

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE ESCUELA DE INGENIERIA

# MODELACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LASTRES MINEROS

# **RODOLFO ENRIQUE CABEZAS GONZÁLEZ**

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado como parte de los requisitos para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor: ESTEBAN SÁEZ R.

Santiago de Chile, 17 de junio de 2013

© MMXII, RODOLFO ENRIQUE CABEZAS GONZÁLEZ



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE ESCUELA DE INGENIERIA

# MODELACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LASTRES MINEROS

# **RODOLFO ENRIQUE CABEZAS GONZÁLEZ**

Miembros del Comité: ESTEBAN SÁEZ R. JORGE VERA A. EDGAR BARD O. MICHEL VAN SINT JAN F.

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado como parte de los requisitos para optar al grado de Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, 17 de junio de 2013

© MMXII, RODOLFO ENRIQUE CABEZAS GONZÁLEZ

A todos quienes en algún momento, con su apoyo y consejo, ayudaron a que este trabajo fuese posible

## AGRADECIMIENTOS

El trabajo de Tesis que se presenta a continuación ha sido fruto de varios años de trabajo y que no habría sido posible sin ayuda que valoro mucho.

En primera instancia dar gracias a Dios, por permitirme encontrar gente muy valiosa que me ha acompañado en este proceso. Agradecer a mi familia, a mi novia y mis amigos: todos y cada uno de ellos han sido un gran apoyo en el día a día, con su paciencia, consejos, ayuda y datos.

Especial agradecimiento a mi profesor guía, don Esteban Sáez, por su dedicación, ayuda y compromiso con esta tesis durante todo el proceso. Sin sus conocimientos y participación, difícilmente esta investigación habría sido fructífera.

Finalmente al profesor Edgar Bard de la empresa *ARCADIS Chile*, por su apoyo e interés en la investigación elaborada materializado a través de la beca *ARCADIS*. Además al profesor Jorge Vera por su disposición, y a través de él, dar gracias a todos los profesores que han contribuido a mi formación profesional.

Rodolfo Enrique Cabezas Gonzalez Santiago, Chile Mayo 2013

# ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS
ÍNDICE DE FIGURAS
ÍNDICE DE TABLAS
RESUMEN
ABSTRACT
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN
1.1. MOTIVACIÓN
1.2. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN
1.3. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO       6
1.4. HIPÓTESIS
1.5. RESULTADOS
Capítulo 2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA
2.1. ASPECTOS FÍSICOS DEL FENÓMENO DE FRACTURAMIENTO 8
2.2. ANTECEDENTES HISTÓRICOS
2.3. Modelación del fenómeno de rotura de partículas en geotecnia 11
2.3.1. Modelos Determinísticos
2.3.2. Modelos Probabilísticos
2.4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES EN MATERIALES GRUESOS
EN CHILE
2.4.1. Ensayos con Equipo Triaxial Gigante
2.4.2. Ensayos sobre Lastre Minero de División Andina
2.4.3. Resultados experimentales
2.5. CONSIDERACIONES PARA LA MODELACIÓN
Capítulo 3. MODELOS ELASTOPLÁSTICOS SIN ROTURA

3.1. Fur	ndamentos de los Modelos Elastoplásticos	28
3.1.1.	Integración del Modelo	31
3.2. MC	DDELO CAM-CLAY	34
3.2.1.	Formulación del Modelo	35
3.2.2.	Resumen de Parámetros	37
3.2.3.	Calibración del Modelo	38
3.3. MC	DDELO ELASTOPLÁSTICO MULTIMECANISMO DE HUJEUX	41
3.3.1.	Integración del Modelo	46
3.3.2.	Resumen de Parámetros	54
3.3.3.	Ejemplos de calibración: arena de Toyoura y grava de Santiago	55
Capítulo 4.	EXTENSIÓN DEL MODELO ECP PARA LA INCORPORACIÓN DE	
	LA ROTURA DE PARTÍCULAS	58
4.1. EX	TENSIÓN DE DAOUADJI	58
4.1.1.	Fundamentos	58
4.1.2.	Implementación de la extensión de Daouadji	61
4.1.3.	Validación de la implementación	63
4.2. AP	LICACIÓN DEL MODELO EXTENDIDO A LASTRE MINERO DE	
DIVISIÓ	N ANDINA	69
4.2.1.	Aplicación de Modelo Hujeux	69
4.2.2.	Modelo con Rotura de Daouadji	76
Capítulo 5.	CONCLUSIONES	84
5.1. CO	NCLUSIONES	84
5.2. PR	OPUESTAS DE MEJORAS Y TRABAJOS FUTUROS	85
BIBLIOGR	AFÍA	87
ANEXO A.	GLOSARIO	92
ANEXO B.	INTERFAZ GRÁFICA	95
ANEXO C.	MODELO CAM-CLAY	98

C.1.	PARÁMETROS USADOS EN VALIDACIÓN DE IMPLEMENTACIÓN .	98
C.2.	CASO MONÓTONO	99
ANEXC	D. RECOMENDACIONES DETERMINACION DE PARÁMETROS . 1	00
ANEXC	DE. MODELO ELASTOPLÁSTICO CÍCLICO DE HUJEUX 1	05
E.1.	PARÁMETROS USADOS EN EL MODELO	06
E.2.	CASO MONÓTONO	07
E.3.	CASO CÍCLICO	12
ANEXC	F. MODELO CON ROTURA	18
F.1.	TABLAS RESUMEN DE PARÁMETROS    1	18
F.2.	TABLAS ERRORES RELATIVOS    1	22

# ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Formación de depósito de lastre en Mina Los Pelambres	2
1.2.	Ejemplo de tamaños de partículas presentes en depósitos de lastre en Mina	
	Los Pelambres	3
1.3.	Particularidades presentes en depósitos de Lastre	5
2.1.	Mecanismos de rotura de partículas	8
2.2.	Propagación de fallas para distintas presiones de confinamiento	9
2.3.	Relación de esfuerzos para rotura en ensayos de compresión uniaxial	11
2.4.	Variación de granulometría y vacíos en modelo determinístico	14
2.5.	esquema de tensión-dilatancia para la evolución de granulometría	15
2.6.	Implementación de modelo de Compresibilidad para Basalto fragmentado	17
2.7.	Resultados de validación en modelo probabilístico	20
2.8.	Equipo Triaxial Gigante de <i>IDIEM</i>	21
2.9.	Caracterización Geológica de División Andina	22
2.10.	Geometría de Depósito de Lastre de División ANDINA	23
2.11.	Ensayos a Lastre ROM por IDIEM y ARCADIS	23
2.12.	Variación curva granulométrica para ensayos sobre Lastre con rotura	24
2.13.	Ensayos sobre Lastre de División Andina, Caso TXD	26
2.14.	Ensayos sobre Lastre de División Andina, Caso COD	27
3.1.	Esquemas de Reglas de Flujo	30
3.2.	Esquema de condición de estado crítico en suelos granulares sometidos a gran	
	deformación	32
3.3.	Proceso iterativo del método de integración explícito	33
3.4.	Modelos Cam-Clay en plano $p^{'} - q$ : Original y Modificado	34
3.5.	Variación del volumen específico en modelo Cam-Clay	35
3.6.	Variación de presión de preconsolidación en modelo Cam-Clay	38

3.7.	Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo TXD	40
3.8.	Superficie de Fluencia para los planos desviadores	43
3.9.	Registro de Memoria del material ante cargas cíclicas	44
3.10.	Parámetro de movilización isotrópica en plano $e - \log p'$	45
3.11.	Representación gráfica de parámetro de movilización progresiva $lpha(r_k)$	50
3.12.	Sentido físico de ángulo característico $\psi$	51
3.13.	Ajuste entre implementación y software LAWYER para ensayo Triaxial Drenado	57
4.1.	Parámetro <i>S</i> de cambio de granulometría	59
4.2.	Variación de formulación de estado crítico en modelos sin y con rotura	60
4.3.	Influencia de parámetro adicional de Daouadji	61
4.4.	Simulación de Daouadji para arena calcárea (Daouadji et al., 2001)	62
4.5.	Modelación para grava de Santiago a distinto confinamiento considerando	
	rotura	65
4.6.	Variación de la respuesta de Ensayo de Consolidación Isotrópica en presencia	
	de rotura	66
4.7.	Variación de la recta CSL en presencia de rotura	67
4.8.	Trayectorias $e - \log p'$ para ensayos triaxiales drenados sobre arena calcárea	68
4.9.	Ajuste para ensayos TXD sobre lastre considerando un set fijo de parámetros	
	en modelo Hujeux	71
4.10.	Ajuste para tres ensayos COD sobre lastre considerando un set fijo de paráme-	
	tros en modelo Hujeux	72
4.11.	Ajuste para Lastre Minero con modelo Hujeux considerando variación de	
	parámetros intrínsecos	73
4.12.	Lineas de Tendencia de los parámetros intrínsecos ajustados	74
4.13.	Aplicación de Set de Parámetros obtenidos a Ensayos Edométricos	74
4.14.	Ajuste considerando únicamente variación de parámetros de endurecimiento	
	del modelo Hujeux base	75
4.15.	Modelo con rotura considerando $B_k = B_{iso}$	77
4.16.	Modelo con rotura considerando $B_k \neq B_{iso}$	78

4.17.	Modelación con rotura considerando convergencia de Tensiones	79
4.18.	Parámetros de Ajuste de Tensiones aplicados a Ensayo Edométrico	79
4.19.	Modelación con rotura privilegiando ajuste en el plano $\varepsilon_v - \varepsilon_1 \ldots \ldots \ldots$	80
4.20.	Parámetros de Ajuste de Deformaciones aplicados a Ensayo Edométrico	81
4.21.	Comparación para ensayo TXD de set final de parámetros para modelos Hu-	
	juex y Daouadji	82
4.22.	Comparación para ensayo COD de set final de parámetros para modelos Hu-	
	juex y Daouadji	83
A.1.	Ejes ortogonales para simulación de ensayos	92
B.1.	Lógica de Programación del modelo de comportamiento	96
B.2.	GUI aplicado a modelo Cam Clay	96
B.3.	GUI aplicado a modelo ECP	97
B.4.	GUI aplicado a modelo de Daouadji	97
C.1.	Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo TXU	99
C.2.	Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo CID	99
E.1.	Ensayo Triaxial No Drenado	108
E.2.	Ensayo Corte Simple	109
E.3.	Ensayo Consolidación Isotrópica	110
E.4.	Ensayo Edométrico	111
E.5.	Ensayo Triaxial Drenado Cíclico en Grava de Santiago	112
E.6.	Ensayo Triaxial Drenado Cíclico en Arena de Toyoura	113
E.7.	Ensayo Triaxial No Drenado Cíclico	114
E.8.	Ensayo Corte Simple Cíclico	115
E.9.	Ensayo Consolidación Isotrópica Cíclico	116
E.10.	Ensayo Edométrico Cíclico	117

# ÍNDICE DE TABLAS

3.1.	Propiedades de modelo Cam-Clay	37
3.2.	Parámetros de validación de Modelo Cam-Clay	39
3.3.	Propiedades de Elasticidad y Plasticidad Perfecta	54
3.4.	Propiedades de Endurecimiento	54
3.5.	Propiedades de Evolución	55
3.6.	Propiedades de Integración	55
3.7.	Propiedades del Fluido	55
4.1.	Estrategia de Determinación de Parámetros en Modelo ECP	70
4.2.	Set de parámetros de mejor ajuste con Modelo Hujeux	71
4.3.	Set final de parámetros para modelo Daouadji	82
C.1.	Parámetros Modelo Cam-Clay	98
E.1.	Parámetros de Elasticidad y Plasticidad perfecta	106
E.2.	Parámetros de Endurecimiento	106
E.3.	Parámetros de Evolución	107
E.4.	Parámetros de Integración	107
E.5.	Parámetros del Fluido	107
F.1.	Variación de parámetros intrínsecos de modelo ECP	118
F.2.	Variación de parámetros de endurecimiento para modelos ECP y Daouadji	119
F.3.	Variación de parámetros de dureza para modelo de Daouadji	120
F.4.	Variación de parámetros para asegurar ajuste en tensiones y deformaciones	
	en modelo Daouadji	121
F.5.	Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 0.2 <i>MPa</i>	122
F.6.	Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 0.5 MPa	122
F.7.	Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 1.0 MPa	122

### RESUMEN

La gran minería a Cielo Abierto en Chile produce diariamente miles de toneladas de mineral y el volumen de roca estéril que debe ser removido para llegar al yacimiento representa un gran desafío del punto de vista de la ingeniería. Todo este material generado actualmente se vierte en grandes depósitos, que pueden llegar a tener cientos de metros de altura, lo que genera grandes presiones de confinamiento a nivel basal, provocando rotura de partículas. Este tipo de construcción es conocido en la especialidad como *Depósitos de Lastre* o *botaderos de estériles*.

El comportamiento mecánico de estos depósitos, y el efecto de fracturamiento de sus partículas, no ha sido suficientemente bien estudiado pues se han modelado geotécnicamente con los supuestos tradicionales para presas de tierra. Estos no necesariamente son adecuados para este caso, sobre todo por la evolución de la la granulometría y su efecto sobre la resistencia del material.

El objetivo de esta investigación es modelar matemática y computacionalmente el comportamiento del material estéril frente a altos niveles de confinamiento, especialmente incorporar los efectos del aumento de compresibilidad del material debido al cambio de la granulometría asociado a la rotura de partículas. Finalmente, desarrollar una herramienta autónoma para la calibración de los parámetros del modelo sobre la base de resultados experimentales.

# Palabras Claves: Geomecánica, Modelos Constitutivos, Rotura, Depósitos de Lastre.

XII

## ABSTRACT

The large open-pit mining in Chile produces thousands of tons of ore daily and waste rock volume that must be removed to reach the ore represents a major challenge from the point of view of engineering. All this material currently generated is poured into large deposits, which can have hundreds of meters in high, generating large confining pressures at baseline, causing breakage of particles. This type of construction is known actually as *waste rock dumps*.

The mechanical behavior of these deposits, and the effect of particle breakage, has not been sufficiently well studied because they have been modeled using the traditional assumptions of earth dams. These assumptions are not necessarily appropriate for this case, especially because of the change in the particle size distribution and the evolution of resistance associated to this effect.

The objective of this research is to model mathematically and computationally waste rock material behavior under a high level of confinement, especially to incorporate the effect of compressibility increasing of the material due particles breakage. Finally, to develop a stand-alone tool for constitutive model calibration based on experimental results.

#### Keywords: Geomechanics, Constitutive Models, Breakage, Waste Rock Dumps.

# MODELACIÓN NUMÉRICA DEL COMPORTAMIENTO MECÁNICO DE LASTRES MINEROS

# Capítulo 1. INTRODUCCIÓN

# 1.1. MOTIVACIÓN

La gran Minería a Cielo Abierto en Chile produce diariamente miles de toneladas de mineral, las que son procesadas y posteriormente comercializadas. Si se considera que la razón entre la roca con beneficio económico y la roca estéril (conocida también como *las-tre*) tiende a ser de 2:1 hasta 4:1, el manejo del depósito del material de desecho representa un gran desafío. Los depósitos, dispuestos generalmente en forma de terraplén formado mediante volteo (Fig. 1.1), poseen escaso control de compactación y pueden llegar a tener cientos de metros de altura, representando hoy por hoy, una de las estructuras de mayor altura construidas por el hombre (Bard et al., 2007; Valenzuela et al., 2007).



FIG. 1.1. Formación de depósito de lastre en Mina Los Pelambres

Del punto de vista de la ingeniería, el comportamiento de estos depósitos no están suficientemente bien estudiados, pues se han modelado geotécnicamente con los supuestos tradicionales para presas de tierra. Dichos supuestos no se cumplen completamente pues en este problema se dan las siguientes situaciones particulares:

a) Heterogeneidad: los grandes volúmenes de roca estéril y la velocidad de los procesos de transporte y descarga dificultan el monitoreo y control de las propiedades mecánicas del lastre depositado en los frentes de avance. De esta forma, la distribución granulométrica del lastre resulta por lo general muy heterogénea, con tamaños de particular superiores a 1 m de diámetro a partículas finas del orden de

74  $\mu m$ . La Fig. 1.2 presenta dos muestras de lastre a nivel de berma espaciadas a menos de 20 m entre sí. La primera está compuesta por gravas con un porcentaje importante de arenas y finos, en cambio la segunda puede ser considerada como gravas limpias, con presencia de partículas de gran tamaño.



FIG. 1.2. Ejemplo de tamaños de partículas presentes en depósitos de lastre en Mina *Los Pelambres* 

Por otro lado, la depositación por volteo genera a lo largo del talud de avance, una segregación por efectos de gravedad en función de la altura, donde el material más fino tiende a ubicarse en la parte superior de la capa depositada, mientras que el material más grueso rueda hacia la parte inferior de la capa, contribuyendo a aumentar la heterogeneidad del depósito. Otros efectos como la migración de material fino, debido por ejemplo a efectos ambientales, son de menor impacto en este tipo de depósitos.

b) Rotura de partículas: debido a la gran altura, las rocas más cercanas a la sección basal del depósito van a estar sometidas a un alto confinamiento, que puede incluso ser superior a 1 *MPa*. Dicho estado tensional genera rotura de las partículas, fragmentándolas y aumentando la proporción de material de menor granulometría, disminuyendo su capacidad resistente (Bard et al., 2007). El mecanismo de rotura no sólo genera finos, sino que también puede desestabilizar el esqueleto granular induciendo grandes deformaciones. Esta característica ha sido comprobada experimentalmente al comparar las curvas granulométricas pre y post ensayos triaxiales de altas presiones, quedando de manifiesto el aumento del contenido de arenas

(Bard et al., 2007). Este fenómeno tiende a aumentar la compresibilidad y a reducir la resistencia al corte en la zona de mayor altura de depositación (Nieto, 2011). Este efecto va disminuyendo progresivamente con el tiempo debido a que conforme se produce rotura cada vez se va necesitando más carga para fracturar las partículas, al mismo tiempo que va aumentando la densidad de contacto al interior del material. Por otro lado, debido a la rotura de partículas y a la heterogeneidad del material, el índice de vacíos no es uniforme sino que pasa a ser función de la ubicación espacial y del tiempo. Por lo anterior, tampoco es evidente la estimación de conductividades hidráulicas al interior del depósito.

c) Falta de Respaldo Experimental: debido a la heterogeneidad del material y al dinamismo del proceso que va cambiando la geometría del depósito continuamente, es complejo hacer sondajes (por ejemplo por la dificultad para recuperar el material) o ensayos *in-situ* confiables (Fig. 1.3). Al mismo tiempo es muy complejo reproducir las condiciones del terreno en laboratorio. No obstante, se han hecho esfuerzos por establecer curvas de comportamiento y propiedades mediante equipos triaxiales modificados (Valenzuela et al., 2007) y curvas homotéticas (Gesche, 2002; De la Hoz, 2007; Dorador, 2010; Besio, 2012), pero estos ensayos no son capaces de reproducir las condiciones exactas en terreno y su rango de validez es limitado, como se verá en detalle en el siguiente capítulo.

Cada uno de estos aspectos hacen que la modelación con las hipótesis convencionales de la mecánica de suelos no sea estrictamente correcta, y es necesario hacer un estudio especial para mejorar la representatividad mecánica real del depósito, sobre todo considerando que posibles colapsos del talud formado en el depósito pueden alcanzar distancias del orden de kilómetros (Hungr, 2009).

# 1.2. DESCRIPCIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

Con fin de reproducir el comportamiento real de este tipo de depósitos, se generó una implementación en *MATLAB* que incorporara varios modelos de comportamiento de diverso grado de complejidad. Esta aplicación fue diseñada para que permitiera calibrar



FIG. 1.3. Particularidades presentes en depósitos de Lastre

fácilmente un set de parámetros que se ajustaran a resultados experimentales. Luego de desarrollada esta implementación, se modificó la formulación matemática de alguno de los modelos, con el objetivo de incorporar una condición que refleje el aumento de la

compresibilidad del esqueleto sólido con la carga, así como la disminución de la capacidad resistente de dicho esqueleto en función de la rotura de partículas. Finalmente se estudió la validez de la modelación frente a un conjunto de resultados experimentales.

# 1.3. ORGANIZACIÓN DEL DOCUMENTO

La investigación se presenta en 4 secciones principales:

- a) Una revisión bibliográfica que relaciona la evolución del estudio de la modelación de fracturamiento y las soluciones aplicadas en la actualidad para reproducir las características mecánicas del material considerado. Este punto inicial es de gran importancia para determinar criterios de modelación y para asegurar la relación con los aspectos físicos del problema que se busca modelar.
- b) Implementación de dos modelos de comportamiento que no consideran la rotura de partículas en *MATLAB*. Se seleccionaron los modelos Cam-Clay (Schofield y Wroth, 1968) y Elastoplástico-Cíclico Multimecanismo de Hujeux (Hujeux, 1985). Estudio de las capacidades de estos modelos en reproducir resultados experimentales de referencia.
- c) Implementación de un modelo de comportamiento que incluya efecto de la rotura de partículas. Comparación con resultados experimentales, calibración de set de parámetros y criterios de determinación de ellos.
- d) Conclusiones y propuestas de mejoras

# 1.4. HIPÓTESIS

La hipótesis fundamental de modelación es que el efecto de la rotura de granos puede ser modelando mediante la modificación progresiva de la compresibilidad del esqueleto sólido del material con la carga, obteniéndose así un material más compresible y de menor resistencia al corte. Esta evolución de la compresibilidad fue incorporada a un modelo constitutivo de suelos que no toman en cuenta directamente los efectos de evolución de granulometría, sino que indirectamente mediante la modificación de ciertos parámetros de comportamiento. Otros aspectos energéticos relativos a la liberación de energía por la rotura de las partículas no serán directamente incorporados en el enfoque de modelación adoptado en esta investigación.

## **1.5. RESULTADOS**

Como resultado de la investigación se ha generado una implementación en MATLAB, que realiza simulaciones de ensayos de laboratorio para distintos tipos de suelos y bajo condiciones de carga generales. Este código incluye los modelos de comportamiento listados anteriormente, y constituyen la base para una futura incorporación a un código de elementos finitos para modelar el problema completo.

La implementación generada incluye además una interfaz gráfica (*GUI, Graphical User Interface*) para cada uno de los modelos de comportamiento, a fin de mejorar la interacción con el usuario. Ejemplos de esta interfaz y su empleo se presentan en el Anexo B. El detalle de los parámetros será abordado en los siguientes capítulos.

# Capítulo 2. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA

# 2.1. ASPECTOS FÍSICOS DEL FENÓMENO DE FRACTURAMIENTO

La rotura de partículas puede originarse por varios procesos. Puede ocurrir tanto por cargas mecánicas, estáticas o cíclicas; por erosión química o por abrasión. Los distintos mecanismos de rotura se presentan, en la Fig. 2.1.



FIG. 2.1. Mecanismos de rotura de partículas (Guyon y Troadec, 1994).(a) por cargas mecánicas; (b) por erosión; (c) por abrasión.

- a) Cargas Mecánicas: se relaciona directamente con el tema de esta investigación y ocurre cuando el nivel tensional excede la capacidad resistente de la partícula. Esta capacidad depende fundamentalmente de la dureza de las partículas, de la presencia de defectos internos como poros, de la geometría y de la magnitud de las cargas.
- b) Erosión: relaciona los distintos agentes ambientales con las posibles reacciones que se generen en la superficie de la partícula. El caso más conocido es el agua que se aloja en los intersticios de la roca, y al convertirse en hielo, su expansión volumétrica genera desprendimiento, generalmente con bordes irregulares.
- c) Abrasión: es quizás la más difícil de modelar. Por efectos dinámicos a corto y largo plazo, como el roce entre las partículas debido a cargas cíclicas o el efecto del viento, se genera un desgaste por fricción de la superficie produciendo material

más fino. La particularidad es que esta forma de rotura puede producirse tanto en estado seco como en estado saturado y no necesita confinamiento.

Es importante notar que conforme aumenta la carga, se incrementa progresivamente la red de fracturas en una relación de propagación que algunos autores han definido como fractal (McDowell et al., 1996), como se muestra en la Fig. 2.2. De lo anterior es posible inferir que la cantidad de rotura está acotada y tiende a llegar a una condición de estabilidad, pues el material no se puede fracturar ilimitadamente y dicha capacidad depende del tamaño de la partícula y de como se distribuyen las tensiones en su superficie.



FIG. 2.2. Propagación de fallas para distintas presiones de confinamiento (Cheng et al., 2001).

# 2.2. ANTECEDENTES HISTÓRICOS

Las investigaciones alusivas al efecto de la rotura de partículas en geotecnia son relativamente recientes. Si bien se conocía la formación de material más fino como producto procesos geológicos como la meteorización de rocas y la interacción ambiental, no fue sino hasta la década de los 70's que empezaron a surgir los primeros estudios en el área, centrándose en el efecto de las tensiones sobre la rotura para comprender el funcionamiento de presas de agua formadas por enrocado. En efecto, las observaciones en terreno mostraban que las rocas a nivel basal cambiaban en el tiempo, y por ende, el diseño inicial no se correspondía con la situación en operación.

Los trabajos iniciales más importantes están dados por Marsal (Marsal y Reséndiz, 1975). En ellos se presenta una serie de resultados de ensayos de carga a muestras de enrocado de distintos proyectos. Con el objetivo de definir una caracterización simple, pero rápida y efectiva, determinaron parámetros para caracterizar la resistencia de las partículas en función de la litología y formularon recomendaciones de diseño en función de la altura. Propusieron un parámetro cualitativo de resistencia a la rotura  $R_b$  como:

$$R_b = R_b(\rho, \omega, \psi, \underline{\sigma}, n, K_c) \tag{2.1}$$

Donde  $\rho$  es la densidad,  $\omega$  es el contenido de humedad ambiental,  $\psi$  es la dilatancia, n es la porosidad del material de enrocado,  $\underline{\sigma}$  el estado tensional y  $K_c$  un factor de dureza propio de la geología.

La Fig. 2.3 presenta una serie de ensayos para material de enrocado con distintos tipos de litología, relacionando el estado tensional aplicado y un parámetro de porcentaje de rotura de granos  $B_g$ , definido como la suma de la diferencia de pesos  $\Delta W_i$  retenidos en los distintos tamices antes y después del ensayo:

$$B_g(\%) = \sum_{Tamices} \Delta W_i \cdot \frac{100}{W_{total}}$$
(2.2)

Como se puede apreciar, la cantidad de rotura es función de la distribución de las cargas y del tipo de litología, sin embargo la forma de estas curvas es muy similar para los distintos tipos de roca. Por otro lado, se evidencian las ventajas de que el material sea bien graduado, ya que debido a la mejor distribución de tensiones entre partículas hay una disminución en la cantidad de rotura. De sus experiencias también notaron que el material de enrocado disipa parte de la energía de deformación cuando ocurre la rotura, como energía calórica o acústica.



FIG. 2.3. Relación de esfuerzos para rotura en ensayos de compresión uniaxial (Marsal y Reséndiz, 1975).

## 2.3. Modelación del fenómeno de rotura de partículas en geotecnia

Los esfuerzos de modelación del problema han abarcado el estudio desde distintos aspectos del problema, como por ejemplo analizar el comportamiento del material en función de la geometría de partículas (Hardin, 1985; Fukumoto, 1992; Varadarajan et al., 2006), estudiar los tipos de ensayos y su influencia en la respuesta observada (Feda, 2002; Nakata et al., 2001), y modelar matemáticamente materiales que presentan rotura de partículas (Oldecop y Alonso, 2001; Daouadji et al., 2001; Cecconi et al., 2002; Salim y Indraratna, 2004; Einav, 2007; Nieto-Gamboa y Lopez-Caballero, 2011; Muir-Wood et al., 2011; Nieto, 2011).

En términos generales, la modelación matemática ha adoptado dos enfoques para abordar el problema: como un problema determinístico o como uno probabilístico, aunque todas coinciden en la relevancia de la variación de la granulometría como indicador de la rotura, así como de la energía disipada durante el proceso. De los estudio también se afirma que las deformaciones elásticas generan aumento de la energía potencial en el sistema y esta es disipada por las deformaciones plásticas, que se producen indistintamente tanto por reorganización de las partículas como por rotura del material.

### 2.3.1. Modelos Determinísticos

La hipótesis determinística supone, con simplificaciones, que la rotura queda totalmente definida por el estado tensional y las características iniciales del material. Considerando el nivel de energía de deformación elástica del material, es posible determinar una condición de rotura en función del estado tensional y relacionarlo con los parámetros del modelo matemático.

### 2.3.1.1. Muir-Wood et al. (2011)

Una de las formulaciones más recientes fue propuesta por Muir-Wood et al. (2011). Usando la simplificación de que las partículas son esféricas es posible definir las tensiones de rotura en función del diámetro de la partícula. Así, es posible establecer que, para cargas de compresión, la condición de rotura se produce si:

$$\frac{\xi_M \kappa_M}{\sqrt{3}} I_1 + (1 + \xi_M)^2 \cdot J_2 \ge \frac{\kappa_M^2}{1 + \xi_M}$$
(2.3)

Donde  $I_1$  y  $J_2$  son invariantes de tensiones (ver Anexo A),  $\xi_M$  es la razón entre la resistencia a la compresión uniaxial y la resistencia a la tracción, y  $\kappa_M$  un parámetro de dureza del material. Además el modelo considera la disipación de la energía de deformación acumulada en el sistema  $\Delta W$  producto de la rotura.

$$\Delta W = \Delta \Psi - \Delta \Phi \tag{2.4}$$

Donde  $\Delta \Psi$  y  $\Delta \Phi$  son las energías almacenadas y liberadas respectivamente. Posteriormente, usando el principio de conservación de energía se determina que la liberación de energía  $\Delta \Phi$  es la suma de la liberación por los mecanismos de fricción, redistribución y rotura sobre la superficie de la partícula, según la ecuación:

$$\Delta \Phi = \Delta \Phi_{friccion} + \Delta \Phi_{redist} + \Delta \Phi_{surf}$$
(2.5)

Con esta definición además del principio de conservación de la energía, el autor define un parámetro R, entendido como una razón de disipación por rotura y por redistribución de las partículas:

$$R = \frac{\Delta \Phi_{redist}}{\Delta \Phi_{surf}} \tag{2.6}$$

Usando como hipótesis una correlación fractal para la disminución del diámetro de partícula, el autor determina que la componente irreversible del cambio de volumen del material (deformaciones volumétricas irreversibles) puede ser determinada por medio del índice de vacíos  $e_0$ , la superficie específica  $\left(\frac{S_i}{V_i}\right)$  y el diámetro mínimo  $d_{min}$ .

$$\dot{\varepsilon_v} = \dot{\varepsilon_v} \left( e_0, \frac{S_i}{V_i}, d_{min} \right) \tag{2.7}$$

La Fig. 2.4 presenta algunos de sus resultados, donde se aprecia el cambio de volumen respecto de un parámetro normalizado de compresión, que considera la tensión media  $\overline{\sigma}_m$  y el diámetro inicial máximo de partículas  $d_{max}$ . En la Fig. 2.4b se muestra el cambio de granulometría con el aumento del estado tensional, y como influye un cierto diámetro de partícula en la rotura acumulada.

#### 2.3.1.2. Cecconi et al. (2002)

Cecconi et al. (2002) proponen otro enfoque, considerando que el comportamiento microscópico de la partícula afecta al comportamiento macroscópico del material. Para



FIG. 2.4. Variación de granulometría y vacíos en modelo determinístico (Muir-Wood et al., 2011).

simular este fenómeno afectan el ángulo de fricción efectivo  $\phi'$  ligándolo a la evolución de la granulometría, por medio de una recta una recta que denominan *GCL (Grain Crushing Line)*. Esta recta se ubica entre las rectas de consolidación isotrópica (*ICL* o *NCL*) y de estado crítico (*CSL*), y refleja el comportamiento del material fracturado entre la respuesta ante carga isotrópica y carga desviadora. La Fig. 2.5 presenta un esquema de tensióndilatancia para la evolución de granulometría, donde *d* es un parámetro de la dilatancia que puede experimentar el material (positivo si el regimen es contractante) y  $\eta$  representa la razón entre la carga desviadora *q* y la presión media *p* (ver Anexo A). El parámetro de dilatancia se define como la razón entre deformaciones plásticas volumétricas y por corte:

$$d = \frac{\varepsilon_v^p}{\varepsilon_v^s} \tag{2.8}$$

La superficie de fluencia, definida en los modelos constitutivos como la función que determina el dominio elástico del material, es definida por los autores como:

$$F(p, q, \theta, p_s, b, m, M) = A^{K_1/C} \cdot B^{-K_2/C \cdot p - b \cdot p_s}$$
(2.9)

14



FIG. 2.5. esquema de tensión-dilatancia para la evolución de granulometría según Cecconi et al. (2002)

Donde A, B, C,  $K_1$ ,  $K_2$  son parámetros del modelo dependientes del estado tensional  $\underline{\sigma}$ , del ángulo de fricción  $\phi'$ , de la pendiente M de la CSL en el plano p' - q, del ángulo de Lode  $\theta$ , de la presión de consolidación  $p_s$ , de las deformaciones plásticas  $\underline{\varepsilon}^p$ . La evolución del material dependerá entonces de la evolución de la superficie de carga a través de sus variables internas como m que es un parámetro de forma y b un parámetro que limita la máxima presión de consolidación.

Dentro de sus observaciones experimentales también notaron que las primeras roturas en enlaces microscópicos en rocas extrusivas pueden surgir desde 50 kPa, lo que evidencia que se puede dar presencia de rotura a escaso confinamiento. Los resultados de los autores obtienen una buena correlación con los ensayos de referencia, sin embargo todos los ensayos considerados corresponden solamente a litología ígnea extrusiva, por lo que no hay certeza de extrapolación a otros casos.

#### **2.3.1.3.** Salim y Indraratna (2004)

Salim y Indraratna (2004) proponen abordar el problema mediante un modelo que afecte los parámetros de compresibilidad . En su propuesta la pendiente de la recta de consolidación isotrópica  $\lambda$  no es constante, sino que una función de parámetros internos del problema:

$$\lambda = \lambda(E_f, B, \underline{\sigma}') \tag{2.10}$$

Donde  $E_f$  es la energía necesaria para ocasionar rotura y B es un parámetro de caracterización de la dureza.

La Fig. 2.6 presenta la aplicación del modelo en material basáltico. En particular en este caso el nivel de rotura es muy bajo debido a las bajas tensiones usadas, por lo que no hay mayores antecedentes sobre el desempeño del modelo para material más fragmentable o para mayores presiones.

#### **2.3.1.4.** Oldecop y Alonso (2001)

Oldecop y Alonso (2001) proponen una extensión del modelo *Barcelona* para material de enrocado, pero su particularidad radica en que considera efectos de succión y de penetración del agua en los intersticios de la partícula a través de un parámetro de humedad relativa, lo que altera la capacidad resistente del material. Este efecto se traduce en las deformaciones volumétricas del esqueleto sólido. Aunque este modelo ha demostrado presentar ventajas en modelamiento de presas de baja altura donde la humedad es un factor considerable, para esta investigación el rol de la interacción con el agua y el desarrollo de succión debería ser menor, por lo que no será presentado en profundidad.

## 2.3.2. Modelos Probabilísticos

La hipótesis de considerar el fenómeno de rotura como probabilístico se fundamenta en que las variables directas que influyen en el problema son muchas y con escaso control sobre ellas, por lo que es razonable asumir el fracturamiento como una variable aleatoria. Una estrategia común ha sido usar alguna distribución de probabilidades de tipo Weibull debido a su amplia adaptabilidad de parámetros y versatilidad, buscando acotar los parámetros exclusivamente al estado tensional y a un número reducido de variables de ajuste. Su ventaja es que permite recrear de buena manera la variación de granulometría esperada, sin embargo no permite reproducir el nivel de esfuerzos o de deformaciones de manera directa y deben acoplarse a un modelo de comportamiento.



FIG. 2.6. Implementación de modelo de Compresibilidad para Basalto fragmentado (Salim y Indraratna, 2004)

## 2.3.2.1. Einav (2007)

Un modelo que desarrolla el problema en el contexto de la termodinámica fue propuesto por Einav (2007), en un enfoque definido como *CBM (Continuum Breakage Mechanics)*. Los supuestos fundamentales del modelo radican en la propagación de las fracturas y en la relación "almacenamiento-energía liberada" que absorbe el sistema y que pierde al presentar rotura. La distribución final de la granulometría  $F_u$  en términos del diámetro de partículas es definido como una función de probabilidad acumulada:

$$F_u(D) = \left(\frac{D}{D_M}\right)^{3-\alpha} \tag{2.11}$$

Donde  $D_M$  es el tamaño máximo de partícula y  $\alpha$  un parámetro de propagación fractal. Adicionalmente mediante funciones de probabilidades se evalúa un parámetro de rotura fraccional B, entendido como la capacidad de sufrir rotura medido a través del cambio de la granulometría. En el contexto de la termodinámica, se define la relación base:

$$\Delta W = \Delta \Psi + \Delta \Phi_B \tag{2.12}$$

Donde W es el trabajo que recibe el material,  $\Psi$  la energía libre de Helmholtz y  $\Phi_B$  la disipación por rotura. En términos termodinámicos, la energía almacenada es una energía potencial, y es proporcional a la energía libre (de Gibbs) presente en las partículas, o sea, es la energía que es capaz de dar paso a una reacción espontánea. Esta energía en un sistema mecánico es la que es capaz de generar la rotura a nivel de partículas. Definiendo un parámetro de energía de rotura  $E_B$  como la energía almacenada que puede ser liberada del sistema al ocurrir rotura, es posible definir la disipación como:

$$\tilde{\Phi}_B = \Delta E_B \cdot (1 - B) - E_B \cdot \Delta B = \Delta E_B^*$$
(2.13)

Donde  $E_B^*$  es la pérdida de energía de rotura, y es usado directamente como condición de evolución de los parámetros intrínsecos del modelo constitutivo.

## 2.3.2.2. Nieto-Gamboa y Lopez-Caballero (2011)

Nieto-Gamboa y Lopez-Caballero (2011) proponen un modelo para la evolución de la granulometría. Para ello definen la probabilidad de rotura en función del nivel de energía elástica  $U_p^e$  para cada diámetro de partícula *d*:

$$\mathcal{P}_f(d, U_p^e) = 1 - e^{-\left(\frac{d}{d_0}\right)^{\gamma} \left(\frac{U_p^e}{U_0}\right)}$$
(2.14)

Donde  $\gamma$  un parámetro de ajuste del modelo,  $d_0$  es el diámetro inicial y  $U_0$  es el valor esperado de la energía en el instante inicial. El valor esperado de la energía en el volumen elemental representativo VER, *i.e.* REV esta dado por la cantidad de masa  $m_i$  de un diámetro de partícula respecto de la masa total  $m_t$  para una cierta discretización de tamices N.

$$\overline{U}_{REV} = \sum_{i=1}^{N} f(\lambda(U)_i) \left(\frac{m_i}{m_t}\right)$$
(2.15)

Donde  $\lambda$  es el valor promedio de la distribución normal asociada a la energía elástica acumulada por el material durante la carga. En la Fig. 2.7 se muestra el ajuste entre el modelo de predicción desarrollado y sus datos experimentales para materiales granulares densos como grava y enrocado. En la Fig. 2.7a se muestra que la probabilidad de rotura aumenta conforme crece la energía del sistema. A su vez, la Fig. 2.7b presenta que conforme aumenta el confinamiento, disminuye la gradación de las partículas.

# 2.4. INVESTIGACIONES EXPERIMENTALES EN MATERIALES GRUESOS EN CHILE

#### 2.4.1. Ensayos con Equipo Triaxial Gigante

Los esfuerzos más importantes para caracterizar mecánicamente material grueso en Chile han sido realizados en las instalaciones de *IDIEM*, gracias al desarrollo de un equipo triaxial gigante con capacidad de diámetro máximo de partículas de 7". En este equipo se han ensayado muestras de grava de Santiago y de otros materiales gruesos de diámetro variable hasta un máximo de 2" (ver Fig. 2.8). Uno de los focos principales de las investigaciones conducidas con este equipo ha sido el de estudiar la factibilidad de recrear la resistencia al corte mediante la técnica de curvas *homotéticas* (Gesche, 2002; De la Hoz, 2007; Dorador, 2010; Besio, 2012), que son curvas granulométricas paralelas a la del material original, pero de menor tamaño de partículas. Sin perjuicio de las ventajas que representa este método, la presencia de rotura hace que el uso de esta técnica no sea aplicable por 3 razones fundamentales:



FIG. 2.7. Resultados de validación en modelo probabilístico para distintos confinamientos (Nieto-Gamboa y Lopez-Caballero, 2011).

 a) La angularidad es un parámetro relevante a la hora de determinar la cantidad de rotura, y en este caso no es posible mantener la relación de angularidad de las partículas de la muestra original respecto de la homotética, ni su microfracturamiento a nivel granular.

- b) Se ven efectos de escala (disminución de envolvente de tensiones) debido a que no se mantiene la misma distribución de tensiones sobre las partículas una vez producida la rotura (Frossard et al., 2012).
- c) Generan una buena estimación para la resistencia al corte, pero no así para las deformaciones volumétricas asociadas y estas deformaciones son una variable restrictiva en el problema y en el diseño de depósitos de estéril.



FIG. 2.8. Equipo Triaxial Gigante de IDIEM

#### 2.4.2. Ensayos sobre Lastre Minero de División Andina

El equipo presentado en la sección anterior se utilizó para ensayar lastre *ROM* (*Run of Mine*) de la división *Andina* de *CODELCO*, por encargo de la empresa *ARCADIS*.

La División Andina se encuentra ubicada en la cordillera de la región de Valparaíso, a 38 y 50 Km de las ciudades de Los Andes y Santiago respectivamente, y sus instalaciones se encuentran entre los 3.500 y 4.200 *msnm*. La mineralización proviene principalmente del yacimiento Río Blanco, que geológicamente corresponde a un yacimiento tipo pórfido cuprífero. Andina es propietaria de la parte oriental de este yacimiento.

La Fig. 2.9 presenta las litologías predominantes en el sector. Según la clasificación obtenida del Servicio Nacional de Geología y Minería (SERNAGEOMIN, 2003), son:

- a) M3I (Mioceno Inferior-Medio): Complejos volcánicos parcialmente erosionados y secuencias volcánicas: lavas, brechas, domos y rocas piroclásticas andesítico basálticas a dacíticas.
- b) MSH (Mioceno Superior, 8-5 Ma): Pórfidos andesíticos, dacíticos y granodioríticos de hornblenda, portadores de mineralización de tipo Pórfido cuprífero y chimeneas de brechas.
- c) MSG (Mioceno Superior, 13-7 Ma): Granodioritas de hornblenda y biotita, en menor proporción monzogranitos, monzonitas cuarcíferas y monzodioritas.



FIG. 2.9. Caracterización Geológica de División Andina (SERNAGEOMIN, 2003)

La Fig. 2.10 muestra la geometría proyectada del depósito de la División *ANDINA*. Este depósito consta de 3 materiales fundamentales: *ROM* (Lastre), *Crushed* (Chancado, material post-fragmentado pero no procesado) y *Leached* (Lixiviado, material de desecho de procesamiento en planta). Si se considera una altura máxima efectiva entre 300 y 560 m, una densidad promedio de 22  $\frac{kN}{m^3}$  y un coeficiente de empuje en reposo  $K_0$  de 0.4, la presión media efectiva en la sección basal estarán en un rango entre 3.5 *MPa* y 7.0 *MPa* 

Algunos de sus resultados se presentan en la Fig. 2.11 (Bard et al., 2007; Valenzuela et al., 2007; Bard et al., 2011). En ella se presenta la evolución del peso específico seco  $\gamma_d$  para distintos materiales sometidos a distintos tipos de ensayos a alta presión, donde



FIG. 2.10. Geometría proyectada de Depósito de División *ANDINA*. Gentileza de *ARCADIS* 

los resultados en azul son los de lastre ROM. Los confinamientos ensayados se pueden relacionar con la altura de depósito esperada y por lo tanto con la densidad del material esperada en obra.



FIG. 2.11. Ensayos a Lastre ROM por IDIEM y ARCADIS

## 2.4.3. Resultados experimentales

Bard et al. (2011) presenta un completo estudio sobre la respuesta a altas presiones de los 3 tipos de materiales presentes en el depósito. El lastre, material sobre el que se enfoca
el presente estudio, se compone principalmente de rocas intrusivas porfídicas (andesitas y granodioritas), con dureza media a alta, resistencia a la compresión simple de 120 *MPa* y partículas angulares a subangulares.

La existencia efectiva de rotura de partículas de lastre queda de manifiesto en la Fig. 2.12, que presenta la variación de las curvas de granulometría luego de ensayos triaxiales drenados y edométricos. Como era de esperar, a mayor confinamiento hay más rotura, inclusive llegando a cambios superiores a 15 % para el caso de malla #4.

Cabe notar que para diámetro de partículas muy grandes y muy pequeñas, 8<sup>°</sup> y 0.074 *mm*, respectivamente, los cambios de granulometría son prácticamente nulos, y es el segmento entre gravas y arenas el más susceptible a la rotura debido a la capacidad de carga del equipo utilizado.



FIG. 2.12. Variación curva granulométrica para ensayos sobre Lastre con rotura, donde las curvas para Lastre están en azul y las de Lixiviado en rojo. (a) Triaxiales Drenados; (b) Consolidación edométrica.

Las Fig. 2.13 y Fig. 2.14 presentan el detalle de los resultados triaxiales y edométricos que serán la base de la calibración del set de parámetros para el modelo implementado en el presente trabajo, y que también evidencia el efecto de la rotura. Cabe recordar que el índice de vacíos e se relaciona con el volumen específico v mediante:

$$v = e + 1 \tag{2.16}$$

En el gráfico p' - q de la Fig. 2.13 se aprecia una evolución en la pendiente de la envolvente de falla de Mohr-Coulomb, y que indica una disminución de los parámetros de resistencia para altas tensiones. Esto se relaciona con la rotura debido a que un material granular de partículas más redondeadas tiende a generar menor trabazón mecánica (i.e. gravas y arenas para similares condiciones). La evolución del índice de vacíos *e* será necesaria para determinar la calibración de deformaciones en los capítulos siguientes.

En la Fig. 2.14 se presenta el ensayo edométrico para distintas presiones verticales máximas. Se puede observar que a altas presiones el módulo de compresión edométrico  $C_c$  va aumentando progresivamente una vez superada la rama de recompresión

# 2.5. CONSIDERACIONES PARA LA MODELACIÓN

Aun cuando hay varias formas de abordar el problema, diferenciándose en las hipótesis y el tratamiento de los parámetros, todas concuerdan en la relevancia de la variación de la granulometría como indicador de fracturamiento, así como de la energía disipada durante el proceso de rotura de partículas. Este efecto se introduce a través de parámetros que modelan la propensión del material de sufrir rotura, y generalmente se relacionan con la litología, la redondez y el diámetro de las partículas. Así mismo, el nivel de carga al que será sometido el material también aparece como un factor muy relevante.

De las opciones posibles, en esta investigación se ha optado por implementar un modelo determinístico que separa el comportamiento en una parte elástica y otra de comportamiento plástico (enfoque elastoplástico) para incorporar los mecanismos de generación de deformaciones irreversibles, incluida la rotura de partículas. El nivel de fracturamiento será incorporado a través de parámetros que caractericen la propensión del material de sufrir rotura, vinculados a la evolución de las deformaciones irreversibles en el modelo. Para la calibración del modelo se emplearán principalmente el set de ensayos triaxiales y edométricos presentados en las Fig. 2.13 y Fig. 2.14.



FIG. 2.13. Ensayos sobre Lastre de División Andina, caso TXD (Bard et al., 2011)



FIG. 2.14. Ensayos sobre Lastre de División Andina, caso COD (Bard et al., 2011)

# Capítulo 3. MODELOS ELASTOPLÁSTICOS SIN ROTURA

El suelo es un material complejo del punto de vista de la caracterización mecánica. Si bien la teoría de Mohr-Coulomb fue usada desde mediados del siglo *XIX*, no fue hasta los 60's que apareció el primer modelo de comportamiento elastoplástico capaz de reproducir razonablemente el comportamiento mecánico de los suelos, no solo a nivel de resistencia, sino también recreando la trayectoria de tensiones y deformaciones del material (Duncan y Chang, 1970; Schofield y Wroth, 1968).

#### 3.1. Fundamentos de los Modelos Elastoplásticos

Se asume pequeñas deformaciones y por lo tanto se acepta la descomposición del incremento del tensor de deformaciones como:

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p \tag{3.1}$$

Donde  $\underline{\dot{e}}^{e}$  es el incremento de deformaciones elásticas y  $\underline{\dot{e}}^{p}$  el incremento plástico. Los modelos de comportamiento clásicos basados en la teoría elastoplástica se componen entonces de 4 elementos fundamentales:

 a) Comportamiento Elástico: Establece que únicamente la parte elástica de las deformaciones genera incremento de tensiones. En esta instancia las variaciones de tensiones pueden ser representadas exclusivamente como:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{D}}}^{e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{e}$$
(3.2)

Donde  $\underline{\dot{\sigma}}$  corresponde al incremento del tensor de tensiones,  $\underline{\underline{D}^e}$  al tensor elástico de cuarto orden y  $\underline{\underline{\dot{c}^e}}$  el tensor de deformaciones elásticas (ver detalle en Anexo A).

b) Superficie de Carga: Formulación matemática que busca modelar el límite del rango elástico.Si el material sale del rango elástico entra en fluencia, entendida en materiales granulares como reorganización irreversible de sus partículas dentro del esqueleto sólido, y por ende se producen deformaciones residuales o plásticas. En los modelos tradicionales la condición de fluencia genera superficies en función del estado tensional. En su forma general esta condición se expresa como:

$$F = F\left(\underline{\sigma}, \mathbb{E}\right) = 0 \tag{3.3}$$

Donde  $\mathbb{E}$  agrupa los parámetros característicos del estado del material (también conocido como variables internas), así como los parámetros que rigen la evolución del material.

c) Regla de Flujo: Caracteriza la generación de las deformaciones plásticas si la superficie de fluencia ha sido alcanzada. Generalmente se guía por la regla de *Normalidad*, es decir, que las deformaciones van siguiendo el vector normal a la superficie de carga. Para expresar reglas de flujo más generales se define una función potencial ℙ como:

$$\mathbb{P} = \mathbb{P}\left(\underline{\sigma}, \mathbb{E}\right) = 0 \tag{3.4}$$

Si esta función matemática o funcional de funciones es la misma que la condición de fluencia, se dice que es *Asociado* o *normal*, sino es así se considera flujo *No Asociado*. Ambas opciones se muestran en la Fig. 3.1, que presenta un estado tensional donde se calcula el gradiente cuando el estado de tensiones se encuentra sobre la superficie de carga. También se presenta la hipótesis de flujo asociado, en cuyo caso la componente plástica de las deformaciones sigue el vector normal a la superficie de carga.

Una vez definida la regla de flujo es posible representar las deformaciones plásticas mediante la relación:

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}^{p}}} = \Lambda \cdot \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \underline{\sigma}}$$
(3.5)

Donde  $\Lambda$  es un escalar llamado *Ponderador Plástico* o *Multiplicador Plástico*. Si existe una carga plástica, el nuevo estado de tensiones debe cumplir la *condición de Consistencia*:

$$\dot{F}\left(\underline{\sigma},\mathbb{E}\right) = 0$$
(3.6)



FIG. 3.1. Esquemas de Reglas de Flujo. Adaptado de Michalski y Rahma (1989)

Que indica que si ocurre carga, la superficie debe desplazarse junto al estado de tensiones. Expresando la componente elástica de deformaciones como la diferencia entre las totales y la plástica, y luego reemplazando en la ecuación de consistencia, se obtiene una expresión para el ponderador plástico:

$$\Lambda = \frac{\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} : \underline{\underline{c}}^{p}}{\frac{\partial F}{\partial \underline{\sigma}} : \underline{\underline{D}} : \underline{\partial}\underline{\underline{P}} + H}$$
(3.7)

Donde *H* es el módulo de endurecimiento, que se puede calcular mediante (Potts y Zdravkovic, 1999):

$$H = \frac{-1}{\Lambda} \cdot \frac{\partial F}{\partial \mathbb{E}} \cdot \frac{\partial \mathbb{E}}{\underline{\varepsilon}^{\underline{p}}} \cdot \underline{\underline{\varepsilon}^{\underline{p}}}$$
(3.8)

Para efectos de implementación, conviene relacionar los incrementos de deformaciones totales y el incremento de tensiones mediante el denominado tensor elastoplástico, definido como:

$$\underline{\underline{D}}^{ep} = \underline{\underline{D}}^{e} - \frac{\underline{\underline{D}}^{e}}{\underbrace{\underline{\partial}}\overline{\underline{F}}} : \frac{\partial F}{\partial \sigma} \otimes \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \sigma} : \underline{\underline{D}}^{e}}{\underbrace{\underline{\partial}}\overline{\underline{F}}} : \frac{\partial F}{\partial \sigma} + \underline{\underline{D}}^{e} : \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \sigma}$$
(3.9)

Tal que:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{D}^{ep}} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}$$
(3.10)

30

d) Endurecimiento: Relación que refleja la variación del dominio elástico del material en función de su historia de cargas. Si el material es considerado como suelto por tener baja densidad relativa, sus deformaciones irreversibles tenderán a ser contractivas y se hará más denso. Si por el contrario el material tenía una alta densidad relativa inicial, al momento de aplicar un esfuerzo de corte la tendencia será más bien a experimentar dilatancia, generando deformaciones volumétricas negativas. En forma general se define la evolución del endurecimiento como:

$$\dot{\mathbb{E}} = \mathbb{E}\left(\underline{\sigma}, \underline{\varepsilon}^{\underline{p}}, \underline{\dot{\varepsilon}^{\underline{p}}}\right) \tag{3.11}$$

Esta forma refleja que la evolución del dominio elástico depende tanto del estado de tensiones actuales, de la historia de cargas, como del incremento de las deformaciones irreversibles. Con estos elementos es posible reproducir trayectorias de carga arbitraria, incluyendo características particulares del material granular como la existencia de resistencia *Peak* y la condición de *Estado Crítico*. La primera, en general, se produce cuando el material tiene una densidad relativa alta y sufre dilatancia, alcanzando una resistencia máxima superior a la resistencia final para grandes deformaciones. La segunda se produce cuando a grandes deformaciones el material cae en una condición de distorsión creciente asintóticamente sin cambio de volumen a esfuerzo de corte constante. La existencia de un *peak* de resistencia y el comportamiento dilatante se asocia a un material más bien denso, aunque en estado crítico (a gran deformación), el material alcanzará la misma resistencia residual que a una condición inicial más suelta, pues es propiedad intrínseca del tipo de suelo (Fig. 3.2).

#### **3.1.1. Integración del Modelo**

Para la implementación numérica de un modelo constitutivo hay que generar un algoritmo de integración, tal que respete las condiciones de carga en tensión o en deformación impuestas al problema.

En términos generales para la integración de un modelo constitutivo se evalúa un punto material, análogo a un punto de integración en un esquema de elementos finitos, y



FIG. 3.2. Esquema de condición de estado crítico en suelos granulares sometidos a gran deformación

sobre su estado inicial se aplica una cierta carga. Luego se debe comprobar si las tensiones inducidas, suponiendo que las deformaciones son puramente elásticas, violan la superficie de fluencia F o no (Fig. 3.3), ocurriendo 3 posibles situaciones:

a) **Si** *F* < 0

El estado tensional queda contenido dentro de la superficie de fluencia. En este caso las deformaciones son puramente elásticas ( $\underline{\underline{\dot{e}}}^p = \underline{0}$ ) y no hay evolución de la superficie de fluencia. Esta situación se da también en descarga, pues por defecto las descargas son elásticas.

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{D}}^e \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e \tag{3.12}$$

b) Si F=0

Se alcanza la condición de fluencia y el estado tensional se encuentra justo sobre el límite elástico. No se sabe *a priori* si el material está siendo cargado.

c) Si F > 0

El estado tensional se encuentra violando la superficie de fluencia y es mayor al permitido ( $\underline{\sigma_b}$ ), por lo que el material va a cambiar su estado a una nueva superficie de fluencia (F' = 0). Este nuevo estado de tensiones será producto de una

combinación de deformaciones elásticas y plásticas, que satisfacen la deformación impuesta total, ya que el estado en  $\sigma_c$  no es admisible.

La implementación inicialmente se obtiene de la intersección con la superficie de fluencia, mostrada en el punto  $\underline{\sigma_b}$  de la Fig. 3.3, hasta donde las deformaciones serán puramente elásticas. En este caso  $\Delta \underline{\underline{\dot{e}}}$  es la porción elástica inicial del incremento total de deformaciones, y  $(1 - \Delta)$  el excedente del incremento total de deformaciones que originará la nueva superficie de fluencia F'.

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e = \Delta \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} \tag{3.13a}$$

$$(1 - \Delta)\underline{\dot{\varepsilon}} = \underline{\dot{\varepsilon}}^{e}_{[F'=0]} + \underline{\dot{\varepsilon}}^{p}_{[F'=0]}$$
(3.13b)



FIG. 3.3. Proceso iterativo del método de integración explícito

Una vez que se determina que es preciso actualizar la posición de la superficie de fluencia, mediante un proceso iterativo se calculan las deformaciones plásticas asumiendo que puede tomar todo el incremento en un único paso. Si no se consigue una buena integración directa de acuerdo a los criterios de convergencia establecidos, la integración se puede conducir mediante n sub-incrementos (avance por tramos en Fig. 3.3) hasta llegar a un estado final deseado en términos de la carga impuesta. Estos sub-incrementos tendrán una componente elástica y una plástica.

$$(1-\Delta) \cdot \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \sum_{m=1}^{n} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{m}^{e} + \sum_{m=1}^{n} \delta \underline{\underline{\varepsilon}}_{m}^{p}$$
(3.14)

Durante este proceso de integración, se actualiza continuamente la superficie de fluencia  $(F'_{[n]} \rightarrow F'_{[n+1]})$  y luego se repite el procedimiento para un nuevo estado de carga.

Con las deformaciones plásticas  $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$  obtenidas explícitamente se calcula la variación de tensiones como:

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{D}^e} : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}^e}} = \underline{\underline{D}^e} : \left(\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} - \underline{\underline{\dot{\varepsilon}^p}}\right)$$
(3.15)

#### **3.2. MODELO CAM-CLAY**

El Modelo Cam-Clay fue el primer modelo de superficie de fluencia cerrada para suelos basado en los principios elastoplásticos que introdujo la noción de estado crítico (Schofield y Wroth, 1968), siendo un gran avance respecto a las capacidades de modelación existentes hasta ese momento en mecánica de suelos. Aunque ha sufrido leves modificaciones y muchos investigadores han propuesto mejoras, sigue siendo un referente para el desarrollo de modelos constitutivos. El modelo inicialmente contemplaba una superficie de carga de tipo logarítmico, pero esta tenía dificultades para la definición de flujo de tensiones en la presión de preconsolidación, por lo que se derivó al modelo *Modificado*, que se muestra en la Fig. 3.4, y se detalla a continuación.



FIG. 3.4. Modelos Cam-Clay en plano p' - q: Original (NOR) y Modificado (MOD)

#### 3.2.1. Formulación del Modelo

El modelo describe el material sobre la base de la teoría elastoplástica, acoplando las deformaciones plásticas con la curva de recompresión-compresión isotrópica. Eso permite que su formulación 2D original sea sencilla, y puede ser fácilmente extendida al caso 3D.

#### 3.2.1.1. Rango Elástico

El volumen específico de la muestra (v = 1 + e), queda totalmente definido por:

$$v = v_0 + \kappa \cdot \log(p') \tag{3.16}$$

Donde  $v_0$  es el volumen específico de preconsolidación y  $\kappa$  el módulo de recompresión. En la Fig. 3.5 se presenta el gráfico p' - v, donde los tramos  $\vec{OA}$ ,  $\vec{ABC}$ ,  $\vec{BCD}$  representan la consolidación normal, la descarga y recarga sobre un material previamente consolidado, y consolidación sobre un material preconsolidado respectivamente.



FIG. 3.5. Variación del volumen específico en modelo Cam-Clay (Atkinson, 2007)

A su vez, el módulo de compresibilidad se define en función del confinamiento y del volumen específico v:

$$K = \frac{v \cdot p'}{\kappa} \tag{3.17}$$

Por otro lado la parte elástica en corte queda definida por su módulo:

$$G = 3 \cdot K \cdot \frac{1 - 2 \cdot \nu}{2 + 2 \cdot \nu} \tag{3.18}$$

Y el tensor elástico  $\underline{\underline{D}}^{e}$ , queda completamente definido por K y G al asumir elasticidad isotrópica. Es importante notar que G es función de K, y éste a su vez del confinamiento efectivo p'

# 3.2.1.2. Fluencia

La versión *Modificada* puede ser escrita en términos de p' - q y la pendiente de la recta de estado crítico M (Schofield y Wroth, 1968) como:

$$F = q^{2} - M \cdot (p' - p'_{pr}) = 0$$
(3.19)

Donde el parámetro  $p'_{pr}$  es la presión de preconsolidación, o máxima tensión a la que ha estado expuesto el material en su historia, y la pendiente de la recta corresponde al parámetro de estado crítico M.

En un estado de tensiones tridimensional (Potts y Zdravkovic, 1999; Zienkiewicz et al., 1999) la superficie de fluencia se define en términos del segundo invariante de tensiones  $J_2$  (ver Anexo A). Luego la misma función de fluencia puede ser reescrita como:

$$F = \frac{J_2}{p'^2 M^2} - \frac{p'_{pr}}{p'} + 1 = 0$$
(3.20)

## 3.2.1.3. Regla de Flujo

La regla de flujo es de tipo asociada:

$$\mathbb{P} = q^{2} - M \cdot (p' - p'_{pr}) = 0$$
(3.21)

O bien para el caso 3D en términos de los invariantes:

$$\mathbb{P} = \frac{J^2}{p'^2 M^2} - \frac{p'_{pr}}{p'} + 1 = 0$$
(3.22)

#### 3.2.1.4. Endurecimiento

El endurecimiento o *Hardening* puede ser positivo o negativo dependiendo si el estado tensional medio es mayor o menor al intercepto de la superficie de fluencia actual con la recta de estado crítico *CSL*, donde el parámetro que denota la evolución del dominio elástico es  $p'_{pr}$ . La hipótesis fundamental del modelo es que la variación de la presión de preconsolidación estará relacionada tanto con el volumen específico como con la presión actual, con ello es posible caracterizar el endurecimiento del material. Las deformaciones plásticas generan una variación del volumen específico, trasladando la recta de recompresión en el plano logp' - v y cambiando la presión de preconsolidación mediante un endurecimiento isotrópico, tal como se muestra en la Fig. 3.6, según:

$$\frac{\partial F}{\partial \varepsilon_v^p} = -p' \cdot p'_{pr} \cdot \frac{v}{\lambda - \kappa}$$
(3.23)

Donde  $\lambda$  es la pendiente de recta de compresión normal NCL. Luego el módulo de endurecimiento queda:

$$H = \frac{-1}{\Lambda} \cdot \frac{\partial F}{\partial p'_{pr}} \cdot \frac{\partial p_{pr}}{\partial \underline{\varepsilon}^{p}} \cdot \underline{\dot{\varepsilon}^{p}} = M^{2} \cdot p' \cdot p'_{pr} \cdot v \cdot \frac{M^{2} \cdot p' + M^{2} \cdot (p' - p'_{pr})}{\kappa - \lambda}$$
(3.24)

#### 3.2.2. Resumen de Parámetros

El modelo queda totalmente definido por el estado tensional  $\underline{\sigma'}$  y las variables presentadas en la Tabla 3.1. En la literatura puede encontrarse otras variantes equivalentes.

TABLA. 3.1. Propiedades de modelo Cam-Clay. Adaptado de Fernandes (2009)

Parámetro	Función
$\kappa$	Pendiente de recta de recompresión en gráfico $ln(p') - v$
$\lambda$	Pendiente de recta de consolidación isotrópica (o NCL) en gráfico $ln(p') - v$
М	Pendiente de recta de estado crítico (CSL) en el plano $p' - q$ , es función del
	ángulo de fricción interna $\phi'$ según $M = rac{6 \cdot \sin \phi'}{3 - \sin \phi'}$
$\nu$	Módulo de Poisson.
$p'_{pr}$	Presión de preconsolidación inicial. Si es NC será la tensión actual
$v_0$	Volumen específico del material a nivel de presión de preconsolidación



FIG. 3.6. Variación de presión de preconsolidación en modelo Cam-Clay (Atkinson, 2007)

## 3.2.3. Calibración del Modelo

La implementación desarrollada en el curso de esta investigación, y disponible mediante la *GUI* descrita en el Anexo B, se validó ante los resultados obtenidos con el software *CodeAster*, que posee una implementación de este modelo para trayectorias de carga arbitrarias. Los parámetros empleados se presentan en la Tabla 3.2. La validación para una trayectoria triaxial drenada (TXD) se presenta en la Fig. 3.7. Otras trayectorias se presentan en el Anexo C.

TABLA. 3.2. Parámetros de validación de Modelo Cam-Clay

Parámetro	Valor	Unidad
$\kappa$	0.05	-
$\lambda$	0.25	-
M	1.2	-
$\nu$	0.2	-
$p'_{pr}$	300	kPa
$v_0$	2	-

Como se observa en la Fig. 3.7a, la implementación se ajusta con los resultados del software tanto en tensiones como en deformaciones. Es interesante notar que la implementación de *CodeAster* es completamente implícita, mientras que la desarrollada es de tipo explícita con sub-incrementos. La evolución progresiva de la superficie de carga (*i.e.* endurecimiento) se muestra en la Fig. 3.7b.

El objetivo de la implementación del modelo Cam-Clay, en el marco de este trabajo, fue el de crear una base para la implementación y para la *GUI*, sirviendo de paso intermedio para la implementación de un modelo más complejo.



FIG. 3.7. Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo TXD

# 3.3. MODELO ELASTOPLÁSTICO MULTIMECANISMO DE HUJEUX

El modelo ECP (Hujeux, 1985) es un modelo elastoplástico para suelos, que considera mecanismos de deformaciones irreversibles de 2 tipos: por corte (que se descompone sobre 3 planos ortogonales coincidentes con los ejes cartesianos) y una componente isotrópica. Cada una de estas componentes actúa independientemente, pero se acoplan a través de la evolución de las deformaciones volumétricas plásticas (Michalski y Rahma, 1989; ZACE, 2007).

Las hipótesis y consideraciones fundamentales son:

a) Se asume que los módulos de compresibilidad y corte obedecen a un modelo elástico no lineal en función del confinamiento. La no-linealidad está dada por un coeficiente N en relación a un confinamiento de referencia  $p'_{ref}$ .

$$G = K \cdot \frac{3 \cdot (1 - 2 \cdot \nu)}{2 \cdot (1 + \nu)}$$
(3.25a)

$$K = K_{ref} \left(\frac{p'}{p'_{ref}}\right)^N \tag{3.25b}$$

$$G = G_{ref} \left(\frac{p'}{p'_{ref}}\right)^N$$
(3.25c)

Donde  $K_{ref}$  y  $G_{ref}$  son los módulos elásticos de compresión y corte a la presión de referencia  $p'_{ref}$ , y  $\nu$  es el módulo de Poisson.

b) El comportamiento del material se descompone en 3 subdominios: *elástico* (no disipa energía, deformaciones reversibles), *histerético* (disipa energía con deformaciones plásticas por corte) y *movilizado* (las deformaciones por corte controlan la resistencia del material). El nivel de movilización de cada mecanismo es registrado por las variables de evolución  $r_k$  (k=1...3) y  $r_{iso}$ , que parten de un valor mínimo del orden de 1 %, que define el rango elástico, hasta llegar a la unidad cuando el material ha movilizado toda su resistencia.

c) Para descomponer el efecto de los mecanismos por corte se reduce a un estado tensional  $\underline{\sigma'_k}$  en términos de cada plano ortogonal k. Es decir, si se asumen 3 ejes ortogonales i, j y k, el tensor descompuesto  $\underline{\sigma'_k}$  se define como:

$$\underline{\underline{\sigma}_{k}^{'}} = \begin{bmatrix} \sigma_{i} & \tau_{ij} \\ \tau_{ij} & \sigma_{i} \end{bmatrix}$$
(3.26)

En dicho plano es posible obtener la tensión promedio reducida  $p'_k$  y el desviador  $\underline{s}_k$ , definido como:

$$p'_{k} = \frac{1}{2} \cdot \left(\underline{\sigma'_{k}}\right) \tag{3.27a}$$

$$\underline{\underline{s}_{k}} = \underline{\underline{\sigma}_{k}'} - \frac{1}{2} \cdot \left(\underline{\underline{\sigma}_{k}'}\right) \cdot \underline{\underline{I}_{k}}$$
(3.27b)

Análogamente en términos de deformaciones se obtiene:

$$\varepsilon_{s_k} = \begin{bmatrix} \varepsilon_i - \varepsilon_j & 2\gamma_{ij} \end{bmatrix}'$$
 (3.28a)

$$\varepsilon_{v_k} = \varepsilon_i + \varepsilon_j \tag{3.28b}$$

d) La resistencia al corte proyectada sobre un plano es de tipo Mohr-Coulomb.La superficie de fluencia será función del esfuerzo desviador  $\underline{s}_k$  en un plano ortogonal k (en adelante  $\Pi_k$ ), el nivel de movilización de la resistencia del material y las deformaciones volumétricas plásticas totales a través de la presión crítica efectiva  $p'_{cr}$ :

$$F_k = |s_k| - p'_k \cdot \sin \phi \cdot r_k \left( 1 - b \cdot \log \left( \frac{p'_k}{p'_{cr}} \right) \right) = 0$$
(3.29)

Donde *b* es un parámetro de forma de la superficie de fluencia  $\in [0, 1]$ , presentado en la Fig. 3.8.

e) El acoplamiento de los mecanismos a través de las deformaciones volumétricas plásticas se expresa mediante la presión crítica efectiva  $p'_{cr}$ :

$$p'_{cr} = p'_{cr_{ini}} \cdot e^{\beta \varepsilon_v^p} \tag{3.30}$$



FIG. 3.8. Superficie de Fluencia para los planos desviadores, donde b = 0 implica criterio de Mohr-Coulomb y b = 1 la superficie de carga de Cam-Clay (Sáez, 2009).

Donde  $p'_{cr_{ini}}$  es la presión de preconsolidación de la recta de estado crítico en el índice de vacíos inicial,  $\beta$  es la compresibilidad del medio y  $\varepsilon_v^p$  son las deformaciones volumétricas plásticas, definidas como:

$$\varepsilon_v^p = \sum_k \varepsilon_{v_k}^p \tag{3.31}$$

f) El modelo actualizará la memoria del material dependiendo si la carga es monótona o cíclica. Si es monótona lo hará según la máxima fricción que haya movilizado; si es cíclica según la última inversión de cargas, considerando que se ha actualizado la movilización del corte. Este enfoque de doble memoria (inversión de carga y movilización) se presenta en la Fig. 3.9. Para cada plano desviador se considera un espacio de tensiones de corte que definen un vector desviador  $\underline{s}_k$ . El radio de movilización se define como el nivel de avance en el desarrollo del esfuerzo de corte. Al momento de descargar se asume una primera parte elástica. Si correspondiera que se excede el radio elástico en descarga entonces se desarrollan deformaciones residuales en este nuevo sentido, donde la magnitud del vector de cargas en el eje de esfuerzos de corte será el nivel de movilización y la dirección estará asociada a la inclinación de la carga proyectada sobre el plano k correspondiente. Este procedimiento se repite para los distintos ciclos de carga y permite tomar en cuenta el continuo cambio de la dirección de la carga para casos cíclicos, como por ejemplo, durante cargas sísmicas.



FIG. 3.9. Registro de Memoria del material ante cargas cíclicas. Adaptada de Foucault (2009).

 g) También se define una superficie de carga para las trayectorias puramente isotrópicas. La superficie se define en términos de:

$$F_{iso} = |p'| - p'_{cr} \cdot d \cdot r_{iso}$$
(3.32)

Tal que *d* es un parámetro de distancia entre *CSL* y *NCL*, y  $r_{iso}$  será el nivel de movilización de este mecanismo, según se presenta en la Fig. 3.10.



FIG. 3.10. Parámetro de movilización isotrópica en plano  $e - \log p'$  (Sáez, 2009).

h) La ley de dilatancia está definida por una expresión basada en el ángulo característico de dilatancia  $\psi$ , sobre cada plano k (Luong, 1980). El modelo permite seleccionar una de las tres hipótesis para la regla de flujo plástico:

$$\Psi_{k} = \begin{cases} \sin \psi - \frac{q_{k}}{p'_{k}} \cos \theta & \text{Hujeux} \\ \sin \psi - \frac{q_{k}}{p'_{k}} & \text{Roscoe} \\ \sin \psi & \text{Mohr-Coulomb} \end{cases}$$
(3.33)

Donde  $\theta$  es el ángulo entre <u>s</u><sub>k</sub> y su proyección entre sobre el plano k.

- i) El parámetro de movilización del mecanismo isotrópico va desde el dominio elástico a la movilización total ( $r_{iso} \approx 1$ ). Este parámetro se puede interpretar como el nivel de consolidación del material.
- j) La integración de la ley es explícita. Además en cada iteración se toman subincrementos para mejorar la precisión ante la no-linealidad del material.

#### 3.3.1. Integración del Modelo

## 3.3.1.1. Inicialización del modelo

En primera instancia se define el índice de vacíos en función de la porosidad n.

$$e = \frac{n}{1-n} \to n = \frac{e}{1+e} \tag{3.34}$$

Por otro lado, se define el tensor de tensiones totales como:

$$\underline{\sigma} = p \cdot \underline{I} + \underline{\underline{s}} \tag{3.35}$$

Tal que p es la tensión promedio y  $\underline{s}$  es el desviador de tensiones. Luego se obtienen las tensiones efectivas incorporando los efectos de presión de poros  $u_w$ .

$$\underline{\sigma'} = \underline{\sigma} - u_w \cdot \underline{I} \tag{3.36}$$

Los radios son parámetros adimensionales  $\in ]0, 1[$  que definen la movilización de la resistencia de cada mecanismo, y se asume inicialmente elástico. Luego, para los distintos planos ortogonales y el mecanismo isotrópico, se calcula el nivel de movilización igualando la superficie de fluencia a cero y comparando dicho valor con el límite elástico inicial:

$$r_{k} = \left\{ \frac{q_{k}}{p_{k}^{'} \left(1 - b \cdot \log\left(\frac{p_{k}^{'}}{p_{cr}}\right)\right)} \right\} \le r_{ela}$$
(3.37a)

$$r_{iso} = \frac{p'}{p'_{cr}} \le r_{ela} \tag{3.37b}$$

En el caso que la desigualdad no se cumpla se mantiene el valor inicial de radio elástico.

#### 3.3.1.2. Incremento elástico ante desequilibrio de tensiones

El incremento de carga estará dado por la diferencia entre el paso anterior y la carga actual.

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^{e} = \underline{\underline{\varepsilon}}_{[n+1]} - \underline{\underline{\varepsilon}}_{[n]} \tag{3.38}$$

Donde  $\underline{\varepsilon}_{=[n]}$  es el estado de cargas en deformaciones del paso precedente. En primera instancia se asume que el incremento de carga es puramente elástico.

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{D}^e} : \underline{\underline{\dot{c}^e}}$$
(3.39)

Donde  $D^e$  se calcula con los parámetros elásticos evaluados para la tensión promedio efectiva correspondiente de acuerdo a las expresiones de la ecuación 3.25. Con la carga efectiva determinada, se corrobora posteriormente si hay violación de la superficie de carga. Con los parámetros anteriores y la contribución de la presión de poros se puede definir el tensor de rigidez elástico, el cual puede ser reescrito de un tensor de cuarto orden a uno de segundo orden, asumiendo que el estado tensional puede ser reescrito como un vector de 7 componentes incorporando la presión de poros:

$$\underline{D^{e}} = \begin{bmatrix} K + \frac{2\mu}{3} & K - \frac{\mu}{3} & K - \frac{\mu}{3} & 0 & 0 & -1 \\ K - \frac{\mu}{3} & K + \frac{2\mu}{3} & K - \frac{\mu}{3} & 0 & 0 & -1 \\ K - \frac{\mu}{3} & K - \frac{\mu}{3} & K + \frac{2\mu}{3} & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mu & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mu & 0 \\ -1 & -1 & -1 & 0 & 0 & 0 & -\chi_{compr} \cdot Sr \cdot n \end{bmatrix}$$
(3.40a)  
$$\underline{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{yy} & \sigma_{zz} & \tau_{xy} & \tau_{xz} & \tau_{yz} & u_{w} \end{bmatrix}'$$
(3.40b)

Donde  $\chi_{compr}$  es la compresibilidad del fluido y  $S_r$  es el nivel de saturación tal que 1 corresponde al caso totalmente saturado. Luego se resuelve el sistema lineal con las deformaciones impuestas:

A su vez, si hay presión de poros, esta puede ser calculada según sean las condiciones de drenaje del problema a resolver, que pueden ser impuestas o como consecuencia de la interacción agua-suelo al asumir que el incremento es elástico y el régimen perfectamente no drenado.

$$\dot{u_w} = \begin{cases} \Delta u_w & \text{si } u_w \text{ impuesta} \\ \dot{u_w} & \text{si es perfectamente no drenado y } \dot{\varepsilon_v} = 0 \end{cases}$$
(3.41)

## 3.3.1.3. Fluencia Mecanismos Desviadores

Se evalúa sobre cada plano desviador ortogonal. La ecuación de consistencia queda definida como:

$$\dot{F}_{k} = \frac{\partial F_{k}}{\partial ||\underline{s_{k}}||} \cdot \underline{\dot{s}_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial p'_{k}} \cdot \dot{p'_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial r_{k}} \cdot \dot{r_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial p'_{cr}} \cdot \dot{p'_{cr}}$$
(3.42)

Donde los términos son:

$$\frac{\partial F_k}{\partial \underline{s_k}} = \frac{\underline{s_k}}{||\underline{s_k}||} \tag{3.43a}$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial p'_k} = b \cdot r_k \cdot \sin \phi + r_k \cdot \sin \phi \cdot \left( b \cdot \log \left( \frac{p'_k}{p'_{cr}} \right) - 1 \right)$$
(3.43b)

$$\frac{\partial F_k}{\partial r_k} = p_k \cdot \sin \phi \left( b \cdot \log \left( \frac{p'_k}{p'_{cr}} \right) - 1 \right)$$
(3.43c)

$$\frac{\partial F_k}{\partial \varepsilon_v^p} = -b \cdot p'_k \cdot r_k \cdot \sin(\phi) \cdot \beta$$
(3.43d)

Para predecir comportamiento cíclico, se define el vector de sentido de carga  $v_k$ :

$$\underline{\hat{v}}_{k} = \left(\underline{\hat{\sigma}_{k}}_{[b]} - \underline{\hat{v}_{k}}_{[n]}\right) \cdot r_{k} \tag{3.44}$$

Donde  $\underline{\hat{v}_{k}}_{[n]}$  es el sentido de la última carga en el plano k y  $\underline{\sigma_{k}}_{[b]}$  es el vector de orientación del estado tensional actual en el mismo plano. Si la superficie de fluencia ha sido alcanzada, se debe verificar la condición de carga plástica En el caso que haya inversión de carga, el radio de movilización de ese mecanismo está dado por:

$$r_k = r_k^{cyc} + \left(\frac{\partial F}{\partial \underline{s}_k} \cdot \underline{v}_k\right) \tag{3.45}$$

En este caso  $r_k^{cyc}$  es el grado de movilización de la resistencia luego de la inversión del sentido de carga (Fig. 3.9)

#### 3.3.1.4. Flujo Plástico en Mecanismos Desviadores

Para que el modelo calcule las deformaciones plásticas, debe reconocer si la superficie de fluencia es alcanzada y si hay una carga adicional que genere la actualización del dominio elástico actual (condición de carga plástica). Para ello se define un parámetro auxiliar  $\xi_k$  tal que:

$$\xi_k = F_k + \dot{F}_k \tag{3.46}$$

Mientras  $\xi_k$  sea negativo el material estará en rango elástico. Si el valor cambia a nulo o positivo, se está sobre la superficie de fluencia.

a) Descarga ( $\xi_k \leq 0$ ):

El radio de movilización será:

$$r_{k} = \max\left\{r_{k_{[n]}}, \frac{q_{k}}{p'_{k}\sin\phi\left(1 - b \cdot \log\left(\frac{p'_{k}}{p'_{cr}}\right)\right)}\right\} \le 1$$
(3.47)

Y los vectores de sentidos de carga y de tensiones son respectivamente:

$$\underline{v_k}_{[n]} = \frac{\partial F}{\partial \underline{s_k}} \tag{3.48a}$$

$$\underline{\sigma_{k}}_{[b]} = \frac{\underline{\sigma_{k}}_{[n]}}{p_k \sin \phi \left(1 - b \cdot \log \left(\frac{p_k}{p_{cr}}\right)\right)}$$
(3.48b)

Como la descarga es elástica se cumple que:

$$r_k^{cyc} = r_{ela} \tag{3.49}$$

b) Carga ( $\xi_k > 0$ ):

Se establece un criterio de flujo según alguna de las 3 hipótesis para la regla de flujo plástico comentadas en la Ec. 3.33:

$$\left(\frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \underline{\sigma'_k}}\right) = \underline{\Psi_k} \tag{3.50}$$

La expresión correspondiente a la hipótesis base se pondera por un término de movilización progresiva definido en función del radio de movilización de la superficie de carga:

$$\alpha(r_k)_k = \begin{cases} 0 & \text{si } r_k \le r^{hys} \\ \left(\frac{r_k - r^{hys}}{r^{mob} - r^{hys}}\right)^{\text{XM}} & \text{si } r^{hys} \le r_k \le r^{mob} \\ 1 & \text{si } r^{mob} \le r_k \le 1 \end{cases}$$
(3.51)

Donde XM es un parámetro del modelo y  $\alpha(r_k)_k$  simboliza la evolución de dominio de la movilización por corte. El significado de este es el grado de avance de la resistencia al corte del plano en cuestión, tal como se muestra en la Fig. 3.11.



FIG. 3.11. Representación gráfica de parámetro de movilización progresiva  $\alpha(r_k)$  (Sáez, 2009).

Por ejemplo, para el caso de la hipótesis de Roscoe, considerando la definición del ángulo característico (Luong, 1980), la forma final de la regla de flujo queda.

$$\Psi_{v_k} = \alpha_m \cdot \alpha(r_k)_k \left( \sin \psi - \frac{q_k}{p'_k} \right)$$
(3.52)

La interpretación física del ángulo característico  $\psi$  se presenta en la Fig. 3.12. Cuando el estado tensional reducido se ubica por debajo de la recta de estado característico determinada por  $\psi$  el modelo tiende a presentar un comportamiento contractante. Por otro lado, si supera dicha envolvente tiende a experimentar comportamiento dilatante.



FIG. 3.12. Sentido físico de ángulo de dilatancia  $\Psi$  (Sáez, 2009).

# 3.3.1.5. Mecanismo Isotrópico

Para la superficie de fluencia definida anteriormente, la condición de consistencia queda definida por  $\dot{F}_{iso}$ :

$$\dot{F_{iso}} = \frac{\partial F_{iso}}{\partial p'} \cdot \dot{p'} + \frac{\partial F_{iso}}{\partial r_{iso}} \cdot \dot{r_{iso}} + \frac{\partial F_{iso}}{\partial p'_{cr}} \cdot \dot{p'_{cr}}$$
(3.53)

Donde las componentes son:

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial p} = \frac{p'}{|p'|} \tag{3.54a}$$

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial r_{iso}} = -d \cdot p'_{cr} \tag{3.54b}$$

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial \varepsilon_{v}^{p}} = -d \cdot p_{cr}^{'} \cdot r_{iso} \cdot \beta$$
(3.54c)

51

La regla de flujo de este mecanismo es no asociada.

$$\mathbb{P}_{iso} = r_{iso} \left( \left( 1 - p'_{cr} \cdot d \cdot r_{iso} \right) - d \cdot \beta \cdot p'_{cr} \right)$$
(3.55)

Similarmente a los mecanismos desviadores, se comprueba si hay violación de la superficie de fluencia actualizada en términos del parámetro  $\xi_{iso}$ 

$$\xi_{iso} = F_{iso} + \dot{F}_{iso} \tag{3.56}$$

Según sea el estado de  $\xi_{iso}$  se verifica si el material queda en el rango elástico o no:

a) Rango Elástico ( $\xi_{iso} \leq 0$ ):

El radio de movilización monótono se definirá en función de las variables que caracterizan el estado del material y los parámetros del mecanismo:

$$r_{iso} = \frac{p'}{p'_{cr} \cdot d} \tag{3.57}$$

En el caso cíclico, como la descarga del material es elástica, se puede definir el radio cíclico como:

$$r_{iso}^{cyc} = r_{ela} \tag{3.58}$$

b) Rango Plástico ( $\xi_{iso} > 0$ ): Como el material es cargado isotrópicamente el vector de flujo se define como:

$$\frac{\partial \mathbb{P}}{\partial \underline{\sigma}} = r_{iso} \cdot \frac{\partial \mathbb{P}}{\partial p} \cdot \frac{p'}{\underline{\sigma}}$$
(3.59)

#### 3.3.1.6. Endurecimiento

La evolución del endurecimiento está diferenciada según cada mecanismo, se usan los parámetros a,  $a_{cyc}$  para los mecanismos por corte; así como c,  $c_{cyc}$  para el mecanismo isotrópico. Estos valores afectan directamente a la variación de los parámetros de movilización mediante las expresiones:

$$\dot{r}_k = \frac{(1 - r_k)^2}{a_{cyc} + \alpha(r_k)_k \cdot (a - a_{cyc})}$$
(3.60a)

$$\dot{r}_{iso} = \frac{(1 - r_{iso})^2}{c} \cdot \frac{p'_{ref}}{p'_{cr}}$$
(3.60b)

Y para el caso cíclico:

$$\dot{r}_{iso} = \frac{(1 - r_{iso})^2}{c_{cyc}} \cdot \frac{p'_{ref}}{p'_{cr}}$$
(3.61)

La evolución del parámetro de movilización va a ser el indicador del endurecimiento, y la superficie de fluencia al final del incremento considerado, empleará los valores de movilización actualizados:

$$r_k^{[n+1]} = r_k^{[n+1]} + \dot{r}_k \tag{3.62a}$$

$$r_{iso}^{[n+1]} = r_{iso}^{[n+1]} + \dot{r}_{iso}$$
(3.62b)

#### 3.3.1.7. Esquema de Integración y Convergencia

La integración del modelo se realiza mediante un método de integración explícita, que resulta más estable ya que no requiere de la resolución implícita de ecuaciones no lineales, pero requiere de un mayor número de sub-incrementos y podría ser menos eficiente dependiendo de la trayectoria de carga. Una vez calculadas las variaciones de la superficie de carga y de los potenciales plásticos se calculan los multiplicadores plásticos  $\Lambda_k$  y  $\Lambda_{iso}$  resolviendo el sistema no lineal para los mecanismos desviadores e isotrópico respectivamente.

Una vez calculados los multiplicadores plásticos, se procede a calcular los incrementos de las deformaciones plásticas y a actualizar las variables de endurecimiento. El método de integración parte desde el último estado de tensiones y deformaciones convergido, y mediante subincrementos actualiza el estado de tensiones y de las variables de endurecimiento, utilizando un máximo de subincrementos  $\chi_{INC}$ .

Existen ciertos criterios de convergencia a respetar que están ligados a la violación de la superficie de fluencia. En efecto, ya que las tensiones y las variables de endurecimiento se actualizan en forma independiente, es necesario verificar que el estado tensional al final del incremento se encuentre sobre la superficie de fluencia endurecida. Si no se satisface el error deseado se vuelve al estado anterior y se repite la integración con una subdivisión más fina del incremento. Una vez satisfechos todos los criterios de convergencia se actualiza el estado del material, considerando el estado tensional convergido y la presión de poros.

$$\underline{\underline{\sigma}}_{[n+1]}^{'} = \underline{\underline{\sigma}}_{[n]}^{'} + \underline{\underline{\dot{\sigma}}}^{'} - \dot{u}_{w} \cdot \underline{\underline{I}}$$
(3.63)

# 3.3.2. Resumen de Parámetros

a) Elasticidad y Plasticidad perfecta:

TABLA. 3.3.	Propiedades	de Elasticidad y	Plasticidad	Perfecta
	<u>.</u>	•		

Parámetro	Función
$K_{ref}$	Módulo de compresión isotrópica a la presión de referencia
$G_{ref}$	Módulo de corte a la presión de referencia
Ν	Exponente de ley elástica no lineal
$\phi^{\prime}$	Ángulo de fricción
$\beta$	Compresibilidad plástica
d	Distancia entre rectas CSL y NCL
$\psi$	Ángulo de dilatancia característico
$\chi_{ ext{iecoul}}$	Regla de flujo. Valores 1,2,3 para elegir que hipótesis de $\Psi_k$

b) Endurecimiento:

TABLA. 3.4.	Propiedades d	e Endurecimiento
-------------	---------------	------------------

Parámetro	Función
a	Coeficiente de ley de endurecimiento de mecanismos desviadores
$a_{cyc}$	a para caso cíclico en los mecanismos desviadores
b	Coeficiente de modelamiento de reorganización debido a fluencia $\in [0, 1]$
c	Coeficiente de endurecimiento mecanismo isotrópico
$c_{cyc}$	c para caso cíclico

c) Parámetros de Evolución:

TABLA. 3.5. Propiedades de Evolución

Parámetro	Función
$r_{ela}$	Radio límite de dominio elástico
$r_{hys}$	Radio límite de dominio histerético
$r_{mbl}$	Radio límite de dominio movilizado
$r_{iso}$	Radio límite de dominio elástico isotrópico
$\alpha_m$	Parámetro asociado a la forma de la evolución de la movilización.
XM	Coeficiente del dominio de comportamiento del endurecimiento

d) Parámetros de Integración:

TABLA. 3.6. Propiedades de Integración

Parámetro	Función
$\chi_{ ext{inc}}$	Factor de tamaño de subincrementos
INC <sub>max</sub>	Cantidad máxima de subincrementos por iteración (Fig. 3.3)
$K_{aux}$	Módulo de compresión isotrópica auxiliar. Mayor o igual a $K$
$G_{aux}$	Módulo de corte auxiliar, Mayor o igual a $G$

e) Propiedades del Fluido: El modelo contempla la ampliación a caso parcialmente saturado, considerando la histéresis por secado y resaturación. Esta opción no se exploró durante el presenta trabajo, pero de todas formas se mantuvo la caracterización de la compresibilidad del agua para desarrollos futuros.

TABLA. 3.7. Propiedades del Fluido

Parámetro	Función
$\chi_{ ext{comprw}}$	Compresibilidad del agua

# 3.3.3. Ejemplos de calibración: arena de Toyoura y grava de Santiago

Para la validación del modelo Hujeux se usa la comparación con el software LAW-YER (ECP, 2007), subrutina del software GEFDyn (Aubry y Modaressi, 1996; Foucault, 2009). Como parámetros se han usado los sets obtenidos por para la arena de Toyoura (Sáez, 2009) y la grava de Santiago (Sáez y Ledezma, 2012), ambos casos para un nivel de confinamiento relativamente bajo y un valor de presión crítica  $p'_{cr_{ini}}$  relativamente grande, por lo que se espera más bien un comportamiento dilatante para ambos. La Fig. 3.13 presenta los resultados de la implementación desarrollada en este trabajo en comparación al software de referencia para una trayectoria de cargas correspondiente a un ensayo triaxial drenado a deformación impuesta máxima de 10%. Detalles adicionales sobre el empleo de este modelo en la *GUI* desarrollada se indican en el Anexo B.



FIG. 3.13. Ajuste entre implementación y software *LAWYER* para ensayo Triaxial Drenado

# Capítulo 4. EXTENSIÓN DEL MODELO ECP PARA LA INCORPORACIÓN DE LA ROTURA DE PARTÍCULAS

En el capítulo 2, se presentaron diversas maneras de enfrentar el problema dentro un enfoque determinístico, ya sea variando parámetros o variables internas del material en función de la litología, del estado tensional y de las deformaciones plásticas. Dentro de los enfoques disponibles, se seleccionó la propuesta de Daouadji et al. (2001), ya que se trata de una extensión natural del modelo ECP implementado durante esta investigación.

# 4.1. EXTENSIÓN DE DAOUADJI

El modelo propone que la disminución de la presión efectiva crítica del material está ligada con la rotura de partículas mediante el trabajo plástico. En efecto, indirectamente la variación de la presión crítica permite reflejar el aumento de compresibilidad por la rotura de partículas y la disminución de la resistencia de la matriz de suelo asociado a la evolución de la granulometría.

#### 4.1.1. Fundamentos

En términos generales, la variación de la granulometría puede ser cuantificada mediante el área comprendida entre la curva original y la final después de la ocurrencia de rotura. La Fig. 4.1 presenta dicho concepto, definiendo el área entre ambas curvas granulométricas como S. Para desarrollar el modelo, el autor se basa en que las deformaciones plásticas generan disipación de energía, y con eso define el trabajo plástico como:

$$W^{p} = \int \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}\varepsilon^{p}}$$

$$\tag{4.1}$$

Para incluir el hecho que durante trayectorias de cargas arbitrarias las deformaciones pueden cambiar de signo, el autor propone usar el trabajo plástico neto:

$$W^{*p} = \int \underline{\underline{\sigma}} : |\underline{\underline{d}\varepsilon^p}|$$
(4.2)

58



FIG. 4.1. Parámetro S de cambio de granulometría (Kim, 1995)

Por otro lado, se comprobó experimentalmente que es posible relacionar la magnitud del trabajo plástico neto con el cambio de área de la granulometría debido a rotura (Kim, 1995)

$$S = S(W^{*p}) \tag{4.3}$$

A partir de dicha evidencia experimental y al sentido físico de la variable  $p'_{cr}$  en el modelo de Hujeux, el autor propone una expresión para actualizar la presión crítica de Hujeux tomando en cuenta el trabajo plástico neto:

$$p'_{cr} = p'_{cri} \cdot (1 - f(S)) \cdot e^{\beta \varepsilon_v^p} = p'_{cri} \cdot \left(1 - \frac{W^{*p}}{B + W^{*p}}\right) \cdot e^{\beta \varepsilon_v^p}$$
(4.4)

Donde  $p'_{cri}$  es el valor de la presión crítica inicial antes de la carga, B es un parámetro del material relacionado a la susceptibilidad del material a experimentar rotura. De acuerdo a la expresión anterior, el modelo corrige la ubicación de la recta de estado crítico *CSL* en función de  $f(S) = \frac{W^{*p}}{B+W^{*p}}$ . La Fig. 4.2 ilustra el desplazamiento en términos de los


FIG. 4.2. Variación de formulación de estado crítico en modelos sin y con rotura

parámetros de Hujeux. En esta figura la variación de las deformaciones plásticas de volumen asociadas a una trayectoria de cargas  $a \rightarrow b$  modifica la proyección del estado sobre la *CSL* sólo en función de la compresibilidad plástica  $\beta$ . En otras palabras, la distancia entre la *CSL* y la recta de consolidación isotrópica *ICL* se mantiene constante e igual a d. Con la extensión de Daouadji, la trayectoria de  $a \rightarrow b$  se acompaña de una traslación de la *CSL* que estará ligada a la cantidad de trabajo plástico neto  $W^{*p}$  y a la susceptibilidad del material a experimentar rotura a través de la variable B. De esta forma, la distancia entre la *CSL* y la *ICL* comienza en d, pero se altera conforme se desarolla la rotura de partículas.

La sensibilidad de la expresión que define la evolución del parámetro  $p'_{cri}$  frente al valor de *B* agregado por Daouadji se presenta en la Fig. 4.3. El valor del parámetro es proporcional a la dureza de las partículas, y tiende a encontrarse entre  $1 \times 10^4$  y  $5 \times 10^6$ .

En observaciones experimentales se comprobó que los ensayos triaxiales generan mayor rotura que los ensayos de compresión isotrópica debido a la distribución de esfuerzos sobre los granos que genera el esfuerzo de corte, lo que lleva al autor a desacoplar la presión crítica para los 4 mecanismos del modelo original y establecerla como un parámetro independiente para cada mecanismo. De todas formas, mantiene el acoplamiento entre mecanismos a través de la deformación volumétrica plástica total  $\varepsilon_v^p$ 



FIG. 4.3. Influencia de parámetro adicional de Daouadji

La Fig. 4.4 muestra la aplicación del modelo de Daouadji para ensayos triaxiales drenados sobre arena calcárea tipo cuarcítica a distinto nivel de confinamiento. En esta figura, se puede apreciar el efecto del parámetro B sobre la respuesta del material modelado. Se observa que en la medida que el valor de B disminuye, la curva numérica se ajusta mejor a los datos experimentales. De acuerdo a las curvas presentadas, el material considerado presenta una alta tasa de rotura pues el mejor ajuste se presenta para un bajo valor del parámetro de rotura B, y por lo tanto una evolución más rápida del parámetro  $p'_{cr}$  del modelo.

## 4.1.2. Implementación de la extensión de Daouadji

Para la implementación de esta extensión se deben analizar las variaciones que este implica respecto del modelo base de Hujeux. En términos generales, la ecuación de consistencia es una función del estado tensional y de las variables de endurecimiento:

$$\dot{F}_{k} = \frac{\partial F_{k}}{\partial \underline{s_{k}}} \cdot \underline{\dot{s}_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial p'_{k}} \cdot \dot{p'_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial r_{k}} \cdot \dot{r_{k}} + \frac{\partial F_{k}}{\partial \varepsilon_{v}^{p}} \cdot \dot{\varepsilon_{v}^{p}} = 0$$
(4.5)



FIG. 4.4. Simulación de Daouadji para arena calcárea (Daouadji et al., 2001)

En el caso de la superficie de carga para los mecanismos de corte se obtiene:

$$\frac{\partial F_{k}}{\partial \underline{s_{k}}} = \frac{\underline{s_{k}}}{|\underline{s_{k}}|} + \frac{\mathbf{b} \cdot \mathbf{p}_{k}^{'} \cdot \mathbf{r_{k}} \cdot \sin \phi}{\mathbf{B_{k}} + \mathbf{W_{k}^{*p}}} \cdot |\underline{\overline{c}_{k}^{p}}|$$
(4.6a)

$$\frac{\partial F_{k}}{\partial p'_{k}} = b \cdot r_{k} \cdot \sin \phi + b \cdot r_{k} \cdot \log \left(\frac{p'_{k}}{p'_{cr_{k}}}\right) - r_{k} \cdot \sin \phi + \frac{b \cdot r_{k} \cdot \sin \phi}{B_{k} + W_{k}^{*p}} \cdot p'_{k} \cdot |\varepsilon_{v_{k}}^{p}| \quad (4.6b)$$

$$\frac{\partial F_k}{\partial r_k} = p'_k \cdot \sin \phi \left( b \cdot \log \left( \frac{p'_k}{p'_{cr_k}} \right) - 1 \right)$$
(4.6c)

$$\frac{\partial F_k}{\partial \varepsilon_v^p} = -b \cdot p'_k \cdot r_k \cdot \sin(\phi) \cdot \beta \tag{4.6d}$$

En el caso del mecanismo isotrópico:

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial p} = \frac{p}{|p|} + \frac{d \cdot \varepsilon_{v_{iso}}^{p} \cdot r_{iso} \cdot p'_{cr_{iso}}}{B_{iso} + W_{iso}^{*p}}$$
(4.7a)

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial r_{iso}} = -d \cdot p'_{cr_{iso}} \tag{4.7b}$$

$$\frac{\partial F_{iso}}{\partial \varepsilon_{v_{iso}}^{p}} = -d \cdot r_{iso} \cdot p'_{cr_{iso}} \cdot \beta + \frac{d \cdot r_{iso} \cdot p_{cr_{iso}} \cdot p}{B_{iso} + W_{iso}^{*p}}$$
(4.7c)

Los términos ennegrecidos corresponden a los términos adicionales que surgen de la hipótesis de Daouadji respecto del modelo base de Hujeux. Los términos adicionales de Daouadji, referidos al trabajo plástico neto y a la actualización de la presión critica efectiva, pueden ser escritos como se presenta a continuación.

$$\dot{W}_{k}^{*p} = p_{k}^{'} \cdot |\varepsilon_{v_{k}}^{\dot{p}}| + \underline{s_{k}} \cdot |\underline{\dot{\varepsilon}}_{k}^{p}| \to W_{k}^{*p} = \int_{t} p_{k}^{'} \cdot |\varepsilon_{v_{k}}^{\dot{p}}| dt + \int_{t} \underline{s_{k}} \cdot |\underline{\dot{\varepsilon}}_{k}^{p}| dt$$
(4.8a)

$$p_{cr_k}' = p_{cr_k}^{[0]} \cdot \left(\frac{B_k}{B_k + W_k^{*p}}\right) \cdot e^{\beta \cdot \varepsilon_v^p}$$
(4.8b)

$$\dot{W}_{iso}^{*p} = p \cdot |\dot{\varepsilon}_{v_{iso}}^{p}| \to W_{iso}^{*p} = \int_{t} p \cdot |\dot{\varepsilon}_{v_{iso}}^{p}| dt$$
(4.9a)

$$p_{cr_{iso}}^{'} = p_{cr_{iso}}^{[0]} \cdot \left(\frac{B_{iso}}{B_{iso} + W_{iso}^{*p}}\right) e^{\beta \cdot \varepsilon_v^p}$$
(4.9b)

La incorporación de los términos descritos involucra una modificación del sistema que define los multiplicadores plásticos, así como afecta la evolución de las variables de endurecimiento. Estas variaciones fueron incorporadas a la implementación desarrollada en este estudio, accesible a través de la *GUI* presentada en el Anexo B.

#### 4.1.3. Validación de la implementación

A diferencia de los dos modelos presentados anteriormente, no se dispone de un software con el cual se pueda contrastar la implementación desarrollada en este estudio. Del mismo modo, las validaciones experimentales indicadas en Daouadji et al. (2001) no incluyen todos los valores de los parámetros necesarios para reproducir fielmente los resultados presentados en el artículo, sino una parte de ellos. En vista de lo anterior, se optó por repetir los cálculos presentados en el capítulo 3, pero sensibilizando el efecto del valor del parámetro B de forma de identificar cualitativamente el impacto de esta extensión en las curvas simuladas.

## 4.1.3.1. Análisis de sensibilidad del parámetro B

En términos generales, se espera que la incorporación de la rotura de partículas reduzca la resistencia al corte y aumente la compresibilidad del material (Lee y Seed, 1967). Para comprobar la capacidad del modelo de reproducir estos efectos, se tomaron los datos de calibración obtenidos para la grava de Santiago presentados en la sección 3.2, que muestran a bajas presiones de confinamiento un comportamiento más bien dilatante. Los resultados de la modelación a distintas presiones de confinamiento se presentan en la Fig. 4.5, ya que no se poseen resultados experimentales para este material a alta presión, el objetivo es sólo presentar el impacto de la hipótesis de Daouadji sobre las respuestas calculadas.

Como es posible apreciar, el material va perdiendo gradualmente su comportamiento dilatante conforme disminuye el valor del parámetro de rotura  $B^{-1}$ . Del punto de vista de las tensiones, para los confinamientos simulados, el material mantiene el mismo tipo de respuesta en el plano p' - q, pero reduce su resistencia a gran deformación. Se observa además que para confinamientos de hasta 1 *MPa* tiende a aparecer un *peak* de resistencia al corte. Por otro lado, se puede ver que si la dureza de las partículas es muy baja (*B* muy pequeño) se observan altos niveles de compresibilidad, y la curva obtenida en el plano  $\log p' - e$  pierde sentido físico, ya que el material presenta un comportamiento contractante descontrolado.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>En la implementación se optó por diferenciar el parámetro de rotura B para cada mecanismo, a fín de hacerla más versátil



FIG. 4.5. Modelación para el set de parámetros calibrado para grava de Santiago pero a niveles de confinamiento alto, permitiendo presencia de rotura

Se modela a continuación un ensayo de consolidación isotrópica para el mismo set de parámetros para una presión media efectiva máxima de 5 *MPa* empleando distintos parámetros de dureza  $B_{iso}$  (Fig. 4.6).



FIG. 4.6. Variación de la respuesta de Ensayo de Consolidación Isotrópica en presencia de rotura para los parámetros ajustados para la grava de Santiago

La presencia de un material de menor dureza implica que la rotura de partículas probablemente será mayor. En relación a la trayectoria de cargas de esta figura, se observa que todas las simulaciones comparten una respuesta común a bajas tensiones, debido a que el modelo sólo genera rotura tardíamente a alrededor de 1 *MPa* y empieza a evidenciarse la disminución de  $p'_{cr_{iso}}$ . Esto representa una falencia del modelo que podría mejorarse en el futuro, de forma que el modelo refleje rotura inmediata como sí se podría encontrar en la práctica.

Por otro lado, una vez que se activa el mecanismo se reduce el dominio de transición a medida que disminuye  $B_{iso}$ , reflejado en el segmento curvo de transición hasta la recta *NCL* donde el material alcanza la consolidación completa. En otras palabras, se alcanza la movilización total del mecanismo isotrópico a menor confinamiento promedio. Una vez alcanzada la recta *NCL*, se observa una traslación paralela de la *CSL* con respecto al caso sin rotura, asociada a la disminución suplementaria de la presión crítica introducida por el modelo. De todas formas, aunque la hipótesis de Daouadji no afecta a  $\beta$ , podría incorporarse en un futuro un cambio de dicho parámetro.

En el modelo original de Hujeux relaciona se la recta *CSL* y la *NCL* a través de la distancia d (Fig. 4.2a y Fig. 4.2b). Realizando la modelación para ensayos triaxiales drenados con el mismo juego de parámetros se obtienen las trayectorias en el plano  $\log p' - e$  presentadas en la Fig. 4.7 para confinamientos iniciales de 0.1 a 2 *MPa*.



FIG. 4.7. Variación de la recta CSL en presencia de rotura

El efecto de la rotura genera que la recta de estado crítico se traslade en función de la aparición de deformaciones volumétricas irreversibles. A baja presión de confinamiento y a gran deformación, se alcanza la *CSL* inicial sin rotura. Con el aumento del confinamiento, aparece la rotura en el modelo y la recta inicial se va trasladando conforme aumentan las deformaciones volumétricas, haciendo que el lugar geométrico de los estados críticos deje de ser una recta y la *CSL* se asemeje más bien a una curva (*CSL* aparente de la Fig. 4.7)

## 4.1.3.2. Convergencia de la implementación

Es importante notar que el modelo puede presentar algunos problemas de convergencia, en particular en casos extremos de mucho confinamiento y/o de baja dureza de partículas. En la Fig. 4.8 se presenta la modelación para trayectorias triaxiales drenadas usando los valores de parámetros para arena calcárea con nivel de dureza de partículas medio ( $B \approx 1 \times 10^5$ ), adaptados de Daouadji et al. (2001), hasta una deformación máxima de 10 %. Si bien no hay problemas de convergencia para el modelo a bajo confinamiento, la combinación de alto confinamiento y baja dureza hace que el modelo colapse, deformando el material excesivamente en contracción. Para prevenir este efecto es necesario incluir en la simulación previo a la aplicación del desviador, la trayectoria de compresión isotrópica (CI) hasta la presión de confinamiento donde se va a realizar el ensayo, lo que conlleva a una pequeña disminución en el índice de vacíos inicial (translación de punto de partida a igual confinamiento en Fig. 4.8).



FIG. 4.8. Trayectorias  $e - \log p'$  para ensayos triaxiales drenados sobre arena calcárea

Como los problemas de convergencia va a ser función del confinamiento y del parámetro de susceptibilidad a la rotura B, no es factible establecer un valor fijo para discriminar cuando se debe incorporar la CI a la simulación. Ante eso, lo más conservador y recomendable es realizar la simulación de la consolidación isotrópica para todos los casos. Sin embargo, las experiencias conducidas en este trabajo mostraron que generalmente comienza a ser relevante sólo para confinamientos mayores a 0.5 *MPa*, sea cual sea el valor de *B*.

# 4.2. APLICACIÓN DEL MODELO EXTENDIDO A LASTRE MINERO DE DIVI-SIÓN ANDINA

#### 4.2.1. Aplicación de Modelo Hujeux

En primera instancia, se buscó modelar el material con el modelo Hujeux que no incorpora en sus parámetros directamente el efecto de rotura. Para eso se buscó el mejor set de parámetros que recreen los resultados experimentales. Por otro lado es razonable suponer que parte de los parámetros deberán ir variando para distintos niveles de confinamiento inicial, pues la granulometría y las propiedades también lo hacen. Dentro de los parámetros susceptibles a la variación están los intrínsecos (inherentes al tipo de suelo, como el ángulo de fricción) y los de endurecimiento (propios del modelo, necesarios para definir la evolución del material).

La Tabla 4.1 presenta las características principales de cada parámetro del modelo, indicando el rango que se exploró y su efecto en la respuesta modelada. Ante la complejidad de determinar los parámetros de un modelo cuando la cantidad es mucha y cuando los tiempos de ejecución del cálculo puedan ser considerable, se ha adjuntado también un resumen de sugerencias para determinar algunos parámetros del modelo en el Anexo D.

La estrategia de determinación consiste principalmente en:

- a) Reconocer los valores o características del material que puedan ser relativamente fáciles de identificar (densidad, Nivel de preconsolidación, etc). Unificar con posibles valores de laboratorio como módulo de Poisson o ángulo de fricción  $\phi'$ .
- b) Apoyarse en referencias y experiencias previas para determinar valores de base para parámetros que no puedan ser inferidos de datos conocidos.
- c) Iterar para distintos valores, ajustando a los datos experimentales disponibles, aislando dentro de lo posible los distintos tipos de ensayos disponibles, para aprovechar el desacople por mecanismos que ofrece el modelo (i.e. ajustar valores de mecanismo isotrópico con ensayos de consolidación isotrópica).

TABLA. 4.1.	Estrategia	de Determir	nación de	Parámetros	en Modelo	ECP
-------------	------------	-------------	-----------	------------	-----------	-----

K, G	Valores de Rigidez de granulometría inicial. Cambia la pendiente en rango elástico.			
ν	Valores usuales entre 0.23 y 0.35. Genera relación entre $K$ y $G$ , afecta sólo a defor-			
	maciones elásticas.			
$\phi$	Valores entre 20 y 50 °. Cambia resistencia y deformación en estado crítico.			
$\psi$	Valores entre 20 y 50 °. Afecta principalmente a deformaciones y transición entre			
	dominios dilatante y contractante.			
$\alpha_m$	Valores entre 1.2 y 2.4. Cambia la forma de la evolución de las deformaciones vo-			
	lumétricas antes del estado crítico.			
$\beta$	Valores entre 15 y 80. Afecta principalmente a la magnitud de las deformaciones			
	volumétricas.			
a	Valores entre 5e-3 y 5e-2. $a_{cyc}$ debe cumplir regla de Masing. Afecta a tensiones y			
	deformaciones.			
b	Valores entre 1.2 y 2.4. Representa indirectamente el contenido de finos. Afecta a			
	la trayectoria de las tensiones antes de llegar a estado crítico.			
c	Valores entre 1.2 y 2.4. $c_{cyc}$ debe cumplir regla de Masing. Analogo a $a$ cuando			
	mecanismo isotrópico actúa.			
d	Valores entre 2 y 8. Ajusta forma de componente isotrópica.			
$r_{ela}$	Valores entre 1e-2 y 1e-1. Cambia forma, valores poco sensibles a estado crítico.			
$r_{hys}$	Valores entre 1e-1 y 5e-1. Cambia forma, valores poco sensibles a estado crítico.			
$r_{mob}$	Valores entre 3e-1y 8e-1. Cambia forma, valores poco sensibles a estado crítico.			
$r_{iso}$	Valores entre 1e-2 y 1e-1. Cambia forma, valores poco sensibles a estado crítico.			
M	Valores entre 0.4 y 1.0. Cambia forma, valores poco sensibles a estado crítico.			
$p_{cr}^{'}$	Valores entre 1e5 y 5e6. Afecta a tensiones y deformaciones, así como dominio			
	contractante.			

## 4.2.1.1. Mejor Ajuste con Modelo Hujeux

Lo primero es probar únicamente con el modelo de Hujeux. Para eso se obtiene el mejor ajuste con el set de parámetros resumido en la Tabla 4.2.

Los resultados con mejor ajuste obtenidos usando este enfoque se presentan en las Fig. 4.9 y 4.10 para ensayos Triaxiales drenados (TXD) y edométricos (COD), donde los gráficos en azul corresponden a los datos experimentales y en rojo se presentan los valores obtenidos por el modelo computacional. En la Fig. 4.9a es posible apreciar que el ajuste en el desviador de tensiones funciona razonablemente bien, sin embargo a nivel de deformaciones de volumen (Fig. 4.9b) se obtienen diferencias considerables, tanto en un un inicio de la carga impuesta como a grandes deformaciones.

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
K	6.62e7	a	0.008
ν	0.27	$a_{cyc}$	0.004
N	0.5	c	0.1
$\phi$	38	$c_{cyc}$	0.05
$\psi$	44	d	4
$\alpha_m$	1.5	$r_{ela}$	0.1
$\beta$	20	$r_{hys}$	0.3
b	0.1	$r_{mob}$	0.5
M	0.5	$r_{iso}$	0.01
$p_{cr}^{'}$	2.5e6		

TABLA. 4.2. Set de parámetros de mejor ajuste con Modelo Hujeux



FIG. 4.9. Ajuste para ensayos TXD sobre lastre considerando un set fijo de parámetros en modelo Hujeux. En azul los resultados experimentales, en rojo los obtenidos por la implementación

El ajuste del ensayo edométrico de la Fig. 4.10 se presenta en 3 gráficos, que corresponden a los 3 ensayos disponibles a distinto nivel de carga axial final, en este caso a 4, 8 y 12 *MPa*. En este caso los ajustes son reconociblemente mejores, sobre todo para el ensayo hasta 8 *MPa*, lo que en primera instancia es un buen indicador y punto de partida para la modelación.



FIG. 4.10. Ajuste para tres ensayos COD sobre lastre considerando un set fijo de parámetros en modelo Hujeux

#### 4.2.1.2. Variación de Parámetros Intrínsecos

En términos generales, cuando se calibra un modelo de comportamiento a distintos niveles de confinamiento, los parámetros intrínsecos del material no deberían ser función del nivel de carga. Sin embargo, dado que se trata de un material que experimenta rotura de partículas, el material podría experimentar variación de estos parámetros. Una opción de modelación es variar todo tipo de parámetros cuando se trata de un mismo material a distintos niveles de confinamiento. La Fig. 4.11 presenta los resultados de la calibración para esfuerzos de confinamiento de hasta 1 *MPa* siguiendo esta estrategia.

Como se aprecia, el ajuste presenta un buen nivel de concordancia con los datos experimentales, sin embargo fue necesario afectar los siguientes parámetros intrínsecos:

- a) Ánglo de fricción ( $\phi$ ): Conforme disminuye el tamaño medio de las partículas se reduce la resistencia, porque se desestabiliza el esqueleto debido al reacomodo de las partículas nuevas. En efecto, se pierde además progresivamente el efecto de trabazón mecánica entre partículas.
- b) Ángulo característico de dilatancia ( $\psi$ ): Regula el paso de un régimen contractivo a uno dilatante. Al producirse la rotura de partículas, el material se vuelve más



FIG. 4.11. Ajuste para Lastre Minero con modelo Hujeux considerando variación de parámetros intrínsecos para distintos confinamientos iniciales.

denso, lo que reduce el dominio de contractancia en el plano p' - q, disminuyendo su valor.

c) Compresibilidad ( $\beta$ ): La rotura incrementa la compresibilidad del esqueleto sólido (el valor de  $\beta$  crece) de forma que una variación de confinamiento produce una variación mayor de índice de vacíos

El detalle del valor de los parámetros calibrados se presenta en el Anexo F. Fuera de los parámetros intrínsecos, también se modificó el parámetro de evolución del endurecimiento  $\alpha_m$ , aunque este resulta más difícil de correlacionar directamente con la rotura de partículas. Por otro lado, se optó por mantener constante el módulo de Poisson, usando un valor esperado para el enrocado a baja presión. Durante el proceso de calibración se mantuvieron constantes los módulos que regulan la componente elástica no-lineal del comportamiento (K,  $\nu$  y N), los parámetros de estado inicial  $p'_{cr_{ini}}$ , los de forma de superficie de fluencia b, los de dominios de comportamiento r y los de endurecimiento (a,  $a_{cyc}$ , c,  $c_{cyc}$ ). Las líneas de tendencia de los parámetros variables se presentan en la Fig. 4.12. Como se aprecia, la naturaleza progresiva de la rotura generan curvas que tienden a ser asintóticas.



FIG. 4.12. Lineas de Tendencia de los parámetros intrínsecos ajustados

Ante la buena concordancia con los ensayos triaxiales, se empleó el mismo set de parámetros para la simulación de ensayos edométricos hasta distinta tensión vertical máxima. Esta comparación se presenta en la Fig. 4.13, que compara los set calibrados para 0.1, 0.5 y 1.0 *MPa*.



FIG. 4.13. Aplicación de Set de Parámetros obtenidos a Ensayos Edométricos. En azul los resultados experimentales, en rojo los obtenidos por la implementación para los distintos set de parámetros

La primera observación es que, al tratarse del mismo set de parámetros, las trayectorias de las simulaciones se superponen aunque se llegue a distinta tensión vertical máxima. Contrastando con los datos experimentales, se observa que las curvas tienden a parecerse pero sólo por tramos. De esta forma, la pendiente que se obtiene con el set de parámetros para bajo confinamiento funciona bien sólo a bajas presiones, y similarmente para los otros dos set. Luego no es factible conseguir un conjunto de parámetros que se ajuste en toda la trayectoria edométrica con un nivel de tolerancia aceptable. Ya que el modelo debe ser capaz de reproducir esta trayectoria que se dará naturalmente durante la construcción de un botadero, no es adecuado este enfoque de selección de parámetros para la aplicación final del modelo.

## 4.2.1.3. Variación de Parámetros de Endurecimiento

Otra estrategia de ajuste de parámetros, y más recomendable por tratarse de parámetros numéricos y no intrínsecos, es ajustar los parámetros de endurecimiento del modelo en función del confinamiento. El mejor ajuste conseguido cambiando exclusivamente estos parámetros se presenta en la Fig. 4.14. El detalle de los parámetros está disponible en el Anexo F.



FIG. 4.14. Ajuste considerando únicamente variación de parámetros de endurecimiento del modelo Hujeux base

Los sets obtenidos se ajustan bien a bajas presiones. En presencia de rotura, la necesidad de aumentar los parámetros *a* y *c* cambia el comportamiento a gran deformación y no es posible obtener una asíntota clara para la tensión desviadora. Además, la deformación volumétrica inicial a altas presiones no queda bien ajustada por este set de parámetros y toda la rotura debida a la consolidación inicial de la muestra es subestimada. Se puede concluir que la respuesta inicial depende de la evolución de los parámetros intrínsecos, y por lo tanto no es factible de ser capturada modificando únicamente parámetros de endurecimiento.

#### 4.2.2. Modelo con Rotura de Daouadji

Observaciones experimentales han demostrado que las partículas presentan mayor resistencia a la rotura cuando son cargadas isotrópicamente, ya que la distribución de los esfuerzos es más homogéneo que en cargas desviadoras. Ante la falta de ajustes satisfactorios considerando el modelo sin rotura, se estudiaron cuatro estrategias de determinación de los parámetros adicionales implementadas en el modelo de Daouadji:

- a) Rotura idéntica entre los mecanismos, vale decir, que los mecanismos de corte e isotrópico tendrán el mismo valor de  $B_k$  y  $B_{iso}$ .
- b) Rotura distinta para el mecanismo isotrópico en relación a los de corte.
- c) Calibración priorizando el ajuste de tensiones
- d) Calibración priorizando el ajuste de deformaciones volumétricas.

En términos generales se optó por mantener los parámetros intrínsecos y sólo afectar la evolución y endurecimiento, de forma de aislar la mejora efectiva que el modelo pueda experimentar gracias a la incorporación de la rotura. Finalmente se estableció un set final de parámetros que se ajustan de la mejor forma posible a los datos experimentales.

## 4.2.2.1. Parámetro de rotura idéntico entre mecanismos

En primera instancia se calibran set de parámetros asumiendo la hipótesis que la resistencia a la rotura en ambos mecanismos es idéntica, generando la Fig. 4.15. El detalle de los parámetros usados se encuentra en el Anexo F.



FIG. 4.15. Modelo con rotura considerando  $B_k = B_{iso}$ 

La primera observación es que el ajuste para tensiones como para deformaciones refleja una mejora importante, y se obtienen errores relativos (ver Anexo A) menores al 5 % en cada caso. En deformaciones a altas presiones, no hay un buen ajuste inicial debido al efecto de la evolución de los parámetros intrínsecos en la respuesta en este rango de tensiones, sin embargo el ajuste mejora en la medida que la deformación axial crece. Esto se debe a que según la formulación del modelo, la rotura comienza a notarse conforme aparecen las deformaciones plásticas, y a bajas deformaciones se asume que el material aún se encuentra en rango pseudo-elástico.

#### 4.2.2.2. Parámetro de rotura distinto por mecanismo

Basándose en los set anteriores, se incorpora ahora la posibilidad de distinta resistencia a la rotura de partículas ante cargas isotrópicas, lo que se puede incluir seleccionando un parámetro que le proporcione una dureza diferente a dicho mecanismo. La Fig. 4.16 presenta los resultados de los set de parámetros ajustados a esta condición.

La figura evidencia un ajuste levemente mejor que cuando los parámetros de rotura son iguales, sin embargo la mejora no es significativa.



FIG. 4.16. Modelo con rotura considerando  $B_k \neq B_{iso}$ 

Por otro lado, en relación al ajuste anterior, se logra una buena reproducción de los datos experimentales para un esfuerzo de confinamiento de 2 *MPa*, aprovechando que el uso de parámetros distintos favorece un mayor control sobre la rotura ante cargas isotrópicas. En términos generales se obtiene un buen ajuste en tensiones y en deformaciones a bajo nivel de confinamiento, y un ajuste razonable en tensiones y deformaciones volumétricas. Tal como se obtuvo para el caso anterior, a alto confinamiento el ajuste no es tan bueno en deformaciones volumétricas.

## 4.2.2.3. Calibración ajustando tensiones en el plano $q - \varepsilon_1$

Otra forma de abordar el problema de selección de parámetros es considerar únicamente el ajuste en tensiones. La Fig. 4.17 presenta el mejor ajuste en tensiones en el plano  $q - \varepsilon_1$  obtenido para distintos confinamientos.

Si bien es cierto que con el modelo se pueden obtener buenos ajustes en tensiones, el hecho de priorizar un plano por sobre el otro hace que la respuesta en deformaciones de volumen quede distanciada de los datos experimentales. Por otro lado, empleando el set de parámetros de 0.2 *MPa* para una trayectoria edométrica, se obtiene la Fig. 4.18.



FIG. 4.17. Modelación con rotura considerando convergencia de Tensiones



FIG. 4.18. Parámetros de Ajuste de Tensiones aplicados a Ensayo Edométrico. Más detalle de los parámetros empleados en el Anexo F

La respuesta del modelo ante una trayectoria edométrica tiene un buen nivel de correlación, excepto en el caso del confinamiento inicial máximo, donde se sobreestima  $\varepsilon_v$ . Es de especial importancia que el set de parámetros usados presenta muy buena concordancia con los datos experimentales para tensiones verticales inferiores a 10 *MPa*, lo que es un resultado promisorio considerando que las tensiones en operación en el depósito se encontrarán en ese rango.

## 4.2.2.4. Calibración ajustando deformaciones en el plano $\varepsilon_v - \varepsilon_1$

La Fig. 4.19 presenta las curvas obtenidas priorizando el ajuste en deformaciones en el plano  $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ , donde se incluye el caso de mayor confinamiento a 2 *MPa* 



FIG. 4.19. Modelación con rotura privilegiando ajuste en el plano  $\varepsilon_v - \varepsilon_1$ 

La situación es semejante a la estrategia de convergencia en el plano  $q - \varepsilon_1$ . En este caso el ajuste de deformaciones es muy preciso a bajas presiones y razonable a altas presiones. Sin embargo, el ajuste tiende a no presentar la curvatura observada a grandes deformaciones en los ensayos. El nivel de concordancia en tensiones no es tan bueno y presenta problemas en reproducir la curvatura de los datos experimentales.

Repitiendo el análisis para una trayectoria edométrica usando el set de parámetros obtenido para 0.2 *MPa* de confinamiento se muestra en la Fig. 4.20. En este caso se presentan mejores ajustes a bajas presiones, sin embargo a altas presiones termina con una pendiente mayor que la de los datos experimentales y se sobrestiman las deformaciones.



FIG. 4.20. Parámetros de Ajuste de Deformaciones aplicados a Ensayo Edométrico

#### 4.2.2.5. Set final de parámetros

Finalmente, usando las conclusiones obtenidas de las estrategias de modelación anteriores, se estableció un set único de parámetros, independiente del confinamiento. El set final de parámetros se presenta en la Tabla 4.3. En dicho set, se comenzó modificando valores típicos del modelo de Hujeux para gravas y arenas, adaptando ciertos valores inferidos directamente de los resultados experimentales, tales como el ángulo de fricción inicial o los módulos de elasticidad y Poisson propuestos por Bard et al. (2011) (en conjunto con *IDIEM*):

$$K_{ref} = 30,5e6 \cdot \left(\frac{\sigma_3}{1e6}\right)^{-0.07} \tag{4.10}$$

Para asegurar que el contenido de finos inicial fuese representativo, se mantuvo el parámetro de forma *b* respecto de los set de parámetros descritos en secciones anteriores. A su vez, se disminuyó el dominio elástico bajando los parámetros  $r_{ela}$  y  $r_{iso}$ . El valor inicial de  $p'_{cr}$  se buscó tal que permitiera un comportamiento dilatante sólo a bajas tensiones. La compresibilidad plástica fue definida para un rango usual de arenas. Los valores de los parámetros de dureza  $B_{[k,iso]}$  fueron tomados distintos para cada mecanismo, considerando un valor esperado para una partícula de media a dura, según recomendaciones de Daouadji et al. (2001). La figura 4.21 presenta los resultados obtenidos con los parámetros

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
K	3.5e7	a	0.01
u	0.26	$a_{cyc}$	0.005
N	0.5	c	0.06
$\phi$	46	$c_{cyc}$	0.03
$\psi$	44	d	4
$lpha_m$	1.8	$r_{ela}$	0.01
eta	40	$r_{hys}$	0.2
b	0.1	$r_{mob}$	0.6
M	0.5	$r_{iso}$	0.01
$p_{cr}^{'}$	2.0e6		

TABLA. 4.3. Set final de parámetros para modelo Daouadji

adoptados, así como la mejor calibración conseguida con el modelo Hujeux base con las mismas hipótesis.



FIG. 4.21. Comparación para ensayo TXD de set final de parámetros para modelos Hujuex y Daouadji

De acuerdo a lo presentado en la figura, si bien otros set de parámetros puede aproximar el comportamiento experimental de mejor forma para cada nivel de confinamiento, el conjunto de parámetros presentados tiene una mejor correspondencia en promedio con los datos experimentales para el total de confinamientos explorados. Además, queda de manifiesto la mejora cualitativa respecto del uso del modelo sin rotura, tanto a baja presión (< 0,2 *MPa*) como a alta presión (> 1 *MPa*) en el plano p' - q. En cuanto a deformaciones volumétricas la mejora es más evidente, permitiendo la curvatura a grandes deformaciones y presentando errores en la deformación volumétrica relativamente bajos en comparación al modelo Hujeux base.

En relación a los resultados obtenidos para el caso edométrico de la Fig.4.22, los ajustes son mucho mejores, sobre todo para el segundo ensayo disponible. Para bajas presiones, los errores relativos son leves, y en la trayectoria hasta 8 *MPa* se logra un mejor ajuste al incorporar rotura. Para el tercer ensayo hasta 12MPa, la respuesta promedio pareciera quedar mejor representada por el modelo Hujeux base.



FIG. 4.22. Comparación para ensayo COD de set final de parámetros para modelos Hujuex y Daouadji

Se puede concluir que la incorporación de la rotura al modelo base de Hujeux claramente mejora la capacidad de reproducir el comportamiento volumétrico ante cargas desviadoras (triaxiales). Además, mientras mayor libertad se de a los parámetros intrínsecos, a los asociados al confinamiento o a los de dureza se pueden conseguir muy buenos ajustes respecto a la información experimental.

## Capítulo 5. CONCLUSIONES

#### **5.1. CONCLUSIONES**

La ocurrencia de rotura de partículas dificulta la modelación del comportamiento mecánico pues existen múltiples mecanismos de generación de finos. Además, es muy difícil anticipar el grado de rotura que experimentará el material durante la vida útil de la obra. Ya que los depósitos de lastre poseen un alto porcentaje de material fracturable y potencialmente compresible, es relevante incorporar este efecto en su diseño, de forma de determinar el impacto que podría tener la rotura de partículas en el comportamiento real del depósito.

Para reproducir el comportamiento del material se deben emplear modelos suficientemente versátiles, que sean capaces de reproducir aspectos fundamentales del material granular como la presencia de dilatancia, la evolución de la compresibilidad y del ángulo de fricción en función de la evolución de la granulometría. Frente a estos desafíos, el modelo elastoplástico-cíclico de Hujeux parece un buen punto de partida, y la extensión propuesta por Daouadji una extensión suficiente para incorporar explícitamente los fenómenos asociados a la rotura.

El efecto de rotura, traducido como una evolución de la curva granulométrica, se puede modelar como una evolución desde parámetros intrínsecos empleados usualmente para gravas hacia valores más compatibles con arenas. Como la rotura está íntimamente ligada con el estado tensional del material, es razonable suponer que es posible ligar variaciones de los parámetros en función del confinamiento, y así reproducir la evolución progresiva del material.

El efecto de rotura de las partículas se refleja en un descenso en la capacidad resistente de la matriz del material, así como un aumento de la compresibilidad del esqueleto sólido. A su vez, variables como la forma de las partículas, la dureza, la forma en que el material es cargado y la fracción de material susceptible a la rotura, son fundamentales para describir un correcto modelamiento y estimar de mejor manera sus parámetros de forma de reproducir numéricamente el fenómeno.

Si bien es cierto que en un modelo bien calibrado puede ser una herramienta muy versátil para anticipar el comportamiento de una obra, la dificultad para determinar parámetros y la falta de respaldo experimental, hacen que su empleo deba efectuarse con extremada cautela, poniendo mucha atención a las hipótesis con la que fueron calibrados los parámetros que caracterizan al modelo. Por ejemplo, en caso de buscar una modelación numérica completa de toda una presa, sectorizar la presa en dominios de material a confinamiento similar podría ser una buena estrategia para conseguir una representación más realista del problema completo. Complementariamente, los set de parámetros obtenidos de acuerdo a las distintas estrategias de modelación están condicionados por los tipos de ensayos y sus hipótesis, por lo que una modelación posterior debe ser especialmente cuidadosa con las condiciones de borde a imponer.

Los resultados presentados en este trabajo constituyen sólo un primer paso en reproducir el comportamiento real del material fragmentable y constituyen un punto de partida para la aplicación al diseño de modelos para los grandes depósitos de lastres proyectados en Chile para los próximos años. Finalmente, ante la evidencia de los efectos en el comportamiento de la rotura de partículas, aparece como una verificación importante determinar si las condiciones específicas de un proyecto pueden implicar rotura, y eventualmente incorporar estos efectos en la evaluación del comportamiento global de la obra.

## 5.2. PROPUESTAS DE MEJORAS Y TRABAJOS FUTUROS

Dentro de las propuestas mejoras y trabajos futuros se podrían seguir las siguientes lineas:

 a) Perfeccionamiento del Modelo, acoplando otros efectos como la humedad ambiental, los efectos de las cargas repetitivas como sismos, u otros fenómenos que permitan mejorar la representatividad del modelo con la realidad.

- b) Implementación de la extensión desarrollada en un código de Elementos Finitos, con el objetivo de efectuar el análisis completo del depósito en una segunda fase del estudio. Esta parte contemplará la simulación de las fases de crecimiento, así como el análisis dinámico, considerando los distintos tipos de material y el nivel de confinamiento en función de la altura.
- c) Extensión de la base de datos de los resultados experimentales, para lograr un mejor ajuste de parámetros y extender las evidencias empíricas del fenómeno a otras condiciones o trayectorias de carga.

## BIBLIOGRAFÍA

J. Atkinson. *The mechanics of soils and foundations*. Taylor & Francis, London, UK, second edition, 2007.

D. Aubry y A. Modaressi. Gefdyn, manuel scientifique. Technical report, Ecole Centrale Paris, Paris, France, 1996.

E. Bard, M.E. Anabalón, J. Campaña, R. Apablaza, y M. Gallardo. Comportamiento de lastre ROM sometido a altas presiones. In *VI Congreso Chileno de Geotecnia*, 2007.

E. Bard, M.E. Anabalón, y J. Campaña. Waste rock behavior at high pressures: Dimensioning high waste rock dumps. In Pierre-Yves Hicher, editor, *Multiscale Geomechanics: From Soil to Engineering Projects*, 2011.

G. Besio. Uso del método de curvas homotéticas en la representación de ensayos monotónicos y cíclicos en suelos gruesos. Tesis de ingeniero civil, Universidad de Chile, 2012.

M. Cecconi, A. DeSimone, C. Tamagnini, y G. Viggiani. A constitutive model for granular materials with grain crusihng and its application to a pyroclastic soil. *International Journey for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2002.

Y. Cheng, D. White, E. Bowman, M. Bolton, y K. Soga. The observation of soil microstructure under load. In Y. Kishino, editor, *4th International Conference on Michromechanics of granular media, Powders ans Grains*, 2001.

A. Daouadji, P. Hicher, y A. Rahma. An elastoplastic model for granular materials taking into account grain breakage. *European Journal of Mechanics of Solids - A: Solids 20(1)*, 2001.

K. De la Hoz. Estimación de los parámetros de resistencia al corte en suelos granulares gruesos. Tesis de magister en ciencias de la ingeniería, Universidad de Chile, 2007.

Escuela Ingenieros de Sevilla. Estudio numérico del comportamiento de suelos saturados mediante el modelo de plasticidad cam-clay. http://bibing.us.es/proyectos/abreproy/4244, 2003.

L. Dorador. Análisis experimental de las metodologías de curvas homotéticas y corte en la evaluación de las propiedades geotécnicas de suelos gruesos. Tesis de magister en ciencias de la ingeniería, Universidad de Chile, Santiago, Chile, 2010.

J. Duncan y C. Y. Chang. Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division, ASCE*, 1970.

ECP. Lawyer: Logiciel de simulation déssais homogènes de comportement des sols. Technical report, Ecole Centrale Paris, LMSSMAT, Paris, France, 2007.

I. Einav. Breakage mechanics: Theory and modeling granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2007.

J. Feda. Notes on the effect of grain crushing on the granular soil behavior. *Engineering Geology* (63), 2002.

R. Fernandes. Loi du comportement cam-clay. http://www.code-aster.org/ V2/doc/v9/fr/man\_r/r7/r7.01.14.pdf,2009.

A. Foucault. Loi du comportement cyclique de hujeux pour les sols. www.code-aster .org/V2/doc/v9/fr/man\_r/r7/r7.01.23.pdf, 2009.

E. Frossard, W. Hu, C. Dano, y P. Hicher. Rockfill shear strength evaluation: a rational method based on size effects. *Geotéchnique* 52 (5), 2012.

T. Fukumoto. Particle breakage characteristics of granular soils. *Soils and Foundations* 30(1), 1992.

R. Gesche. Metodología de la evaluación de parámetros de resistencia al corte de suelos granulares gruesos. Tesis de ingeniero civil, Universidad de Chile, 2002.

E. Guyon y J. Troadec. Du sac de billes au tas de sable. Odile Jacop, Paris, 1994.

B. Hardin. Crushing soil particles. *Journal of Geotechnical Engineering, ASCE 111 (10)*, 1985.

J.C. Hujeux. Une loi de comportement pour le chargement cyclique des sols. Technical report, Génie Parasismique, Presse ENPC, 1985.

O. Hungr. Numerical modeling of the motion of rapid, flow-like landslides for hazzard assessment. *Journal of Civil Engineering*, 2009.

M. S. Kim. *Etude expérimentale du comportement mécanique des materiaux granulaires sous fortes constraintes*. Thèse de doctorat, Ecole Central Paris, Paris, France, 1995.

K. Lee y H. Seed. Drained strength characteristics of sands. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, 1967.

M. Luong. Phénomènes cycliques dans les sols pulvérulents. *Revue Française de Géotechnique*, 1980.

R. Marsal y D. Reséndiz. *Presas de Tierra y Enrocamiento*. Editorial Limusa, Distrito Federal, MEXICO, 1975.

G. McDowell, M. Bolton, y D. Robertson. The fractal crushing of granular materials. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1996.

E. Michalski y A. Rahma. Modélisation du comportement des sols en élastoplasticité: Définition des paramètres des modèles hujeux-cyclades et recherche des valeurs des paramètres pour les différents sols. Technical report, Ministère de la recherche et de la technologie, Département ingénierie géotechnique, Paris, FRANCE, 1989.

D. Muir-Wood. Geotechnical Modeling. Spon Press, 2004.

D. Muir-Wood, A. Russell, I. Einav, y M. Kikumoto. Using load distributions in granular assemblies exhibiting particle crushing to study macroscopic mechanical properties. In 13th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics, Melbourne, Australia, 2011.

Y. Nakata, M. Hyodo, A. Hyde, Y. Kato, y H. Murata. Microscopic particle crushing of sand subjected to high pressure one-dimensional compression. *Soils and Foundations* 41(1), 2001.

C. Nieto. *Mechanical behavior of rockfill materials application to concrete face rockfill dams*. These pour grade de docteur, Ecole Central Paris, Paris, France, 2011.

C. Nieto-Gamboa y F. Lopez-Caballero. Modeling the evolution of grain size distribution curves for granular assemblies. In *13th International Conference of the International Association for Computer Methods and Advances in Geomechanics*, Melbourne, Australia, 2011.

L. Oldecop y E. Alonso. A model for rockfill compressibility. *Géotechnique 51(2)*, 2001.

D. Potts y L. Zdravkovic. *Finite Element Analysis in Geotechnical Engineering*. Thomas Telford, 1999.

W. Salim y B. Indraratna. A new elastoplastic model for coarse granular aggregates incorporating particle breakage. *Canadian Geotechnical Journal*, 2004.

A. Schofield y C. Wroth. Critical State Soil Mechanics. McGraw Hill, 1968.

SERNAGEOMIN. Mapa geológico de chile: Versión digital. http://www.ipgp.fr/ ~dechabal/Geol-millon.pdf, 2003.

E. Sáez. *Interaction dynamique non-linéaire sol-structure*. These pour grade de docteur,Ecole Central Paris, Paris, France, 2009.

E. Sáez y C. Ledezma. Earthquake-induced pressures on discontinous piling support on santiago gravel. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 41, 2012.

L. Valenzuela, E. Bard, J. Campaña, y M.E. Anabalón. High waste rock dumps in the mining industry. In XII Pan-American Conference on Soil Mechanics and Geotechnical Engineering, 2007.

A. Varadarajan, K. Sharma, S. Abbas, y A. Dhawan. Constitutive model for rockfill materials and determination of materials constants. *International Journal of Geomechanics* 6(4), 2006.

R. Verdugo y G. Peters. Informe geotécnico de ensayos triaxiales de gran escala, suelo
h-4 de puente alto y grava de estación metro tobalaba. Technical report, IDIEM, Santiago,
2004.

Services ZACE. Advanced soil models. calibration of modified ECP-Hujeux model. http://www.zace.com/Z\_SOIL\_DAY\_2007/A\_Truty\_Hujeux/Hujeux -calibration.pdf, 2007.

O.C. Zienkiewicz, A.H.C. Chan, M. Pastor, B.A. Schrefler, y T. Shiomi. *Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering*. Wiley, Baffins Lane, Chichester, England, 1999.

ANEXOS

## ANEXO A. GLOSARIO

**Convención:** En mecánica de suelos se definen las compresiones como positivas y las tracciones como negativas. De acuerdo a los ejes ortogonales que se muestran en la Fig. A.1



FIG. A.1. Ejes ortogonales para simulación de ensayos

**VER (i.e. REV):** Volumen Elemental Representativo. Idealización de un punto material de suelo, en él se representan las deformaciones, cambios de volumen, de presión de poros y de tensiones. En Esquemas de Elementos Finitos equivale a un punto de integración del modelo constitutivo. Debe representar las características esperadas del material en terreno.

**F:** Función matemática o Funcional de Funciones que representa la superficie de carga máxima (estado de tensiones) que un material puede recibir en rango elástico.

 $\mathbb{P}$ : función matemática, o funcional de funciones, que determina la dirección de las deformaciones plásticas que tendrá un material al ser cargado en rango inelástico.

<u>*I*</u>: tensor de identidad. Es tal que cualquier tensor, multiplicado por ella es igual a dicho tensor. Por ejemplo para  $\mathbb{M}_3 \in \mathbb{R}_3$ 

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

 $J_2$ : segundo invariante de tensiones, definido como

$$J = \sqrt{\frac{1}{6}} \cdot \left( (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + \tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 \right)$$

**p:** tensión media. Se define como el promedio aritmético de la traza del tensor de tensiones

$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z}{3} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$
$$p = \frac{1}{3} \cdot tr\left(\underline{\sigma}\right)$$

**q:** desviador de tensiones. Se define como la diferencia entre la mayor y menor tensión principal del tensor de tensiones. En caso de ensayos triaxiales se define como:

$$q = \sigma_z - \sigma_r$$

Para estados tensionales generales se representa como:

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p \cdot \underline{\underline{I}}$$

 $\alpha$ : denominación genérica para la colección de variables internas que definen un modelo de comportamiento en particular.

 $\underline{\underline{\varepsilon}}$ : tensor de deformaciones. Se puede descomponer en una componente plástica y en otra elástica en el marco de una formulación elasto-plástica.

$$\underline{\sigma}$$
: tensor de tensiones totales

<u> $\sigma'$ </u>: tensor de tensiones efectivas, sustrae el efecto de la presión de poros.

$$\underline{\sigma'} = \underline{\sigma} - u_w \cdot \underline{I}$$

• (**producto escalar**): operación definida sobre dos vectores cuyo resultado es un número o escalar.

 $\wedge$  (**producto vectorial**): operación entre 2 vectores cuyo resultado es un vector ortogonal a ambos.

 $\otimes$  (producto tensorial): Producto entre 2 vectores de dimensiones m y n, cuyo resultado es un tensor de dimensión  $m \times n$ 

 $|\cdot|$  (valor absoluto): Operador que toma cada elemento de un vector  $\in \mathbb{R}_N$  y lo transforma en  $\mathbb{R}_N^+$ 

 $|| \cdot ||$  (**norma):** Operador que representa la medida de un vector. Se define como:

$$||\overrightarrow{x}'|| = \sqrt{\sum_{i} x_i^2}$$

 $\Delta_{rel}(\%)$  (error relativo): Diferencia entre dos valores escalares, normalizada por un valor de referencia. Puede ser expresada en términos de porcentaje.

$$\Delta_{rel}(\%) = \frac{x_2 - x_1}{x_1} \cdot 100(\%)$$

## ANEXO B. INTERFAZ GRÁFICA

Todo modelo considera un estado inicial de tensiones y una inicialización de variables intrínsecas (propias) del la ley de integración. Luego se comienza a cargar el material, en tensión o en deformación, considerando una fracción de la carga impuesta total (paso), la que a su vez se puede dividir en subincrementos para integrar de mejor manera el modelo de comportamiento. Al final de cada paso, se alcanza un criterio de convergencia y se actualiza el estado del material.

La lógica de programación de la integración del modelo se presenta en la Fig. B.1, cuya secuencia es la siguiente:

- a) Primero se corrobora que los datos sean correctos y se inicializan las variables internas según sea el modelo de comportamiento a usar.
- b) Posteriormente se realiza la carga, que inicialmente se asume como elástica.Luego, se integra el modelo de comportamiento para la carga impuesta mediante los sub-incrementos (se reducen según sea necesario) iterativamente y en cada uno de ellos se integra la ley de comportamiento. Para finalizar el proceso de carga, se aplica una última integración de la ley, para corroborar los resultados obtenidos de la etapa de desequilibrios.
- c) Finalmente, se graban los resultados en un archivo de salida según estime el usuario y se grafican los resultados en términos de las principales variables que definen un ensayo en suelos  $q, p', \varepsilon_1, \varepsilon_v$ .

Una muestra de la visualización del código *MATLAB* se presenta en las Fig. B.2 hasta Fig. B.4. Para ejecutar el software es necesario contar con *MATLAB* instalado, o instalar el compilador gratuito *Matlab Compiler Runtime (MCR)*, al que se accede mediante la página de Mathworks (http://www.mathworks.com/products/compiler/mcr/)

Dentro de la interfaz, varios campos obligatorios despliegan una ventana explicativa que da información de los parámetros y de valores típicos. Por otro lado, en el *GUI* implementado existen varios campos de datos que entregan información adicional al acceder con el botón derecho del *mouse*.


FIG. B.1. Lógica de Programación del modelo de comportamiento



FIG. B.2. GUI aplicado a modelo Cam Clay



FIG. B.3. GUI aplicado a modelo ECP



FIG. B.4. GUI aplicado a modelo de Daouadji

#### ANEXO C. MODELO CAM-CLAY

Para realizar la validación de la implementación se contrastaron los resultados de la implementación desarrollada con los que se obtienen con el mismo set de parámetros usando el software *CodeAster*, de licencia libre para la plataforma *LINUX*. Para la validación, se busca imponer condiciones de esfuerzos y deformaciones que permitan reproducir los siguientes ensayos para cargas monótonas:

- a) Triaxial Drenado (TXD)
- b) Triaxial No Drenado (TXU)
- c) Consolidación Isotrópica (CID)

## C.1. PARÁMETROS USADOS EN VALIDACIÓN DE IMPLEMENTACIÓN

Los parámetros usados en el modelo son:

Parámetro	Valor	Unidad
$\kappa$	0.05	-
$\lambda$	0.25	-
M	1.2	-
ν	0.2	-
$p_{pr}^{'}$	300	kPa
$v_0$	2	-

TABLA. C.1. Parámetros Modelo Cam-Clay

## C.2. CASO MONÓTONO



a) Triaxial No Drenado

FIG. C.1. Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo TXU

### b) Consolidación Isotrópica



FIG. C.2. Modelo Cam-Clay aplicado a ensayo CID

## ANEXO D. RECOMENDACIONES DETERMINACION DE PARÁMETROS

Resumen de algunas recomendaciones de determinación según Michalski y Rahma (1989)

Nom de sable	A	ь	a#	Domaine de l'indice des vides	Référence
Sable propre	540	2,17	0,50	0,3 ~ 0,80	Hardin et Richared (1963
Sable propre non remanié	555	2,17	0,40	0,64 ~ 0,80 Ue = 1,5-2	Kokusho (T.C) (1981) F.C ≤ 2 Z
Sable non remanié Sable silteux	477 365	2,17	0,60	-	Higuchi et Al (1951) 52 4 F.C 4 72 Z (C.R)
Sable propre	645	2,17	0,40	-	Iwasaki et Tatsuka (1977) (T.C.)
Sable serré d'Hostun	1370	1,69	0,50	0,4 ~ 0,9	El Hosri (1984) (T.C)
Sable écalé	1015	1,69	0,50	0,4 ~ 0,9	El Hosri (1984)U <sub>C</sub> > 5
Ballast	245	2,97	0,38	0,68 ∿ 0,78	<sup>d</sup> <sub>0</sub> = 0,06-0,10 (MPa) (R.C) Prange (1981) υ = 0,225 (estimé)
Rock crushed	1422	2,17	0,55	0,40 ~ 0,60	Kokusho (1981) (T.C)
Gravier rond	1300	2,17	0,60	0,30 ~ 0,47	Kokusho (1981) (T.C)
Silles de verre Ø=2mm	1620	2,03	0,39	0,72 - 1,02	Boëlle (1983) (C.R)
able 'Hoscum	664	1,92	0,49	0,66 - 0,99	Bodile (1983) (C.3)
able d'Hos- cun (16.14.3)	3324	1,26	0,54	0,45 - 0,71	Boèlle (1983) (C.R)
illes de erre Ø=2mm	3064	1,79	0,50	0,72 - 1,02	
illes de erre 1-1,25)	1330	1,79	0,50	0,51 - 0,66	

DUMAINE ETUDIE	HETHODE U	1111566	PARANETRES DETERHINES A PARTIR DES COURDES D'ESSAIS	PARAMETRÉS CALCULES À PARTIR DES RESULTATS PRECEDENTS	PARAMETRES CHOISIS (OU ODIENUS PAR UN Autre [55a1]	PARMILTRES CALCULES A PARTIR DES ESSAIS ET CHOIX PRECEDENTS	PARAMETRES DES LIMITE DU DOMATRE ELASTIQUE
SIMULATION DES	T. CYC T. CYC Triaxial cy clique quas	2 séries d'essis	E pour chaque pression agonne	n Ka G	ī		. CALACE . CALACE . approximation de c <sup>el</sup> . connaissant α ou φ <sub>R</sub> . <u>ou</u> valeur choiste tr betite (0,001-0.01)
PETITES		l série d'essais	د س		n choisi	Ka Ga	
DEFORMATIONS	C.RES Colonne résonnante	2 séries d'esseis P1 <sup>4</sup> P2	G pour chaque pression hayenne	u <sup>a</sup>	v choisí (eu essal TCD-b)	м м	•
		l série d'essais	0		n choisi v choisí (ou essai TCD-b)	с 2 ж	
	Corrélacio	8	u <sup>r</sup>		5 2	U <sup>e</sup> Y	2
	150-b Décharge	2 essais P1 f P2	Cg iso pour chaque pression sycene	с И	v choisí (ou essai TCN-D)	G, -	- CALAGE - r <sup>el</sup> : valeur choisie
LIMULATION DES	su triaxial	l cast	Cg iso	1	n chaisi v chaisi (au essai TCD-D)	<u>ت</u> °0	
ET	TCD-D Triaxial drainé, dé- chargement	Z essois P1 / P3	E pour chaque pression Hoyenne	5 2 2	(choix de v al non oer	urd - K, et G,	1
E FORMATIONS	let possi- ble meaure de taouty)	l essi	2 3	,	n chaist (chaix de v si non mest	urå - Ka et Ga)	
	TCD-0C - Triaxial drainé sur- connolidé	2 cenale P1 / P2	E pour chaque pression moyenna v	2 2 2 2 2 2 2	(choix de v si non meau	irê → K <sub>a</sub> et G <sub>a</sub> )	
	ble mesure the c_ ou c	l essei	6 2		n chaisí (chaix de v si nan mesu	ré + K <sub>n</sub> er C <sub>a</sub> )	
	OED-D Décharge oedométri-	2 cosnis P1 / P2	Cg pour chaque pression	E	v choiaí	ט <b>יי</b> א	
	aufr	l cssai	CE		n cliotal v cliotai	0	•

Nature du sol cohérent	A	b	n*	Domaine de l'indice des vides	Référence
Argile peu plastique	310	2,973	0,50	0,60 ~ 1,50	Bardin et Black (1968)
Argile molle (active)	42	4,40	0,50	1,50 ~ 2,50	Marcuson et Whals (1972)
Argile non remaniée de Teganuma	17	7,32	0,60	1,5 ∿4,0	Kokusho et Al (1982) Ip = 40∿ 100 :
Argile noire (kaolinite)	59	4,60	0,50	1,0 ~ 1,50	El Hosri (1984)
Argile verte (Bentonite)	34,3	4,60	0,50	1,5 ∿ 2,5	- " -
Silt argileux, silt sableux non remaniés	720	1,69	0,6	0,40 ~ 0,90	El Hosri (non remanié)
Marne non remaniée	-	-	0,55		El Hosri, Hicher et Biarez (1980)
Argile blanche (Kaolinite)	300	2,970	0,50	1,0 ~ 1,50	
Marne non Temaniée	1600	1,69	0,60	0,50 ~ 0,70	
Marne remaniée	900	1,69	0,50	0,60 ~ 0,90	
Silt argileux et silt sableux (S.C)	720	1,69	0,40	0,40 ~ 0,90	
Marne rouge (S.C)	55	00	0,58	e = 0,18	$S_{T} = 88 (2)$
Marne rouge (S.C)	60	00	0,30	e = 0,13	$S_{T} = 67 (2)$

COMPORTEMENT DV 501. DOVINTALE ETUDI	E HETHODE UTILISEE.	PARANCINES DETERNINES A PARIJR DES COURPES D'ESSAIS	PARAHCIRES CALCULES A PARTIR DES Resultats Precedents	PARAHETRES CHOISIS (DU DELENUS PAR UN AUTRE ESSAT)	PARAHETRES CALCULES A PARTIR DES ESSAIS ET CHUIX PRECEDERIS	DBSERVAT 1005
	CALAGE Ajustement entre	TCD (triaxial drainé)_a,b				(*) bien choisir l ne de pression
	courbes theorigues et courbes expéri- mentales	ISO (consolidation isotro- pe) c <sub>n</sub> ,d				. Calage de a plu à partir d'un es: triarial drainé l ment surconsolide
		Triaxiaux — acyc. <sup>c</sup> cyc cycliques (drainés et <sup>m</sup> ai non drainés) r <sup>hya</sup> . r <sup>m</sup> bl				•
Moraalement consolidé (non dilatant)	TCD-CD Triaxial draind-gram ) des dif. (contre de	de <sub>1</sub> Initial, فــــــــــــــــــــــــــــــــــــ		Peo Vair tableau IV "Etat critique"	Couplage (a <sub>m</sub> , b)	222 (***) (*)
	c, ou c, ) <u>N.B.</u> : 3 éprouvettes pinime	diagramme (t. sintant, t.d) g sintaob	tt an		H b (cf. couplage cf-desus)	
Surconsolidé (dilatant)		r 6.d }à l'état caractéris. C <sup>d</sup> tique		<pre>B {voir tableau v p o } Etat critique?</pre>	H Couplage (a <sub>m</sub> , b)	(***) (*)
	•	diagrame fa sintmar cd)	H a		# b (cf. complage ci-desens)	
Normalement consolidé (non dilatant)	TCU-CD Triatal non drainé, de unde déf. (mesure de u) 3 éprouvettes <u>M.B.</u> 3 éprouvettes	م. فـــ <i>ا</i> ز	P #	Peo Voir tableau V Beo Vicat critiquo" Ka(n-1)	-	() 
	150-C51. Combination Cousoli- dation Vierge Laokrope et Triaxian grandea déformations	draite VCL { [1^]		R (m"1) Voir cableauv	-	(***) (**
Simulation de royennes et grandes déf.	TCD Irlaxial drainé	<u>ÅCı</u> (İnflexion) è_H)	÷.			(*) (**) Hadèle CYCLADI
bilatance (sol lense ou sur- consolidé)						

```
    am de l'ordre de 10<sup>-2</sup> à 10<sup>-3</sup> pour les sables,

                         10-3 à 10-4 pour les argiles.

    acyc < am. Il semble que l'on admette souvent</li>

                1
        acyc • - = = (cf. règle de MASING)
                2
· 0 < b < 1
                         b de l'ordre de 0,8 à 1 pour les argiles (Cf.
                         b = 1 pour le critère CAM-CLAY),
                         b de l'ordre de 0,1 à 0,3 pour les sables (cf.
                         b = 0 pour le critère MCS)
. m 2 1
. α voisin de 1 pour les sols non dilatants,

    a supérieur à 1 pour les sols fortement dilatants.

, c_m aurait une valeur peu différente de a_m, et plutôt supérieure
 (jusqu'à 3 fois).
. c<sub>cyc</sub> < c<sub>m</sub>. Il semble admis le plus souvent :
                c_{cyc} = 1/2 \cdot c_m (cf. règle de MASING).
. d de l'ordre de
                        1,1 - 1,2 pour les argiles très plastiques,
                        1,4 - 1,5 pour les argiles peu plastiques,
                        2 à 3 (voire 4) pour les sables.
. rhys est choisi comme un petit multiple de rel.
```

## ANEXO E. MODELO ELASTOPLÁSTICO CÍCLICO DE HUJEUX

En esta sección se comparan las implementaciones para 2 juegos de parámetros: uno correspondiente a Arena de Toyoura y el otro a grava de Santiago (Sáez, 2009; Sáez y Ledezma, 2012) considerando el software *LAWYER*, subrutina de *GEFDyn* y la implementación generada en el marco de esta tesis, en adelante *GUI*. Ambos materiales se han modelado con alta presión crítica respecto de la presión de confinamiento inicial, por lo que coinciden cualitativamente como materiales dilatantes. Para realizar la comparación entre ambas implementaciones, se imponen condiciones de esfuerzos y deformaciones que permitan reproducir los siguientes ensayos, tanto para cargas monótonas como cíclicas.

- a) Triaxial Drenado (TXD)
- b) Triaxial No Drenado (TXU)
- c) Corte Simple (SCD)
- d) Consolidación Isotrópica (CID)
- e) Edométrico (COD)

# E.1. PARÁMETROS USADOS EN EL MODELO

A continuación se presentan los valores de los parámetros usados para la validación de la implementación.

a) Elasticidad y Plasticidad perfecta:

Parámetro	Toyoura	Santiago	Unidad
K	444	534	MPa
G	222	320	MPa
Ν	0.4	0.5	-
$\phi$	31	45	deg
$\beta$	43	30	-
d	3.5	3	-
$\psi$	31	25	deg
$lpha_m$	1	0.8	-
$\chi_{IECOUL}$	2	2	-

TABLA. E.1. Parámetros de Elasticidad y Plasticidad perfecta

b) Endurecimiento:

TABLA. E.2. Parámetros de Endurecimiento

Parámetro	Toyoura	Santiago	Unidad
a	4e-3	7e-3	-
$a_{cyc}$	1e-4	2e-4	-
b	0.2	0.15	-
С	6e-2	5e-2	-
$c_{cyc}$	3e-2	2.5e-3	-
BWP	0	0	-

#### c) Parámetros de Evolución:

Parámetro	Toyoura	Santiago	Unidad
$r_{ela}$	5e-3	3e-3	-
$r_{hys}$	3e-2	1e-2	-
$r_{mbl}$	8e-1	8e-1	-
$r_{iso}$	1e-3	5e-3	-
XM	1	1	-

TABLA. E.3. Parámetros de Evolución

d) Parámetros de Integración:

TABLA. E.4. Parámetros de Integración

Parámetro	Toyoura	Santiago	Unidad
FACINC	0.2	0.2	-
INC <sub>max</sub>	100	100	-
$K_{aux}$	1e9	1e9	Pa
$G_{aux}$	5e8	5e8	Pa

e) Propiedades del Fluido:

TABLA. E.5. Parámetros del Fluido

Parámetro	Toyoura	Santiago	Unidad
COMPRW	1e-12	1e-12	_

### **E.2. CASO MONÓTONO**

a) Triaxial No Drenado: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una deformación axial de  $\Delta \varepsilon_z = 10 \%$ 



FIG. E.1. Ensayo Triaxial No Drenado



b) Corte Simple: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una distorsión de  $\Delta \gamma_{xy} = 2 \%$ 

FIG. E.2. Ensayo Corte Simple



c) Consolidación Isotrópica: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una sobrepresión de  $\Delta \sigma = 200(KPa)$ 

FIG. E.3. Ensayo Consolidación Isotrópica

d) Edométrico: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una sobrepresión de  $\Delta \sigma_z = 2000(KPa)$ 



FIG. E.4. Ensayo Edométrico

## E.3. CASO CÍCLICO

a) Triaxial Drenado: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una deformación axial de  $\Delta \varepsilon = 5$  %. Para una solicitación de 3 ciclos de carga-descarga:



FIG. E.5. Ensayo Triaxial Drenado Cíclico en Grava de Santiago



FIG. E.6. Ensayo Triaxial Drenado Cíclico en Arena de Toyoura

b) Triaxial No Drenado: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una deformación axial de  $\Delta \varepsilon = 1 \%$ . Para una solicitación de 4 ciclos de carga y descarga:



FIG. E.7. Ensayo Triaxial No Drenado Cíclico

c) Corte Simple: Para la siguiente figura se ha considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una distorsión de  $\Delta \gamma_{xy} = 10$  %. Para una solicitación de 2 ciclos de carga y descarga:



FIG. E.8. Ensayo Corte Simple Cíclico

d) Consolidación Isotrópica: Para la siguiente figura se han considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una sobrepresión de  $\Delta \sigma = 200(KPa)$ . Para una una solicitación de 2 ciclos de carga y descarga:



FIG. E.9. Ensayo Consolidación Isotrópica Cíclico

e) Edométrico: Para la siguiente figura se ha considerado un confinamiento de  $\underline{\sigma}_3 = 50 \cdot \underline{I}(kPa)$  y una sobrepresión de  $\Delta \sigma = 200(KPa)$ . Para una solicitación de 2 ciclos de carga y descarga:



FIG. E.10. Ensayo Edométrico Cíclico

### ANEXO F. MODELO CON ROTURA

## F.1. TABLAS RESUMEN DE PARÁMETROS

Parámetro / $\sigma_3(MPa)$	0,1	0,2	$0,\!5$	1,0
K	6.6e7	6.6e7	6.6e7	6.6e7
ν	0.2	0.2	0.2	0.2
N	0.5	0.5	0.5	0.5
$\phi$	45	39	33	29
$\psi$	47	46	40	39
$\alpha_m$	1.3	1.85	2	2.5
β	20	35	40	70
b	0.1	0.1	0.1	0.1
a	0.01	0.01	0.01	0.01
$a_{cyc}$	0.005	0.005	0.005	0.005
с	0.02	0.02	0.02	0.02
$C_{cyc}$	0.01	0.01	0.01	0.01
d	4	4	4	4
$r_{ela}$	0.1	0.1	0.1	0.1
$r_{hys}$	0.2	0.2	0.2	0.2
$r_{mob}$	0.4	0.4	0.4	0.4
$r_{iso}$	0.1	0.1	0.1	0.1
M	0.5	0.5	0.5	0.5
$p_{cr}$	3e6	3e6	3e6	3e6

TABLA. F.1. Variación de parámetros intrínsecos de modelo ECP en función del confinamiento

				Hard	ening			
		Huj	eux		Daouadji			
$\sigma_3(MPa)$	0.1	0.2	0.5	1.0	0.1	0.2	0.5	1.0
K	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7
G	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7
N	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$\phi$	46	46	46	46	46	46	46	46
$\psi$	44	44	44	44	44	44	44	44
$\alpha$	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8	1.8
eta	40	40	40	40	40	40	40	40
b	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1
D	4	4	4	4	4	4	4	4
a	0.008	0.02	0.02	0.02	0.008	0.02	0.02	0.02
$a_{cyc}$	0.004	0.01	0.01	0.01	0.004	0.01	0.01	0.01
С	0.08	0.01	0.05	0.02	0.08	0.01	0.05	0.02
$c_{cyc}$	0.04	0.005	0.025	0.01	0.04	0.005	0.025	0.01
$r_{ela}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
$r_{hys}$	0.3	0.2	0.1	0.1	0.3	0.2	0.1	0.1
$r_{mob}$	0.4	0.6	0.6	0.6	0.4	0.6	0.6	0.6
$r_{iso}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01
M	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
$B_k$	-	-	-	-	9e4	9e4	9e4	9e4
$B_{iso}$	-	-	-	-	1e5	1e5	1e5	1e5
$p_{cr}$	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6

TABLA. F.2. Variación de parámetros de endurecimiento para modelos ECP y Daouadji

	Daouadji									
		$B_k =$	$= B_{iso}$		$B_k  eq B_{iso}$					
$\sigma_3(MPa)$	0.1	0.2	0.5	1.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	
K	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7	2.91e7	
G	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7	1.66e7	
N	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
$\phi$	46	46	46	46	46	46	46	46	46	
$\psi$	44	44	44	44	44	44	44	44	44	
$\alpha$	1.4	1.8	1.4	1.4	1.8	1.8	1.8	1.5	1.8	
eta	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
b	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	
D	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
a	0.01	0.02	0.02	0.004	0.01	0.02	0.02	0.01	0.008	
$a_{cyc}$	0.005	0.01	0.01	0.002	0.005	0.01	0.01	0.005	0.004	
С	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
$c_{cyc}$	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	
$r_{ela}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
$r_{hys}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	
$r_{mob}$	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	
$r_{iso}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
M	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
$B_k$	3e5	9e4	8e4	2e4	3e5	9e4	8e4	5e4	9e3	
$B_{iso}$	3e5	9e4	8e4	2e4	3e5	1e5	6e4	1e4	2e4	
$p_{cr}$	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	

TABLA. F.3. Variación de parámetros de dureza para modelo de Daouadji

	Daouadji										
		r	Tensione	S		Deformaciones					
$\sigma_3(MPa)$	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	0.1	0.2	0.5	1.0	2.0	
K	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7	2.91e7	3.58e7	3.41e7	3.32e7	3.05e7	2.91e7	
G	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7	1.66e7	2.05e7	1.95e7	1.90e7	1.74e7	1.66e7	
N	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
$\phi$	46	46	46	46	46	46	46	46	46	46	
$\psi$	44	44	44	44	44	44	44	44	44	44	
$\alpha$	1.3	1.4	1.0	1.8	1.2	1.4	1.7	2.0	2.3	1.8	
eta	40	40	40	40	40	40	40	40	40	40	
b	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	
D	4	4	4	4	4	4	4	4	4	4	
a	0.006	0.01	0.02	0.006	0.01	0.01	0.02	0.012	0.02	0.008	
$a_{cyc}$	0.003	0.005	0.01	0.003	0.005	0.005	0.01	0.006	0.01	0.004	
c	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
$c_{cyc}$	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	0.005	
$r_{ela}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
$r_{hys}$	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	0.2	
$r_{mob}$	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	
$r_{iso}$	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	
M	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
$B_k$	6e5	1e5	8e4	6e4	4e4	5e5	2e5	2e5	9e4	9e3	
$B_{iso}$	1e5	1e5	1e5	1e5	1e5	1e5	1e5	1e5	1e5	2e4	
$p_{cr}$	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	2.0e6	

TABLA. F.4. Variación de parámetros para asegurar ajuste en tensiones y deformaciones en modelo Daouadji

### F.2. TABLAS ERRORES RELATIVOS

		σ3=0.2 (Mpa)								
			Plano ɛ1-q		Plano ε1-εν					
		5%	10%	15%	5%	10%	15%			
INICIAL		600	850	1050	3.0	4.4	4.3			
8	Intrinsecos	8.3%	11.8%	2.9%	1.7%	-4.5%	0.0%			
ш	Endurecimiento	-25.0%	-11.8%	4.8%	-16.7%	-9.1%	-2.3%			
_	Bk=Biso	-16.7%	-0.6%	-4.8%	-13.3%	-9.1%	-4.7%			
ā	Bk ≠ Biso	-16.7%	-2.4%	-3.8%	-20.0%	-6.8%	-1.2%			
ΙŽ	σ	0.0%	2.4%	-2.9%	-23.3%	-25.0%	-18.6%			
M	ε	-25.0%	-11.8%	-4.8%	-13.3%	-4.5%	0.2%			
I –	Final	5.0%	5.9%	1.0%	-16.7%	-18.2%	-11.6%			

TABLA. F.5. Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 0.2 MPa

TABLA. F.6. Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 0.5 MPa

		σ3=0.5 (Mpa)							
			Plano ɛ1-q		Plano ɛ1-ɛv				
		5%	10%	15%	5%	10%	15%		
INICIAL		850	1500	1750	3.2	5.0	5.7		
ECP	Intrinsecos	5.9%	-1.3%	0.6%	-3.1%	2.0%	1.8%		
	Endurecimiento	-5.9%	6.7%	25.7%	-12.5%	1.0%	7.0%		
1	Bk=Biso	5.9%	3.3%	2.9%	-18.8%	-11.0%	-1.8%		
ī	Bk ≠ Biso	5.9%	3.3%	2.9%	-25.0%	-10.0%	0.0%		
	σ	3.5%	-2.0%	-0.6%	-25.0%	-24.0%	-15.8%		
	ε	17.6%	16.7%	27.4%	-3.1%	-0.6%	1.8%		
	Final	23.5%	16.7%	20.0%	-15.6%	-4.0%	7.0%		

TABLA. F.7. Errores relativos para distintos tipos de ajuste a 1.0 MPa

		σ3=1.0 (Mpa)							
			Plano ɛ1-q		Plano ε1-εν				
		5%	10%	15%	5%	10%	15%		
INICIAL		1700	2800	3300	4.3	6.5	7.3		
СР	Intrinsecos	1.2%	-1.8%	4.5%	-7.0%	-1.5%	-0.7%		
Ш	Endurecimiento	-23.5%	-12.5%	4.5%	-32.6%	-18.5%	-5.5%		
1	Bk=Biso	8.8%	-1.8%	-6.1%	-30.2%	-9.2%	7.5%		
Q	Bk ≠ Biso	-5.9%	-7.1%	-1.5%	-27.9%	-7.7%	12.3%		
ñ	σ	1.8%	1.8%	1.5%	-30.2%	-23.1%	-8.2%		
DAC	ε	-23.5%	-12.5%	9.1%	-25.6%	-10.8%	4.1%		
	Final	-5.9%	-3.6%	1.5%	-30.2%	-13.8%	2.7%		