CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

Conocimiento Didáctico-Matemático del Profesorado de Educación Primaria sobre Probabilidad: diseño, construcción y validación de un instrumento de evaluación

Primary School Teachers' Didactic-Mathematical Knowledge When Teaching Probability: development and validation of an evaluation instrument

Claudia Vásquez*
Ángel Alsina**

Resumen

Este artículo presenta el proceso de diseño, construcción y validación de un cuestionario para evaluar aspectos del conocimiento didáctico-matemático de profesores de educación primaria en activo para enseñar probabilidad. Si bien es cierto que se han elaborado y aplicado algunos instrumentos que permiten medir el conocimiento matemático para enseñar, son escasos aquéllos que permiten evaluar y describir las categorías del conocimiento didáctico-matemático que poseen los profesores de educación primaria, sobre todo para enseñar probabilidad. Por esta razón, se ha construido un instrumento cuyo principal objetivo es evaluar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores en activo para enseñar probabilidad en la educación primaria; es decir, que permita aportar evidencias sobre el conocimiento común del contenido, el conocimiento ampliado del contenido y el conocimiento especializado que tienen tales profesores, desde la mirada del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático de Godino y colaboradores.

Palabras-clave: Conocimiento Didáctico-Matemático. Probabilidad. Instrumento de Evaluación. Profesores de Educación Primaria. Enfoque Ontosemiótico.

Abstract

This article presents the process of developing and validating a questionnaire to evaluate aspects of active primary school teachers' didactic-mathematical knowledge when teaching probability. Even though some instruments have been elaborated to measure mathematical knowledge for teaching, very few evaluate and describe primary school teachers' categories of didactic-mathematical knowledge, especially for teaching probability. For this reason, an instrument has been developed to evaluate active primary school teachers' didactic-mathematical knowledge when teaching probability. The instrument provides evidence of commonly held knowledge of the content, extensive knowledge of the content and the specialised knowledge of those teachers from the perspective of the Didactic-Mathematical Knowledge Model proposed by Godino and collaborators.

* Doctora en Educación por la Universidad de Girona (UdG). Profesora del Departamento de Matemáticas del Campus Villarrica de la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC), Chile. Dirección Postal: O'Higgins 501, 4930000, Villarrica, Chile. E-mail: cavasque@uc.cl

** Doctor en Psicología por la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB). Profesor de Didáctica de las Matemáticas en la Universidad de Girona (UdG), Girona, España. Dirección postal: Plaça St Domènec, 9. 17071 Girona, España. E-mail: angel.alsina@udg.edu

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

Keywords: Didactic-Mathematical Knowledge. Probability. Evaluation Instrument. Primary School Teachers. Onto-Semiotic Approach.

1 Introducción

El dominio del profesor en relación a los conocimientos que debe enseñar es un elemento clave, con efectos directos en el aprendizaje de sus alumnos, pues un profesor no puede enseñar lo que no sabe bien. En consecuencia, para la mejora de los aprendizajes de los alumnos es indispensable elevar el nivel de preparación de los profesores, sobre todo en aquellos temas recientemente incorporados en el currículo y para los cuales no recibieron preparación durante su formación inicial, como es el caso de la probabilidad.

Muchos profesores de Educación Primaria tienen poca o ninguna preparación para enseñar probabilidad, lo que ha provocado que, en algunos casos, ésta se omita (SERRADÓ; AZCÁRATE; CARDEÑOSO, 2005). Asimismo, en los casos en que se aborda, se reduce a la enseñanza de fórmulas, dejando de lado la experimentación con fenómenos aleatorios y la resolución de problemas (BATANERO; ORTIZ; SERRANO, 2007). Además, ni los documentos curriculares ni los libros de texto ofrecen el apoyo suficiente al profesor, presentando, en su mayoría, una visión incompleta de la probabilidad (SERRADÓ; AZCÁRATE; CARDEÑOSO, 2006). Estos factores limitan el desarrollo de una experiencia estocástica adecuada en los alumnos, fundamentada en una metodología activa y exploratoria de fenómenos aleatorios que permita desarrollar un razonamiento probabilístico desde la infancia. Se requieren, pues, investigaciones que permitan caracterizar y evidenciar el conocimiento didáctico-matemático de los profesores de primaria en relación a la probabilidad, dado que las actividades que realizan en el aula dependen de sus conocimientos (BALL; LUBIENSKI; MEWBORN, 2001). Desde esta perspectiva, la evaluación de las fortalezas y debilidades del profesorado es el punto de partida para diseñar planes de formación específicos que les permitan comprender la probabilidad y los aspectos relacionados con su enseñanza (STHOL, 2005).

La finalidad de este trabajo es presentar el proceso de diseño, construcción y validación de un cuestionario para evaluar aspectos relevantes del conocimiento didáctico-matemático de los profesores de educación primaria sobre probabilidad. Para ello, se consideró el Modelo para la Evaluación y Desarrollo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) que se fundamenta en el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y de la Instrucción Matemática (GODINO, 2002; GODINO; BATANERO; FONT, 2007).

[CC BY NC ND]
ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

2 Conocimiento didáctico-matemático para la enseñanza de la probabilidad

Los estudios sobre el conocimiento didáctico-matemático de los profesores acerca de la probabilidad y su enseñanza son escasos, y más los que analizan al profesorado en activo de Educación Primaria. Por este motivo, el *International Commission on Mathematical Instruction* (ICMI) *Study 18, Statistics Education in School Mathematics, Challenges for Teaching and Teacher Education* ha impulsado una línea de investigación centrada en la formación de profesores para enseñar estadística y probabilidad. Ello ha implicado un aumento de los trabajos en dos líneas: las actitudes y creencias de los profesores frente a la probabilidad y su enseñanza, y el conocimiento didáctico y disciplinar.

Respecto al segundo grupo de estudios, que es la línea en la que nos interesa profundizar en este trabajo, los resultados son poco alentadores. Azcárate, Cardeñoso y Porlán (1998), por ejemplo, administran un cuestionario sobre sucesos aleatorios a 57 profesores de primaria, encontrando que, en su mayoría, no reconocen la aleatoriedad, aunque perciben correctamente la multiplicidad de posibilidades y el carácter impredecible de los posibles resultados. En una línea similar, Begg y Edward (1999) detectan una escasa comprensión sobre ideas básicas de aleatoriedad, sucesos equiprobables e independencia en un estudio con 22 profesores de primaria. Watson (2001), en un estudio con 15 profesores de primaria y 28 de secundaria, observa una escasa preparación del profesorado de primaria en probabilidad y su enseñanza que los lleva a emplear una mentalidad determinista, centrada en un enfoque clásico orientado al cálculo de probabilidades *a priori*.

Batanero, Godino y Cañizares (2005) evalúan la presencia de sesgos en el razonamiento probabilístico en una muestra de 132 futuros profesores, observando la presencia de la heurística de la representatividad, el sesgo de equiprobabilidad y el sesgo *outcome approach*, que consiste en interpretar un enunciado probabilístico en forma no probabilística. El estudio de Ortiz, Mohamed, Batanero, Serrano y Rodriguez (2006), con 102 futuros profesores de educación primaria, evidencia cierta mejora con respecto a las investigaciones anteriores, aun cuando se observa una falta de razonamiento proporcional para la resolución de algunos problemas, así como la influencia de factores del problema que inducen a la asignación de probabilidades subjetivas. En una investigación más reciente, Gómez, Batanero y Contreras (2014) evalúan el conocimiento matemático de 157 futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad, evidenciando la necesidad de mejorar su conocimiento especializado del contenido matemático como el conocimiento del contenido y los estudiantes.

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

Los resultados de las investigaciones evidencian que el dominio del conocimiento disciplinar y didáctico para la enseñanza de la probabilidad del profesorado de primaria es muy deficiente, presentando, en algunos casos, los mismos errores y dificultades que los alumnos. Para avanzar en el análisis en cuestión, y favorecer el conocimiento y la comprensión profunda de la probabilidad, en este trabajo se asume el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático-CDM (GODINO, 2009; GODINO; PINO-FAN, 2013), que surge a partir de la integración de las nociones teóricas del EOS (GODINO, 2002; GODINO; BATANERO; FONT, 2007), la noción de proficiencia en la enseñanza de las matemáticas (SCHOENFELD; KILPATRICK, 2008) y el modelo del conocimiento matemático para la enseñanza, conocido como MKT (BALL; LUBIENSKI; MEWBORN, 2001; HILL; BALL; SCHILLING, 2008). Si bien el modelo MKT constituye una importante aportación que permite ampliar las ideas de Shulman (1986, 1987), y realiza ya una función de amalgama de las categorías del conocimiento base que un profesor de matemáticas necesita para enseñar un determinado contenido, la principal contribución del modelo CDM, respecto a los modelos anteriores, es que explicita algunos aspectos del conocimiento del profesor de matemáticas que todavía permanecían abiertos, como por ejemplo establecer criterios de evaluación del conocimiento matemático para la enseñanza, cómo desarrollar el conocimiento matemático para la enseñanza en los profesores o bien explicar la relación existente entre las distintas categorías, entre otros.

En esta línea, Silverman y Thompson (2008, p. 499) consideran que “aunque el conocimiento matemático para la enseñanza ha comenzado a ganar atención como un concepto importante en la comunidad de investigación sobre formación de profesores, hay una comprensión limitada de qué es, cómo se puede reconocer y cómo se puede desarrollar en la mente de los profesores”. Es en este sentido que Godino y su equipo elaboran un modelo integrador para el conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas.

El modelo CDM propone un sistema de categorías de análisis de los conocimientos matemáticos y didácticos del profesor que comprende algunas de las categorías de los modelos antes descritos, las cuales se complementan y desarrollan con elementos del EOS (GODINO, 2009), ofreciendo, de este modo, herramientas específicas que permiten un análisis más detallado del conocimiento didáctico-matemático del profesor, considerando para ello la totalidad de componentes o facetas (epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica) implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje que un profesor debe poner en juego para enseñar un determinado tema. Recientemente, Godino y Pino-Fan (2013) refinan las premisas planteadas en Godino (2009), proponiendo una

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

reestructuración de los componentes del MKT que deja de manifiesto el vínculo e interacción entre ellas y las seis facetas implicadas en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, como se observa en la figura 1:

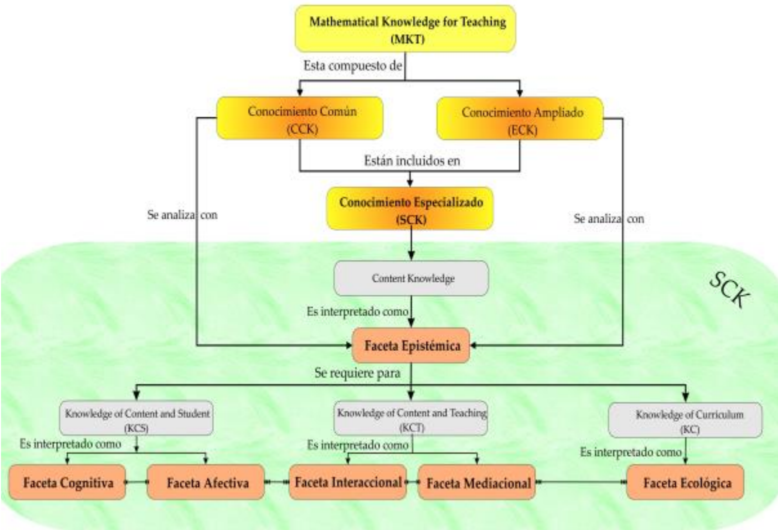


Figura 1 - Relación entre las categorías del conocimiento del MKT y el CDM (PINO-FAN; FONT; GODINO, 2014, p. 147).

En base a esta reestructuración, Pino-Fan, Godino y Font (2013) proponen tres categorías globales de conocimiento sobre el contenido matemático del profesor:

1) *Conocimiento común del contenido (CCC)*: conocimientos matemáticos, no necesariamente orientados a la enseñanza, que debe poner en juego para resolver problemas de un tema matemático (faceta epistémica).

2) *Conocimiento ampliado del contenido (CAC)*: conocimientos avanzados de ese tema, siendo capaz de establecer conexiones con temas más avanzados del currículo, con los que el alumno se encontrará posteriormente (faceta epistémica).

3) *Conocimiento Especializado (CE)*: conocimientos que lo diferencian de otras personas que saben matemáticas, pero que no son profesores. Incluye la pluralidad de significados del objeto, la diversidad de configuraciones de objetos y procesos inherentes a tales significados y las articulaciones entre los mismos (faceta epistémica). Este punto incluye cuatro subcategorías: 3.1) *Conocimiento del contenido especializado (CCE)*: identificación de los conocimientos puestos en juego (elementos lingüísticos, conceptos, propiedades, procedimientos y argumentos) en la resolución de un problema (faceta epistémica); 3.2) *Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes (CCRE)*: reflexión sistemática sobre el aprendizaje, lo que implica la capacidad para describir las configuraciones cognitivas y los conflictos de aprendizaje de los alumnos al resolver un problema, formular cuestiones que expliciten sus significados personales al resolver problemas, y describir estrategias para

[CC BY NC ND]

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

promover que se involucren en la solución de problemas o en el estudio de un tema (faceta cognitiva y afectiva); 3.3) *Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza (CCREN):* reflexión sistemática sobre las relaciones enseñanza-aprendizaje y la identificación de las consecuencias que pueden tener en el aprendizaje los modelos de gestión de la clase (faceta interaccional y mediacional); 3.4) *Conocimiento del contenido en relación con el currículo (CCRC)*: contexto en que se desarrolla la práctica de enseñanza y aprendizaje (faceta ecológica). Para el análisis de las categorías del CCC y el CAC, y la subcategoría del CCE, se emplean herramientas teóricas del EOS, como la *Guía para el reconocimiento de objetos y procesos* (GODINO; GONZATO; FERNÁNDEZ, 2010). Las demás categorías pueden analizarse con herramientas teóricas y metodológicas del EOS para las distintas facetas: cognitiva y afectiva (CCRE), interaccional y mediacional (CCREN) y ecológica y epistémica (CCRC y el contexto), sin olvidar que por medio de la *Guía para el enunciado de consignas* (GODINO, 2009) es posible orientar la formulación de ítems de evaluación o propuestas de actividades que permitirían obtener información sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesor.

Para evaluar y describir aspectos vinculados a los componentes del conocimiento didáctico-matemático de los profesores de educación primaria para enseñar probabilidad se opta por construir un instrumento cuyo principal objetivo es recoger datos sobre el conocimiento didáctico-matemático de los profesores en activo para enseñar probabilidad en la educación primaria; es decir, que permita aportar evidencias sobre aspectos del CCC, el CAC y el CE que poseen tales profesores, desde la mirada del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático de Godino y colaboradores.

3 Diseño, construcción y validación del cuestionario sobre el conocimiento didáctico-matemático del profesorado de educación primaria para enseñar probabilidad

Se opta por un cuestionario de respuesta abierta, al permitir obtener una estimación de los conocimientos didáctico-matemáticos de quienes responden. Estos conocimientos, que no siempre son accesibles por simple observación o encuesta, pueden ser inferidos - siempre que la recopilación de datos sea completa y fiable - a partir de las preguntas del cuestionario, las cuales sí son observables (GODINO, 1996).

El diseño, construcción y validación del instrumento contempló seis fases: 1) análisis histórico-epistemológico de la probabilidad y sus significados; 2) estudio de investigaciones sobre aprendizaje de la probabilidad y formación del profesorado para enseñar probabilidad;

CC BY NC ND
ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

3) análisis del tratamiento otorgado a la probabilidad y su enseñanza en el currículo y en los libros de texto de primaria; 4) construcción de la versión piloto del instrumento; 5) revisión mediante el juicio de expertos y aplicación piloto; y 6) construcción de la versión final del instrumento. Las fases 1, 2 y 3 consideran la revisión de literatura e investigaciones que permiten diseñar el instrumento, mientras que las fases 4, 5 y 6 se relacionan específicamente con la construcción y validación del instrumento.

3.1 Construcción de la versión piloto del cuestionario

La construcción del Cuestionario CDM-Probabilidad (fase 4) consta de dos partes: la primera se refiere a aspectos generales de los profesores a quienes se aplicará el cuestionario y la segunda se enfoca en evaluar el conocimiento didáctico-matemático para enseñar probabilidad.

Para elaborar el instrumento, primero se elige una tarea matemática que implique poner en juego los aspectos más relevantes sobre probabilidad que se pretenden evaluar, y segundo, se formulan ítems de evaluación o propuestas de actividades que contemplan las distintas facetas del conocimiento del profesor que se desean evaluar y analizar. Bajo esta mirada, se orienta la construcción del cuestionario considerando: 1) selección de tipos de tareas y contenidos principales; 2) selección de aspectos del contenido didáctico-matemático, y 3) selección y análisis de ítems o situaciones problemáticas.

Para seleccionar las tareas y contenidos principales se consideran componentes de tipo curricular (contenido de probabilidad) y ontosemiótico (significado institucional del contenido de probabilidad). Se elabora un listado que refleja los aspectos centrales del significado de referencia global que se pretende evaluar (comprensión de los significados de la probabilidad, comprensión de la independencia de sucesos, comparación de probabilidades de sucesos elementales en un experimento simple, comprensión del concepto de suceso seguro, comprensión de nociones básicas sobre combinatoria), así como los contenidos de probabilidad que se espera movilizar (experimento y suceso aleatorio, espacio muestral, posibilidad de ocurrencia de un evento, cálculo de probabilidades, comparación de probabilidades e independencia de sucesos).

Para seleccionar los aspectos del contenido didáctico-matemático, indagamos en aspectos parciales o iniciales de las subcategorías que conforman el CE a partir de las facetas cognitiva y afectiva, mediacional e interaccional y ecológica. Desde este marco, a partir de las distintas situaciones problemáticas del cuestionario se plantean preguntas (subítems) que

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

apuntan a evaluar las categorías y subcategorías del CDM: *resuelva el problema*, para evaluar el nivel de CCC en relación a la probabilidad; *¿qué conceptos y/o propiedades matemáticas deben usar los alumnos para dar solución correcta al problema?*, para evaluar el CCE sobre probabilidad; *¿qué estrategias utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema?*, para evaluar el CCREN; *describa las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas que han llevado a los alumnos a responder de manera errónea*, para evaluar el CCRE, y *¿qué tipo de recurso utilizaría para representar el problema, según el nivel escolar presentado?*, para evaluar el conocimiento del currículo.

Finalmente, la selección de ítems se realiza a partir de investigaciones previas (GREEN, 1983; FISCHBEIN; GAZIT, 1984; CAÑIZARES, 1997), y de las orientaciones curriculares y análisis de libros de texto de Educación Primaria. Los ítems, de acuerdo con Osterlind (1989), son una unidad de medida compuesta por un estímulo y una forma de respuesta, que proporciona información sobre la capacidad de quien responde en relación a un constructo. En total se recopilan 63 ítems, pero dado que el instrumento no puede contar con tal extensión, se analiza cada uno y se seleccionan los que se considera que permiten evaluar mejor las categorías y subcategorías del CDM. Tras dicha revisión, se seleccionan 10 ítems (Anexo 1) que incluyen problemas de respuesta abierta que cubren el significado de referencia global del contenido a evaluar y se asegura una validez satisfactoria (MILLMAN; GREENE, 1989).

3.2 Revisión del instrumento mediante juicio de expertos y aplicación piloto

El instrumento se somete a un proceso de validación (fase 5) que contempla dos aspectos: validez del contenido, garantizada a partir de la selección de contenidos relacionados con el estudio de la probabilidad en Educación Primaria del referente curricular chileno (MINEDUC, 2012), y contrastación de la validez y fiabilidad de los ítems. Para ello se consideran dos procedimientos: juicio de expertos y análisis de los ítems a partir de la aplicación piloto del instrumento.

3.2.1 Juicio de expertos

El juicio de expertos permitió realizar una evaluación cualitativa de los ítems, contrastando su validez en relación al grado de adecuación de cada uno con las categorías globales de conocimiento sobre el contenido matemático. El juicio lo realizaron ocho expertos

cc BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

en didáctica de la matemática de Chile y España. Se les envió, vía correo electrónico, el instrumento (Anexo 1), su tabla de especificaciones y una pauta para evaluar el grado de adecuación de cada ítem con las categorías globales o dimensiones del conocimiento sobre el contenido matemático.

Los expertos analizaron tres aspectos en relación a cada ítem: a) grado de correspondencia, indicando si cada ítem pertenece o no a la categoría; b) formulación, opinión respecto a la claridad y al lenguaje utilizado, definiendo como adecuada, no adecuada, a mejorar, y c) pertinencia, referida a la categoría del conocimiento evaluada, definiendo como pertinente, no pertinente, con dudas. Asimismo, disponían de una sección para comentarios y/o correcciones en cuanto a la redacción, así como sugerencias, como por ejemplo, la ausencia de algún contenido.

A partir de los datos obtenidos se desecharon los ítems 8, 9 y 10, de baja valoración, y se modificó la redacción de los ítems 1d), 2c), 3a), 3c), 3d), 4a), 4b), 4c) y 6. Y en la nueva versión del cuestionario se agregaron los subítems 1e) y 2d):

Ítem 1: se reformuló 1d) en dos apartados y se agregó 1e), referido al CCREN.

Ítem 2: se mejoró la redacción de 2b) y 2c) y se incorporó 2d), sobre el CCREN.

Ítem 3: 3a) fue reemplazado por 3b), y se mejoró la redacción de 3c), que pasó a ser 3b). De esta forma, el ítem 3 quedó compuesto por 3a), 3b) y 3c).

Ítem 4: se modificó el enunciado y se mejoró la redacción de 4a), pues varios expertos comentaron que al preguntar por el error que está cometiendo el alumno, se da por hecho que el profesor sabe resolver el problema. En cuanto a 4b) y 4c), se mejoró la redacción. Por último, se incluyó 4a) en la categoría del CCC, pues para saber si la respuesta del alumno es o no correcta, el profesor debe resolver previamente el problema.

Ítem 5: un evaluador sugirió clasificarlo dentro de la dimensión del CCRE, ya que se pide al profesor que analice la explicación dada por el alumno, lo cual le lleva a detectar errores en su razonamiento.

Ítem 6: se modificó la pregunta de la situación problemática, pues concordamos con el comentario de los evaluadores que afirma que la pregunta *¿Cuál es su opinión sobre esto?* es muy ambigua, por lo se reemplazó por: *¿Considera correcta la respuesta de este alumno? Justifique su veracidad o falsedad*, más clara y precisa.

Ítem 7: no se recibieron observaciones, por lo que no se realizaron modificaciones.

Es así como, finalmente, hemos refinado nuestro instrumento por medio de una reformulación, adecuación y selección definitiva de los ítems, quedando el Cuestionario CDM-Probabilidad conformado por 7 ítems que incluyen situaciones problemáticas y

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

preguntas de respuesta abierta que permiten abordar las categorías globales y sus respectivas subcategorías del modelo del conocimiento didáctico-matemático del profesor de matemáticas.

3.2.2 Aplicación piloto del cuestionario

El principal objetivo de la aplicación piloto es valorar aspectos tales como: adecuación del tiempo estimado (90 minutos), claridad, comprensión de enunciados e índice de dificultad, además de incrementar y sustentar su fiabilidad, validez y factibilidad (COHEN; MANION; MORRISON, 2011). Con esta finalidad, se aplicó el cuestionario CDM-Probabilidad a una muestra de 8 voluntarios, todos profesores de Educación Primaria en activo.

Al inicio de la aplicación se leyeron instrucciones claras y precisas sobre cómo responder el cuestionario y sobre el objetivo de la aplicación. Además, se solicitó a los profesores que indicaran posibles dificultades en relación a la comprensión y redacción de los ítems. Por ello, durante la aplicación, algunos profesores solicitaron aclaraciones en cuanto a la redacción de los enunciados y preguntas. Tales dudas se registraron en una tabla de notas en la que, además, se incluyeron los tiempos parciales de resolución de las situaciones problemáticas.

El proceso de aplicación permitió observar aspectos importantes para la mejora del instrumento. Es el caso de la pregunta 1a), en la que no quedaba claro que había que resolver el problema planteado, y la pregunta 2c) que se cambió porque el enunciado no tenía ejemplos de respuestas incorrectas. En relación al ítem 4, se agregó una pregunta previa a la 4c) para facilitar su respuesta, de este modo el ítem quedó conformado por cuatro preguntas.

En cuanto al tiempo, sólo 3 profesores utilizaron la totalidad del tiempo asignado, por lo que consideramos que el tiempo estimado es adecuado.

Además de realizar un análisis cualitativo de la aplicación piloto, el cuestionario fue analizado cuantitativamente. Para ello, consideramos la variable *grado de corrección de las respuestas al ítem*, asignando los valores 0 si la respuesta es incorrecta, 1 si es parcialmente correcta y 2 si es correcta (los puntajes máximo y mínimo son 44 y 0 puntos respectivamente).

Ninguno de los profesores obtuvo la puntuación máxima, y las puntuaciones totales variaron entre los 2 y los 34 puntos, siendo la media de 16,5 puntos, por lo que el porcentaje de logro fue alrededor de un 38%. Sobre el índice de dificultad (ID), valora la dificultad que conlleva la resolución de la situación problemática planteada, y se define como la razón entre

BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

número de aciertos/número de respuestas (MUÑIZ, 1994). Dicho índice toma valores entre 0 y 1, (0 indica un alto grado de dificultad y 1 un grado de máxima facilidad, siendo los índices de dificultad media los que mejor discriminan). Para el cálculo del ID clasificamos las respuestas en correctas e incorrectas, las respuestas en blanco no se consideraron. La tabla 1 muestra un resumen estadístico de los datos:

Tabla 1 - Índice de dificultad de los ítems del cuestionario.

Ítem	**1**					**2**				**3**			**4**			**5**	**6**	**7**			
	a	**b**	**c**	**d**	**e**	**a**	**b**	**c**	**d**	**a**	**b**	**c**	**a**	**b**	**c**			**a**	**b**	**c**	**d)**
ID (%)	67	60	40	100	100	86	100	80	67	50	0	100	100	0	100	0	100	50	0	100	0

El cuestionario presentó una dificultad media de un 62%, como se ilustra en la tabla 1. Los ítems de mayor dificultad fueron 3b), 4b), 5, 7b), 7c) y 7d), vinculados al CCC, CCE, CCRC y CAC, respectivamente. El ítem de menor dificultad fue el 6, vinculado al CCC sobre la comparación de probabilidades simples de un mismo suceso con dos sucesos no equiprobables. A continuación se describen los principales resultados y hallazgos para cada uno de los ítems.

Ítem 1

Este ítem se formula a partir de las actividades de los libros de texto de primaria analizados y del cuestionario de Green (1983). Su propósito es evaluar el CCC, conocimiento del contenido en relación a los estudiantes, CCE, y el CCREN, vinculados a la comprensión de la independencia de sucesos.

En la tabla 2 se observa que hubo un alto porcentaje de respuestas en blanco, sobre todo en los subítems d) y e). De acuerdo a lo manifestado por los profesores, se debe a que no recordaban o desconocían el contenido en cuestión.

Tabla 2 - Frecuencias de respuestas al ítem 1 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem		Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
1	a)	4	50	2	25	0	0	2	25
	b)	3	37,5	2	25	0	0	3	37,5
	c)	2	25	2	25	1	12,5	3	37,5
	d)	2	25	0	0	0	0	6	75
	e)	2	25	0	0	0	0	6	75

El 50% de los profesores pudo resolver correctamente la situación problemática: reconocer que en el noveno lanzamiento de la moneda era igualmente probable obtener cara o sello dado que los lanzamientos son independientes unos de otros (CCC), obteniendo, así, una solución de referencia para analizar y corregir las respuestas dadas por los alumnos. Sin

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

embargo, tan sólo 2 profesores (25%) lograron identificar la independencia de sucesos como el contenido matemático que se precisa para resolver la situación.

En cuanto al CCRE y los posibles errores y dificultades en las respuestas de Luís y Lucía, 2 profesores (25%) describen los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolución de este tipo de problemas, señalando, por ejemplo, que *"los alumnos se dejaron llevar por lo que observaron y pensaban"* (profesor 1). Este tipo de respuesta evidencia que estos profesores identifican que la intuición tiene una fuerte incidencia en las posibles respuestas de los alumnos, y que contar con los resultados de los lanzamientos influye en sus respuestas. Este tipo de efectos - recencia negativa o positiva - ha sido descrito por autores como Piaget e Inhelder (1951) y Kahnemman, Slovic y Tversky (1982), quienes lo atribuyen a la heurística de la representatividad.

Por último, tan sólo el 25% de los profesores manifiesta un cierto grado de CCREN, al proponer algunas estrategias didácticas que facilitarían el aprendizaje de la percepción de la independencia de sucesos.

Finalmente, a partir de las frecuencias expuestas, se evidencia que los subítems de mayor dificultad son 1c), 1d) y 1e), sobre el CCE, conocimiento del contenido en relación a los estudiantes y CCREN. Mientras, el ítem que menor dificultad presenta es 1a), sobre el CCC. No obstante, si analizamos el ítem 1 en su totalidad, vemos que presenta un índice de dificultad media, por lo que podemos decir que muestra una buena discriminación. En base a lo anterior y a las notas recogidas durante la aplicación, se decidió conservar el ítem 1, incorporando solamente ciertos cambios en la redacción del subítem 1a).

Ítem2

Este ítem se reformula a partir de una actividad propuesta en Godino, Batanero y Cañizares (1987). Su propósito es evaluar el CCC, CCE, CCRE y CCREN, vinculados al cálculo de probabilidades y comparación de probabilidades de sucesos elementales no equiprobables.

Cerca de la mitad de los profesores respondieron correctamente (tabla 3). Muchas de las respuestas correctas se concentran en el subítem 2a) referido a la comparación y cálculo de probabilidades sencillas, lo que muestra que poseen cierto nivel de CCC en relación al cálculo y comparación de probabilidades de sucesos elementales.

Tabla 3 - Frecuencias de respuestas al ítem 2 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem		Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
2	a)	6	75	1	12,5	0	0	1	12,5

	b)	4	50	0	0	0	0	4	50
	c)	4	50	1	12,5	0	0	3	37,5
	d)	2	25	1	12,5	0	0	5	62,5

Los subítems que obtuvieron mayor porcentaje de respuestas en blanco son 2b) y 2d) referidos al CE del contenido y al CCREN, respectivamente. En este último subítem, los dos profesores que respondieron manifestaron que una buena estrategia para ayudar a los alumnos que no saben cómo resolver es "hacer la prueba con el material concreto" (profesor 4). Sin embargo, ninguno de ellos señala a qué tipo de material concreto se refiere ni cómo lo utilizaría, lo que pone de manifiesto que si bien se considera que el material concreto es una buena estrategia para la enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, no se tiene claro qué material concreto es más adecuado ni cómo utilizarlo, dejando entrever una cierta debilidad en el CCREN.

Por otro lado, vemos que el subítem 2a) referido al CCC es el que presentó una menor dificultad, mientras que los subítems 2b) y 2c) referidos al CE del contenido y al CCRE, presentaron un índice de dificultad media, siendo el subítem con mayor dificultad el 2d) referido al CCREN. Concluimos que este ítem presenta un índice de dificultad media, por lo que, salvo algunas modificaciones relacionadas con ciertos aspectos vinculados a la redacción de algunos enunciados, hemos decidido incorporarlo en su totalidad.

Ítem 3

Este ítem se toma de Fischbein y Gazit (1984), y su propósito es evaluar el CCC, CCE y CCREN, vinculados a la comprensión del concepto de suceso seguro. Las mayores dificultades las presenta el subítem 3b) sobre el CCC, en el cual el profesor debe resolver el problema para identificar los conceptos y propiedades involucradas. Esto le dará claridad para analizar cada una de las respuestas hipotéticas de los alumnos, justificando por qué son o no correctas. Tales conceptos y/o propiedades matemáticos de comprensión del concepto de suceso seguro, además de nociones básicas de combinatoria, no fueron identificados por los profesores. Mientras, el subítem 3c) fue el que tuvo un mayor número de aciertos. Sin embargo, los profesores manifestaron que una buena estrategia era *"utilizar material concreto para realizar la actividad"* (profesor 3), pero no señalaron qué tipo de material ni cómo lo utilizarían, lo que muestra un débil CCREN.

Tabla 4 - Frecuencias de respuestas al ítem 3 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem		Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
3	a)	3	37,5	2	25	1	12,5	2	25

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

	b)	0	0	3	37,5	3	37,5	2	25
	c)	6	75	0	0	0	0	2	25

Al centrarnos en el índice de dificultad de los subítems del ítem 3, vemos que existe una disparidad que va de lo simple a lo complejo. Esto es interesante de mantener pues el cuestionario debe presentar distintos grados de dificultad, a fin de discriminar los tipos y niveles de conocimientos didáctico-matemáticos sobre probabilidad de los profesores.

Ítem 4

El ítem ha sido extraído de la investigación de Green (1982). Su finalidad es valuar el CCC, CCE, CCRE y CCREN, sobre el cálculo y comparación de probabilidades de sucesos elementales.

Los profesores han demostrado tener conocimiento adecuado del contenido en relación con los estudiantes en lo referido al aprendizaje del cálculo y comparación de probabilidades. Al contrario, no logran reconocer los conceptos y/o propiedades matemáticas involucrados en la resolución de la situación problemática. Lo anterior se puede contrastar con los resultados expuestos en la tabla 5.

Tabla 5 - Frecuencias de respuestas al ítem 4 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem		Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
4	a)	6	75	0	0	0	0	2	25
	b)	0	0	4	50	1	12,5	3	37,5
	c)	2	25	0	0	0	0	6	75

Al observar la tabla 5 vemos que los distintos subítems muestran niveles de dificultad que van de lo simple a lo complejo, siendo el subítem referido al CCE el que presenta menor dificultad. Mientras, el CCRE y en relación con la enseñanza son los que presentan mayor dificultad. Sobre todo en el subítem 4b), pues ninguno de los profesores logró identificar que el contenido involucrado en la resolución de la situación se encuentra relacionado con la comparación de probabilidades de sucesos elementales. La mayoría de los profesores lo vinculó con la *"*comparación entre fracciones*"* (profesor 7).

Finalmente, hemos decidido conservar el ítem 4 en su totalidad, pues consideramos que es un ítem con un índice de dificultad equilibrado que va de menos a más. No obstante, hemos realizado algunas modificaciones a nivel de redacción.

Ítem 5

La situación problemática del ítem 5 ha sido extraída del cuestionario de Fischbein y Gazit (1984). El objetivo de este ítem es evaluar el CCC y CCRE, referido a la comprensión

cc BY NC ND
ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

de independencia de sucesos en la asignación de probabilidades. En la tabla 6 se observa que ninguno de los profesores acertó en su respuesta, argumentando que *"ya que Pedro no ha ganado, ahora tiene más posibilidades de ganar"* (profesor 6).

Tabla 6 - Frecuencias de respuestas al ítem 5 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem	Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
5	0	0	6	75	2	25	0	0

Este tipo de argumentos evidencia que la recencia negativa influiría fuertemente en las respuestas de los profesores, induciéndolos a pensar erróneamente. Esto muestra un bajo dominio del CCC. También observamos que este ítem tiene un índice de dificultad elevado, pues ningún profesor contestó correctamente; pese a ello decidimos conservar la pregunta, puesto que para que un instrumento se encuentre bien calibrado debe estar conformado por ítems con distintos niveles de dificultad.

Ítem 6

Este ítem ha sido tomado del cuestionario de Fischbein y Gazit (1984). Su propósito es evaluar el CCC y CCRE, sobre comparación de probabilidades y noción de juego equitativo.

Tabla 7 - Frecuencias de respuestas al ítem 6 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem	Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
6	8	100	0	0	0	0	0	0

Como se observa en la tabla 7, el CCC de los profesores sobre comparación de probabilidades simples de un mismo suceso con dos sucesos no equiprobables está presente en la totalidad de estos profesores.

Pese a que el índice de dificultad del ítem 6 indica que es extremadamente fácil, es necesario incluirlo, puesto que el instrumento debe contar con ítems de todos los grados de dificultad.

Ítem 7

Este ítem se ha elaborado a partir de actividades presentes en los libros de textos analizados. Su objetivo es evaluar el CCC, CAC, conocimiento del contenido en relación al currículo y CCREN sobre comprensión de la independencia de sucesos y cálculo de probabilidades.

La tabla 8 muestra que los profesores presentaron dificultades para identificar el objetivo de la situación problemática planteada, lo que nos revela una debilidad en relación al CCE.

Tabla 8 - Frecuencias de respuestas al ítem 7 e índice de dificultad (n = 8).

Ítem		Respuestas correctas		Respuestas incorrectas		Parcialmente correctas		En blanco	
		Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%	Frecuencia	%
7	a)	3	37,5	2	25	1	12,5	2	25
	b)	0	0	0	0	0	0	8	100
	c)	4	50	0	0	0	0	4	50
	d)	0	0	0	0	0	0	8	100

Al observar la columna sobre el índice de dificultad de los subítems, vemos que el ítem en su totalidad presenta un nivel de dificultad medio, por lo que no debería representar mayores dificultades para los profesores.

Este análisis dio lugar a la versión definitiva del cuestionario (fase 6), que consta de 7 ítems de respuesta abierta (Anexo 2). Posteriormente, Vásquez y Alsina (2014) realizan también un análisis de los conocimientos desde la perspectiva teórica del EOS, que da herramientas para la interpretación y análisis de los conocimientos puestos en juego en la resolución de un problema matemático. El EOS introduce la noción de configuración de objetos y significados, lo que ha permitido estudiar las configuraciones epistémicas asociadas a cada ítem, entendidas como el conjunto de objetos matemáticos que intervienen en la resolución de las situaciones problemáticas. De forma más concreta, en el análisis *a priori* realizado a través de la *Guía de Reconocimiento de Objetos y Significados* (GROS), se consideran los siguientes aspectos: componente del modelo del conocimiento didáctico-matemático a evaluar; contenidos principales y secundarios a evaluar; elementos de significado en los que se centra el ítem; propuesta de respuesta experta; configuración epistémica del ítem en términos de objetos y significados; potenciales conflictos de significado. Dicho análisis, *a priori*, ha puesto en evidencia que los ítems del cuestionario cubren los contenidos seleccionados inicialmente, evaluándose, además, contenidos secundarios explicitados en las configuraciones de objetos y significados para cada ítem. Asimismo, identificamos los elementos de significados presentes en la resolución de cada ítem, mediante lo cual podemos asegurar la validez de contenido del cuestionario. Además, realizar este análisis nos permitió anticiparnos a los posibles conflictos de significado.

4 Consideraciones finales

Como ya se ha indicado, las investigaciones en torno al conocimiento didáctico-matemático del profesorado de primaria en activo, son muy escasas y mucho más aquellas referidas a probabilidad. El desarrollo de este estudio ha permitido observar la necesidad de

cc BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

contar con instrumentos de evaluación que describan, de manera sistemática, el conocimiento matemático-didáctico del profesorado de primaria sobre probabilidad. Es en este sentido que, por medio de este trabajo, se ha mostrado el proceso de diseño, construcción y validación del Cuestionario CDM-Probabilidad, para tales propósitos. Dentro de este proceso destacan las etapas de construcción del significado de referencia global sobre la probabilidad, valoración del juicio de expertos y análisis de la aplicación piloto del cuestionario, éstas nos han permitido informar a cerca de la validez de los ítems, para refinar y elaborar así la versión final del instrumento.

Por otro lado, a partir de los resultados obtenidos en la aplicación piloto, hemos tenido una primera aproximación, por medio de los conocimientos puestos en juego en cada una de las respuestas, al conocimiento didáctico-matemático sobre probabilidad. Tales resultados, si bien aún parciales, coloca a los profesores en un nivel medio bajo en todas las categorías del conocimiento del contenido matemático, siendo aquellas categorías que mayor dificultad presentaron las asociadas a la comprensión de la noción de suceso seguro, cálculo y comparación de probabilidades de sucesos elementales, y comprensión de la independencia de sucesos.

Referencias

AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M.; PORLÁN, R. Concepciones de futuros profesores de primaría sobre la noción de aleatoriedad. **Enseñanza de las Ciencias**, Barcelona, v.16, n.1, p. 85-97, marzo 1998.

BALL, D. L.; LUBIENSKI, S. T.; MEWBORN, D. S. Research on teaching mathematics: The unsolved problem of teachers` mathematical knowledge. In: RICHARDSON, V. (Ed.). **Handbook of Research on Teaching** 4. ed. Washington, DC: American Educational Research Association, 2001, p. 433-456.

BATANERO, C.; GODINO, J. D.; CAÑIZARES, M. J. Simulation as a tool to train Pre-service school teachers. In: AFRICAN REGIONAL CONFERENCE OF ICMI, 1th, 2005, Ciudad del Cabo. **Proceedings …** Ciudad del Cabo: ICMI, 2005. p. 13-23. CD-ROM

BATANERO, C.; ORTIZ, J.J.; SERRANO, L. Investigación en didáctica de la probabilidad. **UNO**, Barcelona, v. 44, n.1, p. 7-16, enero, febrero, marzo 2007.

BEGG, A.; EDWARDS, R. Teachers' ideas about teaching statistics. In: **Proceedings of the 1999 combined conference of the Australian Association for Research in Education and the New Zealand Association for Research in Education**. Melbourne: AARE & NZARE, 1999. Disponível em: <http://www.aare.edu.au/99pap/beg99082.htm>. Acesso em: 23 ago. 2012.

CAÑIZARES, M. J. **Influencia del razonamiento proporcional y de las creencias subjetivas en las intuiciones probabilísticas primarias**. Tesis Doctoral (Doctorado en Didáctica de la Matemática) – Departamento de Didáctica de la Matemática, Universidad de Granada, Granada, 1997.

COHEN, L.; MANION, L.; MORRISON, K. **Research methods in education**. Londres: Routledge. 2011.

FISCHBEIN, E.; GAZIT, A. Does the teaching of probability improve probabilistic intuitions? **Educational Studies in Mathematics**. New York, v.15, n. 1, p. 1-24, febrero 1984.

GODINO, J.D. Mathematical concepts, their meanings and understanding. In: Puig, L.; Gutiérrez, A. (Ed.). **Proceedings of the XX PME Conference,** Valencia: Universidad de Valencia, 1996, p. 417-424.

GODINO, J. D. Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. **Recherches en Didactique des Mathématiques**, Grenoble, v. 22, n. 2/3, p. 237 - 284. 2002.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; CAÑIZARES, M. J. **Azar y Probabilidad. Fundamentos didácticos y propuestas curriculares**. Madrid: Editorial Síntesis, 1987.

GODINO, J. D.; BATANERO, C.; FONT, V. The onto-semiotic approach to research in mathematics education. **ZDM. The International Journal on Mathematics Education**, Berlin, v. 39, n. 1, p. 127-135, enero 2007.

GODINO, J. D.; GONZATO, M.; FERNÁNDEZ, L. ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo? Conocimientos puestos en juego en la realización de una tarea matemática. En: MORENO, M. M. et al. (Ed.). **Investigación en Educación Matemática XIV**. Lleida: SEIEM, 2010. p. 341-352.

GODINO, J.D.; PINO-FAN, L. The mathematical knowledge for teaching. A view from onto-semiotic approach to mathematical knowledge and instruction. In: UBUZ, B.; HASER, Ç.;MARIOTTI, M. (Ed.). **Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education.** Antalya, Turkey: CERME, 2013. p. 3325-3326.

GÓMEZ, E.; BATANERO, C.; CONTRERAS, J. M. Conocimiento matemático de futuros profesores para la enseñanza de la probabilidad desde el enfoque frecuencial. **Boletim de Educação Matemática,** v. 28, n. 48, p. 209-229, abril 2014.

GREEN, D. R. A survey of probabilistic concepts in 3000 pupils aged 11-16 years. En: GREY, D. R. COLS. (Ed.). **Proceedings of the First International Conference on Teaching Statistics.** Universidad de Sheffield, 1983. p. 766-783.

HILL, H. C.; BALL, D. L.; SCHILLING, S. G. Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. **Journal for Research in Mathematics Education**, Reston, V. A., v. 39, n.4, p. 372-400, july 2008.

KAHNEMMAN, P.; SLOVIC, A.; TVERSKY. **Judgment under uncertainty:** Heuristics and biases. Cambridge: Cambridge University Press, 1982.

MILLMAN, J.; GREENE, J. The specification and development of test of achievement and ability. En: LINN, R. L. (Ed.). **Educational Measurement.** London: Macmillan, 1989. p. 335-366.

MINISTERIO DE EDUCACIÓN. **Bases Curriculares 2012:** Educación Básica Matemática. Unidad de Curriculum y Evaluación: Santiago de Chile, 2012.

MUÑIZ, J. **Teoría clásica de los tests**. Madrid: Pirámide, 1994.

ORTIZ, J. J.; MOHAMED, N.; BATANERO, C.; SERRANO, L.; RODRÍGUEZ, J. Comparación de probabilidades en maestros en formación. En: BOLEA, P.; GONZÁLES, M. J.; MORENO, M. (Ed.).

cc BY NC ND

Actas del X Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática Huesca: SEIEM, 2006. p. 268-276.

OSTERLIND, S. J. **Constructing test items**. Boston: Kluwer, 1989.

PIAGET, J.; INHELDER, B. **La genése de l'idée de hasard chez l'enfant**. Paris: Presses Universitaires de France, 1951.

PINO-FAN, L.; FONT, V.; GODINO, J. D. El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. En: DOLORES, C.; et al. (Ed.). **Matemática Educativa: La formación de profesores.** México, D. F.: Ediciones D. D. S. y Universidad Autónoma de Guerrero, 2014. p. 137-151.

PINO-FAN, L.; GODINO, J.D.; FONT, V. Diseño y aplicación de un instrumento para explorar la faceta epistémica del conocimiento didáctico-matemático de futuros profesores sobre la derivada (Parte 1). **REVEMAT**, Florianopolis, S. C., Brasil, v. 8, n. 2, p. 1-49, diciembre 2013.

SCHOENFELD, A. H.; KILPATRICK, J. Towards a theory of proficiency in teaching mathematics. In: TIROSH, D.; WOOD, T. (Ed.). **Tools and Processes in Mathematics Teacher Education.** Rotterdam: Sense Publishers, 2008. p. 321-354.

SERRADÓ, A.; AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, C. Randomness in textbooks: the influence of the deterministic thinking. In: **Proceedings of the Four Congress of European Research in Mathematics Education.** CERME 4, 2005. Disponível em: <http://cerme4.crm.es/Papers%20definitius/5/SerradA zcarCarde.pdf>

SERRADÓ, A.; AZCÁRATE, P.; CARDEÑOSO, J.M. Analyzing teacher resistance to teaching probability in compulsory education. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON TEACHING STATISTICS, 7th, 2006, Salvador, **Proceedings...** Salvador: International Statistical Institute, 2006. Disponible en: <www.stat.auckland.ac.nz/~iase/publications>

SHULMAN, L.S. Those who understand: Knowledge growth in teaching. **Educational Researcher**. Washington, v. 15, n. 2, p. 4-14, febrero 1986.

SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: Foundation of the new reform. **Harvard Educational Review,** Harvard, v. 57, n. 1, p. 1 - 22, febrero 1987.

SILVERMAN, J.; THOMPSON, P. W. Toward a framework for the development of mathematical knowledge for teaching. **Journal of Mathematics Teacher Education,** Dordrecht, Netherland, v.11, n. 6, p. 499 – 511, noviembre 2008.

STHOL, H. Probability in teacher education and development. In: JONES, G. (Ed.). **Exploring probability in schools:** Challenges for teaching and learning. Nueva York: Springer, 2005. p. 345-366.

VÁSQUEZ, C.; ALSINA, A. Evaluation of Teaching and Mathematical Knowledge in Primary Teachers for the Teaching of Probability. In: World Conference on Learning, Teaching and Educational Leadership. 2014, Barcelona. **Proceedings…** Barcelona, España, 2014. p. 691-696.

WATSON, J.M. Profiling teachers competence and confidence to teach particular mathematics topics: The case of chance and data. **Journal of Mathematics Teacher Education,** Dordrecht, v. 4, n. 4, p. 305-337, diciembre 2001.

Submetido em Maio de 2014.
Aprovado em Agosto de 2014.

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

ANEXO 1: Ítems versión inicial Cuestionario CDM-Probabilidad

Ítem 1:

La profesora Gómez plantea la siguiente situación a sus alumnos de sexto año básico:

Una persona lanza 8 veces la misma moneda, obteniendo en orden, los siguientes resultados: cara, sello, cara, sello, sello, sello, sello, sello. Si lanza la moneda por novena vez, ¿Qué es más probable que pase?

Algunos de los alumnos de la profesora Gómez dan las siguientes respuestas:

Luis: es más probable que salga cara, puesto que han salido demasiados sellos y ya es hora de que salga cara

Andrés: es igual de probable que salga cara o sello

Lucia: es más probable que salga sello, puesto que ha salido sello en cinco lanzamientos sucesivos

Responda:
a) Resuelva el problema
b) ¿Cuál o cuáles de los alumnos ha dado con la respuesta correcta? ¿Por qué?
c) ¿Qué contenidos matemáticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
d) Exponga las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas de estos

Ítem 2:

La profesora María Eugenia presenta el siguiente juego a sus alumnos:

Deben sacar una bola de una de las cajas siguientes con los ojos cerrados. Ganan si obtienen una bola blanca. ¿De qué caja prefieren hacer la extracción?

CAJA A

CAJA B

Responda:
a) Resuelva el problema
b) ¿Cuál podría ser la respuesta errónea más común entre los alumnos? ¿a qué considera usted que se debe?
c) ¿Qué contenido matemático deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?

Ítem 3:

El profesor Ramírez plantea el siguiente problema a sus alumnos:

En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿cuántas bolas debe uno sacar para estar seguro de que se obtendrá una bola de cada color?

Obteniendo las siguientes respuesta por parte de algunos de sus alumnos:

Carla: tres, porque hay tres tipos de colores

Karina: para estar segurísimo habrá que sacar seis bolas, porque si hay nueve en total, y hay de tres variedades, sacar bolas de cada variedad hasta que quede una de cada variedad.

Raúl: si se sacaran primero las bolas rojas y verdes, serian siete, pero como son una de cada color, pues ocho.

Antonio: tendrá que cogerlas todas y ahí estará lo más seguro posible.

Responda:
a) Comente la respuestas dadas por estos alumnos y justifique su veracidad o falsedad.
b) ¿Qué respuesta debería aceptar el profesor como correcta? ¿Por qué?
c) ¿Qué conceptos o propiedades deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
d) ¿Qué estrategias utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que han dado una respuesta errónea se den cuenta de su error y lo superen?

Ítem 4:

Usted se encuentra en quinto año básico y ha planteado el siguiente problema a sus alumnos:

En una clase de matemáticas hay 13 niños y 16 niñas. Cada nombre de los alumnos se escribe sobre un trozo de papel. Todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno sin mirar, ¿qué es más probable que suceda?

Frente a lo cual uno de sus alumnos responde:

"Es la suerte quien decide. Aunque haya más niñas, la suerte es igual. En parte podría ganar una niña".

Responda:
a) ¿Qué error está cometiendo éste alumno?
b) ¿Qué conceptos o propiedades deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
c) ¿Qué estrategia utilizaría usted para convencer a este alumno de su error?

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

Ítem 5:

Pedro ha participado en una lotería semanal durante los dos últimos meses. Hasta ahora no ha ganado nunca, pero decide continuar por la siguiente razón: "la lotería es un juego basado en la suerte, a veces gano, a veces pierdo. Yo ya he jugado muchas veces, y nunca he ganado. Por lo tanto, estoy más seguro que antes de que ganaré en alguna partida próxima". ¿Cuál es su opinión sobre la explicación de Pedro?

Ítem 6:

Eduardo tiene en su caja 10 bolas blancas y 20 negras. Luis tiene en su caja 30 bolas blancas y 60 negras. Juegan una partida de azar. El ganador es el niño que saque primero una bola blanca. Si ambos sacan simultáneamente una bola blanca o una bola negra, ninguno gana, devuelven las bolas a las cajas y la partida continua. Eduardo afirma que el juego no es justo porque en la caja de Luis hay más bolas blancas que en la suya. ¿Cuál es su opinión sobre esto?

Ítem 7:

Usted ha seleccionado el siguiente problema para que sus alumnos de 6º básico:

Al lanzar un dado 10 veces, han salido los siguientes valores: 3, 6, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 6, 2. Si se lanza el dado otra vez, ¿qué número es más probable que salga?

Responda:

a) Resuelva el problema
b) ¿Qué objetivo cree usted que tiene este problema?
c) ¿Qué tipo de recurso utilizaría para representar el problema? Explique cómo lo utilizaría. Justifique su elección.

Ítem 8:

¿Qué contenidos del eje temático de datos y probabilidades considera usted que es importante que sus alumnos de quinto básico dominen, antes de comenzar con la enseñanza de las probabilidades en ese curso?

Ítem 9:

¿Qué ejemplo considera usted que es el más apropiado para lograr que los alumnos comprendan la regla de Laplace?

Ítem 10:

Usted quiere iniciar a sus alumnos de segundo básico en el aprendizaje de las probabilidades. ¿Qué dificultades pueden ocasionar en dicho aprendizaje las ideas previas que pueden tener los alumnos de azar/suerte, azar/casualidad y azar/magias? ¿Qué actividad les propondría para superar tales dificultades?

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

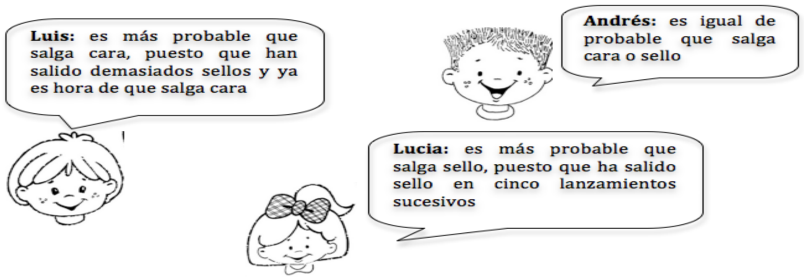
ANEXO 2: Ítems versión final Cuestionario CDM-Probabilidad

Ítem 1

La profesora Gómez plantea la siguiente situación a sus alumnos de sexto año básico:

Una persona lanza 8 veces la misma moneda, obteniendo en orden, los siguientes resultados: cara, sello, cara, sello, sello, sello, sello, sello. Si lanza la moneda por novena vez, ¿qué es más probable que pase?

Algunos de los alumnos de la profesora Gómez dan las siguientes respuestas:



Responda:

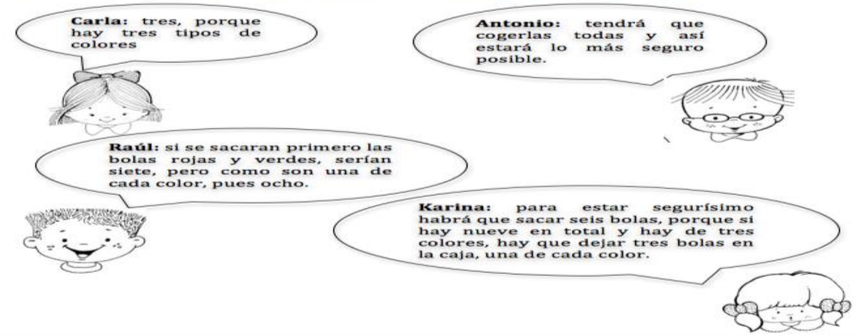
a) Resuelva el problema planteado por la profesora Gómez.
b) ¿Cuál o cuáles de los alumnos ha dado con la respuesta correcta? ¿Por qué?
c) ¿Qué contenidos matemáticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
d) Describa las posibles dificultades, presentes en las respuestas incorrectas, que han llevado a los alumnos a responder de manera errónea.
e) ¿Qué estrategias utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema?

Ítem 3

El profesor Ramírez plantea el siguiente problema a sus alumnos:

En una caja hay 4 bolas rojas, 3 verdes y 2 blancas. ¿Cuántas bolas se deben sacar para estar seguro de que se obtendrá una bola de cada color?

Las respuestas obtenidas por parte de algunos de sus alumnos son las siguientes:



Responda:

a) ¿Qué respuestas debería aceptar el profesor como correctas? ¿Por qué?
b) ¿Qué conceptos y/o propiedades matemáticas deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
c) ¿Qué estrategias utilizaría para que aquellos alumnos que han dado una respuesta errónea se den cuenta de su error y lo superen?

Ítem 2

La profesora María Eugenia presenta el siguiente juego a sus alumnos:

Deben sacar una bola de una de las cajas siguientes con los ojos cerrados. Ganan si obtienen una bola blanca. ¿De qué caja es preferible hacer la extracción?

Responda:

a) Resuelva el problema
b) ¿Qué contenidos matemáticos deben usar los alumnos para dar una solución correcta a este problema?
c) Describa las posibles dificultades, a las cuales podrían verse enfrentados los alumnos para resolver de manera correcta el problema.
d) ¿Qué estrategias utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema?

Ítem 4

Usted se encuentra en quinto año básico y ha planteado el siguiente problema a sus alumnos:

En una clase de matemáticas hay 13 niños y 16 niñas. Cada alumno escribe su nombre en un trozo de papel y todos los trozos se ponen en un sombrero. El profesor saca uno de los trozos de papel, sin mirar, y pregunta a sus alumnos: ¿qué es más probable que suceda?

Uno de los alumnos da la siguiente respuesta:

"Es la suerte quien decide. Aunque haya más niñas, la suerte es igual. En parte podría ganar una niña".

Responda:

a) ¿Considera correcta la respuesta de este alumno? Justifique su veracidad o falsedad.
b) ¿Qué conceptos y/o propiedades deben usar los alumnos para dar una respuesta adecuada a este problema?
c) Describa las posibles dificultades, a las cuales podrían verse enfrentados los alumnos para resolver de manera correcta el problema.
d) ¿Qué estrategias utilizaría para ayudar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema se den cuenta de su error y lo superen?

CC BY NC ND

ISSN 1980-4415
DOI: http://dx.doi.org/10.1590/1980-4415v29n52a13

Ítem 5

Pedro ha participado en una lotería semanal durante los dos últimos meses. Hasta ahora no ha ganado nunca, pero decide continuar por la siguiente razón: "*la lotería es un juego basado en la suerte, algunas veces gano, algunas veces pierdo. Yo ya he jugado muchas veces y nunca he ganado. Por lo tanto, estoy más seguro que antes de que ganaré en alguna partida próxima*".

¿Cuál es su opinión sobre la explicación de Pedro?

Ítem 6

Eduardo tiene en su caja 10 bolas blancas y 20 negras. Luís tiene en su caja 30 bolas blancas y 60 negras. Juegan una partida de azar. El ganador es el niño que saque primero una bola blanca. Si ambos sacan simultáneamente una bola blanca o una bola negra, ninguno gana, devuelven las bolas a las cajas y la partida continua. Eduardo afirma que el juego no es justo porque en la caja de Luís hay más bolas blancas que en la suya.

¿Considera correcta la respuesta de este alumno? Justifique su veracidad o falsedad.

Ítem 7

Usted ha seleccionado el siguiente problema para sus alumnos de 6º básico:

Al lanzar un dado 10 veces han salido los siguientes valores: 3, 6, 2, 3, 4, 4, 3, 2, 6, 2. Si se lanza el dado otra vez, ¿qué número es más probable que salga?

Responda:

a) Resuelva el problema
b) ¿Qué objetivo cree usted que tiene, en relación al currículo, el abordar este tipo de problema?
c) ¿Qué tipo de recurso utilizaría para representar el problema? Explique cómo lo utilizaría. Justifique su elección.
d) ¿Con qué conceptos más avanzados del currículo escolar relaciona el contenido involucrado en la resolución de este problema?

Reproduced with permission of the copyright owner. Further reproduction prohibited without permission.