



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MÉTODO DE MEDICIÓN POR ESTEREOSCOPIA RADIOGRÁFICA PARA SISTEMA HEXÁPODO DE ILIZAROV

DIEGO BERMÚDEZ BECERRA

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado
como parte de los requisitos para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JORGE RAMOS G.

Santiago de Chile, Abril 2010

© MMVII, DIEGO BERMÚDEZ



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MÉTODO DE MEDICIÓN POR ESTEREOSCOPIA RADIOGRÁFICA PARA SISTEMA HEXÁPODO DE ILIZAROV

DIEGO BERMÚDEZ BECERRA

Miembros del Comité:

JORGE RAMOS G.

MIGUEL TORRES T.

JAIME CISTERNAS E.

ALEJANDRO BAAR Z.

JUAN DIXON R.

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado
como parte de los requisitos para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Abril 2010

© MMVII, DIEGO BERMÚDEZ

A mi familia y amigos

AGRADECIMIENTOS

Esta investigación ha llegado a buen puerto gracias al apoyo y soporte de diversas personas. Agradezco en primer lugar a mi padrino Jaime Becerra, de quien he obtenido valiosos comentarios y experiencia. Agradezco a mis padres, por su apoyo incondicional y por haberme dado la posibilidad de estudiar una carrera universitaria.

En este trabajo ha sido crucial la participación de Alejandro Baar, quien es co-investigador, amigo y gestor de la idea de replicar el sistema TSF en Chile. Junto con él, agradezco al profesor Jorge Ramos cuyas valiosas discusiones han sido un gran aporte a los lineamientos de esta investigación.

Agradezco el apoyo de mis compañeros y amigos Ambrosio Olivos, Francisco Alister y Luis Valenzuela quienes hicieron del taller un grato ambiente, a Pablo Roubillard, Tomás Venegas, Oscar Gonzáles y Felipe Garrido. También al profesor Miguel Torres, por su consejos durante el trabajo. Agradezco también la amabilidad de Gloria Escobar, Anita Lazo y Danisa Herrera. Finalmente y con cariño agradezco a mi Escuela de Ingeniería UC por haber puesto a mi disposición todas las herramientas y facilidades para desarrollar mis intereses académicos de principio a fin.

INDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	iv
INDICE DE FIGURAS	ix
INDICE DE TABLAS	xiii
RESUMEN	xiv
ABSTRACT	xv
1. INTRODUCCION	1
2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA Y SOLUCIÓN PROPUESTA	3
2.1. Corrección de deformidades utilizando la plataforma de Stewart-Gough	3
2.2. Definición del problema	5
2.3. Solución propuesta	7
2.3.1. Eliminación de las restricciones de ortogonalidad	7
2.3.2. Error humano en el proceso de medición	8
2.3.3. Medición de la angulación axial de deformación.	8
2.3.4. Prevención de colisión	8
3. DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN	10
3.1. Método de medición	10
3.1.1. Localización mediante estereo-fotogrametría	10
3.1.2. Posicionamiento y calibración de una cámara mediante <i>space resection</i>	11
3.1.3. Implementación en el método TSF	19
3.1.4. Discusión	25
3.2. Incorporación de un asistente gráfico de medición	26
3.3. Control de colisión	28
3.3.1. Aproximación de superficies a partir de radiografías	29
3.3.2. Generación del poliedro	29

3.3.3.	Aproximación mediante elipses	31
3.3.4.	Heurística de ajuste de elipses	33
3.3.5.	Modelación específica de la fractura	35
3.3.6.	Algoritmo de detección de colisión	40
4.	IMPLEMENTACIÓN	41
4.1.	Estructura	41
4.2.	Datos técnicos y características	42
5.	VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	47
5.1.	Generación de la agenda	49
5.2.	Medición de parámetros: Simulación	50
5.2.1.	Implementación y validación del uso de simulación	51
5.2.2.	Metodología	52
5.2.3.	Resultados y análisis	55
5.3.	Medición de parámetros: Casos de estudio	62
5.3.1.	Caso 1. Procedimiento estándar	62
5.3.2.	Caso 2. Variando orientaciones	63
5.3.3.	Caso 3. Variando orientaciones	65
5.4.	Detección de colisión	68
5.4.1.	Colisión en Caso 2	69
5.4.2.	Colisión en Caso 3	70
5.5.	Caso general	72
5.5.1.	Medición en plano patrón	72
5.5.2.	Estimación de superficies	73
6.	CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	75
6.1.	Revisión de resultados	75
6.2.	Problemas	76
6.3.	Trabajo futuro	76
	BIBLIOGRAFIA	77

ANEXO A. HISTORIA Y ESTADO ACTUAL DEL MÉTODO DE CORRECCIÓN DE DEFORMIDADES	80
A.1. Del aparato de Ilizarov a la plataforma de Stewart	80
A.2. Versiones comerciales	82
A.3. Aplicación actual del método	83
A.4. Programa de Planificación	87
A.4.1. Parámetros de deformación	91
A.4.2. Parámetros de montaje	92
A.4.3. Convención de Sentido	92
A.4.4. Generación de la agenda	93
A.5. Aspectos a mejorar	95
A.5.1. Fuentes de error	95
A.6. Resolución de la cinemática directa de la plataforma de Stewart	98
ANEXO B. SOLUCIÓN PROPUESTA	103
B.1. Posición de los marcadores fiduciaros	103
B.2. Parámetros de planificación de los casos operados en Chile	104
B.3. Generación de poliedro: Discriminación de vértices.	105
B.4. Programa: Procedimiento de planificación mediante el método tradicional.	107
B.5. Programa: Procedimiento de medición de parámetros.	109
B.6. Programa: Procedimiento de detección de colisión.	110
B.7. Rotaciones a partir de la angulación	112
ANEXO C. RESULTADOS DE LA VALIDACIÓN EXPERIMENTAL	114
C.1. Validación del uso de simulación.	114
C.2. Validación del uso de simulación: Imágenes.	118
C.3. Implementación del sistema de simulación	121
C.4. Resultados en la prueba de ubicación de puntos	124
C.5. Simulación A: Comportamiento del error de medición respecto de desviaciones en la orientación	126

C.6.	Simulación A: Detalle del error por parámetro y grado de imprecisión n .	128
C.7.	Simulación B: Error en función del ángulo fuentes-fragmento Ψ .	129
C.8.	Simulación C: Influencia del indicador de calibración.	130
C.9.	Detalle de los casos de estudio.	131
C.10.	Imágenes de los casos de estudio 2 y 3	133
C.11.	Figuras de las pruebas de caso general.	138

INDICE DE FIGURAS

2.1 Nomenclatura de las componentes de la plataforma TSF	4
2.2 Error cometido en la violación de las condiciones de medición	6
3.1 Localización de un punto	11
3.2 Problema de <i>space resection</i>	12
3.3 Algunos parámetros que definen el cono de proyección.	14
3.4 Parametros que definen anti-proyección de la imagen	14
3.5 Curva de minimización en la calibración de una imagen.	16
3.6 Gap entre proyección real v/s virtual	17
3.7 Trayectoria de la proyección virtual durante la calibración.	18
3.8 Localización de un punto intersectando rayos	18
3.9 Amplificación del error según el ángulo entre proyecciones	19
3.10 Puntos de localización sobre radiografía	21
3.11 Nomenclatura en la determinación del eje \vec{Z} de un fragmento.	22
3.12 Medición de parámetros en el nuevo método	24
3.13 Diagrama del nuevo procedimiento de medición.	27
3.14 Problema de oclusión	27
3.15 Delineación del contorno del hueso mediante puntos	30
3.16 Cono 3D asociado al contorno 2D de un fragmento	31
3.17 Vértices que definen el polígono 3D del fragmento	32
3.18 Poliedro representado con polígonos de nivel	32
3.19 Aproximación de la sección transversal de un hueso mediante una elipse	33
3.20 La orientación ideal de la 3º radiografía es la oblicua	33
3.21 Problemas asociados al método de ajuste de elipse	34

3.22 Zona del hueso en la cual es válido el método de reconstrucción 3D	35
3.23 Problema de reconstrucción 3D en la zona de fractura	36
3.24 Ubicación de los puntos de tangencia	36
3.25 Osteotomía virtual del hueso	37
3.26 Obtención de los puntos de tangencia que definen la osteotomía.	38
3.27 Representación de un fragmento mediante una nube de puntos	39
3.28 Forma del fragmento expresada en formato STL	39
3.29 Detección de colisión	40
4.1 Aspecto gráfico del programa de planificación	42
4.2 Aspecto gráfico nuevo módulo	43
4.3 Plano de medición y bases	46
5.1 Error de medición versus indicador de calibración en series C0 hasta C5.	57
5.2 Error de medición en función del alejamiento del ángulo fuentes-fragmento. . .	60
5.3 Error absoluto promedio en función del ángulo entre orientaciones ϕ en serie B3. .	60
5.4 Imágenes del Caso 2	64
5.5 Traslación residual en función de ϕ	65
5.6 Holgura mecánica de la plataforma TSF	66
5.7 Errores en el modelamiento de la superficie del fragmento distal.	69
5.8 Posición final del aparato en caso 2. El programa predice un traslape de 0.4 mm. .	70
5.9 Fragmentos del caso 3	71
5.10 Caso general de medición	74
5.11 Caso general de estimación de superficie	74
A.1 Deformidades típicas	80
A.2 Tejido óseo creado mediante Osteosíntesis de Distracción	81
A.3 Versiones comerciales de fijadores hexápodos Ilizarov	83

A.4Radiografías de la deformidad de un paciente	84
A.5Esquema de la ubicación del CORA	84
A.6Corrección de una curvatura global mediante varias osteotomías	85
A.7Radiografías inicial y final de un paciente	86
A.8Implementos de anclaje anillo-hueso	87
A.9Formato de la agenda de corrección	87
A.10Trayectoria tradicional de desplazamiento	88
A.11Nomenclatura y convención de numeración de la plataforma TSF	89
A.12Orientaciones de las vistas Lateral y Antero-posterior	90
A.13Representación de un fragmento mediante un punto y un eje	90
A.14Nomenclatura de los parámetros de deformación según TSF	91
A.15Nomenclatura de los parámetros de montaje según TSF	92
A.16Bases de coordenadas utilizadas en el algoritmo de planificación	94
A.17Plataforma de Stewart	98
A.18Adición de barras virtuales a la plataforma	99
A.19Distintas soluciones a la cinemática de la plataforma	101
A.20Imagen del barrido en una iteración de resolución de la cinemática Stewart . . .	102
B.1 Ubicación de marcadores fiduciaros	103
B.2Ingreso de datos en el planificador tradicional	108
B.3Evaluación gráfica del desplazamiento de corrección	111
B.4Rotación de la bases en función de los parámetros de angulación.	113
C.1Errores de la proyección radiográfica	116
C.2Placa patrón sobre mesa RX y lectura de los parámetros de proyección.	118
C.3Comparación entre proyección matricial y radiográfica	119
C.4Comparación entre proyección matricial y radiográfica ajustada	120

C.5Detalle de los resultados obtenidos en el test.	124
C.6Imágenes de los puntos seleccionados como centro de las esferas.	125
C.7Error de medición en función de la desviación de orientaciones I	126
C.8Error de medición en función de la desviación de orientaciones II	127
C.9Error obtenido para cada parámetro de la serie A	128
C.10Aumento del error de medición con valores extremos de Ψ	129
C.11Relación del error con el indicador de calibración	130
C.12Radiografías caso 2	133
C.13Radiografías caso 3	134
C.14Resultados caso 2	135
C.15Resultados caso 3	136
C.16Desplazamiento planificado para evitar la colisión	137
C.17Fotografías para caso de papel milimetrado	138
C.18Fotografías para la modelación del lavalozas	139
C.19Fotografías utilizadas para crear el modelo del envase de pegamento	140
C.20Resultado del modelamiento de formas generales	140

INDICE DE TABLAS

4.1 Tiempo consumido por función.	45
5.1 Rangos de las variables de simulación	54
5.2 Histograma del error de marcación en píxeles en cada dimensión.	56
5.3 Correlación del error con la desviación de orientaciones	58
5.4 Errores de medición obtenidos en las series B.	61
5.5 Resultados caso 3	67
5.6 Deformación inicial y deformación residual	72
A.1 Input del programa de planificación.	89
A.2 Términos convenidos para indicar el sentido de las mediciones.	93
A.3 Desempeño de TSF versus IRF	96
B.1 Parámetros de planificación de operaciones utilizando TSF en Chile.	105
C.1 Correlación del error con el indicador de calibración	130
C.2 Tabulación de la orientación e indicador de error de cada radiografía utilizada.	131
C.3 Detalle de las mediciones realizadas	132
C.4 Error de corrección en casos de estudio	132

RESUMEN

Una técnica ampliamente utilizada para corregir deformidades óseas en extremidades es la osteogénesis por distracción utilizando un tutor hexápodo. Para implementar este método es necesaria la medición de parámetros geométricos mediante dos radiografías ortogonales. Desviaciones de las condiciones de ortogonalidad ideales de medición e instalación de los anillos inducen un error en la corrección final. Para reducir dicho error este trabajo muestra cómo el uso de marcadores fiduciaros y el uso de la técnica de *space resection* permite la interpretación estereográfica de las radiografías, creando un ambiente de medición robusto y versátil. El método desarrollado permite levantar las restricciones de ortogonalidad del método tradicional y abordar el tema de la colisión entre fragmentos al estimar la superficie 3D de los huesos a partir de su contorno 2D. El método fue implementado en una plataforma TSF eliminando todas las restricciones de ortogonalidad presentes en el método tradicional y abordando la eventual colisión de fragmentos estimando la forma 3D de los fragmentos a partir de sus contornos radiográficos. El valor del *axial view angulation* es medido de la manera tradicional. El error promedio de medición de parámetros en las pruebas realizadas fue de 1.04 mm y 1.9°, similar al obtenido por otros estudios y dentro del rango admitido para el uso médico. Las desviaciones admisibles pueden alcanzar los 30°. Este método simplifica la instalación del aparato al permitir montar ambos anillos en una orientación arbitraria.

Palabras Claves: deformidad ósea, hexápodo de Ilizarov, estereoscopía radiográfica, reconstrucción 3D

ABSTRACT

Distraction Osteogenesis using an hexapod external fixator is a widely used technique for correcting limb deformities. To implement the method, two orthogonal radiographs are needed to measure geometrical parameters. Deviations from the ideal orthogonal conditions of measurement and placement of the rings induces an error in the final result. In order to reduce the associated error this thesis demonstrates how fiducial markers and the use of space resection techniques make it possible to interpret the radiograph stereographically, creating a robust and versatile measurement environment. The method was implemented on a Taylor Spatial Frame fixator eliminating all orthogonal restrictions present in the traditional method and addressing the eventual collision of fragments by estimating 3D bone surfaces from their 2D radiographic contours. On the other hand, measurement of the axial view angulation parameter was measured using the conventional procedure. The average error of measurement in the experiments was 1.04 mm and 1.9°, which are acceptable for the medical purpose and similar to the values reported in other solutions. The admissible deviations can reach up to 30°. This method simplifies intraoperative installation, as it allows the surgeon to place both rings in an arbitrary orientation.

Keywords: bone deformity, Ilizarov hexapod, stereoradiography, 3D contour reconstruction.

1. INTRODUCCION

Esta investigación se enmarca en el contexto de corrección de deformidad ósea en extremidades largas con la técnica de osteogénesis de distracción mediante el método de Ilizarov (Shevtsov, 1997). Este consiste en cortar y distraer el hueso controladamente utilizando un tutor externo. La innovación de incorporar la cinemática de la plataforma de Stewart-Gough (Angeles, 2003) al fijador ortopédico de Ilizarov (IRF) ha supuesto un gran avance (Kortmann, Wolter, & Seide, 1999; Ellis, Borschneck, & Iyun, 2002; Grill et al., 2007). En Europa se conoce como Hecapod Circular Fixator (HCF) y en Estados Unidos como Taylor Spatial Frame (TSF). En el tratamiento es especialmente importante disminuir el error en la medición de los parámetros de deformación ósea y montaje del aparato los cuales influyen directamente en la posición final del hueso. Estos errores llevan comúnmente a la necesidad de realizar una segunda planificación para corregir el error residual de la primera (R. Ellis, Borschneck, Slagel, Ma, & Simpson, 2008).

Actualmente la medición de la deformación se realiza a través de dos radiografías ortogonales y sin abordar en forma rigurosa los efectos de perspectiva (Belei, Schkommodau, Frenkel, Mumme, & Radermacher, 2007; Krettek et al., 2006). Tampoco se toma en cuenta que el tecnólogo no siempre es capaz de tomar imágenes con una ortogonalidad aceptable. Ma, Simpson, and Ellis (2007) han propuesto solucionar esto usando la Tomografía Computarizada. Sin embargo, esto supone una dosis extra de radiación 90-200 veces mayor a la de una radiografía (Lorenzo, Karrellas, Shiran, Deguzman, & Jimenez, 2008). Por otro lado el software de planificación de corrección TSF incentiva al cirujano a montar el anillo proximal paralelo al hueso proximal, para lo cual el cirujano debe exponerse a la radiación del fluoroscopio para verificar esta restricción (R. Ellis et al., 2008). Por último el método TSF no toma en cuenta la eventual colisión de los huesos durante el desplazamiento de corrección, quedando a criterio clínico de médico la evaluación de un desplazamiento que evite el un traslape.

La hipótesis de esta investigación es que la medición de los parámetros de deformación del hueso y posición del aparato mediante estereoscopía radiográfica permitirá eliminar

varias de sus fuentes de error del proceso de medición tradicional, contribuyendo a una mejor precisión en la medición y posterior corrección. Además, permitirá medir la orientación del anillo proximal respecto del fragmento proximal, montado libremente, disminuyendo el uso del fluoroscopio durante la operación.

La novedad del método propuesto radica en la aplicación de técnicas de fotogrametría (Quan & Lan, 1999) (en concreto el concepto de “space resection” y de calibración) sobre las imágenes radiográficas del aparato TSF, lo cual permite a partir de cada radiografía obtener la posición (ubicación, orientación y zoom) de la máquina radiográfica respecto del aparato instalado en la extremidad. Debido a que es posible obtener la posición de la fuente de emisión de rayos en cada imagen, es posible aplicar la estereoscopía para ubicar la posición del hueso respecto del anillo de manera libre, sin restricciones de ortogonalidad.

Sobre todo lo anterior, el poder contar con una sistema que permita ubicar la posición 3D en base a puntos 2D, permite la posibilidad de reconstruir una aproximación de la superficie 3D del hueso a partir del contorno 2D de su proyección en las imágenes (Warzee, Schuind, Kazzi, & Leloup, 2009; Zheng & Dong, 2006). Esto permitiría abordar el tema de la colisión durante el tratamiento y sin necesidad de usar una CT.

En resumen, esta investigación propone el uso de la localización por estereoscopía como base para una serie de mejoras sobre el método de planificación actual, intentando eliminar varias de las distintas fuentes de error en la planificación sin costo de equipo, radiación ni esfuerzo.

El documento se divide en cuatro capítulos. Una breve introducción al tema e identificación de los problemas y soluciones se entrega en el capítulo 2. El capítulo 3 desarrolla las soluciones en detalle mientras que su implementación en un programa computacional y posterior validación experimental se abordan en los capítulos 4 y 5 respectivamente.

2. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA Y SOLUCIÓN PROPUESTA

2.1. Corrección de deformidades utilizando la plataforma de Stewart-Gough

A continuación se menciona el estado actual de la técnica de corrección de deformidades. El procedimiento completo se presenta en detalle en el anexo A.

La técnica de osteogénesis por distracción permite corregir deformaciones en extremidades largas como curvaturas o fracturas soldadas en mala posición (Figuras A.1 y A.4). El procedimiento consiste en seccionar el hueso y desplazar ambos fragmentos controlada y lentamente utilizando un fijador externo. El fijador es una plataforma de Stewart-Gough y es operada por el paciente ajustando los largos de las barras diariamente durante el tratamiento. La lista de largos de cada barra en cada día entregada al paciente es llamada agenda de corrección y es generada utilizando un programa de planificación.

El input del programa es toda la información geométrica que define la posición inicial de la plataforma, la posición de la plataforma respecto de un fragmento de referencia y la posición relativa de ambos fragmentos. Los últimos dos datos son llamados parámetros de montaje y deformación respectivamente. Existen al menos tres versiones comerciales del sistema. En esta investigación se utilizará como referencia la versión conocida como *Taylor Spatial Frame*¹ (TSF; Smith & Nephew², Memphis, TN, EE.UU.). La figura 2.1 muestra la nomenclatura de cada parte. La posición de cada fragmento se define con tres ángulos de rotación y un vector que simboliza su extremo. Este es llamado “origen” en el fragmento proximal y “punto correspondiente” en el fragmento distal. Por convención el fragmento de referencia es el proximal entendiéndose que es el fragmento distal el que se desplaza durante la corrección.

La función del programa es determinar el desplazamiento de la plataforma que junta y alinea los extremos de ambos fragmentos corrigiendo la deformación. En la mayoría de los casos el objetivo es separar ambos fragmentos. Para esto el médico define una posición imaginaria del fragmento distal de manera que cuando el programa intente acercar dicha

¹www.jcharlestaylor.com; www.spatialframe.com

²www.smith-nephew.com

posición a la del extremo proximal el desplazamiento realizado haya sido de alargamiento. El largo asignado a una barra para cada día del tratamiento es una interpolación lineal entre su largo inicial y el final. De esta manera la agenda no garantiza una trayectoria lineal entre los fragmentos (Figura A.10 b).

A mayor exactitud en la medición e ingreso de los inputs al programa, mayor será la exactitud del desplazamiento finalmente ejecutado a excepción de dos factores: graduación entera y holgura mecánica. Las barras de la plataforma están graduadas cada 1 mm, perdiéndose la componente decimal del largo real que debiesen tener finalmente. De mayor impacto en la imprecisión de la posición final del aparato es la holgura del mecanismo (Figura 5.6). En el aparato utilizado ésta permite una traslación relativa entre anillos de entre 1 y 3 mm dependiendo de la posición de la plataforma.

La medición de los parámetros de deformación y montaje es realizada por el médico a partir de dos radiografías ortogonales entre sí: Antero-posterior (AP) y Lateral (LAT). Cada una debe ser además ortogonal al eje del fragmento proximal (Figura A.12). Por

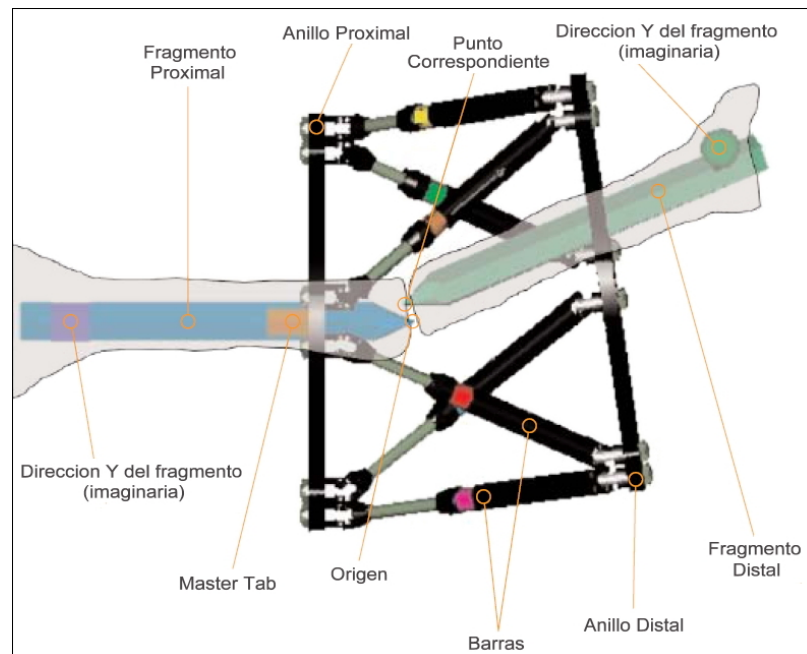


FIGURE 2.1. Nomenclatura TFS. Figura obtenida del documento *Taylor Spatial Frame User's Guide* en www.spatialframe.com.

último este eje debe ser perpendicular al plano del anillo proximal, aunque la violación de esta restricción puede abordarse de manera de minimizar el error en la posterior medición.

2.2. Definición del problema

La motivación de esta investigación es disminuir la imprecisión del desplazamiento de corrección eliminando las fuentes de error existentes en el proceso de medición de los parámetros de deformación y montaje. Dichas fuentes corresponden a los 5 primeros ítems de la siguiente lista de aspectos mejorables del método actual. Las razones de la elección de éstos se aborda en el anexo A.5. Se añade además otro aspecto independiente que podría ser abordado, el cual será explicado a continuación.

Lista de problemas a abordar

- (i) Errores humanos en la medición de parámetros.
- (ii) Incumplimiento de la ortogonalidad entre vistas radiográficas y entre vistas y fragmento proximal.
- (iii) Incumplimiento de la ortogonalidad entre el anillo y el hueso proximal.
- (iv) Interpretación ortográfica de las radiografías.
- (v) Estimación visual del valor del parámetro de deformidad: angulación axial.
- (vi) Colisión de fragmentos

Dado que el médico mide componentes de vectores (Ej. [A,B]) una pequeña desviación α en la orientación de una vista implicará un error no despreciable en la medición. Por ejemplo, en la figura 2.2 el error porcentual Δ en la estimación de la componente B es

$$\Delta = \frac{(B' - B)}{B} = \frac{A}{B} \alpha \quad (2.1)$$

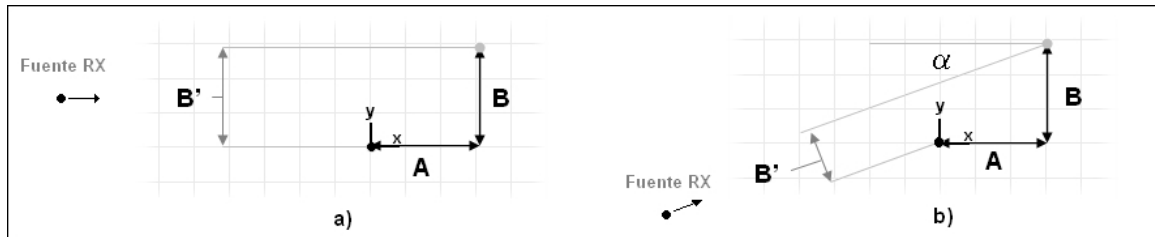


FIGURE 2.2. a) Si la orientación de la proyección es perpendicular a la magnitud a medir el tamaño B' de la imagen refleja el tamaño real B a medir. b) Si la proyección está desalineada el tamaño B' en la imagen no refleja el valor real de B .

α debe estar en radianes, ver detalle en página 96. Para tener una idea: si $A=B$ una desviación de 1° implica un error de medición de 1,7%. En 5 de las 6 operaciones realizadas en Chile por el médicos de la Universidad Católica la desviación promedio de la ortogonalidad en la toma de imágenes fue de 6° (Valores en anexo B.2).

El (iv) ítem hace referencia al error que se comete al interpretar las radiografías como si fuesen proyecciones ortográficas de la escena. En el desarrollo de un programa de reconstrucción 3D de piezas mecánicas a partir de radiografías Shum, Lau, Yuen, and Yu (2002) mencionan la distorsión por perspectiva como uno de los principales problemas.

Con el mismo objetivo Ma et al. (2007) han desarrollado un método de medición que reemplaza el uso de radiografías por la adquisición de un volumen 3D mediante tomografía computarizada (CT). Con esto es posible realizar todas las mediciones mediante un asistente gráfico 3D permitiendo eliminar las fuentes de error mencionadas. El método funciona bien con errores promedio de corrección de 1 mm y 2.8° , similares al rango de holgura del aparato. Sin embargo realizar un CT es más costoso que tomar las radiografías y tiene asociado un daño extra a la salud al depositar en el organismo un nivel de radiación mayor.

El (v) ítem hace referencia a la práctica común y poco rigurosa en como es realizada la medición del ángulo de deformación axial. En rigor esta medición debiese realizarse tomando una tercera radiografía en sentido axial al fragmento proximal, pero debido lo difícil que resulta esto y debido a la carencia de referencias físicas sobre las cuales realizar la medición se opta por realizar la evaluación mediante simple inspección visual. Shtarker,

Volpin, Stolero, Kaushansky, and Samchukov (2002) abordan este problema y propone el uso de una imagen de corte con CT en cada epífisis del hueso para realizar esta medición correctamente. El sistema de Ma et al. (2007) también realiza la medición de este valor.

El (vi) ítem de la lista no tiene que ver con la disminución del error del resultado si no que apunta a mejorar aspectos relacionados con la ejecución del tratamiento.

Como se menciona en el anexo A.4.4, la trayectoria generada por el programa TSF no es lineal. Además no toma en cuenta que los huesos pueden chocar durante el desplazamiento. Tampoco alerta en el caso de que la posición final planificada implique un traslape de los dos fragmentos. Al parecer este tema no ha sido abordado por otros autores. Esto se debe tal vez a que en la mayoría de los casos las correcciones implican una separación de los fragmentos y porque la predicción de una colisión puede ser evidente por simple inspección. En la practica el cirujano evalua la posible colisión mentalmente, en base a la información de las radiografías. Se abordará este problema con el fin de proveer una manera rigurosa de realizar dicha evaluación y optimizar la definición del camino definido para sortear el traslape.

2.3. Solución propuesta

Emulando el espíritu del sistema desarrollado por Ma et al. (2007) la solución propuesta también consiste en un cambio en la manera de realizar las mediciones. Ésta seguirá haciéndose en base a las dos radiografías tradicionales y consistirá en una nueva manera de interpretar la información contenida ella.

2.3.1. Eliminación de las restricciones de ortogonalidad

Se sostiene que la imagen del aparato permite calcular la posición de la fuente de emisión de radiación en cada radiografía utilizando las técnicas de fotogrametría conocidas como “space resection” y calibración. Con la información de la ubicación 3D (posición y orientación) de las fuentes de Rayos-X (RX) es posible implementar la técnica de localización de puntos mediante estereoscopia. Esta permite encontrar la posición 3D de un

mismo punto a partir de su ubicación 2D en cada imagen. De esta forma sería posible reconstruir la posición 3D de cada fragmento respecto del aparato ortopédico a partir de las radiografías, independientemente de la orientación que éstas tengan entre sí o respecto del aparato, permitiendo prescindir de todas las restricciones de ortogonalidad tradicionales. La medición de los parámetros se realizaría sobre la construcción creada y no sobre las distancias bidimensionales de las radiografías como es tradicional.

2.3.2. Error humano en el proceso de medición

La aplicación de esta técnica requiere ejecutar extensivos algoritmos que sólo tienen utilidad práctica si se encuentran implementados en un programa. Por esto se propone añadir estas funciones como un módulo al programa tradicional actual. Esto tiene la ventaja de eximir al médico de realizar las mediciones, eliminando el riesgo de error o mal interpretación de las convenciones de ingreso de datos. El sistema propuesto sólo requiere que el médico indique la posición de nueve puntos sobre cada radiografía para la medición de 11 de los 12 parámetros deformación y montaje.

2.3.3. Medición de la angulación axial de deformación.

Debido a la falta de referencias físicas claras en las radiografías de los fragmentos que indiquen la orientación \vec{Y} de éstos, se ha optado por no cubrir su evaluación, realizándose ésta de la manera tradicional o mediante el método de Shtarker et al. (2002) (página 25). De esta manera el programa de medición evaluará 11 de los 12 parámetros de deformación y montaje.

2.3.4. Prevención de colisión

Para abordar la colisión de fragmentos se propone extender la capacidad de localizar puntos 3D a partir de puntos 2D, a la posibilidad de estimar superficies 3D a partir de contornos 2D como lo desarrollan Warzee et al. (2009). Con los modelos 3D de los fragmentos es posible observar un traslape entre estos durante la corrección y escoger una trayectoria que lo evite.

Por último se propone generar la agenda de manera que el desplazamiento de los extremos de los fragmentos sea una línea recta, evitando la ineficiencia del recorrido eventualmente curvo del sistema actual.

3. DESARROLLO DE LA SOLUCIÓN

En este capítulo se desarrollan las bases del nuevo sistema de planificación. Este se compone de dos partes: el método de medición de parámetros y el método de detección de colisión. Si bien cada uno tiene objetivos distintos ambos se basan en las técnicas de fotogrametría para funcionar.

3.1. Método de medición

Para realizar la medición de parámetros de deformación y montaje es necesario determinar la posición de las bases de coordenadas que definen la ubicación de ambos fragmentos respecto del aparato, en el cual se encuentra la base de coordenadas principal. Para esto se debe determinar primero la posición de la fuente de emisión de radiación respecto del aparato en cada radiografía. A partir de estas posiciones es posible localizar finalmente la posición 3D del punto extremo y la dirección axial que define cada fragmento.

3.1.1. Localización mediante estereo-fotogrametría

La estereoscopía es una técnica conocida desde 1838 que permite percibir profundidad a partir de dos imágenes de una misma escena. Se suele referir popularmente como la manera en que el cerebro percibe la profundidad de los objetos dadas las imágenes que recibe de cada ojo. La estereo-fotogrametría es la formalización de esta técnica en el contexto de encontrar la posición tridimensional de un punto en el espacio, dada su posición 2D en dos imágenes y la posición 3D de las cámaras en la escena.

Para cada cámara existe un rayo \vec{R}_i asociado a la posición 2D punto en la imagen i . Conocida la posición de las cámaras \vec{C}_1 y \vec{C}_2 , la ubicación del punto corresponde a la intersección de los dos rayos en el espacio 3D (Figura 3.1). El valor del ángulo entre los rayos de localización ϕ es distinto para cada punto a localizar. Sin embargo, la variación de su valor se hace despreciable si la distancia relativa entre los distintos puntos es despreciable respecto de la distancia de las fuentes al conjunto de puntos, suponiendo que todos los

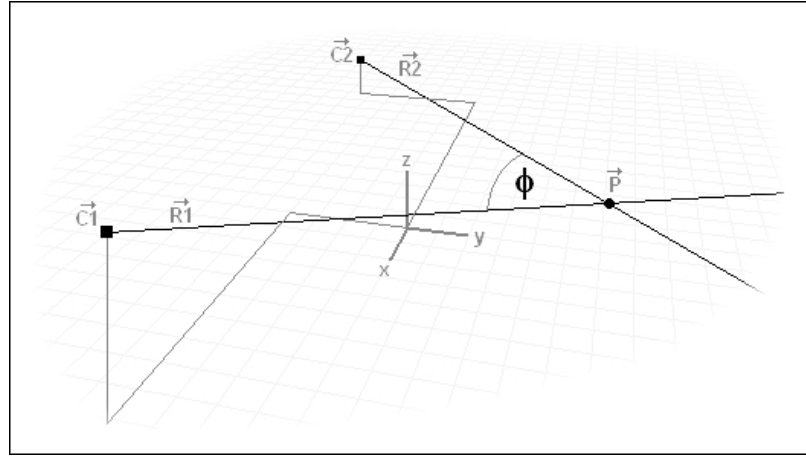


FIGURE 3.1. Localización del punto \vec{P} con la intersección de los rayos provenientes de dos cámaras. En este caso ϕ se ha dibujado respecto del punto \vec{P} .

puntos son cercanos entre sí. Para manejar un solo valor en adelante se referirá a ϕ como el ángulo entre los rayos que se intersectan en el origen del sistema coordenadas.

La manera de realizar las mediciones de las radiografías postoperatorias en el método actual es un caso particular de localización por estereoscopia. En éste, las posiciones de los puntos desde donde se tomaron las imágenes se suponen en el infinito y con un ángulo entre rayos de $\phi = 90^\circ$. La mejora consiste en generalizar esta interpretación estereoscópica calculando la posición \vec{C}_i de las fuentes dada la proyección radiográfica del aparato mismo.

3.1.2. Posicionamiento y calibración de una cámara mediante *space resection*

Una técnica de fotogrametría muy útil es conocida con el nombre de *Space Resection* (Quan & Lan, 1999) que consiste en determinar la posición (traslación y orientación) de una cámara respecto de un objeto a partir de su geometría conocida y conociendo los parámetros de proyección de la cámara.

Si se dispone de un objeto formado por tres puntos, existen a lo más cuatro soluciones. Esto significa que la imagen pudo haber sido tomada desde a lo más cuatro posiciones distintas entregando la misma proyección de los puntos. Al considerar un cuarto punto esta ambigüedad se resuelve. A continuación se detalla la aplicación del método para encontrar la posición de la fuente de rayos X a partir de puntos pertenecientes al aparato ortopédico.

La Figura 3.2 muestra una escena en la cual tres puntos \vec{P}_1 , \vec{P}_2 y \vec{P}_3 del aparato ortopédico son radiografiados desde una fuente RX. Por motivos prácticos y de simplicidad los puntos escogidos son equidistantes entre ellos. La imagen se forma en un plano sensible a la radiación. Lo único conocido en la escena es la imagen formada, las direcciones unitarias \hat{R}_i y el lado L del triángulo. Interesa conocer la posición tridimensional de estos puntos respecto de la fuente de emisión. El punto \vec{P}_i corresponde a la posición 3D del punto $i = 1, 2, 3$ de la radiografía. Su posición respecto de una base de coordenadas solidarias a la fuente de rayos X está dada por la ponderación \hat{R}_i por un factor D_i . Los ponderadores D_i son tales que $|\vec{P}_i - \vec{P}_j| = L$ para $i \neq j$. Este sistema de tres ecuaciones cuadráticas y tres incógnitas se resuelve en forma directa y entrega cuatro soluciones eventualmente distintas.

Para dirimir cuál de ellos corresponde a la posición real se toma en cuenta la posición de un cuarto punto, cuya posición 3D relativa a los otros 3 es conocida. Para cada triángulo solución se calcula la posición del cuarto punto y se toma su proyección en la imagen.

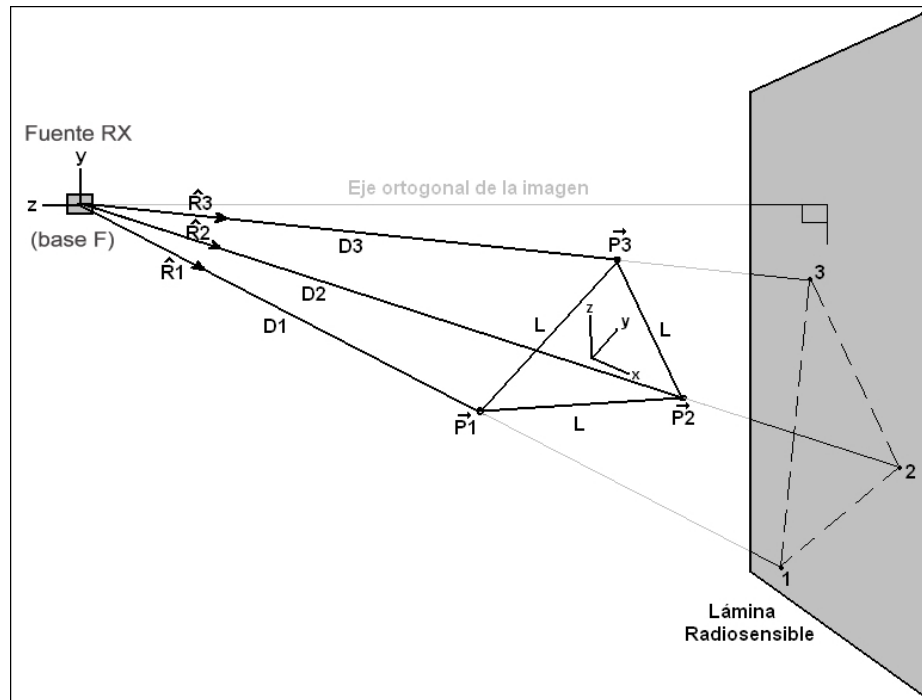


FIGURE 3.2. Relación entre la imagen radiográfica y la posición real de los puntos y la fuente.

Luego se compara la imagen virtual obtenida con la imagen real. Sólo uno de los cuatro triángulos solución generará una imagen virtual del cuarto punto en la posición real de este en la radiografía (la figura 3.6 ilustra esto con un 4º y 5º punto).

El resultado obtenido es la posición de cada punto expresada respecto de una base de coordenadas **F** en la fuente de emisión y lo que interesa es contar con la posición de la fuente respecto de una base de coordenadas definida por los puntos. Para esto se define la base de coordenadas **P** solidaria al triángulo formado por \vec{P}_1 , \vec{P}_2 y \vec{P}_3 . Los vectores que interesan rescatar son el vector posición \vec{F} del origen de la base **F** en coordenadas **P** y los vectores unitarios \vec{x} , \vec{y} , \vec{z} de la base **F** expresados en coordenadas **P**.

Hasta ahora se ha supuesto que a partir de la posición 2D de un punto de la imagen, se puede obtener el correspondiente rayo 3D que sale de la fuente de emisión hacia la posición del punto (anti-proyección). Esta transformación punto→rayo requiere conocer algunos parámetros de la proyección de la imagen. Además se debe suponer que la imagen radiográfica corresponde a una proyección perfecta, exenta de deformaciones. Esto implica por ejemplo que la proyección de una recta sea otra recta. Este supuesto es particularmente válido en el caso de radiografías, a diferencia de proyecciones realizadas utilizando lentes, donde lejos del centro de la imagen ocurren aberraciones relacionadas con la forma del cristal. Dado que la proyección radiográfica no es más que la sombra de los objetos sobre una pantalla plana desde una fuente de emisión puntual, dichas aberraciones no debieran ocurrir, siendo las imperfecciones sólo aquellas que se producen al rescatar la imagen desde la placa. La proyección puede definirse con tres parámetros adimensionales: A, B y N según muestra la Figura 3.3.

Si los parámetros son expresados en píxeles, A y B indican la ubicación del punto de la imagen en el cual corta el eje ortogonal de la emisión. El tercer parámetro N, también en píxeles, corresponde a la lejanía proporcional de la fuente hacia fuera de la imagen. Así el rayo asociado al punto de coordenadas X, Y de la figura es

$$\vec{R} = [X - A, Y - B, -N]$$

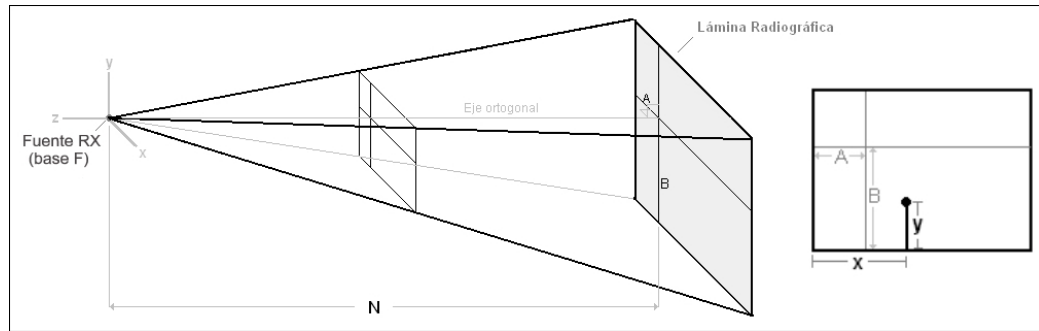


FIGURE 3.3. Algunos parámetros que definen el cono de proyección.

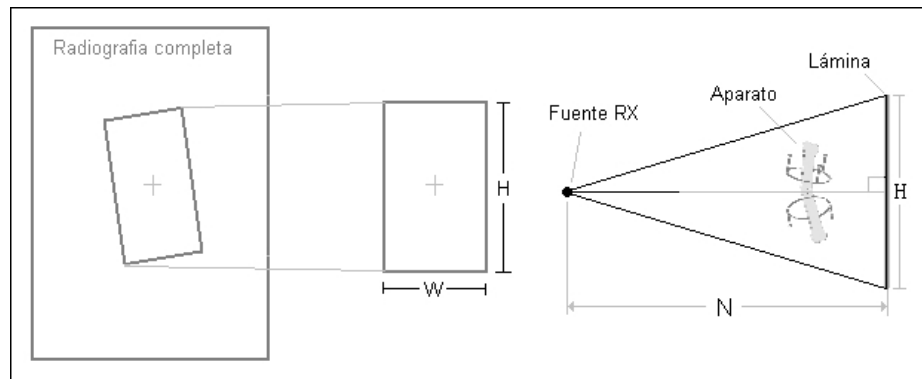


FIGURE 3.4. Si la imagen tomada está centrada el único dato por determinar para realizar la anti-proyección es N .

Los parámetros de proyección podrían ser medidos directamente del aparato radiográfico a utilizar. Sin embargo, aún si se realizase esta tarea, no hay garantía de que la imagen digital cargada al programa corresponda a la proyección completa pudiendo ser sólo un subconjunto o estar incluso rotada. En este caso los parámetros de proyección A y B serían los asociados a la región tomada, que nada tienen que ver con los medidos para la imagen completa. Para no tener que realizar mediciones de los parámetros de proyección de cada máquina a utilizar ni añadir restricciones sobre la imagen a cargar los parámetros de proyección de la máquina serán calculados deducidos del formato de la imagen y utilizando la técnica de *space resection* con un quinto punto. El problema a resolver es conocido con el nombre de *camera calibration* (Quan & Lan, 1999).

Para esto se supondrá que la imagen radiográfica estará centrada. Esto es, que el ancho de la imagen es $2A$ y el alto es $2B$, en cuyo caso el eje ortogonal de la proyección

coincidirá con el centro de la imagen (Figura 3.4). Gracias a que en general el ángulo de visión es pequeño (menor a 24°) el error introducido por la violación de este supuesto es despreciable. Además este supuesto también está en el método tradicional de interpretación radiográfica. De este modo el rayo \vec{R} asociado del punto 2D $[X, Y]$ es

$$\vec{R} = [X - W/2, Y - H/2, -N]$$

Donde W y H son el ancho y alto de la imagen en píxeles, que son conocidos del archivo de imagen. Solo resta determinar N que puede interpretarse como el zoom de la imagen. Su valor puede ser deducido ejecutando el método de *space resection* con un quinto punto. Sólo existe un valor de N que genera una proyección de los 5 puntos en sus respectivos 5 puntos en la imagen real. La figura 3.6 ilustra la diferencia entre la proyección virtual y real del 4º y 5º punto. La diferencia entre la proyección real del 5º punto y su proyección virtual es cuantificada con γ , que es la norma de la resta de ambas proyecciones (vectores 2D). Del mismo modo δ cuantifica la diferencia entre proyecciones del 4º punto. Para encontrar N se minimiza $\gamma + \delta$ mediante iteración.

El algoritmo podría resumirse como:

- (i) Dado un valor de N
- (ii) Encontrar las 4 posiciones 3D de 3 puntos del objeto.
- (iii) Montar virtualmente el 4º y 5º para cada posición y tomar una imagen virtual de dichas estructuras con el mismo valor de N .
- (iv) Comparar la imagen creada con la imagen real y medir γ y δ .
- (v) Variar N bajo algún criterio de exploración y volver a 1 hasta minimizar $\gamma + \delta$.

La función objetivo a minimizar suele tener una forma como la del gráfico de la Figura 3.5. Ambos ejes de la figura son adimensionales debido a que las coordenadas de los puntos se estandarizan dividiéndolas por la mayor componente dentro del conjunto de puntos (*MaxCoord*). Además las componentes son referidas al centro de la imagen y no a una esquina, como es lo usual. En la figura se observa que la curva puede no ser convexa en todo el rango. Por esto es necesario realizar la minimización en dos etapas. Siendo la primera

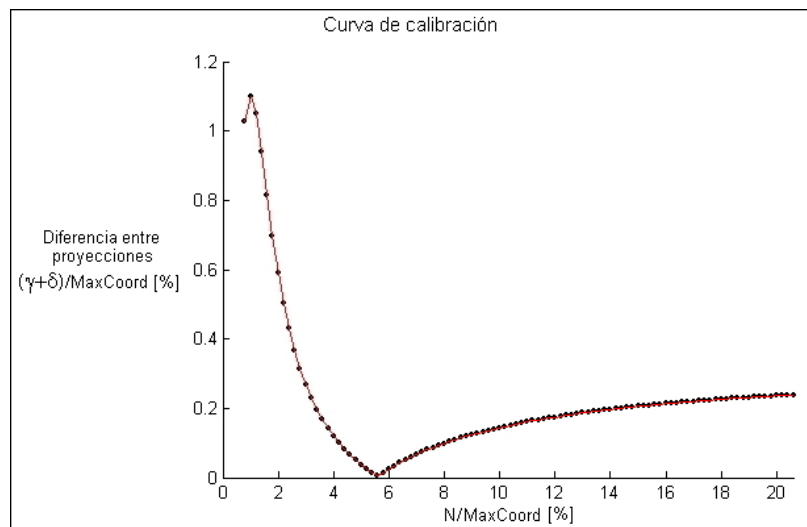


FIGURE 3.5. Curva a minimizar en el proceso de calibración. Diferencia entre proyección virtual y real para distintos valores de N.

un barrido de la función para determinar aproximadamente la ubicación del mínimo global y luego una segunda que realiza una minimización basado en la pendiente. Idealmente el mínimo es cero, pero como es esperable sólo se da en condiciones ideales: proyección radiográfica perfecta, ubicación exacta de los puntos en la imagen y una relación exacta entre el modelo de la posición relativa 3D de los puntos y su posición relativa real en el aparato.

El valor alcanzado por la función objetivo corresponderá al “Indicador de Calibración” del sistema de localización. Como se explica a continuación, existe una probabilidad de que su valor refleje cuán certera ha sido la ubicación de la fuente de Rayos X y por lo tanto su implementación como indicador podrá ser útil para detectar el no cumplimiento de cualquiera de las condiciones ideales mencionadas.

Se habla de probabilidad por que un error en la marcación no siempre se verá reflejado en el valor del indicador. Esto es ejemplificado con el gráfico de la Figura 3.7 que muestra la ubicación de 5 puntos montados en el aparato ortopédico en una radiografía de este (Radiografía Oblicua 1 del caso de estudio 2 ver figura C.12). Las coordenadas han sido estandarizadas dividiéndolas por la componente horizontal del punto D, que es el más lejano del centro de la imagen. Al correr la etapa de barrido del algoritmo de calibración se obtienen todas las posibles proyecciones de los puntos P4 y P5, las que aparecen graficadas

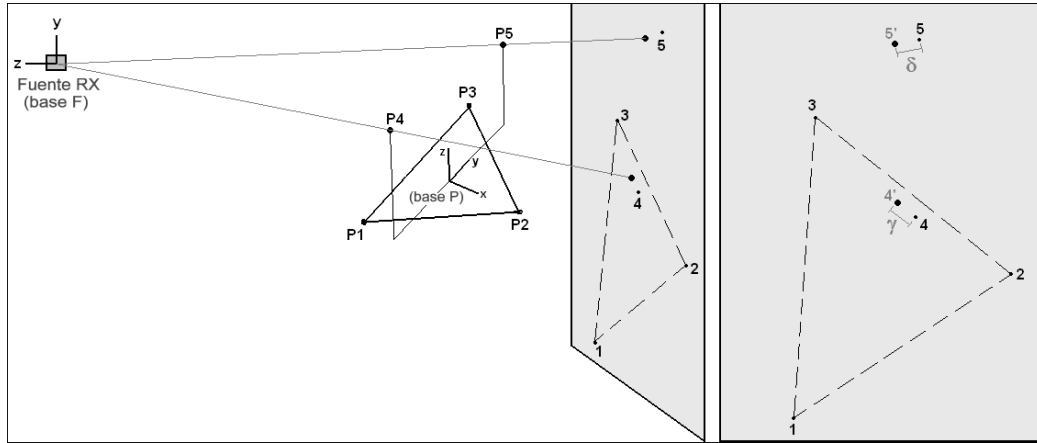


FIGURE 3.6. La proyección virtual $4'$ y $5'$ de los puntos $P4$ y $P5$ en la imagen puede diferir de sus proyecciones reales 4 y 5 . Resolver el problema de fotogrametría implica minimizar esta diferencia.

como dos curvas sobre la imagen. Estas idealmente pasan por dichos puntos. En el caso de haber indicado la posición de $P4$ y $P5$ en lugares erróneos pero sobre las curvas, el algoritmo podría entregar un valor mínimo de cero sin reflejar el error cometido. Del mismo modo, imprecisiones en la ubicación de $P1$, $P2$ y $P3$ modificarán y desplazarán las curvas pudiendo quedar los puntos nuevamente sobre ellas. Dado que el indicador de calibración es insensible a desplazamientos que no aumenten la distancia entre los puntos respecto de las curvas, un valor pequeño de este no debe interpretarse como garantía de la exactitud del proceso. Aunque un valor considerable sí es garantía de que algún error se ha cometido.

Teniendo las posiciones $\vec{F}1$ y $\vec{F}2$ del origen de cada base \mathbf{F} respecto de la base \mathbf{P} y los vectores unitarios que definen dichas bases (Figura 3.8), se puede realizar la localización de un punto por estereoscopia intersectando los rayos definidos por las direcciones \hat{R}_i asociadas al punto en cada imagen.

Idealmente estas rectas debiesen intersectarse, sin embargo en la práctica no se dará debido a errores aleatorios humanos en la señalación de puntos e inexactitudes en la proyección radiográfica. \vec{P} deberá calcularse en el punto medio del segmento de menor distancia entre las rectas. La longitud de dicho segmento será referido como “indicador de localización”. Al igual que el indicador de calibración, este indicador reflejará parte del error asociado a

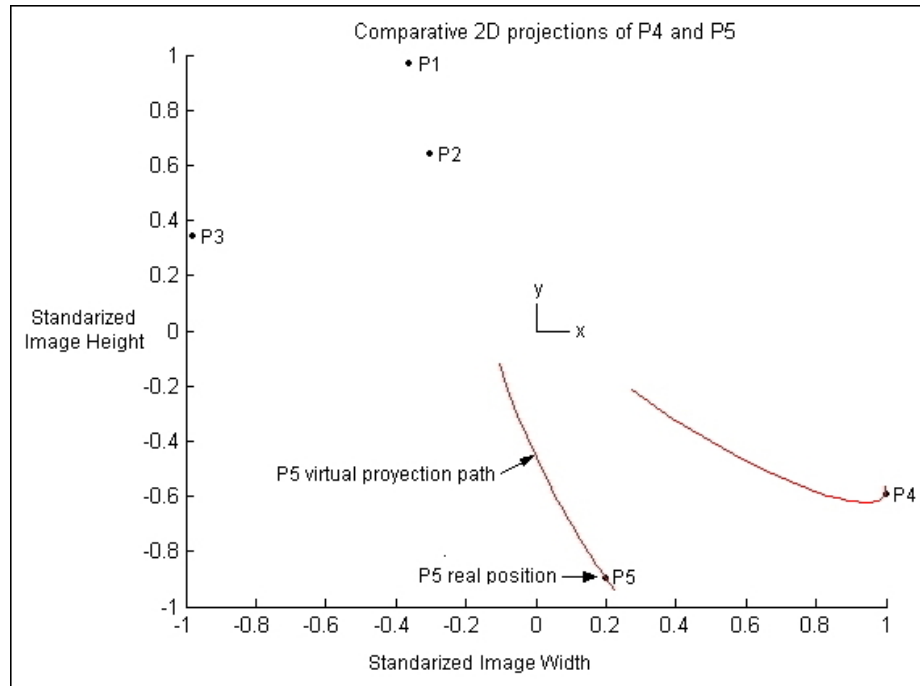


FIGURE 3.7. Trayectoria de la proyección virtual durante la calibración.

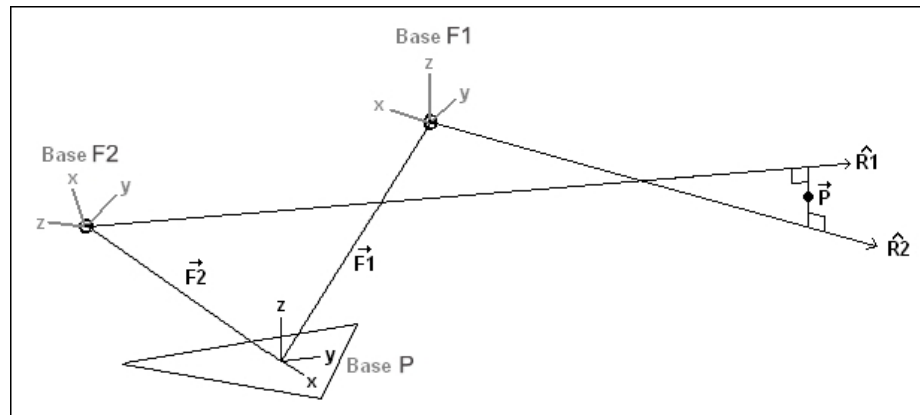


FIGURE 3.8. Localización de un punto intersectando rayos.

la posición calculada para el punto. Será solo parte del error debido a que la longitud del segmento puede también tomar un valor nulo, en cuyo caso sería incorrecto pensar que el error asociado a la medición es también nulo.

En el ámbito de considerar imprecisiones en la definición de los rayos ya sea por error humano en la ubicación de los puntos que los definen o por error en la ubicación de las

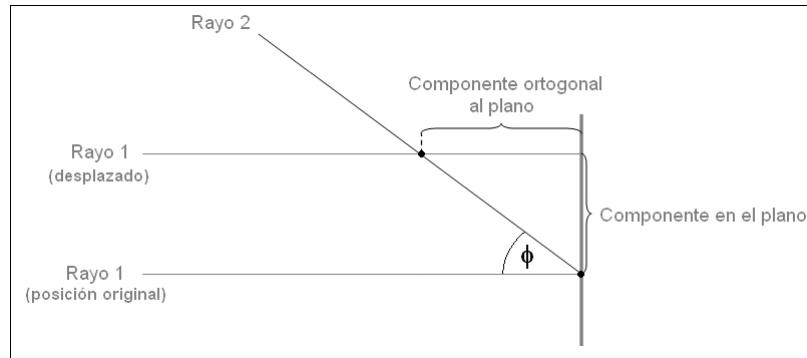


FIGURE 3.9. El error de localización se amplifica si el ángulo entre proyecciones ϕ se aleja de 90° .

fuentes de las cuales nacen, el valor del ángulo ϕ entre las orientaciones de las proyecciones cobra importancia. Cuando las orientaciones son perpendiculares, un desplazamiento de uno de los rayos que indica la posición de un punto, provoca que la posición calculada para éste se desplace sólo en una componente perteneciente al plano de la imagen. Sin embargo cuando las orientaciones no son perpendiculares se añade un desplazamiento en la componente ortogonal al plano de la imagen como se muestra en la figura 3.9. Esta magnificación del error aumenta proporcionalmente a $\tan(|90 - \phi|)$ por lo que realizar estereoscopia desde posiciones demasiado cercanas se vuelve impracticable.

3.1.3. Implementación en el método TSF

El método de medición por estereoscopia es aplicable a cualquier versión comercial del aparato ortopédico. En esta sección mostraremos la implementación de método para la versión TSF, utilizando su nomenclatura y hardware.

Marcadores fiduciaros

Para llevar el método de localización estereográfica a la práctica es necesario contar con puntos pertenecientes al aparato ortopédico que sean reconocidos inequívocamente en cada radiografía. Para minimizar la posibilidad de que estos sean ocluidos por el aparato es deseable que se encuentren alejados de la estructura. Una esfera al final de una barra rígida empotrada al aparato cumple esta función. Para instalarlos en el aparato basta con introducirlos en un orificio y apretarlos atornillando una tuerca en su base. Su instalación solo

se realiza para tomar las radiografías post operatorias, luego de esto pueden desecharse. Los marcadores se introducen en la serie externa de orificios de los anillos y deben ser montados según una convención detallada en el anexo B.1.

Determinación de la geometría del aparato

Para realizar la calibración es necesario conocer posición relativa entre los marcadores. Definiendo la base **P** con los marcadores A, B y C, basta determinar las coordenadas de los puntos D y E respecto de esta base. Para esto es necesario conocer la posición de la plataforma distal respecto de la proximal lo cual ha quedado resuelto al conocer los largos de las barras (Anexo A.6). El largo L del lado del triángulo será distinto pero conocido para cada tipo de anillo a usar.

Localización de un punto

Teniendo en cada radiografía la ubicación de los 5 marcadores se procede realizar con éstos los cálculos de calibración que entregará la posición de la fuente emisión respecto del aparato en cada imagen.

Con las imágenes calibradas se procede a verificar que el primer indicador de calibración se encuentre en un valor aceptable en cada imagen. De ser así se procede a determinar la posición tridimensional y en coordenadas **P** de cualquier punto visible desde ambas vistas tomando su posición 2D en cada imagen y utilizando el método de localización estereoscópica descrito. Dado que la base **P** debe ser solidaria al anillo proximal se aprovechará de definir en el centro del anillo proximal y orientada según el *master tab*.

Si se dispone de más de dos radiografías, la localización puede hacerse entre todas las combinaciones de parejas de vistas obteniendo un valor de \vec{P} por cada pareja. El valor final puede ser el promedio de estas posiciones. Tomando en cuenta las fuentes de error del proceso y suponiendo que el proceso de localización es un estimador insesgado de la posición real de \vec{P} , se puede pensar que mientras más radiografías se tenga (desde distintos ángulos), mayor será la precisión de la localización promedio debido a la disminución de la varianza.

Localización del extremo y eje \vec{Z} de un fragmento

La ubicación del extremo de cada fragmento en la imagen lo realizará el médico de la manera tradicional (Figura 3.10). Los cuatro puntos de la figura serán llamados “puntos de localización” para diferenciarlos de los puntos que se marca para indicar los marcadores fiduciaros. Teniendo la ubicación 2D del extremo en cada imagen, determinar su ubicación es una aplicación directa de la localización por estereoscopia. No lo es así determinar la dirección 3D del eje \vec{Z} del fragmento. Esto se debe a que cuando el médico define un eje 2D sobre la imagen, no define un punto sino una dirección. Esto invalida la suposición de que los puntos marcados en ambas imágenes corresponden al mismo punto del fragmento por lo cual no es posible aplicar el método directamente.

Para determinar el eje se tomará el punto J (2D) ubicado en cualquier parte del segmento definido por el médico para el eje del fragmento. A partir de este se define el rayo \vec{R} desde cada fuente \vec{F} . Sea \vec{E} la posición del extremo del fragmento, \vec{R}_i y \vec{F}_i el rayo y la posición de la fuente de la radiografía $i=1,2$ (Figura 3.11). La dirección del eje \vec{Z} del fragmento se obtiene según:

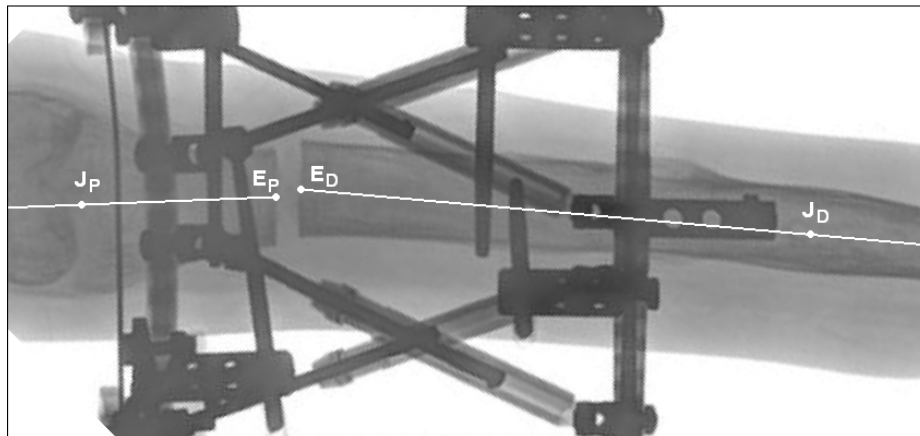


FIGURE 3.10. Puntos localización que definen los extremos y ejes de los huesos sobre una radiografía. E = Extremo, J = eje, P = Proximal.

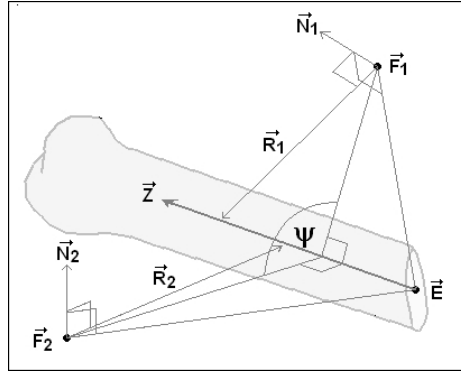


FIGURE 3.11. Nomenclatura en la determinación del eje \vec{Z} de un fragmento.

$$\begin{aligned}\vec{N}_i &= (\vec{E} - \vec{F}_i) \times \vec{R}_i, & i = 1, 2 \\ a &= -(\vec{N}_1 \times \vec{N}_2) \cdot (\vec{E} - \vec{F}_1) \\ \vec{Z} &= a\vec{N}_1 \times \vec{N}_2\end{aligned}$$

Ángulo fuentes-fragmento Ψ

La posición de una fuente y el eje \vec{Z} del fragmento forman un plano. El ángulo Ψ entre los planos definidos por cada fuente es importante ya que al igual que el ángulo ϕ entre las imágenes, tiene un efecto de amplificación del error de ubicación de los puntos cuando su valor se aleja de 90° . Si su valor es cercano a 0° o 180° el método para definir \vec{Z} se invalida. En el capítulo de validación (página 59) se evalúa el impacto de ambos ángulos en la magnificación del error.

Mantención de convenciones y definición de bases de coordenadas

Para no perder la familiaridad y destrezas que haya alcanzado a desarrollar el médico en el uso del sistema tradicional TSF, se mantendrá la nomenclatura y convenciones del método tradicional. Así por ejemplo las restricciones de ortogonalidad serán propuestas como condiciones ideales pero no necesarias. Lo mismo sucederá en la definición de las mediciones a realizar.

Se dispone de la ubicación espacial del extremo y el eje del de cada fragmento. Para realizar las mediciones de deformación y montaje es necesario definir con éstos, una base de coordenadas. El origen de cada base es el extremo de cada fragmento y la dirección \hat{z} , el eje \vec{Z} del fragmento. La base distal será llamada M_1 y la proximal M_2 . El desplazamiento de corrección consiste en desplazar M_1 hasta M_2 .

De los vectores unitarios $\hat{x}_2, \hat{z}_2, \hat{y}_2$, de M_2 sólo se ha definido \hat{z}_2 . Para determinar la base es necesario definir \hat{y}_2 que señala la dirección \vec{Y} del fragmento proximal. Sin embargo dicha dirección no existe físicamente en forma clara como el caso de \vec{Z} por lo cual su definición es arbitraria. Se puede escoger cualquier orientación de \hat{y}_2 (tal que $\hat{y}_2 \cdot \hat{z}_2 = 0$) mientras la medición del ángulo de deformación axial sea realizado tomando en cuenta dicha elección. Para mantener la convención tradicional, en la que \vec{Y} del fragmento proximal apunta en la dirección del eje de la proyección AP (dirección $-\hat{z}$ de la base F AP), se definirá \hat{y}_2 en la posición más parecida a dicha dirección.

Sea \hat{D}_{AP} la dirección de la proyección AP. En general \hat{y}_2 no podrá definirse exactamente en esta dirección, ya que al tener que ser ortogonal al vector \hat{z}_2 ya definido, se encuentra restringida a un plano en el cual puede no estar contenido \hat{D}_{AP} . Así \hat{x}_2 e \hat{y}_2 se calcularán como

$$\hat{x}_2 = \hat{D}_{AP} \times \hat{z}_2$$

$$\hat{y}_2 = \hat{z}_2 \times \hat{x}_2$$

Los vectores \hat{x}_1 e \hat{y}_1 de la base M_1 no necesitan estar definidos para realizar las mediciones.

Medición de los parámetros de deformación

Las mediciones de deformación definen la posición de la base M_1 respecto de la base M_2 . De la base M_1 sólo se ha definido su origen \vec{E}_1 y su dirección \hat{z} (Figura 3.12 a). Las traslaciones de deformación AP, Lateral y Axial corresponden a las coordenadas de la posición del extremo distal respecto del proximal en coordenadas M2:

- *Traslación AP* = $(\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \hat{x}_2$

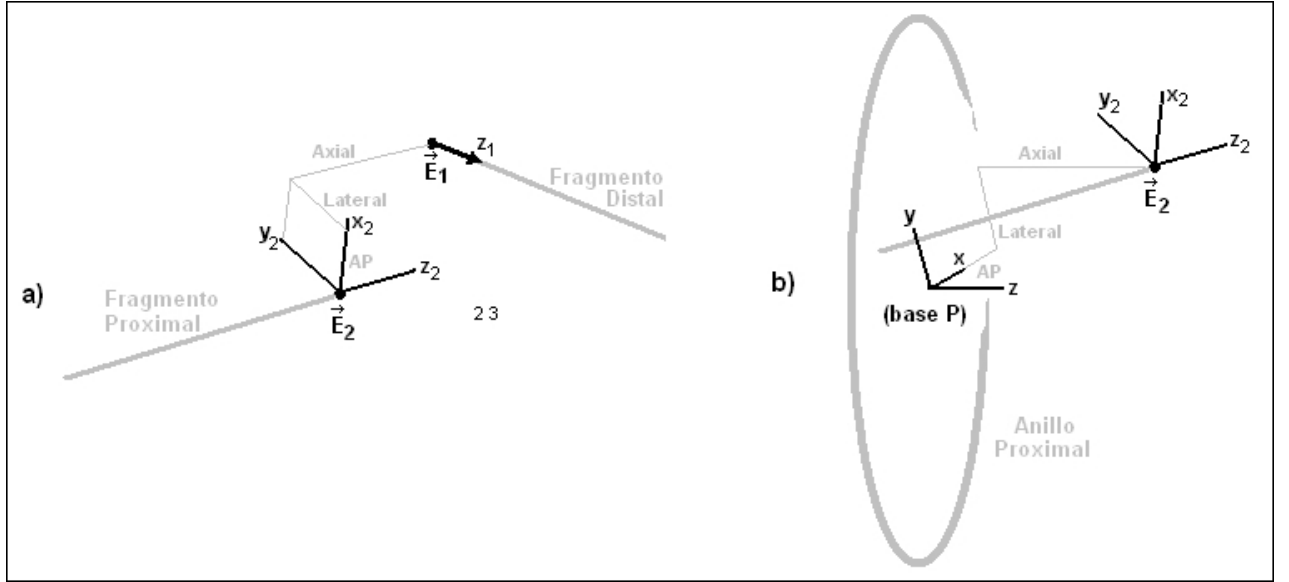


FIGURE 3.12. Medición de parámetros en el nuevo método a) Deformación, b) Montaje.

- $Traslación AP = (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \hat{y}_2$
- $Traslación AP = (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) \cdot \hat{z}_2$

Los ángulos de deformación AP y Lateral se calculan como:

- $Angulación AP = \arctan\left(\frac{\hat{z}_1 \cdot \hat{x}_2}{\hat{z}_1 \cdot \hat{z}_2}\right)$
- $Angulación Lateral = \arctan\left(-\frac{\hat{z}_1 \cdot \hat{y}_2}{\hat{z}_1 \cdot \hat{z}_2}\right)$

Como se ha mencionado, el valor de la angulación axial es entregada por el médico de la manera tradicional. La forma como se miden los ángulos y su interpretación se muestra en el anexo B.7.

Medición de los parámetros de montaje

Las traslaciones de montaje AP, Lateral y Axial corresponde directamente a las componentes del vector \vec{E}_2 expresado relativo a la base **P** (Figura 3.12 b).

Dado que ahora se permite montar el anillo proximal en cualquier orientación respecto del fragmento proximal, será necesario añadir dos mediciones angulares a los parámetros de montaje para que describan esta orientación (completando los tres ángulos básicos). Para definirlos se ocupará la misma convención y nomenclatura utilizada para los ángulos

de deformación, renombrando el parámetro *Rotary Frame Offset* del método tradicional como “angulación axial de montaje”. Los ángulos de montaje se definen como:

- *Angulación AP* = $\arctan\left(\frac{\hat{z}_2 \cdot \hat{x}}{\hat{z}_2 \cdot \hat{z}}\right)$
- *Angulación Lateral* = $\arctan\left(-\frac{\hat{z}_2 \cdot \hat{y}}{\hat{z}_2 \cdot \hat{z}}\right)$
- *Angulación Axial* = $\arctan\left(-\frac{\hat{z}_2 \cdot \hat{x}}{\hat{y}_2 \cdot \hat{y}}\right)$

Donde \hat{x} , \hat{y} y \hat{z} son las direcciones unitarias de la base principal **P**.

3.1.4. Discusión

Como se ha mencionado, esta manera de realizar las mediciones es una generalización de la forma tradicional en la que se realizan. Esto implicaría que en condiciones iguales (misma orientación de imágenes) en el peor de los casos las mediciones realizadas con este método alcanzarán la misma precisión que con el método tradicional.

Interesaría encontrar una manera de medir la angulación axial de deformación, sin embargo esta intención es frustrada por la carencia de patrones claros en la radiografía que indiquen la dirección \vec{Y} de los fragmentos. Una solución puede ser que el médico posicione otro set de marcadores que señalen la dirección en cada fragmento definida según su criterio. Luego se puede utilizar el método de localización para realizar la medición de la angulación entre dichas direcciones. Pero a juicio de los médicos, utilizar las radiografías no tiene sentido práctico ya que una vez puestos los marcadores la evaluación puede realizarse directamente observando los marcadores en sentido axial, siendo prácticamente la misma forma en como realizan la medición actualmente.

En vista de que la instalación de marcadores adicionales sigue estando sujeta a la evaluación visual del médico y que añaden aparatosidad a la solución actual, se ha optado por no cubrir este caso y promover la solución dada por Shtarker et al. (2002). Esta no depende de la evaluación visual del médico ya que se basa en tomografías de corte en la diáfisis (zona cercana a la articulación) de los fragmentos cuya imagen permite definir de manera objetiva un sentido \vec{Y} para el fragmento. En esta técnica la medición del ángulo se realiza observando la rotación relativa de la sección del hueso en ambas tomografías.

3.2. Incorporación de un asistente gráfico de medición

Esta sección trata sobre la eliminación de la primera fuente de error de la lista, la cual refiere a las equivocaciones humanas durante la planificación. Estas comprenden las imprecisiones cometidas durante la medición manual de las imágenes radiográficas y las hechas al momento de ingresar los datos al programa bajo las convenciones del software (Anexo A.4.3). Se propone eximir al médico de las tareas de medición pasando éstas a ser realizadas por un módulo del programa.

De todos los inputs que deben ser entregados al programa, el módulo a crear sólo dará valor a los de deformación y montaje, estando el resto aún a cargo del médico (largo inicial de barras, diámetro de los anillos y duración del tratamiento). La manera propuesta para realizar las mediciones consiste en cargar las imágenes en el módulo, el que las desplegará y permitirá indicar la posición de cada punto relevante con clicks del mouse. Estos corresponden a los cinco marcadores fiduciaros y los cuatro puntos de localización en cada una de las dos radiografías. Estos 18 puntos 2D son entregadas a los algoritmos de triangulación y localización para que finalmente el de medición finalice la función del módulo entregando los parámetros calculados al módulo de planificación tradicional (Diagrama de la figura ??).

Interesaría realizar la ubicación de los 5 marcadores en la imagen en forma automática con un método de procesamiento de imagen. La proyección de los marcadores fiduciaros tienen un patrón reconocible: una esfera en el extremo de una barra unida a ella mediante otra de grueso mas pequeño y de proporciones relativas conocidas. Sin embargo los algoritmos de reconocimiento siempre tendrá asociado una probabilidad de falla. Esto debido a circunstancias fortuitas no controlables en la imagen como lo es el fenómeno de oclusión parcial de la estructura. En dichos casos es necesario el conocimiento adicional de los componentes del aparato para juzgar si el contorno analizado pertenece al marcador o a otro componente del aparato (Figura 3.14).

Para evitar la posibilidad de que estos escenarios generen un error que no sea detectado, se ha optado por confiar esta tarea a la responsabilidad del médico. De todos modos

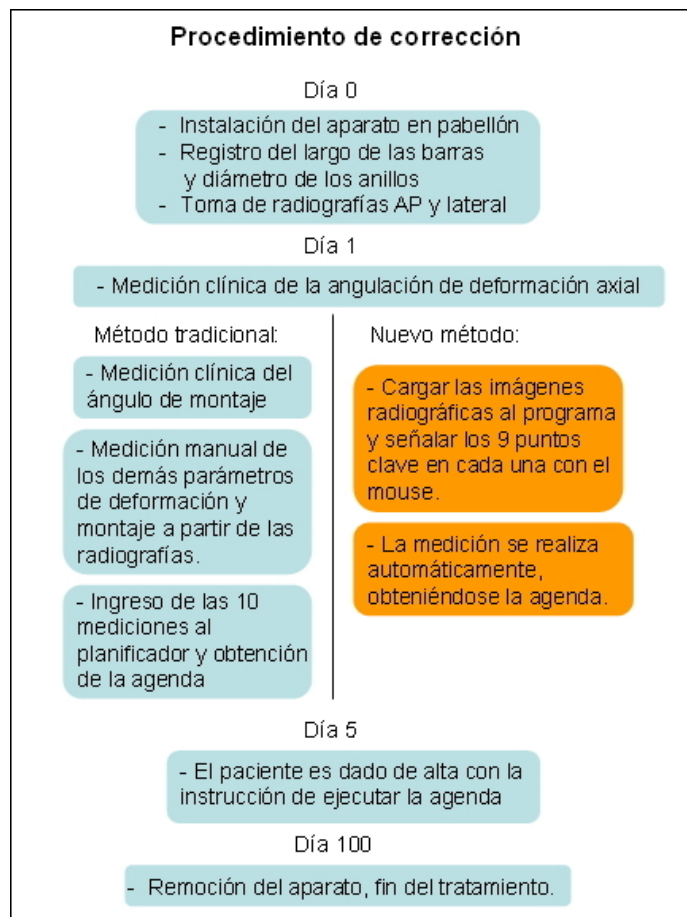


FIGURE 3.13. Diagrama de los pasos que componen el método de corrección.



FIGURE 3.14. Para resolver la ambigüedad de oclusión parcial es necesario un conocimiento previo de los objetos que componen la escena.

la ubicación de los puntos de localización debe ser hecha por él ya que el criterio utilizado para esto no puede ser conceptualizado en un algoritmo.

Esto concluye la descripción del método desarrollado para robustecer el proceso de medición de parámetros y disminuir el error final de la corrección. El resto de la sección describe las soluciones planteadas a los temas de colisión y desplazamiento escalonado.

3.3. Control de colisión

El problema de evitar el traslape de los fragmentos durante la planificación del desplazamiento se reduce a conocer las superficies de éstos. Con ellas y con su posición relativa en cada día de la agenda se puede detectar la eventual colisión y tomar una acción al respecto. Frente a una situación en la que la planificación implique un traslape para en la posición final del desplazamiento se propone permitir que el médico pueda editar los valores de la deformidad final (referida en adelante como deformidad residual) con la quedarán los fragmentos a fin de evitar la colisión. Actualmente el programa de planificación TSF desplaza los fragmentos hasta corregir absolutamente todas las componentes de deformación definida. Generalmente los desplazamientos que interesa realizar implican dejar una deformidad residual, como es el caso de utilizar el programa para realizar un alargamiento (página 4).

En el caso de que la colisión se produzca durante el desplazamiento y no en la posición final se propone permitir al médico definir una trayectoria que sortee el obstáculo. Esto implica ejecutar el desplazamiento en dos tramos, uno desde la posición inicial hasta una posición intermedia y luego otra desde la posición intermedia hasta la final.

Para generar la agenda del primer desplazamiento es necesario determinar la posición intermedia del desplazamiento. Ésta se puede definir ingresando deformaciones residuales de manera que la posición final de los fragmentos para la primera planificación permita que el próximo desplazamiento no implique colisión. Esto se realizará manualmente con ayuda de la simulación gráfica del desplazamiento provisto por el programa para la deformación ingresada. La agenda asociada al segundo desplazamiento se obtiene de realizar la planificación con las deformaciones y largos iniciales iguales a los largos finales y deformaciones residuales de la primera planificación.

El resto de la sección aborda los fundamentos sobre los cuales se basan los métodos que componen esta herramienta. El desempeño en un caso de laboratorio se muestra en la sección 5.4 y la formalización del procedimiento en el anexo B.5.

3.3.1. Aproximación de superficies a partir de radiografías

Hasta ahora se ha obtenido la posición 3D de un punto a partir de dos puntos 2D. A continuación se intentará obtener la superficie 3D de los fragmentos a partir de sus contornos 2D de las imágenes (Figura 3.15 a). Esta conocida técnica ha sido descrita en el ámbito específico de huesos por autores como Warzee et al. (2009). En esta publicación ellos generan un poliedro que contiene la superficie del hueso y luego recurren a una base de datos con modelos parametrizados de huesos conocidos, los cuales ajustan estadísticamente al poliedro. El resultado es una aproximación muy buena de la superficie real del hueso completo, comparable incluso a las obtenidas por CT. Por supuesto este método sólo funciona mientras el hueso tenga una forma que se ajuste a las parametrizaciones existentes en la base de datos, que es lo que sucede en la mayoría de los casos. Una versión comercial de este método de ajuste estadístico es conocida como EOS¹. Este sistema compete con los CT generando un modelo 3D del esqueleto completo con la ventaja de que la radiación necesaria para esto es la de dos simples radiografías.

El uso de bases de datos de este tipo está fuera del alcance de esta investigación por lo cual luego de generar la envoltura poliédrica se recurrirá a una aproximación para estimar de mejor manera la superficie del hueso contenida en ella.

3.3.2. Generación del poliedro

El contorno de los huesos puede ser delineado sobre la imagen mediante una lista de puntos como se indica en la Figura 3.15 b.

Al transformar cada uno de estos puntos en rayos 3D desde las cámaras se obtiene un cono (Figura 3.16 a) cuyos rayos son tangentes a la superficie real del hueso. Se llamará

¹www.biospacemed.com

“manto” del cono a la serie de planos definidos entre cada rayo. Al generar el cono asociado a cada imagen los mantos de éstos se intersectan definiendo un poliedro que contiene la superficie del hueso en su interior. Esto puede realizarse con cuantas radiografías se dispongan. La ventaja de esto es que el poliedro tendrá más lados y por lo tanto estará mejor ajustado a la superficie real.

Una forma de obtener el poliedro es pasando un plano a lo largo y perpendicular al hueso, obteniendo en cada instante la intersección de los mantos en el plano (Figura 3.16 b). Para una posición del plano, la intersección con un manto es una curva en el plano. Debido a que estas tienen formas semejante a una parábola serán referidas así. La intersección las parábolas asociadas a todos los mantos es un conjunto de puntos que serán referidos como “vértices brutos” (Figura 3.17). El plano mencionado será referido en adelante como “plano generador”.

La intersección del poliedro con el plano generador corresponde a la intersección de las “áreas interiores” de las parábolas. Los vértices que definen esta región serán llamados “vértices clave”. La forma de discriminarlos se menciona en el anexo B.3. Para cada posición del plano generador los vértices clave definen un polígono. El volumen poliedral

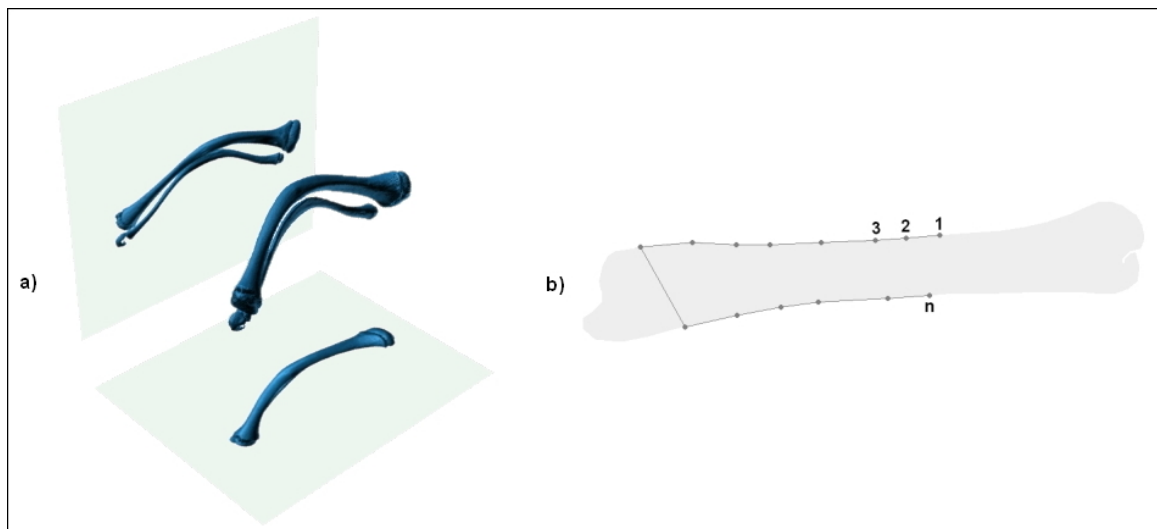


FIGURE 3.15. a) CT de un paciente con la tibia y peroné deformados. Interesa recuperar la forma 3D del hueso a partir de sus proyecciones 2D. b) Delineación de contorno mediante una lista de puntos.

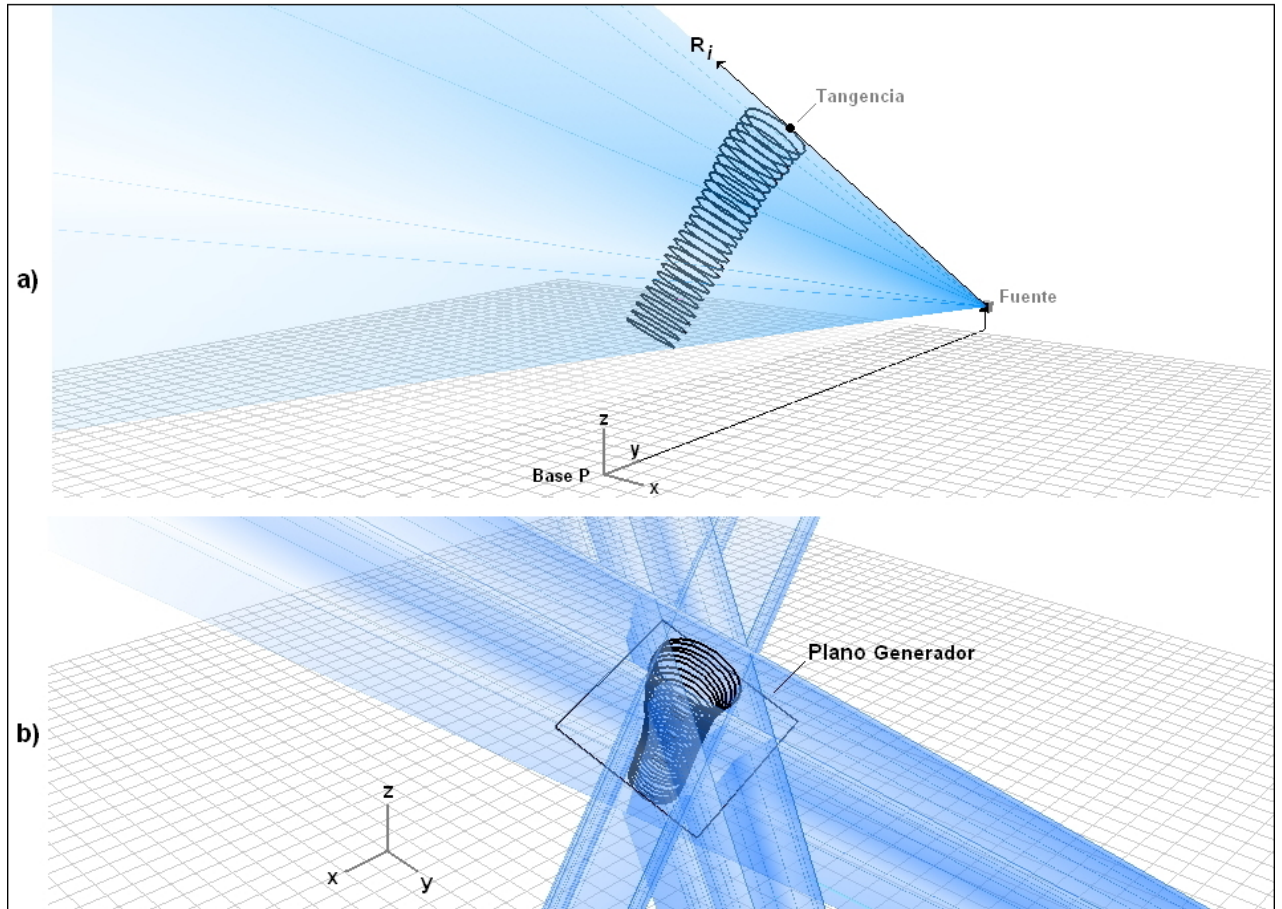


FIGURE 3.16. a) Cada rayo del cono es tangente a la superficie del hueso. b) Hueso cubierto por el manto de tres fuentes. El plano generador es perpendicular al eje z del hueso.

queda definido entonces con una serie de polígonos de nivel a lo largo del hueso (Figura 3.18). Este volumen contiene toda la información que se puede obtener de los contornos radiográficos. La superficie del hueso deberá ser estimada a partir de esto y usando supuestos.

3.3.3. Aproximación mediante elipses

Para estimar la superficie del hueso se supondrá que el área expuesta al cortar el hueso en forma perpendicular a su eje puede ser aproximada por una elipse (Figura 3.19). Ella queda definida por 5 parámetros respecto de la base de coordenadas del hueso (M_1 en caso de ser el fragmento distal, M_2 el proximal)

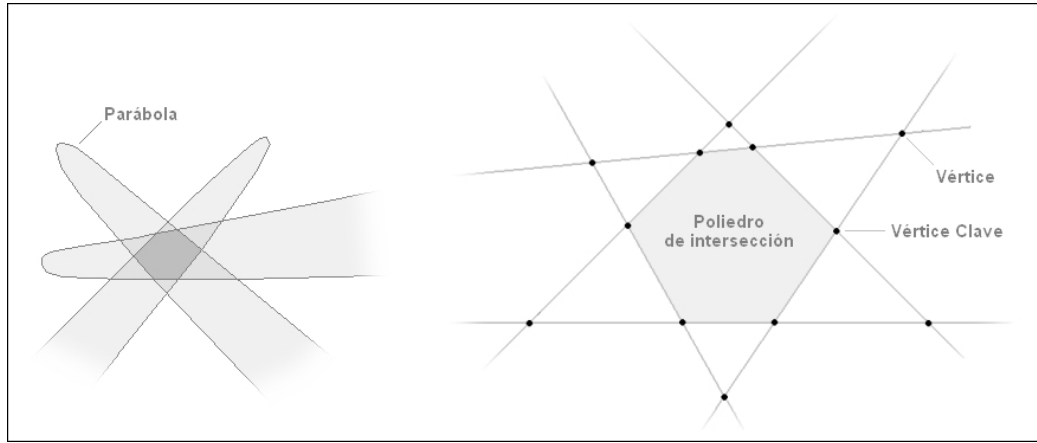


FIGURE 3.17. La intersección de los mantos con el plano generador tienen formas similares a parábolas. La intersección de éstas definen los vértices del poliedro de interés.

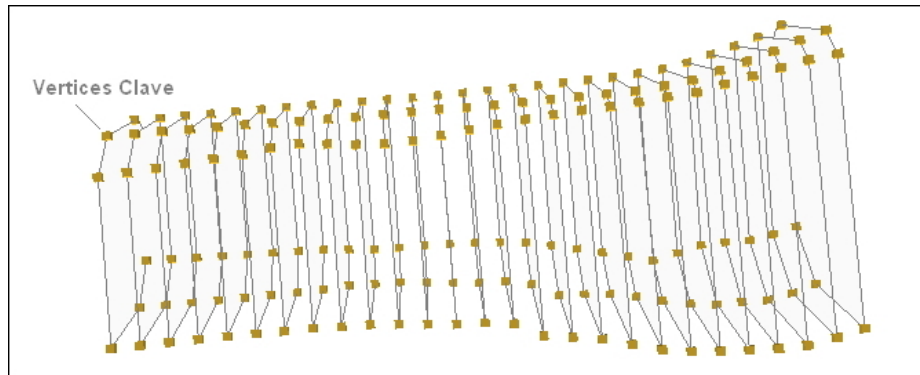


FIGURE 3.18. Poliedro representado con polígonos de nivel.

- C_x, C_y : coordenadas del centro.
- a, b : semiejes
- α : ángulo de inclinación de los semiejes.

Para determinar estos 5 parámetros se dispone del polígono calculado en el plano generador. Si el área de corte del hueso efectivamente fuese elíptica, entonces se podría determinar la elipse tomando en cuenta que cada lado del polígono debe ser tangente a la elipse. Si se dispone de n imágenes, el problema así formulado tiene cinco incógnitas y $2n$ ecuaciones. Luego el mínimo de vistas necesarias para determinar los 5 parámetros de la elipse son 3, quedando una ecuación redundante. El método de detección de colisión

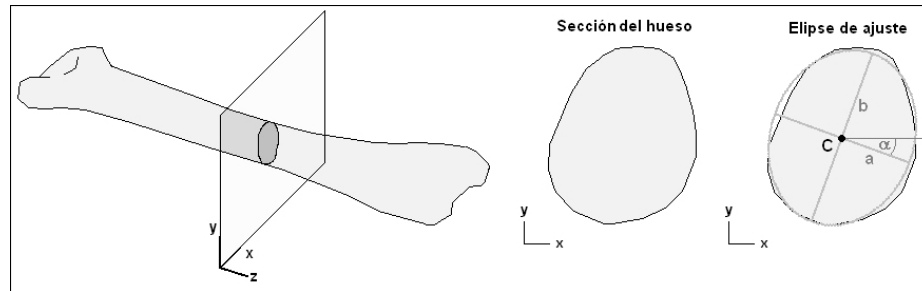


FIGURE 3.19. Aproximación de la sección transversal de un hueso mediante una elipse.

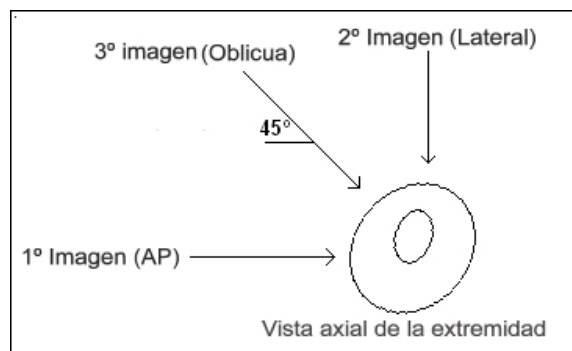


FIGURE 3.20. La orientación ideal de la 3º radiografía es la oblicua.

requerirá entonces de una radiografía adicional a las 2 tradicionales. La posición ideal en la cual ésta debiese ser sacada es entre las dos vistas tradicionales a 45° (Figura 3.20).

En la práctica ajustar la elipse de la forma planteada tiene un problema asociado al hecho de que el hueso no tiene una sección elíptica y además la definición del contorno por parte del usuario tiene asociada la imprecisión humana. Esto implica la posibilidad de que la marcación del contorno por el médico haya sido tal que el polígono formado, tenga un vértice sobredeterminado o cercano a ello. En dicho caso la elipse ajustada tendrá en dicho punto tres pendientes distintas. Para cumplir con ello, la forma de la elipse tenderá a ser una línea, lo cual se aleja demasiado de la forma real que se intenta rescatar.

3.3.4. Heurística de ajuste de elipses

Se resolverá el problema de singularidad mencionado ocupando un segundo supuesto, que es probablemente el más cuestionable. Se supondrá que la elipse buscada será aquella de mayor área contenida en el polígono. De esta manera, no será necesario escoger cinco

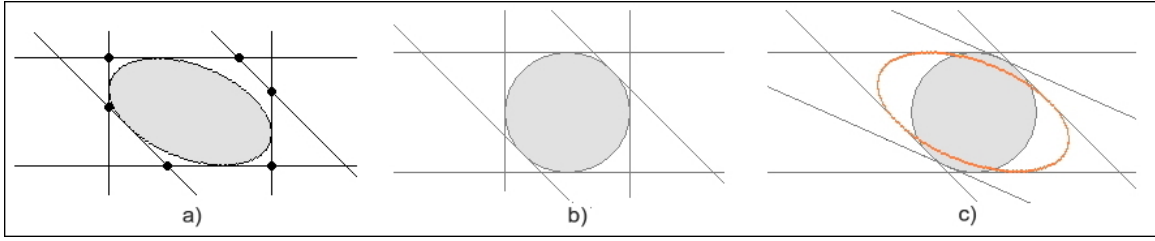


FIGURE 3.21. a) Elipse tangente a cinco lados del polígono. b) Correcto ajuste de un círculo. c) Incorrecto ajuste del mismo círculo debido a la desviación de las orientaciones de proyección respecto del ideal.

lados e imponer la tangencia en ellos, ya que esta se dará de forma natural y en los lados que corresponda. El problema es entonces encontrar los parametros de la elipse a , b , C_x , C_y y α tales maximizan:

$$\max ab$$

$$\text{s.a. } Ax < b, \forall x \in \text{Elipse}(C_x, C_y, a, b, \alpha)$$

$$a, b, C_x, C_y > 0$$

$$0 \leq \alpha \leq \pi$$

Donde la matriz A y el vector b definen las 6 inecuaciones asociadas a los lados del polígono que determinan el interior de él y el vector x corresponde a cada uno de los puntos de la elipse, que está definida por C_x , C_y , a , b y α . Es posible encontrar escenarios donde este problema tiene máximos locales, por lo cual su forma en general no será convexa.

Para resolver este problema se desarrolló una heurística que parte desde una solución factible (una elipse puntual en el centro del polígono) y varía los parámetros de modo de agrandar el área de la elipse en cada iteración y manteniéndola siempre dentro del polígono.

En general la elipse ajustada será tangente sólo a 5 lados del polígono (Figura 3.21 a). Esta forma de ajustar la elipse funcionará bien mientras las radiografías hayan sido tomadas desde posiciones cercanas a las ideales. Sin embargo si la posición se aleja demasiado de

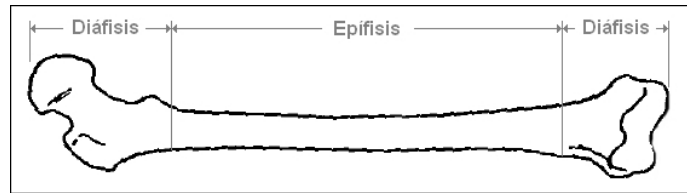


FIGURE 3.22. El método de reconstrucción de superficie es válido en la Epífisis del hueso. Imagen tomada de Paley y Tetsworth, 1992.

dicho caso, el método entregará un ajuste que se alejará de la realidad. Para ejemplificar esto supóngase que el corte del hueso es un círculo. Si las imágenes son tomadas a 0° , 45° y 90° y la marcación de los contornos es perfecta, la elipse de mayor volumen efectivamente es un círculo (Figura 3.21 b). Pero si las imágenes son tomadas a 0° , 22° y 25° grados, la elipse de mayor volumen será ahora elíptica, errando la forma real del corte (Figura 3.21 c).

Se podría refinar el método de aproximación de superficies considerando una forma más compleja que una elipse, pero esto requeriría de más vistas lo cual restaría simplicidad a la solución. Por esto se considera que el método a base de 3 radiografías es la aproximación más apropiada para los objetivos del módulo anticollisión.

Hasta ahora se ha descrito cómo obtener la superficie aproximada de un hueso cuyo corte tiene una forma elíptica. Esta manera de abordar la geometría del hueso tiene validez en la zona llamada diáfisis, la cual comprende la zona central de este (Figura 3.22). Hacia los extremos el corte del hueso deja de tener una forma similar a una elipse y pasa a ser por ejemplo triangular.

3.3.5. Modelación específica de la fractura

Se abordará ahora el problema de aproximar la superficie del hueso en el extremo seccionado. Se supondrá que la fractura u osteotomía es realizada de manera que el corte es plano (Figura 3.23 a). De esta manera, un corte perpendicular al eje del hueso en dicha zona arrojará una elipse incompleta, con un lado plano (Figura 3.23 b). Ajustar una elipse a dicha forma se aleja mucho de la realidad, por lo cual será necesario estudiar una manera alternativa de representar la fractura. La solución será estimar la forma del hueso antes de

la fractura, calcular el plano de osteotomía y luego realizar virtualmente la osteotomía a la superficie estimada.

Extensión de la forma natural del hueso

Interesa reconstruir la forma del hueso en la zona de la fractura antes de haber sido seccionada. Para esto se tomarán los contornos marcados en las radiografías y se extenderán mas allá de la fractura, como si se estuviese delineando el contorno del fragmento que ahora no está. Esta extrapolación se realiza a partir de los “puntos de tangencia”. En cada imagen estos puntos son dos y corresponden a los puntos de la lista de contorno que indican la tangencia del área de osteotomía respecto de las líneas del contorno del hueso.

Los puntos de tangencia deben ser seleccionados por el médico del conjunto de puntos de contorno. A partir de ellos el programa extiende una línea definida por los dos puntos

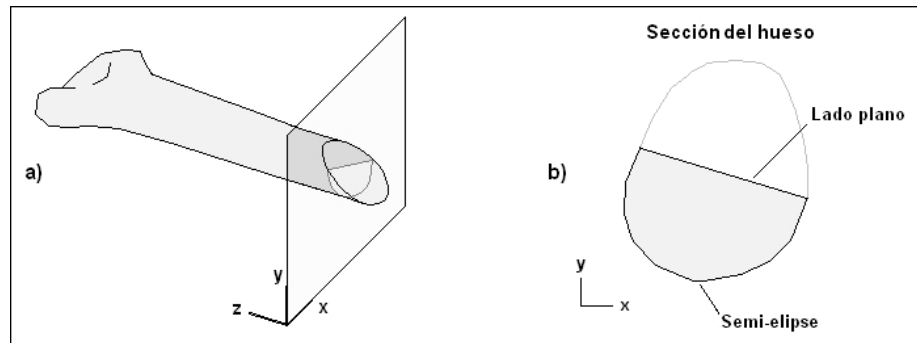


FIGURE 3.23. La sección del hueso en la zona de fractura se aleja de la aproximación de elipse.

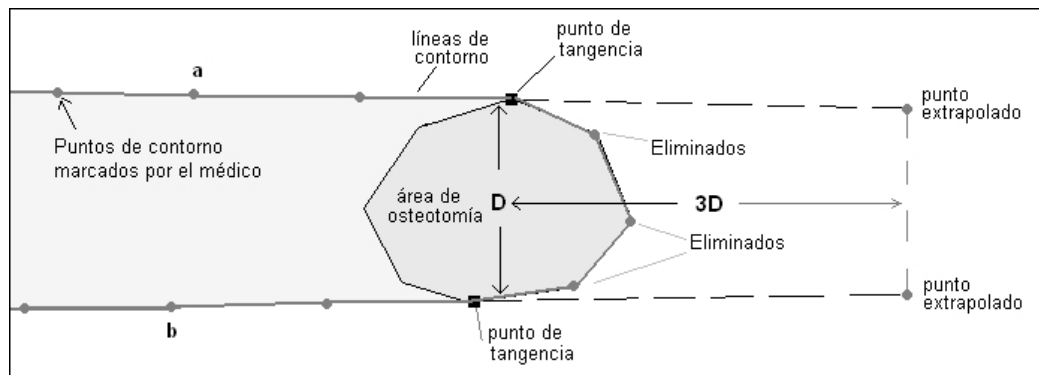


FIGURE 3.24. Ubicación de los puntos de tangencia. A partir de éstos se extrapola el contorno del hueso y se calcula la ecuación del plano de osteotomía.

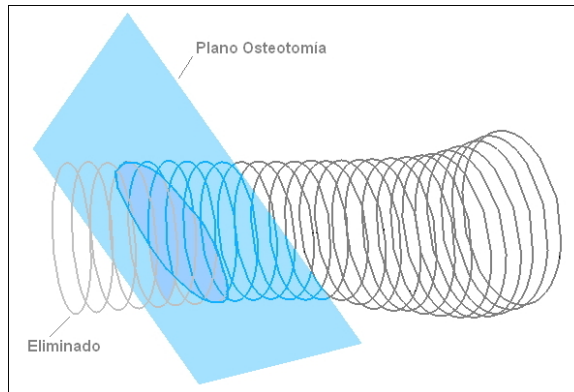


FIGURE 3.25. Para modelar la superficie de fractura se calcula el plano de osteotomía y se elimina la porción extrapolada del hueso que quede a un lado de este.

anteriores a los puntos de tangencia (puntos a y b en la Figura 3.24). En esta línea se crean dos nuevos puntos de contorno a una distancia prudente. Los que se encuentren entre los puntos de tangencia son eliminados de la lista.

Habiendo extendido la línea de contorno en cada radiografía, se procede a correr el algoritmo de ajuste de elipses, el cual extiende la superficie del hueso más allá de la zona de fractura. Luego se calcula el plano en el que fue hecha la osteotomía y se realiza este corte a la superficie generada, eliminando aquella porción que está hacia un lado del plano (Figura 3.25).

Plano de osteotomía mediante mínimos cuadrados

Para calcular la ecuación de plano de fractura u osteotomía, se ocupará la posición 3D de los puntos de tangencia ya que estos pertenecen al él. La posición de los puntos no puede obtenerse mediante el algoritmo de localización debido a que en cada imagen los puntos de tangencia corresponden a distintos puntos del hueso. Se hará uso del hecho de que los rayos asociados a estos en la imagen son tangentes a la superficie del hueso. Se llamará a estos “rayos de tangencia”.

La intersección de los rayos de tangencia con un plano perpendicular al eje del hueso genera seis puntos. Se aprovechará el barrido hecho con el plano generador a lo largo del hueso para evaluar en cada instante la distancia entre dichos puntos respecto de la elipse

ajustada. La Figura 3.26 ilustra esta distancia como d para un punto de intersección T2. El instante del barrido en el cual la distancia de un punto sea mínima respecto de la elipse, corresponde al punto 3D en el cual el rayo de tangencia es tangente a la superficie del hueso (caso de T1 en la figura). De esta manera se obtiene la posición 3D de cada uno de los 6 puntos de tangencia.

Los tres parámetros de la ecuación del plano de osteotomía se pueden ajustar a partir de la posición tridimensional de los seis puntos de tangencia mediante mínimos cuadrados. Expresar el plano en forma de inecuación es cómodo al momento de realizar la eliminación de la porción del hueso que se encuentra a hacia un lado de éste.

Formato

Como se ha mencionado, el algoritmo de estimación de superficie ajusta una elipse en cada posición del plano generador. Disponer de la serie de elipses teniendo en función de los parámetros que las definen no es práctico al momento de dibujar y recorrer la superficie. Por esto, luego de ajustar cada elipse el algoritmo entrega una serie de puntos pertenecientes a ella. El resultado es una nube de puntos sobre la cual es fácil realizar la osteotomía virtual

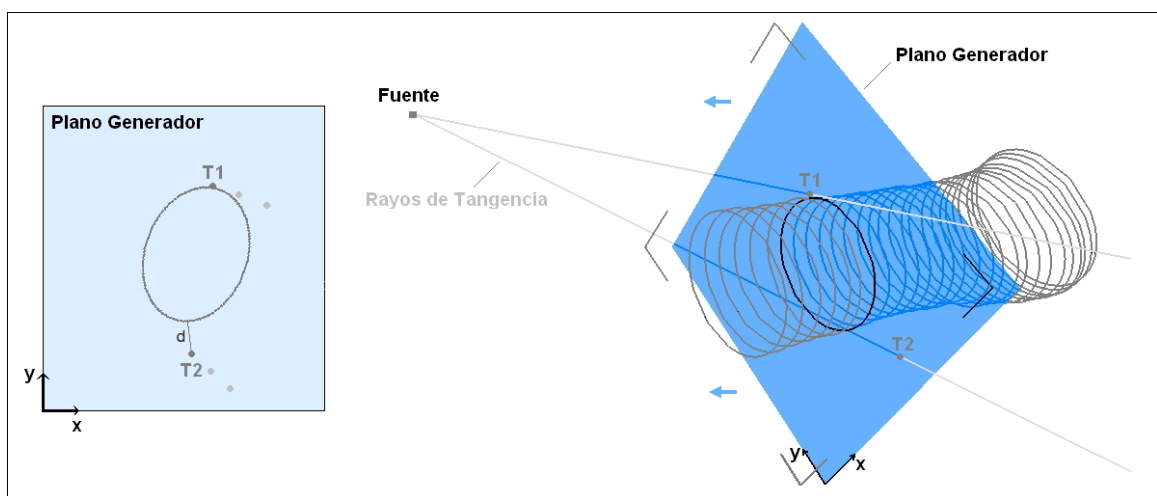


FIGURE 3.26. Los rayos de tangencia intersectan el plano generador en los puntos T1 y T2. Sus posiciones y en especial sus distancias a la elipse contenida en el plano cambian de acuerdo al avance del plano a lo largo del hueso.

mencionada, evaluando si la posición de cada punto cumple o no la inecuación definida por el plano de osteotomía (Figura 3.27).

Para efectos de desarrollar una función de detección de colisión se hace necesario transformar la nube de puntos en una superficie. Esto se hará expresándola con una serie de planos. Se escoge expresar éstos en formato STL (*stereolithography*) debido a su fácil exportación a otra herramienta CAD en la cual el usuario podría estar interesado. Este formato consiste en representar la superficie mediante una serie de triángulos, definidos cada uno por tres puntos y un vector normal.

Una manera muy robusta de generar la unión de puntos en triángulos es con el algoritmo *Marching Cubes*. Sin embargo, dado que la estructura de la nube de puntos es conocida y ordenada se ocupó esta información para desarrollar un algoritmo de generación STL más simple. El resultado de su aplicación es una superficie como la de la Figura 3.28.

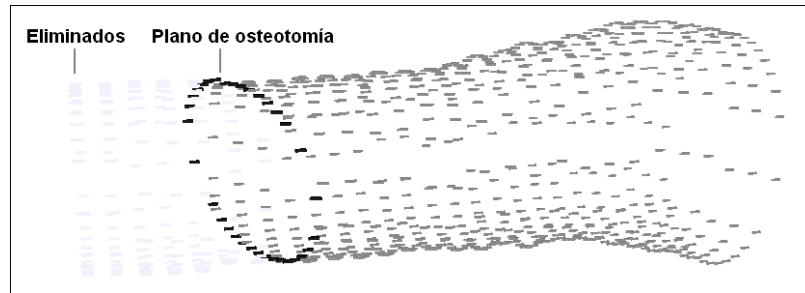


FIGURE 3.27. Forma del fragmento expresada con una nube de puntos. Los más oscuros pertenecen al plano de osteotomía ajustado.

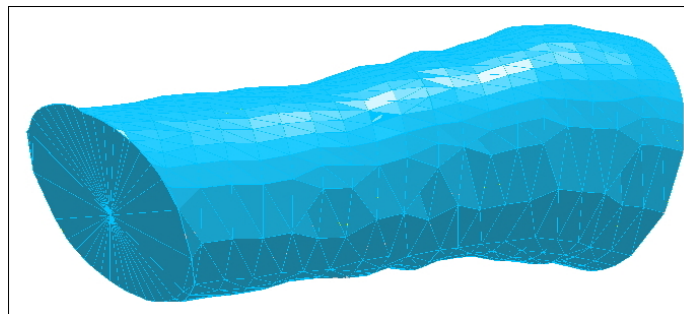


FIGURE 3.28. Forma del fragmento expresada en formato STL.

3.3.6. Algoritmo de detección de colisión

Habiendo aproximado las superficies 3D de cada fragmento se puede determinar la posición relativa que estos tendrán en cada instante de la corrección agendada. Interesa poder detectar un traslape entre estos volúmenes durante el desplazamiento de corrección definido.

Para esto se hará uso tanto de la nube de puntos como de la lista de triángulos que definen los fragmentos. Dada la posición relativa de los huesos en un instante dado de la agenda se considerará que no hay traslape si todos los puntos que conforman un fragmento se encuentran fuera del volumen encerrado por la superficie del otro. Supóngase el fragmento proximal definido por la nube de puntos y el fragmento proximal por la superficie STL. Para detectar si un punto \vec{P} de la nube proximal se encuentra fuera volumen distal se trazará un rayo desde \vec{P} hacia un punto \vec{C} puesto en el interior del volumen distal (Figura 3.29). Luego se recorrerá la lista STL distal viendo cuales de los triángulos de la superficie han sido atravesados por el rayo. Sea $\vec{I}_1, \vec{I}_2, \dots, \vec{I}_n$ los puntos de intersección de la línea en dichos triángulos. Se dirá que \vec{P} se encuentra fuera del volumen si el punto más cercano a él (\vec{I}_1) es tal que:

$$(\vec{I}_1 - \vec{C}) \cdot (\vec{I}_1 - \vec{P}) < 0$$

De este modo si alguno de los puntos de ambas nubes se encuentra dentro del volumen del otro, el método detectará la colisión en esta posición, procediéndose a tomar las medidas para evitarlo.

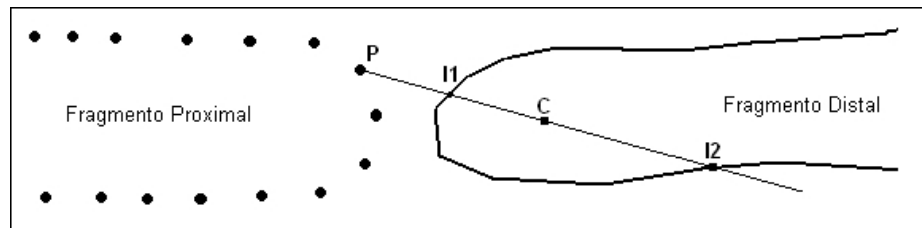


FIGURE 3.29. Para detectar si la posición de un punto se encuentra dentro o fuera de un fragmento se toman las intersecciones de un rayo hacia el centro del fragmento.

4. IMPLEMENTACIÓN

Este capítulo presenta la forma en como fue materializada la solución en un programa computacional. La tarea consistió en replicar casi la totalidad del programa de planificación tradicional y añadirle los módulos de medición de deformaciones y detección de colisión desarrollados. Como resultado se obtuvo un programa que permite ejecutar la nueva metodología de planificación.

No todas las características del programa comercial fueron implementadas. Una característica aún no incorporada es la que define la cantidad de días de tratamiento en base a una restricción en el desplazamiento diario (SAR). Esta función es útil para definir el largo del tratamiento pero no tiene relación con las mejoras que se pretenden evaluar en esta investigación.

4.1. Estructura

El programa está compuesto por una ventana principal llamada planificador. Esta permite realizar la planificación del modo tradicional y tiene el mismo aspecto que la versión comercial (Figura 4.1) a excepción de la adición de dos características. Estas son la posibilidad de definir la deformación residual y los dos ángulos extras que definen la orientación del anillo respecto del fragmento proximal (tradicionalmente supuesto perpendicular).

La medición de parámetros y detección de colisión se realiza a través de una segunda ventana que contiene los nuevos módulos creados. Esta se compone de dos láminas (Figura 4.2). En una se cargan las radiografías y se realiza la marcación de puntos y contornos. En la otra se visualiza el resultado de la construcción 3D.

El procedimiento de planificación tradicional se muestra en el anexo B.4. El procedimiento de medición de parámetros en el anexo B.5 y el de detección de colisión en el anexo B.6.

4.2. Datos técnicos y características

El programa se escribió en lenguaje C# utilizando el editor Visual Studio 2005 y en ambiente “Windows Forms” provisto por el mismo. Para renderizar los gráficos se utilizó la librería gráfica OpenGL. El espacio ocupado por el ejecutable es de 376 kB, aunque hace

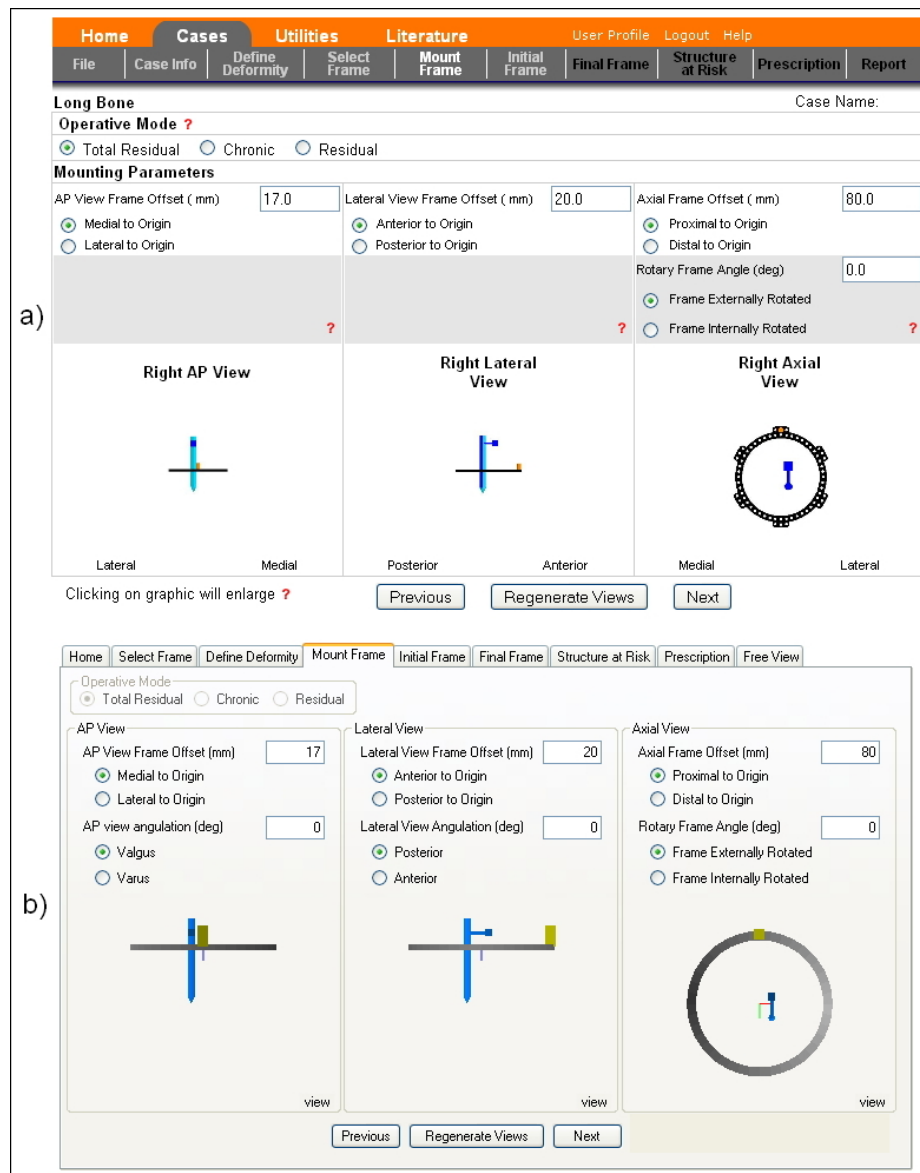


FIGURE 4.1. Comparación entre el aspecto gráfico del planificador comercial (a) y su réplica (b). Esta corresponde a la hoja en que se ingresan los parámetros de montaje. Imagen de la versión comercial obtenida de www.spatialframe.com.

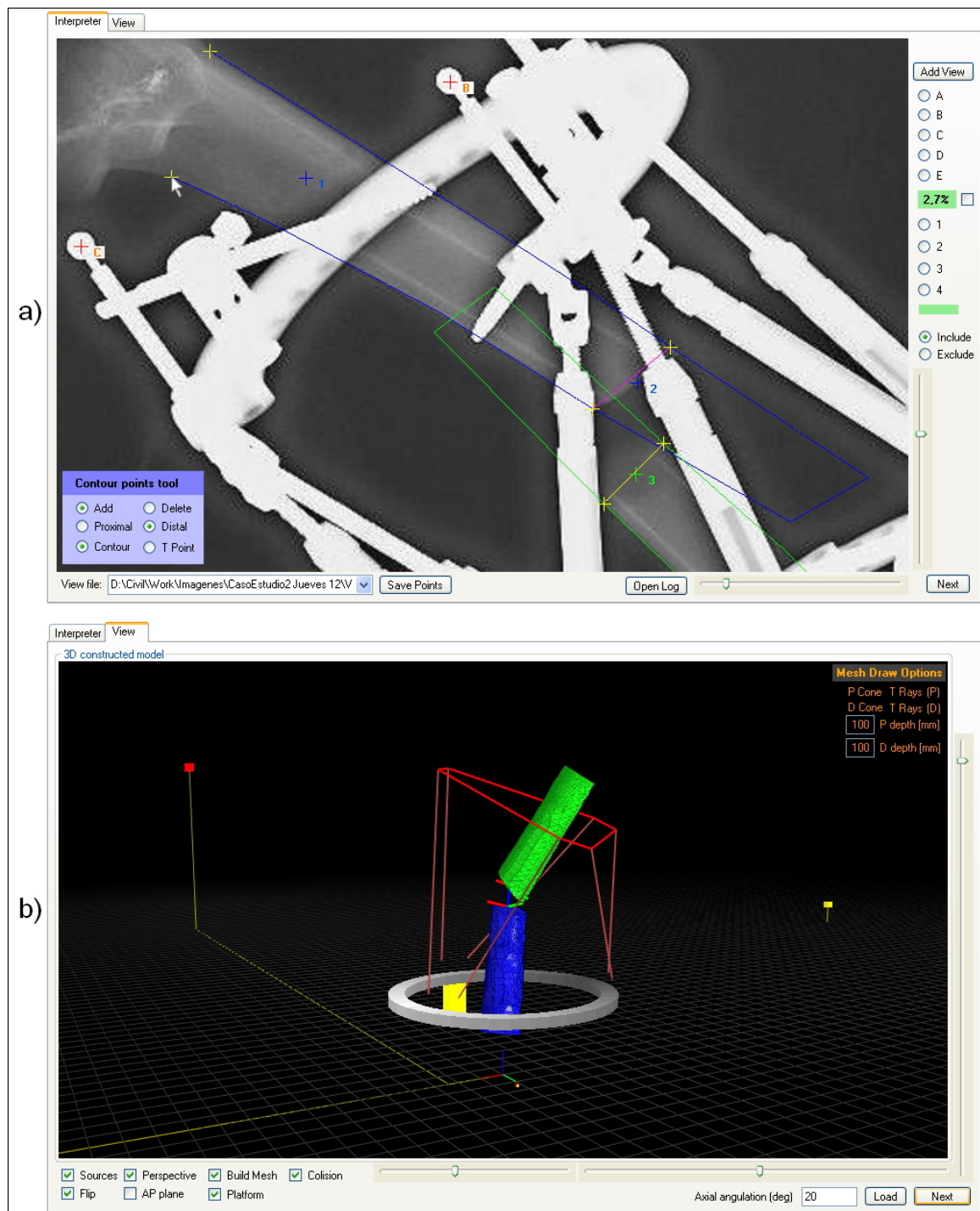


FIGURE 4.2. Aspecto gráfico del nuevo módulo. Una hoja permite indicar los puntos y contornos sobre las radiografías (a) y otra grafica el resultado (b). Los cubos corresponden la ubicación de las fuentes de emisión.

uso de varias bibliotecas de enlace dinámico (dll) de Windows. La réplica del programa comercial TSF se consiguió con 3700 líneas de código, el módulo de medición con 2900 y el de colisión con 2800. A excepción de los algoritmos de detección de colisión todos los demás fueron desarrollados en MATLAB y luego reescritos y compilados junto con el programa principal. Algunas características del sistema son las siguientes.

- Consumo de tiempo: El método de resolución de la cinemática directa de la plataforma de Stewart encuentra la solución en 2.5 segundos versus menos de un segundo que tarda el software TSF vía una interfaz web. La tabla 4.1 indica el tiempo promedio que tardan las demás funciones del programa en un procesador AMD de 2 GHz.
- Imágenes: El nuevo módulo permite considerar hasta 10 imágenes radiográficas de formatos bmp, jpg, jpeg o gif. Una vez señalados los 5 marcadores fiduciaros en la imagen se activa el proceso de calibración, entregando el valor del indicador de calibración como porcentaje a la derecha de la imagen y actualizándose cada vez que la posición de los puntos es corregida. Esto facilita la revisión de la marcación.
- Precisión del modelado 3D: En la generación de superficies el paso de avance en la heurística de ajuste de elipses es de 0.2 mm y 5° en la variación de los parámetros de la elipse. Los triángulos STL generados tienen una altura de 5 mm en sentido axial.
- Trayectoria lineal: Si la planificación es realizada utilizando el nuevo módulo, la trayectoria de corrección generada es lineal (el desplazamiento del extremo es una recta y el paso de avance es consante). Esto significa que las traslaciones y angulaciones de deformación son corregidas proporcionalmente con el avance del tratamiento.
- Ajuste del plano de medición: La dirección \hat{y}_2 del fragmento proximal es definida en la dirección de la proyección radiográfica AP (sección 3.1.3). En caso de que esta imagen haya sido tomada desde una posición diferente (Ej. desviada 40°)

puede ser de interés que esta desviación no afecte la definición de \hat{y}_2 . Para efectos del resultado de la planificación esto es irrelevante, pero sí afecta la compatibilidad de las mediciones con otras históricas. Para esto el programa permite ajustar la dirección \hat{y}_2 , que define el plano de medición sobre el cual se realizan las mediciones de deformación (Figura 4.3).

TABLE 4.1. Tiempo consumido por función.

Función	Tiempo [s]
Solver cinemática Stewart	2.5
Solver calibración	<1
Estereoscopía y medición	< 1
Generación de superficie	30
Detección de colisión	0.5 por día
Generación de agenda	< 1

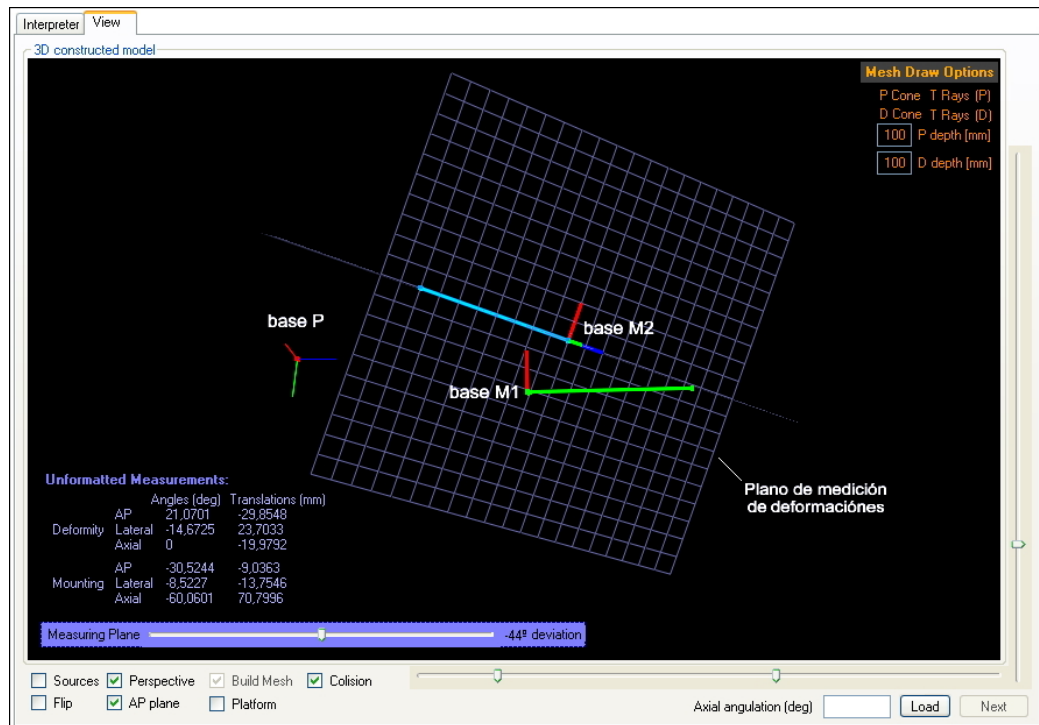


FIGURE 4.3. La orientación del plano de medición de deformaciones puede ajustarse con la barra *Measuring Plane*. Se observa la posición de las tres bases de coordenadas involucradas.

5. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

Esta sección cubre las pruebas que se han realizado a las distintas funciones del programa. El objetivo de éstas es evaluar los siguientes aspectos del nuevo sistema:

Objetivos

- (i) Validar el correcto funcionamiento del sistema de planificación tradicional implementado.
- (ii) Validar la hipótesis de que el incumplimiento de las ortogonalidades tradicionales no inducen error el sistema de medición por estereoscopia.
- (iii) Determinar las condiciones sobre las cuales se garantiza el funcionamiento del nuevo módulo. Esto es: máximas desviaciones permitidas en las proyecciones, mínima resolución de las imágenes, máximo valor del indicador de calibración.
- (iv) Evaluar la precisión del sistema de medición al incluir las fuentes de error cotidianas.
- (v) Comprobar la eficacia del sistema de detección de colisión.

El primer ítem se evaluó comparando las agendas entregadas por el planificador implementado y el comercial para los mismos casos, encontrándose diferencias de 1 mm en el largo de algunas barras en algunos casos.

Para el segundo ítem se evaluó el error de medición del sistema en una serie de pruebas simuladas computacionalmente donde se desvió la orientación de las proyecciones en rangos de -40° .. 40° . Las únicas fuentes de error consideradas en el proceso fueron las imprecisiones numéricas del programa. Como resultado el máximo error de medición registrado fue de 0.0051 mm y 0.0025° validando la hipótesis.

Si bien idealmente el sistema funciona correctamente en situaciones de incumplimiento de ortogonalidades, cuando existe error en la marcación de puntos en la imagen, el error de medición asociado a éste aumenta con el grado de la desviación. En el caso de desviaciones extremas el método se invalida. Por esto se han definido rangos de estas

desviaciones (reflejadas en ϕ y Ψ) para los cuales se garantiza la validez del sistema de medición.

Las condiciones del tercer ítem fueron determinadas observando el impacto de éstas en el aumento del error de medición en pruebas simuladas. Como resultado se garantiza el correcto funcionamiento del sistema bajo las siguientes condiciones:

Requisitos de funcionamiento

- El indicador de calibración debe ser menor a 3%.
- El ángulo entre proyecciones ϕ debe estar entre 30° y 150°.
- Los ángulos fuentes-fragmento Ψ deben estar en el rango 20° y 160°.
- Radiografías con resolución de 1200 x 1200 píxeles.

Se observa que el indicador de calibración es un débil predictor del error de medición pero resulta útil para detectar equivocaciones en la definición de los demás parámetros planificación como son el diámetro de los anillos, y largo de las barras. Se considera que un valor menor a 3% es aceptable a pesar de que en una de las diez radiografías calibradas el valor fue de 4.39%. Se considera que los ítems 2 y 3 siempre se cumplirán dado que en la práctica las desviaciones se estiman menores a 30°. El último ítem siempre puede satisfacerse porque en caso de disponerse de una resolución menor (hasta 500 x 500 píxeles) siempre es posible expandir las imágenes artificialmente hasta la resolución recomendada, produciendo un resultado similar al de contar con dicha resolución originalmente. Como ejemplo, las imágenes radiográficas almacenadas en el sistema de radiología de la Clínica de la Universidad Católica de Chile tienen una resolución que oscila desde los 400 x 400 hasta los 700 x 700 píxeles. En estos casos se recomienda expandir la imagen al doble de su tamaño antes de utilizarla en la localización de puntos.

Para evaluar el 4° ítem se realizaron pruebas simuladas computacionalmente y tres pruebas utilizando huesos de plástico. Con éstas se busca evaluar con qué precisión el sistema mide los parámetros de traslación y de angulación. Esta precisión se expresará

mediante el error absoluto promedio. Este es el promedio del alejamiento absoluto de las mediciones de cada parámetro respecto de su valor real y se aplica por tipo de parámetro a medir: traslación o angulación. En el caso de las simulaciones considera seis valores: los tres parámetros de montaje y los tres de deformación. En los casos de laboratorio considera sólo los tres valores disponibles de las deformaciones residuales.

Según las simulaciones el error promedio absoluto es de 0.8 mm y 0.54° y según los casos de laboratorio de 1.04 mm y en ángulos menor a 1.9°. Para obtener estos últimos se midió la deformación residual luego de la corrección y se supuso que esta corresponde al error de medición. En el caso de simulación el error de medición fue evaluado directamente respecto de los valores de los parámetros definidos previamente.

En los casos de laboratorio en promedio la distancia entre los fragmentos luego de la corrección fue de 1.63 mm y el promedio de la desalineación total entre ambos es de 1.9°. Estos valores son de 1 mm y 2.8° en los casos de laboratorio de Ma et al. (2007). Ellos montaron tres escenarios con huesos de plástico sobre los cuales realizaron un total de 10 planificaciones.

Por último el método de detección de colisión fue evaluado en la planificación de corrección de dos de los casos con huesos de poliuretano. En ambas planificaciones el programa detectó colisión coincidiendo en la etapa en la que se producían y en una de ellas permitió definir y ejecutar exitosamente la corrección evadiendo el obstáculo. Los algoritmos de modelado 3D presentaron algunos errores en la modelación de los fragmentos y un error máximo de 7° en el cálculo de la orientación del plano de osteotomía. A continuación se trata el detalle de las pruebas mencionadas.

5.1. Generación de la agenda

La efectividad del algoritmo de corrección ha sido testado en MATLAB tomando la posición entre el extremo del hueso distal y el anillo distal al inicio del tratamiento, desplazando el anillo distal a su posición final y luego verificando que la posición del

extremo del hueso distal desplazado coincida con la del extremo del hueso proximal (i.e. que las bases M1 y M2 sean la misma). Esto se verificó con un error de 0.08 mm y 0.04°, el cual disminuye si se aumenta la precisión del algoritmo de resolución de cinemática de la plataforma.

Una segunda manera de verificar el desempeño de esta etapa es comparando la agenda obtenida, con la agenda entregada por la versión comercial, las cuales deben coincidir para el mismo set de inputs. Se realizó esta comparación con los parámetros de las 6 operaciones realizadas en el Hospital Clínico de la Universidad Católica hasta la fecha. En 4 casos la corrección (set de largos de las barras al final del tratamiento) coincidió mientras que en uno hubo diferencias de 1 mm en los largos de 4 barras y en otro una diferencia de 1 mm en una barra (valores en anexo B.2). Si bien esto se puede deber en parte a una diferencia en el redondeo del largo, se estima que puede reflejar la imprecisión con la que han sido medidos las dimensiones de la plataforma, que forman parte de las funciones de planificación. Al comparar las agendas de los cuatro casos coincidentes se observan retrasos o adelantos en 1 día en el cambio del largo de algunas barras. Aunque es deseable que las agendas coincidan exactamente, las diferencias observadas son menores al considerar por ejemplo la holgura mecánica de 2 mm del aparato.

5.2. Medición de parámetros: Simulación

Esta sección evalúa la capacidad del sistema de medición de parámetros mediante experimentos simulados. Como resultado se comprobó la efectividad teórica del método frente a desviaciones en las orientaciones de las imágenes, el error numérico del sistema fue estimado en 0.0051 mm y 0.0025°. Estos valores consideran ausencia de fuentes de error, condiciones ideales no representativas de la realidad. En condiciones realistas (Serie B3) se obtuvo que el método mide los parámetros con un sesgo menor a 0.03° y 0.16 mm y con una desviación de 0.52 y 0.88 mm, registrándose máximos de 3.8° y 4.9 mm. Estos valores consideran casos que cumplen los rangos definidos para el indicador de error, ángulos entre proyecciones y ángulos fuentes-fragmento según se trata a continuación. El error absoluto promedio fue de 0.54° y 0.8 mm, similar a la desviación estándar.

Realizar las simulaciones permitió definir las condiciones sobre las cuales el programa puede operar. En este contexto se observó que el indicador de calibración es un débil predictor del error del sistema y se definió su máximo permitido en 3%. Se verificó que valores de extremos del ángulo fuentes-fragmento Ψ disparan el error, definiéndose como rango aceptable su variación entre 20° y 160°. Por último se verificó también la influencia de valores extremos de ϕ en la amplificación del error de medición, definiéndose el rango de 30° a 150° como aceptable.

A continuación se cubre el detalle de la implementación, metodología y resultados de todas las pruebas.

5.2.1. Implementación y validación del uso de simulación

El input del sistema de medición son las imágenes de la escena. Para determinar la validez de evaluar el sistema de medición aplicándolo en escenarios virtuales se estudió la equivalencia entre ocupar radiografías versus generar la imagen virtualmente. Como resultado se considera que ambos métodos son equivalentes mientras la simulación considere la imprecisión de la proyección radiográfica real evaluada en 0.42 mm para la máquina en la que se realizarían las radiografías. El estudio se presenta en el anexo C.1.

El proceso de simulación tiene como input todos parámetros del aparato (Tabla A.1) y condiciones de medición (posición desde donde se toman las radiografías, matriz de proyección, resolución de la imagen a generar). El experimento se lleva a cabo mediante una función del programa que lo opera de manera de realizar la planificación en el mismo orden en como se realizaría en la realidad. La diferencia es que en vez de cargar radiografías al módulo de medición, se indican directamente las coordenadas de los puntos del aparo y los huesos en una proyección matricial de la escena definida. El resultado de las mediciones es almacenado junto con el valor real definido para cada una, permitiendo evaluar el error directamente. El detalle del proceso se muestra anexo C.3.

El procedimiento permite evaluar la precisión del programa en cualquier tipo de escenario variando los parámetros que lo definen. A continuación se detallan los escenarios utilizados para evaluar el módulo de medición.

5.2.2. Metodología

Interesa utilizar la simulación para evaluar las siguientes características del módulo de medición.

- (i) Precisión numérica. Se evaluará cuánto es el error de medición cuando las únicas fuentes de imprecisión son los algoritmos de resolución numérica ocupados en el proceso de medición: solver de cinemática de Stewart, solver de fotogrametría y demás manejo vectorial.
- (ii) Sensibilidad frente a errores en la ubicación de los puntos sobre la imagen. Cuando el médico indica la posición de un punto sobre la imagen eventualmente ésta diferirá del píxel que representa la posición exacta. Interesa evaluar en cuánto empeora la precisión del sistema a medida que aumenta el grado de error en la marcación.
- (iii) Precisión del sistema cuando la orientación de las imágenes se desvía de la posición estándar.

Para evaluar estos ítems se han creado tres series de simulaciones. La resolución de la imagen generada en las series tipo A es de 1400x1400 píxeles. En B y C la imagen es de 1200x1200.

Serie A

En el grupo de simulaciones tipo A los parámetros son los mismos para todos los escenarios y sólo se varía la orientación de las cámaras. Se busca verificar si el programa de medición funciona correctamente independiente de las desviaciones de orientación. En una serie la orientación de la proyección AP varía su ángulo de elevación α entre -40° y 40° a intervalos de 5° . Para cada uno de estos valores se varía también el ángulo azimutal

β del mismo modo. La orientación de la proyección lateral permanece en su posición estándar. Una segunda serie varía la orientación lateral de la misma manera mientras que AP permanece en su posición tradicional. Los parámetros utilizados en esta serie se listan en la Tabla 5.1. El valor del ángulo axial de deformación carece de importancia ya que no es medido por el módulo. Su valor fue cero en todas las series. Esta serie implica realizar 578 simulaciones.

Serie B

Interesa evaluar el desempeño del programa variando también los parámetros del aparato (diámetro anillos, largo inicial de las barras, parámetros de deformación y montaje). Dado que variar ordenadamente cada uno de ellos implica un aumento explosivo del número de escenarios sus valores se definirán aleatoriamente dentro de rangos. La Tabla 5.1 muestra los rangos de variación utilizados para cada variable. En cada caso la distribución de probabilidades es uniforme. Los valores de las variables especificadas como rango entre dos números son seteados con precisión de un entero (1 mm ó 1°) a excepción de los diámetros de los anillos. Estos se escogen de una lista de valores predeterminados específicos para el aparato TSF. Cada serie se compone de 1900 simulaciones.

Serie C

Las variables se modifican igual que las series B a excepción de la desviación de orientación α y β de cada proyección, las que se mantendrán en cero. El objetivo de esta simulación es estudiar la relación entre el valor del indicador de calibración (página 16) y el error de medición. La utilidad de este indicador se presenta cuando la ubicación de los puntos en la imagen no es perfecta, como se explica a continuación. Cada serie tiene 80 simulaciones.

Precisión de marcación

Para cada tipo de serie se variará el grado de precisión con la que se le informa al programa la ubicación de los puntos en la imagen. El objetivo evaluar el impacto que tendrá en el desempeño del sistema el error humano en la ubicación de puntos y considerar el error de la proyección radiográfica real.

TABLE 5.1. Rango de variación de las variables que definen los escenarios de cada serie de simulaciones.

Variable	Serie A	Serie B	Serie C
Diámetro Prox.[mm]	130	105 .. 230	105 .. 230
Diámetro Dist. [mm]	130	105 .. 230	105 .. 230
Largo barras [mm]	100, 130, 140, 160, 140, 110	117 .. 178	117 .. 178
AP Ang. [°]	20°	-40 .. 40	-40 .. 40
Lat Ang. [°]	25°	-40 .. 40	-40 .. 40
Def. AP Trans. [mm]	-15	-40 .. 40	-40 .. 40
Lat Trans. [mm]	-20	-40 .. 40	-40 .. 40
Axial Trans. [mm]	25	-40 .. 40	-40 .. 40
AP Ang. [°]	-15	-20 .. 20	-20 .. 20
Lat Ang. [°]	-20	-20 .. 20	-20 .. 20
Mount. Axial Ang. [°]	25	-20 .. 20	-20 .. 20
AP Trans. [mm]	15	-40 .. 40	-40 .. 40
Lat Trans. [mm]	-25	-40 .. 40	-40 .. 40
Axial Trans. [mm]	70	-50 .. 90	-50 .. 90
α_{AP}	-40 .. 40	-40 .. 40	0
β_{AP}	-40 .. 40	-40 .. 40	0
α_{LAT}	-40 .. 40	-40 .. 40	0
β_{LAT}	-40 .. 40	-40 .. 40	0

La precisión en la marcación de puntos se clasificará según:

- Precisión Float: Las coordenadas entregadas al programa tienen precisión float (i.e. fracciones de píxel). Como la marcación de puntos es perfecta la única fuente de error está dada por los algoritmos numéricos del programa, permitiendo evaluar su desempeño.
- Precisión 0: Las coordenadas se redondean a enteros (1 píxel). El error observado en estas simulaciones corresponde a la máxima precisión con la cual podría llegar a funcionar el programa en la realidad ya que supone que el usuario es capaz de señalar el píxel exacto de la posición de cada punto o marcador.

- Precisión n , $n=1 \dots 4$: Se considera una imprecisión aleatoria en la marcación de puntos de n píxeles. Las coordenadas $[X, Y]$ entregadas por el generador de imágenes del simulador se modifican según

$$[\tilde{X}, \tilde{Y}] = [X + U_1(n), Y + U_2(n)]$$

Con $U_1(n), U_2(n)$ variables aleatorias enteras con distribución uniforme entre $-n \dots n$, n entero. Este valor puede ser visto como el rango de error de marcación.

Para determinar qué valores de n y del indicador de calibración son representativos de la realidad se realizó una prueba donde 5 personas realizaron la tarea de ubicar los 5 puntos fiduciaros en dos imágenes radiográficas del aparato (Figura 5.4). La resolución de éstas fue de 1200x984 y la imagen se desplegó sin zoom en una pantalla de 15 pulgadas con una resolución de 1280 x 800 píxeles. El valor definido para el umbral del indicador de calibración debe corresponder al valor obtenido realizando una ubicación de puntos con un esfuerzo razonable. Para reflejar este nivel de esfuerzo se les pidió que pusieran énfasis en centrar los puntos en las esferas de los marcadores y no en minimizar el tiempo ocupado en hacerlo. Se registró el valor del indicador de calibración y el tiempo tardado por cada participante, definiendo el valor del umbral a la luz de los resultados obtenidos.

En el caso estudiar el valor de n , se registró la posición señalada en cada imagen y marcador (10 puntos por persona). De la distribución obtenida se determinó un valor de n que permite reflejar el error humano y también la imprecisión de la máquina RX en las simulaciones.

5.2.3. Resultados y análisis

Resultado prueba de precisión de marcación

Cinco personas realizaron el proceso de ubicar los 5 puntos fiduciaros en dos imágenes radiográficas de éstos. 47 de los 50 puntos marcados estuvieron a una distancia máxima de un píxel en cada dimensión respecto del píxel correspondiente al centro de la esfera. El

detalle del resultado se muestra en el anexo C.4. El error de la máquina de rayos X de 0.42 mm en cada dimensión corresponde a poco menos de 2 píxeles de la imagen. El error de marcación efectivo corresponde a la suma de dos variables aleatorias: el error humano y la imprecisión de proyección de la máquina RX. A la luz de los resultados se considerará que realizar las simulaciones con un error de marcación de $n = 3$ píxeles en cada componente reflejará adecuadamente rango de del error que se podría cometer en la realidad.

El valor promedio del indicador de calibración fue de 1.9% con un máximo de 2.9%. El promedio del tiempo ocupado por cada participante fue de 3 minutos 34 segundos y el máximo 5 minutos. En vista que estos tiempos son razonables en el contexto de realizar un planificación con el sistema, se definirá en 3% el umbral del indicador de calibración.

Resultado serie C

De esta serie se observa que el indicador de calibración se correlaciona sólo parcialmente con el error de medición. Se ejecutó la serie con precisiones $n = 0$ a 5 ($80 \times 6 = 480$ casos) y se registró el valor del indicador de calibración de ambas vistas en cada caso. La Figura 5.1 grafica el error absoluto promedio de medición de parámetros de traslación y angulación versus el valor promedio del indicador de ambas vistas. El error absoluto promedio corresponde a la suma de los valores absolutos de las diferencias entre el valor seteado para cada parámetro y el valor finalmente medido por el programa. El coeficiente de correlación entre el indicador y el error absoluto promedio de traslación es de $\rho_{tras} = 0.72$ lo que es consecuente con el hecho de que el indicador sólo sea sensible a parte del error en la ubicación de puntos. Algo similar ocurre con el error de angulación, con un coeficiente

TABLE 5.2. Histograma del error de marcación en píxeles en cada dimensión.

Desviación [píxeles]	Frecuencia en X	Frecuencia en Y
-2	1	1
-1	21	14
0	19	23
1	9	11
2	0	1

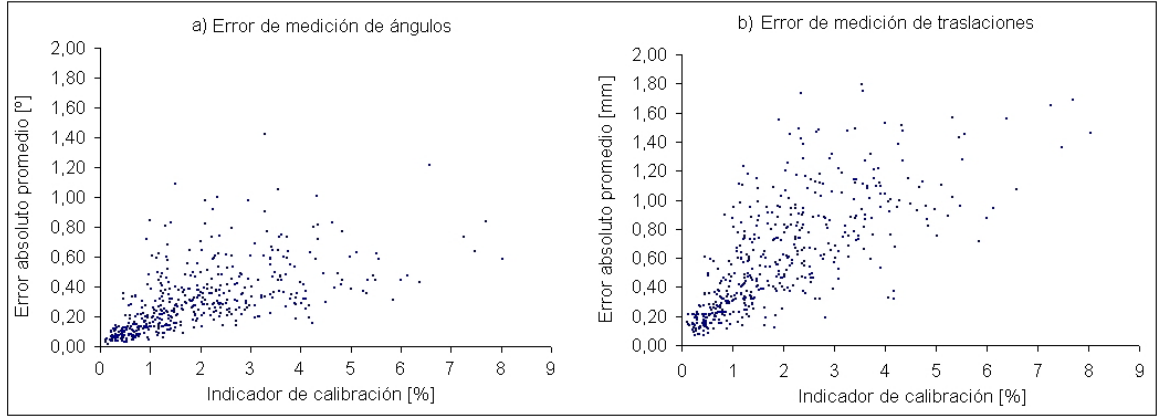


FIGURE 5.1. Error de medición versus indicador de calibración en series C0 hasta C5.

de correlación de $\rho_{ang} = 0.56$. La relación del error respecto del indicador de error se hace más débil cuando el conjunto de casos tiene el mismo error de marcación n . Así para $n = 3$, $\rho_{ang} = 0.01$ y $\rho_{tras} = 0.31$ (ver Anexo C.8).

Resultado serie A

En la serie A-Float, donde la única fuente de error son los algoritmos del programa, el máximo error absoluto registrado fue de 0.0051 mm y 0.0025°. Estos valores reflejan la precisión numérica del programa y validan la efectividad teórica del método de medición frente a desviaciones en la orientación. Al redondear la posición de los puntos al tamaño de un píxel el máximo error absoluto registrado aumenta a 0.6 mm y 0.34° (Serie A0). Es importante tener en cuenta que estos valores están referidos para una resolución de imagen de 1400x1400, donde el objeto ocupa aproximadamente el 70% de la diagonal. Es esperable que si se utilizara una resolución menor o el objeto ocupara una menor porción de la imagen, el error aumente debido a que la fracción truncada en el redondeo corresponderá a una mayor distancia relativa al tamaño del aparato. Por ejemplo en el caso que la resolución de la imagen fuera 700x700 el máximo error registrado en la simulación A0 aumenta a 1.22 mm y 0.76°. Un efecto similar al de la resolución se produce cuando el ángulo de visión de la proyección aumenta de 20° a 40°, en cuyo caso la imagen del aparato es más pequeña y el máximo error en la simulación A0 aumenta a 1.48 mm y 0.62°. El detalle de los resultados de esta serie se lista en anexo C.6.

TABLE 5.3. Correlación del error absoluto promedio de medición de ángulos y traslaciones frente a variaciones en la orientación de las vistas.

Variación	Vista AP		Vista Lateral	
	Ángulos	Traslaciones	Ángulos	Traslaciones
Aumento α	0.33	0.22	0.12	0.15
Disminución α	-0.34	-0.23	-0.25	-0.20
Aumento β	0.04	0.03	0.03	0.03
Disminución β	-0.08	0.09	0.07	0.04

Interesa observar cómo afecta al error de medición una variación de α y β cuando existe error en la ubicación de puntos. A diferencia del caso con precisión float, se observa un aumento del error al aumentar la desviación de la orientación en el ángulo azimutal α (no así en el de elevación). Esto se ve reflejado en los índices de correlación del error absoluto promedio respecto de las distintas desviaciones de orientación mostrado en la tabla 5.3. El anexo C.5 presenta los gráficos de las distribuciones para cada caso. Esta influencia se puede deber a la amplificación del error debido a la no perpendicularidad de las proyecciones ya que α incide en mayor grado que β en el ángulo entre orientaciones ϕ . Esto se verifica de la expresión de proyección (C.1) del anexo C.3 en la que α se suma directamente a la variable *Azimuth* que define el ángulo entre proyecciones para la situación estándar. β en cambio produce una rotación de las cámaras en un sentido ortogonal (elevación) cuya influencia sobre ϕ es despreciable si β es pequeño.

Resultado serie B

Esta serie es la más representativa de las tres ya que varía todas las variables que definen un posible escenario. De estas simulaciones se obtendrá el error general del método, utilizando una imprecisión de marcado de puntos de $n = 3$ píxeles y descartando aquellos escenarios que no cumplan con los rangos definidos para los indicadores del programa. El primer indicador es el de calibración cuyo valor máximo fue definido en 3%. Se estima que dichos casos no son representativos de la realidad debido a que el médico tiene la

opción de revisar (eventualmente mejorar) su marcación de puntos hasta obtener un valor del indicador bajo el umbral.

Otros dos indicadores son el valor del ángulo entre proyecciones ϕ (página 11) y el ángulo fuentes-fragmento Ψ (página 22). Interesa descartar casos que presenten valores de estos ángulos cercanos a 0° o 180° ya que en dichos casos el método pierde validez. El rango de valores permitidos para ϕ y Ψ se determinará a continuación a la luz de su impacto en la magnificación de error.

De los resultados de la simulación se observa que para valores de Ψ cercanos a 0° o 180° el error en la medición de ángulos aumenta (Gráficos en Anexo C.7). Esta relación se visualiza de mejor manera con los gráficos de la figura 5.2 que muestran el error de medición en función del máximo alejamiento absoluto de Ψ respecto de 90° de ambos fragmentos ($\max[|\Psi_{proximal} - 90|, |\Psi_{distal} - 90|]$). Se observa que el efecto es más fuerte en el caso de medición de ángulos. Esto se debe a que una imprecisión de Ψ afecta directamente el cálculo del eje \vec{Z} de los fragmentos, vectores con los cuales se calculan los ángulos de deformidad y montaje. De los parámetros de traslación sólo los de deformidad se encuentran afectados a un error en el cálculo de los vectores \vec{Z} ya que se miden respecto de la base M_2 , definida a partir de la dirección \vec{Z} proximal. Se considera que un alejamiento máximo de 70° es razonable para evitar una magnificación excesiva del error, siendo los casos excluidos el 7% del total. Esto significa que el programa funcionará sólo si Ψ se encuentra en el rango $20..160^\circ$ en cada vista y en cada fragmento.

La incidencia del ángulo entre proyecciones ϕ en el error de medición se muestra en la figura 5.3. Como es de esperar se observa un aumento del error con el alejamiento de ϕ de 90° (Correlaciones entre 0.26 y 0.38). Se considerará que un rango aceptable para ϕ es de $30..150^\circ$ debido a que se estima poco probable que el tecnólogo llegue a realizar mediciones desde orientaciones tan desviadas. A la luz de las desviaciones medidas en 5 casos reales del anexo B.2, en las que el máximo es de 17.6° , se considera razonable suponer que las desviaciones serán menores a 30° .

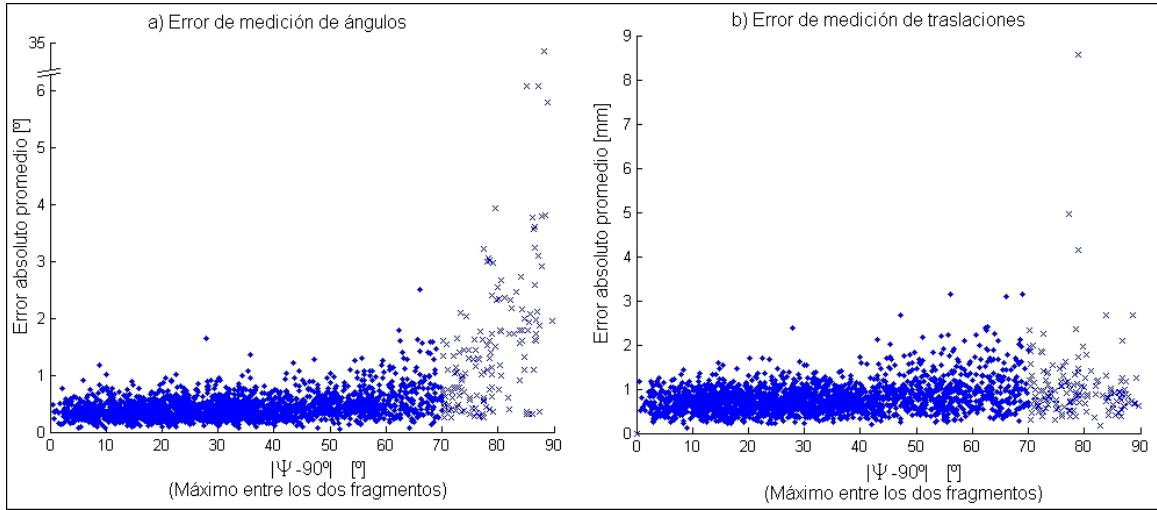


FIGURE 5.2. Error de medición en función del alejamiento del ángulo fuentes-fragmento Ψ de 90° . Las cruces indican los casos descartados.

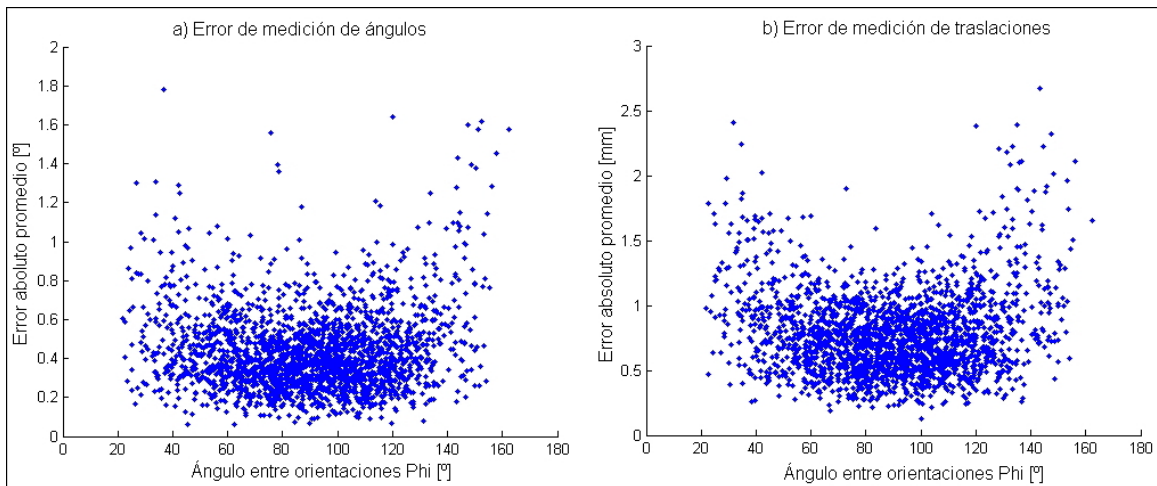


FIGURE 5.3. Error absoluto promedio en función del ángulo entre orientaciones ϕ en serie B3.

Descartando aquellos casos que no cumplen con el rango definido para los ángulos Ψ (154 de 2305) y ϕ (50 de los 2151 restantes) se calculó el error promedio, desviación y máximo del sistema de medición para cada parámetro. Estos valores se muestran en la columna B3 de la tabla 5.4. Contrario a lo esperado al descartar los casos con indicador de calibración fuera de rango (730 de los 2101 de la serie B3) el promedio de las desviaciones se reduce apenas un 6.6% (Columna B3'). Esto resta validez al sentido práctico del indicador de calibración como predictor del error.

TABLE 5.4. Errores de medición obtenidos en las series B.

Parámetro			B0			B3			B3'			
			\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	
Deformidad	Ángulo [°]	AP	-0,006	0,14	0,82	-0,010	0,64	3,76	-0,025	0,64	3,76	
		LAT	-0,003	0,14	0,73	-0,003	0,66	3,81	-0,005	0,67	3,81	
	Traslación [mm]	AP	0,004	0,20	0,82	-0,016	0,95	4,23	-0,030	0,94	4,23	
		LAT	-0,008	0,20	0,84	-0,014	1,00	3,96	-0,021	1,00	3,96	
Montaje	Ángulo [°]	AXIAL	-0,025	0,19	0,74	-0,054	0,81	3,53	-0,051	0,78	3,53	
		AP	0,002	0,11	0,59	0,015	0,55	2,38	0,030	0,48	2,15	
		LAT	-0,001	0,11	0,65	-0,013	0,56	3,70	-0,006	0,49	2,58	
	Traslación [mm]	AXIAL	0,001	0,07	0,31	0,003	0,36	1,95	0,000	0,30	1,30	
		AP	0,000	0,24	1,33	0,020	1,10	4,98	0,036	0,91	3,67	
		LAT	0,029	0,22	1,03	0,067	1,14	5,74	0,042	0,95	4,85	
			AXIAL	0,171	0,17	0,94	0,201	0,80	3,59	0,159	0,72	2,65
Promedio		Ang. [°]	-0,001	0,11	0,62	-0,002	0,55	3,12	-0,001	0,52	2,72	
		Tras. [mm]	0,029	0,20	0,95	0,034	0,97	4,34	0,023	0,88	3,82	
Error absoluto promedio		Ang. [°]	0,11			0,54			0,54			
		Tras. [mm]	0,17			0,80			0,80			

Se considerará que el error general del sistema de medición es el de la serie B3'. Para la medición de parámetros de angulación se considerará que el sesgo es despreciable y la desviación estandar del error es de 0.52° . En el caso de medición de parámetros de traslación existe un máximo sesgo de 0.16 mm y desviación estandar del error de 0.88 mm.

Al realizar la simulación suponiendo condiciones ideales donde los puntos son ubicados en los píxeles que corresponden y la proyección es perfecta se obtienen los resultados de la columna B0 de la tabla. El máximo error registrado en estas condiciones (considerando además la serie A0) es de 1.33 mm y 0.82° . Estos resultados validan la efectividad teórica del método de medición, ya que son inferiores a los errores que se habrían obtenido con el método de medición tradicional. El siguiente es un ejemplo de estos últimos.

En el escenario de la simulación A, para la evaluación de parámetro de deformación de traslación AP cuyo valor es -15 mm (Tabla 5.1) una desviación de la orientación AP de sólo $\alpha_{AP} = 10^\circ$ habría significado un error de 3.45 mm (23%) utilizando el método tradicional. Esto se obtiene según lo visto en la página 5 aplicando (2.1) con $A = -20$ mm (parámetro de deformación traslación lateral), $B = -15$ mm (parámetro de deformación traslación AP) y $\alpha = 0.1745$ rad (10° de desviación de la imagen).

5.3. Medición de parámetros: Casos de estudio

Para abordar los problemas prácticos que no son cubiertos por los experimentos simulados se realizaron tres experiencias de corrección en huesos de plástico. En cada una se estimó el error de corrección (deformación residual) con la cual quedó el hueso luego de ejecutar el desplazamiento planificado. El ángulo de deformación axial no fue considerado debido a que su valor no es evaluado por el programa sino por el médico. Los escenarios montados consideraron desviaciones respecto de las restricciones de ortogonalidad.

Como resultado se obtuvieron errores máximos de 2.75 mm y 3° en los casos donde los ángulos ϕ y Ψ se encuentran en los rangos definidos en 5.2. El error absoluto promedio fue de 1.04 mm y 1.9°.

Contrario a lo esperado hubo una radiografía que no pudo ser calibrada de manera de obtener un indicador de calibración menor a 3%, invalidando la suposición de que siempre es posible cumplir con este umbral. El valor de este indicador resultó útil para detectar equivocaciones cometidas en el ingreso de datos al planificador. En dos ocasiones su valor se mantuvo sobre el umbral hasta que se revisó y corrigió un error en el ingreso de los largos de las barras. En otra su alto valor permitió revisar y corregir un error en el ingreso de uno de los diámetros de los anillos.

Se estima que parte del error de medición obtenido en los casos se debe a la incapacidad de definir una posición exacta para los extremos de los fragmentos. Estos han sido definidos en el centro de los planos de osteotomía, pero ha sido difícil determinar dicha posición en las distintas vistas del fragmento. Esta incertidumbre se refleja en parte en el valor del indicador de localización, el cual en promedio fue de 0.56 mm (valores en tabla C.3)

5.3.1. Caso 1. Procedimiento estándar

Esta experiencia consistió en recrear una operación de corrección típica y bajo las convenciones de ortogonalidad. De todos modos se obtuvieron desviaciones respecto de las ortogonalidades requeridas de 5° en las orientaciones radiográficas y 8° en la perpendicularidad del anillo proximal.

Método: Se le pidió al médico que montara los anillos en un hueso tal como lo haría normalmente. El hueso presenta una curvatura y además se dividió en dos fragmentos desplazados y angulados uno del otro. Se tomaron las radiografías y se realizó la medición, planificación y corrección. La resolución de las radiografías utilizadas fue de 511x623 píxeles. Se estimó el desplazamiento total entre ambos extremos luego de la corrección y el máximo ángulo entre ambos fragmentos. La posición de los extremos fue definida en el centro del plano de osteotomía.

Resultado: La figura 5.4 a) muestra las radiografías. El médico estimó en 40° el valor del ángulo de deformación axial. Las imágenes pudieron ser procesadas por el algoritmo de fotogrametría obteniéndose valores del indicador de calibración de 1.2% y 1.4% en vistas AP y Lateral. Las deformaciones medidas por el programa se muestran en la tabla C.3. Luego de la corrección se estimó la desalineación residual en máximo 3° y la traslación total de los puntos extremos menor a 2 mm (figura 5.4 b). No se pudo realizar esta medición con mayor precisión debido a la holgura mecánica del aparato (rango de desplazamiento: 1.7 mm horizontal, 0.8 mm axial). El error de angulación axial se estimó entre 5° y 8°.

5.3.2. Caso 2. Variando orientaciones

Otro escenario fue montado. Esta vez se tomaron 2 radiografías extras en posiciones oblicuas a las estándar para estudiar el impacto de una desviación de las orientaciones en la deformación residual. La desviación en elevación β fue de -2° a 16° y la desviación del anillo proximal respecto del eje proximal fue mayor a 13°.

Método: Se realizó la ubicación de puntos con las 4 imágenes con conjunto, pudiendo ajustar los puntos de localización de manera de minimizar el indicador de localización. Esto es una ventaja que contribuye a reducir el error del método. Las imágenes fueron expandidas de una resolución de 623x623 a 1200x1200 antes de utilizarlas (comentarios sobre expansión en la página 116). Se escogieron seis pares de vistas de manera de tener seis valores distintos del ángulo entre proyecciones ϕ . Con cada uno de estos pares de radiografías se realizó una planificación y posterior corrección. La posición de los extremos fue definida en el centro del plano de osteotomía.

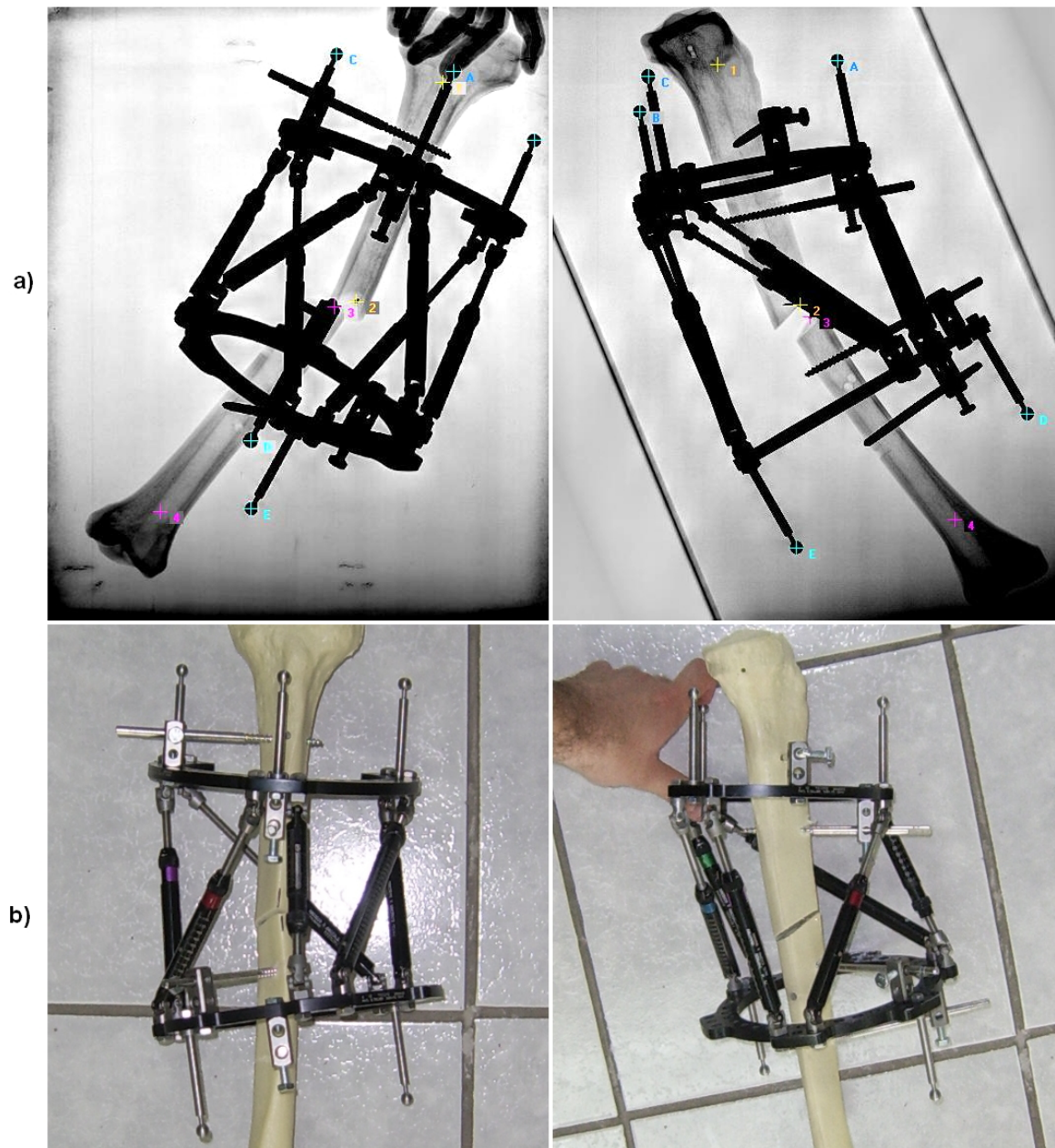


FIGURE 5.4. Imágenes del Caso 2. a) Radiografías antes de la corrección, b) Vistas luego de la corrección.

Resultado: La desalineación final se mantuvo bajo 2° en todas las correcciones. El máximo error de traslación fue de 2.75 mm en la corrección en la cual $\phi = 32.6^\circ$. El error absoluto promedio de traslación se grafica en la figura 5.5 respecto de ϕ . Se observa una tendencia de aumento en el error al disminuir ϕ . Detalles como éste o el valor de las

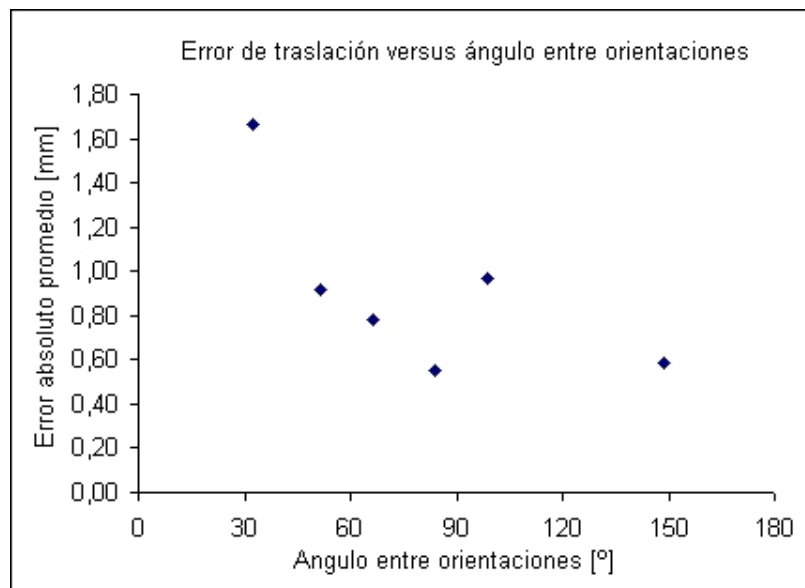


FIGURE 5.5. Traslación residual (promedio absoluto de las tres) en función de ϕ en las 6 planificaciones del caso 2.

mediciones realizadas por el programa en cada planificación se tabulan en el anexo C.9. Las imágenes se encuentran en el anexo C.10.

En algunos casos la posición final planificada implicó que los fragmentos se tocaran y quedaran bajo leve tensión que no implicó problemas para la evaluación de la deformidad residual.

El valor de la traslación residual se encuentra en algunos casos dentro del rango de holgura del aparato. Esta es la situación de la traslación final AP luego de planificar con las vistas Oblicua 2 y AP (Figura 5.6).

5.3.3. Caso 3. Variando orientaciones

Con el mismo objetivo y metodología del caso 2 se busca estudiar la variación de las mediciones y la deformación residual obtenida con distintas planificaciones para otro escenario desviado de las condiciones estándares. La desviación β estuvo en el rango -12° .. 18° y la desviación anillo proximal - eje proximal fue de al menos 30° .

De las 4 radiografías tomadas una de ellas presentó una oclusión completa de los extremos de ambos huesos por lo cual fue descartada. Con pares de las tres imágenes restantes

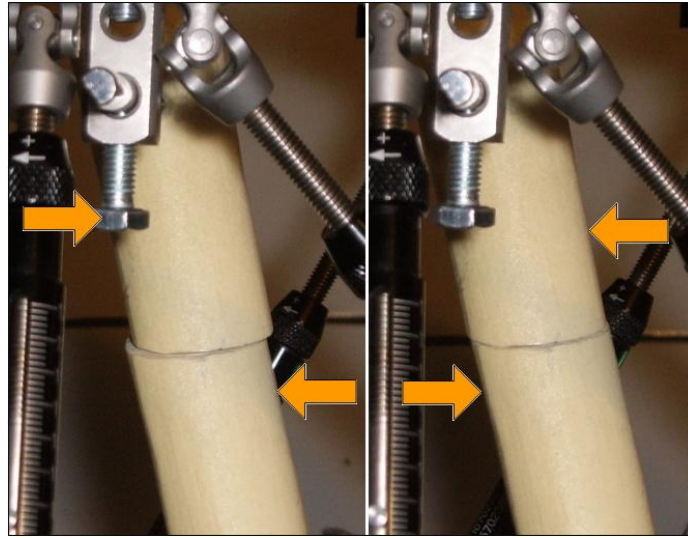


FIGURE 5.6. Muestra de la holgura mecánica del aparato TSF utilizado para las pruebas. El desplazamiento mostrado es producto las fuerzas hechas sobre los fragmentos e indicadas por las flechas.

se realizaron las tres planificaciones de la tabla 5.5. Ellas se identifican con las imágenes con las que fueron hechas (OBL=Vista oblicua). Debido a que el largo final de las barras se redondea a entero las planificaciones AP-LAT y LAT-OBL obtuvieron el mismo set de largos finales a pesar de diferir levemente en la medición de parámetros.

Contrario a lo esperado para el caso extremo en el que el ángulo entre orientaciones es cercano a 180° el error de traslación resultó menor que las otras dos planificaciones, sin embargo el error en la corrección de la desviación angular se disparó a 7° .

El detalle de las mediciones de los parámetros de deformación y montaje de cada planificación y las orientaciones de las radiografías se encuentran en el anexo C.9. Las imágenes están en el anexo C.10.

En esta experiencia la corrección de la deformación inicial del hueso implicó una colisión de ambos fragmentos que impidió evaluar la posición corregida. Para poder realizar la evaluación de la deformación residual se planificó dejando una traslación axial de 2 mm de manera de evitar la colisión. Luego al momento de medir manualmente la traslación axial se restó este valor resultando en los valores tabulados en las tablas 5.5 y C.4.

En el proceso de calibración de las imágenes hubo una (vista AP) cuyo indicador de calibración fue de 4.39 %, mayor al máximo de 3%. A pesar de que se revisó la ubicación de los puntos sobre los marcadores, este valor no disminuyó. Esto invalida la suposición de que siempre es posible disminuir este valor a cero revisando que la marcación haya sido centrada. Entre las razones que podrían explicar este hecho está la holgura del aparato, que causa un desplazamiento indeterminado de los marcadores D y E ubicados en el anillo distal respecto de los otros 3 ubicados en el proximal. En el resto de las imágenes utilizadas para los tres casos de estudio el indicador se mantuvo bajo 3% como indica la tabla C.2 del anexo C.9.

TABLE 5.5. Máxima deformación residual registrada de entre todos los parámetros de deformación para las distintas planificaciones del caso 3.

Planificación	AP-O2	AP-LAT	LAT-OBL
Ángulo entre orientaciones ϕ [°]	63,8	108,1	171,4
Máximo error de traslación [mm]	1,58		0,9
Máximo error de angulación [°]	1		7

5.4. Detección de colisión

Se estudia a continuación el desempeño del método de detección de colisión en los casos 2 y 3 de la sección anterior. El objetivo de esta herramienta es alertar de un desplazamiento que haga que los fragmentos se toquen y proveer una manera de definir una trayectoria que lo evite.

Concordando con la ejecución experimental de los desplazamientos, en ambos casos el programa detectó colisiones en las etapas en las que se producían. Se observa que el algoritmo de generación de superficies y STL debe mejorarse para evitar errores de modelación. El uso del programa para planificar una trayectoria que impidiera colisiones resultó útil en el caso 3, habiendo una coincidencia de la planificación y la posición real de los fragmentos en todo momento. Los errores en la estimación de la orientación de los planos de osteotomía (entre 0.6° y 6.7°) impidieron estimar la zona de contacto de los huesos en la posición final, sin embargo fueron lo suficientemente buenos para el propósito general del método.

La principal invalidante del método es la oclusión de fragmentos, la cual impidió utilizar una radiografía en el caso 2.

Dentro de las limitaciones del método modelación de superficies se puede mencionar su incapacidad de modelar formas de sección no elíptica como sucede en los extremos (diáfisis) de los huesos. Tampoco se cubre el caso que el extremo del fragmento no tenga una forma plana en cuyo caso el contorno del área de corte puede ser de difícil reconocimiento e implicaría un mal cálculo de la orientación del plano de osteotomía. Es importante mencionar que en casos donde se tienen dos huesos en paralelo (Ej. Cúbito y radio) el programa sólo podrá modelar uno de ellos, pudiendo ser el otro el que experimente una colisión.

5.4.1. Colisión en Caso 2

Se realizó la detección para la planificación Oblicua1-Oblicua2 del caso 2. La tercera imagen utilizada fue la AP debido a que en la vista lateral no es posible ver extremo del fragmento distal (Figura C.12 del anexo C.10).

La nube de puntos de la superficie del hueso proximal fue generada exitosamente, no así la distal. El programa generó un angostamiento en la mitad de este fragmento, cosa que no existe en la realidad (Figura 5.7). La razón de este error se encuentra en una situación no controlada en la función de ajuste de elipses que ocurre cuando la elipse en construcción se encuentra en el punto de perpendicularidad del eje del fragmento respecto a la posición de la fuente de rayos X. Dado que esta imperfección ocurrió lejos del extremo de los fragmentos no impidió llevar a cabo la detección. El algoritmo de generación de triángulos STL también presentó una imperfección generando un triángulo menos en cada fragmento de un total de 1200. La razón aún no se ha determinado.

Se generó una agenda de 20 días (pasos) en la cual el programa alertó de un traslape en el último día de tratamiento. Esto coincide con la ejecución de la agenda manualmente en la cual desde el 19º paso los fragmentos entran en contacto parcial (se tocan al acercar los fragmentos ocupando el rango de holgura del aparato). La colisión predicha por el programa es leve con una inserción axial de un fragmento sobre el otro de 0.4 mm. Esto coincide con la implementación en la plataforma real en la cual dicho traslape sólo produjo una leve tensión entre los huesos plásticos.

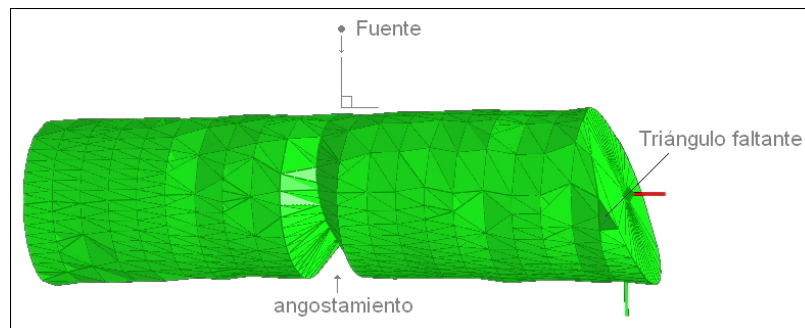


FIGURE 5.7. Errores en el modelamiento de la superficie del fragmento distal.

La inclinación del corte de osteotomía en los modelos 3D es de 27.2° proximal y 22.2° distal mientras que la inclinación real del corte fue de 28° . Debido a estos errores el programa indica que los planos de corte quedan más separados que en la realidad luego de la corrección (9.2° de separación versus los 2.5° reales). A pesar de estas diferencias la zona de contacto en la posición final es similar en el modelo 3D y el real.

5.4.2. Colisión en Caso 3

De igual modo se generó una agenda de 20 días para el caso 3. Ambos huesos fueron modelados con éxito utilizando las vistas AP, LAT y Oblicua 1. Según el programa los fragmentos entran en contacto desde el 5º día hasta el último en el cual los huesos quedan traslapados 2.2 mm axialmente. La ejecución de la agenda en la plataforma real coincidió con estos resultados, produciéndose un contacto parcial desde el 5º día (Figura 5.9) y uno completo desde el 6º. Para observar la posición final de los huesos se desarmó la plataforma y se intentó armar estando las barras en su largo final sin embargo la colisión de los fragmentos impidió instalar la última barra.

La diferencia en la inclinación del plano de osteotomía calculado para cada fragmento respecto de su valor real fue de 0.6° y 1.8° . Este pequeño error fue suficiente para producir

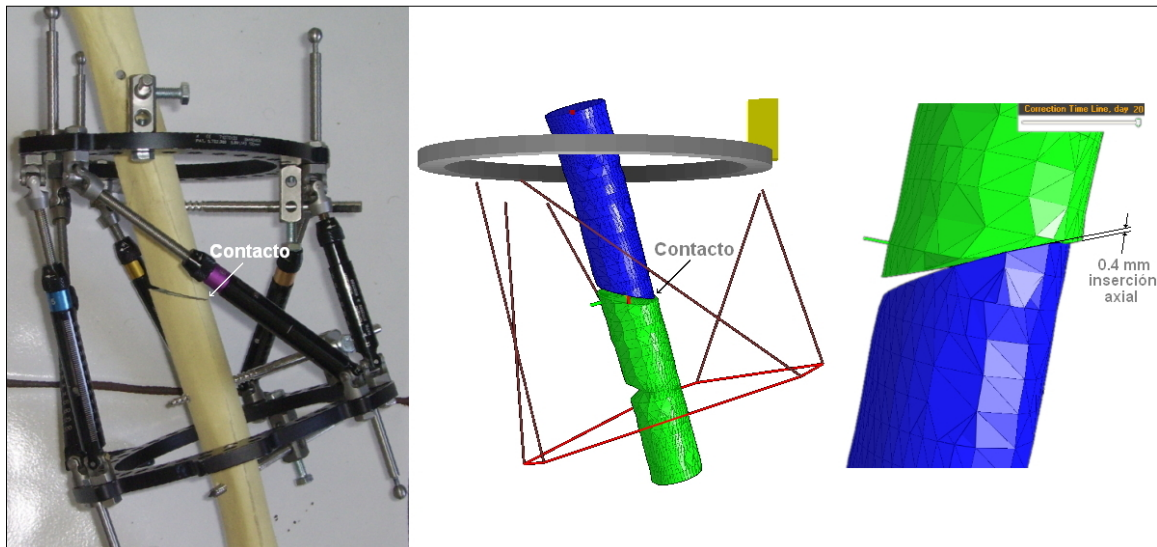


FIGURE 5.8. Posición final del aparato en caso 2. El programa predice un traslape de 0.4 mm.

una diferencia en la zona donde se produce el traslape del último día según el modelo 3D respecto del real.

Realizar la corrección de este caso implicó ejecutar el desplazamiento en dos tramos como se menciona en la sección 3.3. La posición intermedia fue definida ingresando manualmente valores a la deformación residual y observando que la posición de los fragmentos al final de la primera planificación permitiese evitar la colisión en la segunda.

Luego de generar la agenda del primer desplazamiento, se realizó la segunda planificación partiendo de la deformación residual y largo final de las barras de la primera. La tabla 5.6 muestra los valores de estos parámetros para este caso, las imágenes correspondientes se encuentran en el anexo C.10. Para evitar el traslape de la posición final se definió una traslación residual axial de 2 mm. La ejecución de las agendas obtenidas en la plataforma real se ajustó a la planificación realizada, produciéndose los desplazamientos deseados y corrigiendo la deformidad sin colisión.

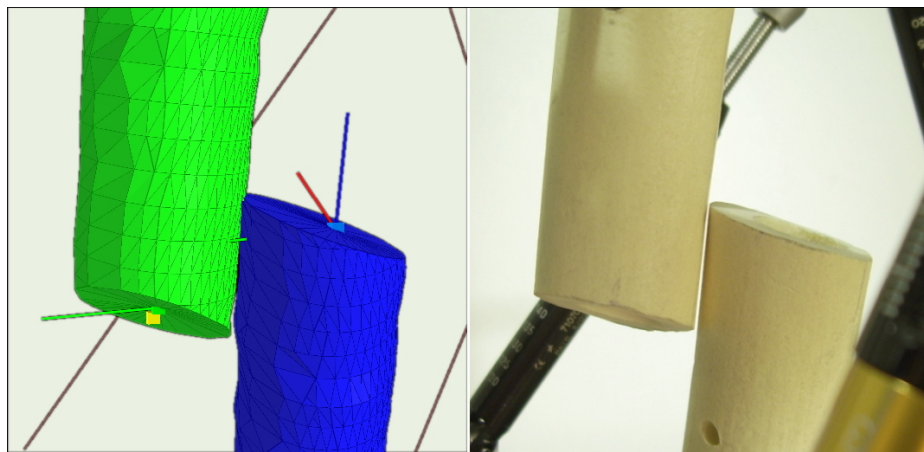


FIGURE 5.9. Fragmentos en el 5º día de corrección del caso 3. Mientras el programa predijo colisión para este instante, en la realidad existe una separación de 0.5 mm entre las superficies.

5.5. Caso general

Esta subsección muestra el resultado de algunas de las pruebas hechas para testear el desempeño del programa en casos generales de medición de coordenadas y estimación de volúmenes.

5.5.1. Medición en plano patrón

La primera prueba realizada al sistema estuvo orientada a evaluar la precisión con la cual es capaz de medir coordenadas y ángulos. Los errores obtenidos fueron menores a 0.3 mm y 1° estando su disminución limitada en parte por la resolución de la imagen utilizada.

El ejercicio consistió en dibujar dos segmentos de recta en un papel milimetrado y obtener la posición (traslación y angulación) de uno de ellos respecto del otro usando fotografías de la hoja y del aparato sobre una mesa. El resultado se puede comparar con la posición medida directamente del papel milimetrado. Las dos imágenes utilizadas para realizar la medición fueron obtenidas con una cámara fotográfica digital *Samsung Digimax-A40* de 2272 x 1704 píxeles de resolución. Junto al papel milimetrado fue puesto el aparato ortopédico con el *Master Tab* indicando la dirección normal de la mesa (ver anexo C.11).

TABLE 5.6. Deformación inicial y residual utilizada en la planificación de cada desplazamiento del caso 3.

Deformaciones			Planificación 1	Planificación 2
Deformación Inicial	Ángulo [°]	AP	22,4	0
		LAT	12,3	0
		AXIAL	20,0	0
	Traslación [mm]	AP	-6,9	-20
		LAT	-37,5	-20
		AXIAL	20,0	-4
Deformación Residual	Ángulo [°]	AP	0	0
		LAT	0	0
		AXIAL	0	0
	Traslación [mm]	AP	-20	0
		LAT	-20	0
		AXIAL	-4	-2

La figura 5.10 a) muestra los segmentos dibujados, los cuales están definidos por los puntos P1, P2, P3 y P4. El segmento P1-P2 define una base de coordenadas con origen en P2 y eje \vec{y} en sentido axial. Respecto de esta base se obtendrá la posición x,y del punto P3 y el ángulo α del eje P3-P4. Como se observa estos valores son de x=20mm, y=-10 mm y el ángulo es $\alpha = \arctan(0.5) = 26.565^\circ$. Los valores entregados por el programa fueron $x = 20.028$, $y = -9.74$ y $\alpha = -26.5395$ (Datos rotulados como *Deformity Angles* y *Translation* en Figura 5.10 b)). Se observa además que según el programa el segmento P3-P4 se encuentra a 0.109 mm de profundidad bajo el papel y angulado 0.914° fuera de éste lo cual refleja el error del sistema.

La ubicación de los puntos P1 y P4 generados por el programa no corresponden a la posición que tienen en el papel. Esto se debe a que ellos no son ubicados mediante estereoscopia sino primero determinado el vector dirección de los segmentos y luego ubicados los puntos en dicha dirección a 80 mm del origen de cada segmento (Página 22). En el papel estos se dibujaron a 50 mm y 67 mm del correspondiente origen.

5.5.2. Estimación de superficies

El algoritmo de estimación de superficies funciona sólo en objetos de sección aproximable a una elipse y cuyo eje permanezca al interior del volumen. Se testeó su desempeño en objetos con estas características obteniéndose los resultados de la figura 5.11. Los modelos utilizados son simétricos pero ésta no es una condición requerida. El extremo fue marcado en la parte más alta del eje central de cada objeto. En ambos casos se debió señalar un plano de osteotomía. En el caso del envase de lavalozas este corresponde a su tapa, cuya inclinación calculada por el programa difiere de la horizontalidad en 3.5° . El extremo del otro objeto no termina en forma plana pero de todos modos debió dibujarse un plano en forma imaginaria en una zona tan pequeña que no alcanza a distinguirse. Las fotografías utilizadas para estos casos se muestran en el anexo C.11.

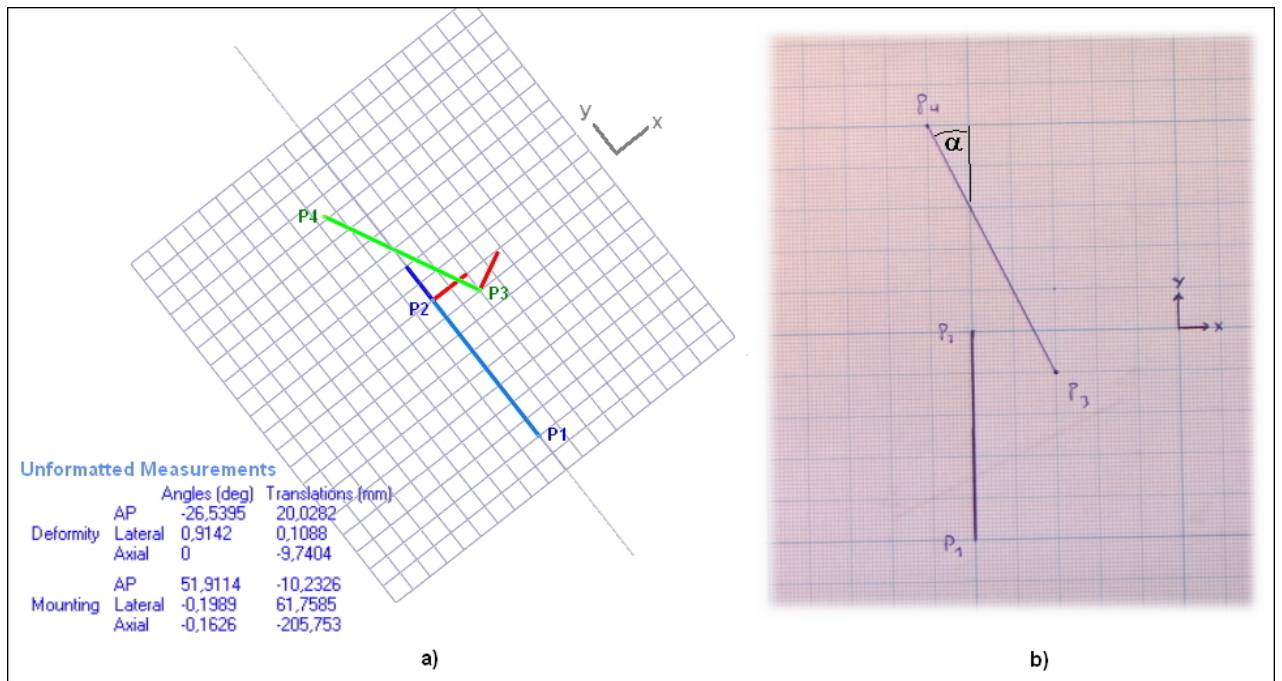


FIGURE 5.10. Comparación entre la ubicación relativa de los segmentos según el programa en a) y su ubicación real en b).

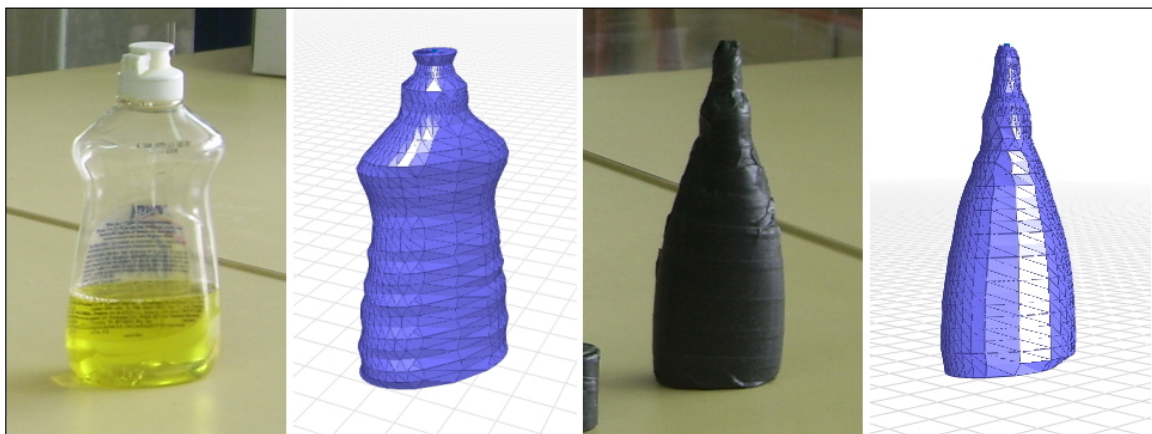


FIGURE 5.11. Estimación de superficie de objetos que cumplen las características de sección elíptica: envase de lavalozas (izquierda) y de pegamento.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1. Revisión de resultados

Se valida la hipótesis de que el incumplimiento de las ortogonalidades tradicionales no inducen error en un sistema de medición por estereoscopia siempre y cuando no exista error en la marcación de puntos sobre las radiografías. Sin embargo si existe error de marcación, su impacto en el error de medición aumentará con el grado de la desviación. Debido a esto se definen rangos máximos para los ángulos que reflejan las desviaciones. Estos rangos se cumplirán mientras las desviaciones no sean extremas (menor a 30°).

El sistema de medición desarrollado permite medir 11 de 12 parámetros de deformación y montaje. El valor del ángulo axial de deformación debe ser medido de la manera tradicional. El método es robusto frente a desviaciones en la orientación de las proyecciones radiográficas, eliminándolas como fuente de error en la corrección. Además facilita el montaje del anillo proximal al permitir montarlo en cualquier orientación. El error promedio cometido en las pruebas realizadas es de 1.04 mm y menor a 1.9° , que depende en parte del error humano en la ubicación de los puntos sobre las imágenes radiográficas. Estos se encuentran dentro del rango clínicamente aceptable, considerando que la holgura mecánica del aparato llega a los 2 mm. El promedio de la distancia entre los extremos de los fragmentos luego de la corrección y su desalineación total fue de 1.63 mm y 1.9° , que se comparan con 1 mm y 2.8° obtenidos por Simpson y Ma. La ventaja de este sistema respecto del sistema de Simpson es que no se necesita tomar una tomografía computada ya que las mediciones se realizan a partir de las mismas radiografías tradicionales.

La función de detección de colisión funcionó correctamente en las dos pruebas realizadas detectando el momento del tratamiento en el que se produjo el traslape con un día de error. El método desarrollado permite planificar una trayectoria que evite la colisión mediante dos desplazamientos lineales.

6.2. Problemas

El principal invalidante del sistema es la oclusión de las zonas relevantes de la imagen. Si la oclusión impide determinar la posición de alguno de los marcadores el sistema de medición no podrá funcionar con dicha imagen. Lo más frecuente es que las barras del mecanismo impidan observar los extremos de los fragmentos, generando una incertidumbre sobre la posición los los puntos que definen sus extremos, como sucedió en 3 de las 10 radiografías utilizadas en las pruebas.

En general existe incertidumbre sobre cuál es la posición exacta en cada imagen del punto que simboliza el extremo del fragmento. Esta es escogida arbitrariamente por el médico sin relación con una referencia física que permita identificarlo en forma unívoca en cada imagen. Dicha incertidumbre contribuye directamente al error de corrección. Este problema también afecta al método tradicional.

6.3. Trabajo futuro

Reducir la oclusión modificando los materiales de las barras para disminuir su opacidad sería un gran aporte al método de medición. Tal como lo es para la medición con CT la utilización de una plataforma de fibra de carbono fabricada por Gotham Medical¹ para disminuir el ruido que producen las piezas de la plataforma.

Tanto para este nuevo método como para el tradicional, será de utilidad contar con un método que permita definir de manera objetiva los extremos de los fragmentos en cada radiografía.

Por último una mejora en la ejecución del sistema podría ser el suavizar el desplazamiento escalonado de la corrección usando una plataforma automatizada que ejecute la agenda de manera continua como la desarrollada por Juergens, Weinrich, Wenzl, Faschingbauer, and Seide (2004).

¹www.gothammedical.com

BIBLIOGRAFIA

- Angeles, J. (2003). *Fundamentals of robotic mechanical systems: Theory, methods, and algorithms* (Third ed.). Springer.
- Belei, P., Schkommodau, E., Frenkel, A., Mumme, T., & Radermacher, K. (2007). Computer-assisted single- or double-cut oblique osteotomies for the correction of lower limb deformities. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part H: Journal of Engineering in Medicine*, 221(7), 787-800.
- Ellis, Borschneck, & Iyun. (2002). Computer-assisted correction of bone deformities using a 6-dof parallel spatial mechanism. *Lecture notes in computer science*, 2488, 232.
- Ellis, R., Borschneck, D., Slagel, B., Ma, B., & Simpson, A. (2008). Computer-assisted distraction osteogenesis by ilizarov's method. *The international journal of medical robotics and computer assisted surgery*, 4(4), 310.
- Grill, F., Petje, G., Ganger, R., Radler, C., Huebl, M., & Manner, H. (2007). Accuracy of complex lower-limb deformity correction with external fixation: a comparison of the taylor spatial frame with the ilizarov ring fixator. *Journal of Children's Orthopaedics*, 1(1), 55.
- Juergens, Weinrich, Wenzl, Faschingbauer, & Seide. (2004). A hexapod robot external fixator for computer assisted fracture reduction and deformity correction. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 1(1), 64.
- Kortmann, Wolter, & Seide. (1999). Fracture reduction and deformity correction with the hexapod ilizarov fixator. *Clinical Orthopaedics and Related Research*(363), 186.
- Krettek, Hochhausen, Hufner, Richter, Gosling, & Hankemeier. (2006). Computer-assisted analysis of lower limb geometry: higher intraobserver reliability compared to conventional method. *Computer Aided Surgery*, 11(2), 81.

- Lorenzo, Karrellas, Shiran, Deguzman, & Jimenez. (2008). Ct versus plain radiographs for evaluation of c-spine injury in young children: do benefits outweigh risks? *Pediatric Radiology*, 38(6), 635.
- Ma, B., Simpson, A., & Ellis, R. (2007, 2007). Proof of concept of a simple computer-assisted technique for correcting bone deformities. In *10th international conference on medical imaging and computer-assisted intervention, miccai 2007, october 29,2007 - november 02* (Vol. 4792 LNCS, p. 935-942). Brisbane, Australia: Springer Verlag.
- Quan, L., & Lan, Z. (1999). Linear n-point camera pose determination. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8), 774-780.
- Shevtsov, V. (1997). Professor g.a. ilizarov's contribution to the method of transosseous osteosynthesis. *Bulletin - Hospital for Joint Diseases (New York, N.Y.)*, 56(1), 14 - 15.
- Shtarker, H., Volpin, G., Stolerio, J., Kaushansky, A., & Samchukov, M. (2002). Correction of combined angular and rotational deformities by the ilizarov method. *Clinical orthopaedics and related research*(402), 184.
- Shum, S., Lau, W., Yuen, M., & Yu, K. (2002). Cost-effective solid reconstruction from an x-ray image. *Journal of Materials Processing Technology*, 121(2/3), 207.
- Warzee, Schuind, Kazzi, E., & Leloup. (2009). Conception of a navigation system controlling diaphyseal fracture reduction treated with external fixation. *The international journal of medical robotics and computer assisted surgery*, 5(1), 99.
- Zheng, G., & Dong, X. (2006, 2006). Computerized fluoroscopy with zero-close image updates for minimally invasive femoral diaphyseal fracture reduction. In *Medical imaging 2006: Visualization, image-guided procedures, and display, february 12,2006 - february 14* (Vol. 6141, p. SPIE). San Diego, CA, United states: SPIE.

ANEXO A. HISTORIA Y ESTADO ACTUAL DEL MÉTODO DE CORRECCIÓN DE DEFORMIDADES

La serie de anexos A presenta una visión detallada de la técnica de corrección de deformidades. Se abarca desde la motivación de la técnica médica, pasando por el método tradicional de medición de deformidad hasta el funcionamiento del software de planificación actual, sobre el cual esta investigación pretende realizar una mejora.

A.1. Del aparato de Ilizarov a la plataforma de Stewart

Las deformidades de los huesos de las extremidades son comunes en el ámbito de la traumatología. Estas se caracterizan por la presencia de una curvatura a lo largo del hueso o un largo inapropiado (Figura A.1). Algunas causas de deformación son congénitas debido a un daño en el cartílago de crecimiento del hueso. Otras se producen luego de una mala reducción de una fractura, en cuyo caso ambos fragmentos sueldan en forma desalineada. En general el problema implica una rotación y traslación inadecuada de un extremo del hueso respecto del otro, generando una ineficiencia mecánica en el uso de la extremidad.

Actualmente la deformidad puede ser corregida gracias a una propiedad de regeneración del organismo que es capaz de crear tejido óseo de excelente calidad en el espacio

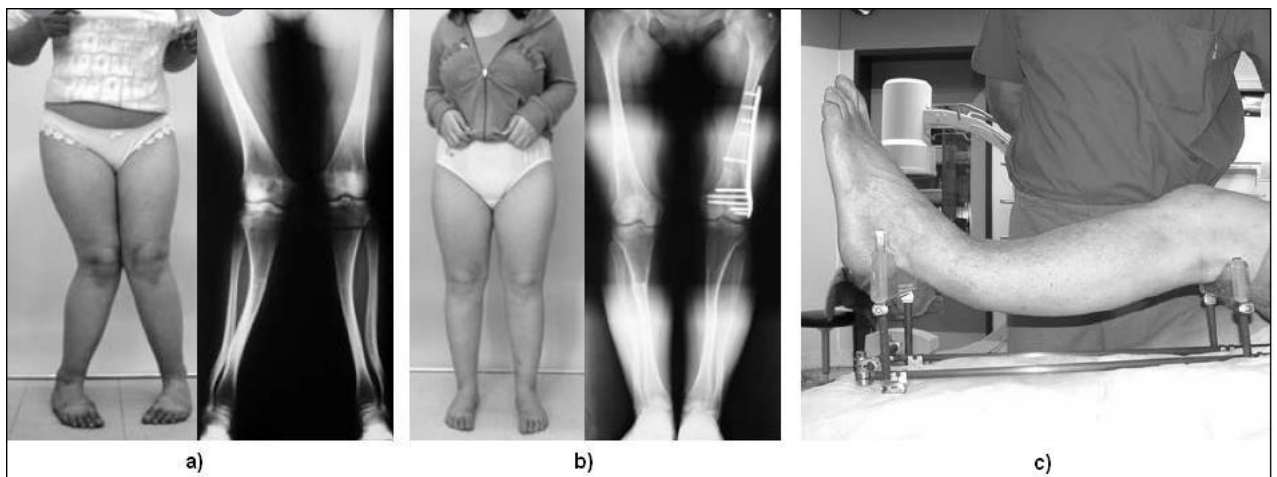


FIGURE A.1. a) Caso de deformidad publicado por Kuçukkaya et al., 2009, b) corrección de la deformidad anterior c) deformidad de tibia publicada por la empresa Smith & Nephew.

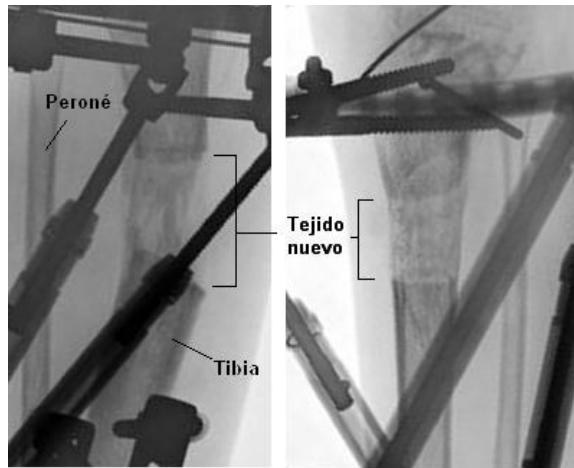


FIGURE A.2. Al separar los fragmentos lentamente el tejido óseo se forma a lo largo de la interfaz de corte.

entre las dos partes de un hueso recientemente seccionado. Esta característica dio origen a una técnica conocida como *distraction osteogenesis* que consiste en separar gradualmente un fragmento respecto del otro a medida que se lleva a cabo la regeneración, implicando la creación de hueso a lo largo de toda la trayectoria de desplazamiento (Figura A.2). De este modo un extremo del hueso deformado puede ser reubicado respecto del otro mediante un seccionamiento y posterior distracción gradual de ambas partes.

Esta técnica fue implementada en 1951 por el médico Ruso Gavril Ilizarov (1921-1992), quien incorporó el uso de un mecanismo ortopédico para controlar esta distracción. El desplazamiento se ejecuta utilizando un fijador externo al cual ambos fragmentos se encuentran empotrados. El aparato conocido como Ilizarov Ring Fixator o IRF debe ser armado por el médico de acuerdo a los grados de libertad que pretenda utilizar para realizar la corrección. A pesar de su éxito clínico esta técnica fue desconocida fuera de Rusia durante los siguientes 30 años. Desde entonces ha dado solución a los problemas de deformidad en todo el mundo pero con algunas complicaciones. Esto debido a medida que aumentaban los grados de libertad necesarios para realizar la corrección, aumentaba la complejidad mecánica del aparato resultando muchas veces en estructuras sobredeterminadas y limitadas cinemáticamente. La mejora llegó en 1994 cuando Charles Taylor introdujo la cinemática de la plataforma de Stewart en el aparato ortopédico (Paley et al.,

2000) Esta consiste en unir dos cuerpos a través de 6 barras, donde cada una restringe sólo en un grado de libertad la posición relativa de los cuerpos. De esta manera el conjunto queda estáticamente determinado por los largos de las barras. La cinemática de esta plataforma permite realizar movimientos en los 6 grados de libertad sin necesidad de armar o desarmar la estructura. Además sus actuadores dispuestos en forma paralela le confieren mayor robustez mecánica que el aparato original con conexiones eventualmente seriales. Esta innovación ha supuesto un gran avance transformando la técnica en un tratamiento robusto, simple y mas efectivo que el original IRF (Kortmann et al., 1999; Ellis et al., 2002; Grill et al., 2007). Tanto así que es el propio paciente quien realiza opera el aparato, ajustando los largos de sus barras diariamente según una agenda de corrección. A continuación se detallará el proceso completo y se identificarán los aspectos de éste que pueden ser mejorados.

A.2. Versiones comerciales

Existen al menos tres versiones comerciales del sistema mejorado de Ilizarov:

- (i) Hexapod Circular Fixator (HCF) comercializada por LITOS GmbH & CO KG, Hamburgo, Alemania ¹
- (ii) Taylor Spatial Frame (TSF) de la empresa Smith & Nephew ²
- (iii) Computer-Assisted Circular External Fixator (CACEF) de Gotham Medical³.

Todas las implementaciones hacen uso del mismo mecanismo de actuadores lineales. Estos consisten en un cilindro con un sinfín en su interior que al girar varía el largo el conjunto. En el caso del TSF estos están graduados en su longitud, en el HCF se utiliza un pie de metro para medir el largo. La unión con el anillo es a través de rótulas de bola garantizando que cada actuador reste sólo un grado de libertad a la posición de los anillos. En adelante los ejemplos estarán referidos a la versión Estadounidense TSF que es el proveedor líder en América. Para determinar los largos que deben tener las barras

¹www.litos.com/pages/pro_easyhex_e.html

²www.jcharlestaylor.com

³www.gothammedical.com

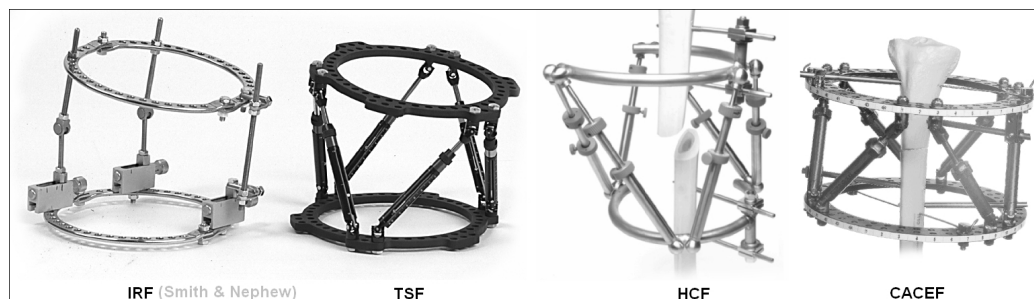


FIGURE A.3. Versiones comerciales de fijadores externos Ilizarov. Imágenes obtenidas de manuales de Smith & Nephew, LITOS y Gotham Medical.

en cada instante de la corrección en función del desplazamiento que se desea realizar, las empresas proveen de un software de planificación. TSF y CACEF proveen del software a través de la web⁴ mediante un servidor al cual los médicos acceden con cuentas de registro. El programa toma información de la posición del aparato y los huesos y entrega una lista con los largos de las barras para cada instante de tiempo del tratamiento llamada “agenda de corrección”.

A.3. Aplicación actual del método

Se ilustrará la aplicación de la técnica actual con un caso clínico operado en Chile el 2007. El paciente posee una deformación congénita en ambas piernas (Figura A.4). En mayo de 2009 acudió al Hospital Clínico de la Universidad Católica para tratar su deformación mediante TSF.

Como primera tarea el médico evalúa la deformidad y realiza un plan de corrección. Este consiste en determinar entre otras cosas a qué altura del hueso realizará el corte u osteotomía y qué orientación deberá tener el plano de dicho corte. Este separa el hueso en dos fragmentos. Aquel que queda separado del resto del cuerpo es referido como distal y el otro proximal. Se define el “centro de rotación y angulación” (CORA) de acuerdo al cual se planificará la corrección. Sujeto a ciertas restricciones biológicas este punto corresponde al pivote respecto al cual se debería rotar una parte del hueso respecto a la otra de manera de minimizar la curvatura general de la extremidad (Figura A.5).

⁴Planificador TSF: www.spatialframe.com, Planificador CACEF: www.smartcorrection.com

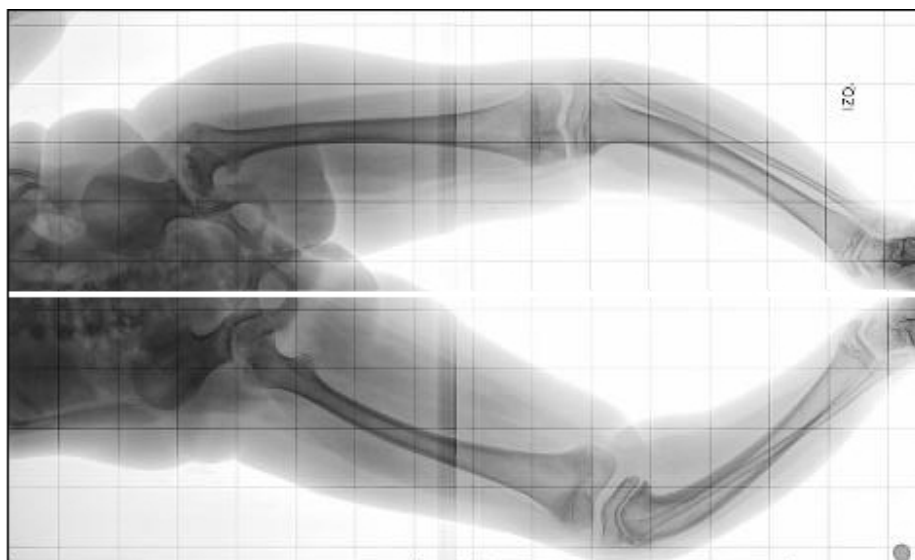


FIGURE A.4. Deformidad del paciente diagnosticada como displasia espondilo epifisiaria con genu varo mas rotación interna severa de ambas piernas.

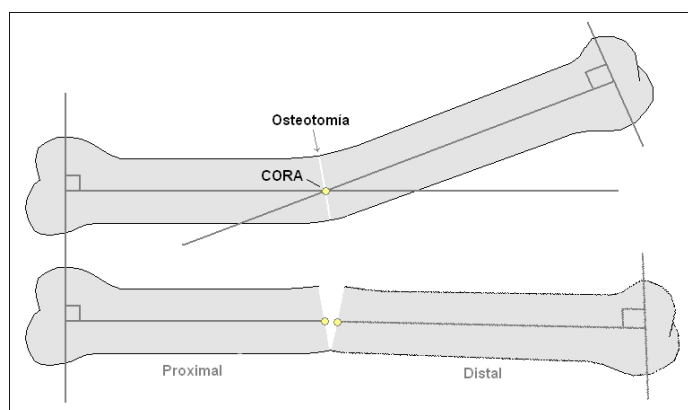


FIGURE A.5. Esquema de la ubicación del CORA.

La orientación y forma del corte se determinan de manera que los fragmentos no interfieran en el desplazamiento planificado. Así un desplazamiento que implique acercar los fragmentos puede requerir un corte tipo cuña. Si la curvatura de la deformidad no es localizada si no a lo largo de toda la extremidad, corregirla puede requerir varias correcciones a distintas alturas (Figura A.6). Sin embargo generalmente basta realizar sólo una.

En el primer día de tratamiento el paciente se somete a la intervención de instalación del aparato ortopédico en su extremidad. La intervención comienza con la osteotomía del

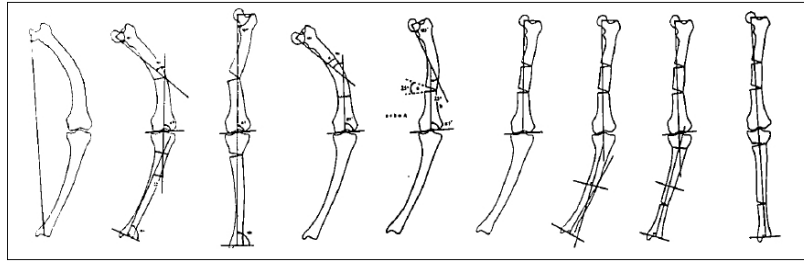


FIGURE A.6. Corregir una curvatura puede requerir correcciones a distintas alturas. Esquema obtenido de Paley y Tetsworth (1992).

hueso. Para realizar el corte el médico introduce un hilo de manera de rodear el hueso y luego extraerlo por el mismo lado. Con ambos extremos tomados procede a tirar y friccionar el cable contra el hueso produciendo un efecto de sierra que termina cortándolo. Esta técnica conocida como corte percutáneo con Sierra de Gigli permite que la instalación del aparato sea calificada como una operación mínimamente invasiva.

Luego se procede a la fijación de los dos anillos del aparato al hueso mediante un cable tensado y tornillos o barras insertadas en el hueso. El tornillo es referido como *Half Pin Screw* la barra como *Steinman Pin* y el cable como *Olive* o *Kirshner Wire* (Figura A.8 a). El cirujano guía su intervención con una máquina de rayos x llamada fluoroscopio la cual le permite visualizar el hueso y sus instrumentos simultáneamente a través de un monitor (Figura A.8 b). El anillo que se encuentra fijo al fragmento distal recibe el nombre de anillo distal. Este puede montarse con cualquier orientación, no así el anillo proximal, el cual debiese quedar orientado perpendicular al eje imaginario del hueso proximal. De no ser así el médico tendrá que realizar ajustes a las mediciones que entregará al software utilizado para realizar la planificación.

Luego de la operación el paciente es radiografiado para determinar la posición inicial del aparato y los fragmentos (Figura A.7 a.). Luego de cuatro días de hospitalización el paciente es dado de alta con la indicación de hacer reposo relativo. Si la extremidad afectada es una pierna el paciente no podrá caminar mientras dure el desplazamiento. Mientras tanto el médico realiza mediciones sobre las radiografías post operatorias ingresándolas finalmente al programa de planificación. Este genera la agenda de corrección a aplicar, la

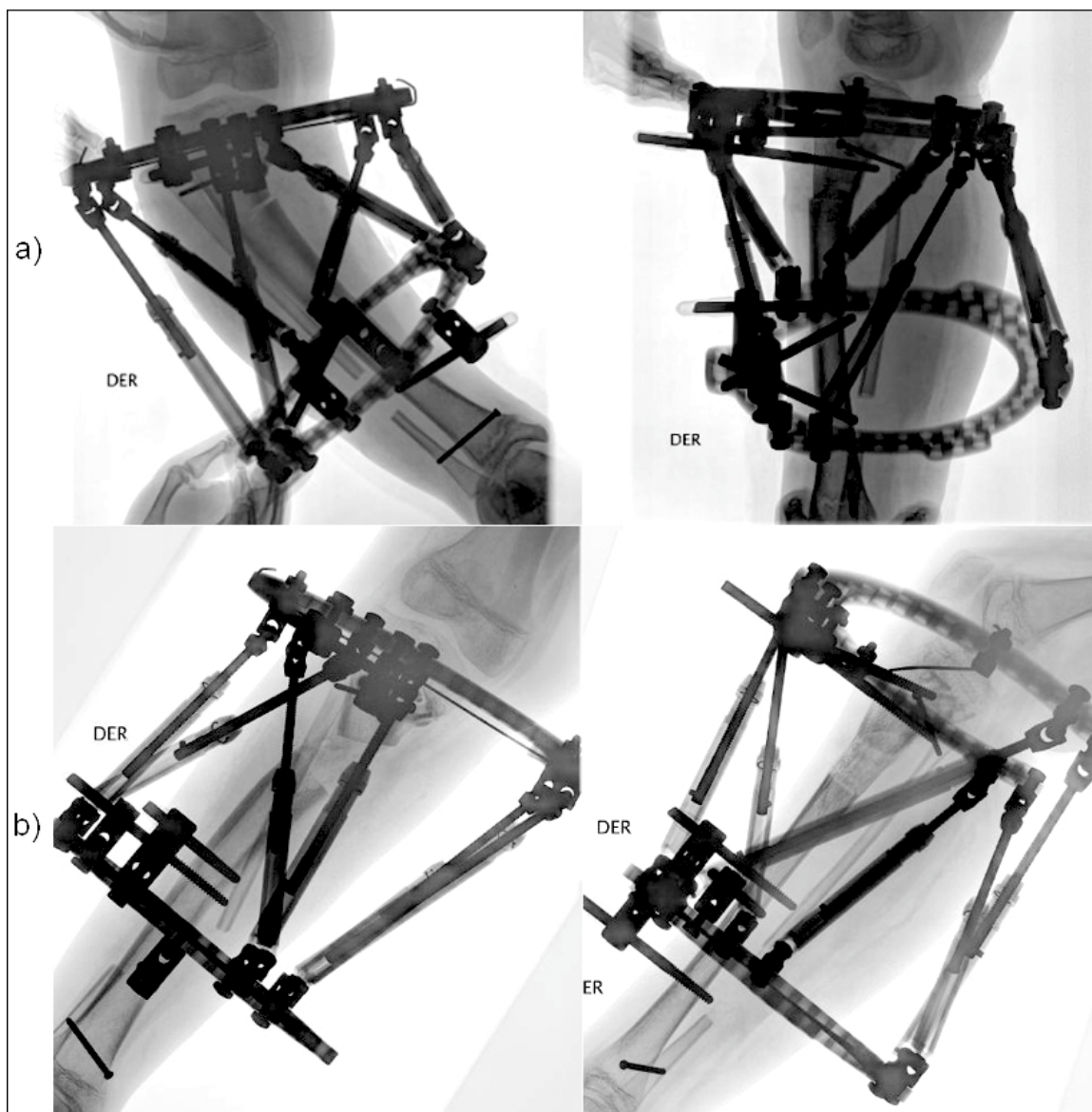


FIGURE A.7. Radiografías AP (izquierda) y lateral (derecha) del paciente. a) al inicio del tratamiento. b) al final.

cual es entregada al paciente quien se encarga de ajustar los largos de las barras según la agenda durante todo el tratamiento (Figura A.9). Dado que las barras están graduadas en milímetros, la agenda debe redondear el largo a valores enteros en mm.

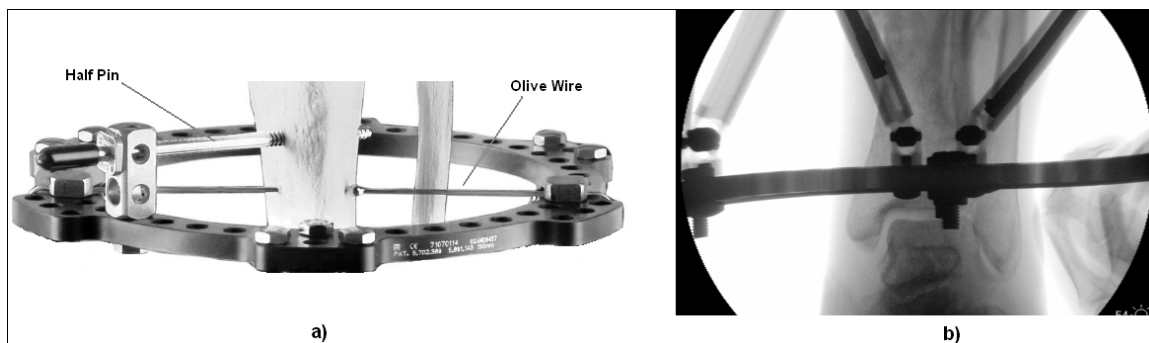


FIGURE A.8. a) Dos maneras de anclar el anillo al hueso: tornillo y cable tensado. Imagen obtenida del manual TSF en www.smith-nephew.com. b) Imagen desde fluoroscopia al momento alinear un hueso con el anillo proximal.

Day	Strut 1	Strut 2	Strut 3	Strut 4	Strut 5	Strut 6
0	152	126	75	109	137	169
1	153	127	79	111	138	168
2	153	127	83	113	139	167
3	154	128	86	116	140	165
4	155	128	90	118	141	164
5	155	129	94	120	142	163
6	156	129	98	122	143	162
7	157	130	102	124	144	161
8	157	130	106	127	144	160
9	158	131	109	129	145	158
10	159	131	113	131	146	157

FIGURE A.9. Agenda de los primeros 10 días de tratamiento del paciente.

Para el último día del tratamiento los fragmentos se han desplazado a la posición final planificada. El paciente vuelve a ser radiografiado para evaluar si la corrección fue satisfactoria. De ser así debe permanecer con el anillo en esta posición al menos el doble de días que tomó el desplazamiento mientras el tejido óseo adquiere las propiedades mecánicas normales de un hueso. Durante este período el paciente puede caminar con bastones (Figura A.7 b).

A.4. Programa de Planificación

Se detallará continuación el funcionamiento del programa de planificación⁵ TSF. La tarea consiste en determinar la posición inicial de los anillos y la posición final a la cual

⁵Desarrollado por la empresa NetIDEAS incorporation, www.netideasinc.com

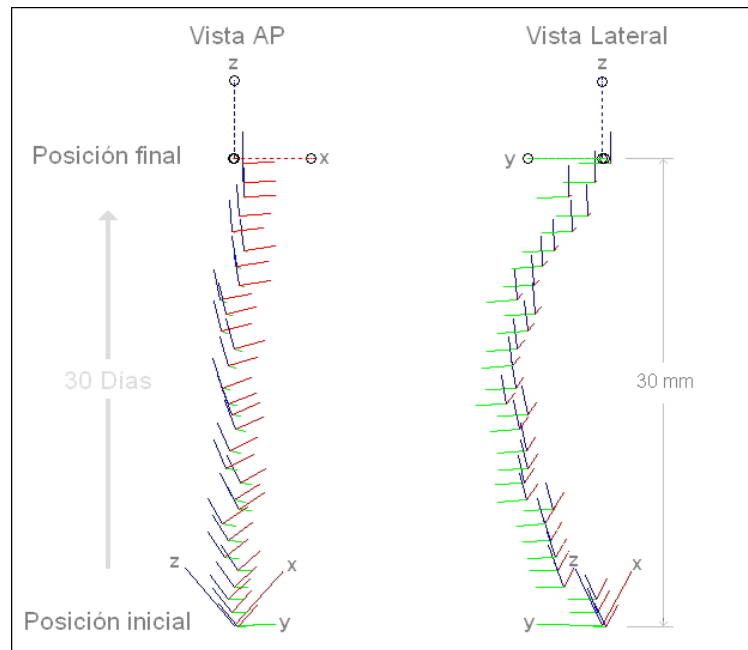


FIGURE A.10. Desplazamiento del fragmento distal durante el tratamiento del paciente. La posición del extremo del fragmento se representa con una base de coordenadas en cada día de la agenda. La trayectoria suele no ser lineal.

se debe llegar. Para el primer caso se conoce el largo de las barras, mientras que para el segundo estos deben ser calculados. El largo de las barras para un instante cualquiera es una interpolación lineal entre el largo inicial y final de éstas. Esto implica que en general la trayectoria de desplazamiento no sea lineal. Por ejemplo para el caso del paciente estudiado se calculó la posición del extremo del fragmento distal para cada día de tratamiento y se frugicó en MATLAB, observándose un desplazamiento no lineal A.10. Se observa que el desplazamiento diario no siempre va en la dirección general. Se estima que estos saltos son el efecto del truncamiento del largo de las barras a valores enteros.

La Tabla A.1 muestra los parámetros necesarios para realizar la planificación, los que deben ser entregados por el médico. Para conocer el largo de las barras el médico lee directamente la graduación presente en el exterior de cada una. El diámetro también se encuentra rotulado en cada anillo. Para determinar los parámetros de deformación y montaje, el médico debe hacer mediciones sobre las radiografías tomadas inmediatamente después de la operación. Por último se define la cantidad de días que tomará el desplazamiento

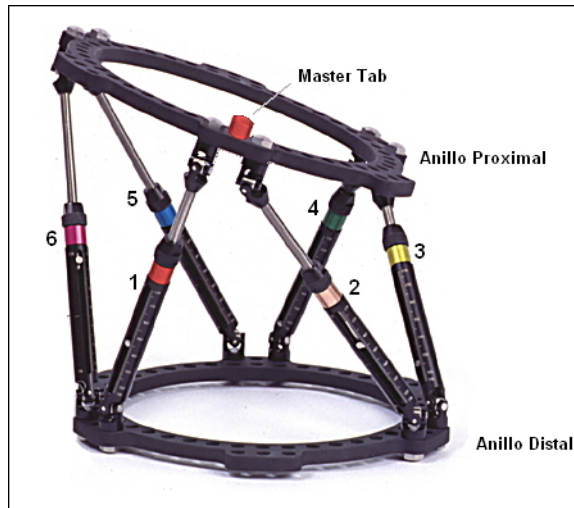


FIGURE A.11. Nomenclatura y convención de numeración de la plataforma TSF.

entendiendo que por cada día el paciente realizará una sola actualización al largo de las barras.

TABLE A.1. Input del programa de planificación.

Parámetro	Dimensiones
Largo de las barras	6 Distancias
Diámetro de los anillos	2 Distancias
Deformación	3 Ángulos y 3 Distancias
Montaje	1 Ángulo y 3 Distancias
Días de corrección	Número entero

La medición de los largos de las barras se realiza en un orden respecto de una referencia física llamada *Master Tab* ubicada en el anillo proximal. Las barras son numeradas respecto del *Master Tab* según muestra la Figura A.11. El largo especificado para una barra corresponde a la distancia entre los centros de las rótulas de cada uno de sus extremos.

Las radiografías post operatorias necesarias para medir los parámetros de deformación y montaje consisten en la captura de dos imágenes ortogonales del conjunto aparato-hueso: una lateral y otra antero-posterior (AP) también llamada frontal. En general la primera es tomada desde el frente del paciente y la segunda desde el costado derecho (Figura A.12 a).

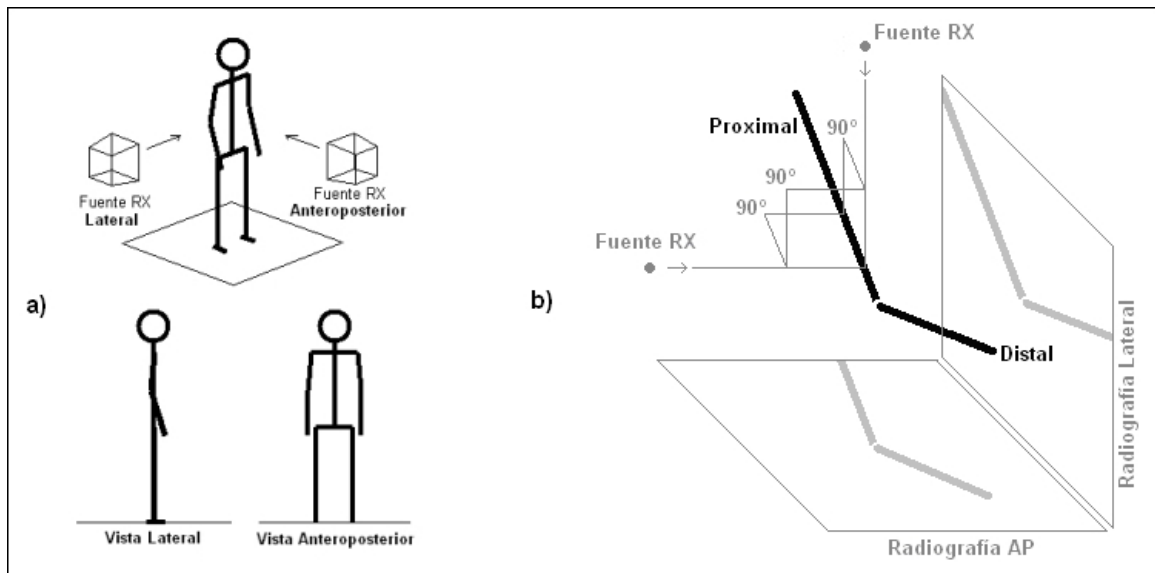


FIGURE A.12. a) Convención general de la orientación de las vistas anteroposterior y lateral. b) Ortogonalidades requeridas entre hueso, anillo y vistas.

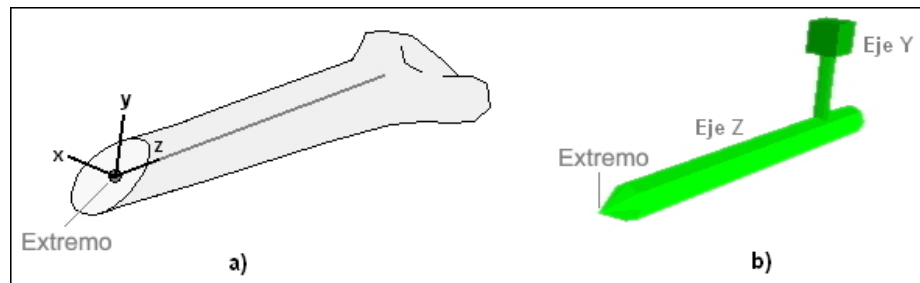


FIGURE A.13. a) Base de coordenadas que define la posición de un fragmento. b) Representación gráfica de la base en el TSF.

Para efectos de la medición las imágenes además deben ser perpendiculares al eje del hueso proximal (Figura A.12 b). Se tiene entonces que en las radiografías post operatorias se cumplen requisitos de ortogonalidad entre:

- Eje de imagen AP v/s eje de imagen Lateral
- Eje de imágenes (AP y lateral) v/s eje del fragmento proximal
- Plano del anillo proximal v/s eje del fragmento distal.

Cumplidas estas condiciones se procede a realizar las mediciones de deformación y montaje. El método representa a cada fragmento mediante el punto extremo, el eje z a lo largo del hueso y un vector y perpendicular al eje (Figura A.13).

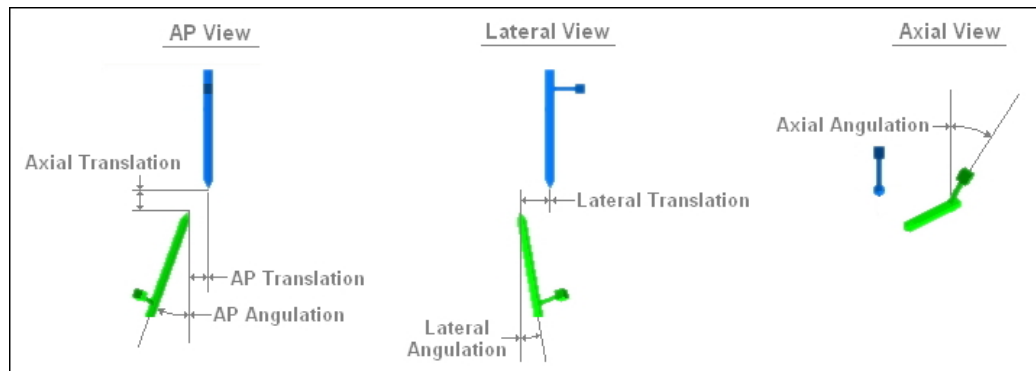


FIGURE A.14. Nomenclatura de los parámetros de deformación según TSF.

A.4.1. Parámetros de deformación

Los parámetros de deformación corresponden a las tres traslaciones y las tres rotaciones que determinan la posición del fragmento distal respecto del proximal inmediatamente luego de la operación. Las mediciones se realizan suponiendo una base de coordenadas llamada M_2 solidaria al hueso proximal y centrada en su extremo. Otra base, M_1 , se ubica en el extremo del fragmento distal.

Las traslaciones reciben el nombre de AP, Lateral y Axial translation y corresponden respectivamente a las coordenadas x, y, z del origen del sistema M_1 respecto de la base M_2 (y en coordenadas M_2) (Figura A.14). Para evaluar la magnitud de las traslaciones es necesario conocer la escala de la imagen. Para esto se suele incluir un objeto de tamaño conocido en la imagen para relacionar sus distancias con longitudes en mm.

Los ángulos son:

- AP angulation: ángulo entre los ejes de ambos fragmentos al ser observado en el sentido y de M_2 .
- Lateral angulation: ángulo entre los ejes de los fragmentos al ser observado en el sentido x de M_2 .
- Axial angulation: ángulo entre los vectores y de cada base al ser observado en el sentido z de M_2 .

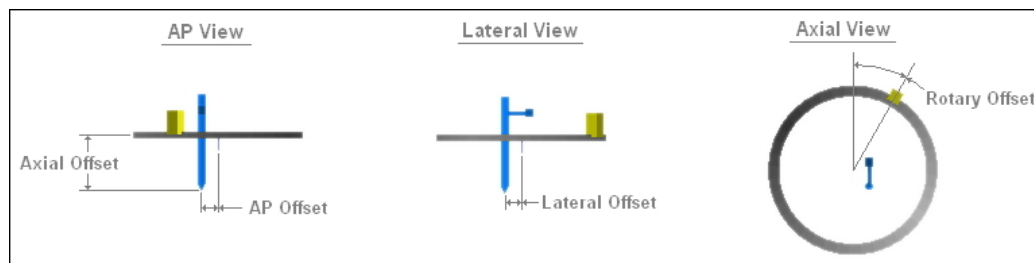


FIGURE A.15. Nomenclatura de los parámetros de montaje según TSF.

El valor de Axial view angulation teóricamente debiera ser medido de una tercera radiografía tomada en sentido z de M_2 , sin embargo por razones prácticas los médicos prefieren estimar su valor por simple inspección visual.

A.4.2. Parámetros de montaje

Los parámetros de montaje indican las tres traslaciones y el ángulo que define la posición del fragmento proximal respecto del anillo (Figura A.15). Para esto se define una base de coordenadas \mathbf{P} solidaria y centrada al anillo proximal, respecto de la cual se refieren las mediciones. En caso que el fragmento proximal se encuentre alineado y con el extremo en el centro del anillo proximal, ambas bases serían la misma. Las traslaciones reciben el nombre de AP, Lateral y Axial frame offset y corresponden respectivamente a las coordenadas x , y , z del origen del sistema M_2 respecto de la base \mathbf{P} (y en coordenadas \mathbf{P}). El ángulo es referido como Rotary frame Offset y corresponde al ángulo entre los vectores \mathbf{y} de cada base al ser observados en el sentido z (\mathbf{P} y M_2 comparten el mismo vector z).

A.4.3. Convención de Sentido

Sólo con fines ilustrativos se mencionará a continuación la convención médica para interpretar el sentido de las mediciones (e ingresarlas en el planificador). Todas las mediciones son positivas, se expresa su sentido con una palabra y su interpretación puede depender del lado del cuerpo en el cual está la extremidad en cuestión. Por ejemplo una deformidad del húmero de -20° en y se puede llamar 20° varus AP angulation si es el brazo derecho o 20° valgus AP angulation si es el brazo izquierdo. La palabra usada para

esto también depende del eje al cual refiere la rotación y del tipo de medición: rotación o traslación. La siguiente tabla indica las palabras utilizadas.

TABLE A.2. Términos convenidos para indicar el sentido de las mediciones.

Eje	Ángulos	Traslaciones
x	Anterior - Posterior	Medial - Lateral
y	Varus - Valgus	Anterior - Posterior
z	External - Internal	Long - Short

A.4.4. Generación de la agenda

El objetivo del programa es determinar los largos finales que deberán tener las barras de manera de hacer que los 6 parámetros de deformación sean nulos. A continuación se resumen las tareas que componen el proceso. Por simplicidad de nomenclatura se englobarán los parámetros de deformación y montaje en vectores.

Los parámetros de deformación se expresarán en el vector $\vec{T_p}$ y la lista Theta.

$$\vec{T_p} = [AP_translation, Lateral_translation, Axial_translation]$$

$$Theta = [AP_angulation, Lateral_angulation, Axial_angulation]$$

Los parámetros traslación de montaje se expresarán en el vector $\vec{T_m}$

$$\vec{T_m} = [AP_frame_offset, Lateral_frame_offset, Axial_frame_offset]$$

El siguiente es un esquema del aparato montado al hueso después de la operación que ilustra las bases M_1 , M_2 y \mathbf{P} . Esta última es la base principal y está referida al anillo proximal.

El procedimiento es

- (i) Se define la base M_2 , cuyo origen respecto de \mathbf{P} es $\vec{T_p}$ y sus vectores unitarios están dados por el ángulo Rotary frame offset.

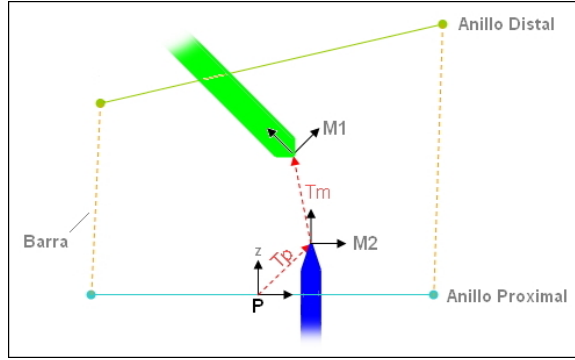


FIGURE A.16. Esquema de las bases de coordenadas utilizadas en el algoritmo de planificación.

- (ii) Se define la base M_1 , cuyo origen respecto de M_2 es $\vec{T_m}$ y sus vectores unitarios se determinan a partir de los ángulos de deformación Theta.
- (iii) Con los largos iniciales $L_i, i = 1..6$ de las barras se resuelve la posición del anillo distal respecto del proximal. Como resultado se obtienen los vectores posición R_i de las 6 rótulas distales respecto de la base M_1 .
- (iv) Se define el vector posición de cada rótula i proximal como B_i .
- (v) Se realiza el desplazamiento de corrección haciendo $T_m = \vec{[0, 0, 0]}$ y Theta = $[0, 0, 0]$ y se calcula la nueva posición con que han quedado vectores R_i respecto de P .
- (vi) Se calcula las distancias $LF_i = |R_i - B_i|$ que corresponde al largo final de cada barra.

Dado que la plataforma de Stewart es un mecanismo de actuadores paralelos la solución del problema del paso (iii) no es directa ni única. Numerosas publicaciones la estudian con la intención de disminuir el tiempo de cómputo requerido. El método utilizado en esta investigación se detalla en el anexo A.6. Teniendo los largos iniciales y finales, se divide ese rango en n partes, que corresponden a los n días que tarde el tratamiento. Así el largo de la barra i el día j es

$$L(i, j) = \frac{j}{n}(LF_i - L_i) + L_i$$

Si bien es el médico quien determina el número de días del tratamiento en base a su estimación de la rapidez de generación de hueso, el programa puede entregar el número

mínimo de días de manera que el desplazamiento en alguna zona de interés sea menor que un cierto valor. Esto es de especial importancia para no producir tensiones excesivas en ligamentos o musculatura vecina.

A.5. Aspectos a mejorar

Esta investigación está enfocada a disminuir el error entre la posición planificada y la obtenida luego del tratamiento. En esta sección se identificarán los aspectos del método que pueden ser mejorados de manera lograr este objetivo entre otros.

A.5.1. Fuentes de error

Se definirá el error del tratamiento como la diferencia entre la posición final real del fragmento distal versus la posición final planificada. Kristiansen et al., 2006 reporta que para el caso de alargamiento unidimensional no hay diferencia entre usar el aparato original IRF versus el TSF, no así en correcciones con más dimensiones involucradas en cuyo caso se recomienda el TSF. Grill et al. (2007) cuantifica la dependencia del error respecto de la complejidad (grados de libertad). Para esto clasifica una serie de casos clínicos según la cantidad de grados de libertad ocupados en la corrección y según el método utilizado (Tabla A.3). Para cada grupo se indica en qué porcentaje de los casos el error fue aceptable. Si bien el TSF es claramente superior para mayores complejidades, se observa que su desempeño también disminuye con la complejidad. Interesa conocer la razón de esta dependencia. A excepción de la interpretación ortográfica de las radiografías (que no son ortográficas), ninguna etapa del método hace uso de alguna aproximación. De modo que si el médico implementase el método en forma perfecta, el error debiese ser cero independiente del tipo de corrección a realizar.

Se supondrá como fuente de error entonces el hecho mismo de tener que realizar mediciones e ingresarlas a un programa bajo ciertas convenciones. Mientras más grados de libertad se deban medir, mayor sería la posibilidad de error existe debido a la complejidad de las mediciones.

TABLE A.3. Porcentaje de éxito TSF v/s IRF según cantidad de dimensiones involucradas. Obtenido de Grill et al., (2007).

Dimensiones	TSF (%)	IRF (%)
1	100	79
2	91.8	48.6
3	91.1	28.6
4	66.7	0

Médicos del Hospital Clínico de la Universidad Católica recalcan la importancia de contar con imágenes radiográficas tomadas en las posiciones correctas. Se señala normalmente es necesario supervisar personalmente el trabajo del tecnólogo médico encargado de tomar las imágenes para asegurar que la correcta orientación de las proyecciones. De violar las restricciones de ortogonalidad entre los planos de las imágenes o entre las imágenes y el hueso proximal se introduce un sesgo en la interpretación de las distancias que de ellas se evaluarán.

Este sesgo es significativo debido a que las mediciones radiográficas intentan medir componentes de la posición tridimensional de un punto. Por ejemplo a través de la radiografía Lateral se mide la componente *Lateral Frame Offset* de la posición del fragmento proximal respecto del anillo proximal. Se llamarán respectivamente A al *AP Frame Offset* y B al *Lateral Frame Offset*. Si la orientación de la imagen es perpendicular a la componente a medir, la distancia B' en la imagen reflejará fielmente el valor de B (Figura 2.2 a). Sin embargo si la orientación se desvía en un ángulo α (Figura 2.2 b) el valor observado corresponderá a:

$$B' = B - \cos(\alpha)(B - A \tan(\alpha))$$

El error Δ en la medición de B es

$$\Delta = \frac{(B' - B)}{B}$$

$$\Delta = -\cos(\alpha)\left(1 - \frac{A}{B} \tan(\alpha)\right)$$

Para valores pequeños de α expresado en radianes

$$\Delta = \frac{A}{B}\alpha$$

Los médicos señalan que la restricción de ortogonalidad entre el anillo proximal y el hueso distal al momento de realizar la operación no siempre puede ser satisfecha adecuadamente. Si bien el programa no cuenta con la opción de poder especificar la orientación en la cual el anillo pueda haber quedado montado, existe una forma de adaptar las mediciones de manera de que el planificador entregue un resultado que tome en cuenta esta desalineación. Sin embargo señalan que realizar este ajuste a las mediciones es tan engorroso, que se prefiere la exposición extra a la radiación del fluoroscopio durante la operación con tal de montar el anillo lo mejor posible. Se considerara como una fuente de error esta eventual mal alineación debido a que aún utilizando el truco de ajustar las mediciones, estas deben necesariamente incurrir en una aproximación de la geometría estudiada, como se explica a continuación.

La medición de los parámetros de deformación se realizan con respecto a la base de coordenadas del fragmento proximal y por lo tanto requieren de radiografías ortogonales a los ejes de dicha base. Mientras que los parámetros de montaje se definen respecto del anillo proximal y por lo tanto requieren imágenes ortogonales a sus propios ejes. Como se mencionó antes, en caso de cumplirse la alineación del anillo con el fragmento proximal, ambas bases comparten un eje y por lo tanto el mismo par de radiografías ortogonales sirve para medir los dos tipos de parámetros. No así en el caso de existir una desalineación, en cuyo caso debieran tomarse cuatro radiografías, un par para cada tipo de parámetro a medir. Como no suele tomarse 4 radiografías y sólo se intenta ajustar mediciones de las dos radiografías tomadas es evidente que se incurre en un error de medición.

A.6. Resolución de la cinemática directa de la plataforma de Stewart

Se explicará ahora el método utilizado para determinar la posición de una plataforma de Stewart en función de la longitud de sus barras L_i , $i = 1..6$. Esta se compone de una base y una plataforma (Figura A.17). La base es conocida y se define con la posición de sus rótulas \vec{B}_i . La plataforma queda definida de igual manera con la posición de sus rótulas \vec{P}_i . Se conoce la posición $P_i^{\vec{B}P}$ de las rótulas \vec{P}_i respecto de una base de coordenadas BP en la plataforma. El problema puede resolverse encontrando la traslación $T_{BP}^{\vec{}}$ y las tres rotaciones $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ que definen la posición de la base BP con el siguiente sistema de ecuaciones

$$L_i = |\vec{P}_i(\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, T_{BP}^{\vec{}}) - \vec{B}_i|, \quad i = 1..6$$

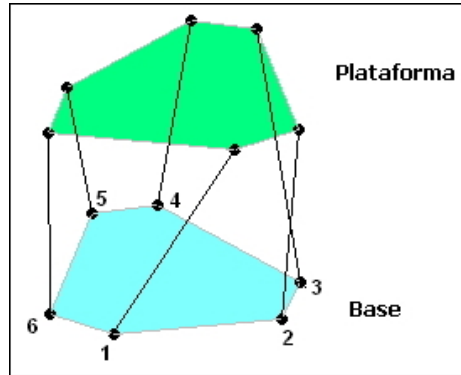


FIGURE A.17. Plataforma de Stewart.

Sin embargo resolverlo directamente es algo engorroso y se hace útil disminuir antes el numero de incógnitas utilizando el cambio de variables propuesto por Korobeynikov y Turlapov (2005). Este consiste en añadir virtualmente 3 barras de largos X_1, X_2, X_3 de manera que las posiciones de las rótulas de la plataforma sean sólo tres (Figura A.18). La primera barra va de \vec{B}_2 a \vec{P}_1 , la segunda de \vec{B}_4 a \vec{P}_3 y la tercera de \vec{B}_5 a \vec{P}_1 . Conocidos los largos de las nuevas barras la posición de la plataforma se resuelve de forma inmediata (sin

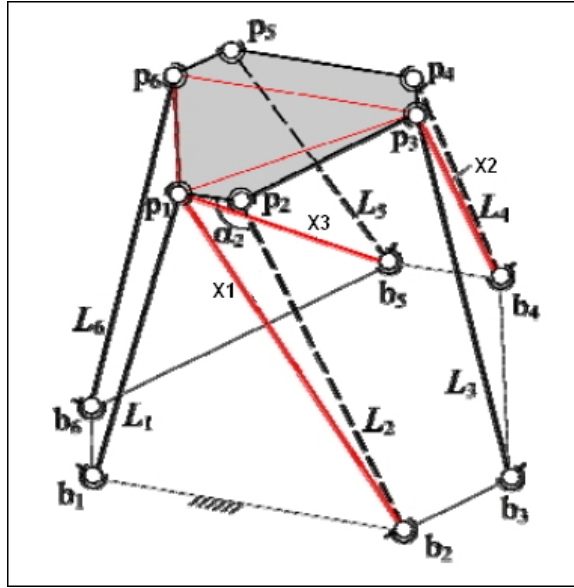


FIGURE A.18. Transformación utilizada. En rojo se muestra las ubicación de las barras virtuales. Figura tomada de "Modeling and Evaluating of the Stewart Platform", Korobeynikov y Turlapov (2005).

necesidad de encontrar $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ ni \vec{T}_{BP}). Se parte por triangular \vec{P}_1 respecto de la base dado que:

$$|\vec{P}_1 - \vec{B}_1| = L_1$$

$$|\vec{P}_1 - \vec{B}_2| = X_1$$

$$|\vec{P}_1 - \vec{B}_5| = X_3$$

Como resultado se obtienen dos valores para \vec{P}_1 , uno de ellos se encontrará bajo la base y otro sobre ella. Tomando el segundo valor se triangula \vec{P}_3 obteniendo otras dos soluciones de

$$\begin{aligned}
|\vec{P}_3 - \vec{P}_1| &= |P_3^{\vec{B}P} - P_1^{\vec{B}P}| \\
|\vec{P}_3 - \vec{B}_3| &= L_3 \\
|\vec{P}_3 - \vec{B}_4| &= X_2
\end{aligned}$$

Con cada valor de \vec{P}_3 se obtienen dos valores para \vec{P}_6 según

$$\begin{aligned}
|\vec{P}_6 - \vec{P}_1| &= |P_6^{\vec{B}P} - P_1^{\vec{B}P}| \\
|\vec{P}_6 - \vec{P}_3| &= |P_6^{\vec{B}P} - P_3^{\vec{B}P}| \\
|\vec{P}_6 - \vec{B}_6| &= L_6
\end{aligned}$$

Las cuatro soluciones obtenidas para \vec{P}_6 corresponden a cuatro soluciones factibles de la plataforma. Escoger entre ellas es fácil debido a que sólo una de ellas tiene una forma “razonable” mientras las demás son espúreas (Figura A.19). Si se define un vector \hat{y} de BP en la dirección normal y hacia “arriba” de la plataforma, las soluciones aberrantes son tales que alguna rótula base expresada respecto de BP tiene una componente positiva en \hat{y} , como en el caso de la solución B de la Figura A.19. La solución no aberrante puede obtenerse sistemáticamente eligiendo ciertos signos en los procesos de triangulación.

Habiendo obtenido \vec{P}_1, \vec{P}_3 y \vec{P}_6 la base BP queda definida y pueden obtenerse \vec{P}_2, \vec{P}_4 y \vec{P}_5 . El problema general se reduce entonces a encontrar X_1, X_2, X_3 de manera que:

$$L_i = |\vec{P}_i(X_1, X_2, X_3) - \vec{B}_i|, \quad i = 2, 4, 5$$

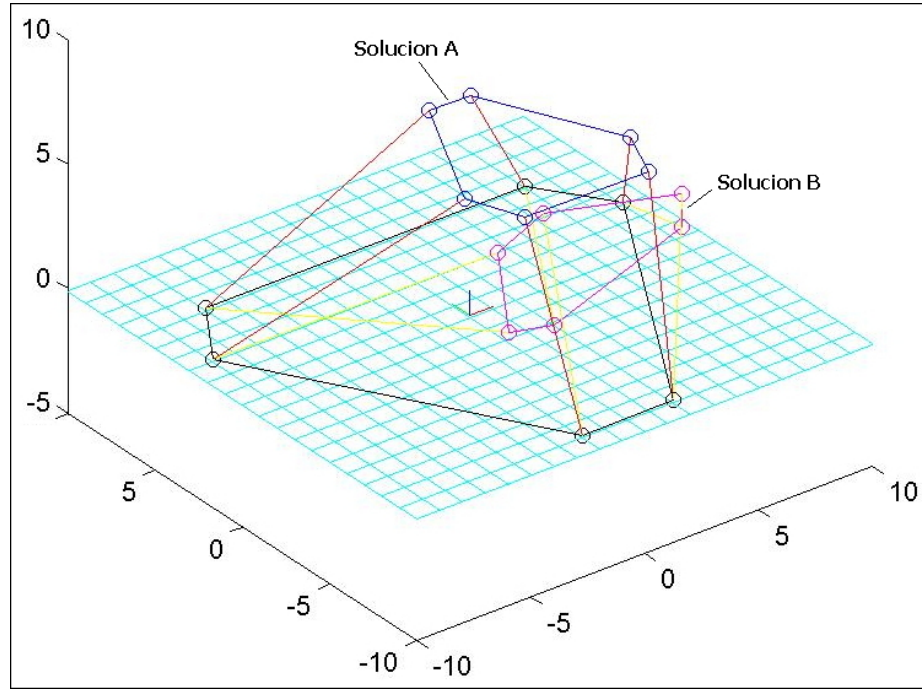


FIGURE A.19. Ejemplos de dos soluciones de la plataforma durante el desarrollo del algoritmo en MATLAB. La solución A es la que interesa obtener.

En el algoritmo implementado en el programa final se ha formulado el problema como uno de minimización:

$$\begin{aligned} \min \sum_{i=1}^3 |\delta_i| \\ \text{s.a. } \delta_i = L_i - |\vec{P}_i(X_1, X_2, X_3) - \vec{B}_i|, \quad i = 2, 4, 5 \\ 0 < X_1, X_2, X_3 < \max \{2L_i, i = 1 \dots 6\} \end{aligned}$$

Para resolver el problema se ocupó un método de barrido iterativo que consiste en evaluar la función objetivo para distintos valores de X_1, X_2, X_3 entre 0 y el doble de la máxima longitud de las barras en una escala discreta de n particiones. En cada iteración se selecciona la solución que produjo el menor valor y se vuelve a realizar un barrido en una cercanía a dicha solución. La Figura A.20 muestra el grafico de un barrido donde cada

celda corresponde a una solución y su oscuridad indica la cercanía al cero. Con $I = 20$ iteraciones y $n = 10$ particiones se consigue minimizar la función objetivo a menos de 0.01 mm con largos en entorno a los 170 mm (valores usuales).

Barrido

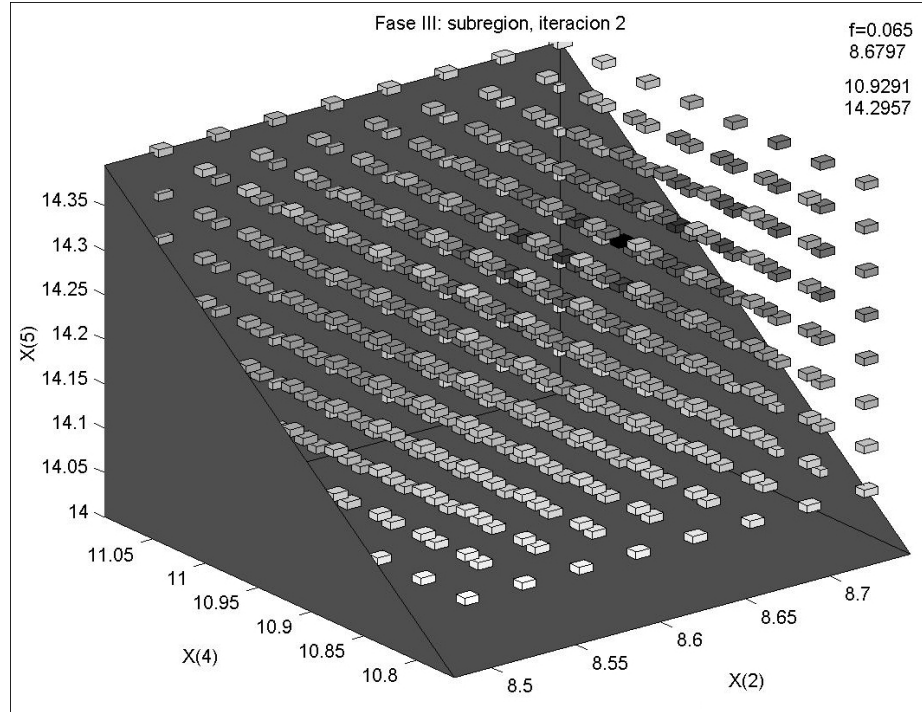


FIGURE A.20. Valores de la función objetivo en el barrido de una iteración en la resolución de la cinemática de la plataforma de Stewart. Las celdas más oscuras indican menor valor.

ANEXO B. SOLUCIÓN PROPUESTA

B.1. Posición de los marcadores fiduciarios

A pesar de que los marcadores son idénticos en forma, la posición de cada uno es interpretada de manera distinta. Por esto cada posición tiene asociada una letra de la A a la D. Los marcadores A, B y C son equidistantes y van montados en el anillo proximal. A va entre las rotulas de las barras 1 y 2, el B entre las 3 y 4 y el C entre las 5 y 6. Los marcadores D y E van montados en el anillo distal. En E va insertado entre las rotulas distales de las barras 4 y 5 mientras que D va diametralmente opuesto a E.

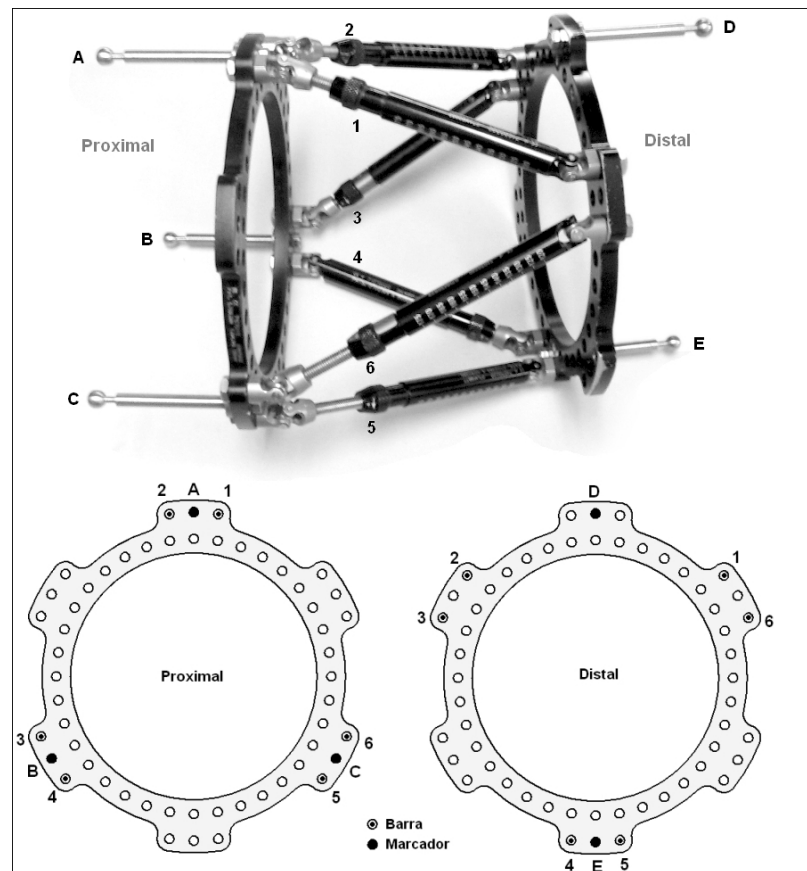


FIGURE B.1. Convención de posición de marcadores respecto de las barras. El marcador A corresponde al *Master Tab*.

B.2. Parámetros de planificación de los casos operados en Chile

El uso de la versión mejorada de la plataforma de Ilizarov en Chile es reciente y hasta la fecha se han realizado sólo 6 operaciones en el Hospital Clínico de la Universidad Católica. Los datos relevantes de estos casos se tabulan en la tabla B.1. Los largos en paréntesis corresponden a los entregados por el programa de planificación desarrollado en esta investigación y que difieren de los del programa comercial. Se añade información de la desviación en la toma radiográfica respecto de las convenciones de ortogonalidad tradicionales. Éstas fueron calculadas utilizando el algoritmo de fotogrametría desarrollado y reemplazando la ubicación de puntos fiduciarios por puntos en la misma plataforma. Debido a la ambigüedad de sus ubicaciones en las radiografías se estima un error de $\pm 2^\circ$ en los datos obtenidos.

TABLE B.1. Parámetros de planificación de operaciones utilizando TSF en Chile.

Parámetro			Caso 1	Caso 2	Caso 3	Caso 4	Caso 5	Caso 6	
Anatomía			Derecha	Derecha	Derecha	Izquierda	Derecha	Izquierda	
Diámetro anillo prox. [mm]			105	155	105	155	155	180	
Diámetro anillo distal [mm]			105	130	105	130	130	180	
Deformidad	Angulación [°]	AP	-10	0	0	-25	-40	-48	
		LAT	0	-20	-13	-15	-25	0	
		AXIAL	0	0	0	-20	-30	45	
	Traslación [mm]	AP	0	0	0	0	0	-27	
		LAT	0	0	0	0	0	-29	
		AXIAL	15	40	15	30	30	12	
Montaje	Angulación [°]	AXIAL	180	0	-180	0	0	90	
		AP	0	0	0	-4	17	10	
	Traslación [mm]	LAT	10	-24	10	-22	20	-30	
		AXIAL	60	85	63	80	80	110	
Largo inicial [mm]			1	75	136	104	141	152	173
			2	91	136	117	107	126	177
			3	75	154	90	165	75	139
			4	83	156	102	125	109	77
			5	91	142	95	145	137	145
			6	90	146	105	80	169	145
Largo final [mm]			1	93	150	127	158	171	206
			2	95	151	135	118	141	120 (119)
			3	76	194	98	146	186	225 (226)
			4	90	217	100	146	173	197 (196)
			5	107	207	93	178	164	268 (269)
			6	111	184	115	161	135 (134)	159
Desviación de imágenes RX respecto de la ortogonalidad. Valores en grados, error +/- 2 °									
Ángulo entre vistas		90-φ	..	7,3	15,9	-4,2	-8,5	15,9	
Vista AP - Anillo		β	..	5,9	0,0	0,7	1,6	17,6	
Vista LAT - Anillo		β	..	-5,5	-2,7	0,0	3,2	12,1	

B.3. Generación de poliedro: Discriminación de vértices.

Una forma de determinar qué vértices brutos son claves es recurriendo al hecho de que éstos son los únicos que forman parte o se encuentran en el interior de todas las parábolas. Para evaluar esto es necesario determinar si una posición del plano generador es interior o exterior a una parábola. Gracias a que la forma del contorno es similar a una parábola (convexo) es posible asociar una inecuación a cada segmento que compone la parábola y determinar si un punto está dentro observando si satisface todas las inecuaciones. El sentido de la inecuación de cada segmento se puede definir utilizando como referencia el sentido horario / anti-horario con la que ha sido creada la lista de puntos que conforma la parábola. Así para el segmento asociado al nodo i de una lista horario, definido por los

puntos $n_i = [x_i, y_i]$ y $n_{i+1} = [x_{i+1}, y_{i+1}]$ en coordenadas relativas al plano generador la inecuación asociada es:

$$y < \left(\frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i} \right) (x - x_i) + y_i$$

La inecuación se invierte en el caso de una lista definida en sentido anti-horario.

B.4. Programa: Procedimiento de planificación mediante el método tradicional.

Obtener la agenda utilizando el método tradicional se resume en reunir los parámetros de planificación e ingresarlos en las distintas hojas o “Tabs” de la interfaz. La siguiente lista muestra en orden el ingreso de datos en cada Tab.

- (i) *Home*: Selección de la convención de anatomía. Esto es, si el aparato esta montado al lado izquierdo o derecho del paciente. De acuerdo a esta elección se interpretarán los sentidos de los valores de deformación y montaje (Anexo A.4.3).
- (ii) *Select Frame*: Selección del diámetro de cada anillo de una lista predeterminada.
- (iii) *Define Deformity*: Ingreso de los seis parámetros de deformación (Figura B.2 a).
- (iv) *Mount Frame*: Ingreso de los cuatro parámetros de montaje (Figura B.2 b).
- (v) *Initial Frame*: Ingreso de los largos de las 6 barras de la plataforma (Figura B.2 c).
- (vi) *Final Frame*: Sólo muestra la posición de la plataforma luego de la corrección.
- (vii) *Structure at Risk*: Se ingresa el número de días que tardará el tratamiento. En la versión comercial este módulo propone un número de días en función del máximo desplazamiento que se desea obtener diariamente, sin embargo esta característica aún no ha sido implementada en la réplica.
- (viii) *Prescription*: Entrega la agenda en formato de texto.

☐ Allow Residual Deformation

AP View

AP view angulation (deg)

☐ Valgus
☒ Varus

AP view translation (mm)

☒ Medial
☐ Lateral

view

Lateral View

Lateral View Angulation (deg)

☐ Apex Posterior
☒ Apex Anterior

Lateral View Translation (mm)

☒ Anterior
☐ Posterior

view

Axial View

Axial View Angulation (deg)

☐ External
☒ Internal

Axial View Translation (mm)

☒ Short
☐ Long

view

Previous

Regenerate Views

Next

AP View

AP View Frame Offset (mm)

☒ Medial to Origin
☐ Lateral to Origin

view

Lateral View

Lateral View Frame Offset (mm)

☒ Anterior to Origin
☐ Posterior to Origin

view

Axial View

Axial Frame Offset (mm)

☒ Proximal to Origin
☐ Distal to Origin

Rotary Frame Angle (deg)

☒ Frame Externally Rotated
☐ Frame Internally Rotated

view

Previous

Regenerate Views

Next

Initial Settings for Total Residual Operative Mode

Strut 1 (mm)

Strut 2 (mm)

Strut 3 (mm)

Strut 4 (mm)

Strut 5 (mm)

Strut 6 (mm)

AP View

Lateral AP View

Axial View

view

view

view

Deformity Parameters

AP View Angulation : 40 Varus Lateral View Angulation : 25 Apex Anterior Axial View Angulation : 30 Internal

AP View Translation : 0 mm Medial Lateral View Translation : 0 mm Anterior Axial Translation : -30 mm Short

Mounting Parameters

AP View frame Offset : 17 mm Medial Lateral View Frame Offset : 20 mm Anterior Rotary Frame Angle : 0 Externally Rot.

Axial Frame Offset : 80 mm Proximal

Solving

Previous

Regenerate Views

Next

FIGURE B.2. Ingreso de datos en planificador tradicional. a) Parámetros de deformación, b) Parámetros de montaje, c) Largo de barras.

B.5. Programa: Procedimiento de medición de parámetros.

Los pasos para realizar la medición de parámetros de deformación y montaje se lista a continuación. Téngase como referencia la figura 4.2.

- (i) Inicio: Habiendo ingresado los diámetros de los anillos y largo de las barras en el planificador se procede a abrir el módulo de medición.
- (ii) Imágenes: Disponiendo de las imágenes radiográficas en formato JPG o BMP se cargan con el botón *Add View*. La primera imagen debe ser la vista AP, el resto puede ir en cualquier orden. Se recomienda que el tamaño de las imágenes sea cercano a 1200x1200 píxeles. En caso contrario se recomienda expandirlas hasta este tamaño en algún editor de imágenes antes de cargarlas. Estos valores son sólo referencia, no es necesario que el *aspect ratio* sea 1. Las imágenes, llamadas “vistas” se almacenan en una lista contigua a *View File*.
- (iii) Marcación de puntos: Para cada vista de la lista se procede a indicar la posición de los puntos relevantes de la imagen. Con el mouse se selecciona de la lista de la derecha el punto que se procederá a indicar y luego se pincha su posición en la imagen. Las letras corresponden a los marcadores fiduciaros (Anexo B.1) y los puntos 1, 2, 3, 4 corresponden a los puntos de localización J_P , E_P , E_D , J_D (Figura 3.10). Si el indicador de calibración es menor a 3% se debe revisar la ubicación de los marcadores fiduciaros.
- (iv) Ingreso del ángulo de deformación axial: Presionando *Next* se pasa a la segunda hoja en la cual se ingresa el valor estimado para el ángulo de deformación axial en la celda inferior derecha.
- (v) Cierre: Presionando *Load* y *Next* se retorna al la ventana del planificador en la cual los parámetros de deformación y montaje han sido valorizados. Se termina la planificación de la manera tradicional.

B.6. Programa: Procedimiento de detección de colisión.

La detección de colisión se divide en dos etapas. La primera es definir los contornos de los fragmentos en cada radiografía. La segunda, en caso de que exista colisión, es definir la trayectoria que la evite. Téngase como referencia la figura 4.2

Definición de contornos

- (i) Inicio: El proceso parte del 4º paso del procedimiento de medición de parámetros (Anexo B.5) y habiendo incorporado una 3ª radiografía en una orientación oblicua. Luego de presionar *Load* se debe volver a la hoja inicial del módulo.
- (ii) Delineación: Para delinear el contorno proximal se seleccionan las opciones *Add*, *Proximal*, *Contour* del panel *Contour Points Tool* y se procede a dibujar el contorno con clicks del mouse.
- (iii) Finalización: Se “finaliza” el contorno indicando la ubicación de los puntos T (Figura 3.24 página 36). Para esto se selecciona *Add*, *Proximal*, *T point* y se pinchan los dos puntos del contorno que son tangentes al área de osteotomía. Luego de esto el programa extrapola el contorno del fragmento, quedando listo para ser procesado por el algoritmo de modelación de superficies.
- (iv) Realizando los pasos 2 y 3 en ambos fragmentos y en las tres vistas se presiona *Next* creándose los modelos. Nuevamente se presiona *Next* para volver al planificador y continuar la planificación de la manera normal. Cuando se genere la agenda el programa evaluará la existencia de traslape en cada día del desplazamiento.

En caso de detectar un traslape el programa indicará el día en el que se produce y desplegará el Tab *Define Deformity* ahora con las celdas que permiten definir la deformación residual (Figura B.3 a). Si es necesario definir una trayectoria que sortee el obstáculo se debe definir un punto intermedio de manera de dividir el desplazamiento (que es lineal) en dos etapas. La manera de generar la agenda de cada una es la siguiente.

Definición de la trayectoria de evasión

- (i) Primera agenda: Con las deformaciones residuales se define la ubicación y orientación que tendrá el fragmento distal en la posición intermedia y se vuelve a generar la agenda. Se verifica que la posición elegida genera el desplazamiento adecuado observando el movimiento de la corrección variando el indicador de la barra *Correction Time Line* del gráfico (Figura B.3 b).
- (ii) Segunda agenda: Se obtiene mediante el procedimiento tradicional utilizando los largos iniciales de las barras y los parámetros de deformación iguales a los largos finales de las barras y deformaciones residuales de la planificación anterior.

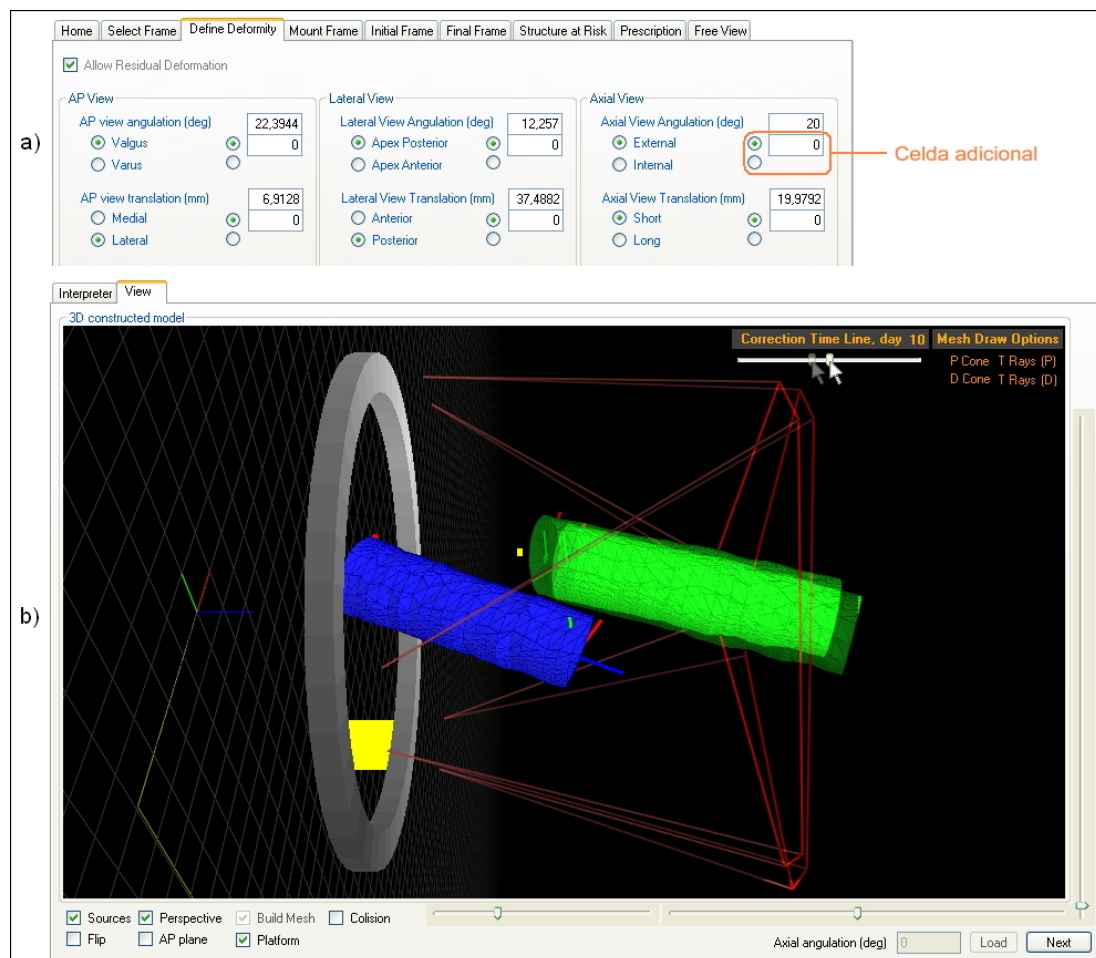


FIGURE B.3. a) Celdas adicionales para definir la deformación residual. b) Evaluación gráfica del desplazamiento de corrección para definir la posición intermedia.

B.7. Rotaciones a partir de la angulación

Los ángulos que definen la orientación de una base de coordenadas b respecto de otra a en el método TSF se muestran en la figura B.4. Estos se miden a partir de las proyecciones de los ejes de b sobre los planos de la base a . Por ejemplo en el caso de medición de deformaciones $a = M_2$, $b = M_1$, θ_x = angulación lateral, θ_y = angulación AP, θ_z = angulación axial y los planos sobre los que se miden son los planos lateral, AP y axial. De acuerdo al gráfico los ángulos son entonces

- $\theta_y = \arctan\left(\frac{\hat{z}_b \cdot \hat{x}_a}{\hat{z}_b \cdot \hat{z}_a}\right)$
- $\theta_x = \arctan\left(-\frac{\hat{z}_b \cdot \hat{y}_a}{\hat{z}_b \cdot \hat{z}_a}\right)$
- $\theta_z = \arctan\left(-\frac{\hat{z}_b \cdot \hat{x}_a}{\hat{y}_b \cdot \hat{y}_a}\right)$

A partir de estos ángulos se definen las rotaciones matriciales que determinan la orientación de b respecto de a . Sea $R_{a \rightarrow b}$ esta matriz y R_x , R_y y R_z matrices de rotación en los ejes indicados.

$$R_{A \rightarrow B} = R_y R_x R_z$$

El ángulo de rotación ρ de cada matriz se obtiene de los parámetros de angulación según

$$\begin{aligned} \rho_y &= \theta_y \\ \rho_x &= \arctan(\tan \theta_x \cos \theta_y) \\ \rho_z &= \arctan\left(\frac{\tan \theta_z \cos(-\rho_x) - \sin \rho_y \sin(-\rho_x)}{\cos \rho_y}\right) \end{aligned}$$

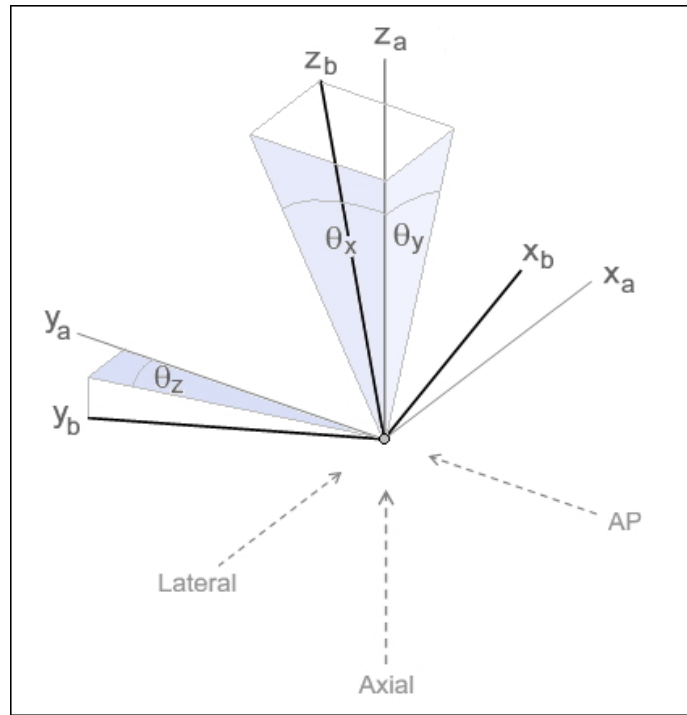


FIGURE B.4. Rotación de la bases en función de los parámetros de angulación.

ANEXO C. RESULTADOS DE LA VALIDACIÓN EXPERIMENTAL

C.1. Validación del uso de simulación.

Dado que evaluar la deformidad y el montaje de los huesos en la plataforma es un problema netamente geométrico, es posible modelarlo y recrearlo virtualmente. La ventaja de montar un escenario virtual radica en la posibilidad conocer y controlar con exactitud los valores de los parámetros que serán medidos por el programa, permitiendo compararlos con precisión. La desventaja se encuentra en la incapacidad de capturar eventos fortuitos como la posible oclusión completa de algún marcador, en cuyo caso el sistema no podrá utilizar esa imagen, o errores cometidos por el médico como malinterpretar el orden de los marcadores.

Para asignar validez de los resultados entregados por la simulación es necesario comprobar la hipótesis de que generar la imagen del aparo-hueso en forma virtual es equivalente a obtenerla mediante una radiografía real. Para verificar esto se comparó la imagen radiográfica de un objeto conocido con la imagen virtual generada del mismo. El patrón ocupado es una placa de acero de 300 x 300 x 1 mm con una matriz de perforaciones de 2 mm de diámetro espaciadas a 26.36 mm entre ellas (11 a lo largo y 11 a lo ancho). Las perforaciones fueron realizadas con una máquina CNC *Roland MDX-40* de precisión 0.01 mm.

La radiografía fue realizada utilizando una máquina General Electric modelo *Advantx*. Los parámetros de proyección entregados por la máquina son $2A=370$ mm, $2B=409$ mm y $N=1000$ mm, lo cual corresponde a un *aspect ratio* de $A/B=0.9046$. Sin embargo la imagen digital obtenida tiene resolución de $W = 1784$ x $H = 1732$ píxeles con lo que su *aspect ratio* es de $1784/1732 = 1.03$. Se sabe a priori que si los valores del aspect ratio difieren, la imagen virtual generada con el aspect ratio de la máquina diferirá de la imagen real. Se puede pensar que la radiografía fue comprimida verticalmente, sin embargo la placa no aparece deformada (su altura difiere en un 0.07% del ancho en la imagen). Se resolverá la incongruencia suponiendo que los parámetros entregados por la máquina son válidos

y que el archivo digital rescatado de ella corresponde a un recorte de la proyección real. Suponiendo que la proyección no fue digitalizada en toda su extensión vertical la resolución vertical actual de 1732 correspondería sólo a una parte de la proyección. Suponiendo que la resolución horizontal es correcta, la resolución vertical H_m que debiese haber tenido la imagen según los parámetros de la máquina es

$$H_m = W \cdot \frac{B}{A} = 1972 \text{ pixels}$$

Se generó la imagen con los parámetros A, B, N y resolución $W \times H_m$ y se superpuso sobre la imagen radiográfica (Figura C.3 del anexo C.2). La superposición muestra que la matriz de orificios generada virtualmente se encuentra descentrada y difiere en escala respecto de la matriz de orificios de la radiografía. Los orificios centrales de ambas proyecciones difieren su posición en [15,22] píxeles (5.49 mm). En tanto la escala difiere en un 0.54% (Diagonal de la matriz virtual = 1977.07 píxeles. Diagonales de la imagen RX 1986.3 y 1987.7 píxeles).

Teniendo en cuenta las diferencias hasta ahora observadas se procederá a evaluar la existencia de deformaciones en la imagen radiográfica. En la sección 3.1.2 se ha supuesto que la proyección radiográfica se encuentra ausente de aberraciones o deformaciones. Para estudiar esto se ajustará manualmente la imagen virtual sobre la real, corrigiendo la diferencia de escala y el descentrado. Si luego de esto las proyecciones de puntos en alguna región de la imagen difieren en forma sistemática se dirá que la imagen presenta deformaciones. El ajuste de la proyección virtual sobre la imagen real consistió en trasladar la imagen virtual en [-15,-22] píxeles de manera que el orificio central de ambas proyecciones coincidieran. Luego se corrigió la diferencia de escala modificando el valor de N (que según la máquina de rayos X es 1000 mm) a 994 mm y finalmente se rotó en +0.1°. La superposición resultante se muestra en la figura C.4 del anexo C.2. En ella se observa que las proyecciones se ajustan de manera homogénea en toda el área de la imagen por lo que se descarta la existencia de deformaciones significativas. La mayor diferencia entre proyecciones fue de [2, 1.5] píxeles ([0.413, 0.309] mm). Estos casos extremos se muestran en la figura C.1.

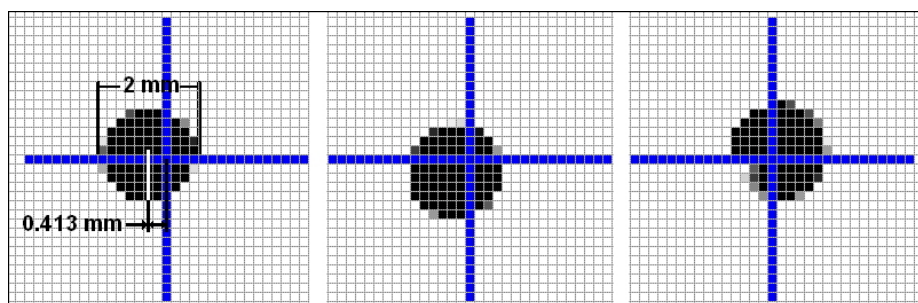


FIGURE C.1. Orificios que presentaron la mayor diferencia de proyección luego de haber centrado, escalado y rotado la proyección virtual sobre la proyección radiográfica. El centro del orificio según la proyección matricial se indica con cruces. Cada cuadrado es un píxel.

Se estima que en el 80% restante de la imagen las diferencias entre las coordenadas de las proyecciones es de $[1,1]$ píxeles en promedio.

Si bien las diferencia de escala y rotación entre las proyecciones sin ajuste son pequeñas (0.54% y 0.1°), el descentrado de 5.5 mm es significativo. Sin embargo la interpretación de la imagen por fotogrametría es invariante frente a la rotación de la imagen y frente a pequeños cambios en el centrado. Esto debido a que sólo interesa la posición relativa de los puntos y no la ubicación de éstos respecto del marco de la imagen. Tampoco importa la magnificación artificial (expansión) de la imagen debido a que la posición relativa de los puntos se estandariza siendo finalmente adimensional.

Por último la diferencia de escala de las proyecciones obtenidas en este experimento corresponde a una diferencia de magnificación real y no artificial, frente a lo cual el programa no es invariante ya que la magnificación (zoom) es uno de los valores que deben ser evaluados por el sistema. Sin embargo tanto si la imagen fue generada física o virtualmente el valor de la magnificación será calculada y conocida en la etapa de calibración por lo cual en ambos casos la localización será realizada con la información correcta.

No sucede así con a las diferencias locales de proyección de $[0.42, 0.31]$ mm observadas luego del ajuste. Realizar experimentos con la imagen real contiene estos errores, que no están presentes en la proyección virtual. Se tendrá en cuenta entonces que al generar

la imagen virtualmente se debe considerar un error de 0.42 mm en cada componente de las coordenadas obtenidas para reflejar la imprecisión de la máquina.

Teniendo en cuenta la imprecisión de la máquina de rayos se considera válida la generación de la imagen utilizando una matriz de proyección en vez del uso de una máquina RX para efectos de evaluar el desempeño del sistema de medición de parámetros.

C.2. Validación del uso de simulación: Imágenes.

La placa utilizada para estudiar la proyección radiográfica se muestra en la figura C.2 justo antes de ser radiografiada. Los parámetros de proyección son entregados por la máquina en centímetros a través de una pantalla digital. La superposición de la proyección radiográfica y virtual se muestran en las figuras C.3 y C.4. En la última de estas la proyección virtual ha sido ajustada manualmente para calzar con la real. El centro de los orificios virtuales están representados por cruces.

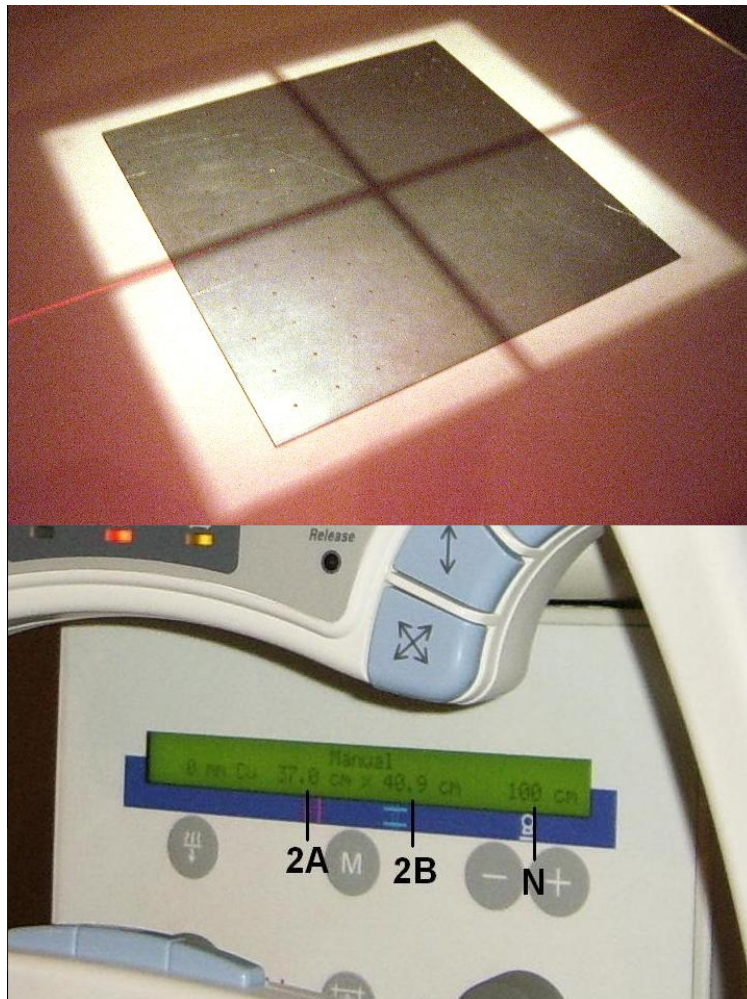


FIGURE C.2. Placa patrón sobre mesa RX y lectura de los parámetros de proyección.

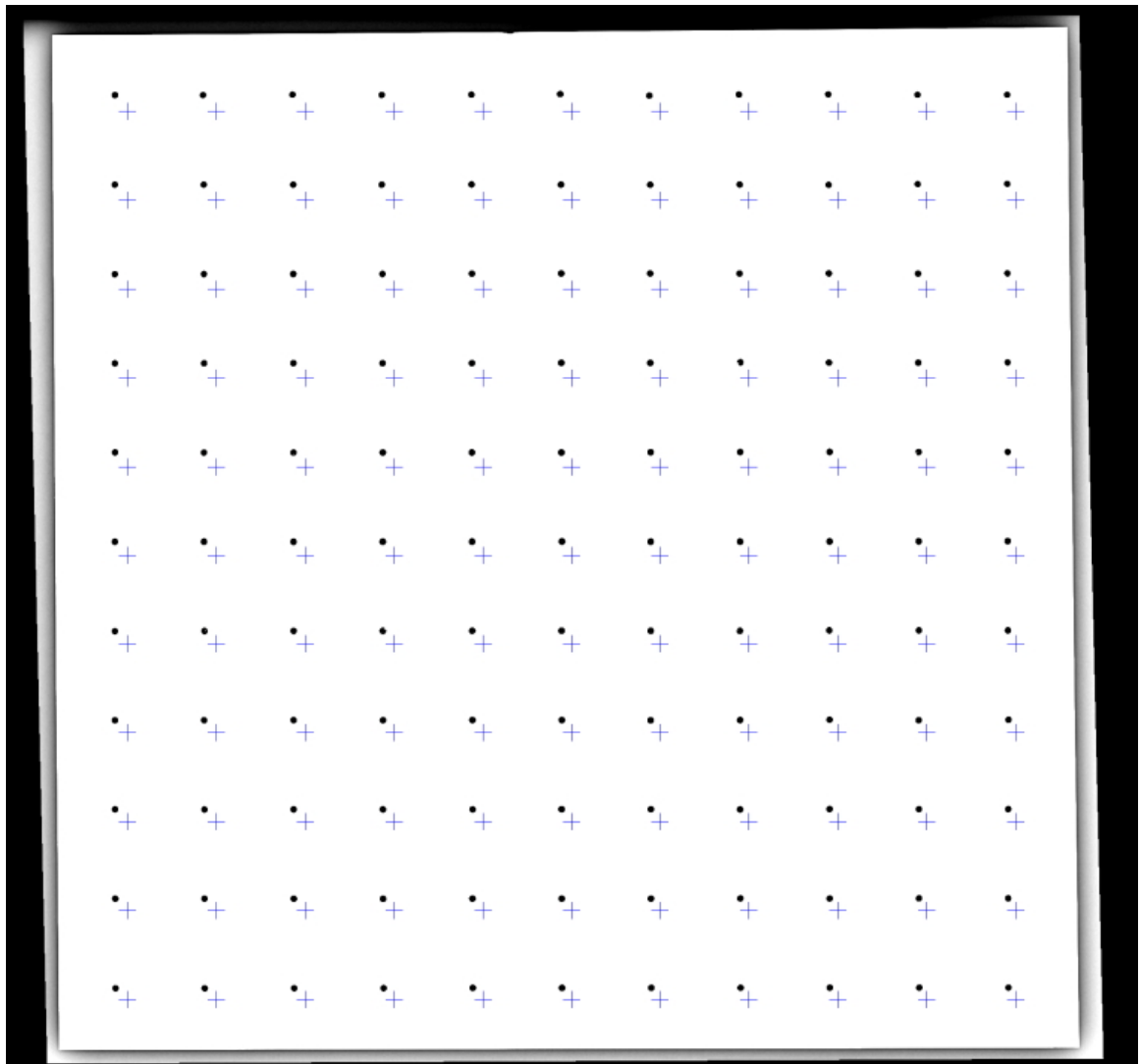


FIGURE C.3. Proyección radiográfica de la placa y superposición de la proyección virtual.

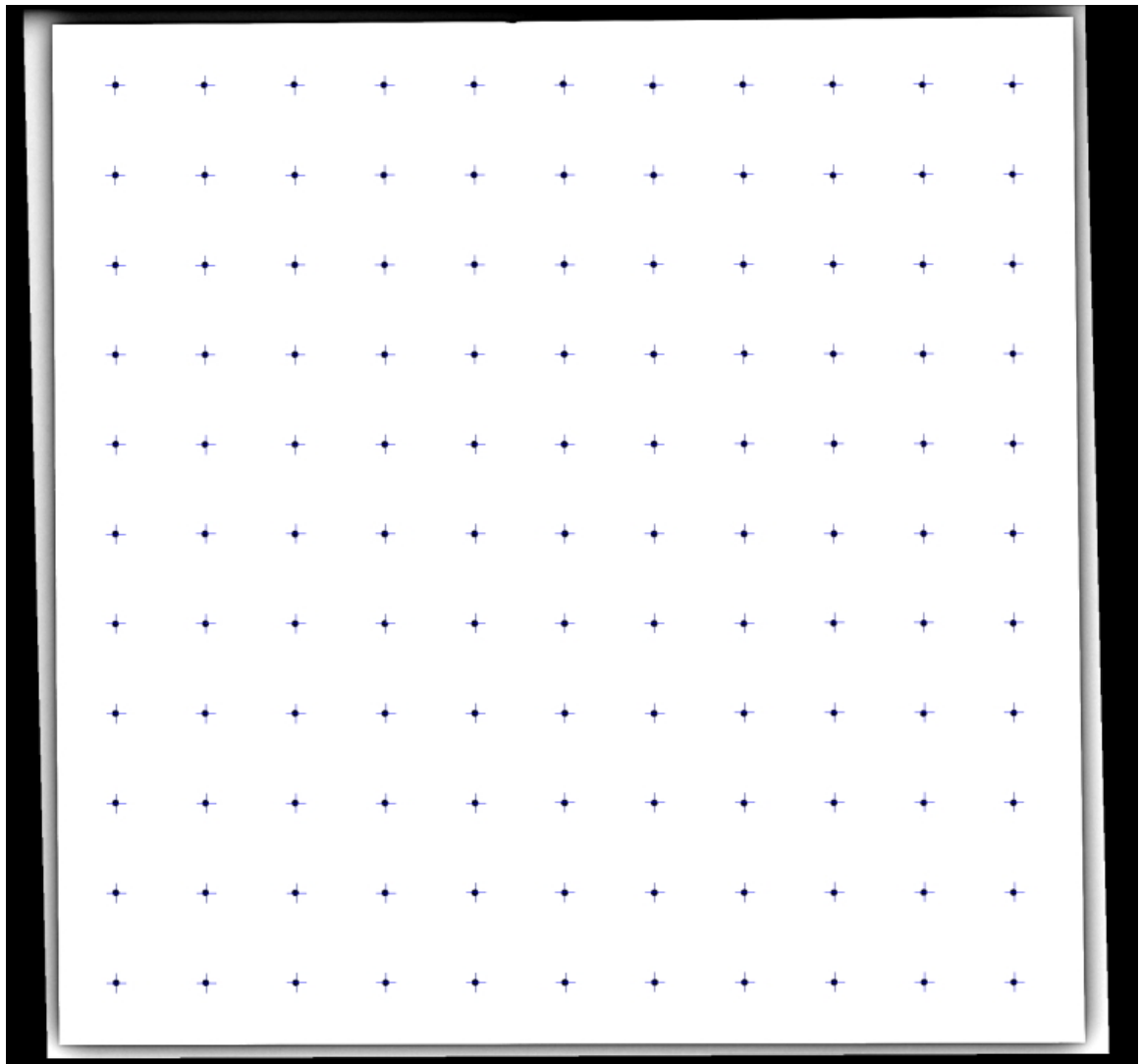


FIGURE C.4. Proyección radiográfica de la placa y superposición ajustada de la proyección virtual. Se observa que las diferencias ocurren en distintas direcciones y sin un patrón reconocible.

C.3. Implementación del sistema de simulación

Los pasos del experimento virtual son los siguientes.

- (i) A partir de los parámetros de planificación definidos se calcula la posición 3D de los cinco marcadores fiduciaros y de los cuatro puntos que definen el extremo y el eje de los fragmentos.
- (ii) A partir de las condiciones de medición definidas se renderiza la imagen de los puntos para cada vista (AP y Lateral). El resultado es una lista de coordenadas 2D en píxeles de los nueve puntos. Éstas serían las coordenadas que el médico identificaría sobre la imagen en el caso real.
- (iii) Se inicia el programa de planificación y se ejecuta el proceso de planificación con medición de parámetros (Anexo B.5). Una vez abierto el módulo medición se cargan las coordenadas de los puntos de cada imagen y se continúa el procedimiento de planificación hasta el final.
- (iv) Se guardan las mediciones de los parámetros de deformación y montaje junto con los datos que definieron la simulación en un archivo para su posterior análisis.

La simulación es realizada de forma automática por una clase añadida al código del programa. Los procedimientos de ésta controlan el programa tal cual como lo realizaría el usuario (presionando botones y seleccionando ítems). Además de manejar el programa, el simulador genera la imagen radiográfica virtual asociada a los parámetros y condiciones de medición definidos. Para la proyección se utilizó $A=B=352.6$ y $N=1000$ para tener un ángulo de visión de 20° y un *aspect ratio* de 1 (valores típicos). Los 9 puntos a proyectar se escriben en la matriz W de 4×9 .

$$W = \begin{bmatrix} P_{A1} & P_{B1} & \dots \\ P_{A2} & P_{B2} & \dots \\ P_{A3} & P_{B3} & \dots \\ 1 & 1 & \dots \end{bmatrix}$$

Donde $[P_{A1}, P_{A2}, P_{A3}]$ es la posición del marcador A. La proyección I de estos puntos se obtiene con las siguientes transformaciones homogéneas (Los paréntesis indican parámetros que definen una matriz).

$$I = M(A, B, N)T_z(z_{cam})R_x(-90^\circ)R_y(90^\circ)R_x(\beta)R_z(Azimuth + \alpha)T_z(c)W \quad (C.1)$$

Donde I es una matriz de 4x9 con la proyección de los puntos, M es la matriz de proyección, R_x , R_y y R_z matrices de rotación en sus respectivos ejes y T_z matriz de traslación en \hat{z} . La posición estándar de la cámara respecto de los puntos está dada por su distancia z_{cam} al centro de la base de coordenadas \mathbf{P} del aparato y los ángulos de rotación en \hat{x} , \hat{y} , \hat{z} iguales a -90° , 90° y $Azimuth$ respectivamente. Para la vista AP $Azimuth = 0$ y para la Lateral $Azimuth = -90$. La distancia de la cámara ocupada fue de $z_{cam} = 1\text{ m}$, que es un valor típico al momento de tomar radiografías. La desviación de la posición de la cámara respecto de la posición estándar tradicional se realiza añadiendo los ángulos α y β a las rotaciones. Por último c es incluido como una traslación para centrar el aparato en la imagen. En la simulación $c = 8\text{ cm}$.

Las coordenadas \vec{C}_i en píxeles de un punto i en la imagen es:

$$\vec{C}_i = \left[\frac{W I_{1,i}}{2I_{4,i}}, \frac{H I_{1,i}}{2I_{4,i}} \right] \quad i = 1 \dots 6$$

Donde W y H es la resolución horizontal y vertical de la imagen, consistente con el aspect ratio definido por B/A .

Una vez obtenidas las coordenadas de los puntos en cada imagen se ingresan al programa, continuando con la planificación hasta obtener la agenda. La simulación concluye con el registro en un archivo de texto del valor de los parámetros de deformación y montaje medidos por el programa entre otros datos.

C.4. Resultados en la prueba de ubicación de puntos

La tabla de la figura C.5 muestra el error en píxeles cometido por cada participante en la ubicación del centro de cada marcador, además del tiempo ocupado y el valor obtenido para los indicadores de calibración. La figura C.6 muestra las correspondientes imágenes.

Error de marcación respecto del pixel central													
Imagen	Participante	A		B		C		D		E		Indicador de calibración [%]	Tiempo AP y LAT
		X	Y	X	Y	X	Y	X	Y	X	Y		
Vista AP	Alvaro Abarzua	0	0	-1	1	-1	0	0	0	-1	0	1,1	5:02
	Alex Vásquez	0	-2	-1	1	0	0	1	-1	0	-1	1,5	5:00
	Carlos Maturana	0	1	-1	2	-1	1	1	1	0	0	1,2	3:19
	Cristóbal Toledo	-1	-1	-1	1	-2	-1	0	0	0	-1	1,4	2:12
	Patricio Kandalaf	-1	0	-1	1	-1	0	-1	1	0	0	1,2	2:20
Vista Lateral	Alvaro Abarzua	0	-1	-1	0	-1	0	1	1	0	0	2,7	
	Alex Vásquez	0	0	0	0	-1	-1	1	-1	1	-1	0,7	
	Carlos Maturana	0	0	-1	0	-1	1	1	1	0	-1	1,8	
	Cristóbal Toledo	-1	-1	-1	0	-1	0	1	0	0	0	2,3	
	Patricio Kandalaf	0	0	0	0	-1	-1	1	-1	1	-1	1,8	

FIGURE C.5. Detalle de los resultados obtenidos en el test.

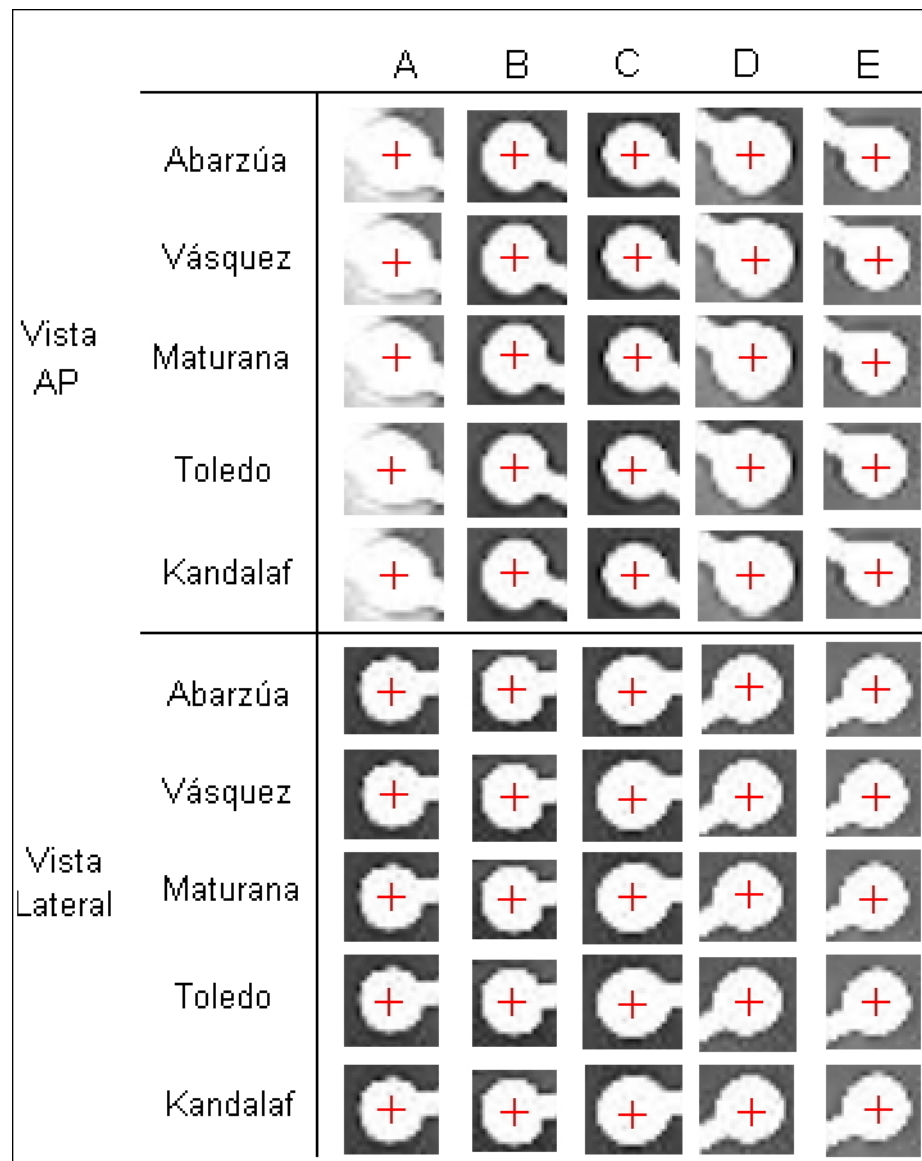


FIGURE C.6. Imágenes de los puntos seleccionados como centro de las esferas.

C.5. Simulación A: Comportamiento del error de medición respecto de desviaciones en la orientación

Las figuras C.7 y C.8 grafican el error absoluto promedio obtenido en la simulación de la serie A3 de manera de observar la relación del error respecto del grado de desviación α y β en la orientación de cada imagen. Se observa una tendencia de aumento del error con el aumento o disminución de la desviación azimutal α en todos los casos.

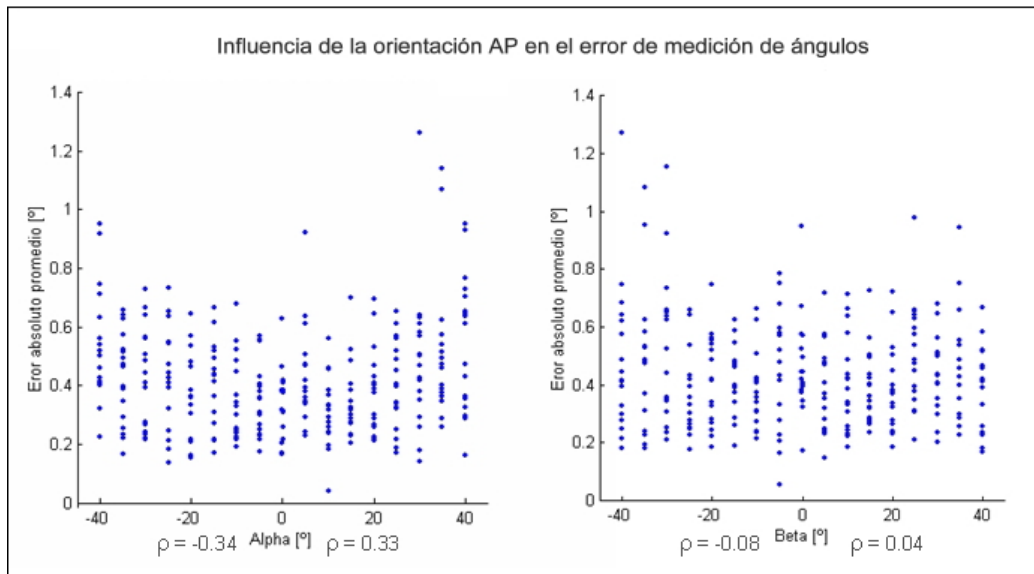


FIGURE C.7. Error absoluto promedio en función de la desviación de orientación de las imágenes. ρ indica el valor de la correlación tanto para el caso de aumento como de disminución.

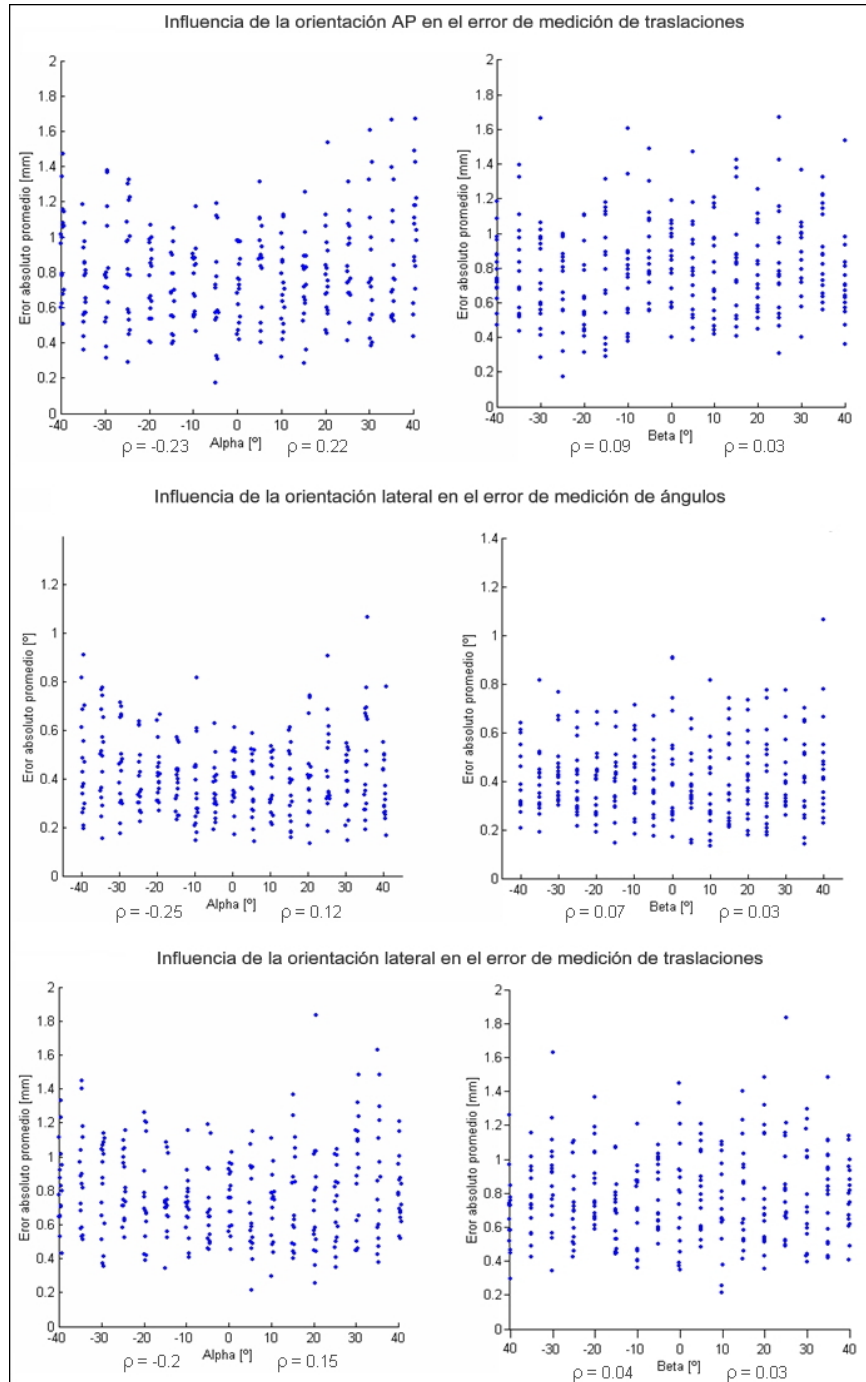


FIGURE C.8. Error absoluto promedio en función de la desviación de orientación de las imágenes (Continuación). ρ indica el valor de la correlación tanto para el caso de aumento como de disminución.

C.6. Simulación A: Detalle del error por parámetro y grado de imprecisión n .

La tabla de la figura C.9 muestra el promedio de los errores de medición, la desviación estándar del error y el máximo absoluto registrado para cada serie y parámetro.

		A Float			A0			A1			A2			A3			A4			
		\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	\bar{x}	σ	max	
Deformity	Angle	AP	-0,0001	0,0003	0,0020	-0,077	0,073	0,326	-0,10	0,21	0,72	-0,08	0,36	1,52	-0,09	0,55	2,24	-0,08	0,63	2,29
		LAT	-0,0003	0,0005	0,0025	0,009	0,065	0,265	-0,01	0,24	1,14	0,03	0,39	1,92	0,05	0,57	1,89	0,03	0,65	2,52
	Translation	AP	0,0008	0,0003	0,0015	0,101	0,132	0,405	0,12	0,38	1,19	0,10	0,64	2,35	0,11	0,98	3,22	0,04	1,17	4,05
		LAT	0,0008	0,0003	0,0023	0,095	0,107	0,577	0,09	0,37	1,41	0,09	0,64	2,11	-0,05	0,99	3,89	0,00	1,15	3,71
Mounting	Angle	AXIAL	-0,0013	0,0004	0,0024	-0,224	0,082	0,491	-0,24	0,32	1,36	-0,22	0,49	1,98	-0,27	0,76	2,65	-0,28	0,93	2,86
		AP	0,0001	0,0004	0,0019	0,009	0,068	0,342	0,03	0,21	0,72	0,02	0,36	1,56	-0,02	0,54	2,29	0,02	0,64	2,48
		LAT	0,0000	0,0004	0,0021	0,029	0,067	0,209	0,01	0,24	0,97	-0,01	0,40	1,41	-0,06	0,60	2,18	-0,03	0,68	2,73
	Translation	AXIAL	-0,0004	0,0004	0,0018	0,001	0,047	0,252	-0,01	0,15	0,49	0,01	0,26	0,90	0,01	0,38	1,61	0,01	0,46	1,74
		AP	-0,0010	0,0008	0,0036	-0,094	0,169	0,599	-0,09	0,44	1,61	-0,11	0,75	2,50	-0,22	1,13	3,98	-0,13	1,38	4,94
		LAT	0,0011	0,0010	0,0051	-0,010	0,152	0,505	0,02	0,47	2,10	0,02	0,79	3,33	0,18	1,23	4,54	0,10	1,38	4,93
	AXIAL	-0,0007	0,0010	0,0029	0,262	0,097	0,487	0,11	0,28	0,92	0,11	0,44	1,63	0,11	0,69	2,01	0,13	0,83	3,88	

FIGURE C.9. Detalle del error de medición obtenidos para cada parámetro en las simulaciones tipo A.

C.7. Simulación B: Error en función del ángulo fuentes-fragmento Ψ .

La figura C.10 grafica el error absoluto promedio obtenido en la simulación de la serie B3 en función de del ángulo Ψ en cada fragmento. Se observa que cuando Ψ presenta valores cercanos a 0° ó 180° el error aumenta.

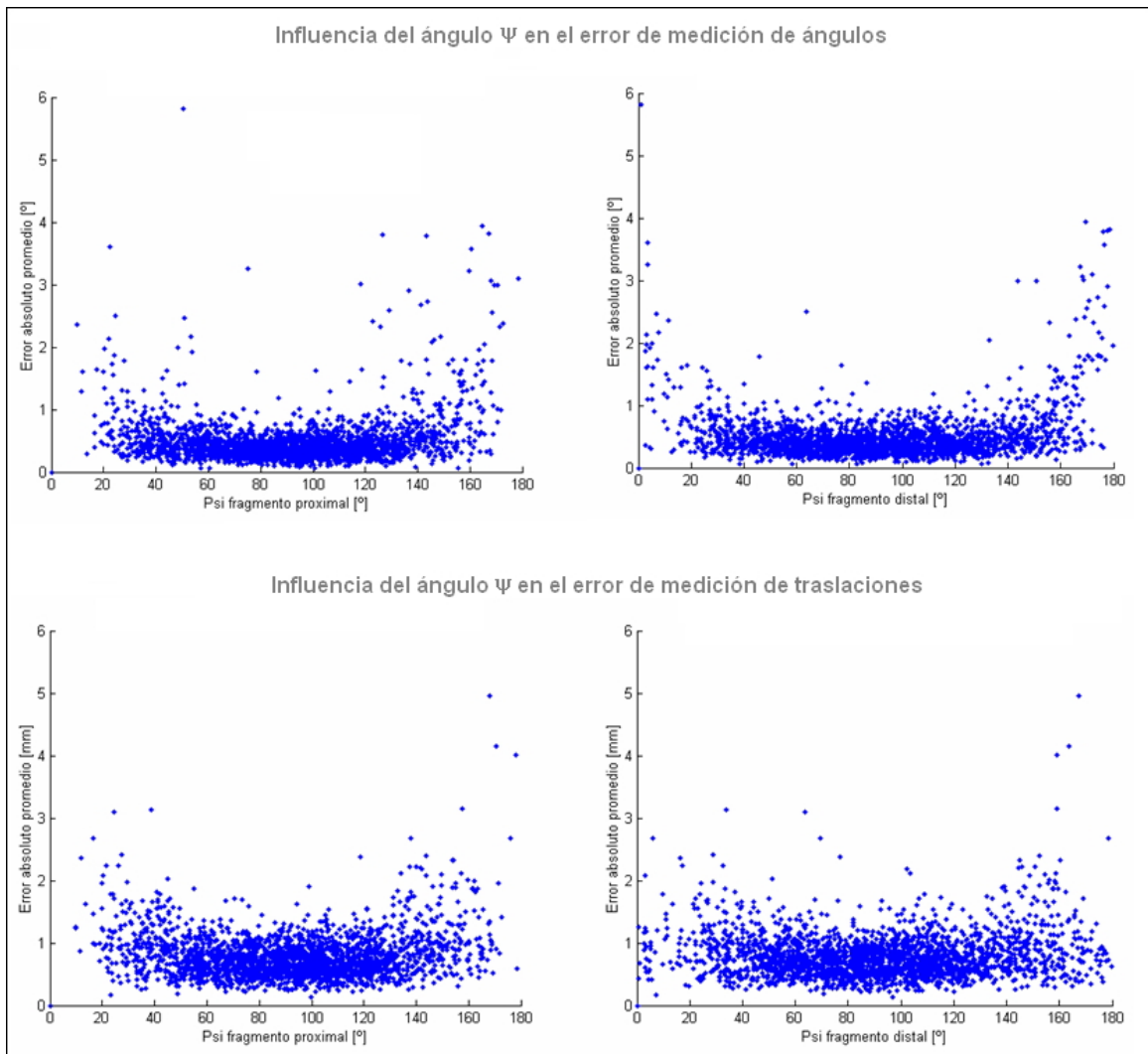


FIGURE C.10. Aumento del error de medición frente a valores extremos del ángulo fuentes-fragmento Ψ

C.8. Simulación C: Influencia del indicador de calibración.

La figura C.11 grafica el error de medición de las series C1 y C5. Se observa que el indicador de error se correlaciona más con el rango de error n que con el error de medición obtenido dentro del conjunto de casos de un mismo valor de n . Se observa que el grupo de puntos $n = 1$ se encuentra separado del de $n = 5$ y en cada uno de ellos la correlación con el indicador es difícil de apreciar. La tabla tanto muestra la correlación del error y el indicador separado por conjunto. Los valores individuales son menores a la correlación considerando todos los conjuntos

TABLE C.1. Correlación del error absoluto promedio con el indicador de calibración separado por valor de n .

Dimensión medida	C0	C1	C2	C3	C4	C5	Todas
Ángulos	0.33	0.36	0.23	0.09	0.07	0.01	0.72
Traslaciones	0.34	0.21	0.36	0.31	0.33	0.22	0.56

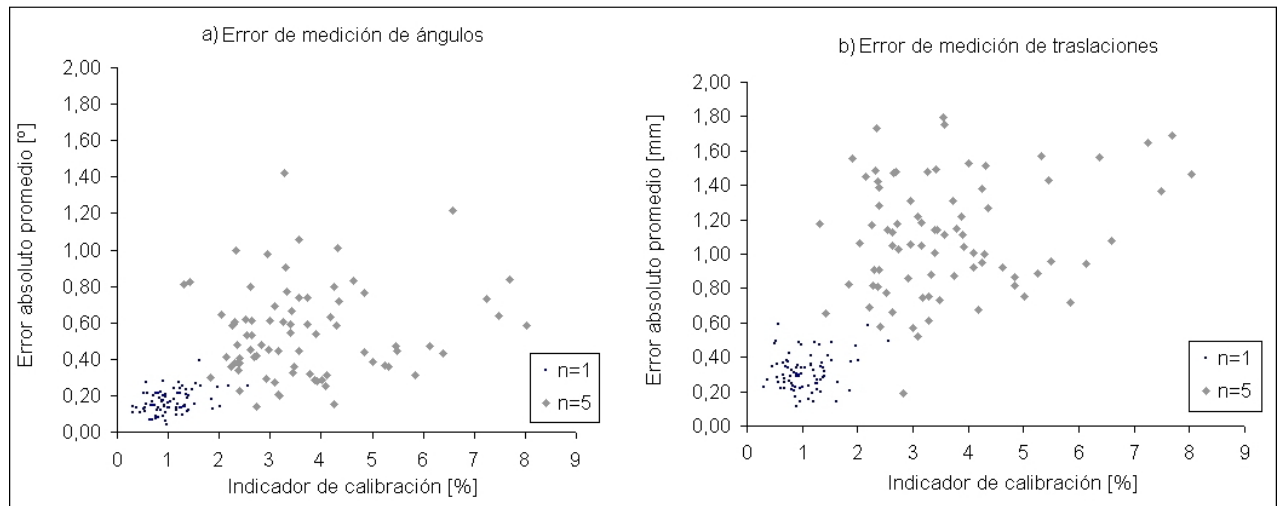


FIGURE C.11. Relación del error absoluto promedio respecto del valor del indicador de calibración para $n=1$ y $n=5$.

C.9. Detalle de los casos de estudio.

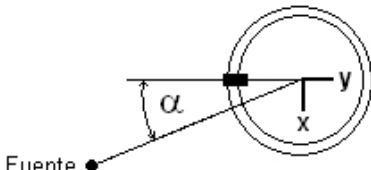
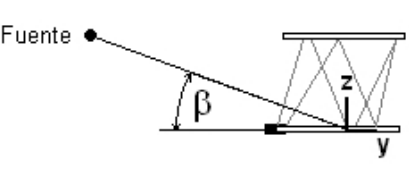
La orientación en la cual fue tomada cada imagen en cada caso de estudio se muestra en la tabla C.2 con los ángulos α y β . Estos ángulos de desviación fueron medidos con el programa y están referidos a la posición estándar de la vista AP, como se indica en las figuras anexas. Se añade una fila con el valor del indicador de calibración obtenido en cada radiografía.

Las mediciones de los parámetros de deformación y montaje hechas por el programa en cada caso de estudio se tabula en la tabla C.3. A diferencia de la sección de simulaciones no se dispone de los valores reales de los parámetros pero su tabulación permite evaluar la variabilidad existente entre distintas planificaciones para un mismo caso. Se añade información del indicador de error de localización y ángulos ϕ y Ψ . Las planificaciones se identifican por los pares de imágenes que se utilizó. Así la columna O2-AP señala que se ocupó la vista Oblicua 2 y AP.

Las estimaciones de la deformación residual se tabulan en la tabla C.4 para cada parámetro de traslación y un valor máximo para la angulación. En el caso 1 no se dispone la medición por cada parámetro sino el valor máximo, el que se ha asignado a los tres. En los casos 2 y 3 las mediciones se indican en rangos debido a que dependen de la holgura mecánica de la plataforma. La medición de traslación se realizó utilizando un pie de metro

TABLE C.2. Tabulación de la orientación e indicador de error de cada radiografía utilizada.

Dato	CASO 1		CASO 2				CASO 3		
	AP	LAT	AP	LAT	OBL1	OBL2	AP	LAT	OBL
Alpha [°]	2	96	3	91	37	-63	-5	109	-63
Beta [°]	5	5	12	14	16	-2	18	7	-12
Indicador Calib [%]	1,19	1,39	2,37	1,91	1,22	2,73	4,39	1,19	1,47

sin embargo se estima un error de 0.5 mm. Los valores considerados en el informe corresponden a los promedios de los dos rangos. La deformación angular se estimó a partir de las fotografías de la corrección y rotando la imagen de un fragmento en pasos de 1°.

TABLE C.3. Mediciones y datos entregados por el programa para las planificaciones realizadas.

Planificación Parámetro			CASO 1	CASO2						CASO 3			
			AP-LAT	O1-AP	O1-LAT	O2-AP	AP-LAT	O1-O2	O2-LAT	AP-O	AP-LAT	LAT-O	
Deformity	Angle [°]	AP	18,2	-14,5	-14,8	-14,7	-14,6	-15,2	-15,5	22,421	22,394	28,15	
		LAT	14,7	-32,4	-32,4	-32,8	-32,4	-32,7	-32,4	12,269	12,257	9,97	
	Translation [mm]	AP	-11,7	-10,7	-9,6	-10,4	-10,5	-9,8	-10,5	-7,072	-6,913	-5,27	
		LAT	2,1	-21,5	-22,5	-22,0	-22,5	-21,8	-22,0	-37,22	-37,49	-36,34	
Mounting	Angle [°]	AXIAL	-8,5	-11,9	-11,5	-10,3	-11,4	-10,5	-10,4	19,897	19,979	23,69	
		AP	-1,8	-14,9	-14,4	-14,8	-14,8	-14,4	-14,5	-30,53	-30,52	-37,38	
		LAT	8,0	14,4	15,0	15,1	15,0	15,0	15,0	-8,74	-8,523	-5,12	
	Translation [mm]	AXIAL	-0,6	0,0	0,3	-0,2	-0,2	0,3	-0,4	4,3062	4,2101	2,08	
		AP	-3,7	-13,7	-12,8	-13,7	-13,6	-13,5	-15,3	-9,171	-9,036	-10,49	
		LAT	-30,3	-15,8	-16,9	-16,1	-16,9	-16,0	-16,9	-13,91	-13,75	-14,35	
	AXIAL	86,3	67,9	68,2	68,4	68,1	68,3	68,2	71,036	70,8	70,85		
	Ángulo entre orientaciones [°]			93,1	32,6	51,6	66,5	84,0	99,0	148,5	63,8	108,1	171,8
	Ángulo fuente-fragmentos prox. [°]			95,4	34,7	50,3	72,2	85,0	107,0	157,3	66,1	112,6	178,7
	Ángulo fuente-fragmentos dist. [°]			102,5	34,6	55,3	64,6	90,0	99,2	154,6	58,5	111,5	170,0
Indicador Localizacion P2			0,16	0,24	0,18	0,54	0,09	0,91	0,81	0,59	0,15	0,18	
Indicador Localizacion P3			0,39	0,35	0,21	0,98	0,14	1,41	1,60	0,59	0,93	0,67	
Largo final [mm]			L1	148	92	92	92	92	92	92	141		138
			L2	102	139	139	139	139	140	140	168		163
			L3	180	124	125	126	125	126	127	121		114
			L4	117	156	157	157	156	157	157	133		134
			L5	177	142	142	144	142	143	142	145		155
			L6	140	167	168	168	168	168	168	195		200

TABLE C.4. Deformación persistente expresada en rangos luego de la corrección con cada planificación.

Planificación			CASO 1	CASO 2						CASO 3		
Deformación			AP-LAT	O1-AP	O1-LAT	O2-AP	AP-LAT	O1-O2	O2-LAT	AP-O2 y AP-LAT	LAT-O2	
Traslación [mm]	LAT	2	0 1,5	0,6 1,8	-0,3 1,5	0,2 0,8	-0,3 2,2	-0,6 1,8	-0,8 1,8	-0,8 1,8	-1,7 0,8	
	AP	2	2,3 3,2	0,5 1,6	-0,8 1,3	-0,5 1,8	-0,2 3,1	-0,5 1,8	-1,8 1	-1,8 1	-1,1 1,8	
	AXIAL	2	-1 -2	0 -1	1 2	0 -1	0 1	0 1	-1,15 2	-1,15 2	-0,1 -0,1	
Angulación [°]			3	2	2	1	2	2	2	1	7	
Error absoluto promedio traslación [mm]			2	1,67	0,92	0,78	0,55	0,97	0,58	0,83	0,30	

C.10. Imágenes de los casos de estudio 2 y 3

Las radiografías de los casos de estudio 2 y 3 se muestran en las figuras C.12 y C.13. El anillo superior es el proximal.

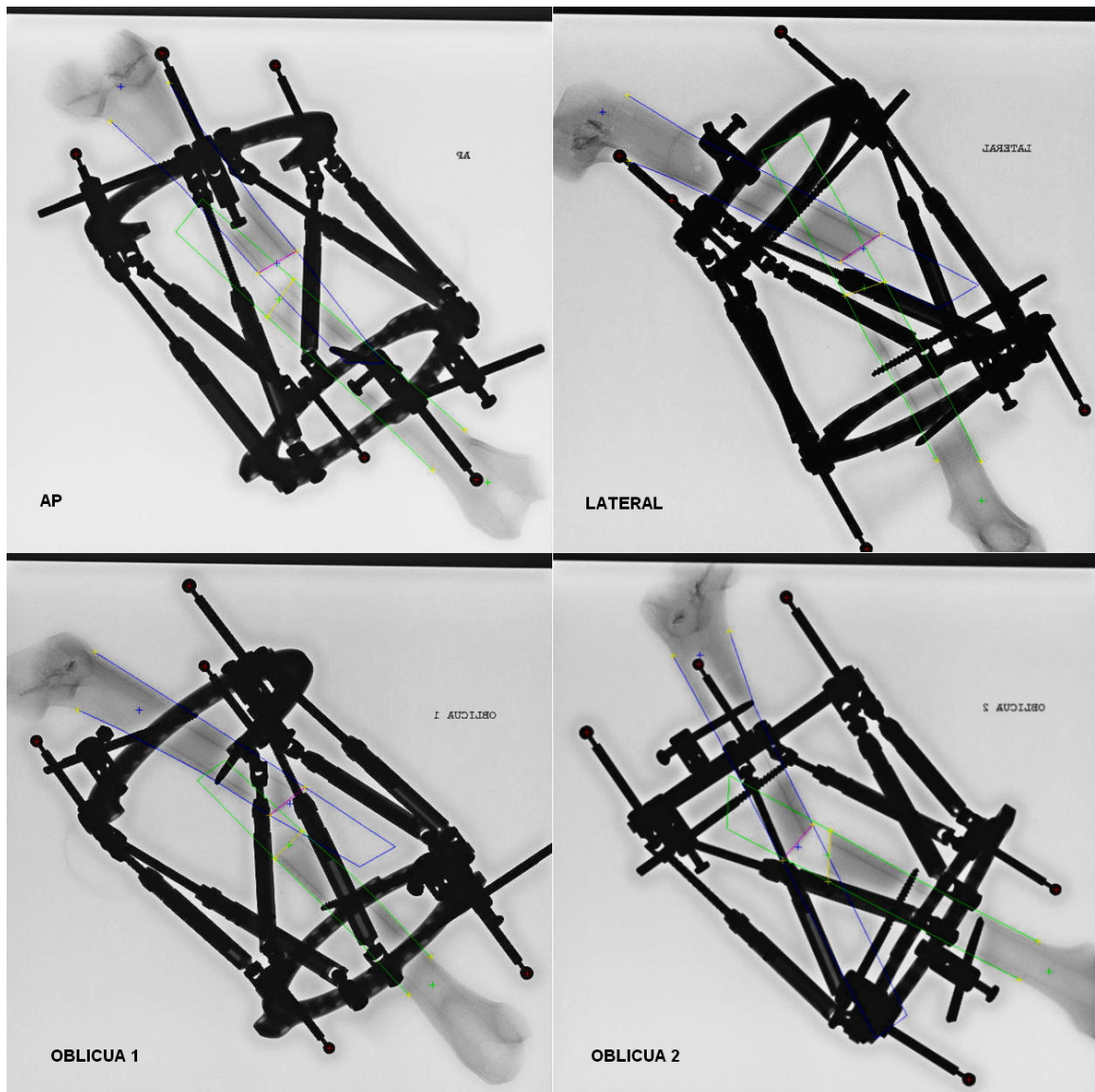


FIGURE C.12. Radiografías caso 2. En la vista lateral las barras impiden ver el extremo del fragmento distal.

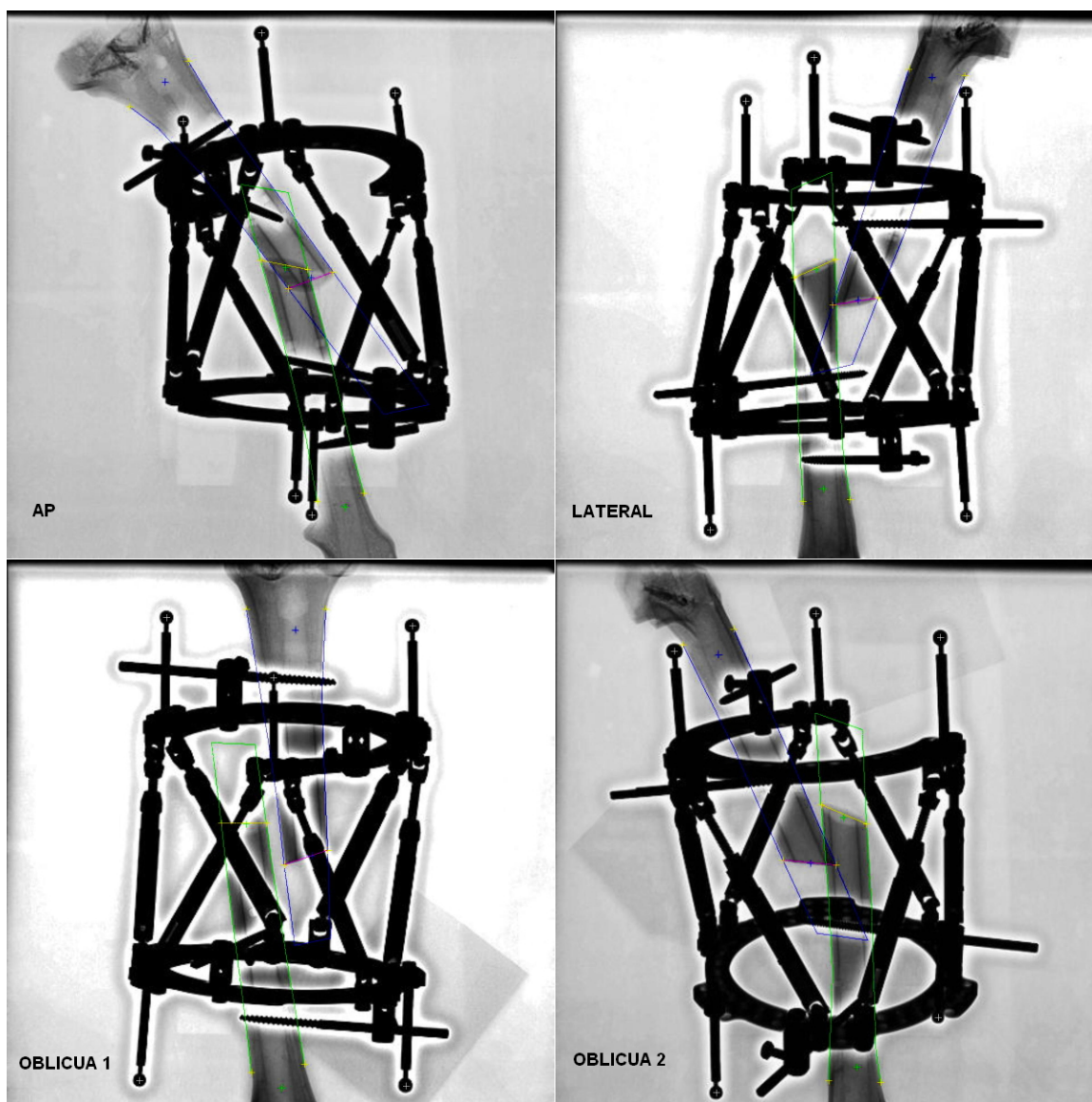


FIGURE C.13. Radiografías caso 3. La vista oblicua 1 presenta una grave oclusión en los extremos de los dos fragmentos.

Las figuras C.14 y C.15 muestran el resultado de la corrección de los casos 2 y 3 con la mejor y peor planificación realizada en cada una.



FIGURE C.14. Resultados Caso 2. a) Vista AP y LAT de la mejor corrección realizada, con las vistas AP y Lateral ($\phi = 84^\circ$). b) Vistas de la peor corrección del caso, con las vistas Oblicua 1 y AP ($\phi = 32.6$).

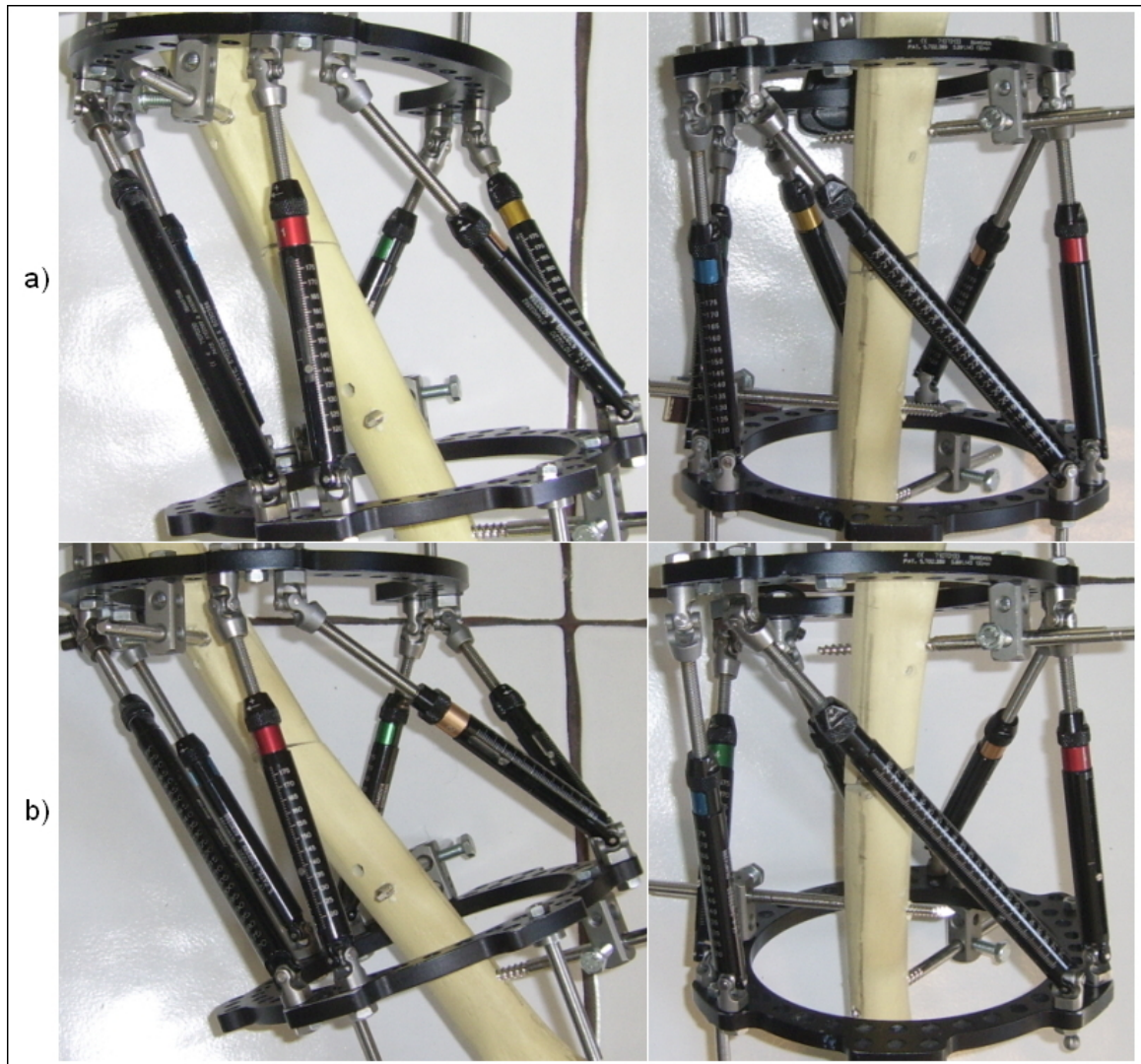


FIGURE C.15. Vista AP y LAT de las dos correcciones realizadas al caso 3. La planificación realizada con las radiografías AP-LAT y con las AP-Oblicua (dieron el mismo resultado) se muestra en a). La planificación con las vistas Lateral-Oblicua se muestra en b). En esta última $\phi = 171.8^\circ$ lo cual produjo un gran error de angulación final.

La figura C.16 muestra una comparación de la planificación gráfica realizada para sortear la colisión en el caso 3 y la posterior ejecución en la plataforma. La imagen central corresponde a la deformación residual definida para la primera agenda (o “posición intermedia”). En el primer desplazamiento se corrigieron las tres deformaciones angulares.

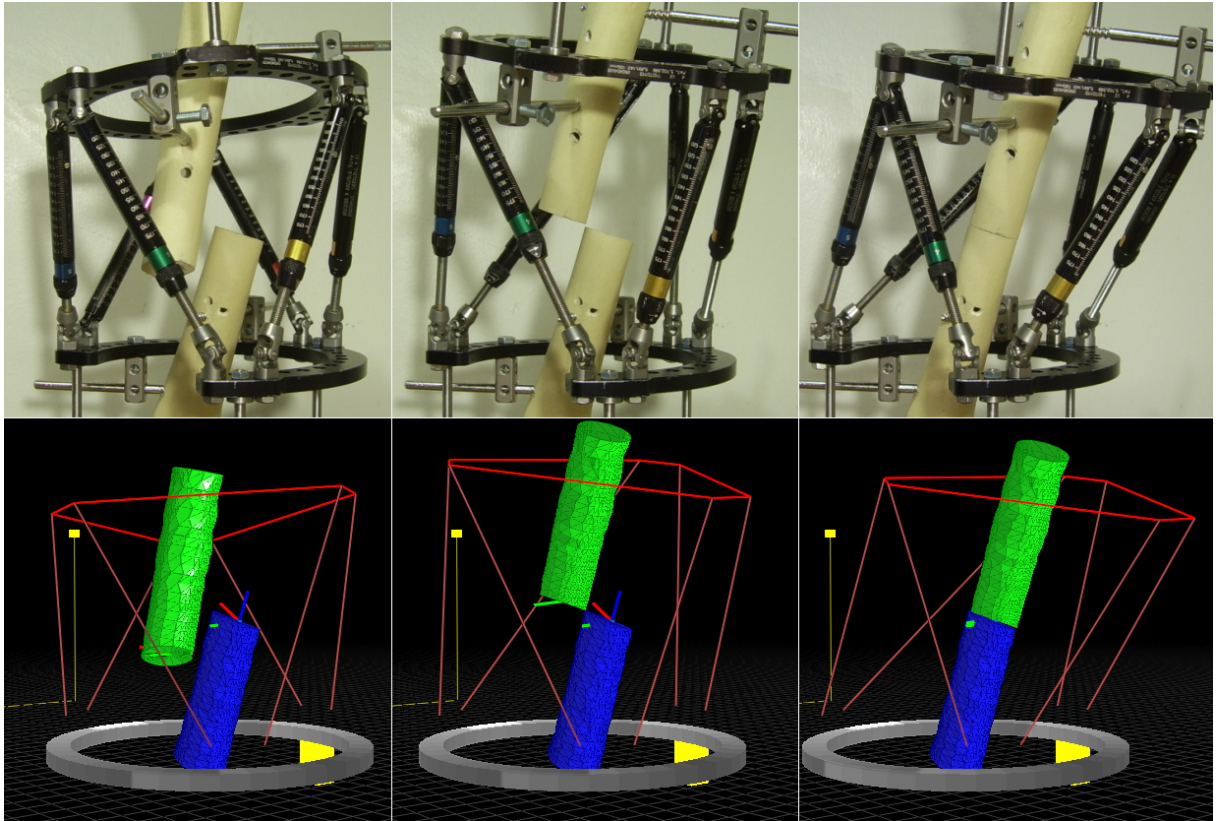


FIGURE C.16. Comparación de la planificación respecto de la ejecución de los desplazamientos definidos para evitar la colisión en el caso 3.

C.11. Figuras de las pruebas de caso general.

Las dos imágenes utilizadas para el caso general de medición de coordenadas se muestran en la figura C.17 junto con las respectivas imágenes equivalentes generadas por el programa luego de realizar la reconstrucción por estereoscopía. La grilla mostrada corresponde al plano de ajuste mencionado en la sección 4.2 y representa el sistema de coordenadas al cual están referidas las mediciones. Si bien dos de sus rotaciones están determinadas por la dirección del vector $P1-P2$, la tercera (en torno al eje de $P1-P2$) no lo está. Esta debe ajustarse manualmente con la dirección del *Master Tab* el cual fue puesto indicando la dirección vertical de la mesa. Alineando el plano de ajuste perpendicular con la vertical el problema queda determinado obteniéndose las imágenes gráficas de la figura C.17. Las fotografías fueron rotadas para poder compararlas con las imágenes generadas. Si bien la plataforma de Stewart parece mas pequeña en el gráfico esto se debe a que las líneas que indican el anillo distal se generan inmediatamente desde las rótulas de las barras y no desde su posición real alejadas 2 cm.

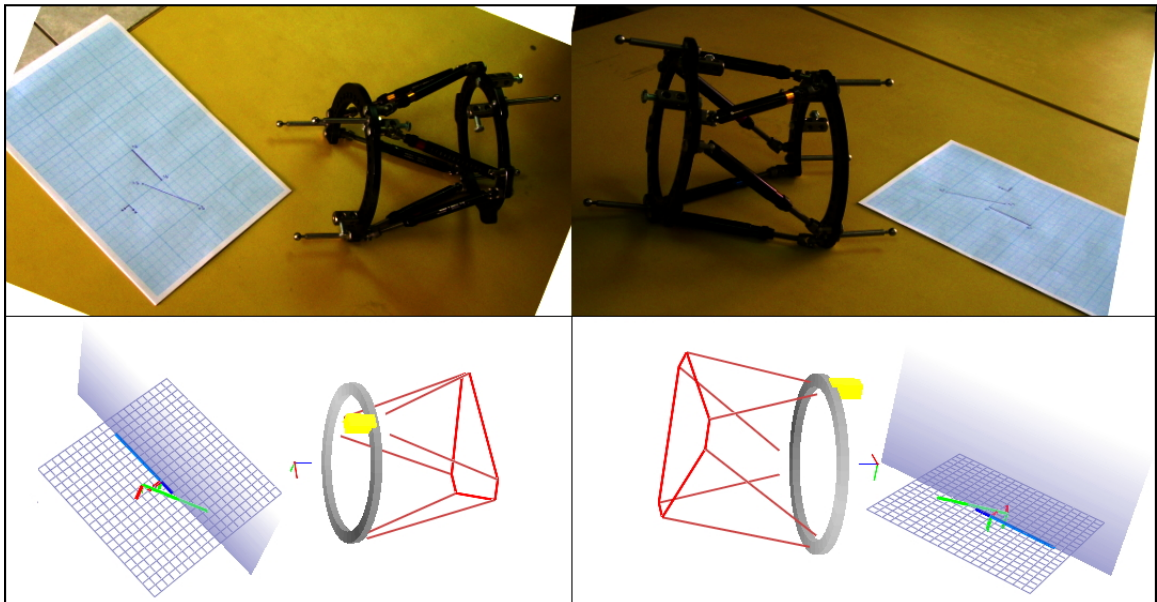


FIGURE C.17. Fotografías utilizadas para la medición de coordenadas en un papel milimetrado.

Las figuras C.18 y C.19 muestran las fotografías utilizadas para generar los dos modelos 3D de la página 73. Las diferentes vistas de las superficies resultantes se muestra en la figura C.20.

Se muestra además la modelación de un vaso, el cual no pudo ser generado con una sola superficie dada la imposibilidad de definir un eje que se mantuviera siempre dentro del volumen. Por esto tuvo que ser modelado en dos superficies independientes: una con su eje respecto del vaso y otra con su eje a lo largo de la bombilla.

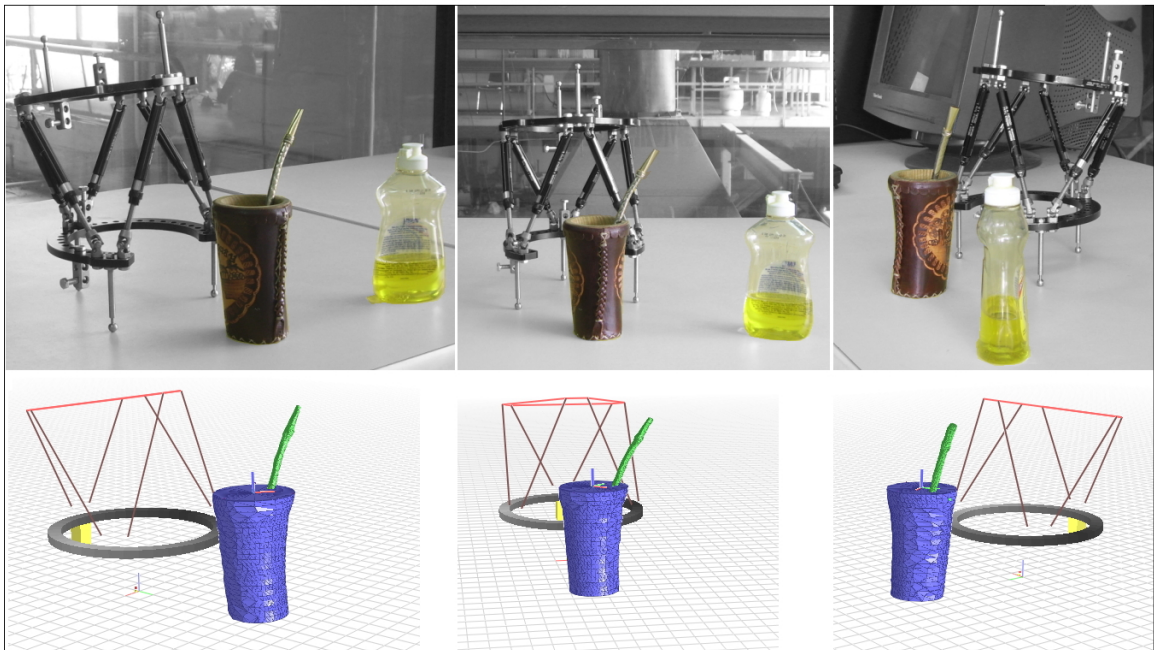


FIGURE C.18. Imágenes utilizadas para generar los modelos del vaso y el envase de lavalozas.



FIGURE C.19. Imágenes utilizadas para crear el modelo del envase de pegamento.

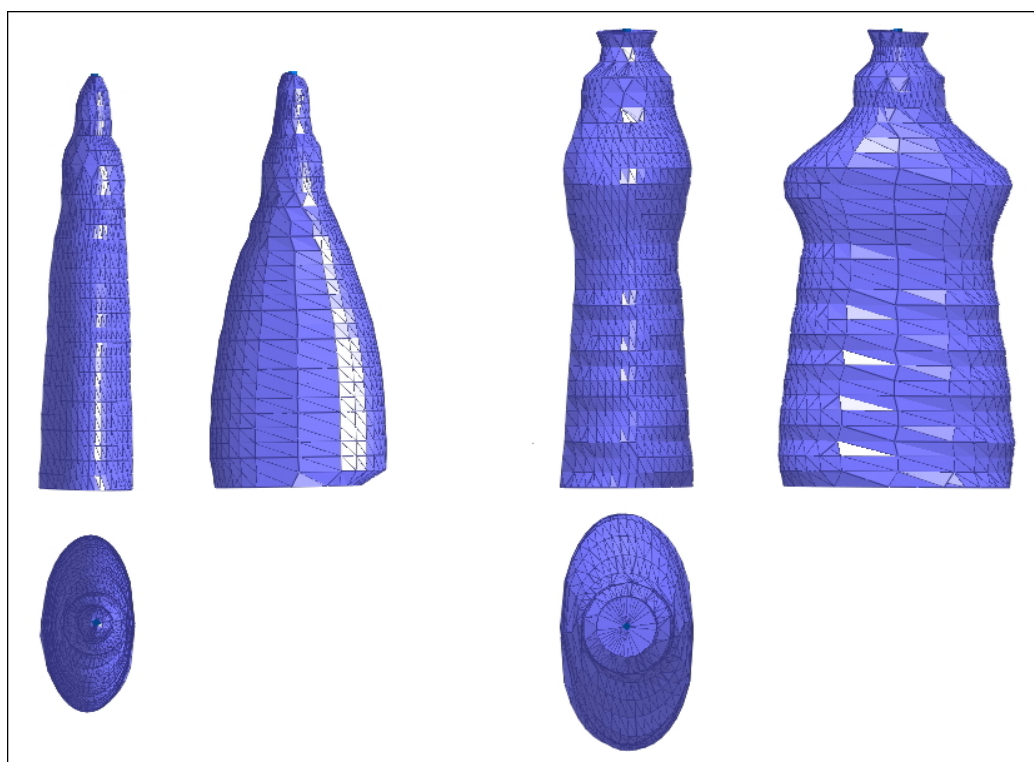


FIGURE C.20. Planta, elevación y vista lateral del modelo del envase de pegamento (izquierda) y de lavalozas.