



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO DE PROGRAMACIÓN
LINEAL ENTERA MIXTA PARA LA
PLANIFICACIÓN CONJUNTA DE LA
CADENA DE ABASTECIMIENTO**

PABLO HERNÁNDEZ MAC-DONALD

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
SERGIO MATURANA VALDERRAMA

Santiago de Chile, Julio 2013

© 2013, Pablo Hernández Mac-Donald



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO DE PROGRAMACIÓN
LINEAL ENTERA MIXTA PARA LA
PLANIFICACIÓN CONJUNTA DE LA
CADENA DE ABASTECIMIENTO**

PABLO HERNÁNDEZ MAC-DONALD

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

SERGIO MATURANA VALDERRAMA

JORGE VERA ANDREO

JAIME LAVADOS GERMAIN

JUAN ENRIQUE COEYMANS AVARIA

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Julio 2013

*Para mi abuelo, quien fue mi mayor
inspiración para estudiar Ingeniería.*

AGRADECIMIENTOS

Le agradezco enormemente a mi profesor supervisor, Sr. Sergio Maturana, por su gran disposición a ayudarme a lo largo de todo este camino. Sus recomendaciones y consejos fueron de vital importancia para poder llevar a cabo este trabajo.

También me gustaría agradecer a los miembros de la comisión por su buena voluntad al acceder a trabajar en esta tesis.

Agradezco también al Sr. Germán Garib por su ayuda y colaboración, la que finalmente entregó herramientas muy importantes para el buen desarrollo de este trabajo.

Finalmente quiero agradecer a mi familia por su constante presencia y apoyo, en especial a mi madre por el gran esfuerzo que ha dado para que esto pueda ocurrir.

INDICE GENERAL

DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE FIGURAS.....	vi
INDICE DE TABLAS	vii
RESUMEN	viii
ABSTRACT	ix
1. INTRODUCCIÓN	1
2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	4
3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO.....	8
3.1 Adquisición de materiales.....	9
3.2 Bodega de materiales	10
3.3 Producción	10
3.4 Bodega de Productos Terminados en Planta.....	11
3.5 Distribución.....	12
3.6 Centros de distribución	12
3.7 Otros Supuestos.....	13
3.8 Periodos de Tiempo	13
3.9 Modelación matemática	15
3.9.1 Índices y Conjuntos.....	15
3.9.2 Datos del Modelo	16
3.9.3 Variables del Modelo	19
3.9.4 Restricciones	21
3.9.5 Función Objetivo.....	26
4. CASO DE ESTUDIO.....	29
5. ANÁLISIS Y RESULTADOS.....	32
6. CONCLUSIONES	40
BIBLIOGRAFÍA	43
ANEXOS	46

Anexo A: Información Caso de Estudio	47
A.1 Velocidad Líneas de Producción.....	47
A.2 Velocidad Mezcladores.....	47
A.3 Descripción Productos	48
A.5 Tiempos de <i>Setup</i>	54
A.6 Distribución Materiales.....	54
A.7 Distribución desde Planta a Centros de Distribución.....	54
A.8 Información para determinar periodos de demanda.....	55
A.9 Otros Parámetros.....	55
Anexo B: Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales	56
B.1 Proyecciones de Demanda	56
B.2 Demanda Real	57
B.3 Ventas	57
B.4 Inventarios Iniciales	57
B.5 Resultados Diarios (Caso Real)	58
Anexo C: Resultados Planificación con Combinación D.....	59
C.1 Costos Función Objetivo.....	59
C.2 Resultados	59
Anexo D: Modelo IBM ILOG CPLEX v12.4.....	61

INDICE DE FIGURAS

Figura 3-1: Alcance del Modelo	8
Figura 3-2: Periodos de Análisis.....	15
Figura 4-1: Horizonte Rodante	30
Figura 5-1: Fill Rate Semanal	35
Figura 5-2: Inventario Promedio Diario.....	37
Figura 5-3: Desvío Absoluto Promedio Diario.....	37

INDICE DE TABLAS

Tabla 4-1: Resultados Reales.....	31
Tabla 5-1: Combinaciones de Parámetros	32
Tabla 5-2: Resultados Combinación A.....	33
Tabla 5-3: Resultados Combinación B.....	33
Tabla 5-4: Resultados Combinación C.....	33
Tabla 5-5: Resultados Combinación D.....	33
Tabla 5-6: Resultados Combinación E.....	34
Tabla 5-7: Resultados Combinación F.....	34
Tabla 5-8: Resultados Combinación G.....	34
Tabla 5-9: Resultados Combinación H.....	34
Tabla 5-10: Fill Rate Periodo Completo.....	35
Tabla 5-11: Promedio de Desvío Absoluto Promedio para todos los días.....	38
Tabla 5-12: Promedio Fill Rate según C_{NONEG}	39
Tabla 5-13: Promedio Desvío Absoluto Promedio según C_{DIFC}	39

RESUMEN

La creciente competencia ha generado que cada vez sea más importante para las empresas cumplir con los requerimientos de sus clientes, ya que de lo contrario estas simplemente son reemplazadas por otros competidores en el mercado. Bajo este contexto, uno de los aspectos en los cuales las empresas pueden desarrollarse aún más, y así lograr las mejoras necesarias, es en la planificación a lo largo de toda la cadena de abastecimiento.

Este estudio presenta un modelo de programación lineal entera mixta con el cual se puede realizar una planificación conjunta de la cadena de abastecimiento, desde la adquisición de materiales, pasando por la producción y finalmente distribuyendo los productos terminados a cada uno de los respectivos centros de distribución, donde estos quedan disponibles para su venta. El objetivo principal es la obtención de una planificación que maximice los niveles de servicio y permita que los niveles de inventario en los centros de distribución sean lo más cercanos posible al nivel deseado, el cual es propuesto con anterioridad. Todo esto se realiza con el fin de apoyar la toma de decisiones a la hora de ejecutar una planificación real dentro de la empresa.

Para evaluar los resultados del modelo, este se aplicó a un caso de estudio de una compañía que produce bebidas en Chile, donde los resultados arrojaron una mejora de 3,25% en el nivel de servicio y una disminución de un 111,48% en el desvío absoluto promedio que tenían los niveles de inventario con respecto al nivel objetivo, esto considerando un periodo de análisis de cuatro semanas, donde se realizó una planificación semanal utilizando la metodología de horizonte rodante.

Palabras Claves: Planificación Cadena de Abastecimiento, Optimización Multi-objetivo, Programación lineal, Bebidas, Nivel de Servicio, Nivel de Inventario Objetivo.

ABSTRACT

The growing competition has generated the increasing importance for businesses to meet their clients' requirements, since otherwise they will simply be replaced by other competitors in the market. In this context, one of the aspects in which companies can develop even further, in order to meet the necessary requirements, is in the planification along the supply chain.

This study presents a mixed integer linear programming model in which it is possible to conjointly plan the supply chain, from the material acquisition, passing through production and finally distributing the finished products to each determined distribution center, where these become available for their sale. The final objective is to obtain a plan that maximizes the service levels and forces the inventory levels in the distribution centers to be as close as possible to the desired level, which is proposed beforehand. This whole process is done with the intention to aid the decision making at the time of executing a real planification in the actual business.

In order to evaluate the results obtained by the model, this was applied to a case study of a company that produces soft drinks in Chile, where results surpasses in 3,25% on service levels and the average absolute deviation of stock levels was decreased by 111,48% in accordance to the target level, this is considering a period of analysis of four weeks, where a weekly planification was performed using the rolling horizon methodology.

Key Words: Supply Chain Planification, Multi-objective optimization, Linear Programming, Soft Drinks, Service Level, Target Stock Level.

1. INTRODUCCIÓN

Día a día se puede apreciar de manera más significativa como la globalización, la libertad de entrada a los mercados, el crecimiento económico y la incorporación de nuevos agentes, entre otros factores, está generando un aumento considerable en la competitividad entre las empresas. Esto es apreciado de manera positiva por parte de los consumidores debido a la mayor oferta y a los menores precios del mercado, pero por el contrario, este beneficio para el consumidor está generando dificultades para las empresas, puesto que esta disminución en los precios, como así también en los márgenes percibidos por las empresas, obligan a la empresa a mejorar su eficiencia, ya sea disminuyendo sus costos y/o presentando mejores niveles de servicio de manera de dar seguridad y conformidad a sus clientes, ya que estas son las únicas alternativas que le permitirán permanecer en esta creciente competencia. Sabiendo de la crueldad del mercado y consumidores, cualquier empresa que no se adapte y mejore, con el fin de cumplir los intereses del cliente, en el corto plazo será remplazada por una alternativa.

Es importante mencionar que la competencia no sólo conlleva aspectos negativos, sino que esta también puede ser considerada como una oportunidad para mejorar y destacarse por sobre el resto, el cual es el enfoque que muchas empresas están comenzando a tomar.

Entonces, lo importante a hacer en esta situación es detectar aquellas áreas de la empresa donde se puedan optimizar los procesos con el fin de llegar a un mejor resultado final. Es precisamente este punto uno de los temas en los que se centra este estudio, ya que el objetivo de este estudio es presentar un modelo que considere diversas áreas de manera conjunta, y no independientemente como se hace frecuentemente, logrando así un modelo de optimización que envuelva gran parte de la cadena de suministro entregando resultados más acertados, consistentes y mejores que al asumir independencia entre las partes.

Si consideramos una empresa productiva, se pueden identificar al menos tres áreas claves en las cuales poner atención para lograr una mayor eficiencia y calidad de servicio. Estas son:

- Abastecimiento de Materiales
- Producción
- Distribución

Estas áreas generalmente tratan de maximizar su productividad y cumplir sus propios objetivos, sin necesariamente considerar los objetivos de las otras partes, lo que lleva a ineficiencias. A modo de ejemplo el área de producción intenta producir la mayor cantidad posible con lo que tiene o trata de producir aquellos productos que maximicen la eficiencia de sus líneas, pero quizás no considera la demora que tiene la compra de estos materiales, por lo que deja desabastecida a la planta por algunos días, o no considera la capacidad de distribución por lo que se acumula mucho inventario, entre otros problemas que se podrían generar. Es por esto que se genera la necesidad de llevar a cabo una planificación conjunta de la cadena de suministro, que permita considerar todos los aspectos de una misma vez para finalmente velar por el beneficio de la empresa en su totalidad.

A la hora de planificar la cadena de suministro, existen tres niveles. Nivel estratégico, táctico y operacional, los que dependen principalmente del periodo para el cuál son considerados (Vidal et al., 1997). Para el caso de una empresa productiva, el nivel estratégico está pensado en una planificación a largo plazo y considera aspectos como la creación y ubicación de centros de distribución, cambio de capacidades productivas, cambio de capacidad de almacenamiento como también determinar de cuales proveedores adquirir los materiales, a que clientes vender y niveles de servicio deseados, entre otros. El nivel táctico hace referencia a una planificación a mediano plazo y pretende entregar una planificación que permita llevar a cabo la función de la empresa tomando en cuenta las decisiones estratégicas previamente establecidas, como es por ejemplo determinar el número productos a entregar a todos los centros de manera de cumplir con los objetivos. Por último, el nivel operacional, tal como su nombre lo indica, planifica la operación, el día a día, como lo es la secuenciación detallada de producción en las distintas líneas productivas.

El modelo de programación lineal entera mixta presentado en este estudio es de nivel táctico puesto que considera tener una planificación estratégica ya definida y se concentra en la planificación de periodos a mediano plazo. A partir de la información sobre la demanda futura y otros datos como inventarios iniciales, costos y velocidad de las máquinas entre otros, el modelo entrega la información de cuánto y cuándo pedir los materiales necesarios para la producción, el nivel de stock de materiales, las cantidades producidas diariamente por para cada producto y por cada línea productiva en cada periodo, el nivel de stock de producto terminado en la planta, las cantidades transportadas desde la planta a cada uno de los centros en los distintos, y por último el nivel de inventario de cada producto en los centros de distribución. El objetivo de este modelo es maximizar el nivel de servicio, logrando a la vez mantener un nivel de stock objetivo predeterminado, el cual es medido en la cantidad de periodos de demanda que este puede cubrir. Como propósito principal, este modelo pretende entregar una idea de qué es lo que se debería de hacer durante el periodo planificado, de manera de que los expertos que ven la planificación operacional, no tengan que partir de cero, sino que tengan un objetivo al cual apuntar, facilitando así sus labores pero al mismo tiempo entregando mejores resultados.

Este modelo permitirá también, ponerse en distintas situaciones que podrían ocurrir, logrando así prepararse anticipadamente para estas eventualidades, determinando donde están los puntos bajos en los que se requiere poner atención o implementar mejoras.

Lo que se desea lograr a través de esta tesis es presentar un modelo de optimización simplificado con respecto de la realidad, y que como tal pueda ser aplicable y utilizado, de manera de que no se quede en ese común pensamiento de que la optimización no es más que una representación de un mundo ideal y a la vez irreal.

Esta tesis continúa con una revisión de trabajos realizados relacionados en el capítulo dos, para luego en el capítulo tres presentar el modelo desarrollado. En el capítulo cuatro se describe el caso de estudio que será utilizado para comprobar el buen funcionamiento del modelo previamente señalado. Luego, en el capítulo cinco se realiza un análisis de los resultados entregados por el modelo, para finalmente terminar con las conclusiones en el capítulo seis.

2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

Debido a la gran importancia que toma la planificación de la cadena de suministro y los efectos que puede tener esta sobre los resultados de la empresa, este ha sido un tema ampliamente investigado por los académicos durante las últimas décadas, tomando diferentes enfoques y diferentes metodologías de resolución con el fin de lograr los resultados más adecuados posibles.

Gran parte de los estudios han considerado la cadena de manera fraccionada, planificando así las etapas de manera autónoma. La etapa de planificación y secuenciación de la producción es sin duda una que ha abarcado muchas miradas y análisis. En estos trabajos, debido al enfoque más específico, se logra un mayor nivel de detalles logrando así planificaciones de nivel operacional. En Drexl et al. (1997) se entrega una revisión de modelos que consideran el problema de tamaño de lote y secuenciación de la producción, donde los modelos se diferencian principalmente por la existencia de tiempos/costos de *setup* con o sin dependencia de la secuencia, restricciones de capacidad, cantidad de productos y por la permisividad de quiebres de inventario o no. Luego surgieron modelos como el presentado por Fleischmann (1990) y Fleischmann (1994) donde se introduce el concepto de macro y micro periodos, donde un micro periodo es una sub-división del macro periodo, representando tiempos más cortos y así permitiendo entregar un mayor nivel de detalle en la planificación. En estos modelos sólo se permite que un producto sea producido por micro periodo. Posteriormente, en Fleischmann et al. (1997), aparece un modelo que considera conjuntamente los macro y micro periodos, al que luego se le agregan los tiempos de *setup* que dependen de la secuencia, como también la utilización de más de una máquina en Meyr (2002). En Józefowska et al. (2007) se presenta un modelo similar al presentado en Meyr (2002) pero utilizando un algoritmo genético multi-objetivo para obtener un conjunto de soluciones Pareto-óptimas. Chinprateep et al. (2011) además de considerar la producción, también considera la adquisición de los materiales necesario para la producción.

Otra investigación interesante, puesto a su cercana relación con el caso de estudio analizado en esta tesis, es la realizada por Ferreira et al. (2009), en la cual se centra la atención en el problema de la planificación detallada de la producción, dejando de lado el resto de la cadena de abastecimiento.

Tomando en cuenta los beneficios de planificar de manera conjunta y coordinada la producción y la distribución, Chandra et al. (1994), se han realizado muchos estudios al respecto. Incluso, en Brown et al. (2001) se presenta el caso de la compañía norteamericana productora de cereales Kellogg, donde se aplicó un modelo de esta categoría y los resultados han demostrado ser muy buenos, proyectando ahorros de entre US\$35 y US\$40 millones al año.

Hay estudios que han abarcado la planificación de nivel estratégico a la vez con planificación de nivel táctico, este es el caso de Wouda et al. (2002) donde se presenta un modelo de programación lineal entera mixta que tiene como objetivo determinar el número óptimo de plantas productivas, su ubicación, y la asignación de productos para cada una de ellas minimizando el costo total de la cadena de suministro. Este fue utilizado como una herramienta de apoyo para una empresa europea dedicada a productos lácteos. En Bashiri et al. (2011) y Badri et al. (2012) se presentan modelos de programación lineal entera mixta, que en estos casos determinan si es necesario abrir nuevas plantas o centros de distribución, el movimiento de productos a través de la cadena y las cantidades producidas. Se hace la diferencia entre aquellas instalaciones que pertenecen a la empresa y otras que pueden ser contratadas por un determinado periodo. También se agregan restricciones económicas, es decir que no se puede contratar una nueva instalación si la empresa no cuenta con las utilidades necesarias para hacer esto. Los objetivos para estos modelos son maximizar el valor presente de sus ingresos, para lo que consideran la incorporación de una tasa de interés. Para la resolución de estos modelos se aplican algoritmos basados en la Relajación Lagrangeana, logrando así dividir el modelo en dos problemas, los que son solucionados de manera consecutiva. Paksoy et al. (2012) presenta un modelo que también busca una planificación de nivel estratégico y táctico, pero esta vez con un modelo de programación no-lineal entera mixta.

Existen también, muchos estudios que han considerado solamente la planificación táctica, en donde se asume una planificación estratégica definida con anterioridad. En Bard et al. (2009) se modela un problema de ruteo, distribución, inventarios y producción, considerando sólo un producto con múltiples plantas y centros de distribución. La metodología de solución es dividir el problema, donde se determina únicamente la asignación de productos a cada uno de los centros, para luego usar esa solución como demanda del problema completo, para el cual se utiliza el método de búsqueda Tabú para encontrar las soluciones. En Lei et al. (2006) se presenta un modelo muy similar, que también es resuelto en dos fases, resolviendo un problema simplificado en primera instancia, pero para la segunda fase se utiliza una heurística propuesta por los autores para dar solución al problema completo.

Fumero et al. (1999) en su modelo también abarca producción, inventarios, distribución y ruteo, pero en este caso es resuelto dividiendo el problema en distintos sub-problemas más pequeños utilizando la metodología de la relajación lagrangeana. En este modelo se exige el cumplimiento completo de la demanda, se considera sólo una planta productiva, y para la producción se requiere de sólo un material, el cual es consumido en distintas cantidades dependiendo del producto que se quiera producir. Por su parte, el modelo de Rizk et al. (2008) no considera el ruteo, pero si determina la secuencia detallada en que se llevará a cabo la producción, para esto permite que sólo un producto pueda ser producido por periodo. En este último estudio se presentan distintos cortes que permiten facilitar la búsqueda de una solución factible, y luego también se presenta una heurística utilizada para solucionar el problema cuando este sea de gran tamaño.

Fumero et al. (1997) se enfoca en la asignación de productos dentro de cada centro y también de determinar los lotes de producción para cada una de las máquinas/líneas durante cada periodo. Los productos son agrupados por familia, es decir productos que comparten alguna característica, de manera de poder simplificar el modelo, el cual es resuelto utilizando relajación lagrangeana. En Kopanos et al. (2012) los productos también son agrupados por familia, pero en este caso la familia es determinada por el hecho de que al pasar a producir de un producto a otro de la misma familia, que no se requiera hacer una

limpieza o arreglo en las máquinas, esto permite facilitar el proceso de secuenciación de órdenes que si es considerado en este modelo. Este modelo es puesto a prueba con dos casos de estudio de una empresa productora de productos lácteos ubicada en Grecia.

El interés por la planificación conjunta de la cadena de suministro, en conjunto con la demostración de sus beneficios, ha llegado a tal punto que incluso se han comenzado a considerar nuevos objetivos además de minimizar costos, como es el caso de minimizar los efectos sobre el medio ambiente, Wang et al. (2011).

Para obtener un mayor número de referencias relacionadas con este tema, en Mula et al. (2010) se pudo ver una revisión de 127 referencias que estudian la planificación conjunta de la producción y distribución, donde estas son clasificadas bajo los siguientes criterios: estructura de la cadena de suministro, nivel de decisión, metodología, propósito, información compartida, limitaciones, novedad y aplicabilidad.

3. DESCRIPCIÓN DEL MODELO

En esta sección se describe el modelo de programación lineal entera mixta propuesto, el cual está basado en una empresa productora de bebidas gaseosas. El modelo tiene como propósito llevar a cabo una planificación conjunta de la cadena de abastecimiento, la cual para efecto de este estudio se considera de tres escalones: proveedores, planta productiva y centros de distribución, logrando así una mejor integración entre las partes mejorando el nivel de servicio al cliente mientras se minimizan los costos. El nivel de servicio se medirá considerando la cantidad de inventario disponible para la entrega en los centros de distribución y la demanda en cada uno de estos, logrando determinar qué porcentaje de la demanda puede ser cumplida.

La cadena de suministro estudiada en este caso es de una estructura conjunta, es decir que tiene una sección convergente y otra divergente (Beamon et al., 2001), esto puesto que se considera más de un proveedor, pasando luego a una planta de producción y luego a más de un centro de distribución. En la figura 3-1 se puede ver la estructura y el alcance del modelo.

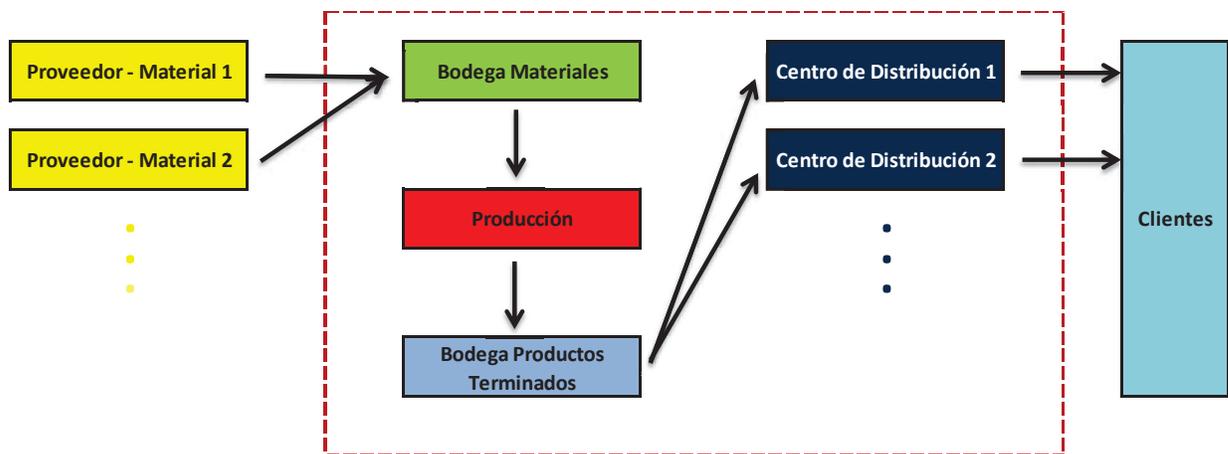


Figura 3-1: Alcance del Modelo

A continuación se detallan cada una de las etapas del modelo.

3.1 Adquisición de materiales

Para realizar la adquisición de materiales, se requiere de la lista de materiales, la cual entrega las cantidades necesarias de cada material para la producción de los productos finales. A partir de esto, y de las cantidades a producir de cada producto, se pueden determinar las cantidades pretendidas de cada material. En este modelo se considera que la adquisición de materiales no es inmediata, es decir que al realizar un pedido este se demorará un cierto número de periodos en llegar y por lo tanto en estar disponible para su utilización en la producción. Entonces, el modelo entrega no sólo información respecto de las cantidades, sino que también indica cuando es necesario emitir la orden de pedido de manera de tener almacenados los materiales cuando estos se necesiten.

Considerando que las entregas no son inmediatas, puede ocurrir que se tenga que hacer un pedido durante el periodo de análisis, pero que su llegada a la bodega de materiales ubicada en la planta, sea en el periodo siguiente. Es por esto que el modelo permite almacenar esta información de manera de incluirla en el caso de que se quiera planificar el próximo periodo de manera consecutiva, como lo es para un horizonte rodante (Li et al., 2010). Lo mismo ocurre con el caso de que al planificar el periodo actual, puede ocurrir que existan pedidos que estén en camino y que fueron planificados en periodos anteriores al que está en análisis, por lo que el modelo también permite que estos pedidos sean ingresados como datos del problema.

Los únicos costos que se considerarán en la adquisición de materiales, es el valor del material, puesto que para efectos de la empresa ese costo incluye costos de transporte ya que el material es depositado en la bodega de materiales por el mismo proveedor.

3.2 Bodega de materiales

La bodega de materiales, tal como su nombre lo indica, es donde se almacenan los materiales dentro de la planta productiva. Cuando un material está dentro de esta, implica que está disponible para ser utilizado en la producción.

Respecto del inventario en esta bodega, este se trata de minimizar mediante la utilización de un costo de almacenamiento para los materiales, permitiendo que el modelo determine los niveles más adecuados para la situación.

En esta etapa es necesario que se cumpla el 100% de la demanda de materiales por parte de la planta, por lo que no pueden existir pedidos pendientes, ya que esto permitiría que se produzca sin contar con los materiales necesarios.

3.3 Producción

En cuanto a la producción, se considera una planta productiva que permite la producción de múltiples productos, productos que tengan características relacionadas con el embotellado como es el caso de las bebidas, las que pueden ser categorizadas según su sabor y formato. Para esto existen múltiples máquinas pertenecientes a dos categorías, las máquinas M son aquellas que llevan a cabo una producción continua de productos intermedios, los cuales son utilizados en las máquinas L para la producción de los productos finales. Es importante mencionar que el producto intermedio que se considera en este modelo no es almacenable de un periodo a otro, es decir que el total de producto intermedio requerido para la producción de productos terminados en el periodo “ t ”, debe ser producido durante ese mismo periodo.

Aquellas máquinas que son del mismo tipo, se consideran paralelas e independientes entre sí, lo que implica que si una de ellas está funcionando, esto no afecta el funcionamiento de otra. Tanto máquinas M como L pueden producir distintos productos (no necesariamente

todos) y más de un producto por periodo también. Debido a la diferencia que puede existir entre los productos, es necesario realizar un *setup* cada vez que se produce un nuevo producto en la línea, donde este *setup* es considerado constante e incluye tareas como limpieza, ajustes, etc.

Las máquinas L, cuentan con varias estaciones que funcionan de manera secuencial, es por esto que son consideradas como una sola unidad que funciona como una línea tradicional recta (Gökçen et al., 2006).

Todas las máquinas cuentan con un tiempo máximo disponible de utilización por periodo, el que debe ser fijado a priori considerando distintos eventos como lo son las mantenciones. La restricción en este caso no permite producir por más tiempo que el disponible, menos el tiempo requerido para los *setup* necesarios. A aquellos productos que no pueden ser producidos en máquinas L se les asigna un tiempo de producción (tiempo/producto) muy alto.

En esta etapa únicamente se considera un costo de producción por producto terminado y producto intermedio producido.

3.4 Bodega de Productos Terminados en Planta

Al igual que en el caso de la bodega de materiales, en la bodega de productos terminados ubicada en la planta se debe de cumplir el 100% de los requerimientos por parte de los centros de distribución. Otra forma de decir esto es, que debido a que se está llevando a cabo una planificación conjunta, la demanda de productos por parte de los centros de distribución no será mayor a la cantidad que pueda entregar la planta. En esta bodega también se intenta minimizar el inventario mediante un costo de almacenamiento, el cual siempre tiene que estar por debajo de la capacidad máxima de la bodega.

3.5 Distribución

En esta etapa se determina la cantidad de cada producto que es llevado a cada centro de distribución, siempre teniendo en cuenta que esto no se realiza de forma inmediata, sino que existe una demora desde el momento en que los productos parten desde la bodega de productos terminados hasta que están disponibles para la venta en los centros de distribución.

En cuanto a costos, para la distribución se considera un costo variable que depende de la cantidad de productos transportados y de la distancia recorrida, la que es relativa al centro de distribución al que sean trasladados.

3.6 Centros de distribución

En los centros de distribución, a diferencia de que ocurre en las otras bodegas, sí se permite que exista incumplimiento de la demanda, es decir que en el caso de que la demanda sea mayor a lo que se tiene disponible, la diferencia no será entregada. La no entrega de un producto tiene asociado un costo muy elevado de manera de evitar estos casos siempre y cuando sea posible.

El inventario para esta bodega se trata de mantener en un nivel fijo determinado con anterioridad, nivel que es dinámico puesto que es medido en días de cobertura, es decir que el nivel de inventario almacenado debería poder satisfacer la demanda futura de los próximos “R” días, donde “R” es el valor pre-establecido. Esta metodología de inventarios permite tener una visión anticipada del futuro, puesto que si durante los próximos “R” días se tendrá una demanda muy alta, el inventario tendrá que ser mayor, y lógicamente ocurre lo contrario en caso de que la demanda sea baja.

El costo considerado en esta etapa es un costo intangible, puesto que este es el costo de estar fuera del rango predeterminado de inventario. Mediante este se fuerza al inventario a

mantener el nivel deseado, pero con la posibilidad de no estarlo en caso de ser necesario, logrando así, siempre y cuando esto sea posible, cumplir con el objetivo planteado.

3.7 Otros Supuestos

Otros supuestos utilizados son los siguientes:

1. Capacidad ilimitada de transporte desde planta a centros de distribución.
2. Proveedor siempre tiene disponibilidad de materiales.
3. Proveedor tiene capacidad ilimitada para despacho.
4. Capacidad ilimitada en bodega de materiales (esta finalmente es limitada por la cantidad de productos a producir, ya que no existe incentivo en almacenar demás por los supuestos 2 y 3).
5. Capacidad ilimitada en centros de distribución.

3.8 Periodos de Tiempo

En el modelo propuesto se establece un horizonte de planificación de 12 días, donde generalmente esto serian dos semanas de seis días puesto que los domingos no hay venta, pero el modelo también permite la consideración de feriados durante la semana o incluso casos excepcionales donde si exista venta los domingos. En este horizonte se lleva a cabo una planificación que involucra todos los aspectos mencionados anteriormente, pero debido a que existen demoras en las entregas y días de cobertura para los niveles de inventario, es necesario considerar un pronóstico de demanda de más periodos que los que se quieren planificar. El número de periodos para los cuales se requiere tener una estimación de la demanda se puede determinar mediante la ecuación 3.1.

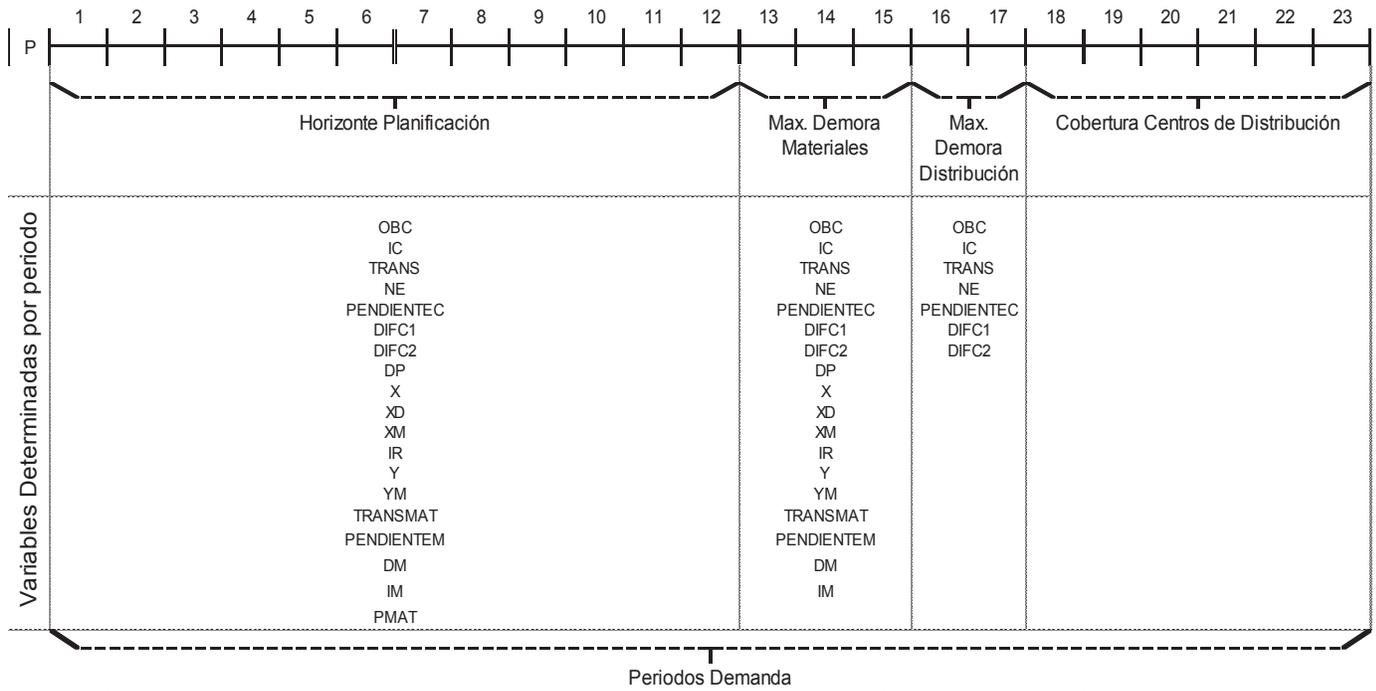


Figura 3-2: Periodos de Análisis

3.9 Modelación matemática

En la siguiente sección se presenta la modelación matemática correspondiente al modelo planteado anteriormente.

3.9.1 Índices y Conjuntos

Los siguientes son los índices y conjuntos utilizados en la modelación.

$t \in \text{PERIODO}$ Horizonte de planificación

$t1 \in \text{PERIODO1}$ Horizonte de planificación + Max. Demora Materiales

$t2 \in \text{PERIODO2}$	Horizonte de planificación + Max. Demora Materiales + Max. Demora Distribución
$t3 \in \text{PERIODO3}$	Horizonte de planificación + Max. Demora Materiales + Max. Demora Distribución + Cobertura Centros Distribución
$ma \in \text{MATERIAL}$	Conjunto de materiales
$l \in \text{LINEA}$	Conjunto de líneas de producción (Máquinas L)
$m \in \text{MEZCLADORES}$	Conjunto de Mezcladores (Máquinas M)
$s \in \text{SABOR}$	Conjunto de Sabores
$f \in \text{FORMATO}$	Conjunto de Formatos
$p \in \text{PRODUCTO}$	Conjunto de Productos
$c \in \text{CENTROS}$	Conjunto de Centros de Distribución

3.9.2 Datos del Modelo

Los parámetros presentados a continuación son aquellos que son considerados datos para el modelo planteado.

$D_{p,c,t3}$	Demanda de productos en centros de distribución
$INVIC_{p,c}$	Inventario inicial de cada producto en cada centro
RC	Días de cobertura pre-establecidos para centros de distribución
SUPC	Cota superior para objetivo de cobertura de stock en centros de distribución
INFC	Cota inferior para objetivo de cobertura de stock en centros de distribución
$DEMCENTRO_c$	Número de periodos que demora el traslado desde la planta a un centro de distribución

$DIST_c$	Distancia en kilómetros entre la planta y los centros de distribución
$PENDIENTECO_{p,c,t2}$	Cantidad de producto que fue planificado anteriormente y que todavía no ha llegado al centro de distribución correspondiente
$CAJAUNIT_p$	Valor asociado a cada producto que permite llevar todos los productos a una unidad de medida genérica
C_{DIFC}	Costo asociado a cada producto que esta por bajo el rango deseado de stock en centro de distribución
C_{NONEG}	Costo asociado a cada producto que no puede ser entregado por falta de stock durante horizonte de planificación
C_{TRANS}	Costo de transportar cada producto por unidad de distancia entre planta y el centro de distribución de destino
$INVI_p$	Inventario inicial de cada producto terminando ubicado en la planta
$CAPACIDAD_IR$	Capacidad máxima de bodega de productos terminados
VL_l	Velocidad de producción para los mezcladores
VM_m	Velocidad de producción para las líneas
EFL	Eficiencia utilización líneas
EFM	Eficiencia utilización Mezcladores
$HORAS_{l,t1}$	Horas de disponibilidad de las líneas para cada periodo
$HORASM_{m,t1}$	Horas de disponibilidad de los mezcladores para cada periodo
$SETUP_l$	Tiempo que demora en realizarse el <i>setup</i> de las líneas
$SETUPM_m$	Tiempo que demora en realizarse el <i>setup</i> de los mezcladores
PL	Penalización cambio de producto en líneas
PM	Penalización cambio de sabor en mezcladores
SAB_p	Sabor de producto

FOR_p	Formato de producto
TR_f	Cantidad de producto intermedio que contiene cada formato de producto terminado
C_{PROD}	Costo de producir una unidad de producto terminado
C_{MEZC}	Costo de producir una unidad de producto intermedio
C_{SETUP}	Costo de realizar un <i>setup</i> en una línea
C_{SETUPM}	Costo de realizar un <i>setup</i> en un mezclador
$INVIM_{ma}$	Inventario inicial materiales
$COSTMAT_{ma}$	Costo de materiales
$CMA_{p,ma}$	Cantidad necesaria de cada material para producir un producto
$PDEM_{ma}$	Demora que tienen un pedido de material en llegar a la bodega
$MAXPDEM$	Máxima demora que tienen los pedidos de materiales
$PENDIENTEMO_{ma,t1}$	Cantidad de material que fue planificado anteriormente y que todavía no ha llegado a la bodega de materiales ubicada en la planta
TAU	Número de periodos en PERIODO
$TAU1$	Número de periodos en PERIODO1
$TAU2$	Número de periodos en PERIODO2
$TAU3$	Número de periodos en PERIODO3
$TAUM$	Mitad de periodos que existen en PERIODO
$EXTRA$	En caso de que la primera semana de planificación tenga un día extra (Domingo) este dato tiene un valor 1, y en caso de existir uno o más días feriados o que no sean contabilizados dentro de la planificación este dato es negativo con valor absoluto del número total de días a descontar
$CTE1$	Constante muy grande

CTE2 Constante muy grande

3.9.3 Variables del Modelo

A continuación se presentan las variables que son determinadas por el modelo.

Variables Enteras

Las variables en esta sección son aquellas de carácter entero.

$Y_{l,p,t1}$	Variable binaria que toma valor 1 en un periodo si producto “p” está siendo producido en la línea “l” y 0 en otros casos.
$YM_{m,s,t1}$	Variable binaria que toma valor 1 en un periodo si sabor “s” está siendo producido en el mezclador “m” y 0 en otros casos.

Variables Continuas

Las variables en esta sección son aquellas de carácter continuo.

$IC_{p,c,t2}$	Inventario en centro de distribución para cada producto por periodo.
$OBC_{p,c,t2}$	Objetivo en cantidad de productos para cada producto, por centro de distribución y periodo.
$NE_{p,c,t2}$	Cantidad de productos no entregados en cada centro de distribución.
$DIFC1_{p,c,t2}$	Cantidad de producto bajo la cota inferior del objetivo de stock determinado para cada centro de distribución.
$DIFC2_{p,c,t2}$	Cantidad de producto sobre la cota superior del objetivo de stock determinado para cada centro de distribución.
$TRANS_{p,c,t2}$	Cantidad de producto que llega a cada centro de distribución por periodo.

$PENDIENTEC_{p,c,t2}$	Cantidad de producto que es planificado pero que debido a las demoras no llegará dentro del actual horizonte de planificación al centro de distribución respectivo. Esta variable se utiliza como entrada en una siguiente planificación.
$DP_{p,t1}$	Demanda por parte de los centros de distribución a la planta productiva, por producto y periodo.
$IR_{p,t1}$	Inventario en planta para cada producto por periodo.
$X_{l,p,t1}$	Cantidad de producto terminado producido en cada línea por periodo.
$XM_{m,s,t1}$	Cantidad de producto intermedio producido en cada mezclador por periodo.
$XD_{p,t1}$	Cantidad de producto terminado producido por periodo
$DM_{ma,t1}$	Cantidad de material requerido por planta en cada periodo.
$TRANSMAT_{ma,t1}$	Cantidad de material que llega a bodega de materiales por periodo.
$PENDIENTEM_{ma,t1}$	Cantidad de material que es planificado pero que debido a las demoras no llegará dentro del actual horizonte de planificación la bodega de materiales. Esta variable se utiliza como entrada en una siguiente planificación.
$IM_{ma,t1}$	Inventario en bodega de materiales para cada material por periodo.
$PMAT_{ma,t}$	Cantidad de material solicitado en periodo en que se pone el pedido.

Todas las variables anteriormente mencionadas son definidas como estrictamente positivas.

3.9.4 Restricciones

Las restricciones del problema se pueden dividir según las siguientes categorías, dependiendo de su función dentro de la cadena de abastecimiento.

Distribución

Las restricciones correspondientes a la distribución consideran el traslado de productos terminados desde la planta productiva hacia los centros de distribución, como también la gestión de inventario en estos.

$$\text{INVCI}_{p,c} + \text{TRANS}_{p,c,1} + \text{PENDIENTECO}_{p,c,1} - D_{p,c,1} + \text{NE}_{p,c,1} = \text{IC}_{p,c,1} \quad \forall p, c \quad [3.2]$$

$$\text{IC}_{p,c,t2-1} + \text{TRANS}_{p,c,t2} + \text{PENDIENTECO}_{p,c,t2} - D_{p,c,t2} + \text{NE}_{p,c,t2} = \text{IC}_{p,c,t2} \quad [3.3]$$

$$\forall p, c, t2 \mid t2 \geq 2$$

Las restricciones [3.2] y [3.3] permiten hacer equilibrio en los inventarios de los centros de distribución. Donde [3.2] es únicamente para el periodo 1 y [3.3] para todos los otros periodos.

$$\text{OBC}_{p,c,t2} = \sum_{rr=1}^{RC} D_{p,c,t2+rr} \quad \forall p, c, t2 \quad [3.4]$$

En [3.4] se define la cantidad de productos que se requiere tener como inventario objetivo, dependiendo de la cantidad de días de cobertura (RC) previamente establecido.

$$\text{DIFC1}_{p,c,t2} \geq \text{inf}c * \text{OBC}_{p,c,t2} - \text{IC}_{p,c,t2} \quad \forall p, c, t2 \quad [3.5]$$

$$\text{DIFC2}_{p,c,t2} \geq \text{IC}_{p,c,t2} - \text{sup}c * \text{OBC}_{p,c,t2} \quad \forall p, c, t2 \quad [3.6]$$

[3.5] y [3.6] determinan la cantidad por la cual un producto está fuera del rango objetivo de stock.

$$DP_{p,t1} = \sum_c TRANS_{p,c,t1+DEMCENTRO_c+1} \quad \forall p, t1 \quad [3.7]$$

La demanda total de productos percibida por cada periodo por la planta se determina mediante [3.7]. En esta misma ecuación se puede apreciar que en el subíndice de la variable TRANS se tiene el periodo $t1 + DEMCENTRO_c + 1$ donde el número uno implica que una vez que el producto llega al centro de distribución, este no estará disponible sino hasta el periodo siguiente, esto también ocurre en el caso de los materiales.

$$TRANS_{p,c,n1} \leq 0 \quad \forall p, c \quad [3.8]$$

$$n1 \in 1 \dots DEMCENTRO_c + 1$$

$$PENDIENTECO_{p,c,t2-(TAUM+EXTRA)} = TRANS_{p,c,t2} \quad \forall p, c, t2 \mid \begin{aligned} &t2 \leq TAUM + EXTRA \\ &+ DEMCENTRO_c + 1 \\ &\& t2 \geq TAUM + 1 + EXTRA \\ &\& t2 \geq DEMCENTRO_c + 2 \end{aligned} \quad [3.9]$$

En [3.8] se fija que las entradas de productos durante los periodos anteriores a la demora que tiene la entrega entre la planta y el centro respectivo tienen que ser cero, ya que estos no se habrían podido planificar. Es por esto que el modelo permite al modelador ingresar este dato ($PENDIENTECO_{p,c,t2}$) a la hora de llevar a cabo la planificación. La restricción [3.9] justamente determina cuantos productos son planificados durante la presente planificación, pero que no alcanzan a ser entregados en el horizonte de planificación establecido, almacenando esta información para una futura planificación.

Producción

Las restricciones correspondientes a la producción consideran desde la demanda de materiales hasta la gestión de inventario en la bodega de productos terminados.

$$\text{INVI}_p + \text{XD}_{p,1} - \text{DP}_{p,1} = \text{IR}_{p,1} \quad \forall p \quad [3.10]$$

$$\text{IR}_{p,t1-1} + \text{XD}_{p,t1} - \text{DP}_{p,t1} = \text{IR}_{p,t1} \quad \forall p, t1 \mid t1 \geq 2 \quad [3.11]$$

Al igual que en el caso de la distribución, se tiene que [3.10] y [3.11] entregan equilibrio en el inventario, pero en este caso es sobre el inventario de la bodega de productos terminados de la planta y además no hay una variable que indique que hay productos por llegar, esto puesto que como la bodega de productos terminados está ubicada en la planta, no hay demora en esa entrega, se considera inmediata.

$$\sum_p \text{IR}_{p,t1} * \text{CAJAUNIT}_p \leq \text{CAPACIDAD_IR} \quad \forall t1 \quad [3.12]$$

En [3.12] se limita la capacidad de la bodega de productos terminados.

$$\frac{(X_{l,p,t1} * \text{VL}_{l,\text{FOR}_p})}{\text{EFL}} \leq \text{HORAS}_{l,t1} - (\text{SETUP}_l + \text{PL}) * \sum_p Y_{l,p,t1} \quad \forall l, t1 \quad [3.13]$$

$$\frac{X_{l,p,t1}}{\text{CTE1}} \leq Y_{l,p,t1} \quad \forall l, p, t1 \quad [3.14]$$

En [3.13] se establece que en una línea de producción no se puede producir por más tiempo que el que la máquina está disponible, considerando además los tiempos necesarios para llevar a cabo los *setup* y una penalización por cada cambio de producto relacionada

con el desfase que existe entre la producción del producto intermedio y el producto terminado. El tiempo de producción está sujeto también a una eficiencia de utilización de la línea, la que considera paradas inesperadas, errores o simplemente el desaprovechamiento del total de capacidad. En [3.14] se determina si un producto fue producido o no en un a cierta línea durante un periodo en particular.

$$\frac{(XM_{m,s,t1} * VM_m)}{EFM} \leq \text{HORASM}_{m,t1} - (\text{SETUPM}_m + PM) * \sum_s YM_{m,s,t1} \quad \forall m, t1 \quad [3.15]$$

$$\frac{XM_{m,s,t1}}{CTE2} \leq YM_{m,s,t1} \quad \forall m, s, t1 \quad [3.16]$$

De la misma manera que en las líneas, [3.15] limita la producción en los mezcladores con respecto a la disponibilidad de la máquina. En [3.16] se determina si un respectivo sabor es o no producido en un mezclador durante un periodo en particular.

$$XD_{p,t1} = \sum_l X_{l,p,t1} \quad \forall p, t1 \quad [3.17]$$

$$\sum_m XM_{m,s,t1} \geq \sum_{p | \text{SAB}_p=s} XD_{p,t1} * \text{TR}_{\text{FOR}_p} \quad \forall s, t1 \quad [3.18]$$

[3.17] agrega la producción por línea determinando el total de cada producto producido por periodo. Por su parte, [3.18] determina que la producción de un sabor “s” tiene que ser al menos la cantidad de ese sabor requerida por los productos terminados que fueron producidos durante ese periodo.

$$DM_{ma,t1} = \sum_p XD_{p,t1} * \text{CMA}_{p,ma} \quad \forall ma, t1 \quad [3.19]$$

En [3.19] se determina la cantidad de materiales que es demandada por parte de la planta a la bodega de materiales.

Abastecimiento Materiales

Las restricciones correspondientes al abastecimiento de materiales abarcan desde la fecha en que se genera el pedido de materiales hasta la gestión de inventario en la bodega donde estos materiales son almacenados.

$$\text{INVMI}_{ma} + \text{TRANSMAT}_{ma,1} + \text{PENDIENTEMO}_{ma,1} - \text{DM}_{ma,1} = \text{IM}_{ma,1} \quad \forall ma \quad [3.20]$$

$$\text{IM}_{ma,t1-1} + \text{TRANSMAT}_{ma,t1} + \text{PENDIENTEMO}_{ma,t1} - \text{DM}_{ma,t1} = \text{IM}_{ma,t1} \quad [3.21]$$

$$\forall ma, t1 \mid t1 \geq 2$$

Nuevamente [3.20] y [3.21] representan el equilibrio de los inventarios pero esta vez en la bodega de materiales

$$\text{PMAT}_{ma,t} = \text{TRANSMAT}_{ma,t+\text{PDEM}_{ma}+1} \quad \forall ma, t \quad [3.22]$$

En [3.22] se toma la cantidad de materiales que son necesarios entregar y se determinan las cantidades y el periodo en que se debe realizar este considerando la demora de entrega.

$$\text{TRANSMAT}_{ma,t1} \leq 0 \quad \forall ma, t1 \mid t1 \leq \text{PDEM}_{ma} + 1 \quad [3.23]$$

[3.23] establece que no pueden llegar materiales sino ha transcurrido al menos el tiempo que demoran estos en llegar a la bodega desde que fueron pedidos. Esto, al igual que para el caso de la entrega de productos a los centros de distribución, es puesto que estos pedidos no habrían sido alcanzados a planificarse durante la presente planificación, es por esto que también se permite el ingreso manual de aquellos pedidos que están por llegar ($\text{PENDIENTEMO}_{ma,t1}$).

$$\begin{aligned}
\text{PENDIENTEM}_{\text{ma},t1-(\text{TAUM}+\text{EXTRA})} & \quad \forall \text{ ma}, t1 \mid t1 \leq \text{TAUM} + \text{EXTRA} & [3.24] \\
= \text{TRANSMAT}_{\text{ma},t1} & \quad \quad \quad + \text{PDEM}_{\text{ma}} + 1 \\
& \quad \quad \quad \& \ t1 \geq \text{TAUM} + \text{EXTRA} + 1 \\
& \quad \quad \quad \& \ t1 \geq \text{PDEM}_{\text{ma}} + 2
\end{aligned}$$

En [3.24] se determina el número de materiales que son planificados durante la presente planificación pero que no logran ser entregados en el horizonte de planificación actual. Esta información puede ser utilizada como dato de entrada para una próxima planificación.

3.9.5 Función Objetivo

El modelo presentado tiene como objetivo minimizar los costos, mejorar el nivel de servicio evitando los quiebres de inventario y establecer niveles de inventario previamente determinados. A continuación se presenta la función objetivo que logra esto.

Minimizar:

$$C_{\text{DIFC}} * \sum_{p,c,t2} \text{DIFC1}_{p,c,t2} + C_{\text{DIFC}} * \sum_{p,c,t2} \text{DIFC2}_{p,c,t2} \quad [3.25]$$

$$+ C_{\text{NONEG}} * \sum_{p,c,t2} (\text{TAU2} - t2 + \text{BASE}) * \text{NE}_{p,c,t2} \quad [3.26]$$

$$+ C_{\text{TRANS}} * \sum_{p,c,t2} \text{DIST}_c * \text{TRANS}_{p,c,t2} * \text{CAJAUNIT}_p \quad [3.27]$$

$$+ C_{\text{IR}} * \sum_{p,t1} \text{IR}_{p,t1} * \text{CAJAUNIT}_p \quad [3.28]$$

$$+C_{\text{PROD}} * \sum_{p,t1} XD_{p,t1} + C_{\text{MEZC}} * \sum_{m,s,t1} XM_{m,s,t1} \quad [3.29]$$

$$+C_{\text{SETUP}} * \sum_{l,p,t1} Y_{l,p,t1} + C_{\text{SETUPM}} * \sum_{m,s,t1} YM_{m,s,t1} \quad [3.30]$$

$$+ \sum_{ma,t1} \text{COSTMAT}_{ma} * \text{TRANSMAT}_{ma,t1} \quad [3.31]$$

$$+C_{\text{IM}} * \sum_{p,t1} IM_{ma,t1} \quad [3.32]$$

En [3.25] se busca evitar que el nivel de inventario salga del rango establecido por lo que se le asigna un costo intangible por cada producto que está fuera de este rango. A su vez, en [3.26] se le establece un costo también intangible a cada producto que no puede ser entregado, puesto que esto es lo que determina el nivel de servicio. Mediante la incorporación de estos costos, y la minimización de la función objetivo, se logra cumplir con los objetivos planteados anteriormente, mantener un nivel deseado de inventario y maximizar el *Fill Rate*, siempre y cuando esto sea económicamente conveniente. El costo correspondiente a cada producto no entregado disminuye a medida que avanzan los periodos, evitando que el modelo intente hacer positiva la variable $NE_{p,c,t4}$ cuando $IC_{p,c,t4}$ sea mayor a cero. El parámetro BASE indicado en [3.26] es fijado por el modelador para evitar que en el último periodo el costo para la variable $NE_{p,c,t4}$ sea cero.

El costo variable por transportar un producto por cada unidad de distancia desde la planta a los centros de distribución se puede ver reflejado en [3.27].

En [3.28] se le asigna un costo de almacenamiento a cada producto que está en la bodega de productos terminados.

Los costos de producción, tanto de producto intermedio como de producto terminado son considerados en [3.29]. Los costos relacionados a los *setup* que son necesario al cambiar de producto tanto en líneas como mezcladores se reflejan en [3.30].

Por último, [3.31] considera el costo de adquirir cada material, costo que equivale al precio de este y [3.32] asigna un costo de almacenamiento a los materiales almacenados en la bodega de materiales.

Minimizando la función objetivo presentada se logran cumplir los objetivos pretendidos para este modelo.

4. CASO DE ESTUDIO

Para comprobar el correcto funcionamiento del modelo presentado anteriormente, se utilizará un caso de estudio para así contar con información real, logrando una adecuada evaluación del uso del modelo. El caso analizado en esta tesis será el de una empresa embotelladora de productos bebestibles ubicada en Santiago, Chile. Esta empresa cuenta con una planta productiva, en la cual existen nueve líneas productivas y siete mezcladores lo que permiten la producción de más de 200 productos. Sin embargo, en este caso se utilizará un subconjunto específico de 15 productos que son formados por tres formatos y seis sabores distintos, los cuales son producidos utilizando dos líneas y dos mezcladores.

Las velocidades de las líneas y mezcladores, como también la información sobre los productos y otros aspectos del caso de estudio pueden ser revisados en el Anexo A.

La empresa analizada cuenta con seis centros de distribución ubicados en distintos sectores de Santiago, desde donde se abastece a gran parte del territorio central de Chile. En el Anexo A.7 se puede ver la distancia de entre la planta y los distintos centros.

Para poder realizar el análisis se cuenta con información de siete semanas comenzando el día lunes 1ero de Agosto 2011, en donde está contenida la demanda real que percibió la empresa, la demanda pronosticada para estas fechas, las ventas realizadas y también los saldos iniciales de inventario para el comienzo del periodo de análisis (Anexo B). Es importante aclarar que la compañía tiene una visibilidad de la demanda de sólo una semana, es decir que al comienzo de una semana cualquiera, la empresa sabe con certeza cuál será la demanda real de esa semana, y no así para los días que vienen a continuación, lo que se aplica de la misma manera para la planificación. Mediante la ecuación 3.1 y utilizando la información proporcionada en el Anexo A.8, se puede determinar que para realizar cada planificación se requieren de 23 periodos de demanda.

Considerando que cada planificación requiere de 23 periodos de demanda, y que se cuenta con la información de siete semanas, se podrán llevar a cabo un total de cuatro planificaciones consecutivas. Para lograr esto, y a la vez mejorar la certeza del modelo, se

llevará a cabo una planificación mediante un horizonte rodante de una semana, es decir que se planificarán dos semanas consecutivas, pero dentro de una semana se llevará a cabo una nueva planificación, la que tendrá como información de entrada los resultados de la planificación anterior. De esta manera se logrará aprovechar la visibilidad con que cuenta la empresa. Esto se puede ver de manera más clara en la siguiente figura:

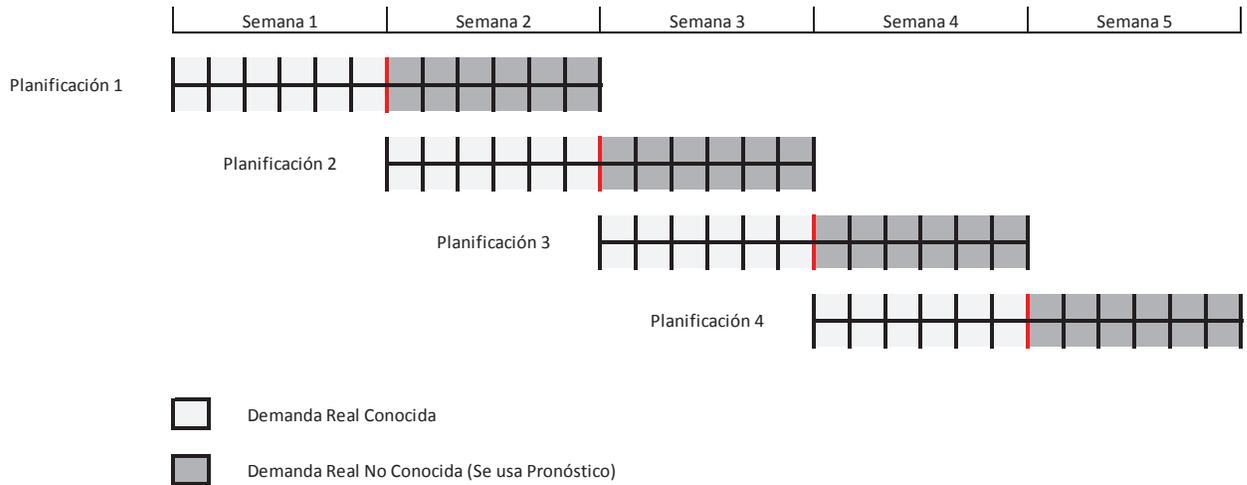


Figura 4-1: Horizonte Rodante

Tal como se menciona anteriormente, el principal objetivo con este modelo es poder ser una herramienta de apoyo en la toma de decisiones de la empresa y que así esta pueda lograr de la mejor manera posible los objetivos propuestos. En este caso el principal objetivo propuesto por la empresa es minimizar el número de productos que no puedan ser entregados (maximizar *Fill Rate*) como también lograr mantener el nivel de inventario de seis días de cobertura para cada uno de sus productos en cada centro de distribución, donde se permite una variación de un 20% hacia arriba y abajo, entregando un cierto nivel de flexibilidad.

En la Tabla 4-1 se presenta un resumen por semana de la información real que tuvo la empresa en las semanas de estudio. En el Anexo B.5 se encuentra la información separada diariamente.

Tabla 4-1: Resultados Reales

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	106.967,92	135.007,75	107.604,25	127.836,75	477.416,67
No Entrega	4.805,08	4.350,25	6.127,75	6.413,25	21.696,33
Fill Rate¹	95,70%	96,88%	94,61%	95,22%	95,65%

Para el caso del nivel de stock deseado en los centros de distribución, se puede ver el inventario inicial del periodo de análisis en Anexo B.4.1, el cual en promedio se encuentra en un 232,4% del objetivo para ese día y con un desvío absoluto promedio² del 151,84%, es decir que las cantidades de inventario difieren enormemente de los niveles deseados.

¹ Fill Rate = Ventas / Demanda Real

² Desvío absoluto promedio corresponde al porcentaje promedio en que cada uno de los productos se aleja del objetivo determinado. $\frac{\sum_1^N \left(\left| \frac{\text{Stock}}{\text{Stock Objetivo}} - 100\% \right| \right)}{N}$

5. ANÁLISIS Y RESULTADOS

Para la obtención de resultados, se utilizó el programa IBM ILOG CPLEX v12.4 donde debido al nivel de complejidad del problema (considerado NP-Completo, Dolgui et al., 2010) y los largos tiempos de resolución que esto conlleva, se fijaron niveles de tolerancia acorde a cada planificación, los que varían entre 10 y 25 por ciento³, de manera de obtener buenos resultados en un tiempo razonable. Entonces es importante destacar que los resultados obtenidos no son óptimos, sino que son cercanos a este.

Considerando la importancia que se le da tanto a minimizar el número de productos no entregados como también a mantener el nivel de inventario en un nivel que permita seis días de cobertura, parece pertinente realizar un análisis sobre el comportamiento de los resultados al hacer variaciones sobre los costos asociados a estas variables en la función objetivo, en especial considerando que estos son costos intangibles, por lo que no pueden ser medidos de manera exacta. El resto de los costos utilizados se pueden ver en el Anexo C.1.

Las combinaciones a analizar son las siguientes:

Tabla 5-1: Combinaciones de Parámetros

Combinación	C_{DIFC}	C_{NONEG}
A	2000	5000
B	4000	5000
C	2000	7000
D	4000	7000
E	6000	7000
F	2000	10000
G	4000	10000
H	6000	10000

³ Estos valores representan la máxima diferencia entre el valor obtenido para la función objetivo y el valor óptimo de esta. Estos fueron determinados para cada planificación de manera de que la solución no demorara más de una hora (Semana 1: 10%, Semana 2: 20%, Semana 3: 25% y Semana 4: 25%).

A partir de las cuales se obtuvieron los siguientes resultados

- Combinación A

Tabla 5-2: Resultados Combinación A

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.809,91	138.696,94	112.888,53	130.130,06	492.525,44
No Entrega	963,09	661,06	843,47	4.119,94	6.587,56
Fill Rate	99,14%	99,53%	99,26%	96,93%	98,68%

- Combinación B

Tabla 5-3: Resultados Combinación B

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.528,66	138.902,07	112.962,58	127.735,19	490.128,50
No Entrega	1.244,34	455,93	769,42	6.514,81	8.984,50
Fill Rate	98,89%	99,67%	99,32%	95,15%	98,20%

- Combinación C

Tabla 5-4: Resultados Combinación C

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.860,57	138.648,13	113.154,17	130.265,86	492.928,74
No Entrega	912,43	709,87	577,83	3.984,14	6.184,26
Fill Rate	99,18%	99,49%	99,49%	97,03%	98,76%

- Combinación D

Tabla 5-5: Resultados Combinación D

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.733,57	138.651,49	112.646,12	131.624,87	493.656,05
No Entrega	1.039,43	706,51	1.085,88	2.625,13	5.456,95
Fill Rate	99,07%	99,49%	99,05%	98,04%	98,91%

- Combinación E

Tabla 5-6: Resultados Combinación E

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	111.015,57	138.905,20	113.402,89	129.497,50	492.821,17
No Entrega	757,43	452,80	329,11	4.752,50	6.291,83
Fill Rate	99,32%	99,68%	99,71%	96,46%	98,74%

- Combinación F

Tabla 5-7: Resultados Combinación F

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.860,57	138.845,40	113.260,15	131.431,13	494.397,25
No Entrega	912,43	512,60	471,85	2.818,87	4.715,75
Fill Rate	99,18%	99,63%	99,59%	97,90%	99,06%

- Combinación G

Tabla 5-8: Resultados Combinación G

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.964,91	138.717,12	113.421,93	129.551,65	492.655,62
No Entrega	808,09	640,88	310,07	4.698,35	6.457,38
Fill Rate	99,28%	99,54%	99,73%	96,50%	98,71%

- Combinación H

Tabla 5-9: Resultados Combinación H

	Semana 1	Semana 2	Semana 3	Semana 4	TOTAL
Demanda Real	111.773,00	139.358,00	113.732,00	134.250,00	499.113,00
Ventas	110.808,57	139.238,60	112.718,78	130.665,09	493.431,05
No Entrega	964,43	119,40	1.013,22	3.584,91	5.681,95
Fill Rate	99,14%	99,91%	99,11%	97,33%	98,86%

Los valores obtenidos para el *Fill Rate* se pueden ver en la siguiente figura, donde también son comparados con los valores obtenidos en la realidad.

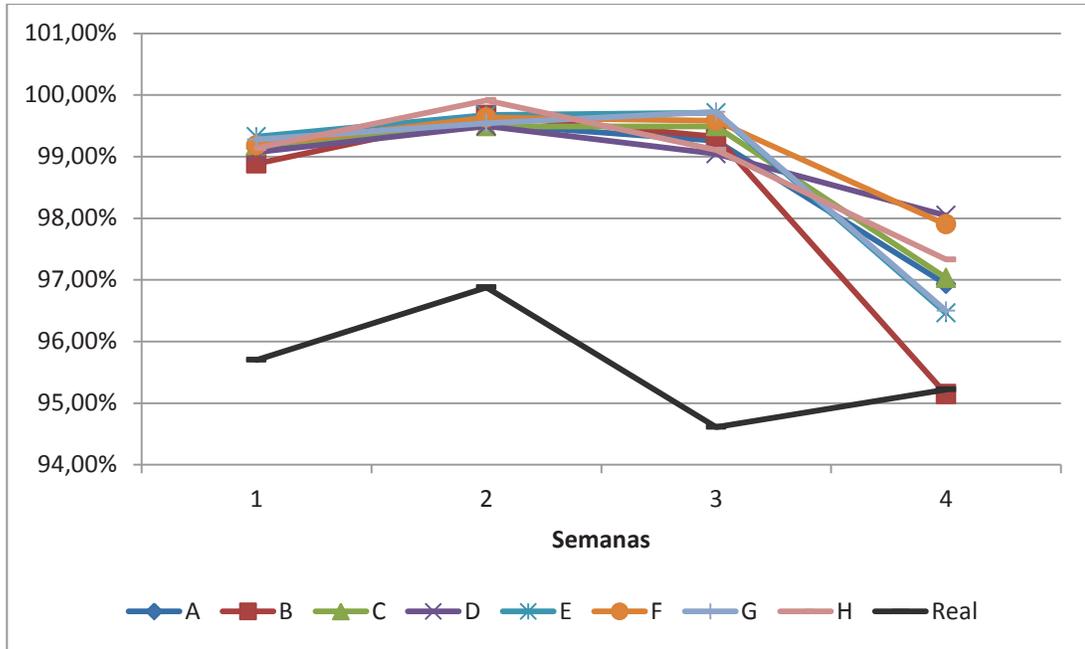


Figura 5-1: Fill Rate Semanal

Tabla 5-10: Fill Rate Periodo Completo

Combinación	Fill Rate
A	98,68%
B	98,20%
C	98,76%
D	98,91%
E	98,74%
F	99,06%
G	98,71%
H	98,86%
Real	95,65%

Analizando los valores obtenidos se puede apreciar que todas las combinaciones entregan mejores soluciones que las que se obtuvieron en la realidad, sólo está el caso particular de la combinación B, que para la semana cuatro obtiene un *Fill Rate* levemente inferior al

real. Estas mejoras se traducen en un promedio de 3850 cajas más que son vendidas semanalmente. Las combinaciones F, D y H son las que obtuvieron las soluciones de mayor *Fill Rate* respectivamente, pero tal como se menciona anteriormente, esto no basta para escoger la mejor alternativa para este caso puesto que el interés no sólo está en mejorar el nivel de servicio, sino que también mantener los niveles de inventario deseados.

Para la cuarta semana de planificación se puede apreciar una disminución en los niveles de servicio para todas las combinaciones, esto se debe a que durante las primeras semanas de planificación se tenía un desvío absoluto promedio y niveles de inventario promedio considerablemente mayor, de manera que existían muchos productos con niveles de inventario por sobre los niveles establecidos y pocos por debajo de estos. Entonces, para la solución del problema, aquellos productos con altos niveles de inventario simplemente no son producidos y son consumidos hasta alcanzar los niveles deseados, haciendo más fácil el cumplimiento de las ordenes de producción para los productos con bajo inventario, no teniendo que sacrificar la producción de un producto por la producción de otro. En cambio, para la cuarta semana, cuando los niveles de inventario ya están prácticamente parejos, todos los productos tienen que ir siendo considerados en la producción, complejizando la solución puesto que se debe priorizar la producción, generando así una baja en el nivel de servicio. Sin embargo, tal como se menciona anteriormente, esos niveles siguen estando por sobre los del caso de estudio.

Los niveles promedio de inventario y el desvío absoluto promedio para cada una de las combinaciones se pueden ver en las figuras 5-2 y 5-3 respectivamente donde el día cero representa la situación previa a la primera planificación.

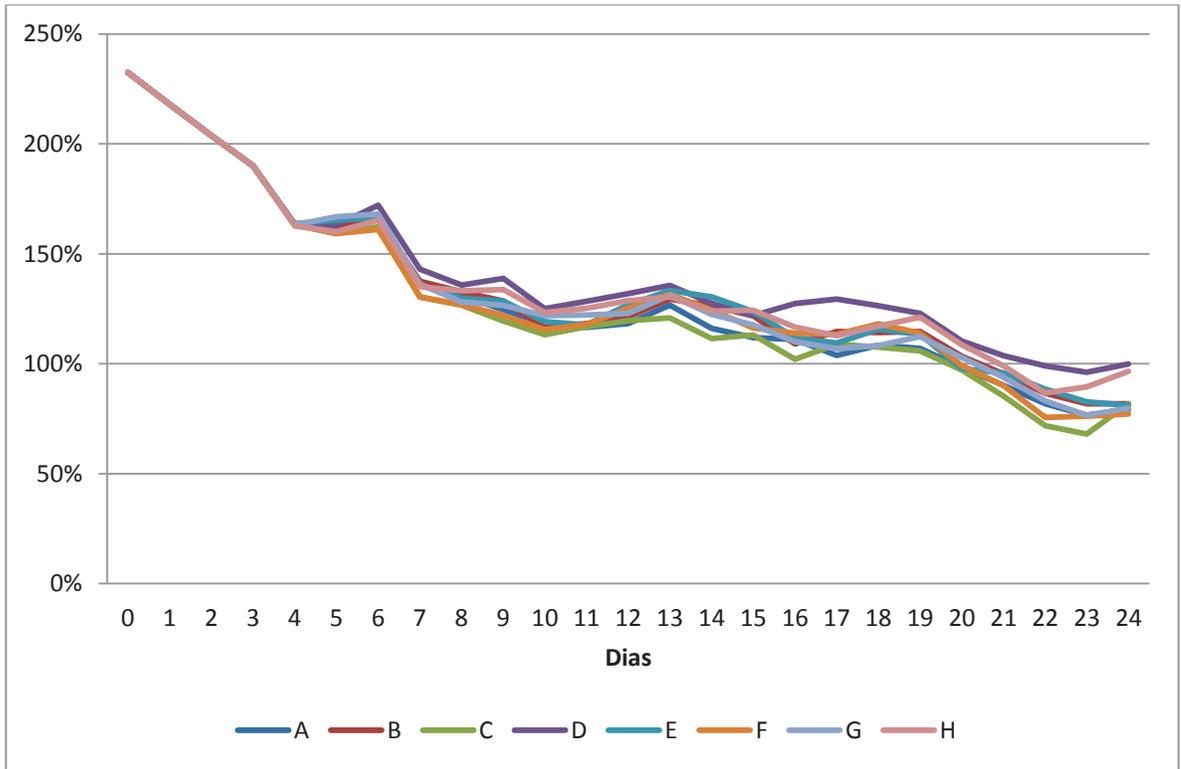


Figura 5-2: Inventario Promedio Diario

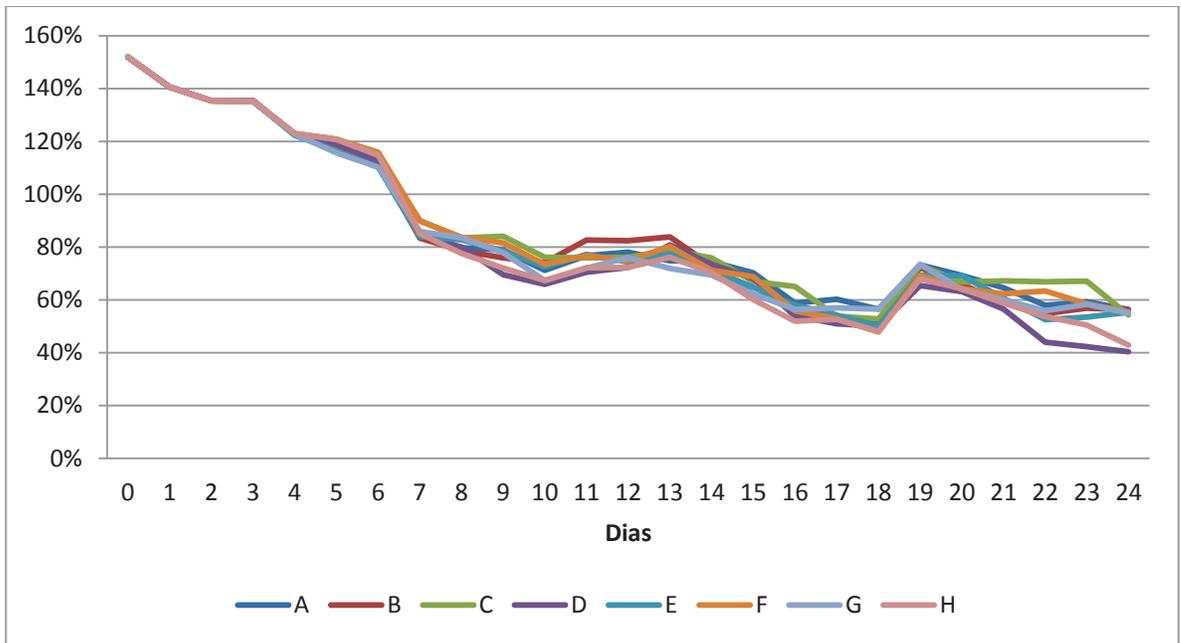


Figura 5-3: Desvío Absoluto Promedio Diario

Tabla 5-11: Promedio de Desvío Absoluto Promedio para todos los días

Combinación	Promedio de Desvío Absoluto
A	83,67%
B	82,83%
C	85,14%
D	79,03%
E	81,90%
F	83,34%
G	81,74%
H	79,72%

De la figura 5-2 se extrae que las combinaciones D y H son las que finalmente tienden a acercarse más al 100% del objetivo determinado, y son las mismas combinaciones que en la figura 5-3 y tabla 5-11 muestran la menor desvío absoluto. En otras palabras, estas dos combinaciones son las que se adecúan de mejor manera al objetivo de inventario planteado inicialmente.

Tomando ambos intereses en cuenta, tanto maximizar el nivel de servicio (*Fill Rate*) como establecer niveles de inventario que puedan cubrir cierto número de periodos de demanda, en este caso seis días, se toma la determinación de que la combinación que finalmente se adecúa mejor a los objetivos planteados para este caso en particular es la combinación D. En el Anexo C se entregan todos los resultados de la planificación asociada a esta combinación escogida y en el Anexo D se encuentra el modelo (archivo .mod) tal como fue escrito en IBM ILOG CPLEX v12.4.

Por último, del análisis realizado se deduce que los parámetros de costos C_{DIFC} y C_{NONEG} no son independientes entre sí, y por lo tanto la predicción de los resultados ante una variación de uno de estos parámetros no es necesariamente intuitiva en el mediano-largo plazo, cosa que se puede ver en el caso de las combinaciones D y G donde D obtiene un mejor *Fill Rate* que G aun cuando el costo C_{NONEG} es menor en D y C_{DIFC} se mantiene invariante. Esto puede ocurrir puesto que al existir un mayor C_{NONEG} , exista una mayor despreocupación por los niveles de inventario, cosa que afecta futuras planificaciones. En G se obtuvo un mayor *Fill Rate* que en D durante las primeras tres semanas, pero la baja de

la semana cuatro afectó de tal manera haciendo que el resultado final fuera peor. Algo similar ocurre con los niveles de inventario con las combinaciones D y E pero en este caso se mantiene C_{NONEG} invariante y C_{DIFC} es mayor en E que en D pero los resultados indican que en D se logra tener un inventario más cercano al deseado que en E. Es debido a estos motivos que se recomienda que la determinación de estos parámetros sea de manera cuidadosa y particular para cada caso. Sin embargo, si analizamos los valores promedios de los resultados de las tablas 5-10 y 5-11 según las combinaciones que comparten los mismos valores de los parámetros C_{NONEG} y C_{DIFC} , podemos apreciar que efectivamente ante un mayor C_{NONEG} se obtiene un mayor *Fill Rate*, y que ante un mayor valor del parámetro C_{DIFC} se obtienen una menor diferencia absoluta promedio. Estos resultados se pueden ver en las tablas 5-12 y 5-13 respectivamente.

Tabla 5-12: Promedio Fill Rate según C_{NONEG}

C_{NONEG}	Combinaciones	Promedio Fill Rate
5000	A-B	98,44%
7000	C-D-E	98,80%
10000	F-G-H	98,88%

Tabla 5-13: Promedio Desvío Absoluto Promedio según C_{DIFC}

C_{DIFC}	Combinaciones	Promedio de Desvío Absoluto Promedio
2000	A-C-F	84,05%
4000	B-D-G	81,20%
6000	E-H	80,81%

6. CONCLUSIONES

El objetivo planteado para este estudio era el de generar un modelo de optimización que entregara una planificación de la cadena de abastecimiento en su conjunto, incluyendo el abastecimiento de materiales, producción y distribución hacia los centros de distribución, planificación que tiene como fin apoyar la toma de decisiones para efectos de la planificación real que es realizada por las compañías de manera de facilitar la tarea y a la vez lograr cumplir y mejorar los resultados obtenidos con respecto de los requerimientos/objetivos con que cuentan las empresas de hoy en día. En particular, los problemas que trata de resolver este modelo particular es maximizar el *Fill Rate* y lograr mantener niveles de inventario deseados. Este modelo podría ser aplicado en cualquier industria que cuente con las siguientes características.

- Sólo una planta de producción.
- Producción realizada en dos etapas. Primero se produce un producto intermedio el que posteriormente es utilizado para la producción de un producto terminado.
- Dos tipos de máquinas, una para productos intermedios y una para productos terminados.
- Producto intermedio no puede ser almacenado de un periodo a otro.
- Múltiples máquinas de cada tipo.⁴
- Múltiples productos intermedios.⁴
- Múltiples productos terminados.⁴
- Conocimiento, ya sea real o un pronóstico, de la demanda futura.
- Contar con uno o más proveedores de materiales.⁴
- Contar con uno o más centros de distribución.⁴

Finalmente este modelo fue puesto a prueba utilizando información real sobre en un caso de estudio que consiste de una empresa productora de bebidas de Chile, con la cual se logró alcanzar importantes mejoras con los resultados obtenidos.

⁴ La única limitante en estos casos es que al aumentar la cantidad de estos elementos, la complejidad del modelo aumenta notoriamente y por ende su tiempo de resolución.

Primero se llevó a cabo un análisis de sensibilidad de los resultados respecto de la importancia que se le daba a cada uno de los objetivos mencionados anteriormente (*Fill Rate* y nivel de inventario objetivo) logrando determinar que estos están directamente relacionados, lo que hace difícil predecir resultados ante la variación de estos, por lo que se establece necesario realizar este análisis previo a la aplicación de este modelo en cualquier caso de manera de verificar que combinación de parámetros son aquellos que entregan los resultados más adecuados para ese caso en particular.

Una vez obtenidos los resultados finales para este caso, se logró una mejora de un 3,25% en el *Fill Rate* de las cuatro semanas planificadas, lo que indica que de haber realizado la planificación entregada por el modelo, se hubiesen podido vender un total de 16.239 cajas adicionales a las que fueron vendidas en la realidad (4.060 cajas en promedio por semana). En cuanto a los niveles de inventario, en el día previo a la primera planificación existía un desvío absoluto promedio de 151,84% en comparación con el 40,36% de desvío promedio que se logra obtener en el último día de planificación utilizando el modelo, demostrando así que el modelo sí realiza una buena tarea en cuanto a obtener los resultados planteados por la empresa para los niveles de inventario. Además se aprecia una clara tendencia de los inventarios a alcanzar, en el largo plazo, valores aún más cercanos al objetivo deseado.

Mediante estos resultados se puede apreciar claramente que los objetivos planteados se cumplen a cabalidad, pudiendo concluir que este modelo es una buena herramienta de apoyo a utilizar a la hora de realizar una planificación en empresas con las características mencionadas anteriormente.

Investigaciones futuras que podrían realizarse con respecto a este estudio es la creación de otras metodologías de solución, ya sea mediante la creación de una heurística o metodologías como la relajación lagrangeana, de manera de poder aplicar este modelo a casos donde el número de productos, máquinas, centros de distribución, entre otros sea mayor, sin tener los inconvenientes de tiempos de resolución, o incluso la imposibilidad de resolver el modelo.

Tomando en cuenta las limitaciones del modelo y asumiendo que la metodología de solución fuera mejorada, se podrían incluir aspectos importantes que existen en la operación diaria pero que no son considerados por este modelo, como lo son los tiempos de *setup* dependientes de la secuencia, sincronización de producción entre máquinas de producto intermedio y producto terminado, inclusión de control de flota de camiones para la distribución y también considerar limitantes por parte de los proveedores a la hora de hacer la entrega de sus materiales. Todo esto a modo de acercar el modelo lo más posible a lo que ocurre en la realidad para obtener resultados de mejor calidad y certeza, y mejorar así su aplicabilidad.

Por último, se podría aplicar optimización robusta al modelo de manera de verificar el rendimiento del modelo ante diferentes escenarios de demanda o variaciones en diversos parámetros como pueden ser los costos de materiales.

BIBLIOGRAFÍA

- Badri, H., Bashiri, M., Hejazi, T.H., 2012. Integrated strategic and tactical planning in a supply chain network design with a heuristic solution method. Accepted Manuscript. *Computers & Operations Research*.
- Bard, J.F., Nananukul, N., 2009. The integrated production-inventory-distribution-routing problem. *Journal of Scheduling*, 12, 257-280.
- Bashiri, M., Hossein, Badri., Jafar, T., 2012. A new approach to tactical and strategic planning in production-distribution networks. *Applied Mathematical Modelling*, 36, 1703-1717.
- Beamon, B.M., Chen, V.C.P., 2001. Performance analysis of conjoined supply chains. *International Journal of Production Research*, 39(14), 3195-3218
- Brown, G., Keegan, J., Vigus, B., Wood, K., 2001. The Kellogg company optimizes production, inventory, and distribution. *Interfaces*, 31, 1-15.
- Chandra, P., Fisher, M.L., 1994. Coordination of production and distribution planning. *European Journal of Operational Research*, 72, 503-517.
- Chinprateep, S., Boondiskulchok, R., 2011. Heuristic for integrated purchasing and production planning. *European Journal of Industrial Engineering*, 5, 64-80.
- Drexl, A., Kimms, A., 1997. Lot sizing and scheduling – Survey and extensions. *European Journal of Operational Research*, 99, 221-235.
- Dolgui, A., Ereemeev, A.V., Kovalyov, M.Y., Kuznetsov, P.M. 2010. Multi-product lot-sizing and scheduling on unrelated parallel machines. *IIE Transactions*, 42, 514-524.
- Ferreira, D., Morabito, R., Rangel, S., 2009. Solution approaches for the soft drink integrated production lot sizing and scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 196, 697-706.

- Fleischman, B., 1990. The discrete lot-sizing and scheduling problem. *European Journal or Operational Research*, 44, 337-348.
- Fleischman, B., 1994. The discrete lot-sizing and scheduling problem with sequence-dependent setup-costs. *European Journal or Operational Research*, 75, 395-404.
- Fleischman, B., Meyr, H., 1997. The general lotsizing and scheduling problem. *OR Spektrum*, 19, 11-21.
- Fumero, F., Vercellis, C., 1997. Integrating distribution, machine assignment and lot-sizing via lagrangean relaxation. *International Journal of Production Economics*, 49, 45-54.
- Fumero, F., Vercellis, C., 1999. Synchronized development of production, inventory, and distribution schedules. *Transportation Science*, 33, 330-340.
- Gökçen, H., Ağpak, K., 2006. A goal programming approach to simple U-line balancing problem. *European Journal of Operational Research* 171, 577-585.
- Józefowska, J., Zimniak, A., 2008. Optimization tool for short term production planning and scheduling. *International Journal of Production Economics*, 112, 109-120.
- Kopanos, G.M., Puigjaner, L., Georgiadis, M.C., 2012. Simultaneous production and logistics operations planning in semicontinuous food industries. *Omega*, 40, 634-650.
- Lei, L., Liu, S., Ruszczyński, A., Park, S., 2006. On the integrated production, inventory and distribution routing problem. *IIE Transactions on Scheduling & Logistics*, 38, 955-970.
- Li, Z., Ierapetritou, M.G., 2010. Rolling horizon based planning and scheduling integration with production capacity considerations. *Chemical Engineering Science*, 65, 5887-5900.
- Meyr, H., 2002. Simultaneous lotsizing and scheduling on parallel machines. *European Journal of Operational Research*, 139, 277-292.

Mula, J., Peidro, D., Díaz-Madroño, M., Vicens, E., 2010. Mathematical programming models for supply chain production and transport planning. *European Journal of Operational Research*, 204, 377-390.

Paksoy, T., Özceylan, E., Gökçen, H., 2012. Supply chain optimisation with assembly line balancing. *International Journal of Production Research*, 50, 3115-3136.

Rizk, N., Martel, A., D'Amours, S., 2008. Synchronized production-distribution planning in a siblge-plant multi-destination network. *The Journal of the Operational Research Society*, 59, 90-104.

Vidal, C.J., Goetschalckx, M., 1997. Strategic production-distribution models: A critical review with emphasis on global supply chain models. *European Journal of Operational Research*, 98, 1-18.

Wang, F., Lai, X., Shi, N., 2011. A multi-objective optimization for green supply chain network design. *Decision Support Systems*, 51, 262-269.

Wouda, F.H.E., Van Beek, P., Van der Vorst, J.G.A.J., Tacke, H., 2002. An application of mixed-integer linear programming models on the redesign of the supply network of nutricia dairy & drinks group in hungary. *OR Spectrum*, 24, 449-465.

ANEXOS

Anexo A: Información Caso de Estudio

A.1 Velocidad Líneas de Producción

Línea	Formato	Velocidad (seg/producto)
1	1	5,0
1	2	5,5
1	3	2,7
2	1	5,4
2	2	5,7
2	3	2,9

A.2 Velocidad Mezcladores

Mezclador	Velocidad (seg/lt)
1	0,04
2	0,05

A.3 Descripción Productos

- Clasificación Producto

Producto	Sabor	Formato
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	1
5	2	2
6	2	3
7	3	1
8	3	2
9	3	3
10	4	1
11	4	2
12	5	1
13	5	2
14	6	2
15	6	3

- Detalle por Formato

Formato	Litros/Producto	Cajas Unitarias	Cantidad Botellas
1	5,69	1,00	24
2	8,40	1,48	24
3	2,84	0,50	12

- Cantidad de Material por Producto

Producto	Material	CMA
1	1	24
1	2	0
1	3	5,688
1	4	0
1	5	0
1	6	0
1	7	0
1	8	0
1	9	24
1	10	0,46641601
2	1	0
2	2	24
2	3	8,4
2	4	0
2	5	0
2	6	0
2	7	0
2	8	0
2	9	24
2	10	0,68880002
3	1	12
3	2	0
3	3	2,844
3	4	0
3	5	0
3	6	0
3	7	0
3	8	0
3	9	12
3	10	0,23320801
4	1	24
4	2	0
4	3	0
4	4	5,688
4	5	0
4	6	0

4	7	0
4	8	0
4	9	24
4	10	0,40384801
5	1	0
5	2	24
5	3	0
5	4	8,4
5	5	0
5	6	0
5	7	0
5	8	0
5	9	24
5	10	0,59640002
6	1	12
6	2	0
6	3	0
6	4	2,844
6	5	0
6	6	0
6	7	0
6	8	0
6	9	12
6	10	0,20192401
7	1	24
7	2	0
7	3	0
7	4	0
7	5	5,688
7	6	0
7	7	0
7	8	0
7	9	24
7	10	0,022752
8	1	0
8	2	24
8	3	0
8	4	0
8	5	8,4
8	6	0

8	7	0
8	8	0
8	9	24
8	10	0,0336
9	1	12
9	2	0
9	3	0
9	4	0
9	5	2,844
9	6	0
9	7	0
9	8	0
9	9	12
9	10	0,011376
10	1	24
10	2	0
10	3	0
10	4	0
10	5	0
10	6	5,688
10	7	0
10	8	0
10	9	24
10	10	0,23320801
11	1	0
11	2	24
11	3	0
11	4	0
11	5	0
11	6	8,4
11	7	0
11	8	0
11	9	24
11	10	0,34440001
12	1	24
12	2	0
12	3	0
12	4	0
12	5	0
12	6	0

12	7	5,688
12	8	0
12	9	24
12	10	0,49485599
13	1	0
13	2	24
13	3	0
13	4	0
13	5	0
13	6	0
13	7	8,4
13	8	0
13	9	24
13	10	0,73079998
14	1	0
14	2	24
14	3	0
14	4	0
14	5	0
14	6	0
14	7	0
14	8	8,4
14	9	24
14	10	0,66360003
15	1	12
15	2	0
15	3	0
15	4	0
15	5	0
15	6	0
15	7	0
15	8	2,844
15	9	12
15	10	0,22467601

A.4 Disponibilidad Máquinas

Linea	Día	HORAS
1	1	16
1	2	24
1	3	24
1	4	24
1	5	24
1	6	24
1	7	24
1	8	24
1	9	24
1	10	24
1	11	24
1	12	24
1	13	24
1	14	24
1	15	24
2	1	24
2	2	16
2	3	24
2	4	24
2	5	24
2	6	24
2	7	24
2	8	24
2	9	24
2	10	24
2	11	24
2	12	24
2	13	24
2	14	24
2	15	24

Mezclador	Día	HORASM
1	1	16
1	2	24
1	3	24
1	4	24
1	5	24
1	6	24
1	7	24
1	8	24
1	9	24
1	10	24
1	11	24
1	12	24
1	13	24
1	14	24
1	15	24
2	1	24
2	2	16
2	3	24
2	4	24
2	5	24
2	6	24
2	7	24
2	8	24
2	9	24
2	10	24
2	11	24
2	12	24
2	13	24
2	14	24
2	15	24

A.5 Tiempos de *Setup*

Línea	SETUP (horas)
1	2
2	2

Mezclador	SETUPM (horas)
1	1
2	1

A.6 Distribución Materiales

Material	PDEM (Días)
1	1
2	2
3	1
4	1
5	2
6	1
7	1
8	2
9	1
10	1

A.7 Distribución desde Planta a Centros de Distribución

Centro	Distancia (Km)	DEMCENTRO (Días)
1	0	0
2	20	1
3	24	1
4	25	1
5	27	1
6	30	1

A.8 Información para determinar periodos de demanda

Max. Demora Materiales	Max. Demora Distribución	Días de Cobertura
3	2	6

A.9 Otros Parámetros

TAU	12
TAUM	6
TAU1	15
TAU2	17
TAU3	23
Días extra o menos en semana 1 (EXTRA)	0
Cota Inf. Centros (infc)	0,8
Cota Sup. Centros (supc)	1,2
Centros (CENTROS)	6
Productos (PRO)	15
Sabores (S)	6
Formatos (F)	3
Materiales (MAT)	10
Líneas (NL)	2
Mezcladores (NM)	2
CAPACIDAD_IR	800
Eficiencia Líneas (EFL)	0,8
Eficiencia Mezcladores (EFM)	0,8
Penalización Líneas (PL)	2
Penalización Mezcladores (PM)	2

Anexo B: Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales

B.1 Proyecciones de Demanda

Dado que durante la primera semana de planificación la demanda real es conocida, para cada planificación se tiene la proyección de demanda a partir de la semana siguiente a la que comienza la planificación. Además, las proyecciones son actualizadas semana a semana, por lo que no necesariamente las proyecciones de demanda para un día en particular tienen que ser las mismas en una planificación que en otra.

B.1.1 Planificación 1

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Dem. Pronosticada (Planif.1)*.

B.1.2 Planificación 2

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Dem. Pronosticada (Planif.2)*.

B.1.3 Planificación 3

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Dem. Pronosticada (Planif.3)*.

B.1.4 Planificación 4

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Dem. Pronosticada (Planif.4)*.

B.2 Demanda Real

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Demanda Real*.

B.3 Ventas

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Ventas*.

B.4 Inventarios Iniciales

B.4.1 Inventario Inicial Centros de Distribución

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Inventario Inicial CD (INVIC)*.

B.4.2 Inventario Inicial Bodega de Productos Terminados y Bodega de Materiales

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Otros Inventarios Iniciales*.

B.5 Resultados Diarios (Caso Real)

Revisar archivo *Anexo B – Demanda, Ventas e Inventarios Iniciales.xls* adjuntado a este informe hoja *Resultados*.

Anexo C: Resultados Planificación con Combinación D

C.1 Costos Función Objetivo

Costo asociado a variable	Valor
C_{DIFC}	4000
C_{NONEG}	7000
C_{TRANS}	20
C_{IR}	250
C_{PROD}	80
C_{MEZC}	30
C_{SETUP}	400000
C_{SETUPM}	200000
C_{IM}	10

C.2 Resultados

Todos los resultados del modelo se pueden ver en el archivo *Anexo C – Resultados Combinación D.xls* donde los resultados de cada variable se pueden ver en las hojas señaladas en la siguiente tabla.

Variable	Hoja del Archivo
OBC	Objetivo CD
IC	Inventario CD
TRANS	Transportado a CD
NE	No Entregados
PENDIENTEC	Pendiente a CD
X	Producción en Líneas
XM	Producción en Mezcladores
IR	Inventario en Planta
TRANSMAT	Materiales Transportados
PENDINTEM	Pendiente Materiales
IM	Inventario Materiales
PMAT	Pedido Materiales

Adicionalmente, en este archivo hay cinco hojas adicionales que contienen lo siguiente:

Hoja del Archivo	Descripción
% del Objetivo	Corresponde al porcentaje que representa IC del Objetivo Planteado
Desvío	Muestra el desvío absoluto que tiene cada producto con respecto al objetivo
Gráfico Inventario en CD	Gráfico de Inventario promedio y desvío absoluto promedio para cada día de la planificación
Resultados	Entrega los resultados diarios
Resumen Resultados	Entrega los resultados semanalmente

Anexo D: Modelo IBM ILOG CPLEX v12.4

```

////////***** Parámetros *****\
int    TAU=...; //horizonte de planificación
int    TAUM=...; //Mitad de TAU
int    EXTRA=...; //hay o no día extra o menos en semana 1
int    TAU1=...; //horizonte de planificación + maxpdem
int    TAU2=...; //horizonte de planificación + maxpdem +
maxdemcentro
int    TAU3=...; //horizonte de planificación + maxpdem +
maxdemcentro + rc
int    F=...; //n° formatos
int    S=...; //n° sabores
int    NL=...; //n° lineas
int    NM=...; //n° mezcladores
int    PRO=...; //n° productos
int    CENTROS=...; //n° de centros
int    RC=...; //N° de periodos para los cuales se quiere tener cobertura
(stock)
int    MAT=...; //n° materiales
int    MAXPDEM=...; //maxima demora en pedido de materiales
float  infc=...; //cota inferior para objetivo de stock
float  supc=...; //cota superior para objetivo de stock
range  linea=1..NL; //rango de lineas
range  mezc=1..NM; //rango de mezcladores
range  sabor=1..S; //rango de sabores
range  formato=1..F; //rango de formatos
range  producto=1..PRO; //rango de productos
range  material=1..MAT; //rango de materiales
range  dias=1..TAU; //horizonte de planificación
range  tdem=1..TAU1; //horizonte de planificación + maxpdem
range  tdem2=1..TAU2; //horizonte de planificación + maxpdem +
maxdemcentro
range  tdem3=1..TAU3; //horizonte de planificación + maxpdem +
maxdemcentro + rc
range  centros=1..CENTROS; //rango centros
int    CTE1=100000;
int    CTE2=10000000;

//***** Datos *****

float  d1[1..CENTROS*PRO,t-dem3]=...;
float  D[p in producto, c in centros, d4 in t-dem3] = d1[p+PRO*(c-
1),d4];

float  pendc1[1..CENTROS*PRO*TAU2]=...;
float  PENDIENTE_C0[p in producto, c in centros, d3 in
tdem2]=pendc1[p+PRO*(c-1)+PRO*CENTROS*(d3-1)];

float  invc1[1..CENTROS*PRO]=...;
float  INVIC[p in producto, c in centros]=invc1[p+PRO*(c-1)];

```

```

float      cajaanit1[producto]=...;
float      CAJAUNIT[p in producto]=cajaunit1[p];

float      dist1[centros]=...;
float      DIST[c in centros]=dist1[c];

int        demcentro1[centros]=...;
int        DEMCENTRO[c in centros]=demcentro1[c];

float      inv1[producto]=...;
float      INVI[p in producto]=inv1[p];

float      tr1[formato]=...;
float      TR[f in formato]=tr1[f];

float      vm1[mezc]=...;
float      VM[m in mezc]=vm1[m];

float      vl1[1..F*NL]=...;
float      VL[l in linea, f in formato]=vl1[f+F*(l-1)];

float      hr1[1..NL*TAU1]=...;
float      HORAS[l in linea, td1 in tdem]=hr1[td1+TAU1*(l-1)];

float      hrml[1..NM*TAU1]=...;
float      HORASM[m in mezc, td1 in tdem]=hrml[td1+TAU1*(m-1)];

float      setup1[1..NL]=...;
float      SETUP[l in linea]=setup1[l];

float      setupm1[1..NM]=...;
float      SETUPM[m in mezc]=setupm1[m];

int        sab1[producto]=...;
int        SAB[p in producto]=sab1[p];

int        for1[producto]=...;
int        FOR[p in producto]=for1[p];

float      pendm1[1..MAT*DIAS1]=...;
float      PENDIENTE_M0[ma in material, d in tdem]=pendm1[ma+MAT*(d-1)];

float      cmal[1..PRO*MAT]=...;
float      CMA[p in producto, ma in material]=cmal[ma+(p-1)*MAT];

float      invml[1..MAT]=...;
float      INVMI[ma in material]=invml[ma];

int        pdem1[1..MAT]=...;
int        PDEM[ma in material]=pdem1[ma];

float      costmat1[1..MAT]=...;
float      COSTMAT[ma in material]=costmat1[ma];

//***** Variables *****

```

```

//Distribución
dvar float+      IC[centros][producto][tdem2]; //Inventario CD
dvar float+      TRANS[centros][producto][tdem2]; //Cantidad
transportada a CD que llega en tdem2
dvar float+      DP[producto][tdem]; //demanda por parte de los CD a la
planta
dvar float+      DIFC1[producto][centros][tdem2]; //Diferencia infc*OB-
IR
dvar float+      DIFC2[producto][centros][tdem2]; //Diferencia IR-
supc*OB
dvar float+      PENDIENTE_C[centros][producto][tdem2]; //Cantidad de
transporte que quedará pendiente al pronosticar la proxima semana
dvar float+      NE[centros][producto][tdem2]; //No entregas
dvar float       OBC[centros][producto][tdem2]; //Objetivo stock

//Producción
dvar float+      IR[producto][tdem]; //Inventario bodega productos
terminados
dvar float+      X[linea][producto][tdem]; //producción en líneas
dvar float+      XM[mezc][sabor][tdem]; //producción en mezcladores
dvar float+      XD[producto][tdem]; //total producción líneas
dvar int         Y[linea][producto][tdem] in 0..1; //setup líneas
dvar int         YM[mezc][sabor][tdem] in 0..1; //setup mezcladores
//Requerimiento materiales

dvar float+      IM[material][tdem]; //Inventario bodega materiales
dvar float+      TRANSMAT[material][tdem]; //cantidad transportada de
material mat que llega día tdem
dvar float+      PMAT[material][dias]; //cantidad de material que debe
ser solicitado en el día "dias"
dvar float+      PENDIENTE_M[tdem][material]; //Cantidad de material
pendientes por llegar
dvar float       DM[material][tdem]; //demanda de materiales por parte de
la planta

//***** Función Objetivo *****

minimize

      4000*sum(p in producto, d3 in tdem2, c in
centros)DIFC1[p][c][d3]
      +4000*sum(p in producto, d3 in tdem2, c in
centros)DIFC2[p][c][d3]
      +7000*sum(p in producto, c in centros, d3 in tdem2)(TAU2-
d3+5)*NE[c][p][d3]
      +20*sum(p in producto, d3 in tdem2, c in
centros)DIST[c]*TRANS[c][p][d3]*CAJAUNIT[p]
      +250*sum(p in producto, td1 in tdem)IR[p][td1]*CAJAUNIT[p]
      +80*sum(p in producto, td1 in tdem)XD[p][td1]
      +30*sum(m in mezc, s in sabor, td1 in tdem)XM[m][s][td1]
      +400000*sum(p in producto, l in linea, td1 in
tdem)Y[l][p][td1]

```

```

+200000*sum(s in sabor, m in mezc, td1 in
tdem)YM[m][s][td1]
+sum(ma in material, d in tdem)COSTMAT[ma]*TRANSMAT[ma][d]
+10*sum(ma in material, d in tdem)IM[ma][d]
;

////////***** Restricciones *****\\
subject to {

// Distribución

forall(p in producto, c in centros, d3 in tdem2)OBC[c][p][d3]==sum(rr in
1..RC)D[p][c][d3+rr];

forall (p in producto, c in
centros)INVIC[p][c]+TRANS[c][p][1]+PENDIENTE_C0[p][c][1]-
D[p][c][1]+NE[c][p][1]==IC[c][p][1]; //Equilibrio de inventario
forall (p in producto, d3 in tdem2:d3>=2, c in centros)IC[c][p][d3-
1]+TRANS[c][p][d3]+PENDIENTE_C0[p][c][d3]-
D[p][c][d3]+NE[c][p][d3]==IC[c][p][d3]; //Equilibrio de inventario

forall (p in producto, d3 in tdem2, c in
centros)DIFC1[p][c][d3]>=infc*OBC[c][p][d3]-IC[c][p][d3]; //Diferencia
infc*OB-IR
forall (p in producto, d3 in tdem2, c in
centros)DIFC2[p][c][d3]>=IC[c][p][d3]-supc*OBC[c][p][d3]; //Diferencia
IR-supc*OB
forall (p in producto, d2 in tdem)sum(c in
centros)TRANS[c][p][d2+DEMCENTRO[c]+1]==DP[p][d2]; //demanda de CD's a
planta

forall (p in producto, c in centros, n1 in
1..DEMCENTRO[c]+1)TRANS[c][p][n1]<=0; //No llegan transportes que no son
planificados a timepo

forall(p in producto, c in centros, d3 in tdem2: d3>=DEMCENTRO[c]+2)
//Productos que quedan en ruta para segunda semana
{
if((d3-DEMCENTRO[c]-1)<=TAUM+EXTRA && d3>=TAUM+1+EXTRA)
{
PENDIENTE_C[c][p][d3-(TAUM+EXTRA)]=TRANS[c][p][d3];
}
}

//Producción

forall (p in producto, td1 in tdem)XD[p][td1]==sum(l in
linea)X[l][p][td1]; //suma producción todas las líneas

forall (p in producto)INVI[p]+XD[p][1]-DP[p][1]==IR[p][1]; //equilibrio
de inventario

```

```

forall (p in producto, tdl in tdem:tdl>=2) IR[p][tdl-1]+XD[p][tdl]-
DP[p][tdl]==IR[p][tdl]; // equilibrio de inventario

forall (tdl in tdem) sum(p in producto) IR[p][tdl]*CAJAUNIT[p]<=800;
//limite stock planta

forall (l in linea, tdl in tdem) sum(p in
producto) (X[l][p][tdl]*VL[l][FOR[p]])/0.8<=(HORAS[l][tdl]-
(SETUP[l]+2)*sum(p in producto)Y[l][p][tdl])*3600; //Producción limitada
por disponibilidad de máquinas
forall (l in linea, p in producto, tdl in
tdem) X[l][p][tdl]/CTE1<=Y[l][p][tdl]; //setups

forall (m in mezc, tdl in tdem) sum(s in
sabor) (XM[m][s][tdl]*VM[m])/0.8<=(HORASM[m][tdl]- (SETUPM[m]+2)*sum(s in
sabor)YM[m][s][tdl])*3600; //Producción limitada por disponibilidad de
máquinas
forall (m in mezc, s in sabor, tdl in
tdem) XM[m][s][tdl]/CTE2<=YM[m][s][tdl]; //setups

forall (s in sabor, tdl in tdem) sum(m in mezc) (XM[m][s][tdl])>=sum(l in
linea, p in producto: SAB[p]==s) (XD[p][tdl]*TR[FOR[p]]); //litros
producidos en mezcladores es al menos los necesitados en líneas

//Requerimiento Materiales

forall (ma in material, tdl in tdem) DM[ma][tdl]==sum(p in
producto) (XD[p][tdl]*CMA[p][ma]); //cantidad requerida de cada material

forall (ma in material) INVMI[ma]+TRANSMAT[ma][1]+PENDIENTE_M0[ma][1]-
DM[ma][1]==IM[ma][1]; //equilibrio de inventario
forall (ma in material, d in tdem: d>=2) IM[ma][d-
1]+TRANSMAT[ma][d]+PENDIENTE_M0[ma][d]-DM[ma][d]==IM[ma][d]; //equilibrio
de inventario

forall (ma in material, di in
dias) PMAT[ma][di]==TRANSMAT[ma][di+PDEM[ma]+1]; //cuando y cuantos
materiales hay que pedir

forall (ma in material, d in tdem: d<=PDEM[ma]+1) TRANSMAT[ma][d]<=0; //no
pueden llegar materiales que no alcanzan a ser planificados

forall (ma in material, d in tdem: d>=PDEM[ma]+2) //materiales que quedan
en camino para segunda semana
{
  if ((d-PDEM[ma]-1)<=TAUM+EXTRA && d>=TAUM+1+EXTRA)
  {
    PENDIENTE_M[d-(TAUM+EXTRA)][ma]==TRANSMAT[ma][d];
  }
}

}

//Las siguientes ecuaciones permiten arreglar las variables de manera de
que esten en el formato requerido por el modelador

```

```

float IC_R[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAU2]=IC[(i-1) div PRO + 1][i -
PRO * ((i-1) div PRO)][j];
float IC_R1[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAUM+EXTRA]=IC_R[i][j];
float IC_R2[i in 1..PRO*CENTROS]=IC_R[i][TAUM+EXTRA];

float OBC_R[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAU2]=OBC[(i-1) div PRO + 1][i -
PRO * ((i-1) div PRO)][j];
float OBC_R1[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAUM+EXTRA]=OBC_R[i][j];

float NE_R[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAU2]=NE[(i-1) div PRO + 1][i -
PRO * ((i-1) div PRO)][j];
float NE_R1[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAUM+EXTRA]=NE_R[i][j];

float TRANS_R[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAU2]=TRANS[(i-1) div PRO +
1][i - PRO * ((i-1) div PRO)][j];

float PENDIENTE_C_R[i in 1..PRO*CENTROS][j in 1..TAU2]=PENDIENTE_C[(i-1)
div PRO + 1][i - PRO * ((i-1) div PRO)][j];
float PENDIENTE_C_R1[i in 1..PRO*CENTROS*TAU2]=PENDIENTE_C_R[i-
(PRO*CENTROS)*((i-1) div (PRO*CENTROS))][(i-1) div (PRO*CENTROS) + 1];

float IR_R[i in 1..PRO][j in 1..TAU1]=IR[i][j];
float IR_R1[i in 1..PRO]=IR_R[i][TAUM+EXTRA];

float X_R[i in 1..NL*PRO][j in 1..TAU1]=X[(i-1) div PRO + 1][i - PRO *
((i-1) div PRO)][j];
float XM_R[i in 1..NM*S][j in 1..TAU1]=XM[(i-1) div S + 1][i - S * ((i-1)
div S)][j];

float IM_R[i in 1..MAT][j in 1..TAU1]=IM[i][j];
float IM_R1[i in 1..MAT]=IM_R[i][TAUM+EXTRA];

float TRANSMAT_R[i in 1..MAT][j in 1..TAU1]=TRANSMAT[i][j];

float PENDIENTE_M_R[i in 1..TAU1*MAT]=PENDIENTE_M[(i-1) div MAT + 1][i -
MAT * ((i-1) div MAT)];

float PMAT_R[i in 1..MAT][j in 1..TAU]=PMAT[i][j];

```