contexto regulatorio. Si bien el riesgo de demanda ha aumentado de una renegociación a otra, existen otros mecanismos que aseguran ingresos más o menos estables para los operadores. Aumentar el riesgo de demanda arbitrariamente no es una decisión trivial; se pone en juego la viabilidad financiera de las empresas y, por ende, la operación de todo el sistema. De ahí que hay que sopesar los beneficios y costos de modificar el marco regulatorio.

En el capítulo 3 se presenta un modelo que es formulado a partir de los trabajos analizados en el subcapítulo 2.3 sobre economía del transporte público. El modelo también incorpora algunas de las ideas presentadas en el subcapítulo 2.2 relativas a la información que posee el planificador sobre las empresas reguladas. Y el estudio específico sobre los contratos está basado en los conceptos discutidos en los subcapítulos 2.1 y 2.5 acerca de los esquemas de pago e incentivos en Transantiago.

3. MODELO

En este capítulo se presenta el modelo formulado para el análisis de los contratos e incentivos. En el subcapítulo 3.1 se definen los elementos que componen el modelo. En el subcapítulo 3.2 se modela el escenario del planificador o escenario primer mejor, el cual ignora el comportamiento utilitarista del operador. En el subcapítulo 3.3 se modela el escenario en que el operador toma sus propias decisiones, dadas ciertas regulaciones del planificador, y se analizan los incentivos que conducen a tales decisiones.

3.1 Definiciones

Considere un mercado de viajes en transporte público y una demanda $q(P)$ por realizar dichos viajes, en pax/h, la cual está distribuida uniformemente en el tiempo. P es el precio generalizado de un viaje, el cual incluye el pago de una tarifa y un costo por el tiempo de espera y tiempo de viaje del usuario. En este mercado opera un único servicio de transporte, el cual presenta una frecuencia de f veh/h.

El tiempo promedio de espera de un pasajero en una parada es k/f , donde k es un parámetro asociado a la regularidad de las pasadas de los vehículos. Por ende, el tiempo promedio de espera total, es decir, de todos los pasajeros, es qk/f . Similarmente, el tiempo de viaje total es $t_T q$, donde t_T es el tiempo de viaje de un pasajero, en horas.

El costo generalizado CG de realizar un viaje incluye el pago de la tarifa y los costos por tiempo de espera y tiempo de viaje del usuario. CG está dado por la ecuación (3.1),

$$CG = \tau + C_W \frac{k}{f} + C_T t_T \quad (3.1)$$

donde τ es la tarifa que paga cada usuario, en \$, C_W es el valor del tiempo de espera y C_T es el valor del tiempo de viaje, ambos en \$/h. En equilibrio, el costo generalizado es igual a la disposición a pagar de los usuarios, $P(q)$.

Los ingresos tarifarios del sistema serán τq , los cuales son recaudados por el regulador.

A partir de (3.1) y de la condición de equilibrio, se deriva la ecuación (3.2) para la tarifa.

$$\tau = P(q) - C_W \frac{k}{f} - C_T t_T \quad (3.2)$$

La literatura de costos de transporte público (Mohring, 1972; Jansson, 1980; Jara-Díaz y Gschwender, 2009) considera una demanda inelástica o fija. El modelo formulado en esta tesis se construye a partir de dicha literatura, añadiendo una demanda variable. En este sentido, la definición de demanda realizada en esta tesis es un aporte a la literatura en cuestión.

La provisión del servicio está a cargo de una sola empresa. El costo para ella de operar una flota de B vehículos de capacidad C pasajeros cada uno es $B(C_1 + C_2 C)$, donde C_1 es el costo fijo de operar un vehículo, en \$/h, y C_2 es el costo por unidad de capacidad, en \$/pax-h (Jansson, 1980). El operador recibe un pago ρ por la provisión del servicio. La utilidad del operador queda dada por la ecuación (3.3).

$$U = \rho - B(C_1 + C_2 C) \quad (3.3)$$

Si el pago al operador es mayor que los ingresos tarifarios del sistema, se requiere de un subsidio estatal para completar el pago. Un peso de subsidio tiene un costo para el estado de $1 + \lambda$, donde λ es el costo de los fondos públicos. Esta consideración es otro aporte de la tesis a la literatura mencionada en el párrafo anterior. La idea de un costo de los fondos públicos se origina en la distorsión que

generan los impuestos con los cuales se financia el subsidio. Los impuestos en los mercados generan pérdidas de eficiencia social.

Dadas las definiciones anteriores, se define la función de bienestar social de la ecuación (3.4),

$$W = \left[\int_0^q P(x)dx - \left(\tau - C_W \frac{k}{f} - C_T t_T \right) q \right] + [\rho - B(C_1 + C_2 C)] \quad (3.4)$$

$$-(1 + \lambda)(\rho - \tau q)$$

donde el primer paréntesis de corchete corresponde al excedente del consumidor, el segundo paréntesis al excedente del productor, y el término restante al costo social del subsidio. Vale notar que los valores del tiempo de espera y tiempo de viaje utilizados en la función de bienestar social son sociales: al modelar la demanda agregada del sistema es correcto usar valores sociales en lugar de valores subjetivos.

Reemplazando la ecuación (3.2) de la tarifa en la (3.4) y simplificando, se obtiene la ecuación (3.5).

$$W = \int_0^q P(x)dx - C_W \frac{k}{f} q - C_T t_T q - B(C_1 + C_2 C) \quad (3.5)$$

$$-\lambda \left(\rho - \left(P(q) - C_W \frac{k}{f} - C_T t_T \right) q \right)$$

La función de bienestar social definida permite modelar dos casos: cuando el pago al operador es mayor a los ingresos tarifarios del sistema y cuando no. El caso que interesa modelar en esta tesis es el primero, dado que, en la realidad, el transporte público es subsidiado la mayoría de las veces (Batarce y Galilea, 2013a; Gagnepain e Ivaldi, 2002; Gómez-Lobo y Briones, 2014; Mouwen y Van Ommeren, 2016; entre otros).

Respecto al segundo caso, se está diciendo que el sistema genera ingresos al planificador. Desde una perspectiva económica, esto ocurre cuando el valor del

tiempo de los usuarios es bajo, en relación al costo de los fondos públicos. Bajo estas condiciones, dado que el dinero es relativamente valioso, es mejor generar ingresos que disminuir los tiempos de los usuarios, en términos sociales. Este caso no será tratado en la presente tesis.

Otro caso que sí será modelado es aquel en que el pago al operador es igual a los ingresos del sistema, lo cual corresponde a un escenario *second-best* (o *first-best* según la definición del subcapítulo 2.2).

Si se hacen algunos supuestos sobre la operación del servicio, es posible obtener expresiones para el tamaño de flota y el tiempo de viaje. En particular, se usarán los términos propuestos por Jansson (1980) y Jara-Díaz y Gschwender (2009). Suponga que el servicio consiste en una línea circular que tiene un largo total de L kilómetros, y que los pasajeros viajan una distancia de l kilómetros de ella (con $l < L$). Respecto a la demanda, esta se distribuirá homogéneamente a lo largo de la línea. Suponga también que los vehículos tardan un tiempo de T horas en recorrer toda la línea, excluyendo las paradas, que cada pasajero tarda un tiempo de t horas en subir al vehículo y que el tiempo de subida domina al tiempo de bajada². Estos supuestos corresponden a los del corredor ideal, los cuales permiten simplificar la operación del servicio, con tal de centrarse en otros aspectos.

Con estos supuestos, el tiempo de ciclo t_c del sistema queda dado por $T + tq/f$, donde q/f es la cantidad de pasajeros que se sube a cada vehículo en su ciclo. Si se usa que $f = B/t_c$, se deriva la ecuación (3.6) para el tamaño de flota.

$$B = Tf + tq \quad (3.6)$$

Además, el tiempo de viaje que experimenta cada pasajero es la parte del tiempo de ciclo que corresponde a su viaje, es decir, la parte l/L del tiempo de ciclo. Así, el tiempo de viaje de cada pasajero queda dado por la ecuación (3.7).

² Esto significa que la subida y la bajada ocurren en paralelo, y que el tiempo de subida es mayor que el de bajada. Así, el único tiempo relevante es el de subida, porque el de bajada queda incluido en él.

$$t_T = \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) \quad (3.7)$$

Reemplazando la ecuación (3.6) en la (3.3) de la utilidad del operador, se obtiene la ecuación (3.8).

$$U = \rho - (Tf + tq)(C_1 + C_2C) \quad (3.8)$$

Y reemplazando las ecuaciones (3.6) y (3.7) en la (3.5) del bienestar social, se obtiene la ecuación (3.9).

$$W = \int_0^q P(x)dx - C_W \frac{k}{f} q - C_T \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) q - (Tf + tq)(C_1 + C_2C) \quad (3.9)$$

$$- \lambda \left(\rho - \left(P(q) - C_W \frac{k}{f} - C_T \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) \right) q \right)$$

3.2 Escenario *first-best*

El escenario *first-best* o escenario del planificador se define como aquel que tiene asociado el mayor bienestar social posible. Para que ello ocurra, el planificador debe tener toda la información del problema en cuestión y ser capaz de tomar todas las decisiones de producción. En el problema tratado en esta tesis, el planificador elige la demanda a servir (q), la frecuencia de operación del servicio (f), la capacidad de los vehículos (C) y el pago al operador (ρ). El problema también considera una restricción que caracteriza la operación del servicio y una restricción que asegura la viabilidad financiera del operador.

El problema de optimización es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{q, f, C, \rho} W \\ & \text{s. a. } \frac{q}{f} \frac{l}{L} \leq C \\ & \rho - (Tf + tq)(C_1 + C_2C) \geq 0 \end{aligned}$$

La primera restricción indica que la capacidad de los vehículos debe ser suficiente para que todos los pasajeros que están esperando en una parada puedan abordar el vehículo. La capacidad óptima va a ser la mínima donde quepa esa cantidad de pasajeros. La expresión está dada por la ecuación (3.10).

$$C^{FB} = \frac{q l}{f L} \quad (3.10)$$

Una capacidad mayor a la mínima solo aumenta los costos del operador; no hay un beneficio por mayor capacidad, según la definición de bienestar social dada en el subcapítulo anterior. Esta interpretación para la restricción es válida cuando la demanda es uniforme en el tiempo y espacio, tal como se definió anteriormente. Si la demanda fuera aleatoria, la restricción se podría interpretar como que la capacidad cubre la demanda media.

También se puede establecer que la restricción corresponde a una decisión de diseño sobre el servicio. Una política distinta sería exigir que los vehículos tengan una capacidad mayor a la capacidad mínima definida en el párrafo anterior. Aquello se podría implementar para que los pasajeros viajes más cómodos. Otra política sería permitir que los vehículos circulen sobrecargados.

La segunda restricción del problema indica que la utilidad del operador debe ser no negativa. De esta forma, el pago óptimo va a ser igual a los costos de operación. Un mayor pago solo implica mayor costo social, por concepto del subsidio. La expresión está dada por la ecuación (3.11).

$$\rho^{FB} = (Tf + tq)(C_1 + C_2C) \quad (3.11)$$

Reemplazando las ecuaciones (3.10) y (3.11) en la (3.9) del bienestar social, y simplificando, se obtiene la siguiente expresión:

$$W = \int_0^q P(x)dx - (1 + \lambda) \left(C_W \frac{k}{f} q + C_T \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) q \right) \\ - (1 + \lambda) (Tf + tq) \left(C_1 + C_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L} \right) + \lambda P(q)q$$

Y reordenando convenientemente para el álgebra que sigue, se obtiene la ecuación (3.12).

$$W = \int_0^q P(x)dx - (1 + \lambda) \left(C_W k + (C_T + C_2) \frac{l}{L} tq \right) \frac{q}{f} \quad (3.12) \\ - (1 + \lambda) \left((C_T + C_2) \frac{l}{L} T + tC_1 \right) q - (1 + \lambda) TC_1 f + \lambda P(q)q$$

La condición de primer orden para la frecuencia está dada por la ecuación (3.13).

$$\frac{\partial W}{\partial f} = (1 + \lambda) \left(C_W k + (C_T + C_2) \frac{l}{L} tq \right) \frac{q}{f^2} - (1 + \lambda) TC_1 = 0 \quad (3.13)$$

Y la frecuencia óptima que deriva de (3.13) está dada por la ecuación (3.14).

$$f^{FB} = \sqrt{\frac{q}{TC_1} \left(C_W k + (C_T + C_2) \frac{l}{L} tq \right)} \quad (3.14)$$

Reemplazando la ecuación (3.14) en la (3.12) del bienestar social y simplificando, se obtiene la ecuación (3.15).

$$W = \int_0^q P(x)dx - 2(1 + \lambda) \sqrt{TC_1 \left(C_W k + (C_V + C_2) \frac{l}{L} tq \right)} q \quad (3.15) \\ - (1 + \lambda) \left((C_T + C_2) \frac{l}{L} T + tC_1 \right) q + \lambda P(q)q$$

Finalmente, la condición de primer orden para la demanda está dada por la ecuación (3.16).

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial q} = P(q) - 2(1 + \lambda) \frac{\partial}{\partial q} \left(\sqrt{TC_1 \left(C_W k + (C_V + C_2) \frac{l}{L} tq \right) q} \right) \\ - (1 + \lambda) \left((C_T + C_2) \frac{l}{L} T + tC_1 \right) + \lambda \left(\frac{\partial P}{\partial q} q + P(q) \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Reordenando los términos de (3.16), se obtiene la ecuación (3.17),

$$\begin{aligned} \frac{P - \frac{\partial}{\partial q} \left(2 \sqrt{TC_1 \left(C_W k + (C_T + C_2) \frac{l}{L} tq \right) q} \right) - \left((C_T + C_2) \frac{l}{L} T + tC_1 \right)}{P} \\ = \frac{\lambda}{1 + \lambda \eta_q^P} \end{aligned} \quad (3.17)$$

donde

$$\eta_q^P = - \frac{\partial q}{\partial P} \frac{P}{q}$$

corresponde a la elasticidad precio de la demanda. La ecuación (3.17) es similar a la condición de Ramsey multiproducto, pero este caso es de un solo producto. Al lado izquierdo se pueden identificar el precio y, en negativo, el costo marginal; al lado derecho el deflactor asociado a λ y la elasticidad precio de la demanda. Era esperable que surgiera esta condición dada la restricción de utilidad del operador. La principal diferencia de este problema con el de Ramsey es que λ no es el precio sombra de la utilidad, sino que es un parámetro definido previo a la optimización; en otras palabras, es una variable exógena.

Sea q^{FB} la demanda que cumple con la ecuación (3.16) o (3.17). De (3.17) se puede determinar cómo cambia q^{FB} ante la variación de un parámetro, *ceteris paribus*. Por ejemplo, si se asume una demanda lineal, se puede hacer un análisis en torno a la variación de la pendiente y el intercepto de la recta. Por un lado, si la pendiente de la curva de demanda aumenta, en valor absoluto, q^{FB} disminuye. Por otro lado, si el intercepto de la demanda aumenta, q^{FB} también aumenta. Otro parámetro sujeto a

análisis es λ : si aumenta, q^{FB} también. En el capítulo 4 se muestran algunos resultados numéricos al respecto.

3.3 Escenario del operador

El escenario del operador se caracteriza por ser este quien toma las decisiones de producción, en busca de maximizar su propia utilidad. En el caso particular de este problema, el operador elige la demanda a servir, la frecuencia de operación del servicio y la capacidad de los vehículos. Al planificador restan solamente las decisiones de regulación: el pago al operador y la tarifa (τ) que pagan los usuarios por el servicio. En el escenario *first-best* la tarifa se deriva a partir de las otras variables del problema. En cambio, en este escenario, dado que hay decisiones que son de atribución del operador, la tarifa debe ser fijada.

El bienestar social en el escenario del operador es menor que en el *first-best*. Hay una restricción asociada al comportamiento del operador que desvía la solución del óptimo social. El objetivo de la regulación que impone el planificador es alcanzar el mayor bienestar social posible, dado el comportamiento del operador.

A pesar de que el planificador no toma todas las decisiones, se asume que este tiene toda la información del servicio y de los costos del operador. Este es un supuesto clave, que permite formular el problema de optimización que se muestra más adelante de forma similar al problema *first-best*. De lo contrario, habría que formular un modelo distinto para tratar estas situaciones. En particular, respecto a los costos del operador, en la realidad es difícil que regulador conozca los verdaderos costos del operador. Esta situación es una fuente de información asimétrica, tal como se discute en el capítulo 2. Tal problema no será tratado en esta tesis, pero surge como una extensión natural a ella.

Antes de mostrar el problema de optimización, se definirá la forma funcional del pago ρ . En el escenario *first-best* solo se determina la cantidad de pago óptima. En cambio, en el escenario del operador, la función de pago altera las elecciones del operador según la expresión que adopta; por eso se debe definir. La forma funcional usada en esta tesis está inspirada en los contratos actuales de Transantiago. Como se menciona en el capítulo 2, el pago en Transantiago es lineal en los pasajeros transportados y en los kilómetros recorridos.

Dado que la frecuencia y la capacidad fueron definidas como las variables de operación del servicio, se usan dichas cantidades para modelar el pago, en lugar de los kilómetros recorridos. En un corredor ideal, estos últimos son directamente proporcionales a la frecuencia y a la capacidad, por lo que el enfoque de modelación es equivalente. En concreto, el esquema de pago toma la expresión dada por la ecuación (3.18),

$$\rho = \rho_f f + \rho_q q \quad (3.18)$$

donde ρ_f es el pago por veh/h despachados (o pago por frecuencia) y ρ_q es el pago por pasajero transportado.

El problema de optimización del escenario del operador se formula en dos niveles. El segundo nivel, o problema del operador, corresponde a la elección que hace este y considera dos restricciones. La primera restricción es la de operación del servicio, igual a la del problema *first-best*. La segunda restricción corresponde a la condición de equilibrio. La formulación matemática del problema del operador es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{q, f, C} U \\ & \text{s. a. } \frac{q}{f} \frac{l}{L} \leq C \\ & \tau = P - C_w \frac{k}{f} - C_T \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) \end{aligned}$$

La segunda restricción también se puede asociar a la tarifa que fija el regulador: indica que la elección del operador respecto a la demanda y a la frecuencia está supeditada a esta tarifa. El mercado potencial del servicio de transporte está definido por la curva de demanda, y el operador solo puede tomar sus decisiones en función de ella.

El primer nivel del problema que resuelve este escenario, o problema del planificador, corresponde a la elección de este sobre la regulación del servicio. El planificador anticipa las decisiones de producción que va a tomar el operador ante cierto esquema regulatorio. Tales decisiones quedan en función de la regulación. El planificador también debe asegurar la viabilidad financiera del operador, al igual que en el problema *first-best*. La formulación matemática del problema del planificador es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{\rho_q, \rho_f, \tau} W \\ \text{s. a. } & q = q^0(\rho_q, \rho_f, \tau) \\ & f = f^0(\rho_q, \rho_f, \tau) \\ & C = C^0(\rho_q, \rho_f, \tau) \\ & U \geq 0 \end{aligned}$$

donde q^0 , f^0 y C^0 son la solución de q , f y C en el problema del operador.

En el segundo nivel, las variables de regulación se consideran dadas. Esto es, el operador toma sus decisiones de producción asumiendo que las variables de regulación toman algún valor constante. En el primer nivel, el planificador elige el esquema regulatorio que maximiza el bienestar social, sabiendo cómo va a elegir el operador. Para que eso ocurra, el supuesto de que el planificador conoce toda la información del servicio y de los costos del operador es fundamental.

Este problema en dos niveles también se puede interpretar como un problema secuencial: en primer lugar, el planificador elige la regulación y el operador la

observa; en segundo lugar, el operador elige la producción del sistema de transporte. Estos problemas se resuelven con el método de inducción hacia atrás, que es exactamente lo que se hace en esta tesis.

Se parte resolviendo el segundo nivel. La capacidad óptima es, al igual que en el problema *first-best*, la mínima en la que caben todos los pasajeros que están esperando en una parada. La expresión está dada por la ecuación (3.19).

$$C^o = \frac{q}{f} \frac{l}{L} \quad (3.19)$$

Reemplazando la ecuación (3.19) en la (3.8) de la utilidad del operador, se obtiene la ecuación (3.20).

$$U = \rho - (Tf + tq) \left(C_1 + C_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L} \right) \quad (3.20)$$

La función lagrangeana del problema restante está dada por la ecuación (3.21),

$$\mathcal{L} = U + \mu \left(\tau - P + C_W \frac{k}{f} + C_T \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) \right) \quad (3.21)$$

donde μ es el multiplicador asociado a la restricción de tarifa, el cual se puede interpretar como la utilidad marginal de la tarifa, y su signo es negativo.

La condición de primer orden para la demanda está dada por la ecuación (3.22).

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \rho_q - TC_2 \frac{l}{L} - tC_1 - 2tC_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L} + \mu \left(-\frac{\partial P}{\partial q} + C_T \frac{l}{L} t \frac{1}{f} \right) = 0 \quad (3.22)$$

Para interpretar esta condición, los signos de cada término son un primer indicio. Estos indican si un término representa un beneficio o un costo. Solo el primer término es positivo, mientras que los demás son negativos (recordar que $\mu < 0$ y $\partial P / \partial q < 0$). Hecha esta distinción, la interpretación de cada término se explica a continuación.

Por un lado, ρ_q corresponde al beneficio de transportar un pasajero más, debido al pago adicional. Por otro lado, los términos restantes corresponden al costo de transportar un pasajero más, el cual se atribuye a dos conceptos: mayor costo de operación y mayor costo por aumento del nivel de servicio para atraer mayor demanda. Dichos conceptos, a su vez, se atribuyen a efectos individuales que se explican a continuación.

El segundo, tercer y cuarto término de la ecuación (3.22) corresponden al mayor costo por concepto de operación. Estos términos se pueden reescribir según la ecuación (3.23).

$$TC_2 \frac{l}{L} + tC_1 + 2tC_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L} = t \left(C_1 + C_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L} \right) + C_2 \frac{l}{L} \left(T + t \frac{q}{f} \right) \quad (3.23)$$

Dicha reescritura permite distinguir los dos efectos involucrados en el mayor costo de operación. El primer término del lado derecho corresponde al costo por mayor tiempo de circulación, y el segundo término del lado derecho corresponde al costo por mayor capacidad del sistema.

Al recoger un pasajero más, el vehículo se detiene t horas más en el paradero de ese pasajero. Es decir, el tiempo de ciclo aumenta en t . De esta forma, el costo de circular esas t horas adicionales es t veces el costo de operación, tal como muestra el primer término del lado derecho de la ecuación (3.23).

Además, para transportar un pasajero más, la capacidad de los vehículos debe aumentar en una unidad (recordar que la restricción de capacidad está activa). Dicha unidad se requiere por un tiempo determinado; en este caso, el tiempo de viaje de ese pasajero adicional, t_T . De esta forma, el costo de la capacidad extra es t_T veces el costo, en \$/pax-h, de una unidad de capacidad, tal como muestra el segundo término del lado derecho de la ecuación (3.23). Esto no quiere decir que la capacidad del vehículo cambia durante su trayecto; la capacidad de los vehículos es fija una vez determinada, pero en el análisis marginal surge la distinción del tiempo asociado

a un pasajero. Vale notar que, para aumentar la “capacidad del sistema”, aumentar la frecuencia del servicio es equivalente a aumentar la capacidad de los vehículos.

El quinto término de la ecuación (3.22) corresponde al mayor costo por concepto de aumento del nivel de servicio (frecuencia). El término en cuestión se puede separar según la ecuación (3.24).

$$\mu \left(-\frac{\partial P}{\partial q} + C_T \frac{l}{L} t \frac{1}{f} \right) = -\mu \frac{\partial P}{\partial q} + \mu C_T \frac{l}{L} t \frac{1}{f} \quad (3.24)$$

El primer término del lado derecho corresponde al costo por mayor frecuencia para captar un pasajero más, y el segundo término del lado derecho corresponde al costo por mayor frecuencia para paliar el aumento del tiempo de viaje.

Para que un pasajero decida usar el servicio de transporte, debe estar dispuesto a pagar su precio total: la tarifa, el tiempo de espera por un vehículo y el tiempo de viaje en él. Dicha disposición a pagar disminuye con la demanda (por la definición de una curva de demanda). Así, para que el operador logre captar un pasajero más, debe disminuir el costo medio del usuario. Para ello puede aumentar la frecuencia del servicio, con tal de que el pasajero espere menos tiempo. Dicho aumento de frecuencia tiene un costo, en términos de la curva de demanda, dado por el primer término del lado derecho de la ecuación (3.24).

Además, cuando se recoge a un pasajero adicional, el tiempo de viaje de los pasajeros que ya van el vehículo aumenta, al estar este detenido más tiempo. Y al aumentar el tiempo de viaje, aumenta el costo medio del usuario. Para paliar dicho aumento de costo, el operador puede ofrecer una mayor frecuencia, al igual que en el caso anterior. Esa mayor frecuencia tiene un costo dado por el segundo término del lado derecho de la ecuación (3.24).

De (3.22) también se puede inferir algo sobre el efecto de $\partial P/\partial q$ (la pendiente de la curva de demanda) en la solución del problema. Si $|\partial P/\partial q|$ aumenta, los términos

que contienen q y f deben disminuir para mantener la igualdad. Para que ello ocurra hay dos opciones: q puede disminuir o f puede aumentar. En ambos casos la utilidad del operador disminuye. Si $|\partial P/\partial q|$ disminuye, ocurre lo contrario. Este es un análisis parcial: el efecto total de $\partial P/\partial q$ sobre la solución del problema solo se puede ver en las expresiones óptimas o numéricamente.

La condición de primer orden de la frecuencia está dada en la ecuación (3.25).

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f} = \rho_f - TC_1 + tC_2 \left(\frac{q}{f}\right)^2 \frac{l}{L} + \mu \left(-C_W \frac{k}{f^2} - C_T \frac{l}{L} t \frac{q}{f^2}\right) = 0 \quad (3.25)$$

Solo el segundo término de la ecuación es negativo, mientras que los demás son positivos. La interpretación de cada término se explica a continuación.

Por un lado, TC_1 corresponde al costo de producir una unidad más de frecuencia (costo marginal de la frecuencia). Por otro lado, los términos restantes corresponden al beneficio de producir una unidad más de frecuencia (beneficio marginal de la frecuencia), el cual se atribuye a dos conceptos: menor costo de operación y mayor beneficio por la demanda que atrae un mayor nivel de servicio. Dichos conceptos, a su vez, se atribuyen a efectos individuales que se explican a continuación.

El primer término de la ecuación (3.25) corresponde al beneficio por el pago adicional. El tercer término corresponde al menor costo de operación por disminución de capacidad de los vehículos y tiempo de circulación. Al aumentar la frecuencia, son menos los pasajeros que se “acumulan” en los paraderos cuando llega un vehículo. Así, la capacidad mínima de los vehículos puede disminuir (recordar que se asume que todos los pasajeros abordan el vehículo). Y de la misma forma, el tiempo de detención en cada paradero disminuye; es decir, el tiempo de ciclo disminuye. Por ende, el costo de operación también disminuye. El análisis es similar al del pasajero marginal, expuesto anteriormente.

El cuarto término de la ecuación (3.25) corresponde al beneficio por la demanda extra que capta una unidad adicional de frecuencia. Al aumentar la frecuencia, disminuyen los tiempos de espera y de viaje, es decir, disminuye el costo medio del usuario. Esto significa que más usuarios van a optar por el servicio, hasta que el precio total alcance su nuevo equilibrio.

De (3.22) y (3.25) también se puede decir algo sobre los rangos de ρ_q y ρ_f . Si bien son variables del problema y su valor óptimo se puede determinar, vale notar que sus rangos están restringidos, y que tales restricciones tienen una explicación económica.

Respecto a (3.25), si $\rho_f > TC_1$, el lado izquierdo de la ecuación será positivo. Esto significa que la frecuencia óptima tenderá a infinito (porque $\partial\mathcal{L}/\partial f > 0$). En términos económicos, dado que el pago por frecuencia (ρ_f) es mayor que el costo de ofrecer dicha frecuencia (TC_1), el operador elegirá ofrecer una frecuencia infinita.

Para que la ecuación se cumpla, es decir, para que la solución del problema sea interior, una condición necesaria es que la desigualdad se invierta. Pero ella no es suficiente, ya que hay otros términos (que dependen de las variables q y f) que componen la ecuación. Una manera de expresar la condición suficiente es: $\rho_f < TC_1 - \epsilon_f$, donde $\epsilon_f > 0$.

Respecto a (3.22), si $\rho_q < TC_2 l/L + tC_1$, el lado izquierdo de la ecuación será negativo. Esto significa que la demanda óptima será cero (porque $\partial\mathcal{L}/\partial q < 0$), lo cual también se puede interpretar como que el operador no va a recoger pasajeros. En términos económicos, si la desigualdad se cumple, la utilidad del operador será negativa (porque $\rho_f < TC_1 - \epsilon_f$), por lo que no ofrecerá el servicio. Para que la ecuación (3.22) se cumpla, una condición necesaria, pero no suficiente, es que la

desigualdad se invierta. Una manera de expresar la condición suficiente es: $\rho_q > TC_2 l/L + tC_1 + \epsilon_q$, donde $\epsilon_q > 0$.

Despejando $-\mu$ de (3.22) y (3.25) e igualando tales despejes, se obtiene la ecuación (3.26).

$$-\mu = \frac{\rho_q - TC_2 \frac{l}{L} - tC_1 - 2tC_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L}}{-\frac{\partial P}{\partial q} + C_T \frac{l}{L} t \frac{1}{f}} = \frac{\rho_f - TC_1 + tC_2 \left(\frac{q}{f}\right)^2 \frac{l}{L}}{-C_W \frac{k}{f^2} - C_T \frac{l}{L} t \frac{q}{f^2}} \quad (3.26)$$

Reordenando (3.26), se obtiene la ecuación (3.27).

$$\frac{\rho_q - TC_2 \frac{l}{L} - tC_1 - 2tC_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L}}{\rho_f - TC_1 + tC_2 \left(\frac{q}{f}\right)^2 \frac{l}{L}} = \frac{-\frac{\partial P}{\partial q} + C_T \frac{l}{L} t \frac{1}{f}}{-C_W \frac{k}{f^2} - C_T \frac{l}{L} t \frac{q}{f^2}} \quad (3.27)$$

La ecuación (3.27) se muestra gráficamente en la Figura 3-1. El lado izquierdo de la ecuación corresponde la pendiente de las curvas de indiferencia (U_0 en la figura), y el lado derecho es la pendiente de las curvas de igual tarifa (τ_0 en la figura). En el óptimo ambas pendientes son iguales, tal como se muestra en la figura.

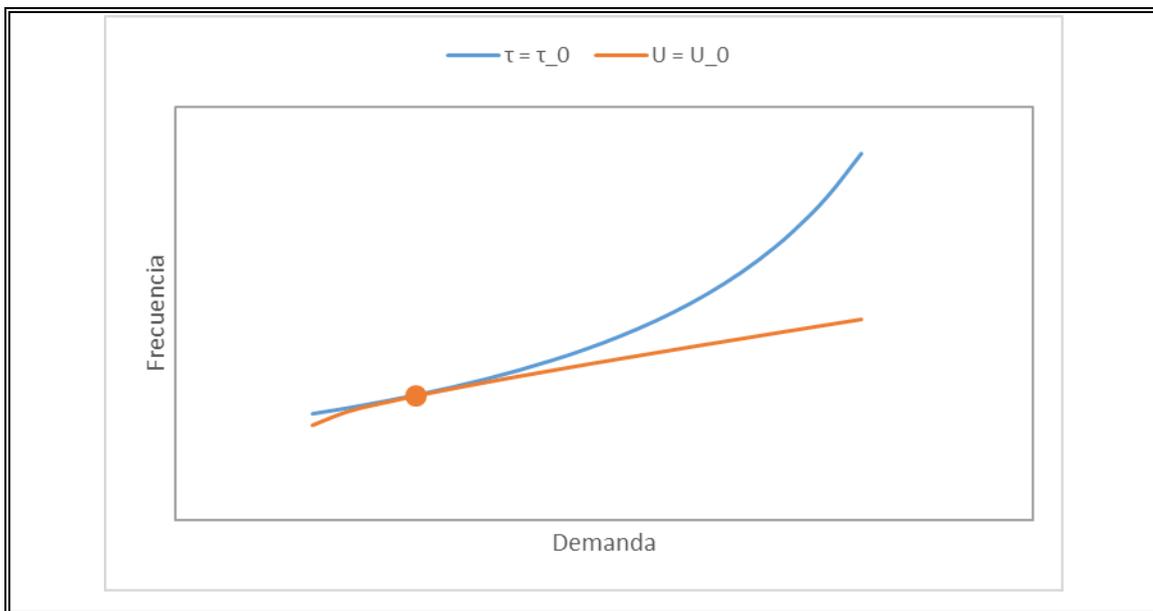


Figura 3-1: Solución óptima del problema del operador.

Cabe destacar que la utilidad aumenta en la diagonal abajo-derecha, es decir, con el aumento de la demanda y la disminución de la frecuencia. Esto se debe a que el pago por frecuencia es menor al costo de proveer esa frecuencia, como se explicó anteriormente.

La tasa marginal de sustitución entre q y f está dada en la ecuación (3.27).

$$TMS_{q,f} = - \frac{\rho_q - TC_2 \frac{l}{L} - tC_1 - 2tC_2 \frac{q}{f} \frac{l}{L}}{\rho_f - TC_1 + tC_2 \left(\frac{q}{f}\right)^2 \frac{l}{L}} \quad (3.27)$$

Llegado a este punto, lo que resta es resolver el sistema de tres ecuaciones dadas por las condiciones de primer orden. Sin embargo, este sistema no tiene una solución explícita, es decir, el problema del operador no se puede resolver de forma analítica. Por ende, tampoco se puede resolver el problema del planificador ni hacer un análisis en torno a sus variables. No obstante, en el capítulo 4, el problema completo se resuelve numéricamente. Todo el análisis que no se pudo hacer en este capítulo se hará en el siguiente.

Por otro lado, si se considera un modelo más simple que el presentado en este capítulo, es posible resolver parte del problema en forma analítica y estudiar el comportamiento de sus variables. En el Anexo A se presenta dicho modelo, cuyos resultados más decisivos se describen a continuación.

Si $P = a - bq$, la frecuencia del operador es decreciente en b . En los extremos, si b tiende a cero (demanda elástica), la frecuencia tiende a infinito; mientras que si b tiende a infinito (demanda inelástica), la frecuencia tiende a cero. Otro resultado es que la tarifa óptima es creciente en a y decreciente en b . En los extremos, si b tiende a cero, $\tau \rightarrow \lambda(a + \rho_q)/(1 + 2\lambda)$; mientras que si b tiende a infinito, $\tau < 0$. En relación a la demanda del operador, esta es creciente en a , pero respecto a b el movimiento no es claro. Lo único que se puede decir es que si b tiende a cero, la demanda tiende a infinito; mientras que si b tiende a infinito, la demanda converge a algún valor.

4. SIMULACIÓN Y RESULTADOS

En este capítulo se simulan valores para los parámetros del modelo y se resuelven los problemas planteados en el capítulo anterior. En el subcapítulo 4.1 se simula el escenario *first-best* en dos casos: cuando los fondos públicos no tienen costo, es decir, $\lambda = 0$; y cuando sí lo tienen: $\lambda > 0$. En el subcapítulo 4.2 se simula el escenario del operador y se analiza la forma de su solución. En el subcapítulo 4.3 se muestra la solución óptima de los escenarios, obtenida a partir de los valores simulados, y se comparan. También se muestra la solución asociada a los esquemas de los “extremos”. En el subcapítulo 4.4 se analiza el cambio en la solución óptima del problema ante la variación de algunos parámetros.

En la Tabla 4-1 se muestran los valores usados para los parámetros de la función de costos del operador y del corredor ideal. Dichos valores están basados en los que usan Jara-Díaz y Gschwender (2009).

Tabla 4-1: Valores usados en la simulación.

C_1 (\$/h)	5000
C_2 (\$/pax-h)	100
l (km)	10
L (km)	60
t (h)	0,00139
T (h)	3
C_W (\$/h)	2200
C_T (\$/h)	740
k	0,5

Respecto a los costos del operador, los valores utilizados permiten replicar la estructura de costos de la industria del transporte en Chile. En dicha industria, los costos por concepto de combustible corresponden, aproximadamente, al 35%; los costos por concepto de mano de obra, mantenimiento y otros servicios corresponden al 50% y los costos por servicios financieros al 10%. Estas cifras provienen del Índice de Costos de Transporte publicado

por el INE (2016). El costo de combustible es un proxy del costo variable en la capacidad de los vehículos (C_2C), y el costo por mano de obra y mantención es un proxy de los costos fijos (C_1). En la solución óptima del problema (mostrada en el subcapítulo 4.3), los costos fijos y variables se distribuyen en porcentajes similares a los indicados anteriormente.

Respecto a los parámetros del servicio, los valores utilizados son representativos de Santiago, eran los “conocidos” en el momento de la elaboración del *paper* (Gschwender, 2017). Los valores sociales del tiempo son calculados año a año por la entidad gubernamental correspondiente.

La función de demanda inversa considerada es de forma lineal, la cual es simple y permite que la demanda sea variable. Por ende, sirve para el análisis. Expresiones no lineales complejizan la resolución del problema y no entregan nuevas luces sobre él. La expresión considerada es la siguiente: $P = 1200 - 0,1q$.

La literatura indica valores para la elasticidad precio total de la demanda y con respecto a la tarifa, en el corto y largo plazo, entre -0,1 y -1 (de Rus Mendoza et al., 2003; Litman, 2004; Road Research Laboratory, 1980; entre otros). Es decir, no hay resultados robustos al respecto. Con los valores utilizados para la función de demanda, la elasticidad precio (total) en el punto dado por la solución óptima está alrededor de -0,9; el cual es un valor que se encuentra dentro del rango descrito. De todas formas, en el subcapítulo 4.3 se realiza un análisis de sensibilidad para los parámetros de la demanda, el cual otorga flexibilidad a los valores escogidos.

4.1 Simulación del escenario *first-best*

En este subcapítulo se simulan dos casos: $\lambda = 0$ y $\lambda = 0,05$. Respecto al primer caso, plantear que los fondos públicos tienen costo cero no es real, pero se simula con dos propósitos. El primero es comparar los resultados obtenidos con los de la literatura de costos de transporte público (Mohring, 1972; Jansson, 1980; Jara-Díaz

y Gschwender, 2009), que no consideran el costo de los fondos públicos. El segundo propósito es aislar el efecto de λ en la forma de la solución.

En la Figura 4-1 se muestra la simulación del escenario *first-best* en el caso $\lambda = 0$, en términos de la demanda; una figura clásica en economía del transporte público.

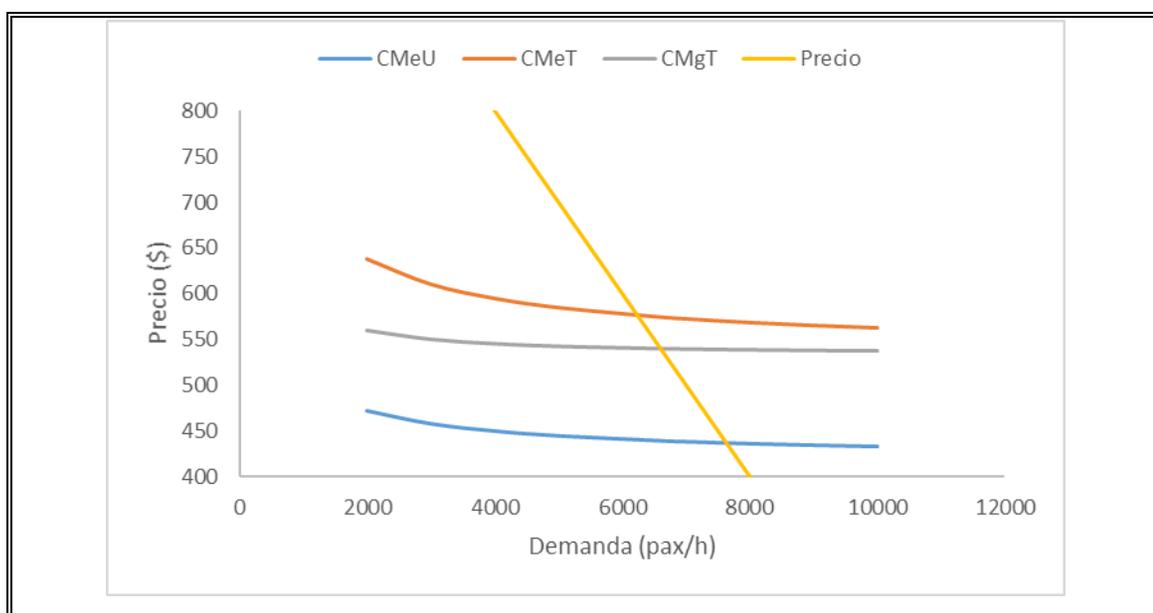


Figura 4-1: Escenario *first-best* cuando $\lambda = 0$.

Se observa que los costos medios del usuario (CMeU) y total (CMeT) son decrecientes en todo el rango de interés, por ende, el costo marginal total (CMgT) también lo es. La demanda óptima está determinada por la intersección del precio con el costo marginal total. Dado que dicha intersección está por debajo del costo medio total, se requiere un subsidio para que el sistema opere en ese punto.

En la Figura 4-2 se muestra la simulación del escenario *first-best* en el caso $\lambda = 0,05$, comparable con el caso anterior.

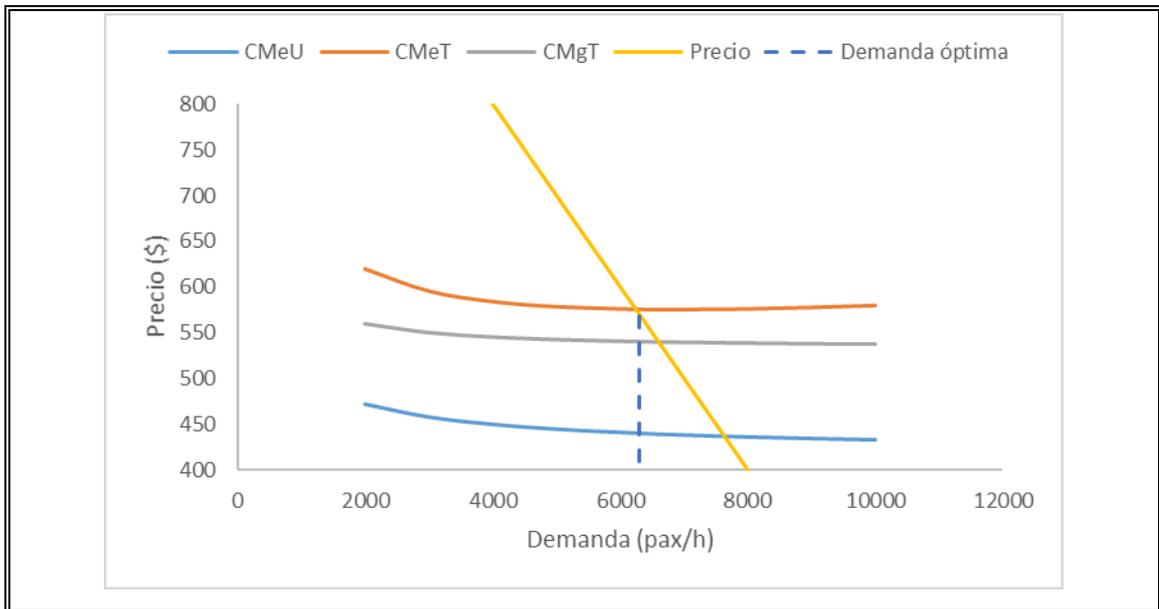


Figura 4-2: Escenario *first-best* cuando $\lambda = 0,05$.

Se observa que los costos medio y marginal ya no son decrecientes en todo el rango de interés, como en el caso anterior, sino que son crecientes a partir de cierto nivel de demanda. Esto se debe a que el subsidio tiene un costo social, el cual se suma a los costos del operador y del usuario, y que es creciente en la demanda. La demanda óptima es menor a la del caso $\lambda = 0$, por la misma razón esgrimida anteriormente, pero mayor al nivel determinado por la intersección del precio con el costo medio total, debido a que es posible optar a un subsidio. El subsidio óptimo es menor que en el caso $\lambda = 0$.

También se puede observar cómo cambian las curvas graficadas y, por ende, la solución óptima ante la variación de un parámetro, *ceteris paribus*. Por ejemplo, al desplazar la curva de demanda (precio) hacia arriba, la demanda óptima aumenta. Tal desplazamiento corresponde a un aumento en el intercepto de la curva de demanda. Algunos resultados numéricos para estas variaciones se muestran en el subcapítulo 4.3.

4.2 Simulación del escenario del operador

En este subcapítulo se simula el escenario del operador completo, es decir, el problema del operador o del segundo nivel, y el problema del planificador o del primer nivel. El análisis presentado considera la solución del problema del operador – la demanda óptima y la frecuencia óptima – en función de las variables de regulación, las cuales se toman como dadas, tal como se explica en el capítulo 3. Junto a la solución del operador se analizan las medidas agregadas de utilidad y bienestar social. El valor de λ utilizado es 0,05.

En el capítulo anterior también se menciona que los rangos de ρ_q y ρ_f están acotados. En particular, si $\rho_f > TC_1 = 15000$, el problema del operador no tiene solución interior (ni converge). El rango utilizado para ρ_f es $[0, 14000]$. En el caso de ρ_q , si $\rho_q < TC_2l/L + tC_1 = 56,94$, el problema no tiene solución interior. El rango utilizado para ρ_q es $[100, 200]$.

En la Figura 4-3 se muestra la demanda óptima del operador ante distintos niveles de ρ_q y ρ_f , para una tarifa de 150.

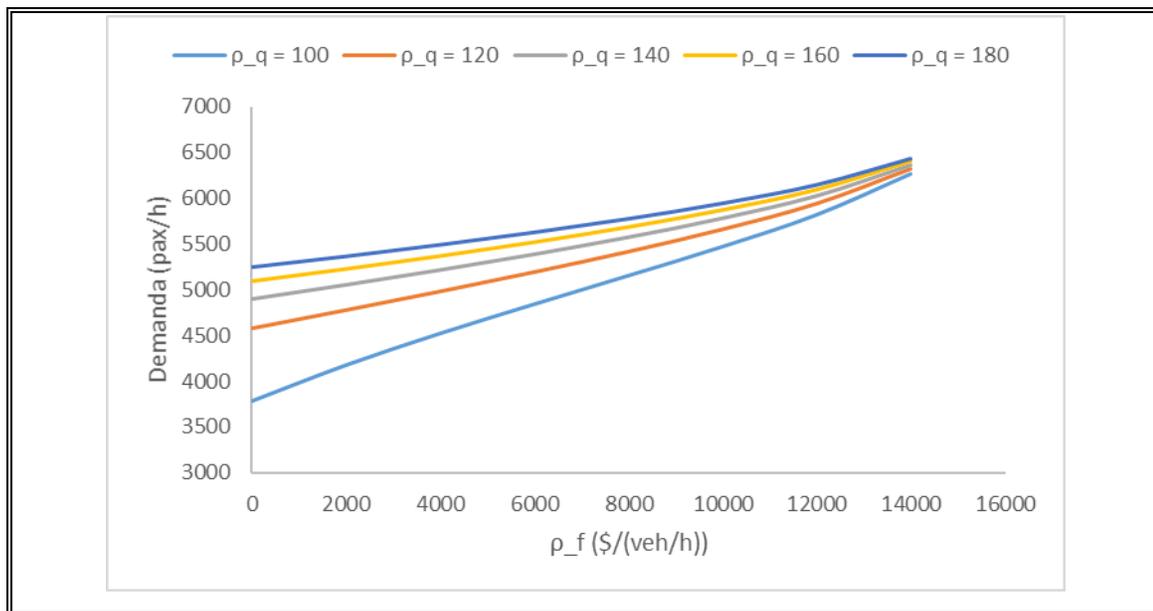


Figura 4-3: Demanda óptima del operador cuando $\tau = 150$.

Se observa que la demanda óptima del operador aumenta tanto con ρ_f como con ρ_q . A medida que aumenta el valor de ρ_f , la demanda óptima determinada por distintos valores de ρ_q son más cercanas entre sí. Esto implica que, cuando el pago por frecuencia es alto, aumentar el pago por pasajero no cambia mucho el número de pasajeros recogidos. Por ende, cuando el pago por frecuencia es alto, aumentar el pago por pasajero implica principalmente un mayor gasto de fondos públicos. En ese sentido, hay esquemas de pago más eficientes que otros en términos de costos.

En la Figura 4-4 se muestra la demanda óptima del operador ante distintos niveles de tarifa, para $\rho_q = 100$.

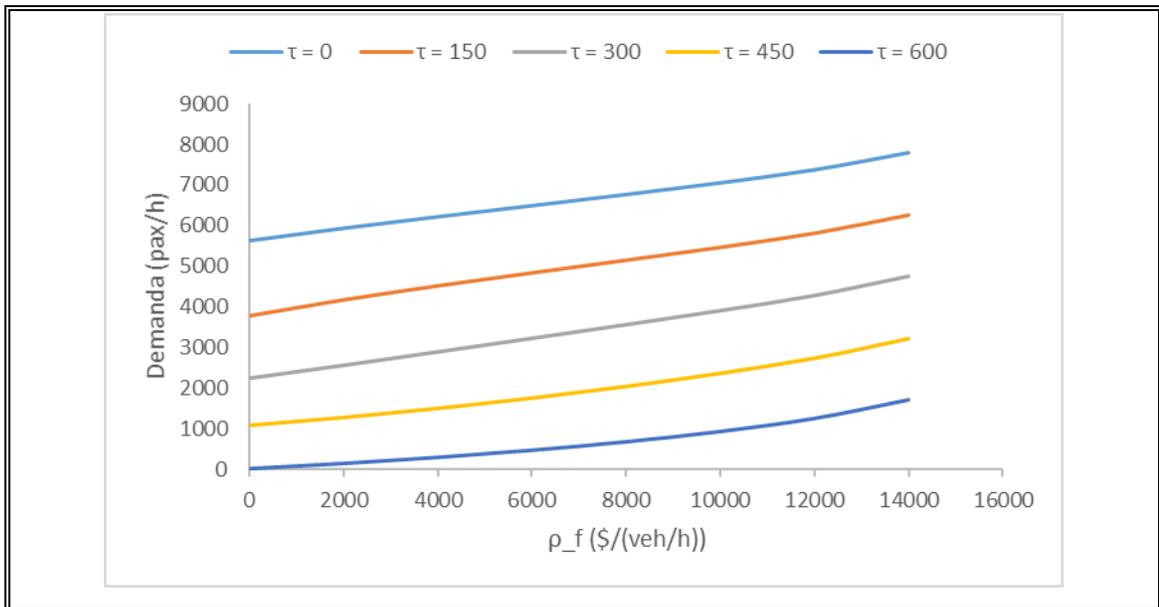


Figura 4-4: Demanda óptima del operador cuando $\rho_q = 100$.

Se observa que la demanda óptima del operador disminuye con la tarifa que pagan los usuarios (fijada por el regulador). Al aumentar la tarifa, la demanda potencial del servicio disminuye y el operador capta menos pasajeros.

En la Figura 4-5 se muestra la frecuencia óptima del operador ante distintos niveles de ρ_q y ρ_f , para una tarifa de 150.

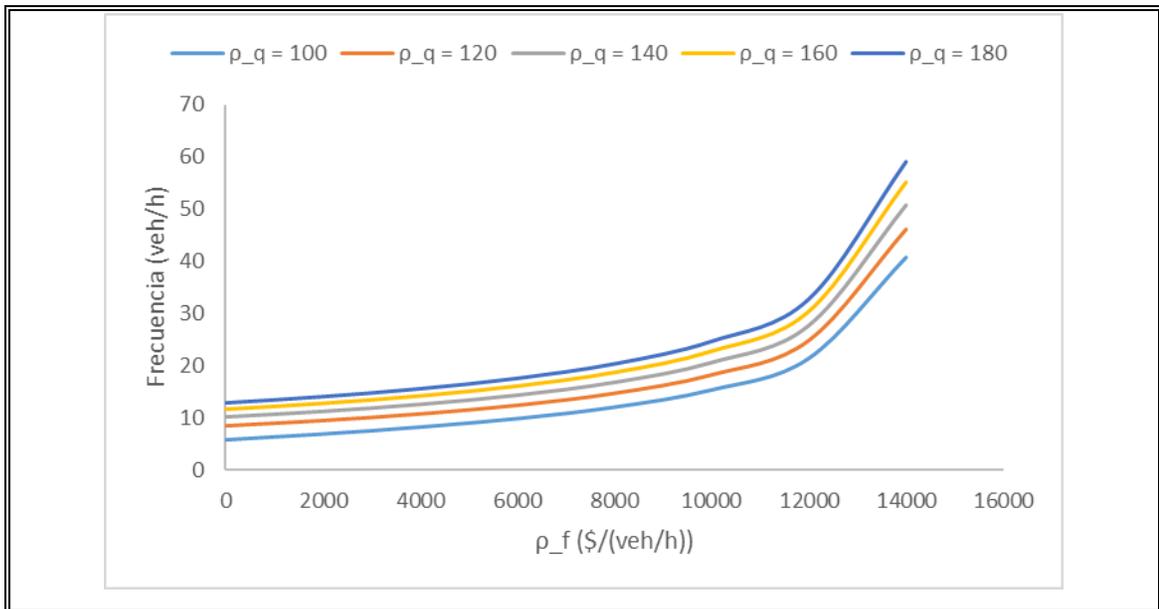


Figura 4-5: Frecuencia óptima del operador cuando $\tau = 150$.

Se observa que la frecuencia óptima del operador aumenta tanto con ρ_f como con ρ_q . A diferencia de la demanda óptima, el efecto de ambos pagos en la frecuencia es significativo en todo el rango.

En la Figura 4-6 se muestra la frecuencia óptima del operador ante distintos niveles de tarifa, para $\rho_q = 100$.

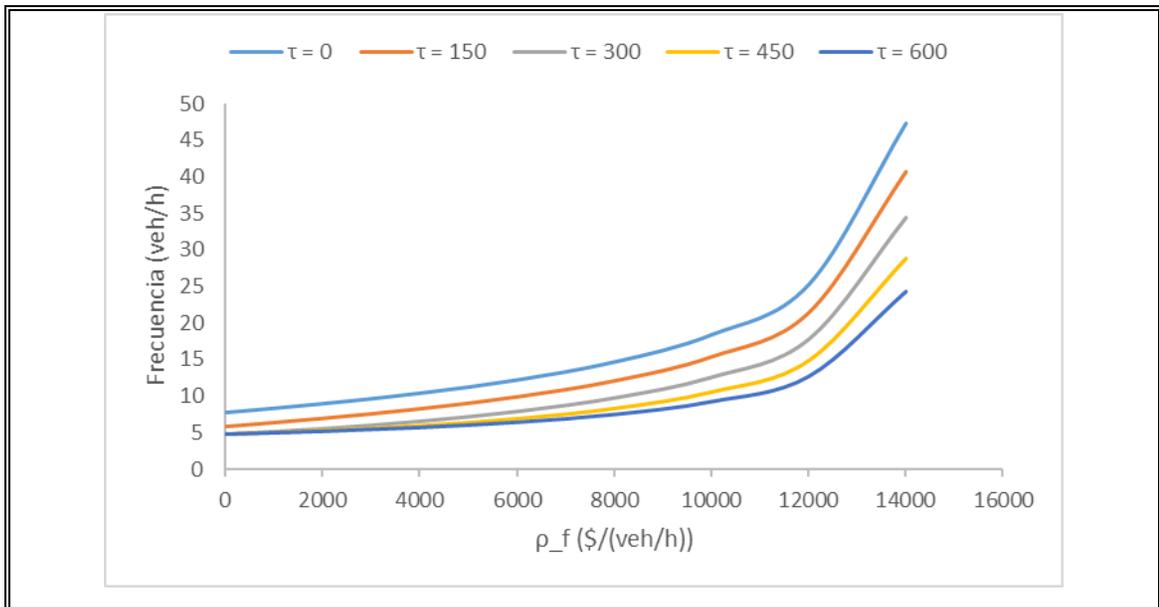


Figura 4-6: Frecuencia óptima del operador cuando $\rho_q = 100$.

La frecuencia óptima del operador disminuye con la tarifa. Como se mencionó anteriormente, al aumentar la tarifa, la demanda que capta el operador disminuye. Por ende, el operador produce una menor frecuencia para transportar esa menor demanda. El efecto de la tarifa sobre la frecuencia se incrementa a medida que aumenta ρ_f .

En la Figura 4-7 se muestra la utilidad del operador ante distintos niveles de ρ_q y ρ_f , para una tarifa de 150.

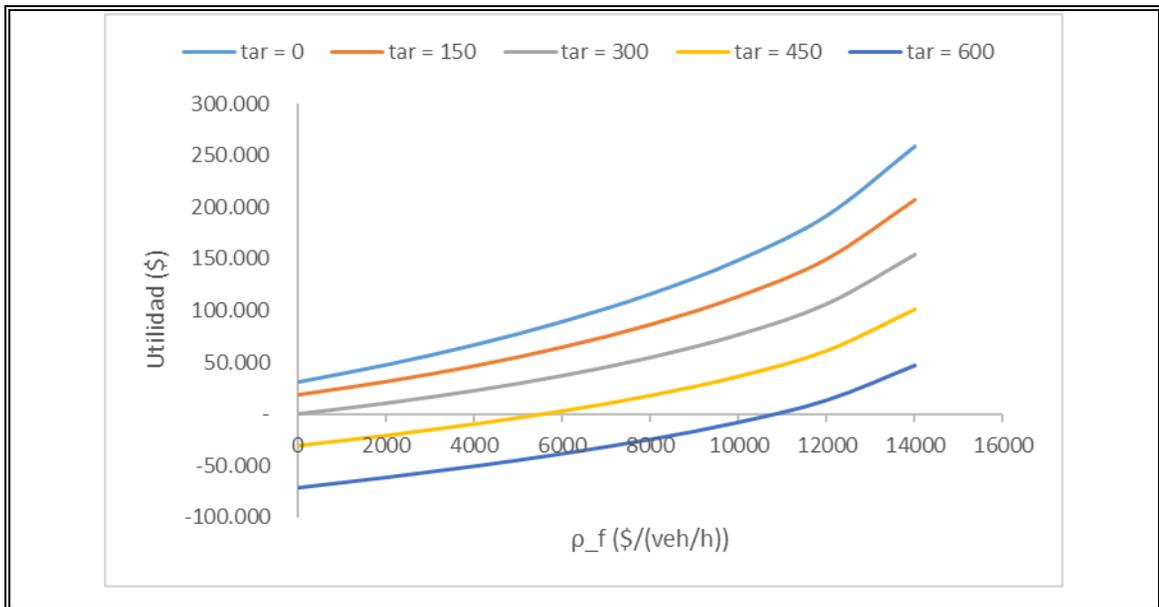


Figura 4-7: Utilidad del operador cuando $\tau = 150$.

Se observa que la utilidad del operador aumenta tanto con ρ_q como con ρ_f . Esta tendencia era esperable, dado que la demanda óptima y la frecuencia óptima exhiben el mismo comportamiento.

En la Figura 4-8 se muestra la utilidad del operador ante distintos niveles de tarifa, para $\rho_q = 100$.

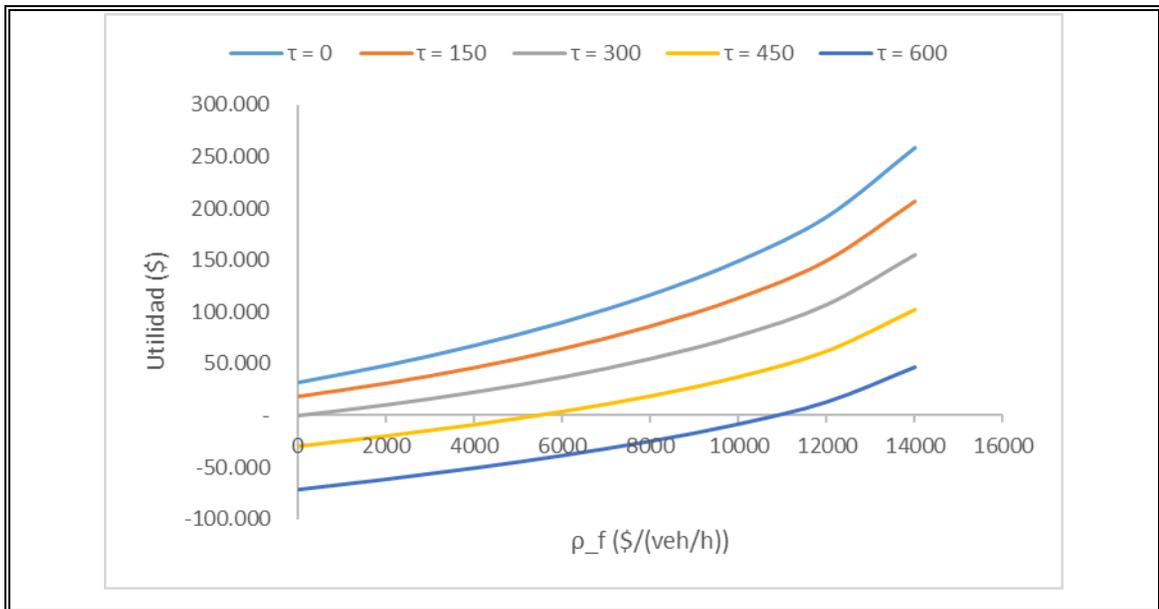


Figura 4-8: Utilidad del operador cuando $\rho_q = 100$.

La utilidad del operador disminuye con la tarifa. También era esperable, dado que la demanda óptima y la frecuencia óptima exhiben el mismo comportamiento. Cabe destacar que hay soluciones – tríos (ρ_q, ρ_f, τ) – que implican una utilidad negativa, por ende, no se pueden implementar.

En la Figura 4-9 se muestra el bienestar social ante distintos niveles de ρ_q y ρ_f , para una tarifa de 150.

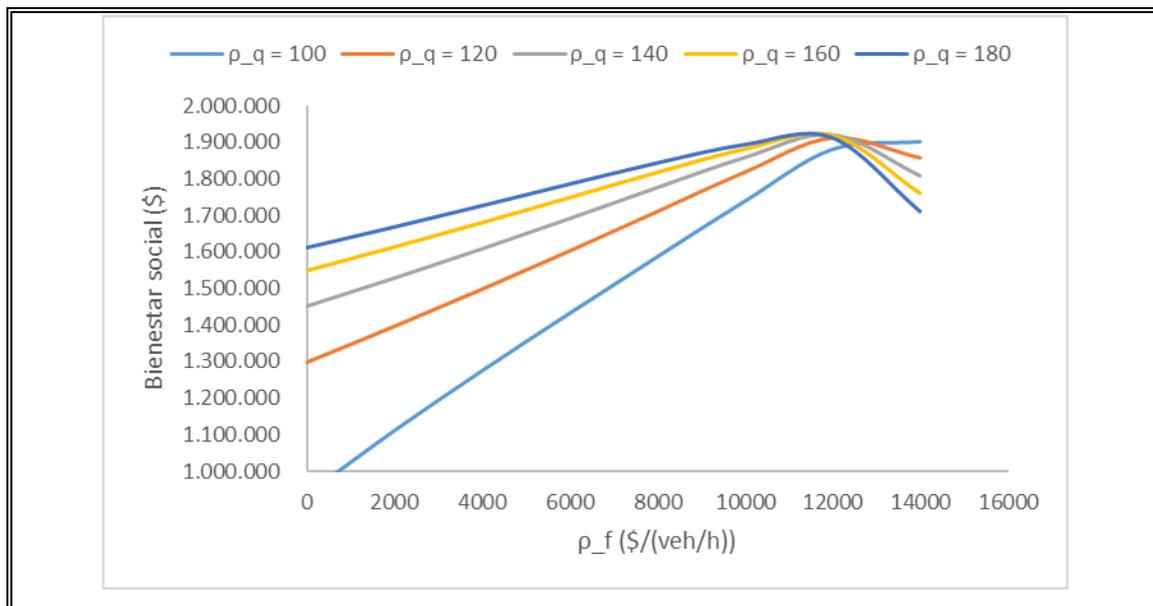


Figura 4-9: Bienestar social cuando $\tau = 150$.

Se observa que, para cada ρ_q , el bienestar social aumenta con ρ_f hasta cierto nivel y luego disminuye. Esto significa que para cada ρ_q hay un ρ_f que maximiza el bienestar social. Ese ρ_f óptimo disminuye con ρ_q (el máximo de cada curva está más a la izquierda en el gráfico). Esto implica que existe un cierto nivel de sustitución entre los pagos que alcanzan un bienestar social alto. Sin embargo, solo hay un par (ρ_q, ρ_f) que alcanza el mayor bienestar social posible para el nivel de tarifa dado.

La Figura 4-9 también indica que, cuando ρ_f es bajo, la solución del escenario del operador tiene un bajo bienestar social. Sin embargo, este es un análisis parcial, porque los niveles de ρ_q graficados no están optimizados para un nivel de ρ_f en particular. Si se grafican curvas para niveles de ρ_q más altos, el bienestar social con $\rho_f = 0$ indicado por cada curva va a aumentar. Esto se explica, en parte, por la sustitución entre ρ_q y ρ_f descrita en el párrafo anterior. En el subcapítulo 4.3 se muestra el análisis completo: se compara el esquema óptimo con un esquema que tiene $\rho_f = 0$ y las otras variables optimizadas.

En la Figura 4-10 se muestra el bienestar social ante distintos niveles de tarifa, para $\rho_q = 100$.

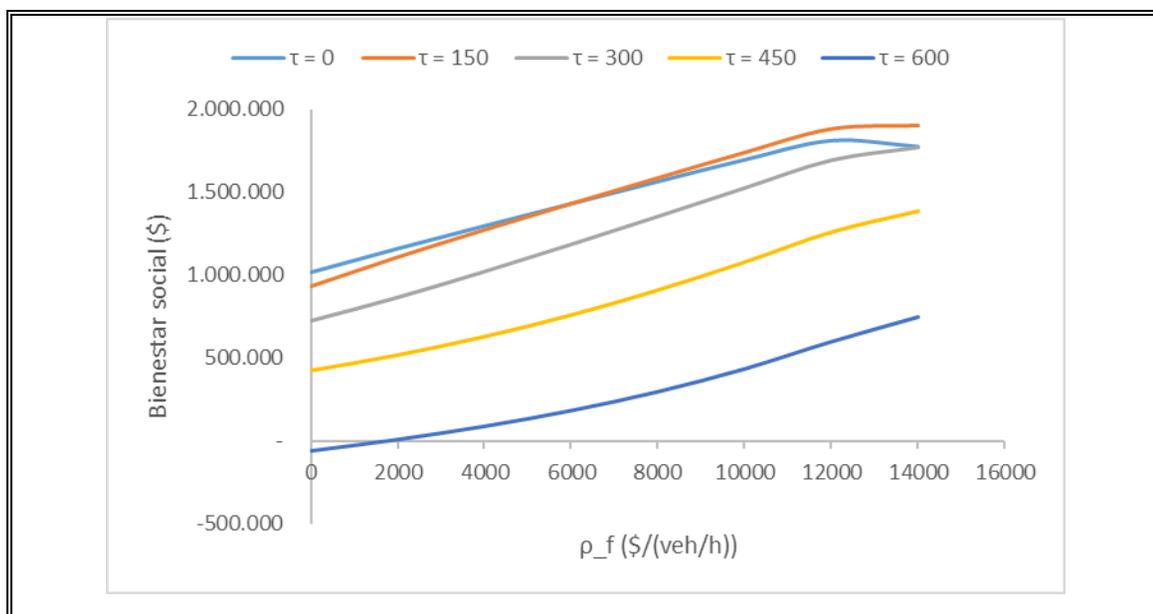


Figura 4-10: Bienestar social cuando $\rho_q = 100$.

Se observa que el bienestar social disminuye con el aumento de tarifa, para tarifas desde 150. De las curvas graficadas, la tarifa más cercana a la óptima es 150 (la solución óptima se presenta en la sección 4.3). Esto significa que las otras tarifas conllevan un bienestar social menor. Como ya se ha mencionado, al aumentar la tarifa disminuye la demanda potencial del servicio, y con ella el bienestar social (a partir de cierto nivel de demanda). Ese es el caso de las curvas cuyas tarifas son mayores a 150.

En el caso de la curva de $\tau = 0$, el bienestar social no aumenta respecto a la curva de $\tau = 150$ porque, si bien la demanda aumenta con la disminución de tarifa, los ingresos tarifarios del sistema disminuyen. Al pasar de un nivel de tarifa cercano al óptimo social a un nivel menor, los ingresos tarifarios disminuyen: el movimiento se aleja de la tarifa que maximiza los ingresos tarifarios. El aumento de la demanda

y la disminución de los ingresos tarifarios tienen efectos opuestos en el bienestar social. De esta forma, el efecto neto es tal que la curva de $\tau = 0$ es similar a la de $\tau = 150$.

En la Figura 4-11 se muestra el costo promedio (por pasajero) del subsidio ante distintos niveles de ρ_q y ρ_f , para una tarifa de 150.

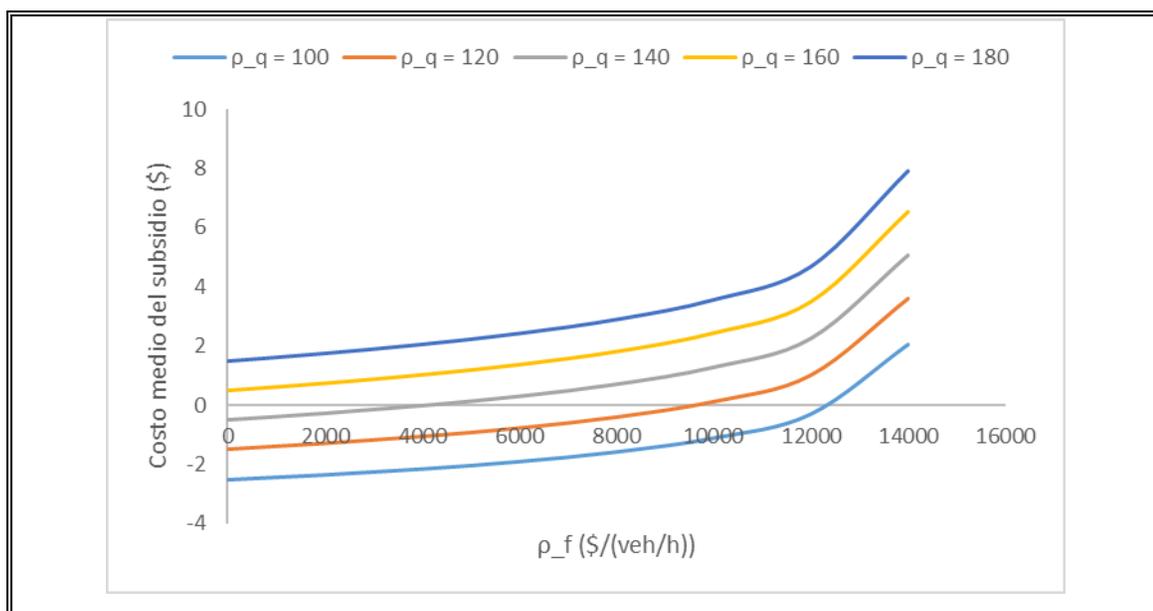


Figura 4-11: Costo promedio del subsidio cuando $\tau = 150$.

Se observa que el costo promedio del subsidio es creciente en ρ_q y ρ_f . Esto se explica por los menores ingresos tarifarios resultantes conforme aumenta la demanda, la cual también es creciente ρ_q y ρ_f , como se observa en la figura. Cabe destacar que el costo promedio negativo equivale a un ingreso para el sistema: los ingresos tarifarios son mayores que el pago al operador.

A modo de resumen, los resultados principales de este subcapítulo se mencionan a continuación. La demanda óptima y la frecuencia óptima aumentan con ambos pagos (por frecuencia y por pasajeros transportados) y disminuyen con la tarifa. La

utilidad del operador exhibe el mismo comportamiento. Respecto al bienestar social, este aumenta con ρ_f hasta cierto nivel y luego disminuye, para cada ρ_q ; pero solo hay un par (ρ_q, ρ_f) que alcanza el mayor bienestar social posible para un nivel de tarifa dado. El análisis del bienestar social cuando $\rho_f = 0$ queda para el próximo subcapítulo.

4.3 Solución óptima y comparación de esquemas de pago

En este subcapítulo se resuelven los dos escenarios analizados, para los valores de los parámetros mostrados al inicio del capítulo, y se comparan los resultados. Además, se analizan los esquemas de los “extremos”, comparándolos con el esquema óptimo.

En la Tabla 4-2 se muestran los resultados de cada escenario. Los valores de ρ_q y de la tarifa del escenario del operador se estimaron con dos cifras significativas, y el valor de ρ_f con tres.

Tabla 4-2: Resultados de los escenarios.

	Escenario <i>first-best</i>	Escenario del operador
Demanda	6.295	6.284
Frecuencia	31,2	30,4
Capacidad	33,6	34,5
Tarifa	130,8	130
ρ_q	-	67
ρ_f	-	14.000
Pago total al operador	856.253	846.617
Parte del pago total asociado a la demanda	-	50%
Utilidad del operador	0	2.720
Bienestar social	1.946.471	1.946.005
CMe de los usuarios	439,8	441,6
CMe del operador	136,0	134,3
CMe del subsidio	0,262	0,236

Se observa que la demanda y la frecuencia del escenario del operador son apenas menores a las del escenario *first-best*, y la capacidad de los vehículos es apenas mayor. Esto significa que el esquema de pago óptimo, $\rho = 67q + 14.000f$, logra implementar resultados operacionales prácticamente iguales a los del *first-best*. Sin embargo, no se puede decir que el esquema óptimo implementa el *first-best*. Esto se debe a que el operador tiene una utilidad positiva, la cual desvía la solución del escenario del operador respecto al óptimo social. Respecto al pago total al operador, el 50% corresponde al término que incluye los pasajeros transportados.

La comparación incluye medidas desagregadas por agente, para analizar la situación de cada uno. Por un lado, los costos medios de los usuarios y del operador en el escenario del operador son apenas mayor y menor, respectivamente, que en el *first-best*. Por otro lado, el pago total al operador es menor en el escenario del operador, por lo que el costo medio del subsidio también lo es.

Una idea fundamental sobre el esquema de pago óptimo, mostrado en la Tabla 4-2, es que los dos tipos de pago considerados – por demanda y por frecuencia – son importantes para implementar la solución del escenario del operador. Una muestra de aquello es que a cada concepto se le atribuye la mitad del pago total al operador, tal como se observa en la tabla. A partir de esta idea, cabe preguntarse qué pasaría con la solución del problema si uno de los pagos fuera cero, es decir, $\rho_f = 0$ o $\rho_q = 0$. Estos son los esquemas de los llamados “extremos”. Respecto al segundo caso, este no es factible: en el subcapítulo 4.2 se estableció que si $\rho_q < 56,94$, el problema no tiene solución interior. Sin embargo, este ejercicio se puede replantear usando el mínimo valor que cumpla con las restricciones del problema.

El esquema con $\rho_f = 0$ que interesa analizar es aquel que tiene a ρ_q y a la tarifa optimizadas, dado $\rho_f = 0$. Es decir, es el esquema que se obtiene al resolver el mismo problema del capítulo anterior fijando $\rho_f = 0$. Respecto al esquema con el ρ_q mínimo, el valor utilizado para este es 60; uno menor deja al operador con utilidad negativa, optimizadas el resto de las variables regulatorias. En la Tabla 4-3 se muestran los resultados asociados a cada esquema, donde el Esquema 1 corresponde al esquema óptimo del escenario del operador (mostrado anteriormente), el Esquema 2 al esquema con $\rho_f = 0$, y el Esquema 3 al con $\rho_q = 60$.

Tabla 4-3: Resultados de los esquemas de los extremos.

	Escenario del operador		
	Esquema 1	Esquema 2	Esquema 3
Demanda	6.284	5.905	5.044
Frecuencia	30,4	23,6	76,8
Capacidad	34,5	41,7	11,0
Tarifa	130	150	300
ρ_q	67	452	60
ρ_f	14.000	0	14.900
Pago total al operador	846.617	2.669.263	1.446.383
Parte del pago total asociado a la demanda	50%	100%	21%
Utilidad del operador	2.720	1.944.707	64
Bienestar social	1.946.005	1.815.806	1.342.429
CMe de los usuarios	441,6	459,5	395,6
CMe del operador	134,3	122,7	286,7
CMe del subsidio	0,236	15,1	-0,663

Se observa que ni el Esquema 2 ni 3 alcanzan el mismo nivel de bienestar social del esquema óptimo. Con esto se completa el análisis iniciado en el subcapítulo anterior, en el cual se sugirió que los esquemas con ρ_f bajos derivaban en soluciones con bajo bienestar social. Si bien el bienestar social del Esquema 2 no es demasiado menor al del Esquema 1, la diferencia es suficiente para establecer que el pago por frecuencia sí juega un rol relevante al otorgar incentivos al operador. Además, al analizar la situación de cada agente por separado, se observa que el costo medio del subsidio es muy superior al del esquema óptimo, lo que significa que el Estado está desembolsando una gran cantidad de fondos, que a su vez explica el alto nivel de utilidad del operador. Esta observación permite anticipar que, si el costo de los fondos públicos aumenta, el monto del subsidio va a disminuir y la solución del problema va a empeorar, aumentando la brecha con el esquema óptimo.

En relación al Esquema 3, se observa que una pequeña disminución en ρ_q (respecto al esquema óptimo), de 67 a 60, empeora significativamente la solución del problema, en términos de bienestar social. Esto indica que la solución es muy sensible a la variación de ρ_q entre valores cercanos al mínimo factible.

4.4 Variación de parámetros

Junto con determinar la solución óptima de los escenarios para los valores dados por la Tabla 4-1, también interesa analizar cómo cambia dicha solución, especialmente en el escenario del operador, cuando varían determinados parámetros, *ceteris paribus*. Los parámetros que se hacen variar son el intercepto y la pendiente de la curva de demanda, y λ . El análisis para distintos niveles de demanda es relevante porque sus parámetros pueden exhibir una alta variabilidad en la práctica, la cual impacta fuertemente en la operación y en los resultados financieros del sistema. Además, la modelación de una demanda elástica es uno de los aportes de esta tesis a la literatura de costos de transporte público, por lo que el análisis en cuestión es otro aporte. Y el análisis se extiende a λ por la misma razón.

Respecto a la variación del intercepto (de la demanda), un aumento de este significa que, ante un mismo nivel de demanda, la disposición a pagar aumenta. En términos gráficos, la curva de demanda se desplaza hacia arriba. El aumento en cuestión también implica que la elasticidad de la demanda aumenta (comparando ambas curvas para el mismo precio). En la Tabla 4-3 se muestran los resultados de los escenarios para tres valores del intercepto (a).

Tabla 4-4: Resultados de los escenarios para distintos valores del intercepto de la demanda.

	Escenario <i>first-best</i>			Escenario del operador		
	$\alpha = 1050$	$\alpha = 1200$	$\alpha = 1400$	$\alpha = 1050$	$\alpha = 1200$	$\alpha = 1400$
Demanda	4.838	6.295	8.222	4.868	6.284	8.241
Frecuencia	25,7	31,2	38,5	26,4	30,4	38,1
Capacidad	31,4	33,6	35,6	30,7	34,5	36,0
Tarifa	121,0	130,8	142,6	120	130	140
ρ_q	-	-	-	66	67	68
ρ_f	-	-	-	14.200	14.000	13.900
Pago total al operador	681.455	856.253	1.085.765	696.292	846.617	1.090.006
Parte del pago total asociado a la demanda	-	-	-	46%	50%	51%
Utilidad del operador	0	0	0	2.184	2.720	7.937
Bienestar social	1.069.571	1.946.471	3.470.889	1.069.170	1.946.005	3.470.397

Se observa que, en ambos escenarios, la demanda, la frecuencia y la capacidad de los vehículos aumentan con el intercepto. Respecto a ρ_q y ρ_f , el primero aumenta con el intercepto, mientras que el segundo disminuye. En términos más agregados, el pago asociado a la demanda, como proporción del pago total, también aumenta con el intercepto (equivalentemente, el pago asociado a la frecuencia disminuye con el intercepto).

Estos resultados indican que ρ_q , o el pago por pasajero transportado, va jugando un rol más importante en el pago al operador, conforme aumenta la demanda potencial por el servicio (dada por la curva de demanda). Cuando la demanda es alta, los incentivos al operador, subyacentes al esquema de pago, deben apuntar a atender esa demanda. Si se entregan tales incentivos, el operador elegirá aumentar la frecuencia y la capacidad de los vehículos para lograr atender esa alta demanda. De esta forma, se asegura un alto nivel de servicio para el sistema.

Por el contrario, cuando la demanda es baja, el pago por pasajero transportado tendrá un efecto pequeño sobre la elección del operador. En este caso, es el pago por frecuencia el que juega el rol protagónico. Un pago asociado a variables operacionales asegura que el operador elija un nivel de servicio “aceptable”, en lugar de un nivel tan bajo que haga inviable proveer el servicio, aun cuando la demanda sea baja.

En la Tabla 4-3 también se observa que, en ambos escenarios, la tarifa óptima aumenta con el intercepto. Al aumentar la disposición a pagar, es óptimo socialmente fijar una tarifa más alta, dado que la provisión del servicio tiene un costo. Respecto a la utilidad del operador, esta se mantiene en niveles bajos para todos los valores del intercepto, lo que es consecuencia de implementar el esquema óptimo. La diferencia de bienestar social entre escenarios también se mantiene baja.

Respecto a la variación de la pendiente, un aumento, en valor absoluto, de esta significa que, ante un mismo nivel de demanda, la disposición a pagar disminuye. En términos gráficos, la curva de demanda rota, respecto al intercepto, en sentido horario. A diferencia de la variación del intercepto, el cambio en la pendiente no modifica la elasticidad de la demanda (comparando ambas curvas para el mismo precio). En la Tabla 4-4 se muestran los resultados de los escenarios para tres valores de la pendiente (*b*).

Tabla 4-5: Resultados de los escenarios para distintos valores de la pendiente de la demanda.

	Escenario <i>first-best</i>			Escenario del operador		
	$b = -0,08$	$b = -0,1$	$b = -0,13$	$b = -0,08$	$b = -0,1$	$b = -0,13$
Demanda	7.888	6.295	4.823	7.913	6.284	4.817
Frecuencia	37,2	31,2	25,6	36,7	30,4	26,1
Capacidad	35,3	33,6	31,4	35,9	34,5	30,8
Tarifa	133,1	130,8	127,8	130	130	130
ρ_q	-	-	-	68	67	66
ρ_f	-	-	-	13.900	14.000	14.200
Pago total al operador	1.046.091	856.253	679.604	1.048.070	846.617	688.273
Parte del pago total asociado a la demanda	-	-	-	51%	50%	46%
Utilidad del operador	0	0	0	7.619	2.720	2.162
Bienestar social	2.492.754	1.946.471	1.445.369	2.492.178	1.946.005	1.445.102

Se observa que, en ambos escenarios, la demanda, la frecuencia y la capacidad de los vehículos disminuyen con la pendiente (en valor absoluto). Respecto a ρ_q y ρ_f , el primero disminuye con la pendiente, mientras que el segundo aumenta. En términos más agregados, el pago asociado a la demanda, como proporción del pago total, también disminuye con la pendiente (equivalentemente, el pago asociado a la frecuencia disminuye con la pendiente).

Las tendencias descritas se mueven en sentido contrario a las de la variación del intercepto. El aumento del intercepto es similar a la disminución de la pendiente, en el sentido de que ambos representan un aumento en la disposición a pagar. Por lo tanto, el análisis del esquema de pago óptimo es igual al expuesto anteriormente. Hay una diferencia entre ambos casos, en relación al cambio de la tarifa óptima. Mientras que con la variación del intercepto se muestra una diferencia en la tarifa, en el caso de la pendiente no se reportan cambios significativos.

Respecto a λ , su aumento representa un mayor costo de los fondos públicos. En particular, su costo aumenta en relación al valor del tiempo de los usuarios. Conforme aumenta el valor de λ , aumenta la rentabilidad social de los ingresos tarifarios del sistema. Y a partir de cierto valor, pasa a ser más rentable generar ingresos que disminuir los tiempos de espera y de viaje de los usuarios. En la Tabla 4-5 se muestran los resultados de ambos escenarios para tres valores de λ .

Tabla 4-6: Resultados de los escenarios para distintos valores de λ

	Escenario <i>first-best</i>			Escenario del operador		
	$\lambda = 0,04$	$\lambda = 0,05$	$\lambda = 0,07$	$\lambda = 0,04$	$\lambda = 0,05$	$\lambda = 0,07$
Demanda	6.351	6.295	6.188	6.390	6.284	6.178
Frecuencia	31,4	31,2	30,8	30,9	30,4	29,9
Capacidad	33,7	33,6	33,5	34,5	34,5	34,4
Tarifa	125,3	130,8	141,1	120	130	140
ρ_q	-	-	-	67	67	67
ρ_f	-	-	-	14.000	14.000	14.000
Pago total al operador	862.971	856.253	843.518	860.821	846.617	832.386
Parte del pago total asociado a la demanda	-	-	-	50%	50%	50%
Utilidad del operador	0	0	0	2.766	2.720	2.674
Bienestar social	1.946.969	1.946.471	1.946.448	1.946.542	1.946.005	1.945.824

Se observa que, en ambos escenarios, la demanda, la frecuencia y la capacidad de los vehículos disminuyen con λ , pero el cambio es muy pequeño. Tampoco se reportan cambios significativos en el esquema de pago, y el bienestar social apenas varía de un λ a otro. La principal diferencia entre los distintos valores para λ está en la tarifa. Conforme aumenta el costo de los fondos públicos, es óptimo socialmente aumentar la tarifa. Los cambios se explican por la idea expuesta en el párrafo anterior, de que el valor de los ingresos tarifarios aumenta.

5. CONCLUSIONES

Los resultados del modelo y las simulaciones indican algunas ideas respecto a las características de un esquema de pago eficiente. La primera idea es que los dos tipos de pago considerados, por pasajero transportado y por frecuencia, juegan un rol importante en la toma de decisiones del operador. En este sentido, un esquema de pago que no incluye alguno de los dos ítems determina un desempeño del sistema bajo, en comparación a un esquema que incluye ambos ítems. En el caso de la ausencia de un pago por frecuencia, al no proveer incentivos asociados a la operación, el operador va a entregar un bajo nivel de servicio. Este fue el error de los primeros contratos de Transantiago, en términos de incentivos.

Ahora bien, la importancia relativa de cada tipo de pago varía con el nivel de demanda que presenta el servicio de transporte. Conforme aumenta la demanda potencial por el servicio (dada por la curva de demanda), el pago asociado a los pasajeros transportados aumenta, como proporción del pago total al operador. Con este esquema de incentivos, si la demanda es alta, el operador va a ofrecer un alto nivel de servicio para atender esa demanda. Si la demanda es baja, el operador va a ofrecer un nivel de servicio menor que en el caso anterior, pero mayor al que ofrecería con otro esquema de incentivos.

Una segunda conclusión del modelo es que el operador debe recibir un pago asociado a la demanda que sirve. De no recibir tal pago, el operador no va a ofrecer el servicio, porque su utilidad sería negativa. Otra interpretación de este resultado es que al operador se le otorgan los incentivos para recoger pasajeros o para detenerse en los paraderos.

Junto a la idea del pago por pasajero surge la discusión de cuánto riesgo de demanda asignar al operador. El valor considerado en el modelo es 100%, pero el “ambiente” del problema está controlado: no hay incertidumbre en los valores de los parámetros. La dificultad de fijar un valor de 100% es que no asegura la viabilidad financiera del

operador, lo cual constituye un problema crítico en la operación de sistemas de transporte. Incorporar el riesgo de demanda al modelo es una posible extensión para este trabajo.

La tercera conclusión está relacionada con el gasto de fondos públicos. Los resultados indican que hay una serie de esquemas de pago que determinan un buen desempeño del sistema, pero el gasto de fondos públicos asociado a cada uno es distinto, alcanzando diferencias significativas entre esquemas. A partir de ciertos valores para el pago por pasajero y el pago por frecuencia, aumentar uno de ellos tiene un efecto menor en la operación del servicio en relación al gasto que implica dicho aumento. Por lo tanto, se plantea que hay esquemas más eficientes que otros, en términos de gasto. De cualquier forma, el efecto agregado del esquema de pago se refleja en el valor del bienestar social, siendo este el criterio para elegir el esquema. Esta conclusión puede ser relevante en torno a la discusión del subsidio que se entrega al transporte público; hay espacio para aumentar la eficiencia en costos de los contratos.

Como se menciona en el capítulo 1, uno de los objetivos de esta tesis es dar luces sobre el rol que juegan los dos tipos de pago considerados en el diseño de contratos. El análisis realizado ha permitido concluir que el pago por frecuencia tiene un gran impacto en el desempeño del sistema. Por lo tanto, el pago por variables operacionales – la frecuencia puede ser una de ellas o un proxy de otras – debiera tener un peso importante en los contratos.

Con los contratos actuales de Transantiago, el pago por kilómetros recorridos representa un 30% del pago total al operador, en promedio entre los siete operadores. En cambio, en el ejercicio realizado en esta tesis, el pago por variables operacionales oscila alrededor del 50%, cifra que es significativamente mayor a la anterior. Este resultado contribuye a la discusión sobre cuáles debieran ser las proporciones asociadas a cada pago en Transantiago. En ningún caso se está sugiriendo que el pago por variables operacionales deba aumentar, basado en los resultados de esta tesis; solo se enfatiza en la relevancia de

la discusión. De cualquier forma, se ha anunciado que en los nuevos contratos el pago por este ítem va a aumentar.

Se comentó anteriormente que el riesgo de demanda es un elemento a considerar en una extensión del modelo. Otro elemento a considerar, que es mencionado en el capítulo 3, es la asimetría de información entre operador y planificador. El modelo asume que este último tiene información completa del servicio y de los costos del operador. Este supuesto es difícil de subsanar en ocasiones. El regulador puede estimar los costos de la empresa, o incluso exigir a la empresa la entrega de dicha información, pero tal estimación o entrega no siempre es fidedigna. De esta forma, incorporar las asimetrías de información al análisis de los incentivos surge como una extensión natural al modelo.

Otras extensiones consideran un diseño más complejo del sistema modelado. Este solo contempla un servicio que opera en un corredor ideal. Una extensión para el modelo es considerar la estructura de red propia de los sistemas de transporte público, con demandas relacionadas entre servicios. Otro problema que merece ser abordado es la evasión, en el cual los pasajeros transportados reales no coinciden con los que se paga al operador (en Transantiago es un problema crítico).

Una investigación que complementaría esta tesis es un análisis empírico de los contratos de transporte público y su efecto en la operación del sistema. En el caso de Transantiago, se puede analizar estadísticamente cómo el cambio de los contratos en 2012 afectó el desempeño del sistema. Para ello se requieren datos de la cantidad de pago asociada a la demanda y a la oferta del sistema, y de alguna medida que indique el nivel de servicio, antes y después de 2012.

BIBLIOGRAFÍA

Batarce, M., & Galilea, P. (2013a, September). Incentive Schemes, Provision of Quality and Monitoring: the case of the public transit system in Santiago de Chile. In *Thredbo International Conference on Competition and Ownership in Land Passenger Transport* (No. 13).

Batarce, M., & Galilea, P. (2013b, October). Cost and fare estimation for the urban bus transit system of Santiago. In *Congreso Chileno de Ingeniería de Transporte* (No. 16).

Beltrán, P., Gschwender, A., & Palma, C. (2013). The impact of compliance measures on the operation of a bus system: the case of Transantiago. *Research in Transportation Economics*, 39(1), 79-89.

Dalen, D. M., & Gómez-Lobo, A. (2003). Yardsticks on the road: Regulatory contracts and cost efficiency in the Norwegian bus industry. *Transportation*, 30(4), 371-386.

de Rus Mendoza, G., Campos, J., & Nombela, G. (2003). *Economía del transporte*. Antoni Bosch editor.

Díaz, G., Gómez-Lobo, A., & Velasco, A. (2004). *Micros en Santiago: de enemigo público a servicio público* (No. 357). Centro de Estudios Públicos.

Gagnepain, P., & Ivaldi, M. (2002). Incentive regulatory policies: the case of public transit systems in France. *RAND Journal of Economics*, 605-629.

Gómez-Lobo, A., & Briones, J. (2014). Incentives in Bus Concession Contracts: A Review of Several Experiences in Latin America. *Transport Reviews*, 34(2), 246-265.

Gschwender, A. (2017). Comunicación personal.

Instituto Nacional de Estadísticas (2016). Índice de Costos de Transporte. Recuperado de <http://www.ine.cl/estadisticas/precios/ict>.

Jansson, J. O. (1980). A simple bus line model for optimisation of service frequency and bus size. *Journal of Transport Economics and Policy*, 53-80.

Jara-Díaz, S., & Gschwender, A. (2003). Towards a general microeconomic model for the operation of public transport. *Transport Reviews*, 23(4), 453-469.

- Jara-Díaz, S. R., & Gschwender, A. (2009). The effect of financial constraints on the optimal design of public transport services. *Transportation*, 36(1), 65-75.
- Laffont, J. J., & Tirole, J. (1986). Using cost observation to regulate firms. *Journal of political Economy*, 94(3, Part 1), 614-641.
- Litman, T. (2004). Transit price elasticities and cross-elasticities. *Journal of Public Transportation*, 7(2), 3.
- Margari, B. B., Erbetta, F., Petraglia, C., & Piacenza, M. (2007). Regulatory and environmental effects on public transit efficiency: a mixed DEA-SFA approach. *Journal of Regulatory Economics*, 32(2), 131-151.
- Mohring, H. (1972). Optimization and scale economies in urban bus transportation. *The American Economic Review*, 62(4), 591-604.
- Mouwen, A., & van Ommeren, J. (2016). The effect of contract renewal and competitive tendering on public transport costs, subsidies and ridership. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 87, 78-89.
- Muñoz, J. C., Ortúzar, J. D. D., & Gschwender, A. (2009). Transantiago: the fall and rise of a radical public transport intervention. *Travel demand management and road user pricing: Success, failure and feasibility*, 151-172.
- Oldfield, R. H., & Bly, P. H. (1988). An analytic investigation of optimal bus size. *Transportation Research Part B: Methodological*, 22(5), 319-337.
- Piacenza, M. (2006). Regulatory contracts and cost efficiency: Stochastic frontier evidence from the Italian local public transport. *Journal of Productivity Analysis*, 25(3), 257-277.
- Road Research Laboratory (Ed.). (1980). The demand for public transport: Report of the international collaborative study of the factors affecting public transport patronage. Transport and Road Research Laboratory.
- Rogerson, W. P. (2003). Simple menus of contracts in cost-based procurement and regulation. *The American economic review*, 93(3), 919-926.

Roy, W., & Yvrande-Billon, A. (2007). Ownership, contractual practices and technical efficiency: The case of urban public transport in France. *Journal of Transport Economics and Policy (JTEP)*, 41(2), 257-282.

Sun, Y., & Schonfeld, P. M. (2015). Optimization Models for Public Transit Operations Under Subsidization and Regulation. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2530), 44-54.

ANEXOS

ANEXO A: MODELO SIMPLIFICADO

Considere un mercado de viajes en transporte público y una demanda $q(P)$ por realizar dichos viajes, en pax/h, la cual está distribuida uniformemente en el tiempo. P es el precio generalizado de un viaje, el cual incluye el pago de una tarifa y un costo por el tiempo de espera del usuario. En este mercado opera un único servicio de transporte, el cual presenta una frecuencia de f veh/h.

El tiempo promedio de espera de un pasajero en una parada es k/f , donde k es un parámetro asociado a la regularidad de las pasadas de los vehículos. Por ende, el tiempo promedio de espera total, es decir, de todos los pasajeros, es qk/f .

El costo generalizado CG de realizar un viaje incluye el pago de la tarifa y el costo por tiempo de espera del usuario. CG está dado por la ecuación (A.1),

$$CG = \tau + C_w \frac{k}{f} \quad (\text{A.1})$$

donde τ es la tarifa que paga cada usuario, en \$, y C_w es el valor del tiempo de espera, en \$/h. En equilibrio, el costo generalizado es igual a la disposición a pagar de los usuarios, $P(q)$.

Los ingresos tarifarios del sistema serán τq , los cuales son recaudados por el regulador.

A partir de (A.1) y de la condición de equilibrio, se deriva la ecuación (A.2) para la tarifa.

$$\tau = P(q) - C_w \frac{k}{f} \quad (\text{A.2})$$

La provisión del servicio está a cargo de una sola empresa. El costo para ella de operar la frecuencia f es $C_o f$, donde C_o es un costo por unidad de frecuencia, en \$/(veh/h) (Mohring, 1972). El operador recibe un pago ρ por la provisión del servicio. La utilidad del operador queda dada por la ecuación (A.3).

$$U = \rho - B(C_1 + C_2 C) \quad (\text{A.3})$$

Si el pago al operador es mayor que los ingresos tarifarios del sistema, se requiere de un subsidio estatal para completar el pago. Un peso de subsidio tiene un costo para el estado de $1 + \lambda$, donde λ es el costo de los fondos públicos.

Dadas las definiciones anteriores, se define la función de bienestar social de la ecuación (A.4),

$$W = \left[\int_0^q P(x) dx - \left(\tau - C_W \frac{k}{f} \right) q \right] + [\rho - C_{of}] - (1 + \lambda)(\rho - \tau q) \quad (\text{A.4})$$

donde el primer paréntesis de corchete corresponde al excedente del consumidor, el segundo paréntesis al excedente del productor, y el término restante al costo social del subsidio.

Reemplazando la ecuación (A.2) de la tarifa en la (A.4) y simplificando, se obtiene la ecuación (A.5).

$$W = \int_0^q P(x) dx - C_W \frac{k}{f} q - C_{of} - \lambda \left(\rho - \left(P(q) - C_W \frac{k}{f} \right) q \right) \quad (\text{A.5})$$

El problema *first-best* es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{q, f, \rho} W \\ & \text{s. a. } \rho - C_{of} \geq 0 \end{aligned}$$

La restricción indica que la utilidad del operador debe ser no negativa. De esta forma, el pago óptimo va a ser igual a los costos de operación. La expresión está dada por la ecuación (A.6).

$$\rho^{FB} = C_{of} \quad (\text{A.6})$$

Reemplazando la ecuación (A.6) en la (A.5) del bienestar social y simplificando, se obtiene la ecuación (A.7).

$$W = \int_0^q P(x)dx - (1 + \lambda)C_W \frac{k}{f} q - (1 + \lambda)C_O f + \lambda P(q)q \quad (\text{A.7})$$

La condición de primer orden para la frecuencia está dada por la ecuación (A.8).

$$\frac{\partial W}{\partial f} = (1 + \lambda)C_W \frac{k}{f^2} q - (1 + \lambda)C_O = 0 \quad (\text{A.8})$$

Y la frecuencia óptima que deriva de (A.8) está dada por la ecuación (A.9).

$$f^{FB} = \sqrt{\frac{C_W k q}{C_O}} \quad (\text{A.9})$$

Reemplazando la ecuación (A.9) en la (A.7) del bienestar social y simplificando, se obtiene la ecuación (A.10).

$$W = \int_0^q P(x)dx - 2(1 + \lambda)\sqrt{C_W k q C_O} + \lambda P(q)q \quad (\text{A.10})$$

Finalmente, la condición de primer orden para la demanda está dada por la ecuación (A.11).

$$\frac{\partial W}{\partial q} = P(q) - (1 + \lambda)\sqrt{\frac{C_W k C_O}{q}} + \lambda \left(\frac{\partial P}{\partial q} q + P(q) \right) = 0 \quad (\text{A.11})$$

Reordenando los términos de (A.11), se obtiene la ecuación (A.12).

$$\frac{P - \sqrt{C_W k C_O / q}}{P} = \frac{\lambda}{1 + \lambda} \frac{1}{-\frac{\partial q}{\partial P} \frac{P}{q}} \quad (\text{A.12})$$

La ecuación (A.12) es similar a la condición de Ramsey multiproducto, pero este caso es de un solo producto.

Respecto al escenario del operador, el esquema de pago que se va a usar está dado por la ecuación (A.13),

$$\rho = \rho_q q + \rho_f f \quad (\text{A.13})$$

donde ρ_f es el pago por veh/h despachados (o pago por frecuencia) y ρ_q es el pago por pasajero transportado.

El problema del escenario del operador se formula en dos niveles. El segundo nivel, o problema del operador, considera una restricción que corresponde a la condición de equilibrio. Su formulación es la siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{q, f} U \\ \text{s. a. } & \tau = P - C_W k / f \end{aligned}$$

El primer nivel del problema que resuelve el escenario, o problema del planificador, considera es el siguiente:

$$\begin{aligned} & \max_{\rho_q, \rho_f, \tau} W \\ \text{s. a. } & q = q^0(\rho_q, \rho_f, \tau) \\ & f = f^0(\rho_q, \rho_f, \tau) \\ & U \geq 0 \end{aligned}$$

donde q^0 y f^0 son la solución de q y f en el problema del operador. El planificador debe asegurar la viabilidad financiera del operador, al igual que en el problema *first-best*.

Se parte resolviendo el segundo nivel. La función lagrangeana del problema está dada por la ecuación (A.14),

$$\mathcal{L} = U + \mu(\tau - P + C_W k / f) \quad (\text{A.14})$$

donde μ es el multiplicador asociado a la restricción de tarifa.

La condición de primer orden para la demanda está dada por la ecuación (A.15).

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = \rho_q - \mu \frac{\partial P}{\partial q} = 0 \quad (\text{A.15})$$

Y la condición de primer orden para la frecuencia está dada por la ecuación (A.16).

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial f} = \rho_f - C_o - \mu C_w \frac{k}{f^2} = 0 \quad (\text{A.16})$$

Despejando μ de (A.15) y (A.16), se obtiene la ecuación (A.17).

$$\mu = \frac{\rho_q}{\partial P / \partial q} = \frac{\rho_f - C_o}{C_w k / f^2} \quad (\text{A.17})$$

Reordenando (A.17), se obtiene la ecuación (A.18).

$$\frac{\rho_q}{\rho_f - C_o} = \frac{\partial P / \partial q}{C_w k / f^2} \quad (\text{A.18})$$

El lado izquierdo de la ecuación es la pendiente de las curvas de indiferencia y el lado derecho la pendiente de las curvas de igual tarifa. En este caso, las curvas de indiferencia son rectas, por ende, su pendiente es constante. En el óptimo ambas pendientes son iguales. Si no lo fueran, en particular, si el lado izquierdo fuera mayor (en valor absoluto) que el lado derecho, una unidad adicional de frecuencia redundaría en beneficios para el operador (más ingresos que costos). Se puede lograr un efecto similar si el operador transporta un pasajero menos (si $\partial P / \partial q$ es constante, no existe tal efecto).

La tasa marginal de sustitución entre q y f está dada por la ecuación (A.19).

$$TMS_{q,f} = -\frac{\rho_q}{\rho_f - C_o} \quad (\text{A.19})$$

Para terminar de resolver el problema, hay que asumir una forma funcional para P . Si $P = a - bq$, la frecuencia que elige el operador queda dada por la ecuación (A.20).

$$f^o = \sqrt{\frac{C_w k \rho_q}{(C_o - \rho_f) b}} \quad (\text{A.20})$$

De (A.20) se pueden deducir varios resultados. Uno de ellos es que $C_o > \rho_f$. Esto surge, en primer término, al asumir que la solución del problema es interior. Si la desigualdad no se cumpliera, el operador produciría una frecuencia infinita. Un segundo resultado es que $\rho_q > 0$. Si ρ_q fuera cero, la utilidad del operador sería negativa (porque $C > \rho_f$), por lo

que no ofrecería el servicio. Un tercer resultado es que la frecuencia del operador es decreciente en b . En los extremos, si $b \rightarrow 0$ (demanda elástica), $f^0 \rightarrow \infty$; mientras que si $b \rightarrow \infty$ (demanda inelástica), $f^0 \rightarrow 0$. La frecuencia no cambia con a .

Despejando q de la restricción, se obtiene: $q = (a - \tau - C_W k / f) / b$. Reemplazando (A.20), se obtiene la ecuación (A.21) para q .

$$q^0 = \frac{1}{b} \left(a - \tau - \sqrt{\frac{C_W k (C_o - \rho_f) b}{\rho_q}} \right) \quad (\text{A.21})$$

Respecto a la condición de segundo orden, la matriz hessiana del problema es la siguiente:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -b \\ 0 & -2\mu C_E \frac{k}{f^3} & C_E \frac{k}{f^2} \\ -b & C_E \frac{k}{f^2} & 0 \end{bmatrix}$$

Y el hessiano de la matriz es negativo, es decir, la solución es efectivamente un máximo.

$$|H| = \frac{2C_E k b^2 \mu}{f^3} < 0$$

Resta resolver el problema del planificador. En este anexo, el problema solo se resuelve para la tarifa, dejando ρ_q y ρ_f como fijas. Antes de resolver, notar que:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f^0}{\partial \tau} &= 0 \\ \frac{\partial q^0}{\partial \tau} &= -\frac{1}{b} \\ \frac{\partial (q^0 / f^0)}{\partial \tau} &= -\sqrt{\frac{C_o - \rho_f}{C_W k \rho_q b}} \end{aligned}$$

La condición de primer orden para la tarifa está dada por la ecuación (A.22).

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial \tau} &= P \frac{\partial q^0}{\partial \tau} - (1 + \lambda) C_W k \frac{\partial(q^0/f^0)}{\partial \tau} - C_o \frac{\partial f^0}{\partial \tau} \\ &\quad - \lambda \left(\rho_f \frac{\partial f^0}{\partial \tau} + \rho_q \frac{\partial q^0}{\partial \tau} - (a - 2bq) \frac{\partial q^0}{\partial \tau} \right) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

Desarrollando:

$$\frac{\partial W}{\partial \tau} = -\frac{a - bq}{b} + (1 + \lambda) \sqrt{\frac{C_W k (C_o - \rho_f)}{\rho_q b}} - \lambda \left(-\frac{\rho_q}{b} + \frac{a - 2bq}{b} \right) = 0$$

La demanda que sirve el operador y la tarifa que fija el regulador quedan dadas por las ecuaciones (A.23) y (A.24), respectivamente.

$$q^0 = \frac{(1 + \lambda) \left(a - \sqrt{C_W k (C_o - \rho_f) b / \rho_q} \right) - \lambda \rho_q}{(1 + 2\lambda)b} \quad (\text{A.23})$$

$$\tau = \frac{\lambda \left(a - \sqrt{C_W k (C_o - \rho_f) b / \rho_q} + \rho_q \right)}{(1 + 2\lambda)} \quad (\text{A.24})$$

Respecto a la frecuencia, la ecuación (A.20) sigue siendo válida.

De (A.24) se deduce que la tarifa es creciente en a y decreciente en b . En los extremos, si $b \rightarrow 0$ (demanda elástica), $\tau \rightarrow \lambda(a + \rho_q)/(1 + 2\lambda)$; mientras que si $b \rightarrow \infty$ (demanda inelástica), $\tau < 0$. En relación a la demanda, de (A.23) se deduce que esta es creciente en a , pero respecto a b el movimiento no es claro. Lo único que se puede decir es que si $b \rightarrow 0$, $q^0 \rightarrow \infty$; mientras que si $b \rightarrow \infty$, q^0 converge a algún valor. Los movimientos respecto a λ tampoco son claros.

La condición de segundo orden para la tarifa, mostrada a continuación, asegura que la solución es un máximo.

$$\frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} = -\frac{1 + 2\lambda}{b} < 0$$