



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

# **ANÁLISIS DE OUTPUT EN EL LARGO PLAZO UTILIZANDO MÉTODOS DE REMUESTREO BOOTSTRAP**

**MARGARITA PAZ CASTRO ANICH**

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado  
como parte de los requisitos para optar al grado de  
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:  
**PEDRO GAZMURI SCHLEYER**

Santiago de Chile, Julio 2014

© MMXIV, MARGARITA PAZ CASTRO ANICH



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERIA

# **ANÁLISIS DE OUTPUT EN EL LARGO PLAZO UTILIZANDO MÉTODOS DE REMUESTREO BOOTSTRAP**

**MARGARITA PAZ CASTRO ANICH**

Miembros del Comité:

PEDRO GAZMURI SCHLEYER

JORGE VERA ANDREO

PABLO ZEGERS FERNANDEZ

SERGIO GUTIÉRREZ CID

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado  
como parte de los requisitos para optar al grado de  
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Julio 2014

© MMXIV, MARGARITA PAZ CASTRO ANICH

*A mi padres y mi familia*

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco al profesor Pedro Gazmuri por introducirme y motivarme con el tema de la simulación. También le agradezco por su apoyo y ayuda para sacar esta tesis adelante. Agradezco también al los profesores Jorge Vera, Sergio Gutiérrez y Pablo Zegers por su apoyo y correcciones en el proceso final para sacar mi título.

Agradezco a todo el equipo de Simula UC, en especial a mis jefes Pedro Halçartegaray y Pablo Senosiain, por su apoyo incondicional y por facilitarme los datos para desarrollar mi tesis. También les agradezco por darme la flexibilidad para poder trabajar con ellos y en mi tesis al mismo tiempo, y por darme la facilidad de poder trabajar en mi tesis en sus oficinas.

Le agradezco a mi pololo, Rodrigo Toro, por apoyarme en todo momento y por animarme cada vez que me sentía estresada o desmotivada realizando esta tesis. También le agradezco por ayudarme en la parte final de edición de esta tesis para corregir todos los errores tipográficos y de redacción.

Finalmente agradezco a mi familia por siempre estar ahí y a enseñarme que si uno quiere algo, con esfuerzo y dedicación, siempre se puede lograr. Agradezco especialmente a mis padres por su apoyo en los momentos más difíciles al desarrollar esta tesis y por soportar mis malos humores producto del estrés. Y en especial les agradezco por apoyarme para seguir mis sueños académicos y siempre ser un pilar y un ejemplo a seguir. Esta tesis es para ellos que por tanto tiempo estuvieron esperando que la terminara.

## INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS . . . . .	iv
INDICE GENERAL . . . . .	v
INDICE DE FIGURAS . . . . .	viii
INDICE DE TABLAS . . . . .	ix
RESUMEN . . . . .	xv
ABSTRACT . . . . .	xvi
1. INTRODUCCIÓN . . . . .	1
2. MARCO TEÓRICO . . . . .	3
2.1 Análisis de Output en Simulación . . . . .	3
2.1.1 Replicas Independientes . . . . .	3
2.1.2 Replication Deletion . . . . .	4
2.2 Métodos de remuestreo Bootstrap . . . . .	5
2.2.1 Bootstrap . . . . .	6
2.2.2 Moving Blocks Bootstrap . . . . .	8
2.2.3 Threshold Bootstrap . . . . .	9
2.2.4 Complejidad algorítmica del Bootstrap . . . . .	11
2.2.5 Construcción de intervalos de confianza ocupando réplicas bootstrap . . . . .	12
2.3 Bootstrap en Simulación . . . . .	13
3. MÉTODOS DE REMUESTREO PARA UN MODELO $M M 1$ . . . . .	15
3.1 Descripción de la metodología . . . . .	15
3.1.1 Escenarios estudiados . . . . .	15
3.1.2 Experimentos y metodología . . . . .	16
3.2 Análisis de output utilizando métodos convencionales . . . . .	17
3.3 Análisis de output ocupando Bootstrap . . . . .	20

3.3.1	Tiempo de cómputo para métodos de remuestreo . . . . .	20
3.3.2	Desempeño general para cada uno de los métodos . . . . .	22
3.3.3	Formación de bloques para THB y MBB . . . . .	26
3.3.4	Utilización de Replication Deletion . . . . .	29
3.4	Comparación entre Réplicas Independientes y métodos de remuestreo . . .	31
3.5	Conclusiones para el modelo $M M 1$ . . . . .	34
4.	MÉTODOS DE REMUESTREO EN UN MODELO COMPLEJO . . . . .	36
4.1	Descripción del modelo de simulación . . . . .	36
4.1.1	Operaciones en el centro de distribución . . . . .	36
4.1.2	Características de los camiones . . . . .	38
4.2	Metodología y experimentos a realizar . . . . .	39
4.2.1	Cálculo de M.Desempeño y estimadores . . . . .	41
4.3	Análisis de resultados ocupando RI . . . . .	42
4.4	Análisis de output ocupando Bootstrap . . . . .	44
4.4.1	Tiempo de cómputo para los métodos de remuestreo . . . . .	44
4.4.2	Efecto al variar el número de observaciones . . . . .	47
4.4.3	Efecto de ocupar RD . . . . .	49
4.4.4	Diferencias de desempeño de los método de remuestreo . . . . .	50
4.4.5	Desempeño de los métodos de remuestreo según M.Desempeño . . . .	54
4.4.6	Diferencias de desempeño según escenario . . . . .	57
4.5	Comparación con Réplicas Independientes . . . . .	58
4.5.1	Comparación de los tiempo de cómputo para cada uno de los estimadores	58
4.5.2	Desempeño en el cálculo de estimadores . . . . .	59
5.	CONCLUSIONES . . . . .	62
5.1	Conclusiones para el modelo $M M 1$ . . . . .	62
5.2	Conclusiones para el modelo del centro de distribución . . . . .	63
5.3	Conclusiones generales y comparación de ambos modelos . . . . .	64
5.4	Trabajos futuros . . . . .	65

BIBLIOGRAFIA . . . . .	67
ANEXO A. CÓDIGO EN MATLAB . . . . .	69
A.1 Código para métodos de remuestreo . . . . .	69
A.1.1 Formación de grupos para el THB . . . . .	70
A.1.2 Formación de grupos para el MBB . . . . .	71
ANEXO B. ANÁLISIS DE OUTPUT $M M 1$ , MÉTODOS CONVENCIONALES	72
ANEXO C. ANÁLISIS DE OUTPUT $M M 1$ CON BOOTSTRAP . . . . .	82
ANEXO D. ANÁLISIS DE OUTPUT CD CON MÉTODOS CONVENCIONALES	91
ANEXO E. ANÁLISIS DE OUTPUT CD CON MÉTODOS DE REMUESTREO	104

## INDICE DE FIGURAS

3.1	Método gráfico Replication Deletion . . . . .	18
3.2	Grupos THB para escenario 1 . . . . .	28
3.3	Grupos THB para escenario 3 . . . . .	28
4.1	Modelo del CD en SIMIO . . . . .	37
4.2	Método gráfico Replication Deletion . . . . .	43
4.3	Grupos THB para escenario 1 . . . . .	53
4.4	Grupos THB para escenario 1 . . . . .	54



## INDICE DE TABLAS

3.1	Escenarios modelo $M M 1$ . . . . .	16
3.2	Resumen resultados MM1 - error relativo . . . . .	19
3.3	Resumen resultados MM1 - margen de error . . . . .	20
3.4	Tiempos de cómputo variando $B$ . . . . .	21
3.5	Tiempos de cómputo variando $N$ . . . . .	22
3.6	Resumen resultados MM1 Bootstrap - comparación $B$ . . . . .	23
3.7	Resumen resultados MM1 Bootstrap - comparación $N$ . . . . .	24
3.8	Resumen resultados MM1 - Comparación métodos remuestreo . . . . .	25
3.9	Comparación de tamaños de bloque entre MBB y THB . . . . .	27
3.10	Escenarios con mejoras al ocupar RD . . . . .	30
3.11	Escenarios con peor desempeño al ocupar RD . . . . .	30
3.12	Comparación de tiempos de cómputos. Escenario 9 . . . . .	32
3.13	Comparación de métodos de remuestreo con RI - 1 . . . . .	32
3.14	Comparación de métodos de remuestreo con RI - 2 . . . . .	33
4.1	Distribución de las llegadas a lo largo del día . . . . .	38
4.2	Características de los camiones . . . . .	39
4.3	Resultados para la M.Desempeño PropCamiones2 . . . . .	43
4.4	Resultados para la M.Desempeño PropCamiones3 . . . . .	44
4.5	Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones. M.Desempeño 5 . . . . .	45
4.6	Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones. M.Desempeño 6 . . . . .	46
4.7	Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones. M.Desempeño 1 . . . . .	47
4.8	Desempeño de los métodos de remuestreo al variar $N$ - Casos con mayor variabilidad . . . . .	48

4.9	Desempeño de los métodos de remuestreo al variar N - Casos con mayor variabilidad . . . . .	49
4.10	Desempeño de los métodos de remuestreo al ocupar RD . . . . .	50
4.11	Comparación Métodos de remuestreo - Escenario 2, M.Desempeño 12 . . . .	51
4.12	Comparación Métodos de remuestreo - Escenario 2, M.Desempeño 2 . . . .	52
4.13	Comparación de tamaños de bloque entre MBB y THB . . . . .	53
4.14	Desempeño para M.Desempeño de tiempo de permanencia - Escenario 1 . . .	55
4.15	Desempeño para M.Desempeño de número de camiones - Escenario 1 . . . .	56
4.16	Desempeño para M.Desempeño extremas - Escenario 2 . . . . .	56
4.17	Uso de THB para escenarios con diferente congestión . . . . .	57
4.18	Comparación Tiempos de Cómputo . . . . .	58
4.19	Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 2, Escenario 1 . . . . .	59
4.20	Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 6, Escenario 2 . . . . .	60
4.21	Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 5, Escenario 3 . . . . .	60
B.1	Resultados MM1, Escenario 1 ( $\lambda = 0.9$ ) utilizando RI y RD . . . . .	73
B.2	Resultados MM1, Escenario 2 ( $\lambda = 0.8$ ) utilizando RI y RD . . . . .	74
B.3	Resultados MM1, Escenario 3 ( $\lambda = 0.7$ ) utilizando RI y RD . . . . .	75
B.4	Resultados MM1, Escenario 4 ( $\lambda = 0.6$ ) utilizando RI y RD . . . . .	76
B.5	Resultados MM1, Escenario 5 ( $\lambda = 0.5$ ) utilizando RI y RD . . . . .	77
B.6	Resultados MM1, Escenario 6 ( $\lambda = 0.4$ ) utilizando RI y RD . . . . .	78
B.7	Resultados MM1, Escenario 7 ( $\lambda = 0.3$ ) utilizando RI y RD . . . . .	79
B.8	Resultados MM1, Escenario 8 ( $\lambda = 0.2$ ) utilizando RI y RD . . . . .	80
B.9	Resultados MM1, Escenario 9 ( $\lambda = 0.1$ ) utilizando RI y RD . . . . .	81

C.1	Resultados MM1, Escenario 1 ( $\lambda = 0.9$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	82
C.2	Resultados MM1, Escenario 2 ( $\lambda = 0.8$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	83
C.3	Resultados MM1, Escenario 3 ( $\lambda = 0.7$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	84
C.4	Resultados MM1, Escenario 4 ( $\lambda = 0.6$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	85
C.5	Resultados MM1, Escenario 5 ( $\lambda = 0.5$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	86
C.6	Resultados MM1, Escenario 6 ( $\lambda = 0.4$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	87
C.7	Resultados MM1, Escenario 7 ( $\lambda = 0.3$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	88
C.8	Resultados MM1, Escenario 8 ( $\lambda = 0.2$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	89
C.9	Resultados MM1, Escenario 9 ( $\lambda = 0.1$ ) utilizando Remuestreo . . . . .	90
D.1	Resultados CD, MDD 1 ( <i>PromCamiones</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	92
D.2	Resultados CD, MDD 2 ( <i>PropCamiones1</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	93
D.3	Resultados CD, MDD 3 ( <i>PropCamiones2</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	94
D.4	Resultados CD, MDD 4 ( <i>PropCamiones3</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	95
D.5	Resultados CD, MDD 5 ( <i>PromTPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	96
D.6	Resultados CD, MDD 6 ( <i>Per5TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	97
D.7	Resultados CD, MDD 7 ( <i>Per10TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	98
D.8	Resultados CD, MDD 8 ( <i>Per25TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	99
D.9	Resultados CD, MDD 9 ( <i>Per50TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	100
D.10	Resultados CD, MDD 10 ( <i>Per75TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	101
D.11	Resultados CD, MDD 11 ( <i>Per90TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	102
D.12	Resultados CD, MDD 12 ( <i>Per95TPerman</i> ) utilizando RI y RD . . . . .	103
E.1	Resultados CD, MDD 1 ( <i>PromCamiones</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	105
E.2	Resultados CD, MDD 1 ( <i>PromCamiones</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	106

E.3	Resultados CD, MDD 1 ( <i>PromCamiones</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	107
E.4	Resultados CD, MDD 2 ( <i>PropCamiones1</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	108
E.5	Resultados CD, MDD 2 ( <i>PropCamiones1</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	109
E.6	Resultados CD, MDD 2 ( <i>PropCamiones1</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	110
E.7	Resultados CD, MDD 3 ( <i>PropCamiones2</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	111
E.8	Resultados CD, MDD 3 ( <i>PropCamiones2</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	112
E.9	Resultados CD, MDD 3 ( <i>PropCamiones2</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	113
E.10	Resultados CD, MDD 4 ( <i>PropCamiones3</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	114
E.11	Resultados CD, MDD 4 ( <i>PropCamiones3</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	115
E.12	Resultados CD, MDD 4 ( <i>PropCamiones3</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	116
E.13	Resultados CD, MDD 5 ( <i>PromTPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	117
E.14	Resultados CD, MDD 5 ( <i>PromTPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	118
E.15	Resultados CD, MDD 5 ( <i>PromTPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	119

E.16	Resultados CD, MDD 6 ( <i>Per5TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	120
E.17	Resultados CD, MDD 6 ( <i>Per5TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	121
E.18	Resultados CD, MDD 6 ( <i>Per5TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	122
E.19	Resultados CD, MDD 7 ( <i>Per10TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	123
E.20	Resultados CD, MDD 7 ( <i>Per10TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	124
E.21	Resultados CD, MDD 7 ( <i>Per10TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	125
E.22	Resultados CD, MDD 8 ( <i>Per25TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	126
E.23	Resultados CD, MDD 8 ( <i>Per25TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	127
E.24	Resultados CD, MDD 8 ( <i>Per25TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	128
E.25	Resultados CD, MDD 9 ( <i>Per50TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	129
E.26	Resultados CD, MDD 9 ( <i>Per50TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	130
E.27	Resultados CD, MDD 9 ( <i>Per50TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	131
E.28	Resultados CD, MDD 10 ( <i>Per75TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	132

E.29	Resultados CD, MDD 10 ( <i>Per75TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	133
E.30	Resultados CD, MDD 10 ( <i>Per75TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	134
E.31	Resultados CD, MDD 11 ( <i>Per90TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	135
E.32	Resultados CD, MDD 11 ( <i>Per90TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	136
E.33	Resultados CD, MDD 11 ( <i>Per90TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	137
E.34	Resultados CD, MDD 12 ( <i>Per95TPerman</i> ) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	138
E.35	Resultados CD, MDD 12 ( <i>Per95TPerman</i> ) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	139
E.36	Resultados CD, MDD 12 ( <i>Per95TPerman</i> ) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD . . . . .	140

## RESUMEN

Una de las áreas más importante de la simulación es el estudio del output para poder sacar conclusiones de los problemas modelados. En la actualidad existe una amplia gama de métodos utilizados para este propósito, pero curiosamente el bootstrap, uno de los métodos estadísticos más usados para análisis de datos, no es uno de ellos.

En esta tesis se estudia el uso de métodos de bootstrap para análisis de output de modelos de simulación en el largo plazo con el objetivo de presentar a la comunidad científica la plusvalía de estos. Para esto se experimenta con el método bootstrap y variantes de este para datos correlacionados: el moving block bootstrap (MBB) y el threshold bootstrap (THB). Para analizar estos métodos se crearon dos modelos de simulación y los resultados se compararon a los obtenidos con método de réplicas independientes (RI). El primero modelo es un  $M|M|1$  donde se pudo probar los métodos en un ambiente controlado. El segundo es un modelo de simulación que representa una problemática real, y en el cual se pretende mostrar el uso práctico de estos métodos.

Con los experimentos realizados se pudo mostrar que los métodos bootstrap son una alternativa atractiva a la hora de analizar el output de una simulación. En ambos modelos los tiempos de cómputo de estos métodos fueron muy superiores a los de RI, siendo entre 9 y 47 veces más rápidos. Además, en ambos modelos se obtuvieron estimadores de alta calidad, con errores relativos cercanos al 2% y al 1%. Por lo tanto, los métodos de remuestreo deberían empezar a ganar más terreno en el campo de la simulación.

**Palabras Claves:** Remuestreo, bootstrap, simulación a largo plazo, output análisis, threshold bootstrap, moving block bootstrap, réplicas independientes, intervalos de confianza, variable

## ABSTRACT

One of the major topic areas in simulation is the output analysis. There are a wide selection of methods in the field to analyse the output of a simulation, but curiously enough the bootstrap, one of the most used method in statistic, is not one of them.

The main objective of this thesis was to show the scientific community the usefulness of the bootstrap as a tool to analyse output, particularly for long term simulations. For this purpose, we experiment using the bootstrap and two extensions of the method for correlated data: the moving block bootstrap (MBB) and the threshold bootstrap (THB). These three methods were tested in two different simulations models and compared to independent replication (IR). The first one was a  $M|M|1$  model, constructed to analyse the methods in a controlled environment. The second model resembles a real life problem and was used to show the utility of these methods in practice.

We were able to show that the bootstrap methods can be very competitive in terms of time and quality of estimators and confidence intervals. In both models the bootstrap methods were between 9 and 47 faster than the IR method. Also, the quality of estimators for the resample methods in both models was very high, with relative error around the 2% and 1%. Therefore, with the results given by the study we were able to show why the bootstrap methods can be a good alternative to analyse the output for a long term simulation.

**Keywords:** Resample, bootstrap, long term simulation, output analysis, threshold bootstrap, moving block bootstrap, independent replication, confidence intervals



# 1. INTRODUCCIÓN

Desde los inicios de la simulación una de las áreas más importantes ha sido el análisis de output. Esta se enfoca en analizar los resultados obtenidos y poder realizar inferencia estadística de estos. Como el output de la simulación posee una autocorrelación intrínseca, el análisis de estos datos no es una tarea trivial. Es por esto que se ha dado un énfasis especial a este tema en el campo de la simulación.

En la actualidad existen varios métodos desarrollados específicamente para analizar el output de una simulación como son el método de réplicas independientes, Batch Means y ciclos regenerativos, entre otros. Sin embargo, los métodos de remuestreo bootstrap, fuertemente ocupados en estadística para realizar inferencias, han sido escasamente ocupados en simulación.

Una de las grandes ventajas de los métodos bootstrap es su flexibilidad, fácil implementación y rapidez para calcular estimadores y crear intervalos de confianza. Estos tres atributos son sumamente atractivos, en especial el tema de rapidez computacional. En general, en simulación se desea correr modelos un largo tiempo y varias veces para probar diferentes escenarios, calibrar parámetros y hasta buscar el valor óptimo para alguna variable de decisión. Para esto se suele ocupar réplicas independientes, método que requiere correr los modelos al menos unas 10 a 20 veces por cada escenario que se desee testear, lo que puede llegar a ser extremadamente lento (días o hasta semanas de cómputo).

Por lo tanto, es de gran interés estudiar los métodos de remuestreo, ya que se requieren métodos rápidos y eficaces para poder aprovechar al máximo los modelos de simulación creados. Y es por esto que el objetivo principal de esta tesis es mostrar la ventaja de estos métodos para el análisis de output, en particular en simulaciones de largo plazo. Para llegar a cabo esto se estudiaron tres métodos de remuestreo: bootstrap, moving block bootstrap y threshold bootstrap.

Los métodos de remuestreo se probaron en dos modelos de simulación: un  $M|M|1$  y un modelo que emula las operaciones de camiones en un centro de distribución de Chile. En el  $M|M|1$  se realizó un conjunto de experimentos para testear los métodos en un problema

donde se conoce el valor analítico de los estimadores de interés. Por otro lado, en el otro modelo se ve una aplicación real de los métodos y estos son puestos a prueba para estimar medidas de desempeño no triviales. Finalmente, se comparan los métodos de remuestro con el método de réplicas independientes, para mostrar que tan competitivos pueden llegar a ser al compararlos con uno de los métodos más ocupados en el área.

Para evaluar el comportamiento de cada algoritmo se desarrolló un conjunto de escenarios para poner a prueba sus fortalezas y debilidades. En ellos se variaron las características del problema, la cantidad de datos utilizados y las medidas de desempeño a estimar. Con los resultados obtenidos se pudo realizar un análisis detallado de ventajas y desventajas de ocupar cada método en diferentes situaciones.

Finalmente, lo que sigue de este documento se divide de la siguiente forma: el capítulo 2 presenta el marco teórico para todos los métodos y experimentos ocupados; el capítulo 3 muestra los resultados obtenidos al ocupar los métodos de remuestro en un modelo  $M|M|1$ ; el capítulo 4 muestra los resultados recolectados al utilizar los métodos bootstrap en el modelo del centro de distribución; finalmente, el capítulo 5 presenta las conclusiones obtenidas del trabajo realizado.

## 2. MARCO TEÓRICO

En este capítulo se presenta el sustento teórico utilizado en esta investigación. Primero se presentan algunas de las técnicas más utilizadas en simulación para análisis de output en el largo plazo. Posteriormente se presenta una revisión bibliográfica de los métodos de remuestreo bootstrap que se pretenden contraponer a las técnicas clásicas para analizar output.

### 2.1 Análisis de Output en Simulación

El objetivo principal para la mayor parte de los estudios de simulación es analizar el output entregado por el modelo para poder tomar decisiones, estudiar alternativas, etc. Dado que la mayor parte de las variables de input introducidas al modelo son aleatorias, las variables de output también lo son. Es por esto que para analizar el output de una simulación se requiere estimar las medidas de desempeño y construir intervalos de confianza. De otro modo, se podría llegar a interpretaciones erróneas de los resultados obtenidos.

#### 2.1.1 Replicas Independientes

Una de las técnicas más simples y más utilizadas en la práctica para analizar el output de una simulación es el método de réplicas independientes (RI). La idea de este método es correr  $N$  réplicas independientes del sistema simulado. Cada réplica tiene el mismo estado inicial, pero con una semilla de números aleatorios diferentes. Con esto se busca que cada réplica sea independiente de las otras.

El método procede como se muestra a continuación. Para cada réplica  $i$  se genera un conjunto de  $m$  datos de output  $\{X_{i1}, \dots, X_{im}\}$  y se calcula el estimador de interés como:

$$\hat{\theta}_i = T(X_{i1}, \dots, X_{im})$$

Donde  $T$  representa la función ocupada para calcular el estimador. De esta forma se obtiene una muestra de estimadores independientes  $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_N\}$  y se puede calcular la media y la varianza del estimador como:

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{\theta}_i \quad (2.1)$$

$$\hat{\sigma}_N^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{\theta}_i - \hat{\theta}^*)^2 \quad (2.2)$$

Por otro lado, si  $m$  y  $N$  son lo suficientemente grandes se puede construir un intervalo de confianza para  $\theta$ . Para esto se ocupa la distribución t-Student, con  $N - 1$  grados de libertad y un nivel de confianza  $\alpha$ , como se muestra en la ecuación (2.3).

$$\theta \in \left[ \hat{\theta}^* - t_{N-1, \alpha} \frac{\hat{\sigma}_N}{\sqrt{N}}, \hat{\theta}^* + t_{N-1, \alpha} \frac{\hat{\sigma}_N}{\sqrt{N}} \right] \quad (2.3)$$

Además del método de RI, existen otros métodos de análisis de output como es el Batch Means y los métodos regenerativos. Ambos métodos son ocupados para análisis de largo plazo y tienen la ventaja de que solo requieren una réplica para obtener intervalos de confianza. Sin embargo, estos métodos no serán abordados en este estudio.

### 2.1.2 Replication Deletion

Uno de los mayores problemas al analizar el output de una simulación en el largo plazo es el llamado periodo transiente. Este consiste en los datos previos a que un sistema se estabilice, es decir, llegue a su periodo de régimen. El problema del transiente es que agrega ruido a la estimación de las variables de output, ya que uno desea ocupar el periodo de régimen para esto. Para solucionar este problema existe el método de Replication Deletion (RD) que tiene como objetivo encontrar el transiente.

El método consiste en realizar réplicas de prueba que permitan estimar el periodo transiente. Luego se utiliza el método gráfico (Welch, 1983) para calcular las medias móviles de los datos y determinar el periodo transiente de forma gráfica. Para esto se generan  $N$  réplicas de tamaño  $m$ , grande. Una vez que se obtiene el conjunto de observaciones

$\{X_{i1}, \dots, X_{im}\}$  para cada réplica  $i$  se calcula:

$$\bar{X}_j = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_{ij}$$

Posteriormente, se atenúan las oscilaciones de los  $\bar{X}_j$  ocupando medias móviles:

$$\bar{X}_j(a) = \begin{cases} \sum_{s=-a}^a \frac{\bar{X}_{i+s}}{2a+1} & i = a+1, \dots, m-a \\ \sum_{s=-(i-1)}^{i-1} \frac{\bar{X}_{i+s}}{2i-1} & i = 1, \dots, a \end{cases}$$

Finalmente se grafican los valores  $\bar{X}_j(a)$  y se escoge un valor  $t$  tal que desde ese punto en adelante la sucesión  $\{\bar{X}_1(a), \dots, \bar{X}_m(a)\}$  converja. En caso de que no se vea una convergencia, se debe aumentar el valor de  $a$  hasta que la convergencia sea notoria.

De esta forma se puede encontrar el periodo transiente que sería las primeras  $t$  observación. Finalmente, se elimina el transiente de todas las réplicas y se puede utilizar el método de RI con las réplicas truncadas.

## 2.2 Métodos de remuestreo Bootstrap

Los métodos de remuestreo se remontan a los inicios de la década de los cincuenta con la aparición del jackknife presentado por Quenouille y Tukey (Miller, 1974). Estos métodos surgen como una alternativa a los métodos estadísticos convencionales para poder calcular estimadores y crear intervalos de confianza. El principal atractivo de estos es su simpleza y efectividad que permite calcular estimadores complejos, como la correlación, sin la necesidad de ocupar herramientas matemática sofisticadas. Sin embargo, estos métodos alcanzaron su gran popularidad recién en 1979, con la aparición del bootstrap (Efron, 1979).

El bootstrap desplazó a su antecesor, el jackknife, gracias su mayor flexibilidad y a su sólida base teórica (Singh, 1981). Desde su aparición, el bootstrap se ha estudiado en profundidad por la comunidad estadística. Han aparecido una serie de técnicas para poder

optimizar el método y reducir el número de réplicas requeridas para construir intervalos de confianza (Davison et al., 1986; Graham et al., 1990). Además, han surgido variantes al bootstrap original que permiten aplicar el método a datos que no cumplen los requisitos teóricos para que el bootstrap funcione correctamente (Efron, 1981a, 1994; Kunsch, 1989).

Debido a que este estudio se enfoca en la utilización de bootstrap para análisis de output de una simulación, esta tesis se enfoca en los métodos bootstrap desarrollados para analizar datos correlacionados. En esta tesis se utilizará el moving block bootstrap (MBB) (Liu, 1988) y el threshold bootstrap (THB) (Park and Willemain, 1999; Kim and Willemain, 1993), dos de los métodos más utilizados para remuestrear datos dependientes. Se decidió ocupar estos métodos debido a su popularidad y porque se han desarrollado estudios que muestran un gran potencial para utilizarlos en el análisis de output (Cheng, 2001; Park et al., 2001).

### 2.2.1 Bootstrap

A continuación se presenta una descripción detallada del método. Sea  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  una muestra I.I.D. con distribución  $F$  desconocida. El objetivo es estimar alguna propiedad  $\theta$  de esta muestra, como por ejemplo la media. El método bootstrap consiste en hacer un remuestreo con reposición de la muestra original con el objetivo de extraer información adicional de dicha muestra.

Para lograr este objetivo se crea una función de probabilidades  $\hat{F}$  que le asigna peso  $\frac{1}{N}$  cada uno de los datos de la muestra original, es decir,  $\hat{F}$  corresponde a la función de probabilidades empírica de la muestra. Posteriormente se obtienen  $B$  muestras con reposición de tamaño  $N$  ocupando  $\hat{F}$ , denominadas muestras o réplicas bootstrap. Para cada una de ellas se calcula el estimador de interés y con esto se obtiene una muestra de estimadores  $\{\hat{\theta}^1, \dots, \hat{\theta}^B\}$ . Con esto se calcula el estimador bootstrap como:

$$\hat{\theta}^* = \frac{1}{B} \sum_{j=1}^B \hat{\theta}^j \quad (2.4)$$

El algoritmo 1 muestra un resumen de los procedimientos recién descrito. Hay que tener presente que para que el método funcione adecuadamente el valor de  $B$  debe ser suficientemente grande. Para el caso de construcción de intervalos de confianza se estima que el valor de  $B$  tiene que ser entre 200 y 500. Por otro lado, la varianza bootstrap se calcula como:

$$\hat{\sigma}_B^2 = \frac{1}{B-1} \sum_{j=1}^B (\hat{\theta}^j - \hat{\theta}^*)^2 \quad (2.5)$$

---

**Algoritmo 1: Bootstrap**

---

**Input** : Conjunto de datos  $\{X_1, \dots, X_N\}$  y  $B \in \mathbb{N}$

**Output**: Estimador  $\hat{\theta}^*$

**for**  $j \leftarrow 1$  **to**  $B$  **do**

Obtener una muestra  $\{x_1^j, \dots, x_N^j\}$  utilizando  $\hat{F}$ ;

Estimar la propiedad  $\hat{\theta}^j$  de interés ;

**end**

Calcular  $\hat{\theta}^*$  ocupando (2.4)

---

Como se puede apreciar, una de las ventajas del método bootstrap es su simpleza y flexibilidad para estimar una gran cantidad de estimadores. No obstante, cabe destacar que el método bootstrap tiene dos grandes limitaciones. La primera es que, a pesar de funcionar bien para calcular estimadores como la media, el método no tiene buenos resultados para calcular estimadores extremos como es el mínimo y el máximo. Sin embargo, se han realizado intentos para suplir esta deficiencia (Qi, 2007).

La segunda gran limitante del método es el supuesto de que la muestra  $\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$  debe ser I.I.D. En particular, los datos de output de una simulación suelen ser dependientes, como por ejemplo la espera de entidades en un modelo  $M|M|1$ . Por lo tanto, los datos de output en general no cumplen el requisito para ocupar el método bootstrap. Sin embargo, existen variantes del bootstrap que sí permiten dependencia entre sus datos de entrada. En las siguientes secciones se muestran dos de estos métodos.

### 2.2.2 Moving Blocks Bootstrap

Este método es presentado a fines de la década de los ochenta (Kunsch, 1989) con el objetivo de extender el jackknife y el bootstrap para estimar el error estándar de una muestra de observaciones estacionarias, es decir, existen dependencias entre las observaciones de la muestra. El MBB consiste en muestrear grupos de observaciones simultáneas con el objetivo de capturar la dependencia de las variables.

El método es bastante similar al bootstrap con la diferencia en que se agrupan las observaciones antes de realizar el remuestreo. Sea  $\{X_1, \dots, X_N\}$  la muestra a analizar. Se escoge un número  $p$  que representa el tamaño de cada grupo y se crean grupos traslapados de forma que el  $i$ -ésimo grupo sería  $G_i = \{X_i, \dots, X_{i+p-1}\}$ . De esta forma se generan  $N - p + 1$  grupos que serán posteriormente remuestreados. Si se considera que  $N = pr$ , entonces se necesita remuestrear aleatoriamente  $r$  grupos de modo que cada muestra bootstrap tenga tamaño  $N$ . Una vez que se generan las muestras bootstrap, el MBB sigue el mismo procedimiento que el bootstrap. El algoritmo 2 muestra en detalle el pseudocódigo para este método.

---

**Algoritmo 2:** Moving Block Bootstrap

---

**Input** : Conjunto de datos  $\{X_1, \dots, X_N\}$ ,  $B, p \in \mathbb{N}$

**Output:** Estimador  $\hat{\theta}^*$

Se genera el conjunto de grupos a remuestrear  $\mathcal{G} = \{G_1, \dots, G_{N-p+1}\}$  donde  $G_i = \{X_i, \dots, X_{i+p-1}\}$  ;

Se construye la función de probabilidades empírica,  $\hat{H}$ , para el conjunto  $\mathcal{G}$  asignándole peso  $\frac{1}{n-p+1}$  a cada uno de sus miembros ;

**for**  $j \leftarrow 1$  **to**  $B$  **do**

    Obtener una muestra aleatoria  $\{x_1^j, \dots, x_N^j\}$  utilizando  $\hat{H}$  ;

    Estimar la propiedad  $\hat{\theta}^j$  de interés ;

**end**

Calcular  $\hat{\theta}^*$  ocupando (2.4)

---

La gran diferencia entre el bootstrap y el MBB es que el segundo remuestrea grupos de observaciones, mientras que el primero remuestrea observaciones individuales. La



intención detrás de remuestrear grupos de observaciones es que cada grupo represente fielmente la dependencia de los datos para que esta no se pierda, como puede ocurrir al remuestrear independientemente cada observación. Sin embargo, el gran problema del MBB es elegir un tamaño  $p$  apropiado. Existen estudios (Hall et al., 1995) que han investigado este tema y se ha llegado a la conclusión que el tamaño de los grupos,  $p$ , está directamente relacionado con la cantidad de datos que se posee,  $N$ . Sin embargo, no existe una regla clara para determinar un  $p$  apropiado para cada muestra de datos. Al final de cuentas  $p$  depende de la existencia de estacionalidades marcadas y del grado de correlación de los datos.

### 2.2.3 Threshold Bootstrap

El THB (Park and Willemain, 1999) aparece a finales de la década de los noventa como una alternativa al MBB para remuestrear datos que presentan dependencia entre sí. Este método conserva la base del MBB de remuestrear grupos de datos, pero introduce una nueva forma de generar los grupos de datos, desde ahora llamados bloques, que elimina el problema de elegir un tamaño de grupo,  $p$ , apropiado.

La idea fundamental para crear los bloques en el THB es definir un *threshold*, es decir, un umbral o nivel. Considere  $\{X_1, \dots, X_N\}$  la muestra a analizar y sea  $X^*$  el *threshold* elegido (normalmente la media muestral). Una vez que se define el *threshold* se crean grupos de datos cada vez que los datos traspasan el *threshold*. Cada bloque corresponde a un par consecutivo de estos grupos, uno con datos sobre el *threshold* y uno con datos por debajo. De esta forma la estructura de los datos va formando los bloques que serán remuestreados.

Una vez que se crean los bloques el procedimiento es similar al presentado en el MBB. Se crea una función de probabilidades empírica para el conjunto de los bloques y a cada bloque se le asigna el mismo peso. Para obtener una muestra bootstrap se remuestrea el conjunto de bloques hasta que la cantidad de datos sea igual o mayor  $N$ . Como los tamaños de los bloques son variables, se tendrá que truncar el último bloque remuestreado de modo

que la muestra bootstrap posea  $N$  elementos. El pseudocódigo de este método se puede ver en el algoritmo 3.

Aunque el THB soluciona el problema del MBB de seleccionar un tamaño  $p$  adecuado, la forma en que el método genera los bloques produce otras complicaciones. Una de las primeras dificultades del método es que para que este funcione de manera adecuada se espera que los tamaños de los grupos sean parecidos. Esto se puede solucionar eligiendo un buen *threshold*, pero encontrar dicho *threshold* no es una tarea trivial. Una primera alternativa que funciona bastante bien para la mayoría de los casos es ocupar la media o la mediana, pero no siempre es así.

---

**Algoritmo 3:** Threshold Bootstrap

---

**Input** : Conjunto de datos  $\{X_1, \dots, X_N\}$ ,  $B \in \mathbb{N}$  y un *threshold*  $X^*$

**Output:** Estimador  $\hat{\theta}^*$

Generar el conjunto de bloques  $\mathcal{C} = \{C_1, \dots, C_m\}$  ocupando el *threshold* ;

Se construye la función de probabilidades empírica para el conjunto  $\mathcal{C}$ ,  $\hat{H}$ ;

**for**  $j \leftarrow 1$  **to**  $B$  **do**

Obtener una muestra aleatoria  $\{x_1^j, \dots, x_N^j\}$  utilizando  $\hat{H}$  ;

Estimar la propiedad  $\hat{\theta}^j$  de interés ;

**end**

Calcular  $\hat{\theta}^*$  ocupando (2.4)

---

Otro problema que presenta este método es que, además de querer que todos los bloques tengan un tamaño similar, se desea que los bloques no sean ni demasiado grandes, ni demasiado pequeños. Si se poseen bloques muy pequeños (2 o 3 observaciones) se pueden acumular bloques consecutivos con el objetivo de crear un bloque con tamaño más apropiado. Por otro lado, en el caso de tener bloques con una gran cantidad de observaciones la única alternativa sería definir otro tipo de *threshold* de modo que la muestra traspase este umbral de forma más repetitiva.

### 2.2.4 Complejidad algorítmica del Bootstrap

El algoritmo de los métodos bootstrap es bastante directo y fácil de aplicar. Por lo mismo, es relativamente fácil determinar analíticamente el orden de complejidad de este.

Si se mira con detención el pseudocódigo de bootstrap, algoritmo 1, se ve un primer bloque o *loop* que depende del valor de  $B$ , es decir la cantidad de réplicas bootstrap. Si consideramos que todo lo que está dentro de este loop es constante, entonces el bootstrap tendría un orden  $O(B)$ . Sin embargo, dentro de este loop tenemos otro loop que corresponde a obtener una muestra de tamaño  $N$  utilizando  $\hat{F}$ . Obtener esta muestra corresponde a calcular  $N$  números aleatorios y determinar a qué valores de la función  $\hat{F}$  corresponde. Por lo tanto, si consideramos la operación de calcular números aleatorios como constante, calcular la muestra tiene un orden de a lo más  $O(N)$ .

Por otro lado, está el hecho de calcular el estimador  $\hat{\theta}$  para cada réplica bootstrap. Este estimador puede ser de cualquier tipo, pero para efectos prácticos supongamos que es un promedio, que es básicamente una suma y una división. Como es solo una división y la suma es de orden  $O(N)$ , entonces este paso sería  $O(N)$ . A su vez, este paso es posterior al de calcular la muestra aleatoria, así que el conjunto de ambos pasos es  $O(2N) = O(N)$ . Como estos dos pasos están dentro del loop sujeto a  $B$  tendríamos que todo el loop es de orden  $O(N \cdot B)$ . Finalmente, solo falta calcular el estimador final que, su orden es  $O(B)$  por ser un promedio de  $B$  elementos. Por lo tanto, el orden de convergencia del algoritmo bootstrap sería  $O(N \cdot B)$ .

Si ahora miramos los algoritmos 2 y 3, respectivamente del MBB y del THB, se deduce fácilmente que estos algoritmos también tiene orden de complejidad  $O(N \cdot B)$ . La única gran diferencia del bootstrap con el MMB y el THB es que estos dos últimos tiene un paso previo que consiste en formar los grupos de remuestreo. Formar los grupos depende del tamaño de la muestra,  $N$ , y en el peor de los casos tendría orden de complejidad  $O(N)$ . Por lo tanto, el MBB y el THB tendrían orden  $O(N \cdot B + N) = O(N \cdot B)$ .

Por lo tanto, con solo estudiar la complejidad algorítmica de los datos es posible apreciar que estos métodos de remuestreo son bastante rápidos. En general en la práctica se

deja el valor de  $B$  fijo entre 200 y 500, por lo que al final de cuentas lo único que importa es la cantidad de datos que se desean remuestrear, es decir,  $N$ . En los capítulos 3 y 4 se mostraran los tiempos que efectivamente toma ocupar estos métodos para diferentes valores de  $N$  y  $B$ , que en gran medida son la mayor ventaja para ocuparlos.

### 2.2.5 Construcción de intervalos de confianza ocupando réplicas bootstrap

Existe una extensa variedad de herramientas para construir intervalos de confianza ocupando las réplicas bootstrap (Efron, 1981b, 1987). Dichas herramientas pueden ser utilizadas sin importar el método ocupado para construir la muestra bootstrap, tales como bootstrap, MBB o THB. El método más sencillo y más intuitivo se basa en la aproximación normal asintótica:

$$(\hat{\theta} - \theta)/\hat{\sigma} \sim N(0, 1)$$

Con esta aproximación podemos construir un intervalo (**Intervalo Normal**) ocupando  $\hat{\theta}^*$  y  $\hat{\sigma}_B$  calculados con (2.4) y (2.5), respectivamente. El intervalo de confianza se construye como:

$$\theta \in [\hat{\theta}^* - \hat{\sigma}_B Z_\alpha, \hat{\theta}^* + \hat{\sigma}_B Z_{1-\alpha}] \quad (2.6)$$

Aquí  $Z_\alpha$  representa el percentil  $100 \cdot \alpha$  de una distribución normal estándar. Este tipo de intervalos son altamente ocupados en la práctica debido a su simpleza y a que una gran cantidad de muestras cumple con el supuesto de aproximación normal. Sin embargo, este intervalo suele ser imperfecto para casos en que no se cumpla este supuesto.

Debido a esto, se han desarrollado otras formas de construir intervalos de confianza aprovechando en mayor medida la información obtenida en cada réplica bootstrap. Al ocupar alguno de los tres métodos de remuestreo presentados anteriormente se puede obtener una muestra  $\{\hat{\theta}_1, \dots, \hat{\theta}_B\}$  de estimadores. Con dicha muestra es posible ajustar una función de distribución  $\hat{G}$ , donde

$$\hat{G}(s) = Prob_*\{\hat{\theta}^* < s\}$$

Con esto es posible construir un intervalo de confianza (**Intervalo Percentiles**) ocupando el llamado método de percentiles de Efron (Efron, 1987):

$$\theta \in [\hat{G}^{-1}(\alpha), \hat{G}^{-1}(1 - \alpha)] \quad (2.7)$$

Este método se ocupa cuando no existe certeza de que los datos tengan un comportamiento asintótico normal, pero existe una función monótona  $g$  tal que al ser aplicada a los datos, estos sí tienen una aproximación asintótica. Formalmente, se tiene una función monótona  $g$  tal que:

$$\phi = g(\theta) \quad \hat{\phi} = g(\hat{\theta}) \quad \hat{\phi}^* = g(\hat{\theta}^*)$$

donde:

$$\hat{\phi} \sim N(\phi, \tau^2)$$

Es decir, se tiene que  $\hat{\theta}$  no distribuye normal, pero existe una función monótona,  $g$ , tal que  $g(\hat{\theta})$  sí distribuye normal. Cabe destacar que para ocupar el método de percentiles no es necesario conocer  $g$ , solo es necesario saber que existe.

Además de los dos métodos para construcción de intervalos de confianza presentados, existen otros métodos más complejos para casos en que la muestra de los estimadores presente sesgo o tenga una cola muy pronunciada. Estos métodos son el método de percentiles **con corrección de sesgo** (Efron, 1981b) y el método de percentiles **con constante de aceleración** (Efron, 1987). Ambos métodos no serán ocupados en este estudio debido a su complejidad y su poco uso en la práctica.

## 2.3 Bootstrap en Simulación

A pesar de que los métodos de remuestreo son ampliamente utilizados en diversos problemas estadísticos, estos métodos no han sido ocupados frecuentemente en problemas de simulación. A principios de los noventa se propone por primera vez el uso de métodos de remuestreo para analizar el output de una simulación (Kim and Willemain, 1993). Los

experimentos mostrados en dicho estudio son bastante sencillos ya que se compara el THB y RI en un modelo  $M|M|1$  para  $\rho = 0.8$  (intensidad de tráfico).

Posteriormente se presenta un estudio (Park et al., 2001) que compara empíricamente el THB, el MBB y el Batch Means. Los métodos son, nuevamente, testeados en un modelo  $M|M|1$ , pero en este caso prueban en dos escenarios, cada uno con  $\rho = 0.8$  y  $0.9$ , respectivamente. Sin embargo, al igual que en el paper anterior (Kim and Willemain, 1993), no se muestra una aplicación práctica de los métodos ni se prueban en estimadores que no sean la tasa promedio de espera en el sistema.

Por otro lado, entre los años 2000 y 2005 apareció un número reducido de estudios que presentan diferentes formas de ocupar bootstrap en problemas de simulación, pero desde entonces no han habido más estudios al respecto. Se han presentado alternativas para ocupar bootstrap en ámbitos diversos como el análisis de input (Demirel and Willemain, 2002; Willemain et al., 2003), métodos de validación (Kleijnen et al., 2001; Cheng, 2006) y análisis de output (Cheng, 2001; Cheng and Holland, 2004). Sin embargo, todos estos estudios están enfocados principalmente al ámbito teórico y no se presentan experimentos basados en problemas reales o se muestre la utilidad práctica de estos.

### 3. MÉTODOS DE REMUESTREO PARA UN MODELO $M|M|1$

En este capítulo se presenta un estudio de los métodos de remuestreo bootstrap para uno de los problemas de simulación más simples, el modelo  $M|M|1$ . El objetivo principal de estos experimentos es obtener una serie de conclusiones sobre el comportamiento de los métodos de remuestreo para posteriormente analizar empíricamente si estas son extrapolables a modelos de simulación más complejos. Cabe destacar que aunque se han realizado experimentos de análisis de output para modelos  $M|M|1$  (Park et al., 2001), los experimentos aquí presentados tiene un enfoque diferente y una mayor profundidad. En dicho estudio solo se compara el THB contra Batch Means para diferentes tasas de congestión de un  $M|M|1$ , mientras que aquí se comparan los tres métodos de remuestreo con RI para una mayor cantidad de escenarios.

#### 3.1 Descripción de la metodología

A continuación se presenta una descripción minuciosa de la metodología utilizada para analizar los métodos de remuestreo para el modelo  $M|M|1$ . El análisis se centra en estudiar el cálculo del tiempo de espera promedio en cola para diferentes niveles de congestión. Se eligió estudiar esta variable de output debido a que existen métodos analíticos para calcular su valor y posteriormente comparar dicho valor con los estimadores de los métodos empíricos.

##### 3.1.1 Escenarios estudiados

El estudio comprende un total de nueve escenarios, donde cada uno de los escenarios desarrollados corresponde a un modelo  $M|M|1$  con tasa de atención  $\mu = 1$  y con tasa de llegada  $\lambda$  variable entre 0.1 y 0.9. La idea detrás de cambiar la tasa  $\lambda$  es estudiar cómo se comportan los métodos de remuestreo para datos con diferentes niveles de congestión.

Para cada escenario es posible calcular el valor analítico de los tiempos de espera promedio en cola en sistema. Para esto se considera  $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$  y se calcula como:

$$W_q = \frac{\rho}{\mu - \lambda} = \frac{\lambda}{1 - \lambda} \quad (3.1)$$

La siguiente tabla muestra un resumen de todos escenarios estudiados para los diferentes valores de  $\lambda$  y los valores de  $W_q$  calculados analíticamente.

TABLA 3.1. Escenarios modelo  $M|M|1$

Escenario	$\lambda$	$W_q$
1	0.9	9
2	0.8	4
3	0.7	2.33
4	0.6	1.5
5	0.5	1
6	0.4	0.67
7	0.3	0.43
8	0.2	0.25
9	0.1	0.11

### 3.1.2 Experimentos y metodología

Para cada uno de los escenarios descritos en la sección anterior se realizaron una serie de experimentos para analizar empíricamente el comportamiento de los métodos de remuestreo. Se probaron los tres métodos de remuestreo bootstrap presentados en la sección 2.2 para calcular el estimador de interés y construir los intervalos de confianza.

Tanto para el THB como para el MBB se tuvo que decidir cómo se construirían los grupos de observaciones a remuestrear. Para el método de THB se ocupó como *threshold* el valor analítico de los tiempos de espera promedio en cola ( $W_q$ ). Por otro lado, para calcular un tamaño de grupo apropiado para el MBB se utilizó el método reiteradamente para  $B = 50$ , ocupando diversos tamaños de grupo (2 a 20 datos por grupo). Una vez obtenidos los valores de cada prueba se eligió el tamaño de grupo con el mejor desempeño y este se utilizó para obtener los resultados.



Se ocuparon tres tamaños de muestra diferentes,  $N = \{10,000; 25,000; 50,000\}$ , con el objetivo de probar la eficacia de los métodos al variar la cantidad de observaciones que se posee. Además, se varió la cantidad de réplicas bootstrap,  $B = \{500; 1,000\}$ , para determinar la relevancia de dicho valor. Estos dos experimentos pretenden identificar valores de  $N$  y  $B$  apropiados para utilizar en la práctica.

El tercer experimento consistió en comparar la utilización de bootstrap en conjunto con Replication Deletion. La idea detrás de este experimento fue identificar si los métodos de remuestreo evitan la necesidad de eliminar el transiente de una muestra o no. Finalmente, en el último experimento se compararon los métodos de remuestreo con el método de réplicas independientes, con y sin RD, para determinar si son una alternativa atractiva.

Para la construcción de intervalos de confianza se utilizó la forma estándar (2.3) para RI y el método de percentiles (2.7) para los métodos de remuestreo, todos construidos con un nivel de confianza de un 95%. Por otro lado, las comparaciones entre todos los métodos se realizó por medio del cálculo del error relativo ( $e_r$ ) y el margen de error de los intervalos de confianza ( $e_m$ ). El primero corresponde al cociente entre el error absoluto y el valor real, mientras que el segundo corresponde a la mitad del largo del intervalo de confianza.

$$e_r = \frac{|W_q - \hat{W}_q|}{W_q} \quad (3.2)$$

$$e_m = \frac{|Lim_{superior} - Lim_{inferior}|}{2} \quad (3.3)$$

La simulación del modelo  $M|M|1$  se realizó en la versión 6.97 de SIMIO, mientras que cada uno de los métodos de remuestreo y todo el análisis de datos fue programado en MatLab v 7.12 (R2011a). El código utilizado para los métodos de remuestreo se puede encontrar en el Anexo A.

### 3.2 Análisis de output utilizando métodos convencionales

En esta sección se presenta el análisis del output ocupando RI. Para esto se realizaron experimentos en los que se varió la cantidad de datos utilizados,  $N = \{10,000; 25,000;$

50,000}, y la cantidad de replicas,  $R = \{10; 20; 50; 100\}$ . Además se estudió la diferencia entre ocupar Replication Deletion o no.

Antes de iniciar el análisis del output se realizó un análisis para estimar el transiente de los datos ocupando el método de Replication Deletion. La figura 3.1 muestra el método gráfico ocupado para esto. Específicamente, la figura muestra las medias móviles de los datos para el escenario 5. Los gráficos para el resto de los escenarios son similares al presentado.

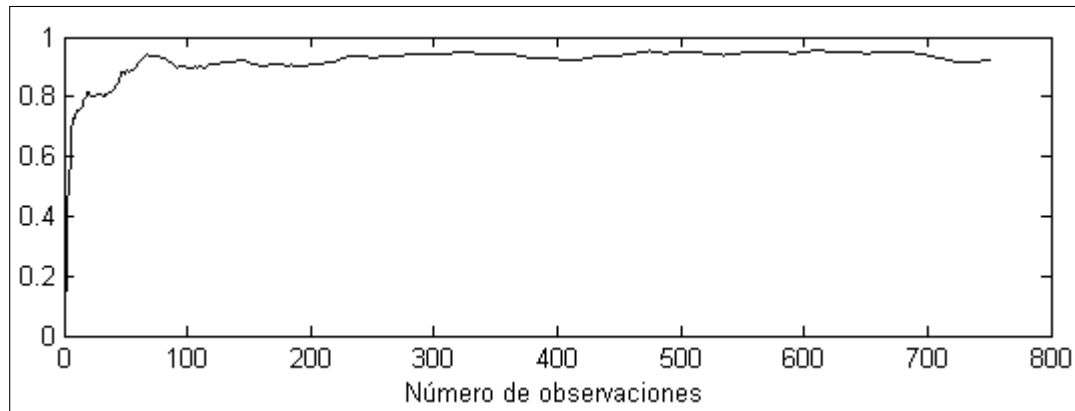


FIGURA 3.1. Método gráfico Replication Deletion. Escenario 5

De la figura se pudo determinar que los primeros 200 datos de cada réplica deben ser eliminados para ocupar el método de Replication Deletion. Por lo tanto, cada vez que se utilizó el método de RD se eliminan las primeras 200 observaciones de cada réplica para cada uno de los escenarios.

El conjunto de todos los resultados obtenidos se encuentran en el Anexo B, sin embargo la tabla 3.2 muestra un resumen de los experimentos con los estimadores con peor y mejor error relativo para tres de los nueve escenarios. En esta tabla se puede apreciar que el método de RI construye estimadores bastante acertados, ya que el mayor error relativo llega solo a un 3.23% y el menor es un 0.01%.

Por otro lado, es posible apreciar que el uso de RD no tiene un gran impacto a la hora de reducir el error relativo. Aunque en algunos casos, como en el escenario 1, el experimento con menor  $e_r$  ocupó RD, existen otros casos en los que ocurre lo inverso. Más aún, para el escenario 1 el experimento con mayor  $e_r$  también ocupó RD. Esto es de esperar debido a que el tamaño de los datos eliminados (200 observaciones) representa entre un 2% y un 0.4% de los datos totales. Por lo tanto, se podría deducir que la utilización de RD no tiene un impacto considerable en los resultados.

TABLA 3.2. Resumen experimentos con los mejores y peores errores relativos

Escenario	N	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$
1	10,000	50	Con RD	8.997	[8.594 , 9.4]	0.04%
	25,000	20	Con RD	9.291	[8.873 , 9.708]	3.23%
4	25,000	20	Con RD	1.500	[1.476 , 1.523]	0.02%
	10,000	20	Sin RD	1.475	[1.439 , 1.511]	1.66%
9	25,000	20	Sin RD	0.111	[0.109 , 0.113]	0.01%
	10,000	10	Sin RD	0.114	[0.11 , 0.118]	2.63%

Otro aspecto interesante de analizar es el margen de error para los diferentes experimentos. La tabla 3.3 muestra los experimentos con mejores y peores márgenes de error. Una de las primeras cosas que salta a la vista es que los mejores  $e_m$  se dan para los casos con más datos ( $N$ ) y más réplicas ( $R$ ), y lo inverso pasa para los experimentos con  $e_m$  mayores. Esto es natural debido a que es sabido que a mayor cantidad de datos, los intervalos de confianza tienden a ser más ajustados. Por otro lado, nuevamente no se aprecia una clara mejora del  $e_m$  al ocupar RD debido a las razones presentadas en el párrafo anterior.

Para finalizar, se puede observar que los resultados obtenidos con los métodos convencionales son bastante acertados a los valores teóricos. Sin embargo, cabe destacar que el esfuerzo computacional utilizado para conseguir estos estimadores es considerable. El tiempo para obtener una réplica de 50,000 observaciones es entre 8 y 11 segundos. De modo que si uno quiere realizar 100 réplicas el tiempo total utilizado es del orden de 13 a

TABLA 3.3. Resumen experimentos con los mejores y peores márgenes de error

Escenario	N	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_m$
1	50,000	100	Sin RD	9.026	[8.904 , 9.148]	0.122
	10,000	10	Con RD	9.100	[8.119 , 10.08]	0.980
4	50,000	100	Sin RD	1.494	[1.487 , 1.501]	0.007
	10,000	10	Sin RD	1.511	[1.457 , 1.564]	0.054
9	50,000	100	Sin RD	0.111	[0.11 , 0.111]	0.001
	10,000	10	Con RD	0.114	[0.109 , 0.118]	0.005

18 minutos, lo cual es un tiempo considerable tomando en cuenta que el modelo  $M|M|1$  es uno de los modelos de simulación más sencillos.

### 3.3 Análisis de output ocupando Bootstrap

A continuación se presentan los resultados obtenidos al ocupar los métodos bootstrap para analizar el tiempo de espera promedio en cola. Las tablas con todos los resultados se puede encontrar en el Anexo C.

#### 3.3.1 Tiempo de cómputo para métodos de remuestreo

Unas de las principales ventajas de ocupar los métodos de remuestreo es que, como se ocupa solo una réplica de la simulación, el esfuerzo computacional es considerablemente menor al que uno esperaría si se ocupa RI, ya que este necesita al menos 10 réplicas. Es por esto que se presenta un análisis de los tiempos de cómputo como una de las principales ventajas de estos métodos. En esta sección se verificará empíricamente el orden de convergencia para los métodos de remuestreo presentado en la sección 2.2.4. Además, se comparan los tiempos entre los diferentes algoritmos.

En la tabla 3.4 se muestran los tiempos de cómputo para los tres métodos de remuestreo y para los dos valores de  $B$  estudiados. Los datos mostrados en dicha tabla corresponde a los del escenario 5 calculados con  $N = 10,000$  y sin ocupar RD. Los tiempos de cómputo

expuestos corresponden al tiempo, en segundos, que se demoró cada método en crear las réplicas bootstrap, calcular el estimador y construir los intervalos de confianza.

TABLA 3.4. Tiempos de cómputo variando la cantidad de réplicas bootstrap

Método	B	Tiempo (seg)
Bootstrap	500	0.172
	1000	0.340
MBB	500	2.321
	1000	2.757
THB	500	0.431
	1000	0.844

Lo primero que salta a la vista al ver los datos de la tabla 3.4 es que los tiempos de cómputo para los tres métodos son bastante bajos, y si los comparamos con los tiempos de RI (sección 3.2) son considerablemente menores. Esto se discutirá con más detalle en la sección 3.4 cuando se comparen en detalle ambos métodos.

Por otro lado, en la tabla 3.4 se puede apreciar un aumento lineal de los tiempos de cómputo al aumentar  $B$ . Esta conclusión es evidente para el bootstrap y el THB que tienen tiempos similares, pero no así para el MBB. Recordemos que este último método realiza más réplicas bootstrap con el objetivo de encontrar un tamaño de bloque apropiado. Es por esto que los tiempos de cómputo del MBB son bastante superior a los otros métodos y por qué no es tan evidente el aumento lineal de los tiempos de cómputo al aumentar  $B$ . Finalmente, se aprecia que los tiempos de cómputo del THB son superiores a los del bootstrap. Esto se debe básicamente a la forma en que se programó el THB que es un poco más ineficiente al bootstrap debido a la formación de bloques y el remuestreo de estos.

Por último, se decidió estudiar cómo se comporta el tiempo de cómputo al aumentar la cantidad de observaciones,  $N$ . La tabla 3.5 muestra los tiempos obtenidos al ocupar los tres valores de  $N$  propuestos. Al igual que para las variaciones en  $B$ , se observa que el tiempo de cómputo aumenta linealmente al aumentar  $N$ . La explicación de esto es similar

a la entregada en el caso anterior y tiene que ver con que al aumentar  $N$  se aumenta la cantidad de datos que hay que remuestrear para crear cada réplica bootstrap.

TABLA 3.5. Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones

Método	N	Tiempo (seg)
Bootstrap	10,000	0.172
	25,000	0.383
	50,000	0.800
MBB	10,000	2.321
	25,000	5.849
	50,000	19.654
THB	10,000	0.431
	25,000	1.235
	50,000	2.707

Como conclusión, se observó que los tiempos de cómputo para el bootstrap y el THB son considerablemente bajos, lo cual es bastante atractivo en el ámbito de la simulación. Para el caso de remuestrear 50,000 datos 500 veces no se obtuvieron tiempos menores a 3 segundos. Los tiempos para el MBB son bastante más altos, pero esto se debe básicamente a las réplicas adicionales que se realizan para determinar un tamaño de bloque apropiado. Finalmente se comprobó empíricamente que estos métodos tiene un orden lineal tanto en relación a  $N$  como a  $B$ , es decir, son  $O(N \cdot B)$ .

### 3.3.2 Desempeño general para cada uno de los métodos

En la sección anterior se presentaron los tiempos de cómputo para los tres métodos de remuestreo que se están analizando, pero no se comentó si estos bajos tiempos van acompañados de buenos estimadores. En esta sección se muestra un análisis general del desempeño de estos tres métodos al variar la cantidad de réplicas bootstrap,  $B$ , y la cantidad de observaciones ocupadas,  $N$ .

TABLA 3.6. Desempeño de los métodos al variar el número de réplicas Bootstrap  $B$

Escenario	Método	B	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	Bootstrap	500	[9.247 , 9.648]	5.0%	0.200
		1000	[9.26 , 9.649]	5.0%	0.194
	MBB	500	[9.052 , 9.86]	5.1%	0.404
		1000	[9.083 , 9.796]	5.0%	0.356
	THB	500	[6.552 , 12.92]	4.5%	3.184
		1000	[6.268 , 13.573]	5.0%	3.653
3	Bootstrap	500	[2.277 , 2.418]	0.5%	0.070
		1000	[2.281 , 2.408]	0.5%	0.064
	MBB	500	[2.194 , 2.523]	0.6%	0.164
		1000	[2.231 , 2.469]	0.5%	0.119
	THB	500	[1.958 , 2.917]	1.1%	0.479
		1000	[1.935 , 2.802]	0.7%	0.433
8	Bootstrap	500	[0.237 , 0.267]	0.5%	0.015
		1000	[0.236 , 0.266]	0.5%	0.015
	MBB	500	[0.233 , 0.269]	0.3%	0.018
		1000	[0.232 , 0.271]	0.4%	0.020
	THB	500	[0.229 , 0.28]	0.7%	0.026
		1000	[0.225 , 0.277]	0.6%	0.026

Como los tiempos de cómputo de los métodos bootstrap aumentan linealmente al aumentar  $B$ , es importante encontrar un buen valor de  $B$  para no hacer más réplicas de las que se necesita y así disminuir los tiempos de cómputo. La literatura sugiere ocupar un  $B$  de 500 para poder construir un intervalo de confianza. Debido a esto se ocupó un  $B$  de ese tamaño, pero también se decidió probar ocupando un  $B$  igual a 1000 para identificar si hay una mejora significativa al realizar más réplicas bootstrap. La tabla 3.6 muestra un resumen de resultados para los diferentes valores de  $B$ . Los resultados mostrados se obtuvieron ocupando muestras con 10,000 observaciones y sin utilizar RD.

Observando con detención la tabla se puede apreciar que, para cada escenario y cada método bootstrap ocupado, no existe una diferencia significativa en el  $e_r$  del estimador si

se ocupa un  $B$  igual a 500 o igual a 1000. Este resultado era de esperar ya que si se realiza un número muy grande de réplicas bootstrap, cada nueva réplica tiene una probabilidad cada vez más alta de parecerse a una réplica ya obtenida y su impacto en el resultado final disminuye. Por otro parte, se puede apreciar que, aunque el  $e_r$  no presenta diferencias, el  $e_m$  disminuye al aumentar  $B$ . Esto también era de esperar debido a que a mayor número de réplicas bootstrap, mayor es el número de estimadores para construir el intervalo de confianza y por ende el intervalo es más ajustado.

Otro de los experimentos que se evaluó es la importancia del número de observaciones,  $N$ , al momento de calcular los estimadores bootstrap. Como los métodos de remuestreo trabajan solo con una de las réplicas obtenidas en la simulación, se espera que entre más representativa sea dicha réplica se obtendrían mejores resultados. Como a priori es difícil decidir si una réplica va a dar mejores resultados que otra, en general se considera que entre más observaciones tiene una réplica, mayor es la probabilidad de que dicha réplica sea mejor a una con menor cantidad de observaciones.

La tabla 3.7 muestra un resumen de resultados con el objetivo de comparar el desempeño del estimador al ocupar diferentes valores de  $N$ . Los resultados obtenidos se calcularon ocupando 500 réplicas bootstrap y sin ocupar RD. Por otro lado, se utilizó el método de percentiles (2.7) para calcular los intervalos de confianza.

TABLA 3.7. Desempeño de los métodos al variar el número de observaciones  $N$

Escenario	Método	N	Intervalo	$e_r$	$e_m$
2	Bootstrap	10,000	[3.739 , 3.894]	4.5%	0.077
		25,000	[3.852 , 3.967]	2.2%	0.058
		50,000	[4.042 , 4.129]	2.2%	0.044
5	Bootstrap	10,000	[0.965 , 1.031]	0.3%	0.033
		25,000	[0.946 , 0.989]	3.1%	0.022
		50,000	[0.99 , 1.019]	0.4%	0.014
9	Bootstrap	10,000	[0.092 , 0.108]	9.6%	0.008
		25,000	[0.101 , 0.113]	3.9%	0.006
		50,000	[0.104 , 0.112]	2.5%	0.004



Los resultados no muestran una clara relación entre el aumento de  $N$  y la obtención de un  $e_r$  más bajo. Para los resultados del escenario 9 se ve una clara mejora del  $e_r$  al aumentar la cantidad de observaciones, pero esta tendencia no se aprecia para el escenario 5. En este escenario se observa que al aumentar de 10,000 a 25,000 observaciones se obtiene un  $e_r$  mayor, pero al aumentar a 50,000 observaciones este baja nuevamente. Una explicación para este fenómeno sería que las observaciones adicionales que se agregaron al pasar de 10,000 a 25,000 observaciones no estaban muy cercanas al promedio y esto produjo un aumento del  $e_r$ , pero al aumentar a 50,000 se atenuó este efecto y se volvió a un  $e_r$  parecido al obtenido con 10,000 observaciones.

Aunque no todos los resultados mostraron una tendencia marcada a mejorar los estimadores al aumentar las observaciones, esta hipótesis no debería ser descartada debido a que es necesario realizar más experimentos para llegar a una conclusión definitiva. Se continuará estudiando el tema en los capítulos venideros.

Finalmente, la tabla 3.8 muestra un resumen del desempeño general de los tres métodos de remuestreo para poder compararlos. La tabla muestra resultados obtenidos ocupando réplicas con 10,000 observaciones, 500 réplicas bootstrap y sin ocupar RD.

TABLA 3.8. Comparación de los tres métodos de remuestreo

Escenario	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	Bootstrap	9.448	[9.247 , 9.648]	5.0%	0.200
	MBB	9.455	[9.052 , 9.86]	5.1%	0.404
	THB	9.408	[6.552 , 12.92]	4.5%	3.184
4	Bootstrap	1.448	[1.406 , 1.492]	3.5%	0.043
	MBB	1.450	[1.387 , 1.519]	3.3%	0.066
	THB	1.457	[1.315 , 1.612]	2.9%	0.148
7	Bootstrap	0.422	[0.401 , 0.44]	1.5%	0.020
	MBB	0.421	[0.398 , 0.447]	1.7%	0.024
	THB	0.422	[0.384 , 0.462]	1.6%	0.039

Uno de las primeras conclusiones que se puede sacar al ver esta tabla es que no se aprecia una diferencia significativa al observar el error relativo de los estimadores. Para los tres escenarios mostrados en la tabla 3.8, como para el resto de los escenarios, los tres métodos de remuestreo llegan a estimadores muy similares. Esto no debería sorprender mucho debido a que los tres métodos se ocuparon sobre los mismos datos. Sin embargo, se esperaría que el bootstrap funcionara peor que los otros dos debido a que los datos utilizados están correlacionados y el método bootstrap asume que las observaciones son independientes. Una posible explicación para este fenómeno es que, como la cantidad de datos es tan grande, la correlación entre los datos no tiene un impacto significativo al momento calcular los estimadores.

Otra acotación importante a mencionar es las diferencias que tiene cada método al calcular el error marginal. Se puede apreciar claramente que para los tres escenarios presentados en la tabla 3.8 el  $e_m$  es menor para el bootstrap y es considerablemente mayor para el THB. Este fenómeno se cumple para los nueve experimentos y se debe a la cantidad de datos que se ocupan en los grupos de remuestreo. Como el bootstrap ocupa grupos con un solo dato tendrá una desviación estándar menor que el MBB y el THB que ocupan grupos con dos o más observaciones. Además, se da que en general el MBB ocupó grupos con menor cantidad de observaciones que el THB, por lo que su desviación estándar suele ser menor y, en consecuencia, su  $e_m$ .

### 3.3.3 Formación de bloques para THB y MBB

Si se observa nuevamente la tabla 3.8 se puede apreciar que para el escenario 1 la diferencia del error marginal entre el THB y el bootstrap es más de 15 veces mayor. Sin embargo, esta diferencia disminuye a solo tres veces más en el escenario 4 y a dos veces más en el escenario 7. Algo similar, pero a menor escala, ocurre si comparamos el  $e_m$  del MBB y el bootstrap para los mismos tres escenarios. Una posible explicación para este aumento en el  $e_m$  es el tamaño de los grupos que se ocupan para hacer el remuestreo. En lo que queda de esta sección se analizará en detalle este fenómeno.

En la tabla 3.9 se presenta el tamaño promedio de los bloques ocupados en cada escenario para una muestra de 10,000 observaciones. De aquí es posible apreciar que los tamaños de bloques para el THB son mayores que para el MBB en todos los escenarios y que esta diferencia se intensifica en los primeros escenarios. Además, se puede notar que, mientras los tamaños de bloques para el MBB son pequeños (menos de 10 observaciones por bloque) y de tamaño parecido para cada escenario, los tamaños de bloque para el THB son muy dispares en cada escenario y el tamaño de estos aumenta radicalmente para el escenario 1.

TABLA 3.9. Comparación de tamaños de bloque entre MBB y THB

		Número de escenario								
		1	2	3	4	5	6	7	8	9
MBB	Tamaño bloque	4	4	2	3	2	2	2	7	5
	D.E	0.205	0.079	0.021	0.035	0.024	0.016	0.013	0.005	0.005
THB	Tamaño bloque	67.1	22.8	17.5	11.8	9.9	8.3	8.0	8.3	8.0
	D.E	1.632	0.309	0.098	0.079	0.057	0.031	0.020	0.005	0.006

Si se observa con detención la tabla 3.1 se tiene que las observaciones del escenario 1 se obtuvieron con  $\mu = 1$  y  $\lambda = 0.9$ , es decir, es el escenarios con mayor congestión en el sistema. Este hecho es el que explica por qué se tiene un tamaño de bloque muy superior al resto de los escenarios. Las figuras 3.2 y 3.3 muestran gráficamente cómo se construyeron los bloques para los escenarios 1 y 3 respectivamente. En la figura 3.2 se puede ver que los datos no traspasan el *threshold* tanto como para la figura 3.3. Esto explica por qué se tiene que el tamaño de bloques para el escenarios 1 es mucho mayor al resto de los escenarios. Además, se puede apreciar que para el escenario 1 se tiene que hay bloques de gran tamaño junto con bloques muy pequeños.

Finalmente, gracias a las figuras 3.2 y 3.3 se puede entender por qué se obtiene tamaños de bloques tan diferentes al ocupar el THB y que a su vez esto conlleva a tener desviaciones estándar tan grandes para los escenarios con mayor congestión en el sistema. Con esto

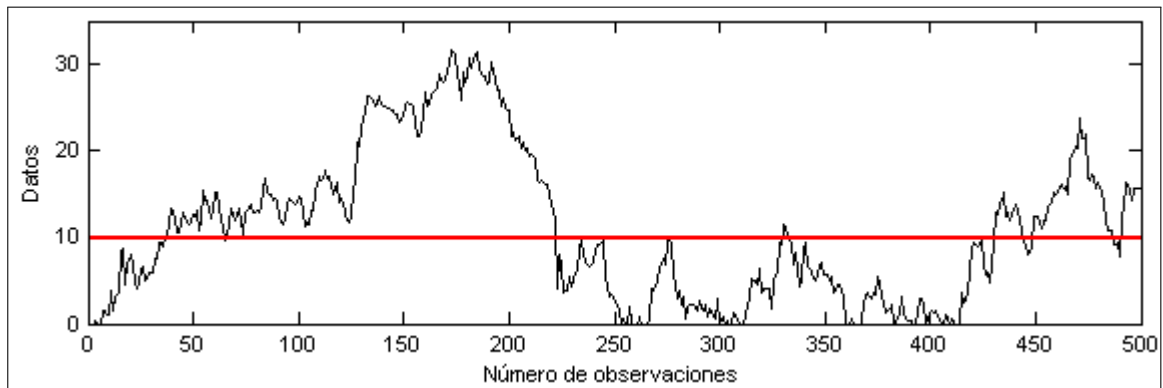


FIGURA 3.2. Tamaño de grupos para el método THB. Escenario 1

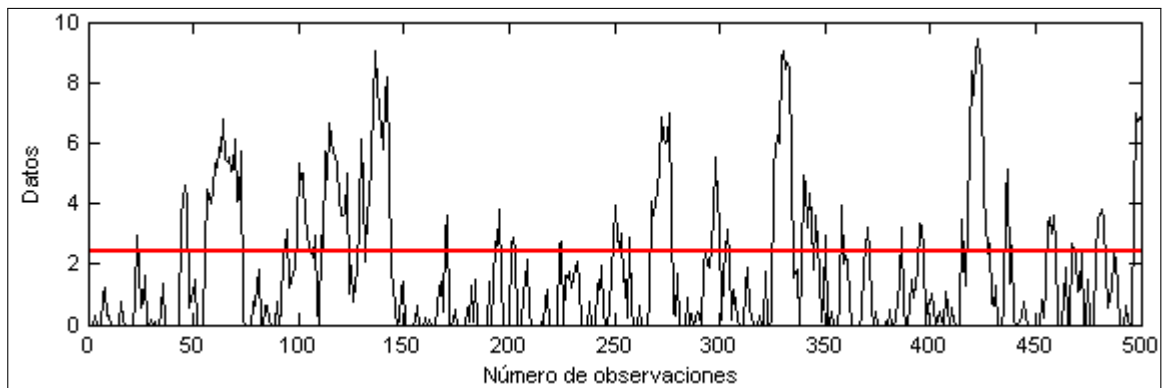


FIGURA 3.3. Tamaño de grupos para el método THB. Escenario 3

podemos concluir que el método de THB no es recomendable para construir intervalos de confianza para problemas en que los datos tiene un comportamiento similar al mostrado en el gráfico 3.2, ya que por más que se varíe el *threshold* no se podrá disminuir mucho los tamaños de los bloques.

Por otro lado, amerita mencionar que el MBB tiene un buen comportamiento en todos los escenarios estudiados. Esto se debe principalmente a la forma en que se construyen los bloques y que esto no influye en un aumento abrupto de la desviación estándar.

### 3.3.4 Utilización de Replication Deletion

A continuación se presenta el último experimento que corresponde a probar si existen mejoras en los métodos de remuestreo al ocupar Replication Deletion. Una de las condiciones para que los métodos de remuestreo tengan un buen desempeño es que la muestra sea lo más representativa posible de la población. Para el caso del análisis de output en el largo plazo se quiere una muestra de datos que represente lo mejor posible el comportamiento en el largo plazo. Es por esto que tiene sentido ocupar RD para tratar de mejorar los resultados de los métodos de remuestreo, ya que este método elimina las primeras observaciones de la muestra que se podrían considerar como ruido para el análisis.

La tabla 3.10 muestra los dos mejores escenarios donde el uso de RD tuvo buenos resultados. Los resultados presentados fueron obtenidos ocupando  $B = 500$  y ocupando el método bootstrap. Si se observa en detalle la tabla se puede apreciar que hay una mejora significativa en términos de  $e_r$  para ambos escenarios cuando se tienen 10,000 observaciones. Sin embargo, esta mejora no se traspasa directamente cuando se aumenta el número de observaciones. Esto se debe a que el efecto de eliminar las primeras 200 observaciones disminuye al aumentar la cantidad total de datos, ya que comparado con el total de observaciones (25,000-50,000) el porcentaje de observaciones eliminadas es muy bajo.

Por otro lado, el  $e_m$  de los resultados mostrados en la tabla 3.10 tiende a variar al ocupar RD, pero no en gran medida. Se esperaría que el  $e_m$  aumente al ocupar RD ya que se tienen menos datos con los que trabajar, pero hay casos en que este disminuye. Esto se debe probablemente a que al ocupar RD se eliminaron datos que causaban ruido al análisis.

Aunque en el escenario 1 y 2 ocupar RD mostró buenos resultados, para el resto de los escenarios el método no generó mejoras significativas e incluso en algunos casos tuvo un desempeño considerablemente peor. De la tabla 3.11 se observa que para el escenario 9 el ocupar RD aumentó significativamente el  $e_r$ , en especial para el caso en que  $N = 10,000$ . Una posible explicación para esto es que los datos eliminados influían positivamente al resultado, pero esto no es posible saberlo a priori.

TABLA 3.10. Escenarios con mejoras al ocupar Replication Deletion

Escenarios	N	RD	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10,000	Sin RD	[9.247 , 9.648]	5.0%	0.200
		Con RD	[9.085 , 9.516]	3.3%	0.216
	25,000	Sin RD	[9.379 , 9.614]	5.5%	0.118
		Con RD	[9.32 , 9.565]	4.9%	0.123
	50,000	Sin RD	[9.688 , 9.872]	8.6%	0.092
		Con RD	[9.692 , 9.863]	8.7%	0.085
2	10,000	Sin RD	[3.739 , 3.894]	4.5%	0.077
		Con RD	[3.758 , 3.927]	4.0%	0.084
	25,000	Sin RD	[3.852 , 3.967]	2.2%	0.058
		Con RD	[3.86 , 3.977]	2.0%	0.058
	50,000	Sin RD	[4.042 , 4.129]	2.2%	0.044
		Con RD	[4.047 , 4.134]	2.2%	0.044

TABLA 3.11. Escenarios con peor desempeño al ocupar Replication Deletion

Escenarios	N	RD	Intervalo	$e_r$	$e_m$
9	10,000	Sin RD	[0.092 , 0.108]	9.6%	0.008
		Con RD	[0.091 , 0.108]	10.5%	0.008
	25,000	Sin RD	[0.101 , 0.113]	3.9%	0.006
		Con RD	[0.1 , 0.113]	4.3%	0.006
	50,000	Sin RD	[0.104 , 0.112]	2.5%	0.004
		Con RD	[0.104 , 0.112]	2.4%	0.004
6	10,000	Sin RD	[0.621 , 0.673]	3.0%	0.026
		Con RD	[0.625 , 0.674]	2.4%	0.024
	25,000	Sin RD	[0.629 , 0.662]	3.1%	0.016
		Con RD	[0.631 , 0.661]	3.0%	0.015
	50,000	Sin RD	[0.648 , 0.671]	1.0%	0.011
		Con RD	[0.647 , 0.671]	1.0%	0.012

En tabla 3.11 también se muestran los resultados obtenidos para el escenario 6 que son muy similares a los presentados para el resto de los escenarios. Para este caso hay una leve

mejora, en términos de  $e_r$ , al ocupar RD en el caso de  $N = 10,000$ , pero no se aprecia una mejora para los casos con  $N$  mayor.

Como conclusión no se puede asegurar que al ocupar RD se tengan mejores resultados. Sin embargo, se observa una tendencia a tener iguales o mejores resultados al ocupar RD, siendo esporádicos los casos en que ocupar RD genera peores resultados a no ocuparlo. Además, se puede deducir que es más conveniente ocupar RD cuando se tienen menos datos o cuando el transiente corresponde a un porcentaje mayor al 1% del total de los datos.

### **3.4 Comparación entre Réplicas Independientes y métodos de remuestreo**

Para finalizar, en esta sección se compara el desempeño de los métodos de remuestreo con el método de réplicas independientes. Una de las mayores ventajas de ocupar los métodos bootstrap es su ahorro en tiempo y esfuerzo computacional, y para este simple modelo  $M|M|1$  las diferencias fueron notorias. En la sección 3.2 se comentó que se requería entre 8 y 11 segundos para obtener cada réplica de 50,000 observaciones. Por lo tanto, para poder obtener un estimador utilizando RI y 100 réplicas se requieren entre 13 y 18 minutos aproximadamente. Sin embargo, si se ocupan los métodos de remuestreo los tiempos de cómputos son considerablemente menores, como se muestra en la tabla 3.12 en que se ocuparon 500 réplicas bootstrap y no se utilizó Replication Deletion.

Claramente el tiempo de cómputo para los métodos de remuestreo es considerablemente menor a los del RI. Efectivamente, los métodos de remuestreo son a lo menos 28 veces más rápidos a RI, para el caso específico de 50,000 observaciones y 100 réplicas. Lo único que falta ver es si todo el tiempo ahorrado al ocupar los métodos de remuestreo implica tener estimadores peores.

En la tabla 3.13 se muestra la comparación de los estimadores para el escenario 1. Los resultados se obtuvieron ocupando RD y utilizando 500 réplicas bootstrap. Además, en la tabla se muestran dos filas consecutivas para RI que muestran el peor y el mejor desempeño del método en términos de error relativo. De aquí es posible apreciar que RI

TABLA 3.12. Comparación de tiempos de cálculos. Escenario 9

N	Método	T.Réplicas (seg)	T.Remuestreo (seg)	T.Total (seg)
10,000	RI (100 rep.)	300	0	300
	Bootstrap	3	0.173	3.2
	MBB	3	1.485	4.5
	THB	3	0.853	3.9
50,000	RI (100 rep.)	950	0	950
	Bootstrap	9.5	0.817	10.3
	MBB	9.5	19.167	28.7
	THB	9.5	5.848	15.3

TABLA 3.13. Comparación de métodos de remuestreo con Réplicas Independientes

Escenario	N	Método	Réplicas	Estimador	$e_r$	$e_m$
1	10,000	Bootstrap	-	9.297	3.31%	0.216
		MBB	-	9.303	3.36%	0.363
		THB	-	9.313	3.48%	3.424
		RI	20	9.215	2.39%	0.689
			50	8.997	0.04%	0.403
		Bootstrap	-	9.779	8.66%	0.085
	50,000	MBB	-	9.777	8.64%	0.142
		THB	-	9.755	8.39%	1.337
		RI	20	9.225	2.50%	0.229
			100	9.037	0.41%	0.123

tuvo un desempeño superior, en término de  $e_r$ , a todos los métodos de remuestreo. De hecho, es posible ver que el mejor  $e_r$  para los métodos de remuestreo es peor que el peor  $e_r$  para RI.

Una posible explicación para este hecho es la calidad de los datos utilizados. Por un lado, los métodos de remuestreo ocupan solo una réplica de la simulación, mientras que RI ocupa 20, 50 y hasta 100 veces más réplicas. Esto lleva a que si una réplica no representa fielmente el comportamiento promedio esto afecta en gran medida a los métodos



de remuestreo, pero no así a RI. Por otro lado, el desempeño en término de  $e_m$  fue mejor para los métodos de remuestreo (excepto para el THB). Esto es de esperar ya que la cantidad de réplicas bootstrap que ocupan los métodos de remuestreo es considerablemente superior a las réplicas de simulación que ocupa RI.

Aunque los resultados mostrados para el escenario 1 no fueron muy buenos para los métodos de remuestreo, esto no significa que para el resto de los escenarios la conclusión fuera la misma. De hecho, el escenario 1 fue el escenario en el cual los métodos de remuestreo tuvieron el peor desempeño. La tabla 3.14 muestra los resultados obtenidos para el escenario 8, que es uno de los escenarios donde los métodos de remuestreo tuvieron los mejores resultados.

TABLA 3.14. Comparación de métodos de remuestreo con Réplicas Independientes

Escenario	N	Método	Réplicas	Estimador	$e_r$	$e_m$
8	10,000	Bootstrap	-	0.250	0.06%	0.015
		MBB	-	0.251	0.52%	0.019
		THB	-	0.252	0.86%	0.028
		RI	10	0.255	1.95%	0.006
			100	0.249	0.38%	0.002
	50,000	Bootstrap	-	0.246	1.54%	0.007
		MBB	-	0.246	1.63%	0.009
		THB	-	0.246	1.55%	0.010
		RI	10	0.250	0.05%	0.004
			20	0.248	0.61%	0.003

De esta tabla es posible apreciar que los métodos de remuestreo tuvieron un desempeño similar, en términos de  $e_r$ , al de RI para el caso de 10,000 observaciones. Para el caso de 50,000 observaciones, el método de RI tuvo un mejor desempeño, sin embargo, los métodos de remuestreo obtuvieron muy buenos estimadores. Claramente, para este escenario los resultados obtenidos con los métodos de remuestreo fueron bastante competitivos, y más aun considerando que se utilizó un esfuerzo computacional considerablemente menor.

Para finalizar, se puede concluir que efectivamente RI tuvo un desempeño consistentemente mejor a la hora de calcular estimadores. Sin embargo, los métodos de remuestreo obtuvieron resultados bastante competitivos siendo como mínimo 28 veces más rápidos. Por lo tanto, si se hace un balance entre calidad de estimadores y tiempo de cómputo, los métodos de remuestreo son los ganadores definitivos.

### 3.5 Conclusiones para el modelo $M|M|1$

Para finalizar este capítulo, aquí se presenta un resumen de todas las conclusiones que se obtuvieron de los experimentos realizados en este capítulo.

1. Los tiempos de cómputo de los métodos de remuestreo fueron a lo menos 28 veces más rápidos que los de réplicas independiente. Además, los estimadores calculados, aunque peores, fueron competitivos y de niveles aceptables.
2. Se apreció que los método de remuestreo tiene en general un buen desempeño,  $e_r$  menor a un 10%, y, además, el esfuerzo computacional para obtener dicho desempeño es considerablemente menor al que necesita RI.
3. El método de RI suele tener mejor desempeño que los métodos de remuestreo en casi todos los escenarios vistos.
4. Se probó experimentalmente que ocupar 500 réplicas bootstrap es más que suficiente para poder obtener buenos intervalos de confianza. Se espera que este comportamiento se extienda para diferentes tipos de problemas y estimadores.
5. Aunque no se llegó a comprobar que si se aumenta el número de observaciones se obtienen mejores estimadores, se pudo apreciar que para varios casos se dio este comportamiento. Se espera que para problemas y estimadores diferentes se tenga que entre mayor cantidad de datos, mejor sean los estimadores.
6. Cuando se ocupa RD en conjunto con los métodos de remuestreo se suele tener iguales o mejores resultados. Se pudo determinar que si los datos eliminados son mayor al 1% del total, entonces es más probable que ocupar RD tenga un efecto positivo en la calidad del estimador.

7. En general no existe gran diferencia entre los métodos de remuestreo a la hora de construir los estimadores, pero se apreció una gran diferencia cuando se desea construir intervalos de confianza. Se concluyó que el THB tiene un desempeño deficiente cuando se utiliza en escenarios con gran congestión ya que se generan bloques de remuestreo con tamaños muy desiguales.
8. Se observó que el método bootstrap tiene un muy buen desempeño a pesar de que los datos no cumplen la hipótesis de independencia que necesita el método para asegurar un buen desempeño. Se especula que esto se debe a la gran cantidad de datos con los que se está trabajando.

## **4. MÉTODOS DE REMUESTREO EN UN MODELO COMPLEJO**

En este capítulo se ocupan los métodos de remuestreo para analizar diversas medidas de desempeño, en el largo plazo, para un problema de simulación complejo. El modelo ocupado corresponde a las operaciones de camiones en un centro de distribución (CD). El objetivo principal de probar los métodos de remuestreo en este modelo es mostrar la utilidad de estos métodos para un problema práctico como este. Además, con los experimentos realizados se espera determinar si las conclusiones obtenidas para el modelo  $M|M|1$  sobre el desempeño de los métodos de remuestreo son extrapolable para este modelo.

### **4.1 Descripción del modelo de simulación**

El modelo utilizado corresponde a una versión simplificada (en términos estéticos, no de modelación) de las operaciones de uno de los centros de distribución de una de las más grandes embotelladoras de Chile, CCU. Este modelo se enfoca principalmente en los procesos de carga y descarga de pallets de productos que acarrear los camiones que llegan a dicho centro. La figura 4.1 muestra una imagen del modelo de simulación creado en SIMIO versión 6.97.

Existe una serie de operaciones que puede hacer un camión dependiendo de sus características. A continuación se describen las operaciones dentro del CD y las características que puede tener cada uno de los camiones.

#### **4.1.1 Operaciones en el centro de distribución**

Los camiones llegan al CD según un proceso poisson no-homogéneo. La tabla 4.1 muestra la cantidad promedio de camiones que llega al CD según la hora del día.

El centro de distribución cuenta con dos grandes procesos que corresponde a la descarga y a la carga de pallets. La descarga se realiza una vez que llega el camión al centro, si es que este precisa ser descargado. Para la descarga se ocupan cuatro grúas que trabajan en paralelo descargando los pallets de los camiones, donde un camión puede ser atendido por

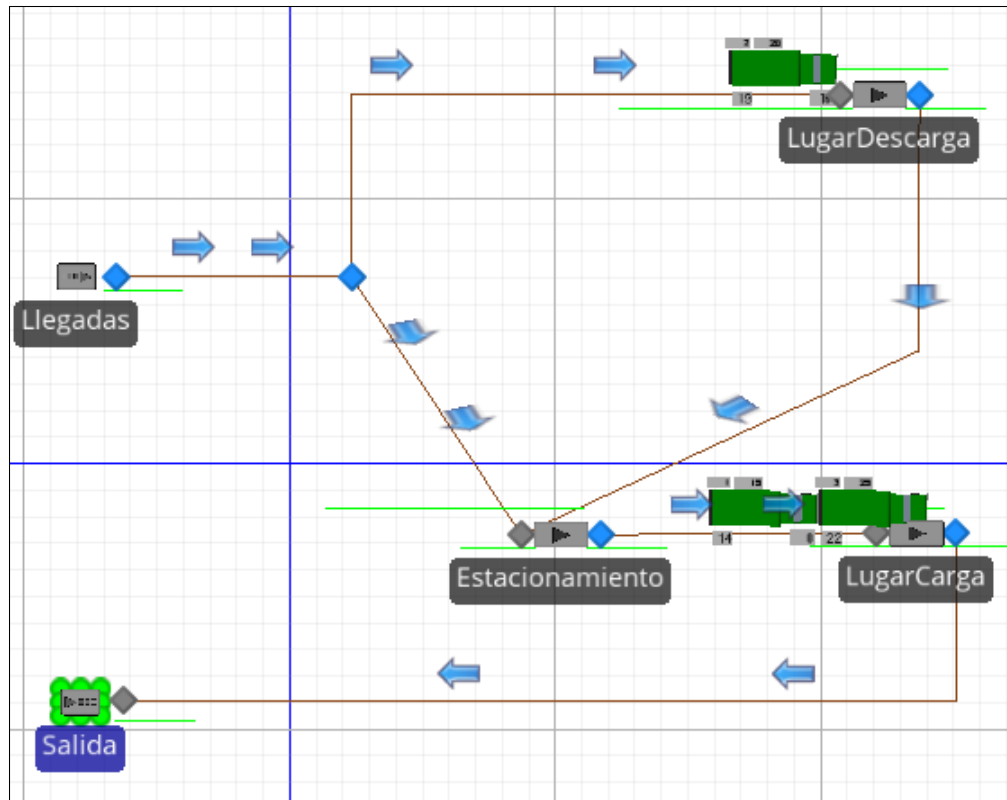


FIGURA 4.1. Modelo del CD en SIMIO

solo una grúa. El tiempo que demora una grúa en descargar un camión depende de la cantidad de pallets que traiga cada camión. El tiempo de descarga de un pallets es una variable aleatoria (v.a) con distribución  $\text{Pert}(0.5, 1, 1.5)^1$  minutos.

Por otro lado, una vez que el camión está descargado este pasa al área de carga. El lugar de carga consta de cinco grúas que trabajan de la misma forma que en el sector de descarga, pero con tiempo de carga una v.a de distribución  $\text{Pert}(1, 2, 2.5)$  minutos por pallet. El lugar de carga es pequeño y solo permite un máximo de 5 camiones. Si existen camiones que quieren ir al lugar de carga, pero este está lleno, entonces los camiones pasarán a un estacionamiento donde se pondrán en una cola FIFO esperando a que haya un espacio en

<sup>1</sup>La distribución Pert es una distribución Beta a la que se le ajustan los parámetros para representar el mínimo, moda y máximo.

TABLA 4.1. Distribución de las llegadas a lo largo del día

Intervalo de tiempo		Llegadas por hora
Inicio	Fin	
0:00	6:00	0
6:00	7:00	5
7:00	8:00	10
8:00	9:00	20
9:00	10:00	10
10:00	11:00	10
11:00	12:00	5
12:00	13:00	5
13:00	14:00	5
14:00	15:00	10
15:00	16:00	10
16:00	17:00	15
17:00	18:00	10
18:00	19:00	5
19:00	0:00	0

el lugar de carga. Una vez que el camión termina su carga, este sale del CD, es decir, sale del sistema.

#### 4.1.2 Características de los camiones

Existen tres tipos de camiones para este modelo que se diferencian principalmente por su capacidad. La tabla 4.2 muestras las características de cada uno de los camiones. La tercera columna, "Porcentaje Tipo Camión", representa la probabilidad de que un camión sea de cada tipo, y la cuarta columna muestra la probabilidad de que dicho camión tenga que pasar a descargar su contenido antes de ir a cargar.

La segunda columna representa la capacidad máxima de pallets que puede tener un camión, pero el camión no necesariamente trae o se llevará el máximo de pallets que puede. La cantidad de pallets que tiene que cargar y descargar cada camión se calcula como:

TABLA 4.2. Características de los camiones

Nombre Camión	Capacidad	Porcentaje Tipo Camión	Porcentaje Descarga
Camión Chico	15	20%	80%
Camión Mediado	20	50%	70%
Camión Grande	25	30%	60%

$$\text{Pallets Descargar} = \text{Binomial}(0.7, \text{Capacidad} - 1) + 1$$

$$\text{Pallets Carga} = \text{Binomial}(0.9, \text{Capacidad} - 1) + 1$$

## 4.2 Metodología y experimentos a realizar

Para este modelo se realizaron tres escenarios en los que se varía la cantidad de camiones que llegan al centro de distribución. Para esto se multiplicó la tabla 4.1 por un factor  $\alpha = \{0.8, 1, 1.2\}$  generando los tres escenarios de congestión baja, media y alta, respectivamente. El horizonte de simulación fue de 20 semanas, lo que equivale a entre 15,000 y 30,000 llegadas de camiones por réplica, dependiendo del escenario.

A diferencia del modelo  $M|M|1$ , se obtuvieron 12 medidas de desempeño diferentes para poder analizar el desempeño de los métodos bootstrap para diferentes estimadores. La lista de todas las M.Desempeño se presenta a continuación:

**PromCamiones:** Número promedio de camiones en el estacionamiento.

**PropCamiones1:** Proporción de tiempo que hubieron más de  $x$  camiones en el estacionamiento. Los posibles valores de  $x$  son  $x = \{8, 18, 30\}$  donde cada valor es ocupado para uno de los tres escenarios (congestión baja, media y alta), respectivamente. Se decidió tomar valores diferentes para cada escenario cosa de que cada estimador obtenido fuera similar según sin importar el escenario.

**PropCamiones2:** Proporción de tiempo que hubieron más de  $x$  camiones en el estacionamiento. Los posibles valores de  $x$  son  $x = \{12, 26, 40\}$  donde cada valor es ocupado para uno de los tres escenarios (congestión baja, media y alta), respectivamente.

**PropCamiones3:** Proporción de tiempo que hubieron más de  $x$  camiones en el estacionamiento. Los posibles valores de  $x$  son  $x = \{15, 32, 49\}$  donde cada valor es ocupado para uno de los tres escenarios (congestión baja, media y alta), respectivamente.

**PromTPerman:** Tiempos promedio de permanencia de un camión en el sistema.

**Per5TPerman:** Percentil 5 para el tiempo promedio de permanencia de los camiones.

**Per10TPerman:** Percentil 10 para el tiempo promedio de permanencia.

**Per25TPerman:** Percentil 25 para el tiempo promedio de permanencia.

**Per50TPerman:** Percentil 50 para el tiempo promedio de permanencia.

**Per75TPerman:** Percentil 75 para el tiempo promedio de permanencia.

**Per90TPerman:** Percentil 90 para el tiempo promedio de permanencia.

**Per95TPerman:** Percentil 95 para el tiempo promedio de permanencia.

Estos estimadores se calcularon ocupando los tres métodos de remuestreo ocupados anteriormente (bootstrap, MBB y THB) y ocupando RI para tres cantidades de réplicas diferentes,  $R = \{10, 20, 50\}$ . Además, ya que no es posible calcular el valor analítico para ninguno de estos estimadores, se decidió ocupar el valor de los estimadores calculados con RI,  $R = 100$  y ocupando Replication Deletion como el valor más cercano al ideal. Es decir, se ocupará este valor para calcular el error relativo:

$$e_r = \frac{|\hat{\theta}_{RI100} - \hat{\theta}|}{\hat{\theta}_{RI100}} \quad (4.1)$$

Por otro lado, los experimentos que se realizaron son similares a los realizados para el  $M|M|1$  con un par de diferencias. La primera diferencia es que no se probó cambiando la cantidad de réplicas bootstrap, puesto que tanto los experimentos realizados como la literatura sugieren ocupar 500 réplicas bootstrap. La segunda diferencia es que ahora se



incluye experimentar sobre diferentes tipos de estimadores. Con esto en mente, los otros experimentos son variar la cantidad de observaciones,  $N$ , y ver las diferencias de ocupar RD.

Para el caso de variar  $N$ , como ahora el número de observaciones no es fijo (depende del escenario y la aleatoriedad de cada réplica) se decidió experimentar calculado los estimadores ocupando un 50%, 75% y 100% de las observaciones obtenidas. De esta forma se puede apreciar, proporcionalmente, cuánto afecta a los estimadores variar la cantidad de observaciones.

Finalmente, para la construcción de intervalos de confianza se utilizó la forma estándar (2.3) para RI y el método de percentiles (2.7) para los métodos de remuestreo. Todos los intervalos de confianza se construyeron ocupando un nivel de confianza del 95%.

#### **4.2.1 Cálculo de M.Desempeño y estimadores**

Debido a que este modelo tiene un gran número de estimadores y algunos de estos no son sencillos de calcular, aquí se explica cómo se obtuvieron los datos para cada una de las M.Desempeño y cómo se calcularon.

Primero que nada, es necesario entender qué valores entrega como output el modelo, los que posteriormente se ocupan para calcular cada una de las M.Desempeño. Una vez que se corre el modelo, este arroja dos archivos de output: uno que tiene relación con la cantidad de camiones en el estacionamiento, y otro que tiene que ver con los tiempos permanencia en el sistema.

El primer archivo se escribe cada vez que aumenta o disminuye la cantidad de camiones en el estacionamiento. Este archivo escribe en una misma línea la cantidad de camiones que hubo exactamente en el estado anterior y el intervalo de tiempo que hubo dicha cantidad de camiones. Con esto es posible sumar todos los intervalos de tiempo que hubieron  $x$  camiones en el sistema y poder posteriormente calcular las cuatro primeras M.Desempeño presentadas.

El cálculo de estas cuatro M.Desempeño ocupando los métodos de remuestreo es un poco más complejo. Para poder hacer el remuestreo se tuvo que tomar el par de datos (número de camiones, intervalo de tiempo) y remuestrear cada par, en vez de remuestrear los datos independientemente.

El segundo archivo de datos que arroja el modelo es un vector que tiene el tiempo de permanencia total para cada camión. El cálculo de estas M.Desempeño es solo el promedio de los tiempos. El uso de los métodos de remuestreo para estos datos es directo de los algoritmos presentados en el sección 2.2.

### **4.3 Análisis de resultados ocupando RI**

En esta sección se presentan el análisis del output ocupando réplicas independientes. Para esto se realizaron experimentos en los que se varió la cantidad de réplicas,  $R = \{10; 20; 50\}$ , y se compararon con el caso base construido ocupando  $R = 100$  y ocupando RD. Además se probó la diferencia de ocupar o no Replication Deletion.

Al igual que para el  $M|M|1$ , se realizó un análisis para estimar el transiente de los datos ocupando RD. La figura 4.2 muestra uno de los gráficos ocupados para estimar el transiente. Específicamente, la figura muestra los datos para los tiempos de permanencia total en el sistema para el escenario 3. Los gráficos para el resto de los escenarios y datos son similares al presentado aquí.

De esta y las otras figuras se pudo determinar que después de 1000 observaciones uno se encuentra en estado de régimen. Por lo tanto, cada vez que se utilizó el método de RD se eliminan las primeras 1000 observaciones de cada réplica para cada uno de los escenarios.

Todos los resultados obtenidos se encuentran en el Anexo D, sin embargo en lo que queda de esta sección se presentarán algunos de los resultados más interesantes. En general, el cálculo de los estimadores para todas las M.Desempeño y todos los escenarios fue muy bueno, nunca superando el 7% del error relativo. Más aún, todas las medidas de desempeño relacionadas con los tiempos de permanencia de los camiones tienen errores relativos no mayor a un 1%. Por otro lado, los estimadores de las M.Desempeño que tienen relación

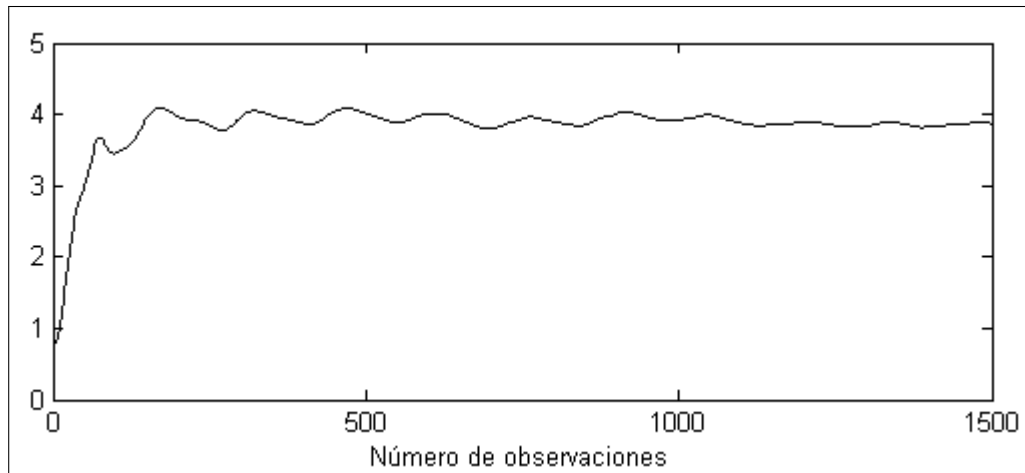


FIGURA 4.2. Método gráfico Replication Deletion. Escenario 3

con la cantidad de camiones en el estacionamiento (primeras cuatro M.Desempeño) fueron más sensibles a la cantidad de réplicas ocupadas y a la ocupación de RD.

TABLA 4.3. Resultado para la proporción de tiempo que hubo más de 26 camiones en el estacionamiento (Escenario 2)

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
2	10	Sin RD	0.112	[0.106 , 0.119]	2.42%	0.006
		Con RD	0.114	[0.107 , 0.12]	3.43%	0.006
	20	Sin RD	0.111	[0.106 , 0.117]	1.19%	0.006
		Con RD	0.112	[0.107 , 0.118]	2.25%	0.006
	100	Con RD	0.110	[0.107 , 0.112]		0.003

En la tabla 4.3 se muestran los resultados obtenidos al calcular la proporción de tiempo que hubo más de 26 camiones en el estacionamiento (escenario 2). Como se puede apreciar de la tabla, esta es una de las M.Desempeño que presentó una cierta sensibilidad al variar la cantidad de réplicas y al utilizar RD, en términos de  $e_r$ .

Algo similar ocurre con la M.Desempeño que calcula la proporción de tiempo que hubo más de 49 camiones en el estacionamiento, escenario 3, que se muestra en la tabla 4.4. Es

probable que como estas dos M.Desempeño se calculan ocupando los datos más extremos, es decir, más alejados de la media, tengan este comportamiento más sensible a la cantidad de réplicas que se ocupan para calcular los estimadores. Por esto, se mirará con mayor detención su desempeño cuando se ocupen los métodos de remuestreo.

TABLA 4.4. Resultado para la proporción de tiempo que hubo más de 26 camiones en el estacionamiento (Escenario 3)

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
3	10	Sin RD	0.064	[0.057 , 0.07]	5.24%	0.006
		Con RD	0.065	[0.058 , 0.071]	6.67%	0.007
	20	Sin RD	0.062	[0.058 , 0.065]	1.87%	0.004
		Con RD	0.063	[0.059 , 0.066]	3.28%	0.004
	100	Con RD	0.061	[0.059 , 0.062]		0.001

## 4.4 Análisis de output ocupando Bootstrap

En esta sección se presentan los resultados obtenidos ocupando los métodos de remuestreo. En el Anexo E se encuentran todos los resultados, según escenario y medida de desempeño.

### 4.4.1 Tiempo de cómputo para los métodos de remuestreo

Para el modelo  $M|M|1$  se comentó que una de las principales ventajas de ocupar los métodos de remuestreo es que los tiempos de cómputo son considerablemente menor si se comparan con ocupar réplicas independientes. Este hecho no debería variar para modelos más complejos, ya que los tiempos de ejecución no depende del problema del que se obtengan los datos. Los tiempos solo dependen de la cantidad de datos que se tenga.

En la sección 2.2.4 se demostró que los tres métodos de remuestreo ocupados tiene un orden de complejidad  $O(N \cdot B)$  y esto se corroboró empíricamente para el modelo  $M|M|1$ . Sin embargo, este resultado se obtuvo asumiendo que el estimador de interés

es un promedio. Si la complejidad del estimador que uno está calculando es mayor a  $O(N)$ , entonces el orden de convergencia del algoritmo será mayor. Esto es interesante de destacar ya que para este modelo tenemos diferentes tipos de medidas de desempeño, es decir, estimadores.

TABLA 4.5. Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones.  
M.Desempeño 5

Método	N	Tiempo (seg)
Bootstrap	50%	0.293
	75%	0.314
	100%	0.296
MBB	50%	2.894
	75%	3.380
	100%	4.154
THB	50%	0.538
	75%	0.840
	100%	1.153

La medida de desempeño más simple que se tiene para este problema es la quinta, que corresponde al tiempo promedio de permanencia de los camiones. Los tiempos de cómputo para esta medida deberían ser parecidos en magnitud a los obtenidos para el  $M|M|1$  ya que el estimador es el mismo, un promedio. La tabla 4.5 muestra los tiempos de cómputo de esta medida, para el escenario 3 (30,000 observaciones aproximadamente) y sin ocupar RD.

Si se comparan estos tiempos con los obtenidos para el modelo  $M|M|1$  en la tabla 3.5 se puede observar que son bastante similares, lo que es de esperar. Por otro lado, este modelo tiene medidas de desempeño que corresponden a calcular percentiles. Como el cálculo de percentiles es más complejo al cálculo de un promedio, se espera que los tiempos de cómputo sean más elevados. La tabla 4.6 muestra los tiempos de cómputo para la

M.Desempeño 6, percentil 5 para los tiempos de permanencia, nuevamente para el escenario 3 (30,000 observaciones aproximadamente) y sin ocupar RD.

TABLA 4.6. Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones.  
M.Desempeño 6

Método	N	Tiempo (seg)
Bootstrap	50%	0.677
	75%	0.685
	100%	0.693
MBB	50%	3.289
	75%	3.671
	100%	4.646
THB	50%	0.854
	75%	1.105
	100%	1.470

Efectivamente, al observar la tabla 4.6 se aprecia que los tiempos de cómputo para la M. Desempeño 6 son mayores a los de la M.Desempeño 5. Claramente esto tiene que ver con que el primero estima percentiles y el segundo solo un promedio. Sin embargo, los tiempos de cómputo no son mucho más grandes, de hecho son bastante parecidos excepto para el bootstrap. Esto se debe a que como el bootstrap es el método más sencillo de los tres, el efecto de cambiar el tipo de estimador es mayor que para los otros métodos.

Finalmente, este modelo considera cuatro medidas de desempeño que tienen relación con la cantidad de camiones en el estacionamiento, y el cálculo de estas es diferente a los dos tipos de estimadores ya mencionados. Como se menciona en el sección 4.2.1, para calcular estas M.Desempeño se hace un remuestreo del par ordenado (número de camiones, intervalo de tiempo). Además, una vez que se remuestran los pares es necesario sumar los intervalos de tiempos con igual número de camiones. Por lo tanto, es de esperar que los tiempos de cómputo sean mayores que para los estimadores anteriores ya que el cálculo es más complejo y demandante.

TABLA 4.7. Tiempos de cómputo variando la cantidad de observaciones.  
M.Desempeño 1

Método	N	Tiempo (seg)
Bootstrap	50%	0.476
	75%	0.679
	100%	0.981
MBB	50%	5.007
	75%	5.725
	100%	6.915
THB	50%	1.489
	75%	2.216
	100%	3.146

La tabla 4.7 muestra los tiempos de cómputo para el número promedio de camiones en el estacionamiento (M.Desempeño 1) para el escenario 3 y sin ocupar RD. Aquí se ve claramente que este estimador fue el que tuvo los tiempos de cómputo más grandes. Para los tres métodos de remuestreo los tiempos fueron mayores que para la M.Desempeño 5 y 6. Sin embargo, cabe destacar que estos tiempos siguen siendo bajos y en rangos razonables.

#### 4.4.2 Efecto al variar el número de observaciones

Uno de los experimentos realizado fue analizar el desempeño de los métodos de remuestreo al variar la cantidad de observaciones que se ocupa para calcular dichos estimadores. Para esto se probó calculando los estimadores de las M.Desempeño ocupando el 50%, 75% y 100% de los datos que se sacaron para cada uno de los escenarios propuestos.

En el caso del modelo  $M|M|1$  no se pudo ver una clara relación entre la calidad del estimador y la cantidad de datos utilizados para calcularlo, habiendo casos en que el estimador mejoraba y otros en que permanecía igual o empeoraba ligeramente. Para este modelo se encontraron casos en que se aprecia una clara mejora de los estimadores cuando se aumenta el número de observaciones y casos en que no hay una mejora significativa.

En la tabla 4.8 se muestran los casos en que hubo una mejora significativa de los estimadores al aumentar  $N$ . Claramente de los datos se desprende que al aumentar la cantidad de datos, tanto el  $e_r$  como el  $e_m$  de los estimadores mejora considerablemente. Sin embargo, hay una serie de consideraciones que hay que tomar en cuenta antes de tomar una conclusión definitiva.

TABLA 4.8. Desempeño de los métodos de remuestreo al variar  $N$  - Casos con mayor variabilidad

Escenario	M.Desempeño	Método	N	Estimador	$e_r$	$e_m$
1	1	Bootstrap	50%	5.345	10.05%	0.288
			75%	5.081	4.61%	0.220
			100%	4.991	2.77%	0.179
2	2	Bootstrap	50%	0.242	13.78%	0.011
			75%	0.245	12.80%	0.009
			100%	0.264	6.22%	0.008
1	4	Bootstrap	50%	0.075	24.94%	0.007
			75%	0.065	8.71%	0.005
			100%	0.062	3.07%	0.005

Si se observan con detención los resultados de todos los escenarios y M.Desempeño (Anexo E) es posible apreciar que no en todos los casos se ve esta tendencia de mejorar los estimadores al aumentar la cantidad de observaciones. Primero que nada, para las cuatro primeras M.Desempeño, que tiene relación con la cantidad esperada de camiones en el estacionamiento, se ve esta tendencia de mejora al aumentar  $N$ . Para el resto de las M.Desempeño los estimadores se mantienen constantes al variar la cantidad de observaciones, como se ve en la tabla 4.9. Aquí se aprecia que para las M.Desempeño 7 y 10 (Percentil 10 y Percentil 75 de los tiempos de permanencia, respectivamente), el  $e_r$  de los estimadores prácticamente no varía. Y lo mismo ocurre para el resto de las M.Desempeño que tienen relación con el tiempo de permanencia total de los camiones en el CD.



TABLA 4.9. Desempeño de los métodos de remuestreo al variar N - Casos con mayor variabilidad

Escenario	M.Desempeño	Método	N	Estimador	$e_r$	$e_m$
1	1	THB	50%	4.985	2.64%	0.737
			75%	4.988	2.69%	0.524
			100%	4.987	2.68%	0.462
1	10	Bootstrap	50%	1.967	1.40%	0.019
			75%	1.967	1.37%	0.018
			100%	1.966	1.34%	0.019
2	7	Bootstrap	50%	0.759	0.97%	0.014
			75%	0.760	0.93%	0.014
			100%	0.759	1.00%	0.015

Por otro lado, aunque se mencionó que las M.Desempeño que tienen relación con la cantidad de camiones en el estacionamiento son más sensibles a la cantidad de datos, esto no es enteramente cierto para todos los métodos de remuestreo. En la tabla 4.8 los resultados mostrados son todos para el bootstrap, pero curiosamente, para los mismos escenarios y M.Desempeño, el THB tiene resultados mucho más estables. En la tabla 4.8, el primer grupo de resultados, presenta el mismo escenario y M.Desempeño que el primero grupo de resultados de la tabla 4.9, pero en uno se muestra el método bootstrap y para el otro el THB. Para el bootstrap los resultados son muy sensibles a la cantidad de datos, pero para el THB son mucho más estables, en términos de  $e_r$ . La explicación para esta diferencia se tratará más adelante en este capítulo.

Para finalizar, se puede concluir que para ciertos casos existe una relación entre la cantidad de datos ocupados y la disminución del  $e_r$ . Específicamente, se aprecia esta relación cuando se ocupan el método bootstrap y para las M.Desempeño que tiene relación con la cantidad de camiones en el estacionamiento.

#### 4.4.3 Efecto de ocupar RD

Cuando se estudió el efecto de ocupar RD en el modelo  $M|M|1$  se determinó que este suele tener un efecto positivo si la cantidad de datos eliminados es mayor al 1% total de los

datos. Como se ocupó un transiente de 1000 datos y los datos totales varían entre 15,000 y 30,000, los datos eliminados no sobrepasan el 1% del total de observaciones, por lo que se esperaba que el uso de RD no tenga un efecto considerable en el cálculo de los estimadores.

En la tabla 4.10 se muestran los resultados obtenidos para tres casos particulares ocupando el 100% de las observaciones. De aquí es posible observar que el uso de RD es bastante variable, habiendo casos en que su efecto es positivo, otros en que es negativos y otros en que simplemente no se ve una diferencia considerable. Para la mayoría de los casos el efecto de ocupar RD no tuvo un gran impacto, ya que la cantidad de datos eliminados es muy poca en comparación al total de observaciones.

TABLA 4.10. Desempeño de los métodos de remuestreo al ocupar RD

Escenario	M.Desempeño	Método	RD	Estimador $e_r$	$e_m$	
2	2	Bootstrap	Sin RD	0.266	5.46%	0.046
			Con RD	0.273	2.76%	0.049
1	3	MBB	Sin RD	0.132	5.53%	0.008
			Con RD	0.132	5.64%	0.009
2	3	Bootstrap	Sin RD	0.116	6.04%	0.030
			Con RD	0.123	11.74%	0.034

Por otro lado, se esperaba que si la cantidad de datos es menor, entonces el uso de RD tendría un efecto positivo mayor, pero no fue así. El comportamiento de los estimadores fue similar a los mostrados en la tabla 4.10, muy variable. Por lo tanto, para este problema particular, los resultados obtenidos ocupando RD no tuvieron un patrón de comportamiento distinguible.

#### 4.4.4 Diferencias de desempeño de los métodos de remuestreo

Otras de las cosas que se estudió es el desempeño de cada uno de los métodos de remuestreo. Para el modelo  $M|M|1$  se observó que no había diferencia entre ocupar uno u otro método de remuestreo al calcular el  $e_r$ , pero sí había una gran diferencia al construir

el intervalo de confianza y mirar el  $e_m$ . Curiosamente, para el modelo del CD no se da exactamente lo mismo debido al comportamiento periódico de los datos y a los diferentes estimadores.

En la tabla 4.11 se muestran los resultados obtenidos al calcular la M.Desempeño 12, Percentil 95 de los tiempos de permanencia, para el escenario 2. De aquí se puede ver que el  $e_r$  es similar para todos los métodos de remuestreo, sin que haya diferencia para diferentes cantidades de datos. Por otro lado, se nota un claro aumento del  $e_m$  cuando se ocupa el THB. Este comportamiento se repite para las M.Desempeño 5 a la 12 y para todos los escenarios. Además, este es el mismo comportamiento visto para el modelo  $M|M|1$ .

TABLA 4.11. Comparación Métodos de remuestreo - Escenario 2, M.Desempeño 12

N	Método	Estimador	$e_r$	$e_m$
50%	Bootstrap	4.934	4.26%	0.064
	MBB	4.937	4.34%	0.113
	THB	4.901	3.58%	0.456
75%	Bootstrap	4.935	4.29%	0.069
	MBB	4.935	4.29%	0.100
	THB	4.900	3.55%	0.358
100%	Bootstrap	4.932	4.24%	0.064
	MBB	4.936	4.30%	0.088
	THB	4.910	3.75%	0.316

Sin embargo, para las M.Desempeño 1 a la 4, que tiene relación con la cantidad de camiones en el CD, el comportamiento es totalmente diferente. En la tabla 4.12 se ven resultados para la M.Desempeño 2, en el escenario 2. Aquí podemos ver que tanto el bootstrap como el MBB tiene un  $e_r$  muy por sobre al THB para los casos en que se ocupa un 50% y 75% de las observaciones, mientras que para el 100% de los datos los tres métodos tiene  $e_r$  similar. Este comportamiento se repite para las M.Desempeño 1 a la 4 en todos los escenarios.

TABLA 4.12. Comparación Métodos de remuestreo - Escenario 2, M.Desempeño 2

N	Método	Estimador	$e_r$	$e_m$
50%	Bootstrap	0.242	13.78%	0.011
	MBB	0.243	13.48%	0.014
	THB	0.265	5.74%	0.062
75%	Bootstrap	0.245	12.80%	0.009
	MBB	0.245	12.75%	0.011
	THB	0.267	4.99%	0.052
100%	Bootstrap	0.264	6.22%	0.008
	MBB	0.265	5.91%	0.010
	THB	0.266	5.40%	0.046

Una primera explicación para el bajo desempeño del bootstrap, en comparación al THB, es que no se está cumpliendo el supuesto de independencia de los datos. Pareciera ser que para los casos con menos datos este supuesto estaría haciendo que el método no funcione adecuadamente. No obstante, una vez que la cantidad de observaciones sube a un 100% de los datos, pareciera ser que la dependencia de los datos pierde importancia.

Aunque la explicación anterior es válida para el bootstrap, esto no explica por qué el MBB también tiene  $e_r$  tan alto. Para poder explicar esto es necesario revisar la cantidad de observaciones que ocupa tanto el MBB como el THB para crear sus grupos de remuestreo. En la tabla 4.13 se ve el tamaño de bloques ocupado para cada uno de los escenarios y grupo de M.Desempeño. A simple vista se puede apreciar que la cantidad de observaciones por grupo para el MBB es mucho menor al del THB. De hecho, la cantidad de observaciones ocupadas en el MBB es más similar al bootstrap (1 observación) que al THB. De aquí se podría explicar por qué los resultados del MBB son similares a los del bootstrap y no así al THB, siendo que ambos remuestrean grupos de observaciones.

A pesar de que se ha mostrado que la cantidad de datos ocupados en los grupos de remuestreo es diferente para el THB y el MBB, no se ha explicado por qué el tamaño de grupo del THB debería dar mejor resultados que el ocupado por el MBB. La explicación para esto es el comportamiento periódico de los datos. Si vemos la tabla 4.1 que muestra la

TABLA 4.13. Comparación de tamaños de bloque entre MBB y THB

		Número del Escenario		
M.Desempeño	Método	1	2	3
1 a 4	THB	~ 28	~ 48	~ 65
	MBB	2	2	2
5 a 12	THB	~ 20	~ 34	~ 50
	MBB	2	2	3

tasa de llegada de camiones al CD, es fácil apreciar que entre las 19:00 y las 6:00 no llegan camiones al CD. Esto da indicios de que cada día el sistema se debería renovar, es decir, cada día se podría considerar independiente del otro ya que se vacía el sistema. De hecho, la figura 4.3 muestra la cantidad de camiones en el estacionamiento en cada instante de tiempo para el escenario 1 y de aquí es claro que todos los días el sistema se vacía y vuelve a llenar.

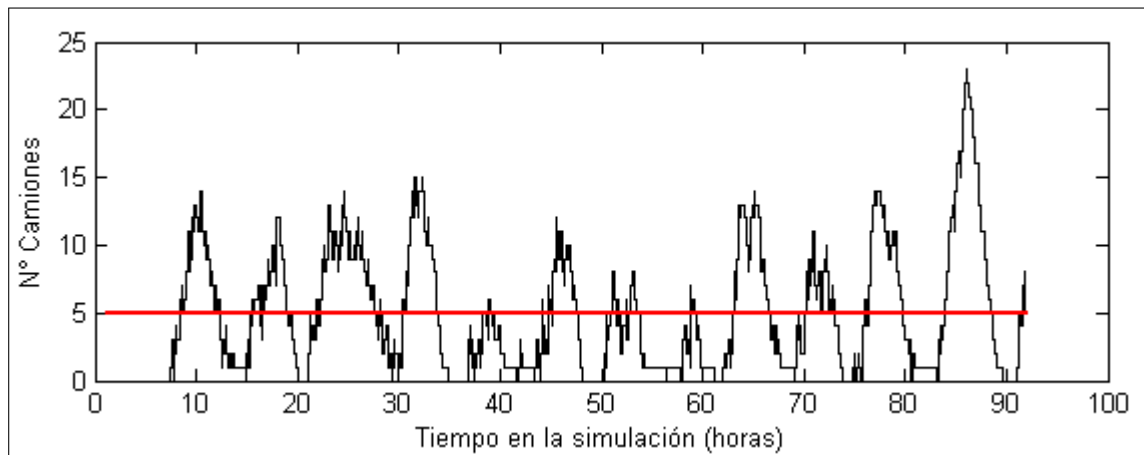


FIGURA 4.3. Formación de Grupos para el THB, M.Desempeño 1 a 4. Escenario 1- CD

Este efecto hace que sea intuitivo tratar de remuestrear grupos de datos del tamaño de un día. Y en efecto, el THB crea grupos de remuestreo que en cierta medida capturan el comportamiento diario del sistema, como muestra la línea roja en la figura 4.3. Esto explica

por qué el THB tiene mejor desempeño que el MBB, ya que este ocupa un tamaño de grupo que captura mejor el comportamiento del sistema.

Por otro lado, queda la duda de por qué el bootstrap y el MBB no tiene un bajo desempeño al calcular los estimadores de las M.Desempeño relacionadas con los tiempos de estadía. Si miramos gráficamente estos datos (figura 4.4) podemos ver que también tiene un comportamiento periódico debido a la tasa de llegada, pero esta no es tan marcada como para el caso del número de camiones en el estacionamiento. Además, otro factor que puede influir en esta diferencia es que para el caso del número de camiones en el estacionamiento hay grandes periodos de tiempos en que no hay camiones y, por la forma de par ordenado que se remuestran los datos, esto puede causar gran variabilidad si no se agrupan los datos de forma correcta. Mientras que para los tiempos de permanencia los datos son más suaves, es decir, no hay tanta diferencia entre los valores extremos.

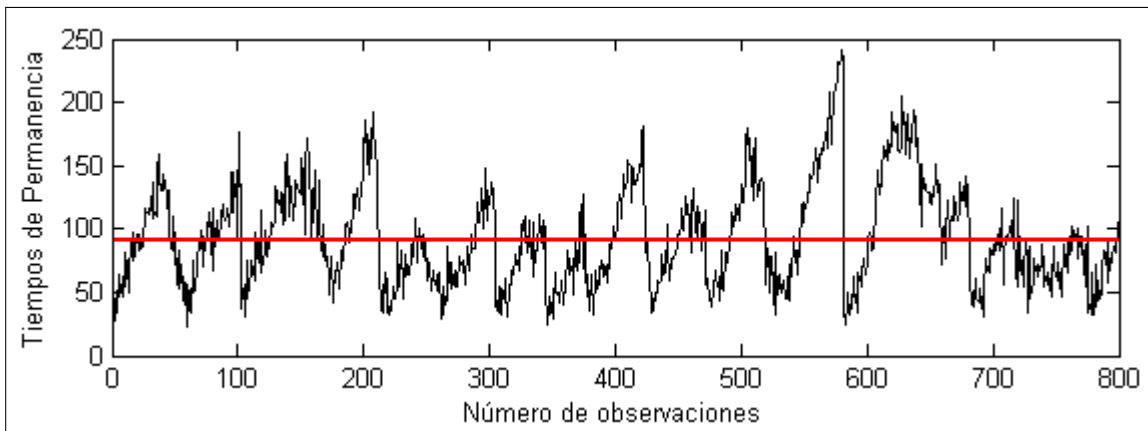


FIGURA 4.4. Formación de Grupos para el THB, M.Desempeño 5 a 12. Escenario 1- CD

#### 4.4.5 Desempeño de los métodos de remuestreo según M.Desempeño

En la sección anterior se habló vagamente cómo variaba el desempeño de los métodos de remuestreo al estimar diferentes M.Desempeño. En este capítulo se profundiza en el

tema comparando el desempeño de los métodos bootstrap al calcular los diferentes estimadores. Principalmente se quiere determinar si los métodos de remuestreo tiene un comportamiento deficiente para estimadores extremos, es decir, cercanos al mínimo o máximo de la muestra. Esto es de interés, ya que la literatura señala que los métodos de remuestreo deberían tener un comportamiento deficiente para estos estimadores.

En la tabla 4.14 se muestran los estimadores obtenidos ocupando bootstrap para el escenario 1 y para cinco medidas de desempeño relacionada con los tiempos de permanencia, ocupando el 100% de los datos y sin ocupar RD. Para este caso uno esperaría que los estimadores más extremos (M.Desempeño 6 y 12) tuvieran un  $e_r$  mayor que para el estimador promedio (M.Desempeño 5). Sin embargo, el  $e_r$  para cada una de las M.Desempeño mostradas es similar y bastante bajo.

TABLA 4.14. Desempeño para M.Desempeño de tiempo de permanencia - Escenario 1

M.Desempeño	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
5) PromTPerman	1.526	[1.514 , 1.538]	1.29%	0.012
6) Per5TPerman	0.640	[0.631 , 0.65]	1.06%	0.009
7) Per10TPerman	0.737	[0.728 , 0.745]	1.45%	0.008
11) Per90TPerman	2.525	[2.493 , 2.554]	1.06%	0.030
12) Per95TPerman	2.877	[2.842 , 2.907]	1.10%	0.032

Algo similar pasa para las M.Desempeño relacionadas con el número de camiones en el estacionamiento, que se muestran en la tabla 4.15. Aunque para este caso el  $e_r$  de los estimadores es un poco más variable y aumenta para las M.Desempeño extremas, no se ve un patrón tan claro de que a medida de que la M.Desempeño es más extrema, el desempeño de los métodos es peor.

Una posible explicación para esto es que la réplica ocupada para por los métodos de remuestreo era una buena réplica, es decir, representaba bien el funcionamiento general del sistema. De hecho, si miramos los datos obtenidos para el escenario 2, tabla 4.15, se ve

TABLA 4.15. Desempeño para M.Desempeño de número de camiones - Escenario 1

M.Desempeño	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1) PromCamiones	4.991	[4.821 , 5.179]	2.77%	0.179
2) PropCamiones1	0.286	[0.274 , 0.298]	4.52%	0.012
3) PropCamiones2	0.132	[0.125 , 0.139]	5.40%	0.007
4) PropCamiones3	0.062	[0.057 , 0.066]	3.07%	0.005

una más clara deficiencia de los métodos al tratar de estimar M.Desempeño más extremas. Inclusive, para los estimadores más extremos, M.Desempeño 4 y 12, se ve un aumento considerable del  $e_r$  en comparación a las otras M.Desempeño que no son tan extremas.

TABLA 4.16. Desempeño para M.Desempeño extremas - Escenario 2

M.Desempeño	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1) Promcamiones	13.013	[12.733 , 13.277]	0.65%	0.272
2) PropCamiones1	0.264	[0.255 , 0.272]	6.22%	0.008
3) PropCamiones2	0.117	[0.112 , 0.121]	6.12%	0.005
4) PropCamiones3	0.051	[0.047 , 0.054]	23.81%	0.004
5) PromTPerman	2.543	[2.52 , 2.565]	0.28%	0.022
11) Per90TPerman	4.276	[4.23 , 4.319]	2.07%	0.044
12) Per95TPerman	4.932	[4.87 , 4.999]	4.24%	0.064

Una conclusión que se puede sacar de estos resultados es que hay que tener cuidado al estimar M.Desempeño extremas. Puede pasar que los datos que uno ocupe capturen a la perfección el comportamiento del sistema y que no haya problemas al calcular las medidas extremas. Sin embargo, si los datos ocupados no capturan bien los efectos extremos del sistema, como ocurre con la réplica ocupada en el escenario 2, se pueden producir errores en al estimar las M.Desempeño.



#### 4.4.6 Diferencias de desempeño según escenario

El último experimento que se desea probar es el desempeño del THB, en términos de  $e_m$ , en escenarios con diferente congestión. En el capítulo anterior se determinó que para sistemas más congestionados, el THB tiende a tomar grupos de observaciones más grandes y que esto influye a tener  $e_m$  más grandes. Para este modelo, en la tabla 4.13 se puede ver claramente que la cantidad de observaciones ocupadas en los grupos de remuestreo del THB aumenta para los escenarios más congestionados.

En la tabla 4.17 se muestran algunos estimadores calculados con el THB y con el 100% de los datos. En dicha tabla se muestran dos M.Desempeño, 1 y 9, en que se ve que para escenarios más congestionados el  $e_m$  aumenta. Sin embargo, este aumento no es tan abrupto como para el modelo  $M|M|1$ . Más aún, hay medidas de desempeño, como la M.Desempeño 2 mostrada en la tabla, en que no se ven variaciones significativas en el  $e_m$  para los diferentes escenarios. No obstante, para la mayoría de las M.Desempeño se aprecia un aumento del  $e_m$  para escenarios más congestionados.

TABLA 4.17. Uso de THB para escenarios con diferente congestión

M.Desempeño	Escenario	Estimador	$e_r$	$e_m$
1	1	4.987	2.68%	0.462
	2	13.054	0.34%	1.076
	3	23.746	0.15%	1.350
2	1	0.287	4.99%	0.034
	2	0.266	5.40%	0.046
	3	0.348	0.31%	0.040
9	1	1.380	1.35%	0.073
	2	2.419	2.25%	0.143
	3	3.887	0.30%	0.229

Por lo tanto, aunque se ve que para la mayoría de las M.Desempeño hay un aumento del  $e_m$  para escenarios con mayor congestión, este aumento es bastante menor al visto en el modelo  $M|M|1$ . Esto se debe principalmente a que la periodicidad de los datos le permite

al THB realizar bloques de remuestreo que representan de mejor forma el comportamiento del sistema, mientras que para el  $M|M|1$  no. Por esto, no se aprecian estos intervalos de confianza extremadamente grandes que se veían en los resultados del  $M|M|1$ .

## 4.5 Comparación con Réplicas Independientes

Para finalizar este capítulo, en esta sección se presenta una comparación entre el desempeño de los métodos de remuestreo contra el método de réplicas independientes. Se muestran dos tipos de comparaciones: una que tiene que ver con la calidad de los estimadores encontrados y la segunda que tiene que ver con el tiempo de cómputo y el esfuerzo computacional para calcular dichos estimadores.

### 4.5.1 Comparación de los tiempo de cómputo para cada uno de los estimadores

Cuando se compararon los tiempos de cómputo para el modelo  $M|M|1$  las diferencias de tiempo fueron considerables a favor de los métodos de remuestreo. Para este caso la conclusión no es diferente. El tiempo que tomó calcular cada una de las réplicas es del orden de 20 segundos. Con este tiempo y los tiempos de cómputo para los métodos de remuestreo mostrados en la sección 4.4.1 se construyó la tabla 4.18 que compara los tiempos de RI y los métodos de remuestreo.

TABLA 4.18. Comparación Tiempos de Cómputo. Escenario 3 - M.Desempeño 1

Método	Tiempo Réplicas	Tiempo Remuestreo	T.Total (seg)
RI (10)	200	0	200
RI (50)	1000	0	1000
Bootstrap	20	0.98	20.98
MBB	20	6.91	26.91
THB	20	3.15	23.15

Los datos mostrados en la tabla 4.18 fueron calculados ocupando el total de las observaciones (30,000 aproximadamente) y sin ocupar RD. Además, son los tiempos de cómputo

para una de las M. Desempeño con tiempos más largo. Aun así, la diferencia de tiempos entre RI y los métodos de remuestreo es altísima. Los métodos de remuestreo son al menos 9 veces más rápidos que ocupar réplicas independientes con  $R = 10$  y hasta 47 veces más rápido que RI con  $R = 50$ . Claramente los métodos de remuestreo son considerablemente más rápidos que RI.

#### 4.5.2 Desempeño en el cálculo de estimadores

Cuando se hicieron las comparaciones de desempeño entre los métodos de remuestreo y RI para el modelo  $M|M|1$  se llegó a la conclusión de que este último método tiende a calcular mejores estimadores. En esta sección se pretende estudiar si esta conclusión es transferible para este modelo.

TABLA 4.19. Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 2, Escenario 1

Método	Réplica	Estimador	$e_r$	$e_m$
Bootstrap	-	0.286	4.52%	0.012
MBB	-	0.287	4.69%	0.013
THB	-	0.287	4.99%	0.034
RI	10	0.275	0.41%	0.010
	20	0.273	0.37%	0.006

Al igual que para el modelo  $M|M|1$ , para este modelo hubieron casos en que RI tuvo un desempeño claramente superior al de los métodos de remuestreo. La tabla 4.19 muestra uno de los casos en que los métodos de remuestreo que tuvieron desempeño peor a RI. Estos resultados, y los de las tablas 4.20 y 4.21, fueron calculados sin ocupar RD y con el 100% de las observaciones.

De la tabla 4.19 podemos apreciar que, aunque el  $e_r$  de los estimadores es bastante más bajo que los obtenidos con los métodos de remuestreo, los estimadores obtenidos ocupando métodos de remuestreo tuvieron  $e_r$  aceptables (menor a 5%). Además, la cantidad de casos en que el desempeño entre ambos métodos fue tan diferente no fueron muchos.

TABLA 4.20. Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 6, Escenario 2

Método	Réplica	Estimador	$e_r$	$e_m$
Bootstrap	-	0.759	1.00%	0.015
MBB	-	0.759	1.03%	0.018
THB	-	0.761	0.74%	0.027
RI	10	0.766	0.09%	0.006
	50	0.764	0.40%	0.002

Por otro lado, la mayoría de los casos tuvieron un comportamiento parecido al que se ve en la tabla 4.20. Aquí podemos ver que el  $e_r$  de los estimadores no es tan diferente entre los métodos de remuestreo y el método de RI. Más aún, aunque los estimadores de remuestreo fueron superados por los de RI, sus  $e_r$  no superan el 1.1% de error.

Finalmente, hubo algunos casos excepcionales en que los métodos de remuestreo tuvieron un desempeño similar al de RI. La tabla 4.21 muestra estos resultados en que se ve claramente lo recién comentado. Sin embargo, este tipo de resultados solo se dio en casos puntuales.

TABLA 4.21. Comparación entre Remuestreo y Réplicas Independientes - M.Desempeño 5, Escenario 3

Método	Réplica	Estimador	$e_r$	$e_m$
Bootstrap	-	3.898	0.01%	0.026
MBB	-	3.895	0.07%	0.036
THB	-	3.885	0.33%	0.195
RI	10	3.913	0.39%	0.049
	50	3.890	0.22%	0.016

Se puede concluir que RI es, en general, una herramienta más confiable para calcular buenos estimadores. Sin embargo, los métodos de remuestreo calculan estimadores con

un error relativo bastante bajo y siendo entre 9 y 47 veces más rápidos que réplicas independientes. Por lo tanto, los métodos bootstrap son bastante atractivos ya que a bajo costo (tiempo de cómputo) obtuvieron buenos resultados ( $e_r$  y  $e_m$ ). Por otro lado, réplicas independientes tiene un costo altísimo y sus resultados no son mucho mejores que los calculados con los métodos de remuestreo.

## 5. CONCLUSIONES

El objetivo principal de esta tesis es mostrar que los métodos de remuestreo pueden llegar a ser una alternativa atractiva para analizar el output de un modelo de simulación en el largo plazo. Para esto se estudiaron tres métodos de remuestreo (bootstrap, MBB y THB) en dos modelos diferentes, un  $M|M|1$  y un modelo que representa las operaciones de los camiones en un centro de distribución. Se calcularon diversos estimadores para una serie de experimentos y con esto se pudieron obtener una serie de conclusiones.

### 5.1 Conclusiones para el modelo $M|M|1$

Una de las cosas más llamativas que se pudo concluir de los experimentos desarrollados para el modelo  $M|M|1$  fue la rapidez de los métodos de remuestreo. Se obtuvo que para el método más lento, el MBB, este fue 28 veces más rápidos que ocupar RI con  $R = 100$ . Más aún, el método con tiempo de cómputo menor, el bootstrap, fue 62 veces más rápido que RI. De aquí es clara la principal ventaja de ocupar estos métodos.

Por otro lado, la calidad de estimadores e intervalos de confianza calculados no se quedó atrás. El peor estimador calculado en todos los experimento no supero el 10% de error relativo y la mayoría de los estimadores estuvieron entre el 1.5% y 2%. En general, el desempeño de los métodos de remuestreo no pudo superar al de réplicas independientes, pero estos no estuvieron muy alejados. Réplicas independiente tuvo estimadores con un  $e_r$  en torno a un 1% y un 0.5% en la mayoría de los casos.

Además de mostrar que para este modelo los métodos de remuestreo tuvieron un desempeño notable con tiempos de cómputo pequeños, se estudió a fondo el desempeño de los tres métodos de remuestreo. Primero que nada se determinó que para este problema la dependencia de los datos no afectó el desempeño del bootstrap. Más aún, fue el método que en general construyó intervalos de confianza más ajustados.

Por otro lado, se observó que los tres métodos de remuestreo poseen  $e_r$  similares al calcular estimadores, pero hubieron claras diferencias al calcular el  $e_m$  y construir intervalos de confianza. En particular se observaron ciertas falencias del THB debido a la forma

en que este método construye los bloques de observaciones para remuestrear. Este método es extremadamente sensible a la forma que tienen los datos.

Finalmente, se hizo una serie de pruebas para determinar la sensibilidad de los métodos bootstrap al variar la cantidad de datos,  $N$ , y al ocupar Replication Deletion. En el caso del RD se determinó que si el transiente es mayor al 1% del total de los datos, entonces ocupar RD puede tener un efecto positivo. Por otro lado, al variar el número de observaciones no se pudo ver un patrón claro sobre el efecto positivo de aumentar  $N$  debido a que en todos los casos se ocupó valores de  $N$  elevados.

## 5.2 Conclusiones para el modelo del centro de distribución

Para este modelo se obtuvieron conclusiones similares que para el modelo  $M|M|1$ . Primero que nada se observó la ventaja, en términos de tiempos de cómputo, de ocupar los métodos de remuestreo. Para este modelo se obtuvo que los métodos bootstrap son al menos 9 veces más rápidos que RI con  $R = 10$  y hasta 47 veces más rápido que RI con  $R = 50$ .

Por otro lado, los estimadores para los tres métodos bootstrap fueron bastante competitivos. Al ocupar el 100% de los datos el  $e_r$  para los métodos bootstrap no superó el 12% y en general se mantuvo menor al 2% para la mayoría de los estimadores. Por otro lado, RI tuvo un mejor desempeño en la mayoría de los casos, pero ocupando un esfuerzo computacional mucho mayor.

Uno de los experimentos más interesantes en este modelo fue ver el desempeño de los métodos de remuestreo para una gran variedad de medidas de desempeño. Se pudo apreciar que para algunas medidas de desempeño (M.Desempeño 5 a 12) el  $e_r$  fue bastante bajo (menor a un 2%), pero para otras (M.Desempeño 1 a 4) esto no fue así. Esta diferencia se debió básicamente a que los datos utilizados para calcular las primeras cuatro M.Desempeño eran más sensibles al método de remuestreo ocupado debido a la forma en que se tomaron los datos (un par ordenado) y a la variabilidad de estos. Analizando los

datos se concluyó que para este tipo de medidas de desempeño es importante tener grandes cantidades de datos con el objetivo de disminuir el efecto de la variabilidad.

Al igual que para el  $M|M|1$  se estudió el efecto de ocupar RD, pero no se pudo apreciar algún caso en el que ocupar RD tuviera un impacto positivo. Por otro lado, se estudió el impacto de aumentar el número de observaciones  $N$ . En este experimento se observó que para las primeras cuatro medidas de desempeño el efecto de aumentar  $N$  favorecía considerablemente la calidad de los estimadores. Para el resto de las M.Desempeño no se vio una mejora significativa ya que al parecer el mínimo de datos utilizados era lo suficientemente bueno.

Finalmente, se comparó el desempeño de los tres métodos de remuestreo para este modelo, siendo el THB el método con el mejor desempeño. Debido a la periodicidad de los datos (se renuevan cada día de simulación) la forma de remuestrear del THB fue la más idónea y con los mejores resultados. Por otro lado, para las primeras 4 M.Desempeño el bootstrap y el MBB calcularon estimadores con  $e_r$  cercanos a un 20% para casos en que  $N$  era pequeño, pero al aumentar  $N$  los  $e_r$  fueron similares a los del THB. Se concluyó que este comportamiento se debía a que para menores valores de  $N$  la forma de remuestrear del bootstrap y el MBB tenía un efecto negativo, pero al aumentar  $N$  esto se veía atenuado.

### **5.3 Conclusiones generales y comparación de ambos modelos**

El principal objetivo de este estudio era mostrar los beneficios de ocupar métodos de remuestreo para analizar el output de modelos de simulación en el largo plazo y probar empíricamente que estos métodos son competitivos al ser comparados con el método de réplicas independientes. Efectivamente, con los experimentos realizados se pudo mostrar que los métodos de remuestreo son competitivos tanto en tiempos de cómputo, como en la calidad de estimadores e intervalos de confianza.

En ambos modelos se mostró que los métodos de remuestreo son al menos 9 veces más rápidos que ocupar RI. Este resultado es de suma importancia ya que en la práctica se desea obtener resultados para una gran cantidad de experimentos y escenarios de un



modelo de simulación. Esto puede aumentar los tiempos de cómputo a varias horas o días de simulación si se desea ocupar réplicas independientes para analizar el output. Sin embargo, al utilizar métodos bootstrap para analizar el output se pueden reducir los tiempos considerablemente.

Por otro lado, en ambos modelos se obtuvieron estimadores de alta calidad, con errores relativos cercanos al 2% y al 1% de error. Sin embargo, se pudo apreciar que los métodos de remuestreo no tiene el mismo desempeño en todos los casos y para todos los tipos de estimadores. Para casos en que los datos tienen un periodo marcado, el THB tuvo un mejor desempeño, pero para casos en que los datos son más estables y no tienen muchos ciclos, el THB tiene un desempeño deficiente. Por otro lado, el bootstrap y el MBB tuvieron resultados mucho más estables, pero en datos con alta variabilidad su forma de remuestrear puede jugarles en contra.

Finalmente, se quiere recalcar que los métodos de remuestreo son efectivamente una alternativa atractiva para analizar el output de modelos de simulación en el largo plazo. Sin embargo, hay que tener ciertas consideraciones para elegir cuál método de remuestreo es el mejor para hacer los análisis. En este trabajo se encontraron ciertos casos en que algunos métodos eran mejores para algunos tipos de datos, pero como aquí no se estudió todos los tipos de modelos existentes, pueden haber casos que no fueron cubiertos en este estudio.

## **5.4 Trabajos futuros**

Aunque en esta tesis se muestra una extensa gama de escenarios y experimentos donde se probaron los métodos de remuestreo, aún queda una amplia gama de posibilidades para probar los métodos bootstrap en diversas áreas de la simulación. A continuación se presenta una lista de posibles trabajos futuros que se podrían realizar a partir de esta investigación:

1. Una primera y más simple extensión de este trabajo es probar los algoritmos de remuestreo en modelos de simulación diferentes a los aquí presentados. Además, se podrían probar los métodos en medidas de desempeño diferentes y comparar los métodos con otros como Batch Means o ciclos regenerativos.

2. En este estudio se mostró que el THB tiene ciertas falencias debido a la forma en que se construyen los bloques de remuestreo. Se podría buscar una forma más idónea de formar estos bloques que no sea ocupando un *threshold*. Una posibilidad puede ser combinar el método para crear bloques en Batch Means y el bootstrap.
3. Otra alternativa es evaluar el impacto de ocupar los métodos de remuestreo en conjunto con algoritmos de optimización para simulación. En la práctica se suele ocupar réplicas independientes con OptQuest, pero esto hace que el método sea muy lento. Ocupar los métodos de remuestreo podría ser una alternativa más atractiva.
4. Finalmente, se pueden implementar los métodos de remuestreo en otras áreas de simulación como el análisis de input u otras. Existen estudios teóricos al respecto, pero no se han desarrollado estudios prácticos al respecto.

## BIBLIOGRAFIA

- Cheng, R. C. H. (2001). Analysis of simulation experiments by bootstrap resampling. In *Winter Simulation Conference*, pages 179–186.
- Cheng, R. C. H. (2006). Validating and comparing simulation models using resampling. *Journal of Simulation*, 1(1):53–63.
- Cheng, R. C. H. and Holland, W. (2004). Calculation of confidence intervals for simulation output. *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation*, 14(4):344–362.
- Davison, A. C., Hinkley, D. V., and Schechtman, E. (1986). Efficient Bootstrap simulation. *Biometrika*, 73(3):555–566.
- Demirel, O. F. and Willemain, T. R. (2002). Generation of simulation input scenarios using bootstrap methods. *Journal of the Operational Research Society*, 53(1):69–78.
- Efron, B. (1979). Bootstrap Methods: Another Look at the Jackknife. *The Annals of Statistics*, 7(1):1–26.
- Efron, B. (1981a). Censored Data and the Bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, 76(374):312–319.
- Efron, B. (1981b). Nonparametric Standard Errors and Confidence Intervals. *The Canadian Journal of Statistics*, 9(2):139–158.
- Efron, B. (1987). Better Bootstrap Confidence Intervals. *Journal of the American Statistical Association*, 82(397):171–185.
- Efron, B. (1994). Missing Data, Imputation, and the Bootstrap. *Journal of the American Statistical Association*, 89(426):463–475.
- Graham, R. L., Hinkley, D. V., John, P. W. M., and Shi, S. (1990). Balanced Design of Bootstrap Simulations. *Journal of the Royal Statistical Society*, 52(1):185–202.
- Hall, P., Horowitz, J. L., and Jing, B.-Y. (1995). On blocking rules for the bootstrap with dependent data. *Biometrika*, 82(3):561–574.
- Kim, Y. B. and Willemain, T. R. (1993). The Threshold Bootstrap: A new approach to simulation output analysis. In *Winter Simulation Conference*, pages 498–502.

- Kleijnen, J. P. C., Cheng, R. C. H., and Bettonvil, B. (2001). Validation of Trace-Driven Simulation Models: Bootstrap Tests. *Management Science*, 47(11):1533–1538.
- Kunsch, H. R. (1989). The Jackknife and the Bootstrap for General Stationary Observations. *The Annals of Statistics*, 17(3):1217–1241.
- Liu, R. Y. (1988). Bootstrap Procedures under some Non-I.I.D. Models. *The Annals of Statistics*, 16(4):1696–1708.
- Miller, R. G. (1974). The Jackknife—A Review. *Biometrika*, 61(1):1–15.
- Park, D. and Willemain, T. R. (1999). The threshold bootstrap and threshold jackknife. *Computational Statistics & Data Analysis*, 31(2):187–202.
- Park, D. S., Kim, Y. B., Shin, K. I., and Willemain, T. R. (2001). Simulation output analysis using the threshold bootstrap. *European Journal of Operational Research*, 134(1):17–28.
- Qi, Y. (2007). Bootstrap and empirical likelihood methods in extremes. *Extremes*, 11(1):81–97.
- Singh, K. (1981). On the Asymptotic Accuracy of Efron ’ s Bootstrap. *The Annals of Statistics*, 9(6):1187–1195.
- Welch, P. D. (1983). The statistical analysis of simulation results. *The computer performance modeling handbook*, 22:268–328.
- Willemain, T. R., Bress, R. A., and Halleck, L. S. (2003). Enhanced Simulation Inference Using Bootstraps of Historical Inputs. *IIE Transactions*, 35(9):851–862.

## ANEXO A. CÓDIGO EN MATLAB

### A.1 Código para métodos de remuestreo

Este código es para remuestrear los tres métodos bootstrap. Si quiere remuestrear grupo de observaciones, el método recibe el conjunto de grupos ya listos para remuestrear.

```
function [repB estB] = BootStrap(Data, N, B, func)
m = length(Data);
repB = cell(1,B);
estB = zeros(1, B);
if iscell(Data)
    n = min(cellfun(@length, Data));
    if n == mean(cellfun(@length, Data)) % Es MMB
        n = ceil((N - n + 1)/n) + 1;
    else
        n = ceil(N/(3*n));
    end
end
for j = 1:B
    aux = 0;
    if iscell(Data) % Si tenemos grupos de datos.
        while aux < N
            U = unidrnd(m, [1,n]);
            repB{j} = [repB{j}; [Data{U}]];
            aux = length(repB{j});
        end
        repB{j} = repB{j}(1:N);
    else % Si los datos son de a uno.
        U = unidrnd(m, [1,m]);
        repB{j} = Data(U);
    end

    if isa(func, 'function_handle')
        estB(j) = func(repB{j});
    end
end
```

```
    end
end
end
```

### A.1.1 Formación de grupos para el THB

```
function G = GruposTHB(ciclos, k)
if k ==1
    G = ciclos;
    return;
end

G = struct([]);
N = length(ciclos);
M = ceil(N/k);
j = 1;

for i = 1:M
    if ((j+k-1) > N)
        G{i} = [ciclos{j:end}];
        break;
    end
    G{i} = [ciclos{j:(j+k-1)}];
    j = j+k;
end
end
```

### A.1.2 Formación de grupos para el MBB

```
function G = MBB(Data, K)
N = length(Data);
G = cell(1,N-K+1);

if isempty(K)
    K = round(nthroot(N,4)); % Cambiar esto después.
end

for i = 1:N
    if (i+K-1 > N )
        break;
    else
        G{i} = Data(i:(i+K-1));
    end
end
end
```

## **ANEXO B. ANÁLISIS DE OUTPUT $M|M|1$ , MÉTODOS CONVENCIONALES**

A continuación se presentan 9 tablas, una para cada uno de los escenarios propuesto, con el análisis de output. Las tablas muestran los estimadores, intervalos de confianza y error para diferentes tamaños de datos ( $N$ ), cantidad de réplicas ( $R$ ). Además se muestran los resultados para los casos en que se ocupa Replication Deletion (RD) y para los casos en que no.



TABLA B.1. Resultados MM1, Escenario 1 ( $\lambda = 0.9$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	9.056	[8.108 , 10.003]	0.62%	0.948
		Con RD	9.100	[8.119 , 10.08]	1.11%	0.980
	20	Sin RD	9.161	[8.484 , 9.837]	1.78%	0.676
		Con RD	9.215	[8.526 , 9.904]	2.39%	0.689
	50	Sin RD	8.946	[8.548 , 9.344]	0.60%	0.398
		Con RD	8.997	[8.594 , 9.4]	0.04%	0.403
	100	Sin RD	8.759	[8.488 , 9.029]	2.68%	0.271
		Con RD	8.805	[8.53 , 9.08]	2.17%	0.275
25000	10	Sin RD	8.964	[8.326 , 9.603]	0.40%	0.638
		Con RD	8.981	[8.333 , 9.628]	0.21%	0.647
	20	Sin RD	9.269	[8.856 , 9.681]	2.98%	0.412
		Con RD	9.291	[8.873 , 9.708]	3.23%	0.417
	50	Sin RD	9.086	[8.843 , 9.329]	0.96%	0.243
		Con RD	9.107	[8.862 , 9.352]	1.19%	0.245
	100	Sin RD	8.927	[8.768 , 9.087]	0.81%	0.160
		Con RD	8.947	[8.786 , 9.108]	0.59%	0.161
50000	10	Sin RD	9.087	[8.866 , 9.307]	0.96%	0.220
		Con RD	9.096	[8.88 , 9.311]	1.06%	0.216
	20	Sin RD	9.214	[8.984 , 9.443]	2.37%	0.230
		Con RD	9.225	[8.996 , 9.453]	2.50%	0.229
	50	Sin RD	9.036	[8.873 , 9.198]	0.40%	0.163
		Con RD	9.046	[8.884 , 9.208]	0.51%	0.162
	100	Sin RD	9.026	[8.904 , 9.148]	0.29%	0.122
		Con RD	9.037	[8.914 , 9.159]	0.41%	0.123

TABLA B.2. Resultados MM1, Escenario 2 ( $\lambda = 0.8$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	4.035	[3.878 , 4.193]	0.88%	0.158
		Con RD	4.035	[3.878 , 4.191]	0.87%	0.157
	20	Sin RD	4.032	[3.895 , 4.169]	0.79%	0.137
		Con RD	4.032	[3.89 , 4.174]	0.80%	0.142
	50	Sin RD	4.024	[3.914 , 4.135]	0.61%	0.110
		Con RD	4.027	[3.916 , 4.138]	0.67%	0.111
	100	Sin RD	4.001	[3.932 , 4.069]	0.02%	0.069
		Con RD	4.000	[3.93 , 4.069]	0.01%	0.069
25000	10	Sin RD	3.971	[3.843 , 4.1]	0.72%	0.129
		Con RD	3.971	[3.846 , 4.096]	0.73%	0.125
	20	Sin RD	3.993	[3.899 , 4.086]	0.18%	0.093
		Con RD	3.992	[3.898 , 4.086]	0.19%	0.094
	50	Sin RD	3.995	[3.926 , 4.064]	0.12%	0.069
		Con RD	3.996	[3.927 , 4.064]	0.11%	0.069
	100	Sin RD	3.984	[3.939 , 4.029]	0.40%	0.045
		Con RD	3.983	[3.938 , 4.029]	0.42%	0.045
50000	10	Sin RD	3.957	[3.865 , 4.049]	1.08%	0.092
		Con RD	3.957	[3.864 , 4.049]	1.09%	0.092
	20	Sin RD	3.997	[3.941 , 4.053]	0.08%	0.056
		Con RD	3.997	[3.939 , 4.054]	0.08%	0.058
	50	Sin RD	4.012	[3.967 , 4.057]	0.31%	0.045
		Con RD	4.013	[3.968 , 4.058]	0.32%	0.045
	100	Sin RD	3.987	[3.955 , 4.02]	0.32%	0.033
		Con RD	3.987	[3.954 , 4.02]	0.33%	0.033

TABLA B.3. Resultados MM1, Escenario 3 ( $\lambda = 0.7$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	2.332	[2.226 , 2.439]	0.05%	0.107
		Con RD	2.346	[2.243 , 2.45]	0.56%	0.104
	20	Sin RD	2.292	[2.224 , 2.36]	1.79%	0.068
		Con RD	2.301	[2.234 , 2.369]	1.37%	0.067
	50	Sin RD	2.313	[2.267 , 2.359]	0.86%	0.046
		Con RD	2.319	[2.273 , 2.366]	0.60%	0.047
	100	Sin RD	2.312	[2.275 , 2.348]	0.93%	0.036
		Con RD	2.317	[2.28 , 2.353]	0.72%	0.036
25000	10	Sin RD	2.337	[2.256 , 2.418]	0.16%	0.081
		Con RD	2.343	[2.262 , 2.423]	0.40%	0.081
	20	Sin RD	2.336	[2.287 , 2.385]	0.11%	0.049
		Con RD	2.340	[2.29 , 2.39]	0.29%	0.050
	50	Sin RD	2.308	[2.277 , 2.338]	1.10%	0.030
		Con RD	2.310	[2.279 , 2.341]	1.00%	0.031
	100	Sin RD	2.310	[2.289 , 2.331]	1.00%	0.021
		Con RD	2.312	[2.291 , 2.333]	0.91%	0.021
50000	10	Sin RD	2.310	[2.265 , 2.355]	1.01%	0.045
		Con RD	2.312	[2.267 , 2.358]	0.89%	0.045
	20	Sin RD	2.319	[2.292 , 2.346]	0.61%	0.027
		Con RD	2.321	[2.294 , 2.349]	0.52%	0.027
	50	Sin RD	2.315	[2.295 , 2.335]	0.80%	0.020
		Con RD	2.316	[2.296 , 2.336]	0.75%	0.020
	100	Sin RD	2.318	[2.304 , 2.332]	0.64%	0.014
		Con RD	2.319	[2.305 , 2.333]	0.60%	0.014

TABLA B.4. Resultados MM1, Escenario 4 ( $\lambda = 0.6$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	1.511	[1.457 , 1.564]	0.70%	0.054
		Con RD	1.511	[1.459 , 1.564]	0.76%	0.053
	20	Sin RD	1.475	[1.439 , 1.511]	1.66%	0.036
		Con RD	1.477	[1.441 , 1.512]	1.56%	0.036
	50	Sin RD	1.501	[1.48 , 1.522]	0.06%	0.021
		Con RD	1.504	[1.483 , 1.525]	0.26%	0.021
	100	Sin RD	1.499	[1.483 , 1.516]	0.04%	0.016
		Con RD	1.503	[1.486 , 1.519]	0.18%	0.016
25000	10	Sin RD	1.522	[1.477 , 1.567]	1.46%	0.045
		Con RD	1.522	[1.477 , 1.567]	1.49%	0.045
	20	Sin RD	1.499	[1.475 , 1.523]	0.07%	0.024
		Con RD	1.500	[1.476 , 1.523]	0.02%	0.024
	50	Sin RD	1.493	[1.48 , 1.506]	0.45%	0.013
		Con RD	1.494	[1.482 , 1.507]	0.38%	0.013
	100	Sin RD	1.492	[1.483 , 1.501]	0.53%	0.009
		Con RD	1.493	[1.484 , 1.503]	0.44%	0.009
50000	10	Sin RD	1.499	[1.469 , 1.529]	0.05%	0.030
		Con RD	1.499	[1.469 , 1.53]	0.04%	0.030
	20	Sin RD	1.495	[1.48 , 1.511]	0.31%	0.015
		Con RD	1.496	[1.48 , 1.511]	0.28%	0.015
	50	Sin RD	1.493	[1.484 , 1.503]	0.45%	0.010
		Con RD	1.494	[1.484 , 1.504]	0.41%	0.010
	100	Sin RD	1.494	[1.487 , 1.501]	0.41%	0.007
		Con RD	1.494	[1.488 , 1.501]	0.37%	0.007

TABLA B.5. Resultados MM1, Escenario 5 ( $\lambda = 0.5$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	1.011	[0.969 , 1.052]	1.05%	0.042
		Con RD	1.012	[0.97 , 1.055]	1.25%	0.042
	20	Sin RD	0.989	[0.965 , 1.013]	1.10%	0.024
		Con RD	0.990	[0.965 , 1.015]	0.98%	0.025
	50	Sin RD	0.990	[0.978 , 1.002]	0.99%	0.012
		Con RD	0.992	[0.979 , 1.005]	0.81%	0.013
	100	Sin RD	0.994	[0.986 , 1.002]	0.60%	0.008
		Con RD	0.996	[0.987 , 1.004]	0.44%	0.008
25000	10	Sin RD	0.990	[0.965 , 1.015]	0.99%	0.025
		Con RD	0.991	[0.965 , 1.016]	0.92%	0.025
	20	Sin RD	0.989	[0.975 , 1.002]	1.15%	0.013
		Con RD	0.989	[0.976 , 1.002]	1.10%	0.013
	50	Sin RD	0.986	[0.979 , 0.993]	1.40%	0.007
		Con RD	0.987	[0.979 , 0.994]	1.33%	0.007
	100	Sin RD	0.991	[0.986 , 0.997]	0.86%	0.005
		Con RD	0.992	[0.987 , 0.997]	0.80%	0.005
50000	10	Sin RD	0.998	[0.988 , 1.009]	0.16%	0.011
		Con RD	0.999	[0.988 , 1.01]	0.13%	0.011
	20	Sin RD	0.995	[0.988 , 1.001]	0.54%	0.007
		Con RD	0.995	[0.988 , 1.002]	0.51%	0.007
	50	Sin RD	0.991	[0.987 , 0.996]	0.87%	0.005
		Con RD	0.992	[0.987 , 0.996]	0.83%	0.005
	100	Sin RD	0.995	[0.992 , 0.999]	0.46%	0.004
		Con RD	0.996	[0.992 , 0.999]	0.43%	0.004

TABLA B.6. Resultados MM1, Escenario 6 ( $\lambda = 0.4$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	0.672	[0.663 , 0.68]	0.76%	0.008
		Con RD	0.673	[0.664 , 0.682]	0.92%	0.009
	20	Sin RD	0.663	[0.65 , 0.675]	0.62%	0.012
		Con RD	0.664	[0.652 , 0.676]	0.36%	0.012
	50	Sin RD	0.663	[0.655 , 0.67]	0.61%	0.008
		Con RD	0.664	[0.656 , 0.672]	0.44%	0.008
	100	Sin RD	0.664	[0.658 , 0.669]	0.44%	0.005
		Con RD	0.664	[0.659 , 0.67]	0.34%	0.005
25000	10	Sin RD	0.672	[0.663 , 0.681]	0.73%	0.009
		Con RD	0.672	[0.663 , 0.681]	0.79%	0.009
	20	Sin RD	0.666	[0.658 , 0.674]	0.07%	0.008
		Con RD	0.667	[0.659 , 0.675]	0.04%	0.008
	50	Sin RD	0.666	[0.661 , 0.67]	0.13%	0.004
		Con RD	0.666	[0.662 , 0.671]	0.06%	0.004
	100	Sin RD	0.666	[0.663 , 0.669]	0.11%	0.003
		Con RD	0.666	[0.663 , 0.669]	0.07%	0.003
50000	10	Sin RD	0.665	[0.656 , 0.674]	0.25%	0.009
		Con RD	0.665	[0.656 , 0.675]	0.22%	0.009
	20	Sin RD	0.662	[0.656 , 0.669]	0.64%	0.006
		Con RD	0.663	[0.656 , 0.669]	0.59%	0.006
	50	Sin RD	0.663	[0.66 , 0.667]	0.51%	0.003
		Con RD	0.663	[0.66 , 0.667]	0.48%	0.003
	100	Sin RD	0.664	[0.662 , 0.667]	0.35%	0.002
		Con RD	0.664	[0.662 , 0.667]	0.33%	0.002

TABLA B.7. Resultados MM1, Escenario 7 ( $\lambda = 0.3$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	0.438	[0.43 , 0.446]	2.25%	0.008
		Con RD	0.438	[0.43 , 0.447]	2.28%	0.009
	20	Sin RD	0.426	[0.418 , 0.433]	0.68%	0.008
		Con RD	0.426	[0.418 , 0.433]	0.68%	0.008
	50	Sin RD	0.426	[0.422 , 0.43]	0.59%	0.004
		Con RD	0.426	[0.422 , 0.431]	0.57%	0.004
	100	Sin RD	0.426	[0.423 , 0.43]	0.52%	0.003
		Con RD	0.427	[0.423 , 0.43]	0.44%	0.003
25000	10	Sin RD	0.435	[0.427 , 0.444]	1.59%	0.008
		Con RD	0.435	[0.427 , 0.444]	1.59%	0.008
	20	Sin RD	0.430	[0.424 , 0.436]	0.30%	0.006
		Con RD	0.430	[0.424 , 0.436]	0.31%	0.006
	50	Sin RD	0.429	[0.426 , 0.432]	0.20%	0.003
		Con RD	0.429	[0.426 , 0.433]	0.21%	0.003
	100	Sin RD	0.429	[0.427 , 0.431]	0.03%	0.002
		Con RD	0.429	[0.427 , 0.431]	0.07%	0.002
50000	10	Sin RD	0.431	[0.424 , 0.438]	0.61%	0.007
		Con RD	0.431	[0.424 , 0.438]	0.60%	0.007
	20	Sin RD	0.428	[0.423 , 0.432]	0.18%	0.004
		Con RD	0.428	[0.423 , 0.432]	0.18%	0.004
	50	Sin RD	0.428	[0.426 , 0.43]	0.15%	0.002
		Con RD	0.428	[0.426 , 0.43]	0.14%	0.002
	100	Sin RD	0.428	[0.427 , 0.43]	0.05%	0.002
		Con RD	0.428	[0.427 , 0.43]	0.03%	0.002

TABLA B.8. Resultados MM1, Escenario 8 ( $\lambda = 0.2$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	0.255	[0.249 , 0.261]	1.97%	0.006
		Con RD	0.255	[0.248 , 0.261]	1.95%	0.006
	20	Sin RD	0.250	[0.245 , 0.255]	0.05%	0.005
		Con RD	0.250	[0.245 , 0.255]	0.13%	0.005
	50	Sin RD	0.248	[0.245 , 0.251]	0.81%	0.003
		Con RD	0.248	[0.246 , 0.251]	0.71%	0.003
	100	Sin RD	0.249	[0.247 , 0.251]	0.48%	0.002
		Con RD	0.249	[0.247 , 0.251]	0.38%	0.002
25000	10	Sin RD	0.253	[0.249 , 0.257]	1.11%	0.004
		Con RD	0.253	[0.249 , 0.257]	1.09%	0.004
	20	Sin RD	0.249	[0.246 , 0.253]	0.22%	0.003
		Con RD	0.250	[0.246 , 0.253]	0.19%	0.003
	50	Sin RD	0.249	[0.247 , 0.251]	0.33%	0.002
		Con RD	0.249	[0.247 , 0.251]	0.29%	0.002
	100	Sin RD	0.249	[0.248 , 0.251]	0.20%	0.001
		Con RD	0.250	[0.248 , 0.251]	0.16%	0.001
50000	10	Sin RD	0.250	[0.246 , 0.254]	0.06%	0.004
		Con RD	0.250	[0.246 , 0.254]	0.05%	0.004
	20	Sin RD	0.248	[0.246 , 0.251]	0.62%	0.003
		Con RD	0.248	[0.246 , 0.251]	0.61%	0.003
	50	Sin RD	0.249	[0.247 , 0.25]	0.57%	0.001
		Con RD	0.249	[0.247 , 0.25]	0.55%	0.001
	100	Sin RD	0.249	[0.248 , 0.25]	0.34%	0.001
		Con RD	0.249	[0.248 , 0.25]	0.32%	0.001



TABLA B.9. Resultados MM1, Escenario 9 ( $\lambda = 0.1$ ) utilizando RI y RD

N	R	Métodos	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
10000	10	Sin RD	0.114	[0.11 , 0.118]	2.63%	0.004
		Con RD	0.114	[0.109 , 0.118]	2.50%	0.005
	20	Sin RD	0.112	[0.109 , 0.115]	0.63%	0.003
		Con RD	0.112	[0.109 , 0.114]	0.39%	0.003
	50	Sin RD	0.111	[0.109 , 0.112]	0.37%	0.001
		Con RD	0.111	[0.109 , 0.112]	0.43%	0.001
	100	Sin RD	0.111	[0.11 , 0.112]	0.26%	0.001
		Con RD	0.111	[0.11 , 0.112]	0.18%	0.001
	10	Sin RD	0.112	[0.11 , 0.115]	0.88%	0.003
		Con RD	0.112	[0.109 , 0.115]	0.82%	0.003
	20	Sin RD	0.111	[0.109 , 0.113]	0.01%	0.002
		Con RD	0.111	[0.109 , 0.113]	0.09%	0.002
25000	50	Sin RD	0.110	[0.109 , 0.111]	0.64%	0.001
		Con RD	0.110	[0.109 , 0.111]	0.66%	0.001
	100	Sin RD	0.110	[0.11 , 0.111]	0.64%	0.001
		Con RD	0.110	[0.11 , 0.111]	0.61%	0.001
	10	Sin RD	0.111	[0.109 , 0.113]	0.08%	0.002
		Con RD	0.111	[0.109 , 0.113]	0.04%	0.002
	20	Sin RD	0.111	[0.109 , 0.112]	0.45%	0.001
		Con RD	0.111	[0.109 , 0.112]	0.50%	0.001
	50	Sin RD	0.110	[0.11 , 0.111]	0.61%	0.001
		Con RD	0.110	[0.11 , 0.111]	0.62%	0.001
	100	Sin RD	0.111	[0.11 , 0.111]	0.49%	0.000
		Con RD	0.111	[0.11 , 0.111]	0.48%	0.000

## ANEXO C. ANÁLISIS DE OUTPUT $M|M|1$ CON BOOTSTRAP

A continuación se presentan 9 tablas, una para cada uno de los escenarios propuesto, con el análisis de output. Las tablas muestran el método de remuestreo ocupado, los estimadores, intervalos de confianza y error para diferentes tamaños de datos ( $N$ ). Además se muestran los resultados para los casos en que se ocupa Replication Deletion (RD) y para los casos en que no. Todos los resultados mostrados ocupan 500 réplicas bootstrap.

TABLA C.1. Resultados MM1, Escenario 1 ( $\lambda = 0.9$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	9.448	[9.247 , 9.648]	5.0%	0.200	0.173
		Con RD	9.297	[9.085 , 9.516]	3.3%	0.216	0.143
	25000	Sin RD	9.496	[9.379 , 9.614]	5.5%	0.118	0.389
		Con RD	9.444	[9.32 , 9.565]	4.9%	0.123	0.334
	50000	Sin RD	9.776	[9.688 , 9.872]	8.6%	0.092	0.817
		Con RD	9.779	[9.692 , 9.863]	8.7%	0.085	0.653
MBB	10000	Sin RD	9.455	[9.052 , 9.86]	5.1%	0.404	1.485
		Con RD	9.303	[8.943 , 9.668]	3.4%	0.363	1.272
	25000	Sin RD	9.491	[9.271 , 9.725]	5.5%	0.227	5.765
		Con RD	9.442	[9.241 , 9.651]	4.9%	0.205	4.451
	50000	Sin RD	9.774	[9.653 , 9.884]	8.6%	0.115	19.167
		Con RD	9.777	[9.632 , 9.916]	8.6%	0.142	12.669
THB	10000	Sin RD	9.408	[6.552 , 12.92]	4.5%	3.184	0.853
		Con RD	9.313	[6.194 , 13.042]	3.5%	3.424	0.729
	25000	Sin RD	9.417	[7.314 , 11.492]	4.6%	2.089	2.804
		Con RD	9.419	[7.431 , 11.4]	4.7%	1.984	1.774
	50000	Sin RD	9.759	[8.378 , 11.332]	8.4%	1.477	5.848
		Con RD	9.755	[8.515 , 11.19]	8.4%	1.337	5.453

TABLA C.2. Resultados MM1, Escenario 2 ( $\lambda = 0.8$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	3.820	[3.739 , 3.894]	4.5%	0.077	0.175
		Con RD	3.841	[3.758 , 3.927]	4.0%	0.084	0.150
	25000	Sin RD	3.910	[3.852 , 3.967]	2.2%	0.058	0.406
		Con RD	3.920	[3.86 , 3.977]	2.0%	0.058	0.351
	50000	Sin RD	4.087	[4.042 , 4.129]	2.2%	0.044	0.797
		Con RD	4.090	[4.047 , 4.134]	2.2%	0.044	0.818
MBB	10000	Sin RD	3.820	[3.661 , 3.973]	4.5%	0.156	1.729
		Con RD	3.846	[3.689 , 4.008]	3.8%	0.160	1.623
	25000	Sin RD	3.916	[3.781 , 4.048]	2.1%	0.133	5.270
		Con RD	3.922	[3.824 , 4.023]	1.9%	0.099	5.471
	50000	Sin RD	4.089	[4.028 , 4.146]	2.2%	0.059	19.473
		Con RD	4.089	[4.03 , 4.147]	2.2%	0.058	15.578
THB	10000	Sin RD	3.809	[3.259 , 4.443]	4.8%	0.592	0.542
		Con RD	3.858	[3.262 , 4.577]	3.6%	0.658	0.421
	25000	Sin RD	3.925	[3.37 , 4.539]	1.9%	0.585	1.590
		Con RD	3.918	[3.41 , 4.57]	2.0%	0.580	1.485
	50000	Sin RD	4.084	[3.699 , 4.478]	2.1%	0.390	3.637
		Con RD	4.092	[3.687 , 4.514]	2.3%	0.413	2.544

TABLA C.3. Resultados MM1, Escenario 3 ( $\lambda = 0.7$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	2.346	[2.277 , 2.418]	0.5%	0.070	0.169
		Con RD	2.356	[2.287 , 2.427]	1.0%	0.070	0.152
	25000	Sin RD	2.422	[2.376 , 2.467]	3.8%	0.046	0.403
		Con RD	2.425	[2.383 , 2.472]	3.9%	0.044	0.358
	50000	Sin RD	2.437	[2.407 , 2.467]	4.5%	0.030	0.819
		Con RD	2.437	[2.407 , 2.466]	4.4%	0.029	0.819
MBB	10000	Sin RD	2.348	[2.194 , 2.523]	0.6%	0.164	1.647
		Con RD	2.357	[2.259 , 2.454]	1.0%	0.098	1.678
	25000	Sin RD	2.421	[2.361 , 2.481]	3.7%	0.060	7.794
		Con RD	2.427	[2.37 , 2.492]	4.0%	0.061	5.294
	50000	Sin RD	2.438	[2.398 , 2.481]	4.5%	0.042	18.121
		Con RD	2.437	[2.397 , 2.48]	4.4%	0.041	18.253
THB	10000	Sin RD	2.358	[1.958 , 2.917]	1.1%	0.479	0.473
		Con RD	2.362	[1.976 , 2.821]	1.2%	0.423	0.397
	25000	Sin RD	2.409	[2.158 , 2.708]	3.3%	0.275	1.373
		Con RD	2.418	[2.14 , 2.688]	3.6%	0.274	1.042
	50000	Sin RD	2.443	[2.267 , 2.64]	4.7%	0.187	3.272
		Con RD	2.432	[2.249 , 2.604]	4.2%	0.177	3.100

TABLA C.4. Resultados MM1, Escenario 4 ( $\lambda = 0.6$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	1.448	[1.406 , 1.492]	3.5%	0.043	0.168
		Con RD	1.446	[1.403 , 1.488]	3.6%	0.043	0.171
	25000	Sin RD	1.505	[1.477 , 1.537]	0.3%	0.030	0.402
		Con RD	1.502	[1.473 , 1.53]	0.1%	0.028	0.404
	50000	Sin RD	1.471	[1.454 , 1.491]	1.9%	0.019	0.782
		Con RD	1.471	[1.451 , 1.491]	1.9%	0.020	0.729
MBB	10000	Sin RD	1.450	[1.387 , 1.519]	3.3%	0.066	1.960
		Con RD	1.445	[1.381 , 1.504]	3.7%	0.062	2.066
	25000	Sin RD	1.502	[1.455 , 1.546]	0.1%	0.046	6.469
		Con RD	1.500	[1.458 , 1.542]	0.0%	0.042	7.174
	50000	Sin RD	1.471	[1.432 , 1.508]	1.9%	0.038	14.758
		Con RD	1.470	[1.443 , 1.498]	2.0%	0.027	16.547
THB	10000	Sin RD	1.457	[1.315 , 1.612]	2.9%	0.148	0.426
		Con RD	1.432	[1.297 , 1.577]	4.5%	0.140	0.412
	25000	Sin RD	1.504	[1.398 , 1.629]	0.3%	0.116	1.304
		Con RD	1.500	[1.393 , 1.62]	0.0%	0.114	1.104
	50000	Sin RD	1.472	[1.398 , 1.544]	1.9%	0.073	2.847
		Con RD	1.471	[1.391 , 1.549]	2.0%	0.079	2.542

TABLA C.5. Resultados MM1, Escenario 5 ( $\lambda = 0.5$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	0.997	[0.965 , 1.031]	0.3%	0.033	0.172
		Con RD	0.999	[0.967 , 1.033]	0.1%	0.033	0.148
	25000	Sin RD	0.969	[0.946 , 0.989]	3.1%	0.022	0.383
		Con RD	0.971	[0.949 , 0.993]	2.9%	0.022	0.392
	50000	Sin RD	1.004	[0.99 , 1.019]	0.4%	0.014	0.800
		Con RD	1.004	[0.988 , 1.019]	0.4%	0.016	0.711
MBB	10000	Sin RD	0.994	[0.95 , 1.043]	0.6%	0.046	2.321
		Con RD	0.999	[0.957 , 1.05]	0.1%	0.047	1.712
	25000	Sin RD	0.970	[0.936 , 1.005]	3.0%	0.035	5.849
		Con RD	0.971	[0.929 , 1.012]	2.9%	0.041	4.636
	50000	Sin RD	1.004	[0.986 , 1.023]	0.4%	0.019	19.654
		Con RD	1.004	[0.979 , 1.027]	0.4%	0.024	11.776
THB	10000	Sin RD	0.998	[0.894 , 1.115]	0.2%	0.111	0.431
		Con RD	1.002	[0.887 , 1.112]	0.2%	0.113	0.353
	25000	Sin RD	0.969	[0.905 , 1.039]	3.1%	0.067	1.235
		Con RD	0.971	[0.903 , 1.043]	2.9%	0.070	0.882
	50000	Sin RD	1.003	[0.956 , 1.052]	0.3%	0.048	2.707
		Con RD	1.004	[0.954 , 1.055]	0.4%	0.050	1.733

TABLA C.6. Resultados MM1, Escenario 6 ( $\lambda = 0.4$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	0.646	[0.621 , 0.673]	3.0%	0.026	0.187
		Con RD	0.651	[0.625 , 0.674]	2.4%	0.024	0.157
	25000	Sin RD	0.646	[0.629 , 0.662]	3.1%	0.016	0.416
		Con RD	0.647	[0.631 , 0.661]	3.0%	0.015	0.347
	50000	Sin RD	0.660	[0.648 , 0.671]	1.0%	0.011	0.938
		Con RD	0.660	[0.647 , 0.671]	1.0%	0.012	0.705
MBB	10000	Sin RD	0.648	[0.62 , 0.679]	2.8%	0.029	2.988
		Con RD	0.650	[0.617 , 0.688]	2.5%	0.036	1.670
	25000	Sin RD	0.646	[0.621 , 0.671]	3.0%	0.025	7.966
		Con RD	0.647	[0.625 , 0.669]	3.0%	0.022	5.328
	50000	Sin RD	0.660	[0.645 , 0.676]	1.0%	0.015	24.086
		Con RD	0.661	[0.644 , 0.676]	0.9%	0.016	14.215
THB	10000	Sin RD	0.650	[0.591 , 0.712]	2.4%	0.061	0.534
		Con RD	0.652	[0.595 , 0.714]	2.2%	0.059	0.335
	25000	Sin RD	0.647	[0.608 , 0.687]	3.0%	0.040	1.430
		Con RD	0.647	[0.613 , 0.684]	3.0%	0.036	0.876
	50000	Sin RD	0.660	[0.631 , 0.693]	1.0%	0.031	3.293
		Con RD	0.660	[0.634 , 0.692]	1.1%	0.029	1.826

TABLA C.7. Resultados MM1, Escenario 7 ( $\lambda = 0.3$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	0.422	[0.401 , 0.44]	1.5%	0.020	0.180
		Con RD	0.421	[0.402 , 0.44]	1.9%	0.019	0.157
	25000	Sin RD	0.428	[0.416 , 0.442]	0.1%	0.013	0.442
		Con RD	0.428	[0.415 , 0.44]	0.2%	0.012	0.357
	50000	Sin RD	0.423	[0.413 , 0.432]	1.3%	0.009	0.988
		Con RD	0.423	[0.414 , 0.432]	1.3%	0.009	0.707
MBB	10000	Sin RD	0.421	[0.398 , 0.447]	1.7%	0.024	2.912
		Con RD	0.420	[0.396 , 0.447]	2.0%	0.026	1.756
	25000	Sin RD	0.428	[0.412 , 0.445]	0.2%	0.017	9.451
		Con RD	0.428	[0.408 , 0.446]	0.2%	0.019	4.885
	50000	Sin RD	0.423	[0.413 , 0.434]	1.2%	0.010	22.127
		Con RD	0.423	[0.41 , 0.436]	1.3%	0.013	12.678
THB	10000	Sin RD	0.422	[0.384 , 0.462]	1.6%	0.039	0.465
		Con RD	0.420	[0.384 , 0.466]	1.9%	0.041	0.331
	25000	Sin RD	0.427	[0.405 , 0.451]	0.3%	0.023	1.303
		Con RD	0.428	[0.401 , 0.453]	0.2%	0.026	0.882
	50000	Sin RD	0.423	[0.406 , 0.44]	1.4%	0.017	3.374
		Con RD	0.423	[0.406 , 0.44]	1.3%	0.017	1.864



TABLA C.8. Resultados MM1, Escenario 8 ( $\lambda = 0.2$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	0.251	[0.237 , 0.267]	0.5%	0.015	0.172
		Con RD	0.250	[0.237 , 0.267]	0.1%	0.015	0.151
	25000	Sin RD	0.254	[0.245 , 0.262]	1.6%	0.009	0.455
		Con RD	0.254	[0.245 , 0.263]	1.4%	0.009	0.348
	50000	Sin RD	0.246	[0.239 , 0.253]	1.5%	0.007	0.805
		Con RD	0.246	[0.24 , 0.253]	1.5%	0.007	0.800
MBB	10000	Sin RD	0.251	[0.233 , 0.269]	0.3%	0.018	3.444
		Con RD	0.251	[0.23 , 0.268]	0.5%	0.019	1.713
	25000	Sin RD	0.253	[0.24 , 0.269]	1.4%	0.014	5.685
		Con RD	0.254	[0.24 , 0.268]	1.5%	0.014	4.032
	50000	Sin RD	0.246	[0.236 , 0.255]	1.6%	0.010	14.298
		Con RD	0.246	[0.237 , 0.256]	1.6%	0.009	12.113
THB	10000	Sin RD	0.252	[0.229 , 0.28]	0.7%	0.026	0.541
		Con RD	0.252	[0.225 , 0.282]	0.9%	0.028	0.344
	25000	Sin RD	0.253	[0.239 , 0.268]	1.3%	0.014	1.494
		Con RD	0.253	[0.238 , 0.268]	1.3%	0.015	0.910
	50000	Sin RD	0.246	[0.236 , 0.255]	1.5%	0.010	3.514
		Con RD	0.246	[0.236 , 0.257]	1.6%	0.010	2.526

TABLA C.9. Resultados MM1, Escenario 9 ( $\lambda = 0.1$ ) utilizando Remuestreo

Métodos	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	10000	Sin RD	0.100	[0.092 , 0.108]	9.6%	0.008	0.204
		Con RD	0.099	[0.091 , 0.108]	10.5%	0.008	0.172
	25000	Sin RD	0.107	[0.101 , 0.113]	3.9%	0.006	0.439
		Con RD	0.106	[0.1 , 0.113]	4.3%	0.006	0.393
	50000	Sin RD	0.108	[0.104 , 0.112]	2.5%	0.004	0.923
		Con RD	0.108	[0.104 , 0.112]	2.4%	0.004	0.849
MBB	10000	Sin RD	0.100	[0.091 , 0.11]	9.8%	0.009	2.163
		Con RD	0.100	[0.089 , 0.111]	10.3%	0.011	1.485
	25000	Sin RD	0.107	[0.1 , 0.113]	4.0%	0.006	9.168
		Con RD	0.106	[0.099 , 0.114]	4.3%	0.007	4.700
	50000	Sin RD	0.108	[0.103 , 0.113]	2.5%	0.005	14.412
		Con RD	0.109	[0.103 , 0.114]	2.3%	0.005	11.850
THB	10000	Sin RD	0.101	[0.09 , 0.112]	9.5%	0.011	0.543
		Con RD	0.100	[0.09 , 0.111]	10.0%	0.011	0.468
	25000	Sin RD	0.107	[0.1 , 0.114]	4.1%	0.007	1.746
		Con RD	0.106	[0.1 , 0.113]	4.2%	0.007	1.198
	50000	Sin RD	0.109	[0.104 , 0.113]	2.3%	0.005	3.636
		Con RD	0.108	[0.103 , 0.113]	2.6%	0.005	1.917

## **ANEXO D. ANÁLISIS DE OUTPUT CD CON MÉTODOS CONVENCIONALES**

A continuación se presentan 13 tablas, una para cada una de las medidas de desempeño calculadas, con los resultados obtenidos. Las tablas muestran los estimadores, intervalos de confianza y error para diferentes número de réplicas ( $R$ ). Además se muestran los resultados para los casos en que se ocupa Replication Deletion (RD) y para los casos en que no.

TABLA D.1. Resultados CD, MDD 1 (*PromCamiones*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	4.891	[4.747 , 5.035]	0.70%	0.144
		Con RD	4.882	[4.732 , 5.031]	0.51%	0.149
	20	Sin RD	4.850	[4.76 , 4.94]	0.13%	0.090
		Con RD	4.834	[4.734 , 4.935]	0.46%	0.101
	50	Sin RD	4.856	[4.802 , 4.911]	0.01%	0.054
		Con RD	4.857	[4.795 , 4.919]	0.01%	0.062
	100	Sin RD	4.859	[4.817 , 4.901]	0.04%	0.042
		Con RD	4.857	[4.811 , 4.903]		0.046
2	10	Sin RD	13.135	[12.942 , 13.329]	0.28%	0.193
		Con RD	13.173	[13 , 13.346]	0.57%	0.173
	20	Sin RD	13.115	[12.948 , 13.282]	0.12%	0.167
		Con RD	13.157	[12.993 , 13.322]	0.45%	0.164
	50	Sin RD	13.047	[12.944 , 13.151]	0.39%	0.103
		Con RD	13.079	[12.975 , 13.183]	0.15%	0.104
	100	Sin RD	13.080	[13.003 , 13.157]	0.15%	0.077
		Con RD	13.099	[13.02 , 13.177]		0.078
3	10	Sin RD	23.857	[23.494 , 24.219]	0.61%	0.362
		Con RD	23.908	[23.558 , 24.258]	0.83%	0.350
	20	Sin RD	23.732	[23.507 , 23.956]	0.09%	0.225
		Con RD	23.777	[23.554 , 23.999]	0.28%	0.222
	50	Sin RD	23.646	[23.521 , 23.771]	0.28%	0.125
		Con RD	23.665	[23.539 , 23.791]	0.20%	0.126
	100	Sin RD	23.709	[23.624 , 23.793]	0.01%	0.085
		Con RD	23.712	[23.625 , 23.798]		0.087

TABLA D.2. Resultados CD, MDD 2 (*PropCamiones1*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.275	[0.264 , 0.285]	0.41%	0.010
		Con RD	0.275	[0.264 , 0.285]	0.31%	0.011
	20	Sin RD	0.273	[0.267 , 0.279]	0.37%	0.006
		Con RD	0.272	[0.265 , 0.278]	0.66%	0.007
	50	Sin RD	0.274	[0.27 , 0.278]	0.18%	0.004
		Con RD	0.275	[0.27 , 0.279]	0.31%	0.004
	100	Sin RD	0.274	[0.271 , 0.277]	0.01%	0.003
		Con RD	0.274	[0.271 , 0.277]		0.003
2	10	Sin RD	0.283	[0.273 , 0.292]	0.59%	0.010
		Con RD	0.285	[0.276 , 0.294]	1.42%	0.009
	20	Sin RD	0.283	[0.276 , 0.291]	0.79%	0.007
		Con RD	0.286	[0.278 , 0.293]	1.58%	0.007
	50	Sin RD	0.280	[0.275 , 0.284]	0.56%	0.005
		Con RD	0.281	[0.277 , 0.286]	0.07%	0.005
	100	Sin RD	0.280	[0.277 , 0.284]	0.35%	0.003
		Con RD	0.281	[0.278 , 0.285]		0.003
3	10	Sin RD	0.351	[0.34 , 0.361]	1.15%	0.010
		Con RD	0.353	[0.343 , 0.363]	1.79%	0.010
	20	Sin RD	0.349	[0.342 , 0.355]	0.52%	0.007
		Con RD	0.350	[0.344 , 0.357]	1.00%	0.006
	50	Sin RD	0.345	[0.341 , 0.349]	0.52%	0.004
		Con RD	0.346	[0.342 , 0.35]	0.30%	0.004
	100	Sin RD	0.347	[0.344 , 0.349]	0.07%	0.003
		Con RD	0.347	[0.344 , 0.349]		0.003

TABLA D.3. Resultados CD, MDD 3 (*PropCamiones2*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.127	[0.118 , 0.137]	1.81%	0.009
		Con RD	0.127	[0.117 , 0.137]	1.61%	0.010
	20	Sin RD	0.125	[0.119 , 0.13]	0.04%	0.006
		Con RD	0.124	[0.118 , 0.13]	0.72%	0.006
	50	Sin RD	0.125	[0.122 , 0.128]	0.21%	0.003
		Con RD	0.125	[0.121 , 0.128]	0.23%	0.004
	100	Sin RD	0.125	[0.123 , 0.128]	0.12%	0.002
		Con RD	0.125	[0.122 , 0.128]		0.003
2	10	Sin RD	0.112	[0.106 , 0.119]	2.42%	0.006
		Con RD	0.114	[0.107 , 0.12]	3.43%	0.006
	20	Sin RD	0.111	[0.106 , 0.117]	1.19%	0.006
		Con RD	0.112	[0.107 , 0.118]	2.25%	0.006
	50	Sin RD	0.109	[0.106 , 0.112]	0.73%	0.003
		Con RD	0.110	[0.106 , 0.113]	0.04%	0.003
	100	Sin RD	0.109	[0.107 , 0.112]	0.44%	0.002
		Con RD	0.110	[0.107 , 0.112]		0.003
3	10	Sin RD	0.155	[0.145 , 0.165]	0.94%	0.010
		Con RD	0.156	[0.147 , 0.166]	1.79%	0.010
	20	Sin RD	0.154	[0.148 , 0.16]	0.18%	0.006
		Con RD	0.155	[0.149 , 0.161]	1.03%	0.006
	50	Sin RD	0.152	[0.149 , 0.155]	0.83%	0.003
		Con RD	0.153	[0.15 , 0.156]	0.49%	0.003
	100	Sin RD	0.154	[0.151 , 0.156]	0.06%	0.002
		Con RD	0.154	[0.152 , 0.156]		0.002

TABLA D.4. Resultados CD, MDD 4 (*PropCamiones3*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.062	[0.055 , 0.068]	2.91%	0.006
		Con RD	0.062	[0.055 , 0.068]	2.78%	0.007
	20	Sin RD	0.060	[0.056 , 0.064]	0.39%	0.004
		Con RD	0.059	[0.055 , 0.064]	1.37%	0.005
	50	Sin RD	0.060	[0.057 , 0.062]	0.35%	0.002
		Con RD	0.060	[0.057 , 0.062]	0.60%	0.003
	100	Sin RD	0.060	[0.058 , 0.062]	0.31%	0.002
		Con RD	0.060	[0.058 , 0.062]		0.002
2	10	Sin RD	0.043	[0.038 , 0.047]	4.11%	0.004
		Con RD	0.043	[0.038 , 0.047]	4.13%	0.004
	20	Sin RD	0.041	[0.038 , 0.045]	1.39%	0.003
		Con RD	0.042	[0.038 , 0.045]	1.93%	0.003
	50	Sin RD	0.040	[0.038 , 0.042]	1.54%	0.002
		Con RD	0.041	[0.039 , 0.042]	0.80%	0.002
	100	Sin RD	0.041	[0.039 , 0.042]	0.61%	0.001
		Con RD	0.041	[0.039 , 0.042]		0.001
3	10	Sin RD	0.064	[0.057 , 0.07]	5.24%	0.006
		Con RD	0.065	[0.058 , 0.071]	6.67%	0.007
	20	Sin RD	0.062	[0.058 , 0.065]	1.87%	0.004
		Con RD	0.063	[0.059 , 0.066]	3.28%	0.004
	50	Sin RD	0.060	[0.058 , 0.062]	1.56%	0.002
		Con RD	0.060	[0.058 , 0.062]	1.01%	0.002
	100	Sin RD	0.060	[0.059 , 0.062]	0.26%	0.001
		Con RD	0.061	[0.059 , 0.062]		0.001

TABLA D.5. Resultados CD, MDD 5 (*PromTPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	1.510	[1.491 , 1.53]	0.24%	0.019
		Con RD	1.510	[1.49 , 1.531]	0.23%	0.021
	20	Sin RD	1.506	[1.493 , 1.518]	0.07%	0.012
		Con RD	1.504	[1.49 , 1.518]	0.20%	0.014
	50	Sin RD	1.508	[1.501 , 1.515]	0.09%	0.007
		Con RD	1.508	[1.5 , 1.517]	0.11%	0.009
	100	Sin RD	1.508	[1.502 , 1.513]	0.06%	0.006
		Con RD	1.507	[1.501 , 1.513]		0.006
2	10	Sin RD	2.553	[2.528 , 2.577]	0.12%	0.024
		Con RD	2.558	[2.535 , 2.581]	0.32%	0.023
	20	Sin RD	2.550	[2.529 , 2.571]	0.02%	0.021
		Con RD	2.556	[2.534 , 2.578]	0.24%	0.022
	50	Sin RD	2.542	[2.528 , 2.555]	0.31%	0.013
		Con RD	2.547	[2.533 , 2.56]	0.10%	0.014
	100	Sin RD	2.546	[2.536 , 2.556]	0.13%	0.010
		Con RD	2.550	[2.539 , 2.56]		0.010
3	10	Sin RD	3.913	[3.864 , 3.962]	0.39%	0.049
		Con RD	3.918	[3.869 , 3.966]	0.50%	0.048
	20	Sin RD	3.898	[3.868 , 3.927]	0.02%	0.029
		Con RD	3.903	[3.874 , 3.932]	0.13%	0.029
	50	Sin RD	3.890	[3.873 , 3.906]	0.22%	0.016
		Con RD	3.893	[3.876 , 3.91]	0.14%	0.017
	100	Sin RD	3.897	[3.886 , 3.908]	0.03%	0.011
		Con RD	3.898	[3.887 , 3.909]		0.011



TABLA D.6. Resultados CD, MDD 6 (*Per5TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.631	[0.627 , 0.635]	0.33%	0.004
		Con RD	0.631	[0.627 , 0.635]	0.40%	0.004
	20	Sin RD	0.632	[0.63 , 0.634]	0.12%	0.002
		Con RD	0.632	[0.63 , 0.634]	0.16%	0.002
	50	Sin RD	0.633	[0.632 , 0.635]	0.02%	0.001
		Con RD	0.633	[0.632 , 0.635]	0.04%	0.002
	100	Sin RD	0.633	[0.632 , 0.634]	0.01%	0.001
		Con RD	0.633	[0.632 , 0.634]		0.001
	10	Sin RD	0.766	[0.76 , 0.772]	0.09%	0.006
		Con RD	0.767	[0.76 , 0.773]	0.01%	0.006
2	20	Sin RD	0.763	[0.759 , 0.767]	0.45%	0.004
		Con RD	0.764	[0.76 , 0.768]	0.36%	0.004
	50	Sin RD	0.764	[0.761 , 0.766]	0.40%	0.002
		Con RD	0.764	[0.762 , 0.767]	0.34%	0.002
	100	Sin RD	0.766	[0.765 , 0.768]	0.07%	0.002
		Con RD	0.767	[0.765 , 0.769]		0.002
	10	Sin RD	0.867	[0.86 , 0.873]	0.23%	0.006
		Con RD	0.869	[0.862 , 0.875]	0.01%	0.007
	20	Sin RD	0.865	[0.861 , 0.869]	0.44%	0.004
		Con RD	0.867	[0.862 , 0.871]	0.25%	0.005
3	50	Sin RD	0.867	[0.865 , 0.87]	0.19%	0.002
		Con RD	0.869	[0.866 , 0.871]	0.01%	0.003
	100	Sin RD	0.868	[0.866 , 0.869]	0.12%	0.002
		Con RD	0.869	[0.867 , 0.87]		0.002

TABLA D.7. Resultados CD, MDD 7 (*Per10TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.728	[0.722 , 0.733]	0.16%	0.005
		Con RD	0.727	[0.722 , 0.732]	0.06%	0.005
	20	Sin RD	0.728	[0.725 , 0.731]	0.15%	0.003
		Con RD	0.728	[0.725 , 0.73]	0.10%	0.003
	50	Sin RD	0.727	[0.725 , 0.729]	0.02%	0.002
		Con RD	0.727	[0.725 , 0.729]	0.08%	0.002
	100	Sin RD	0.727	[0.725 , 0.728]	0.03%	0.001
		Con RD	0.727	[0.725 , 0.728]		0.001
2	10	Sin RD	0.957	[0.947 , 0.966]	0.05%	0.009
		Con RD	0.958	[0.948 , 0.967]	0.16%	0.009
	20	Sin RD	0.955	[0.948 , 0.961]	0.15%	0.006
		Con RD	0.956	[0.949 , 0.962]	0.02%	0.007
	50	Sin RD	0.952	[0.948 , 0.956]	0.43%	0.004
		Con RD	0.953	[0.949 , 0.957]	0.32%	0.004
	100	Sin RD	0.955	[0.952 , 0.958]	0.09%	0.003
		Con RD	0.956	[0.953 , 0.959]		0.003
3	10	Sin RD	1.190	[1.18 , 1.201]	0.18%	0.010
		Con RD	1.192	[1.182 , 1.202]	0.03%	0.010
	20	Sin RD	1.186	[1.179 , 1.193]	0.57%	0.007
		Con RD	1.188	[1.181 , 1.195]	0.39%	0.007
	50	Sin RD	1.189	[1.184 , 1.193]	0.33%	0.004
		Con RD	1.191	[1.187 , 1.196]	0.09%	0.004
	100	Sin RD	1.190	[1.187 , 1.193]	0.20%	0.003
		Con RD	1.192	[1.189 , 1.196]		0.003

TABLA D.8. Resultados CD, MDD 8 (*Per25TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	0.952	[0.942 , 0.962]	0.21%	0.010
		Con RD	0.951	[0.941 , 0.961]	0.05%	0.010
	20	Sin RD	0.951	[0.945 , 0.956]	0.07%	0.006
		Con RD	0.950	[0.943 , 0.956]	0.06%	0.006
	50	Sin RD	0.950	[0.947 , 0.954]	0.00%	0.003
		Con RD	0.951	[0.947 , 0.954]	0.04%	0.004
	100	Sin RD	0.950	[0.947 , 0.952]	0.02%	0.003
		Con RD	0.950	[0.947 , 0.953]		0.003
2	10	Sin RD	1.564	[1.542 , 1.586]	0.76%	0.022
		Con RD	1.568	[1.546 , 1.59]	0.48%	0.022
	20	Sin RD	1.565	[1.548 , 1.582]	0.69%	0.017
		Con RD	1.568	[1.551 , 1.585]	0.48%	0.017
	50	Sin RD	1.566	[1.554 , 1.577]	0.64%	0.012
		Con RD	1.568	[1.557 , 1.58]	0.48%	0.012
	100	Sin RD	1.574	[1.565 , 1.582]	0.14%	0.008
		Con RD	1.576	[1.567 , 1.584]		0.008
3	10	Sin RD	2.526	[2.503 , 2.549]	0.67%	0.023
		Con RD	2.525	[2.503 , 2.548]	0.63%	0.023
	20	Sin RD	2.505	[2.483 , 2.527]	0.17%	0.022
		Con RD	2.507	[2.486 , 2.528]	0.11%	0.021
	50	Sin RD	2.503	[2.49 , 2.516]	0.24%	0.013
		Con RD	2.506	[2.493 , 2.519]	0.14%	0.013
	100	Sin RD	2.508	[2.499 , 2.517]	0.05%	0.009
		Con RD	2.509	[2.5 , 2.519]		0.010

TABLA D.9. Resultados CD, MDD 9 (*Per50TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	1.364	[1.343 , 1.384]	0.19%	0.020
		Con RD	1.363	[1.342 , 1.383]	0.11%	0.020
	20	Sin RD	1.359	[1.347 , 1.37]	0.17%	0.012
		Con RD	1.357	[1.345 , 1.369]	0.31%	0.012
	50	Sin RD	1.362	[1.355 , 1.37]	0.08%	0.007
		Con RD	1.363	[1.354 , 1.371]	0.12%	0.008
	100	Sin RD	1.362	[1.356 , 1.367]	0.02%	0.006
		Con RD	1.361	[1.355 , 1.367]		0.006
2	10	Sin RD	2.467	[2.44 , 2.494]	0.31%	0.027
		Con RD	2.471	[2.444 , 2.498]	0.14%	0.027
	20	Sin RD	2.474	[2.453 , 2.496]	0.01%	0.022
		Con RD	2.480	[2.458 , 2.502]	0.22%	0.022
	50	Sin RD	2.465	[2.45 , 2.481]	0.37%	0.015
		Con RD	2.471	[2.455 , 2.486]	0.17%	0.015
	100	Sin RD	2.471	[2.46 , 2.482]	0.15%	0.011
		Con RD	2.475	[2.463 , 2.486]		0.011
3	10	Sin RD	3.897	[3.849 , 3.945]	0.55%	0.048
		Con RD	3.905	[3.857 , 3.952]	0.76%	0.048
	20	Sin RD	3.884	[3.854 , 3.915]	0.23%	0.030
		Con RD	3.891	[3.86 , 3.921]	0.40%	0.030
	50	Sin RD	3.868	[3.85 , 3.886]	0.19%	0.018
		Con RD	3.870	[3.851 , 3.889]	0.12%	0.019
	100	Sin RD	3.875	[3.862 , 3.887]	0.02%	0.012
		Con RD	3.875	[3.862 , 3.888]		0.013

TABLA D.10. Resultados CD, MDD 10 (*Per75TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	1.946	[1.915 , 1.978]	0.31%	0.031
		Con RD	1.948	[1.912 , 1.984]	0.41%	0.036
	20	Sin RD	1.939	[1.92 , 1.957]	0.08%	0.018
		Con RD	1.937	[1.916 , 1.959]	0.14%	0.021
	50	Sin RD	1.943	[1.932 , 1.954]	0.17%	0.011
		Con RD	1.945	[1.932 , 1.958]	0.25%	0.013
	100	Sin RD	1.941	[1.933 , 1.95]	0.06%	0.008
		Con RD	1.940	[1.931 , 1.949]		0.009
2	10	Sin RD	3.363	[3.326 , 3.4]	0.24%	0.037
		Con RD	3.374	[3.338 , 3.41]	0.58%	0.036
	20	Sin RD	3.363	[3.331 , 3.394]	0.24%	0.032
		Con RD	3.373	[3.34 , 3.405]	0.53%	0.033
	50	Sin RD	3.349	[3.33 , 3.368]	0.16%	0.019
		Con RD	3.358	[3.338 , 3.378]	0.11%	0.020
	100	Sin RD	3.350	[3.336 , 3.363]	0.15%	0.014
		Con RD	3.355	[3.34 , 3.369]		0.015
3	10	Sin RD	5.164	[5.094 , 5.233]	0.21%	0.069
		Con RD	5.171	[5.103 , 5.238]	0.34%	0.068
	20	Sin RD	5.148	[5.107 , 5.189]	0.10%	0.041
		Con RD	5.157	[5.117 , 5.197]	0.07%	0.040
	50	Sin RD	5.142	[5.119 , 5.165]	0.22%	0.023
		Con RD	5.147	[5.124 , 5.171]	0.12%	0.024
	100	Sin RD	5.151	[5.135 , 5.166]	0.04%	0.015
		Con RD	5.153	[5.137 , 5.169]		0.016

TABLA D.11. Resultados CD, MDD 11 (*Per90TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	2.509	[2.465 , 2.552]	0.39%	0.043
		Con RD	2.510	[2.464 , 2.557]	0.47%	0.046
	20	Sin RD	2.500	[2.472 , 2.527]	0.03%	0.027
		Con RD	2.496	[2.465 , 2.526]	0.12%	0.031
	50	Sin RD	2.501	[2.485 , 2.517]	0.09%	0.016
		Con RD	2.501	[2.483 , 2.519]	0.08%	0.018
	100	Sin RD	2.502	[2.489 , 2.514]	0.11%	0.012
		Con RD	2.499	[2.486 , 2.512]		0.013
2	10	Sin RD	4.206	[4.161 , 4.252]	0.40%	0.046
		Con RD	4.210	[4.163 , 4.257]	0.50%	0.047
	20	Sin RD	4.193	[4.151 , 4.235]	0.09%	0.042
		Con RD	4.200	[4.155 , 4.245]	0.25%	0.045
	50	Sin RD	4.181	[4.156 , 4.205]	0.20%	0.024
		Con RD	4.189	[4.163 , 4.215]	0.01%	0.026
	100	Sin RD	4.184	[4.165 , 4.204]	0.12%	0.019
		Con RD	4.189	[4.169 , 4.209]		0.020
3	10	Sin RD	6.458	[6.342 , 6.574]	0.46%	0.116
		Con RD	6.469	[6.352 , 6.585]	0.62%	0.117
	20	Sin RD	6.431	[6.366 , 6.495]	0.03%	0.064
		Con RD	6.443	[6.378 , 6.508]	0.22%	0.065
	50	Sin RD	6.415	[6.382 , 6.449]	0.21%	0.033
		Con RD	6.421	[6.387 , 6.456]	0.11%	0.034
	100	Sin RD	6.426	[6.404 , 6.447]	0.05%	0.022
		Con RD	6.429	[6.406 , 6.451]		0.022

TABLA D.12. Resultados CD, MDD 12 (*Per95TPerman*) utilizando RI y RD

Escenario	R	Método	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$
1	10	Sin RD	2.852	[2.802 , 2.901]	0.23%	0.049
		Con RD	2.853	[2.8 , 2.906]	0.28%	0.053
	20	Sin RD	2.844	[2.805 , 2.882]	0.05%	0.039
		Con RD	2.838	[2.796 , 2.879]	0.26%	0.041
	50	Sin RD	2.844	[2.822 , 2.866]	0.03%	0.022
		Con RD	2.843	[2.82 , 2.867]	0.06%	0.024
	100	Sin RD	2.848	[2.832 , 2.864]	0.10%	0.016
		Con RD	2.845	[2.828 , 2.862]		0.017
2	10	Sin RD	4.765	[4.696 , 4.835]	0.70%	0.069
		Con RD	4.767	[4.694 , 4.84]	0.74%	0.073
	20	Sin RD	4.746	[4.691 , 4.8]	0.29%	0.055
		Con RD	4.752	[4.693 , 4.81]	0.42%	0.058
	50	Sin RD	4.724	[4.694 , 4.755]	0.16%	0.030
		Con RD	4.732	[4.7 , 4.764]	0.00%	0.032
	100	Sin RD	4.726	[4.703 , 4.75]	0.12%	0.023
		Con RD	4.732	[4.708 , 4.756]		0.024
3	10	Sin RD	7.253	[7.126 , 7.38]	0.58%	0.127
		Con RD	7.252	[7.121 , 7.383]	0.57%	0.131
	20	Sin RD	7.224	[7.155 , 7.293]	0.18%	0.069
		Con RD	7.231	[7.161 , 7.301]	0.28%	0.070
	50	Sin RD	7.195	[7.157 , 7.233]	0.22%	0.038
		Con RD	7.199	[7.159 , 7.239]	0.16%	0.040
	100	Sin RD	7.209	[7.183 , 7.234]	0.03%	0.026
		Con RD	7.211	[7.185 , 7.237]		0.026

## **ANEXO E. ANÁLISIS DE OUTPUT CD CON MÉTODOS DE RE-MUESTREO**

A continuación se presentan 13 tablas, una para cada una de las medidas de desempeño calculadas, con los resultados obtenidos. Las tablas muestran los estimadores, intervalos de confianza y error para diferentes número de réplicas ( $R$ ). Además se muestran los resultados para los casos en que se ocupa Replication Deletion (RD) y para los casos en que no.



TABLA E.1. Resultados CD, MDD 1 (*PromCamiones*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	5.345	[5.074 , 5.649]	10.05%	0.288	0.282
		Con RD	5.281	[4.992 , 5.549]	8.73%	0.279	0.271
	75%	Sin RD	5.081	[4.869 , 5.309]	4.61%	0.220	0.401
		Con RD	5.048	[4.857 , 5.271]	3.94%	0.207	0.383
	100%	Sin RD	4.991	[4.821 , 5.179]	2.77%	0.179	0.508
		Con RD	4.992	[4.816 , 5.182]	2.78%	0.183	0.501
MBB	50%	Sin RD	5.371	[5.081 , 5.665]	10.60%	0.292	2.265
		Con RD	5.286	[4.986 , 5.575]	8.83%	0.294	2.332
	75%	Sin RD	5.085	[4.838 , 5.342]	4.71%	0.252	2.660
		Con RD	5.042	[4.822 , 5.277]	3.81%	0.228	2.707
	100%	Sin RD	5.000	[4.799 , 5.215]	2.94%	0.208	3.074
		Con RD	4.982	[4.787 , 5.188]	2.57%	0.201	3.437
THB	50%	Sin RD	4.985	[4.281 , 5.756]	2.64%	0.737	0.517
		Con RD	4.989	[4.342 , 5.751]	2.72%	0.704	0.522
	75%	Sin RD	4.988	[4.462 , 5.509]	2.69%	0.524	0.810
		Con RD	4.965	[4.386 , 5.583]	2.24%	0.599	0.749
	100%	Sin RD	4.987	[4.55 , 5.474]	2.68%	0.462	1.066
		Con RD	4.989	[4.53 , 5.474]	2.72%	0.472	1.040

TABLA E.2. Resultados CD, MDD 1 (*PromCamiones*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	12.624	[12.243 , 12.984]	3.62%	0.371	0.373
		Con RD	12.735	[12.368 , 13.124]	2.78%	0.378	0.383
	75%	Sin RD	12.713	[12.401 , 13]	2.95%	0.300	0.560
		Con RD	12.959	[12.657 , 13.238]	1.07%	0.290	0.529
	100%	Sin RD	13.013	[12.733 , 13.277]	0.65%	0.272	0.740
		Con RD	13.156	[12.906 , 13.428]	0.44%	0.261	0.719
MBB	50%	Sin RD	12.655	[12.225 , 13.061]	3.38%	0.418	3.661
		Con RD	12.750	[12.283 , 13.273]	2.66%	0.495	3.751
	75%	Sin RD	12.736	[12.395 , 13.038]	2.77%	0.322	4.234
		Con RD	12.958	[12.606 , 13.307]	1.07%	0.350	4.336
	100%	Sin RD	13.035	[12.718 , 13.342]	0.49%	0.312	4.302
		Con RD	13.161	[12.854 , 13.472]	0.47%	0.309	6.275
THB	50%	Sin RD	13.066	[11.699 , 14.588]	0.25%	1.444	0.960
		Con RD	13.158	[11.522 , 14.782]	0.45%	1.630	1.139
	75%	Sin RD	13.017	[11.787 , 14.412]	0.62%	1.312	1.458
		Con RD	13.167	[11.805 , 14.594]	0.52%	1.395	1.491
	100%	Sin RD	13.054	[12.041 , 14.193]	0.34%	1.076	1.955
		Con RD	13.227	[12.051 , 14.417]	0.98%	1.183	2.168

TABLA E.3. Resultados CD, MDD 1 (*PromCamiones*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	22.955	[22.444 , 23.416]	3.19%	0.486	0.476
		Con RD	23.177	[22.753 , 23.62]	2.25%	0.434	0.486
	75%	Sin RD	23.700	[23.272 , 24.16]	0.05%	0.444	0.679
		Con RD	23.877	[23.466 , 24.279]	0.70%	0.406	0.758
	100%	Sin RD	23.752	[23.374 , 24.098]	0.17%	0.362	0.981
		Con RD	23.875	[23.561 , 24.237]	0.69%	0.338	0.931
MBB	50%	Sin RD	23.012	[22.446 , 23.577]	2.95%	0.565	5.007
		Con RD	23.177	[22.631 , 23.728]	2.25%	0.548	5.486
	75%	Sin RD	23.732	[23.343 , 24.167]	0.09%	0.412	5.725
		Con RD	23.888	[23.436 , 24.348]	0.75%	0.456	6.262
	100%	Sin RD	23.789	[23.42 , 24.168]	0.33%	0.374	6.915
		Con RD	23.864	[23.478 , 24.244]	0.64%	0.383	8.082
THB	50%	Sin RD	23.710	[21.872 , 25.782]	0.01%	1.955	1.489
		Con RD	23.865	[22.672 , 25.133]	0.65%	1.231	1.689
	75%	Sin RD	23.724	[22.151 , 25.31]	0.05%	1.579	2.216
		Con RD	23.826	[22.827 , 24.766]	0.48%	0.969	2.286
	100%	Sin RD	23.746	[22.527 , 25.227]	0.15%	1.350	3.146
		Con RD	23.834	[23 , 24.645]	0.52%	0.822	3.455

TABLA E.4. Resultados CD, MDD 2 (*PropCamiones1*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.305	[0.286 , 0.322]	11.52%	0.018	0.284
		Con RD	0.301	[0.284 , 0.321]	10.02%	0.018	0.271
	75%	Sin RD	0.293	[0.28 , 0.306]	7.07%	0.013	0.409
		Con RD	0.290	[0.275 , 0.306]	6.02%	0.016	0.409
	100%	Sin RD	0.286	[0.274 , 0.298]	4.52%	0.012	0.508
		Con RD	0.286	[0.275 , 0.298]	4.58%	0.012	0.484
MBB	50%	Sin RD	0.307	[0.288 , 0.327]	12.18%	0.019	2.271
		Con RD	0.301	[0.28 , 0.324]	9.87%	0.022	2.431
	75%	Sin RD	0.294	[0.277 , 0.31]	7.23%	0.016	2.643
		Con RD	0.289	[0.272 , 0.304]	5.72%	0.016	2.735
	100%	Sin RD	0.287	[0.274 , 0.299]	4.69%	0.013	3.082
		Con RD	0.287	[0.273 , 0.3]	4.69%	0.013	3.084
THB	50%	Sin RD	0.283	[0.236 , 0.335]	3.49%	0.050	0.512
		Con RD	0.286	[0.234 , 0.345]	4.64%	0.056	0.513
	75%	Sin RD	0.286	[0.247 , 0.329]	4.40%	0.041	0.835
		Con RD	0.287	[0.245 , 0.33]	4.77%	0.043	0.770
	100%	Sin RD	0.287	[0.255 , 0.323]	4.99%	0.034	1.101
		Con RD	0.287	[0.252 , 0.328]	4.97%	0.038	1.047

TABLA E.5. Resultados CD, MDD 2 (*PropCamiones1*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.242	[0.232 , 0.255]	13.78%	0.011	0.375
		Con RD	0.252	[0.241 , 0.264]	10.38%	0.011	0.376
	75%	Sin RD	0.245	[0.236 , 0.254]	12.80%	0.009	0.553
		Con RD	0.261	[0.252 , 0.27]	7.10%	0.009	0.544
	100%	Sin RD	0.264	[0.255 , 0.272]	6.22%	0.008	0.720
		Con RD	0.273	[0.264 , 0.281]	2.89%	0.008	0.699
MBB	50%	Sin RD	0.243	[0.229 , 0.257]	13.48%	0.014	3.644
		Con RD	0.252	[0.238 , 0.266]	10.47%	0.014	4.028
	75%	Sin RD	0.245	[0.234 , 0.257]	12.75%	0.011	4.191
		Con RD	0.262	[0.251 , 0.273]	7.00%	0.011	4.522
	100%	Sin RD	0.265	[0.254 , 0.274]	5.91%	0.010	4.918
		Con RD	0.273	[0.263 , 0.283]	2.94%	0.010	5.242
THB	50%	Sin RD	0.265	[0.207 , 0.331]	5.74%	0.062	0.966
		Con RD	0.277	[0.215 , 0.337]	1.61%	0.061	0.998
	75%	Sin RD	0.267	[0.218 , 0.322]	4.99%	0.052	1.476
		Con RD	0.277	[0.218 , 0.33]	1.57%	0.056	1.498
	100%	Sin RD	0.266	[0.22 , 0.312]	5.46%	0.046	1.905
		Con RD	0.273	[0.226 , 0.324]	2.76%	0.049	1.952

TABLA E.6. Resultados CD, MDD 2 (*PropCamiones1*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.330	[0.32 , 0.341]	4.72%	0.011	0.464
		Con RD	0.334	[0.324 , 0.344]	3.67%	0.010	0.480
	75%	Sin RD	0.348	[0.338 , 0.357]	0.39%	0.010	0.676
		Con RD	0.352	[0.343 , 0.362]	1.65%	0.009	0.744
	100%	Sin RD	0.348	[0.34 , 0.356]	0.41%	0.008	0.900
		Con RD	0.351	[0.342 , 0.358]	1.12%	0.008	0.987
MBB	50%	Sin RD	0.331	[0.318 , 0.344]	4.50%	0.013	5.036
		Con RD	0.334	[0.319 , 0.348]	3.76%	0.014	5.391
	75%	Sin RD	0.349	[0.337 , 0.361]	0.51%	0.012	5.775
		Con RD	0.353	[0.341 , 0.364]	1.70%	0.012	7.150
	100%	Sin RD	0.349	[0.339 , 0.358]	0.52%	0.009	7.227
		Con RD	0.351	[0.341 , 0.361]	1.15%	0.010	7.963
THB	50%	Sin RD	0.348	[0.29 , 0.403]	0.33%	0.056	1.503
		Con RD	0.350	[0.309 , 0.388]	1.02%	0.040	1.627
	75%	Sin RD	0.346	[0.301 , 0.391]	0.13%	0.045	2.201
		Con RD	0.350	[0.319 , 0.383]	0.98%	0.032	2.671
	100%	Sin RD	0.348	[0.308 , 0.388]	0.31%	0.040	3.694
		Con RD	0.349	[0.324 , 0.374]	0.68%	0.025	3.412

TABLA E.7. Resultados CD, MDD 3 (*PropCamiones2*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.149	[0.137 , 0.16]	18.83%	0.011	0.263
		Con RD	0.148	[0.136 , 0.161]	18.12%	0.012	0.267
	75%	Sin RD	0.135	[0.127 , 0.144]	8.15%	0.008	0.398
		Con RD	0.133	[0.125 , 0.141]	6.53%	0.008	0.396
	100%	Sin RD	0.132	[0.125 , 0.139]	5.40%	0.007	0.502
		Con RD	0.132	[0.125 , 0.14]	5.61%	0.007	0.501
MBB	50%	Sin RD	0.150	[0.138 , 0.163]	19.75%	0.013	2.322
		Con RD	0.148	[0.135 , 0.161]	18.22%	0.013	2.336
	75%	Sin RD	0.135	[0.125 , 0.146]	8.29%	0.010	2.661
		Con RD	0.133	[0.122 , 0.144]	6.52%	0.011	2.835
	100%	Sin RD	0.132	[0.125 , 0.14]	5.53%	0.008	3.062
		Con RD	0.132	[0.124 , 0.141]	5.64%	0.009	3.141
THB	50%	Sin RD	0.132	[0.1 , 0.171]	5.59%	0.035	0.530
		Con RD	0.132	[0.096 , 0.17]	5.72%	0.037	0.518
	75%	Sin RD	0.132	[0.104 , 0.165]	5.60%	0.030	0.813
		Con RD	0.132	[0.103 , 0.162]	5.78%	0.029	0.808
	100%	Sin RD	0.132	[0.105 , 0.16]	5.91%	0.027	1.118
		Con RD	0.132	[0.106 , 0.159]	5.79%	0.026	1.076

TABLA E.8. Resultados CD, MDD 3 (*PropCamiones2*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.118	[0.11 , 0.125]	7.07%	0.008	0.372
		Con RD	0.124	[0.116 , 0.132]	12.90%	0.008	0.369
	75%	Sin RD	0.113	[0.107 , 0.119]	2.91%	0.006	0.566
		Con RD	0.122	[0.116 , 0.128]	11.07%	0.006	0.531
	100%	Sin RD	0.117	[0.112 , 0.121]	6.12%	0.005	0.718
		Con RD	0.122	[0.116 , 0.128]	10.91%	0.006	0.710
MBB	50%	Sin RD	0.119	[0.108 , 0.13]	8.32%	0.011	3.386
		Con RD	0.124	[0.115 , 0.133]	12.98%	0.009	4.046
	75%	Sin RD	0.113	[0.106 , 0.122]	2.98%	0.008	4.209
		Con RD	0.122	[0.113 , 0.131]	11.38%	0.009	4.488
	100%	Sin RD	0.117	[0.11 , 0.123]	6.35%	0.006	4.949
		Con RD	0.122	[0.115 , 0.13]	11.15%	0.007	5.306
THB	50%	Sin RD	0.117	[0.076 , 0.165]	6.64%	0.045	0.976
		Con RD	0.123	[0.082 , 0.17]	11.63%	0.044	1.108
	75%	Sin RD	0.117	[0.085 , 0.15]	6.51%	0.032	1.475
		Con RD	0.122	[0.086 , 0.161]	11.46%	0.038	1.507
	100%	Sin RD	0.116	[0.087 , 0.147]	6.04%	0.030	1.952
		Con RD	0.123	[0.09 , 0.157]	11.74%	0.034	1.989



TABLA E.9. Resultados CD, MDD 3 (*PropCamiones2*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.140	[0.132 , 0.148]	8.98%	0.008	0.471
		Con RD	0.145	[0.138 , 0.153]	5.57%	0.007	0.466
	75%	Sin RD	0.153	[0.146 , 0.159]	0.54%	0.006	0.677
		Con RD	0.157	[0.15 , 0.163]	2.29%	0.006	0.687
	100%	Sin RD	0.152	[0.146 , 0.158]	0.93%	0.006	0.939
		Con RD	0.154	[0.149 , 0.16]	0.49%	0.006	0.942
MBB	50%	Sin RD	0.140	[0.128 , 0.152]	8.57%	0.012	4.748
		Con RD	0.145	[0.135 , 0.154]	5.67%	0.010	5.766
	75%	Sin RD	0.153	[0.146 , 0.161]	0.29%	0.008	5.758
		Con RD	0.157	[0.15 , 0.165]	2.42%	0.008	6.980
	100%	Sin RD	0.152	[0.145 , 0.159]	1.03%	0.007	6.930
		Con RD	0.154	[0.147 , 0.161]	0.55%	0.007	8.277
THB	50%	Sin RD	0.153	[0.12 , 0.19]	0.69%	0.035	1.512
		Con RD	0.153	[0.125 , 0.182]	0.19%	0.028	1.515
	75%	Sin RD	0.153	[0.126 , 0.183]	0.72%	0.029	2.192
		Con RD	0.153	[0.13 , 0.181]	0.32%	0.025	2.476
	100%	Sin RD	0.152	[0.126 , 0.18]	1.20%	0.027	3.093
		Con RD	0.154	[0.133 , 0.175]	0.42%	0.021	3.517

TABLA E.10. Resultados CD, MDD 4 (*PropCamiones3*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.075	[0.068 , 0.082]	24.94%	0.007	0.259
		Con RD	0.074	[0.066 , 0.082]	23.44%	0.008	0.273
	75%	Sin RD	0.065	[0.06 , 0.07]	8.71%	0.005	0.386
		Con RD	0.065	[0.059 , 0.07]	8.08%	0.006	0.374
	100%	Sin RD	0.062	[0.057 , 0.066]	3.07%	0.005	0.513
		Con RD	0.062	[0.058 , 0.068]	4.14%	0.005	0.500
MBB	50%	Sin RD	0.075	[0.067 , 0.083]	25.70%	0.008	2.273
		Con RD	0.074	[0.064 , 0.082]	22.96%	0.009	2.342
	75%	Sin RD	0.065	[0.059 , 0.072]	9.12%	0.007	2.623
		Con RD	0.065	[0.058 , 0.071]	8.36%	0.006	2.760
	100%	Sin RD	0.062	[0.056 , 0.068]	3.43%	0.006	3.038
		Con RD	0.062	[0.057 , 0.068]	4.36%	0.006	3.212
THB	50%	Sin RD	0.062	[0.037 , 0.089]	3.44%	0.026	0.542
		Con RD	0.060	[0.039 , 0.087]	0.56%	0.024	0.502
	75%	Sin RD	0.062	[0.043 , 0.085]	2.92%	0.021	0.815
		Con RD	0.062	[0.043 , 0.084]	3.75%	0.020	0.788
	100%	Sin RD	0.061	[0.046 , 0.081]	2.68%	0.018	1.082
		Con RD	0.062	[0.043 , 0.084]	3.34%	0.021	1.063

TABLA E.11. Resultados CD, MDD 4 (*PropCamiones3*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.060	[0.054 , 0.066]	45.61%	0.006	0.375
		Con RD	0.063	[0.057 , 0.069]	53.52%	0.006	0.369
	75%	Sin RD	0.054	[0.05 , 0.058]	31.39%	0.004	0.570
		Con RD	0.057	[0.053 , 0.061]	39.17%	0.004	0.540
	100%	Sin RD	0.051	[0.047 , 0.054]	23.81%	0.004	0.724
		Con RD	0.053	[0.049 , 0.056]	29.50%	0.004	0.727
MBB	50%	Sin RD	0.060	[0.052 , 0.068]	46.48%	0.008	3.615
		Con RD	0.063	[0.056 , 0.07]	53.52%	0.007	4.271
	75%	Sin RD	0.054	[0.048 , 0.059]	31.79%	0.005	4.247
		Con RD	0.057	[0.052 , 0.063]	39.32%	0.006	4.728
	100%	Sin RD	0.051	[0.047 , 0.055]	24.11%	0.004	4.896
		Con RD	0.053	[0.049 , 0.058]	29.70%	0.004	5.444
THB	50%	Sin RD	0.050	[0.024 , 0.079]	23.23%	0.027	0.969
		Con RD	0.054	[0.03 , 0.085]	32.30%	0.028	0.972
	75%	Sin RD	0.050	[0.03 , 0.071]	22.22%	0.020	1.464
		Con RD	0.052	[0.032 , 0.076]	28.32%	0.022	1.513
	100%	Sin RD	0.050	[0.033 , 0.067]	22.43%	0.017	1.941
		Con RD	0.053	[0.034 , 0.074]	29.31%	0.020	1.988

TABLA E.12. Resultados CD, MDD 4 (*PropCamiones3*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.053	[0.049 , 0.058]	12.08%	0.004	0.484
		Con RD	0.056	[0.052 , 0.061]	7.00%	0.005	0.457
	75%	Sin RD	0.062	[0.058 , 0.066]	1.79%	0.004	0.675
		Con RD	0.063	[0.059 , 0.067]	3.86%	0.004	0.714
	100%	Sin RD	0.061	[0.058 , 0.065]	1.18%	0.003	0.920
		Con RD	0.062	[0.058 , 0.066]	2.49%	0.004	0.926
MBB	50%	Sin RD	0.053	[0.048 , 0.059]	12.08%	0.006	5.053
		Con RD	0.056	[0.05 , 0.062]	7.42%	0.006	5.530
	75%	Sin RD	0.062	[0.057 , 0.067]	1.79%	0.005	5.790
		Con RD	0.063	[0.058 , 0.068]	3.94%	0.005	7.037
	100%	Sin RD	0.061	[0.057 , 0.066]	1.16%	0.005	7.490
		Con RD	0.062	[0.058 , 0.066]	2.30%	0.004	7.739
THB	50%	Sin RD	0.061	[0.041 , 0.085]	0.55%	0.022	1.496
		Con RD	0.061	[0.043 , 0.081]	1.18%	0.019	1.500
	75%	Sin RD	0.062	[0.047 , 0.079]	1.76%	0.016	2.210
		Con RD	0.062	[0.046 , 0.079]	1.58%	0.017	2.326
	100%	Sin RD	0.061	[0.046 , 0.075]	0.28%	0.015	3.090
		Con RD	0.062	[0.047 , 0.077]	1.60%	0.015	3.271

TABLA E.13. Resultados CD, MDD 5 (*PromTPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	1.526	[1.514 , 1.538]	1.27%	0.012	0.219
		Con RD	1.524	[1.511 , 1.537]	1.14%	0.013	0.187
	75%	Sin RD	1.526	[1.513 , 1.538]	1.29%	0.012	0.197
		Con RD	1.524	[1.511 , 1.537]	1.13%	0.013	0.202
	100%	Sin RD	1.526	[1.514 , 1.538]	1.29%	0.012	0.218
		Con RD	1.524	[1.512 , 1.537]	1.16%	0.012	0.188
MBB	50%	Sin RD	1.526	[1.504 , 1.548]	1.26%	0.022	1.691
		Con RD	1.523	[1.498 , 1.546]	1.10%	0.024	1.717
	75%	Sin RD	1.527	[1.51 , 1.546]	1.34%	0.018	1.919
		Con RD	1.524	[1.505 , 1.545]	1.13%	0.020	2.192
	100%	Sin RD	1.527	[1.51 , 1.543]	1.32%	0.017	2.195
		Con RD	1.523	[1.506 , 1.54]	1.10%	0.017	2.202
THB	50%	Sin RD	1.527	[1.442 , 1.63]	1.33%	0.094	0.267
		Con RD	1.520	[1.43 , 1.612]	0.88%	0.091	0.263
	75%	Sin RD	1.526	[1.453 , 1.605]	1.30%	0.076	0.389
		Con RD	1.520	[1.454 , 1.597]	0.86%	0.071	0.395
	100%	Sin RD	1.523	[1.46 , 1.586]	1.05%	0.063	0.494
		Con RD	1.519	[1.454 , 1.59]	0.82%	0.068	0.482

TABLA E.14. Resultados CD, MDD 5 (*PromTPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	2.542	[2.524 , 2.561]	0.28%	0.019	0.239
		Con RD	2.554	[2.533 , 2.576]	0.17%	0.021	0.234
	75%	Sin RD	2.542	[2.524 , 2.564]	0.28%	0.020	0.244
		Con RD	2.554	[2.534 , 2.574]	0.18%	0.020	0.252
	100%	Sin RD	2.543	[2.52 , 2.565]	0.28%	0.022	0.266
		Con RD	2.554	[2.532 , 2.574]	0.16%	0.021	0.242
MBB	50%	Sin RD	2.542	[2.503 , 2.577]	0.29%	0.037	2.280
		Con RD	2.556	[2.52 , 2.596]	0.23%	0.038	2.463
	75%	Sin RD	2.543	[2.514 , 2.574]	0.27%	0.030	2.570
		Con RD	2.554	[2.521 , 2.585]	0.19%	0.032	2.760
	100%	Sin RD	2.542	[2.515 , 2.571]	0.29%	0.028	2.933
		Con RD	2.553	[2.525 , 2.584]	0.15%	0.029	3.080
THB	50%	Sin RD	2.539	[2.356 , 2.731]	0.40%	0.188	0.391
		Con RD	2.547	[2.387 , 2.722]	0.09%	0.168	0.395
	75%	Sin RD	2.541	[2.371 , 2.707]	0.35%	0.168	0.534
		Con RD	2.548	[2.409 , 2.694]	0.04%	0.142	0.549
	100%	Sin RD	2.539	[2.408 , 2.679]	0.43%	0.136	0.782
		Con RD	2.556	[2.429 , 2.682]	0.25%	0.126	0.786

TABLA E.15. Resultados CD, MDD 5 (*PromTPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	3.897	[3.871 , 3.923]	0.03%	0.026	0.293
		Con RD	3.923	[3.899 , 3.951]	0.65%	0.026	0.305
	75%	Sin RD	3.898	[3.87 , 3.924]	0.01%	0.027	0.314
		Con RD	3.924	[3.894 , 3.951]	0.67%	0.028	0.329
	100%	Sin RD	3.898	[3.871 , 3.923]	0.01%	0.026	0.296
		Con RD	3.923	[3.896 , 3.949]	0.64%	0.027	0.317
MBB	50%	Sin RD	3.897	[3.846 , 3.95]	0.02%	0.052	2.894
		Con RD	3.924	[3.874 , 3.973]	0.67%	0.049	3.140
	75%	Sin RD	3.898	[3.859 , 3.938]	0.01%	0.039	3.380
		Con RD	3.922	[3.878 , 3.966]	0.61%	0.044	4.885
	100%	Sin RD	3.895	[3.86 , 3.931]	0.07%	0.036	4.154
		Con RD	3.923	[3.883 , 3.96]	0.63%	0.038	4.450
THB	50%	Sin RD	3.891	[3.624 , 4.154]	0.19%	0.265	0.538
		Con RD	3.920	[3.662 , 4.174]	0.56%	0.256	0.506
	75%	Sin RD	3.895	[3.674 , 4.121]	0.09%	0.224	0.840
		Con RD	3.927	[3.701 , 4.148]	0.75%	0.223	1.096
	100%	Sin RD	3.885	[3.685 , 4.075]	0.33%	0.195	1.153
		Con RD	3.925	[3.718 , 4.116]	0.69%	0.199	1.202

TABLA E.16. Resultados CD, MDD 6 (*Per5TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.640	[0.63 , 0.648]	1.01%	0.009	0.667
		Con RD	0.638	[0.629 , 0.647]	0.84%	0.009	0.621
	75%	Sin RD	0.640	[0.63 , 0.649]	1.04%	0.010	0.656
		Con RD	0.639	[0.629 , 0.647]	0.90%	0.009	0.668
	100%	Sin RD	0.640	[0.631 , 0.65]	1.06%	0.009	0.666
		Con RD	0.639	[0.63 , 0.649]	0.97%	0.009	0.646
MBB	50%	Sin RD	0.641	[0.628 , 0.655]	1.17%	0.013	1.783
		Con RD	0.639	[0.624 , 0.654]	0.94%	0.015	1.895
	75%	Sin RD	0.640	[0.629 , 0.651]	1.08%	0.011	2.233
		Con RD	0.638	[0.628 , 0.65]	0.82%	0.011	2.282
	100%	Sin RD	0.640	[0.63 , 0.65]	1.06%	0.010	2.763
		Con RD	0.639	[0.629 , 0.648]	0.85%	0.010	2.618
THB	50%	Sin RD	0.640	[0.621 , 0.66]	1.08%	0.019	0.501
		Con RD	0.639	[0.621 , 0.661]	0.94%	0.020	0.481
	75%	Sin RD	0.640	[0.623 , 0.657]	1.01%	0.017	0.724
		Con RD	0.639	[0.624 , 0.655]	0.85%	0.015	0.695
	100%	Sin RD	0.639	[0.625 , 0.655]	0.98%	0.015	0.963
		Con RD	0.639	[0.625 , 0.653]	0.87%	0.014	0.934



TABLA E.17. Resultados CD, MDD 6 (*Per5TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.759	[0.744 , 0.773]	0.97%	0.014	0.578
		Con RD	0.758	[0.741 , 0.77]	1.20%	0.014	0.630
	75%	Sin RD	0.760	[0.743 , 0.771]	0.93%	0.014	0.576
		Con RD	0.757	[0.739 , 0.77]	1.31%	0.015	0.552
	100%	Sin RD	0.759	[0.743 , 0.772]	1.00%	0.015	0.569
		Con RD	0.757	[0.74 , 0.77]	1.26%	0.015	0.549
MBB	50%	Sin RD	0.760	[0.735 , 0.78]	0.90%	0.023	2.510
		Con RD	0.758	[0.734 , 0.78]	1.18%	0.023	2.662
	75%	Sin RD	0.760	[0.738 , 0.78]	0.90%	0.021	3.024
		Con RD	0.757	[0.737 , 0.775]	1.23%	0.019	3.036
	100%	Sin RD	0.759	[0.738 , 0.775]	1.03%	0.018	3.225
		Con RD	0.757	[0.738 , 0.774]	1.27%	0.018	3.481
THB	50%	Sin RD	0.759	[0.723 , 0.803]	1.01%	0.040	0.638
		Con RD	0.758	[0.722 , 0.791]	1.17%	0.034	0.635
	75%	Sin RD	0.761	[0.73 , 0.795]	0.79%	0.033	0.969
		Con RD	0.758	[0.73 , 0.787]	1.11%	0.028	0.954
	100%	Sin RD	0.761	[0.734 , 0.789]	0.74%	0.027	1.087
		Con RD	0.758	[0.734 , 0.781]	1.20%	0.023	1.099

TABLA E.18. Resultados CD, MDD 6 (*Per5TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.856	[0.837 , 0.874]	1.44%	0.019	0.677
		Con RD	0.861	[0.841 , 0.878]	0.90%	0.019	0.670
	75%	Sin RD	0.856	[0.836 , 0.874]	1.48%	0.019	0.685
		Con RD	0.861	[0.841 , 0.88]	0.93%	0.020	0.799
	100%	Sin RD	0.856	[0.835 , 0.874]	1.45%	0.019	0.693
		Con RD	0.861	[0.839 , 0.878]	0.91%	0.019	0.715
MBB	50%	Sin RD	0.856	[0.822 , 0.886]	1.50%	0.032	3.289
		Con RD	0.860	[0.827 , 0.892]	1.01%	0.032	3.447
	75%	Sin RD	0.856	[0.828 , 0.883]	1.42%	0.028	3.671
		Con RD	0.861	[0.834 , 0.891]	0.88%	0.029	4.787
	100%	Sin RD	0.856	[0.834 , 0.878]	1.44%	0.022	4.646
		Con RD	0.861	[0.835 , 0.886]	0.87%	0.026	4.664
THB	50%	Sin RD	0.855	[0.8 , 0.918]	1.54%	0.059	0.854
		Con RD	0.859	[0.796 , 0.924]	1.15%	0.064	0.827
	75%	Sin RD	0.855	[0.806 , 0.908]	1.61%	0.051	1.105
		Con RD	0.859	[0.81 , 0.91]	1.13%	0.050	1.515
	100%	Sin RD	0.856	[0.809 , 0.9]	1.46%	0.045	1.470
		Con RD	0.860	[0.818 , 0.913]	0.99%	0.048	1.558

TABLA E.19. Resultados CD, MDD 7 (*Per10TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.737	[0.728 , 0.745]	1.47%	0.009	0.663
		Con RD	0.735	[0.726 , 0.743]	1.12%	0.008	0.646
	75%	Sin RD	0.738	[0.728 , 0.745]	1.48%	0.008	0.660
		Con RD	0.735	[0.726 , 0.744]	1.13%	0.009	0.623
	100%	Sin RD	0.737	[0.728 , 0.745]	1.45%	0.008	0.656
		Con RD	0.735	[0.726 , 0.743]	1.13%	0.008	0.635
MBB	50%	Sin RD	0.737	[0.724 , 0.749]	1.42%	0.013	1.932
		Con RD	0.735	[0.72 , 0.748]	1.09%	0.014	1.885
	75%	Sin RD	0.737	[0.726 , 0.749]	1.39%	0.011	2.262
		Con RD	0.735	[0.724 , 0.746]	1.11%	0.011	2.424
	100%	Sin RD	0.737	[0.727 , 0.746]	1.44%	0.010	2.787
		Con RD	0.734	[0.724 , 0.744]	1.04%	0.010	2.629
THB	50%	Sin RD	0.737	[0.709 , 0.764]	1.44%	0.028	0.511
		Con RD	0.736	[0.71 , 0.76]	1.21%	0.025	0.493
	75%	Sin RD	0.738	[0.718 , 0.758]	1.48%	0.020	0.717
		Con RD	0.734	[0.716 , 0.753]	1.06%	0.018	0.701
	100%	Sin RD	0.738	[0.719 , 0.756]	1.50%	0.019	0.935
		Con RD	0.735	[0.718 , 0.754]	1.11%	0.018	0.902

TABLA E.20. Resultados CD, MDD 7 (*Per10TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.945	[0.929 , 0.964]	1.12%	0.017	0.590
		Con RD	0.945	[0.929 , 0.964]	1.11%	0.018	0.568
	75%	Sin RD	0.946	[0.932 , 0.964]	1.07%	0.016	0.571
		Con RD	0.946	[0.93 , 0.963]	1.09%	0.017	0.555
	100%	Sin RD	0.946	[0.931 , 0.966]	1.03%	0.017	0.562
		Con RD	0.944	[0.931 , 0.963]	1.23%	0.016	0.549
MBB	50%	Sin RD	0.947	[0.916 , 0.981]	0.95%	0.033	2.598
		Con RD	0.945	[0.914 , 0.977]	1.12%	0.032	2.569
	75%	Sin RD	0.946	[0.922 , 0.972]	1.09%	0.025	2.987
		Con RD	0.945	[0.922 , 0.976]	1.16%	0.027	3.067
	100%	Sin RD	0.946	[0.927 , 0.967]	1.06%	0.020	3.213
		Con RD	0.946	[0.926 , 0.97]	1.08%	0.022	3.302
THB	50%	Sin RD	0.951	[0.887 , 1.042]	0.51%	0.077	0.642
		Con RD	0.949	[0.89 , 1.006]	0.70%	0.058	0.663
	75%	Sin RD	0.951	[0.895 , 1.021]	0.58%	0.063	0.960
		Con RD	0.946	[0.904 , 0.999]	1.00%	0.048	0.926
	100%	Sin RD	0.949	[0.903 , 1.002]	0.69%	0.050	1.049
		Con RD	0.946	[0.903 , 0.995]	1.01%	0.046	1.085

TABLA E.21. Resultados CD, MDD 7 (*Per10TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	1.175	[1.146 , 1.205]	1.47%	0.029	0.672
		Con RD	1.188	[1.156 , 1.218]	0.40%	0.031	0.643
	75%	Sin RD	1.176	[1.149 , 1.21]	1.38%	0.030	0.674
		Con RD	1.186	[1.153 , 1.216]	0.51%	0.031	0.760
	100%	Sin RD	1.176	[1.147 , 1.208]	1.37%	0.031	0.667
		Con RD	1.188	[1.156 , 1.216]	0.39%	0.030	0.698
MBB	50%	Sin RD	1.179	[1.113 , 1.249]	1.10%	0.068	3.058
		Con RD	1.189	[1.129 , 1.243]	0.33%	0.057	3.360
	75%	Sin RD	1.177	[1.13 , 1.225]	1.29%	0.048	3.634
		Con RD	1.189	[1.134 , 1.234]	0.29%	0.050	5.267
	100%	Sin RD	1.177	[1.136 , 1.218]	1.30%	0.041	4.188
		Con RD	1.190	[1.149 , 1.23]	0.21%	0.040	4.605
THB	50%	Sin RD	1.177	[1.061 , 1.332]	1.33%	0.136	0.860
		Con RD	1.191	[1.06 , 1.376]	0.13%	0.158	0.812
	75%	Sin RD	1.176	[1.077 , 1.29]	1.42%	0.107	1.119
		Con RD	1.193	[1.089 , 1.316]	0.01%	0.113	1.718
	100%	Sin RD	1.174	[1.091 , 1.284]	1.53%	0.097	1.451
		Con RD	1.185	[1.092 , 1.287]	0.62%	0.098	1.493

TABLA E.22. Resultados CD, MDD 8 (*Per25TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	0.967	[0.956 , 0.98]	1.74%	0.012	0.677
		Con RD	0.961	[0.951 , 0.974]	1.18%	0.012	0.621
	75%	Sin RD	0.966	[0.956 , 0.979]	1.72%	0.012	0.660
		Con RD	0.961	[0.95 , 0.973]	1.20%	0.011	0.657
	100%	Sin RD	0.966	[0.956 , 0.978]	1.72%	0.011	0.657
		Con RD	0.961	[0.951 , 0.974]	1.18%	0.012	0.623
MBB	50%	Sin RD	0.967	[0.947 , 0.989]	1.73%	0.021	1.948
		Con RD	0.961	[0.943 , 0.983]	1.17%	0.020	1.906
	75%	Sin RD	0.967	[0.952 , 0.983]	1.81%	0.015	2.266
		Con RD	0.961	[0.944 , 0.981]	1.15%	0.018	2.088
	100%	Sin RD	0.966	[0.953 , 0.982]	1.71%	0.015	2.784
		Con RD	0.962	[0.949 , 0.978]	1.21%	0.014	2.677
THB	50%	Sin RD	0.969	[0.921 , 1.018]	1.99%	0.048	0.496
		Con RD	0.963	[0.921 , 1.011]	1.41%	0.045	0.493
	75%	Sin RD	0.967	[0.93 , 1.008]	1.80%	0.039	0.726
		Con RD	0.964	[0.926 , 1.007]	1.42%	0.040	0.694
	100%	Sin RD	0.967	[0.934 , 1.007]	1.81%	0.037	0.958
		Con RD	0.961	[0.929 , 0.998]	1.19%	0.035	0.927

TABLA E.23. Resultados CD, MDD 8 (*Per25TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	1.548	[1.521 , 1.574]	1.74%	0.026	0.556
		Con RD	1.545	[1.515 , 1.574]	1.96%	0.030	0.539
	75%	Sin RD	1.548	[1.519 , 1.574]	1.78%	0.028	0.567
		Con RD	1.544	[1.513 , 1.572]	2.00%	0.030	0.547
	100%	Sin RD	1.549	[1.518 , 1.576]	1.71%	0.029	0.601
		Con RD	1.543	[1.513 , 1.571]	2.11%	0.029	0.555
MBB	50%	Sin RD	1.547	[1.499 , 1.599]	1.80%	0.050	2.547
		Con RD	1.544	[1.494 , 1.594]	2.00%	0.050	2.573
	75%	Sin RD	1.550	[1.506 , 1.588]	1.62%	0.041	2.998
		Con RD	1.543	[1.501 , 1.588]	2.06%	0.044	3.086
	100%	Sin RD	1.547	[1.507 , 1.576]	1.85%	0.035	3.238
		Con RD	1.543	[1.506 , 1.58]	2.06%	0.037	3.377
THB	50%	Sin RD	1.559	[1.406 , 1.73]	1.05%	0.162	0.659
		Con RD	1.548	[1.41 , 1.7]	1.78%	0.145	0.650
	75%	Sin RD	1.543	[1.415 , 1.684]	2.05%	0.134	0.948
		Con RD	1.549	[1.442 , 1.675]	1.73%	0.117	0.951
	100%	Sin RD	1.552	[1.448 , 1.677]	1.53%	0.114	1.067
		Con RD	1.546	[1.453 , 1.646]	1.91%	0.096	1.114

TABLA E.24. Resultados CD, MDD 8 (*Per25TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	2.504	[2.461 , 2.551]	0.20%	0.045	0.687
		Con RD	2.521	[2.469 , 2.569]	0.45%	0.050	0.667
	75%	Sin RD	2.504	[2.458 , 2.555]	0.21%	0.049	0.675
		Con RD	2.522	[2.469 , 2.566]	0.51%	0.048	0.751
	100%	Sin RD	2.506	[2.464 , 2.551]	0.13%	0.044	0.716
		Con RD	2.522	[2.473 , 2.576]	0.52%	0.052	0.707
MBB	50%	Sin RD	2.504	[2.423 , 2.597]	0.20%	0.087	3.274
		Con RD	2.520	[2.432 , 2.613]	0.40%	0.090	3.312
	75%	Sin RD	2.505	[2.416 , 2.594]	0.16%	0.089	3.324
		Con RD	2.519	[2.447 , 2.593]	0.40%	0.073	5.227
	100%	Sin RD	2.503	[2.447 , 2.566]	0.24%	0.059	4.171
		Con RD	2.521	[2.453 , 2.592]	0.45%	0.069	4.828
THB	50%	Sin RD	2.505	[2.169 , 2.859]	0.17%	0.345	0.869
		Con RD	2.519	[2.164 , 2.858]	0.37%	0.347	0.832
	75%	Sin RD	2.502	[2.213 , 2.816]	0.31%	0.302	1.104
		Con RD	2.521	[2.205 , 2.843]	0.45%	0.319	1.618
	100%	Sin RD	2.506	[2.27 , 2.753]	0.15%	0.242	1.481
		Con RD	2.522	[2.263 , 2.792]	0.49%	0.264	1.504



TABLA E.25. Resultados CD, MDD 9 (*Per50TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	1.381	[1.368 , 1.396]	1.47%	0.014	0.553
		Con RD	1.375	[1.357 , 1.39]	0.99%	0.017	0.507
	75%	Sin RD	1.381	[1.365 , 1.396]	1.44%	0.015	0.541
		Con RD	1.376	[1.359 , 1.391]	1.06%	0.016	0.510
	100%	Sin RD	1.380	[1.364 , 1.395]	1.39%	0.015	0.545
		Con RD	1.376	[1.359 , 1.39]	1.06%	0.016	0.507
MBB	50%	Sin RD	1.381	[1.352 , 1.411]	1.45%	0.030	1.860
		Con RD	1.376	[1.346 , 1.408]	1.09%	0.031	1.854
	75%	Sin RD	1.382	[1.358 , 1.407]	1.53%	0.024	2.172
		Con RD	1.375	[1.351 , 1.398]	1.01%	0.024	2.193
	100%	Sin RD	1.381	[1.363 , 1.401]	1.46%	0.019	2.635
		Con RD	1.376	[1.355 , 1.397]	1.07%	0.021	2.687
THB	50%	Sin RD	1.381	[1.289 , 1.503]	1.43%	0.107	0.439
		Con RD	1.378	[1.282 , 1.485]	1.23%	0.102	0.414
	75%	Sin RD	1.380	[1.306 , 1.473]	1.39%	0.084	0.635
		Con RD	1.373	[1.29 , 1.468]	0.88%	0.089	0.631
	100%	Sin RD	1.380	[1.308 , 1.455]	1.35%	0.073	0.816
		Con RD	1.371	[1.297 , 1.443]	0.74%	0.073	0.819

TABLA E.26. Resultados CD, MDD 9 (*Per50TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	2.414	[2.391 , 2.44]	2.46%	0.025	0.444
		Con RD	2.411	[2.386 , 2.438]	2.59%	0.026	0.456
	75%	Sin RD	2.416	[2.391 , 2.44]	2.39%	0.024	0.464
		Con RD	2.411	[2.386 , 2.439]	2.55%	0.026	0.424
	100%	Sin RD	2.414	[2.39 , 2.44]	2.43%	0.025	0.456
		Con RD	2.412	[2.385 , 2.44]	2.54%	0.028	0.425
MBB	50%	Sin RD	2.415	[2.37 , 2.459]	2.41%	0.045	2.460
		Con RD	2.411	[2.363 , 2.461]	2.57%	0.049	2.472
	75%	Sin RD	2.415	[2.38 , 2.45]	2.42%	0.035	2.863
		Con RD	2.412	[2.371 , 2.454]	2.55%	0.042	3.026
	100%	Sin RD	2.415	[2.382 , 2.446]	2.42%	0.032	3.026
		Con RD	2.412	[2.378 , 2.452]	2.54%	0.037	3.273
THB	50%	Sin RD	2.410	[2.207 , 2.624]	2.62%	0.209	0.591
		Con RD	2.421	[2.241 , 2.606]	2.18%	0.183	0.549
	75%	Sin RD	2.414	[2.253 , 2.608]	2.46%	0.177	0.853
		Con RD	2.419	[2.255 , 2.578]	2.26%	0.161	0.828
	100%	Sin RD	2.419	[2.275 , 2.56]	2.25%	0.143	0.945
		Con RD	2.418	[2.297 , 2.538]	2.31%	0.120	0.943

TABLA E.27. Resultados CD, MDD 9 (*Per50TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	3.883	[3.853 , 3.916]	0.19%	0.031	0.551
		Con RD	3.922	[3.881 , 3.955]	1.21%	0.037	0.535
	75%	Sin RD	3.884	[3.852 , 3.921]	0.22%	0.034	0.552
		Con RD	3.921	[3.885 , 3.955]	1.18%	0.035	0.558
	100%	Sin RD	3.883	[3.853 , 3.916]	0.20%	0.032	0.581
		Con RD	3.922	[3.887 , 3.955]	1.21%	0.034	0.564
MBB	50%	Sin RD	3.886	[3.828 , 3.953]	0.29%	0.062	3.193
		Con RD	3.922	[3.854 , 3.986]	1.22%	0.066	3.217
	75%	Sin RD	3.883	[3.839 , 3.938]	0.20%	0.050	3.557
		Con RD	3.922	[3.869 , 3.971]	1.21%	0.051	4.205
	100%	Sin RD	3.884	[3.848 , 3.928]	0.23%	0.040	4.166
		Con RD	3.923	[3.872 , 3.967]	1.22%	0.048	4.675
THB	50%	Sin RD	3.878	[3.55 , 4.187]	0.07%	0.318	0.768
		Con RD	3.905	[3.57 , 4.205]	0.77%	0.318	0.770
	75%	Sin RD	3.881	[3.646 , 4.138]	0.14%	0.246	0.975
		Con RD	3.921	[3.628 , 4.217]	1.20%	0.294	1.423
	100%	Sin RD	3.887	[3.659 , 4.116]	0.30%	0.229	1.281
		Con RD	3.921	[3.68 , 4.14]	1.19%	0.230	1.381

TABLA E.28. Resultados CD, MDD 10 (*Per75TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	1.967	[1.947 , 1.985]	1.40%	0.019	0.652
		Con RD	1.965	[1.941 , 1.982]	1.31%	0.021	0.640
	75%	Sin RD	1.967	[1.947 , 1.984]	1.37%	0.018	0.668
		Con RD	1.966	[1.944 , 1.984]	1.31%	0.020	0.643
	100%	Sin RD	1.966	[1.946 , 1.983]	1.34%	0.019	0.675
		Con RD	1.965	[1.942 , 1.983]	1.27%	0.020	0.628
MBB	50%	Sin RD	1.965	[1.925 , 2.005]	1.31%	0.040	1.900
		Con RD	1.963	[1.922 , 2]	1.20%	0.039	1.909
	75%	Sin RD	1.965	[1.93 , 1.99]	1.29%	0.030	2.245
		Con RD	1.964	[1.926 , 1.995]	1.25%	0.034	2.433
	100%	Sin RD	1.967	[1.94 , 1.989]	1.36%	0.024	2.775
		Con RD	1.965	[1.935 , 1.991]	1.26%	0.028	2.780
THB	50%	Sin RD	1.964	[1.837 , 2.103]	1.21%	0.133	0.499
		Con RD	1.955	[1.82 , 2.081]	0.76%	0.130	0.471
	75%	Sin RD	1.962	[1.854 , 2.064]	1.11%	0.105	0.705
		Con RD	1.960	[1.853 , 2.073]	1.03%	0.110	0.684
	100%	Sin RD	1.963	[1.86 , 2.053]	1.18%	0.096	0.939
		Con RD	1.957	[1.859 , 2.053]	0.86%	0.097	0.912

TABLA E.29. Resultados CD, MDD 10 (*Per75TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	3.297	[3.266 , 3.335]	1.73%	0.035	0.568
		Con RD	3.333	[3.297 , 3.366]	0.64%	0.034	0.548
	75%	Sin RD	3.299	[3.269 , 3.332]	1.67%	0.031	0.582
		Con RD	3.333	[3.298 , 3.368]	0.63%	0.035	0.542
	100%	Sin RD	3.299	[3.269 , 3.331]	1.66%	0.031	0.590
		Con RD	3.333	[3.298 , 3.367]	0.64%	0.034	0.546
MBB v	50%	Sin RD	3.298	[3.252 , 3.359]	1.70%	0.053	2.520
		Con RD	3.331	[3.265 , 3.4]	0.70%	0.067	2.570
	75%	Sin RD	3.299	[3.257 , 3.352]	1.67%	0.047	2.983
		Con RD	3.332	[3.278 , 3.39]	0.67%	0.056	3.214
	100%	Sin RD	3.298	[3.261 , 3.349]	1.69%	0.044	3.240
		Con RD	3.332	[3.285 , 3.378]	0.67%	0.046	3.394
THB	50%	Sin RD	3.303	[3.044 , 3.565]	1.55%	0.261	0.658
		Con RD	3.337	[3.101 , 3.611]	0.54%	0.255	0.655
	75%	Sin RD	3.302	[3.081 , 3.557]	1.58%	0.238	0.964
		Con RD	3.341	[3.15 , 3.546]	0.42%	0.198	0.943
	100%	Sin RD	3.308	[3.122 , 3.544]	1.39%	0.211	1.070
		Con RD	3.341	[3.157 , 3.546]	0.40%	0.194	1.079

TABLA E.30. Resultados CD, MDD 10 (*Per75TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	5.108	[5.074 , 5.146]	0.88%	0.036	0.692
		Con RD	5.139	[5.106 , 5.17]	0.28%	0.032	0.654
	75%	Sin RD	5.109	[5.073 , 5.147]	0.85%	0.037	0.692
		Con RD	5.139	[5.101 , 5.174]	0.27%	0.037	0.683
	100%	Sin RD	5.111	[5.073 , 5.147]	0.82%	0.037	0.694
		Con RD	5.139	[5.108 , 5.176]	0.27%	0.034	0.700
MBB	50%	Sin RD	5.111	[5.019 , 5.192]	0.83%	0.087	3.095
		Con RD	5.137	[5.066 , 5.204]	0.31%	0.069	3.358
	75%	Sin RD	5.110	[5.05 , 5.163]	0.85%	0.056	3.559
		Con RD	5.138	[5.079 , 5.193]	0.29%	0.057	4.242
	100%	Sin RD	5.110	[5.064 , 5.159]	0.83%	0.048	4.212
		Con RD	5.140	[5.09 , 5.185]	0.26%	0.047	4.696
THB	50%	Sin RD	5.106	[4.797 , 5.42]	0.91%	0.312	0.855
		Con RD	5.136	[4.828 , 5.486]	0.34%	0.329	0.853
	75%	Sin RD	5.102	[4.856 , 5.37]	1.00%	0.257	1.094
		Con RD	5.135	[4.883 , 5.414]	0.36%	0.265	1.369
	100%	Sin RD	5.106	[4.889 , 5.332]	0.91%	0.221	1.616
		Con RD	5.135	[4.9 , 5.385]	0.34%	0.243	1.589

TABLA E.31. Resultados CD, MDD 11 (*Per90TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	2.526	[2.497 , 2.554]	1.09%	0.028	0.674
		Con RD	2.530	[2.497 , 2.565]	1.24%	0.034	0.677
	75%	Sin RD	2.526	[2.496 , 2.555]	1.07%	0.029	0.663
		Con RD	2.530	[2.497 , 2.565]	1.24%	0.034	0.645
	100%	Sin RD	2.525	[2.493 , 2.554]	1.06%	0.030	0.676
		Con RD	2.527	[2.495 , 2.56]	1.15%	0.033	0.645
MBB	50%	Sin RD	2.524	[2.476 , 2.578]	1.00%	0.051	1.950
		Con RD	2.527	[2.475 , 2.585]	1.14%	0.055	2.187
	75%	Sin RD	2.523	[2.461 , 2.587]	0.98%	0.063	1.872
		Con RD	2.530	[2.479 , 2.579]	1.23%	0.050	2.289
	100%	Sin RD	2.524	[2.487 , 2.564]	1.02%	0.038	2.767
		Con RD	2.529	[2.488 , 2.572]	1.22%	0.042	2.666
THB	50%	Sin RD	2.521	[2.373 , 2.711]	0.90%	0.169	0.511
		Con RD	2.522	[2.341 , 2.739]	0.91%	0.199	0.497
	75%	Sin RD	2.517	[2.384 , 2.666]	0.71%	0.141	0.703
		Con RD	2.530	[2.39 , 2.71]	1.26%	0.160	0.693
	100%	Sin RD	2.516	[2.4 , 2.655]	0.70%	0.127	0.942
		Con RD	2.527	[2.401 , 2.674]	1.15%	0.137	0.920

TABLA E.32. Resultados CD, MDD 11 (*Per90TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	4.277	[4.229 , 4.32]	2.10%	0.045	0.573
		Con RD	4.315	[4.267 , 4.357]	3.00%	0.045	0.560
	75%	Sin RD	4.277	[4.23 , 4.322]	2.09%	0.046	0.577
		Con RD	4.316	[4.271 , 4.359]	3.01%	0.044	0.553
	100%	Sin RD	4.276	[4.23 , 4.319]	2.07%	0.044	0.571
		Con RD	4.319	[4.276 , 4.362]	3.09%	0.043	0.542
MBB	50%	Sin RD	4.272	[4.163 , 4.362]	1.98%	0.100	2.364
		Con RD	4.315	[4.223 , 4.405]	2.99%	0.091	2.558
	75%	Sin RD	4.277	[4.202 , 4.343]	2.08%	0.070	3.002
		Con RD	4.314	[4.238 , 4.379]	2.97%	0.071	3.019
	100%	Sin RD	4.276	[4.212 , 4.33]	2.06%	0.059	3.218
		Con RD	4.318	[4.249 , 4.371]	3.06%	0.061	3.270
THB	50%	Sin RD	4.268	[3.905 , 4.616]	1.87%	0.355	0.655
		Con RD	4.309	[3.949 , 4.684]	2.85%	0.368	0.625
	75%	Sin RD	4.252	[3.946 , 4.544]	1.50%	0.299	0.953
		Con RD	4.313	[4.022 , 4.601]	2.95%	0.290	0.926
	100%	Sin RD	4.268	[3.995 , 4.511]	1.88%	0.258	1.047
		Con RD	4.308	[4.045 , 4.546]	2.82%	0.251	1.060



TABLA E.33. Resultados CD, MDD 11 (*Per90TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	6.464	[6.41 , 6.525]	0.55%	0.057	0.677
		Con RD	6.513	[6.452 , 6.573]	1.31%	0.060	0.667
	75%	Sin RD	6.467	[6.411 , 6.533]	0.59%	0.061	0.687
		Con RD	6.514	[6.453 , 6.573]	1.32%	0.060	0.677
	100%	Sin RD	6.464	[6.409 , 6.519]	0.55%	0.055	0.653
		Con RD	6.514	[6.455 , 6.576]	1.33%	0.061	0.656
MBB	50%	Sin RD	6.469	[6.353 , 6.589]	0.63%	0.118	3.303
		Con RD	6.509	[6.387 , 6.64]	1.25%	0.126	3.114
	75%	Sin RD	6.469	[6.388 , 6.564]	0.62%	0.088	3.617
		Con RD	6.510	[6.422 , 6.593]	1.27%	0.085	4.276
	100%	Sin RD	6.463	[6.4 , 6.544]	0.53%	0.072	4.202
		Con RD	6.513	[6.429 , 6.604]	1.31%	0.088	4.573
THB	50%	Sin RD	6.456	[6.048 , 6.832]	0.43%	0.392	0.831
		Con RD	6.485	[6.094 , 6.856]	0.87%	0.381	0.829
	75%	Sin RD	6.467	[6.165 , 6.735]	0.60%	0.285	1.082
		Con RD	6.494	[6.162 , 6.791]	1.01%	0.314	1.378
	100%	Sin RD	6.457	[6.165 , 6.696]	0.44%	0.266	1.423
		Con RD	6.497	[6.225 , 6.727]	1.06%	0.251	1.458

TABLA E.34. Resultados CD, MDD 12 (*Per95TPerman*) Escenario 1, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	2.876	[2.842 , 2.91]	1.09%	0.034	0.658
		Con RD	2.885	[2.848 , 2.915]	1.42%	0.033	0.635
	75%	Sin RD	2.875	[2.841 , 2.908]	1.06%	0.034	0.669
		Con RD	2.885	[2.85 , 2.915]	1.41%	0.032	0.644
	100%	Sin RD	2.877	[2.842 , 2.907]	1.10%	0.032	0.663
		Con RD	2.887	[2.85 , 2.916]	1.47%	0.033	0.635
MBB	50%	Sin RD	2.876	[2.813 , 2.931]	1.07%	0.059	1.910
		Con RD	2.883	[2.819 , 2.932]	1.34%	0.057	2.066
	75%	Sin RD	2.875	[2.824 , 2.921]	1.05%	0.048	2.328
		Con RD	2.886	[2.834 , 2.927]	1.42%	0.046	2.274
	100%	Sin RD	2.877	[2.832 , 2.916]	1.14%	0.042	2.805
		Con RD	2.886	[2.839 , 2.92]	1.45%	0.041	2.947
THB	50%	Sin RD	2.868	[2.661 , 3.087]	0.81%	0.213	0.511
		Con RD	2.877	[2.687 , 3.108]	1.14%	0.210	0.488
	75%	Sin RD	2.868	[2.718 , 3.038]	0.81%	0.160	0.707
		Con RD	2.877	[2.705 , 3.049]	1.11%	0.172	0.671
	100%	Sin RD	2.868	[2.728 , 3.009]	0.81%	0.140	0.950
		Con RD	2.876	[2.743 , 3.043]	1.09%	0.150	0.940

TABLA E.35. Resultados CD, MDD 12 (*Per95TPerman*) Escenario 2, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	4.934	[4.872 , 5.001]	4.26%	0.064	0.568
		Con RD	4.977	[4.902 , 5.04]	5.18%	0.069	0.534
	75%	Sin RD	4.935	[4.871 , 5.009]	4.29%	0.069	0.574
		Con RD	4.978	[4.902 , 5.039]	5.20%	0.069	0.551
	100%	Sin RD	4.932	[4.87 , 4.999]	4.24%	0.064	0.574
		Con RD	4.981	[4.911 , 5.042]	5.26%	0.066	0.558
MBB	50%	Sin RD	4.937	[4.822 , 5.049]	4.34%	0.113	2.519
		Con RD	4.979	[4.846 , 5.096]	5.21%	0.125	2.562
	75%	Sin RD	4.935	[4.835 , 5.034]	4.29%	0.100	2.981
		Con RD	4.979	[4.87 , 5.076]	5.21%	0.103	3.261
	100%	Sin RD	4.936	[4.854 , 5.029]	4.30%	0.088	3.243
		Con RD	4.982	[4.888 , 5.066]	5.29%	0.089	3.242
THB	50%	Sin RD	4.901	[4.464 , 5.375]	3.58%	0.456	0.658
		Con RD	4.955	[4.512 , 5.378]	4.71%	0.433	0.648
	75%	Sin RD	4.900	[4.512 , 5.229]	3.55%	0.358	0.943
		Con RD	4.964	[4.573 , 5.273]	4.90%	0.350	0.945
	100%	Sin RD	4.910	[4.576 , 5.209]	3.75%	0.316	1.089
		Con RD	4.972	[4.647 , 5.265]	5.06%	0.309	1.061

TABLA E.36. Resultados CD, MDD 12 (*Per95TPerman*) Escenario 3, utilizando Remuestreo y RD

Método	N	RD	Estimador	Intervalo	$e_r$	$e_m$	Tiempo
Bootstrap	50%	Sin RD	7.227	[7.164 , 7.277]	0.22%	0.057	0.677
		Con RD	7.251	[7.188 , 7.299]	0.55%	0.056	0.648
	75%	Sin RD	7.227	[7.169 , 7.279]	0.23%	0.055	0.678
		Con RD	7.252	[7.192 , 7.3]	0.57%	0.054	0.697
	100%	Sin RD	7.226	[7.163 , 7.269]	0.21%	0.053	0.700
		Con RD	7.249	[7.19 , 7.3]	0.53%	0.055	0.692
MBB	50%	Sin RD	7.227	[7.131 , 7.338]	0.22%	0.103	3.271
		Con RD	7.247	[7.148 , 7.345]	0.50%	0.098	3.367
	75%	Sin RD	7.224	[7.134 , 7.297]	0.18%	0.082	4.593
		Con RD	7.251	[7.167 , 7.342]	0.56%	0.088	4.412
	100%	Sin RD	7.226	[7.15 , 7.3]	0.21%	0.075	4.169
		Con RD	7.252	[7.174 , 7.335]	0.58%	0.080	4.594
THB	50%	Sin RD	7.216	[6.856 , 7.668]	0.07%	0.406	0.869
		Con RD	7.255	[6.879 , 7.719]	0.61%	0.420	0.831
	75%	Sin RD	7.221	[6.919 , 7.537]	0.13%	0.309	1.112
		Con RD	7.248	[6.939 , 7.621]	0.51%	0.341	1.376
	100%	Sin RD	7.219	[6.939 , 7.503]	0.11%	0.282	1.423
		Con RD	7.260	[6.985 , 7.6]	0.67%	0.308	1.506