



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

# **GESTIÓN DE FLUJO DE PACIENTES CRÍTICOS MEDIANTE UNA POLÍTICA PROACTIVA DE TRASLADOS**

**JAIME GONZÁLEZ HODAR**

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:  
JUAN CARLOS FERRER

Santiago de Chile, Septiembre 2017

© MMXVII, JAIME GONZÁLEZ



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

# **GESTIÓN DE FLUJO DE PACIENTES CRÍTICOS MEDIANTE UNA POLÍTICA PROACTIVA DE TRASLADOS**

**JAIME GONZÁLEZ HODAR**

Miembros del Comité:

JUAN CARLOS FERRER

JORGE VERA

LUIS ROJAS

MIGUEL NUSSBAUM

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Septiembre 2017

© MMXVII, JAIME GONZÁLEZ

*A mi familia y amigos.*

## AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, me gustaría agradecer a mi familia, por el apoyo incondicional que siempre me han brindado y por ser un pilar fundamental en mi desarrollo personal y en mi vida. En especial, agradecer a mi hermano Daniel, quien vivió conmigo durante todo este periodo y me aguantó en los momentos más difíciles.

También, quiero agradecer a todos los profesores quienes permitieron llevar a cabo esta investigación de la mejor forma posible. A Juan Carlos, por todo su experiencia compartida conmigo. También agradecer a Alejandro, quien me orientó en muchas cosas técnicas durante este camino. Además, agradecer al doctor Luis Rojas, pues presentó un apoyo fundamental para este proceso, y también agradecer a Max Andersen, quien permitió el nacimiento de esta idea de tesis.

Quiero agradecer también a mis amigos, sobre todo con quienes convivía en la oficina, a Cristóbal Sirhan, Carlos Lagos, Valentina Gutiérrez, quienes hicieron siempre agradable mi estadía en la Universidad. Mención especial a José Tomás Marquínez, pues además de toda la buena convivencia, pudimos compartir mucho conocimiento, con el cual pudimos fortalecer tanto mi tesis como la suya. Adicionalmente, agradecer a todo el Centro de Alumnos de Ingeniería Ubuntu 2016, por su apoyo y comprensión durante momentos difíciles del magíster.

Por último, agradezco a Rosario López por todo su apoyo en este proceso, quien me acompañó durante todo el desarrollo de esta investigación.

## ÍNDICE GENERAL

|  |      |
|--|------|
| AGRADECIMIENTOS                              | iv   |
| ÍNDICE DE FIGURAS                            | vii  |
| ÍNDICE DE TABLAS                             | viii |
| ABSTRACT                                     | x    |
| RESUMEN                                      | xi   |
| 1. Introducción                              | 1    |
| 2. Revisión Bibliográfica                    | 4    |
| 3. Descripción del Problema                  | 8    |
| 4. Modelación                                | 12   |
| 4.1. Espacio de estados . . . . .            | 13   |
| 4.2. Acciones . . . . .                      | 15   |
| 4.3. Variables aleatorias . . . . .          | 16   |
| 4.4. Probabilidades de transición . . . . .  | 17   |
| 4.5. Costos y beneficios . . . . .           | 19   |
| 4.6. Ecuaciones de optimalidad . . . . .     | 19   |
| 5. Enfoque de Solución                       | 21   |
| 6. Resultados                                | 25   |
| 6.1. Instancias de trabajo . . . . .         | 25   |
| 6.2. Interpretación de la política . . . . . | 25   |
| 6.3. Análisis de sensibilidad . . . . .      | 27   |
| 6.4. Aplicación en un caso real . . . . .    | 32   |
| 7. Discusión y Conclusiones                  | 36   |

|  |    |
|--|----|
| BIBLIOGRAFÍA   | 39 |
| ANEXOS   | 44 |
| A. Anexo 1: Desarrollo matemático del Proceso de Decisión Markoviano . . . . . | 45 |
| A.1. Cálculo de parámetros . . . . .   | 45 |
| A.2. Solución factible inicial para la generación de columnas . . . . .        | 47 |
| A.3. Modelo de Optimización del problema de <i>pricing</i> . . . . .           | 48 |
| B. Anexo 2: Resumen de datos . . . . .   | 50 |
| B.1. Análisis de datos . . . . .   | 50 |
| B.2. Resumen de la demanda . . . . .   | 53 |
| B.3. Política de traslados según demanda histórica . . . . .                   | 54 |

## ÍNDICE DE FIGURAS

|      |   |    |
|------|---|----|
| 3.1. | Flujo de pacientes . . . . .  | 9  |
| 4.1. | Esquema del espacio de estados . . . . .  | 14 |
| 6.1. | Comparación de dos casos: cantidad de pacientes transferidos desde UCI según la cantidad de camas libres en UTI. Cada serie representa una tasa de llegada a UCI (pacientes/día). A la izquierda se presenta el caso 1. A la derecha, el caso 2. . . . .                                  | 29 |
| 6.2. | Cantidad de pacientes transferidos desde UCI según la cantidad de camas libres en UTI en el ejemplo pequeño. Cada serie representa una variación en todas las tasas de llegada (pacientes/día), y el valor que se muestra como referencia corresponde a la tasa de llegada a UCI. . . . . | 30 |

## ÍNDICE DE TABLAS

|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.1. | Resumen de la notación utilizada. . . . .   | 12 |
| 6.1. | Resumen instancia de los casos usados para obtener política aproximadamente<br>óptima. . . . .  | 26 |
| 6.2. | Cantidad de pacientes transferidos desde UTI según la cantidad de camas libres en<br>SALA a distintas tasas de llegada a SALA para el caso 2. . . . .   | 31 |
| 6.3. | Variación porcentual de la función al variar en uno o dos pacientes la cantidad de<br>pacientes transferidos con respecto al óptimo. . . . .  | 32 |
| 6.4. | Cantidad de pacientes que llegan en cada escenario. . . . .   | 33 |
| 6.5. | Comparación de la cantidad de pacientes transferidos reactivamente. . . . .   | 34 |
| 6.6. | Comparación de la media del tiempo de espera en Urgencia, medido en minutos.<br>En paréntesis se muestra el coeficiente de variación. . . . .   | 35 |
| 6.7. | Comparación de la disponibilidad promedio de box en Urgencia. Se mide<br>en cantidad promedio de box no bloqueados por pacientes esperando ser<br>hospitalizados. En paréntesis se muestra el coeficiente de variación. . . . . | 35 |
| 6.8. | Comparación de la ocupación media en camas. En paréntesis se muestra el<br>coeficiente de variación. . . . .  | 35 |
| B.1. | Tiempo promedio entre llegadas de pacientes a la Urgencia. . . . .  | 50 |
| B.2. | Tiempo promedio de atención en Urgencia. . . . .  | 50 |
| B.3. | Días promedio de estadía en UCI y UTI. . . . .  | 51 |

|  |    |
|--|----|
| B.4. Resumen de la demanda por camas UCI. Para cada tramo horario, se muestra el rango promedio de pacientes que entran a la UCI procedentes de cada unidad. En total, existe una demanda de 4 a 9 pacientes al día. . . . .             | 53 |
| B.5. Resumen de la demanda por camas UTI. En total, existe una demanda de 6 a 9 pacientes al día. . . . .  | 53 |
| B.6. Resumen de la demanda por camas SALA. En total, existe una demanda de 41 a 56 pacientes al día. . . . .   | 54 |
| B.7. Resumen de los ingresos desde Urgencia. Se muestra el rango de pacientes que llegan por la unidad de Urgencia diferenciados por la unidad en que terminan internados. En total, se ingresan entre 18 y 27 pacientes al día. . . . . | 55 |
| B.8. Política 1: cuántas camas libres se debe preocupar de dejar el gestor de camas en cada unidad. . . . .  | 55 |
| B.9. Política 2: cuántas camas libres se debe preocupar de dejar el gestor de camas en cada unidad. . . . .  | 56 |

## ABSTRACT

Critical beds scarcity in Chilean hospitals produce overcrowding in emergency rooms, generating patients being hospitalized in urgency beds leading to large delays in emergency care. This delay produces damages in a patient's health, increasing the death probability and future congestion of the hospital.

A Markov decision process was formulated to study the relation between bed availability and critical patient demand. In this model, the medical decision of proactive transfer of patients was included, anticipating the emergency room's demand. An approximate dynamic programming approach was used due to the problem's size.

This model shows a policy to proactively discharge patients from a unit, leaving space for an expected critical patient. The policy was tested in a simulation of a hospital in Santiago. The results show that, with the same amount of resources, both emergency patient wait time and patient renege were reduced, increasing real capacity of the emergency room.

As a conclusion, it was observed that there exists a way to improve patient flow in a hospital without increasing resources. To achieve this, it is important to have knowledge of patient demand estimation and to coordinate different hospital units to define a good policy to improve hospital management.

**Keywords:** Markov decision process, approximate dynamic programming, emergency room, critical beds, patient flow.

## RESUMEN

Comúnmente las salas de urgencia no dan abasto frente a la demanda que poseen, lo que genera tiempos de espera excesivamente largos y una mala percepción de la atención. Esta demora en la transferencia hacia una cama crítica produce además perjuicios en la salud del paciente, aumentando su probabilidad de muerte y la congestión del establecimiento.

A través de un modelo de decisión markoviano esta investigación busca estudiar la relación entre las unidades de hospitalización y la sala de urgencia. Incorpora la decisión de un médico de poder transferir proactivamente a un paciente, anticipándose a la demanda futura.

Debido a la dimensionalidad del problema, se utiliza un enfoque de aproximación de programación dinámica, con el cual se obtiene una política aproximadamente óptima la que permite a los médicos saber cuándo transferir de manera proactiva a un paciente. La política sugiere dejar una cierta cantidad de camas libres según la demanda estimada para el siguiente periodo.

Para dos casos numéricos distintos, se observó que el número de transferencias óptimas cambia cuando se eleva la tasa de llegada en una sola unidad de hospitalización, mientras que se mantiene estable si el aumento de la tasa es proporcional en todas las unidades. Por último, la política obtenida se testeó mediante una simulación de un hospital en Chile, logrando bajar los tiempos de espera en urgencia y aumentando un 10 % la utilización de la capacidad de atención.

**Palabras Claves:** proceso de decisión markoviano, aproximación de programación dinámica, sala de urgencia, camas críticas, flujo de pacientes.

## 1. INTRODUCCIÓN

En los últimos años, se ha podido observar que las salas de urgencia en los hospitales en Chile se ven sobrepasados debido a la alta demanda que poseen. Esta sobredemanda existente se debe, en parte, a que el número de visitas a la sala de urgencia ha ido aumentando, saturando así los sistemas de urgencia (Pines et al., 2011), lo que dificulta la atención oportuna de todos ellos con los recursos disponibles. Sin embargo, la sala de urgencia se ve condicionada debido a que el resto de las unidades del hospital están sobrecargadas, por lo que no pueden trasladar a los pacientes a tiempo desde la urgencia para que sean internados.

Debido a que esta situación se puede presentar con frecuencia, comúnmente en las salas de urgencia existe un sistema de Triage, que permite clasificar a un paciente que llega según su nivel de gravedad. Este puede ser clasificado en cinco grupos, siendo el grupo 1 el más grave, mientras que el grupo 5 representa los pacientes de menor gravedad. Naturalmente, se da prioridad a los que son clasificados dentro del grupo 1, que son los que requieren atención inmediata. Sin embargo, después de requerir atención de urgencia, muchas veces necesitan estar en una unidad de cuidados intensivos (UCI) para poder atenderlos de la mejor manera posible y resguardar su salud. Si este traslado no se produce inmediatamente, la salud del paciente empeora poniendo en riesgo su vida en muchos casos.

Para garantizar la debida atención a tiempo de un paciente crítico, hace unos años se creó la Ley de Urgencia que, entre otras cosas, asegura que un paciente con urgencia vital recibirá atención inmediata en el establecimiento de salud más cercano, sea público o privado. El Estado es quien debe asumir el costo hasta el momento de la estabilización del paciente. Si ningún hospital público cercano tiene la capacidad para recibir al paciente, deberá ser derivado a una clínica privada, lo que aumenta el costo para el Estado. Como referencia, entre el año 2009 y 2013 hubo 25.620 derivaciones, dentro de las cuales más del 50% se realizaron hacia clínicas privadas, donde el costo por una cama crítica es de tres veces el valor de una cama crítica del sector público (Pepper et al., 2013), lo que se podría haber disminuido teniendo salas de urgencia y camas críticas disponibles para atender a sus pacientes.

Sin embargo, un paciente puede no clasificar para ser derivado por Ley de Urgencia, pero sí puede necesitar cuidados críticos, por lo que su espera en urgencia puede llegar a ser muy alta antes de estar hospitalizado. Este hecho representa un grave problema, pues Lara et al. (2016) muestran que pacientes críticos que permanecen más horas esperando una cama en la sala de urgencia tienen mayores tasas de mortalidad durante su estadía en UCI, a la vez que poseen una mediana de estadía hospitalaria más prolongada, aumentando la saturación del hospital e impidiendo atender a una mayor cantidad de pacientes. Así también lo afirmaron Singer et al. (2011), mostrando una correlación positiva entre el tiempo de estadía en la sala de urgencia y la probabilidad de mortalidad del paciente.

De esta forma, la saturación en las salas de urgencia y en las unidades de cuidados intensivos pueden llegar a producir perjuicios en la salud de los pacientes con urgencia vital, a la vez de generar altos costos para el establecimiento correspondiente o para el Estado. Así, existe un interés por reducir la saturación de los sistemas de Urgencia, en pos de disminuir el riesgo de muerte de los pacientes. Si no se cambia esta situación, el riesgo de muerte seguirá siendo alto en una cantidad considerable de pacientes.

Para un hospital, una solución obvia sería adquirir más camas críticas, de modo de disminuir la probabilidad de tener todas las camas ocupadas en el momento en que se produce la llegada de un paciente en estado crítico. Sin embargo, esta solución es muy costosa debido al costo del equipamiento e infraestructura asociada, por lo que en muchas ocasiones no resulta factible. Una solución alternativa sería pensar si, con la cantidad de camas críticas que se posee actualmente, existe alguna forma de aprovechar mejor los recursos de manera de disminuir la saturación tanto en las salas de urgencia como en las unidades al interior del hospital, de forma de mejorar la atención de los pacientes y disminuir los costos totales. Por lo tanto, es importante poder mejorar la gestión para disminuir el riesgo vital de los pacientes.

En esta investigación se postula que el flujo de pacientes en las camas de hospitalización de alta, mediana y baja complejidad impacta directamente la saturación y el desempeño en la sala de urgencia de un establecimiento. Se cree que gestionando mejor la ocupación de las

camas es posible definir una política de transferencia de pacientes que mejore indicadores en la urgencia, impactando positivamente en la salud de los pacientes.

Adicionalmente, interesa saber cómo debe cambiar la acción de los médicos si existe un aumento en la tasa de llegada de pacientes a urgencia. De esta forma, pueden surgir preguntas como: ¿Cómo cambia la política óptima de transferencia de pacientes en una unidad si varía la tasa de llegada a esa unidad solamente? ¿Este comportamiento es el mismo si se comparan dos hospitales de distintas características? ¿Cómo cambia la decisión óptima si se aumentan las tasas de llegada proporcionalmente en todas las unidades? Además, en el caso de que la tasa de llegada cambie en una sola unidad, ¿afecta a la decisión en el resto de las unidades? Porque, por ejemplo, probablemente un médico de la unidad de cuidados intermedio (UTI) no solo debe conocer cómo se comporta la tasa de llegada a su misma unidad, sino que cómo se está comportando también la llegada a las otras unidades. Por último, ¿cómo afecta al sistema no tomar las decisiones adecuadas en cada momento? En la investigación se propone un modelo que permite responder estas preguntas.

Para efectos de esta investigación, nos concentraremos en todos los pacientes adultos que están hospitalizados y las unidades dentro del establecimiento de salud que deben preocuparse por el cuidado de estas personas. Si bien pueden existir muchas unidades, asumiremos que existen tres grandes unidades, que serían UCI, UTI y SALA, que corresponden a la unidad de cuidados intensivos (alta complejidad), unidad de cuidados intermedios (mediana complejidad) y la unidad de camas de baja complejidad, respectivamente.

## 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En los últimos años diversos autores han investigado problemas para mejorar la eficiencia dentro del sistema de salud, específicamente en el flujo de pacientes a través del sistema, en el cual se han abordado problema relacionados con pacientes tanto externos como internos de una clínica. En este último, los autores se han enfocado en distintas unidades dentro de un mismo hospital y han usado diferentes métodos de investigación operativa para abordarlos.

Hay muchos recursos que pueden ser optimizados, dentro de los cuales se encuentra el recurso médico, en donde se puede aprovechar de mejor manera teniendo una apropiada organización de las citas médicas (De Vuyst et al., 2014; Kaandorp y Koole, 2007). También es importante organizar las cirugías de manera de aprovechar al máximo el pabellón (Lehtonen et al., 2007; Santibáñez et al., 2009; Testi et al., 2007). Además, la sala de urgencia es otra de las unidades que ha sido investigada (Cochran y Roche, 2009; Elalouf y Wachtel, 2015; Ahmed y Alkhamis, 2009), que es donde se contextualiza esta investigación.

No solo estas unidades han sido analizadas desde un punto de vista operacional. Los pacientes críticos dentro de un establecimiento de salud siempre generan prioridad de atención y los recursos disponibles para su atención son escasos. En este sentido, tratar de tener una mejor gestión puede traer grandes impactos en el sistema de salud. Kolker (2009) analiza el nivel de camas ocupadas en una UCI según la cantidad de cirugías electivas que se programan diariamente; Cochran y Roche (2008) analizan cómo se debiese estimar la demanda diaria que tendrán las camas en un hospital en EE.UU.; y Mallor y Azcárate (2014) modelan una UCI probando que los tomadores de decisiones deben incorporarse dentro de los modelos matemáticos.

Si bien todos estos autores tratan de mejorar el sistema hospitalario, es difícil encontrar acerca de las interacciones que ocurren con los pacientes críticos y distintas unidades implicadas, como la UCI y la Urgencia. En este sentido, tratar de ver cómo una unidad se relaciona con la otra es un tema que no se ha investigado en profundidad. De Bruin et al. (2007) observaron el comportamiento de una unidad de emergencia y de cuidados intensivos relativo a

salud cardiaca e intentaron encontrar una asignación de camas críticas de manera de reducir los tiempos de espera y optimizar el proceso.

Para enfrentar los distintos problemas y temáticas mencionadas anteriormente, existen distintos métodos que han sido utilizados para abordar estos problemas. Uno de los más usados es simulación (Kolker, 2008; Troy y Rosenberg, 2009; Zeng et al., 2012), ya que permite modelar sistemas complejos al incorporar muchas posibles decisiones, flujos de pacientes y eventos inciertos. Además, una característica importante de este tipo de modelación es que permite la comparación de distintos escenarios y configuraciones de un sistema de modo de ayudar a la toma de decisiones.

Modelos determinísticos de programación lineal se han usado para encontrar una asignación óptima de camas, dependiendo del objetivo buscado en cada caso. Ma y Demeulemeester (2013) usaron este método en tres etapas secuenciales para encontrar una planificación óptima para un hospital; Ben Bachouch et al. (2012) plantearon un modelo de programación lineal entera para la asignación de camas dentro de un hospital. Otra alternativa es combinar métodos: Ahmed y Alkhamis (2009) realizan una combinación de simulación con optimización para encontrar un nivel adecuado de personal médico.

Ahora bien, cuando se trata de modelar el flujo de pacientes y la llegada de éstos de forma aleatoria (por ejemplo, a una unidad de urgencias), hay que recurrir a otros métodos para incorporar la aleatoriedad de la llegada de pacientes. Cochran y Roche (2008) afirman que usar una demanda diaria de pacientes no incorpora la variabilidad de esta durante el mismo día. Por ende, existen casos en que es necesario ocupar técnicas de modelación estocástica para analizar algunos fenómenos, como lo es teoría de colas.

Revisando aplicación de teorías de colas en temas de salud, entre los autores que se mencionaron anteriormente que habían trabajado con unidades de urgencias, Cochran y Roche (2009) aplican este método a una sala de urgencias diferenciando clases de pacientes, mientras que Elalouf y Wachtel (2015) usan simulación junto con teoría de colas. Además, Rashwan et al. (2015) usan también teoría de colas para disminuir la congestión en la sala de

urgencia. Para esto, se observa cómo el nivel de camas críticas ocupadas dentro del hospital puede influir en el nivel de personas esperando atención en urgencias. Dentro de los trabajos más recientes se puede encontrar a Luscombe y Kozan (2016), quienes plantean una herramienta en tiempo real para poder manejar una sala de urgencias de forma eficiente, mientras que Niyirora y Zhuang (2017) proponen métodos para aprovechar los recursos de la urgencia para minimizar la demora en atender pacientes y el costo de personal.

Estos problemas tratan de encontrar cómo debería ser el sistema (distinta configuración de camas) para que hubiera mayor eficiencia en el flujo de pacientes o simplemente describen lo que sucede para poder encontrar una relación matemática entre los distintos agentes. Es natural que surja la pregunta de cómo mejorar la eficiencia del sistema con los recursos que actualmente existen, sobre todo de los pacientes críticos, los cuales utilizan recursos escasos de un establecimiento de salud. Problemas relacionados con optimización consiguen mejorar la gestión, puesto que asignan pacientes a camas que ya existen en el hospital, sin ideologizar sobre cuántas camas deberían haber. Sin embargo, como se mencionó anteriormente, este método no es adecuado cuando se trata con procesos que son dinámicos y que incluyen aleatoriedad.

Andersen et al. (2017) buscan optimizar el uso de las camas de un hospital al redistribuirlas de mejor manera dentro de este a través de una cadena de Markov en tiempo continuo para modelar el flujo de pacientes. Sauré et al. (2012) abordan un problema de agendamiento dinámico de citas en radioterapia usando un Proceso de Decisión Markoviano (MDP). Estos problemas, a diferencia de los otros mencionados, trabajan el tema de la aleatoriedad al incluir procesos markovianos e incluyen la toma de decisiones sujeto a una capacidad de recursos existente.

MDPs también han sido usados en otro tipo de problemas relacionados con salud. Schaefer et al. (2004) revisaron muchos autores que abordan problemas usando esta técnica, entre los cuales podemos encontrar un control de epidemia (Lefevre, 1981), gestión de trasplante de riñones (Ahn y Hornberger, 1996), o gestión de tratamientos de enfermedades al corazón

(Hauskrecht y Fraser, 2000). Sin embargo, sobre flujo de pacientes no es mucho lo que se ha encontrado.

Revisando la literatura al respecto, Thompson et al. (2009) enfrentaron el problema que hay en el ingreso de pacientes a hospitalización y cómo deben ser asignados, usando un MDP y encontrando una política óptima de ingreso de pacientes y transferencia de pacientes proactiva, en el sentido de no esperar a que haya una solicitud por la cama para desocuparla, sino que hacerlo con anticipación para disminuir los tiempos de espera por cama, aspecto que se incluye en esta investigación.

Se plantea generar un modelo similar al último mencionado, pero con algunas modificaciones. Principalmente, en la diferenciación de pacientes al interior de una unidad y asignar un costo a pacientes en urgencia en espera de una cama. Además, Thompson et al. (2009) ocupan una duración de periodos muy corta (15 minutos), en el que para cada inicio de periodo se debe tomar una decisión. En la práctica, este tipo de decisiones no se toma tan seguido, por lo que en esta investigación se propone una toma de decisiones cada 8 horas. Así, se usará un Proceso de Decisión Markoviano que permita describir una política de movimiento de pacientes de forma proactiva con el fin de disminuir la espera de pacientes en urgencia y mejorar su salud.

### 3. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

El proceso de hospitalización puede iniciarse de dos maneras, dependiendo de las condiciones del paciente: a través de Urgencia o a través de Admisión. En el primer caso, los “pacientes urgentes” son atendidos rápidamente en Triage por una enfermera, quien diagnostica la severidad de su condición de salud. Luego, el paciente es llamado a pasar a un box y, una vez que está ahí, es atendido por el médico, quien realiza el procedimiento necesario para estabilizar al paciente. Luego de la atención, el paciente es dado de alta, o bien el médico determina que debe hospitalizarse dentro del establecimiento. Si este último es el caso, se le asigna una cama, la que dependerá de la gravedad del paciente que determine el médico. Así, después de Urgencia, el paciente se va a una cama de alta, mediana o baja complejidad.

Si un paciente ingresa a través de Admisión, se le denominará “paciente electivo”, pues corresponde a los que deciden hospitalizarse de manera programada. Generalmente, ellos deben operarse y después quedarse unos días hospitalizados. Cuando un paciente de estas características llega al hospital, es asignado a una cama de pre-operatorio. Luego, son llevados al pabellón y una vez que terminan la operación, van a una sala de recuperación, en donde se logran reponer de la cirugía. Finalmente, son llevados a una cama de alta, mediana o baja complejidad, dependiendo de su condición.

Una vez que el paciente ya está internado, el establecimiento debe hacerse cargo de su salud hasta que esté en condiciones de ser dado de alta y poder enviarlo a su casa sin problemas. Para esto, muchas veces el paciente no está en una misma cama todo el tiempo.

Cuando un paciente está en una cama UCI, representa una condición severa que necesita obligatoriamente de cuidados de alta complejidad para poder resguardar su salud. Luego, no se le debe dar de alta de inmediato, sino que debe permanecer en el establecimiento hasta que su salud mejore. Por esto, luego de un tiempo, el paciente es transferido a una unidad de menor complejidad, la UTI, de manera de aprovechar una cama UCI para un paciente que realmente la necesite. Este mismo comportamiento ocurre entre la UTI y SALA.

De esta forma, el flujo ideal de pacientes hospitalizados se puede ver en la Figura 3.1. Como se puede ver representado en las líneas segmentadas, también puede haber un flujo hacia unidades de mayor complejidad, lo que no ocurre muy seguido. Es cuando el paciente se agrava y debe ser atendido por camas más especializadas.

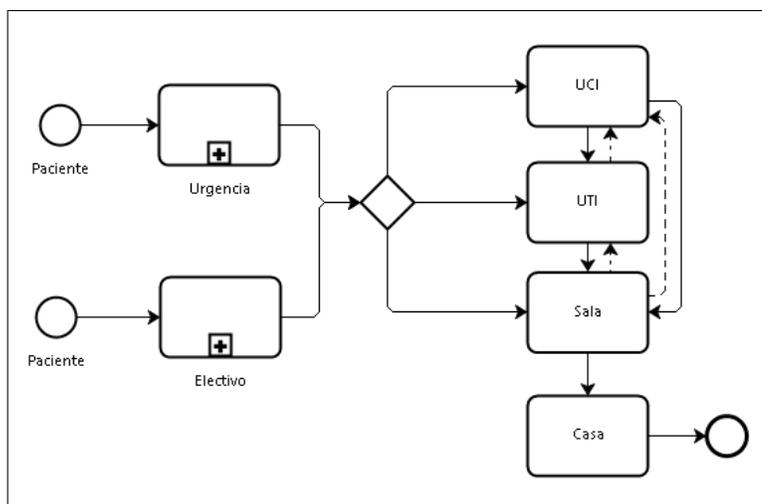


Figura 3.1. Flujo de pacientes

Ahora bien, cuando existe una alta demanda de pacientes que requieren hospitalización en comparación con las camas disponibles en el sistema, se puede generar congestión en las distintas unidades, incluso en la sala de urgencias. Por ejemplo, imaginemos que en la sala de urgencias hay personas esperando para recibir atención y además la UCI está llena. Ahora, llega un paciente grave a Urgencia que requiere de atención inmediata, y posteriormente es posible que necesite de una cama UCI. Entonces, se deberá atender a ese paciente en Urgencia en el menor tiempo posible, en donde el médico lo estabilizará y determinará que requerirá una cama UCI. Como no hay ninguna cama disponible, se produce un problema: qué hacer con el paciente, pues debe ser transferido y no se puede.

Mientras se encuentra una solución, el paciente se queda en el box de Urgencia, pudiendo estar ahí por horas, afectando su salud puesto que no está recibiendo la atención requerida. Este box de Urgencia queda bloqueado, por lo que ningún otro paciente se puede atender ahí,

bajando la cantidad efectiva de atenciones simultáneas que se pueden hacer en Urgencia, aumentando la congestión y el tiempo de espera del resto de las personas. Adicionalmente, para desocupar una cama, deben apurar a algún paciente o esperar a que ya esté en condiciones para dejar esa unidad, lo cual no se produce de inmediato debido a la necesidad de asear la habitación para poder recibir al nuevo paciente.

Este problema recién descrito ocurre en el día a día. Se puede disminuir su impacto teniendo un mejor conocimiento de cómo será la demanda diaria de pacientes y de cómo gestionar a los pacientes dentro del hospital.

Conversando con médicos y viendo cómo se comporta el sistema de hospitalización de pacientes, se observaron algunos aspectos importantes. Uno de ellos es que la demanda es incierta, debido a las llegadas por urgencia. Si bien los pacientes electivos están programados y se puede anticipar su llegada, los pacientes urgentes no se pueden predecir de forma exacta.

Sin embargo, se puede obtener una estimación de cómo será la demanda para un día basándose en registros históricos. Específicamente, cuál será la demanda durante el día, el cual dividiremos en tres tramos de ocho horas: Mañana (06:00-14:00), Tarde (14:00 - 22:00) y Noche (22:00 - 06:00). Así, el tener conocimiento de la demanda por tramos horarios permite acceder a una mejor política de acción.

Para descongestionar el sistema, los médicos pueden tomar una decisión acerca de la transferencia de pacientes. Esta decisión consiste en qué punto transferir a los pacientes entre una unidad y otra. Por un lado, esto sucede porque en el proceso de recuperación de un paciente hay un momento en que cuando entra a la unidad, está en un estado grave y es imposible trasladarlo a otra cama, pues aún requiere de los cuidados propios de la unidad en que está. Por el otro lado, existe el momento que se produce cuando el paciente ya está en muy buenas condiciones para la cama que está ocupando, de manera que ya no puede quedarse otro día en esa unidad y debe pasar a una cama de menor complejidad. Si no se traslada, estaría ocupando un recurso de forma ineficiente y usando un servicio que no necesita.

Sin embargo, existe un punto medio en el cual el médico puede decidir transferir al paciente a otra unidad o dejarlo ahí otro día más. Estos pacientes estarían en un estado intermedio, en el cual no están graves como para tener que dejarlos obligatoriamente en esa unidad, ni suficientemente sanos como para que tengan forzosamente que moverlos de cama. En este sentido, el médico debe decidir realizar la transferencia o no, la cual depende principalmente de su discernimiento de dónde se necesite más una cama.

Si decide mover al paciente a la siguiente unidad, estaría dejando espacio para que llegue otro paciente, pero no estaría aprovechando la cama de UCI para ese paciente. Al contrario, si decide dejar al paciente en su actual cama, entonces está usando el recurso de manera eficiente y además se estaría asegurando de mejor manera su salud, pero no deja espacio para que llegue otro paciente. Cabe destacar nuevamente que si un paciente aún está grave, no entra en juego la decisión de moverlo, pues es solo para los pacientes que eventualmente ya pueden pasar a una unidad de menor cuidado.

Por lo tanto, esta es una decisión que debe tomar el médico y afecta directamente a la gestión hospitalaria. Si se toma de manera informada, se puede optimizar el uso de las camas críticas y bajar los niveles de congestión en el sistema, tanto en las camas críticas como en la sala de urgencia.

#### 4. MODELACIÓN

Este problema de cuántos pacientes y en qué momento moverlos puede ser enfocado como un Proceso de Decisión Markoviano. En esta sección se presentan todos los elementos que constituyen el modelo, los estados que describen el sistema, las acciones que representan las decisiones médicas, variables aleatorias que definen las probabilidades de transición entre los distintos estados, la función de beneficio que se utiliza y las ecuaciones de optimalidad que permiten derivar una política óptima para el problema. Para una mayor claridad, en el Cuadro 4.1 se presenta la notación utilizada para modelar este problema.

Tabla 4.1. Resumen de la notación utilizada.

|                                 |  |
|---------------------------------|--|
| Conjuntos                       |  |
| $I$                             | Conjunto de las unidades del hospital {UCI,UTI,SALA}.  |
| $J$                             | Conjunto de los distintos estados de salud posibles de un paciente {grave, regular, sano}.                     |
| $T$                             | Conjunto de todos los periodos {mañana, tarde, noche}.   |
| Estados y Variables de Decisión |  |
| $S$                             | Conjunto de todos los estados posibles.  |
| $\vec{s}$                       | Vector que representa el estado actual del sistema. $\vec{s} = (u_i, s_{ij}, q_i, t)$ .                        |
| $u_i$                           | Cantidad de pacientes en Urgencia esperando por una cama en la unidad $i$ .                                    |
| $s_{ij}$                        | Cantidad de pacientes ocupando una cama en la unidad $i$ con estado de salud $j$ .                             |
| $q_i$                           | Cantidad de pacientes en la unidad $i$ esperando una cama de la unidad $i + 1$ .                               |
| $t$                             | Periodo actual del sistema.  |
| $A_{\vec{s}}$                   | Conjunto de todas las posibles acciones para un estado $\vec{s}$ .   |
| $\vec{a}$                       | Vector que representa la acción a tomar. $\vec{a} = (x_i, y_i)$ .  |
| $x_i$                           | Cantidad de pacientes en estado regular que se decide transferir desde la unidad $i$ .                         |
| $y_i$                           | Cantidad de operaciones canceladas para la unidad $i$ .  |
| Variables Aleatorias            |  |
| $F_i$                           | Cantidad de pacientes que llegan a Urgencia necesitando una cama en la unidad $i$ .                            |
| $G_{ij}$                        | Cantidad de pacientes de la unidad $i$ en estado de salud $j$ que mejoran su salud y pasan al estado $j + 1$ . |
| Parámetros                      |  |
| $C_i$                           | Cantidad de camas de la unidad $i$ .   |
| $de_{it}$                       | Demanda electiva para la unidad $i$ en el periodo $t$ .  |
| $r(\vec{s}, \vec{a})$           | Función que define el beneficio de un par estado-acción.   |
| $B_i$                           | Beneficio de tener una cama ocupada en la unidad $i$ .   |
| $CU_i$                          | Costo de tener un paciente en Urgencia esperando una cama de la unidad $i$ .                                   |
| $CY_i$                          | Costo de cancelar una operación de la unidad $i$ .   |

#### 4.1. Espacio de estados

La decisión de cuántos pacientes trasladar se toma al inicio de cada tramo horario del día. Es decir, a las 6:00, 14:00 y 22:00. Este intervalo es realista, dado que en el establecimiento con el cual trabajamos dividen su día en tres intervalos, de manera de no agrupar toda la demanda de un día (si no se pierde mucha información), ni separar el día en demasiados intervalos, haciendo poco realista el modelo.

Entonces, al momento de tomar la decisión, el hospital tiene una cierta cantidad de camas ocupadas. Por esta razón, se tiende a definir el estado como la cantidad de camas ocupadas en cada unidad. Sin embargo, iremos un poco más profundo. Nos interesa saber además el estado de salud de cada paciente, por lo que distinguiremos cuántos pacientes en cada unidad están en estado *grave* (no se pueden transferir), cuántos están en estado *regular* (pueden ser transferidos a la otra unidad o permanecer en la que están) y cuántos están en estado *sano* (esa unidad esta sobreestimada para ellos y deben ser transferidos). Cada vez que un paciente se transfiere a una unidad de menor complejidad, pasa al estado *grave* en esa unidad.

Previo a definir nuestros estados, definiremos los conjuntos a usar. Sea  $I$  el conjunto de las diferentes unidades, sea  $J$  el conjunto de los distintos estados de salud dentro de cada unidad y sea  $T$  el conjunto de los posibles periodos. Así,  $I = \{UCI, UTI, SALA\}$ ,  $J = \{grave, regular, sano\}$  y  $T = \{mañana, tarde, noche\}$ . Cabe destacar que en cada conjunto, por simplificación en la notación, el índice podrá ser referido con números naturales. Además, en el MDP, se define  $S$  como el conjunto de todos los estados posibles, y  $A_{\vec{s}}$  como el conjunto de todas las acciones posibles para el estado  $\vec{s}$ .

Además, queremos ver cómo el flujo en la hospitalización afecta a Urgencia, por lo que también interesa conocer el estado actual de la atención en urgencia. En específico, cuántos pacientes están listos para ser asignados a una cama pero aún permanecen en su box, bloqueando el espacio y disminuyendo la cantidad efectiva de atenciones simultáneas.

Entonces, el espacio de estados quedaría expresado como:

$$\vec{s} = (\vec{u}_i, \vec{s}_{ij}, \vec{q}_i, t),$$

donde  $\vec{u}_i$  corresponde a la cantidad de pacientes que están esperando en Urgencia para ser transferidos a la unidad  $i$ , mientras que  $\vec{s}_{ij}$  corresponde a la cantidad de camas ocupadas en la unidad  $i \in I$  con estado de salud  $j \in J$ .  $\vec{q}_i$  corresponde a la cantidad de pacientes en la unidad  $i \in \{UCI, UTI\}$  esperando a ser transferidos a la siguiente unidad. Cabe notar que  $q_3$  no existe, debido a que un paciente en SALA no debe esperar a que se desocupe cama alguna para ser dado de alta. Por último,  $t$  sirve para determinar en qué periodo se está actualmente, si es la mañana, tarde o noche.

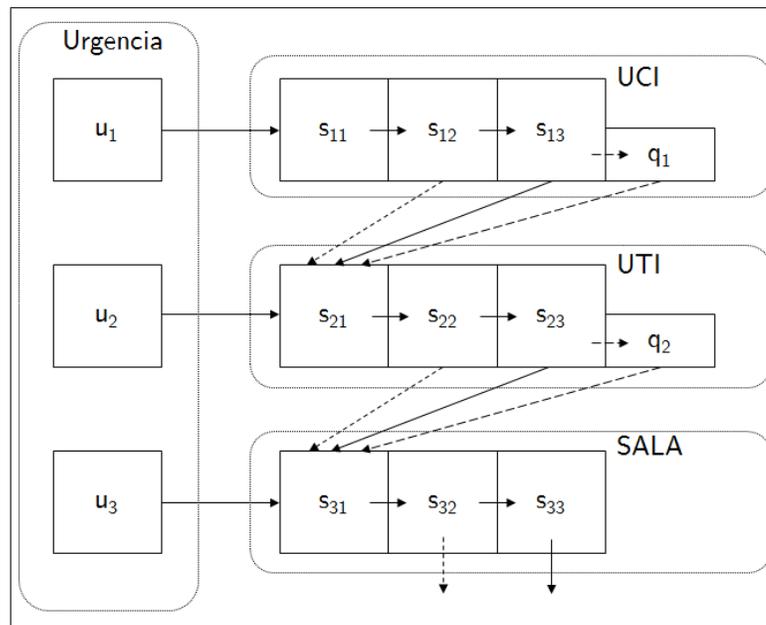


Figura 4.1. Esquema del espacio de estados

La Figura 4.1 representa un diagrama del espacio de estados. La línea continua representa el flujo normal de pacientes. La línea punteada de segmentos cortos representa el movimiento de pacientes debido a la decisión del médico de transferirlos anticipadamente. La línea punteada de segmentos largos representa el movimiento de pacientes que se produce cuando las unidades están saturadas y los pacientes no pueden trasladarse cuando les corresponde.

Se asumirá que la sala de urgencias solo puede tener gente bloqueada si la unidad correspondiente está llena, debido a la prioridad que se le asigna en la realidad.

Cabe destacar que corresponde a un espacio finito, ya que cada componente está limitado por el número de camas que hay en su unidad respectiva. Por ejemplo, si en UCI ( $i = 1$ ) hay  $n$  camas, entonces se tiene que  $\sum_{j \in J} s_{1j} + q_1 \leq n$ . Lo mismo se puede decir de  $u_i$  y con  $t$ , dado que solo son tres periodos. De esa forma, se puede afirmar que es un espacio finito de estados.

## 4.2. Acciones

Al inicio de cada tramo, el médico, para cada unidad, sabe el número de pacientes que están en estado *sano* y que debe transferir a la próxima unidad. Sin embargo, de los pacientes en estado *regular*, debe decidir cuántos de ellos transferir a la siguiente unidad (o dar de alta si es el caso de la SALA). Además, se considerará que se puede suspender la operación de un paciente electivo, en caso de necesitar camas para otros pacientes con mayor prioridad. Así, las acciones posibles están representadas por:

$$\vec{a} = (\vec{x}_i, \vec{y}_i).$$

Por un lado,  $x_i$  corresponde a la cantidad de pacientes en estado *regular* que se decide transferir de la unidad  $i$ . Por otro lado,  $y_i$  corresponde a la cantidad de cancelaciones hechas para la unidad  $i$ . Si bien en la realidad las cancelaciones rara vez se realizan, se incluyó esta posibilidad para asegurar la factibilidad del problema.

Ahora, cada conjunto de acciones posibles se definen en base a cada estado. Así, el conjunto de acciones posibles para un estado  $\vec{s} = (\vec{u}_i, \vec{s}_{ij}, \vec{q}_i, t)$  debe satisfacer:

$$x_i \leq s_{i2} \quad \forall i \in I, \tag{4.1}$$

$$y_i \leq de_{it} \quad \forall i \in I, t \in T, \tag{4.2}$$

donde  $de_{it}$  es la demanda de pacientes electivos que habrá en el tramo  $t$  para la unidad  $i$ . La restricción (4.1) indica que la máxima cantidad de transferencias de pacientes en estado *regular* que se puede realizar es igual a la cantidad de pacientes en estado *regular* en esa unidad. La restricción (4.2) indica que no pueden haber más cancelaciones de operaciones de las que están programadas. De esta forma, todas las acciones están acotadas superior e inferiormente, dado que por su naturaleza son variables enteras y no negativas.

### 4.3. Variables aleatorias

Una vez que la decisión de cuántos pacientes transferir y cuántas operaciones cancelar está hecha, el estado en que se estará al final del tramo dependerá de dos factores aleatorios.

El primer factor es la demanda por urgencia que tiene el hospital. Si bien se puede predecir de alguna manera, esta demanda es por naturaleza aleatoria y no se sabe a priori cuántos pacientes llegarán. Por lo tanto, se obtuvo una función de distribución para las probabilidades de llegada de pacientes por urgencia para cada una de las tres unidades.

El segundo factor es la salud de los pacientes, la cual es más difícil de cuantificar. Por como está modelado el sistema, los pacientes en estado *grave* no pueden estar siempre en ese estado, ni tampoco pueden siempre estar listos para ser transferidos en un periodo. Se obtuvo un tiempo estimado de permanencia en cada unidad. En base a esto, se determinó, dada una cantidad de pacientes graves, cuál es la probabilidad de que una cierta cantidad de ellos mejore su estado de salud.

De los pacientes en estado *regular* que no son transferidos, existe también una probabilidad de que sigan en su estado actual, o mejoren y pasen a ser pacientes listos para ser transferidos. Con los pacientes en estado *sano*, ellos sí o sí serán trasladados, por lo que se asumirá que con probabilidad 1 pasan a ser pacientes en estado *grave* de la unidad siguiente, y por lo tanto, con mejor condición de salud si se mira de forma general.

Por lo tanto, se tendrán dos variables aleatorias:

- $F_i$ : variable aleatoria que corresponde a la demanda que llega desde urgencia para la unidad  $i$ . Se asumirá que sigue una distribución Poisson. Esto, debido a que en la literatura se usa ampliamente esta distribución para modelar la llegada aleatoria de pacientes a Urgencia. Así, la variable sigue una distribución Poisson( $\lambda_{it}$ ), en donde  $\lambda_{it}$  corresponde a la tasa de llegada de pacientes urgentes a la unidad  $i$  en el periodo  $t$ .
- $G_{ij}$ : variable aleatoria que corresponde a la cantidad de pacientes que pasan al siguiente estado dentro de su unidad. Es decir, cuántos pacientes de la unidad  $i$  dejaron el estado  $j$  y entraron al estado  $j + 1$ . No es necesario definir para el estado  $j = 3$ , pues se asume que todos los pacientes en estado *sano* serán transferidos durante el periodo. Se modelará como una variable que sigue una distribución Binomial( $s_{ij}, p_{ij}$ ), en donde  $p_{ij}$  está en función de los días de estadía promedio de la unidad  $i$  y del estado  $j$  en el cual se encuentre.

Además, se definirá  $E_i$  como la cantidad de pacientes que pasan desde la Urgencia hacia la unidad  $i$ . No es una variable aleatoria, sino que es determinística y depende de cuántos pacientes haya en cada unidad. Siempre va a tender a ser el mayor valor posible, pues se prefiere que un paciente este en la unidad de hospitalización a que esté en un box de Urgencia.

#### 4.4. Probabilidades de transición

Las ecuaciones de transición quedan:

$$u_i' = u_i + F_i - E_i \quad \forall i \in I \quad (4.3)$$

$$s_{i1}' = s_{i1} + E_i + s_{i-1,3} + x_{i-1} - G_{i1} + de_{it} - y_i \quad \forall i \in I \quad (4.4)$$

$$s_{i2}' = s_{i2} - x_i + G_{i1} - G_{i2} \quad \forall i \in I \quad (4.5)$$

$$s_{i3}' = G_{i2} \quad \forall i \in I \quad (4.6)$$

$$q_i' = \max\{q_i + s_{i3} + x_i - (C_{i+1} - (s_{i+1,1} + s_{i+1,2} - x_{i+1} + q'_{i+1})), 0\} \quad \forall i \in \{\text{UCI, UTI}\}, \quad (4.7)$$

$$t' = \begin{cases} t + 1 & , t = 1, 2 \\ 1 & , t = 3, \end{cases} \quad (4.8)$$

donde  $C_i$  es la cantidad de camas en la unidad  $i$ , y el resto de las variables fueron explicitadas en el punto anterior. Como se puede observar, cada vez que un paciente ingresa a una unidad, lo hace siempre en estado de salud *grave*.

De esta forma, para saber la probabilidad de ir a un estado  $\vec{s}'$  estando en el estado  $\vec{s}$  y habiendo tomado la acción  $\vec{a}$ , se puede calcular como la probabilidad de que todas las variables aleatorias tomen el valor necesario para que las ecuaciones (4.3)-(4.8) se cumplan. Entonces, si despejamos cada variable aleatoria, quedaría:

$$G_{i2} = s'_{i3} \quad \forall i \in I \quad (4.9)$$

$$G_{i1} = s'_{i2} - s_{i2} + x_i + s'_{i3} \quad \forall i \in I \quad (4.10)$$

$$F_i = u'_i - u_i + (s'_{i1} - s_{i1} - s_{i-1,3} - x_{i-1} + s'_{i2} - s_{i2} + x_i + s'_{i3} - de_{it} + y_i) \quad \forall i \in I. \quad (4.11)$$

Así, si se está en el estado  $\vec{s}$  y se realiza la acción  $\vec{a}$ , la probabilidad de llegar a un estado  $\vec{s}'$  se define como

$$p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) = \prod_{i \in I} \{Pr(G_{i2} = s'_{i3}) \cdot Pr(G_{i1} = s'_{i2} - s_{i2} + x_i + s'_{i3}) \\ \cdot Pr(F_i = u'_i - u_i + (s'_{i1} - s_{i1} - s_{i-1,3} - x_{i-1} + s'_{i2} - s_{i2} \\ + x_i + s'_{i3} - de_{it} + y_i))\}.$$

Cabe destacar que se define como la multiplicación de la probabilidad de que cada variable aleatoria tome un cierto valor debido a que todas las variables aleatorias son independientes entre sí. Esto es porque la llegada de un paciente se define independiente de la llegada de otro paciente, y es independiente también del estado de salud de cualquier otro paciente.

#### 4.5. Costos y beneficios

Si bien el objetivo es poder aprovechar de mejor manera los recursos existentes y descongestionar el sistema hospitalario, por simplicidad los beneficios estarán asociados a maximizar los ingresos, pensando en que siempre es conveniente tener una cama ocupada. De esta forma, los beneficios de cada uno de los estados provienen de los ingresos al hospital por un día con una cama ocupada de la unidad  $i$ .  $B_i$  representa el beneficio por periodo de un paciente hospitalizado en la unidad  $i$ . Cabe destacar que para los pacientes que no han podido ser transferidos a la siguiente unidad ( $\bar{q}$ ), el beneficio es el de la unidad siguiente de menor complejidad.

Además, existen costos que se pueden incurrir por las decisiones tomadas.  $CY_i$  representa el costo de cancelar una operación en la unidad  $i$ . También se asigna un costo por tener a un paciente esperando a ser transferido desde Urgencia, el cual es denotado por  $CU_i$ .

Así, la fórmula que determina la función de beneficio es:

$$r(\vec{s}, \vec{a}) = \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} B_i s_{ij} + \sum_{i \in I} B_{i+1} q_i - \sum_{i \in I} CY_i y_i - \sum_{i \in I} CU_i u_i \quad \forall \vec{s} \in S, \vec{a} \in A_{\vec{s}}.$$

#### 4.6. Ecuaciones de optimalidad

La función valor en la formulación corresponde al valor total esperado descontado sobre un horizonte de tiempo infinito. Llamaremos  $v_k(\vec{s})$  a este valor para el periodo  $k$ . Por lo tanto, la ecuación que define este valor se escribe como:

$$v_k(\vec{s}) = \max_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \left\{ r(\vec{s}, \vec{a}) + \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) v_{k+1}(\vec{s}') \right\} \quad \forall \vec{s} \in S,$$

donde  $\lambda < 1$  es un factor de descuento. Si se toma el límite en el horizonte de tiempo, tenemos que:

$$v^*(\vec{s}) = \lim_{k \rightarrow \infty} v_k(\vec{s}).$$

Así, la ecuación (llamada ecuación de Bellman) que permitirá maximizar el valor y, sobre todo, encontrar la política que permite llegar a este valor, es:

$$v^*(\vec{s}) = \max_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \left\{ r(\vec{s}, \vec{a}) + \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) v^*(\vec{s}') \right\} \quad \forall \vec{s} \in S. \quad (4.12)$$

Encontrar una solución directa a este problema se hace casi imposible en la práctica, debido al problema de la dimensionalidad. de Farias y Roy (2003) describen la dimensionalidad como un factor limitante a la hora de resolver problemas estocásticos. En el caso aplicado que se describe más adelante, la cantidad de estados puede llegar a  $10^{24}$  (no todos factibles), mientras que la cantidad de pares estado-acción puede llegar a  $10^{30}$ .

## 5. ENFOQUE DE SOLUCIÓN

Debido a la imposibilidad de resolver el problema directamente, en la literatura existen distintos métodos para abordarlo. Uno de los más usados es la Aproximación de Programación Dinámica, que consiste en usar un enfoque de programación lineal en conjunto con una aproximación a la función de maximización del problema original. Schweitzer y Seidmann (1985) enunciaron este método, el cual ha sido estudiado y utilizado por autores como de Farias y Roy (2003), Patrick et al. (2008) y Sauré et al. (2012). De esta forma, tal como se proceden estos autores, se realizarán cinco pasos para abordar el problema: primero, se transformará el MDP en su problema de Programación Lineal (LP) equivalente. Segundo, se encontrará una función objetivo aproximada asumiendo una estructura conocida. Tercero, usando esta función, se creará el problema de Programación Lineal Aproximado (ALP). Cuarto, se resolverá el ALP. Por último, se describirá la política de decisión óptima.

Puterman (1994) sostiene que siempre un Problema de Decisión Markoviano descontado en un horizonte de tiempo infinito tiene un problema de programación lineal asociado, el cual permite encontrar el valor buscado a través de la ecuación de Bellman. El problema de programación lineal asociado que, si se resuelve, permite encontrar el valor buscado, es:

$$\begin{aligned}
 LP) \quad & \min \sum_{\vec{s}} \alpha(\vec{s}) v(\vec{s}) \\
 s.a. \quad & r(\vec{s}, \vec{a}) + \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) v(\vec{s}') \leq v(\vec{s}) \quad \forall \vec{s}, \vec{a},
 \end{aligned}$$

donde  $\alpha(\vec{s})$  es un número positivo para cada  $\vec{s}$ . Si se condiciona que  $\sum_{\vec{s}} \alpha(\vec{s}) = 1$ , entonces se puede asumir que  $\alpha(\vec{s})$  es la distribución inicial de probabilidades del sistema. El problema dual asociado permite obtener directamente la política óptima de decisión dado por el valor

que toman las variables de decisión:

$$\begin{aligned}
 DLP) \quad & \text{máx} \sum_{\vec{s}, \vec{a}} r(\vec{s}, \vec{a})x(\vec{s}, \vec{a}) \\
 s.a. \quad & \sum_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} x(\vec{s}, \vec{a}) - \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} \sum_{\vec{a}' \in A_{\vec{s}'}} p(\vec{s} | \vec{s}', \vec{a}')x(\vec{s}', \vec{a}') = \alpha(\vec{s}) \quad \forall \vec{s} \\
 & x(\vec{s}, \vec{a}) \geq 0 \quad \forall \vec{s}, \vec{a}.
 \end{aligned}$$

Como se vio antes, resolver directamente este modelo conlleva el dilema de la dimensionalidad, por lo que es necesario plantear la función de aproximación. En las últimas décadas se ha expandido el conocimiento acerca de Aproximación en Programación Dinámica, en la que se busca aproximar la función mediante una serie de funciones específicas que actúan como base. Sin embargo, la elección de estas funciones para lograr una buena aproximación sigue siendo un desafío y no se ha encontrado en la literatura una buena forma de escoger esta función. Por lo tanto, sigue siendo más un arte que una ciencia (Patrick et al., 2008).

Así, en base a cómo se ha hecho en la literatura, se propone la siguiente función que aproxima el valor de  $v(\vec{s})$ :

$$\begin{aligned}
 v(\vec{u}_i, \vec{s}_{ij}, \vec{q}_i, t) = W_0 - \sum_{i \in I} U_i u_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij} s_{ij} + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i q_i \\
 U_i, S_{ij}, Q_i \geq 0 \\
 W_0 \in \mathbb{R}.
 \end{aligned}$$

Esta función de aproximación puede ser interpretada de la siguiente forma:  $U_i$  es el costo marginal descontado en el horizonte infinito de tiempo de tener un paciente en un box de urgencia esperando que se desocupe una cama en la unidad  $i$ .  $S_{ij}$  representa el beneficio marginal descontado en el horizonte infinito de tiempo de tener una cama ocupada en la unidad  $i$  con un paciente en estado de salud  $j$ .  $Q_i$  representa el beneficio marginal descontado en el horizonte infinito de tiempo de tener una cama ocupada en la unidad  $i$  con un paciente requiriendo una unidad de menor complejidad. Basado en la literatura, se impuso que  $U_i$ ,  $S_{ij}$  y  $Q_i$  fueran no negativos, mientras que  $W_0$  representa una constante en la función de aproximación, por lo que queda libre de signo.

Así, el ALP queda:

$$\text{mín } W_0 - \sum_{i \in I} U_i \mathbb{E}_\alpha(u_i) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij} \mathbb{E}_\alpha(s_{ij}) + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i \mathbb{E}_\alpha(q_i)$$

*s.a.*

$$(1 - \lambda)W_0 - \sum_{i \in I} U_i \mathcal{E}_{s,a}(u_i) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij} \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i \mathcal{E}_{s,a}(q_i) \geq r(\vec{s}, \vec{a}) \quad \forall \vec{s}, \vec{a}$$

$$U_i, S_{ij}, Q_i \geq 0 \quad \forall i, j$$

$$W_0 \in \mathbb{R},$$

en donde:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\alpha(u_i) &= \sum_{\vec{s} \in S} \alpha(\vec{s}) u_i(\vec{s}) & \mathcal{E}_{s,a}(u_i) &= u_i - \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) u_i' \\ \mathbb{E}_\alpha(s_{ij}) &= \sum_{\vec{s} \in S} \alpha(\vec{s}) s_{ij}(\vec{s}) & \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) &= s_{ij} - \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) s_{ij}' \\ \mathbb{E}_\alpha(q_i) &= \sum_{\vec{s} \in S} \alpha(\vec{s}) q_i(\vec{s}) & \mathcal{E}_{s,a}(q_i) &= q_i - \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) q_i', \end{aligned}$$

el cual tiene un número bajo de variables, pero muy alto de restricciones. En el Anexo A.1 se muestra mayor detalle del cálculo de estos parámetros. De esta forma, se prefiere resolver el problema dual mediante generación de columnas, dado que el dual tiene un número razonable de restricciones y un número muy alto de variables.

$$\begin{aligned} DALP) \quad & \text{máx } \sum_{\vec{s}} \sum_{\vec{a}} x(\vec{s}, \vec{a}) r(\vec{s}, \vec{a}) \\ \text{s.a.} \quad & (1 - \lambda) \sum_{\vec{s} \in S} \sum_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} x(\vec{s}, \vec{a}) = 1 \\ & - \sum_{\vec{s} \in S} \sum_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \mathcal{E}_{s,a}(u_i) x(\vec{s}, \vec{a}) \leq -\mathbb{E}_\alpha(u_i) \quad \forall i \\ & \sum_{\vec{s} \in S} \sum_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) x(\vec{s}, \vec{a}) \leq \mathbb{E}_\alpha(s_{ij}) \quad \forall i, j \\ & \sum_{\vec{s} \in S} \sum_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \mathcal{E}_{s,a}(q_i) x(\vec{s}, \vec{a}) \leq \mathbb{E}_\alpha(q_i) \quad \forall i \\ & x(\vec{s}, \vec{a}) \geq 0 \quad \forall \vec{s}, \vec{a}. \end{aligned}$$

Este problema representa el problema maestro en la generación de columnas. Se parte con un pequeño conjunto de variables iniciales, las cuales representarán la solución inicial del

problema. Para mayor detalle, consultar el Anexo A.2. Para ir generando nuevas columnas al problema maestro, se agregarán encontrando el par estado-acción que más viole la restricción primal.

Así, se define el problema de *pricing* como el problema de optimización que permite encontrar el par estado-acción que más viole la restricción primal y que, por lo tanto, permite determinar la columna a agregar al problema maestro. Por lo tanto, se tiene que el problema de *pricing* es:

$$\max_{\vec{s}, \vec{a}} \left\{ r(\vec{s}, \vec{a}) - \left( (1 - \lambda)W_0^* - \sum_{i \in I} U_i^* \mathcal{E}_{s,a}(u_i) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij}^* \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i^* \mathcal{E}_{s,a}(q_i) \right) \right\}. \quad (5.1)$$

Si esta función da un valor estrictamente positivo, entonces significa que existe un par estado-acción que no fue considerado en el problema maestro y que mejorará su valor óptimo. Por lo tanto, ese par estado-acción se ingresa como una nueva columna al problema maestro, y se vuelve a iterar hasta que el óptimo de este problema sea 0 (no se viola ninguna restricción primal), o bien la función objetivo del problema maestro se mejore marginalmente ( $< 0,00001$ ).

Ahora bien, el problema maestro solo tendrá un pequeño conjunto de variables positivas, por lo que no sirve para interpretar directamente nuestra política óptima, sino que se debe resolver un problema de optimización asociado a cada estado que mostrará la acción óptima. Por lo tanto, una vez que se resuelve el problema *DALP*, se obtienen los valores de  $W_0^*$ ,  $U_i^*$ ,  $S_{ij}^*$  y  $Q_i^*$ , y la función aproximada  $v(\vec{u}_i, \vec{s}_{ij}, \vec{q}_i, t) = W_0^* - \sum_i U_i^* u_i + \sum_i \sum_j S_{ij}^* s_{ij} + \sum_i Q_i^* q_i$  se inserta en el lado derecho de la ecuación (4.12), obteniendo:

$$v(\vec{s}) = \max_{\vec{a} \in A_{\vec{s}}} \left\{ r(\vec{s}, \vec{a}) + \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) \left( W_0^* - \sum_{i \in I} U_i^* u'_i + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij}^* s'_{ij} + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i^* q'_i \right) \right\} \quad \forall \vec{s} \in S. \quad (5.2)$$

## **6. RESULTADOS**

A continuación se muestran los principales resultados obtenidos del modelo presentado en la sección anterior. Dado que no es práctico tener una tabla que indique qué hacer en cada posible estado, se estudió cómo se comportaba la solución, qué tan robusta es, y se aplicó la política en una simulación computacional.

### **6.1. Instancias de trabajo**

Debido a la complejidad del problema, resulta difícil poder encontrar expresiones matemáticas exactas que permitan describir las relaciones existentes entre las distintas unidades. Por esta razón, se decidió estudiar dos instancias del problema, las cuales representan dos casos extremos en cuanto al tamaño del problema. Así, se puede comparar cómo se comporta la solución en un caso u otro. Además, cuando se encuentran patrones que se repiten en ambos casos, se cree que definen tendencias que se pueden replicar en hospitales con un número distinto de camas y tasas de llegada.

Estas instancias están resumidas en el Cuadro 6.1. El primer caso representa un problema del tamaño similar al enfrentado en el caso real de la Sección 6.4, en donde posee mayores tasas de llegada y una mayor dotación de camas que en el segundo caso, el cual está asociado a un ejemplo “pequeño”, en el que se representa un hospital poco concurrido y de un bajo nivel de camas. El tiempo promedio de estadía en ambos casos fue el mismo, debido a que, en general, la salud de un paciente no debiera depender del tamaño del establecimiento en el que se encuentre.

### **6.2. Interpretación de la política**

Para el caso 1, se estudió en detalle qué decisión era la adecuada en muchos estados posibles. Se trató de elegir estados representativos que sugirieran algún patrón a seguir y cómo se puede interpretar la solución. A continuación se describe lo que sugiere la política aproximadamente óptima.

Tabla 6.1. Resumen instancia de los casos usados para obtener política aproximadamente óptima.

|  | Caso 1 | Caso 2 |
|--|--------|--------|
| Cantidad de camas en urgencia                        | 30     | 12     |
| Cantidad de camas en UCI                             | 35     | 12     |
| Cantidad de camas en UTI                             | 50     | 18     |
| Cantidad de camas en SALA                            | 100    | 40     |
| Tasa de llegada a urgencia, necesitando cama en UCI  | 3,3    | 2, 2   |
| Tasa de llegada a urgencia, necesitando cama en UTI  | 5,1    | 3, 0   |
| Tasa de llegada a urgencia, necesitando cama en SALA | 14,1   | 7, 5   |
| Días de estadía promedio en UCI                      | 3      | 3      |
| Días de estadía promedio en UTI                      | 4      | 4      |
| Días de estadía promedio en SALA                     | 6      | 6      |

Se observó que la decisión siempre está en función de dejar suficientes camas libres en cada unidad para la demanda que entrará durante el siguiente periodo (próximo turno de 8 horas). En particular, pueden existir pacientes que entrarán desde pabellón (demanda electiva), pacientes que actualmente estén esperando que se desocupe una cama en la unidad respectiva, y pacientes que llegarán a Urgencia durante el periodo. Los dos primeros constituyen una demanda segura, por lo que siempre se intenta dejar las suficientes camas libres para ello. Luego de dejar esas camas libres y de decidir cuántos van a pasar de una unidad a otra (los que ya estaban listos para trasladarse y los que se decide trasladar anticipadamente), se debe dejar una cantidad de camas adicionales libres en cada unidad directamente relacionado con la tasa de llegada aleatoria desde urgencia. Esta política implícitamente asume coordinación entre las distintas unidades, pues si en la unidad  $i$  se decide trasladar a  $n$  pacientes, entonces en la siguiente unidad  $i + 1$  habrá que cumplir los requerimientos anteriormente descritos y además los  $n$  pacientes que se trasladan.

¿Cuántas son las camas que se deben dejar libres? Depende del caso que se esté evaluando. Para el caso que se usa en la Sección 6.4, en la mañana, se espera dejar en total tres camas libres en UCI, tres en UTI y diez en SALA. Es decir, si son las 6:00 y hay una cama libre en UCI y dos libres en UTI, se va a intentar todo lo posible por mover dos pacientes de UCI a

UTI, y mover tres pacientes de UTI a SALA, pues cada unidad además tiene la demanda que proviene de las unidades superiores.

¿Qué pasa si no se puede liberar la cantidad de camas deseada? Ahí se empieza a competir entre qué cama es más valiosa tener libre. Siempre se prefiere dejar una cama crítica libre (UCI o UTI) a una cama de baja complejidad, pese a la alta demanda que posee esta última. Entre la UCI y la UTI, se prefiere dejar una cama libre en cada unidad antes de tener dos libres en una unidad. Ahora, si solo puedo dejar una cama libre, la política óptima sugiere que se deje en UTI. Este resultado se produce debido a un supuesto del modelo, que consiste en que un paciente es asignado a la cama que le corresponde y no a una de mayor complejidad. Por lo tanto, lo que sucede en la realidad es que se prefiere dejar una cama libre en UCI pues, si llega un paciente UTI, se puede transferir a una cama en la UCI. Pese a que no representa una situación óptima, es preferible eso a que el paciente quede esperando mucho tiempo en Urgencia.

### **6.3. Análisis de sensibilidad**

Interesa saber qué tan robusta es la solución cuando cambian los parámetros del problema. Por esta razón se analizó qué ocurre al cambiar la tasa de llegada de pacientes. Así, se probaron los dos casos resumidos en el Cuadro 6.1 y se realizó un análisis de sensibilidad en el periodo de la mañana, debido a que concentra gran parte de la demanda por urgencia (más del 40 %) y a la vez posee menos demanda electiva que el periodo de la tarde, por lo que se puede estudiar de mejor manera qué ocurre con la urgencia. El análisis fue hecho observando el comportamiento en distintas unidades. Adicionalmente, se responderá a las preguntas planteadas inicialmente en la introducción. Cabe destacar que, para facilitar su entendimiento, los gráficos que se muestran a continuación representan tendencias en los resultados, pues estos siempre son números enteros.

**¿Cómo cambia la política óptima de transferencia de pacientes en una unidad si varía la tasa de llegada a esa unidad solamente?** En la Figura 6.1, donde se aprecia un

análisis tanto para el caso 1 como para el caso 2, se puede ver cómo va cambiando la decisión de cuántos pacientes en estado *regular* transferir de una unidad a otra en la mañana según el nivel de ocupación de la unidad siguiente. En este caso, es el nivel de pacientes trasladados desde UCI (inicialmente llena) versus la cantidad de camas libres que hay en UTI. La línea continua representa el caso base y las líneas punteadas poseen una variación en la tasa de llegada de pacientes urgentes a UCI.

Mientras más camas libres hay en UTI, más pacientes se decide trasladar, pero es una tendencia a tasa decreciente hasta llegar, eventualmente, a un punto en el que no se necesite desocupar más camas en UCI. Adicionalmente, esta curva es más pronunciada cuando la tasa de llegada es mayor. Esto sugiere una mayor sensibilidad en el cambio de decisión cuando hay más camas libres para transferir pacientes, puesto que las curvas están más separadas. Así, si en UTI hay solo una o dos camas libres, el cambio es menor debido a la poca holgura existente para tomar acciones.

Ahora, **¿cómo se comparan los casos 1 y 2?** En la misma Figura 6.1 se observan gráficos para cada caso. Cabe destacar que aquí se excluyó la presencia de demanda electiva. Se aprecia que frente a mismas tasas de llegada a UCI, la curva es similar cuando la tasa es menor a tres, pero cambia cuando es mayor, pues se inclina por transferir un paciente más en el caso 2. Esta diferencia se debe a que la tasa de llegada a UTI es más baja, por lo que se prefiere dejar menos camas libres en UTI.

**¿Cómo cambia la decisión óptima si se aumentan las tasas de llegada proporcionalmente en todas las unidades?** En este caso interesa saber qué ocurre si se analiza la cantidad de transferencias desde UCI, sujeto a que la tasa de llegada en todas las unidades varía, incluida la UCI. En la Figura 6.2 se muestra la cantidad de pacientes trasladados desde la UCI a medida que aumenta el espacio libre en UTI, para distintas tasas de llegada. En la figura se muestra solamente el valor de la tasa de llegada de UCI, pero en cada serie se varió en la misma proporción las tasas de llegada a UCI, UTI y SALA. Se puede observar que el comportamiento es similar al caso anterior cuando la tasa de llegada es baja (menor a 3). Sin embargo, cuando la tasa aumenta todas las curvas tienden a ser parecidas.

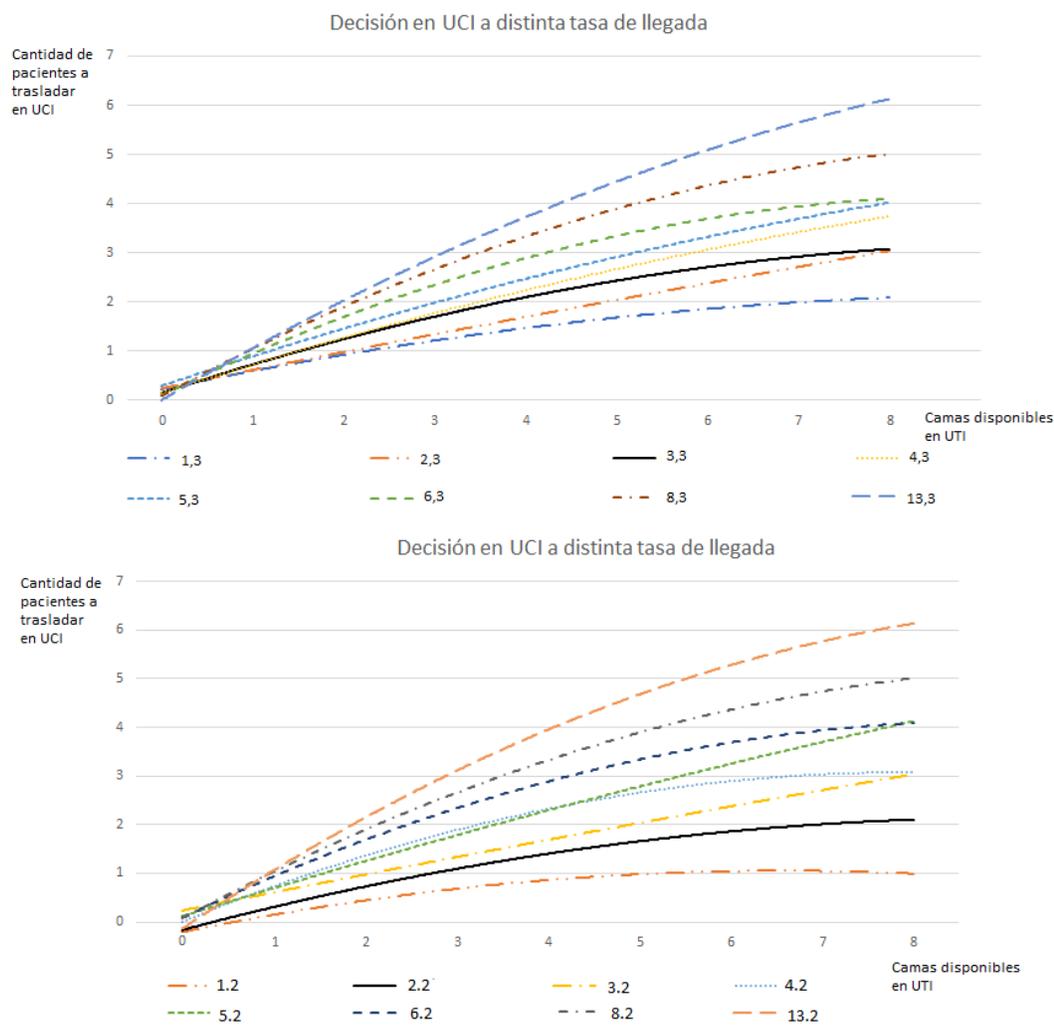


Figura 6.1. Comparación de dos casos: cantidad de pacientes transferidos desde UCI según la cantidad de camas libres en UTI. Cada serie representa una tasa de llegada a UCI (pacientes/día). A la izquierda se presenta el caso 1. A la derecha, el caso 2.

Para comparar las Figuras 6.1 y 6.2, se plantea una métrica  $\delta^n(\lambda^1; \lambda^2)$  medida como la diferencia de pacientes transferidos a tasas de llegada  $\lambda^1$  y  $\lambda^2$  cuando hay  $n$  camas libres en UTI. Entonces, usando el caso 2 y comparando ambas figuras, vemos que  $\delta^8(1,2; 2,2)$  es de una unidad en ambas figuras. Sin embargo,  $\delta^8(2,2; 8,2)$  es de tres unidades en la Figura 6.1, mientras que es igual a una unidad en la Figura 6.2. Esta diferencia sugiere que, cuando varía la tasa de llegada de forma proporcional a todas las unidades, la decisión óptima no crece de

igual manera si las tasas de llegada se elevan tres o cuatro veces el valor de base. Si se ocupa un  $n$  muy bajo en la métrica, no se alcanza a apreciar una diferencia significativa.

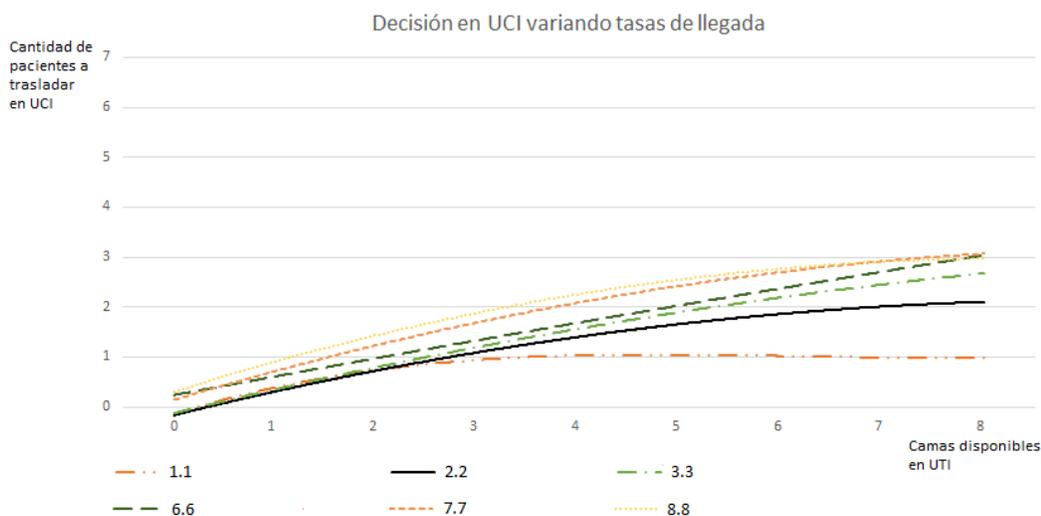


Figura 6.2. Cantidad de pacientes transferidos desde UCI según la cantidad de camas libres en UTI en el ejemplo pequeño. Cada serie representa una variación en todas las tasas de llegada (pacientes/día), y el valor que se muestra como referencia corresponde a la tasa de llegada a UCI.

**En el caso de que la tasa de llegada cambie en una sola unidad, ¿afecta a la decisión en el resto de las unidades?** En el Cuadro 6.2 se muestra la cantidad de traslados desde UTI que deberían realizarse en la mañana cuando está llena (o cantidad de camas libres que deben dejarse) versus la cantidad de camas libres en SALA, para distintas tasas de llegada a SALA. Al igual que el caso anterior, el nivel de transferencias crece a medida que el espacio en la siguiente unidad crece, hasta eventualmente alcanzar un máximo. Si hay suficientes camas libres en SALA, prácticamente en todas las series se quiere conseguir transferir cinco pacientes, pues la tasa de llegada a UTI no cambia.

Cuando la tasa de llegada a SALA es baja, la rapidez con que alcanza el máximo es mayor en comparación a tasas de llegada altas. Esto se debe a que cuando esta tasa es baja, se le da más “peso” a una cama libre en UTI, por lo que hay más transferencias de UTI a SALA. Además, en el caso extremo en que la tasa aumenta a 10.0, el número de transferencias

Tabla 6.2. Cantidad de pacientes transferidos desde UTI según la cantidad de camas libres en SALA a distintas tasas de llegada a SALA para el caso 2.

| Tasa | Camas libres en SALA |   |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|------|----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|      | 0                    | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 3.0  | 0                    | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5 | 5  |
| 4.0  | 0                    | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5  |
| 5.0  | 0                    | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5 | 5  |
| 6.0  | 0                    | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5 | 5  |
| 7.0  | 0                    | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4 | 5  |
| 8.0  | 0                    | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4 | 5  |
| 9.0  | 0                    | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 4 | 4  |
| 10.0 | 0                    | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 4  |

óptimas llega a cuatro solamente. Esto sucede porque no hay suficientes camas libres en SALA para que sea conveniente trasladar a cinco pacientes.

Por último, **¿cómo afecta al sistema no tomar las decisiones óptimas en cada momento?** Para responder a esta pregunta, se analizó cuánto es la variación porcentual de la función valor descrita en la ecuación (5.2) si se obliga a transferir uno o dos pacientes más o menos desde la UCI respecto a lo sugerido por la política aproximadamente óptima. Para esto se realizó un análisis para distintas tasas de llegada a la UCI (Cuadro 6.3), en el cual se asume que en UTI existen suficientes camas disponibles para recibir a esos pacientes. Por ejemplo, en el caso 2, cuando la tasa de llegada es de 2.2 pacientes al día, si se traslada un paciente menos que lo sugerido en la política se obtiene una disminución en la función objetivo de un 2.2 % del valor original. Si se traslada uno o dos pacientes más, entonces la función disminuye en un 4,5 % y un 12,4 % respectivamente. Se puede apreciar que independiente de la tasa de llegada, la variación por transferir un paciente más o menos es casi siempre menor al 5 %. Sin embargo, si se difiere en dos pacientes la diferencia porcentual puede llegar a ser de 13 %.

Además, en el mismo Cuadro 6.3 se aprecia el mismo análisis hecho para el caso 1. Se observa que la disminución es menor ante una variación de uno o dos pacientes, siendo menos del 5 % en todos los casos. Existe una excepción que se da cuando la tasa es de 1.2 y se

Tabla 6.3. Variación porcentual de la función al variar en uno o dos pacientes la cantidad de pacientes transferidos con respecto al óptimo.

| Tasa de llegada | Caso 1 |       |       |       | Caso 2 |       |       |        |
|-----------------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|-------|--------|
|                 | -2     | -1    | +1    | +2    | -2     | -1    | +1    | +2     |
| 1.2             | 10.9 % | 0.7 % | 0.6 % | 1.4 % | -      | -     | 2.0 % | 9.2 %  |
| 2.2             | 1.7 %  | 0.1 % | 0.7 % | 1.6 % | -      | 2.2 % | 4.5 % | 12.4 % |
| 3.2             | 2.9 %  | 0.7 % | 0.3 % | 1.1 % | -      | 5.2 % | 1.4 % | 7.7 %  |
| 4.2             | 1.4 %  | 0.1 % | 0.5 % | 1.4 % | 9.0 %  | 1.6 % | 4.0 % | 11.7 % |
| 5.2             | 2.4 %  | 0.6 % | 0.2 % | 0.9 % | 13.6 % | 4.4 % | 1.3 % | 7.5 %  |
| 6.2             | 1.2 %  | 0.1 % | 0.5 % | 1.3 % | 8.4 %  | 1.4 % | 4.0 % | 12.0 % |

trasladan dos pacientes menos de lo que sugiere la política. Aquí se produce una disminución de un 10.9 %. Este valor tan alto comparado con el resto se produce porque en este específico caso no se deja espacio para que ingrese un paciente electivo, lo que obliga a cancelar una operación que conlleva un alto costo.

De esta forma, se observa que, en estos dos casos representativos de hospitales de distintos tamaños, realizar una transferencia más o menos de lo ideal no debiese tener un impacto negativo significativo, siempre y cuando se dejen suficientes camas libres para los pacientes que con seguridad llegarán a cada unidad.

#### 6.4. Aplicación en un caso real

Una vez obtenida y descrita la política, se testeó en una simulación de un hospital clínico de Santiago, Chile. Se hizo una simulación sobre el caso real del hospital, siguiendo el diagrama de la Figura 3.1. Se programó el modelo en lenguaje C#, ocupando el paquete SimSharp disponible en la web, y el horizonte de simulación fueron 5 meses (Agosto a Diciembre), usando 100 réplicas para cada escenario.

Para encontrar los datos a usar en el modelo de simulación, se obtuvo directamente del hospital archivos que contenían información acerca de cantidad de pacientes entrando y saliendo de cada unidad, tiempos de estadía en cada unidad, tiempos de llegada a urgencia

Tabla 6.4. Cantidad de pacientes que llegan en cada escenario.

| Cantidad pacientes que llegan a Urgencia | Política 0 | Política 1 | Política 2 | Política 3 |
|--|------------|------------|------------|------------|
| Pacientes UCI                            | 525        | 519        | 525        | 526        |
| Pacientes UTI                            | 799        | 799        | 804        | 800        |
| Pacientes SALA                           | 2196       | 2201       | 2198       | 2197       |
| Pacientes sin necesidad de internar      | 31007      | 30984      | 31015      | 30977      |

y cantidad de pacientes electivos ingresados por día. Los datos que no se pudieron obtener debido a que no estaban registrados fueron estimados y validados por opinión experta.

Se probaron cuatro políticas. La política 0 representa cómo funcionaría hoy el hospital, sin tomar ninguna decisión preventiva. Las políticas 1 y 2 se hicieron de forma estimativa. Es decir, para la política 1, se pensó que cada unidad debería dejar tantos espacios libres como es la demanda basada en los datos que se obtuvieron de la clínica, en específico, el mínimo de cada uno. Para la política 2, se hizo lo mismo, pero considerando el máximo en cada caso. Por ejemplo, si se considera que a UTI llegan, sumando la demanda electiva, de urgencia y traslados, en promedio tres pacientes con desviación estándar de un paciente, entonces la política 1 dejaría dos espacios libres, mientras que la política 2 dejaría cuatro espacios libres. Una explicación detallada se encuentra en el Anexo B. La política 3 representa la política aproximadamente óptima descrita en la sección anterior.

El Cuadro 6.4 presenta la cantidad de pacientes que llegaron en todo el periodo de evaluación a la Urgencia. No hay diferencias significativas en cada escenario, por lo que cada política testeada está sujeta a las mismas condiciones y, por ende, tiene sentido comparar el resto de los indicadores propuestos que se muestran a continuación.

El principal aporte que representan estas políticas es mostrar los beneficios que conlleva anticiparse a la demanda y realizar traslados de pacientes de forma preventiva en vez de reactiva, considerando esta última como las transferencias realizadas debido a que la cama en cuestión ya fue solicitada desde otra unidad, atrasando el ingreso de otro paciente. En el Cuadro 6.5 se puede ver la cantidad de transferencias realizadas en cada unidad (una vez que ya estuvieron toda su estadía, o bien trasladados de forma anticipada), en donde se especifica

Tabla 6.5. Comparación de la cantidad de pacientes transferidos reactivamente.

| Pacientes transferidos   | Política 0 | Política 1 | Política 2 | Política 3 |
|--------------------------|------------|------------|------------|------------|
| Desde UCI                | 724        | 734        | 736        | 736        |
| Desde UTI                | 1587       | 1599       | 1606       | 1603       |
| Desde SALA               | 6125       | 6138       | 6146       | 6166       |
| Reactivamente desde UCI  | 206        | 4          | 4          | 58         |
| Reactivamente desde UTI  | 321        | 298        | 236        | 118        |
| Reactivamente desde SALA | 3310       | 3373       | 3445       | 746        |

cuántas se hicieron de forma reactiva. Se puede apreciar que la Política 0 tiene una cantidad considerablemente mayor de transferencias reactivas que las otras políticas. La Política 3 mejora este indicador en todas las unidades, mientras que la 1 y 2 lo mejoran considerablemente en UCI solamente. Esto sucede porque en las Políticas 1 y 2 no existe comunicación en las decisiones tomadas, es decir, cada unidad actúa por su cuenta. Entonces, en UCI efectivamente se mejora el indicador, pero como UTI y SALA tiene a su vez unidades que le trasladan pacientes, no la incorporan correctamente, especialmente cuando el nivel de transferencias es alto. Por lo tanto, muchos traslados deben ser a último minuto.

Siguiendo con los indicadores, podemos ver en el Cuadro 6.6 que el tiempo de espera en urgencia, medido en minutos, desde que son atendidos en Triage hasta que pasan a un box, disminuye también en las políticas preventivas, sobre todo en la Política 3. Esto se explica porque la congestión en urgencia se debe no solo a que hay pacientes UCI esperando, sino a pacientes que deben esperar una cama en UTI o SALA, aspecto que la Política 3 cubre de mejor manera.

Además, relacionado con este indicador, la disponibilidad promedio de los box en urgencia (Cuadro 6.7), medido como la cantidad promedio de cubículos no bloqueados por pacientes esperando ser hospitalizados, también aumenta con la Política 3. Esto implica que, en el largo plazo, existe más capacidad para atender a los pacientes de urgencia, lo que incide en una menor tasa de abandono de pacientes en urgencia.

Tabla 6.6. Comparación de la media del tiempo de espera en Urgencia, medido en minutos. En paréntesis se muestra el coeficiente de variación.

| Media del tiempo de espera en Urgencia | Política 0   | Política 1   | Política 2   | Política 3   |
|--|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Pacientes UCI                          | 19.9 (0.204) | 16.7 (0.197) | 17.1 (0.199) | 9.8 (0.107)  |
| Pacientes UTI                          | 20.4 (0.218) | 17.0 (0.221) | 17.5 (0.210) | 9.9 (0.099)  |
| Pacientes SALA                         | 52.2 (0.298) | 40.2 (0.306) | 41.6 (0.315) | 16.5 (0.143) |
| Pacientes sin necesidad de internar    | 78.2 (0.373) | 56.3 (0.384) | 59.3(0.384)  | 17.2 (0.176) |

Tabla 6.7. Comparación de la disponibilidad promedio de box en Urgencia. Se mide en cantidad promedio de box no bloqueados por pacientes esperando ser hospitalizados. En paréntesis se muestra el coeficiente de variación.

|                                   | Política 0   | Política 1   | Política 2   | Política 3   |
|-----------------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Cantidad media de box disponibles | 25.1 (0.089) | 26.6 (0.062) | 26.4 (0.065) | 29.7 (0.007) |

Tabla 6.8. Comparación de la ocupación media en camas. En paréntesis se muestra el coeficiente de variación.

| Cantidad media de camas ocupadas | Política 0    | Política 1    | Política 2    | Política 3    |
|----------------------------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| UCI                              | 31.5 (0.039)  | 26.5 (0.050)  | 26.1 (0.053)  | 30.1 (0.035)  |
| UTI                              | 43.3 (0.034)  | 43.4 (0.034)  | 43.5 (0.032)  | 41.4 (0.030)  |
| SALA                             | 116.5 (0.010) | 116.7 (0.009) | 116.8 (0.009) | 111.5 (0.007) |

Por último, el indicador mostrado en el Cuadro 6.8 presenta la ocupación promedio de cada unidad. Se puede ver que en la Política 3 es más bajo en todas las unidades en comparación a la Política 0. Este resultado era esperable y se debe principalmente a que una cama pasa más tiempo vacía debido a que se desocupan antes. En el que se produce la diferencia más significativa es en SALA, el cual posee una mayor rotación de pacientes. Además, se observa que la Política 3 posee una ventaja en comparación a las Políticas 1 y 2 en el hecho que usa de mejor manera las camas críticas de la UCI, puesto que en promedio tienen 26.5 y 26.1 camas ocupadas versus las 30,1 de la Política 3, diferencia mayor que la que hay entre esta última política y el caso base, con 31.5 camas usadas en promedio.

Estos resultados fueron validados por el jefe de la UTI del hospital clínico respectivo.

## 7. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

La interpretación de la política presentada en la Sección 6.2 requiere que en la práctica se pueda aplicar en el día a día del hospital, no tan solo en una simulación. Estos resultados fueron conversados con el médico a cargo de la unidad de cuidados intermedios para ver cómo se podría adaptar la interpretación a la realidad. En primer lugar, los resultados tienen sentido, en base a que la política tiende a dejar espacios libres según lo que se estima que llegará en el siguiente periodo.

En segundo lugar, también tiene sentido el hecho de dar prioridad a pacientes que estén esperando cama en urgencia. Sin embargo, esta interpretación es difícil en la realidad, pues existen casos extremos que no son cubiertos por el modelo. El hospital clínico funciona con una unidad de Admisión que se encarga de asignar una cama a cada paciente. Por ejemplo, si en UTI existe solo una cama libre cuando debieran haber tres, Admisión le dirá al jefe de la unidad que ojalá pueda trasladar a dos pacientes más. Ahora, debe decidir qué hacer con esa cama libre, si asignársela a un paciente que provenga de la UCI, o a un paciente que provenga de la urgencia. La política óptima diría que se haga pasar primero al paciente esperando en urgencia, para así disminuir la congestión en esa sala de espera (lo cual tiene un costo asociado). Sin embargo, en la realidad puede que se tome una decisión distinta, debido a que si la UCI estaba llena, quizás sea mejor dejar a ese paciente UTI esperando en urgencia y asignarle esa cama al paciente que proviene de la UCI dado que un paciente de tipo UCI que llegue a la urgencia es primera prioridad.

En tercer lugar, con los casos que se testearon, se puede comprobar que esta política prefiere dejar una cama UTI disponible antes que una cama UCI. Esto sucede principalmente debido a la diferencia en la demanda por urgencia de cada una de las camas (la tasa de llegada de UTI puede ser hasta un 50 % más) en comparación con la proporción de camas. En el caso 1 ocupado para obtener la política, se usó 50 camas UTI y 35 camas UCI, lo que representa aproximadamente un 40 % más de camas UTI solamente, siendo que tiene que cubrir una demanda 50 % mayor de urgencia (y además, cubrir todo lo que viene desde

UCI). Ahora, ¿qué es lo que ocurre en la realidad? Se prefiere dejar una cama libre en UCI, porque un paciente UTI sí puede ser atendido en una cama UCI. Este hecho genera una ineficiencia debido a que la cama está siendo subutilizada, pero es preferible eso a tener al paciente esperando en un pasillo. Por lo tanto, debido al supuesto hecho inicialmente es que se produce este fenómeno.

Por último, en el modelo está implementado el caso “ideal”, que no contempla traslados hacia una unidad de mayor complejidad, o dar de alta a un paciente directamente desde la UCI, cosas que se pueden ver en la vida real. Esto se decidió debido a que la cantidad de traslados hacia las unidades de mayor complejidad es bajo según el resumen de la demanda hecho anteriormente, por lo que en el largo plazo no debería afectar mayormente el funcionamiento del modelo. Lo mismo sucede con las altas directo desde la UCI o UTI, son pocas y lo recomendado es que un paciente pase por SALA antes de dejar el hospital. Otra razón para incurrir en este supuesto es que incluir todos estos aspectos hubiera complejizado el modelo sin mejorar mucho la solución.

Acerca de los resultados obtenidos por la simulación, estos fueron comparados con los datos que se tenían de manera de verificar que estuvieran dentro del orden correspondiente. Además, hubo algunos parámetros que se tuvo que estimar, como por ejemplo la probabilidad de abandono de un paciente. Se asumió para esto que un paciente que llega a urgencia y que debía ser hospitalizado, nunca iba a abandonar (podía ser derivado a otro hospital si la espera era muy alta). Los pacientes que no requerían ser hospitalizados tendrían posibilidad de abandono. Para esto, se asumió que tenían un tiempo de espera que distribuye Uniforme entre 4 y 12 horas. Este tiempo dio un abandono de aproximadamente 8 %, el cual se condice con lo que se obtuvo en los datos. Lo importante es que, a la misma probabilidad de abandono, bajó considerablemente con la política 3, siendo menos del 0,1 %, pudiendo aumentar la cantidad total de pacientes atendidos en el establecimiento.

Para finalizar, si bien no es trivial obtener una política óptima, se puede obtener rápidamente una política que aproveche de buena forma el uso de las camas siguiendo dos aspectos importantes:

- Estimar la demanda diaria que habrá en cada unidad. Para esto, se puede usar la información histórica del establecimiento.
- Lograr coordinación entre las distintas decisiones de las unidades. Si existe una persona que unifica esas decisiones (como en el caso de esta investigación, la unidad de Admisión), entonces se podría lograr un movimiento de pacientes coordinado sin mayor esfuerzo de manera de usar de buena forma los recursos disponibles.

En esta investigación se asumió la existencia de tres grandes unidades, de alta, media y baja complejidad. Como trabajo futuro se puede pensar en desagregar cada unidad según requerimientos específicos que podría tener un paciente, separando por un diagnóstico en particular de cada uno de ellos. Además, en este trabajo se asume un flujo ideal de pacientes. Se podría investigar si considerando posibles flujos alternativos se puede obtener una solución aun mejor que la presentada en esta investigación. Una posible extensión sería incluir una red de hospitales, en donde se incluya la acción de derivar pacientes entre distintos hospitales.

## BIBLIOGRAFÍA

- Ahmed, M. A., y Alkhamis, T. M. (2009). Simulation optimization for an emergency department healthcare unit in Kuwait. *European Journal of Operational Research*, 198(3), 936–942. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2008.10.025> doi: 10.1016/j.ejor.2008.10.025
- Ahn, J.-H., y Hornberger, J. C. (1996). Involving Patients in the Cadaveric Kidney Transplant Allocation Process: A Decision-Theoretic Perspective. *Management Science*, 42(5), 629–641. Descargado de <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/mnsc.42.5.629> doi: 10.1287/mnsc.42.5.629
- Andersen, A. R., Nielsen, B. F., y Reinhardt, L. B. (2017). Optimization of hospital ward resources with patient relocation using Markov chain modeling. *European Journal of Operational Research*, 260(3), 1152–1163. doi: 10.1016/j.ejor.2017.01.026
- Ben Bachouch, R., Guinet, A., y Hajri-Gabouj, S. (2012). An integer linear model for hospital bed planning. *International Journal of Production Economics*, 140(2), 833–843. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijpe.2012.07.023> doi: 10.1016/j.ijpe.2012.07.023
- Cochran, J. K., y Roche, K. (2008). A queuing-based decision support methodology to estimate hospital inpatient bed demand. *Journal of the Operational Research Society*, 59(11), 1471–1482. doi: 10.1057/palgrave.jors.2602499
- Cochran, J. K., y Roche, K. T. (2009). A multi-class queuing network analysis methodology for improving hospital emergency department performance. *Computers and Operations Research*, 36(5), 1497–1512. doi: 10.1016/j.cor.2008.02.004
- De Bruin, A. M., Van Rossum, A. C., Visser, M. C., y Koole, G. M. (2007). Modeling the emergency cardiac in-patient flow: An application of queuing theory. *Health Care Management Science*, 10(2), 125–137. doi: 10.1007/s10729-007-9009-8
- De Vuyst, S., Bruneel, H., y Fiems, D. (2014). Computationally efficient evaluation of appointment schedules in health care. *European Journal of Operational Research*,

- 237(3), 1142–1154. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2014.02.058> doi: 10.1016/j.ejor.2014.02.058
- de Farias, D. P., y Roy, B. V. (2003). The Linear Programming Approach to Approximate Dynamic Programming. *Operations Research*, 51(6), 850 – 865.
- Elalouf, A., y Wachtel, G. (2015). An alternative scheduling approach for improving patient-flow in emergency departments. *Operations Research for Health Care*, 7, 94–102. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.orhc.2015.08.002> doi: 10.1016/j.orhc.2015.08.002
- Hauskrecht, M., y Fraser, H. (2000). Planning treatment of ischemic heart disease with partially observable Markov decision processes. *Artificial Intelligence in Medicine*, 18(3), 221–244. doi: 10.1016/S0933-3657(99)00042-1
- Kaandorp, G. C., y Koole, G. (2007). Optimal outpatient appointment scheduling. *Health Care Management Science*, 10(3), 217–229. doi: 10.1007/s10729-007-9015-x
- Kolker, A. (2008). Process modeling of emergency department patient flow: Effect of patient length of stay on ED diversion. *Journal of Medical Systems*, 32(5), 389–401. doi: 10.1007/s10916-008-9144-x
- Kolker, A. (2009). Process modeling of ICU patient flow: Effect of daily load leveling of elective surgeries on ICU diversion. *Journal of Medical Systems*, 33(1), 27–40. doi: 10.1007/s10916-008-9161-9
- Lara, B. A., Cataldo, A., Castro, R., Aguilera, P. R., Ruiz, C., y Andresen, M. (2016). Medicina de urgencia y unidades de cuidados intensivos. Una alianza necesaria en busca de la mejoría de la atención de pacientes críticos. *Revista Médica de Chile*, 144(7), 917–924. doi: 10.4067/S0034-98872016000700014
- Lefevre, C. (1981). Optimal control of a birth and death epidemic process. *Operations research*, 29(5), 971–982. doi: 10.1287/opre.29.5.971
- Lehtonen, J.-M., Kujala, J., Kouri, J., y Hippeläinen, M. (2007). Cardiac surgery productivity and throughput improvements. *International journal of health care quality assurance*, 20(1), 40–52. doi: 10.1108/09526860710721213
- Luscombe, R., y Kozan, E. (2016). Dynamic resource allocation to improve emergency

- department efficiency in real time. *European Journal of Operational Research*, 255(2), 593–603. doi: 10.1016/j.ejor.2016.05.039
- Ma, G., y Demeulemeester, E. (2013). A multilevel integrative approach to hospital case mix and capacity planning. *Computers and Operations Research*, 40(9), 2198–2207. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.cor.2012.01.013> doi: 10.1016/j.cor.2012.01.013
- Mallor, F., y Azcárate, C. (2014). Combining optimization with simulation to obtain credible models for intensive care units. *Annals of Operations Research*, 221(1), 255–271. doi: 10.1007/s10479-011-1035-8
- Niyirora, J., y Zhuang, J. (2017). Fluid approximations and control of queues in emergency departments. *European Journal of Operational Research*, 261(3), 1110–1124. doi: 10.1016/j.ejor.2017.03.013
- Patrick, J., Puterman, M. L., y Queyranne, M. (2008). Dynamic Multipriority Patient Scheduling for a Diagnostic Resource. *Operations Research*, 56(6), 1507–1525. Descargado de <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1080.0590> doi: 10.1287/opre.1080.0590
- Pepper, S., Sepúlveda, K., y Campos, J. (2013). *Informe Final Programa Compra a Privados Del Programa De Prestaciones Valoradas* (Inf. Téc.). Ministerio de Salud. Descargado de [http://www.dipres.gob.cl/574/articles-89691\\_{-}doc\\_{-}pdf.pdf\\$\\delimiter"026E30F\\$r\\$\\delimiter"026E30F\\$n](http://www.dipres.gob.cl/574/articles-89691_{-}doc_{-}pdf.pdf$\\delimiter)
- Pines, J. M., Hilton, J. A., Weber, E. J., Alkemade, A. J., Al Shabanah, H., Anderson, P. D., ... Schull, M. J. (2011). International perspectives on emergency department crowding. *Academic Emergency Medicine*, 18(12), 1358–1370. doi: 10.1111/j.1553-2712.2011.01235.x
- Puterman, M. L. (1994). *Markov Decision Processes: Discrete Stochastic Dynamic Programming*. John Wiley & Sons. Descargado de <http://portal.acm.org/citation.cfm?id=528623> doi: 10.1080/00401706.1995.10484354
- Rashwan, W., Abo-Hamad, W., y Arisha, A. (2015). A system dynamics view of the acute bed blockage problem in the Irish healthcare system. *European Journal of Operational Research*, 247(1), 276–293. Descargado de <https://search.ebscohost.com/login.aspx>

?direct=true{&}db=bth{&}AN=103690105{&}site=ehost-live      doi:  
 10.1016/j.ejor.2015.05.043

Santibáñez, P., Chow, V. S., French, J., Puterman, M. L., y Tyldesley, S. (2009). Reducing patient wait times and improving resource utilization at British Columbia Cancer Agency's ambulatory care unit through simulation. *Health Care Management Science*, 12(4), 392–407. doi: 10.1007/s10729-009-9103-1

Sauré, A., Patrick, J., Tyldesley, S., y Puterman, M. L. (2012). Dynamic multi-appointment patient scheduling for radiation therapy. *European Journal of Operational Research*, 223(2), 573–584. doi: 10.1016/j.ejor.2012.06.046

Schaefer, A. J., Bailey, M. D., Shechter, S. M., y Roberts, M. S. (2004). Modeling medical treatment using Markov decision processes. *Operations research and health care*, 593–612. doi: 10.1007/1-4020-8066-2\_23

Schweitzer, P. J., y Seidmann, A. (1985). Generalized polynomial approximations in Markovian decision processes. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 110(2), 568–582. doi: 10.1016/0022-247X(85)90317-8

Singer, A. J., Thode, H. C., Viccellio, P., y Pines, J. M. (2011). The association between length of emergency department boarding and mortality. *Academic Emergency Medicine*, 18(12), 1324–1329. doi: 10.1111/j.1553-2712.2011.01236.x

Testi, A., Tanfani, E., y Torre, G. (2007). A three-phase approach for operating theatre schedules. *Health Care Management Science*, 10(2), 163–172. doi: 10.1007/s10729-007-9011-1

Thompson, S., Nunez, M., Garfinkel, R., y Dean, M. D. (2009). OR Practice–Efficient Short-Term Allocation and Reallocation of Patients to Floors of a Hospital During Demand Surges. *Operations Research*, 57(2), 261–273. Descargado de <http://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.1080.0584> doi: 10.1287/opre.1080.0584

Troy, P. M., y Rosenberg, L. (2009). Using simulation to determine the need for ICU beds for surgery patients. *Surgery*, 146(4), 608–620. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.surg.2009.05.021> doi: 10.1016/j.surg.2009.05.021

Zeng, Z., Ma, X., Hu, Y., Li, J., y Bryant, D. (2012). A Simulation Study to Improve Quality of Care in the Emergency Department of a Community Hospital. *Journal of Emergency Nursing*, 38(4), 322–328. Descargado de <http://dx.doi.org/10.1016/j.jen.2011.03.005> doi: 10.1016/j.jen.2011.03.005

## **ANEXOS**

## A. ANEXO 1: DESARROLLO MATEMÁTICO DEL PROCESO DE DECISIÓN MARKOVIANO

Para la resolución del problema de decisión Markoviano, fue necesario aplicar herramientas matemáticas y computacionales para poder obtener una solución en un tiempo razonable.

### A.1. Cálculo de parámetros

Para resolver el *DALP*, se tiene formulado el modelo explícito y la forma de calcular todas sus partes. Sin embargo, los parámetros  $\mathbb{E}_\alpha$  y  $\mathcal{E}_{s,a}$  no son rápidos de calcular. Para calcular cada uno, se requiere hacer una sumatoria sobre todos los estados posibles, lo cual representa una suma sobre más de  $10^{24}$  términos, lo cual hace que el cálculo tome demasiado tiempo. Para esto, se proponen formas alternativas que debiesen dar el cálculo exacto para cada valor.

En el primer término,  $\mathbb{E}_\alpha$ , tomemos un ejemplo en particular para explicar el desarrollo, digamos  $\mathbb{E}_\alpha(u_i)$ . Se tiene que:

$$\mathbb{E}_\alpha(u_i) = \sum_{\vec{s} \in S} \alpha(s) u_i(\vec{s})$$

Como este problema funciona para cualquier  $\alpha(\vec{s}) > 0$ , se elegirá  $\alpha(\vec{s}) = \alpha = \frac{1}{|S|}$ , de modo que no depende del estado, sino que será una constante. De esta forma, podemos desarrollar el término planteado:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_\alpha(u_i) &= \sum_{\vec{s} \in S} \alpha(s) u_i(\vec{s}) \\ &= (0 \cdot \sum_{\vec{s}|u_i=0} \alpha(s)) + (1 \cdot \sum_{\vec{s}|u_i=1} \alpha(s)) + \dots \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot \sum_{\vec{s}|u_i=n} \alpha(s) \\ &= \alpha \cdot \sum_{n=0}^{C_i^U} n \cdot \sum_{\vec{s}|u_i=n} 1 \end{aligned}$$

La última ecuación es posible escribirla debido a que  $\alpha$  no depende del estado. Por lo tanto, podemos observar que la sumatoria compleja (sumatoria sobre muchos términos) que queda es  $\sum_{\vec{s}'|u_i=n} 1$ . Esto es simplemente contar cuántos estados hay en los que  $u_i = n$ . Este término no es complicado, pues para cada término, se debe contar la cantidad de combinaciones de valores posibles en todas las otras dimensiones del vector de espacio de estados. Entonces, esta sumatoria se puede convertir en una expresión, quedando solamente una suma desde 0 hasta  $C_i^U$ , la cantidad máxima de pacientes tipo  $i$  que pueden quedar esperando en Urgencia.

Para el término  $\mathcal{E}_{s,a}$ , tomemos un ejemplo en particular para explicar el desarrollo, digamos  $\mathcal{E}_{s,a}(u_i)$ . Se tiene lo siguiente:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{s,a} &= u_i - \lambda \sum_{\vec{s}' \in S} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) u_i' \\ &= u_i - \lambda \cdot \left( \sum_{\vec{s}' | u_i'=0} 0 \cdot p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + \sum_{\vec{s}' | u_i'=1} 1 \cdot p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + \dots \right) \\ &= u_i - \lambda \cdot \left( 0 \cdot \sum_{\vec{s}' | u_i'=0} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + 1 \cdot \sum_{\vec{s}' | u_i'=1} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + \dots \right)\end{aligned}$$

La suma  $\sum_{\vec{s}' | u_i'=k} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a})$  calcula la probabilidad de, estando en el estado  $\vec{s}$  y tomando la decisión  $\vec{a}$ , se llegue a que  $u_i = k$ , independiente de los valores que tomen el resto de las componentes del vector de estados. Por lo tanto, podemos escribir:

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{s,a} &= u_i - \lambda \cdot \left( 0 \cdot \sum_{\vec{s}' | u_i'=0} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + 1 \cdot \sum_{\vec{s}' | u_i'=1} p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a}) + \dots \right) \\ &= u_i - \lambda \cdot \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot p(u_i' = n | \vec{s}, \vec{a}) \\ &= u_i - \lambda \cdot \sum_{n=0}^{C_i^U} n \cdot p(u_i' = n | \vec{s}, \vec{a})\end{aligned}$$

La probabilidad  $p(u'_i = n | \vec{s}, \vec{a})$  posee expresiones exactas, debido a que, en general, la probabilidad  $p(\vec{s}' | \vec{s}, \vec{a})$  está dada por la probabilidad de cumplimiento de cada una de las ecuaciones (4.9) - (4.11). De esta forma, la probabilidad  $p(u'_i = n | \vec{s}, \vec{a})$  solo consideraría una o algunas de las ecuaciones, por lo que se hace más simple de calcular.

Así, se transforma en una suma sobre todos los posibles valores de  $u_i$ , que toma un tiempo despreciable en términos computacionales.

## A.2. Solución factible inicial para la generación de columnas

Para resolver el problema de generación de columnas, se necesita un conjunto inicial de variables (columnas) para empezar a iterar. Como no se dispone de ninguna, y a priori no se encuentra ninguna de forma intuitiva, se plantea un problema para encontrar un conjunto inicial.

El problema *DALP* es el problema maestro, por lo que no se puede empezar a iterar si se cuenta con un conjunto vacío. Por lo tanto, se agregan variables artificiales al problema y se itera de forma de ir descartando esas variables. Así, el problema quedaría:

$$\begin{aligned}
 & \text{DALP')} \\
 & \text{mín } w^W + \sum_{i \in I} w_i^U + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} w_{ij}^S + \sum_{i \in \{1,2\}} w_i^Q \\
 & \text{s.a.} \\
 & (1 - \lambda) \sum_{\vec{s}} \sum_{\vec{a}} x(\vec{s}, \vec{a}) + w^W = 1 \\
 & - \sum_{\vec{s}} \sum_{\vec{a}} \mathcal{E}_{s,a}(u_i) x(\vec{s}, \vec{a}) - w_i^U \leq -\mathbb{E}_\alpha(u_i) \quad \forall i \in I \\
 & \sum_{\vec{s}} \sum_{\vec{a}} \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) x(\vec{s}, \vec{a}) + w_{ij}^S \leq \mathbb{E}_\alpha(s_{ij}) \quad \forall i \in I, j \in J \\
 & \sum_{\vec{s}} \sum_{\vec{a}} \mathcal{E}_{s,a}(q_i) x(\vec{s}, \vec{a}) + w_i^Q \leq \mathbb{E}_\alpha(q_i) \quad i = 1, 2 \\
 & x(\vec{s}, \vec{a}) \geq 0 \quad \forall \vec{s} \in S, \vec{a} \in A_{\vec{s}} \\
 & w^W, w_i^U, w_{ij}^S, w_i^Q \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J.
 \end{aligned}$$

Aquí,  $w^W, w_i^U, w_{ij}^S, w_i^Q$  representan las variables artificiales del problema. Para el problema  $DALP'$ , la solución inicial factible es clara, considerando que las variables artificiales tomen el valor del lado derecho de la restricción, mientras que las variables originales son todas igual a cero.

Así, al resolver el problema, queremos encontrar el par estado-acción que más se viole en la restricción  $(1 - \lambda)W_0 - \sum_i U_i \mathcal{E}_{s,a}(u_i) + \sum_i \sum_j S_{ijt} \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) + \sum_i Q_i \mathcal{E}_{s,a}(q_i) \geq 0$ . Esta vez el lado derecho es igual a cero, porque en la función objetivo del problema  $DALP'$  no está presente ninguna de las variables originales. Por lo tanto, iremos agregando columnas a este problema con el siguiente problema de pricing:

$$\max_{\vec{s}, \vec{a}} \left\{ 0 - \left( (1 - \lambda)W_0^* - \sum_{i \in I} U_i^* \mathcal{E}_{s,a}(u_i) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij}^* \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i^* \mathcal{E}_{s,a}(q_i) \right) \right\}.$$

El problema  $DALP'$  termina cuando se minimice su función objetivo, que sabemos que debe ser 0 en el óptimo debido a la naturaleza de sus variables. En ese momento, existirá un conjunto de variables originales positivas (columnas agregadas al problema) que serán el conjunto de columnas iniciales para el problema  $DALP$ .

### A.3. Modelo de Optimización del problema de *pricing*

El modelo de *pricing* presentado en la ecuación (5.1), el cual busca agregar un par estado-acción para el problema maestro de la generación de columnas, es el siguiente:

$$\begin{aligned} \max \quad & \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} B_i s_{ij} + \sum_{i \in I} B_{i+1} q_i - \sum_{i \in I} C Y_i y_i - \sum_{i \in I} C U_i u_i \\ & - \left( (1 - \lambda)W_0^* - \sum_{i \in I} U_i^* \mathcal{E}_{s,a}(u_i) + \sum_{i \in I} \sum_{j \in J} S_{ij}^* \mathcal{E}_{s,a}(s_{ij}) + \sum_{i \in \{1,2\}} Q_i^* \mathcal{E}_{s,a}(q_i) \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
s.a. \quad q_i + \sum_{j \in J} s_{ij} &\leq C_i && \forall i \in I \\
q_3 &= 0 \\
x_i &\leq s_{i2} && \forall i \in I \\
\sum_{t \in T} z_t &= 1 \\
y_i &\leq \sum_{t \in T} z_t \cdot de_{it} && \forall i \in I \\
u_i &\leq \beta_i C_i^u && \forall i \in I \\
\beta_i &\leq \frac{q_i + \sum_{j \in J} s_{ij}}{C_i} && \forall i \in I \\
u_i, s_{ij}, q_i, x_i, y_i &\in \mathbb{Z}^+ && \forall i \in I, j \in J \\
z_t, \beta_i &\in \{0, 1\} && \forall i \in I, t \in T
\end{aligned}$$

## B. ANEXO 2: RESUMEN DE DATOS

### B.1. Análisis de datos

A partir de archivos con información sobre ingresos y traslados de pacientes del hospital, se obtuvo información relevante para poder formular tanto el modelo de decisión Markoviano como el modelo de simulación.

Para la llegada de pacientes urgentes, se contó con información sobre la llegada de estos para un periodo dado, y si se internan o se derivan a su casa. Se obtuvo los tiempos entre llegadas separados en tres tramos (Mañana, Tarde, Noche). A partir de esos datos, se postuló, en base a la literatura encontrada, que la llegada se comporta según un Proceso de Poisson. La tabla B.1 muestra el promedio de los tiempos de llegada a Urgencia.

Tabla B.1. Tiempo promedio entre llegadas de pacientes a la Urgencia.

|                        | Mañana | Tarde | Noche |
|------------------------|--------|-------|-------|
| Minutos entre llegadas | 4.39   | 4.92  | 21.96 |

De la misma fuente de información se obtuvo el tiempo de estadía promedio para un paciente siendo atendido en un box en Urgencia, resumido en la tabla B.2. Este presenta mucha variabilidad, debido a los distintos procedimientos que pueden aplicarse a un paciente, dependiendo de su gravedad. Se puede observar que los pacientes que no requieren estar hospitalizados tienen un menor tiempo en promedio. Sin embargo, puede existir un sesgo en la fuente de información, pues no diferenciaba entre el tiempo de atención efectiva y si permanecía un tiempo esperando una cama en el caso de necesitar hospitalización.

Tabla B.2. Tiempo promedio de atención en Urgencia.

| Destino del paciente | Minutos         |
|----------------------|-----------------|
| Casa                 | 83.1 $\pm$ 64.3 |
| Hospitalización      | 422 $\pm$ 339   |

La hospitalización de pacientes a partir de la Urgencia se presentaba en los archivos de forma agregada por día para cada una de las unidades del hospital. Como existen más de tres unidades, cada una fue categorizada según la complejidad de pacientes que debía atender, para así poder relacionarlo con la clasificación del modelo de la Sección 4. Se obtuvo entonces cuántos pacientes en promedio entran por día según el nivel de complejidad, de forma de saber qué porcentaje de pacientes ingresados a través de la urgencia termina en cada una de las unidades. Con ambas fuentes de información, se determinó que un 10,21 % de los pacientes quedan internados y, además, se sabe cuál es la probabilidad de quedar en cada una de las tres unidades.

Se cuenta también con el tiempo de estadía de los pacientes de Alta y Mediana complejidad, mostrados en la tabla B.3. Sin embargo, no se contaba con los tiempos de estadía en Sala, los cuales fueron estimados a partir de opinión experta. Cabe destacar que se asumió que los tiempos de estadía siguen una distribución exponencial, con el fin de poder aplicar la “pérdida de memoria”.

Tabla B.3. Días promedio de estadía en UCI y UTI.

| Unidad | Días promedio |
|--------|---------------|
| UCI    | 6             |
| UTI    | 4             |

En la Sección 4 se modeló el tiempo de estadía en una unidad basado en el trabajo de Thompson et al (2009). Cada paciente tiene una probabilidad según una distribución Bernoulli( $p$ ) de mejorarse o de quedarse en el mismo estado. Así, si en la unidad  $i$  hay  $n$  pacientes en estado  $j$ , con  $j \leq 2$ , la probabilidad de que  $n$  de ellos se mejoren está dado por una distribución Binomial( $n, p$ ). Cabe recordar que si  $j = 3$ , quiere decir que el paciente ya está lo suficientemente sano y debe ser trasladado a la siguiente unidad (o ser dado de alta), por lo que solamente se está un periodo en ese estado.

Esta probabilidad  $p$  está directamente relacionado con los días de estadía promedio que caracteriza a una unidad. Supongamos que SALA tiene un promedio de estadía de 3 días.

Significa que el tiempo esperado de estadía es de 9 periodos (cada día tiene 3 periodos). Así, se estimó que un paciente podría ser trasladado un día antes de terminar su estadía. Antes de eso, está en un estado grave por lo que no puede ser trasladado.

De esta forma, si un paciente en promedio está  $3n$  periodos en una determinada unidad, entonces se modeló como que en promedio, está  $2n$  periodos en estado grave,  $n - 1$  periodos en estado regular, y 1 periodo en estado sano. Así, el tiempo esperado de estadía, sumando los tres estados posibles dentro de una unidad, es  $3n$ .

La información de los traslados entre las distintas unidades no se utiliza directamente en el modelo matemático, sino que es una consecuencia de la información sobre la llegada y permanencia de los pacientes en el hospital. Sin embargo, en el siguiente apartado se aprovecha esta información para poder tener resultados útiles.

Por último, se debía buscar la información sobre la hospitalización de pacientes que ingresaban desde pabellón. Para esto, hay que separar en dos tipos de pacientes que llegan después de haber sido operados. El primer tipo son los pacientes que ingresan de forma electiva. Es decir, días antes de la operación se programa la cirugía. El día de la operación, llega el paciente a la unidad de Admisión, en donde se le asigna una cama en la que permanece previo a la operación. Después de la operación, se traslada a una sala de recuperación, para terminar en una cama de Alta, Media o Baja complejidad.

El segundo tipo de pacientes son los que ya están hospitalizados y requieren el uso de pabellón. Estos pacientes, dado que ya están hospitalizados, no se les necesita encontrar una cama, pues ya la poseen. Por eso, se les “reserva” la cama mientras están siendo operados. Luego, son trasladados de vuelta a su cama. Este tipo de pacientes no representa una entrada efectiva al sistema de hospitalización.

De esta forma, al considerar los traslados de pabellón a las unidades de hospitalización, solo se consideraron los del primer tipo, sino se hubiera sobreestimado la demanda de camas proveniente de pacientes de pabellón.

Tabla B.4. Resumen de la demanda por camas UCI. Para cada tramo horario, se muestra el rango promedio de pacientes que entran a la UCI procedentes de cada unidad. En total, existe una demanda de 4 a 9 pacientes al día.

| UCI      | Mañana | Tarde | Noche |
|----------|--------|-------|-------|
| Urgencia | 1-2    | 1-3   | 0-1   |
| Pabellón | 0-1    | 1-3   | 0-1   |
| UTI      | 0-1    | 0-1   | 0-1   |
| SALA     | 0-1    | 0-1   | 0-1   |
| Total    | 1-3    | 2-5   | 1-2   |

Tabla B.5. Resumen de la demanda por camas UTI. En total, existe una demanda de 6 a 9 pacientes al día.

| UTI      | Mañana | Tarde | Noche |
|----------|--------|-------|-------|
| Urgencia | 1-3    | 2-3   | 1-2   |
| Pabellón | 0-1    | 0-1   | 0-1   |
| UCI      | 0-1    | 0-1   | 0-1   |
| SALA     | 0-1    | 0-1   | 0-1   |
| Total    | 1-3    | 3-4   | 1-2   |

## B.2. Resumen de la demanda

A continuación se muestra el resumen de la demanda utilizada para el caso aplicado en el documento.

En los Cuadros B.4, B.5 y B.6 se puede ver cuánto es la cantidad de pacientes en promedio que ingresan a una unidad en un día, separado por tramo horario. Se muestran los valores aproximados según  $\mu \pm \sigma$ , en donde  $\mu$  es el promedio de los datos y  $\sigma$  es la desviación estándar. Se usó valores enteros dado que tenía más sentido al momento de mostrarlos en el hospital.

En las dos primeras, la cantidad de pacientes en total que ingresa es similar, en donde la UCI presenta más variabilidad en este caso. Se puede ver que el flujo de pacientes hacia esas unidades a partir de una unidad de menor complejidad es muy bajo. No es siempre cero, pues como se mencionó, puede ocurrir que existan traslados no ideales, en donde un paciente se agrave, pero no es la situación normal.

Tabla B.6. Resumen de la demanda por camas SALA. En total, existe una demanda de 41 a 56 pacientes al día.

| SALA     | Mañana | Tarde | Noche |
|----------|--------|-------|-------|
| Urgencia | 4-7    | 5-8   | 1-2   |
| Pabellón | 3-7    | 11-21 | 1-4   |
| UCI      | 1-5    | 0-2   | 0-1   |
| UTI      | 3-8    | 1-3   | 0-1   |
| Total    | 15-24  | 26-38 | 4-8   |

En la demanda de SALA, es claro que aumenta mucho el flujo de pacientes, principalmente debido a la naturaleza de los pacientes que llegan a la Urgencia. Además, aprovechando la existencia de estas camas, es posible programar más operaciones de modo que queden internados en alguna de esas camas. En general, se sabe qué tipo de cama necesitará un paciente después de una operación.

Cabe destacar que la información de pabellón corresponde a los días de mayor actividad, entre lunes y jueves. Normalmente, en los días sábados y domingos no se programan operaciones, de la misma forma en que la llegada por urgencia suele disminuir levemente para el final de la semana.

Además, se puede resumir la información sobre la urgencia, que es la principal demanda analizada durante el trabajo. En el Cuadro B.7 se muestra el promedio de pacientes que se internan por día a través de la urgencia. Se puede apreciar que la mayoría de los pacientes son de baja complejidad, lo cual se condice con el hecho de que existan más camas de baja complejidad que de otra categoría. Además, el ingreso a través de la urgencia baja durante el periodo de la noche.

### **B.3. Política de traslados según demanda histórica**

A partir de la demanda histórica, es posible confeccionar rápidamente una política de decisión que ayude a usar eficientemente las camas disponibles en el hospital, tanto en la sala de urgencias como en las unidades de hospitalización. Se proponen dos políticas: la primera será más conservadora, mientras que la segunda se pondrá en el caso de máxima demanda.

Tabla B.7. Resumen de los ingresos desde Urgencia. Se muestra el rango de pacientes que llegan por la unidad de Urgencia diferenciados por la unidad en que terminan internados. En total, se ingresan entre 18 y 27 pacientes al día.

| Urgencia | Mañana | Tarde | Noche |
|----------|--------|-------|-------|
| UCI      | 1-2    | 1-3   | 0-1   |
| UTI      | 1-3    | 2-3   | 1-2   |
| SALA     | 4-7    | 5-8   | 1-2   |
| Total    | 7-10   | 8-12  | 2-4   |

Tabla B.8. Política 1: cuántas camas libres se debe preocupar de dejar el gestor de camas en cada unidad.

| Política 1 | Mañana | Tarde | Noche |
|------------|--------|-------|-------|
| UCI        | 1      | 2     | 1     |
| UTI        | 1      | 3     | 1     |
| SALA       | 15     | 26    | 4     |

La primera de estas políticas (mencionada en el texto como Política 1) consistirá en, para cada período, dejar una cantidad de camas libres según el mínimo del promedio de la demanda diaria según el tramo horario. En la tabla B.8 se muestra la cantidad ideal de camas libres que se deben dejar para cumplir con esta política.

El espíritu de esta política es que, dado que diariamente el hospital debe enfrentarse al flujo de pacientes, es esperable que sea más o menos similar. De esta manera, si por ejemplo, la UCI debe recibir entre 4 y 9 pacientes, entonces que se preocupe de dejar cuatro camas libres durante el día de forma anticipada. En específico, basándonos en la tabla B.4, que el gestor de camas de la UCI se preocupe de dejar una cama libre en la mañana, dos camas libres en la tarde, y una cama libre en la noche, independiente de como esté todo el resto del hospital. Así, esta política apuesta a que en general el hospital se encuentre en un estado parecido cada día (mismo nivel de camas ocupadas), por lo que la acción debería ser siempre la misma.

De la misma forma se genera la política 2. La diferencia es que esta política toma en cuenta que la demanda será relativamente alta, basado en el límite superior de la demanda

Tabla B.9. Política 2: cuántas camas libres se debe preocupar de dejar el gestor de camas en cada unidad.

| Política 1 | Mañana | Tarde | Noche |
|------------|--------|-------|-------|
| UCI        | 3      | 5     | 2     |
| UTI        | 3      | 4     | 2     |
| SALA       | 24     | 38    | 8     |

histórica. En la tabla B.9 aparece la cantidad de camas libres a dejar en cada unidad durante el día.