



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**MODELO BIOECONÓMICO APLICADO
A LA INDUSTRIA ACUÍCOLA DE
MYTILUS CHILENSIS,
EN FASE DE ENGORDA**

JOSE EDUARDO MARAMBIO CARVAJAL

Tesis para optar al grado de
Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
SERGIO MATURANA VALDERRAMA

Santiago de Chile, Septiembre de 2013

© 2013, José Eduardo Marambio Carvajal



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA INDUSTRIAL Y DE SISTEMA

**MODELO BIOECONÓMICO APLICADO
A LA INDUSTRIA ACUÍCOLA DE
MYTILUS CHILENSIS,
EN FASE DE ENGORDA**

JOSE EDUARDO MARAMBIO CARVAJAL

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

SERGIO MATURANA

BERNARDITA CAMPOS

VICTOR ALBORNOZ

ENZO SAUMA

RAYMUNDO FORRADELLAS

CRISTIAN VIAL

Para completar las exigencias del grado de
Doctor en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Octubre de 2013

A mi esposa Yolanda, que me apoyó
enormemente

AGRADECIMIENTOS

A la Dirección de Postgrado de la Pontificia Universidad Católica de Chile, a la empresa Apiao S.A. que apoyó la tesis, al Programa MECESUP y a los profesores de la Comisión cuyas sugerencias permitieron mejorar sustancialmente el presente trabajo.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
RESUMEN.....	viii
ABSTRACT	x
INTRODUCCIÓN GENERAL.....	12
1. MODELO DE CRECIMIENTO DE LA BIOMASA	13
1.1 Introducción	13
1.2 Materiales y Métodos	14
1.2.1 Modelo de pesos medio.....	14
1.2.2 Modelo de densidad	17
1.2.3 Muestreo y mediciones	19
1.3 Resultados	21
1.3.1 Índice de rendimiento productivo (IRP)	21
1.3.2 Crecimiento de la concha.....	22
1.3.3 Evolución de la densidad	25
1.3.4 Biomasa.....	28
1.4 Discusión.....	30
1.4.1 Índice de rendimiento productivo (IRP)	30
1.4.2 Crecimiento de la concha.....	31
1.4.3 Evolución de la densidad	33
1.4.4 Biomasa.....	35

2.	MODELO DEL MOMENTO ÓPTIMO DE COSECHA.....	37
2.1	Introducción	37
2.2	Modelo del momento óptimo de la cosecha.....	39
2.3	Procedimiento de determinación del precio medio $P(L,\theta)$	45
2.5	Determinación del precio en el horizonte de planificación.....	50
2.6	Determinación del momento óptimo aplicando metodo tradicional	51
2.7	Determinación del momento óptimo aplicando el modelo.....	53
2.8	Discusiones.....	55
	 BIBLIOGRAFÍA.....	 57
	 ANEXOS.....	 63
	 Anexo A: Proceso de determinación del precio medio	 63
	 Anexo B: De la estimación de los valores futuros de θ_t	 68

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-1: Modelo de crecimiento de la concha y otros datos, por cuadrante	24
Tabla 1-2: Grado de predicción de la talla real	25
Tabla 1-3: Modelo de densidad lineal actual y estimada, por cuadrante.	27
Tabla 1-4: Densidad de <i>A. atra</i> , por cuadrante.	28
Tabla 1-5: Biomasa real y biomasa estimada, por cuadrante.....	29
Tabla 2-1: Precios por calibres de <i>Mytilus chilensis</i>	41
Tabla 2-2: Función de distribución según tramo J	46
Tabla 2-3: Peso de la concha según tramo J	47
Tabla 2-4: Peso de la carne según tramo J.	47
Tabla 2-5: Peso de la carne según calibre k.	48
Tabla 2-6: Función de distribución según calibre k	49
Tabla 2-7: Peso medio en función de L y θ	50
Tabla 2-8: Determinación del VAN_t	52
Tabla 2-9: Determinación del valor esperado de θ_t	54

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1: Variación mensual del Índice de Rendimiento Productivo	21
Figura 1-2: Crecimiento de talla real y estimada, por cuadrante	23
Figura 1-3: Talla real y estimada, por cuadrante	24
Figura 1-4: Curvas de densidad real y estimada, por cuadrante	26
Figura 1-5: Porcentaje (%) mensual de <i>A. atra</i> en las cuerdas de cultivo	27
Figura 1-6: Curva de biomasa real y estimada por cuadrante	28
Figura 2-1: Evolución del precio medio, rendimiento y largo de talla	51

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO BIOECONOMICO APLICADO A LA INDUSTRIA ACUICOLA
DE *MYTILUS CHILENSIS*, EN FASE DE ENGORDA**

Tesis enviada a la Dirección de Investigación y Postgrado en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de Doctor en Ciencias de la ingeniería.

JOSE EDUARDO MARAMBIO CARVAJAL

RESUMEN

El presente estudio tiene por propósito desarrollar un modelo bioeconómico para el *Mytilus chilensis* que permita apoyar la decisión de cuando cosechar en sistema de cultivos long line doble continuo. Para tal efecto se inicia el estudio con la proposición del modelo de crecimiento de la biomasa. El modelo propone que la biomasa está determinada por el peso medio y de la densidad por metro lineal. El peso se determina a través de una función diferencial basado en el modelo de crecimiento biológico de von Bertalanffy modificado por las fluctuaciones de disponibilidad de alimento, donde la disponibilidad de alimento se expresa en función del índice de rendimiento productivo (IRP, θ). El modelo de densidad se determina a través de una función diferencial basado en la hipótesis de competencia por el espacio disponible entre los mismos *Mytilus chilensis* y una segunda especie de *mytilus* correspondiente a *Aulacomya atra* (cholga). Los resultados de \bar{R}^2 son del 0.98, 0.93 y 0.94 para la talla, densidad lineal y biomasa respectivamente, lo que indica que el modelo propuesto puede ser utilizado para estimar la biomasa en el tiempo.

El modelo de determinación del momento óptimo para la cosecha está basado en el criterio de maximización de la función del Valor Presente Neto (VAN). La función para la industria del *Mytilus* presenta varios máximos locales, proponiéndose una heurística para determinar el máximo global basado en dos criterios. La heurística propone como hipótesis que el máximo global se alcanza cuando la talla de la concha es marginalmente cercana a la talla asintótica (condición de primer orden), y la segunda condición de orden se da cuando para los escenarios futuros no existen valores esperados de θ mayor al valor actual o existiendo valores mayores estos no compensan el costo de esperar. Para el caso estudiado, comprendido entre mayo 2009 y diciembre de 2011, se muestra que la heurística basada en las hipótesis alcanza el máximo global.

Palabras Claves: *Mytilus chilensis*, Sistema Long line, Biomasa, Momento óptimo.

Miembros de la Comisión de Tesis Doctoral.

Sergio Maturana

Bernardita Campos

Víctor Albornoz

Enzo Sauma

Raymindo Forradellas

Cristian Vial

Santiago de Chile, Septiembre de 2013

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**BIOECONOMIC MODEL APPLIED OF *MYTILUS CHILENSIS*
AQUACULTURE INDUSTRY, FOODLOT PHASE**

Tesis enviada a la Dirección de Investigación y Postgrado en cumplimiento parcial de los requisitos para el grado de Doctor en Ciencias de la ingeniería.

JOSE EDUARDO MARAMBIO CARVAJAL

The purpose of this study is to develop a bioeconomic model for *Mytilus chilensis* that would support the decision of when to harvest crops in system long continuous double line. The study begins with the proposition of the model biomass growth. The model proposes that the biomass is determined by the average weight and density per linear meter. The weight is determined by a differential function based on the model of von Bertalanffy biological growth modified by fluctuations in food availability, where food availability is expressed in terms of the yield index (IRP, θ). The density model is determined by a differential function based on the hypothesis of competition for the available space between them *Mytilus chilensis* and a second species of *Mytilus* corresponding to *Aulacomya atra* (mussel). The results \bar{R}^2 are 0.98, 0.93 and 0.94 for height, density and biomass respectively, indicating that the model can be used to estimate biomass over time.

The model for determining the optimal time for harvest is based on the criterion of maximizing of Net Present Value (NPV). The function for *Mytilus* industry has several local maxima, proposing a heuristic to determine the global maximum based two criteria. The heuristic proposed the hypothesis that the global maximum is reached when the size of the shell is marginally close to the asymptotic length (first order condition), and the second order condition is given as to future scenarios are not expected values of θ exceed the current value or values exist do not outweigh the higher cost of waiting. For the case studied, between May 2009 and December 2011, shows that the heuristic based on the hypothesis reaches the global maximum.

Keywords *Mytilus chilensis*, Long line systems, Biomass, Optimal time of harvesting

Members of the Thesis Doctoral Committee.

Sergio Maturana

Bernardita Campos

Víctor Albornoz

Enzo Sauma

Raymindo Forradellas

Cristian Vial

Santiago de Chile, September 2013

INTRODUCCIÓN

La presente tesis se desarrolla en dos capítulos uno correspondiente al “Modelo de Crecimiento de la Biomasa” y un segundo capítulo al “Modelo de Momento Óptimo de la Cosecha”. El modelo de crecimiento de la biomasa en ambiente natural utiliza como variables dependientes: el peso medio y la densidad por metro lineal. Para modelar el peso medio se utiliza la primera hipótesis en términos de que el crecimiento del peso medio está determinado por el modelo de crecimiento biológico de von Bertalanffy modificado por el índice de rendimiento productivo (θ). Para modelar la densidad por metro lineal se utiliza la segunda hipótesis basado en la competencia por el espacio disponible. Ambos modelos dan origen al modelo de crecimiento biológico de la biomasa.

El modelo del momento para la cosecha tiene por propósito determinar el periodo T en el cual se alcanza el mayor valor esperado del VAN (Valor Actual Neto). La tesis muestra que el cálculo formal del valor máximo del VAN **ex post** de los datos, se realiza a través de seis pasos, los cuales dan cuenta de lo extenso y complejo de dichos cálculos. La determinación del valor máximo esperado del VAN (**ex antes** que se concrete) define la hipótesis del modelo. La hipótesis establece que el óptimo se ha alcanzado cuando en los escenarios futuros no es posible alcanzar un VAN mayor. Este óptimo se alcanza cuando la talla de la concha es marginalmente cercana a la talla asintótica, dato que se obtiene del modelo del peso medio. Dado que existe un horizonte infinito de periodos que cumplen con esa condición, se hace necesaria una segunda condición de orden. Para tal efecto, se utiliza el índice de rendimiento productivo (θ), para lo cual se requiere que dicho valor en los escenarios futuros sea estrictamente mayor al valor actual. No obstante, en la realidad es una apuesta implícita al comportamiento de tres variables: mayor disponibilidad de alimento, temperatura óptima y ausencia de desove, en concreto, es un indicador del riesgo. Aun en el caso en que el valor de θ aumente, este no será un óptimo si no compensan los costos de esperar o si el desprendimiento anula el aumento del peso por unidad (modelo de densidad lineal).

1. MODELO DINÁMICO DE CRECIMIENTO DE LA BIOMASA

1.1 Introducción

Mytilus chilensis (Hupé, 1854), conocido como chorito o quilmahue, es un bivalvo Mytilidae, que se distribuye en Chile, desde Arica al cabo de Hornos (Lancellotti & Vásquez 2000), habitando en sustratos duros desde el intermareal hasta los 25 m de profundidad (Brattström & Johanssen 1983). Constituye la segunda industria de producción acuícola más importante a nivel nacional después de la salmonicultura, con una producción que alcanzó 281.000 ton durante 2011 (SERNAPESCA 2012).

Los estudios de modelamiento de estimación de la biomasa de *Mytilus* sp. se iniciaron con los modelos de balance de energía (Bayne & Newell 1983, Bayne *et al.* 1989). Posteriormente, este modelo fue modificado incorporando el almacenamiento de energía, diferenciando el destino de ésta en estructura (concha) y gónada (Van Haren & Kooijman 1993). No obstante, ambos tipos de modelos no pueden ser utilizados en ambiente natural debido a las múltiples variables que deben ser incorporadas y controladas, lo que hace improbable su aplicación por la industria.

Entre las complejidades que implica estimar la biomasa en ambiente natural está el hecho de medir la capacidad de carga de los sistemas. La capacidad de carga en el cultivo de bivalvos ha sido investigada en diferentes proyectos que dan cuenta de la disminución de la tasa de crecimiento y la tasa de supervivencia en áreas con una alta abundancia de bivalvos (McKindsey *et al.* 2006, Grant *et al.* 2007, Duarte *et al.* 2003, 2008, Stigebrandt 2011). La capacidad de carga también ha tenido diferentes interpretaciones y definiciones, de forma que algunos investigadores la han definido como “la máxima cantidad de producción que puede ser mantenida en un ecosistema en particular sin que origine efectos negativos en la tasa de crecimiento” (Carver & Mallet 1990). En este sentido, la capacidad de carga determina el crecimiento de *Mytilus chilensis* en el tiempo, ya que en este tipo de cultivos, el alimento es proporcionado por el medio ambiente y su producción se realiza en sectores protegidos; ambos elementos generan una disponibilidad de alimento que debe ser compartida entre los individuos de *M. chilensis* pertenecientes a un ecosistema particular y

de éstos con otros organismos suspensívoros que habitan el mismo lugar donde se ubica el cultivo.

Por lo anterior, el presente estudio tuvo por propósito validar un modelo dinámico que permita predecir la biomasa en ambiente natural, construido a partir de un número reducido de variables dependientes con alto contenido de información y baja variabilidad. Adicionalmente, las dos variables independientes del modelo de biomasa, a saber peso medio y densidad, se construyeron a partir de principios biológicos y de la competencia por el espacio disponible, respectivamente.

1.2 Materiales y Métodos

El estudio se realizó en la cuenca de Rilán, isla de Chiloé (42°31'57,8"S - 73°37'57,9"O) entre abril de 2009 y septiembre de 2010. El modelo plantea que la biomasa de *Mytilus chilensis* en ambiente natural estaría determinada por la siguiente expresión:

$$B_t = \rho_t \cdot w_t \cdot \ell \quad (1.1)$$

Donde:

B_t = Biomasa de *M. chilensis* en el tiempo t (g)

ρ_t = Número de ejemplares *M. chilensis* por metro lineal en la cuerda de engorda en el tiempo t (individuos m^{-1})

w_t = Peso medio de *M. chilensis* en el tiempo t (g individuos $^{-1}$)

ℓ = Largo total de la las cuerdas en la línea (m).

1.2.1 Modelo del peso medio

La determinación de la variable del peso medio w_t , se lleva a cabo a través de la suma del peso de la carne (sin biso) y del peso de la concha, de forma tal que el peso medio está definido por la siguiente relación:

$$w_t = w_c + w_e \quad (1.2)$$

Donde w_t es el peso medio total (g), w_c es el peso de la carne (g), y w_e es el peso de la concha (g). El peso de la carne, que se modifica estacionalmente dependiendo de la disponibilidad de alimento y de la variación de la temperatura del agua, se puede expresar a través del Índice de Rendimiento Productivo (IRP). Éste es utilizado en la industria mitilícola para determinar las condiciones óptimas de cosecha y se define como el cociente entre el peso de la carne y el peso total, como se muestra en la siguiente expresión:

$$\theta_t = \frac{w_{c,t}}{w_{c,t} + w_{e,t}} \quad (1.3)$$

Donde:

θ_t = Índice de Rendimiento Productivo en el periodo t

$w_{c,t}$ = Peso de la carne en el periodo t (g)

$w_{e,t}$ = Peso de la concha en el periodo t (g)

El índice también está determinado por el ciclo reproductivo, ya que en época de desove se genera una pérdida del peso en carne. Por lo tanto, aún en condiciones óptimas de materia orgánica particulada (POM) y temperatura para el crecimiento, el valor de θ baja. Lo anterior no implica hacer ajustes al valor de θ por este efecto ya que lo incorpora, y por ende no cambia las relaciones anteriores. En particular, este comportamiento permite determinar cuándo ocurre el desove, es decir en presencia de un aumento de POM y caída de θ .

Este índice de relación de pesos fluctúa entre 0,1 y 0,4, siendo el valor más esperado del orden de 0,2. Los valores mayores se obtienen en época de primavera y verano cuando la disponibilidad de alimento es elevada y los valores menores se detectan en otoño e invierno cuando hay menor cantidad de alimento. Conocido el valor de θ en ambiente natural, es posible obtener el peso de la carne en función del peso de concha, para tal efecto se despeja el valor del peso de la carne a partir de la ecuación 3, obteniéndose la siguiente expresión:

$$w_{c,t} = \frac{\theta_t}{1 - \theta_t} \cdot w_{e,t} \quad (1.4)$$

El crecimiento de la talla de la concha está determinado por el modelo de crecimiento biológico de von Bertalanffy modificado por las fluctuaciones de disponibilidad de alimento; un modelo semejante en base a condiciones del tipo de substrato fue propuesto por Meliá *et al.* (2003) estudiando la almeja *Tapes philippinarum*. La variación instantánea de largo L de la concha está descrita como:

$$\text{Con: } \frac{\partial L}{\partial t} = \beta \cdot \psi_t \cdot (L_\infty - L_{t-1}) \quad (1.5)$$

$$\psi_t = \begin{cases} \text{Si } (\theta_t - \theta_{\min}) \geq 0 & \text{Entonces } \psi_t = \theta_t - \theta_{\min} \\ \text{Si } (\theta_t - \theta_{\min}) < 0 & \text{Entonces } \psi_t = 0 \end{cases}$$

Donde L_∞ es la talla media asintótica, L_{t-1} es la talla en el periodo $t-1$, θ_t es el IRP en el periodo t , θ_{\min} es el IRP mínimo bajo el cual no se logra crecimiento de la concha, ψ_t es una variable que toma el valor cero en caso que el valor IRP esté bajo un mínimo que no permita crecimiento y β es una constante. La incorporación de la expresión (5) permite superar las siguientes restricciones que presenta el modelo original de von Bertalanffy: a) La suposición implícita de una disponibilidad constante de alimento, que en el caso de la acuicultura en estudio no es válido ya que ello no se cumple porque la disponibilidad de alimento varía a lo largo del año, b) El valor de L_∞ que depende de la capacidad de carga de la cuenca y por consiguiente es propio de cada cuenca e incluso de cada sector dentro del sistema.

El peso de la concha está determinado por una relación alométrica del tipo

$$w_e = \varepsilon \cdot L_E^\eta \quad (1.6)$$

Donde w_e es el peso de la concha expresado en gramos, L_E es la talla de la concha en milímetros, y donde $\varepsilon = 0,13$ y $\eta = 2,7$ ($\bar{R}^2 = 0,97$; $P < 0,01$). Reemplazando la ecuación 6 en 5 se tiene el peso en carne en función solo de la talla, corregido por un factor que depende del tiempo.

$$w_{c,t} = \frac{\theta_t}{1 - \theta_t} \cdot \varepsilon \cdot L_E^n \quad (1.7)$$

La ecuación 5 permite estimar el crecimiento de la talla de un periodo a otro, de forma tal que la talla total de un periodo se determina sumando los incrementos esperados periodo a periodo a partir de la talla inicial. Una vez obtenida la talla total, se determina el peso de la concha usando la ecuación (6) y el peso de la carne usando la ecuación (7). Finalmente, la suma del peso de la concha y el peso de la carne determinan el peso medio total.

1.2.2 Modelo de la densidad

El modelo de la densidad tiene por finalidad medir la evolución en el tiempo del número de ejemplares de *M. chilensis* en la cuerda. Para determinar la forma funcional de esta expresión se consideró como hipótesis central que hay competencia por el espacio disponible entre los ejemplares de *M. chilensis*, hipótesis que fue originalmente propuesta por Camacho *et al.* (2000). Adicionalmente, se incorporó al modelo la existencia de una segunda especie de mitílido, correspondiente a *Aulacomya atra* (cholga), la cual está presente también en las cuerdas. Por consiguiente, la competencia por el espacio disponible ocurre entre los individuos de *M. chilensis* y de éstos con los de *A. atra*.

Las semillas de *A. atra* normalmente son captadas junto a las de *M. chilensis* y por lo tanto, son sembradas juntas en las cuerdas. Para eliminar las semillas de *A. atra* al momento de la siembra se realiza un proceso de tamizado, lo que implica que ambas especies se siembran con el mismo tamaño en función del calibre del tamizado. Sin embargo, este proceso no permite eliminarlas totalmente. Esto redundará en una especie no deseada en las cuerdas, desplazando a los individuos de *M. chilensis*. En un año, la talla de *M. chilensis* puede triplicarse, mientras que la de *A. atra* aumenta hasta seis veces en iguales condiciones. Por lo anterior, se consideró necesario incorporar este efecto en la determinación del grado de desprendimiento del chorito en las cuerdas de engorda. La expresión matemática de la curva de desprendimiento está definida a través de la siguiente expresión:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\delta \cdot \rho_t \cdot \kappa_t \cdot (\mathbf{P}_{chorito} * \Delta \tau_{chorito} + \mathbf{P}_{cholga} * \Delta \tau_{cholga} * \lambda) = -\delta \cdot \rho_t \cdot \kappa_t \cdot r_t \quad (1.8)$$

Donde $\Delta\tau_{chorito}$, $\Delta\tau_{cholga}$ corresponden a las tasas de crecimiento de la talla de *M. chilensis* y *A. atra* respectivamente; $P_{chorito}$, P_{cholga} corresponden a los porcentajes de presencia de chorito y cholga en la cuerda respectivamente, medido en términos de número de individuos. Los porcentajes antes definidos no suman 100% por cuanto existen algas y otras especies que se adhieren a la cuerda, lo cual si bien es marginal, ha sido contabilizado en el presente estudio. El valor de K_t corresponde al área asociada al tamaño del chorito en el periodo t , la variable λ corresponde a la relación de tamaño de la cholga *versus* chorito y la constante δ es un factor de conversión.

Dado que la tasa de crecimiento r_t definida en la ecuación (8) no es constante, sino decreciente en el tiempo, la solución de la ecuación (8) se realiza en forma discreta y dinámica una vez obtenidas las variables que determinan el valor de la densidad. El modelo planteado incorpora el crecimiento de la talla obtenido de las mediciones de terreno y no los obtenidos teóricamente de la ecuación (5). Dado que el crecimiento de la talla es decreciente y tiende a una talla máxima propia del sistema, la densidad incorpora implícitamente la capacidad de carga del sistema. Los valores de crecimiento $\Delta\tau_{chorito}$, $\Delta\tau_{cholga}$ de talla reales se calculan en forma logarítmica ($\ln(L_f/L_i)/(t_f-t_i)$).

Para calibrar el modelo, se comienza con la densidad inicial y se descuenta periodo a periodo en función de la tasa ponderada estimada; si bien la tasa de crecimiento de la talla del chorito en los primeros periodos es mayor ésta se ve disminuida cuando se le aplica el factor de K_t , que cuantifica el área a ocupar en la cuerda, factor que es significativamente menor en tallas pequeñas en relación a las tallas grandes para un mismo crecimiento.

Para determinar el valor de K_t se utilizó la propuesta de Kitazawa *et al.* (2008) que indica que la expresión del área ocupada por *Mytilus galloprovincialis* en función de la talla, para $L \geq 10$ mm es $S_L = 0,1587 L^2$. A partir de esta relación se determina el valor de K_t definido como el cociente entre el área de la talla del periodo y la talla máxima, de forma tal que la variable K_t es adimensional y creciente hasta el valor máximo de “1”.

La biomasa corresponde a la multiplicación del peso medio total y la densidad lineal generándose de esta forma el peso medio de kg m^{-1} , el cual es multiplicado por la longitud de una línea.

El proceso de cultivo se inicia con la semilla proveniente de colectores, los cuales son desmenuzados extrayéndose la semilla; este proceso de desmenuzamiento puede originar destrucción de la concha de la semilla por un mal proceso, no obstante existen controles para reducir este efecto. La semilla posteriormente es sembrada, para lo cual es introducida en un soquete de algodón en cuyo centro se encuentra la cuerda de engorda, el propósito del soquete es presionar la semilla contra la cuerda para que se adhiera a la cuerda de cultivo; el soquete se degrada por el agua de mar y la erosión causada por las corrientes marinas, en un plazo de tres a cuatro meses se encuentran los ejemplares de *Mytilus chilensis* adheridos a la cuerda y el soquete ya no se encuentra presente en el sistema. La cuerda de engorda fue confeccionadas con redes pelágicas en desuso. La obtención de las muestras se inició a partir del tercer o cuarto mes de siembra. Los primeros tres o cuatro meses no fueron considerados en la determinación del valor de ρ con el propósito de eliminar el factor antes descrito.

El proceso de siembra aplicado en este centro de cultivo está totalmente mecanizado lo que permite asegurar una siembra homogénea. El número de semillas sembrado es fijado a través de la máquina lo que permite tener el valor inicial de la siembra, el que es controlado a través de la cantidad total utilizada por la siembra y el número de metros sembrados, proceso de control de insumo usado normalmente en la industria.

1.2.3 Muestreo y mediciones

El centro de cultivo de Rilán está constituido por cuatro cuadrantes, cubriendo un área de tres hectáreas cada uno. Cada cuadrante está conformado por 30 líneas doble continuo (“longline”) (Fishing Partners 2005), paralelas y separadas 10 m entre sí. Cada línea doble continuo consiste en dos cabos suspendidos, de 100 m de longitud (línea madre), amarradas a boyas equidistantes cada 3-5 m aproximadamente, en cuyos extremos se ubican anclajes de fijación mediante un fondeo de concreto. A lo largo de estas líneas y totalmente sumergida, se instala una cuerda continua (“sinfin”) llena con semilla (ver fig.

9c, Fishing Partners 2005) que se dispone en posición vertical hasta alcanzar los 8 m de longitud y retorna hacia la zona de subsuperficie donde se amarra paralela a la línea, por un tramo horizontal de 40-50 cm para nuevamente disponerse verticalmente por otros 8 metros y así sucesivamente hasta cubrir toda la longitud de la línea doble continuo. Diferentes tipos de cuerdas originan diferentes tipos de adherencia y por consiguiente modifican la densidad lineal, de allí la necesidad de usar un solo tipo de material en las cuerdas.

La capacidad de carga del centro de cultivo es fija, ya que la capacidad de producción está definida por el concesionario de la cuenca.

Para el muestreo se tomó una línea de cultivo por cuadrante. De cada cuerda continua se tomaron mensualmente cinco muestras de 10 cm de largo al azar, obteniéndose las siguientes variables: (1) Número de ejemplares de *M. chilensis* y *A. atra*, (2) Talla de *M. chilensis* y *A. atra*, (3) Porcentaje de presencia de ambas especies en la cuerda. Además, mensualmente se registraron temperatura, salinidad y material orgánico particulado (POM).

Para determinar el índice de rendimiento productivo (IRP) se determinó el peso de la carne de *M. chilensis* cocido, para lo cual se realizó el lavado de los ejemplares de chorito, retirándose todo el material adherido a la concha, incluido el biso. Posteriormente se realizó la cocción/enfriado de los choritos, con un cocedor de vapor continuo automático, marca Patkol modelo PK-CSC0250 a temperaturas entre 96 y 100°C, durante 25 minutos. El producto cocido se ingresó a un estanque con agua circulante y hielo y se mantuvo por el tiempo suficiente hasta alcanzar los 15°C. Finalizado el proceso de enfriado se separó la carne de la concha, y se procedió a pesarlas por separado lo que permitió calcular el valor del IRP (θ). Las mediciones de peso fueron realizadas en una balanza de precisión de calibración interna, marca KERN modelo ABT, con precisión 0,01 mg. La longitud de la concha de *M. chilensis* y *A. atra* se midió con un pie de metro digital INSIZE modelo 1161-150, de precisión 0,01 mm.

La determinación de la densidad lineal se realizó a partir del número de individuos contabilizados mensualmente en cada muestra, obteniéndose el número de ejemplares de *M. chilensis* por metro lineal (ρ) de cuerda por mes. La biomasa real mensual se determinó como el peso de la concha y de la carne cocida de todos los ejemplares de *M. chilensis* muestreados en cada mes lo que permite obtener la cantidad de kg por metro lineal (B_v/L).

1.3 Resultados

1.3.1 Índice de rendimiento productivo (IRP)

La evolución mensual de la temperatura, POM e IRP se muestra en la Fig. 1-1. Los valores de temperatura fueron cíclicos durante el año alcanzándose las temperaturas más bajas en el periodo abril - septiembre, cuyo promedio fue de 11°C, contrastando con los meses del periodo septiembre - marzo cuando el promedio fue de 15°C. La salinidad en el periodo permaneció prácticamente constante en 32 ups. El POM registró sus mayores valores entre septiembre y marzo de cada año, observándose una tendencia de disminución del POM interanual, ya que la media entre enero y octubre 2009 y 2010 fue de 1,08 y 0,73 mg L⁻¹, respectivamente. En particular, el POM en septiembre 2009 fue de 0,16 mg L⁻¹ y el de septiembre 2010 fue de 0,08 mgL⁻¹, disminuyendo en un 50%, caída que también se vio reflejada en el IRP; es así que para septiembre de 2009 y de 2010, el valor del IRP fue de 21% y 17%, respectivamente.

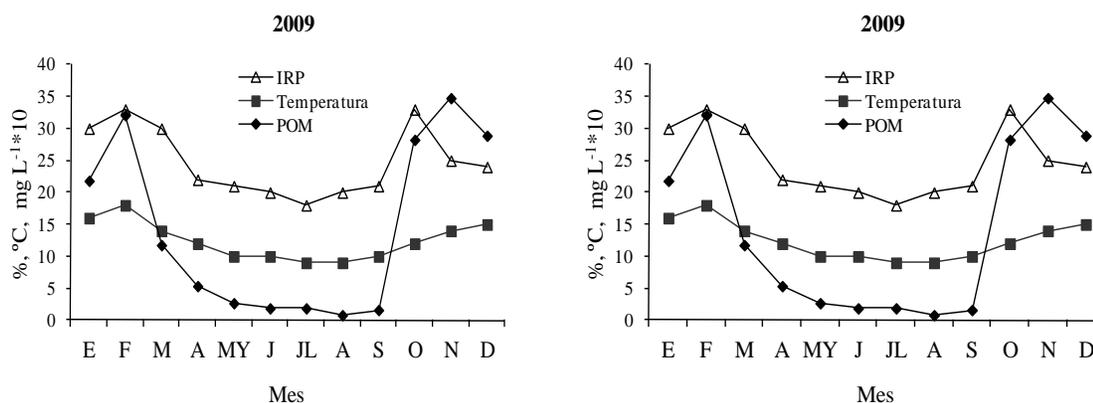


Figura 1-1

Variación mensual del Índice de Rendimiento Productivo (%), de la temperatura (°C) y del POM (mg L⁻¹) en: a) 2009 y b) 2010, en Rilán, Chile.

Se observó una relación positiva entre el IRP y el POM. En invierno hubo una baja importante en la disponibilidad de alimento acompañado por una baja gradual del IRP manteniéndose por sobre un 15%; en primavera-verano, la recuperación del IRP se llevó a cabo en forma acelerada alcanzando valores máximos de hasta un 35%. Se decidió finalmente trabajar con el IRP y no con las variables POM y temperatura, para reducir el grado de variabilidad en las estimaciones de los modelos planteados. Por lo anterior, el valor de θ_t para cada uno de los meses fue una variable independiente. Noviembre de 2009 es el único mes en que no se observa la relación negativa entre el POM y el IRP, mientras el POM sube el IRP baja.

1.3.2 Crecimiento de la concha

La ecuación (5) fue aplicada en forma independiente a cada uno de los cuatro cuadrantes en estudio y a nivel mensual. Para tal efecto se determinaron en forma dinámica los valores de β y L_∞ de cada cuadrante. La evolución en el tiempo de crecimiento expresado en incrementos reales de talla contra incrementos de talla estimada muestra que el crecimiento estimado siguió la tendencia media del crecimiento real de la concha. Igualmente se muestra que el mayor crecimiento se dio en los primeros meses, cuando el tamaño es más pequeño y la disponibilidad de alimento aumenta, lo cual ocurre en el inicio de la primavera (octubre en todos los cuadrantes). La curva estimada tiende a seguir el comportamiento de la curva real. No obstante en octubre y noviembre de 2009 se observa para los cuadrantes 1 y 2, una concordancia entre el crecimiento real y el estimado (esperado), mientras que en los cuadrantes 3 y 4, el valor estimado se anticipa en un mes al crecimiento real. La única variable de la ecuación (5) que explica este desfase de anticipo en un mes para los cuadrantes 3 y 4, es el valor del IRP. Por último, la estimación del crecimiento en los últimos periodos entre el valor real y el estimado son prácticamente iguales (Fig. 1-2).

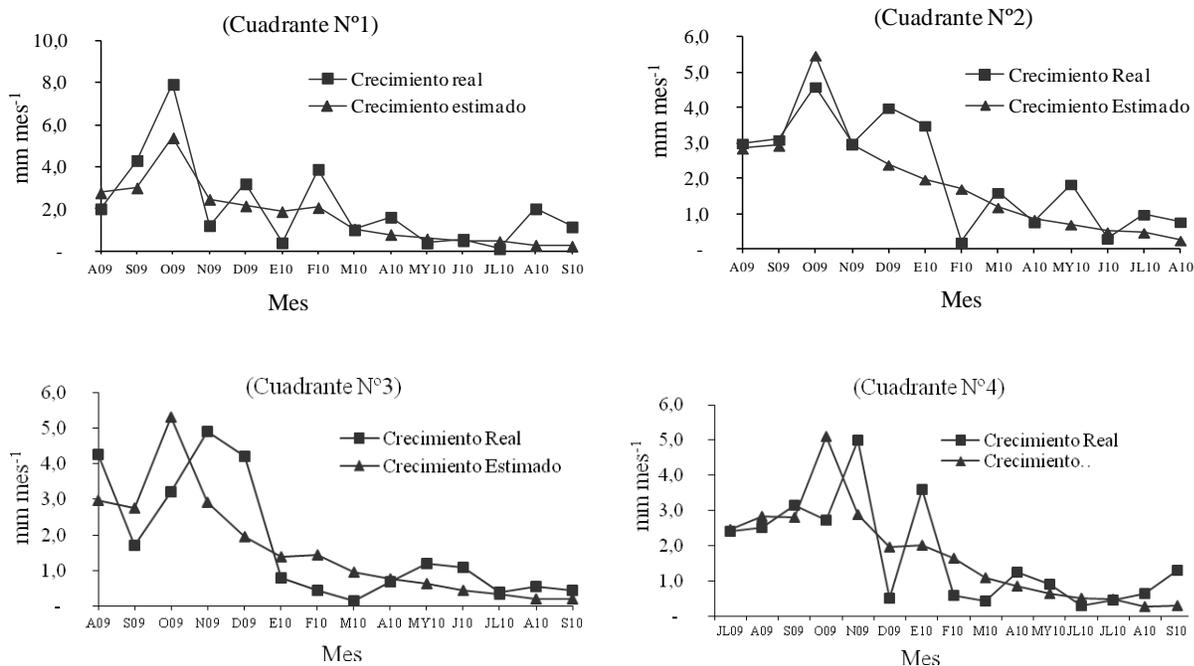


Figura 1-2

Crecimiento de talla real y estimada, por cuadrante de *M. chilensis*, Rilán, Chile

Los resultados anteriores permitieron obtener un \overline{R}^2 por cuadrante del orden del 64-86% (Tabla 1-1), con un ajuste medio del 75%, indicando que el modelo planteado presenta un buen ajuste con una alta variabilidad del crecimiento con un comportamiento aleatorio alrededor de la media entregada por el modelo.

El coeficiente β oscila entre 0,89 y 1,12, factor necesario para ajustar el valor estimado al valor real y que a mayor valor implica que más rápido se acerca al valor de talla asintótica, y L_{∞} tiende a una valor medio en el sistema de 47 mm, siendo solo modificado por el resultado del cuadrante N° 1 en que se alcanza una talla límite de 51 mm.

Tabla 1-1

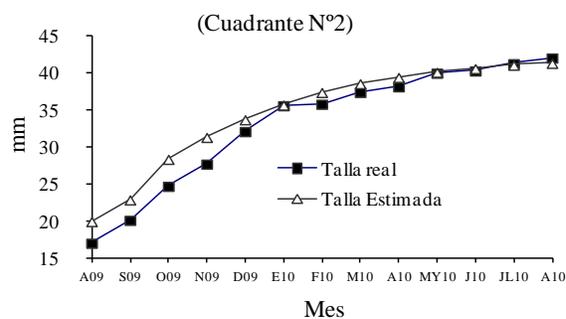
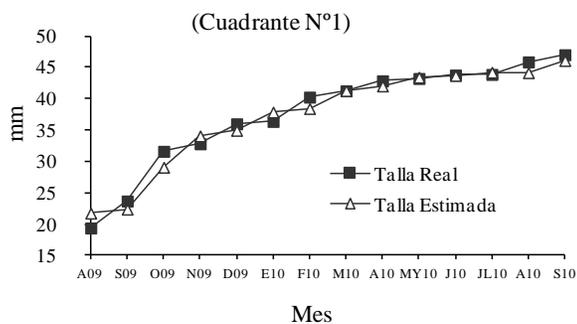
Modelo de crecimiento de la concha y otros datos, por cuadrante, de *M. chilensis*, Rilán,

Chile

Cuadrante	Periodo	Meses	L_0 (mm)	L_∞ (mm)	β (mes ⁻¹)	\bar{R}^2	AIC
1	My 2009-Sept. 2010	16,4	19,40	51,0	0,89	0,86	3,63
2	My 2009-Agt. 2010	15,2	17,10	47,0	0,89	0,83	2,98
3	Ab 2009-Sept. 2010	16,0	23,70	46,0	1,12	0,69	3,43
4	My 2009-Sept. 2010	16,1	20,40	47,0	1,06	0,64	3,27

L_0 = Talla inicial, L_∞ = Talla asintótica, β = constante, \bar{R}^2 = Coeficiente de Determinación Ajustado AIC = Criterio de Información de Akaike. Otros Datos (Periodo y Meses).

Posteriormente, se llevó a cabo la estimación de talla total, comparándose el valor real con el valor estimado. En general, la curva estimada para todos los cuadrantes se mueve aleatoriamente alrededor de la curva real, con excepción del cuadrante 2 en que la curva estimada se ubica sobre la curva real en los primeros meses hasta tender al valor real en los últimos periodos (Fig. 1-3).



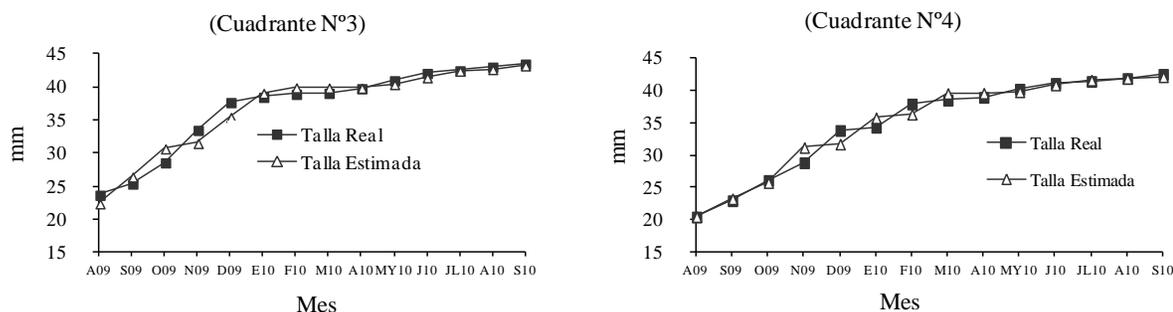


Figura 1-3

Talla real y estimada por cuadrante de *M. chilensis*, Rilán, Chile

Para efectos de medir la calidad del ajuste se realizó una segunda estimación en base a una predicción que contempló un periodo de dos meses, obteniéndose una disminución marginal de la calidad del ajuste, en este caso la estimación baja a un \bar{R}^2 de 98% a un 96% (Tabla 1-2).

Tabla 1-2

Grado de predicción de la talla real de *M. chilensis* para periodos de 1 y 2 meses, en Rilán, Chile

Cuadrante	1 Mes		2 Meses	
	R^2_{ajustado}	AIC	\bar{R}^2	AIC
1	0,98	3,48	0,94	4,11
2	0,99	4,21	0,98	4,30
3	0,98	3,14	0,97	4,27
4	0,98	3,01	0,96	4,28
Promedio	0,98		0,96	

\bar{R}^2 = Coeficiente de Determinación Ajustado AIC = Criterio de Información de Akaike.

1.3.3 Evolución de la densidad

Los resultados de la evolución de la curva de densidad, número de *M. chilensis* por metro lineal, en la cuerda fueron estimadas usando la ecuación (8). La evolución en el tiempo de la densidad estimada de *M. chilensis* es decreciente con tasas cada vez menores siguiendo el valor medio de la curva de densidad real (Fig.1-4).

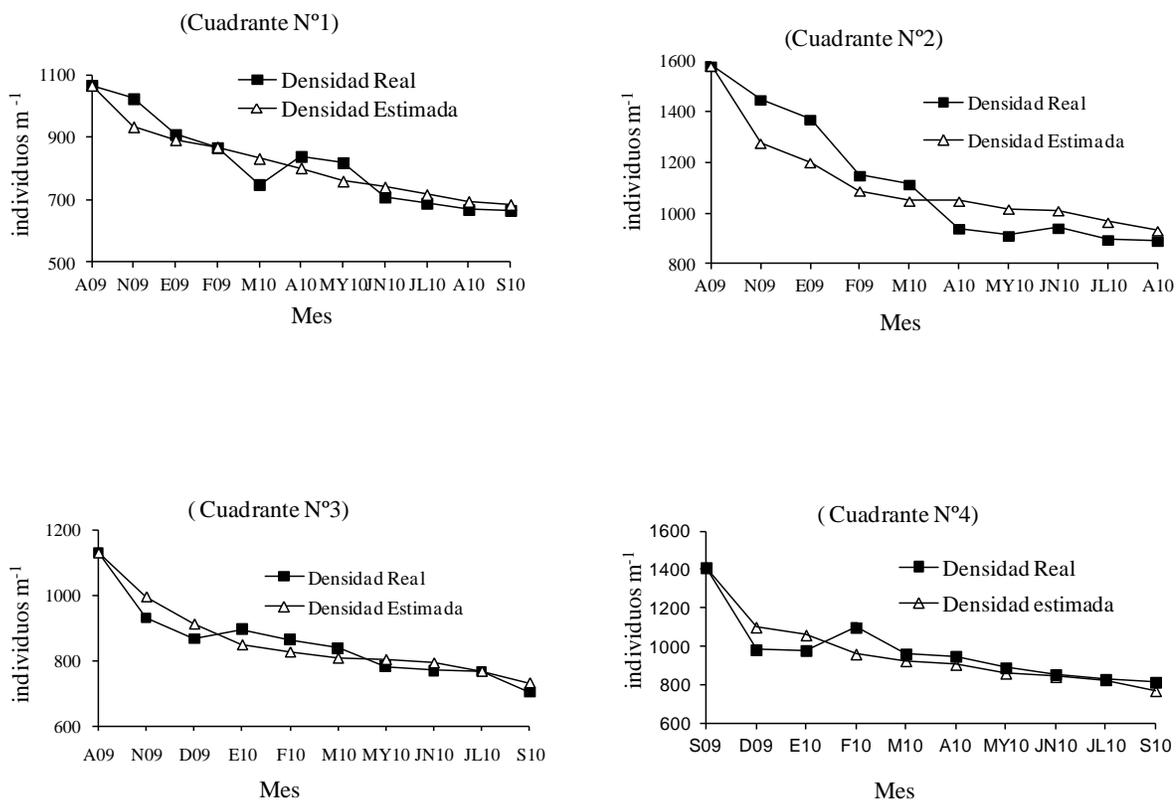


Figura 1-4

Curvas de densidad real y estimada, por cuadrante (individuos m⁻¹) de *M. chilensis*, Rilán, Chile

La Tabla 1-3 muestra las densidades iniciales y finales reales por cuadrante, y el grado de ajuste asociado a una especificación del tipo logarítmica entre la densidad real y la estimada, observándose que la calidad de los ajustes en cada uno de los cuadrantes es significativamente alta y estable, con un \bar{R}^2 promedio del orden del 93%. Para el modelo de densidad la única variable de ajuste corresponde a la constante δ . El valor de δ varió entre 0,92 y 1,10, lo cual se interpreta como el factor de amplificación o reducción que requiere la curva estimada para alcanzar a la curva real, siendo la variación del orden del 10% respecto al valor real, ya sea por una subestimación o sobreestimación.

Las densidades iniciales de chorito cubrieron el rango de 1068-1583 organismos m^{-1} , el rango de la talla sobre el cual se evaluó la densidad fue de 20-50 mm.

Tabla 1-3

Modelo de densidad lineal actual y estimado y otros datos, por cuadrante. *M. chilensis*, Rilán, Chile

Cuadrante	δ (%)	ρ_t (unidades/ m)			\bar{R}^2	AIC
		t = 0	Final Real	Final Estimado		
1	1,10	1068	667	686	0,93	-2,78
2	1,05	1583	890	932	0,93	-1,83
3	0,98	1131	703	732	0,95	-3,36
4	0,92	1410	815	771	0,92	-2,37

δ = Parámetro de ajuste, \bar{R}^2 = Coeficiente de Determinación Ajustado AIC = Criterio de Información de Akaike. Otros Datos (Densidad de siembra t=0; Final real; Final Estimado).

En la Fig. 1-5 se observa que el porcentaje de ocupación de cholga en la cuerda osciló entre 15% y 26%, con excepción del cuadrante 2 que correspondió a la línea con mayor densidad inicial de siembra de *M. chilensis* y donde el porcentaje de *A. atra* se mantuvo constante en el orden del 5%.

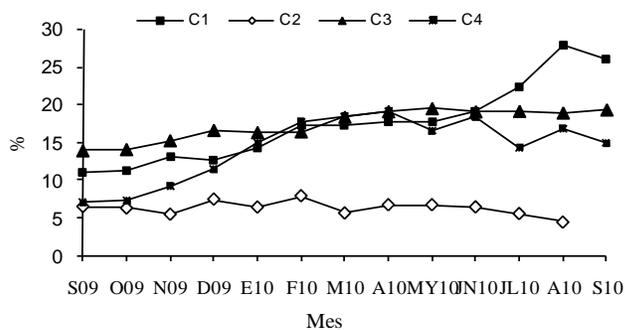


Figura 1-5

Porcentaje (%) mensual de *A. atra* en las cuerdas de cultivo, por cuadrante, Rilán, Chile

En general, a mayor densidad sembrada se obtuvo una mayor densidad final. No obstante a mayor densidad sembrada mayor fue el porcentaje de pérdida de *M. chilensis*. Igualmente, a mayor densidad sembrada de *M. chilensis* menor fue la densidad final de *A. atra* (Tabla 1-4).

Tabla 1-4

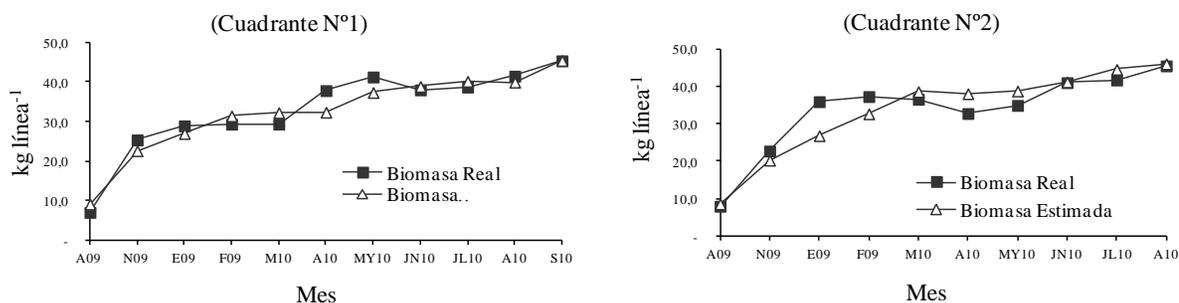
Densidad de *A. atra*, por cuadrante. Rilán, Chile

Línea	C2	C4	C3	C1
Densidad inicial de <i>M. chilensis</i> (ejemplares m ⁻¹)	1583	1411	1131	1068
Densidad final de <i>M. chilensis</i> (ejemplares m ⁻¹)	890	815	703	667
Densidad por pérdida de <i>M. chilensis</i> (ejemplares m ⁻¹)	693	596	428	401
Porcentaje de Perdida de <i>M. chilensis</i> (densidad por pérdidas/densidad inicial)	0,438	0,422	0,378	0,375
Densidad final <i>A. atra</i> (ejemplares m ⁻¹)	40	121	136	174

C_i= Cuadrante numero i.

1.3.4 Biomasa (B).

En la Fig. 1-6 se muestra la evolución de la biomasa estimada y de la biomasa real, observándose en los cuadrantes N°1 y N°2 una tendencia de crecimiento positivo más allá del periodo de termino de la serie; esto se visualiza observando la tendencia a partir del mes 9 aproximadamente en adelante. Esta tendencia contrasta con la observada en los cuadrantes N°3 y N°4, en que la biomasa desde el mes 9 se conserva casi constante, predominando el crecimiento de la talla, de manera consistente con el valor β .



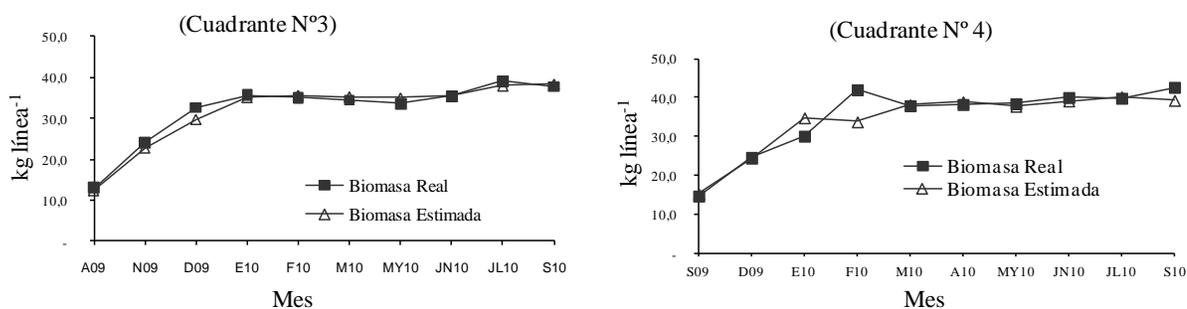


Figura 1-6

Curva de biomasa real y estimada por cuadrante (kg línea^{-1}) de *M. chilensis*, Rilán, Chile

En la Tabla 1-5 se muestran que los valores de biomasa, siendo los más altos los alcanzados por los cuadrantes N° 1 y N°2. El valor real y estimado de biomasa, comparado periodo a periodo, alcanzó un grado de \bar{R}^2 del orden del 94%.

Tabla 1-5

Biomasa real y biomasa estimada, por cuadrante de *M. chilensis*, Rilán, Chile

Cuadrante	Meses	B_t			R^2_{ajustado}	AIC
		Kg m^{-1}				
		t = 0	Final, real	Final, estimado		
1	16,4	7,1	45,4	46,5	0,96	4,81
2	15,2	7,9	46,9	50,1	0,92	5,64
3	16,0	12,9	37,7	37,4	0,98	3,27
4	16,1	14,6	42,6	38,5	0,93	5,18

R^2_{ajustado} = Coeficiente de Determinación Ajustado AIC = Criterio de Información de Akaike.

1.4 Discusión

1.4.1 Índice de rendimiento productivo (IRP)

En el presente estudio el índice de rendimiento productivo se utilizó como un indicador de las condiciones favorables de crecimiento, a través de la disponibilidad de alimento y estuvo correlacionado positivamente con el POM. Este resultado es coincidente con un estudio reciente realizado en *Mytilus galloprovincialis* (Karayücel *et al.* 2010), en el que se analizan las variables de temperatura, salinidad, clorofila-a, seston, POM y PIM (materia inorgánica particulada).

La dependencia del IRP y el POM muestra una relación asimétrica, en el sentido que frente a una disminución fuerte del POM en los meses de invierno, el IRP disminuye en forma moderada tendiendo a un mínimo, mientras que frente a condiciones de aumento del POM, el IRP crece rápidamente. Según lo antes señalado, el chorito en condiciones de baja disponibilidad de alimento posiblemente podría activar algún mecanismo de supervivencia reduciendo al mínimo el metabolismo, mientras que se produce un aumento importante de la tasa de alimentación en presencia de una bajo IRP y alta disponibilidad de alimento.

Otra característica importante entre la dependencia del IRP y el POM, es que el IRP también captura la tendencia en la disponibilidad de alimento de mediano plazo. Es así como entre el 2009 y el 2010, el POM disminuye y el IRP promedio. En este estudio se pudo constatar que el IRP no depende de la talla. Un estudio reciente de morfología de *Mytilus edulis*, (Lauzon-Guay *et al.* 2005), determinó que no se observa un efecto del tamaño del individuo sobre el IRP. Este resultado es aparentemente contrario a la mayoría de los estudios alométricos, ya que relacionan positivamente el tamaño con la producción de gónadas. En este sentido, Rodhouse *et al.* (1984) establecen que para tallas grandes de *Mytilus*, del orden del 90% de la reserva de energía se destina a la producción de gametos y se podría esperar que el IRP dependa también de la talla. No obstante, el efecto combinado de una menor tasa de alimentación y una mayor producción de gametos para las tallas grandes podrían originar esta independencia del IRP con la talla, el que claramente justifica, por otro lado, la menor tasa de crecimiento de la concha en las tallas más grandes, ya que la energía se destina al desarrollo de la gónada.

El estudio se desarrolló en el periodo mayo 2009 – octubre 2010; en este periodo se muestra un solo mes en que el POM no estuvo correlacionado positivamente con θ , lo que sería consecuencia de un desove. En noviembre 2009, el POM sube de 0,28 a 0,36 y el valor de θ se reduce de 0,35 a 0,27. La situación anterior acontece en presencia de θ alto del orden del 30% y en presencia de un aumento del POM y temperatura de 14,3 °C.

Un estudio realizado por Oyarzún *et al.* (2011) en relación al ciclo gonadal de *M. chilensis* en Chaihuin (costa sur de la comuna de Corral) y Bahía Yal (costa interior de Chiloé), señala que existen diferencias en el ciclo reproductivo de choritos obtenidos en las dos localidades, ya que los meses de desove de ambas localidades son diferentes. En Chaihuin, los desoves ocurrieron a fines de octubre 2007 y marzo 2008. Igualmente, estos autores concluyen que el desove ocurre coincidentemente con un alza de las concentraciones de alimento, similares a otros estudios realizados en otras especies de mitílidos (Thorarinsdóttir & Gunnarsson 2003). Lo anterior permite esperar desoves en el mes de noviembre y coincide con el requisito de presencia de alzas en el POM que se muestra en este estudio.

En definitiva, el IRP al no depender de la talla, depende del ciclo reproductivo y da cuenta de las condiciones favorables de crecimiento en términos del POM y temperatura. En particular, dado que el objetivo de este estudio es determinar la biomasa, el IRP es el indicador adecuado para estos efectos, ya que el interés se centra en el peso total en carne.

1.4.2 Crecimiento de la concha

Las mayores tasas de crecimiento se obtuvieron cuando la talla fue menor y las condiciones de disponibilidad de alimento fueron altas (primavera y verano) y las menores tasas de crecimiento se obtuvieron cuando el chorito alcanzó los mayores tamaños. Estos resultados son similares a los encontrados en recientes estudios relativos al crecimiento de *Mytilus* spp. (Lauzon-Guay *et al.* 2005, Lemaire *et al.* 2006, Lök *et al.* 2007, Karayücel *et al.* 2010).

Los resultados del modelo de crecimiento obtenidos en este estudio permiten predecir este comportamiento con un \bar{R}^2 del 78%. La variabilidad no explicada por el modelo responde a un conjunto de variables no incorporadas como: la variabilidad de crecimiento en función de la profundidad (Babarro *et al.* 2003), las corrientes marinas que incide en el flujo de alimento a lo largo de las líneas (Duarte *et al.* 2008, Strohmeier *et al.* 2008), la variabilidad en la disponibilidad de alimento que se modifica día a día en el ambiente natural y que en el presente estudio ha sido incorporado a través de muestreos mensuales, etc.

La determinación de la talla total por periodo utilizando el modelo modificado de von Bertalanffy (VB) permitió alcanzar un \bar{R}^2 del orden del 98%. El resultado es similar a otros estudios como el de Babarro *et al.* (2003) que utiliza el modelo VB original en base a un ajuste de serie de tiempo \bar{R}^2 del orden del 99%, aunque dicho estudio no incorpora variables explicativas como de disponibilidad de alimento, y al de Gangnery *et al.* (2004) que presenta un modelo de crecimiento dinámico en *Mytilus galloprovincialis*, en el cual el ajuste alcanza del orden de un 95%, aunque en este estudio se tiene una correlación negativa entre el crecimiento del peso total y el POM.

La mejora en la calidad del ajuste de la evolución de la talla total en todos los tipos de modelos se debe a que, en los últimos periodos, el crecimiento es marginal frente a la talla total, por lo cual, la calidad de un modelo debería medirse en función del modelo de crecimiento en vez del modelo de evolución de la talla total. A partir de los resultados se puede concluir que el modelo propuesto es robusto por cuanto los parámetros que determinan el peso medio correspondiente a β y L_∞ alcanzan los valores de 0,89 - 1,12 mes^{-1} y 51 - 47 mm respectivamente, con un rango de variabilidad que no supera el 10%.

El origen de la semilla también ha sido asociado al crecimiento, principalmente de aquella cuyo origen es de bancos naturales *versus* de colectores (Babarro *et al.* 2003); en ese estudio se indica que la distribución de talla al momento de la cosecha es mayor en semilla proveniente de colectores. En el presente estudio toda la semilla correspondió a aquella de colectores de una misma localidad.

Los resultados alométricos entre peso y largo de la concha son semejantes a los obtenidos en otros estudios sobre la misma especie (Navarro & Winter 1982) y en *Mytilus galloprovincialis* (Lachance-Bernard *et al.* 2010), todos con ajustes por sobre el 97%.

1.4.3 Evolución de la densidad

Los factores que determinan la densidad tienen varios orígenes, partiendo por el tipo de cuerdas usadas, ya sea por su forma, grado de adherencia y material, todos los cuales inciden en el cálculo de la densidad, tema que ha estado sujeto a estudio en pro de determinar los mejores tipos de colectores y cuerdas de cultivos (Lekang *et al.* 2003). De allí que en el estudio se usó un mismo tipo de cuerdas.

Por otro lado, la evolución en el tiempo de la densidad ha sido relacionada a dos mecanismos evolutivos, uno denominado “desprendimiento” producto ya sea de las corrientes marinas, de la calidad de la semilla, el substrato, entre otros y, un segundo mecanismo asociado a la “competencia por el espacio” disponible en la cuerda de la línea. En el ámbito del desprendimiento, éste estaría fuertemente determinado por las corrientes marinas que afectan el desmenuzamiento de la manga de algodón que se utiliza en la siembra para contener inicialmente la semilla de *M. chilensis* y presionar a ésta contra la cuerda de cultivo con el propósito de que la semilla de chorito se adhiriera a la cuerda, así fuertes corrientes originarían una erosión más acelerada, impidiendo la adherencia del chorito a la cuerda y por ende, generando un mayor desprendimiento en relación a corrientes de menor velocidad.

El desprendimiento también puede tener un origen biológico asociado al substrato; Brenner & Buck (2010) analizaron 10 tipos de substratos y la fijación de los bisos de *M. edulis*, indicando que los colectores de Vellon resultaron ser el mejor material para la captación de larvas, material que se deshizo en el tiempo con el aumento de la talla. Igualmente estos autores señalan que el tipo de cuerda debe ser desarrollada para cada etapa del ciclo de vida, concluyendo que los bisos de *M. edulis*, con un adecuado substrato, pueden soportar condiciones muy fuertes producto del entrelazamiento de los bisos y la cuerda. De allí que el efecto combinado de bisos-substrato (grado de entrelazamiento ó fijación), peso asociado a la talla y corrientes marinas pueden constituir una dinámica importante en la determinación de la densidad en la fase de engorda, la cual puede ser eliminada si el entrelazamiento es fuerte. En el presente estudio no se analiza esta dinámica y de los resultados reales de la densidad no se aprecia la existencia de una disminución de ésta al

aumentar la talla, producto de un mayor peso, observándose una tendencia a un valor constante de densidad en los últimos periodos.

Los resultados obtenidos a partir de variables asociadas a la competencia de espacio disponible como lo son: el crecimiento de la talla, participación porcentual y el espacio ocupado por *M. chilensis* y *A. atra*, entregaron un buen ajuste del modelo propuesto con un \bar{R}^2 del orden del 93%. En particular, el valor de δ toma valores en el rango de 1,10 - 0,92, con una variabilidad del 10%. Este parámetro se asocia al grado de sub o sobre estimación del modelo.

Los resultados de densidad son consistentes con la hipótesis de competencia por el espacio disponible, dentro del rango estudiado 1068- 1583 individuos m^{-1} , ya que cuando hay mayor densidad de siembra de *M. chilensis* se obtiene siempre una densidad final mayor y un porcentaje de pérdida de chorito mayor (menor espacio). En general, para las líneas N° 1, 3 y 4 se observa que *A. atra* aumenta su participación desplazando a *M. chilensis*; este comportamiento se modifica cuando la densidad inicial de *M. chilensis* es alta (mostrada en la línea N°2) en la cual *A. atra* conserva su participación relativamente constante, con una tendencia a la baja.

Dentro del rango de densidad lineal estudiado no se generaron niveles, es decir capas de choritos que crecen unos sobre otros, generando la muerte de los individuos de las capas inferiores. En estudios en colectores de *Mytilus* spp. en bancos naturales (Lachance-Bernard *et al.* 2010), en que no estaba controlada la densidad, se alcanzaron niveles iniciales del orden de $N = 1,5$ capas, cuya evolución en un periodo de 25 meses tendió a 1,3 capas, con una clara tendencia a una disminución, concluyéndose en dicho estudio que la densidad estaría determinada por la carencia de espacio.

A partir de los resultados del presente estudio se puede inferir que la evolución de la densidad en el tiempo estuvo determinada por la competencia por el espacio disponible, dentro del rango estudiado de densidades de siembra.

1.4.4 Biomasa

Los resultados muestran que el modelo propuesto es capaz de reproducir el crecimiento de la biomasa en ambiente natural. De hecho, el modelo calibrado permitió estimar la biomasa con un \overline{R}^2 del orden del 94%. En este caso, la biomasa no es más que el producto de las variables de densidad por el peso medio. Ambas variables parecen ser independientes en términos de los patrones que determinan su evolución en el tiempo; en el caso del peso, está dado por la disponibilidad de alimento y crecimiento biológico, y en el caso de la densidad, por la competencia del espacio disponible. No obstante, tanto el peso como la densidad tienen como única variable independiente común, el crecimiento de la concha; así, a mayor tasa de crecimiento de la concha mayor peso total (si el peso en carne se mantiene constante) y menor densidad lineal.

Modelos alternativos han sido desarrollados para la estimación de la biomasa en ambiente natural, utilizando ecuaciones diferenciales; entre ellos se puede destacar el modelo dinámico de la población (Gangnery *et al.* 2004) para *Mytilus galloprovincialis* en Francia, con un ajuste del orden del 95%. No obstante, el modelo estableció una relación negativa entre el crecimiento total de *M. galloprovincialis* con el POM, situación que se podría haber originado al no descomponerse el peso total en carne y concha, tema que es parte fundamental en el modelo en estudio. Igualmente, para el ambiente natural se han propuestos modelos tridimensionales ($B = k N^\beta L^{1-\beta}$, donde N = número de niveles y L = talla) que permiten relacionar la biomasa con la densidad (Lachance-Bernard *et al.* 2010), con un grado de ajuste del orden del 65%; en este caso se debe destacar que la talla no determina el peso total sino sólo el peso de la concha, ya que el peso en carne está determinado por la disponibilidad de alimento cuya variabilidad es estacional y el ciclo reproductivo.

En la presente investigación, los valores de biomasa más altos se alcanzaron en los cuadrantes N°1 y N°2 (Tabla 1-5), lo que contradice el hecho que se hayan iniciado con la biomasa más baja, prácticamente en un mismo lugar y en un mismo periodo. En el caso del cuadrante N°2, la justificación está basada por el efecto de densidad, ya que se inició y finalizó con la densidad más alta con una talla final semejante a los alcanzados en los cuadrantes N° 3 y 4, respectivamente. Lo anterior indicaría que no necesariamente una mayor densidad implica menor talla final. En que la tasa de crecimiento de la densidad de

siembra inicial está acompañada de una tasa de disminución de la talla muy baja, que en el caso del rango fue prácticamente nulo. En el caso del cuadrante N°1, la justificación está basada por el efecto de peso medio, ya que se finalizó con la talla más grande aunque con la menor densidad, siendo su efecto neto un aumento de la biomasa en relación a los cuadrante N° 3 y 4, respectivamente.

En conclusión, el modelo propuesto permite determinar la biomasa. Entre las características más relevante destaca la necesidad de construir estos modelos separando los componentes peso medio y densidad. En la industria del cultivo de *M. chilensis* es importante determinar cuál es la densidad más conveniente, ya que existiría una relación positiva entre la mayor densidad inicial y la final por un lado (beneficio) versus mayor densidad mayor pérdida de semilla (costo) lo que permite concluir que hay un nivel óptimo de densidad de siembra desde el punto de vista económico.

Igualmente, utilizar indicadores con alto contenido de información como el IRP permite tener modelos más simples en la determinación del peso medio y por ende de la biomasa, con un alto nivel de ajuste. Una limitante importante para la industria es que este modelo no aborda el tema de la distribución de tallas, aspecto relevante al momento de la cosecha.

2. MODELO DEL MOMENTO ÓPTIMO DE COSECHA

2.1 Introducción

El primer modelo para determinar el momento óptimo de cosecha fue desarrollado para la industria forestal (Faustmann 1849), siendo la primera aplicación para el sector acuícola desarrollada por Bjorndal (1988), quien posteriormente mejoró su modelo incorporando series infinitas (Bjorndal 1990), aunque este desarrollo no planteó nuevas restricciones. Amason (1992) introdujo un análisis dinámico incorporando el efecto de la alimentación al momento óptimo de la cosecha. Mistiaen & Strand (1998) mejoraron el modelo anterior incorporando el efecto precio en función del calibre y la estacionalidad en los mercados internacionales. Forsberg (1999) desarrolló un modelo de decisión óptima de la cosecha desde la perspectiva de definición de estrategias: una basada en tallas grandes y la segunda en tallas homogéneas, siendo la primera, en todos los escenarios analizados, superior a la segunda. Guttormsen (2001) desarrolló un modelo para la industria acuícola del salmón incorporando la estacionalidad en los precios y las restricciones asociadas a las épocas del año en que es factible realizar la siembra: marzo-mayo y agosto-septiembre.

Pascue *et al.* (2002) llevó a cabo la evaluación de varios modelos bioeconómicos con el propósito de analizar la práctica y la teoría en la decisión del momento óptimo de la cosecha. Los resultados muestran que la teoría y la práctica son divergentes, concluyéndose que los riesgos no están incorporados en la tasa de descuento como lo presumen los modelos. En particular, los modelos no incorporarían los riesgos asociados a los parámetros que utilizan.

Ye *et al.* (2005) llevaron a cabo un estudio detallado de los riesgos asociados a un conjunto de variables para el langostino tigre, para lo cual plantearon un sistema conformado por 25 ecuaciones, determinando que la variable de riesgo más relevante era la tasa de mortalidad en las diferentes fases de crecimiento de esta especie. En la última década han surgido varios estudios tendientes a incorporar el efecto riesgo a través de modelos bioeconómicos dinámicos y estocásticos (Purohit *et al.* 2002, Meliá *et al.* 2005, Choi J.D. *et al.* 2006, Shamshak *et al.* 2009) abordando la dinámica del crecimiento de la especie, la variabilidad

de los parámetros y, en algunos casos, diferentes escenarios orientados a determinar el momento óptimo de cosecha.

Los modelos para abordar el riesgo también han sido desarrollados fuertemente en otras áreas de la investigación como en la teoría de las opciones (Johnson 2006) quien plantea un modelo dinámico del momento de inversión a través de procesos Brownianos y de Ornsteins – Uhlenbeck, cuyo principio es detenerse cuando se detecta que no es posible mejorar el valor esperado del flujo de caja. Maart & Mubholl (2011) desarrollaron para el sector agrícola un modelo basado en funciones de distribuciones binomiales generando árboles de decisiones cuya estructura de alternativas es creciente y con diferentes probabilidades de ocurrencia.

En resumen, los modelos desarrollados para determinar el momento óptimo son bastantes extensos. Los primeros modelos se orientaron a incorporar las variables relevantes de decisión (precio, mortalidad, talla, densidad, alimentación, etc...) y una segunda generación, que se han desarrollados principalmente en la última década, orientado a incorporar el efecto del riesgo a través de modelos dinámicos y estocásticos.

Los avances observados en los últimos estudios del momento óptimo permiten concluir que el efecto riesgo es una variable relevante al momento de tomar la decisión de cosechar ahora versus postergar la decisión hasta el próximo periodo. La incertidumbre, en términos de reconocer cuál es la variable relevante a estudiar, es propia de cada industria acuícola; en particular, existen algunas que son transversales entre las industrias como el precio y la mortalidad. Un elemento negativo que se desprende de la revisión bibliográfica es el exceso de sistemas de ecuaciones necesarias para describir el sistema global, todo lo cual hace poco práctico que estos modelos puedan ser utilizados por la industria, de hecho, rara vez el número de ecuaciones de estos sistemas es menor a 10 ecuaciones.

El modelo desarrollado en la presente tesis adicionalmente a incorporar el efecto riesgo tuvo como propósito plantear un modelo que pudiera ser utilizado por la industria, en términos de cumplir con el objetivo de determinar el momento óptimo y que simultáneamente no fuera complejo implementarlo.

2.2 Modelo del momento óptimo de la cosecha

2.2.1 Introducción al modelo

La industria acuícola de mitílidos al igual que otras industrias acuícolas, se caracteriza por desarrollar su capacidad productiva en un área concesionable. Esta área en la mitilicultura se divide en cuadrantes y cada cuadrante está constituido por un número fijo de sistemas longline.

Así por ejemplo, la concesión en estudio está conformada por cuatro cuadrantes y cada uno de ellos por diez sistemas longline en paralelo. Por lo anterior, la unidad mínima productiva corresponde a un sistema longline. La decisión de sembrar o cosechar se toma siempre sobre la totalidad de la línea longline y en ningún caso sobre una parte de ésta.

El modelo de inversión de la industria mitilicultora, al igual que los modelos de la mayoría de las industrias acuícolas, se caracteriza por el siguiente perfil de flujo de caja: La inversión (I_0) se realiza en su totalidad en un instante del tiempo, al inicio del perfil. En la industria en estudio la inversión inicial está conformada por el costo en la semilla, el costo de sembrar y el valor de mercado del sistema longline. Por otro lado, el ingreso (Y_t) se recibe en su totalidad en un instante posterior del tiempo de siembra y está constituido por el valor de venta de la producción menos el costo de cosechar.

Durante el periodo comprendido entre la siembra y la cosecha se incurre en un costo de mantenimiento C_t . El valor de este costo es bajo en relación a otras industrias acuícolas, ya que en la industria mitilicultora no se llevan a cabo las labores de alimentación y no se realizan mantenciones mayores al sistema longline, por cuanto éste es generador de desprendimiento. Por último, existe un valor residual al momento de la cosecha, asociado al valor de mercado del sistema longline (boyas y cuelgas de cultivo).

El modelo del momento óptimo en las condiciones antes descritas y en términos continuos queda descrito a través de la siguiente expresión:

$$Max \cdot VAN \cdot (T) = -I_0 + Y_T \cdot e^{-iT} - \int_{t=0}^{t=T} C_t \cdot e^{-it} dt + VR_t \cdot e^{-it} \quad (2.1)$$

Dónde:

I_0 = Inversión inicial (millones de pesos).

Y_T = Ingreso neto total en el tiempo T (millones de pesos).

C_t = Costo de operación y mantención en el tiempo t.

VR_T = Valor residual del sistema longline en el tiempo T.

i = Tasa de interés en (%/unidad de tiempo).

Para obtener el máximo de la función objetivo, ésta se deriva respecto al tiempo y se iguala a cero, obteniendo la condición de primer orden o solución de Fisher

$$\frac{\partial Y(T)}{\partial t} - C_T + \frac{\partial VR(T)}{\partial t} = i \cdot (Y_T + VR_T) \quad (2.2)$$

La condición 2.2 en resumen corresponde a una situación de indiferencia marginal entre el beneficio neto marginal de cosechar en T (lado izquierdo) y el beneficio marginal alternativo de invertir a la tasa de descuento i . La condición de equilibrio continuo se puede utilizar siempre y cuando se cumplan varios supuestos implícitos, algunos de los cuales no están presentes en la industria mitilicultora, como los siguientes:

1. **El ingreso Y_t fluctúa en el horizonte de planificación generando un VAN que tiene varios máximos locales:** Dado que el precio del *Mytilus chilensis* se transa en kg por carne y éste depende de la disponibilidad de alimento, la que varía estacionalmente durante el año, entonces el precio y por ende, el ingreso, fluctúan generando un VAN con varios máximos locales.
La situación anterior no está presente en la piscicultura, y en general, en aquellas industrias en las cuales el alimento es administrado por el concesionario, generándose en estas situaciones un solo máximo que es el máximo global.

2. **La estructura de precios en la industria del cultivo de mitílidos es por calibres lo que genera una función del VAN que no es derivable.** El precio de transacción entre centro de cultivo y las plantas procesadoras se realiza en función de los calibres de tallas, cuyos tramos son discretos. Los tramos de calibres están definido como el número de unidades necesarias para completar un kilogramo.

En la Tabla 2-1 se muestran los seis tipos de calibre con sus respectivos precios. Así por ejemplo, el calibre 300-400 significa que deben existir entre 300 a 400 unidades de *M. chilensis* en un kilogramo, la lógica de esta estratificación es premiar la producción de mayor peso en carne. Dado que los precios tienen una estructura no continua entonces los valores de Y_t no son continuos y por consiguiente el VAN no es función no derivables (presenta quiebres, no es lisa).

Tabla 2-1: Precios por calibres de *Mytilus chilensis*

Conceptos	Distribución de calibres					
Rango (unidades/kg)	> 500	400-500	300-400	200-300	100-200	< 100
Precio (\$/kg)	30	50	250	500	800	1000
Unidad/kg	Min 500	400	300	200	100	Max 100
(carne)/unidad	< 2,0	2,50	3,33	5,00	10,00	>10
Rango (g (carne)/unidad)	0-2,0	2,0-2,5	2,5-3,3	3,3-5,0	5,0-10	>10,0

2.2.2 Modelo del momento óptimo

El modelo del momento óptimo de cosecha corresponde a un modelo discreto que maximiza el Valor Actual Neto Esperado (VANE) o equivalentemente maximiza la utilidad del sistema longline, de forma de obtener el máximo global, cuya expresión en términos generales es la siguiente:

$$Max \cdot \left[ANE_T \right] = -I_0 + \frac{Y_T}{(1+i)^T} - \sum_{t=0}^{t=T} \frac{C_t}{(1+i)^t} + \frac{VR_T}{(1+i)^T} \quad 2.3$$

s.a. $Y_T = P_T \cdot B_{C,T}$

Donde el valor de P_T corresponde al precio en el tiempo T (\$/kg carne) y $B_{C,T}$ a la biomasa de la carne en el tiempo T (kg carne). La tesis propone como hipótesis que el momento óptimo de la cosecha puede determinarse a través de un método heurístico cuyo máximo global se alcanza cuando la talla de la concha es marginalmente cercana a la talla asintótica (condición de primer orden). Dado que existen infinitos puntos que cumplen esa condición a partir de un tiempo t^* , se requiere de una segunda condición de orden. La segunda condición de orden que determina el momento óptimo de la cosecha corresponde a aquel periodo para el cual, para el conjunto de escenarios futuros no existen valores esperados de θ mayor al valor actual o existiendo valores mayores a éste no se compensa el costo de esperar.

La metodología propuesta incorpora la incertidumbre en la toma de decisiones a través del valor de θ para los próximos periodos. La estimación del valor de θ en esta tesis se realizó a través de extrapolación lineal que se describe en el anexo B. Para traducir la hipótesis anterior en reglas de negocios operativa de cálculo se utilizan dos criterios secuenciales. Los criterios son los siguientes:

PRIMER CRITERIO: El momento óptimo se alcanza cuando la talla en el periodo t alcanza marginalmente la talla asintótica, es decir, existe un crecimiento de la concha de un periodo a otro muy pequeño de forma tal que el crecimiento del peso total es atribuible al peso de la carne y éste a la disponibilidad de alimento del periodo, determinado por la variable rendimiento θ , así, para cualquier L_t se cumple:

- i. $\theta_{t+1} > \theta_t$ entonces $P_{t+1} \geq P_t$
- ii. $\theta_{t+1} < \theta_t$ entonces $P_{t+1} \leq P_t$

Nótese que la condición del lado izquierdo es estricta y la del lado derecho es mayor o igual; el crecimiento de θ no asegura el cambio del tramo de precio.

Adicionalmente, en condiciones normales siempre se cumple que si aumenta el valor de θ entonces el valor de la biomasa también aumenta. El único factor que no permite sostener ese comportamiento es que exista un desprendimiento (reducción de la densidad) que elimina la ganancia en peso. Recordemos que el valor de θ depende del desove y no de la talla, de forma que de existir desove no puede haber aumento de θ y a pesar que aumente la talla. Luego habrá un aumento de la biomasa cumpliéndose las siguientes relaciones:

- i. $\theta_{t+1} > \theta_t$ entonces $Y_{t+1} \geq Y_t$
- ii. $\theta_{t+1} < \theta_t$ entonces $Y_{t+1} \leq Y_t$

SEGUNDO CRITERIO: La condición anterior debe cumplir que el VAN $(T) \geq 0$ y que el VAN no puede ser mejorado en los próximos periodos. La condición en que el VAN no pueda ser mejorado se cumple cuando se satisfacen en forma simultánea las siguientes condiciones de maximización:

- a) Si el valor del rendimiento actual real θ_t es mayor o igual al valor esperado condicional del rendimiento de cualquier escenario futuro η , es decir $\theta_t \geq E(\theta_{t+\eta}/\theta_t)$.

- b) Si el valor del rendimiento θ_t real actual es mayor al valor esperado condicional del rendimiento del periodo $t+\delta$, donde δ es un número entero positivo, es decir $\theta_t > E(\theta_{t+\delta}/\theta_t)$, entonces el ingreso esperado en periodo $t+\delta$ actualizado debe compensar los costos de esperar, lo que implica que se cumple la siguiente condición de maximización:

$$\frac{Y_{T+\delta}}{(1+i)^\delta} - Y_T \leq \sum_{t=0}^{t=\delta} \frac{C_t}{(1+i)^t} + \left[VR_T - \frac{VR_{T+\delta}}{(1+i)^\delta} \right] \quad 2.4$$

En general, el modelo propone lo siguiente: dado que la inversión ya se realizó entonces es una constante en cualquier decisión de cosecha, luego no debe ser incluida; como todo el beneficio depende solamente del ingreso, ya que los costos de operación son bajos, entonces hay que centrarse en la variable ingreso y obtener el mayor valor posible. El mayor valor posible del ingreso está determinado por el precio. El precio depende de la cantidad de carne y esta última llega a su mayor valor cuando se alcanza la mayor talla en presencia del mayor nivel de rendimiento θ .

Fijado el periodo de análisis en las tallas cercanas a la talla asintótica, entonces la única variable relevante que queda es el rendimiento θ . Luego, solo hay que alcanzar el máximo valor esperado de θ , siempre y cuando exista el crecimiento de $\Delta\theta > 0$ y este crecimiento aporte un ingreso tal que supere los costos de esperar, asociados a los costos de operación y costo de oportunidad del dinero de haber invertido la venta y valor residual a una tasa de rentabilidad del capital i .

2.2.3 Metodología de evaluación

Para probar la hipótesis se realiza el cálculo VAN periodo a periodo en la forma tradicional a objeto de determinar el momento óptimo de la cosecha, es decir, cuando el VAN es el máximo. Posteriormente, se aplica la heurística y se determina si el momento óptimo obtenido por la heurística es igual al método tradicional. El horizonte de planificación del cálculo del VAN corresponde al período transcurrido entre mayo de 2009 y diciembre de 2011.

Para realizar el cálculo del VAN en el caso tradicional, se lleva a cabo en primer lugar la determinación de la biomasa en carne de acuerdo al modelo de crecimiento biológico del capítulo anterior, basado en el peso medio y de la densidad media. Posteriormente se determina el precio medio, el ingreso y el VAN. El procedimiento del cálculo del VAN en la forma tradicional se desarrolla en seis pasos, lo cual muestra lo extenso y complejo que es este cálculo. El procedimiento se describe en el punto 2.3.

2.3 Procedimiento para la determinación del precio medio $P(L, \theta)$

Para obtener el precio medio en un instante t , se debe tener en cuenta que el peso en carne es una función de L_t y θt . Para determinar el precio medio para cada L_t se debe incorporar la distribución de tallas, luego el efecto del rendimiento θ y finalmente la distribución por calibre. El procedimiento de cálculo requiere de 6 pasos que se detallan a continuación:

Paso N°1 Construcción de la Función de Distribución por Talla: Para tal efecto se tramifica el universo de posibles valores que puede tomar la variable L_t y en tramos iguales. El universo de posibles valores está comprendido entre 0 a 70 mm y se ha tramificado en tramos iguales de 5 mm, dando origen a 13 tramos ($J = 1, 2, 3, \dots, 13$), de forma tal que el valor medio L_t queda representado a través de la siguiente expresión:

$$L_t = \sum_{j=1}^{J=13} L_j \cdot q_j \qquad \sum_{j=1}^{J=13} q_j = 1 \qquad (2.5)$$

Dónde:

L_t = Largo medio de la concha en el tiempo t . (mm)

L_j = Largo de la concha del tramo j . (mm)

q_j = Proporción de L_j en total de las N observaciones de L_t . (%)

Estudios sobre la distribución de tallas de *Mytilus galloprovincialis* muestran que la distribución de tallas sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma)$ (Babarro *et al.* 2005). En la Tabla 2-2 se muestra la distribución de tallas para largos medios de concha comprendidos entre 16,0 mm a 59,3 mm.

Tabla 2-2: Distribución de la talla según tramo J

L _t medio (mm)	Distribución por talla (%)													Total (%)
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	
16,0	35	15	20	10	10	5	5	0	0	0	0	0	0	100
19,8	24	16	18	10	15	8	7	2	0	0	0	0	0	100
24,9	8	15	18	19	15	12	9	3	1	0	0	0	0	100
29,3	5	7	11	10	30	19	10	5	3	0	0	0	0	100
32,9	3	5	8	11	18	25	15	6	4	4	1	0	0	100
39,6	0	1	3	5	8	19	29	22	7	4	2	0	0	100
43,8	0	0	0	3	7	15	17	25	18	10	5	0	0	100
49,3	0	0	1	3	4	3	6	17	29	20	13	3	1	100
54,2	0	0	0	1	1	4	5	7	17	30	20	10	5	100
59,3	0	0	0	0	0	1	2	5	9	17	30	26	10	100

Con excepción de las tallas pequeñas, menores a 20 mm (talla de semilla), se observa que la media corresponde a la moda.

Paso N°2 “Determinación del Peso de la concha”: A partir de la distribución de talla y utilizando la expresión alométrica del tipo $w_e = \varepsilon L^n$ se puede obtener el peso medio de la concha para cada tramo J. La Tabla 2-3 muestra los valores del peso de la concha para cada tramo J. La tabla muestra en la primera columna el largo medio y en la segunda columna el peso de la concha para ese largo medio. En la fila del encabezado de la tabla se muestra el peso de la concha para cada tramo J, utilizando la talla de la cota superior del tramo J. El peso de la concha para el tramo J se multiplica por el porcentaje de unidades que pertenecen al tramo J, obteniéndose así el peso teórico de la concha del tramo J.

La suma de los pesos de la concha para cada L_t se muestra en la penúltima columna de la tabla con el nombre “Total Peso de la Concha” y en la última columna el error, que da cuenta de la diferencia entre el peso de la concha utilizando el largo medio y la distribución de tallas en base a la talla de la cota superior.

Tabla 2-3: Peso de la concha según tramo J

L _t medio (mm)	Peso de la concha	Peso de la concha (gr/unidad)													Total Peso en Concha	Error (%)
		10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70		
1,60	0,5	0,046	0,058	0,169	0,154	0,252	0,191	0,274	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,1	150
1,98	0,8	0,031	0,062	0,152	0,154	0,379	0,306	0,384	0,151	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,6	96
2,49	1,5	0,010	0,058	0,152	0,293	0,379	0,459	0,494	0,226	0,100	0,000	0,000	0,000	0,000	2,2	42
2,93	2,4	0,007	0,027	0,093	0,154	0,757	0,727	0,549	0,377	0,301	0,000	0,000	0,000	0,000	3,0	26
3,29	3,2	0,004	0,019	0,068	0,170	0,454	0,957	0,823	0,453	0,401	0,519	0,164	0,000	0,000	4,0	25
3,96	5,3	0,000	0,004	0,025	0,077	0,202	0,727	1,592	1,660	0,702	0,519	0,328	0,000	0,000	5,8	10
4,38	7,0	0,000	0,000	0,000	0,046	0,177	0,574	0,933	1,886	1,805	1,297	0,820	0,000	0,000	7,5	8
4,93	9,7	0,000	0,000	0,008	0,046	0,101	0,115	0,329	1,283	2,908	2,594	2,133	0,611	0,249	10,4	7
5,42	12,5	0,000	0,000	0,000	0,015	0,025	0,153	0,274	0,528	1,705	3,891	3,281	2,036	1,244	13,2	6
5,93	15,9	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,038	0,110	0,377	0,902	2,205	4,921	5,294	2,487	16,3	3

Los resultados muestran que el peso de la concha usando el largo medio resulta menor a la suma de los pesos de la concha usando el largo de la cota superior de cada tramo J, siendo un resultado esperado. No obstante, lo más relevante es que el error disminuye en la medida que aumenta la talla, siendo el error menor al 10% para tallas por sobre 40 mm, lo que permite seguir usando este criterio sin introducir un grave error en las estimaciones.

Paso N°3 “Peso de la Carne para un θ fijo”: Obtenido el peso de la concha, y dado un determinado valor del rendimiento, por ejemplo $\theta_t = 30\%$, se obtiene el peso en carne para cada tramo J, usando la expresión ($w_c = (\theta/(1-\theta)) \cdot w_e$). En la Tabla 2-4 se muestra el peso de la carne para cada tramo J.

Tabla 2-4: Peso de la carne según tramo J, para $\theta = 30\%$

L _t medio (mm)	Peso de la Carne	Peso de la carne (gr/unidad)													Total peso en carne	Error (%)
		10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70		
1,6	0,2	0,020	0,025	0,072	0,066	0,108	0,082	0,118	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,49	150
2,0	0,4	0,013	0,027	0,065	0,066	0,162	0,131	0,165	0,065	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,69	96
2,5	0,7	0,004	0,025	0,065	0,126	0,162	0,197	0,212	0,097	0,043	0,000	0,000	0,000	0,000	0,93	42
2,9	1,0	0,003	0,012	0,040	0,066	0,325	0,312	0,235	0,162	0,129	0,000	0,000	0,000	0,000	1,28	26
3,3	1,4	0,002	0,008	0,029	0,073	0,195	0,410	0,353	0,194	0,172	0,222	0,070	0,000	0,000	1,73	25
4,0	2,3	0,000	0,002	0,011	0,033	0,087	0,312	0,682	0,711	0,301	0,222	0,141	0,000	0,000	2,50	10
4,4	3,0	0,000	0,000	0,000	0,020	0,076	0,246	0,400	0,808	0,773	0,556	0,352	0,000	0,000	3,23	8
4,9	4,1	0,000	0,000	0,004	0,020	0,043	0,049	0,141	0,550	1,246	1,112	0,914	0,262	0,107	4,45	7
5,4	5,3	0,000	0,000	0,000	0,007	0,011	0,066	0,118	0,226	0,731	1,668	1,406	0,873	0,533	5,64	6
5,9	6,8	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,016	0,047	0,162	0,387	0,945	2,109	2,269	1,066	7,00	3

Paso N°4 “Agrupación del Peso en Carne por Calibre”: Obtenido el peso en carne para cada L_j y θ fijo, se procede a determinar el peso total en carne para cada calibre k . El procedimiento de construcción es el siguiente: Dado un L_j fijo entonces se suman todos los pesos en carne de la fila cuyo valor pertenecen al tramo del peso en carne del calibre k . El rango de peso en carne del calibre k se muestra en la tercera fila de la Tabla 2-5.

Tabla 2-5: Peso de la carne según tramo k

Lt medio	Distribución por Calibres (gr/unidad)						Total
	> 500 0-2,0	400-500 2,0-2,5	300-400 2,5-3,3	200-300 3,3-5,0	100-200 5,0-10	< 100 >10,0	
1,6	0,373	0,118	0,000	0,000	0,000	0,000	0,491
2,0	0,465	0,165	0,065	0,000	0,000	0,000	0,694
2,5	0,579	0,212	0,097	0,043	0,000	0,000	0,931
2,9	0,757	0,235	0,162	0,129	0,000	0,000	1,282
3,3	0,717	0,353	0,194	0,172	0,293	0,000	1,728
4,0	0,444	0,682	0,711	0,301	0,363	0,000	2,501
4,4	0,342	0,400	0,808	0,773	0,907	0,000	3,231
4,9	0,116	0,141	0,550	1,246	2,287	0,107	4,447
5,4	0,083	0,118	0,226	0,731	3,946	0,533	5,637
5,9	0,016	0,047	0,162	0,387	5,323	1,066	7,001

Paso N°5 “Participación del Peso en Carne Porcentual por cada Calibre: Obtenido el peso en carne por calibre k , se determina la participación del peso del calibre k sobre el peso total, obteniéndose así la función de distribución para L_j y θ fijo. En la Tabla 2-6 se muestra este resultado.

Tabla 2-6: Función de distribución de calibre k

Lt medio (mm)	Distribución de Calibres (%)						Total (%)
	> 500	400-500	300-400	200-300	100-200	< 100	
	0-2,0	2,0-2,5	2,5-3,3	3,3-5,0	5,0-10	>10,0	
1,60	0,76	0,24	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00
1,98	0,67	0,24	0,09	0,00	0,00	0,00	1,00
2,49	0,62	0,23	0,10	0,05	0,00	0,00	1,00
2,93	0,59	0,18	0,13	0,10	0,00	0,00	1,00
3,29	0,41	0,20	0,11	0,10	0,17	0,00	1,00
3,96	0,18	0,27	0,28	0,12	0,15	0,00	1,00
4,38	0,11	0,12	0,25	0,24	0,28	0,00	1,00
4,93	0,03	0,03	0,12	0,28	0,51	0,02	1,00
5,42	0,01	0,02	0,04	0,13	0,70	0,09	1,00
5,93	0,00	0,01	0,02	0,06	0,76	0,15	1,00

De la tabla anterior se observa que para tallas pequeñas la participación se centra en el primer calibre correspondiente a más de 500 unidades por kilo y para las tallas grandes el calibre es de 100 a 200 unidades/kg.

Paso N°6 “Obtención del Precio Promedio”: Una vez obtenido la función de distribución por calibre k se procede a determinar el precio medio a través de la siguiente expresión:

$$\bar{P}_t(L_t, \bar{\theta}) = \sum_{k=1}^{k=6} P_k \cdot p_k \quad \sum_{k=1}^{k=6} p_k = 1 \quad (2.6)$$

Donde

\bar{P}_t = Corresponde al precio promedio para el Lt y rendimiento θ fijo.

P_k = Corresponde al precio del calibre k.

p_k = Corresponde a la proporción de peso en carne del calibre k.

En la Tabla 2-7 se muestra el precio medio para tres escenarios de rendimiento θ . Los resultados más importantes son los siguientes:

- Si θ es constante y $L_{t+1} > L_t$ entonces $P_{t+1} \geq P_t$.
- Si L_t es constante y $\theta_{t+1} > \theta_t$ entonces $P_{t+1} \geq P_t$.
- Si $\theta_{t+1} > \theta_t$ y $L_{t+1} > L_t$ entonces $P_{t+1} > P_t$.

Tabla 2-7: Precio medio en función de L y θ

L	Precio (L_t, θ_t)		
	$\theta = 20\%$	$\theta = 25\%$	$\theta = 30\%$
1,6	30	30	40
2,0	30	34	65
2,5	32	47	89
3,0	34	62	117
3,2	73	129	203
3,9	67	130	255
4,4	137	269	431
4,9	230	403	587
5,4	410	581	733
5,9	577	708	796

2.4 Determinación del precio en el horizonte de planificación

Para determinar el precio de cada periodo para el horizonte de evaluación, el período transcurrido entre mayo de 2009 y diciembre de 2011, se aplica el mismo procedimiento desarrollado en el punto anterior, cuyo detalle de cálculo se adjunta en el Anexo A.

En la Fig. 2-1 se muestra la evolución de la talla con una clara tendencia asintótica. El rendimiento y el precio medio muestran una evolución altamente correlacionadas. La gráfica muestra que para los últimos períodos el crecimiento de la talla es marginal, por lo cual el aumento o disminución del precio medio está determinado principalmente por el valor de θ_t .

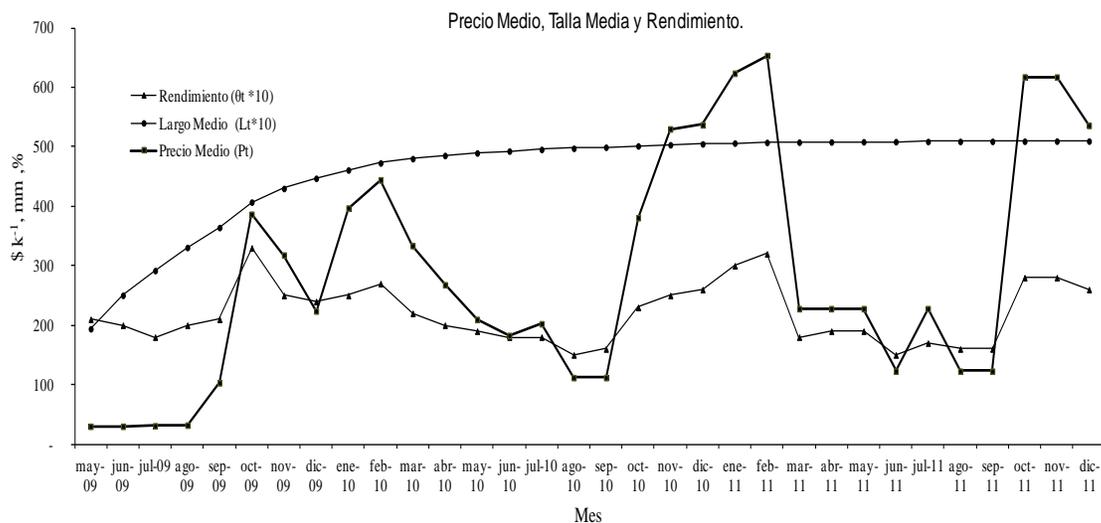


Figura 2-1.
Evolución del precio medio, rendimiento y largo de talla

2.5 Determinación del momento óptimo aplicando método tradicional

Para efecto de determinar el VAN, los parámetros del modelo esta conformado por la inversión inicial, $I_0 = 896.000$ constituida por la inversión en semilla, el costo de sembrado y la inversión directa en el sistema longline. La inversión en el sistema longline asciende a 525.000 y tiene una vida útil de 4 años. El costo mensual de operaciones de una línea es de \$ 200.000. La tasa de interés corresponde al 20% anual.

En Tabla 2-8 se muestra la evolución de la talla, el rendimiento, el peso medio en carne, el precio medio, la biomasa en carne y el ingreso total actualizado. La evolución de la talla es creciente alcanzando la talla asintótica en diciembre de 2011, con 51 mm, resultado consistente con el valor de L_{∞} obtenido para la línea del cuadrante N°1 del capítulo anterior.

No obstante lo anterior, el peso en carne alcanzó los mayores valores en febrero de 2011 asociado a los rendimientos productivos más altos, del orden del 32%. Igualmente, los precios más altos son alcanzados en enero y febrero de 2011 siendo estos de 623 y 653 (\$/kg) respectivamente. El ingreso actualizado también alcanzó el mayor valor en febrero de 2011. Al analizar la evolución de VAN en el horizonte de planificación se aprecia que existen cuatro máximos

1. $L_{\text{oct } 2009} = 40.7 \text{ mm}$ $\theta = 33\%$ VAN = \$ 2.642.459
2. $L_{\text{feb } 2010} = 47.3 \text{ mm}$ $\theta = 27\%$ VAN = \$ 2.210.401
3. $L_{\text{feb } 2011} = 50.7 \text{ mm}$ $\theta = 32\%$ VAN = \$ 3.763.446
4. $L_{\text{oct } 2011} = 50.9 \text{ mm}$ $\theta = 28\%$ VAN = \$ 702.856

El óptimo se registra en febrero de 2011, con un VAN de \$ 3.763.446.

Tabla 2-8: Determinación del VANt (\$)

Mes	L (mm)	θ (%)	w_c (gc/unidad)	P (\$/ Kg carne)	Bc (kg carne)	Yt (\$)	Yt (\$ Actualizados)	VAN _t
may-09	19,4	21	0,21	30,00	1 202	36 049	35 458	- 552 560,9
jun-09	25,0	20	0,39	30,00	2 104	63 125	61 073	- 736 088,5
jul-09	29,2	18	0,51	30,84	2 650	81 747	77 792	- 921 737,4
ago-09	33,1	20	0,82	31,97	3 993	127 639	119 473	- 1 075 816,9
sep-09	36,4	21	1,13	103,15	5 214	537 765	495 107	- 889 496,4
oct-09	40,7	33	2,83	386,65	12 024	4 649 036	4 210 090	2 642 459,7
nov-09	43,0	25	2,22	318,06	9 023	2 869 828	2 556 264	811 738,5
dic-09	44,7	24	2,34	223,90	9 166	2 052 355	1 798 142	- 117 298,8
ene-10	46,1	25	2,68	397,08	10 210	4 054 054	3 493 673	1 413 149,4
feb-10	47,3	27	3,19	444,42	11 814	5 250 218	4 450 322	2 210 401,6
mar-10	48,0	22	2,53	333,70	9 237	3 082 297	2 569 863	176 089,6
abr-10	48,5	20	2,31	268,01	8 321	2 230 207	1 828 951	- 713 270,0
may-10	49,0	19	2,22	209,67	7 905	1 657 409	1 336 928	- 1 348 471,0
jun-10	49,3	18	2,12	182,73	7 463	1 363 663	1 081 949	- 1 741 492,0
jul-10	49,6	18	2,15	202,39	7 517	1 521 363	1 187 282	- 1 769 193,7
ago-10	49,8	15	1,75	111,85	6 069	678 790	521 048	- 2 563 583,3
sep-10	49,9	16	1,90	111,85	6 583	736 278	555 912	- 2 652 119,5
oct-10	50,1	23	3,02	380,83	10 380	3 952 947	2 935 665	- 391 133,2
nov-10	50,3	25	3,40	530,05	11 628	6 163 400	4 502 226	1 061 176,5
dic-10	50,5	26	3,62	536,90	12 298	6 603 035	4 744 297	1 193 395,6
ene-11	50,6	30	4,44	623,76	15 038	9 380 035	6 629 094	2 972 625,5
feb-11	50,7	32	4,91	653,67	16 553	10 819 874	7 521 307	3 763 446,6
mar-11	50,8	18	2,29	227,82	7 726	1 760 180	1 203 510	- 2 651 677,2
abr-11	50,8	19	2,46	227,82	8 259	1 881 652	1 265 474	- 2 683 079,6
may-11	50,8	19	2,46	227,82	8 260	1 881 751	1 244 794	- 2 793 270,2
jun-11	50,9	15	1,85	122,72	6 211	762 211	495 943	- 3 627 876,6
jul-11	50,9	17	2,15	227,82	7 205	1 641 337	1 050 451	- 3 155 468,2
ago-11	50,9	16	2,00	122,72	6 695	821 621	517 215	- 3 767 245,0
sep-11	50,9	16	2,01	122,72	6 689	820 887	508 282	- 3 851 254,6
oct-11	50,9	28	4,10	617,60	13 649	8 429 885	5 134 097	702 856,8
nov-11	51,0	28	4,10	617,35	13 638	8 419 729	5 043 848	544 184,3
dic-11	51,0	26	3,71	535,91	12 309	6 596 453	3 886 832	- 678 061,3

2.6 Determinación del momento óptimo aplicando el modelo

Utilizando la hipótesis de criterios óptimos propuesta en la tesis se tiene el siguiente resultado:

Primer Criterio: “Determinamos los valores de tallas cercanos al valor de talla asintótico”.

- **En octubre de 2009** el máximo no cumple con el primer criterio, ya que la talla es $L = 40,7$ mm, cuya diferencia con la talla asintótica es de $\varepsilon = 10,3$ mm, lo que implica una distancia marginal con respecto de la talla asintótica del 25,3%.
- **En febrero de 2010** el máximo no cumple con el primer criterio, ya que la talla es $L = 47,3$ mm, cuya diferencia con la talla asintótica es de $\varepsilon = 3,7$, lo que implica una distancia marginal con respecto de la talla asintótica del 7,3%.

Comenzaremos con el criterio empírico que aplica la industria acuícola para determinar la cosecha alcanzar como mínimo los 50 mm. En nuestro caso esta situación se da en octubre de 2010.

- **En octubre de 2010** la talla alcanza un $L = 50,1$ lo que implica un $\varepsilon = 0,9$, equivalente a un precisión del 1,7%; a partir de este valor cualquier talla es candidata a ser el óptimo.

Segundo Criterio: “VAN ≥ 0 y no puede ser mejorado el VAN entonces el $\theta_t \geq E(\theta_{t+1}/\theta_t)$ ”

- En octubre de 2010 el $VAN < 0$, luego no es un óptimo y se avanza al próximo periodo.
- En noviembre de 2010 el $VAN > 0$, puede ser el máximo por lo tanto se analiza si ahora **existe la posibilidad de que el VAN_t pueda ser mejorado.**

En la Tabla 2-9 se muestra para cada mes el valor real de rendimiento marcado con una cruz; a partir de dicho valor real se estiman los rendimientos por extrapolación lineal de los rendimientos para los próximos tres periodos y se detecta si existe algún periodo futuro con un valor de rendimiento mayor al rendimiento actual θ_t y se procede a evaluar si en ese periodo se mejorará el VAN, si es así se procede a postergar la decisión de cosechar. En este caso existen rendimientos mejores al 25% que mejoran el VAN usando la expresión (2.4).

Tabla 2-9: Determinación del valor esperado de θ_t

Mes	Valore Esperado de θ_t			
	Nov-01	Dic-10	Ene-11	Feb-11
nov-10	25†			
dic-10	24	26†		
ene-11	28	27	30†	
feb-11	30	30	33	32†
mar-11		33	30	29
abr-11			22	21
may-11				20

Nota: † Valor real actual.

Índices de Rendimiento Mensual			
Mes	Índice Real 2009	Índice Real 2010	Índice Real 2011
Enero	30	25	30
Febrero	33	27	32
Marzo	30	22	29
Abril	22	20	19
Mayo	21	19	19
Junio	20	18	15
Julio	18	18	17
Agosto	20	15	16
Septiembre	21	16	16
Octubre	33	23	30
Noviembre	25	25	28
Diciembre	24	26	25

- En diciembre de 2010 el $VAN > 0$, puede ser el máximo. Los rendimientos esperados son mayores, luego no es óptimo.
- En enero de 2011 el $VAN > 0$, puede ser el máximo. El rendimiento esperado de febrero es mayor al rendimiento del mes de enero, entonces no es el óptimo.
- En febrero de 2011 el $VAN > 0$, puede ser el máximo. El rendimiento esperado de los próximos periodos son más bajo entonces es el óptimo.

En el caso especial analizado se observa que el óptimo alcanzado también se podría haber obtenido sin utilizar la condición (2.4), es decir, usando solo los mayores valores esperados del rendimiento productivo.

2.7 Conclusión.

La heurística propuesta, al menos para la situación analizada, permite alcanzar el óptimo global utilizando dos criterios. El primer criterio está basado en una estrategia comercial, es decir, llegar a la talla comercial más alta y por consiguiente a los mayores ingresos, sin considerar los costos operacionales que en esta industria son marginales. El segundo criterio solicita que el VAN sea mayor o igual a cero y que dicho valor no pueda ser mejorado en el futuro, esta última es una condición de optimalidad.

En general, las publicaciones basadas en modelos cuantitativos destinados a determinar el momento óptimo presentan una escasa incorporación de criterios o estrategias destinadas a alcanzar el momento óptimo, dejando todo al resultado del sistema de ecuaciones que regulan las interacciones de los sistemas productivos y comerciales permitiendo, de esta forma, determinar el momento óptimo.

Las principales observaciones que surgen a ese tipo de enfoque son las siguientes: Los modelamientos no permiten distinguir las variables más relevantes, los resultados son los esperados pudiéndose haber obtenido el mismo resultado a través de construcciones más simples y, por ende, reducir la posterior complejidad de interpretación de los resultados a objeto de determinar la conclusión.

En particular, la heurística propuesta se genera una herramienta que es factible de ser utilizada por la industria acuícola, por su simpleza y por una asociación directa entre los indicadores usados y el concepto de maximización.

Es importante destacar que el modelo incorpora el efecto del riesgo, adicional a la tasa de descuento, a través de la estimación de la variable rendimiento productivo θ . La determinación del valor de esta variable se realiza en forma dinámica actualizando en valor en función de los valores más recientes; Aunque la metodología no genera matrices de probabilidades propios de estos procesos estocásticos markovianos, es posible que el modelo pueda ser mejorado incorporando esa herramienta en la determinación de los estados futuros.

La simplicidad lograda en el modelo presentado en la tesis está sustentada, en parte importante por el uso del índice del rendimiento productivo (IRP ó θ). En particular, este índice tiene un alto contenido de información que permite eliminar complejos sistemas de ecuaciones que introducen un alto grado de aleatoriedad en los resultados y, por ende, en las conclusiones.

Por último, la tesis ha abordado el tema del momento óptimo, no siendo el único tema relevante en la industria del cultivo de *Mytilus chilensis* que puede ser estudiado a través del modelo bioeconómico y desarrollado en la presente tesis. Otras dos decisiones relevantes que pueden ser estudiadas son: la densidad óptima de siembra y el tamaño de la semilla según mes de siembra y la externalidades negativas entre concesionarios. Por últimos, algunas mejoras a realizar o incorporar en el modelo corresponde a incorporar el efecto de las corrientes marinas en la distribución de tallas a lo largo del sistema longline.

BIBLIOGRAFIA. (Modelo de crecimiento de la biomasa)

Amason R. 1990. Optimal feeding schedules and harvesting time in aquaculture. *Marine Resource Economics* 70: 15-135.

Babarro J, U Labarta & M Fernández-Reiriz. 2003. Growth patterns in biomass and size structure of *Mytilus galloprovincialis* cultivated in the Ría de Arousa (north-west Spain). *Journal of the Marine Biological Association of the United Kingdom* 83: 151-158.

Bayne BL & RC Newell. 1983. Physiological energetic of marine molluscs. En: Saleuddin, ASM & KM Wilbur (eds). *The Mollusca 4, Physiology, part 1*: 407-515. Academic Press, New York.

Bayne BL, AJS Hawkins, E Navarro & IP Iglesias. 1989. Effects of seston concentration on feeding, digestion and growth in the mussel *Mytilus edulis*. *Marine Ecology Progress Series* 55: 47-54.

Bjorndal T. 1988. Optimal harvesting of farmed fish. *Marine Resource Economic* 5: 139-159.

Bjorndal T. 1990. *The Economics of Aquaculture*. Blackwell Scientific Publications, Oxford.

Brenner M & BH Buck. 2010. Attachment properties of blue mussel (*Mytilus edulis* L.) byssus threads on culture-based artificial collector substrates. *Aquaculture Engineering* 42: 128-139.

Brattström H & A Johanssen. 1983. Ecological and regional zoogeography of the marine benthic fauna of Chile. *Sarsia* 68: 289-339.

- Camacho A, U Labarta & E Navarro. 2000. Energy balance of mussel *Mytilus galloprovincialis*: the effect of length and age. Marine Ecology Progress Series 199: 149-158.
- Carver C & A Mallet. 1990. Estimating carrying capacity of a coastal inlet for mussel culture. Aquaculture 88: 39-53.
- Choi JD, S Larking & T Spreen. 2006. A bioeconomic model for chm scallop (*Patinopecten yessoensis*) aquaculture in Korea. Aquaculture Economics and Management 10: 125-146.
- Duarte P, R Meneses, AJS Hawkins, M Zhu, J Fang & J Grant. 2003. Mathematical modelling to assess the carrying capacity for multi-species culture within coastal waters. Ecological Modelling 168: 109-143.
- Duarte P, U Labarta & M Fernández-Reiriz. 2008. Modeling local food depletion effects in mussel raft of Galician Rias. Aquaculture 274: 300-312.
- Faustmann M. 1849. Calculation of the value of which forest land and immature stands possess for forestry. Republished with permission from Commonwealth Forest Association. Journal of Forest Economics 1: 7-44.
- Fishing Partners. 2005. Estado de situación y perspectivas de la industria del chorito.
- Fishing Partners Ltda [en línea] www.fishingpartners.cl/publicaciones/200507151158550
- Forsberg O. 1999. Optimal harvesting of farmed Atlantic salmon at two cohort managements strategies and different harvest operation restrictions. Aquaculture Economics and Management 3 (2): 143-158.

- Gangnery A, C Bacher & D Buestel. 2004. Application of population dynamics model to the Mediterranean mussel, *Mytilus galloprovincialis*, reared in Thau Lagoon (France). *Aquaculture* 229: 289-313.
- Grant J, K Curran, T Guyondet, G Tita, C Bacher, V Koutitonsky & M Dowd. 2007. A box model of carrying capacity for suspended mussel aquaculture in Lagune de la Grande-Entrée, Iles-de-la-Madeleine, Québec. *Ecological Modelling* 200: 193-206.
- Guttormsen A. 2001. Faustmann in the sea optimal rotation in aquaculture. Department of Economics and Social Sciences Agricultural University of Norway.
- Johnson T. 2006. The optimal timing of investment decisions. Submitted to the University of London for the degree of PhD, Department of Mathematic.
- Karayücel S, MY Çelik, I Karayücel & G Erik. 2010. Growth and production of raft cultivated Mediterranean mussel (*Mytilus galloprovincialis* Lamarck, 1819) in Sinop, Black sea. *Turkish Journal of Fisheries and Aquatic Sciences* 10: 9-17.
- Kitazawa D, S Tabeta, T Kato & P Ruardij. 2008. A comparative study of the biomass-based and individual-based models of blue mussels. *Ecological Modelling* 215: 93-104.
- Lachance-Bernard M, G Daigle, J Himmelman & M Fréchette. 2010. Biomass-density relationships and self-thinning of blue mussels (*Mytilus* spp.) reared on self-regulated longlines. *Aquaculture* 308: 34-43.
- Lancellotti DA & JA Vásquez. 2000. Zoogeografía de macroinvertebrados bentónicos de la costa de Chile: Contribución para la conservación marina. *Revista Chilena de Historia Natural* 73: 99-129.

- Lauzon-Guay J, D Hamilton & MA Barbeau. 2005. Effect of mussel density and size on the morphology of blue mussels (*Mytilus edulis*) grown in suspended culture in Prince Edward Island, Canada. *Aquaculture* 249: 265-274.
- Lekang O-I, TK Stevik & AM Bomo. 2003. Evaluation of different combined collectors used in longlines for blue mussel farming. *Aquacultural Engineering* 27: 89-104.
- Lemaire N, J Pellerin, M Fournier, L Girault, E Tamigneaux, S Cartier & E Pelletier. 2006. Seasonal variations on physiological parameters in the blue mussel *Mytilus* spp. from farm sites of eastern Quebec. *Aquaculture* 261: 729-751.
- Lök A, S Acarli, S Serdar, A Köse & H Yildiz. 2007. Growth and mortality of Mediterranean mussel *Mytilus galloprovincialis* Lam. 1819 in relation to size on longline in Mersin Bay, Izmir (Turkey, Aegean Sea). *Aquaculture Research* 38: 819-826.
- Maart S. & Mubhoff O. 2011. Optimal timing of farmland investment. Georg August Universitaet Goettingen, Germany. Department of Agricultural Economics and Rural Development.
- M^cKindsey CW, H Thetmeyer, T Landry & W Silvert. 2006. Review of recent carrying capacity models for bivalve culture and recommendations for research and management. *Aquaculture* 261: 451-462.
- Meliá P, D Nizzoli, M Bartoli, M Naldi, M Gatto & P Viaroli. 2003. Assessing the potential impact of clam rearing in dystrophic lagoons: an integrated oxygen balance. *Chemistry and Ecology* 19: 129-146.
- Meliá P & M Gatto. 2005. A stochastic bioeconomic model for the management of clam farming. *Ecological Modelling* 184: 163-174.

- Mistiaen J & I Strand. 1998. Optimal feeding schedules and harvest time for fish with weight-dependent price. *Marine Resource Economics* 13: 231-246.
- Navarro J & J Winter. 1982. Ingestion rate, assimilation efficiency and energy balance in *Mytilus chilensis* in relation to body size and different algal concentrations. *Marine Biology* 67: 255-266.
- Oyarzún P, J Toro, R Jaramillo, R Guíñez, C Briones & M Astorga. 2011. Ciclo gonadal del chorito *M. chilensis* (Bivalvia: Mytilidae) en dos localidades en el sur de Chile. *Latin American Journal of Aquatic Research* 39(3): 512-525.
- Pascoe S, P Wattage & D Naik. 2002. Optimal harvesting strategies: practice versus theory. *Aquaculture Economics and Management* 6 (5): 295-308.
- Rodhouse PG, CM Roden, GM Burnell, MP Hensey, T M^cMahon, B Ottway & TH Ryan. 1984. Food resource, gametogenesis and growth of *Mytilus edulis* on the shore and in suspended culture: Killary Harbour, Ireland. *Journal of the Marine Biological Association of the United Kingdom* 64: 513-529.
- SERNAPESCA. 2010. Anuario Estadístico de Pesca 2009, pp. 136. Servicio Nacional de Pesca, Valparaíso.
- Stigebrandt A. 2011. Carrying capacity: general principles of model construction. *Aquaculture Research* 42: 41-50.
- Strohmeier T, A Duinker, O Strand & J Aure. 2008. Temporal and spatial variation in food availability and meat ratio in a longline mussel farm (*Mytilus edulis*). *Aquaculture* 276: 83-90.

Thorarinsdóttir G & K Gunnarsson. 2003. Reproductive cycles of *Mytilus edulis* L. on the west and east coasts of Iceland. *Polar Research* 22(2): 217-223.

Ye Y, N Loneragan, D Die, R Watson & B Harch. 2005. Bioeconomic modelling and risk assessment of tiger prawn (*Penaeus esculentus*) stock enhancement in Exmouth Gulf, Australia. *Fisheries Research* 73: 231-249.

Van Haren RJF & SALM Kooijman. 1993. Application of a dynamic energy budget model to *Mytilus edulis* (L). *Netherlands Journal of Sea Research* 31: 119-133.

ANEXO A: PROCESO DE DETERMINACIÓN DEL PRECIO MEDIO

Paso N°1 “Construcción de la Función de Distribución por Talla”.

Promedio Ponderado	Largo Modelo	10	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	Total
16,5	19,4	15	30	45	5	5	0	0	0	0	0	0	0	0	100
23,0	25,0	10	10	15	35	22	5	3	0	0	0	0	0	0	100
26,7	29,2	5	13	13	15	30	12	8	3	1	0	0	0	0	100
30,4	33,1	5	9	13	10	30	20	10	5	3	0	0	0	0	105
31,9	36,4	3	5	9	11	20	26	15	5	4	2	0	0	0	100
40,6	40,7	0	0	1	3	8	16	38	21	7	5	1	0	0	100
42,6	43,0	0	0	1	3	6	11	29	26	15	7	2	0	0	100
44,6	44,7	0	0	1	3	5	9	12	35	23	9	2	1	0	100
45,7	46,1	0	0	1	3	5	5	15	27	25	15	3	1	0	100
47,1	47,3	0	0	1	3	5	4	8	25	28	20	4	2	0	100
48,4	48,0	0	0	1	3	3	4	7	20	30	22	8	2	0	100
48,5	48,5	0	0	1	3	3	4	7	18	32	22	7	3	0	100
49,5	49,0	0	0	1	3	3	4	3	17	33	22	9	5	0	100
48,8	49,3	0	0	1	3	3	4	4	18	35	22	7	3	0	100
49,6	49,6	0	0	1	3	3	2	4	17	35	22	8	5	0	100
49,8	49,8	0	0	1	3	3	2	3	17	35	22	9	5	0	100
49,8	49,9	0	0	1	3	3	2	3	17	35	22	9	5	0	100
50,2	50,1	0	0	1	2	3	2	4	15	35	23	10	5	0	100
50,2	50,3	0	0	1	2	3	2	4	15	35	23	10	5	0	100
50,6	50,5	0	0	1	1	3	2	4	15	35	23	10	5	1	100
50,6	50,6	0	0	1	1	3	2	4	15	35	23	10	5	1	100
50,6	50,7	0	0	1	1	3	2	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,8	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,8	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,8	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,9	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,9	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,9	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,9	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
50,8	50,9	0	0	0	1	3	3	4	15	35	23	10	5	1	100
51,0	51,0	0	0	0	0	3	3	4	15	36	23	10	5	1	100
51,0	51,0	0	0	0	0	3	3	4	15	36	23	10	5	1	100

Paso N°2 “Determinación del Peso de la concha”.

Largo Modelo	Peso de la concha	0,13	0,39	0,84	1,54	2,52	3,83	5,49	7,54	10,03	12,97	16,40	20,36	24,87	Total Peso en Concha
1,65	0,5	0,02	0,12	0,38	0,08	0,13	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,7
2,30	1,2	0,01	0,04	0,13	0,54	0,56	0,19	0,16	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,6
2,67	1,8	0,01	0,05	0,11	0,23	0,76	0,46	0,44	0,23	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	2,4
3,04	2,6	0,01	0,03	0,11	0,15	0,76	0,77	0,55	0,38	0,30	0,00	0,00	0,00	0,00	3,1
3,19	3,0	0,00	0,02	0,08	0,17	0,50	1,00	0,82	0,38	0,40	0,26	0,00	0,00	0,00	3,6
4,06	5,7	0,00	0,00	0,01	0,05	0,20	0,61	2,09	1,58	0,70	0,65	0,16	0,00	0,00	6,1
4,26	6,5	0,00	0,00	0,01	0,05	0,15	0,42	1,59	1,96	1,50	0,91	0,33	0,00	0,00	6,9
4,46	7,3	0,00	0,00	0,01	0,05	0,13	0,34	0,66	2,64	2,31	1,17	0,33	0,20	0,00	7,8
4,57	7,8	0,00	0,00	0,01	0,05	0,13	0,19	0,82	2,04	2,51	1,95	0,49	0,20	0,00	8,4
4,71	8,5	0,00	0,00	0,01	0,05	0,13	0,15	0,44	1,89	2,81	2,59	0,66	0,41	0,00	9,1
4,84	9,2	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,15	0,38	1,51	3,01	2,85	1,31	0,41	0,00	9,8
4,85	9,2	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,15	0,38	1,36	3,21	2,85	1,15	0,61	0,00	9,8
4,95	9,7	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,15	0,16	1,28	3,31	2,85	1,48	1,02	0,00	10,4
4,88	9,4	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,15	0,22	1,36	3,51	2,85	1,15	0,61	0,00	10,0
4,96	9,8	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,08	0,22	1,28	3,51	2,85	1,31	1,02	0,00	10,4
4,98	9,9	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,08	0,16	1,28	3,51	2,85	1,48	1,02	0,00	10,5
4,98	9,9	0,00	0,00	0,01	0,05	0,08	0,08	0,16	1,28	3,51	2,85	1,48	1,02	0,00	10,5
5,02	10,1	0,00	0,00	0,01	0,03	0,08	0,08	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,00	10,7
5,02	10,1	0,00	0,00	0,01	0,03	0,08	0,08	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,00	10,7
5,06	10,4	0,00	0,00	0,01	0,02	0,08	0,08	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	10,9
5,06	10,4	0,00	0,00	0,01	0,02	0,08	0,08	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	10,9
5,06	10,4	0,00	0,00	0,01	0,02	0,08	0,08	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	10,9
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,08	10,4	0,00	0,00	0,00	0,02	0,08	0,11	0,22	1,13	3,51	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,10	10,6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,11	0,22	1,13	3,61	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0
5,10	10,6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,08	0,11	0,22	1,13	3,61	2,98	1,64	1,02	0,25	11,0

Paso N°3 “Peso de la Carne para un θt ” (Cambio): En este caso se calcula el peso de la carne de Lt para el valor de θt que existe en dicho periodo. Y en dos pasos, el primero es el peso en carne para el tramo J y posteriormente el mismo valor multiplicado por la probabilidad del tramo de talla del paso N°1

θ	$\theta/(1-\theta)$	Largo Modelo	Peso de la Carne	10	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0
				0,13	0,39	0,84	1,54	2,52	3,83	5,49	7,54	10,03	12,97	16,40	20,36	24,87
21	0,27	1,65	0,13	0,035	0,103	0,225	0,410	0,671	1,017	1,459	2,005	2,665	3,448	4,361	5,413	6,612
20	0,25	2,30	0,31	0,033	0,097	0,211	0,386	0,631	0,957	1,372	1,886	2,507	3,242	4,101	5,090	6,218
18	0,22	2,67	0,40	0,029	0,085	0,185	0,339	0,554	0,840	1,205	1,656	2,201	2,847	3,601	4,470	5,460
20	0,25	3,04	0,65	0,033	0,097	0,211	0,386	0,631	0,957	1,372	1,886	2,507	3,242	4,101	5,090	6,218
21	0,27	3,19	0,79	0,035	0,103	0,225	0,410	0,671	1,017	1,459	2,005	2,665	3,448	4,361	5,413	6,612
33	0,49	4,06	2,81	0,064	0,191	0,416	0,760	1,243	1,885	2,704	3,716	4,939	6,388	8,080	10,029	12,250
25	0,33	4,26	2,16	0,043	0,129	0,282	0,514	0,841	1,276	1,830	2,515	3,342	4,323	5,468	6,787	8,291
24	0,32	4,46	2,32	0,041	0,123	0,267	0,487	0,797	1,209	1,733	2,382	3,166	4,096	5,180	6,430	7,854
25	0,33	4,57	2,61	0,043	0,129	0,282	0,514	0,841	1,276	1,830	2,515	3,342	4,323	5,468	6,787	8,291
27	0,37	4,71	3,16	0,048	0,144	0,312	0,571	0,934	1,416	2,030	2,790	3,709	4,797	6,067	7,531	9,199
22	0,28	4,84	2,58	0,037	0,110	0,238	0,435	0,712	1,080	1,548	2,128	2,828	3,658	4,627	5,743	7,015
20	0,25	4,85	2,31	0,033	0,097	0,211	0,386	0,631	0,957	1,372	1,886	2,507	3,242	4,101	5,090	6,218
19	0,23	4,95	2,28	0,030	0,091	0,198	0,362	0,592	0,898	1,288	1,770	2,352	3,042	3,848	4,776	5,834
18	0,22	4,88	2,06	0,029	0,085	0,185	0,339	0,554	0,840	1,205	1,656	2,201	2,847	3,601	4,470	5,460
18	0,22	4,96	2,15	0,029	0,085	0,185	0,339	0,554	0,840	1,205	1,656	2,201	2,847	3,601	4,470	5,460
15	0,18	4,98	1,75	0,023	0,069	0,149	0,272	0,445	0,675	0,969	1,331	1,769	2,289	2,895	3,593	4,389
16	0,19	4,98	1,88	0,025	0,074	0,161	0,294	0,481	0,729	1,046	1,437	1,910	2,470	3,125	3,878	4,737
23	0,30	5,02	3,02	0,039	0,116	0,252	0,461	0,754	1,143	1,640	2,253	2,995	3,874	4,900	6,082	7,429
25	0,33	5,02	3,37	0,043	0,129	0,282	0,514	0,841	1,276	1,830	2,515	3,342	4,323	5,468	6,787	8,291
26	0,35	5,06	3,64	0,046	0,136	0,297	0,542	0,887	1,345	1,929	2,651	3,523	4,557	5,764	7,154	8,739
30	0,43	5,06	4,44	0,056	0,166	0,362	0,661	1,082	1,640	2,352	3,233	4,297	5,558	7,030	8,726	10,659
32	0,47	5,06	4,87	0,061	0,183	0,398	0,726	1,188	1,801	2,583	3,550	4,718	6,103	7,720	9,582	11,704
18	0,22	5,08	2,29	0,029	0,085	0,185	0,339	0,554	0,840	1,205	1,656	2,201	2,847	3,601	4,470	5,460
19	0,23	5,08	2,45	0,030	0,091	0,198	0,362	0,592	0,898	1,288	1,770	2,352	3,042	3,848	4,776	5,834
19	0,23	5,08	2,45	0,030	0,091	0,198	0,362	0,592	0,898	1,288	1,770	2,352	3,042	3,848	4,776	5,834
15	0,18	5,08	1,84	0,023	0,069	0,149	0,272	0,445	0,675	0,969	1,331	1,769	2,289	2,895	3,593	4,389
17	0,20	5,08	2,14	0,027	0,080	0,173	0,316	0,517	0,784	1,124	1,545	2,054	2,656	3,360	4,170	5,094
16	0,19	5,08	1,99	0,025	0,074	0,161	0,294	0,481	0,729	1,046	1,437	1,910	2,470	3,125	3,878	4,737
16	0,19	5,08	1,99	0,025	0,074	0,161	0,294	0,481	0,729	1,046	1,437	1,910	2,470	3,125	3,878	4,737
28	0,39	5,08	4,06	0,051	0,151	0,329	0,600	0,982	1,489	2,135	2,934	3,899	5,044	6,379	7,918	9,672
28	0,39	5,10	4,11	0,051	0,151	0,329	0,600	0,982	1,489	2,135	2,934	3,899	5,044	6,379	7,918	9,672
26	0,35	5,10	3,72	0,046	0,136	0,297	0,542	0,887	1,345	1,929	2,651	3,523	4,557	5,764	7,154	8,739

Largo Modelo	Peso de la Carne	10	15,0	20,0	25,0	30,0	35,0	40,0	45,0	50,0	55,0	60,0	65,0	70,0	Total
1,65	0,13	0,52	3,10	10,10	2,05	3,36	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	19,13
2,30	0,31	0,33	0,97	3,17	13,50	13,88	4,78	4,12	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	40,75
2,67	0,40	0,14	1,11	2,41	5,08	16,62	10,08	9,64	4,97	2,20	0,00	0,00	0,00	0,00	52,26
3,04	0,65	0,16	0,87	2,75	3,86	18,93	19,14	13,72	9,43	7,52	0,00	0,00	0,00	0,00	76,38
3,19	0,79	0,10	0,52	2,02	4,51	13,42	26,45	21,89	10,03	10,66	6,90	0,00	0,00	0,00	96,50
4,06	2,81	0,00	0,00	0,42	2,28	9,95	30,16	102,74	78,03	34,57	31,94	8,08	0,00	0,00	298,17
4,26	2,16	0,00	0,00	0,28	1,54	5,05	14,03	53,06	65,38	50,13	30,26	10,94	0,00	0,00	230,69
4,46	2,32	0,00	0,00	0,27	1,46	3,99	10,88	20,80	83,38	72,83	36,86	10,36	6,43	0,00	247,26
4,57	2,61	0,00	0,00	0,28	1,54	4,21	6,38	27,45	67,90	83,56	64,85	16,40	6,79	0,00	279,35
4,71	3,16	0,00	0,00	0,31	1,71	4,67	5,66	16,24	69,76	103,84	95,94	24,27	15,06	0,00	337,47
4,84	2,58	0,00	0,00	0,24	1,31	2,14	4,32	10,84	42,56	84,84	80,48	37,01	11,49	0,00	275,21
4,85	2,31	0,00	0,00	0,21	1,16	1,89	3,83	9,61	33,95	80,21	71,33	28,71	15,27	0,00	246,17
4,95	2,28	0,00	0,00	0,20	1,09	1,78	3,59	3,86	30,08	77,61	66,93	34,63	23,88	0,00	243,65
4,88	2,06	0,00	0,00	0,19	1,02	1,66	3,36	4,82	29,81	77,04	62,63	25,21	13,41	0,00	219,14
4,96	2,15	0,00	0,00	0,19	1,02	1,66	1,68	4,82	28,15	77,04	62,63	28,81	22,35	0,00	228,34
4,98	1,75	0,00	0,00	0,15	0,82	1,34	1,35	2,91	22,63	61,93	50,35	26,05	17,97	0,00	185,49
4,98	1,88	0,00	0,00	0,16	0,88	1,44	1,46	3,14	24,43	66,85	54,35	28,12	19,39	0,00	200,22
5,02	3,02	0,00	0,00	0,25	0,92	2,26	2,29	6,56	33,80	104,83	89,10	49,00	30,41	0,00	319,42
5,02	3,37	0,00	0,00	0,28	1,03	2,52	2,55	7,32	37,72	116,98	99,43	54,68	33,94	0,00	356,45
5,06	3,64	0,00	0,00	0,30	0,54	2,66	2,69	7,71	39,76	123,30	104,81	57,64	35,77	8,74	383,92
5,06	4,44	0,00	0,00	0,36	0,66	3,25	3,28	9,41	48,50	150,40	127,84	70,30	43,63	10,66	468,30
5,06	4,87	0,00	0,00	0,40	0,73	3,56	3,60	10,33	53,25	165,15	140,38	77,20	47,91	11,70	514,21
5,08	2,29	0,00	0,00	0,00	0,34	1,66	2,52	4,82	24,84	77,04	65,48	36,01	22,35	5,46	240,51
5,08	2,45	0,00	0,00	0,00	0,36	1,78	2,69	5,15	26,54	82,32	69,97	38,48	23,88	5,83	257,01
5,08	2,45	0,00	0,00	0,00	0,36	1,78	2,69	5,15	26,54	82,32	69,97	38,48	23,88	5,83	257,01
5,08	1,84	0,00	0,00	0,00	0,27	1,34	2,03	3,87	19,97	61,93	52,64	28,95	17,97	4,39	193,35
5,08	2,14	0,00	0,00	0,00	0,32	1,55	2,35	4,50	23,18	71,88	61,10	33,60	20,85	5,09	224,42
5,08	1,99	0,00	0,00	0,00	0,29	1,44	2,19	4,18	21,56	66,85	56,82	31,25	19,39	4,74	208,70
5,08	1,99	0,00	0,00	0,00	0,29	1,44	2,19	4,18	21,56	66,85	56,82	31,25	19,39	4,74	208,70
5,08	4,06	0,00	0,00	0,00	0,60	2,95	4,47	8,54	44,01	136,48	116,00	63,79	39,59	9,67	426,10
5,10	4,11	0,00	0,00	0,00	0,60	2,95	4,47	8,54	44,01	140,38	116,00	63,79	39,59	9,67	429,40
5,10	3,72	0,00	0,00	0,00	0,00	2,66	4,03	7,71	39,76	126,83	104,81	57,64	35,77	8,74	387,95

Paso N°4 “Agrupación del Peso en carne por Calibre”.

Distribucion de Talla									
Calibre (unidades/kg			> 500	400-500	300-400	200-300	100-200	< 100	
\$/kg			30	50	250	500	800	1000	
Unidad/kg			800	500	400	300	200	100	
g carne/unidad			2,00	2,50	3,33	5,00	10,00	>10	
Lt	Øt	Wc							Total Wc *10
1,65	21,0	0,13	19,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	19,1
2,30	20,0	0,31	40,8	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	40,8
2,67	18,0	0,40	50,1	2,2	0,0	0,0	0,0	0,0	52,3
3,04	20,0	0,65	68,9	7,5	0,0	0,0	0,0	0,0	76,4
3,19	21,0	0,79	78,9	0,0	20,7	6,9	0,0	0,0	106,5
4,06	33,0	2,81	42,8	0,0	102,7	112,6	40,0	0,0	298,2
4,26	25,0	2,16	74,0	0,0	65,4	112,6	10,9	0,0	262,9
4,46	24,0	2,32	37,4	83,4	72,8	36,9	16,8	0,0	247,3
4,57	25,0	2,61	39,9	0,0	67,9	148,4	23,2	0,0	279,4
4,71	27,0	3,16	12,4	16,2	69,8	199,8	39,3	0,0	337,5
4,84	22,0	2,58	18,8	42,6	84,8	117,5	11,5	0,0	275,2
4,85	20,0	2,31	50,6	0,0	151,5	28,7	15,3	0,0	246,2
4,95	19,0	2,28	40,6	77,6	66,9	58,5	0,0	0,0	243,7
4,88	18,0	2,06	40,9	77,0	62,6	38,6	0,0	0,0	219,1
4,96	18,0	2,15	37,5	77,0	62,6	51,2	0,0	0,0	228,3
4,98	15,0	1,75	91,1	50,4	26,1	18,0	0,0	0,0	185,5
4,98	16,0	1,88	98,4	54,3	28,1	19,4	0,0	0,0	200,2
5,02	23,0	3,02	12,3	33,8	104,8	138,1	30,4	0,0	319,4
5,02	25,0	3,37	13,7	0,0	37,7	216,4	88,6	0,0	356,5
5,06	26,0	3,64	13,9	0,0	39,8	228,1	102,1	0,0	383,9
5,06	30,0	4,44	7,5	9,4	48,5	150,4	241,8	10,7	468,3
5,06	32,0	4,87	8,3	0,0	10,3	218,4	265,5	11,7	514,2
5,08	18,0	2,29	34,2	77,0	65,5	58,4	5,5	0,0	240,5
5,08	19,0	2,45	36,5	82,3	70,0	62,4	5,8	0,0	257,0
5,08	19,0	2,45	36,5	82,3	70,0	62,4	5,8	0,0	257,0
5,08	15,0	1,84	89,4	52,6	28,9	22,4	0,0	0,0	193,4
5,08	17,0	2,14	31,9	71,9	61,1	54,5	5,1	0,0	224,4
5,08	16,0	1,99	96,5	56,8	31,2	24,1	0,0	0,0	208,7
5,08	16,0	1,99	96,5	56,8	31,2	24,1	0,0	0,0	208,7
5,08	28,0	4,06	8,0	8,5	44,0	136,5	229,1	0,0	426,1
5,10	28,0	4,11	7,4	8,5	44,0	140,4	229,1	0,0	429,4
5,10	26,0	3,72	14,4	0,0	39,8	231,6	102,1	0,0	387,9

Paso N°5 “Participación del Peso en carne en Porcentual en cada Calibre”**Paso N°6 “Obtención del Precio Promedio para Lt y θt ”.**

Distribucion de Talla										
Calibre (unidades/kg			> 500	400-	300-400	200-300	100-200	< 100		
\$/kg			30	50	250	500	800	1000		
Unidad/kg			800	500	400	300	200	100		
g carne/unidad			2,00	2,50	3,33	5,00	10,00	>10		
Lt	θt	Wc							Total Probabilidad	Precio
1,65	21,0	0,13	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	30
2,30	20,0	0,31	1,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	30
2,67	18,0	0,40	0,96	0,04	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	31
3,04	20,0	0,65	0,90	0,10	0,00	0,00	0,00	0,00	1,00	32
3,19	21,0	0,79	0,74	0,00	0,19	0,06	0,00	0,00	1,00	103
4,06	33,0	2,81	0,14	0,00	0,34	0,38	0,13	0,00	1,00	387
4,26	25,0	2,16	0,28	0,00	0,25	0,43	0,04	0,00	1,00	318
4,46	24,0	2,32	0,15	0,34	0,29	0,15	0,07	0,00	1,00	224
4,57	25,0	2,61	0,14	0,00	0,24	0,53	0,08	0,00	1,00	397
4,71	27,0	3,16	0,04	0,05	0,21	0,59	0,12	0,00	1,00	444
4,84	22,0	2,58	0,07	0,15	0,31	0,43	0,04	0,00	1,00	334
4,85	20,0	2,31	0,21	0,00	0,62	0,12	0,06	0,00	1,00	268
4,95	19,0	2,28	0,17	0,32	0,27	0,24	0,00	0,00	1,00	210
4,88	18,0	2,06	0,19	0,35	0,29	0,18	0,00	0,00	1,00	183
4,96	18,0	2,15	0,16	0,34	0,27	0,22	0,00	0,00	1,00	202
4,98	15,0	1,75	0,49	0,27	0,14	0,10	0,00	0,00	1,00	112
4,98	16,0	1,88	0,49	0,27	0,14	0,10	0,00	0,00	1,00	112
5,02	23,0	3,02	0,04	0,11	0,33	0,43	0,10	0,00	1,00	381
5,02	25,0	3,37	0,04	0,00	0,11	0,61	0,25	0,00	1,00	530
5,06	26,0	3,64	0,04	0,00	0,10	0,59	0,27	0,00	1,00	537
5,06	30,0	4,44	0,02	0,02	0,10	0,32	0,52	0,02	1,00	624
5,06	32,0	4,87	0,02	0,00	0,02	0,42	0,52	0,02	1,00	654
5,08	18,0	2,29	0,14	0,32	0,27	0,24	0,02	0,00	1,00	228
5,08	19,0	2,45	0,14	0,32	0,27	0,24	0,02	0,00	1,00	228
5,08	19,0	2,45	0,14	0,32	0,27	0,24	0,02	0,00	1,00	228
5,08	15,0	1,84	0,46	0,27	0,15	0,12	0,00	0,00	1,00	123
5,08	17,0	2,14	0,14	0,32	0,27	0,24	0,02	0,00	1,00	228
5,08	16,0	1,99	0,46	0,27	0,15	0,12	0,00	0,00	1,00	123
5,08	16,0	1,99	0,46	0,27	0,15	0,12	0,00	0,00	1,00	123
5,08	28,0	4,06	0,02	0,02	0,10	0,32	0,54	0,00	1,00	618
5,10	28,0	4,11	0,02	0,02	0,10	0,33	0,53	0,00	1,00	617
5,10	26,0	3,72	0,04	0,00	0,10	0,60	0,26	0,00	1,00	536

ANEXO B: DE LA ESTIMACIÓN DE LOS VALORES FUTUROS DE θ_t

Para estimar los valores de θ se utiliza extrapolación lineal cuando existen dos series anuales completas. Esta situación se da para el año 2011 en base a la información disponible de los años 2009 y 2010. En la siguiente tabla se muestran los valores reales de θ para los tres años.

Mes	Índice de Rendimiento Productivo (θ)		
	2009	2010	2011
Enero	30	25	30
Febrero	33	27	32
Marzo	30	22	29
Abril	22	20	19
Mayo	21	19	19
Junio	20	18	15
Julio	18	18	17
Agosto	20	15	16
Septiembre	21	16	16
Octubre	33	23	30
Noviembre	25	25	28
Diciembre	24	26	25

La fórmula para estimar los valores del rendimiento para el periodo $t+1$ del año 2011 por extrapolación lineal es la siguiente:

$$\frac{\theta_{t+1,2010} - \theta_{t+1,2009}}{\theta_{t,2010} - \theta_{t,2009}} = \frac{x_{t+1,2011} - \theta_{t+1,2010}}{\theta_{t,2011} - \theta_{t,2010}}$$

Por ejemplo, para determinar el $\theta_{\text{Feb}, 2011}$ conociendo el valor $\theta_{\text{Ene}, 2011}$

$$\frac{\theta_{\text{Feb}, 2010} - \theta_{\text{Feb}, 2009}}{\theta_{\text{Ene}, 2010} - \theta_{\text{Ene}, 2009}} = \frac{x_{t+1, 2011} - \theta_{\text{Feb}, 2010}}{\theta_{\text{Ene}, 2011} - \theta_{\text{Ene}, 2010}}$$

$$\frac{27 - 33}{25 - 30} = \frac{x_{t+1, 2011} - 27}{30 - 25}$$

$$33 = x_{\text{Feb}, 2011}$$

El método de extrapolación lineal tiene un error respecto al valor real del orden del 9%.

Indices de Rendimiento Mensual								
Nº	Mes	Indice Real 2009	Indice Real 2010	Indice Real 2011	Indice Estimad o 2011	Error	Error relativo al valor Real (%)	Valor Absoluto del Error Relativo.
1	Enero	30	25	30	28,50	-1,50	-5,00	5,00
2	Febrero	33	27	32	33,00	1,00	3,13	3,13
3	Marzo	30	22	29	28,67	-0,33	-1,15	1,15
4	Abril	22	20	19	21,75	2,75	14,47	14,47
5	Mayo	21	19	19	18,00	-1,00	-5,26	5,26
6	Junio	20	18	15	18,00	3,00	20,00	20,00
7	Julio	18	18	17	18,00	1,00	5,88	5,88
8	Agosto	20	15	16	15,00	-1,00	-6,25	6,25
9	Septiembre	21	16	16	17,00	1,00	6,25	6,25
10	Octubre	33	23	30	23,00	-7,00	-23,33	23,33
11	Noviembre	25	25	28	25,00	-3,00	-10,71	10,71
12	Diciembre	24	26	25	24,00	-1,00	-4,00	4,00
							Error Promedio	8,79