PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

OPERACIÓN REGULAR DE TRENES MEDIANTE MÚLTIPLES ESTRATEGIAS MINIMIZANDO TIEMPOS DE PASAJEROS Y CONSUMO DE ENERGÍA

CARLOS ENRIQUE BUENO CADENA

Tesis para optar al grado de
Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JUAN CARLOS MUÑOZ

Santiago de Chile, octubre, 2018

© 2018, Carlos Enrique Bueno Cadena

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

OPERACIÓN REGULAR DE TRENES MEDIANTE MÚLTIPLES ESTRATEGIAS MINIMIZANDO TIEMPOS DE PASAJEROS Y CONSUMO DE ENERGÍA

CARLOS ENRIQUE BUENO CADENA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JUAN CARLOS MUÑOZ

FELIPE DELGADO

PEDRO GAZMURI

ALEJANDRO TIRACHINI

NIGEL H.M. WILSON

GUSTAVO LAGOS

Para completar las exigencias del grado de
Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, octubre, 2018

A mi familia por su apoyo incondicional en esta etapa de mi vida.

AGRADECIMIENTOS

Quiero iniciar dando las gracias a mi tutor Juan Carlos, por su permanente apoyo, guía y amistad durante esta etapa de mi vida. A través de innumerables discusiones me compartió su conocimiento y me ayudo a encontrar mi propio camino investigativo. Desde el inicio de mi postulación y hasta la finalización de mi investigación siempre me brindo el empuje necesario para continuar adelante. Gracias por mostrarme que en el camino, y no en la meta, están las recompensas que todos esperamos.

Especiales agradecimientos a los miembros de mi comisión evaluadora que dedicaron tiempo y esfuerzo en revisar mi investigación y en proponer enfoques que la enriquecieron de forma sustancial. Al profesor Pedro Gazmuri, por transmitirme a través de su ramo de simulación conceptos claves para el desarrollo de mi investigación. Al profesor Felipe Delgado por introducirme en la plataforma de simulación y en el modelo de control, los cuales fueron el punto de partida para mi trabajo. Al profesor Alejandro Tirachini por participar como autor en el tercer artículo, aportando de forma enriquecedora al enfoque propuesto para las formulaciones analíticas.

Quiero agradecer al profesor Nigel Wilson por acogerme en el *TransitLab* durante mi pasantía en el *Massachusetts Institute of Technology (MIT).* Fue un honor contar con su guía constante y su interés en los temas relacionados con mi investigación. Para mí fue una experiencia que marco mi forma de investigar y me permitió entender que la cercanía de la academia con el estado de la práctica es fundamental para maximizar el impacto en la sociedad. Quiero agradecer a Gabriel Sánchez-Martínez por apoyarme en todo momento durante mi estancia en Boston, por tomarse el tiempo de discutir áreas claves de mi trabajo y por participar como autor en el segundo artículo de mi tesis. Así mismo, quiero agradecer a mis compañeros de oficina en el *TransitLab*, Anson Stewart, Joshua Fabian y Andy Stuntz, por integrarme al equipo y por el tiempo compartido.

A todos los profesores y miembros del Departamento de Transporte y Logística de la Pontificia Universidad Católica de Chile (PUC) mi más sincera gratitud por todo el conocimiento y enseñanzas que recibí durante estos años. A Ignacia Torres por su constante preocupación y celeridad en la consecución de recursos requeridos durante mi investigación. A Katherine Silva por la colaboración logística en los temas administrativos del departamento.

A todos mis compañeros y amigos del departamento por todos los momentos gratos compartidos, en especial a Jaime Allen, Luis Cantillo, Tomas Cox, Fausto De la Cadena, Pablo Guarda, Thomas Guerrero, Margareth Gutiérrez, César Henao, Daniel Hernández, Omar Ibarra, Homero Larraín, Yerly Martínez, Felipe Ortiz, David Palma, Sebastián Raveau, Reinel Ruiz, Jaime Soza & Ignacio Tiznado.

A mis amigos Danny Angarita, Albert Gonzalez, Sonia Realpe y José Luis Sanabria por ser una importante compañía y consejo a la distancia. A Gonzalo Vejar y Paulina Temer por su apoyo y acogida en el equipo Cipres. A Andrés Vilches por su amistad y apoyo constante durante los últimos años de mi doctorado. Agradezco la oportunidad de acogerme como amigo, de hacerme parte del equipo Metbus y permitirme participar en desafíos tan interesantes como la electromovilidad en el transporte público. A Héctor Moya por su confianza al vincularme a su equipo de trabajo y abrirme las puertas a interesantes discusiones sobre políticas de transporte público.

Gracias a todas las instituciones que financiaron esta tesis: CONICYT/FONDAP 15110020, FONDECYT1150657, CONICYT+PAI/CONCURSO NACIONAL TESIS DE DOCTORADO ENLA EMPRESA CONVOCATORIA 2014+Folio (781413009), Centro de Desarrollo Sustentable (CEDEUS), *Volvo Research and Educational Foundations* (VREF), Instituto Sistemas Complejos de Ingeniería (CONICYT: FB0816), y a la Vicerrectoría de Investigación y Dirección de Posgrados de la PUC.

Quiero agradecer a Metro de Santiago y a su personal operativo por permitirme desarrollar mi tesis bajo la modalidad de tesis en la industria de CONICYT. Especialmente a Jon

Brintrup por apoyar mi postulación y a Cristian Cañete por contribuir a la culminación mi investigación discutiendo temas relevantes del control operacional.

Finalmente, quiero agradecer a mi familia. A mis padres Isabel y Efraín por enseñarme siempre hay que mirar hacia adelante para alcanzar las metas de la vida. A mis hermanos Gloria, Mario, Humberto, Fernando, Hermes y Elías por creer en mi proyecto de vida. A mi esposa Claudia Patricia García y a mi hijo Juan Diego por acompañarme en este desafío.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA ii

AGRADECIMIENTOS iii

INDICE DE TABLAS ix

INDICE DE FIGURAS x

RESUMEN xii

ABSTRACT xiv

1. INTRODUCCION 1
   - 1.1 Descripción del problema 3
   - 1.2 Revisión bibliográfica 6
   - 1.1 Hipótesis 19
   - 1.2 Objetivos 20
   - 1.3 Contenido de la investigación y contribuciones 21
     - 1.3.1 Capítulo 2 - Estrategia de control de velocidad 21
     - 1.3.2 Capítulo 3 – Control de disrupciones 23
     - 1.3.3 Capítulo 4 - Políticas de control 23

2. CONTROL DE UNA LÍNEA DE METRO MEDIANTE AJUSTES DE VELOCIDAD Y RETENCIÓN DE PASAJEROS: MENORES TIEMPOS DE VIAJE Y CONSUMO DE ENERGÍA 25
   - 2.1 Introducción 25
   - 2.2 Revisión bibliográfica 27
   - 2.3 Modelos 33
     - 2.3.1 Formulación del consumo de energía óptima 36
     - 2.3.2 Formulación del modelo de control 40
   - 2.4 Experimentos 48
     - 2.4.1 Plataforma de simulación 48
     - 2.4.2 Experimentos y escenarios 51
     - 2.4.3 Velocidad de operación SB 53

2.5 Resultados 55
2.5.1 SB vs. SC 55
2.5.2 Separación de efectos de las dos estrategias de control 61

3. ABORDANDO DISRUPCIONES EN LÍNEAS DE METRO MEDIANTE DOSIFICACIÓN DE PASAJEROS: EL COSTO Y TIEMPO DEL SISTEMA DE RECUPERACIÓN 63
3.1 Introducción 63
3.2 Revisión Bibliográfica 66
3.3 Modelación del sistema 71
3.3.1 Modelamiento matemático 72
3.3.2 Evaluación del modelo en presencia de disrupciones 75
3.4 Resultados 78
3.4.1 Velocidad 78
3.4.2 Carga en trenes y densidad 81
3.4.3 Tiempos de pasajeros 82
3.4.4 Costos 83
3.4.5 Recuperación del sistema 84
3.4.6 Tiempos Computacionales 87
3.5 Costo de la disrupción 87

4. MODELO ANALÍTICO PARA CONTROL DE DISRUPCIONES EN UNA LÍNEA DE METRO 91
4.1 Introducción 91
4.2 Revisión bibliográfica 93
4.3 Modelación del sistema 97
4.3.1 Modelo de retención de trenes 99
4.3.2 Modelo de control de velocidad 101
4.4 Análisis numérico de los modelos de control 106
4.4.1 Análisis paramétrico del modelo de velocidad 108
4.4.2 Forma funcional de los modelos de retención 111
4.5 Experimentos utilizando los modelos de control propuestos y resultados obtenidos 118
4.5.1 Velocidad 120
4.5.2 Densidad 120
4.5.3 Costos 120

4.5.4 Tiempo de pasajeros 122

5. CONCLUSIONES 124

BIBLIOGRAFIA 130

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla 1-1: Revisión de literatura sobre estrategias de control 14
Tabla 1-2: Revisión de literatura sobre estrategias de control que consideran el consumo de energía 17
Tabla 2-1: Revisión de literatura sobre estrategias de control 31
Tabla 2-2: Revisión de literatura sobre consumo de energía 32
Tabla 2-3: Escenarios simulados 52
Tabla 2-4: Límites inferiores para el tiempo total de viaje y sus componentes por nivel de demanda. 54
Tabla 2-5: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero 60
Tabla 2-6: Cambio en los tiempos por pasajero 60
Tabla 2-7: Separación de efectos 62
Tabla 3-1: Clasificación de la revisión bibliográfica 70
Tabla 3-2: Escenarios simulados 78
Tabla 3-3: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero 88
Tabla 3-4: Cambio en los tiempos por pasajero 89
Tabla 4-1: Efecto del hacinamiento sobre la velocidad y el consumo de energía 110
Tabla 4-2: Escenarios simulados con el MO 112
Tabla 4-3: Parámetros calibrados 117
Tabla 4-4: Escenarios simulados con el MA 118
Tabla 4-5: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero para el perfil 1 de demanda 121
Tabla 4-6: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero para el perfil 2 de demanda 122
Tabla 4-7: Cambio en los tiempos por pasajero - Perfil 1 123
Tabla 4-8: Cambio en los tiempos por pasajero - Perfil 2 123

INDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 1-1: Niveles de decisión 3
Figura 1-2:Diagrama espacio-tiempo programado para los trenes y respuesta de los controladores para la línea de metro Piccadilly – TfL (Babany, 2015) 5
Figura 1-3: Marco de la investigación 6
Figura 2-1: Perfil de velocidad 37
Figura 2-2: Plataforma de simulación 50
Figura 2-3: Costos netos y brutos por pasajero de los usuarios, energía y sistema ante diferentes niveles de velocidad y demanda 54
Figura 2-4: Trayectorias de trenes por escenario 56
Figura 2-5: Carga de pasajeros en trenes por escenario 58
Figura 3-1: Regulación de pasajeros en el metro de Londres, UK. (Oberlander & Fujiyama, 2016) 65
Figura 3-2: Configuración del corredor 72
Figura 3-3: Trayectorias de los trenes para cada uno de los escenarios 80
Figura 3-4: Densidad en estaciones 82
Figura 3-5: Definición de los tiempos de las fases de ocurrencia y recuperación 85
Figura 3-6: Tiempo de las fases del incidente y recuperación para los escenarios con aplicación de las estrategias de control de velocidad y retención 86
Figura 3-7: Tiempo de las fases de ocurrencia y recuperación para los escenarios con aplicación de las estrategias de control de velocidad, retención y límites de abordaje 86
Figura 3-8: Aumento del porcentaje del costo social dada una disrupción de tiempo equivalente a un número de veces el intervalo de operación de la línea 90
Figura 4-1: Configuración del corredor 98
Figura 4-2: Efecto de la relación del valor subjetivo del tiempo de viaje y el costo de la energía sobre las decisiones óptimas del modelo. 109
Figura 4-3: Variación del ponderador del tiempo de viaje en función al hacinamiento experimentado por los pasajeros al interior de los trenes 109
Figura 4-4: Perfiles de carga considerados en las simulaciones 111

Figura 4-5: Retenciones aplicadas por el modelo MO en presencia del perfil 1 de carga 113
Figura 4-6: Retenciones aplicadas por el modelo MO en presencia del perfil 2 de carga 114
Figura 4-7: Intervalos entre trenes consecutivos en presencia del perfil 1 de carga 116
Figura 4-8; Intervalos entre trenes consecutivos en presencia del perfil 2 de carga 116
Figura 4-9: Algoritmo de aplicación de los modelos propuestos 119

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

OPERACIÓN REGULAR DE TRENES MEDIANTE MÚLTIPLES ESTRATEGIAS MINIMIZANDO TIEMPOS DE PASAJEROS Y CONSUMO DE ENERGÍA

Tesis enviada a la Dirección de Postgrado en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de Doctor en Ciencias de la Ingeniería.

CARLOS ENRIQUE BUENO CADENA

RESUMEN

En las últimas décadas, proveer capacidad de transporte con adecuada calidad de servicio para sus usuarios en muchos centros urbanos se ha convertido en un problema contingente debido al importante aumento de su población y superficie. Para enfrentar este problema, se han implementado sistemas de transporte masivos de alta frecuencia que pretenden transportar de forma eficiente y eficaz a los usuarios. Especialmente durante las horas punta, transportar estos altos volúmenes de pasajeros resulta una tarea de alta complejidad operacional y muy vulnerable a perturbaciones sistemáticas y especialmente a disrupciones inesperadas de mayor duración. Para enfrentar esta complejidad se requiere tomar decisiones de forma rápida y distribuida en la red, de modo de minimizar los efectos negativos que estos eventos inesperados produzcan en el sistema. Para lograr este objetivo, los sistemas modernos de transporte generan un importante flujo de información que permite monitorear el sistema y generar planes de acción aplicables en tiempo real. Dentro de este contexto, este trabajo presenta un modelo de programación matemática con horizonte móvil de predicción que utiliza la información proveniente de la operación de una línea de Metro para aplicar en tiempo real medidas de control operacional que minimicen su costo social asociado al consumo de energía y a los tiempos de espera y de viaje de los usuarios. Para minimizar este costo social el modelo considera tres estrategias de control que pueden ser implementadas

de forma individual o conjunta: ajuste a la velocidad entre estaciones, retención de trenes en las estaciones y dosificación de pasajeros en las estaciones.

El modelo es evaluado mediante simulación con el objetivo de medir su desempeño en presencia de perturbaciones y disrupciones en la línea. Para el control de perturbaciones, las estrategias de control de velocidad y retención de pasajeros permiten reducciones del costo social de hasta el 20%. A pesar de que la velocidad promedio de los trenes cae levemente, el exceso en tiempo de viaje producto de las disrupciones disminuye en más de 70%. Para el control de disrupciones, se analiza la conveniencia de la utilización de las estrategias de dosificación de pasajeros en forma conjunta con el control de velocidad y retención de trenes con el objetivo de reducir el tiempo de recuperación del sistema en presencia de eventos de alta duración. Se proponen como métricas de desempeño de las herramientas de control tanto el costo social como la duración de la fase de recuperación de la operación normal de la línea. Finalmente, se propone un marco de control alternativo que incluye modelos analíticos que muestran un desempeño similar al obtenido con el modelo de optimización. Este marco de control sirve de base para definir políticas de control que permitan apoyar las decisiones de los controladores de la línea.

Palabras Claves: Control de velocidad, retención de trenes, dosificación de pasajeros, disrupciones, control en tiempo real, operación de transporte público.

Miembros de la Comisión de Tesis Doctoral:
JUAN CARLOS MUÑOZ
FELIPE DELGADO
PEDRO GAZMURI
ALEJANDRO TIRACHINI
NIGEL H.M. WILSON
GUSTAVO LAGOS

Santiago de Chile, octubre, 2018

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

CONTROLLING METRO OPERATIONS WITH STRATEGIES TO MINIMIZE PASSENGER TIME AND ENERGY CONSUMPTION

Thesis submitted to the Office Graduate Studies in partial fulfillment of the requirements for the Degree of Doctor in Engineering Sciences by

CARLOS ENRIQUE BUENO CADENA

ABSTRACT

In recent decades, providing public transport capacity with an acceptable level of service quality has become an ongoing challenge in many urban centres as their population and physical extension increase significantly. To address this problem, high-frequency mass transport systems have been implemented that attempt to offer services which are both efficient and effective. But the operational aspects of transporting high volumes of passengers have proven to be highly complex and very vulnerable to systematic perturbations, and more particularly to unexpected disruptions of long duration. Dealing with such situations requires a decision-making process that is rapid and distributed across the transport network so that the negative effects of these events can be readily minimized. With this in mind, modern transport systems incorporate in their designs the production of a large flow of information to facilitate monitoring and the generation of action plans that can be applied in real time.

The present work develops a mathematical programming model with a rolling prediction horizon using information on the conditions along a single Metro-type rail line in order to implement operational control actions that minimize the social costs of energy consumption and user trip time. Three control strategies are considered in the proposed approach that can

be applied individually or jointly: train speed control between stations, train holding at stations, and boarding limits. The model's performance in the face of perturbations and disruptions on the line is evaluated through simulation. The results show that in the case of perturbations, the application of speed control and boarding limit strategies yield social cost reductions of up to 20%. Average train speed falls slightly but additional trip time due to the perturbations is reduced by more than 70%. As for disruptions, the simulations test the ability of boarding limits combined with speed control and train holding to reduce system recovery after a prolonged event. The metrics used to gauge the performance of these control tools are the associated social costs and the duration of the line's recovery phase. Finally, an alternative control framework is proposed that includes analytical models whose performance is shown to be similar to that of the optimization model. The framework can thus be used as a basis for defining control policies that support the decisions of the Metro line controllers.

Keywords: Speed control, train holding, boarding limits, disruptions, real-time control, transit operations.

Members of the Doctoral Thesis Committee:
JUAN CARLOS MUÑOZ
FELIPE DELGADO
PEDRO GAZMURI
ALEJANDRO TIRACHINI
NIGEL H.M. WILSON
GUSTAVO LAGOS

Santiago de Chile, octubre, 2018

1. INTRODUCCION

El transporte público constituye uno de los principales modos de desplazamiento de los ciudadanos en las grandes ciudades. En Latinoamérica, para el año 2007 se estimaba que el 50% de los viajes motorizados se realizaban en transporte público, sin embargo, esta cifra ha venido disminuyendo por el aumento de las tasas de motorización (CAF, 2010). Uno de los modos más importantes en el transporte urbano es el modo ferroviario. Este modo tanto en su versión de tren de cercanías como de metro subterráneo o elevado ofrece una gran capacidad de transporte y normalmente un buen nivel de servicio al usuario. Adicionalmente es un modo que suele atraer la preferencia de los usuarios por sobre las alternativas en buses. Sin embargo, la tendencia de reducción del uso del trasporte público ha sido bastante generalizada, afectando también a este modo de transporte; en las principales ciudades norteamericanas para el periodo comprendido entre los años 1970 y 1990, se reportan reducciones de la demanda cercanas al 23% en sistemas operados con trenes (Baum-Snow & Kahn, 2005).

Una de las estrategias para mitigar los efectos negativos de la disminución de la demanda es mejorar la accesibilidad a la red de transporte, revirtiendo la migración modal de la demanda hacia el transporte privado. Para ciudades estadounidenses, donde hay un marcado uso del transporte privado, un aumento en el 10% de la red de metro ha mostrado una reducción de alrededor del 4% en el uso del automóvil (Bento et al., 2003). Sin embargo, estrategias relacionadas con la construcción de nueva infraestructura, exigen una apropiación importante de recursos y extensos procesos de construcción que hacen que su aplicación tenga un impacto en el mediano y largo plazo y que se focaliza sólo en los lugares donde se invierte en extender la red. Alternativamente, mejorar el nivel del servicio permite obtener un impacto en el corto plazo y con un menor requerimiento de recursos.

La satisfacción de los usuarios de transporte público depende fuertemente del nivel de servicio que experimentan durante sus viajes (Fellesson & Friman, 2008). Para ellos es fundamental que los viajes sean lo más convenientes posible. Esta conveniencia exige que

los viajes sean rápidos, de esperas breves, cómodos, seguros y confiables. Sin embargo, estos atributos valorados por los usuarios se ven afectados cuando ocurren eventos en el sistema que hacen que se presente una degradación del servicio con impactos negativos representativos para ellos. Uno de los más representativos fenómenos, producidos por la presencia de eventos disruptivos en el sistema, corresponde al apelotonamiento de vehículos. Este fenómeno ha sido recurrentemente estudiado en especial en sistemas operados con buses, en los cuales los vehículos se ven expuestos a variaciones en la velocidad operacional producidas por el flujo vehicular con el cual interactúan, a fluctuaciones inesperadas en la demanda de pasajeros haciendo que los buses aumenten sus tiempos de detención y a problemas relacionados con el material rodante que producen que los buses deban salir de la operación.

En sistemas aislados como el metro este fenómeno también se observa de forma constante en la operación diaria. Estos sistemas, a pesar de operar de forma segregada del flujo externo de vehículos, se ven expuestos a eventos internos como aumentos inesperados de demanda y fallas técnicas que afectan la operación de las líneas. Cuando ocurren este tipo de eventos el sistema se ve expuesto a consecuencias negativas que no siempre son atendidas de forma eficiente y eficaz. Este problema es especialmente importante en las horas punta cuando el sistema cuenta con poca capacidad de respuesta debido a que el mayor número de viajeros frecuentes usan el sistema, a que se están utilizando todos los recursos disponibles y a que el sistema es sometido a grandes niveles de congestión. En el caso de metro, no se cuenta con la capacidad de adelantar vehículos por lo que un incidente que inhabilita un tren puede exigir detener la línea completa. Dentro de este contexto, este capítulo presenta en su primera parte la motivación y el contexto del problema abordado. Las dos secciones posteriores exponen la revisión bibliográfica, y las hipótesis y objetivos definidos para el desarrollo de la investigación. Finalmente, se presenta las principales contribuciones de la investigación, las cuales se presentan en detalle en los tres *papers* que conforman los capítulos restantes del documento.

1.1 Descripción del problema

En la planificación de sistemas de transporte se distinguen los niveles de decisión estratégico, táctico y operacional (presentados en la Figura 1-1). En el nivel estratégico se definen las políticas de servicio enmarcadas dentro de las restricciones financieras del sistema y siguiendo las directrices dadas por los tomadores de decisiones. Las decisiones de un nivel estratégico se revisan muy ocasionalmente con intervalos de por lo menos dos o tres años. El nivel táctico representa el nivel intermedio entre las decisiones a largo y corto plazo y en él se definen los elementos estructurantes del servicio, tales como los trazados de las rutas y sus frecuencias. Tomando como input estos requerimientos operacionales se define la cantidad de personal y material rodante necesarios para atender la demanda. Finalmente, en el nivel operacional se planifica la oferta del servicio para satisfacer los objetivos de nivel de servicio reconociendo el desempeño histórico de los vehículos.

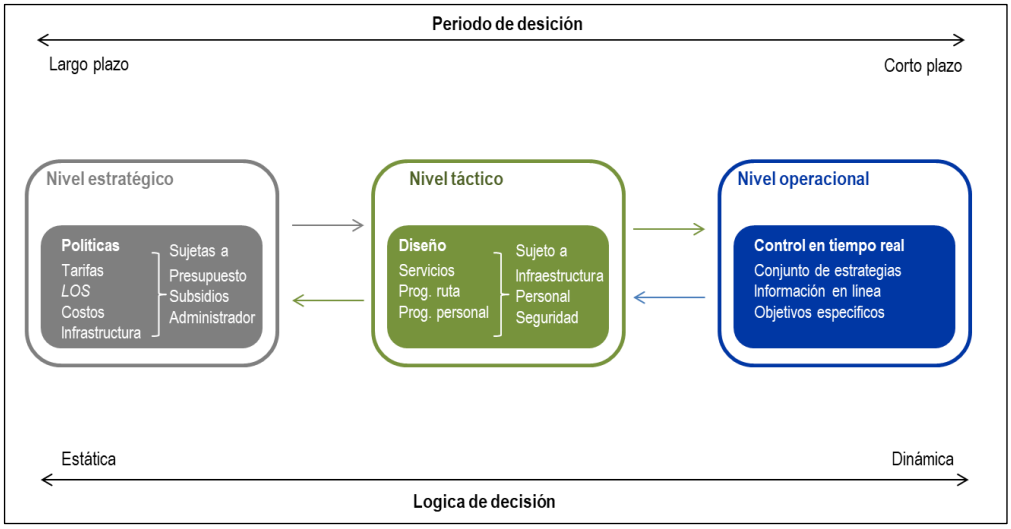

Figura 1-1: Niveles de decisión

Durante la ejecución de la operación, la programación está sujeta a cambios constantes ocasionados principalmente por fluctuaciones en la demanda y oferta. Estas fluctuaciones pueden ser clasificadas como perturbaciones o disrupciones dependiendo si su duración es moderado o alta, respectivamente. La Figura 1-2 muestra un ejemplo

de las fluctuaciones presentes en el sistema que hacen que el plan ejecutado (real) difiera de forma importante del plan programado. En la figura se distinguen los casos en los cuales ocurren perturbaciones y disrupciones. Cuando la duración de los eventos es moderada (perturbaciones) las fluctuaciones pueden ser absorbidas por el plan operacional planificado o reguladas mediante estrategias de control simples que permiten mitigar sus impactos negativos. Sin embargo, cuando los eventos son de duración alta (disrupciones) producen un cambio importante en el plan requiriendo regular la línea mediante estrategias de control complejas que exigen la presencia de personal de apoyo o infraestructura especial para su implementación. Tanto en presencia de perturbaciones o disrupciones, el sistema exige que las decisiones que se tomen sean realizadas de forma rápida y ajustadas de forma constante y dinámica en todo el sistema. Este tipo de características hacen que los problemas que se abordan en el nivel operacional sean complejos y por tal razón han recibido especial atención en las últimas décadas.

Con el desarrollo de nuevas tecnologías de captura y procesamiento de la información, se ha vuelto factible implementar decisiones distribuidas a lo largo de todo el sistema y tomadas en tiempo real. De esta manera, el uso de información proveniente de validadores, torniquetes, y sistemas GPS y de pilotaje automático ha cobrado importancia para el desarrollo de modelos y metodologías de control que hacen posible la mitigación de los efectos negativos de eventos reduciendo los tiempos de respuesta de los controladores. Dentro de este contexto se desarrolla esta investigación, la cual se enfoca en contribuir en la comprensión de las estrategias de control de retención de trenes, control de velocidad y dosificación de pasajeros utilizando la información disponible para diseñar un marco que permita minimizar el costo social del sistema. Este marco de control (mostrado en la Figura 1-3), considera la interacción entre el nivel operacional, en el cual se enfoca la investigación, y el nivel táctico del cual se reciben los inputs impuestos por la planificación. En el nivel operacional se monitorean las variables relevantes para los usuarios y el operador, las cuales están afectadas por perturbaciones y disrupciones que hacen que el sistema se desfase de la operación

regular. Para mitigar los efectos negativos de las perturbaciones y disrupciones, el sistema es controlado por modelos matemáticos (analíticos o de optimización), que involucran el *trade-off* entre los costos de usuarios y operador, aplicando estrategias y políticas de control.

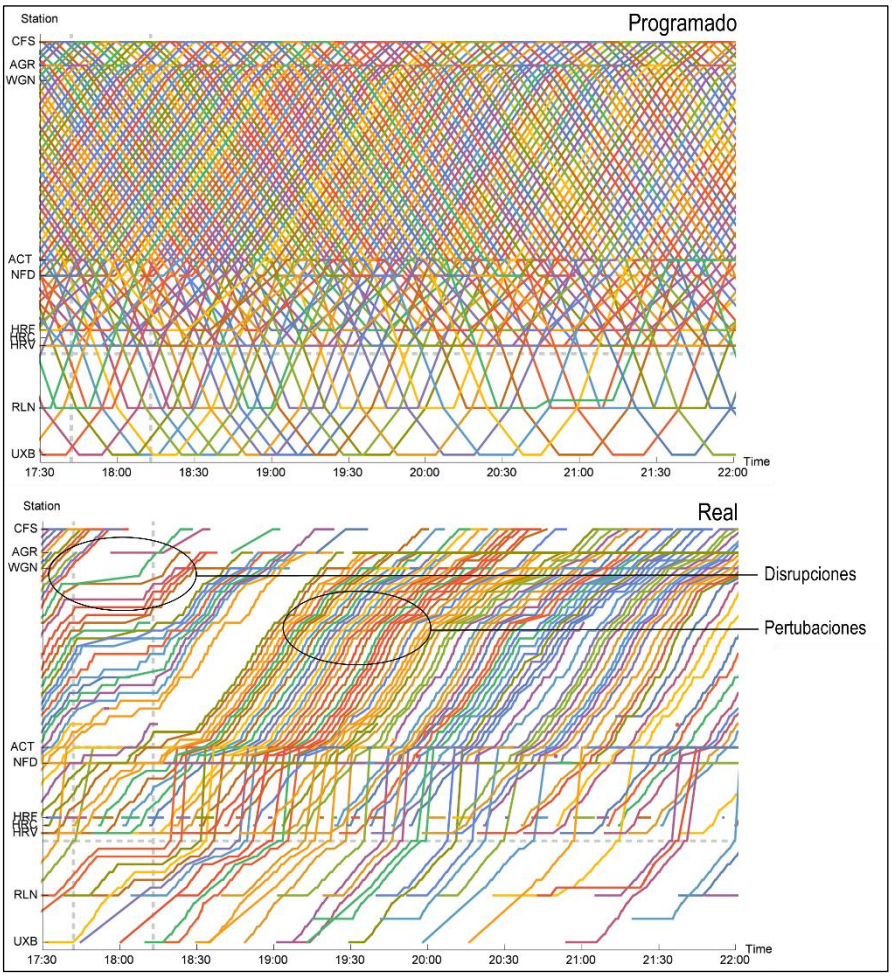

Figura 1-2:Diagrama espacio-tiempo programado para los trenes y respuesta de los controladores para la línea de metro Piccadilly – TfL (Babany, 2015)

Estos modelos están sujetos a la presencia de perturbaciones o disrupciones que deben ser controladas mediante el uso de las estrategias de control disponibles. Producto de la interacción de los modelos de control con los eventos presentes en la línea, es posible definir

políticas de control que acerquen las decisiones de los controladores al desempeño obtenido con modelos sofisticados de control.

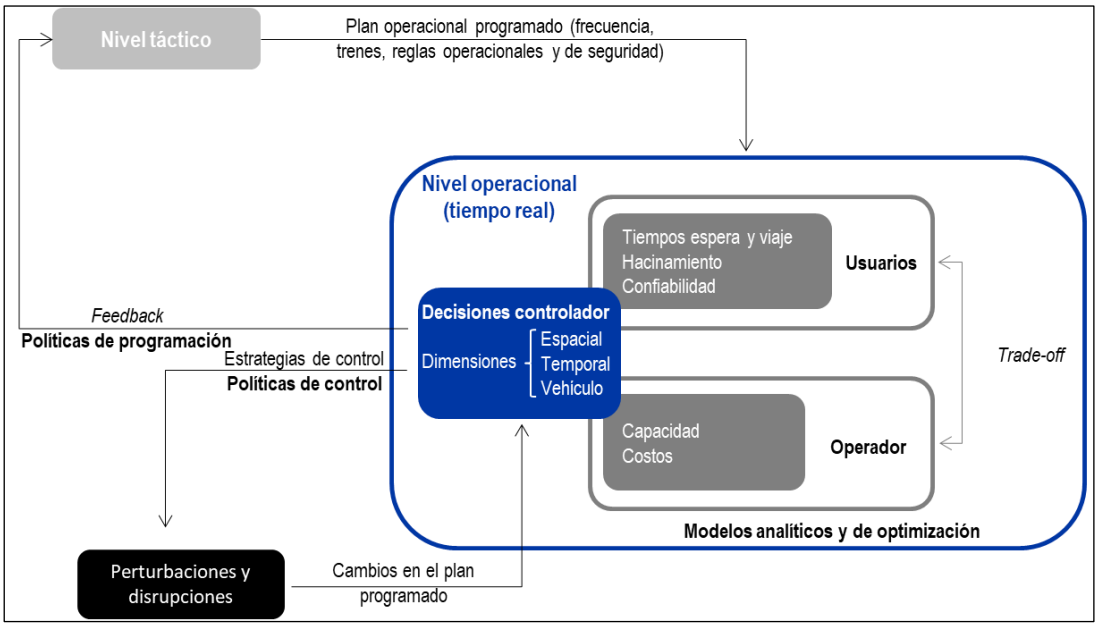

Figura 1-3: Marco de la investigación

1.2 Revisión bibliográfica

En los sistemas de transporte público se pueden distinguir dos principales enfoques operacionales: (i) sistemas basados en horarios y (ii) sistemas basados en frecuencia. En los primeros la demanda es baja y es posible establecer para los vehículos horarios de llegada y salida de las estaciones. De esta manera, los usuarios programan su arribo a las estaciones de acuerdo con los horarios establecidos. De otra parte, cuando la demanda es alta y se opera con alta frecuencia, los usuarios no tienen la necesidad de seguir un horario definido para su arribo a las estaciones, puesto que en condiciones normales, el tiempo promedio de espera es corto. Dentro de este contexto, y bajo el entendido que este trabajo se enmarca en la regulación de sistema de metro de alta demanda, la revisión bibliográfica de las estrategias de control operacional para mejorar la regularidad se enfoca en sistemas basados en frecuencia.

En la literatura se ha abordado el problema de la confiabilidad de los servicios de transporte público con la aplicación de diferentes estrategias operacionales. Eberlein(1995) agrupa estas estrategias operacionales en las categorías de control en estaciones, control entre estaciones y otras. Dentro de cada una de estas categorías se destacan las siguientes estrategias de control aplicables al control operacional de sistemas operados con trenes:

a) Control en estaciones

i) Salto de estaciones

En esta estrategia los vehículos no se detienen en algunos de los paraderos de la ruta. A este grupo pertenecen los expresos, el *deadheading* y los bucles. Al aplicar operación expresa a un vehículo se le hace parar sólo en un conjunto reducido de estaciones, disminuyendo su tiempo de viaje. Esto permite apurar a un vehículo que esté retrasado y cuyo intervalo con el que le precede sea muy largo. Este mecanismo exige que los pasajeros al interior del vehículo cuyo destino sea una de las estaciones afectadas, deban bajarse en una estación previa y subirse al vehículo que le sigue (este esquema se aplica por ejemplo en la línea verde del Metro de Boston). El *deadheading* consiste en despachar un vehículo desde uno de los extremos de la ruta sin parar en ninguna estación hasta el terminal opuesto. Esto normalmente se aplica en el sentido menos cargado de un servicio, permitiendo aumentar la capacidad operacional del sentido más cargado. Por último, los bucles consisten en retornar un vehículo en un punto intermedio del recorrido, aumentando la capacidad operacional del segmento de mayor demanda. Al igual que en la

operación expresa, esta acción exige que los pasajeros afectados se bajen del vehículo y transborden al que le sigue.

ii) Retención

Consiste en mantener detenido un vehículo en una estación durante un determinado periodo de tiempo con el objetivo de regularizar los intervalos.

iii) Dosificación de pasajeros

Se limita el abordaje al vehículo a una fracción de pasajeros que se encuentran esperando en las estaciones a pesar de que el vehículo tiene espacio suficiente para ellos. Esto permite regularizar los intervalos a través de acelerar trenes que vienen muy cargados y retrasados. Esto adicionalmente evita que este tren se convierta en un cuello de botella móvil, lo que reduce el tiempo de ciclo de los trenes aumentando la frecuencia efectiva ofrecida. Asimismo, permite reducir los tiempos de detención de trenes en estaciones, pues en casos de alta congestión estos tiempos son altamente sensibles a la cantidad de pasajeros intentando subir y bajar simultáneamente del tren. Finalmente, esta medida podría también permitir reservar capacidad operacional para atender estaciones aguas abajo. (*e.g.* Metro - Sao Paulo).

b) Control entre estaciones

Se aumentan o disminuyen las velocidades con el objeto de ajustar el intervalo de tiempo entre vehículos. Esta es una de las medidas más sencillas de regulación en

trenes e influye de manera directa en los costos operacionales asociados al consumo de energía.

c) Otras

i) Desvíos

Se redirigen los vehículos por rutas alternas con el objetivo de disminuir los tiempos de recorrido o evitar bloqueos presentes en la ruta original.

ii) Inyección

Inclusión de vehículos adicionales en el tramo más cargado con el objetivo de cumplir la programación, regularizar la operación o aumentar la capacidad operacional. Estos vehículos usualmente son inyectados cuando se gatilla una condición operacional, por ejemplo cuando el intervalo entre dos vehículos consecutivos exceda un determinado umbral. Su aplicación está acotada al lugar en donde se haya reservado el vehículo a ser inyectado.

iii) Reprogramación

Ajuste total de la programación de la operación para incorporar las condiciones ocasionadas por perturbaciones de alta magnitud.

iv) División

Aplicable en el caso de sistemas operados por trenes, en los cuales es posible dividir los trenes en subconjuntos de carros.

Inicialmente las primeras investigaciones se vieron sujetas a las limitaciones impuestas por las tecnologías disponibles. Durante las décadas de los 1970´s y 1980´s se utilizaron datos de conteos manuales para el ajuste de servicios o recogidos a partir de estimaciones con base a datos históricos ya que no se contaba con mediciones en tiempo real del comportamiento operacional de los sistemas. Desde finales de la década de los 1980´s, la información en tiempo real ha sido más relevante y su aplicabilidad más factible. Osuna & Newell (1972) abordan inicialmente las estrategias de control considerando modelos simplificados que incluían un solo punto

de control sobre la ruta, flota uniforme con capacidad infinita, y tiempos de ciclo independientes y uniformemente distribuidos. Posteriormente, Abkowitz et al. (1986), Barnett (1974,1978) y Turnquist & Blume (1980) desarrollan modelos de complejidad similar y sin control en tiempo real incluyendo tiempos de retención y tiempos de espera como variables de decisión.

Con el avance computacional en el área de solución de problemas a gran escala y en la captura de información (*e.g*. sistemas de posicionamiento global, contadores automáticos de pasajeros, tarjetas inteligentes sin contacto) se inició una nueva serie de investigaciones que contemplan la aplicación de control en tiempo real. Estos nuevos planteamientos matemáticos incluyen aspectos más complejos como: (i) incluir horizontes prolongados de predicción, (ii) considerar demanda y tiempo de viaje entre estaciones de manera continua, (iii) permitir el adelantamiento de los vehículos, (iv) funciones objetivo con tiempos de espera en paraderos y en vehículo bajo condiciones de operación normal y bajo la aplicación de retención, (v) incluir la restricción de capacidad de los vehículos, (vi) considerar múltiples puntos de control, y (vii) considerar flotas heterogéneas.

Dentro de las estrategias de control, la más común es la retención de vehículos. Dentro de los primeros trabajos en estudiar su impacto están Ding & Chien (2001) y Eberlein et al. (2001). Ding & Chien (2001) establecen un modelo que minimiza la varianza del intervalo entre vehículos en cada paradero ponderándola por la demanda servida en cada uno de los paraderos. Este modelo es aplicado mediante simulación a un sistema de trenes ligeros disminuyendo en aproximadamente un 20% el tiempo de viaje de los usuarios. Eberlein et al. (2001) presentan un modelo que incluye en su función objetivo el tiempo medio de espera de los pasajeros en las paradas, encontrando que las retenciones aplicadas dependen fuertemente del patrón de los intervalos de despacho. Ambas investigaciones concluyen que el mecanismo de control con retenciones es efectivo para disminuir el tiempo promedio de espera de los pasajeros.

La inclusión de estocasticidad en los modelos permite modelar la incertidumbre de los sistemas de transporte público. Hickman (2001) fue el primero en incluir de manera explícita la estocasticidad en la formulación de los tiempos de viaje, la demanda de pasajeros, y el adelantamiento de los vehículos. Aunque este modelo no considera la restricción de capacidad su enfoque estocástico permite disminuir el número de retenciones en los paraderos garantizando que los tiempos de espera sean levemente menores que usando un enfoque determinístico.

En presencia de congestión, causada por la restricción de capacidad presente en los vehículos, el comportamiento de los sistemas cambia y la capacidad efectiva de las unidades de transporte disminuye. Esto no es contemplado en ninguno de los modelos descritos anteriormente. Zolfaghari et. al (2004) abordan la congestión incluyendo en la función objetivo el tiempo asociado a la espera adicional que deben experimentar los usuarios al no poder abordar un vehículo que alcanza su capacidad. El modelo contempla un horizonte espacial de control limitado a las paradas posteriores en la que se encuentra el vehículo en el momento de análisis. Trabajos posteriores extienden este modelo incluyendo tiempos de espera en vehículo y extendiendo el horizonte espacial de control (Puong, 2008; Sun, 2008).

En la literatura se ha tratado de manera reducida la aplicación conjunta de las estrategias de control. Eberlein (1995) presentó la primera investigación sobre aplicación en tiempo real de las estrategias de *deadheading*, expresos, y retención aplicadas por separado y en conjunto. Eberlein (1995) define modelos determinísticos que contemplan la localización en tiempo real de los vehículos e incluyen el tiempo total de espera de los pasajeros en la función objetivo. Basándose en este trabajo, O'Dell (1997) formula un modelo que incluye retención y bucles con restricción de capacidad en los trenes, enfocándose en el control de contingencias y planteando una formulación lineal de fácil solución en tiempo real.

Shen & Wilson (2001) proponen un modelo en tiempo real para un sistema operado con trenes incluyendo estrategias de *deadheadig*, expresos, y retención para

condiciones determinísticas. El modelo es tipo entero mixto y su relajación es resuelta aplicando el método de *Branch & Bound*. Los autores destacan que las ganancias obtenidas con la aplicación de retención son las más relevantes, mientras que las obtenidas con la aplicación de expresos son marginales. Shen & Wilson (2001) recomiendan realizar investigaciones más profundas relacionadas con la aplicación de modelos estocásticos, la implementación de un modelo secuencial que permita maximizar cada una de las estrategias, y la eliminación de las relajaciones hechas al linealizar el modelo, las cuales pueden afectar la eficacia de la implementación de expresos.

Cortés et al. (2010) proponen un sistema de control predictivo híbrido basado en optimización multiobjetivo contemplando los objetivos de minimizar el tiempo de espera y el impacto de la estrategia aplicada. Se propone la aplicación de las estrategias de retención y salto de estaciones evaluando los objetivos mediante simulación y construyendo una frontera de Pareto pseudoeficiente. De forma similar Sáez et al. (2012) proponen un sistema de control predictivo el cual contempla como objetivo la minimización del tiempo total de viaje de los usuarios y utiliza algoritmos genéticos como herramienta de solución. Delgado et al. (2012) proponen un modelo de optimización sobre un horizonte móvil que minimiza el tiempo total esperado de los usuarios considerando estrategias de retención y dosificación de pasajeros. El modelo permite incluir la restricción de capacidad de los vehículos sin requerir de variables binarias. Esto permite evaluar su desempeño en tiempo real para un corredor urbano de alta frecuencia y distintos niveles de demanda mediante simulación, determinando para cada bus en cada paradero cuánto tiempo debe ser retenido y en qué medida debe ser restringida la cantidad de usuarios que acceden al bus. Delgado et al. (2012) asume conocimiento perfecto de las variables de interés del sistema.

El control de velocidad como estrategia de control ha tenido una reducida aplicación encontrándose sólo dos trabajos que la reportan. Chandrasekar et al. (2002) evalúan mediante simulación el control de velocidad seleccionándola como estrategia de control por dos razones: (i) los pasajeros no perciben el tiempo generado por transitar

a una velocidad más lenta, a diferencia de la retención que es más frecuente en la literatura, y que podría ser considerada inaceptable por los usuarios, y (ii) no se causan demoras adicionales a los demás usuarios de las vías como sí ocurre en estrategias como el control semafórico o que podrían ocurrir con la retención en tráfico mixto si es que no se ofrece la posibilidad de adelantamiento. Chandrasekar et al. (2002) reportan para una ruta simulada que opera con intervalos de entre 5 y 10 minutos, reducciones del 10% en el tiempo de espera para el 80% de los casos simulados y del 20% de reducción en el exceso de tiempo de espera para el 20% de los casos. Daganzo & Pilachowski (2011) proponen un esquema de control adaptativo basado en la idea de cooperación bus a bus y que regula en tiempo real la velocidad crucero de los buses. Daganzo & Pilachowski (2011) señalan que el esquema propuesto permite regular los intervalos de forma más rápida que los métodos de control existentes, además de contar con una lógica simple y descentralizada de fácil aplicación.

La Tabla 1-1 presenta los trabajos analizados en la revisión de literatura de estrategias de control. La primera columna muestra la referencia del estudio, mientras que la segunda presenta la función objetivo utilizada. La tercera columna muestra las estrategias aplicadas en el trabajo y se encuentra dividida en Retención o *Holding* (H), Bucles (B), *Deadheading* (DH), Expresos (E), Control de Velocidad (CV), Dosificación de Pasajeros o *Boarding Limits* (BL), Inyección (I) y Reprogramación (R). Finalmente, la columna TR señala si el trabajo contempla la aplicación de las estrategias en tiempo real, y la columna Sistema muestra si el trabajo fue realizado para un sistema de trenes (T) o de buses (B).

Tabla 1-1: Revisión de literatura sobre estrategias de control

Autores (año)	Función Objetivo - Minimizar	Estrategias								TR	Sistema
		H	B	DH	EX	CV	BL	I	R		
Beberri *et al*. (2015)	T. de espera	x									B
Canca et al. (2012)	T. de espera y viaje		x		x						T
Corman et al. (2012)	T. de espera y viaje y perdida de conexiones								x	x	T
Sáez et al. (2012)	T. de espera y viaje	x			x					x	B
Yu et al. (2012)	T. de espera y costos de operador			x						x	B
Bartholdi & Eisenstein (2012)	Media y varianza del intervalo	x								x	B
Cortes et al. (2011)	T. de acceso, espera y viaje y costos de operador		x	x						x	B
Xuan et al. (2011)	T. de viaje	x									B
Daganzo & Pilachowski (2011)	Varianza intervalo					x				x	B
Nielsen (2011)	T. de espera y costos de operador								x	x	T
Nuñez & Cipriano (2011)	T. de espera y viaje	x								x	T
Chen et al. (2010)	T. de espera y viaje	x								x	B
van Oort (2011)	T. de espera y viaje	x								x	T
Pillajo (2010)	T. de espera y costos de operador	x	x		x			x		x	B
Yavuz et al. (2010)	T. de espera, de transfer. y de viaje y c. de operador		x		x						B
Delgado et al. (2009)	T. de espera y viaje	x					x			x	B
Lüthi (2009)	T. de espera y viaje								x	x	T
D' Ariano (2008)	T. de espera y viaje								x	x	T
van den Boom & De Schutter (2008)	T. de espera y viaje								x	x	T
Tirachini (2007)	T. de espera y de viaje y costos de operador		x	x							B
Chandrasekar et al. (2002)	T. de espera y viaje					x					B
Chiu et al. (2002)	T. de espera y viaje								x		T
Shen & Wilson (2001)	T. de espera y viaje	x	x		x					x	T

Según Vuchic (1981) los componentes principales del costo operacional de un sistema de transporte operado con trenes son los costos asociados a transporte (*e.g*. conductores, supervisores, programadores), mantenimiento de vías, mantenimiento de vehículos, energía y costos generales y administrativos (*e.g*. administración, mantenimiento de estaciones y zonas verdes). Dentro de estos costos de operación, se observa que uno de los principales susceptible de reducir es el costo de energía, el cual representa entre el 5.4% y el 24.8% del costo operacional (Vuchic, 1981; Lukaszewicz, 2001).

Dentro de esta perspectiva diversos trabajos se han enfocado en la reducción del consumo de energía. Milroy (1980) muestra la importancia del *trade-off* entre el consumo de energía y el tiempo de viaje de los usuarios, encontrando que realizando un control adecuado de la operación en rutas con estaciones separadas dos kilómetros un aumento del 10% en el tiempo de viaje puede reducir el consumo energético en un 32%. De igual manera, muestra que para el metro de Milán una pérdida de cinco segundos en la etapa de detención requiere un 20% de energía adicional para mantener la programación prevista.

Milroy (1980) estudia el problema del control de una línea operada con trenes y aplicando el Principio del Máximo de Pontryagin propone una estrategia de conducción óptima que minimiza el consumo de energía. La estrategia define en cada sección de la línea los momentos de transición entre los diversos modos de conducción proponiendo un perfil de velocidad que podría usarse para programación del servicio. Dentro de este mismo enfoque, pero utilizando el principio del máximo Duboviskii-Milyutin, Asnis et al. (1985) ofrece una solución completa al problema del control óptimo de la energía de movimiento de una línea de trenes. Los resultados obtenidos permiten construir una estrategia óptima de control asistida por computador para ser aplicada de forma automática a bordo del tren.

De manera similar a Milroy (1980), Howlett (1990) aplica el Principio el Máximo de Pontryagin para encontrar la estrategia óptima para proveer un viaje de determinada

duración al mínimo costo energético. La estrategia óptima aplica aceleración de manera constante considerado una función de velocidad por partes que respeta las cotas de velocidad dadas por el tramo anterior de recorrido y las velocidades máximas permisibles del sistema. Este trabajo se extiende en Cheng & Howlett (1992) y Pudney & Howlett (1994) determinando las velocidades críticas que no deben ser superadas para garantizar el consumo de energía mínima, y en Howlett & Cheng (1997) analizando líneas de transporte con pendiente variable.

Howlett & Pudney (1995) proponen que los perfiles de velocidad óptimo resultantes de la combinación de potencia y frenado dan lugar a cuatro posibles modos de conducción: (i) Aceleración máxima, operando a potencia máxima y frenado nulo, (i) Velocidad constante, a potencia constante y frenado nulo, (iii) desaceleración gradual, a potencia y frenado nulos y (iv) desaceleración máxima, a potencia nula y frenado máximo.

La Tabla 1-2 ofrece una revisión de trabajos que abordan esquemas de control que consideran el costo de la energía. Esta tabla abarca trabajos desde el año 1998 al 2013 y se encuentra organizada de igual forma que la Tabla 2-I. Nótese que la tercera columna se encuentra divida sólo en *Holding* (H) y Control de Velocidad (CV), puesto que los trabajos revisados solo incluyen la aplicación de estas estrategias de control.

Tabla 1-2: Revisión de literatura sobre estrategias de control que consideran el consumo de energía

Autores (año)	Función Objetivo - Minimizar	Estrategias		TR	Sistema
		H	CV		
Hu et al. (2013)	Costos de energía, emisiones, tiempos de espera y viaje		x		T
Wang et al. (2013)	Costos de energía		x	x	T
Cucala et al. (2012)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Gu et al. (2012)	Costos de energía		x	x	T
Pokorny (2012)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Wanjing (2012)	Costos de energía, emisiones y tiempos de espera y viaje	x	x	x	B
Yang (2012)	Costos de energía y tiempos de viaje		x		T
Ke et al. (2011)	Costos de energía		x	x	T
Kim et al. (2011)	Costos de energía		x		T
Young et al. (2011)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Landi et al. (2008)	Costos de energía		x	x	T
Acampora et al. (2006)	Costos de energía		x	x	T
Mazzarello & Ottaviani (2005)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x	x	T
Liu & Golovitcher (2003)	Costos de energía		x	x	T
Hwang (1998)	Costos de energía y tiempos de viaje		x		T

Las principales conclusiones que se desprenden de la revisión bibliográfica de estrategias de control son las siguientes:

- A pesar de que ha habido avances importantes en la aplicación de estrategias de control en tiempo real para sistemas de transporte público, la aplicación conjunta de varias estrategias ha tenido poco desarrollo, y aún más cuando hablamos de su implementación en

sistemas operados con trenes. Solo dos de los treinta y seis trabajos revisados utilizan entre tres y cuatro estrategias conjuntas.

- Se observa que las estrategias de control de velocidad y retención de trenes han sido ampliamente usadas solo para el control de perturbaciones. Sin embargo, su aplicación al control de disrupciones ha sido reducida y su potencial no ha sido determinado.
- Se observa que la dosificación de pasajeros es una estrategia reguladora ampliamente utilizada en el estado de la práctica para la mitigación de eventos, sin embargo se observa que no existen trabajos que incluyan su implementación en la regulación de disrupciones.
- Desde el punto de vista del consumo de energía la principal estrategia para lograr su reducción es el control de velocidad, reportándose reducciones entre el 6% y el 20%. La determinación de la estrategia de control de velocidad óptima implica la búsqueda de los puntos óptimos de inflexión en el espacio potencia-tiempo en los cuales se varíen los modos de conducción propuestos por Howlett & Pudney (1995). De otra parte, según Pilachowski (2009) esta estrategia disminuye la propagación de perturbaciones en el sistema ya que permite realizar un control continuo en cualquier punto del recorrido y permite ofrecer velocidades superiores a las planificadas, a diferencia de estrategias como retención donde es necesario llegar a un paradero para implementar el control y en que al implementar la medida sólo se logra retrasar a trayectoria del tren afectado.
- Aunque el control de velocidad se ha utilizado extensamente como herramienta para reducir el consumo energético, se observa que su uso como estrategia para mejorar la regularidad ha sido reducido, al igual que su combinación con otras estrategias de control. Solo Wanjing (2012) aborda la reducción de energía utilizando control de velocidad combinada con retención, pero sin establecer un modelo matemático

sino a través de lógicas de control aplicadas de forma secuencial. Por consiguiente, no se reportan trabajos enfocados a sistemas operados con trenes en los cuales se planteen modelos matemáticos que involucren estrategias conjuntas minimizando los costos de los usuarios y los costos de los operadores.

1.1 Hipótesis

Es posible desarrollar un modelo para el control de intervalos en tiempo real en sistemas operados con trenes que consideren múltiples estrategias y reduzcan los costos sociales del sistema. Las hipótesis especificas son las siguientes:

- Es posible desarrollar un modelo de optimización bajo un enfoque determinístico que involucre las estrategias de control en tiempo real de (1) ajuste de velocidad, (2) retención de trenes o *holding* y (3) dosificación de pasajeros o *boarding limits*; que permita la reducción de los costos sociales del sistema de forma más efectiva que los modelos de control existentes.
- Es posible determinar la influencia que tienen las estrategias de control de (1) ajuste de velocidad, (2) retención de trenes o *holding* y (3) dosificación de pasajeros o *boarding limits* en la minimización del costo social cuando la línea de transporte es afectada por disrupciones que deterioran su operación normal.
- Es posible desarrollar un plan *offline* de reacción a contingencias basado en los resultados obtenidos en los modelos propuestos, el cual entregue la acción a ser aplicada basándose en parámetros de operación determinados de manera exógena.

1.2 Objetivos

Formular modelos que permitan implementar múltiples estrategias de control en tiempo real que reduzcan los costos sociales (usuarios y operador) en sistemas de transporte operados con trenes considerando información perfecta de las variables de estado del sistema. Analizar sus resultados, de modo de entender cómo enfrentar disrupciones de distinto nivel de intensidad.

Los objetivos específicos son los siguientes:

- Analizar y formular el problema de operación regular del sistema contemplando información dinámica sobre demanda de pasajeros, velocidad de operación y capacidad de los trenes, teniendo dada una red y sus restricciones operacionales.
- Formular bajo un enfoque determinístico un modelo de optimización que involucre las estrategias de control en tiempo real de (1) ajuste de velocidad, (2) retención de trenes o *holding* y (3) dosificación de pasajeros o *boarding limits*. Estas estrategias podrían ser aplicadas de manera individual o conjunta teniendo en cuenta el impacto tanto a los distintos usuarios involucrados como al operador, y respetando la capacidad limitada de los trenes. Para los usuarios se buscará minimizar los costos asociados a los tiempos de espera en andenes y a bordo de los trenes. Para el operador se buscará minimizar el costo asociado al consumo de energía como función de la velocidad de operación.
- A través de un análisis de casos determinar bajo qué escenarios resulta atractivo considerar una determinada combinación de estrategias.

- Formular bajo un enfoque determinístico un modelo analítico que involucre las estrategias de control en tiempo real de (1) ajuste de velocidad y (2) retención de trenes o *holding*. Este modelo servirá de herramienta para diseñar un plan *offline* de reacción a contingencias basándose en los resultados y herramientas obtenidos con la aplicación de las estrategias de control en tiempo real. Esto es definir a priori cual debiera ser la reacción adecuada en la operación del sistema para enfrentar una perturbación inesperada de determinado tipo en la demanda (*e.g.* afluencia de pasajeros significativamente mayor a la pronosticada en una o más estaciones del sistema) o en la oferta (*e.g.* tren detenido en una estación dada por un periodo de tiempo conocido).

1.3 Contenido de la investigación y contribuciones

El presente documento presenta las principales contribuciones y recomendaciones relacionadas con las estrategias de control para reducir el costo social en sistemas tipo metro. Lo que resta de este documento se encuentra organizado en 4 capítulos, de los cuales los capítulos 2 al 4 presentan en formato *paper* los principales análisis relacionados con la implementación de la estrategia de control de velocidad, el control de disrupciones y el uso de modelos analíticos de control, respectivamente. Dentro de este contexto, debe entenderse que cada uno de estos capítulos son documentos independientes y autocontenidos, que pueden ser leídos de forma independiente. Finalmente, el capítulo 5 presenta las principales conclusiones de la investigación y las futuras líneas de investigación propuestas.

1.3.1 Capítulo 2 - Estrategia de control de velocidad

Este capítulo se enfoca en analizar la estrategia de control de velocidad y determinar su contribución a la reducción de los costos de los usuarios y del consumo energético.

Se resalta la relativamente poca atención prestada al uso del control de velocidad como estrategia para reducir los costos de los usuarios, la cual normalmente se ha aplicado, mediante la definición de perfiles óptimos de velocidad, como principal herramienta para reducir sólo el consumo de energía.

La principal contribución de esta sección es el desarrollo de un modelo de optimización que controla una línea de metro de alta frecuencia operando sin horarios, el cual permite utilizar de forma conjunta o individual las estrategias de control de velocidad, retención de trenes y dosificación de pasajeros con el objetivo de minimizar el costo social del sistema. Como elementos novedosos se destacan:

- Se formula un modelo de optimización continuo con horizonte móvil de predicción que involucra de forma conjunta las estrategias de control de velocidad, retención y dosificación de pasajeros para el control de operaciones en tiempo real.
- La función objetivo incorpora el *trade-off* entre los costos de los usuarios y el costo para el operador. Para el usuario, el objetivo es minimizar los tiempos de espera y en el vehículo (viaje y retención). Para el operador, el objetivo es reducir los costos de energía aumentando el tiempo de viaje entre las estaciones.
- Las estrategias empleadas se pueden aplicar en cualquier momento y ubicación en una línea de metro sin la necesidad de una infraestructura operativa especial, como carriles de adelantamiento o infraestructura especial para realizar bucles.
- El control de velocidad, el cual ha sido poco utilizado como herramienta para el control de servicios sin horario definido, constituye una medida importante para reducir el costo social de una línea de metro.

1.3.2 Capítulo 3 – Control de disrupciones

Este capítulo aborda el control de disrupciones mediante el uso del modelo, planteado en el capítulo 2, para controlar eventos de duración media (5 min.) y de duración alta (10-15 min.). Las principales contribuciones de esta sección son las siguientes:

- Se observa que las estrategias de control de velocidad y retención de trenes han sido ampliamente usadas solo para el control de perturbaciones, encontrándose que su uso para el control de disrupciones ha sido reducido. De esta manera, se estudia la factibilidad de su uso para la mitigación de disrupciones determinándose su potencial de regulación del sistema.
- La dosificación de pasajeros es una estrategia reguladora ampliamente utilizada en el estado de la práctica para la mitigación de eventos y cuyo estudio teórico ha sido reducido. Dentro de este contexto, se cuantifica la contribución de esta estrategia y se define en qué condiciones operacionales, relacionadas con el intervalo de operación y la duración de la disrupción, es conveniente su aplicación en conjunto con las estrategias de control de velocidad y retención de trenes.
- Finalmente, se genera una herramienta de decisión para los tomadores de decisiones con el objetivo de entender el impacto de las disrupciones en el sistema. Para lograr este objetivo se introducen como indicadores el costo social de la disrupción y el tiempo de la fase recuperación necesario para estabilizar el sistema.

1.3.3 Capítulo 4 - Políticas de control

Este capítulo propone una secuencia de modelos analíticos que permiten implementar estrategias de control de velocidad y retención de trenes de forma conjunta para el control de perturbaciones y disrupciones. El punto de partida de los análisis realizados

en esta sección son los resultados obtenidos aplicando el modelo para estudiar los escenarios analizados en los capítulos 2 y 3 de la investigación. El principal objetivo de este aparte es entender las decisiones óptimas del modelo de optimización permitiendo la generación de políticas de control. Las principales contribuciones de esta sección se presentan a continuación:

- Se propone una estrategia liviana en uso computacional para enfrentar disrupciones en la operación de una línea de metro. La estrategia integra dos modelos que determinan el tiempo de retención de los trenes al ocurrir la disrupción y la velocidad de los trenes entre estaciones. Se muestra que esta estrategia debiera ser factible de implementar por controladores humanos ofreciendo un desempeño que se acerque al de sistemas expertos que toman acciones con base a la optimización simultánea de una gran cantidad de variables del sistema.
- Se propone una formulación que representa el tiempo de retención de los trenes en las estaciones al momento de gatillarse la disrupción y después de que ésta ha terminado.
- Se desarrolla una formulación analítica para determinar la velocidad óptima a la cual viajar entre dos estaciones sucesivas. Esta permite observar su dependencia respecto de parámetros como la carga del tren, el número de pasajeros esperando en la estación aguas abajo y el valor del tiempo de los usuarios. Se identifican diferencias importantes si el valor del tiempo en vehículo crece con la carga de tren en comparación a si se considera un valor del tiempo constante.

2. CONTROL DE UNA LÍNEA DE METRO MEDIANTE AJUSTES DE VELOCIDAD Y RETENCIÓN DE PASAJEROS: MENORES TIEMPOS DE VIAJE Y CONSUMO DE ENERGÍA

Carlos Bueno Cadena[1], Juan Carlos Muñoz[1]

[1] Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

2.1 Introducción

Muchas líneas de Metro del mundo operan con frecuencias medias o altas (mayor a 6 vehículos por hora). En estos casos usualmente la operación no se ajusta estrictamente a un horario pues las perturbaciones propias de la operación lo impiden. En estos casos lo que se procura es mantener una frecuencia lo más alta y regular posible. Mantener los vehículos de una línea de transporte público con este nivel de frecuencia (sean estos buses o trenes) operando bajo intervalos regulares es una tarea importante y difícil.

La regularidad de intervalos es importante pues la variabilidad entre intervalos sucesivos tiene al menos tres efectos en el nivel de servicio recibido por el usuario: i) la confiabilidad cae pues el usuario no sabe cuánto tiempo deberá esperar en la estación lo que puede resultar especialmente costoso para viajes en que se debe llegar en un horario comprometido (*e.g.* viajes al trabajo y al estudio), ii) aumenta el tiempo de espera promedio que crece con la varianza de los intervalos, y iii) deteriora el nivel de comodidad pues algunos vehículos pasarán mucho más llenos que otros, siendo los primeros vehículos experimentados por muchos más usuarios que los segundos, aumentando de esta forma la variabilidad en la comodidad experimentada por los usuarios. Desde el punto de vista de los operadores, la variabilidad en los intervalos exige que para poder garantizar el cumplimiento de un determinado plan operacional (es decir una determinada frecuencia de trenes desde cada cabezal en determinados periodos de tiempo), se requieran más conductores y vehículos que los necesarios si el

sistema operara regularmente. Adicionalmente en sistemas operados con trenes, la irregularidad ocasiona que intentando cumplir con esta programación planificada, se opere a velocidades inadecuadas desde el punto de vista de consumo de energía.
La regularidad de intervalos es una tarea difícil pues debido a la variabilidad inherente en la llegada de pasajeros a estaciones y en los tiempos de viaje entre estaciones sucesivas, los vehículos tienden a alejarse de la operación perfectamente regular. Basta que un vehículo se retrase respecto de su posición ideal entre el vehículo que le precede y le sigue, para que cada vez que llegue a una estación haya más pasajeros esperando para subir y por lo tanto comenzará a circular con más pasajeros que lo normal. Así, tardará más tiempo en cargar y descargar pasajeros en las estaciones y por lo tanto su velocidad de operación caerá. El fenómeno opuesto ocurrirá con el vehículo que le sigue que circulará a una velocidad superior a la normal. De esa forma las trayectorias de ambos vehículos tenderán a juntarse.

Como estrategias para mitigar estos efectos negativos en la literatura se han propuesto diferentes estrategias operacionales que utilizan la información del sistema de transporte público para predecir su comportamiento y para controlarlo de forma óptima. Se observa, que si bien la literatura reporta importantes avances en el control de operaciones en tiempo real para sistemas de transporte público, el estudio conjunto de estrategias ha sido reducido. En el caso de transporte ferroviario, aunque el control de velocidad se ha utilizado extensamente como herramienta para reducir el consumo energético, su uso como estrategia para mejorar también la regularidad y su combinación con otras estrategias de control ha sido reducido.

La disponibilidad de nuevas tecnologías ha abierto una gran oportunidad para explotar la información disponible en tiempo real relacionada con aspectos tales como la posición de los vehículos, la carga de pasajeros en los vehículos y en las estaciones, la evolución de los patrones de viaje origen-destino y la velocidad de los vehículos, facilitando de esta forma la mitigación de los impactos asociados a la irregularidad de los intervalos en líneas de transporte público.

En este capítulo se propone un modelo de programación matemática, en que se permite ajustar en tiempo real la operación de una línea usando conjuntamente las estrategias de control de velocidad, retención de trenes en estaciones y dosificación de ingreso de pasajeros a los trenes. El objetivo buscado es minimizar el costo social de la línea. Para los usuarios se minimizan los costos asociados a los tiempos de espera en las estaciones y los tiempos de viaje a bordo de los trenes. Para el operador se minimiza el costo asociado con el consumo de energía como una función de la velocidad de operación.

El presente capítulo se encuentra dividido en cinco secciones. La sección 2 presenta la revisión bibliográfica abarcando las estrategias para control de regularidad y reducción de energía. En la sección 3 se presentan las características del sistema modelado y la formulación matemática para el consumo de energía y el control en tiempo real de la línea de metro. La sección 4 muestra la plataforma de simulación utilizada y los escenarios simulados para medir el desempeño del modelo de control. En la sección 5, se presentan los resultados obtenidos al comparar los escenarios con control utilizando las estrategias de retención de trenes y control de velocidad con los resultados obtenidos al aplicar control simple.

2.2 Revisión bibliográfica

En la literatura se ha abordado el problema de irregularidad de intervalos entre vehículos consecutivos de un servicio de transporte público mediante la aplicación de diferentes estrategias operacionales. De acuerdo a Eberlein (1995), podemos agrupar las estrategias operacionales en tres categorías: control en estaciones, control entre estaciones y otras.

a) Control en estaciones

   (i) Salto de estaciones: En esta estrategia los vehículos no paran en algunos de los paraderos de la ruta. A este grupo pertenecen los expresos, el *deadheading* y los bucles. Los expresos disminuyen los tiempos de viaje parando solo en un conjunto reducido de

estaciones. El *deadheading* aumenta la capacidad operacional del sentido más cargado haciendo que cierta porción de vehículos una vez llegan a uno de los extremos de la ruta se devuelvan sin parar en ninguna estación. Los bucles aumentan la capacidad operacional del segmento de mayor demanda haciendo que parte de la flota realice ciclos cortos en él.

(ii) Retención: Se mantienen detenidos los vehículos en las estaciones durante un determinado periodo de tiempo con el objetivo de regularizar los intervalos.

(iii) Dosificación de pasajeros: Se limita el abordaje a una fracción de pasajeros que se encuentran esperando en las estaciones con el objetivo de regularizar los intervalos a través de acelerar trenes que vienen muy cargados y retrasados. Esto adicionalmente evita que este tren se convierta en un cuello de botella móvil lo que reduce el tiempo de ciclo de los trenes aumentando la frecuencia efectiva ofrecida. Así mismo, permite reducir los tiempos de detención de trenes en estaciones, pues en casos de alta congestión estos tiempos son altamente sensibles a la cantidad de pasajeros intentando subir y bajar simultáneamente del tren. Finalmente, esta medida podría también permitir reservar capacidad operacional para atender estaciones aguas abajo.

b) Control entre estaciones

(i) Control de velocidad: Se aumentan o disminuyen las velocidades con el objeto de ajustar el intervalo de tiempo entre vehículos. Esta es una de las medidas más sencillas de regulación e influye de manera directa en los costos operacionales asociados al consumo de energía.

c) Otras

(i) Desvíos: Se redirigen los vehículos por rutas alternas con el objetivo de disminuir los tiempos de recorrido o evitar bloqueos presentes en la ruta original.

(ii) Inyección: Inclusión de vehículos adicionales en el tramo más cargado con el objetivo de cumplir la programación, regularizar la operación o aumentar la capacidad operacional.

(iii) Reprogramación: Ajuste total de la programación para lograr incluir las condiciones ocasionadas por perturbaciones de alta magnitud.

Inicialmente las primeras investigaciones se vieron sujetas a las limitaciones impuestas por las tecnologías disponibles. Durante las décadas de los 1970´s y 1980´s se utilizaron datos de conteos manuales para el ajuste de servicios ya que no se contaba con mediciones en tiempo real del comportamiento operacional de los sistemas. Desde finales de la década de los 1980´s, la información en tiempo real ha sido más relevante y su aplicabilidad más factible. Osuna & Newell (1972) abordan inicialmente las estrategias de control considerando modelos simplificados que incluían un solo punto de control sobre la ruta, flota uniforme con capacidad infinita, y tiempos de ciclo independientes y uniformemente distribuidos. Posteriormente, Abkowitz et al. (1986), Barnett (1974,1978) y Turnquist & Blume (1980) desarrollan modelos de complejidad similar y sin control en tiempo real incluyendo tiempos de retención y tiempos de espera como variables de decisión.

La creciente disponibilidad de nuevas tecnologías en los sistemas de transporte público basadas principalmente en sistemas de posicionamiento global, contadores automáticos de pasajeros y sistemas automáticos de pago de tarifa, ha dado paso a una serie de trabajos que contemplan la aplicación de medidas de control en tiempo real.

Estos trabajos usualmente consideran un modelamiento más complejo del sistema que lo implementado en trabajos previos. Los modelos publicados recientemente consideran algunos de los siguientes aspectos: (i) existencia de un horizonte de predicción, (ii) demanda y tiempo de viaje entre estaciones de manera continua, (iii) posibilidad de adelantamiento, (iv) funciones objetivo con tiempos de espera en paraderos y en vehículo bajo condiciones de operación normal y bajo la aplicación de retención, (v) restricción de capacidad en vehículos, (vi) múltiples puntos de control, (vii) flotas heterogéneas , y (viii) métodos de solución aplicando heurísticas y metaheurísticas. Una selección de los trabajos que desarrollan modelos de control de regularidad se listan en la Tabla 2-1, indicando para cada uno la función objetivo desarrollada, las distintas estrategias de control usadas, el sistema de transporte modelado y si el trabajo incluyó su aplicación en tiempo real. En cada de uno de estos trabajos, el objetivo de implementar estas estrategias es reducir los tiempos de los usuarios, los costos de operación o la suma de ambos.

En el caso de una línea de metro, uno de los principales componentes del costo de operación susceptible de reducirse es el costo de energía, el cual representa entre el 5.4% y el 24.8% del costo operacional (Vuchic, 1981; Lukaszewicz, 2001). Dentro de esta perspectiva diversos trabajos se han enfocado en la reducción del consumo de energía (Garnier & Riodel,1979; Howard, 1979; Milroy, 1980). Para encontrar la estrategia óptima para proveer un viaje entre estaciones en un tiempo de viaje dado al mínimo costo energético Howlett & Pudney (1995) aplica el Principio del Máximo de Pontryagin. Éste determina que el perfil de velocidad óptimo corresponde a un proceso de cuatro etapas: (i) aceleración máxima constante operando a potencia máxima (velocidad crece en forma lineal), (i) mantener la potencia constante circulando a velocidad constante (sin exceder la velocidad máxima permitida), (iii) mantener el tren operando sin potencia ni frenado (*coasting*) y (iv) aplicar frenado máximo. Una visión general de la aplicación de estrategias para la optimización de los perfiles de velocidad en sistema de transporte con operación basada en horarios es presentada en Albrecht et al. (2011).

Tabla 2-1: Revisión de literatura sobre estrategias de control

Autores (año)	Función Objetivo - Minimizar	Estrategias								TR	Sistema
		H	B	DH	EX	CV	BL	I	R		
Berrebi et al. (2015)	T. de espera	x									B
Canca et al. (2012)	T. de espera y viaje		x		x						T
Corman et al. (2012)	T. de espera y viaje y perdida de conexiones								x	x	T
Sáez et al. (2012)	T. de espera y viaje	x			x					x	B
Yu et al. (2012)	T. de espera y costos de operador			x						x	B
Bartholdi & Eisenstein (2012)	Media y varianza del intervalo	x								x	B
Cortes et al. (2011)	T. de acceso, espera y viaje y costos de operador		x	x						x	B
Xuan et al. (2011)	T. de viaje	x									B
Daganzo & Pilachowski (2011)	Varianza intervalo					x				x	B
Nielsen (2011)	T. de espera y costos de operador								x	x	T
Nuñez & Cipriano (2011)	T. de espera y viaje	x								x	T
Chen et al. (2010)	T. de espera y viaje	x								x	B
van Oort (2011)	T. de espera y viaje	x								x	T
Pillajo (2010)	T. de espera y costos de operador	x	x		x			x		x	B
Yavuz et al. (2010)	T. de espera, de transfer. y de viaje y c. de operador		x		x						B
Delgado et al. (2009)	T. de espera y viaje	x					x			x	B
Lüthi (2009)	T. de espera y viaje								x	x	T
D' Ariano (2008)	T. de espera y viaje								x	x	T
van den Boom & De Schutter (2008)	T. de espera y viaje								x	x	T
Tirachini (2007)	T. de espera y de viaje y costos de operador		x	x							B
Chandrasekar et al. (2002)	T. de espera y viaje					x					B
Chiu et al. (2002)	T. de espera y viaje								x		T
Shen & Wilson (2001)	T. de espera y viaje	x	x		x					x	T

Un listado de las publicaciones más recientes relacionadas con estrategias para la reducción de energía se muestran en la Tabla 2-2, la cual sigue la estructura de la Tabla 2-1, excepto que en estos trabajos solo se utilizan las estrategias de control de velocidad y retención. Algunos de los avances discutidos en estos trabajos han sido implementados en programas computacionales comerciales como General Electric's Trip Optimizer, Bombardier's INTERFLO 50, y Knorr-Bremse's LEADER (Yang et al. 2016).

Tabla 2-2: Revisión de literatura sobre consumo de energía

Autores (año)	**Función Objetivo - Minimizar**	**Estrategias**		**TR**	**Sistema**
		H	**CV**		
Hu et al. (2013)	Costos de energía, emisiones, tiempos de espera y viaje		x		T
Wang et al. (2013)	Costos de energía		x	x	T
Cucala et al. (2012)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Gu et al. (2012)	Costos de energía		x	x	T
Pokorny (2012)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Wanjing (2012)	Costos de energía, emisiones y tiempos de espera y viaje	x	x	x	B
Yang (2012)	Costos de energía y tiempos de viaje		x		T
Ke et al. (2011)	Costos de energía		x	x	T
Kim et al. (2011)	Costos de energía		x		T
Young et al. (2011)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x		T
Landi et al. (2008)	Costos de energía		x	x	T
Acampora et al. (2006)	Costos de energía		x	x	T
Mazzarello & Ottaviani (2005)	Costos de energía, tiempos de espera y viaje		x	x	T
Liu & Golovitcher (2003)	Costos de energía		x	x	T
Hwang (1998)	Costos de energía y tiempos de viaje		x		T

La relativamente poca atención prestada hasta ahora al uso de estrategias combinadas, a pesar de los importantes avances recientes en el control en tiempo real de las

operaciones del sistema de transporte público, (que como ya hemos señalado, es la inspiración para el presente estudio) es particularmente evidente en el área de sistemas de alta frecuencia basados en rieles que no operan en un horario fijo. Las líneas de metro, por ejemplo, típicamente aplican control de velocidad usando perfiles de velocidad óptimos como su principal herramienta para reducir el consumo de energía, pero pocos análisis publicados lo han usado para mejorar la regularidad del servicio. La principal contribución del presente artículo es, por lo tanto, el desarrollo de un modelo matemático que contribuya en este enfoque mediante la aplicación conjunta de múltiples estrategias para regular una línea de metro sin un horario fijo, mientras se minimiza el costo social tanto del tiempo del usuario como del consumo de energía del sistema. Para apreciar mejor cómo el enfoque propuesto difiere y amplía los existentes, sus aspectos novedosos se resumen a continuación.

- La función objetivo contempla el *trade-off* entre costos asociados a usuarios y operador. En el caso de los usuarios, el objetivo es minimizar los costos relacionados con los tiempos de espera en las estaciones y con los tiempos en vehículo (viaje y retención). Para el operador, el objetivo es reducir los costos asociados al consumo de energía, los cuales disminuyen al aumentar los tiempos de viaje entre estaciones.
- Las estrategias utilizadas pueden ser aplicadas en cualquier momento y sin requerir la utilización de infraestructuras operacionales especiales (bucles o carriles de sobrepaso).
- Se explora el uso de la regulación de velocidad como un elemento de control relevante para la reducción del costo social de la línea, y cuya estrategia ha sido utilizado de forma reducida para el control de regularidad en sistemas operados sin horario.

2.3 Modelos

El enfoque de solución propuesto considera un sistema compuesto por una línea urbana de metro, en forma de bucle o circuito, que atiende *N* estaciones y en donde

el nodo N+1 coincide con el nodo 1 y es considerado el terminal único del servicio. Sobre el corredor circulan K trenes a los cuales no se les permite realizar adelantamiento ni acercarse entre sí más allá de una distancia de seguridad. Los trenes están enumerados de modo tal que su índice aumenta aguas arriba en la línea, y el tren K circula inmediatamente aguas abajo del tren 1. Los trenes cuentan con una capacidad fija y conocida. Las otras características relevantes del sistema son las siguientes:

- El tiempo total de operación de la línea de metro se divide en los períodos diarios habituales (*e.g* punta mañana, fuera de punta y punta tarde). Dentro de cada período, el flujo de demanda de pasajeros que acceden a las estaciones y la distribución de probabilidad de esta demanda entre cada par de estaciones de origen-destino son fijas y conocidas. Enfoques similares han sido utilizados por Yin et al. (2016), Huang et al. (2016), y Niu & Zhou (2013), que modelan la llegada de pasajeros como un proceso estocástico dependiente del tiempo siguiendo una distribución de probabilidad dada y que son información de entrada de los modelos a través de la matriz de viaje entre estaciones en la línea.
- Los trenes no pueden adelantar y deben mantener entre ellos una brecha de seguridad. Esto excluye el uso de estrategias de salto de estaciones.
- El sistema tiene grandes radios de curvatura, gradientes poco profundos y distancias cortas entre estaciones De acuerdo con Howlett & Pudney (1995) (ver Revisión bibliográfica), con estas características, las cuatro fases de un perfil operativo óptimo colapsan a tres, las cuales son aceleración máxima, *coasting* y frenado máximo. Con el objetivo de permitir la simplificación matemática de la formulación de consumo de energía asumimos el cambio de la fase de *coasting* a fase de velocidad constante, permitiendo contar con una aproximación razonable a un perfil

> eficiente de energía. Esta misma simplificación es utilizada en Li & Lo (2014) y Li & Lo(2014b) y sustentada con base en datos reales de una línea del metro de Dalian en China. Ellos definen que, dado que la resistencia al movimiento en sistemas tipo metro es muy baja, la conservación de energía obtenida a través de la fase de *coasting* es muy pequeña.

El enfoque propuesto consiste en dos modelos. El primero formula el consumo de energía de los trenes, mientras que el segundo es el modelo de control en tiempo real. El consumo de energía se genera utilizando perfiles de velocidad entre estaciones en función de dos variables de decisión del modelo de control: el número de pasajeros que debe transportarse (es decir, la carga de pasajeros dentro del tren) y el tiempo de desplazamiento entre estaciones. La salida del primer modelo, es por lo tanto, la entrada del segundo, que luego resuelve el problema de control teniendo en cuenta el *trade-off* entre los costos del usuario y los costos de energía.

El modelo de control de los trenes sigue la metodología propuesta por Delgado et. al (2012), en la que se formula un modelo de optimización que representa la evolución futura del sistema desde el momento en que un tren llega a una estación, y aborda un horizonte de tiempo dado. Así, cada vez que un tren llega a una estación, se debe ejecutar este modelo. Las variables del modelo corresponden a las decisiones de control (control de velocidad, retención y dosificación de pasajeros) que es posible tomar en cada tren en cada momento de dicho horizonte. Este modelo supone una evolución determinística del sistema, en que cada una de las variables de naturaleza estocástica toman los valores promedio de cada distribución. Así, si la llegada de pasajeros a una estación es en promedio 20 pasajeros por minuto, en el modelo matemático se supondrá que llegan exactamente 20 pasajeros en cada minuto.

El resultado de este modelo consistirá en el conjunto de medidas de control recomendadas para cada tren durante el horizonte. Delgado et. al (2012) argumenta que las medidas de control más cercanas al momento en que se inicia la optimización están menos afectadas por el supuesto de relajar la naturaleza

estocástica del sistema y por lo tanto sugiere implementar sólo la medida que afecta al tren que gatilla la optimización. Así, dado que es posible ejecutar este modelo sucesivamente durante un periodo de operación de la línea cada vez que un tren llega a una estación, nos referimos a este modelo como uno que opera bajo un horizonte móvil.

Como se observa en la Revisión bibliográfica, nuestro modelo de control cuenta con dos ventajas: (i) es continuo, aunque algunas variables del problema son discretas por naturaleza (*e.g* capacidad limitada del tren) y (ii) el dominio de las restricciones es lineal. Son estas características las que permiten que el modelo se implemente en tiempo real. El horizonte temporal se define como el tiempo requerido para que el tren visite cada estación en el sistema, es decir, para completar un solo ciclo. Los dos modelos se describen a continuación.

2.3.1 Formulación del consumo de energía óptima

La formulación matemática para el cálculo de la energía consumida por el tren k que circula entre las estaciones n y n+1 asume que este tramo se recorre usando la mínima energía posible. Este consumo dependerá tanto de la carga de pasajeros presente en el tren como del tiempo de desplazamiento que tardará entre las estaciones que conforman el tramo. Ambos argumentos de la función de costo energético quedan descritos como m_{kn} y t_{kn} que corresponden a la carga de pasajeros del tren k al llegar a la estación n y al tiempo que el tren k demora en desplazarse entre las estaciones n y n+1, respectivamente. El perfil de velocidades considerado contemplará sólo tres secciones tal como se indica en la Figura 2-1: aceleración máxima, velocidad crucero y frenado máximo. Este perfil solo considera consumo de energía en las dos primeras secciones.

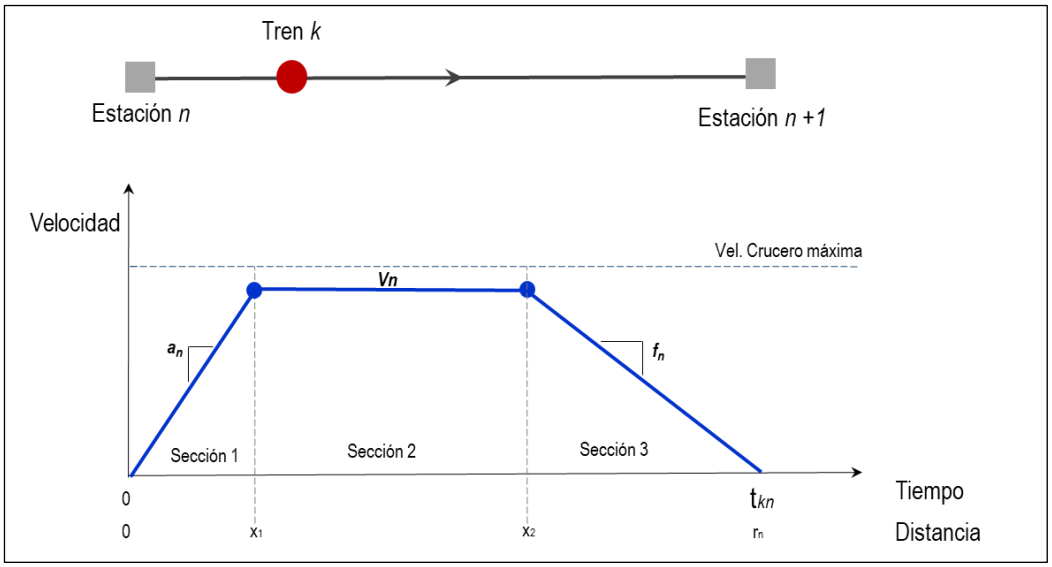

Figura 2-1: Perfil de velocidad

a) Notación

A continuación, se presentan los índices, los parámetros y las variables utilizadas en la formulación del consumo energético:

i) Índices

k: índice de los trenes, $k = 1,..,|K|$.

n: índice de las estaciones, $n = 1,..,N+1$.

s: índice de las secciones, $s = 1,2,3$.

ii) Parámetros

a_n: máxima aceleración del tren entre las estaciones n y $n+1$.

f_n: máxima desaceleración del tren entre las estacciones n y $n+1$.

C_1, C_2, C_3: coeficientes de fricción con la superficie recomendados por Vuchic (1981).

C_a: coeficiente de fricción con el aire recomendado por Vuchic (1981).

g: aceleración producida por la gravedad.

M: masa del tren.

τ: masa de un pasajero promedio.

A: área frontal del tren (para cálculo de la fricción con el aire).

V_a: velocidad del aire.

p: fuerza axial.

K_n: radio de curvatura representativo entre las estaciones n y $n+1$.

i_n: pendiente representativa entre las estaciones n y $n+1$.

r_n: radio de curvatura representativo entre las estaciones n y $n+1$ (expresada en porcentaje).

iii) Variables

$V(x)_{ks}$: velocidad del tren k en el tramo s.

V_n: *velocidad crucero de los trenes entre las estaciones* n *y* $n+1$.

t_{kn}: tiempo de viaje del tren k entre las estaciones n y $n+1$.

m_{kn+1}: número de pasajeros abordando el tren k cuando arriba a la estación $n+1$.

b) Formulación del consumo de energía óptimo

El consumo de energía en la línea es función de la fuerza motora aplicada por unidad de espacio recorrido. La energía requerida para desplazar el tren *k* entre la estación *n* y la *n*+1 podemos expresarla como:

$$E_{kn} = \sum_{s=1}^{3} E_{kns} = \sum_{s=1}^{3} \int_{x_a(s,n)}^{x_b(s,n)} Fm_{kns}(x)dx \qquad (2\text{-}1)$$

donde

E_{kns}: energía total usada por el tren k para moverse sobre la sección s entre las estaciones n y $n+1$ $\quad \forall k, n, s$.

$Fm_{kns}(x)$: Fuerza motora requerida para desplazar el tren k sobre el punto x de la sección s entre las estaciones n y $n+1$ $\quad \forall k, \forall n, \forall s$.

$x_a(s,n)$: Posición inicial de la sección s entre las estaciones n y $n+1$, $\forall n, \forall s$.

$x_b(s,n)$: Posición final de la sección s entre las estaciones n y $n+1$, $\forall n, \forall s$.

La fuerza motora en cada instante del recorrido está dada por la fuerza necesaria para producir avance y por la fuerza de rozamiento Fr_{kns} que representa la resistencia al avance producida por efecto de la superficie e inclinación, el aire, y por la curvatura del tramo. De esta forma, la fuerza motora es:

$$Fm_{kns} = (M + (\tau \cdot m_{kn+1}))a_n + Fr_{kns} \quad (2\text{-}2)$$

La fuerza de fricción Fr_{kns} es la suma de las expresiones para los tres componentes de la resistencia indicadas arriba y formuladas por Vuchic (1981) de la siguiente manera:

i) Resistencia dada por la superficie y la inclinación:

$$Fs_{kns} = \left(C_1 + \frac{C_3}{p} + 10 \cdot i_n + C_2 \cdot V(x)_{ks}\right) \cdot ((M + \tau \cdot m_{kn+1}) \cdot g) \quad (2\text{-}3)$$

ii) Resistencia dada por la fricción del aire:

$$Fa_{kns} = C_a \cdot A \cdot (V(x)_{ks} - V_a)^2 \quad (2\text{-}4)$$

iii) Resistencia dada por la curvatura del tramo:

$$Fc_{kns} = \frac{650}{K_n - 55} \cdot ((M + \tau \cdot m_{kn+1}) \cdot g) \quad (2\text{-}5)$$

Sustituyendo las Ecuaciones (2-2)-(2-5) y reorganizando los términos tenemos:

$$Fr_{kns} = \left(C_B \cdot V(x)_{ks}^2\right) + (C_D \cdot V(x)_{ks}) + C_E \quad (2\text{-}6)$$

donde

$$C_B = C_a.A \quad (2\text{-}7)$$

$$C_D = \left(C_2 \cdot (M + \tau \cdot m_{kn+1} \cdot g)\right) - [2 \cdot V_a \cdot C_a \cdot A] \quad (2\text{-}8)$$

$$C_E = \left[\left(C_1 + \frac{C_3}{p} + 10 \cdot i + \frac{650}{K - 55}\right)(M + \tau \cdot m_{kn+1} \cdot g)\right] + [C_a \cdot A \cdot V_a^2] \quad (2\text{-}9)$$

Reemplazando las Ecuaciones (2-6) a (2-9) en la Ecuación (2-2) y la expresión resultante en la Ecuación (2-1), es posible calcular el consumo de energía óptimo para el tren *k* entre las estaciones *n* y *n*+1 para las secciones 1 y 2. La energía total consumida está dada por:

$$E_{kn}\{m_{kn+1}, t_{kn}\} = \frac{\left(M + (\tau \cdot m_{kn+1})\right)V_n^2}{2} + \frac{C_B \cdot V_n^4}{4 \cdot a_n} + \frac{C_D \cdot V_n^3}{3 \cdot a_n} + \frac{C_E \cdot V_n^2}{2 \cdot a_n} + \left(\left((C_B \cdot V_n^2) + (C_D \cdot V_n) + C_E\right)\left(r_n - \frac{V_n^2}{2 \cdot a_n} - \frac{V_n^2}{2 \cdot f_n}\right)\right) \quad (2\text{-}10)$$

donde

$$V_n = \frac{t_{kn} - \left(t_{kn}^2 - 2 \cdot r_n\left(\frac{1}{a_n} + \frac{1}{f_n}\right)\right)^{0.5}}{\frac{1}{a_n} + \frac{1}{f_n}} \quad (2\text{-}11)$$

Con el objetivo de facilitar la implementación de (2-10) y (2-11) en el modelo de control descrito en la siguiente sección, estas expresiones se han referido a las variables de t_{kn} y m_{kn+1} que son utilizadas en dicho modelo. El cociente entre la distancia entre estaciones r_n y t_{kn} corresponde a la velocidad de circulación entre estaciones. La expresión matemática resultante de este modelo para la energía consumida entre estaciones resulta demasiado compleja para ser incluida en el modelo de control. Para obtener una versión simplificada, y recordando que la energía cinética crece con la carga y el cuadrado de la velocidad, se propone la siguiente expresión con base a tres coeficientes que es necesario calibrar $(\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3)$:

$$E_{kn}\{m_{kn+1}, t_{kn}\} = \epsilon_1 + (\epsilon_2 \cdot m_{kn+1}) + \epsilon_3\left(\frac{r_n}{t_{kn}}\right) \quad (2\text{-}12)$$

2.3.2 Formulación del modelo de control

El problema de control se aborda mediante la formulación de un modelo de programación matemático determinístico basado en el modelo propuesto por Delgado et al. (2012) y considera la aplicación de las estrategias de retención, dosificación de pasajeros y control de velocidad para minimizar el costo social del sistema (usuarios y operador). Para los usuarios se contemplan los costos asociados a sus tiempos de espera y viaje a bordo de los trenes. Para el operador sólo se contemplan los asociados al

consumo de energía considerando que los demás costos relacionados con la operación (*e.g.* conductores, material rodante) permanecen constantes.

a) Notación

Los índices y los parámetros del modelo se presentan a continuación:

$\propto_n^b$, : párametro relacionado con el peso que en el tiempo de transferencia se le da al abordaje de pasajeros en cada estación n .

$\propto_n^q$: párametro relacionado con el peso que en el tiempo de transferencia se le da a la bajada de pasajeros en cada estación n.

$\propto_n^{mt}$: párametro relacionado con el peso que en el tiempo de transferencia se le da a la fricción entre los pasajeros que suben y bajan en cada estación n.

β: valor del tiempo de un usuario promedio ($/min).

γ: valor de una unidad de energía ($/kwh).

θ_i: ponderadores de la función objetivo para los tiempos de espera y viaje ($i = 1,2,3,4$).

λ_n: tasa de pasajeros accediendo a la estación n (pax/min).

cap_k: capacidad de pasajeros del tren k (pax).

p_{kij}: proporción de pasajeros que abordan el tren k en la estación i y cuyo destino es la estación j

S_n: tiempo asociado con la distancia de seguridad entre trenes entre las estaciones n y $n + 1$ (min).

t_b: tiempo de subida por pasajero (min/pax).

t_a: tiempo de bajada por pasajero (min/pax).

t_f: tiempo adicional por pasajero producido por la fricción durante la subida y bajada de los pasajeros (min/pax).

t_o: tiempo actual; momento en el cual las desiciones de control son

realizadas (min).

$V^{max}{}_n$: Velocidad máxima entre las estaciones n y $n+1$ (km/hr) .

$V^{min}{}_n$: Velocidad mínima entre las estaciones n y $n+1$ (km/hr).

Las tres variables de decisión del modelo son:

h_{kn}: tiempo de retención del tren k en la estación n (min).

w_{kn}: número de pasajeros impedidos de abordar el tren k en la estación n (pax).

t_{kn}: tiempo de desplazamiento del tren k entre las estaciones n y $n+1$ (min).

Adicionalmente, el modelo incluye las siguientes variables auxiliares de decisión relacionadas con el estado del sistema y su evolución:

a_{kn}: número de pasajeros que bajan del tren k en la estación n (pax).

b_{kn}: número de pasajeros que suben al tren k en la estación n $(n = 1,..,e_k)$ (pax).

b^0_{kn}: número de pasajeros que suben al tren k en la estación n $(n = e_k+1,...,N)$ (pax).

dp_{kn}: número de pasajeros que desean abordar el tren k en la estación n (pax).

f_{kn}: tiempo de detención del tren k en la estación n (min).

m_{kin}: pasajeros que abordan en la estación i el tren k y que se encuentran viajando en él cuando alcanza la estación n $(\forall i < n)$ (pax).

s_{kn}: capacidad disponible en el tren k cuando éste alcanza la estación n (pax).

td_{kn}: tiempo de salida de tren k de la estación n (pax).

Finalmente, el modelo incorpora cuatro variables adicionales de estado del sistema que representan los valores recibidos como input desde la plataforma de simulación, como será explicado más adelante en la Sección 2.4.1.

c_n: número de pasajeros esperando en la estación n (pax).

d_k: distancia entre el tren k y las últimas estaciones visitadas por este; igual a 0 si el tren esta localizado en la estación (km).

e_k: última estación visitada por el tren k; igual a $e_k = n - 1$ si el tren está localizado en la estación n.

m_{ki}: número de pasajeros al interior del tren k y cuyo abordaje se realizó en la estación i (pax).

b) Función objetivo

La función objetivo está compuesta por la minimización de dos costos principales: (i) Usuarios y (ii) Operadores. El costo de cada usuario se encuentra representado por su tiempo de espera y de viaje en vehículo multiplicado por el valor del tiempo correspondiente. Los costos de los operadores se encuentran representados por la energía necesaria para transportar los usuarios a lo largo del corredor multiplicada por un factor que representa el costo de una unidad de energía. Para el cálculo de los costos de energía se utiliza la formulación de $E_{kn}\{m_{kn+1}, t_{kn}\}$ mostrada en (2-9). A continuación, se describen cada una de las componentes del tiempo de viaje contempladas para estimar los costos de los usuarios:

i) Tiempo de espera experimentado en las estaciones por los pasajeros que esperan a que el primer tren llegue, el cual se divide en:

- Tiempo de espera en las estaciones cuando el tren *k* es el primero en llegar:

$$T_{esp1} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=e_{k+1}}^{e_{k-1}} \left(\frac{\lambda_n}{2} (td_{kn} - t_o)^2 + c_n (td_{kn} - t_o) \right) \quad (2\text{-}13)$$

Para el caso del tren 1; $e_{k-1} = e_k$

- Tiempo de espera en la estación *n* cuando está ya ha sido visitada por el tren *k-1*:

$$T_{esp_2} = \sum_{k=2}^{K} \sum_{n=e_{(k-1)}+1}^{e_k} \left(\frac{\lambda_n}{2} (td_{kn} - t_{k-1n})^2 \right) + \sum_{n=e_k+1}^{e_1} \left(\frac{\lambda_n}{2} (td_{1n} - t_{Kn})^2 \right) \quad (2\text{-}14)$$

El tiempo de espera está dado por la suma de (i) y (ii):

$$T_{esp} = T_{esp1} + T_{esp2} \quad (2\text{-}15)$$

ii) Tiempo de espera a bordo del vehículo para los pasajeros que abordaron el tren *k*, el cual es retenido en la estación *n*:

$$T_{ret} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=2}^{N} m_{kn} \, h_{kn-1} + \sum_{k=1}^{K} m_{k1} h_{kN} \quad (2\text{-}16)$$

iii) Tiempo de espera extra de los pasajeros quienes no pudieron abordar al tren por falta de capacidad del tren o por la decisión tomada por el modelo:

$$T_{extra} = \sum_{k=2}^{K} \sum_{n=e_{(k-1)}+1}^{e_k} w_{k-1n} \cdot (td_{kn} - td_{k-1n}) + \sum_{n=e_k+1}^{e_1} w_{Kn} \cdot (td_{1n} - td_{Kn}) \quad (2\text{-}17)$$

iv) Tiempo en vehículo de los pasajeros que están viajando entre estaciones:

$$T_{mov} = \sum_{k=1}^{K}\sum_{n=2}^{N} m_{kn} \cdot t_{kn-1} + \sum_{k=1}^{K} m_{k1} \cdot t_{kN} \tag{2-18}$$

v) Penalidad aplicada a los pasajeros dejados en la estación por falta de capacidad del tren:

$$PE = \sum_{k=1}^{K}\sum_{n=2}^{N} w_{kn-1} \cdot s_{kn} + \sum_{k=1}^{K} w_{kN} \cdot s_{k1} \tag{2-19}$$

Finalmente, se calcula el número total de pasajeros del sistema que dividirá la suma de los costos de los usuarios y operador. Esta suma está representada por la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} PAX = &\sum_{k=1}^{K}\sum_{n=e_{k+1}}^{e_{k-1}} \lambda_n(td_{kn} - t_o) + c_n \\ &+ \sum_{k=2}^{K}\sum_{n=e_{k1-1}+1}^{e_{k-1}} \lambda_n(td_{kn} - td_{k-1n}) + \sum_{k=1}^{K} \lambda_n(td_{1n} - td_{Kn}) \end{aligned} \tag{2-20}$$

La función objetivo obtenida es la siguiente:

$$\begin{aligned} \underset{h_{kn}, t_{kn}, w_{kn}}{Min} = &\frac{\beta\left(\theta_1 T_{esp} + \theta_2 (T_{ret} + T_{mov}) + \theta_3 T_{extra} + \theta_4 PE\right)}{PAX} \\ &+ \frac{\gamma \cdot \sum_{k=1}^{K}\sum_{n=1}^{N-1} E_{kn}\{m_{kn+1}, t_{kn}\}}{PAX} \end{aligned} \tag{2-21}$$

Nótese, que los componentes de la Ecuación (2-21) están ponderados de la siguiente forma: θ_1 para el tiempo de espera, θ_2 para el tiempo en vehículo (tiempo de retención más tiempo en movimiento), θ_3 para el tiempo extra de espera asociado a los pasajeros impedidos de abordar, y finalmente θ_4 para la penalidad asociada a los pasajeros dejados en las estaciones.

c) Restricciones del modelo

Las restricciones del modelo garantizan la evolución del sistema completo durante el horizonte de optimización. El conjunto de restricciones resultante que describe un dominio lineal se describe a continuación:

$$td_{kn} = t_0 + t_{kn-1} + f_{kn} + h_{kn} \quad \forall k\,; n = e_k + 1 \tag{2-22}$$

$$td_{kn} = td_{kn-1} + t_{kn-1} + f_{kn} + h_{kn} \quad \forall k; n \neq e_k + 1 \tag{2-23}$$

$$td_{k1} = td_{kN} + t_{kn} + f_{k1} + h_{k1} \quad \forall k \tag{2-24}$$

$$m_{kin} = b_{ki}^{o} \cdot (1 - \textstyle\sum_{j=i+1}^{n-1} p_{kij}) \quad \forall k;\ n = e_k + 2, \dots, N; i = 1, 2, \dots, n-1 \tag{2-25}$$

$$m_{kin} = b_{ki}^{0} \cdot (1 - \textstyle\sum_{j=i+1}^{N} p_{kij}) \quad \forall k;\ i = 1, 2, \dots, N \tag{2-26}$$

$$m_{kin} = b_{ki} \cdot (1 - \textstyle\sum_{j=i+1}^{n-1} p_{kij}) \quad \forall k;\ n = 2, \dots, e_k; i = 1, 2, \dots, n-2 \tag{2-27}$$

$$m_{kn-1n} = b_{kn-1} \quad \forall k;\ n = 2, \dots, e_k \tag{2-28}$$

$$m_{kn} = \textstyle\sum_{i=1}^{n-1} m_{kin} \quad \forall k;\ n = 2, \dots, N \tag{2-29}$$

$$m_{k1} = \textstyle\sum_{i=1}^{N} m_{ki1} \quad \forall k \tag{2-30}$$

$$s_{kn} = cap - m_{kn} \quad \forall k, n \tag{2-31}$$

$$dp_{kn} = c_n + \lambda_n \cdot (td_{kn} - t_0) \quad \forall k;\ n = e_k + 1, \dots, e_{(k-1)} \tag{2-32}$$

$$dp_{kn} = w_{k-1n} + \lambda_n \cdot (td_{kn} - td_{k-1n}) \quad \forall k \neq 1;\ n = e_{(k-1)} + 1, \dots, e_k \tag{2-33}$$

$$dp_{1n} = w_{Kn} + \lambda_n \cdot (td_{1n} - td_{Kn}) \quad \forall k;\ n = e_k + 1, \dots, e_1 \tag{2-34}$$

$$a_{kn} = \textstyle\sum_{i=1}^{n-1} b_{ki}^{o} \cdot p_{kin} \quad \forall k;\ n = e_k + 1, \dots, N \tag{2-35}$$

$$a_{kn} = \textstyle\sum_{i=1}^{n-1} b_{Ki} \cdot p_{kin} \quad \forall k;\ n = 2, \dots, e_k \tag{2-36}$$

$$a_{k1} = \textstyle\sum_{i=1}^{n-1} b_{ki}^{o} \cdot p_{kiN+1} \quad \forall k \tag{2-37}$$

$$w_{kn} \geq dp_{kn} - s_{kn} - a_{kn} \quad \forall k;\ n \tag{2-38}$$

$$w_{kn} \geq 0 \quad \forall k;\ n \tag{2-39}$$

$$b_{kn}^{o} = dp_{kn} - w_{kn} \quad \forall k;\ n = e_k + 1, \dots, N \tag{2-40}$$

$$b_{kn} = dp_{kn} - w_{kn} \quad \forall k;\ n = 1, \dots, e_k \tag{2-41}$$

$$f_{kn} = \alpha_n^b \cdot b_{kn}^{o} \cdot t_b + \alpha_n^a \cdot a_{kn} \cdot t_a + \alpha_n^{mt} \cdot mt_{kn} \cdot t_f \ \ \forall k;\ n = e_k + 1, \dots, N \tag{2-42}$$

$$f_{kn} = \alpha_n^b \cdot b_{kn} \cdot t_b + \alpha_n^a \cdot a_{kn} \cdot t_a + \alpha_n^{mt} \cdot mt_{kn} \cdot t_f \quad \forall k;\ n = 1, \dots, e_k \tag{2-43}$$

$$td_{kn} - td_{k-1_n} \geq S \quad \forall k \neq 1;\ n = e_{(k-1)} + 1, \dots, e_k \tag{2-44}$$

$$td_{1n} - td_{Kn} \geq S \quad \forall n = e_k + 1, \dots, e_1 \tag{2-45}$$

$$td_{k-1n} - td_{kn} \geq S \quad \forall k \neq 1;\ n = e_k + 1, \dots, e_{k-1} \tag{2-46}$$

$$td_{Kn} - td_{1n} \geq S \quad \forall n = e_1 + 1, \dots, e_k \tag{2-47}$$

$$t_{kn} \cdot V^{max}{}_n \geq r_n \quad \forall k; n \tag{2-48}$$

$$t_{kn} \cdot V^{min}{}_n \leq r_n \quad \forall k; n \tag{2-49}$$

Las restricciones planteadas reflejan la interacción entre la demanda y la oferta contemplando las condiciones de seguridad operacionales y la evolución del sistema dentro del horizonte móvil de predicción. De esta manera, los tiempos de salida para las estaciones aguas abajo para cada tren son determinados en las restricciones (2-22)-(2-24). En la restricción (2-22) se indica el tiempo de salida del tren de la estación inmediatamente próxima. La restricción (2-23) muestra los tiempos de salida de las demás estaciones intermedias del corredor y la restricción (2-24) la salida desde el terminal del servicio.

Restricciones (2-25)-(2-28) indican el número de pasajeros que abordan el tren *k* después que este arriba a la estación *n* y que subieron en la estación *i*. Restricciones (2-25)-(2-27) corresponden a la cantidad de pasajeros que se estima bajarán después de pasar por *n*. En la restricción (2-28) se estima la cantidad de pasajeros que subieron al tren en la estación *i* inmediatamente anterior a *n*. La cantidad de pasajeros totales que subieron en la estación *n* son calculados mediante las restricciones (2-29) y (2-30), y la restricción (2-31) determina la capacidad disponible del tren antes de arribar a la estación como una función de la carga de pasajeros. Restricciones (2-32)-(2-34) calculan en número de pasajeros potenciales que abordarán al tren. Restricción (2-32) calcula el número de pasajeros para el primer tren que pasa por una parada y las restricciones (2-33) y (2-34) lo hace para las estaciones que ya han sido visitadas. Las restricciones (2-35)-(2-37) indican el número de pasajeros que bajarán del tren *k* en la estación *n* como la suma de todos los pasajeros que subieron en las paradas anteriores multiplicada por la proporción de pasajeros que bajan en la estación *n*.

El número de pasajeros dejados abajo en determinada estación *n* por efecto de la falta de capacidad, y los cuales están asociados al cálculo de los tiempos extra en la función objetivo, son calculados a través de restricciones (2-38) y (2-39). Las restricciones (2-40) y (2-41) , muestran la cantidad de pasajeros que pueden subir al tren *k* en la estación *n* y corresponde a la diferencia entre la demanda potencial y la cantidad de pasajeros que no logran subir al tren en la estación. Las restricciones (2-42) y (2-43) definen el tiempo mínimo de detención del tren en cada estación. Este tiempo se ha demostrado que depende no sólo de los pasajeros que suben y bajan, sino también de la densidad de pasajeros al interior de los trenes y en los andenes (Suazo et al, 2017). Sin embargo, por simplicidad hemos considerado el tiempo de detención como una combinación lineal de los tiempos de subida y bajada de los pasajeros. Finalmente, las restricciones (2-44)-(2-47) representan el gap de seguridad entre trenes como la diferencia entre los tiempos de salida de los trenes consecutivos de una estación determinada mientras que las restricciones (2-48) y (2-49) presentan el set de los límites de velocidad.

2.4 Experimentos

La metodología fue implementada en un ambiente de simulación con el fin de (i) evaluar el desempeño alcanzado al implementar el modelo de optimización en el Sistema con Control (SC) y (ii) contrastar este desempeño con un Sistema Base (SB) que contempla una estrategia de regulación enfocada exclusivamente en garantizar la operación segura en la línea. A continuación, se describe la plataforma de simulación utilizada y los escenarios utilizados para evaluar los beneficios alcanzados con el uso del modelo de control.

2.4.1 Plataforma de simulación

La plataforma de simulación se basa en la desarrollada por Delgado et al. (2012), la cual fue adaptada a nuestra línea de metro. El enfoque del modelo desarrollado

por Delgado et al. (2012), al igual que otros como Ding & Chien (2001), Daganzo & Pilachowski (2011) y Bartholdi & Eisenstein (2012), es representar la interacción entre la demanda de pasajeros y la oferta presente en la línea. Sin embargo, estos modelos no incluyen de forma detallada los costos operacionales inherentes a este tipo de sistemas. En nuestro modelo combinamos el enfoque anterior con el enfoque de modelos como los propuestos por Kim & Chien (2010) y Fernandez-Rodriguez et al. (2015), en los cuales se tienen en cuenta los perfiles de velocidad y su influencia en el consumo de energía.

La plataforma consta de los módulos de simulación y optimización. En el módulo de simulación se simula la operación de la línea de transporte considerando procesos aleatorios de llegada de los pasajeros a las estaciones y se registran, entre otras, las variables de estados relacionadas con la posición de los trenes, demanda en trenes y estaciones, y los tiempos de ocurrencia de cada uno de los eventos. Como se explicó en la Sección 2.3.1, se ha parametrizado un perfil de velocidad típico que minimiza el consumo de energía dada determinada carga de pasajeros y tiempo de movimiento entre estaciones. El módulo de optimización recibe las variables de estado (d_k, m_{kn}, c_n, e_k) como input y se encarga de aplicar el modelo de optimización y retroalimentar al módulo de simulación con los resultados obtenidos para cada una de las variables de decisión (h_{kn}, w_{kn}, t_{kn}). El flujo de información entre los dos módulos de la plataforma de simulación se presenta en la Figura 2-2.

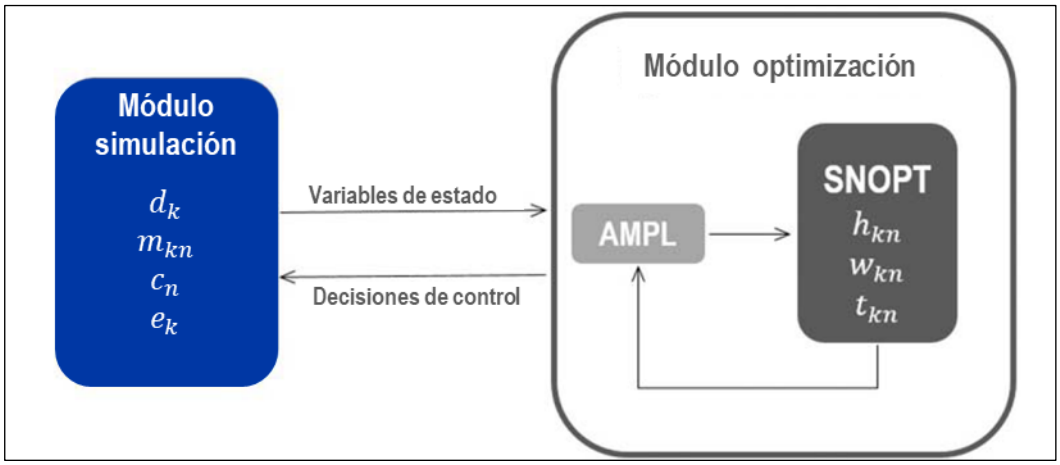

Figura 2-2: Plataforma de simulación

El SB busca reproducir la operación normal de la línea aplicando una regla simple de control de seguridad que consiste en retener cada tren en cada estación (incluido el terminal) por el tiempo necesario para garantizar que la distancia de seguridad con el tren que se encuentra adelante de este no sea violada. En el SB solo es usado el módulo de simulación y los trenes operan con un perfil único de velocidad usando siempre la misma velocidad de circulación entre estaciones.

En el SC, adicionalmente al control de seguridad, se aplican las estrategias presentes en el modelo de programación matemática. Los trenes circulan a una velocidad entre estaciones variable, la cual es seleccionada por el modelo de optimización teniendo en cuenta el *trade-off* ente los costos del usuario y operador. Para el SC, además del módulo de simulación, se usa el módulo de optimización. El módulo de simulación registra las variables de estado del sistema, cuyos valores son escritas en un archivo *AMPL* y enviados al módulo de optimización para determinar las variables de control a aplicarse al sistema. Este proceso se gatilla cada vez que un tren llega a una estación. El problema de optimización es resuelto utilizando el *solver SNOPT* determinando las variables de control para todos los trenes en todas las estaciones (ciclo completo), las cuales son entregadas al módulo

de simulación, aplicándose solo las medidas de control relacionadas con el tren que gatilló el evento.

En este experimento se opta por considerar sólo las estrategias de control de velocidad y retención, descartando la aplicación de la estrategia de dosificación de pasajeros, la cual se considera más compleja de aplicar en la realidad. De esta manera, se utilizó un valor suficientemente grande (9000) para θ_4 con el objetivo de impedir que el modelo de optimización sugiriera aplicar esta estrategia. Para los factores θ_1, θ_2 y θ_3 se utilizaron los valores de 1,4 y 2, respectivamente. En estos parámetros se reconoce que los usuarios perciben el tiempo de espera de peor manera que el tiempo al interior del vehículo, y que la espera se vuelve más irritante cuando el usuario no logró subirse al primer tren que pasó por la estación. Finalmente, dado que el modelo de optimización es determinístico, los valores obtenidos del modelo de optimización para h_{kn}, son reducidos usando el factor Ω. Esta reducción permite no realizar detenciones excesivas facilitando corregir en optimizaciones posteriores las decisiones tomadas por el modelo. El valor asumido para este parámetro es 0.5, el cual fue calculado mediante simulación por Delgado et al. (2012).

2.4.2 Experimentos y escenarios

Para el cálculo del costo social del sistema se utilizaron los valores de β=$24.97/min y γ=$90/kwh asociados a la ciudad de Santiago. Se simularon 120 minutos de operación de una línea de 15 km de longitud compuesta por 30 estaciones equiespaciadas. Para la demanda de la línea se consideran dos niveles (alta y media) y se encuentra definida por los pasajeros que arriban aleatoriamente a cada una de las estaciones mediante una distribución Poisson con media λ_n. El perfil de carga de la línea es triangular, es decir el punto de mayor carga se encuentra en medio de la línea. El nivel de demanda alta se ha dimensionado de modo que los trenes frecuentemente alcanzan su límite de capacidad en algunas estaciones, mientras que

en el nivel de demanda media los trenes casi siempre circulan con capacidad remanente durante todo el trayecto.

El sistema funciona con 8 trenes (5 coches cada uno) con capacidad de 850 pax/tren, los cuales pueden circular a una velocidad crucero mínima de 30 km/hr y máxima de 80 km/hr. La distancia entre estaciones permite los trenes cumplan con el perfil de velocidad propuesto llegando los trenes a alcanzar la velocidad crucero. Al momento de iniciar la simulación los trenes comienzan equiespaciados a lo largo de la línea. Para determinar el valor de los coeficientes de la función de consumo de energía se generó una serie de 75 casos correspondientes a distintos valores de m_{kn+1} y t_{kn}. Para cada uno de estos casos se calculó la energía necesaria a partir de las expresiones (2-10) y (2-11). Con estos datos se procedió a calibrar el modelo (2-12) obteniendo un ajuste de R2 ajustado de 0.98 con los valores de -4.7, 0.0202 y 18.51 para ϵ_1, ϵ_2 y ϵ_3, respectivamente.

La Tabla 2-3 presenta las diferencias entre los cuatro escenarios simulados para evaluar el sistema, para cada uno de los cuales se simularon 30 réplicas.

Tabla 2-3: Escenarios simulados

Escenario	**Sistema control**	**Nivel demanda**
1	SB	Media
2	SC	Media
3	SB	Alta
4	SC	Alta

2.4.3 Velocidad de operación SB

Dado que en el SB los trenes operan a una velocidad de circulación única, simulamos el SB usando diferentes niveles de velocidad para encontrar cuál de ellos minimizaba el costo social del sistema. Por lo tanto, calculamos el costo social asociado para cada nivel de velocidad entre 30 y 80 km/h, y para cada uno de los dos niveles de demanda estudiados. Los resultados se muestran en la Figura 2-3 segregados en dos categorías: (1) los costos brutos (CB), obtenidos directamente de la función objetivo, y (2) los costos netos (CN), iguales a CB menos los costos mínimos asociados con dos condiciones de funcionamiento ideales, por debajo de las cuales no es posible una reducción de costos.

La primera de estas condiciones ideales es el consumo mínimo de energía asociado a operar con la velocidad crucero mínima de 30 km/h. Una vez que se deduce este costo mínimo de energía, la porción restante constituye un significativo 14-16% del costo social para los niveles de demanda media y alta, respectivamente. La segunda condición básica, debajo de la cual no es posible la reducción, es el tiempo mínimo de viaje experimentado por los usuarios. Este factor es el límite inferior al que están sujetos los usuarios incluso en las mejores circunstancias. Está determinado por las velocidades de aceleración y deceleración del tren, su velocidad de crucero y también por el hecho de que incluso si la operación fuera perfectamente regular, el componente del tiempo de espera siempre será un número positivo. De esta manera, se definieron los límites inferiores relacionados con los tiempos de viaje considerando que la operación es perfectamente regular, que los pasajeros siempre pueden subir al primer tren que llega, que ningún tren está sujeto a retención y que la velocidad crucero siempre está en el nivel más alto posible. Esta definición dio como resultado los valores mostrados en la Tabla 2-4 para cada componente de tiempo y para los dos niveles de demanda simulados. Como se puede ver en la Figura 2-3, con las simulaciones realizadas con el SB se determinó que los costos sociales se minimizan, para ambos niveles de demanda, cuando la velocidad de

circulación es de 45 km/h. Por lo tanto, esta velocidad de circulación se usó para todas las simulaciones subsiguientes de escenarios SB.

Tabla 2-4: Límites inferiores para el tiempo total de viaje y sus componentes por nivel de demanda.

Nivel de demanda	Componentes (min)						
	En vehículo	Retención	Espera	Espera extra	Parada	Total	Total (ponderado)
Media	6.53	0	1.78	0	3.01	11.32	13.10
Alta	6.53	0	1.82	0	3.18	11.53	13.25

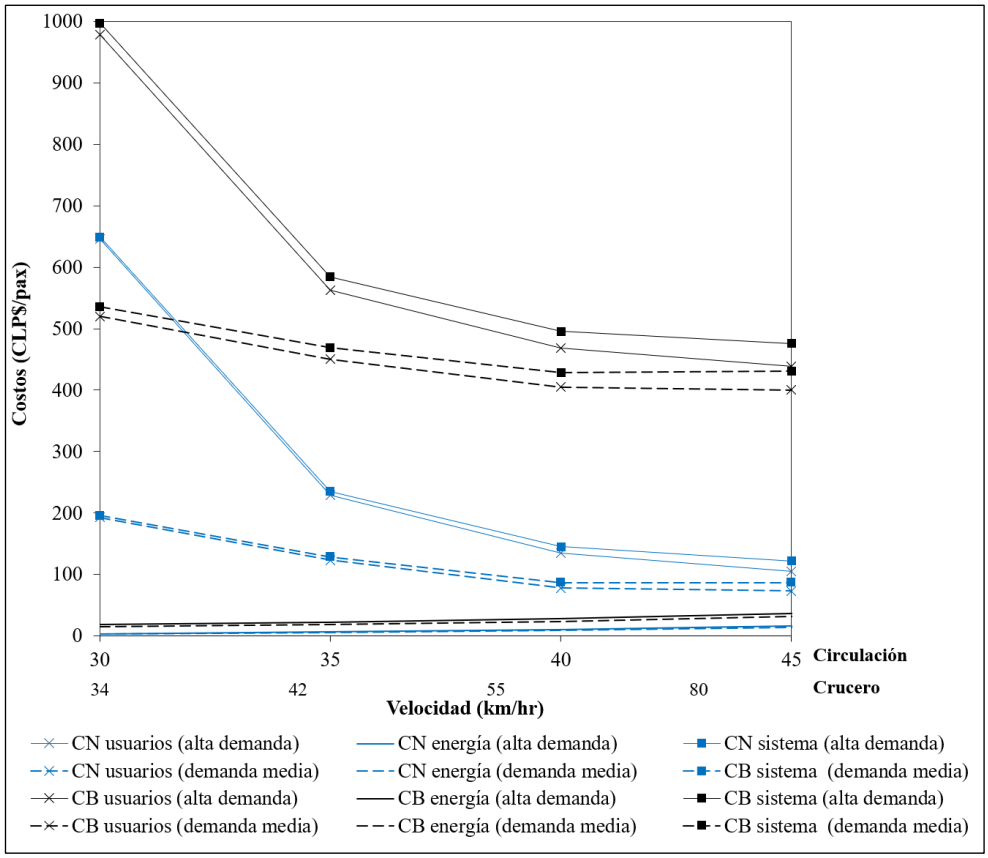

Figura 2-3: Costos netos y brutos por pasajero de los usuarios, energía y sistema ante diferentes niveles de velocidad y demanda

2.5 Resultados

Para medir los beneficios obtenidos con la aplicación del modelo de control se compararon los escenarios de SB y SC para cada uno de los niveles de demanda. A continuación, se muestran los resultados para los indicadores de trayectorias de trenes, carga de trenes, velocidad, densidades, tiempos de pasajeros, costos y tiempos computacionales. Posteriormente, se presenta un análisis que separa el efecto de la retención y el control de velocidad sobre los costos del sistema.

2.5.1 SB vs. SC

a) Trayectorias de los trenes y velocidad

La Figura 2-4 muestra las trayectorias tiempo-espacio de los trenes para una réplica representativa a lo largo de los 120 minutos de simulación para cada uno de los escenarios. Los dos gráficos de la izquierda muestran las trayectorias para los escenarios SB, en las cuales se observa que, aunque se conserva la brecha de seguridad entre trenes, la operación está expuesta a las irregularidades provocadas por la variabilidad de la demanda en las estaciones y a la rigidez de operar bajo un perfil único de velocidad. Los dos gráficos de la derecha muestran las trayectorias calculadas para los escenarios SC, las cuales muestran una gran regularidad en los intervalos gracias a la aplicación del modelo de optimización.

La Tabla 2-5 presenta las velocidades promedio de circulación y de ciclo para cada escenario. La velocidad de ciclo se calcula como el cociente entre la distancia total del corredor (15 km) y el tiempo total utilizado por cada tren para recorrerlo. Debido al control de la velocidad realizado ocasionalmente, al aplicar el modelo de optimización se observa una reducción en la velocidad de circulación de 3,6% para ambos niveles de demanda, mientras que la velocidad de ciclo experimenta reducción de 4,6% y 3,5 % para los niveles de demanda media y alta, respectivamente. La Tabla 2-5 también presenta el porcentaje del tiempo que es

necesario retener trenes en las estaciones el que disminuye en los escenarios SC respecto de los escenarios SB, lo cual se debe al uso del control de velocidad que evita detenciones prolongadas regulando el tiempo de recorrido entre estaciones.

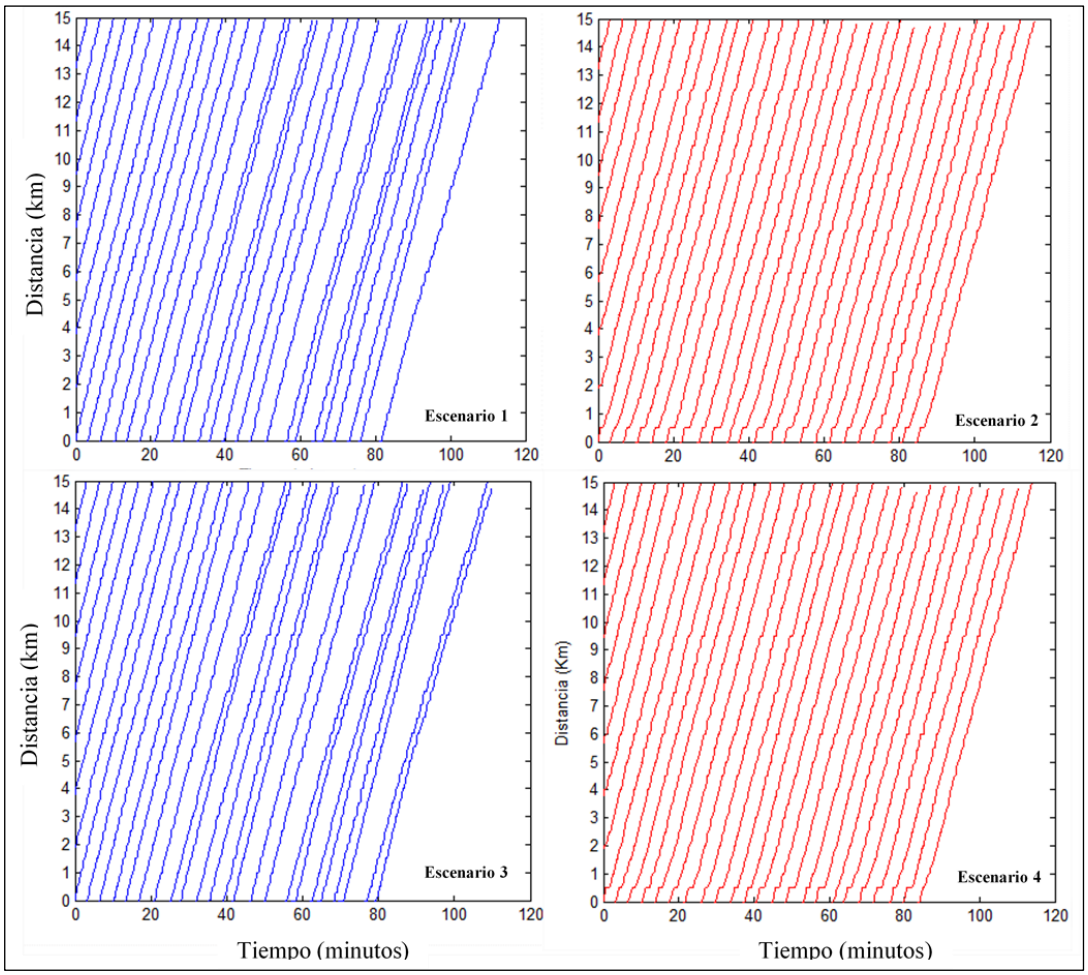

Figura 2-4: Trayectorias de trenes por escenario

a) Carga en trenes y densidad

En la Figura 2-5 se presenta el perfil de carga de pasajeros para cada uno de los trenes correspondiente a una réplica representativa de la simulación para cada grupo de escenarios. Los gráficos de la izquierda y la derecha corresponden a los escenarios SB y SC, respectivamente. Cada línea de cada gráfico representa la evolución en la carga de un tren desde que inicia hasta que termina su recorrido. Como se observa al aplicar el modelo de optimización se obtienen cargas más

uniformes en los trenes, lo cual es un efecto directo y muy deseable al mantener la regularidad en la línea. Diferentes autores, como Suazo-Vecino et al. (2017), han demostrado que el tiempo de permanencia en las estaciones aumenta de forma no lineal cuando los pasajeros abordan el tren lleno.

El confort percibido por los usuarios al interior del tren está directamente vinculado al número de pasajeros al interior del tren. Así, el confort promedio de un viaje lo asociamos al número promedio de personas al interior del tren durante dicho viaje. Entonces, para identificar el impacto de utilizar el modelo de optimización sobre el confort de los usuarios se calculó un indicador de densidad promedio (pax/m2) al interior de los trenes. Este indicador puede calcularse promediando las densidades de los trenes, o promediando las densidades que experimentan las personas al interior de los trenes. Como el número de personas al interior de los trenes no es idéntica, ambos indicadores son diferentes. El primer indicador es relevante para entender el nivel de utilización promedio de los trenes; el segundo para entender el nivel de servicio recibido por los usuarios.

Debido a que el primer indicador corresponde al promedio entre la densidad al interior de los trenes medido cada vez que un tren sale de una estación, a este indicador le llamaremos densidad de oferta promedio. Análogamente, debido a que el segundo indicador corresponde a un promedio entre las densidades experimentadas por todos los usuarios cada vez que un tren sale de una estación, a este indicador le llamaremos densidad de demanda promedio. Este indicador se calcula de la misma forma que el indicador de densidad de oferta promedio, pero ponderando cada observación por el número de pasajeros al interior del tren. La Tabla 2-5 muestra ambas densidades para cada uno de los escenarios. Se observa que para los escenarios SC la densidad de oferta promedio aumenta respecto de los escenarios SB producto de la menor productividad de los trenes (mayor tiempo de ciclo). Sin embargo, la densidad de demanda promedio disminuye en el escenario de demanda media. Esto es indicativo de que al controlar los trenes se logra mejorar

la experiencia del usuario en términos de confort a pesar de que en promedio los trenes están más llenos.

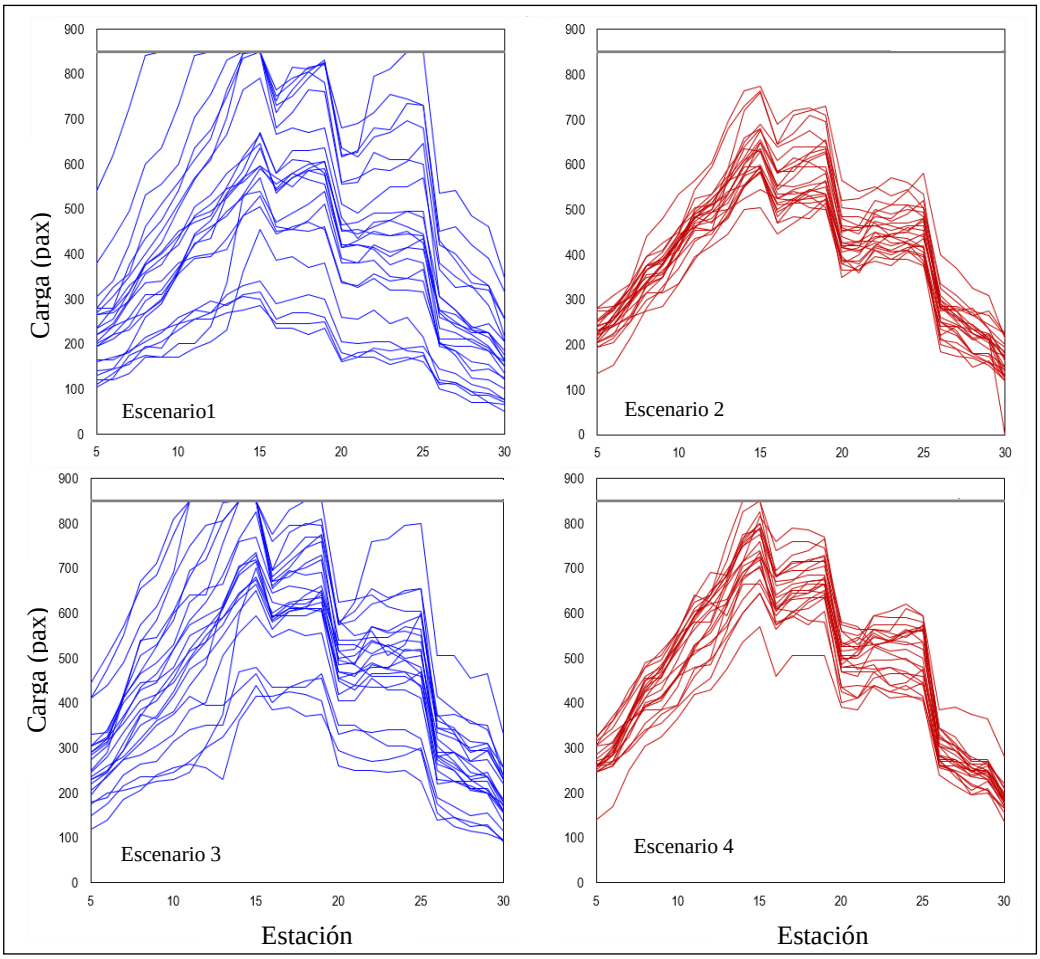

Figura 2-5: Carga de pasajeros en trenes por escenario

b) Costo social

Los costos para cada escenario se muestran en la Tabla 2-5. Como se puede observar, SC en comparación con SB, presenta una significante reducción del costo social del 16% para el escenario de demanda media y del 20% para el escenario de demanda alta. Así mismo, se aprecia en estos resultados que las mejoras obtenidas se comparten entre el operador y usuarios, dado que el primero se beneficia de una reducción del 11% de sus costos en ambos niveles de demanda, mientras que los

segundos perciben de una reducción de costos del 16% para nivel de demanda media y del 21% para nivel de demanda alta.

c) Tiempo de pasajeros

Para medir el impacto en los tiempos de los usuarios, éstos se desagregan en tiempo al interior del vehículo, tiempo siendo retenido en estaciones, tiempo de espera en la estación hasta que pasa el primer tren, tiempo adicional de espera si el primer tren pasa lleno y tiempo detenido al interior del tren tomando y dejando pasajeros. Asimismo, se calculó el tiempo total de viaje ponderado en el cual se consideran los pesos usados en la función objetivo para cada uno de los tiempos de los usuarios.

Se realizaron dos comparaciones de los escenarios de SB y SC para cada nivel de demanda. La primera comparación fue directa entre los resultados de los indicadores de tiempo de viaje para los dos escenarios. La segunda comparación refleja el objetivo subyacente de reducir los costos asociados con la irregularidad, al contrastar para los dos escenarios el tiempo de 'exceso' eliminando la parte irreductible de los componentes del tiempo de viaje como se explica en la Sección 2.4.3.

La Tabla 2-6 muestra para cada escenario los tiempos de los usuarios desagregados en cada una de sus cinco componentes, así como el tiempo total y el tiempo ponderado usado en la función objetivo del modelo de optimización. A pesar de que el tiempo de viaje en vehículo mientras el tren está en movimiento aumenta en los escenarios SC, éstos muestran una reducción del 86% y 85% del exceso de tiempo de viaje ponderado para los niveles de demanda media y alta, respectivamente. Si no se ponderan los componentes del tiempo de viaje, estas reducciones en el exceso de tiempo de viaje alcanzan el 72% y el 76%, respectivamente. Estos resultados son relevantes respecto del potencial en el costo social de mejorar la regularidad de los trenes en el sistema.

Tabla 2-5: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero

Escenario	Sistema control	Nivel demanda	Velocidad (km/hr)		Densidad (pax/m2)		Retención	Costo (CLP$/pax)		
			Circulación	Ciclo	Oferta	Demanda		Usuarios	Energía	Social
1	SB	Media	45,0	30,5	2,7	3,8	8%	403	28	431
2	SC	Media	43,4	29,1	3,0	3,7	5%	338	25	363
3	SB	Alta	45,0	29,9	3,2	4,4	7%	439	25	463
4	SC	Alta	43,4	28,7	3,4	4,4	5%	349	22	371
% cambio 2 vs 1			-4%	-5%	9%	-2%	-35%	-16%	-11%	-16%
% cambio 4 vs 3			-4%	-4%	8%	0%	-35%	-21%	-11%	-20%

Tabla 2-6: Cambio en los tiempos por pasajero

Escenario	Sistema control	Nivel demanda	Componentes (min)						
			En vehículo	Retención	Espera	Extra	Parada	Total	Total (ponderado)
1	SB	Media	6,53	0,09	2,33	0,46	3,03	12,43	16,14
2	SC	Media	6,64	0,11	1,87	0,01	3,01	11,63	13,53
3	SB	Alta	6,53	0,10	2,44	0,72	3,18	12,97	17,57
4	SC	Alta	6,63	0,10	1,91	0,06	3,18	11,88	13,97
% cambio 2 vs 1			2%	25%	-20%	-98%	-1%	-6%	-16%
% cambio 2 vs 1 (exceso)			-	25%	-85%	-98%	-	-72%	-86%
% cambio 4 vs 3			2%	-1%	-22%	-92%	0%	-8%	-21%
% cambio 4 vs 3 (exceso)			-	-1%	-85%	-92%	34%	-76%	-85%

a) Tiempos computacionales

Con el objetivo de analizar la factibilidad de aplicación del modelo en tiempo real, se calcularon los tiempos de ejecución requeridos para realizar la optimización. Las simulaciones fueron realizadas en un computador con procesador Intel Core i5 @2.40 GHz con 8GB de memoria RAM. Con un 95% de confianza se obtuvieron los intervalos de confianza para los escenarios SC, los cuales tienen una muestra de 21168 y 22483 optimizaciones, respectivamente. Para el escenario SC de demanda media el intervalo de confianza es [11,06-11,14] segundos, mientras que para el escenario SC con demanda alta el intervalo de confianza es [13,27-13,37] segundos.

2.5.2 Separación de efectos de las dos estrategias de control

Además de estudiar el impacto conjunto de las estrategias de retención y control de velocidad en los costos de energía y de los usuarios, también se analizaron los efectos de las dos estrategias consideradas por separado. Para este propósito, se generaron dos grupos de escenarios adicionales usando el SC y considerando los dos niveles de demanda estudiados. En un par de escenarios, la velocidad se fijó en el valor máximo permitido correspondiente a 45 km/h (80 km/h de velocidad crucero). En el otro par, la velocidad se estableció en el valor promedio de 43.4 km/h, el cual fue obtenido con las estrategias aplicadas conjuntamente en el escenario SC (ver Tabla 2-5).

Para estos escenarios, el modelo se simuló utilizando solo la estrategia de retención y los resultados se compararon con los resultados obtenidos para las dos estrategias combinadas. Los datos se resumen en la Tabla 2-7 observándose que, con la velocidad fijada al máximo, la estrategia de retención por sí sola genera la misma reducción del costo del usuario y la mitad del ahorro de energía que con la aplicación de ambas estrategias de forma conjunta. Sin embargo, cuando la velocidad se establece en el promedio, la reducción del costo social no es óptima. El mejor resultado obtenido con ambas estrategias en conjunto se debe al efecto

regulador de la estrategia de control de velocidad, que reduce la velocidad de ciclo y, por lo tanto, la cantidad de kilómetros recorridos mientras se mueven la misma cantidad de usuarios. Es importante destacar que esta reducción de energía se logra sin aumentar el costo para los usuarios.

Tabla 2-7: Separación de efectos

Escenarios SC *	**Velocidad (km/h)**	**Nivel demanda**	**% Reducción de costo**		
			Usuarios	**Energía**	**Social**
R	45	Media	-16	-5	-16
R	43.4	Media	-15	-15	-15
R y CV	Variable	Media	-16	-11	-16
R	45	Alta	-21	-5	-20
R	43.4	Alta	-18	-8	-18
R y CV	Variable	Alta	-21	-11	-20

* R: Retención; CV: Control de velocidad

3. ABORDANDO DISRUPCIONES EN LÍNEAS DE METRO MEDIANTE DOSIFICACIÓN DE PASAJEROS: EL COSTO Y TIEMPO DEL SISTEMA DE RECUPERACIÓN

Carlos Bueno Cadena[1], Juan Carlos Muñoz[1], Gabriel Sánchez Martínez[2]

[1] Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile; [2] TransitLab, Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts, USA.

3.1 Introducción

La operación de sistemas de transporte típicamente toma como punto de partida una programación base definida observando las condiciones históricas del sistema. Durante su ejecución, esta programación está sujeta a cambios constantes ocasionados principalmente por fluctuaciones en la demanda y oferta. Estas fluctuaciones pueden ser ocasionadas por eventos de duración moderada o alta. Cuando la duración de los eventos es moderada las fluctuaciones pueden ser absorbidas por el plan operacional planificado o reguladas mediante estrategias de control de control simples que permite mitigar sus impactos negativos. De otra parte, cuando los eventos son de duración alta producen un cambio importante en el plan requiriendo regular la línea mediante estrategias de control complejas que exigen la presencia de personal de apoyo o infraestructura especial para su implementación.

Cada uno de estos eventos afecta negativamente los costos de los usuarios y del operador. En sistemas sujetos a congestión la sensibilidad a estas fluctuaciones es mayor y pequeñas diferencias en la ubicación y duración del evento pueden hacer crecer los costos de forma importante. Desde el punto de vista de los usuarios las

fluctuaciones pueden aumentar los tiempos promedio de viaje y espera. Así mismo, por efecto de la congestión, el hacinamiento de pasajeros en estaciones y trenes puede aumentar de forma importante disminuyendo el nivel de servicio experimentado por los usuarios. De otra parte, desde el punto de vista del operador, las fluctuaciones pueden aumentar los costos de energía al obligar que se opere a mayor velocidad con el objetivo de recuperar el sistema, además de aumentar los costos relacionados a turnos de personal ocasionados por el cambio en la operación planificada.

Para mitigar estos efectos, la bibliografía propone una serie de estrategias de control que se han aplicado de forma individual o conjunta. Dentro de las estrategias más usadas para la reducción de los costos de los usuarios se destacan la retención de trenes en estaciones, el salto de estaciones, los expresos y los bucles (Ibarra-Rojas et al., 2015). Así mismo, se han propuesto otras estrategias menos comunes, como el control de velocidad, para reducir los costos de los usuarios y del operador de forma simultánea (Bueno & Munoz, 2017). En el estado de la práctica se observa que estas estrategias han sido implementadas de forma exitosa convirtiéndose en herramientas constantes de control para regular la oferta en líneas de metro de alta demanda, como la Piccadilly Line en Londres (Venancio, 2016). Sin embargo, se observa que en la operación real de sistemas de metro, existen pocas estrategias que permitan la regulación de la demanda y ellas han sido poco estudiadas en la literatura relacionada con el control operacional de sistemas de metro (Li et al., 2017).

Una de las estrategias más utilizadas para el control de la demanda en presencia de eventos de alta duración es la dosificación de pasajeros. En sistemas de metro esta estrategia tiene una gran factibilidad de aplicación debido a que la infraestructura de este tipo de sistemas permite regular de forma eficiente la cantidad de pasajeros que acceden a las plataformas de embarque. Esta regulación se puede realizar mediante la aplicación de barreras de acceso en puntos estratégicos permitiendo

cortar el flujo de pasajeros durante un tiempo determinado. Esta estrategia tiene dos bondades principales: (i) disminución de la saturación en la plataforma y por ende la disminución de la fricción entre los pasajeros que suben y bajan del tren disminuyendo los tiempos de parada del tren y (ii) disminución de la saturación al interior del tren permitiendo liberar espacio disponible en los carros, el cual puede ser usado para recoger pasajeros que se encuentren en estaciones ubicadas aguas abajo de la estación de control.

La estrategia de dosificación de pasajeros se utiliza de forma común en muchos de los principales sistemas de metro del mundo. En el metro de la ciudad de Santiago, la regulación se realiza en el mezanine de las estaciones mediante el uso de cintas elásticas utilizadas por personal de control que permite dosificar la cantidad de pasajeros que acceden a la plataforma de embarque. De forma similar, en el metro de la ciudad de Londres, la regulación se realiza en accesos restringiendo el paso de usuarios por las puertas de las estaciones y/o por los torniquetes de pago (Figura 3-1). De otra parte, en el metro de Sao Paulo la regulación se realiza directamente en la plataforma de pasajeros utilizando módulos de embarque a los cuales solo se puede acceder mediante una entrada regulada por personal de control.

Figura 3-1: Regulación de pasajeros en el metro de Londres, UK. (Oberlander & Fujiyama, 2016)

Dentro de este contexto, este capítulo contribuye al estudio de las estrategias de regulación de la demanda mediante el análisis de la estrategia de dosificación de pasajeros implementada de forma conjunta con dos estrategias de regulación de la oferta: (i) retención de trenes y (ii) control de velocidad. Las principales contribuciones de este capítulo se centran en determinar el impacto de un evento de alta duración en una línea de metro sujeta a congestión y en entender cómo esta fluctuación puede ser mitigada con el uso de estrategias conjuntas de control de la oferta y la demanda.

Lo que resta de este capítulo se encuentra organizado en cuatro secciones. La sección 2 analiza los principales trabajos que abordan estrategias de control de la oferta y la demanda y explica las principales contribuciones de este capítulo. Las secciones 3 y 4 presentan el modelamiento matemático del problema, la plataforma de simulación utilizada y los resultados obtenidos con a la aplicación del modelo de control. La sección 5 analiza y cuantifica el impacto del evento de alta duración en el sistema y define la métrica necesaria para determinar en que los rangos de intervalo es factible aplicar la estrategia de dosificación de pasajeros.

3.2 Revisión Bibliográfica

El problema del control operacional en tiempo real en sistemas operados por trenes busca mitigar los efectos negativos producidos por los eventos presentes en el sistema. Estos eventos afectan a todo sistema y pueden clasificarse en dos grandes grupos: (i) perturbaciones y (ii) disrupciones. Las perturbaciones hacen referencia a eventos de menor magnitud relacionados con las fluctuaciones normales de la demanda o la oferta y cuyo efecto puede ser mitigado de forma rápida. Las disrupciones por el contrario obedecen a situaciones inesperadas y de prolongada duración, en las cuales el tiempo de estabilización del sistema es alto obligando a adaptar de forma agresiva la operación para lograr una recuperación del sistema (Babany, 2015). La regulación de estos eventos ha sido abordada en la literatura

teniendo en cuenta la dinámica con la que opera el sistema estudiado, pudiéndose distinguir la operación basada en horarios y la basada en frecuencia. La operación basada en horarios es aplicable en sistemas de baja frecuencia, mientras que la operación basada en frecuencia es aplicable a sistemas con intervalos cortos de operación (Sánchez-Martínez et. al, 2015).

En la operación basada en horarios se establece una tabla horaria, la cual se sigue a lo largo del periodo. Este enfoque es común en sistemas donde los usuarios se programan para tomar el tren en un horario especifico. De esta manera, cuando se controla este tipo de sistemas la mayoría de los enfoques reportados en la literatura busca reprogramar los trenes reduciendo las desviaciones del plan ejecutado con el plan original. Una importante selección de trabajos que consideran sistemas de trenes basados en horarios se puede consultar en Cacchiani et.al (2014). De otra parte, en la operación basada en frecuencia, se busca garantizar el cumplimiento de un intervalo programado sin importar el horario de llegada y salida de los trenes a y desde las estaciones. Este enfoque es usado en sistemas de alta frecuencia, como los metros, en los cuales el tiempo de llegada de los pasajeros es aleatorio y no obedece a un horario especifico.

Para controlar estos eventos, en la práctica se han usado de forma conjunta o individual una serie de estrategias operacionales como la retención de trenes, la dosificación de pasajeros, los expresos, los bucles, el *deadheading* y el reruteo (Eberlein, 1995, Ibarra-Rojas et al., 2015). La mayoría de estas estrategias han sido aplicadas tanto en sistemas operados con buses como con trenes. Sin embargo, la naturaleza de los problemas difiere de un sistema a otro. En sistemas operados con buses, dada la disponibilidad de infraestructura vial, al ocurrir una disrupción el sistema puede seguir operando y ajustar su operación con la flota disponible (Sánchez-Martínez et. al, 2016). De forma contraria, cuando ocurre una disrupción en una línea de trenes, la operación es totalmente interrumpida por la imposibilidad de adelantamiento obligando a aplicar otro tipo de medidas para mitigar los efectos

negativos. Esta situación puede ser mitigada solo en aquellos sistemas en los que se cuenta con infraestructura especial para permitir el adelantamiento entre trenes, la cual es poco común en sistemas tipo metro.

Dado que el enfoque de este capítulo es la regulación en tiempo real de una línea de metro de alta frecuencia operada en presencia de una disrupción, nuestra revisión bibliográfica se enfoca en trabajos que aborden la regulación de sistemas operados con trenes que (i) presenten eventos (perturbaciones, disrupciones), (ii) operen con alta frecuencia y (iii) estén sujetos a congestión

Uno de los primeros modelos para controlar en tiempo real una línea de metro en presencia de disrupciones fue propuestos por O'Dell (1997). Este modelo utiliza las estrategias de retención de trenes y bucles para regular una línea con restricción de capacidad en los trenes, enfocándose en el control de contingencias y planteando una formulación lineal de fácil solución en tiempo real. Posteriormente, Shen & Wilson (2001) proponen un modelo que minimiza los tiempos de los usuarios en el sistema usando las estrategias de *deadheading*, expresos, y retención de trenes para condiciones determinísticas. El modelo es tipo mixto y resuelve su relajación aplicando el método de *Branch and Bound*. Las ganancias obtenidas con la aplicación de retención son las más representativas mientras que las obtenidas con la aplicación de expresos son marginales.

Trabajos recientes han complejizado los modelos utilizando otro tipo de estrategias e incluyendo elementos adicionales en las funciones objetivo. Dentro de este enfoque, Yin et al. (2016) desarrollan un modelo estocástico de programación matemática que controla una línea de metro sujeta a perturbaciones. La función objetivo minimiza la suma ponderada de los tiempos de espera y viaje, y el consumo de energía. Las estrategias utilizadas son control de velocidad y retención de trenes, las cuales se aplican a través de las variables de decisión de tiempo de arribo y

salida de cada tren a cada estación. De igual forma, Gao et. al, (2017) y Li et, al. (2017) utilizan las estrategias de retención de trenes y control de velocidad para controlar una línea de metro expuesta a perturbaciones. Gao et, al. (2017) proponen un modelo de optimización cuya función objetivo es la minimización de la desviación entre los tiempos de la tabla de horarios programada y la reprogramada. El trabajo incluye la información dinámica relacionada con la demora de las perturbaciones en la reprogramación de la línea. Li et. al, (2017) plantea un modelo de control predictivo que regula la cantidad de pasajeros que accede a los trenes variando el tiempo de retención de trenes en estaciones. La función objetivo busca minimizar las desviaciones de la programación planificada. Como extensión del modelo proponen la relevancia de considerar el consumo de energía en el problema de reprogramación expuesto.

Desde el punto de vista del control de disrupciones, las contribuciones para regular sistemas de alta frecuencia tipo metro han sido escasas. Dentro de la revisión realizada solo se observa el trabajo de Gao et al. (2016), en el cual determinan la reprogramación para una línea de metro congestionada después de sufrir una disrupción. Como estrategia principal para evacuar los pasajeros estancados en las estaciones se utiliza el salto de estaciones. Ellos proponen que para servicios de alta frecuencia, en los cuales los usuarios arriban a las estaciones sin tener en cuenta los horarios de pasada de los trenes, el concepto de reprogramación del servicio debe entenderse como el reemplazo temporal de la tabla horaria por otra nueva, la cual garantizaría mejores condiciones operacionales que la originalmente programada. Dentro de su revisión bibliográfica, ellos exponen que no existe literatura relacionada con reprogramación de líneas de metro después de disrupciones en presencia de congestión de pasajeros. Para resolver el problema ellos proponen un modelo de optimización bi-objetivo que minimiza el tiempo total de viaje de los pasajeros y el número de pasajeros esperando en las estaciones. Sin embargo, Gao et. al. (2016) consideran el problema de reprogramación a nivel macroscópico, de manera tal que la información relacionada con las rutas y los sistemas de

señalización no es considerada. De igual forma, se contemplan fija la velocidad entre estaciones.

A continuación, se clasifican los trabajos analizados teniendo en cuenta sus principales características y se incluyen los alcances de nuestro trabajo. Para la columna "Sistema" se considera si la aproximación utilizada es de nivel micro incluyendo la dinámica relacionada con la oferta o la demanda, o a nivel macro realizando simplificaciones al estado micro.

Tabla 3-1: Clasificación de la revisión bibliográfica

Autor (año)	**Función objetivo (minimización)**	***Estrategias**	**Evento**	**Sistema**
Yin et al. (2016)	Costos usuarios y energía	CV,RT	Perturbaciones	Micro
Gao, Yan & Gao (2017)	Desviación de tabla horaria	CV,RT	Perturbaciones	Micro
Li et al. (2017)	Desviación de tabla horaria	CV,RT (flujo pasajeros)	Perturbaciones	Micro
Gao et al.(2016)	Costos usuarios	SE	Disrupciones	Macro
Nuestro enfoque	Costos usuarios y energía	CV,RT, DP	Disrupciones	Micro

*CV: Control de velocidad, RT: Retención de trenes, SE: Salto de estaciones, DP: Dosificación de pasajeros

Dentro del contexto mostrado en esta revisión bibliográfica, las principales contribuciones de nuestro trabajo son las siguientes:

- Se observa que las estrategias de control de velocidad y retención de trenes han sido ampliamente usadas solo para el control de perturbaciones. De esta manera, este trabajo estudia la factibilidad de su uso para la mitigación de disrupciones.

- Dado que la dosificación de pasajeros es una estrategia reguladora ampliamente utilizada en el estado de la práctica para la mitigación de eventos y que se observa que no existen trabajos que incluyan su implementación en la regulación de disrupciones, este trabajo permite cuantificar cuál es la contribución de esta estrategia y define cuando es conveniente su aplicación en conjunto con las estrategias de control de velocidad y retención de trenes.
- Finalmente, se generan una herramienta de decisión para los tomadores de decisiones con el objetivo de entender el impacto de las disrupciones en el sistema. Para lograr este objetivo se introducen como indicadores el costo social de la disrupción y el tiempo de la fase recuperación necesario para estabilizar el sistema.

3.3 Modelación del sistema

Consideremos un corredor de transporte público operado con trenes, sobre el cual opera una única línea que atiende *N* estaciones y donde el nodo *N*+1 coincide con el nodo 1 y es considerado el terminal único del servicio. Sobre el corredor circulan *K* trenes, a los cuales no se les permite realizar adelantamiento ni acercarse entre sí más allá de una distancia de seguridad S_n. Los trenes están enumerados de modo tal que su índice aumenta aguas arriba en la línea, y el tren *K* circula inmediatamente aguas abajo del tren 1. Los trenes cuentan con una capacidad fija y conocida. La tasa de demanda entre cada par de estaciones en la línea es también fija y conocida y no varía durante el periodo de interés.

Durante la operación de la línea, producto de un evento (*e.g* falla de un tren, pasajero enfermo, suicidio) ocurre una disrupción de la operación normal que no permite la circulación de los trenes entre las estaciones *k* y *k*+1. La disrupción d_{to} de duración inicial conocida d, ocurre en la estación n_0 y hace que el tren k_o sea

detenido. Esta disrupción actualiza su duración en cada instante de tiempo t_0 con el objetivo que el sistema pueda tomar decisiones observando al cambio de las condiciones de sistema. La Figura 3-2 muestra las características del corredor considerado en el modelo.

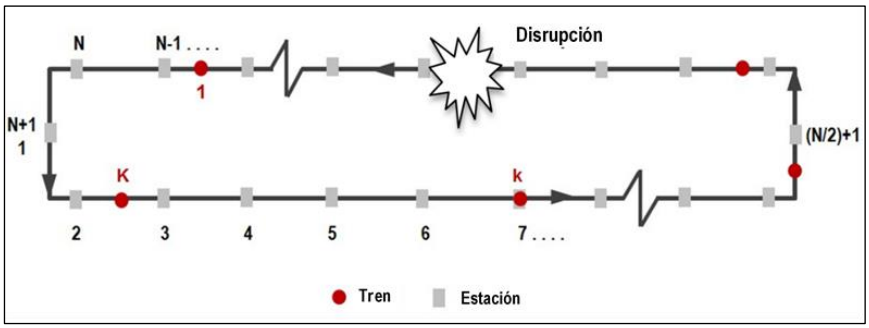

Figura 3-2: Configuración del corredor

A continuación, se describe el marco de nuestro trabajo, el cual se encuentra dividido en dos partes: (i) modelamiento matemático y (ii) experimentos. El modelamiento matemático incluye las consideraciones y formulación del modelo de control, el cual permite regular la operación de la línea considerando el *trade-off* entre los costos de los usuarios y los costos de energía. Los experimentos describen los escenarios simulados, la plataforma de simulación utilizada y su interacción con el módulo de optimización.

3.3.1 Modelamiento matemático

Nuestro modelo considera un sistema que opera con una flota fija y conocida disponible para cada periodo de operación. El sistema no opera basándose en un horario definido para cada tren, sino por el contrario lo hace ajustando los intervalos para afrontar las fluctuaciones que presenta el sistema tanto desde la demanda como la oferta. Como se expuso en la revisión bibliográfica, estos eventos se denominan perturbaciones y disrupciones. Para ajustar los intervalos el sistema utiliza tres

estrategias de control: control de velocidad entre estaciones, retención en estaciones y dosificación de pasajeros en ingreso a trenes, las cuales aplicadas de forma conjunta permiten ajustar la operación de la línea. A continuación, se describen de forma breve en qué consiste cada una de ellas:

- Control de velocidad: Esta estrategia aumenta o disminuye la velocidad del tren entre estaciones con el objetivo de regularizar los intervalos y/o reducir el consumo de energía.
- Retención de trenes: Esta estrategia regula los intervalos reteniendo los trenes en las estaciones por determinado periodo de tiempo.
- Dosificación de pasajeros: Esta estrategia limita el número de los pasajeros que pueden abordar el tren reduciendo el tiempo de parada y/o reservando capacidad para atender a los pasajeros ubicados aguas debajo de la estación en la cual se encuentra el tren.

Para abordar el problema de control y lograr implementar las estrategias de control utilizamos un modelo de programación matemática determinístico basado en el modelo propuesto por Bueno & Muñoz (2017), el cual permite la aplicación de las tres estrategias descritas para minimizar el costo social del sistema (usuarios y operador). Debido a la complejidad de aplicación de la estrategia de dosificación de pasajeros durante la operación normal de la línea, se restringe su aplicación limitando el control en operación normal sólo al uso de retención de trenes y el control de velocidad. Sin embargo, sí se contempla estudiar el impacto de la dosificación de pasajeros para enfrentar disrupciones de distinta duración.

El modelo de control representa la evolución futura posible del sistema desde el momento en que un tren llega a un punto de control (estación o terminal), y aborda un horizonte de tiempo dado. Las variables del modelo corresponden a las decisiones de control (velocidad entre estaciones, tiempo de retención y número de

pasajeros a los que no se les permite abordar) que es posible tomar cada vez que un tren llega a una estación durante dicho horizonte. Este modelo supone una evolución determinística del sistema, en que cada una de las variables de naturaleza estocástica toman los valores promedio de cada distribución. El resultado de este modelo consistirá en el conjunto de medidas de control recomendadas para cada tren durante el horizonte.

La función objetivo del modelo está compuesta por la minimización del costo social por pasajero compuesto por dos costos principales: (i) Usuarios y (ii) Operadores. El costo de cada usuario se encuentra representado por su tiempo de espera y de viaje en vehículo multiplicado por el valor del tiempo correspondiente. Los costos de los operadores se encuentran representados por la energía $E_{kn}\{m_{kn+1}, t_{kn}\}$ necesaria para transportar los usuarios a lo largo del corredor multiplicada por un factor que representa el costo de una unidad de energía. A continuación, se muestra la versión simplificada del modelo, que se encuentra detallada en Bueno & Muñoz (2017) y al cual se le incluye la restricción (3-6) relacionada con la disrupción d_{to} que detiene al tren k_0 en la estación n_0.

$$\underset{(h_{kn}, t_{kn}, w_{kn})\ \forall k \in K\ \ \forall n \in N}{Min} \frac{\beta\left(\theta_1 T_{esp} + \theta_2 (T_{ret} + T_{veh}) + \theta_3 T_{extra} + \theta_4 PE\right)}{PAX} + \frac{\gamma * \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N-1} E_{kn}(m_{kn+1}, t_{kn})}{PAX} \tag{3-1}$$

Sujeto a

restricciones de demanda (3-2)

restricciones operacionales (3-3)

restricciones de seguridad (3-4)

restricciones de nivel de servicio (3-5)

$$h_{k_0 n_0} = d_{to} \quad \forall k_0 \in K\ \ \forall n_0 \in N \tag{3-6}$$

$$h_{kn} \geq 0,\ t_{kn} \geq 0\ , w_{kn} \geq 0 \quad \forall k \in K\ \ \forall n \in N \tag{3-7}$$

donde h_{kn} es el tiempo de retención aplicado al tren *k* en la estación *n*, t_{kn} es el tiempo de movimiento del tren *k* entre las estaciones *n* y *n*+1, y w_{kn} es el número de pasajeros a los cuales no se les permite abordar el tren *k* en la estación *n*. T_{esp} es el tiempo de espera para todos los pasajeros, $T_{ret} + T_{mov}$ es el tiempo de viaje en vehículo (retención más movimiento) para todos los pasajeros, T_{extra} es el tiempo de espera extra para todos los pasajeros que no pueden subir al tren dado que el tren no cuenta con capacidad o por decisión de modelo de control, y PE es la penalidad aplicada a todos los pasajeros que no pueden subir al tren cuando el tren cuenta con capacidad disponible y se aplica la estrategia de dosificación de pasajeros. θ_1, θ_2 y θ_3 son los ponderadores de la función correspondientes a los componentes de los tiempos de espera y movimiento. β es el valor del tiempo de los usuarios ($/min) y γ es el valor de una unidad de energía ($/kwh). Las restricciones (3-2) a (3-5) reflejan la interacción entre la oferta y demanda teniendo en cuenta las condiciones de seguridad operacional y la evolución del sistema a lo largo del horizonte de predicción. Finalmente, la restricción (3-7) garantiza que los valores de las variables de decisión no sean negativos.

3.3.2 Evaluación del modelo en presencia de disrupciones

La metodología fue implementada en un ambiente de simulación con el fin de (i) evaluar el desempeño alcanzado al implementar el modelo de optimización en el Sistema Enfrentando Disrupciones (SED) y (ii) contrastar este desempeño con un Sistema Operando Normal (SON) que contempla la operación regular del sistema. En ambos casos el sistema toma decisiones para controlar la regularidad de los trenes. A continuación, se describe la plataforma de simulación utilizada y los escenarios utilizados para evaluar los beneficios alcanzados con el uso del modelo de control.

a) Plataforma de simulación

La plataforma de simulación utilizada se basa en la desarrollada por Delgado et al. (2012) para una línea de buses y adaptada por Bueno & Muñoz (2017) para una línea de trenes. La plataforma consta de los módulos de simulación y optimización. En el

módulo de simulación se simula la operación de la línea de transporte considerando procesos aleatorios de llegada de los pasajeros a las estaciones y se registran, entre otras, las variables de estado relacionadas con la posición de los trenes y el número de pasajeros en trenes y estaciones. El módulo de optimización recibe el estado del sistema y se encarga de aplicar el modelo de optimización y retroalimentar al módulo de Simulación con los resultados obtenidos para cada una de las variables de decisión.

El SON contempla la operación normal de la línea sujeta a la variabilidad de la demanda pero sin verse esta alterada por la presencia de disrupciones. Para controlar el SON se aplican solo las estrategias de retención de trenes y control de velocidad, dado que como se dijo anteriormente la estrategia de dosificación de pasajeros puede ser compleja de aplicar durante la operación normal. De otra parte, en el SED debido a la presencia de perturbaciones, se contempla la conveniencia de aplicar las estrategias de retención de trenes, control de velocidad y dosificación de pasajeros. Para el SED las tres estrategias se aplicarán en dos grupos con el objetivo de aislar el aporte de la estrategia de dosificación de pasajeros al control de la línea: (i) control de velocidad y retención de trenes, y (ii) control de velocidad, retención de trenes y dosificación de pasajeros.

La plataforma considera que los trenes circulan a una velocidad entre estaciones variable, la cual es seleccionada por el modelo de optimización teniendo en cuenta el *trade-off* ente los costos del usuario y operador. Tanto para el SON como para el SED, el módulo de simulación registra las variables de estado del sistema, cuyos valores son escritas en un archivo AMPL y enviados al módulo de optimización para determinar las variables de control a aplicarse al sistema. Este proceso se gatilla cada vez que un tren llega a una estación. El problema de optimización es resuelto utilizando el *solver* MINOS determinando las variables de control para todos los trenes en todas las estaciones (ciclo completo), las cuales son entregadas al módulo de simulación, aplicándose solo las medidas de control relacionadas con el tren que gatilló el evento. Dado que el problema de optimización es resuelto de forma determinística, los valores de tiempo de retención de los trenes y cantidad de pasajeros a los cuales no se les

permite abordar el tren, pueden ser sobreestimados. Por esta razón, estos valores fueron reducidos utilizando los factores de Ω=0.5 y €=0.5 reportados por Delgado et al. (2012). Estos factores permiten minimizar el costo social real medido en la línea reservando tiempo de retención y capacidad disponible en los trenes, contando de esta manera con una brecha disponible para que el modelo corrija sus decisiones cuando realice optimizaciones posteriores.

b) Características del experimento y escenarios

Para el cálculo del costo social del sistema se utilizaron los valores de β=US$ 2.25/min y γ=US$0.14/kwh asociados a la ciudad de Santiago. Se simularon 120 minutos de operación de una línea de 15 km de longitud compuesta por 30 estaciones equiespaciadas. La demanda de la línea se considera alta (*peak-hour*) y se encuentra definida por los pasajeros que arriban aleatoriamente a cada una de las estaciones mediante un proceso de Poisson con tasa de llegada λ_n. El nivel de demanda se ha dimensionado de modo que los trenes frecuentemente alcanzan su límite de capacidad en algunas estaciones. El sistema funciona con 8 trenes circulando sobre una línea de dos sentidos operando con un intervalo aproximado de 3.58 minutos, el cual es similar al presente en muchas de las líneas de metro actuales. Cada uno de los trenes tiene una capacidad de 850 pasajeros y está compuesto por 5 coches, los cuales pueden circular a una velocidad crucero mínima de 30 km/hr y máxima de 80 km/hr. Al momento de iniciar la simulación los trenes comienzan equiespaciados a lo largo de la línea. Para cada uno de los escenarios se simularon 30 réplicas. En el caso del SED se contempla una disrupción d_{to} de duración inicial d, la cual actualiza su duración en cada instante t_0 y que inicia alrededor de los 16.5 minutos de operación, momento en el que el tren 8 arriba a la estación 16, la cual es la estación crítica del sistema. La Tabla 3-2 presenta para cada uno de los escenarios el sistema de control aplicado y la duración de la disrupción presente en el sistema.

Tabla 3-2: Escenarios simulados

Escenario	Sistema de Control	*Estrategias	d (min)
1	SON	CV, RT	0
2	SED	CV, RT	5
3	SED	CV, RT	10
4	SED	CV, RT	15
5	SED	CV, RT, DP	5
6	SED	CV, RT, DP	10
7	SED	CV, RT, DP	15

*CV: Control de velocidad, RT: Retención de trenes, DP: Dosificación de pasajeros

3.4 Resultados

Para medir los beneficios obtenidos con la aplicación del modelo de control se compararon los escenarios de SON y SED para cada uno de los niveles de disrupción y conjunto de estrategias aplicadas. El análisis de los resultados se enfocó en los indicadores de trayectorias de trenes, carga de trenes, velocidad, densidades, tiempos de pasajeros, costos y tiempo de recuperación del sistema. A continuación, se muestran los resultados obtenidos para cada uno de ellos.

3.4.1 Velocidad

La Figura 3-3 muestra las trayectorias tiempo-espacio de los trenes para una réplica representativa a lo largo de los 120 minutos de simulación para cada uno de los escenarios. Para el escenario 1, correspondiente al sistema en operación normal (SON) sin presencia de disrupciones, se observa que el modelo de control genera trayectorias regulares gracias a la aplicación de las estrategias de retención de trenes y control de velocidad.

De otra parte, para los restantes escenarios, correspondientes al sistema operando en presencia de disrupciones (SED), se observa el efecto que sobre las trayectorias tiene la disrupción ocurrida en la línea. La Tabla 3-3 muestra los resultados obtenidos para las velocidades de circulación entre estaciones y de ciclo para cada uno de los escenarios. Para los escenarios 2,3 y 4, el modelo de control permite regular el sistema solo con la aplicación de las estrategias de retención de trenes y control de velocidad observándose mayores detenciones y menores velocidades de ciclo que en los escenarios 5, 6 y 7, en los cuales se incluye la estrategia de dosificación de pasajeros. De otra parte se observa que en los escenarios que no se utiliza dosificación de pasajeros, las velocidades de circulación son mayores debido a que el sistema intenta recuperar el tiempo perdido con las detenciones en estaciones.

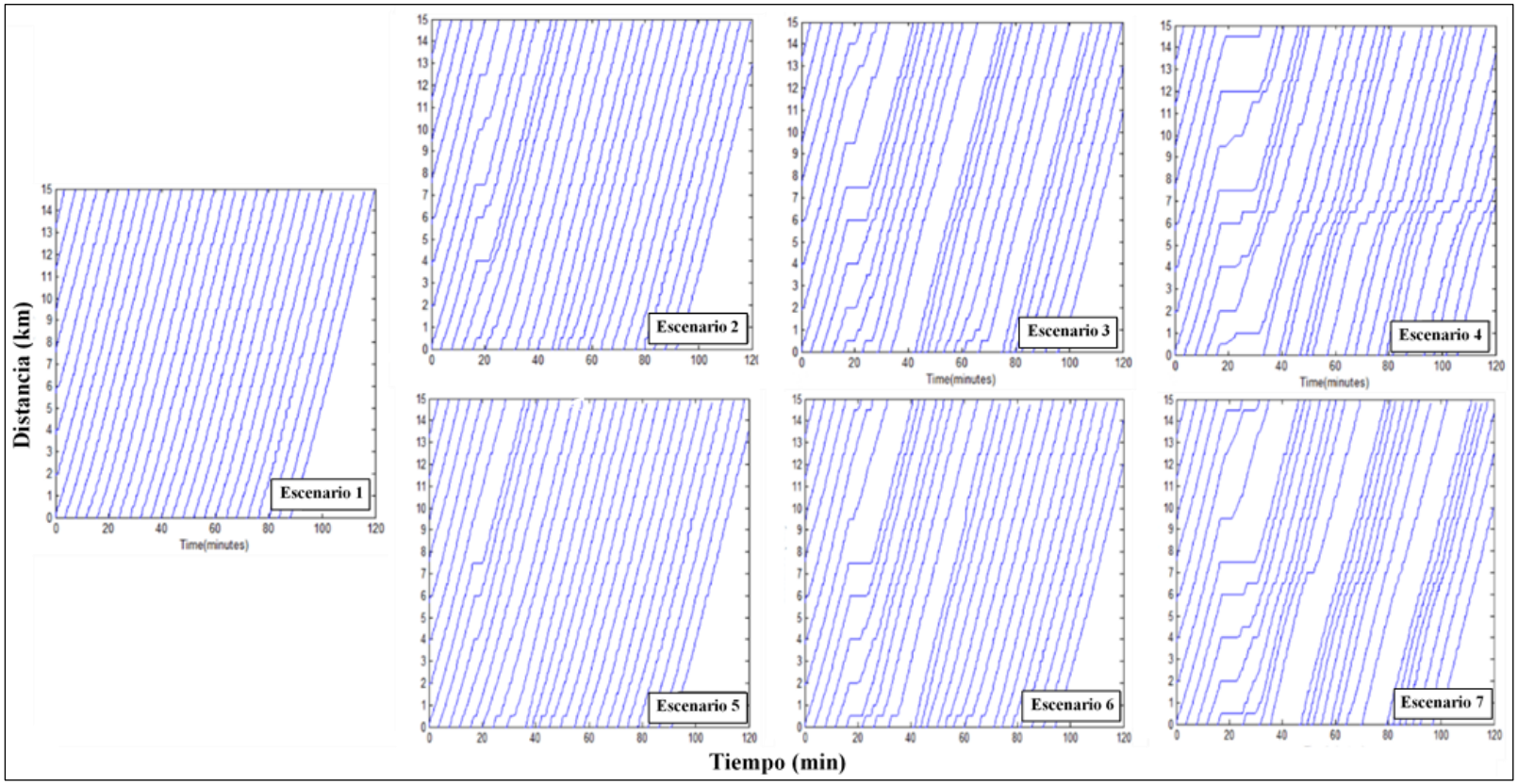

Figura 3-3: Trayectorias de los trenes para cada uno de los escenarios

3.4.2 Carga en trenes y densidad

El confort percibido por los usuarios al interior del tren está directamente vinculado al número de pasajeros al interior del tren. Así, el confort promedio de un viaje lo asociamos al número promedio de personas al interior del tren durante dicho viaje. De esta manera, para identificar el impacto de utilizar el modelo de optimización sobre el confort de los usuarios se calculó un indicador de densidad promedio (pax/m2) al interior de los trenes. Este indicador puede calcularse promediando las densidades de los trenes, o promediando las densidades que experimentan las personas al interior de los trenes. Como el número de personas al interior de los trenes no es idéntica, ambos indicadores son diferentes. El primer indicador es relevante para entender el nivel de utilización promedio de los trenes; el segundo para entender el nivel de servicio recibido por los usuarios.

Debido a que el primer indicador corresponde al promedio entre la densidad al interior de los trenes medido cada vez que un tren sale de una estación, a este indicador le llamaremos densidad promedio basada en la oferta. Análogamente, debido a que el segundo indicador corresponde a un promedio entre las densidades experimentadas por todos los usuarios cada vez que un tren sale de una estación, a este indicador le llamaremos densidad promedio basada en la demanda. Este indicador se calcula de la misma forma que el indicador de densidad promedio basada en la oferta, pero ponderando cada observación por el número de pasajeros al interior del tren. La Tabla 3-3 muestra ambas densidades para cada uno de los escenarios. Se observa que las densidades aumentan entre 2% y 11% a medida que la duración de la disrupción aumenta.

De otra parte, con el objetivo de observar el impacto de las estrategias de control sobre el hacinamiento en estaciones, se calculó el cambio porcentual de la densidad para diferentes niveles de disrupción teniendo en cuenta la aplicación de forma conjunta de las estrategias de retención y control de velocidad, y adicionalmente de la estrategia de límites de abordaje. En la siguiente figura, se muestra en el eje horizontal la duración

de la disrupción como un múltiplo del intervalo de la línea y en eje vertical el porcentaje de cambio de la densidad en todas las estaciones de la línea. Para este último caso, el 100% de densidad corresponde a la densidad que se experimenta en la línea en condiciones normales de operación. La línea punteada verde hace referencia al exceso de densidad Δ, relacionado con la capacidad límite de hacinamiento de la línea y cuyo valor puede ser determinado teniendo en cuenta el nivel de servicio mínimo a ofertar y/o las condiciones de seguridad requeridas en las estaciones críticas del sistema.

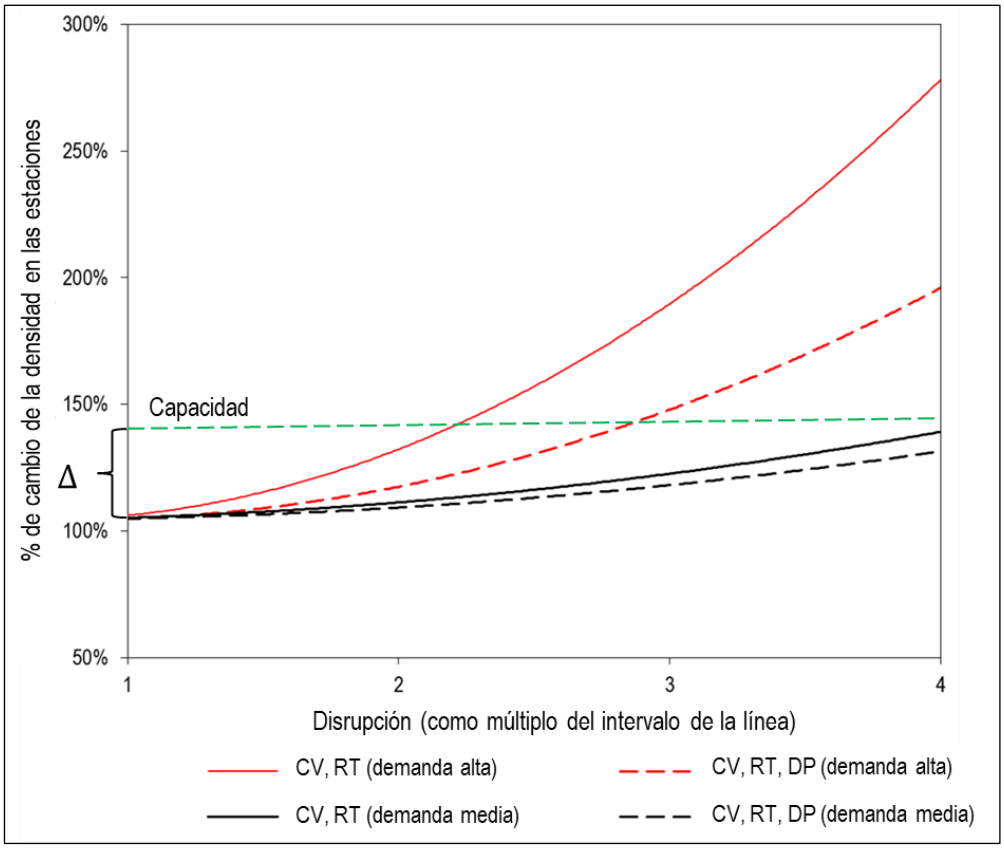

Figura 3-4: Densidad en estaciones

3.4.3 Tiempos de pasajeros

Para medir el impacto en los tiempos de los usuarios, éstos se desagregan en: (i) tiempo al interior del vehículo, (ii) tiempo siendo retenido en estaciones, (iii) tiempo de espera

en la estación hasta que pasa el primer tren, (iv) tiempo adicional de espera si el primer tren pasa lleno y (v) tiempo detenido al interior del tren tomando y dejando pasajeros. Asimismo, se calculó el tiempo total de viaje ponderado en que se consideran los pesos usados en la función objetivo para cada uno de los tiempos de los usuarios.

Para cada escenario SED se compararon los componentes del tiempo con los observados en el escenario SON. La Tabla 3-4 muestra para cada escenario los tiempos de los usuarios desagregados en cada una de sus cinco componentes, así como el tiempo total y el tiempo ponderado usado en la función objetivo del modelo de optimización. Se observa que los tiempos de viaje en vehículo y de parada permanecen estables, mientras que las demás componentes sufren drásticos cambios que se acentúan a medida que aumenta la duración de la disrupción. De esta forma, se observa el efecto negativo acumulado de la disrupción en el sistema debido a que crece en forma no lineal con el largo de la disrupción. Se observa que, para disrupciones de duración alta, los resultados obtenidos aplicando la estrategia de dosificación de pasajeros genera mejores resultados sobre los tiempos de viaje total y ponderados. Para disrupciones de nivel bajo, comparando los resultados obtenidos en la fila "% cambio 2 vs 1" contra los de la fila "% cambio 1 vs 5", se observan desempeños ligeramente menores al aplicar la dosificación de pasajeros. Lo anterior puede ser explicado porque al resolver el modelo de optimización en el escenario 5, si bien la dosificación de pasajeros es poco usada, las soluciones encontradas por el *solver* difieren de las encontradas en el escenario 2, produciéndose de esta manera diferencias marginales.

3.4.4 Costos

La Tabla 3-3 muestra también los costos para cada uno de los escenarios analizados, observándose importantes aumentos del costo social asociado al aumento en los costos de los usuarios por efecto de la disrupción. De otra parte, los costos de energía se ven reducidos en el horizonte de análisis debido a la disrupción experimentada y a la

aplicación de las estrategias de control para regularizar el sistema. Dado que los costos de los usuarios están asociados a sus tiempos de espera y de viaje, se observa el mismo comportamiento reportado en el anterior numeral para los escenarios con disrupciones de nivel bajo (2 y 5), en los cuales las diferencias son marginales.

3.4.5 Recuperación del sistema

Uno de los aspectos relevantes en el manejo de las disrupciones es conocer el efecto que estas producen sobre el sistema y cómo este efecto puede ser mitigado. Como se expuso dentro de la revisión bibliográfica, se observa que cuando ocurre una disrupción se pueden distinguir dos fases: (i) fase del incidente y (ii) fase de recuperación. Dado que no se observa que en el estado del arte se defina la duración de cada una de estas fases, en la Figura 3-5 se propone de forma conceptual la duración de cada una de las fases basándose en el cálculo de las demoras en el sistema. En el eje horizontal se muestra el tiempo de operación de la línea. En el eje vertical se muestran las demoras experimentadas en el sistema representadas como el número de veces que éstas representan las demoras del sistema en operación normal. De esta manera, se observa que antes del inicio de la fase del incidente, las demoras experimentadas en el sistema son iguales a las demoras en operación normal.

Una vez inicia el incidente, las demoras aumentan de forma progresiva hasta alcanzar un punto máximo. Posterior a la fase del incidente, ocurre el periodo que hemos denominado tiempo de regulación, y es el periodo en que las demoras comienzan a disminuir hasta que se alcanza un mínimo local. Finalmente, determinamos un periodo llamado tiempo de estabilización, cuya duración va desde que termina el tiempo de regulación hasta que ocurre un nuevo mínimo local, en el cual las demoras igualan las presentes en operación normal.

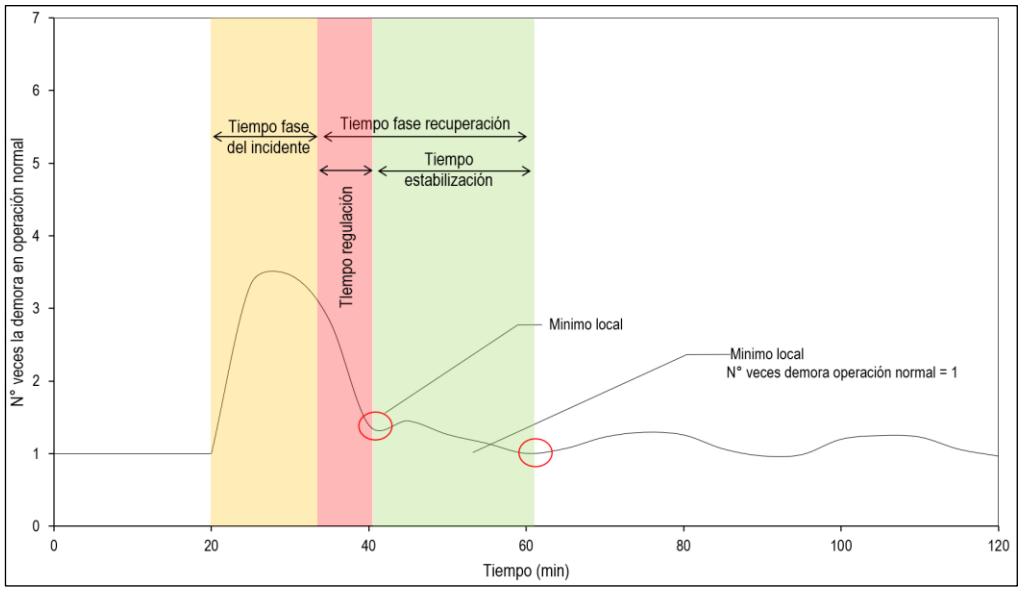

Figura 3-5: Definición de los tiempos de las fases de ocurrencia y recuperación

Utilizando la metodología descrita anteriormente, a continuación se muestran los tiempos en los cuales se produce la finalización de las fases de recuperación de cada uno de los escenarios. Nótese que para los escenarios en los que sólo se aplica control de velocidad y retención, los tiempos de recuperación son más altos que en los que se aplica la estrategia de límites de abordaje. En el caso particular del escenario 4 no fue posible determinar el final del tiempo de recuperación dentro del periodo de operación simulado. De otra parte, se observa que la aplicación de la estrategia de límites de abordaje adicionalmente disminuye la cantidad de demoras alcanzadas en el sistema. Cuando se experimentan incidentes de 15 minutos y se aplica la estrategia de límites de abordaje, las reducciones en las demoras máximas observadas alcanzan el 50%.

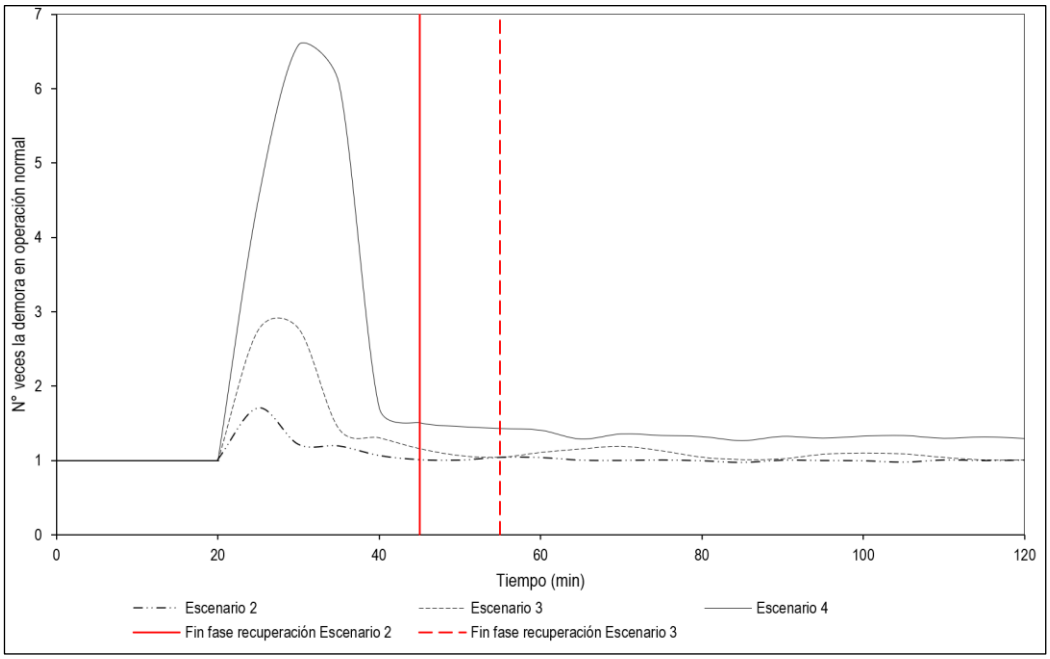

Figura 3-6: Tiempo de las fases del incidente y recuperación para los escenarios con aplicación de las estrategias de control de velocidad y retención

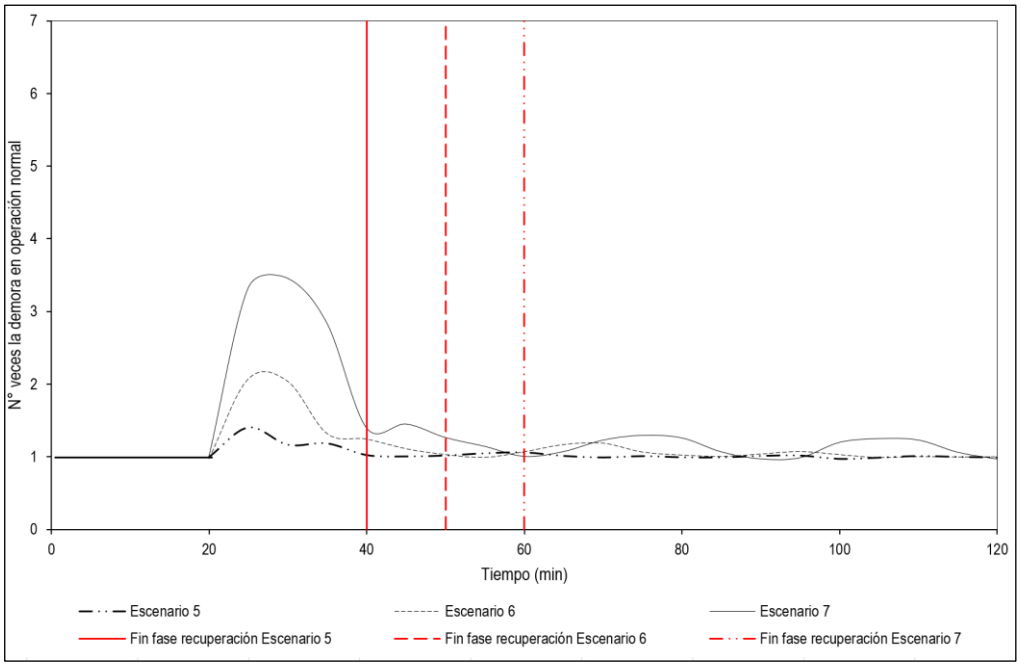

Figura 3-7: Tiempo de las fases de ocurrencia y recuperación para los escenarios con aplicación de las estrategias de control de velocidad, retención y límites de abordaje

3.4.6 Tiempos Computacionales

Con el objetivo de analizar la factibilidad de aplicación del modelo en tiempo real, se calcularon los tiempos de ejecución requeridos para realizar la optimización. Las simulaciones fueron realizadas en un computador con procesador Intel Core i7 @2.2 GHz con 8GB de memoria RAM. Con un 95% de confianza se obtuvo el intervalo de confianza de [10,08-11,56] segundos para los tiempos requeridos para ejecutar la optimización cada vez que cada tren llega a una estación.

3.5 Costo de la disrupción

Con el objetivo de generar una herramienta que permita definir políticas de control en el sistema y su impacto en el costo social, se simularon instancias adicionales incluyendo disrupciones con duraciones intermedias a las consideradas en los escenarios 2 al 7. Adicionalmente, para cada una de las duraciones de los eventos además del nivel de demanda alta, se incluyó el nivel de demanda media, en el cual los trenes no operan a capacidad. En la Figura 3-8 se muestra las curvas de costos obtenidas para los sistemas en los cuales se aplican las estrategias de retención de trenes y control de velocidad (HS) y; retención de trenes, control de velocidad y dosificación de pasajeros (HSBL). El eje horizontal representa la duración de la disrupción mostrada como el número de veces que ésta representa el intervalo medio de operación. El eje vertical muestra los costos sociales considerando el costo del sistema en operación normal como el 100%.

Tabla 3-3: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero

Escenario	Sistema Control	Velocidad (km/h)		Densidad (pax/m2)		Costo (CLP$/pax)		
		Circulación	Ciclo	Promedio	Ponderado	Usuarios	Energía	Social
1	SON	43,4	28,7	3,57	4,43	348,0	19,9	367,9
2	SED	40,9	27,1	3,67	4,56	365,2	19,5	384,7
3	SED	41,4	25,8	3,81	4,86	531,4	19,1	550,5
4	SED	41,7	22,9	3,77	4,92	1133,0	18,3	1151,4
5	SED	40,9	27,2	3,65	4,53	376,3	19,5	395,8
6	SED	41,2	26,2	3,80	4,76	473,3	19,2	492,5
7	SED	41,3	25,0	3,83	4,92	799,7	19,2	818,9
% cambio 2 vs 1		-6%	-6%	3%	3%	5%	-2%	5%
% cambio 3 vs 1		-6%	-5%	7%	10%	53%	-4%	50%
% cambio 4 vs 1		-6%	-4%	6%	11%	226%	-8%	213%
% cambio 5 vs 1		-7%	-6%	2%	2%	8%	-2%	8%
% cambio 6 vs 1		-6%	-5%	6%	7%	36%	-4%	34%
% cambio 7 vs 1		-5%	-5%	7%	11%	130%	-3%	123%

Tabla 3-4: Cambio en los tiempos por pasajero

Escenario	Sistema control	Componentes						
		Vehículo	**Retención**	**Espera**	**Extra**	**Parada**	**Total**	**Total (ponderado)**
1	SON	6,87	0,01	1,90	0,02	3,18	11,98	13,95
2	SED	6,91	0,20	2,03	0,11	3,23	12,47	14,83
3	SED	6,92	0,69	2,88	1,32	3,31	15,13	21,97
4	SED	7,09	2,23	5,61	5,93	3,34	24,21	47,61
5	SED	6,91	0,13	2,04	0,22	3,21	12,51	15,20
6	SED	6,90	0,48	2,52	0,93	3,28	14,11	19,43
7	SED	7,01	1,15	4,01	3,41	3,35	18,94	33,18
% cambio 2 vs 1		1%	1921%	7%	409%	1%	4%	6%
% cambio 3 vs 1		1%	6860%	52%	6198%	4%	26%	58%
% cambio 4 vs 1		3%	22339%	195%	28162%	5%	102%	241%
% cambio 5 vs 1		0%	1252%	7%	934%	1%	4%	9%
% cambio 6 vs 1		0%	4697%	33%	4349%	3%	18%	39%
% cambio 7 vs 1		2%	11484%	111%	16162%	5%	58%	138%

Como se observa, la Figura 3-8 permite definir dos elementos importantes para los tomadores de decisiones: (i) el impacto económico que causa la ocurrencia de un evento de duración determinada y (ii) en que rangos de duración del evento es favorable la inclusión de la medida de dosificación de pasajeros para disminuir los tiempos de recuperación del sistema. Para definir este último parámetro, es posible calcular el costo social máximo ε soportado por el sistema como una función del límite de capacidad Δ presente en él. Fuera de este rango, la aplicación de las estrategias de control de velocidad, retención y límites de abordaje no es suficiente para mitigar los impactos negativos, siendo necesario implementar estrategias adicionales de control (*e.g.* expresos, bucles).

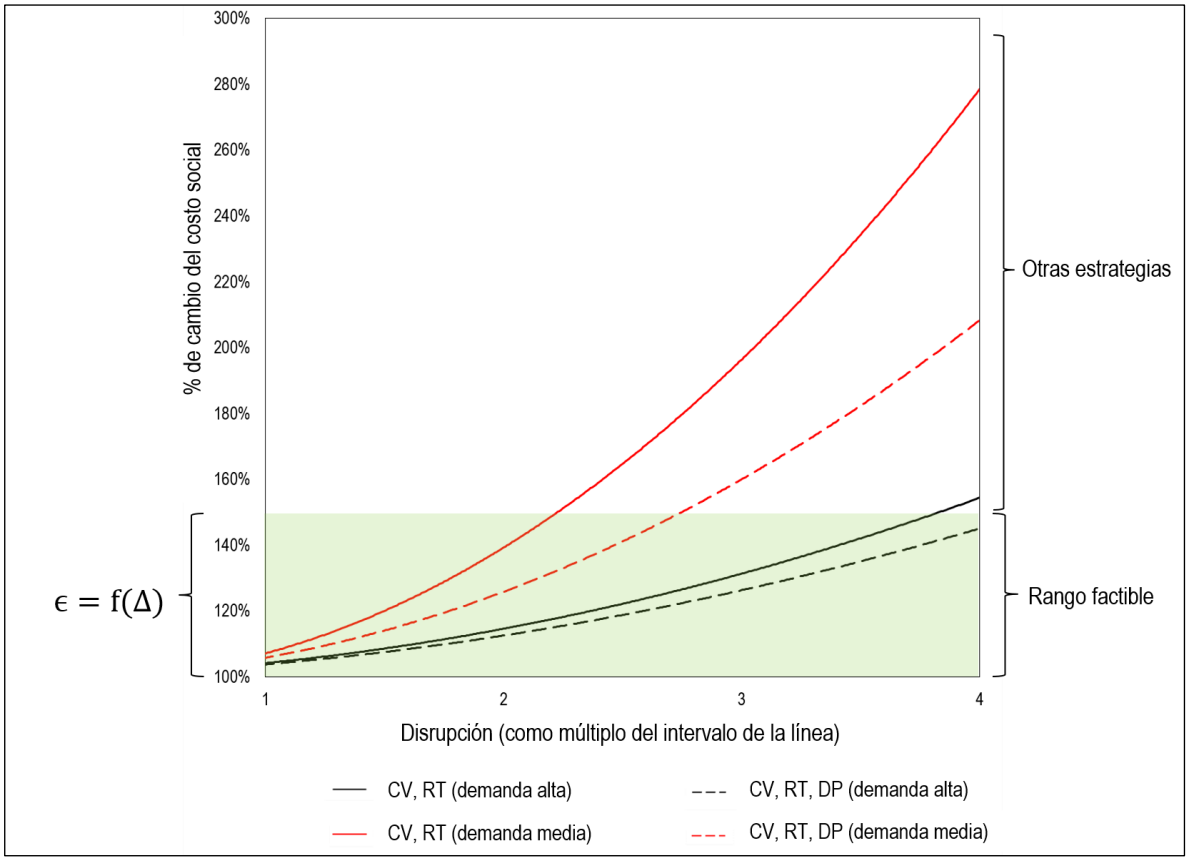

Figura 3-8: Aumento del porcentaje del costo social dada una disrupción de tiempo equivalente a un número de veces el intervalo de operación de la línea

4. MODELO ANALÍTICO PARA CONTROL DE DISRUPCIONES EN UNA LÍNEA DE METRO

Carlos Bueno Cadena[1], Juan Carlos Muñoz[1], Alejandro Tirachini[2]

[1] Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile; [2] Departamento de Ingeniería Civil, Universidad de Chile, Santiago, Chile.

4.1 Introducción

Durante la etapa de planificación de los sistemas de transporte público generalmente se contemplan, para la elaboración de los planes operacionales, condiciones normales de operación que representan la interacción típica entre la oferta y la demanda. Sin embargo, cuando la planificación es implementada durante la etapa operacional, esta se ve afectada por fluctuaciones inherentes al sistema que ocasionan que los planes operacionales inicialmente estimados difieran de la realidad y deban ser ajustados para enfrentar este tipo de eventos. Cuando los eventos que afectan el sistema son de escala menor se pueden implementar estrategias de control operacional simples que permiten llevar al sistema a su estado inicial. De otra parte, cuando los eventos tienen una duración prologada, es necesario aplicar medidas de choque que mitiguen de forma agresiva los efectos negativos llevando al sistema a un estado tal que pueda ser alcanzado el equilibrio de forma gradual.

El efecto que produce la ocurrencia de eventos en el sistema afecta de forma significativa a los agentes del sistema. Por un lado, los usuarios ven afectada la

certidumbre de la duración de sus viajes, debido a que son aumentados sus tiempos de espera y de viaje. Así mismo al presentarse demoras y congestión en el sistema, la acumulación de pasajeros hace que se aumente el hacinamiento al interior de los trenes y estaciones produciendo una reducción del nivel de servicio experimentado por los usuarios. (Tirachini et al., 2016). De forma análoga, el operador experimenta un aumento en los tiempos de ciclo obligando a que los trenes deban circular a mayor velocidad y consumo energético para recuperar las demoras experimentadas y a que se deban aplicar cambios en los planes de operación afectando la programación de personal y material rodante.

Como estrategias para mitigar los efectos negativos producidos por eventos en el sistema, la bibliografía propone una serie de estrategias de control que se han aplicado de forma individual o conjunta. Las estrategias más comúnmente usadas para mejorar la regularidad corresponden a la retención de trenes en estaciones, el salto de estaciones, los expresos y los bucles. Otras estrategias menos comunes como el control de velocidad se han utilizado para lograr este objetivo y adicionalmente reducir los costos operacionales de forma simultánea (Bueno-Cadena & Munoz, 2017).

Estas estrategias generalmente se han implementado en modelos de decisión que capturan la información de los sistemas de monitoreo y toman decisiones óptimas con el objetivo de controlar de forma eficiente y eficaz la línea en presencia de diversos eventos. De esta manera, es relevante entender qué tipo de decisiones toman estos sistemas expertos con el objetivo de identificar las variables relevantes al momento de mitigar los efectos negativos producidos por los eventos. Dentro de este contexto este trabajo analiza las decisiones óptimas de un modelo de optimización que resuelve un problema de control complejo con una mirada global del sistema, y utilizando un enfoque de descomposición segrega el problema en sub-problemas logrando llegar a soluciones cercanas a la resolución del problema completo. Las estrategias de control estudiadas en este trabajo son el control de

velocidad entre estaciones y la retención de trenes en estaciones. La estrategia de control de velocidad aumenta o disminuye la velocidad del tren entre estaciones con el objetivo de regularizar los intervalos y/o reducir el consumo de energía. De otra parte, la estrategia de retención regula los intervalos reteniendo los trenes en las estaciones por determinado periodo de tiempo.

Lo que resta de este capítulo se encuentra organizado en tres secciones. La sección 2 analiza los principales trabajos que abordan estrategias de control para sistemas de transporte público y explica las principales contribuciones de este trabajo. La sección 3 presenta la metodología el modelamiento matemático del problema. La sección 4 presenta los resultados obtenidos con la aplicación de los modelos propuestos y su desempeño en comparación al modelo de optimización con horizonte móvil de predicción usado como referencia.

4.2 Revisión bibliográfica

Los sistemas de transporte público constantemente se encuentran sujetos a la ocurrencia de eventos propios e inherentes a su operación. En la práctica se aplican en tiempo real estrategias operacionales (*e.g.* retención de trenes, *deadheading*, expresos) que buscan regularizar el sistema llevándolo a su estado de operación normal (Fabian, 2017). La naturaleza de las estrategias aplicadas depende del tipo de eventos presentes en el sistema, pudiéndose agrupar estos en perturbaciones y disrupciones. Las perturbaciones corresponden a eventos de duración corta y ocurrencia alta relacionados con las variaciones frecuentes de la oferta y la demanda. De otra parte, las disrupciones corresponden a eventos de duración prolongada, que no deberían ocurrir de forma recurrente, pero que al hacerlo producen efectos importantes en la operación obligando a tomar medidas de choque para su mitigación.

Otro factor importante a la hora de decidir qué tipo de estrategias de control deben ser aplicadas depende del esquema operacional de la línea de transporte. En sistemas operados basados en horario, usualmente se cuenta con brechas operacionales que permiten absorber las perturbaciones y cumplir con las horas de salida y llegada de los vehículos en las estaciones. Cuando el sistema experimenta disrupciones de duración significativa, generalmente se opta por construir un nuevo plan operacional que reemplace el existente ajustando por completo la operación al nuevo escenario operacional (Cacchiani et.al, 2014). De otra parte, en sistemas operados basados en frecuencia, en los cuales la demanda es alta y esta llega de forma aleatoria a las estaciones, se tiene como objetivo ofertar al usuario una cantidad determinada de despachos por hora. Cuando ocurren eventos en este tipo de sistemas, las medidas de control están enfocadas en regularizar los intervalos espaciando los vehículos para eliminar brechas de tiempo indeseadas entre vehículos consecutivos.

Desde el punto de vista de los esquemas de control adaptativo basados en información en tiempo real, se pueden distinguir dos enfoques principales: (i) modelos de optimización y modelos analíticos (Daganzo, 2011). Dentro del enfoque de modelos de optimización, diversos trabajos se han realizado en los últimos años abordando el problema mediante modelos que hacen uso intensivo de información que describe el estado del sistema en distintos momentos del tiempo. Desaulniers and Hickman (2007) e Ibarra-Rojas et al. (2015) presentan una revisión completa de trabajos que utilizan este tipo de enfoque. De otra parte, dentro del enfoque de los modelos analíticos, diversos autores han enfocado sus esfuerzos en la generación de formulaciones de control a nivel local y en las cuales solo se usa una cantidad mínima de información del sistema. Este tipo de formulaciones han mostrado un desempeño similar al obtenido con modelos más sofisticados y gracias a su estructura sencilla permiten establecer una relación analítica entre las variables del problema y las decisiones de control. Asimismo, debido a su bajo costo

computacional y requerimiento de información se han convertido en herramientas de fácil y rápida aplicación.

Dadas las características de los modelos propuestos en el presente capítulo, enfocamos la revisión bibliográfica a investigaciones que utilizan el enfoque de modelos analíticos para el control de perturbaciones y disrupciones en sistemas que operan basados en frecuencia. Dentro de este enfoque, recientes estudios han formulado modelos basados en dos estrategias principales basadas en la posición a la que se encuentra el vehículo en el punto de control en relación con los vehículos aguas arriba y/o abajo: (i) retención de vehículos y (ii) control de velocidad. La estrategia de retención permite regular los intervalos parando por un tiempo determinado los vehículos en las estaciones. La estrategia de control de velocidad aumenta o disminuye los tiempos de desplazamiento entre estaciones permitiendo no solo reducir los tiempos de los usuarios, sino adicionalmente en el contexto de vehículos eléctricos, reducir el consumo energético asociado a la operación.

La selección de trabajos que abordan el control con modelos analíticos es reducida y su objetivo está centrado en regular la operación de líneas de buses. Daganzo (2009), formula el tiempo de retención de vehículos como una función lineal dependiente del intervalo con el vehículo inmediatamente ubicado aguas abajo, que considera que los tiempos de viaje, de parada y demanda de pasajeros son aleatorios. Este modelo aplica retención dinámica en varios puntos de la ruta con el objetivo de mantener los intervalos estables. En este trabajo se demuestra que la estrategia propuesta requiere menos tiempo para mantener una operación cercana al intervalo ideal que utilizando retenciones que operan con un esquema de control basado en horarios. Posteriormente, Daganzo & Pilachowski (2011) proponen un modelo cuyo objetivo es garantizar los intervalos lo más regulares posible mientras mantiene la velocidad comercial lo más alta posible. El modelo implementa la estrategia de retención combinada con el control de velocidad, bajo el entendido que ambas estrategias son complementarias y pueden generar soluciones más

eficientes. A diferencia de Daganzo (2009), este trabajo considera como el objetivo la velocidad, en lugar del tiempo de espera de los pasajeros. Daganzo & Pilachowski (2011) extienden este trabajo considerando, además del intervalo de control con el vehículo ubicado aguas abajo, el intervalo predicho con el vehículo ubicado aguas arriba. Bartholdi & Eisenstein (2012) proponen un esquema similar a Daganzo (2009), pero favoreciendo la auto-ecualización de intervalos reteniendo los vehículos un tiempo igual a una fracción del intervalo de operación. En este trabajo se controla la operación regulando el intervalo predicho con el vehículo ubicado aguas arriba del punto de control.

En relación con los trabajos existentes y en especial al desarrollado por Daganzo & Pilachowski (2011), nuestro trabajo propone un marco de control que utiliza las estrategias de control de velocidad y retención de vehículos. A diferencia de este trabajo nuestro enfoque considera reducir el tiempo de espera de los usuarios aguas abajo del punto de control, además de buscar operar con la mayor velocidad posible. Estas dos estrategias se aplican de forma conjunta teniendo en cuenta el *trade-off* entre los costos del usuario y el operador. De forma complementaria a los trabajos analizados, el marco de control no solo es aplicable en sistemas operado con buses convencionales, sino implementable en sistemas operados con vehículos eléctricos (*e.g.* trenes, buses eléctricos), en los cuales el consumo de energía juega un papel importante en los costos operacionales y en la autonomía de operación.

De otra parte, los trabajos analizados abordan el problema de control con un enfoque especial al manejo de eventos de menor duración. Nuestro trabajo considera el control ante eventos de duración moderada y alta contemplando que el control aplicado durante la fase de ocurrencia del evento difiere del aplicado antes y después de la ocurrencia de éste. Dentro de este contexto nuestro trabajo contempla el siguiente marco de control:

- Se propone una estrategia liviana en uso computacional para enfrentar disrupciones en la operación de una línea de metro. La estrategia integra dos modelos que determinan el tiempo de retención de los trenes al ocurrir la disrupción y la velocidad de los trenes entre estaciones. Se muestra que esta estrategia debiera ser factible de implementar por controladores humanos ofreciendo un desempeño que se acerque al de sistemas expertos que toman acciones con base a la optimización simultánea de una gran cantidad de variables del sistema.
- Se propone una formulación que representa el tiempo de retención de los trenes en las estaciones al momento de gatillarse la disrupción y después de que ésta ha terminado.
- Se desarrolla una formulación analítica para determinar la velocidad óptima a la cual viajar entre dos estaciones sucesivas. Esta permite observar su dependencia respecto de parámetros como la carga del tren, el número de pasajeros esperando en la estación aguas abajo y el valor del tiempo de los usuarios. Se identifican diferencias importantes si el valor del tiempo en vehículo crece con la carga de tren en comparación a si se considera un valor del tiempo constante.

4.3 Modelación del sistema

Consideremos un corredor de transporte público de longitud L operado con trenes, sobre el cual opera una única línea que atiende N estaciones y donde la estación N+1 coincide con la estación 1 y es considerada el terminal único del servicio. Sobre el corredor circulan K trenes a los cuales no se les permite realizar adelantamiento ni acercarse entre sí más allá de una distancia de seguridad. Los trenes están enumerados de modo tal que su índice aumenta aguas arriba en la línea, y el tren K circula inmediatamente aguas abajo del tren 1. Los trenes cuentan con una

capacidad fija y conocida que no se puede sobrepasar. La tasa de demanda en cada una de las estaciones de línea es también fija y conocida y no varía durante el periodo de interés.

Supondremos que, durante la operación de la línea, producto de un evento (*e.g* falla de un tren, pasajero enfermo) ocurre una interrupción de la operación normal que exige mantener un tren detenido en una estación dada. La interrupción tiene una duración *d*, la cual es conocida al momento t_o en que se gatilla el evento y depende del tipo de evento que generó la disrupción. La Figura 4-1 muestra las características del corredor considerado en el modelo.

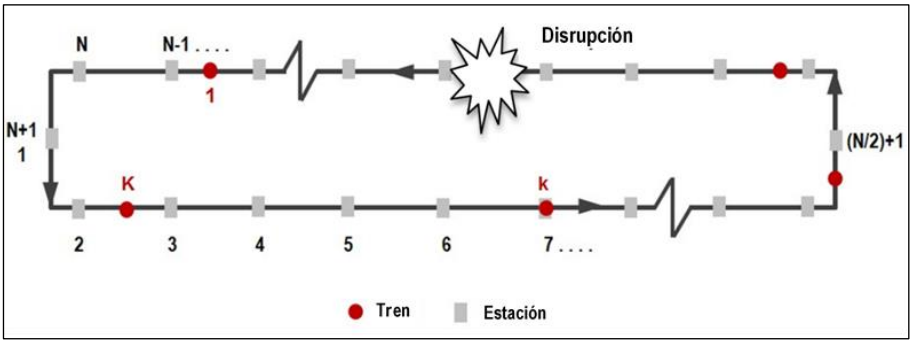

Figura 4-1: Configuración del corredor

En presencia de disrupciones, se contempla que existen las fases de ocurrencia del evento y la fase de recuperación (Babany, 2015). La fase de ocurrencia contempla desde el momento en que ocurre la disrupción hasta que se aplican las primeras medidas de control en todos los trenes de la línea. La fase de recuperación contempla desde la finalización de la fase de ocurrencia del evento hasta el momento el que el sistema es llevado hasta su estado de equilibrio. Para ajustar los intervalos el sistema aplica de forma conjunta las estrategias de control de velocidad entre estaciones y retención de trenes en estaciones.

A continuación, se presenta la metodología utilizada para la construcción de las formulaciones analíticas. El enfoque utilizado consta de tres modelos que se aplican de forma conjunta con el objetivo de estabilizar la operación de la línea luego de haber sufrido un evento disruptivo que obliga que un tren requiera ser detenido durante determinado tiempo en una estación. La primera sección muestra los modelos desarrollados para determinar la retención que debe aplicarse a cada uno de los trenes durante la fase de ocurrencia del evento y durante la fase de recuperación. Como se explicará más adelante, estos dos primeros modelos tienen como objetivo regular la operación en presencia de una disrupción de duración *d* y se construyen analizando los resultados obtenidos aplicando un modelo de optimización con horizonte móvil de predicción que regula la línea de transporte modelada. La segunda sección presenta el modelo de control de velocidad que tiene como objetivo reducir los costos de los usuarios y de consumo de energía, y el cual es aplicado tanto en las fases de ocurrencia del evento como en la fase de recuperación del evento.

4.3.1 Modelo de retención de trenes

Como se ha explicado anteriormente, se considera que existen dos fases durante la operación de la línea sujeta a disrupciones: fase de ocurrencia del evento y fase de recuperación. Durante la fase de ocurrencia del evento se contempla que se aplican las medidas de control más importantes con el objetivo de regular de forma rápida el sistema. De otra parte, durante la fase de recuperación se contempla que es necesario aplicar medidas que complementen la regulación aplicada en la fase de ocurrencia del evento con el objetivo de llevar el sistema a un estado de operación normal. Nuestro enfoque metodológico para determinar las medidas de control a aplicar en cada una de las fases consistió en analizar las decisiones óptimas tomadas por un modelo optimización complejo que tiene una visión global del sistema. Las decisiones óptimas se usan como input para la determinación y calibración de las formas funcionales que permitan calcular las medidas de control en cada fase. El modelo utilizado para calcular las decisiones óptimas que se usan como *inputs* para

los análisis es el modelo de optimización con horizonte móvil de predicción (MO) propuesto por Bueno-Cadena & Munoz (2017) y al cual se le incluye la restricción (4-6) relacionada con la disrupción d_{to} de duración *d* que ocurre en el momento t_o deteniendo al tren k_0 en la estación n_0. Este modelo tiene la siguiente estructura:

$$\min_{h_{kn},\, t_{kn}\ \forall k\in \mathrm{K}\ \ \forall n\in \mathrm{N}} \quad \frac{C_u + C_e}{PAX} \tag{4-1}$$

Sujeto a restricciones de demanda (4-2)

restricciones operacionales (4-3)

restricciones de seguridad (4-4)

restricciones de nivel de servicio (4-5)

$$h_{k_0 n_0} = d_{to} \quad \forall k_0 \in K \ \ \forall n_0 \in N \tag{4-6}$$

$$h_{kn} \geq 0,\ t_{kn} \geq 0 \quad \forall k \in \mathrm{K} \ \ \forall n \in \mathrm{N} \tag{4-7}$$

donde, C_u corresponde a los costos asociados a los tiempos de espera y en vehículo de los usuarios, y C_e hace referencia al costo de consumo de energía de los trenes. Las variables de decisión h_{kn} y t_{kn} corresponden al tiempo de retención aplicado al tren *k* en la estación *n* y al tiempo de viaje que tendrá el tren *k* entre las estaciones *n* y *n*+1, respectivamente. Las restricciones (4-2) a (4-5) reflejan la interacción entre la demanda y la oferta, teniendo en cuenta las condiciones de seguridad requeridas para la operación de un corredor operado por trenes. Finalmente, la restricción (4-7) indica que las retenciones y los tiempos de viaje entre estaciones no pueden ser negativos. La descripción de los experimentos llevados a cabo con el modelo MO, los resultados numéricos y la determinación de las formas funcionales para los modelos de retenciones para cada una de las fases se describen en la sección 4.4.

Una vez termina la fase de ocurrencia del evento, las principales retenciones han sido aplicadas en cada tren y dependiendo de la duración del evento que produce la disrupción, es posible que la línea siga enfrentada a una situación inestable. Es así como es necesario definir la velocidad óptima a operar entre cada par de estaciones

en función de cuántos pasajeros lleva y cuánta es la espera aguas abajo. Durante el periodo que sigue a la disrupción es muy probable que se enfrenten niveles de densidad de pasajeros al interior de los trenes muy superior a los normales. Esto deteriora el nivel de satisfacción de los usuarios por lo que parece razonable considerar el efecto de la densidad al interior del tren en el valor del tiempo de los usuarios. Este modelo de optimización de la velocidad es de utilidad no solo en esta fase de recuperación del sistema, sino también durante la operación normal. A continuación, se propone un modelo con este propósito.

4.3.2 Modelo de control de velocidad

Con el objetivo de determinar la velocidad recomendada de circulación de un tren entre las estaciones, se formula un modelo cuya función objetivo está definida por la minimización del costo social por pasajero producido por la circulación del tren. Este costo está compuesto por dos componentes principales: (i) costos de usuarios y (ii) costos de operación. A continuación, se muestra la notación utilizada y la formulación de cada uno de los componentes del modelo.

a) Notación

Los índices y parámetros del modelo se muestran a continuación:

k: índice de trenes, $k = 1,..,|K|$.
n: índice de estaciones, $n = 1,..,N+1$.

$\beta =$ valor del tiempo de los usuarios [\$/min].
$\gamma =$ valor de una unidad de energía consumida [\$/kwh].
$\theta_i =$ ponderadores de la función objetivo para los tiempos de espera y de viaje en vehículo ($i = 1,2,3$).
$\varepsilon_i =$ párametros asociados a la función de consumo de energía ($i = 1,2$).
$c_i =$ párametros asociados a la función de hacinamiento experimentado por los pasajeros ($i = 1,2,3$).
$\lambda_n =$ tasa de llegada de pasajeros a la estación n [pax/min].
$cap_k =$ capacidad del tren k [pax/tren].

$p_n =$ fracción de pasajeros que bajan de cada tren en la estación n.

$PE_{kn} =$ cantidad de pasajeros que no pudieron subir al tren k en la estación n.

$V_n^{max} =$ velocidad máxima entre las estaciones n y $n+1$ [km/h].

$V_n^{min} =$ velocidad mínima entre las estaciones n y $n+1$ [km/h].

$D =$ distancia de seguridad entre trenes [km].

$t_{kn}^0 =$ Instante de salida del tren k de la estación n [min].

$d =$ duración de la disrupción [min].

$H =$ intervalo de operación en condiciones ideales [min].

$L_{kn} =$ número de pasajeros que viajan en el tren k entre las estaciones n y $n+1$

$A =$ superficie del tren disponible para albergar pasajeros [m^2].

El modelo contempla como variable única de decisión a:

$t_{kn} =$ tiempo de desplazamiento del tren k entre las estaciones n y $n+1$ [min]

b) Costos de los usuarios

El costo de cada usuario se encuentra representado por su tiempo de espera y en vehículo, multiplicado por el parámetro β que representa el valor del tiempo de un usuario. El valor relativo de la componente del tiempo de viaje se encuentra ponderado por los parámetros θ_1, θ_2 y θ_3, correspondientes a los tiempos en vehículo, espera por el primer tren y espera extra más allá del primer tren si este no es posible abordarlo, respectivamente. El ponderador del tiempo de viaje en vehículo θ_1, puede ser fijo o variable dependiendo del nivel de ocupación de los trenes. Cuando la ocupación es alta, se produce hacinamiento de pasajeros, el cual disminuye la comodidad del viaje y en términos econométricos se suele representar en un aumento en la disposición a pagar por disminuir el tiempo de viaje (una revisión de la literatura sobre valoración del hacinamiento se presenta en Tirachini et al. (2017)). En este capítulo se considera la siguiente función cuadrática creciente de θ_1 dependiente de la densidad de pasajeros al interior del tren, la cual se encuentra basada en la estimación del valor del tiempo en función del hacinamiento en el transporte público de Santiago, hecha por Batarce et al. (2015):

$$\theta_1 = \begin{cases} 1 & \text{si } \frac{L_{kn}}{A} < 2 \\ c_1\left(\frac{L_{kn}}{A}\right)^2 - c_2 * \left(\frac{L_{kn}}{A}\right) + c_3 & \text{si } \frac{L_{kn}}{A} \geq 2 \end{cases} \quad (4\text{-}8)$$

El tiempo de espera por el primer tren hace referencia al tiempo normal que esperan los usuarios si estos pueden subirse al primer tren que les pasa en la estación. El tiempo de espera extra se refiere al tiempo adicional que deben esperar los usuarios que no pudieron acceder al primer tren que esperaron por falta de capacidad de éste y en general es mayor a θ_2, debido a la molestia extra de los usuarios al tener que esperar por al menos un tren más.

A continuación, se presentan los costos de usuarios y de operación, y la función objetivo resultante:

i) Costo del tiempo de viaje en vehículo de los usuarios que viajan en el tren *k* entre las estaciones *n* y *n*+1

$$C_{kn}^{T} = \beta\theta_1 t_{kn} L_{kn} \quad (4\text{-}9)$$

donde

$$L_{kn} = \min(cap, L_{kn-1}(1 - p_n) + \lambda_n(t_{kn}^0 - t_{k-1n}^0)) \quad (4\text{-}10)$$

ii) Costo del tiempo de espera de los usuarios en *n+1*

Este costo considera los costos de los usuarios que acceden a la estación *n*+1 después que pasa el tren *k-1* y antes del tren *k* (C_{kn}^{w1}). Para ellos el tren *k* es el primer tren que esperan. Por otra parte, se consideran los costos de

los usuarios que no pudieron acceder al tren *k*-1 por falta de capacidad del tren (C_{kn}^{w2}).

$$C_{kn}^{W} = C_{kn}^{w1} + C_{kn}^{w2} \tag{4-11}$$

donde

$$C_{kn}^{w1} = \frac{\beta\theta_2\lambda_{n+1}[(t_{kn}^0 + t_{kn}) - (t_{k-1n}^0 + t_{k-1n})]^2}{2} \tag{4-12}$$

$$C_{kn}^{w2} = \beta\theta_3 PE_{k-11n+1}\left(\frac{\left(t_{k-1n+1}^0 - t_{k-2n+1}^0\right)}{2} + \left(t_{kn+1}^0 - t_{k-1n+1}^0\right)\right) \tag{4-13}$$

Esta formulación asume que el tiempo detención en la estación *n+1* para los trenes k-1 y k es idéntico.

c) Costos de operación

Los costos de operación se encuentran representados por el consumo de energía necesaria para transportar los usuarios a lo largo del tramo multiplicada por el parámetro γ que representa el costo de una unidad de energía. Se considera que los costos de energía consideran la siguiente forma funcional, la cual representa el consumo de energía como una función proporcional a la carga del tren e inversamente proporcional al tiempo de desplazamiento entre estaciones.

$$C_{kn}^{E} = \gamma[\varepsilon_1 + \varepsilon_2 L_{kn} + \frac{\varepsilon_3 r_n}{t_{kn}}] \tag{4-14}$$

d) Función objetivo

La función objetivo corresponde a la minimización de los costos medios totales, es decir, la suma de cada uno de los componentes de costos de los usuarios y de operación divididos por la cantidad de pasajeros atendidos *PAX*.

$$\underset{t_{kn}\,\forall k\in \mathrm{K}\;\;\forall n\in \mathrm{N}}{minimizar} \quad \frac{C_{kn}^{T}+C_{kn}^{W}+C_{kn}^{E}}{PAX} \tag{4-15}$$

$$\text{sujeto a} \quad \frac{D}{V_n^{max}} \leq t_{kn} \leq \frac{D}{V_n^{min}} \quad \forall k \in \mathrm{K} \quad \forall n \in \mathrm{N} \tag{4-16}$$

Para analizar la convexidad para todo valor positivo de t_{kn} de la función objetivo a minimizar, se calculó la segunda derivada $\frac{\partial 2L_{kn}}{\partial {t_{kn}}^2}$, la cual se muestra a continuación:

$$\frac{\partial 2L_{kn}}{\partial {t_{kn}}^2} = 3\beta\theta_2\lambda_{n+1}t_{kn}^2 + 2[\beta\theta_1 L_{kn-1}(1-p_n)+\lambda_n\beta\theta_1(t_{kn}^0 - t_{k-1n}^0) + \beta\theta_2\lambda_{n+1}(t_{kn}^0 - t_{k-1n}^0 + t_{k-1n})]t_{kn} \tag{4-17}$$

Dado que todas las funciones que conforman la función objetivo son lineales o convexas en t_{kn} se puede concluir el problema tiene solución y ésta es única. Por lo tanto, si la solución al problema relajado correspondiente a $\frac{\partial L_{kn}}{\partial t_{kn}} = 0$, se encuentra en un punto factible del dominio (Ecuación (4-16)), entonces ésta corresponderá a la solución buscada. De otro modo, la solución óptima para t_{kn} se encontrará en el límite del intervalo de factibilidad más cercano.

Para obtener la solución al problema relajado debemos resolver la siguiente expresión que se desprende directamente de las condiciones de primer orden, $\frac{\partial L_{kn}}{\partial t_{kn}} = 0$:

$$\beta\theta_2\lambda_{n+1}t_{kn}^3 + [\beta\theta_1 L_{kn} + \beta\theta_2\lambda_{n+1}(t_{kn}^0 - t_{k-1n}^0 + t_{k-1n})]t_{kn}^2 - \gamma\varepsilon_3 r_n + \beta\theta_3 PE_{k-1n+1} = 0 \tag{4-18}$$

La expresión (4-19) es de tercer grado en el tiempo de desplazamiento del tren entre estaciones, t_{kn}. Para encontrar una solución analítica a la ecuación cúbica, se aplica el método de Cardano para t_{kn}:

$$t_{kn}^3 + a_1 t_{kn}^2 + a_2 t_{kn} + a_3 = 0 \tag{4-19}$$

donde

$$a_1 = \frac{\theta_1 L_{kn} + \theta_2 \lambda_{n+1}\left(t_{kn}^0 - t_{k+1n}^0 + t_{k+1n}\right)}{\theta_2 \lambda_{n+1}} \tag{4-20}$$

$$a_2 = 0 \tag{4-21}$$

$$a_3 = -\frac{\gamma \varepsilon_3 r_n}{\beta \theta_2 \lambda_{n+1}} + \beta \theta_3 PE_{k-1n+1} \tag{4-22}$$

La solución encontrada está dada por:

$$t_{kn} = S_1 + S_2 - \frac{a_1}{3} \tag{4-23}$$

donde

$$S_1 = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}} \tag{4-24}$$

$$S_2 = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}} \tag{4-25}$$

$$Q = \frac{3a_2 - a_1^2}{9} \tag{4-26}$$

$$R = \frac{9a_1 a_2 - 27a_3 - 2a_1^3}{54} \tag{4-27}$$

De esta manera, se concluye la obtención de la formulación analítica para la determinación de la velocidad óptima con la que debe circular cada tren entre cada par de estaciones.

4.4 Análisis numérico de los modelos de control

Este capítulo describe el análisis numérico de los modelos mostrados en la sección 4.3. Para ello, se considera la operación de una línea de trenes de 15 km de longitud compuesta por 30 estaciones equiespaciadas. La demanda de la línea se encuentra definida por los pasajeros que arriban aleatoriamente a cada una de las estaciones mediante un proceso de Poisson con tasa de llegada λ_n conocida. Se contemplaron dos perfiles de carga de la línea, con formas opuestas con el objetivo de observar la

sensibilidad que presentan las respuestas de los modelos a las variaciones de la oferta y demanda, permitiendo de esta manera definir políticas expandibles a cualquier línea de metro.

El sistema funciona con 8 trenes circulando sobre una línea de dos sentidos pudiendo operar con un intervalo teórico cercano a 4 minutos, el cual es similar al presente en muchas de las líneas de metro actuales. Cada uno de los trenes tiene una capacidad de 850 pasajeros y está compuesto por 5 coches, los cuales circulan a una velocidad crucero mínima de 30 km/h y máxima de 80 km/h respetando un perfil de velocidad trapezoidal.

El ponderador del tiempo de viaje θ_1 es determinado por la Ecuación (1) cuando se tiene en cuenta el efecto del hacinamiento e igual a 1 cuando este efecto no es considerado en el análisis. Los ponderadores θ_2 y θ_3, correspondientes al tiempo de espera por el primer tren y espera extra más allá del primer tren si este no es posible abordarlo, son 2 y 4, respectivamente (Bueno-Cadena & Munoz, 2017). Para el valor del tiempo de los usuarios y para el costo de una unidad de energía, se contemplan los valores reportados para la ciudad de Santiago correspondientes a β=$CLP24,97/min (MDS, 2014) y γ=$CLP90/kwh (CDEC-SIC, 2014)

Lo que resta del capítulo se encuentra dividido en dos partes. La primera parte presenta el análisis paramétrico del modelo de velocidad utilizando la formulación desarrollado en la sección 4.3.2, y la segunda parte presenta el análisis de la información del modelo MO y la determinación de las formas funcionales para los modelos de retenciones descritos en la sección 4.3.1.

4.4.1 Análisis paramétrico del modelo de velocidad

Con el objetivo de comprender los resultados del modelo de control de la velocidad, se realizó un análisis paramétrico incluyendo la ocupación de los trenes, la tasa de llegada de los pasajeros a la estación, el valor subjetivo del tiempo de viaje, el valor de la unidad de energía y el hacinamiento al interior de los trenes. La Figura 4-2 muestra en forma de curvas de nivel los valores óptimos de t_{kn} calculados resolviendo el problema de optimización no restringido. Se presentan dos escenarios que muestran la influencia de la relación $\frac{\gamma}{\beta}$, la cual representa el cociente entre el costo de una unidad de energía y el valor subjetivo del tiempo en vehículo de los usuarios (inicialmente consideramos un valor fijo independiente del nivel de hacinamiento). Para los dos escenarios, Se observa que el factor $\frac{\gamma}{\beta}$ tiene un efecto no lineal decreciente sobre t_{kn}. A manera de ejemplo, se muestra en la Figura 4-2 una cruz roja que define para los dos escenarios el mismo nivel de ocupación y la misma tasa de llegada de pasajeros a la estación *n*. Para el escenario de la izquierda se contempla una relación de $\frac{\gamma}{\beta}$ correspondiente a la ciudad de Santiago, mientras que para el escenario de la derecha se duplica este valor. Se observa que el modelo de optimización aumenta el tiempo de viaje en vehículo de 0.41 a 0.57 minutos (41% de aumento) cuando para un mismo valor subjetivo del tiempo de viaje se aumenta al doble el costo asociado al consumo de energía.

Por otra parte, se analiza el efecto que sobre el tiempo óptimo de desplazamiento entre estaciones tiene el hacinamiento experimentado por los usuarios al interior del tren. Se contemplaron los siguientes escenarios para el ponderador del tiempo de viaje en vehículo:

- Ponderador de tiempo de viaje en vehículo fijo ($\theta_1 = 1$).
- Ponderador de tiempo de viaje en vehículo variable involucrando el efecto del hacinamiento de acuerdo con lo expuesto en la Ecuación (4-8). La función cuadrática que se utiliza se muestra en la Figura 4-3 y tiene como parámetros a c_1=0,083, c_2=0,35 y

c_3=1,37, valores estimados usando los resultados de la sensibilidad al hacinamiento en los usuarios del transporte público de Santiago, reportados por Batarce et al. (2015):

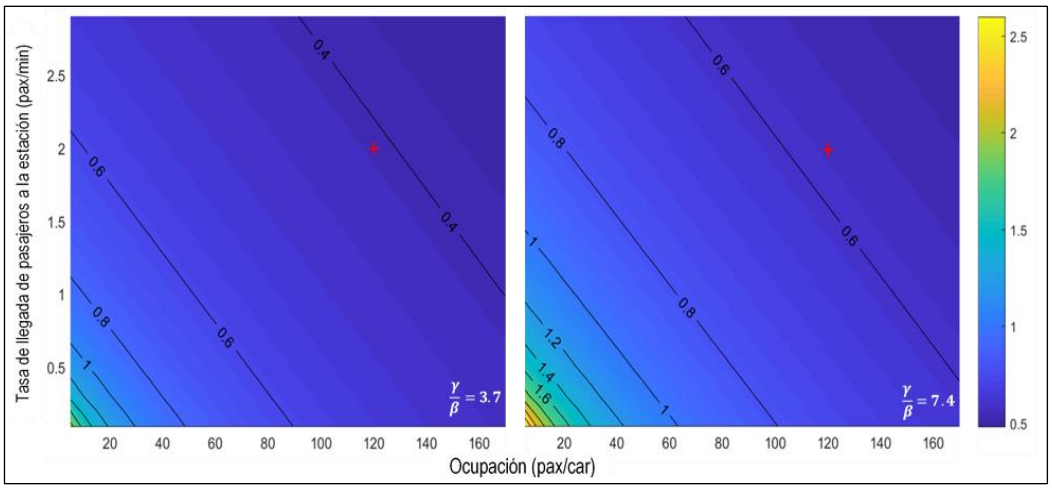

Figura 4-2: Efecto de la relación del valor subjetivo del tiempo de viaje y el costo de la energía sobre las decisiones óptimas del modelo.

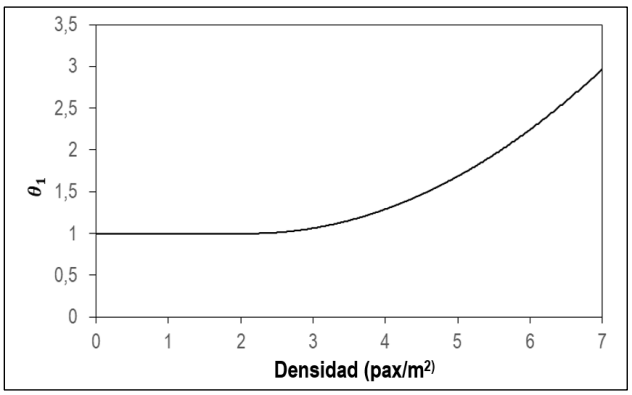

Figura 4-3: Variación del ponderador del tiempo de viaje en función al hacinamiento experimentado por los pasajeros al interior de los trenes

La Tabla 4-1 muestra la variación de la velocidad y el consumo de energía resolviendo el problema no restringido para los dos escenarios considerados. Se

observa que la influencia del hacinamiento genera aumentos de hasta un 64% y 68%, en la velocidad y en el consumo de energía, respectivamente.

Finalmente, se realizó un análisis a nivel de línea completa con el objetivo de determinar la influencia del tipo de perfil de demanda en la decisión óptima del modelo. Se analizaron dos perfiles típicos de carga de pasajeros: (i) perfil 1 con forma triangular en donde el punto de máxima carga se encuentra en el punto medio de la línea. (ii) perfil 2, el cual es diametralmente opuesto al perfil 1, presentando en el punto medio de la línea el punto de menor carga. Los resultados mostrados en la Figura 4-4 permiten concluir que las decisiones óptimas el modelo se encuentran definidas por el perfil de demanda de la línea y que este permite determinar un perfil de velocidad óptimo típico que deben seguir los trenes cuando operan atendiendo diferentes perfiles de carga.

Tabla 4-1: Efecto del hacinamiento sobre la velocidad y el consumo de energía

% Ocupación	**θ_1 fijo**		**θ_1 variable (sensibilidad al hacinamiento)**			
	Velocidad (km/h)	**Energía (CLP$/pax)**	**Velocidad (km/h)**	**Energía (CLP$/pax)**	**% Δ velocidad desde θ_1 fijo**	**% Δ energía desde $\theta_1$fijo**
25%	25,0	8,2	25,0	8,2	0%	0%
50%	52,8	14,1	55,9	15,1	6%	7%
75%	62,4	12,1	80,6	16,1	29%	33%
100%	70,7	10,9	116,0	18,3	64%	68%

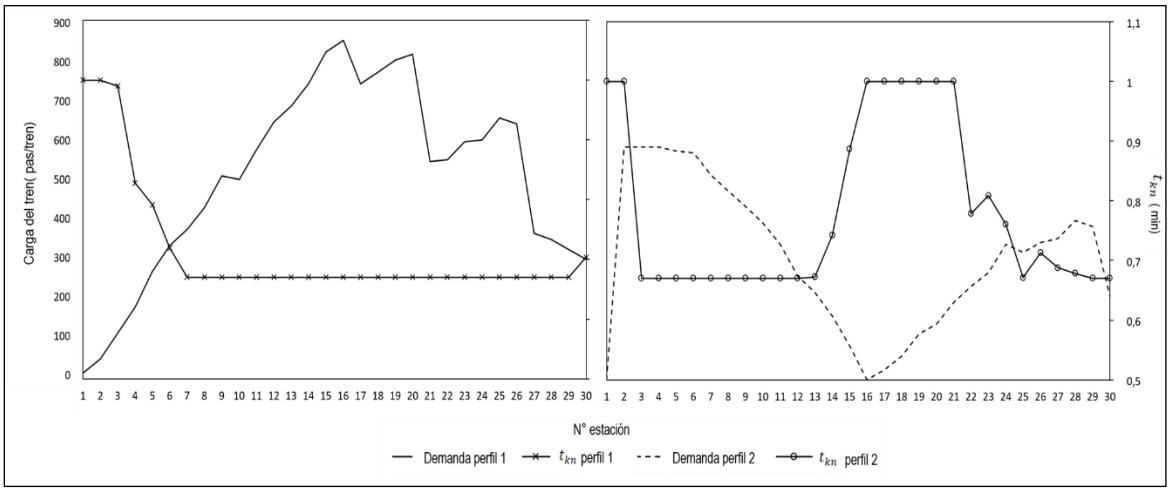

Figura 4-4: Perfiles de carga considerados en las simulaciones

4.4.2 Forma funcional de los modelos de retención

Para determinar la forma funcional de los modelos de retención que se utilizarán para controlar el sistema durante la fase de ocurrencia del evento y durante su fase de recuperación, se utilizaron los resultados obtenidos controlando la línea de metro usando el modelo MO. Para modelar la evolución de la línea de metro sujeta a una disrupción se utilizó una plataforma de simulación conformada por los módulos de Simulación y de Optimización. En el módulo de Simulación se simula la operación de la línea considerando procesos aleatorios de llegada de los pasajeros a las estaciones y se registran, entre otras, las variables de estado relacionadas con la posición de los trenes y el número de pasajeros en trenes y estaciones. El módulo de Optimización recibe el estado del sistema y se encarga de aplicar el modelo de optimización sobre un horizonte móvil cada vez que un tren llega a una estación y retroalimentar al módulo de Simulación con los resultados obtenidos para cada una de las variables de decisión.

Al momento de iniciar la simulación los trenes comienzan equiespaciados a lo largo de la línea y para cada uno de los escenarios se simularon 30 réplicas. Para simular el evento correspondiente a la disrupción de duración *d*, se definió que este

ocurriera en el punto medio de la línea durante el estado de régimen de la operación. De esta manera, se contempla que la disrupción ocurre alrededor del minuto 50 de operación, momento en el que el tren 8 arriba a la estación 16. Adicionalmente, con el objetivo de someter el sistema a diferentes condiciones de demanda, se utilizaron dos tipos de matrices de viaje que generaban dos perfiles de demanda típicos mostrados anteriormente en la Figura 4-4. La Tabla 4-2 muestra los escenarios simulados usando el MO, en los cuales varían la duración de la disrupción y el perfil de demanda considerado.

Tabla 4-2: Escenarios simulados con el MO

Escenario	***d* (min)**	**Perfil demanda**
MO-D0-P1	0	1
MO-D5-P1	5	1
MO-D10-P1	10	1
MO-D15-P1	15	1
MO-D0-P2	0	2
MO-D5-P2	5	2
MO-D10-P2	10	2
MO-D15-P2	15	2

Los resultados obtenidos en cada uno de los escenarios fueron segregados en dos partes abarcando la fase de ocurrencia del evento y la fase de recuperación. A continuación, se presentan los resultados obtenidos para cada una de las fases.

a) Fase de ocurrencia del evento

Con los resultados obtenidos de las simulaciones se analizaron las decisiones óptimas tomadas por el modelo observando que éstas siguen un patrón que resulta bastante razonable e intuitivo. En la Figura 4-5 y en la Figura 4-6 se muestran las respuestas obtenidas en la fase de ocurrencia del evento utilizando los dos perfiles de demanda. Se observa que en esta etapa el modelo MO aplica una retención

prolongada a cada tren una vez ocurrido el incidente y que las retenciones aplicadas en las estaciones aguas abajo y aguas arriba son mayores a medida que *d* crece. Asimismo, a media que la estación se encuentra más alejada de la estación donde ocurre el incidente las retenciones aplicadas son más breves. Finalmente se observa que el modelo tiende a aplicar retenciones más prolongadas aguas arriba que aguas abajo. De esta manera, observando los patrones de las retenciones obtenidos con base en las decisiones óptimas tomadas por el modelo MO, se propone la Ecuación (4-28) que indica la retención que se deberá aplicar en cada tren.

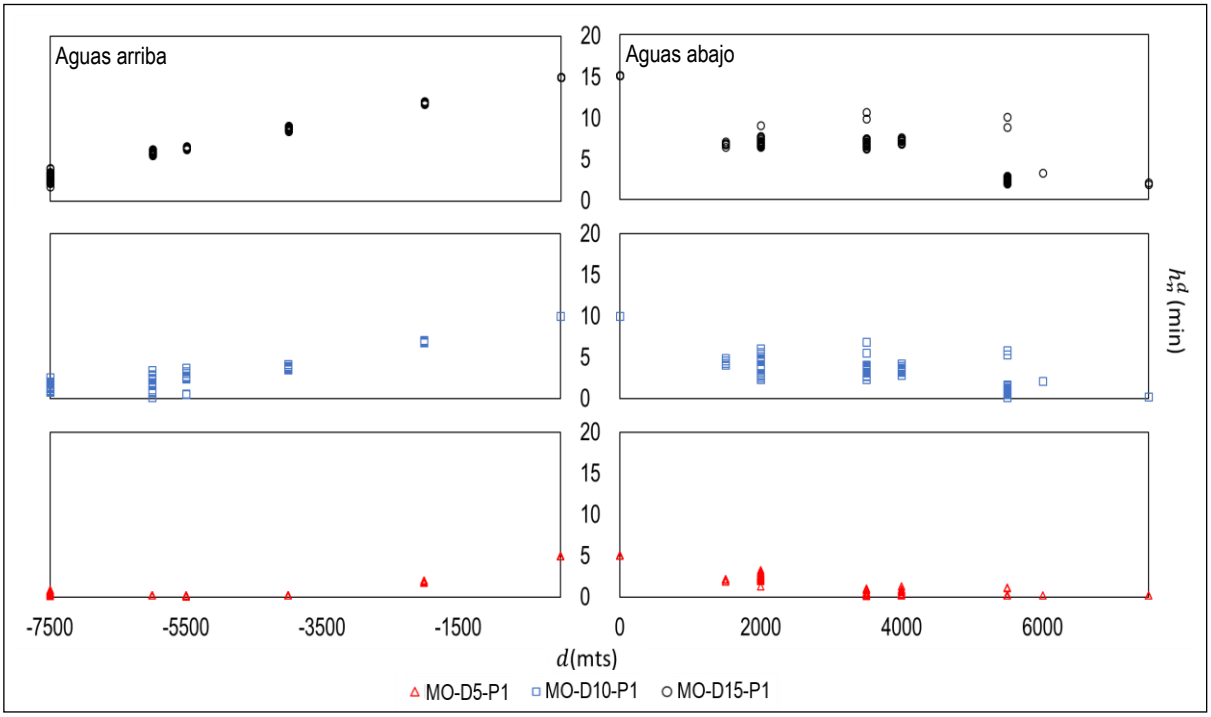

Figura 4-5: Retenciones aplicadas por el modelo MO en presencia del perfil 1 de carga

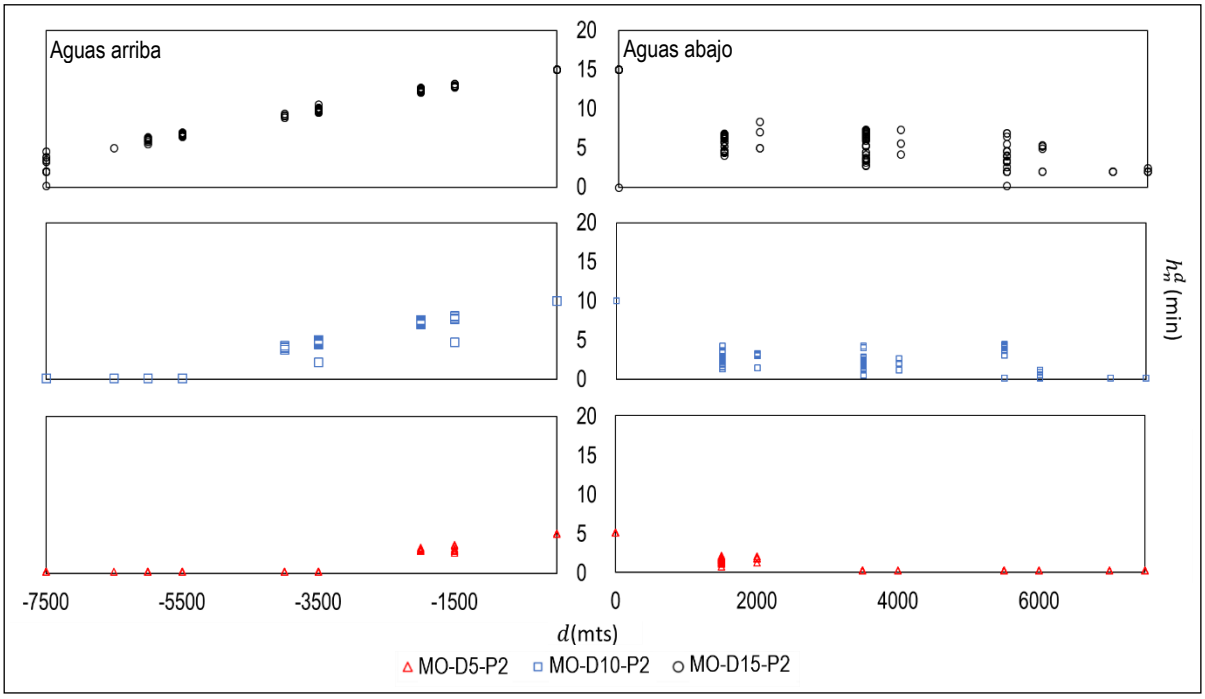

Figura 4-6: Retenciones aplicadas por el modelo MO en presencia del perfil 2 de carga

$$h_n^d = \begin{cases} \dfrac{a^- d}{(a^- + X_k)} & si\ X_k < 0 \\ d & \text{si } X_k = 0 \\ \dfrac{a^+ d}{(a^+ + X_k)} & \text{si } X_k > 0 \end{cases} \qquad (4\text{-}28)$$

h_n^d representa el tiempo de retención a aplicar al tren en la estación *n* cuando ocurre una disrupción de duración *d*. X_k representa la distancia al tren k medida desde la estación donde ocurre la disrupción, la cual es negativa si el tren se encuentra ubicado aguas arriba de la estación en la que ocurre la disrupción. Los únicos parámetros del modelo se encuentran representados por a^- y a^+. Para la calibración de los parámetros se utilizaron 1593 optimizaciones obtenidas con el modelo MO abarcando los diferentes niveles de demanda y de disrupciones

simulados. Se alcanzo un R^2 ajustado de 0.87 para el modelo de aguas arriba y de 0.88 para el modelo de aguas abajo. Los parámetros calibrados, con un nivel de confianza del 95%, para a^- y a^+ son -3355 y 1455, respectivamente.

b) Fase de recuperación

Cuando la fase de ocurrencia del evento ha terminado y ya no es necesario aplicar el modelo anterior, es necesario contar con un modelo de retenciones que complemente la estrategia de control de velocidad permitiendo regularizar los intervalos y mitigar los efectos negativos que no son posibles de reducir con la aplicación del control de velocidad. Esta estrategia se aplica en la fase de recuperación del sistema contemplando que las mayores retenciones ya fueron realizadas en la fase de ocurrencia del evento. La estrategia consiste en la definición de un intervalo objetivo, que permite calcular la magnitud de la retención a aplicar cada vez que un tren llegue a una estación. Con los resultados obtenidos aplicando el modelo MO, se calcularon los intervalos entre trenes con el objetivo de observar un patrón de control. La Figura 4-7 y la Figura 4-8 muestran los resultados obtenidos, los cuales fueron segregados por la ubicación del tren con respecto al tren que sufrió la disrupción. En color negro se muestran los trenes ubicados aguas arriba, mientras que en color rojo se muestran los trenes ubicados aguas abajo. Los resultados muestran el modelo MO aplica diferentes intervalos de control dependiendo de donde se encuentren los trenes con respecto al tren afectado por la disrupción.

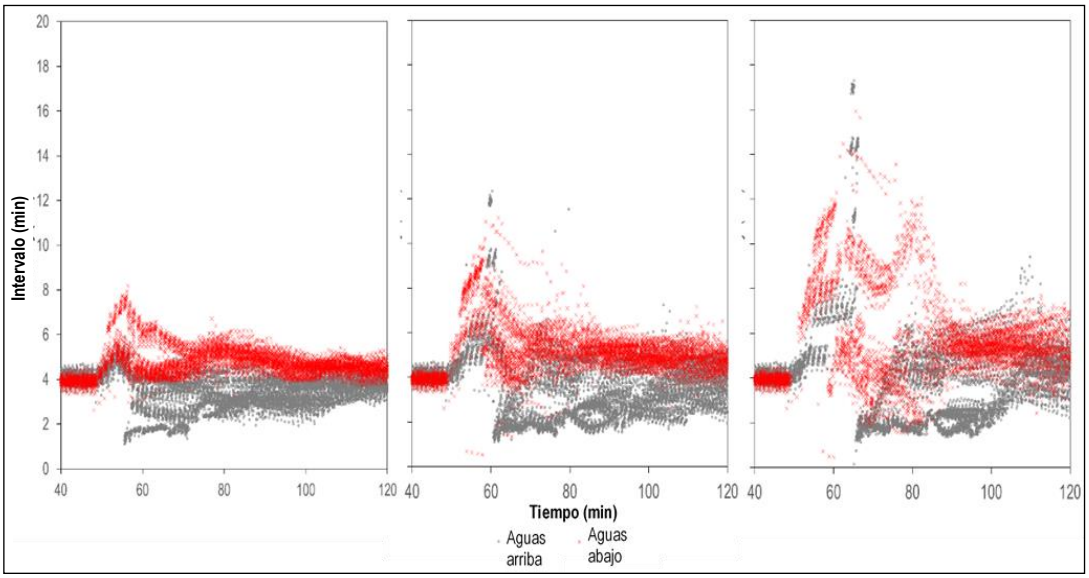

Figura 4-7: Intervalos entre trenes consecutivos en presencia del perfil 1 de carga

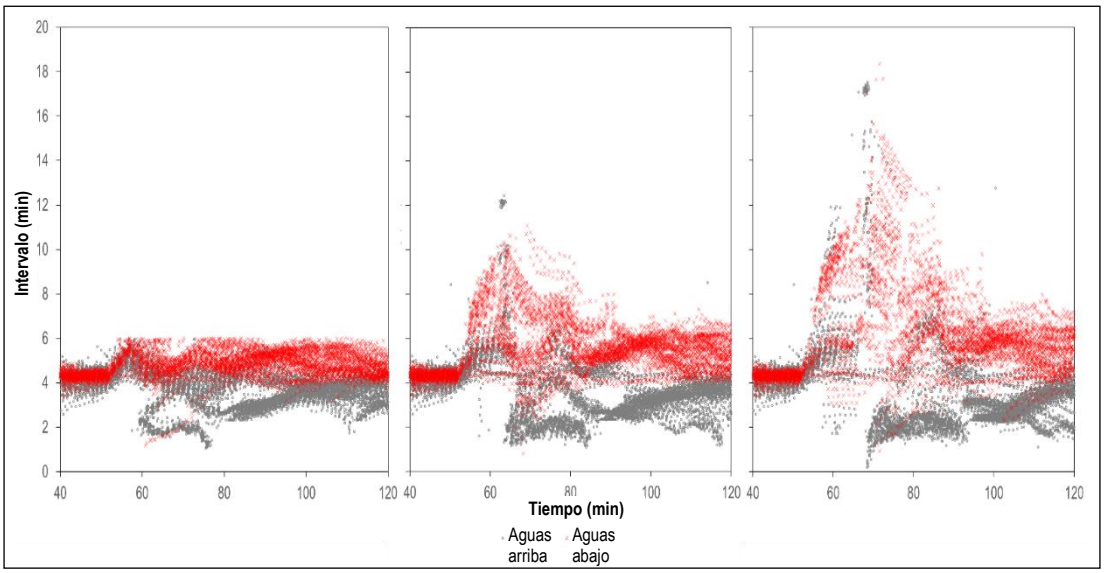

Figura 4-8; Intervalos entre trenes consecutivos en presencia del perfil 2 de carga

De este modo, se propone la Ecuación (4-29) para el cálculo de las retenciones a aplicar durante la fase de recuperación, la cual depende de la duración de la disrupción y del tiempo de operación. La forma funcional calcula los intervalos objetivo de control aguas arriba y aguas abajo, ajustando progresivamente a lo

largo del tiempo el intervalo de operación normal *H*, hasta que ambos intervalos colapsen al intervalo de operación normal.

$$H_{kt^0}^{d} = \begin{cases} min[H, (\alpha_1^- + \alpha_2^- t^0 + \alpha_3^- d)\, H] & \text{for } k \in K_u \\ max[H, (\alpha_1^+ + \alpha_2^+ t^0 + \alpha_3^+ d) H] & \text{for } k \in K_d \end{cases} \quad (4\text{-}29)$$

$H_{kt^0}^{d}$ representa el intervalo de control que regula el tren k en el instante t^0. K_u y K_d hacen referencia al conjunto de trenes que se encontraban, en el momento de la disrupción, ubicados aguas arriba y aguas abajo, respectivamente. Los parámetros del modelo son α_1^-, α_2^-, α_3^-, α_1^+, α_2^+ y α_3^+. Estos parámetros fueron estimados, con un nivel de confianza del 95%, utilizando los intervalos obtenidos regulando la línea con el modelo MO. Se obtuvo un R^2 ajustado de 0,21 para los trenes ubicados aguas arriba y aguas abajo. La Tabla 4-3 muestra los resultados obtenidos para cada uno de los parámetros.

Tabla 4-3: Parámetros calibrados

Parámetro	**Valor**
α_1^-	0,294 (35,23)
α_2^-	0,006 (69,94)
α_3^-	-0,011 (-36.31)
α_1^+	1,963 (118,84)
α_2^+	-0,106 (-65,13)
α_3^+	0,042 (74,14)

Notes: test z en paréntesis

4.5 Experimentos utilizando los modelos de control propuestos y resultados obtenidos

Para determinar el desempeño de los modelos formulados se realizaron experimentos similares a los expuestos en la sección 4.4.2, pero con la diferencia que en vez de usar el modelo MO se usaron los modelos analíticos (MA) propuestos en las secciones 4.3.1 y 4.3.2, para decidir cuánto tiempo retener un tren o a que velocidad circula éste entre estaciones. En la Tabla 4-4 se presentan los escenarios simulados con cada uno de los perfiles de demanda.

Tabla 4-4: Escenarios simulados con el MA

Escenario	***d* (min)**	**Perfil demanda**
MA-D0-P1	0	1
MA-D5-P1	5	1
MA-D10-P1	10	1
MA-D15-P1	15	1
MA-D0-P2	0	2
MA-D5-P2	5	2
MA-D10-P2	10	2
MA-D15-P2	15	2

Para estos experimentos la plataforma de Optimización se encuentra compuesta por un algoritmo que integra los modelos de forma secuencial. Este algoritmo se aplica cada vez que un tren llega a una estación y sigue la lógica mostrada en la Figura 4-9.

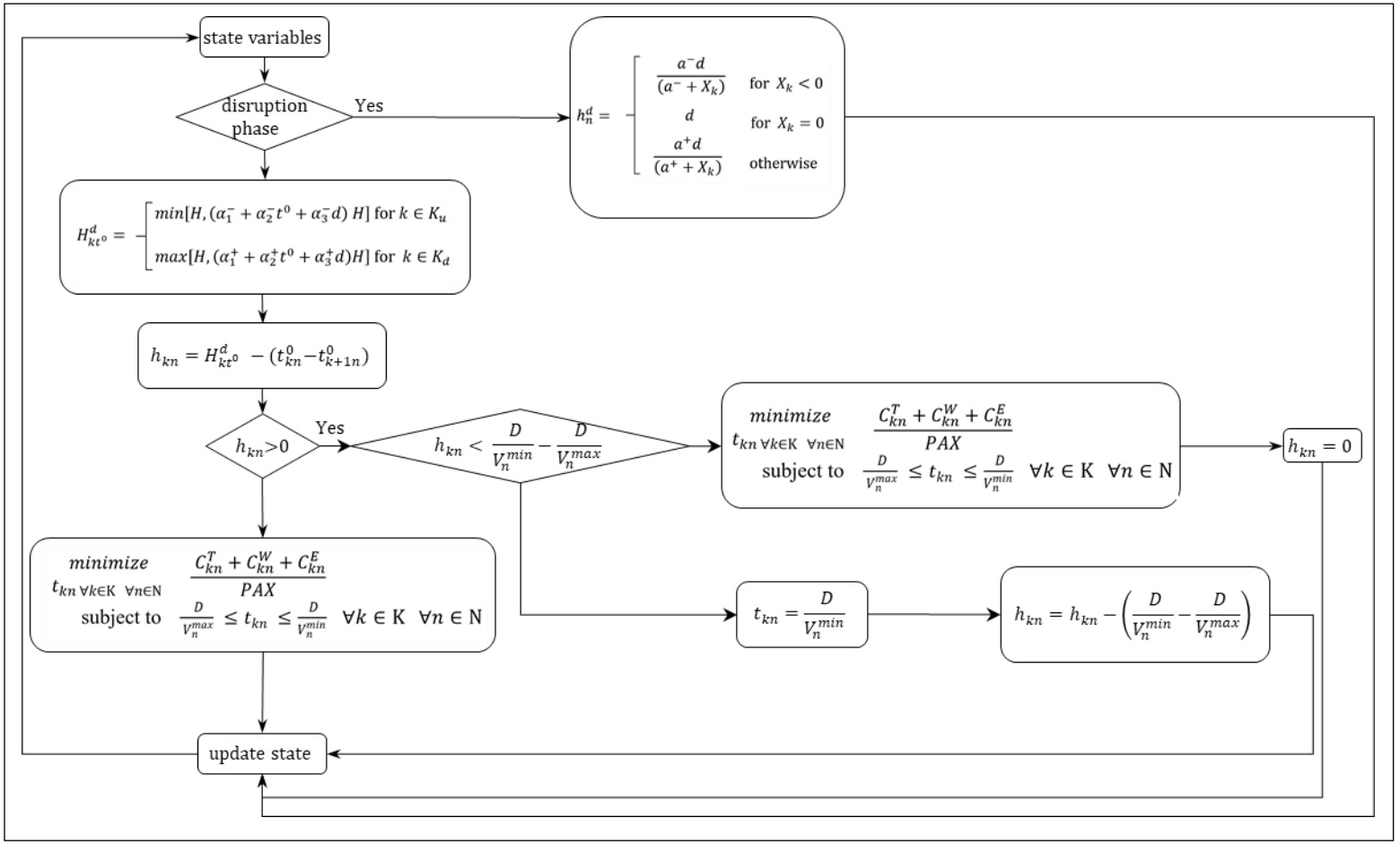

Figura 4-9: Algoritmo de aplicación de los modelos propuestos

Para medir los beneficios obtenidos con la aplicación del modelo de control se compararon los escenarios de MO y MA para cada uno de los niveles de demanda y disrupción. El análisis de los resultados se enfocó en los indicadores de velocidad, densidad de pasajeros en el tren, y costos por tiempo de los pasajeros y consumo de energía. A continuación, se muestran los resultados obtenidos para cada uno de ellos.

4.5.1 Velocidad

Uno de los efectos negativos que producen las disrupciones en la operación es la reducción de la velocidad operacional de la línea. Las variaciones de las velocidades para cada uno de los escenarios se presentan en la Tabla 4-5 y Tabla 4-6, las cuales se encuentran segregadas en velocidad de circulación entre estaciones y velocidad de ciclo (también denominada “velocidad comercial” en la literatura), que incluye el tiempo de paradas en su cálculo. Se observa que para todos los pares de escenarios la velocidad de circulación y de ciclo son similares usando los dos modelos.

4.5.2 Densidad

El hacinamiento percibido por los usuarios al interior del tren está directamente vinculado al número de pasajeros al interior de éste. Para cuantificar el hacinamiento se definió un indicador de densidad promedio ponderada (pas/m^2) al interior de los trenes. Este indicador se calculó como el promedio de las densidades de los trenes ponderadas por la cantidad de personas al interior del tren que la experimentaron. La Tabla 4-5 y la Tabla 4-6 muestran las densidades alcanzadas con los dos modelos observándose que estas aumentan a medida que el tiempo del evento es mayor y que se encuentran en el mismo orden de magnitud para todos los niveles de disrupciones simulados.

4.5.3 Costos

La Tabla 4-5 y la Tabla 4-6 muestran también los costos para cada uno de los escenarios analizados, observándose importantes aumentos del costo social asociado al aumento en los costos de los usuarios por efecto de la disrupción. Se observa que las diferencias entre los costos obtenidos por los dos modelos son menores al 7% en todos los escenarios, lo cual indica que el desempeño de los dos modelos es bastante similar. De otra parte, los costos por consumo de energía se ven reducidos en el horizonte de análisis debido a la disrupción experimentada y a la aplicación de las estrategias de control para regularizar el sistema siendo similares en todos los escenarios.

Tabla 4-5: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero para el perfil 1 de demanda

Escenario	Velocidad (km/h)		Densidad (pax/m2)	Costo (CLP$/pax)		
	Circulación	Ciclo		Usuarios	Energía	Social
MO- D0-P1	41,1	27,9	4,4	346,9	19,7	366,5
MO-D5-P1	40,9	27,2	4,6	383,5	19,2	402,7
MO-D10-P1	40,8	25,5	4,8	530,0	18,5	548,5
MO-D15-P1	40,5	23,6	4,9	785,4	17,6	803,0
MA- D0-P1	42,1	27,1	4,5	350,4	19,7	370,2
MA-D5-P1	42,0	26,2	4,6	411,4	19,4	430,8
MA-D10-P1	42,0	24,6	4,8	565,2	18,7	584,9
MA-D15-P1	42,1	22,8	5,0	800,3	18,2	818,5
% Δ MO-D0-P1: MA-D0-P1	2%	-3%	2%	1%	0%	1%
% Δ MO-D5-P1: D5MA-D5-P1	3%	-4%	2%	7%	1%	7%
% Δ MO-D10-P1: MA-D10-P1	3%	-4%	1%	7%	1%	7%
% Δ MO-D15-P1: MA-D15-P1	4%	-3%	1%	2%	4%	2%

Tabla 4-6: Cambios en las velocidades, densidades y costos por pasajero para el perfil 2 de demanda

Escenario	Velocidad (km/h)		Densidad (pax/m2)	Costo (CLP$/pax)		
	Circulación	Ciclo		Usuarios	Energía	Social
MO- D0-P2	40,0	26,3	3,9	367,2	19,9	387,1
MO-D5-P2	39,2	25,3	4,2	404,0	18,8	422,8
MO-D10-P2	38,7	24,0	4,5	534,6	17,7	552,3
MO-D15-P2	38,7	22,7	4,8	769,4	16,9	786,6
MA- D0-P2	41,3	26,5	4,0	370,0	20,3	390,3
MA-D5-P2	41,3	24,6	4,3	421,5	19,5	441,0
MA-D10-P2	41,4	23,4	4,6	540,2	18,7	559,0
MA-D15-P2	41,4	21,7	4,9	803,6	17,8	821,4
% Δ MO-D0-P2: MA-D0-P2	3%	1%	1%	1%	2%	1%
% Δ MO-D5-P2: D5MA-D5-P2	5%	-3%	3%	4%	3%	4%
% Δ MO-D10-P2: MA-D10-P2	7%	-2%	2%	1%	6%	1%
% Δ MO-D15-P2: MA-D15-P2	7%	-4%	3%	4%	6%	4%

4.5.4 Tiempo de pasajeros

Para medir el impacto en los tiempos de los usuarios, éstos se desagregan en: (i) tiempo al interior del vehículo, (ii) tiempo de retención en estaciones, (iii) tiempo de espera en la estación hasta que pasa el primer tren, (iv) tiempo extra de espera si el primer tren pasa sin capacidad y (v) tiempo detenido al interior del tren tomando y dejando pasajeros. En la Tabla 4-7 y en la Tabla 4-8 se observa que el MA obtiene resultados similares que los obtenidos con el MO encontrándose diferencias entre los dos modelos menores al 7% en los tiempos totales.

Tabla 4-7: Cambio en los tiempos por pasajero - Perfil 1

Escenario	Tiempo (min/pas)						
	Vehículo	Retención	Espera	Extra	Parada	Total	Total (ponderado)
MO- D0-P1	6,9	0,0	1,9	0,0	3,2	12,0	13,9
MO-D5-P1	7,0	0,3	2,1	0,2	3,2	12,8	15,4
MO-D10-P1	7,1	1,1	2,8	1,3	3,3	15,6	21,2
MO-D15-P1	7,2	2,3	4,0	3,3	3,3	20,0	31,5
MA- D0-P1	6,7	0,4	1,9	0,0	3,2	12,3	14,0
MA-D5-P1	6,7	0,8	2,3	0,5	3,2	13,5	16,5
MA-D10-P1	6,7	1,6	3,1	1,6	3,3	16,2	22,6
MA-D15-P1	6,6	2,6	4,2	3,5	3,3	20,1	32,0
% Δ MO-D0-P1: MA-D0-P1	-2%	812%	3%	146%	1%	3%	1%
% Δ MO-D5-P1: D5MA-D5-P1	-3%	159%	9%	100%	1%	5%	7%
% Δ MO-D10-P1: MA-D10-P1	-6%	42%	9%	27%	0%	4%	7%
% Δ MO-D15-P1: MA-D15-P1	-8%	15%	5%	6%	1%	1%	2%

Tabla 4-8: Cambio en los tiempos por pasajero - Perfil 2

Escenario	Tiempo (min/pas)						
	Vehículo	Retención	Espera	Extra	Parada	Total	Total (ponderado)
MO- D0-P2	6,2	0,0	2,8	0,0	2,9	12,0	14,7
MO-D5-P2	6,3	0,1	3,1	0,2	3,0	12,6	16,2
MO-D10-P2	6,5	0,2	3,8	1,1	3,1	14,6	21,4
MO-D15-P2	6,5	0,6	4,8	2,9	3,2	18,0	30,8
MA- D0-P2	6,2	0,2	2,8	0,0	2,9	12,2	14,8
MA-D5-P2	6,2	0,5	3,2	0,3	3,0	13,2	16,9
MA-D10-P2	6,1	1,0	3,9	1,2	3,1	15,2	21,6
MA-D15-P2	6,1	1,7	5,1	3,2	3,2	19,3	32,2
% Δ MO-D0-P2: MA-D0-P2	0%	16433%	0%	387%	1%	2%	1%
% Δ MO-D5-P2: D5MA-D5-P2	-2%	756%	3%	96%	1%	4%	4%
% Δ MO-D10-P2: MA-D10-P2	-5%	311%	2%	7%	1%	4%	1%
% Δ MO-D15-P2: MA-D15-P2	-6%	172%	6%	10%	1%	7%	4%

5. CONCLUSIONES

Este trabajo desarrolla un modelo de programación matemática que permite reducir el costo social asociado a la operación de una línea de metro abordando el trade-off entre los tiempos de viaje experimentados por los usuarios y los costos de operación de la línea. Para optimizar este costo social, el modelo utiliza tres estrategias: control de velocidad, retención de trenes en estaciones y dosificación de los pasajeros que pueden ingresar a un tren. Los resultados de la implementación de esta metodología para un caso simulado muestran que sólo la aplicación de las dos primeras estrategias permite alcanzar reducciones muy importantes del costo social del sistema cercanas al 20%. La implementación de este modelo es factible en tiempo real para una línea de transporte operada con trenes en presencia de demanda alta y media permitiendo beneficios tanto para los usuarios como el operador.

Desde el punto de vista de los usuarios se observan importantes reducciones de sus tiempos de viaje. Aunque se producen aumentos del 2% en los tiempos en vehículo, este efecto es más que compensado con la reducción de los tiempos de espera (en especial los tiempos de espera por un segundo tren si el primero pasa lleno). Esta compensación genera un balance positivo permitiendo que los usuarios experimenten reducciones de un 76% en el exceso de tiempo de viaje y de hasta el 86% si en los componentes de este exceso de tiempo de viaje se reconoce la mayor importancia que los usuarios dan al tiempo de espera.

En relación al confort experimentado al interior de los trenes, se observa que la regulación de la operación produce cargas más estables en el sistema permitiendo que la reducción de velocidad no produzca aumentos en la densidad experimenta por los usuarios. Adicionalmente, por efecto de la regulación de la velocidad la retención de trenes en estaciones se reduce un 35% mejorando la percepción del servicio por parte de los usuarios.

Respecto de los costos de operación, se observa una reducción del 11% del consumo energético producto de la regulación de velocidad. Debido a que esta reducción de velocidad no afecta la capacidad operacional ni en el nivel de servicio ofertado, el modelo de

optimización resulta una alternativa atractiva de implementar sin incurrir en costos adicionales asociados a material rodante y personal.

En relación con la aplicación del modelo para el control de disrupciones se observa que las estrategias de control de retención de trenes, control de velocidad y dosificación de pasajeros tienen la bondad de ser implementadas en cualquier lugar de la línea sin requerirse infraestructura adicional. Los resultados de la implementación de las estrategias para un caso simulado muestran que el modelo es capaz de regular la línea llevándola a su estado base en tiempos razonables. Los resultados obtenidos muestran que la aplicación de la estrategia de dosificación de pasajeros, como complemento de las de retención de trenes y control de velocidad, permite reducir los impactos negativos y la duración de la fase de recuperación del sistema. Los resultados muestran que la bondad de la estrategia radica en la posibilidad de reducir las detenciones mejorando de esta forma los tiempos de ciclo y aumentando la capacidad operacional.

Nuestro trabajo introduce los indicadores de costo social y tiempo de recuperación como herramientas para los tomadores de decisiones a la hora de evaluar el impacto de la disrupción y cuantificar su costo para el sistema. De esta manera, se podrían evaluar, desde el punto de vista del costo social, la conveniencia de implementación de mejoras en el sistema (e.g. cambio del sistema de control, personal adicional en plataforma para contingencias, mejoras en el sistema de puertas) con el objetivo de mitigar los impactos de las disrupciones.

Se observa que cuando la duración de la disrupción es moderada, las estrategias de control de velocidad y retención de trenes son capaces de mitigar de buena forma su impacto negativo, pudiendo prescindir de dosificar los pasajeros. La estrategia de dosificación de pasajeros es beneficiosa solo en presencia de disrupciones de importante duración y su aplicación toma aún más relevancia cuando el nivel de congestión que presenta el sistema es alto. Nuestra metodología permite determinar a partir de qué valor de disrupción, respecto al intervalo de operación, resulta conveniente la aplicación de la estrategia de dosificación de pasajeros. Para el caso de la línea simulada, se observa que la aplicación de la dosificación

de pasajeros debe hacerse solo cuando la duración de los eventos supera alrededor de 1.5 y 2.5 veces el intervalo de operación para niveles de demanda alta y media, respectivamente.

Desde el punto de vista de los usuarios, la metodología permite cuantificar los impactos de una disrupción de duración determinada en el confort y tiempos de viajes de los usuarios. Se observan impactos relevantes sobre el confort alcanzándose aumentos cercanos al 10% en la densidad ponderada cuando se experimentan disrupciones de 15 minutos. De otra parte, se observa el importante efecto acumulado de una disrupción sobre los tiempos de viaje de los usuarios, dado que la duración del evento afecta de forma no lineal los costos de los usuarios. Respecto de los costos de operación, se observa que se mantienen estables por debajo al valor observado en el caso base. De esta forma, la duración del evento afecta de forma proporcionalmente inversa los costos de energía debido a la reducción de la velocidad promedio de operación.

La parte final de este trabajo contribuye con un enfoque de control alternativo a la utilización de modelos de optimización. Se propone un marco de control compuesto por dos modelos, que actuando conjuntamente, permiten reducir los impactos negativos producidos por perturbaciones y/o disrupciones en una la línea de metro de alta frecuencia y con alto nivel de pasajeros. Los modelos abordan el trade-off entre los distintos componentes que forman el tiempo de viaje de los usuarios y los costos del operador. De esta manera, se balancean los intereses en conflicto de los distintos usuarios del sistema. El marco propuesto es una herramienta para entender analíticamente la forma eficiente de enfrentar una disrupción sobre la línea. El primer modelo aplica la estrategia de retención en estaciones circundantes a aquella donde ocurre el evento, para controlar los trenes en las fases de ocurrencia de la disrupción y de recuperación. El segundo modelo aplica el control de velocidad para reducir los costos de los usuarios y del consumo de energía para cada tren en cada tramo de la línea durante toda la operación.

Desde el punto de vista del control de velocidad, nuestra formulación muestra que las decisiones óptimas de control se encuentran directamente relacionadas con el perfil de carga presente en la línea. De otra parte, se observa un importante influencia de la inclusión del

hacinamiento en el valor del tiempo de las personas e implícitamente sobre las decisiones óptimas de control, permitiendo ajustar los perfiles de velocidad a la percepción de tiempo de los usuarios. En los experimentos realizados se observa que considerar el efecto del hacinamiento en el modelo de velocidad puede aumentar hasta un 63% la velocidad de operación entre estaciones cuando el tren se encuentra sometido a máxima ocupación.

Los análisis realizados para construir el modelo de retención permiten observar que el control de un sistema experto sigue reglas que tienen concordancia con la intuición que tendría un controlador humano al momento de controlar una línea. Es decir, una vez ocurrida una disrupción, esta produce una demora que se propaga como una onda de choque a lo largo de la línea disipándose a medida que se aleja del punto en el cual ocurrió la disrupción. Una vez el evento ha terminado, el sistema entra en un estado de transición buscando gradualmente volver al estado de operación normal. De esta manera, el modelo de retención muestra que durante la fase de ocurrencia del evento es necesario detener por mayor tiempo a los trenes que están más cerca de aquél que causó la disrupción. Asimismo, se observa que es necesario retener por un mayor tiempo a los trenes que se encuentran aguas arriba de la disrupción, en comparación a los trenes que están aguas abajo. De igual manera, los análisis muestran que durante la etapa de recuperación es recomendable llevar de forma gradual a la línea hasta el intervalo de operación normal, haciendo que ésta se estabilice progresivamente. Finalmente se observa que, a diferencia del control de velocidad, las retenciones no tienen dependencia del perfil de demanda presente en la línea, sino que éstas dependen directamente de la ubicación del tren con respecto al lugar de ocurrencia de la disrupción y de la duración del evento.

Los experimentos llevados a cabo muestran que el marco de control propuesto tiene un desempeño similar a un modelo de optimización con horizonte móvil de predicción que incluye en cada optimización la totalidad de variables sobre la línea y que exige un esfuerzo computacional y de datos muy importante. De igual manera, se observa que el marco de control puede ser aplicable de forma sencilla por controladores humanos que enfrenten el control de una línea sujeta a disrupciones. La implementación del control humano puede realizarse mediante la generación de planillas de control basadas en los perfiles de velocidad

óptimos y el modelo racional de retención de trenes, los cuales pueden estar parametrizados por la duración de las disrupciones obteniendo medidas de control de forma inmediata.

Extensiones de este trabajo pueden considerar en la función objetivo costos adicionales desde el punto de vista del operador (e.g. costos de mantenimiento) y beneficios relacionados con regeneración de energía. Otra posibilidad debiera centrarse en la formulación del modelo de consumo de energía. En este trabajo, se supone que cada segmento entre estaciones tiene el mismo perfil de velocidad, el cual consiste las fases de aceleración máxima, velocidad crucero y frenado máximo. Sin embargo, esta suposición puede no ser realista en contextos tales como líneas con gradientes significativos, distancias variables entre estaciones o estaciones tan próximas que los trenes nunca alcancen la velocidad crucero. Dado que el consumo de energía se formuló independientemente del modelo de optimización y luego se incorporó al mismo, investigaciones futuras podrían investigar el efecto del uso de perfiles de velocidad con diferentes combinaciones de fases de aceleración, crucero, deslizamiento y frenado.

Este trabajo se centra en el control operacional en tiempo real contemplando que el control se realiza dentro de un periodo típico de operación contando con una flota fija que opera a una velocidad que es definida por el modelo de control. Sin embargo, bajo el enfoque de flota variable, las decisiones relacionadas con la velocidad de recorrido pueden afectar de forma relevante la cantidad de flota y la tripulación requerida para la operación a lo largo del día. Dentro de este contexto, resulta interesante analizar la implicancia del control de velocidad en la definición de un plan operacional diario y su efecto sobre los costos asociados al material rodante y al personal.

Suazo et al. (2017) determina que las acciones de contención de pasajeros tienen un efecto importante sobre los tiempos de parada en un sistema tipo metro. Por tal razón, resulta conveniente considerar en futuras extensiones de este trabajo el efecto que la estrategia de dosificación de pasajeros tiene en la reducción de los tiempos de subida y bajada de pasajeros al disminuir la fricción entre los pasajeros y cómo esto afecta la función de parada del sistema.

En este trabajo ha sido asumido que el largo de la disrupción es conocido en forma exacta. En la realidad el controlador no sabe cuánto durará una disrupción, pero con base a su experiencia puede generar una distribución de probabilidad. Así, en futuras extensiones de este trabajo se plantea incluir variables estocásticas relacionadas con la duración de la disrupción, que permitan modelar la influencia de la incertidumbre al momento de seleccionar el tiempo de retención a aplicar a cada tren en cada estación y su velocidad óptima entre estaciones.

Finalmente, aunque las formulaciones propuestas fueron modeladas para ser implementadas en una línea de metro, estas son extensibles a un sistema de Bus Rapid Transit (BRT) operado con buses eléctricos, en los cuales la selección de la velocidad es factible de implementar y en donde se cuenten con carriles dedicados que carezcan de pistas de adelantamiento, en las que un bus detenido fuerza a otro a detenerse. Asimismo, sería interesante incluir la variabilidad en los tiempos de viaje entre estaciones con el objetivo de aplicar el modelo a sistemas abiertos como sistemas de buses que operan compartiendo pistas con automóviles.

BIBLIOGRAFIA

Acampora, G., C. Landi, M. Luiso, and N. Pasquino. (2006). Optimization of Energy Consumption in a Railway Traction System. International Symposium on Power Electronics, Electrical Drives, Automation and Motion, 5–16. Taormina, Italy.

Albrecht, T., A. Binder, and C. Gassel. (2011). An Overview on Real-Time Speed Control in Rail-Bound Public Transportation Systems. Paper presented at the 2nd international conference on models and technologies for intelligent transportation systems, 1–4. Leuven, Belgium.

Arentze, T., I. Bos, E. Molin, and H. Timmermans. (2005). Internet-Based Travel Surveys: Selected Evidence on Response Rates, Sampling Bias and Reliability. *Transportmetrica* 1 (3): 193–207.

Babany, M.D. (2015). Decision support for disruption management on high frequency transit lines. Master thesis. Massachusetts Institute of Technology.

Bartholdi, J. J., and D. D. Eisenstein. (2012). A Self-Coordinating Bus Route to Resist Bus Bunching. *Transportation Research Part B: Methodological* 46 (4): 481–491.

Batarce, M., Muñoz, J.C., Ortúzar, J.d.D., Raveau, S., Mojica, C., Rios, R.A. (2015). Valuing crowding in public transport systems using mixed stated/revealed preferences data: the case of Santiago. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2535, 73–78.

Berrebi, S.J., Watkins, K.E., Laval, J.A. (2015). A real-time bus dispatching policy to minimize passenger wait on a high frequency route. *Transportation Research Part B: Methodological* 81, 377 – 389.

Bueno-Cadena, C.E., Munoz, J. C. (2017). Reducing metro trip times and energy consumption through speed control, holding and boarding limits. *Transportmetrica A: Transport Science*, 13:9, 767-793.

Cacchiani, V., Huisman, D., Kidd, M., Kroon, L., Toth, P., Veelenturf, L., Wagenaar, J. (2014). An overview of recovery models and algorithms for real-time railway rescheduling. *Transportation Research Part B: Methodological* 63, 15-37.

CAF. (2010). Observatorio de movilidad urbana para América Latina,

Canca, D., E. Barrena, A. Zarzo, F. Ortega, and E. Algaba. (2012). Optimal Train Reallocation Strategies under Service Disruptions. *Procedia – Social and Behavioral Sciences* 54, 402–413.

Carvajal-Carreño, W., A. García, P. Cucala, A. Fernández-Cardador, and L. Söder. (2015). Efficient Driving Algorithms for Non-Disturbed and Disturbed Trains with the CBTC

Signalling System. 4th international conference on models and technologies for intelligent transportation systems, 418–425. Leuven, Belgium.

Centro de Despacho Económico de Carga Sistema Interconectado Central. (2014). Estadísticas de Operación.

Chandrasekar, P., R. Long Cheu, and H. C. Chin. (2002). Simulation Evaluation of Route-Based Control of Bus Operations. *Journal of Transportation Engineering* 128 (6): 519–527.

Chen, Q., E. Adida, and J. Lin. (2012). Implementation of an Iterative Headway-Based Bus Holding Strategy with Real-Time Information. *Public Transport* 4 (3): 165–186.

Chiu, C. K., C. M. Chou, J. H. M. Lee, H. F. Leung, and Y. W. Leung. (2002). A Constraint-Based Interactive Train Rescheduling Tool. *Constraints* 7, 167–198.

Corman, F., A. D'Ariano, D. Pacciarelli, and M. Pranzo. (2012). Bi-Objective Conflict Detection and Resolution in Railway Traffic Management. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 20, 79–94.

Cortés, C. E., S. Jara-Díaz, and A. Tirachini. (2011). Integrating Short Turning and Deadheading in the Optimization of Transit Services. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 45, 419–434.

Daganzo, C. F., and J. Pilachowski. (2011). Reducing Bunching with Bus-to-Bus Cooperation. *Transportation Research Part B: Methodological* 45 (1): 267–277.

Daganzo, C.F. (2009). A headway-based approach to eliminate bus bunching: Systematic analysis and comparisons. *Transportation Research Part B: Methodological* 43, 913–921.

D'Ariano, A. (2009). Innovative Decision Support System for Railway Traffic Control. *IEEE Intelligent Transportation Systems Magazine* 1 (4): 8–16.

D'Ariano, A., D. Pacciarelli, and M. Pranzo. (2007). A Branch and Bound Algorithm for Scheduling Trains in a Railway Network. *European Journal of Operational Research* 183 (2): 643–657.

D'Ariano, A., and M. Pranzo. (2009). An Advanced Real-Time Train Dispatching System for Minimizing the Propagation of Delays in a Dispatching Area Under Severe Disturbances. *Networks and Spatial Economics* 9 (1): 63–84.

Delgado, F., J. C. Munoz, and R. Giesen. (2012). How Much Can Holding and/or Limiting Boarding Improve Transit Performance?. *Transportation Research Part B: Methodological* 46 (9): 1202–1217.

Desaulniers, G., Hickman, M.D., 2007. Public transit. Handbooks in Operations Research and Management Science, Transportation 14, 69-127.

Ding, Y., and S. Chien. (2001). Improving Transit Service Quality and Headway Regularity with Real- Time Control. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 1760, 161–170.

Dollevoet, T., F. Corman, A. D'Ariano, and D. Huisman. (2014). An Iterative Optimization Framework for Delay Management and Train Scheduling. *Flexible Services and Manufacturing Journal* 26 (4): 490–515.

Eberlein, X. J., N. H. M. Wilson, and D. Bernstein. (1999). Modeling Real-Time Control Strategies. *Public Transit Operations*, 325–346. Berlin: Springer.

Fabian, J. (2017). Improving High-Frequency Transit Reliability: A Case Study of the MBTA Green Line Through Simulation and Field Experiments of Real-Time Control Strategies. Master thesis. Massachusetts Institute of Technology.

Fernandez-Rodriguez, A., A. Fernandez-Cardador, A. P. Cucala, M. Dominguez, and T. Gonsalves. (2015). Design of Robust and Energy-Efficient ATO Speed Profiles of Metropolitan Lines Considering Train Load Variations and Delays. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 16 (4): 2061–2071.

Fellesson, M., & Friman, M. (2008). Perceived satisfaction with public transport service in nine European cities. Journal of the Transportation Research Forum, 47(3), 93-103.

Gao, Y., Kroon, L., Schmidt, M., Yang, L. (2016). Rescheduling a metro line in an over-crowded situation after disruptions. *Transportation Research Part B 93*, 425-449.

Gao, Y., Yang, L., Gao, Z. (2017). Real-time automatic rescheduling strategy for an urban rail line by integrating the information of fault handling. *Transportation Research Part C* 81, 246-267.

Gu, Q., F. Cao, and T. Tang. (2012). Energy Efficient Driving Strategy for Trains in MRT Systems. Paper presented at the 15th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems, 427–432. Anchorage, AK, USA.

Hernández, D., J. C. Munoz, R. Giesen, and F. Delgado. (2015). Analysis of Real-Time Control Strategies in a Corridor with Multiple Bus Services. *Transportation Research Part B: Methodological* 78, 83–105.

Howlett, P. G., and P. J. Pudney. (1995). *Energy-Efficient Train Control*. London: Springer.

Hu, H., K. Li, and X. Xu. 2013. A Multi-Objective Train-Scheduling Optimization Model Considering Locomotive Assignment and Segment Emission Constraints for Energy Saving. *Journal of Modern Transportation* 21, 9–16.

Huang, Y., L. Yang, T. Tang, F. Cao, and Z. Gao. (2016). Saving Energy and Improving Service Quality: Bicriteria Train Scheduling in Urban Rail Transit Systems. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems* 17 (12): 3364–3379.

Hwang, H. S. (1998). Control Strategy for Optimal Compromise Between Trip Time and Energy Consumption in a High-Speed Railway. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics – Part A: Systems and Humans* 28 (6): 791–802.

Ibarra-Rojas, O., Delgado, F., Giesen, R., Munoz, J.C. (2015). Planning, operation, and control of bus transport systems: A literature review. *Transportation Research Part B* 77, 38-75.

Ke, B.-R., C.-L. Lin, and C.-W. Lai. (2011). Optimization of Train-Speed Trajectory and Control for Mass Rapid Transit Systems. *Control Engineering Practice* 19 (7): 675–687.

Kim, K., and S. I. J. Chien. (2010). Optimal Train Operation for Minimum Energy Consumption Considering Track Alignment, Speed Limit, and Schedule Adherence. *Journal of Transportation Engineering* 137 (9): 665–674.

Kroon, L., G. Maróti, and L. Nielsen. (2014). Rescheduling of Railway Rolling Stock with Dynamic Passenger Flows. *Transportation Science* 49 (2): 165–184.

Landi, C., M. Luiso, and N. Pasquino. (2008). A Remotely Controlled Onboard Measurement System for Optimization of Energy Consumption of Electrical Trains. *IEEE Transsaction on Instrumentation and Measurement* 57 (10): 2250–2256.

Li, S., Dessouky, M.M., Yang, L., Gao, Z. (2017). Joint optimal train regulation and passenger flow control strategy for high-frequency metro lines. *Transportation Research Part B* 99, 113-137.

Li, X., and H. K. Lo. (2014a). An Energy-Efficient Scheduling and Speed Control Approach for Metro Rail Operations. *Transportation Research Part B: Methodological* 64, 73–89.

Li, X., and H. K. Lo. (2014b). Energy Minimization in Dynamic Train Scheduling and Control for Metro Rail Operations. *Transportation Research Part B: Methodological* 70, 269–284.

Liu, R., and I. M. Golovitcher. (2003). Energy-Efficient Operation of Rail Vehicles. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 37 (10): 917–932.

Lukaszewicz, P. (2001). Energy Consumption and Running Time for Trains by Energy Consumption and Running Time for Trains. Doctoral thesis, Royal Institute of Technology.

Lüthi, M., G. Medeossi, and A. Nash. (2009). Evaluation of an Integrated Real-Time Rescheduling and Train Control System for Heavily Used Areas Methods to Increase Rail Network Performance. *Journal of Networks and Spatial Economics* 9, 103–121.

Ma, W., H. Xie, and B. Han. (2012). Development and Evaluation of an Economic-Driving Assistance Program for Transit Vehicles. *Energies* 5 (12): 371–385.

Mazzarello, M., and E. Ottaviani. (2005). A Traffic Management System for Real-Time Traffic Optimisation in Railways. *Transportation Research Part B: Methodological* 41, 246–274.

Ministerio de Desarrollo Social de Chile. (2014). Precios Sociales Vigentes 2014 .

Nielsen, L. K. (2011). Rolling Stock Rescheduling. Doctoral thesis, Erasmus University Rotterdam.

Niu, H., and X. Zhou. (2013). Optimizing Urban Rail Timetable under Time-Dependent Demand and Oversaturated Conditions. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 36, 212–230.

Nuñez, F., and A. Cipriano. (2011). Model Predictive Control of Multi-Line Metro Systems: A Distributed Approach. Paper presented at the 9th IEEE International Conference on Control and Automation (ICCA), 532–537. Santiago, Chile.

Nuzzolo, A., and A Comi. (2016). Advanced Public Transport and ITS: New Modelling Challenges. *Transportmetrica A: Transport Science* 12 (8): 674–699.

Oberlander, H., F.T. (2016). Analysing temporary exit-only station control at metro stations, in: 2nd International Workshop on Automated Data Collection Systems, Boston.

O'Dell, S. (1997). Optimal Control Strategies for a Rail Transit Line. Master thesis. Massachusetts Institute of Technology.

Pokorný, P. (2007). Energy-Efficient Train Control and Speed Constraints. Proceedings of the 3rd WSEAS/IASME International Conference on Dynamical Systems and Control, 13–15. Arcachon, France.

Puong, A., Wilson, N. (2008). A train holding model for urban rail transit, in: Hickman, M., Mirchandani, P., Voss, S.E. (Ed.), *Computer-Aided Systems in Public Transport*, vol. 600, pp. 319-337.

Sáez, D., C. E. Cortés, F. Milla, A. Núñez, A. Tirachini, and M. Riquelme. (2012). Hybrid Predictive Control Strategy for a Public Transport System with Uncertain Demand. *Transportmetrica* 8 (1): 61–86.

Sáez, D., C. E. Cortés, and A. Pillajo. (2009). Real-time Control Strategies for a Public Transport System based on Fleet Assignment Operational Schemes. Paper presented at the 4th International Workshop on Freight Transportation and Logistics.

Samá, M., A. D'Ariano, F. Corman, and D. Pacciarelli. (2017). A Variable Neighbourhood Search for Fast Train Scheduling and Routing During Disturbed Railway Traffic Situations. *Computers and Operations Research* 78, 480–499.

Samá, M., P. Pellegrini, A. D'Ariano, J. Rodriguez, and D. Pacciarelli. (2016). Ant Colony Optimization for the Real-Time Train Routing Selection Problem. *Transportation Research, Part B: Methodological* 85 (1): 89–108.

Sánchez-Martínez, G.E., Koutsopoulos, H.N., Wilson, N. (2015). Event-Driven Holding Control for High-Frequency Transit. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2535, 65-72.

Sánchez-Martínez, G. E., H. N. Koutsopoulos, and N. H. M. Wilson. (2016). Real-Time Holding Control for High-Frequency Transit with Dynamics. *Transportation Research Part B: Methodological* 83, 1–19.

Shen, S., Wilson, N.H.M. (2001). An Optimal Integrated Real -Time Disruption Control Model for Rail Transit Systems. *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, 1-31.

Suazo-Vecino, G., M. Dragicevic, and J. C. Munoz. (2017). Holding Boarding Passengers to Improve Train Operation based on an Econometric Dwell Time Model. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2648, 96–102.

Tirachini, A., Sun, L., Erath, A., Chakirov, A. (2016). Valuation of sitting and standing in metro trains using revealed preferences. *Transport Policy* 47, 94–104.

Tirachini, A., Hurtubia, R., Dekker, T., Daziano, R.A. (2017). Estimation of crowding discomfort in public transport: Results from Santiago de Chile. *Transportation Research Part A* 103, 311–326.

Ulusoy, Y., S. Chien, and C.-H. Wei. (2010). Optimal All-Stop, Short-Turn, and Express Transit Services Under Heterogeneous Demand. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board* 2197, 8–18.

van den Boom, T. J. J., and B. De Schutter. (2008). *On a Model Predictive Control Algorithm for Dynamic Railway Network Management*. Technical report, Delft University of Technology.

van Oort, N. (2011). Service Reliability and Urban Public Transport Design. Doctoral thesis, Technische Universiteit Delft.

Venancio, A. (2016). Disruption management on high frequency lines: measuring the effectiveness of recovery strategies. Master thesis. Massachusetts Institute of Technology.

Vuchic, V. R. (1981). Urban Public Transportation and Transit Systems and Technology. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Wang, Y., B. De Schutter, T. J. J. van den Boom, and B. Ning. (2013). Optimal Trajectory Planning for Trains – A Pseudospectral Method and a Mixed Integer Linear Programming Approach. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies* 29, 97–114.

Yang, L., K. Li, Z. Gao, and X. Li. (2012). Optimizing Trains Movement on a Railway Network. *Omega* 40 (5): 619–633.

Yang, Y., C. Wang, X. Ke, and Y. Liu. (2016). *Design and Application of the Train Operation Optimization System of HXN5-Type Locomotive*, 759–766. Berlin: Springer.

Yin, J., T. Tang, L. Yang, Z. Gao, and B. Ran. (2016). Energy-Efficient Metro Train Rescheduling with Uncertain Time-Variant Passenger Demands: An Approximate Dynamic Programming Approach. *Transportation Research Part B: Methodological* 91, 178–210.

Young, M. S., S. A. Birrell, and N. A. Stanton. (2011). Safe Driving in a Green World: A Review of Driver Performance Benchmarks and Technologies to Support 'Smart' Driving. *Applied Ergonomics* 42 (4): 533–539.

Yu, B., Z. Yang, and S. Li. (2012). Real-Time Partway Deadheading Strategy based on Transit Service Reliability Assessment. *Transportation Research Part A: Policy and Practice* 46, 1265–1279.

Xuan Y., Argote J., and Daganzo C.F. (2011). Dynamic bus holding strategies for schedule reliability: Optimal linear control and performance analysis. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(10):1831–1845.