



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**MODELO DE OPTIMIZACIÓN
ESTOCÁSTICA MULTITETAPA PARA LA
ASIGNACIÓN DE CARGA AÉREA A LA
RED DE VUELOS DE PASAJEROS
CONSIDERANDO VARIABILIDAD EN LAS
CAPACIDADES**

RICARDO ERNESTO TRINCADO FEHLANDT

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
FELIPE DELGADO BREINBAUER

Santiago de Chile, Agosto de 2015

© 2015, Ricardo Trincado F.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELO DE OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA MULTIETAPA PARA LA ASIGNACIÓN DE CARGA AÉREA A LA RED DE VUELOS DE PASAJEROS CONSIDERANDO VARIABILIDAD EN LAS CAPACIDADES

RICARDO ERNESTO TRINCADO FEHLANDT

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

FELIPE DELGADO BREINBAUER

RICARDO GIESEN ENCINA

BERNARDO KULNIG PAGNONCELLI

GONZALO CORTÁZAR SANZ

Para completar las exigencias del grado de

Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto de 2015

A mi familia, amigos, mi profesor
Felipe y Daniela.

AGRADECIMIENTOS

Me gustaría empezar agradeciendo a mi familia, que siempre me apoyó en todos los proyectos que he tenido, tanto en la época universitaria, postgrado y en la vida personal.

En segundo lugar quisiera agradecer a mi profesor Felipe, por el apoyo constante, la paciencia y la disposición completa durante este último año, aspectos claves para lograr terminar esta tesis.

También me gustaría agradecer al profesor Bernardo Pagnoncelli, persona que fue clave en este trabajo. Gracias por la motivación y los conocimientos aportados que fueron claves en el rumbo que tomó este trabajo.

A Sergio Herrera, Rafael Mira e Igal Szewkis por su recibimiento y disposición en la oficina, así como por la motivación con el tema y la facilitación de datos e información necesaria.

A Jean Paul Watson y Francisco Muñoz de Sandia, por contestarme de manera rápida todas las dudas que surgieron.

A los compañeros de magíster, especialmente a Julio Mora, por toda la ayuda que me prestó durante la realización de este trabajo.

A mis amigos del colegio, por estar desde siempre en las buenas y en las malas, apoyándome siempre en todo lo que he hecho

Por último a Daniela, por motivarme en cada uno de los pasos de este trabajo, gracias por todo el apoyo y soporte.

ÍNDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
ÍNDICE DE TABLAS	vii
ÍNDICE DE FIGURAS.....	viii
RESUMEN.....	ix
ABSTRACT	x
GLOSARIO	xi
1 INTRODUCCIÓN	1
1.1 Motivación.....	1
1.2 Características de la Industria.....	3
1.2.1 Flota	3
1.2.2 Aspectos del Transporte Aéreo Carga.....	5
1.3 Definición del Problema.....	7
1.4 Objetivos	8
1.5 Ejemplo	8
1.6 Alcances	10
1.7 Estructura de la Tesis	11
2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	12
2.1 Multi Commodity Flow Problem (MCFP).....	12
2.2 Transporte Aéreo de Carga.....	14
2.3 Programación Estocástica de Múltiples Etapas	16
2.4 Resumen	18
3 METODOLOGÍA	21

3.1	Modelo Determinístico.....	21
3.1.1	Supuestos	22
3.1.2	Datos de Entrada	23
3.1.3	Modelación.....	24
3.1.4	Notación	26
3.1.5	Formulación	27
3.1.6	Análisis de Sensibilidad	28
3.1.7	Herramienta Computacional	29
3.1.8	Aplicación de la Herramienta	31
3.2	Modelo Estocástico	32
3.2.1	Árbol de Escenarios	33
3.2.2	Datos de Entrada y Supuestos	34
3.2.3	Modelación.....	35
3.2.4	Notación	36
3.2.5	Formulación	37
3.2.6	Método de Resolución.....	41
3.3	Pre Procesamiento de Variables	43
3.3.1	Variables iguales a cero	43
3.3.2	Vuelos con Variabilidad.....	46
3.4	Política de Comparación	47
3.4.1	Definiciones	47
3.4.2	Indicadores	48
3.4.3	Cálculo de EEV.....	50
3.5	Implementación de la Solución	50
4	RESULTADOS.....	56
4.1	Supuestos Comunes.....	56
4.2	Red Ficticia (RF)	58
4.2.1	Parámetros de Entrada.....	58
4.2.2	Resultados sin Variabilidad.....	59
4.2.3	Resultados Modelo Estocástico.....	60
4.2.4	Indicadores	62
4.3	Red Real (RR)	66

4.3.1	Datos	66
4.3.2	Pre proceso	67
4.3.3	Tiempos de resolución	68
4.3.4	Resultados Índices.....	71
4.3.5	Evaluación de Políticas	72
4.3.6	Sensibilidad de la Penalidad.....	77
5	CONCLUSIONES	79
5.1	Conclusiones Sobre la Metodología.....	79
5.2	Conclusiones de los Resultados	80
5.3	Limitaciones y Futuras Líneas de Investigación	82
	BIBLIOGRAFÍA	84
	ANEXOS	88
	Anexo A: Formato Tablas Herramienta.....	89
	Anexo B: Código Pyomo	90
	Anexo C: Resultados RF 8 Escenarios.....	92
	Anexo D: Resultados RF 16 Escenarios	94

ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-1: Comparación de Flota Empresa.....	5
Tabla 2-1: Resumen Revisión Bibliográfica.....	19
Tabla 3-1: Tiempos de Resolución	31
Tabla 4-1: Datos Vuelos RF.....	58
Tabla 4-2: Datos Demandas RF	59
Tabla 4-3: Resultados Determinísticos RF	60
Tabla 4-4: Demanda Aceptada RF.....	61
Tabla 4-5: Asignación Estocástica RF escenario 6.....	61
Tabla 4-6: Valores de EEV RF	63
Tabla 4-7: Valores de RP RF	64
Tabla 4-8: Valores de WS RF	65
Tabla 4-9: Indicadores para RF.....	66
Tabla 4-10: Reducción de variables por pre proceso	68
Tabla 4-11: Características nodo de cómputo.....	69
Tabla 4-12: Indicadores para RR, un día	71
Tabla 4-13: Indicadores para RR, dos días	72
Tabla 4-14: Resultados Simulaciones	73
Tabla A-1: Formato Datos Itinerarios de Vuelos	89
Tabla A-2: Formato Datos Demanda	89
Tablas C-1: Asignación Estocástica RF, 8 Escenarios.....	92
Tablas D-1: Asignación Estocástica RF, 16 Escenarios	94
Tabla D-2: Valores de EEV RF, 16 escenarios.....	97
Tabla D-3: Valores de WS RF, 16 escenarios.....	98

ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1: Crecimiento Carga Aérea Mundial	2
Figura 1-2: Composición Flota de Carga Mundial	4
Figura 1-3: Red Ficticia de dos vuelos.....	9
Figura 1-4: Red Ficticia de cuatro vuelos	10
Figura 3-1: Rutas Disponibles.....	25
Figura 3-2: Árbol de Escenarios 4 Vuelos	34
Figura 3-3: Escenarios con Nodo Común	40
Figura 3-4: Ciclos dentro de la red.....	41
Figura 3-5: Política de Asignación Vuelo 1	53
Figura 3-6: Política de Asignación Vuelo 2	54
Figura 3-7: Árbol Recorrido	55
Figura 4-1: Tiempo Total de Resolución RR 1 día	69
Figura 4-2: Tiempo de Solver RR 1 día	70
Figura 4-3: Histograma Simulaciones RR 1 Día.....	75
Figura 4-4: Histograma Simulaciones RR 2 Días	76
Figura 4-5: Análisis de Penalidad	77

RESUMEN

El transporte aéreo de carga se encuentra en constante crecimiento, representando una importante fuente de ingresos para las líneas aéreas. Una de las principales ventajas de esta industria es que la carga puede ser enviada por cualquier ruta, independiente del tiempo de viaje y de la cantidad de conexiones. Por otra parte, la carga aérea puede ser enviada de dos maneras, con aviones cargueros dedicados específicamente al transporte de carga o en los *bellys* de los aviones que conforman la red de pasajeros. Una de las principales dificultades que presentan los *bellys* es la incertidumbre en la capacidad de los vuelos. Al tratarse de una industria secundaria, la capacidad real disponible para carga se conoce después de que los pasajeros y sus maletas han embarcado.

El objetivo de esta tesis es determinar la asignación óptima de carga a la red de pasajeros de manera de maximizar las ganancias, considerando ingresos y costos, además de una penalidad por carga aceptada y no entregada. Para esto se formularon dos modelos, uno determinístico y uno estocástico que considera incertidumbre en la capacidad. El modelo estocástico fue formulado mediante optimización estocástica de múltiples etapas, donde cada vuelo tiene un número finito y discreto de estados de capacidad.

Los modelos fueron evaluados para una red real de una importante línea aérea comercial bajo un enfoque de optimización y simulación. Los resultados obtenidos muestran que, el modelo estocástico supera al determinístico en casi todos los índices propuestos. El modelo estocástico proporciona ganancias esperadas de hasta un 1,22% mayores, además de disminuir el coeficiente de variación, y por lo tanto el riesgo, en hasta un 52%. Por último, el porcentaje de carga entregada aumenta en hasta un 1,09% y se logró aumentar el porcentaje de pedidos completos servidos en un 1,44%. Esto corresponde a ahorros diarios de miles de dólares para la aerolínea.

Palabras Claves: Transporte Aéreo de Carga, *Multi-Commodity Flow Problem*, Optimización Estocástica en Múltiples Etapas, *Revenue Management*

ABSTRACT

Air cargo transportation has been constantly growing, and represents an important source of income for airlines. One of the main advantages of this industry is that cargo can be sent in any route, regardless the travel time or the number of connections, and it is only restricted by the maximum time of delivery. On the other hand, cargo can be transported by two means: with freight planes, specifically dedicated to cargo transportation, or in the belly of the passengers aircrafts. One of the main difficulties that bellies have is the uncertainty of the capacity. This happens because freight transportation is a secondary activity, so the actual available capacity for cargo is only known after the passengers have board and their luggage loaded.

The main objective of this thesis is to determine the optimal allocation of cargo to the passengers network in order to maximize profit, considering incomes, costs and penalties for not delivering cargo that was accepted. To accomplish this goal two models were formulated, a deterministic and a stochastic one that considers capacity uncertainty. The stochastic model was formulated using multistage stochastic optimization, where each flight has a finite and discrete number of capacity states.

The models were evaluated using optimization and simulation based on a real network of a major commercial airline. The results shows that the stochastic model exceeds the deterministic model in almost every proposed index. The stochastic model obtained higher profits up to 1,22%, and a reduction up to a 2,39% in the coefficient of variation, and therefore the risk. In addition, the delivered freight percentage rises in up to 1,09% and we reached a 1,44% increase in the percentage of fully delivered orders. This represents daily savings of thousands of dollars for the airline.

Keywords: Air Cargo Transportation, Multi-Commodity Flow Problem, Multistage Stochastic Optimization, Revenue Management

GLOSARIO

1. **Revenue Management:** Disciplina que optimiza la disponibilidad y el precio de un producto de manera de maximizar los ingresos.
2. **FTK:** Del inglés Freight Tonne Kilometer. Unidad de medida del transporte de carga correspondiente a una tonelada movida un kilómetro.
3. **IATA:** Del inglés International Air Transport Association. Organización comercial que agrupa a 242 aerolíneas.
4. **Belly:** Compartimiento de carga de los aviones de pasajeros.
5. **Overbooking:** Estrategia utilizada por distintas industrias correspondiente a vender más capacidad de la disponible.
6. **Allotment:** Contratos de largo plazo que reservan espacios con anticipación a una tarifa preferencial.

1 INTRODUCCIÓN

En esta sección se presentará la introducción del problema a resolver. Este problema fue identificado tras realizar un levantamiento de información a través de la literatura especializada junto al trabajo en conjunto de una importante línea aérea regional, que facilitó tanto sus prácticas como sus datos. Primero se mostrarán cifras que demuestran la importancia de la carga dentro del negocio aéreo tanto en el mundo como en Sudamérica. Luego se presentarán ciertas características de la industria sobre cómo se puede transportar la carga y las complejidades para implementar *Revenue Management* en carga. Tomando en cuenta estas características se presenta el problema a resolver, los objetivos tanto generales como específicos así como un ejemplo para identificar las oportunidades mencionadas. Por último se explicará el alcance de los datos utilizados en el análisis y se enumerará la estructura de la tesis.

1.1 Motivación

El transporte aéreo de carga representa una importante fuente de ingresos para las compañías aéreas y ha crecido constantemente a partir del año 2009 posterior a la crisis económica. En la Figura 1-1 se ve el crecimiento de la cantidad de carga mundial desde el año 2007, donde se ve el efecto de la crisis económica en la industria en el año 2008. En la Figura, *Freight Tonne Kilometer* (FTK) corresponde a la unidad con la cual se mide el transporte de carga y corresponde a una tonelada de carga movida un kilómetro. A pesar de la disminución de la carga transportada en noviembre de 2008, la industria ya está recuperada y se espera que la demanda mundial por transporte de carga aérea crezca 5% por año hasta el año 2030 (Boeing, 2014). Según el primer informe trimestral de la IATA del año 2015 la cantidad de toneladas de carga movidas dentro de Sudamérica aumentó en un 5,4% en diciembre de 2014 en relación al año anterior. Además, en este mismo informe se reporta que las ganancias de la carga originada en Sudamérica y el

Caribe en el último trimestre de 2014 fueron de US\$M 534, que representa un 6,2% de las ganancias totales de todas las regiones.

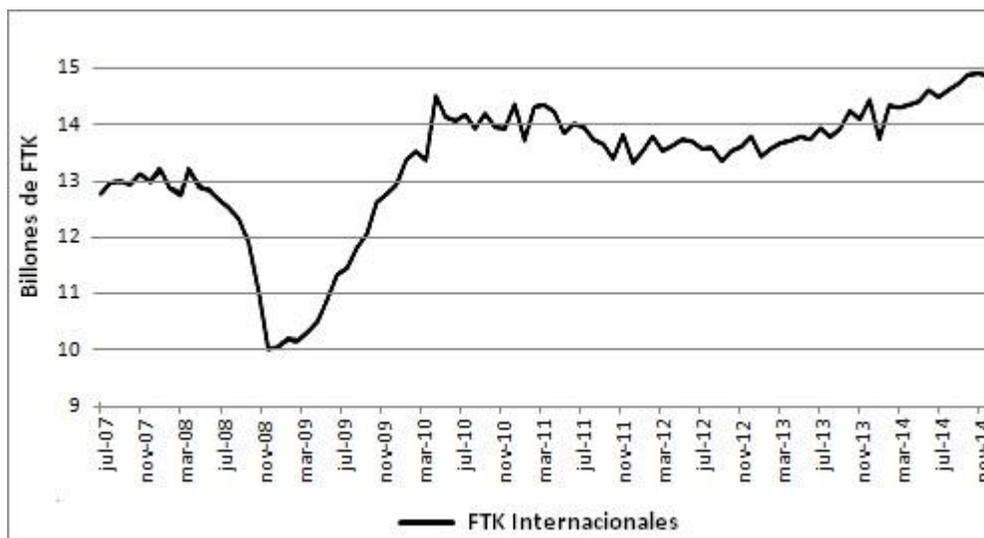


Figura 1-1: Crecimiento Carga Aérea Mundial
Fuente: IATA (2015)

Los márgenes para los productores de la carga que se origina en Sudamérica son considerablemente menores que los de otras partes del mundo por el tipo de producto que se transporta. Los principales productos son: pescados, frutas, verduras y semillas. Los productores son muy sensibles al precio del transporte, debido a que representa una importante fracción del precio final que pagará el cliente. No sucede así por ejemplo con la carga de alta tecnología producida en Asia, donde el costo del transporte es muy pequeño en relación al precio final. Debido a estos estrechos márgenes es que la carga es muy sensible al precio de transporte, siendo difícil aumentar los precios. Por lo tanto, la aerolínea debe buscar aumentar las ganancias de otra manera, tal como la optimización del espacio dentro de los vuelos.

Producto de lo mencionado en los párrafos anteriores es que se considera el sector de la carga aérea como una industria atractiva, donde se hacen necesarias nuevas prácticas de

manera de aumentar los márgenes de ganancia. Además, esta tesis se concentrará en el mercado sudamericano producto de la necesidad de disminuir los costos en esta región.

1.2 Características de la Industria

En esta sección se presentarán las características de la industria que fundamentan la investigación presentada en esta tesis. Primero se presentará la forma de transportar la carga dentro de los aviones tanto de pasajeros como de carga y luego se enumerarán las complejidades de la industria de carga. Estas dos características de la industria definen el problema y entregan la oportunidad sobre la cual se trabajó.

1.2.1 Flota

La carga puede ser transportada de dos maneras. La primera es en las bodegas de los aviones de pasajeros (*belly*), utilizando la capacidad remanente una vez subido el equipaje. La segunda es en aviones cargueros, los cuales se dedican específicamente a este negocio (no tienen asientos para pasajeros). Los cargueros son utilizados como soporte a la red de pasajeros, ya que los costos de éstos son mayores. Sin embargo, también son utilizados para mover carga de gran tamaño, como repuestos de maquinaria industrial. Dentro de los aviones de pasajeros, se utilizan preferentemente los de fuselaje ancho, debido a que la bodega de los de fuselaje angosto no permite subir gran cantidad de *pallets*, por lo que se usa para transporte de correo mayoritariamente.

El hecho de que los aviones de pasajeros son utilizados sobre los cargueros lo evidencia la tendencia de la industria. La Figura 1-2 muestra la composición de la flota mundial utilizada para carga, donde las barras gris oscuro corresponden a los aviones cargueros y las gris claro corresponden a los aviones de pasajeros capacitados para llevar carga. Los datos entre 2003 y 2012 corresponden a la cantidad de aviones al final de cada año, para los años 2013 y 2014 los datos corresponden a cada final de mes. En esta figura se ve claramente cómo en los últimos 10 años la cantidad de aviones cargueros ha disminuido,

mientras que la cantidad de aviones de pasajeros de fuselaje ancho ha aumentado consistentemente.

Por otro lado, la cantidad de toneladas movidas por kilómetro ha aumentado en aproximadamente un 15% en los últimos 7 años (IATA, 2015). En la Figura 1-1 se ve que el año 2008, producto de la crisis, la cantidad de carga movida en el mundo disminuyó considerablemente, lo que explica la disminución de aviones cargueros en ese mismo año como se observa en la Figura 1-2. Sin embargo, a pesar de que la industria ya superó los niveles que tenía previo a la crisis, la cantidad de cargueros ha continuado disminuyendo. Esto se debe producto de que la red de pasajeros ha aumentado, aumentando de esta manera la oferta de capacidad en belly, haciendo que cada vez se necesiten menos cargueros. A pesar de esto, los aviones cargueros siguen siendo utilizados en peaks estacionales, para carga muy grande o carga que no puede ser llevada junto a pasajeros.

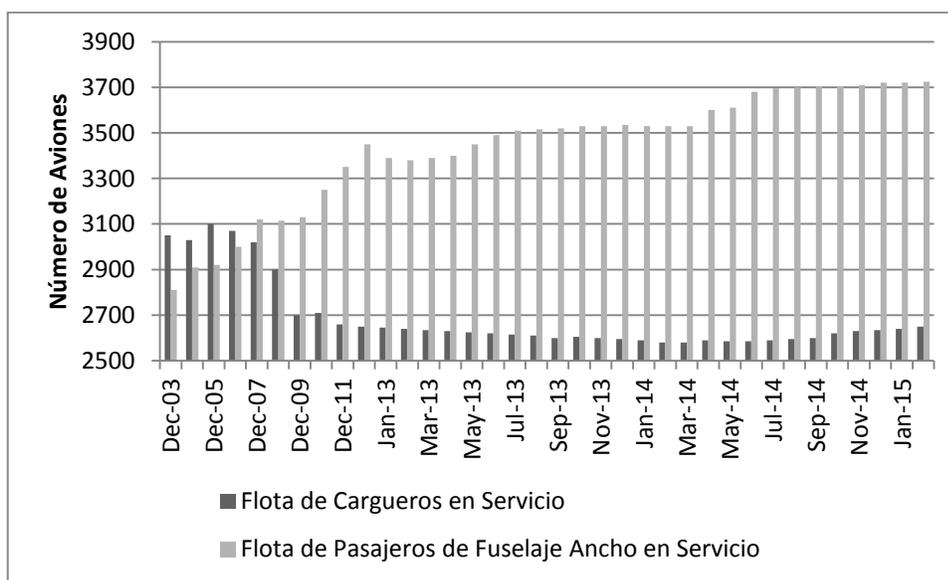


Figura 1-2: Composición Flota de Carga Mundial
Fuente: IATA (2015)

Por otro lado, el contexto de la empresa con la cual se trabajó es similar al de la industria. En el año 2014, según la memoria de la empresa, la compañía movió más de un millón de toneladas, lo que representó un 14% de las ganancias. Además, la compañía en los últimos años ha aumentado considerablemente su flota de aviones producto de una fusión entre dos aerolíneas. La cantidad aumentó de 149 aviones a finales de 2011 a 327 aviones a finales de 2014. De esos 327 aviones, la empresa transporta carga en 320 de ellos. En la Tabla 1-1 se puede encontrar el detalle de los aviones que tiene la empresa, donde se observa la misma tendencia que en la Figura 1-2. En la tabla se puede observar que la cantidad de aviones de pasajeros de fuselaje ancho se ha duplicado, mientras que se adquirió solamente un nuevo carguero. Es más, a finales de 2014, la empresa tenía dos de estos aviones arrendados a un operador externo.

Tabla 1-1: Comparación de Flota Empresa

Tipo de Avión	Año	
	2011	2014
Fuselaje Angosto	99	238
Fuselaje Ancho	36	74
Carguero	14	15
Total	149	327

Producto de la gran dependencia del transporte de carga aérea en la red de pasajeros *belly*, es que se hace necesario un correcto uso de dicha capacidad. Sin embargo, el uso de esta red presenta ciertas complejidades que serán descritas a continuación.

1.2.2 Aspectos del Transporte Aéreo Carga

Kasilingam (1996) enumera las principales características que diferencian el transporte aéreo de carga del de pasajeros, las que son presentadas a continuación:

a) Capacidad Variable

En la industria de pasajeros, la capacidad es fija y conocida ya que el número de asientos no cambia. A diferencia de esto, la capacidad para la carga solo es conocida minutos antes del vuelo por diferentes factores. Primero que todo, el equipaje de los pasajeros tiene prioridad, por lo que la capacidad para carga será la remanente. Por otro lado, la capacidad en las bodegas del avión (tanto para equipaje como para carga) depende de una gran cantidad de factores externos tales como cantidad de combustible, condiciones climáticas o condiciones de la pista entre otros.

b) La carga tiene tres dimensiones

A diferencia de la industria de pasajeros, donde un pasajero utiliza un asiento, la carga tiene tres dimensiones que no necesariamente se encuentran relacionadas. Estas tres dimensiones son el peso, volumen y número de posiciones (*pallets*) que utiliza. Esto requiere correctos sistemas de predicción para un uso eficiente del espacio dentro del avión

c) Control de itinerarios

La carga presenta la ventaja de que puede ser enviada por cualquier ruta, mientras cumpla con el tiempo de entrega. A diferencia de los pasajeros, que tienen un itinerario conocido, la carga puede ser re ruteada en sus conexiones y aumentar su tiempo de viaje sin penalidad alguna.

d) Allotments

Los *Allotments* son espacios reservados con anticipación para ciertos clientes (los más importantes). Estos espacios corresponden a una cantidad definida para cierto vuelo a una tarifa preferencial.

Por otra parte, la industria aérea de pasajeros ha desarrollado desde la desregulación de la industria aérea en EEUU en los años 70 la disciplina del *Revenue Management* (RM).

Ésta consiste en el uso eficiente del inventario al vender el producto correcto, al cliente correcto en el instante correcto. A través de los años, la aplicación de esta disciplina ha sido diversamente estudiada para variadas industrias tales como hotelería, *Car Rentals* y la ya mencionada industria aérea de pasajeros (McGill & Ryzin, 1999). Sin embargo, la industria aérea de carga no ha sido tan desarrollada producto de que es considerada como un ingreso adicional a los vuelos de pasajeros y a la gran complejidad que presenta (Becker & Dill, 2007). Las principales complejidades son las enumeradas en el punto a), b) y d). Sin embargo, también presenta la ventaja de que el planificador puede aprovecharse del control de itinerarios de c) y aumentar la eficiencia del uso de la capacidad de los aviones. Esta tesis aprovecha la ventaja mencionada anteriormente al desarrollar un modelo de control de itinerarios tomando en cuenta la incertidumbre presente en la capacidad de carga de los vuelos de pasajeros. La carga se modelará bidimensionalmente (peso y posiciones) ya que el volumen solo es una limitante importante cuando se mueve carga que no cabe en un *pallet*. Este tipo de carga generalmente viaja en cargueros. Por último, los *Allotments* al corresponder a contratos de largo plazo que son firmados varios meses antes de la salida de un vuelo serán considerados como parámetro del modelo.

1.3 Definición del Problema

Tomando en cuenta lo anterior el problema radica en **encontrar la asignación óptima de la carga a la red de pasajeros de manera de maximizar las ganancias de la red.** Para esto se desarrollarán dos modelos de optimización formulados como un *Multi-Commodity Flow Problem*. El primero corresponde a un modelo determinístico con un menor grado de complejidad. El segundo es un modelo de programación estocástico de múltiples etapas en el que se considera variabilidad en las capacidades de carga de los aviones. Este modelo de asignación se considera parte del proceso de RM ya que consiste en asignar recursos (capacidad) a la carga más rentable.

1.4 Objetivos

El objetivo principal de esta tesis consiste en desarrollar un modelo matemático que ayude a determinar qué demanda servir de un conjunto de demandas potenciales, así como a definir el ruteo que experimentará cada una de éstas.

Los objetivos específicos son:

- Desarrollar una herramienta de optimización para la asignación de la carga a la red de pasajeros. Esta herramienta debe ser utilizable por los analistas de la aerolínea y ayudarlos en el proceso de asignación de carga diaria.
- Desarrollar y resolver un modelo de optimización para la asignación de carga aérea que considere variabilidad en la capacidad de los vuelos.
- Cuantificar los beneficios de la herramienta computacional en comparación a la asignación actual de la aerolínea.
- Cuantificar los beneficios del modelo estocástico en comparación al modelo determinístico.
- Desarrollar y evaluar una política para la implementación de la solución estocástica en situaciones reales.

A continuación se presentará un ejemplo simple el cual demuestra la necesidad de realizar una optimización conjunta (toda la red) y la importancia de considerar variabilidad para las capacidades de los vuelos.

1.5 Ejemplo

En esta sección, se ejemplificará el problema identificado y que será resuelto en esta tesis. Para esto se utilizará la red ficticia presente en la Figura 1-3 que tiene dos vuelos (1 y 2), que sirven a tres aeropuertos (A, B y C). La capacidad de carga de los vuelos es de 10.000 kg. cada uno y el costo por transportar la carga es de \$1 por kg en cada vuelo.

Este costo representa el costo marginal de mover un kilo más de carga en este vuelo y corresponde a la suma del costo de combustible extra más el costo de las operaciones en tierra. Además, existen demandas entre los aeropuertos A-B, A-C y B-C (10.000 kg. cada una). La aerolínea recibe \$6, \$10 y \$5 por cada kilo transportado respectivamente.

Considerando esta red, la pregunta consiste en determinar qué carga llevar de manera de maximizar la utilidad de la aerolínea. Si se optimiza tomando en cuenta la red completa, las cargas a llevar serán A-B y B-C en su totalidad, logrando una utilidad de \$90.000. Sin embargo, si se optimiza de manera miope y se elige llevar la carga más rentable para cada vuelo, la carga a llevar será la demanda A-C, logrando una utilidad de \$80.000.

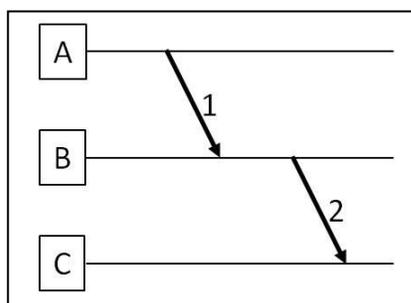


Figura 1-3: Red Ficticia de dos vuelos

Por otra parte, si se considera la red de la Figura 1-4 que agrega los vuelos 3 (costo \$1 por kg. y capacidad 10.000 kg.) y 4 (costo \$1 por kg. y capacidad 15.000) la demanda A-C también puede ser servida utilizando el vuelo 4. Con esta asignación el vuelo 3 no será utilizado por ninguna de las demandas, ya que la demanda B-C no utilizará el vuelo 3 para luego conectar con el 4 ya que incurriría en un costo de \$2 por kilo, mientras que el vuelo 2 tiene un costo de \$1 por kilo.

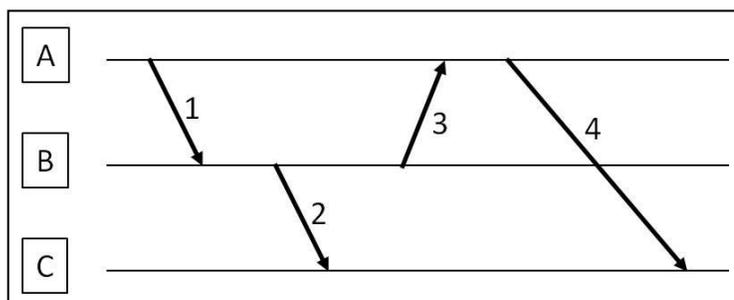


Figura 1-4: Red Ficticia de cuatro vuelos

Sin embargo, si el vuelo 2 tiene menor capacidad de la planificada (por alguno de los motivos presentados anteriormente), el planificador puede reaccionar y enviar carga por el vuelo 3, para que llegue a su destino en el vuelo 4. A través de este ejemplo podemos observar que el contar con un modelo que considere la incertidumbre en la capacidad de los vuelos, entrega una posibilidad de mejora de las ganancias de la red a través del ruteo de la carga.

1.6 Alcances

En esta tesis se trabajará con los datos proporcionados por la línea aérea mencionada anteriormente. Estos datos corresponden a una semana sobre demandada en el mes de diciembre de 2014. Además, se utilizará solo la demanda que tiene origen en América del Sur. Para el modelo determinístico se utilizaron los datos de la semana completa, además de los últimos dos días de la semana anterior y los primeros dos días de la semana siguiente para establecer un estado de régimen en la optimización. El modelo determinístico utilizó como capacidad el promedio de las distribuciones de capacidad para cada vuelo. Para el modelo estocástico se utilizó la red del día lunes y martes de esa misma semana. En este caso, los estados de capacidad corresponden al promedio, promedio menos la desviación estándar y promedio más la desviación estándar.

Los datos sobre las demandas son agregados y corresponden a predicciones realizadas por analistas de dicha empresa. Para el modelo sin variabilidad la capacidad para cada vuelo fue estimada por dichos analistas, mientras para el modelo estocástico se asumió distribución normal y se calcularon los promedios y desviaciones de una base de datos proporcionada por la empresa.

1.7 Estructura de la Tesis

La siguiente tesis está dividida en cinco capítulos. El segundo capítulo presentará el estado del arte de la literatura en problemas de este tipo y en el estudio del RM del transporte aéreo de carga.

El tercer capítulo presentará los modelos formulados para esta investigación, así como algoritmos para facilitar su solución y políticas de comparación e implementación de la solución.

El cuarto capítulo presentará los resultados del modelo estocástico obtenidos tanto al optimizar la red ficticia de la Figura 1-4 así como una red real utilizando los datos proporcionados por la aerolínea. Además, se presentarán análisis a los tiempos de resolución como a la sensibilidad del parámetro de la penalidad, el cual será estimado.

Por último, el quinto capítulo presentará las principales conclusiones sobre la utilización del modelo en la industria. Además, explicitará las limitaciones de los modelos y presentará futuras líneas de investigación.

2 REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

El siguiente capítulo presentará una reseña sobre diferentes temas que guardan relación con esta tesis. Primero que todo, se considerará el *Multi-Commodity Flow Problem* (MCFP), modelo que asigna demandas a una red con capacidad limitada. Este problema ha sido diversamente estudiado en distintas áreas. Luego, se presenta una pequeña reseña sobre el estudio del *Revenue Management* (RM) en el transporte de carga aérea. A continuación, se enumerarán los principales estudios de esta disciplina que hayan utilizado el MCFP. Luego, se mencionarán distintas aplicaciones en las cuales se ha utilizado optimización estocástica de múltiples etapas, con especial énfasis en las que tienen similitudes con esta investigación. Por último, se presenta una tabla resumen sobre las principales diferencias de los estudios revisados que guarden relación con la investigación presentada.

2.1 Multi Commodity Flow Problem (MCFP)

El MCFP consiste en asignar ciertos productos de una red, de manera de satisfacer las demandas entre cada par de nodos y tiene su origen en la literatura en Ford & Fulkerson (1962). La función a optimizar puede ser de minimización de costos o de maximización del flujo total de la red (si existe la posibilidad de dejar demanda insatisfecha). Por otra parte, posee dos grupos de restricciones: continuidad en los nodos y capacidad en los arcos. En Assad (1978) se encuentra una revisión de la literatura de este problema hasta la fecha de publicación y en Ahuja, Magnanti, & Orlin (1993) se encuentra una explicación detallada de este problema en su versión general.

La gran mayoría de los estudios en este tema han desarrollado variados algoritmos y heurísticas para resolver este tipo de problemas. En Ouorou, Mahey, & Vial (2000) se realiza una revisión bibliográfica sobre estos algoritmos, sus diferentes técnicas de solución y aplicaciones a situaciones reales. Además de su uso en la asignación de la carga a una red de transporte, este tipo de formulación es usado en diferentes situaciones

como en estudios recientes de evacuaciones de emergencia (Lahmar, 2006), transporte (Köhler, Möhring, & Skutella, 2009) y logística (Hernández, Peeta, & Kalafatas, 2011) entre otros. A continuación se mostrarán tres estudios donde se utilizó el MCFP en distintos ámbitos con consideraciones de interés para la tesis.

Barbarosoğlu & Arda (2004) optimizan la respuesta que se debe tener ante un desastre natural o catástrofe en el cual los caminos pueden verse dañados, así como tampoco se tendrá certeza sobre qué es lo que se necesita en cada lugar. De esta manera, se tiene incerteza tanto en la oferta como en la demanda. Los nodos son tanto los lugares donde se origina la ayuda como los donde es necesaria dicha ayuda, mientras que los arcos son los caminos que pudieron o no verse dañados. Esto se modela con programación estocástica de dos etapas, donde en la primera se toman decisiones con información conocida, mientras que en la segunda se consideran distintos escenarios. La decisión de primera etapa se toma después de ocurrido el desastre natural o catástrofe al conocer la magnitud. En esta etapa se debe reaccionar rápidamente, por lo que se deben posicionar recursos en lugares estratégicos antes de conocer los daños y las necesidades de la población. Luego, en la segunda etapa, se conocen las características exactas de la situación, por lo que se debe optimizar el MCFP de manera de cumplir con las necesidades utilizando la red disponible. Claramente, el modelo se debe optimizar para cada caso de desastre, ya que la decisión inicial depende de la magnitud de éste.

Maharjan & Matis (2012) modelan el problema de asignación de puertas a los aviones como un MCFP. El objetivo es minimizar una función conjunta que considere tanto costo de combustible de taxeo para las aeronaves así como una penalidad por tiempo para los pasajeros en conexión. Las puertas son modeladas como un *Commodity* que debe ser asignado a una ruta y los despegues y aterrizajes son modelados como nodos intermedios. Así, la asignación de una puerta a una ruta entregará el uso óptimo de ésta. Además, considera incertidumbre en el proceso agregando holguras al tiempo de aterrizajes o despegues, de manera de lograr una optimización robusta. Los resultados obtenidos de experimentos numéricos, muestran que el agregar un mayor tiempo

adicional a los aterrizajes y despegues arroja menores cambios a la programación óptima en el día a día.

Karsten, Pisinger, Ropke, & Brouer (2015) evalúan un MCFP aplicado a transporte de carga marina agregando una restricción de tiempo de entrega máximo de carga. Para motivos de este estudio, no se considera la fase previa de la creación de una red óptima y simplemente se asigna la carga sobre una red predefinida. Por otra parte, desarrollan algoritmos para resolver dicho problema. Utilizando la formulación propuesta, concluyen que añadir restricciones de tiempo no aumenta el tiempo de resolución respecto al caso en que estas restricciones no son consideradas.

2.2 Transporte Aéreo de Carga

La investigación sobre el RM en la industria de carga aérea tiene sus orígenes en Kasilingam (1996), donde explicita las complejidades de dicha industria, y las principales diferencias con la de pasajeros como fue descrito en el capítulo 1.2.2. Luego Billings, Diener, & Yuen (2003) profundizan en dichas diferencias y enumeran las principales herramientas que un sistema de RM en una empresa de carga aérea debería tener. Entre ellas se encuentran un predictor de demanda y de oferta, un optimizador de la asignación a la red, un calculador de capacidad a sobre vender, un evaluador de precios y un administrador de los *Allotments*. Becker & Dill (2007), Popescu (2006) y Slager & Kapteijns (2004) también enumeran las complejidades principales de esta industria y complementan con características de sistemas teóricos y prácticos de RM en carga, sin profundizar en los modelos matemáticos. Otros tipos de avance en esta industria tienen que ver con estrategias de control (cómo vender un vuelo), *Allotments*, y *Overbooking*.

Esta tesis se concentra en el optimizador de la asignación a la red mencionado por Billings et al. (2003). En el transporte de pasajeros, la optimización de la red completa se llama OD Control. De esta manera, se aseguran o reservan asientos en ciertos vuelos

para pasajeros que dejan una utilidad mayor a la red. Es por esto que a pesar de no ser el pasajero más rentable para un solo vuelo, muchas veces se prefiere a un pasajero en conexión. Williamson (1992), plantea un modelo de maximización del ingreso asignando pasajeros a distintos vuelos, sujeto a restricciones de capacidad y de límites tarifarios. Además, plantea ciertas estrategias de control de manera de lograr dicho óptimo considerando que debe existir una política de aceptación.

En relación a la optimización de la red de carga, Prior et al. (2004) detallan la experiencia de una compañía de Estados Unidos al optimizar la red de todo el país (EEUU) y considerar tanto las rutas aéreas como terrestres. El sistema fue implementado en dos fases con dos modelos de optimización similares. La primera fase sólo considera la red de aviones y minimiza los costos de distintos itinerarios para una aeronave, tomando en cuenta horas extra, así como ciclos o costos de tripulación. En la segunda fase se resuelve el MCFP completo, que considera la red completa (aviones y camiones) así como la asignación de la carga a los ruteos óptimos. Este modelo considera una etapa previa que no será considerada en esta tesis que es la generación de la red. Sin embargo, en su trabajo los autores no consideran estocasticidad tanto en la demanda como en la capacidad.

Bartodziej & Derigs (2004) plantean un modelo similar al de Williamson (1992) adaptado a carga. Las diferencias radican en que la carga es asignada a un ruteo (conjunto de vuelos) en vez de a un vuelo en específico. De esta forma se disminuye en gran cantidad el número de restricciones. A pesar de que el número de variables aumenta, utilizando un pre procesamiento de éstas se pueden disminuir considerablemente. Por otro lado, los vuelos están restringidos tanto en volumen como en peso. Los autores entregan un conjunto de algoritmos de manera de resolver dicho problema. Este modelo será desarrollado de manera más extensa en la sección 3.1, donde se implementará un modelo similar a este en una importante línea aérea regional. Luego Bartodziej, Derigs, & Zils (2007) continúan desarrollando el modelo con un enfoque más dinámico al agregar demanda aceptada y demanda entrante. De esta manera

se calcula el aporte de la demanda entrante para evaluar su rentabilidad. De igual forma, el modelo depende fuertemente de las predicciones futuras de demanda.

Boonekamp (2013) desarrolla un conjunto de políticas de aceptación de la carga para el caso de un par Origen-Destino y múltiples vuelos. Para esto, considera que la demanda es estocástica y establece distintas clases de productos, con distintas sensibilidades al tiempo de entrega. De esta manera, puede utilizar distintos vuelos para asignar la carga dependiendo de la clase del producto. El objetivo es maximizar la utilidad de la red de todos los vuelos, considerando que la carga con menor tarifa puede experimentar rezago temporal. De esta manera, se privilegia la carga con mayor tarifa para los vuelos más demandados. Como la demanda es estocástica, mediante simulación calcula el óptimo de la asignación para cada escenario y así obtiene los límites de reserva para cada clase tarifaria. En cada simulación, el problema a resolver es uno similar al de Bartodziej & Derigs (2004), con la diferencia de que la demanda está desagregada por pedido, por lo que la decisión es qué pedidos aceptar. Por otro lado, la red es considerablemente más pequeña, y no se hace diferencia entre ruteos o tramos ya que para este caso son lo mismo. Así, propone una política de aceptación en la cual se debe recibir de cada clase tarifaria hasta alcanzar el límite calculado. Este resultado lo compara con políticas FCFS con y sin intercambio entre los vuelo. El resultado propuesto tiene un mejor desempeño que las políticas FCFS.

2.3 Programación Estocástica de Múltiples Etapas

La programación estocástica de múltiples etapas puede ser utilizada para resolver una gran cantidad de problemas. En esta sección, se presentarán algunos estudios que utilizan la misma metodología que la investigación presente en esta tesis. Primero se mostrarán en detalle dos trabajos de la industria de pasajeros que guardan relación con el problema identificado, luego se mostrarán estudios en los cuales se utilizó programación estocástica en planificación financiera, generación y transmisión eléctrica y planificación de producción.

La industria aérea de pasajeros tiene muchas diferencias con la industria de carga. Sin embargo, también tiene un gran número de similitudes. Al igual que en el transporte de carga, pasajeros con distintos pares O-D pueden estar compitiendo por la misma capacidad (asiento) en un vuelo. De esta manera, también se debe privilegiar el pasajero más rentable para la red. Sin embargo, el modelador no puede decidir por qué ruta enviarlo, ya que la demanda de pasajeros es por itinerario, mientras que la demanda de carga es por llegar a destino. Por otro lado, la demanda de pasajeros puede ser clasificada en distintas clases tarifarias con distintas restricciones tales como tiempo anticipado de compra o posibilidad de devolución. Tomando en cuenta esto, Möller, Römisch, & Weber (2004) proponen un modelo de optimización estocástica de múltiples etapas para aceptar a los pasajeros que entreguen mayor rentabilidad a la red. El modelo es similar al de Williamson (1992) con la diferencia de que la demanda es estocástica. La variable de decisión en este caso es los límites de protección para cada vuelo de cada clase tarifaria. A pesar de que el modelo está propuesto para toda la red, los autores solamente lo resuelven para un tramo de vuelo. Esta investigación es similar a la de Boonekamp (2013), donde establece límites para cada tipo de carga. En la misma línea de trabajo, DeMiguel & Mishra (2006) proponen un modelo de optimización estocástica con variabilidad en la demanda similar al de Moller et al (2004) de manera de calcular los *Bid Prices* óptimos para cada etapa de tiempo. Además, los autores utilizan distintas metodologías para la generación del árbol de escenarios para representar la demanda. El modelo fue probado en una red simulada de 14 vuelos con 70 rutas posibles.

En el texto introductorio sobre la programación estocástica, Birge & Louveaux (2011) presentan un problema de maximización de rentabilidad de un portfolio. En este texto, aseguran que el área de planificación financiera es una de las aplicaciones más desarrolladas para esta disciplina. La aplicación de la optimización estocástica para la planificación financiera tiene sus orígenes en Bradley & Crane (1972) y Ziemba & Vickson (1975). Sin embargo, se pueden encontrar variadas referencias sobre esta aplicación en Mulvey & Vladimirou (1991), Mulvey & Shetty (2004) y Kouwenberg & Zenios (2006) entre otros.

Otra área muy estudiada dentro de esta disciplina es la de planificación energética en sus tres etapas: generación, transmisión y distribución eléctrica. Estos problemas tienen la característica de requerir una gran inversión inicial, como una planta generadora de electricidad o una línea de transmisión sin conocer el futuro. Como el tiempo de construcción es muy largo, la capacidad de reacción frente a escenarios no previstos es muy pequeña. Referencias a modelos de planificación energética que consideren incertidumbre y se resuelvan mediante optimización estocástica de múltiples etapas se encuentran en Pereira & Pinto (1991), Akbari, Rahimikian, & Kazemi (2011), Finardi, Decker, & De Matos (2013) y Munoz & Watson (2015).

Similar al punto anterior, la optimización estocástica también ha sido utilizada en planificación de producción ante incertidumbre. Ejemplos de esto se pueden encontrar en Peters, Boskma, & Kupper (1977), Escudero & Kamesam (1993), Voß & Woodruff (2006), Huang & Ahmed (2009), Zanjani (2010), Hagle & Kempf (2011) y Körpeoğlu, Yaman, & Selim Aktürk (2011).

2.4 Resumen

A continuación se muestra una tabla resumen con los principales avances encontrados que guardan relación con el problema identificado en la tesis. Todos los estudios presentados resuelven un MCFP buscando diferentes objetivos. El modelo lo aplican a diferentes tamaños (completa o parcial si es solo un vuelo) y tipos de redes (variable si la red es considerada una parte de la optimización o, fija si es un dato). La demanda y la oferta (capacidad de los vuelos) pueden ser determinísticas (fijas) o estocásticas.

Tabla 2-1: Resumen Revisión Bibliográfica

Autor	Objetivo	Tamaño	Demanda	Capacidad
Williamson (1992)	Aceptación de pasajeros	Red completa fija	Fija	Fija
Möller, Römisch & Weber (2004)	Aceptación de pasajeros	Red parcial fija	Estocástica	Fija
Prior et al. (2004)	Asignación de Carga Aérea	Red completa variable	Fija	Fija
Bartodziej & Derigs (2004)	Asignación de Carga Aérea	Red completa fija	Fija	Fija
Barbarosoğlu & Arda (2004)	Respuesta a catástrofes	Red completa fija	Estocástica	Estocástica
DeMiguel & Mishra (2006)	Cálculo de Bid Price	Red completa fija	Estocástica	Fija
Maharjan & Matis (2012)	Asignación de puertas a aviones	Red completa fija	Estocástica	Fija
Boonekamp (2013)	Estrategia de Control	Red parcial fija	Estocástica	Fija
Karsten, Pisinger, Ropke, & Brouer (2015)	Asignación de carga marítima	Red completa fija	Fija	Fija

De los estudios revisados, el que guarda mayor relación con la investigación de esta tesis es el de Bartodziej & Derigs (2004). Sin embargo, estos no consideran cambios en la capacidad de los vuelos. Otra diferencia con el modelo estocástico propuesto en esta tesis, es que será modelado en base a tramo en vez de a rutas. Por otro lado, el único que resuelve un problema similar con capacidad estocástica es Barbarosoğlu & Arda (2004). Sin embargo, ese modelo no es aplicable a la industria aérea por la forma en que se revela la información. Como se mencionó anteriormente, la información de cada vuelo se encuentra disponible minutos antes del despegue, mientras que en el modelo de Barbarosoğlu & Arda (2004) la capacidad de todos los arcos se conoce después de ocurrida la tragedia, en un solo instante de tiempo. Por otra parte, hay estudios sobre RM

con incertidumbre en la capacidad, pero son utilizados para estrategias de control en un solo vuelo (Huang & Hsu, 2005). Por último, el problema de Möller, Römisch, & Weber (2004) aborda un problema similar con la misma metodología, pero con variabilidad en la demanda, ya que en los vuelos de pasajeros, el número de asientos es definido y no experimenta variabilidad. De esta forma, no se encontraron estudios que utilicen la formulación de múltiples etapas para la asignación de carga aérea considerando variabilidad en la capacidad. El modelo propuesto calificaría dentro de esta tabla con el objetivo de asignar la carga aérea a una red completa fija, con demanda fija y capacidad estocástica.

3 METODOLOGÍA

En este capítulo se presentará la metodología utilizada para resolver el problema de asignación de la carga a una red de vuelos fijos. Primero, se presentará la implementación de un modelo de asignación de carga en una línea aérea. Este modelo está basado en Bartodziej & Derigs (2004) y no considera incertidumbre alguna, tanto en la demanda como en la oferta. La implementación consistió en la adaptación del modelo para considerar las necesidades de la compañía, así como la generación de una herramienta computacional para facilitar y mecanizar su utilización. En la segunda parte de este capítulo se presentará un modelo que cumple el mismo objetivo, pero considera incertidumbre de la capacidad dentro de su formulación. Por último, se establecen políticas de comparación entre estos dos modelos para valorizar el aporte que entrega el modelo con variabilidad frente al que no la considera.

3.1 Modelo Determinístico

En la siguiente sección se presentará la implementación del modelo determinístico en una importante línea aérea regional. Este modelo toma en cuenta la ventaja de que la carga puede ser enviada por cualquier ruta, independiente del número de conexiones, siempre que cumpla las condiciones de entrega (Kasilingam, 1996). Además, existe carga no prioritaria, la cual la aerolínea puede retrasar de manera deliberada, aprovechando la estacionalidad presente dentro de una misma semana. Para tomar ventaja de las flexibilidades mencionadas, se propone un modelo de optimización lineal que asigne las demandas entre distintos pares origen destino a un conjunto de vuelos fijos de manera de maximizar las utilidades de la red. En esta red, las cargas prioritarias tienen un menor tiempo máximo de entrega, mientras que las cargas no prioritarias experimentarán rezagos cuando la capacidad esté sobre demandada. Los vuelos son considerados fijos debido a que los vuelos de pasajeros volarán independiente de la carga asignada, no considerándose eventos como cancelaciones por razones climáticas u

otros. Para este caso la capacidad es conocida, supuesto que será relajado en la Sección 3.2.

3.1.1 Supuestos

Para la formulación de este modelo se consideraron los siguientes supuestos:

a) La capacidad de carga de los vuelos es conocida y determinística

Este es el supuesto más fuerte del modelo. La capacidad de los vuelos depende de la cantidad de pasajeros y del peso de su equipaje, por lo que la capacidad efectiva de cada avión se conoce solamente minutos antes de que el vuelo despegue. En este momento, la carga ya se encuentra en la puerta del avión para ser enviada.

b) La demanda es conocida y determinística

Las predicciones de la demanda son certeras y los kilogramos efectivos que entregará cada cliente son conocidos. Esto no ocurre siempre en la industria por el carácter informal que caracteriza las negociaciones. Algunos clientes pueden llegar con una menor o mayor cantidad de kilogramos o con una densidad diferente. Dicha información solo estará disponible una vez que el operador de la aerolínea haya recibido la carga. La empresa considera este supuesto ya que apunta a formalizar las relaciones con los clientes, exigiendo cumplimiento sobre la capacidad reservada.

c) Un pedido puede ser aceptado parcialmente o ser dividido

En la práctica, los clientes están en contra de que sus pedidos sean enviados por distintas rutas debido a las complicaciones que esto podría traer. Sin embargo, en esta investigación se trabajará de acuerdo al procedimiento regular de la aerolínea, que si divide los pedidos de ser necesario.

d) Todo tipo de commodities puede viajar en un mismo avión

En este caso no se están considerando restricciones operacionales y de seguridad, tales como el envío de animales vivos junto a materiales radioactivos. Sin embargo, estos casos corresponden a escenarios puntuales que no afectan el comportamiento general del modelo. Este tipo de carga especial la mayoría de las veces viaja en un carguero dedicado específicamente para ésta.

e) Los aeropuertos no tienen restricción de capacidad:

A pesar de esto, si se considera un costo de almacenaje por unidad de tiempo, de manera de penalizar los ruteos más largos en el modelo. Las bodegas refrigeradas en ciertos aeropuertos si pueden considerarse con capacidad finita. Sin embargo, la empresa no considera esto debido a que en la actualidad, raramente se ve sobrepasada. De ser necesario, el modelo si puede considerar las capacidades de los aeropuertos al incluir un grupo más de restricciones. Dicho grupo no fue considerado de manera de simplificar el modelo y disminuir el tiempo de resolución.

3.1.2 Datos de Entrada

El modelo utiliza los siguientes datos de entrada, separados en tres categorías:

a) Itinerarios de vuelos de pasajeros

Fechas, horarios, par origen-destino, capacidad (en peso y volumen) y el costo marginal de enviar un kilo más en dicho avión. El costo fijo no se considera debido a que el vuelo será realizado independiente de la carga enviada.

b) Pronóstico de la demanda

Pronóstico en peso, par origen-destino de la demanda, fecha y hora de recepción, densidad, tarifa por kilo y tiempo máximo de entrega. Producto de la fidelización de algunos clientes, es que cierta carga tiene una cantidad mínima que debe ser servida (*allotment*) independiente de que la tarifa no sea la más conveniente.

c) Restricciones operacionales

Tales como tiempo de conexión entre los vuelos y costo de almacenaje en los distintos aeropuertos.

3.1.3 Modelación

El modelo propuesto se modela en base a rutas, donde cada ruta corresponde a un vuelo directo entre un par O-D o a una combinación de vuelos, no necesariamente del mismo día. En la Figura 3-1 se pueden formar un total de seis rutas. La ruta continua conecta el par A-C y corresponde a utilizar el vuelo 1 y 2 secuencialmente, mientras que la punteada une el par B-C y corresponde al vuelo 3 y 4. Por otra parte, cada uno de estos vuelos corresponde a una ruta independiente. Las rutas que vuelven a un aeropuerto visitado (como por ejemplo 1 y 3) no tienen sentido en la modelación determinística. Esto debido a que es una ruta más cara y que utiliza la capacidad de los mismos aviones. El objetivo es maximizar la utilidad de la red y la decisión corresponde a la cantidad de cada una de las demandas a enviar por cada ruta. Las restricciones están dadas por la capacidad de cada uno de los vuelos y la cantidad mínima y máxima para enviar de cada una de las demandas. Este modelo requiere de un trabajo previo en la creación de todas las rutas factibles con sus respectivos costos.

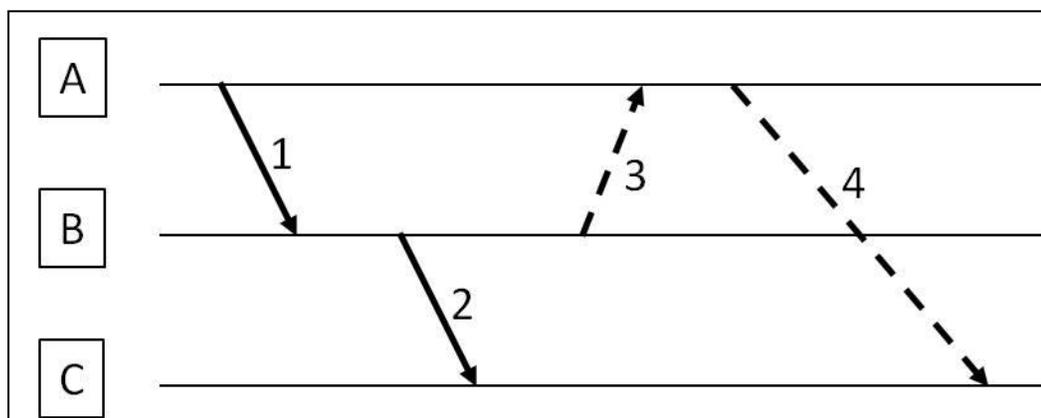


Figura 3-1: Rutas Disponibles

Este mismo problema puede ser modelado en base a tramos de vuelo. En este caso el objetivo es el mismo y la decisión corresponde a qué cantidad de cada una de las demandas enviar en cada vuelo. Esta formulación en base a vuelos tiene la ventaja de contar con un menor número de variables de decisión, debido a que la cantidad de vuelos es menor a la cantidad de rutas. Sin embargo, tiene la desventaja de agregar un grupo considerable de restricciones de continuidad, donde para cada despegue la carga enviada debe ser menor a lo que ha llegado en los vuelos previos, menos la carga que ya ha sido enviada.

A pesar de la mayor cantidad de variables que representa la modelación por rutas, muchas de estas pueden ser simplemente eliminadas. Esto ocurre ya que para que una ruta esté disponible para una demanda, debe conectar el mismo par OD y debe finalizar previo al horario máximo de entrega. Con estas condiciones se disminuye considerablemente el número de variables de decisión. A modo de ejemplo, para una red semanal de 818 demandas y 671 vuelos se crean 13.218 rutas lo que entrega un total de 8.868.607 variables de decisión. Sin embargo, no todos los pedidos usan esas rutas, por lo que de acuerdo al análisis anterior se puede disminuir la cantidad de variables a 12.648. Por esta razón, para este caso en particular, se privilegió la modelación en base a

rutas para aumentar la eficiencia. Sin embargo, la modelación en base a tramos será utilizada en el modelo estocástico presente en la Sección 3.2.

3.1.4 Notación

Conjuntos

K : Conjunto de demandas potenciales (pedidos).

R : Conjunto de rutas.

V : Conjunto de vuelos.

Parámetros

p_k : Precio o tarifa del pedido k [\$/kg.].

D_k : Demanda total del pedido k [kg.].

A_k : Allotment del pedido k [kg.].

c_r : Costo de la ruta r [\$/kg.].

Q_{v_v} : Capacidad del vuelo v en peso [kg.].

Q_{v_v} : Capacidad del vuelo v en posiciones [pos.].

ρ_k : Densidad del pedido k [kg. /pos.].

δ_{vr} : Matriz de incidencia vuelo ruta: 1 si la ruta r utiliza el vuelo v , 0 en otro caso.

β_{kr} : Matriz de incidencia demanda ruta: 1 si el pedido k puede utilizar la ruta r , 0 en otro caso.

VARIABLES DE DECISIÓN

x_{kr} : Cantidad del pedido k que vuela en la ruta r [kg.].

3.1.5 Formulación

A continuación se presenta la formulación del modelo basado en rutas.

$$\max_{x_{kr}} \sum_{k \in K} \sum_{r \in R} x_{kr} * (p_k - c_r) \quad (3.1)$$

s.a.

$$\sum_{r \in R} x_{kr} \leq D_k \quad \forall k \in K \quad (\pi_k^1) \quad (3.2)$$

$$\sum_{r \in R} x_{kr} \geq A_k \quad \forall k \in K \quad (\pi_k^2) \quad (3.3)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R} x_{kr} * \delta_{vr} \leq Qw_v \quad \forall v \in V \quad (3.4)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{r \in R} \frac{x_{kr} \delta_{vr}}{\rho_k} \leq Qv_v \quad \forall v \in V \quad (3.5)$$

$$0 \leq x_{kr} \leq D_k * \beta_{kr} \quad \forall k \in K, \forall r \in R \quad (\pi_{kr}^5) \quad (3.6)$$

La función objetivo maximiza la utilidad total de la red considerando los precios de las demandas y el costo de las rutas. El primer conjunto de restricciones (3.2) asegura que la cantidad enviada de cada demanda no supera la demanda potencial. El conjunto de restricciones (3.3) asegura servir una cantidad determinada de una cierta demanda (*allotment*), a pesar de que su precio no sea el más conveniente. El conjunto de restricciones (3.4) y (3.5) determina que la capacidad de los vuelos (tanto en peso como en posiciones) no puede ser excedida. Por último, el conjunto de restricciones (3.6) asegura que la carga solo puede volar por las rutas que le corresponden. Esta última restricción no se encuentra en el modelo de Bartodziej & Derigs (2004) ya que los autores trabajan con conjuntos, por lo que si una ruta r no está disponible para un cierto

pedido k , dicha variable simplemente no existe. Para el modelo presentado en esta sección, se puede aplicar una limpieza previa al modelo disminuyendo la cantidad de variables de decisión. Sin embargo, se recomienda dejar esta restricción para el caso en el que la ruta r conecte el mismo par OD que el producto k , pero que no esté disponible por el tiempo máximo de entrega. De esta manera, el análisis de sensibilidad entregará información que puede resultar de mucha utilidad como se explica en la siguiente sección.

3.1.6 Análisis de Sensibilidad

Se realiza un análisis de sensibilidad de manera de recabar información que puede ser de gran utilidad para la aerolínea. En primer lugar, el precio sombra del primer conjunto de restricciones (π_k^1) entregará el valor que aporta transportar una unidad más de este producto. La ecuación (3.7) corresponde al cálculo del Bid Price (precio mínimo aceptable) del pedido k (BP_k). Como el valor de π_k^1 corresponde a la ganancia de dicha demanda, el precio mínimo a servirla será el costo de la ruta más cara, correspondiente a el precio servido menos el margen por una unidad adicional.

$$BP_k = p_k - \pi_k^1 \quad (3.7)$$

En segundo lugar, el precio sombra de las restricciones de *allotment* (π_k^2) será negativo (ya que se está llevando un producto que no necesariamente es el más rentable). De esta manera, se puede realizar un análisis a estos valores para cuantificar el precio que tiene la fidelización de dicho cliente y si es conveniente para la empresa.

Por último, el precio sombra del último conjunto de restricciones sirve para evaluar una política de descuentos. Cuando la ruta no está disponible por motivos de tiempo máximo de entrega, dicho valor (π_{kr}^5) representa la posible ganancia de utilizar la ruta r al aumentar el tiempo de entrega. Este análisis entrega la posibilidad de crear una

diferenciación de productos, en la cual se puede evaluar una política de descuentos por aumentar el tiempo de entrega. Una política de este tipo representa una gran oportunidad para la línea aérea. Permite por un lado, aumentar la tarifa para la carga prioritaria disminuyendo el tiempo de entrega, mientras que puede aumentar la cantidad de carga llevada debido a la flexibilidad de la carga no prioritaria. La ecuación (3.8) calcula el precio mínimo al cual se puede servir la demanda (p_{kr}^{\min}), cuando se habilita la ruta r para su uso. Como el valor π_{kr}^5 es la ganancia de dicha ruta, este valor también representa el descuento máximo que se le puede realizar al pedido sin incurrir en pérdidas.

$$p_{kr}^{\min} = p_k - \pi_{kr}^5 \quad (3.8)$$

Ciertamente, los valores presentados anteriormente son resultado de un análisis de sensibilidad realizado con los precios sombra de las distintas restricciones. Este análisis es válido solo para valores cercanos a los que se está trabajando, por lo que simplemente entregan una noción de dónde se encuentran oportunidades para aumentar la rentabilidad. Para una correcta evaluación de las políticas propuestas es necesario volver a resolver realizando los cambios identificados.

3.1.7 Herramienta Computacional

Se desarrolló para la empresa una herramienta computacional de manera de utilizar el modelo de manera fácil y eficiente. La herramienta utiliza los datos de entrada mencionados en la Sección 3.1.2 en un formato específico, como se muestra en el ejemplo del Anexo A. Luego se ejecutan las cuatro rutinas principales que se describen a continuación.

a) Crear Rutas:

En esta rutina, se crean todas las rutas posibles considerando los vuelos de la red. Para esto, se conectan los vuelos secuencialmente considerando tiempos de conexión por aeropuerto.

b) Conectar Demandas:

Una vez creadas las rutas, se asignan las demandas a éstas. Para que una ruta esté disponible debe conectar el mismo par OD que la demanda y finalizar previo al tiempo máximo de entrega. Es en esta rutina donde se disminuyen considerablemente las variables de decisión.

c) Resolver:

El problema se resuelve con el complemento *Open Solver* de Excel por expresa petición de la aerolínea con la cual se trabajó.

d) Resultados:

De manera que la información sea útil para la empresa, se genera una tabla con los principales resultados, correspondiente a la carga a llevar en cada vuelo, así como el factor de ocupación de los vuelos y la cantidad servida de cada una de las demandas. Esta tabla puede ser manipulada mediante tablas dinámicas para obtener la información específica que se requiere.

El tiempo de resolución de estas rutinas en un computador con 4GB de memoria RAM y procesador Intel® Core™ i3-2367M CPU @1.4GHz es presentado en la Tabla 3-1. El problema a solucionar consistió en las predicciones de demanda y red de vuelos de 11 días. El tiempo de resolución total es de aproximadamente 35 minutos.

Tabla 3-1: Tiempos de Resolución

Proceso	Tiempo (segundos)
Crear Rutinas	13
Conectar Demandas	29
Resolver	2.058
Resultados	3
Total	2.103

3.1.8 Aplicación de la Herramienta

Para evaluar el desempeño de la herramienta se consideró la carga transportada por la empresa en una semana sobre demandada. Se eligió esta semana producto a que se trataba de una de las semanas más importantes para el negocio y se encontraba cercana a la fecha de evaluación. Luego, se procedió a asignar la carga a la red mediante la herramienta computacional y se comparó con la asignación realizada por la empresa. Por motivos de confidencialidad, dichos valores no pueden ser publicados en esta tesis. Sin embargo, se logró un aumento del 4.3% en la utilidad al utilizar la asignación propuesta por el modelo. Al considerar la magnitud de las ganancias de una importante línea aérea regional, este porcentaje representa un aumento en la ganancia de varios miles de dólares semanalmente, por lo que se trata de un ahorro significativo.

Aún cuando los beneficios obtenidos por el modelo son importantes, estos están subvalorados. Primero que todo, la comparación se llevó a cabo considerando la carga movida efectivamente y no un universo de demandas potenciales. De esta manera, el modelo minimizó únicamente los costos de la carga que ya había sido aceptada, pero no optimizó la decisión de qué carga llevar, donde también se ven afectados los ingresos. Por otra parte, existen ahorros no cuantificables producto de la disminución de horas hombre en la toma de decisiones.

3.2 Modelo Estocástico

Tal como se vio en la sección 1.2.2, la capacidad del vuelo solo es conocida minutos antes del despegue. En ese momento exacto se debe elegir qué carga subir si la capacidad es menor a la esperada. Una vez que se eligió que carga llevar, se debe decidir qué hacer con la carga restante. Claramente, no se dispone de una gran cantidad de tiempo para realizar un análisis completo. Para superar esta incerteza y contestar estas interrogantes se propone un modelo que considere dicha incerteza, relajando así el supuesto de la capacidad fija de la Sección 3.1.1. Para modelar esta situación se utilizará optimización estocástica de múltiples etapas (Birge & Louveaux, 2011). Para este tipo de modelación se utilizarán las siguientes definiciones; etapas, estados y escenarios.

a) Etapas

El periodo total de planificación se divide en un número definido de etapas. En cada una de estas, se debe decidir qué carga enviar tomando en cuenta la información conocida (etapas pasadas) y la incertidumbre de las etapas posteriores.

b) Estados

La incertidumbre está presente en los estados. El parámetro del cual no se tiene certeza (en este caso la capacidad) es modelado como un número finito y discreto de estados. Un estado es la realización de un valor en particular, para una etapa en particular. Cada estado tiene una probabilidad condicional de ocurrencia.

c) Escenarios

Un conjunto de realización de estados en todo el periodo es un escenario. Esto puede ser modelado como una red con forma de árbol, donde los estados son las ramificaciones de cada nodo y un escenario es algún camino desde el nodo raíz hasta un nodo final. La probabilidad de cada escenario será la multiplicación de las probabilidades condicionales de cada estado que lo componen.

3.2.1 Árbol de Escenarios

Para el caso particular de la asignación de carga a la red, cada vuelo que tenga incertidumbre corresponde a una etapa. Dicha incertidumbre es representada en los estados de capacidad, tanto en peso como en volumen. Para ejemplificar, se utilizará el caso presente en la Figura 1-4. El problema consistirá en uno de cuatro etapas, al tratarse de una red de cuatro vuelos. Luego, se suponen dos estados posibles para cada vuelo: pesimista y optimista. El número de escenarios en este caso será $2^4=16$ y el árbol que representa esta situación se presenta en la Figura 3-2. En la figura, cada nodo (con excepción del nodo raíz) es la realización de un estado y por lo tanto, la decisión que debe ser tomada en ese momento. El número sobre el árbol corresponde a la etapa de cada nodo.

Cabe destacar que cuando un vuelo no tiene variabilidad no se considera como una etapa, sino que simplemente se une a la etapa previa representada en los nodos. Esto sucede porque una etapa ocurre cuando se tiene nueva información, es decir, se conoce el estado del vuelo. De esta manera, la próxima etapa será cuando se conozca la capacidad del próximo vuelo con variabilidad. Los vuelos que se encuentren entre éstos no proporcionan información adicional ya que su capacidad es conocida y se encuentra disponible al momento del despegue del primer vuelo mencionado. Así, la decisión de enviar carga en dichos vuelos puede ser tomada en esa etapa. Para ejemplificar, se utilizará la Figura 3-2. Supongamos que ahora la red tiene 5 vuelos, pero el vuelo 4 no

tiene variabilidad. De esta manera, el árbol solo tendrá 4 etapas (en vez de 5), donde el tercer y cuarto vuelo corresponderán a la tercera etapa, mientras que el quinto vuelo corresponderá a la cuarta etapa.

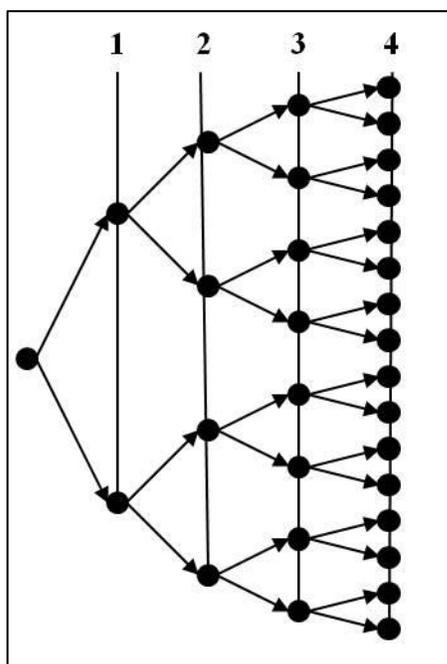


Figura 3-2: Árbol de Escenarios 4 Vuelos

3.2.2 Datos de Entrada y Supuestos

Los datos de entrada necesarios son los mismos que para el modelo determinístico, con la diferencia de que se debe especificar también la cantidad de estados que tiene dicho vuelo y los valores de capacidad tanto en peso como en volumen asociados a cada estado. Por otra parte, los supuestos se mantienen con excepción del supuesto que asegura que la capacidad es determinística y conocida. Se supone también que los ingresos por la demanda son percibidos una vez aceptada la demanda sin importar si esta llega finalmente a su destino. La demanda que no es servida, se cuantifica y penaliza. Dicha penalidad depende exclusivamente del modelador y puede ser, por ejemplo, el

costo de enviar dicha carga con la competencia. Claramente, la penalidad debe ser mayor al precio de dicha demanda. La penalidad es percibida como un costo por la aerolínea independiente del lugar (distinto al destino) de la red donde quede la carga.

3.2.3 Modelación

Para el caso estocástico se utilizará la modelación en base a tramos de vuelo, a pesar de las ventajas que presenta la modelación en base a rutas descrito en la sección anterior. La modelación en base a tramos permite cambiar la ruta que estaba definida para un cierto producto cuando ya se encuentra en tránsito, mientras que la modelación en base a rutas no. Claramente, esto no es importante si no se considera incertidumbre, ya que nunca se cambiará la ruta porque la asignada en un principio será la óptima. Sin embargo, en el caso con incertidumbre esto toma una mayor importancia. En la práctica, al existir variabilidad en la capacidad existe la posibilidad de que cierta carga no pueda ser subida al avión. Es en este momento cuando los analistas de la empresa deben reaccionar para identificar otros vuelos donde puedan enviar dicha carga para cumplir con el cliente. El modelo propuesto si considera esta posibilidad, por lo que cuando la carga no puede ser subida experimentará un cambio de ruta, pudiendo incluso volver a su origen para ser cargada en un vuelo posterior. En el ejemplo de la Figura 1-4, la demanda A-C que viajó en el vuelo 1 para luego continuar en el vuelo 2 puede no ser subida al vuelo 2 si la capacidad no lo permite. Es en estos casos cuando el modelo determina que la carga vuelva a su origen en el vuelo 3 para llegar a su destino finalmente en el vuelo 4.

El objetivo del modelo es maximizar la utilidad esperada. Las variables de decisión son la demanda aceptada y la cantidad de cada una de las demandas que se enviará en cada vuelo para cada escenario. En cualquier parte del árbol, se pueden modelar ingresos de demandas potenciales (sin aumentar el número de escenarios). En el momento de dicho ingreso se decide qué cantidad de demanda servir. Debido a que la capacidad es desconocida existe la posibilidad de aceptar carga que luego no podrá ser transportada.

Es por esto que se introduce un término de penalidad para la demanda que fue aceptada pero que no llegó a su destino. Las restricciones son la capacidad de los vuelos, la cantidad mínima y máxima de demanda a servir, la continuidad de la carga en cada aeropuerto y en cada etapa, la determinación de las penalidades y la no anticipatividad de las decisiones.

En la siguiente sección se presenta la descripción matemática del modelo.

3.2.4 Notación

Conjuntos

K : Conjunto de demandas potenciales

V : Conjunto de vuelos

S : Conjunto de escenarios.

V_v : Conjunto de todos los vuelos hasta v .

S^n : Conjunto de escenarios que hasta el nodo n son iguales.

S^t : Conjunto de escenarios que hasta el último vuelo antes de t (tiempo cuando ingresa la demanda) son iguales.

Parámetros

p_k : Precio de la demanda k [\$/kg.]

L_k : Penalidad de la demanda k [\$/kg.]

D_k : Demanda total de la demanda k [kg.]

A_k : Allotment de la demanda k [kg.]

Pr_s : Probabilidad de que ocurra el escenario s

c_v : Costo del vuelo v [\$/kg.]

$Qw(v, s)$: Capacidad del vuelo v , en el escenario s , en peso [kg.]

$Qv(v, s)$: Capacidad del vuelo v , en el escenario s , en posiciones [pos.]

ρ_k : Densidad del pedido k [kg. /pos.]

γ_k^v : Binaria definida por el modelador, 1 si el vuelo v tiene el mismo origen que la demanda k , 0 en otro caso

θ_k^v : Binaria definida por el modelador, 1 si el vuelo v tiene el mismo destino que la demanda k , 0 en otro caso

α_v^g : Parámetro definido por el modelador, 1 si el vuelo g tiene como destino el origen del vuelo v , -1 si el vuelo g tiene como origen el origen del vuelo v , 0 en otro caso.

μ_k^v : Binaria definida por el modelador, 0 si el vuelo v tiene como origen el destino de la demanda k , 1 en otro caso.

Variables

$x(k, v, s)$: Cantidad de la demanda k que utiliza el vuelo v , en el escenario s

$Y(k, s)$: Cantidad aceptada de la demanda k , en el escenario s

$w(k, s)$: Demanda k que fue aceptada pero no servida, en el escenario s .

3.2.5 Formulación

A continuación se presentará la formulación del problema estocástico, basado en tramos de vuelo.

$$\max \sum_{s \in S} Pr_s \left(\sum_{k \in K} \left(p_k * Y(k, s) + \sum_{v \in V} (-c_v * x(k, v, s)) - L_k * w(k, s) \right) \right) \quad (3.9)$$

s.a.

$$Y(k, s) \leq D_k \quad \forall k \in K, s \in S \quad (3.10)$$

$$Y(k, s) \geq A_k \quad \forall k \in K, s \in S \quad (3.11)$$

$$\sum_{k \in K} x(k, v, s) \leq Qw(v, s) \quad \forall v \in V, s \in S \quad (3.12)$$

$$\sum_{k \in K} \frac{x(k, v, s)}{\rho_k} \leq Qv(v, s) \quad \forall v \in V, s \in S \quad (3.13)$$

$$x(k, v, s) \leq \gamma_k^v * Y(k, s) + \sum_{g \in V_v} \alpha_v^g * (x(k, g, s)) \quad \forall k \in K, v \in V, s \in S \quad (3.14)$$

$$\sum_{v \in V} (\theta_k^v * x(k, v, s)) + w(k, s) = Y(k, s) \quad \forall k \in K, s \in S \quad (3.15)$$

$$x(k, v, s_i) = x(k, v, s_j) \quad \forall s_i, s_j \in S^n, v \in V, k \in K \quad (3.16)$$

$$Y(k, s_i) = Y(k, s_j) \quad \forall s_i, s_j \in S^t, k \in K \quad (3.17)$$

$$0 \leq x(k, v, s) \leq \mu_k^v * D_k \quad \forall k \in K, v \in V, s \in S \quad (3.18)$$

La función objetivo maximiza la utilidad esperada de la red, ponderando la utilidad de cada escenario por la probabilidad de ocurrencia de este. La utilidad de cada escenario viene dada por tres términos. El primero son los ingresos que percibe la aerolínea, una vez que acepta la carga. El segundo término corresponde a los costos de cada vuelo multiplicado por la cantidad de carga que lleva cada uno de estos. Por último, el tercer término corresponde a la penalidad que incurre la aerolínea por no entregar la carga en su destino. Las restricciones se encuentran explicadas detalladamente a continuación.

a) Restricciones de demanda

El conjunto de restricciones (3.10) y (3.11) corresponden a la cantidad mínima y máxima que puede aceptar la aerolínea. La cantidad mínima corresponde al *Allotment*, valor que depende de una negociación previa. La cantidad máxima a transportar corresponde a la demanda potencial.

b) Restricciones de capacidad

Las restricciones (3.12) y (3.13) exigen que la cantidad enviada por cada vuelo no supere la capacidad de los vuelos en cualquiera de sus dimensiones (peso y

volumen). Estas restricciones se deben cumplir para cada uno de los escenarios de la modelación.

c) Restricción de continuidad

El conjunto de restricciones (3.14) asegura continuidad de la carga en cada aeropuerto para cada instante de tiempo. La carga enviada en un cierto vuelo no puede ser mayor que lo que había originalmente, más lo que ha llegado en vuelos previos, menos lo que ya ha sido enviado en otros vuelos. Esta es la principal diferencia en la modelación en base a rutas, presente en la Sección 3.1.

d) Determinación de penalidades

La restricción (3.15) determina la cantidad de demanda que no fue servida. Establece un déficit para igualar la demanda servida (la que efectivamente llegó a su destino) con la aceptada.

e) No anticipatividad

El conjunto de restricciones (3.16) y (3.17) son claves para el modelamiento en base a escenarios. La no anticipatividad, asegura que las decisiones para un nodo particular deben ser iguales para todos sus escenarios. En una definición general, para un nodo, la variable de decisión de todos los escenarios que se desprendan de sus ramificaciones debe ser la misma. Para ejemplificar se considerará el árbol de escenarios de la Figura 3-3, donde solo se ilustra la parte superior del árbol de la Figura 3-2. En la figura se muestran dos posibles escenarios, donde la realización de estados correspondiente a dicho escenario son las líneas punteadas. En el nodo blanco, se debe elegir la carga a llevar en el vuelo 3 al saber que el estado de dicho vuelo es optimista. Sin embargo, esta decisión debe ser tomada sin saber lo que ocurrirá luego en el vuelo 4. Por lo tanto, la variable de decisión sobre la carga a llevar en el vuelo 3 será la misma, independientemente de si se está en el escenario 1 o 2 (optimista o pesimista en el vuelo 4). Lo mismo ocurre

para el caso de las demandas entrantes. En este ejemplo, las demandas se aceptan todas en el nodo raíz, por lo que la cantidad aceptada para cada demanda debe ser igual para todos los escenarios.

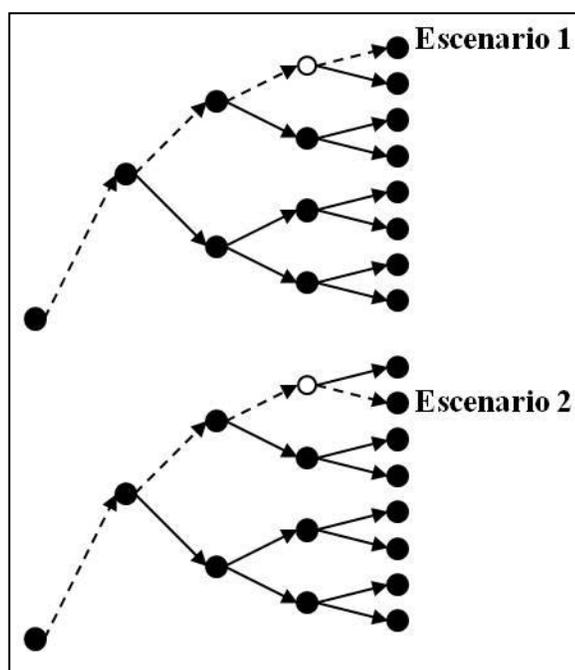


Figura 3-3: Escenarios con Nodo Común

f) No negatividad y ciclos

La restricción (3.18) establece que la carga enviada debe ser positiva y además obliga a que una vez que llegó carga a destino no puede ser movida de ahí. El problema de mover carga una vez que está en su destino es que se pueden utilizar ciclos para disminuir la penalidad, haciendo que la carga ingrese más veces al aeropuerto. Para ejemplificar el problema se utilizará la Figura 3-4. Se requiere mover 20 toneladas de carga entre el par A-B. El primer vuelo conecta el par A-B con un costo marginal de \$1000, el segundo vuelo conecta el par B-C con un costo marginal de \$100 y el tercer vuelo conecta el par C-B con un costo

marginal de \$100. Todos los vuelos tienen capacidad de 20 toneladas. Claramente la asignación para no incurrir en penalidad debe ser de 20 toneladas en el vuelo 1 con un costo de \$20.000. Sin embargo, de no existir esta última restricción, el modelo puede enviar 10 toneladas de carga en el vuelo 1, para luego enviar esas mismas 10 toneladas en un ciclo B-C-B. De esta manera, el modelo considerará que ingresó al aeropuerto de destino la totalidad de la carga, con un costo de \$12.000, cuando realmente solo llegó la mitad.

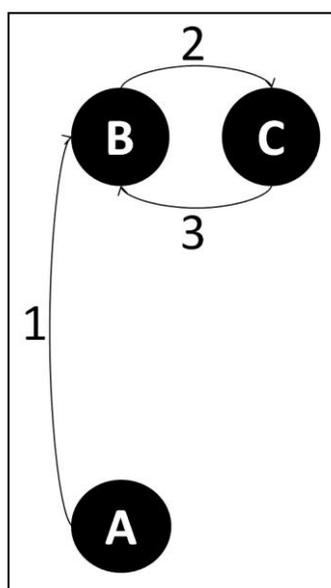


Figura 3-4: Ciclos dentro de la red

3.2.6 Método de Resolución

El problema anterior tiene una gran cantidad de variables de decisión producto de dos motivos. Primero que todo, el problema de la asignación a la carga ya es un problema considerablemente grande cuando se modela en base a tramos. La cantidad de variables de decisión de asignación ($x(k,v,s)$) para un escenario s en particular será la multiplicación de la cantidad de demandas por la cantidad de vuelos. Además, las

variables de aceptación ($Y(k, s)$) será una por cada demanda, al igual que las variables de penalidad ($w(k, s)$). Por otra parte, el número de escenarios crece exponencialmente con el número de etapas, lo que aumenta aun más el número de variables. Siendo K la cantidad de demandas, V la cantidad de vuelos, F la cantidad de vuelos con variabilidad, E la cantidad de estados por cada vuelo, la cantidad de variables de decisión ($Can(var)$) si todos los vuelos tienen variabilidad será:

$$Can(var) = K * (V + 2) * E^F \quad (3.19)$$

Si se considera una red de un día de vuelos (60 vuelos y 100 demandas), todos los vuelos con variabilidad y tres estados por vuelo el modelo tendrá un total de $2,6 * 10^{31}$ variables de decisión.

Por otra parte, el número de restricciones ($Can(res)$) viene dado por la ecuación (3.20). El primer término del paréntesis corresponde a las ecuaciones (3.10), (3.11) y (3.15), el segundo término corresponde a las ecuaciones (3.12) y (3.13) y el tercer término corresponde a las ecuaciones (3.14). El cuarto término fuera del paréntesis corresponde a la cantidad de escenarios. No se consideran en este cálculo las restricciones de no anticipatividad ya que dependen de la estructura del problema. Es por esto que esta ecuación entrega una cota inferior de la cantidad de restricciones.

$$Can(res) = (3 * K + 2 * V + 2 * V * K) * E^{Vvar} \quad (3.20)$$

Utilizando los mismos datos que en $Q(var)$, la cantidad de restricciones para una red de un día es $5,2 * 10^{32}$.

Debido a la gran cantidad de variables de decisión y de restricciones se utilizará una librería externa específicamente dedicada a resolver problemas de optimización estocástica llamada PySP (Watson, Woodruff & Hart, 2012). Para utilizar esta librería el modelo debe estar escrito en el lenguaje Pyomo (Hart, Watson, & Woodruff, 2011, 2012). Dicho lenguaje exige entregar una versión determinística del modelo basado en

tramos de vuelos, así como el árbol de escenarios. Es importante notar, que la versión determinística de este modelo no es la misma que el de la Sección 3.1. El modelo escrito en dicho lenguaje se encuentra en el Anexo B. Considerando la formulación determinística del problema y el árbol de escenarios, la librería convierte esta información en el problema estocástico en su forma extensa. Luego lo resuelve utilizando algún *solver* comercial. La ventaja de utilizar PySP en este caso es simplemente la facilidad para escribir el modelo.

3.3 Pre Procesamiento de Variables

Como lo demuestra la ecuación (3.19), la cantidad de variables en instancias reales es difícil de manejar. Sin embargo, al modelo se le pueden aplicar dos técnicas previas a la optimización, de manera de disminuir el número de variables, sin afectar el resultado óptimo del modelo.

3.3.1 Variables iguales a cero

La cantidad de variables $x(k, v, s)$ es la multiplicación de sus tres índices ($k*v*s$). Sin embargo, una gran cantidad de estas variables son obligatoriamente iguales a cero producto de las restricciones de las ecuaciones (3.14) y (3.18) (cuando los multiplicadores son cero). Esto ocurre cuando un vuelo no está disponible para un cierto pedido. Identificando estos vuelos, se pueden eliminar dichas variables para aumentar la eficiencia del modelo. El algoritmo corresponde a dos etapas. En la primera etapa (*forward*) se determina para cada demanda un conjunto de vuelos factibles según las combinaciones posibles de dichos vuelos desde el origen de la demanda. Por otro lado, en la segunda etapa (*backward*) se determina el conjunto de vuelos factibles según las combinaciones de los vuelos partiendo desde el destino de la demanda (en sentido inverso). Luego se intersectan ambos conjuntos para obtener los vuelos factibles para

cada demanda según su par OD y sus fechas de ingreso y entrega máxima. A continuación se explica detalladamente el algoritmo presentado.

I. Inicialización

1. Identificar el primer vuelo que despegue posterior al ingreso de la demanda y que tenga el mismo origen que esta (v_{ini}^k).
2. Identificar el último vuelo que aterrice previo al tiempo máximo de entrega de la demanda y que tenga el mismo destino de esta (v_{fin}^k).

I. Etapa Forward

1. En el conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k , identificar el primer vuelo que tenga el mismo origen que la demanda, agregarlo al conjunto “Vuelos Candidatos de Origen” (VC_O^k).
2. En el conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k , identificar el siguiente vuelo que tenga como origen: (1) el origen de la demanda o (2) el destino de algún vuelo de VC_O^k . No considerar los vuelos que tengan como origen el destino de la demanda (para evitar los ciclos explicados en la Sección 3.2.5). El vuelo identificado entra al conjunto VC_O^k .
3. Repetir el paso 4 hasta evaluar todos los vuelos del conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k .

II. Etapa Backward

1. En el conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k , identificar el último vuelo que tenga el mismo destino que la demanda, agregarlo al conjunto “Vuelos Candidatos de Destino” (VC_D^k).
2. En el conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k , desde v_{fin}^k hacia v_{ini}^k , identificar el siguiente vuelo que tenga como destino: (1) el destino de la demanda o (2) el

origen de algún vuelo de VC_D^k . No considerar los vuelos que tengan como origen el destino de la demanda. El vuelo identificado entra al conjunto VC_D^k .

3. Repetir el paso 7 hasta evaluar todos los vuelos del conjunto delimitado por v_{ini}^k y v_{fin}^k .

IV. El conjunto de vuelos disponibles para la demanda k será la intersección de los conjuntos “Vuelos Candidatos” de “Origen” y “Destino”.

$$V^k = VC_O^k \cap VC_D^k \quad (3.21)$$

Para ejemplificar se utilizará la red de la Figura 1-4 con un vuelo adicional número 5 que conecte el aeropuerto A y B. La demanda a evaluar será la A-B. El algoritmo se comporta de la siguiente manera: en la etapa I se identificarían los vuelos 1 como v_{ini}^k y 5 como v_{fin}^k ya que el ingreso de demanda ocurre previo al vuelo 1 y la demanda tiene tiempo de entrega máximo el final del vuelo 5. De esta forma el conjunto de vuelos entre v_{ini}^k y v_{fin}^k estará dado en este caso por los vuelos {1, 2, 3, 4, 5}. Posteriormente en la etapa *forward*, se ingresa primero el vuelo 1 debido a que el origen es el mismo que el de la carga. Los vuelos 2 y 3 no entran por la restricción de no ciclos, ya que la carga ya llegó a su destino. Por último se ingresa el vuelo número 4 por el mismo motivo que el vuelo 1. El vuelo 5 está en el conjunto ya que está en la inicialización A continuación en la etapa *backward*, se ingresan el vuelo 5 por tener el mismo destino que la demanda, el vuelo 1 por el mismo motivo que el vuelo 5. Los vuelos 2, y 4 no cumplen dicha condición. El vuelo 3 no entra por tener de origen el destino de la demanda. De esta forma, el conjunto de vuelos disponible para la demanda A-B será $V^{A-B} = \{1,4,5\} \cap \{1,5\} = \{1,5\}$.

3.3.2 Vuelos con Variabilidad

En la ecuación (3.19) y (3.20) el número de vuelos con variabilidad es la potencia del número de estados. Es por esto que afecta considerablemente al número total de variables de decisión y restricciones dentro del problema. Sin embargo, no todos los vuelos deben ser modelados con variabilidad. Si un vuelo no se encuentra lleno, agregar un estado de capacidad mayor a la capacidad utilizada aumenta la complejidad del problema y no entrega ninguna información relevante, ya que el resultado será el mismo para cualquiera de los tres estados. Es por esto que se propone el siguiente algoritmo para evaluar el ingreso de un nuevo vuelo con variabilidad. Los estados de capacidad son $\overline{Qw(v)}$ promedio, $Qw(v)^-$ pesimista y $Qw(v)^+$ optimista.

1. Resolver el problema determinístico, fijando las capacidades en los promedios $Qw(v) = \overline{Qw(v)}$ y $Qv(v) = \overline{Qv(v)}$. Cada vuelo transportará W^V (en peso) y V^V (en volumen).
2. Evaluar el siguiente índice (factor de ocupación pesimista), que corresponde a la cantidad llevada en el caso que la capacidad se fije en el estado pesimista.

$$FO_v^- = \frac{V^V}{Qv(v)^-} \quad (3.22)$$

$$FO_w^- = \frac{W^V}{Qw(v)^-} \quad (3.23)$$

3. Los vuelos que tengan un FO_v^- o FO_w^- mayor o igual a 1 entran al modelo con variabilidad. Si no entra ningún vuelo, terminar.
4. Resolver el problema estocástico con los vuelos agregados. Para cada uno de los escenarios cada vuelo transportará W_s^V (en peso) y V_s^V (en volumen).
5. Evaluar las ecuaciones (3.22) y (3.23) para todos los escenarios y todos los vuelos que no hayan sido ingresados al modelo.
6. Volver al punto 3.

3.4 Política de Comparación

Como se mencionó anteriormente, los problemas de optimización estocástica son muy complejos de resolver y requieren gran capacidad computacional. Es por esto que es necesario identificar el valor que agregan estos modelos para evaluar la conveniencia de su utilización. Para esto, se utilizarán las siguientes políticas de comparación, siguiendo la notación de Birge & Louveaux (2011).

3.4.1 Definiciones

RP (*Recourse Problem*): Valor de la función objetivo del problema estocástico, para el caso del modelo presentado en la sección anterior corresponde al valor de la ecuación (3.9) en el óptimo.

WS (*Wait-and-see*): Valor promedio de la función objetivo obtenida de la optimización de cada escenario utilizando información perfecta. Para obtener dicho resultado, se puede resolver el problema estocástico sin considerar las restricciones de no anticipatividad. De esta manera, se optimiza cada escenario de forma independiente. Este valor es una cota superior del óptimo estocástico.

EV (*Expected value problem*): Valor de la aproximación determinística del problema estocástico. Para esto, los parámetros con incertidumbre son promediados para luego resolver el problema. Para el caso de esta tesis, el problema es el mismo al presentado en la Sección 3.1, fijando las capacidades en los promedios.

EEV (*Expected result of using the EV solution*): El problema determinístico se encuentra en un escenario sin variabilidad, por lo que no puede ser comparado directamente con el problema estocástico. Para poder comparar los valores se debe considerar la asignación óptima de dicho problema, y evaluar su desempeño en los

escenarios con variabilidad. El valor promedio del comportamiento de dicha asignación en cada escenario es el EEV. El comportamiento será evaluado según dos enfoques que se encuentran en la Sección 3.4.3.

3.4.2 Indicadores

Al relacionar los términos explicados anteriormente se crearán una serie de indicadores para evaluar la calidad de la solución. El primero es el valor que ganaría la empresa si ésta tuviera información perfecta de lo que ocurrirá, disminuyendo la incertidumbre. Este valor se llama EVPI (*Expected value of perfect information*) y se calcula como la diferencia entre el promedio del óptimo de cada escenario con el óptimo del problema estocástico. Este indicador es de especial importancia para el modelador, ya que representa el costo máximo que puede incurrir para mejorar la calidad de sus predicciones (eliminando incertidumbre).

$$EVPI = WS - RP \quad (3.24)$$

El segundo indicador es el valor de la solución estocástica VSS (*Value of stochastic solution*). Corresponde a la ganancia de utilizar el modelo estocástico frente al determinístico en escenarios con variabilidad. Representa el valor máximo a invertir para poder solucionar computacionalmente el modelo estocástico. De esta forma, se puede cuantificar exactamente el valor que tiene este modelo para la aerolínea. Este resultado también puede ser formulado en forma porcentual.

$$VSS = RP - EEV \quad (3.25)$$

$$\%VSS = \frac{RP - EEV}{EEV} \quad (3.26)$$

El tercer conjunto de indicadores evalúa en términos porcentuales la cercanía de tanto la solución estocástica (RP) como la solución determinística (EEV) en relación a la cota superior dada por la información perfecta.

$$\%RP = \frac{RP}{WS} \quad (3.27)$$

$$\%EEV = \frac{EEV}{WS} \quad (3.28)$$

Los siguientes indicadores no son propios de la programación estocástica y pueden ser calculados para cada escenario s o para cada réplica de una simulación (la simulación es explicada en detalle en la sección 3.5). A pesar de que la penalidad puede incluir de manera implícita todos los costos cuantitativos de no entregar la carga (pérdida de clientes y mala imagen de marca entre otros), también se calculará el nivel de servicio o *Fill Rate* (**FR**) en cada uno de los casos. Este será calculado como el porcentaje de la carga total que llegó a destino. La ecuación (3.29) muestra este cálculo según la notación presentada.

$$FR(s) = 1 - \frac{\sum_{k \in K} w(k, s)}{\sum_{k \in K} Y(k, s)} \quad (3.29)$$

Una manera de lograr un nivel de servicio de 100% para el modelo estocástico, es aumentar la penalidad hacia un valor muy grande. De esta manera, el modelo resolverá para todos los escenarios considerando la capacidad del estado más bajo para no tener penalidades. Luego, como la capacidad será mayor, toda la carga aceptada será llevada.

De manera similar al índice FR, se calculará de igual manera el índice *In Stock* (**IS**), que consistirá en el porcentaje de la demanda aceptada que fue entregada en su totalidad. Este se define según las ecuaciones (3.30) y (3.31). La ecuación (3.30) define una función que entrega el número 1 cuando la demanda k aceptada fue servida completamente en una simulación, 0 en otro caso. La ecuación (3.31) contiene la suma

de la función definida para todas las demandas k , dividido por el número total de demandas K .

$$f(Y(k, s)) = \begin{cases} 0 & \text{si } w(k, s) > 0 \\ 1 & \text{si } w(k, s) = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

$$IS(s) = \frac{\sum_{k \in K} f(Y(k, s))}{K} \quad (3.31)$$

3.4.3 Cálculo de EEV

Al utilizar la asignación óptima del problema determinístico, existirán casos en los cuales la asignación promedio no será factible, producto de que la capacidad será menor que la capacidad promedio con la cual fue modelado. Es por esto que se necesita una política para decidir qué carga debe volar cuando, luego de una realización de un estado, la capacidad es menor a la carga asignada a ese tramo. Para decidir que carga enviar se empleará una heurística golosa donde se elegirá la carga que presente mayor utilidad, tomando en cuenta solo el tramo de vuelo que se está analizando. No se considerará si la carga llega a su destino después de este vuelo o si se encuentra en tránsito. El problema de este enfoque es que no optimiza la red completa y sólo se concentra en la carga más valiosa para este vuelo. Sin embargo, la carga más valiosa también corresponde a la carga con mayor penalidad. Es por esto que una vez aceptada la carga, lo más conveniente es enviar la más cara debido a que aumenta la probabilidad de entrega de ésta.

3.5 Implementación de la Solución

La modelación de los estados para cada uno de los vuelos pretende representar de la mejor manera posible la distribución de probabilidad real de la capacidad de los vuelos. Sin embargo, considerar un gran número de estados aumenta considerablemente el número de escenarios, y en consecuencia el número de variables y restricciones del

modelo (ecuaciones (3.19) y (3.20)), razón por la cual se trabaja con un número reducido de estos. Sin embargo, dichos escenarios finitos y discretos no representarán fielmente la realidad. Es por esto que se propone una política de implementación de la solución en cualquier escenario que se presente, independiente de si se modeló o no. Para poder evaluar la bondad de la política se define un nuevo indicador **ERP**, *Expected Result of using the RP solution* (utilizando una notación similar a la literatura). Este valor será calculado utilizando la asignación estocástica entregada por el modelo, adaptándola a escenarios modelados en base a la distribución de probabilidades real de las capacidades.

Debido a que no es necesaria una política para los vuelos sin variabilidad, se define el conjunto F como todos los vuelos con variabilidad donde la política debe ser aplicada, con el elemento f de dicho conjunto ($f \in F$). Para una modelación en base a tres estados (pesimista, promedio y optimista) y con las capacidades en peso y posiciones relacionadas (un aumento en la capacidad en peso significa un aumento en la capacidad en volumen en la misma proporción) el valor de la capacidad $z(f)$ en cada réplica puede tomar un valor entre $a(f)$ y $b(f)$ que cumple con las siguientes condiciones:

$$a(f) \leq Qw(f)^- \quad (3.32)$$

$$b(f) \geq Qw(f)^+ \quad (3.33)$$

Se define la siguiente política general para los f vuelos con variabilidad como el conjunto de políticas individuales para cada uno.

$$\Pi = (\pi_1, \dots, \pi_f) \quad (3.34)$$

De la forma en que está escrito el problema en la secciones 3.2.4 y 3.2.5 es que para cada escenario s , existe una asignación $x(k, v, s)$, correspondiente a la carga a enviar de la demanda k en el vuelo v . El escenario en el cual se está puede ser identificado en cualquier etapa en la que uno se encuentra en función del nodo de la etapa anterior y del

estado de la etapa actual. En estricto rigor, esto entregará un conjunto de escenarios (producto de las ramificaciones posteriores). Sin embargo, producto de la restricción de no anticipatividad (sección 3.2.5 e)) todos estos escenarios tendrán los mismos valores de $x(k, v, s)$. Es por esto que se define el conjunto:

$$As(Qw(f), n(\pi_{f-1})) \quad (3.35)$$

en función del estado de la etapa f ($Qw(f)$) y del nodo anterior ($n(\pi_{f-1})$). Con estos datos se puede identificar el nodo en el cual se estará dentro del árbol y así los escenarios que se desprenden de éste (conjunto que se llamara S'). Por la restricción de no anticipatividad, todas las variables de los escenarios con este nodo en común tendrán el mismo valor. El conjunto $As()$ incluye la asignación de todas las demandas k a los vuelos del conjunto V (todos los vuelos, incluidos sin variabilidad) entre el vuelo f y el $f+1$, para el escenario s' identificado. Es decir:

$$As(Qw(f), n(\pi_{f-1})) = \{x(k, v, s): \quad \forall k, \quad f \leq v < f + 1, \quad s \in S'\} \quad (3.36)$$

Además, la política para cada vuelo con variabilidad f depende de la realización del estado de capacidad $z(f)$ y de las acciones ya realizadas en π_{f-1} . La formulación matemática de la política se encuentra a continuación.

$$\pi_f(z(f), \pi_{f-1}) = \begin{cases} As((Qw(f)^-, n(\pi_{f-1}))) & \text{si } z(f) \leq Qw(f)^- \\ As(\overline{Qw(f)}, n(\pi_{f-1})) & \text{si } Qw(f)^- < z(f) \leq \overline{Qw(f)} \\ As((Qw(f)^+, n(\pi_{f-1}))) & \text{si } \overline{Qw(f)} \leq z(f) \end{cases} \quad (3.37)$$

Esto significa que:

- Si se cumple $z(f) \leq Qw(f)^-$ se utilizará la asignación correspondiente al estado pesimista.
- Si se cumple $Qw(f)^- < z(f) \leq \overline{Qw(f)}$ se utilizará la asignación correspondiente al estado promedio.
- Si se cumple $\overline{Qw(f)} < z(f)$ se utilizará la asignación correspondiente al estado optimista.

Como la capacidad real será menor a la asignada por la política, se privilegiará llevar la carga con mayor tarifa hasta llenar el vuelo. La política del vuelo f depende de la política del vuelo anterior ya que eso decide por dónde se avanzará en el árbol para evaluar la asignación del siguiente vuelo.

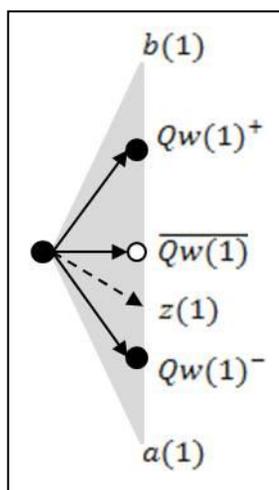


Figura 3-5: Política de Asignación Vuelo 1

La Figura 3-5 representa de mejor manera la política presentada. En esta figura, se está evaluando qué carga llevar en el primer vuelo con variabilidad. El sombreado gris representa el espectro en el cual se mueve la capacidad del vuelo. En este caso, la capacidad real del vuelo $z(1)$ fue mayor al estado pesimista pero menor al estado

promedio. Considerando la política presentada, la asignación que se intentará lograr será la correspondiente al segundo estado de dicho vuelo $\overline{Qw(1)}$ (nodo blanco), comenzando el llenado del vuelo con la carga con mayor tarifa.

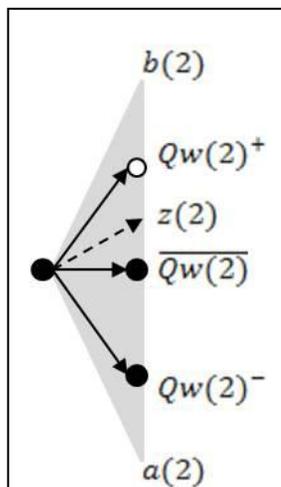


Figura 3-6: Política de Asignación Vuelo 2

Luego, para el segundo vuelo, la capacidad será mayor a la capacidad promedio pero menor a la capacidad optimista como lo muestra la Figura 3-6. En este caso, se utilizará la asignación correspondiente a la capacidad optimista ($Qw(2)^+$). Sin embargo, la asignación corresponderá a la del nodo 2-4, no a la del nodo 2-1 producto de que se estaba siguiendo la asignación del nodo 1-2, tal como se ve en la Figura 3-7.

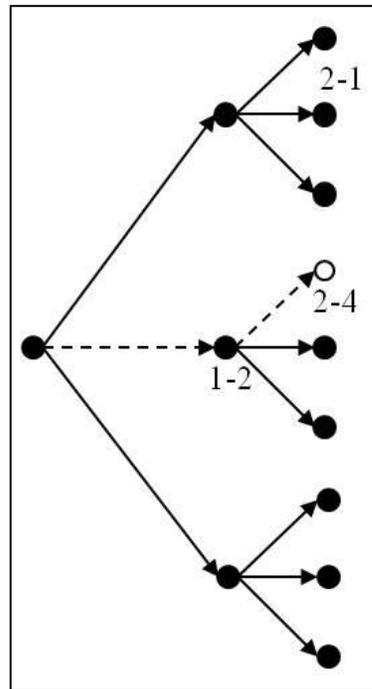


Figura 3-7: Árbol Recorrido

4 RESULTADOS

En el presente capítulo se evaluará el modelo estocástico en dos instancias para comprobar la utilidad de su aplicación. Primero que todo, se enumerarán los supuestos comunes para ambos modelos. Luego, la primera evaluación será sobre la Red Ficticia (RF) presentada en la sección 1.5, Figura 1-4. Esta red se utilizará para ejemplificar y visualizar de manera fácil las principales ventajas del modelo. A continuación, se presentará la aplicación del modelo para optimizar la asignación a una Red de tamaño Real (RR) utilizando los datos proporcionados por la línea aérea. La optimización de la red real se separará en dos casos, un día de vuelos o dos días de vuelos.

4.1 Supuestos Comunes

Producto de la gran complejidad computacional del problema o la falta de información sobre ciertos datos es que se hace necesario aplicar los siguientes supuestos.

a) Cada vuelo con incertidumbre tiene un número finito de estados

Como puede verse en la ecuación (3.19), la cantidad de variables de decisión del problema crece considerablemente al aumentar el número de estados. Es por esto que es necesario realizar una simplificación. Para esto se considerarán tres estados por vuelo para la red real: pesimista, promedio y optimista. Dichos valores dependerán de los datos históricos entregados por la aerolínea. Para la red ficticia se considerarán dos estados por vuelo con el propósito de mostrar de manera sencilla los resultados y principales conclusiones.

b) La capacidad en peso y en volumen presenta la misma variabilidad

Al reducir el número de estados a tres, no se considerarán los casos en los cuales la incertidumbre esté presente en solo una de las dimensiones del avión. Esto se

traduce, por ejemplo, en que el estado pesimista corresponde a una disminución de la capacidad tanto en peso como en volumen.

c) No existe correlación entre vuelos

La probabilidad de ocurrencia de cada estado depende exclusivamente del vuelo, y no está relacionada con lo que haya pasado anteriormente. Por ejemplo, que en un vuelo anterior que conecta cierto par OD se haya realizado el estado optimista no aumenta la probabilidad de que ocurra el estado optimista en el siguiente vuelo que conecte el mismo par OD. Este supuesto fue considerado producto de que no se cuenta con la información para asumir dicha correlación. Sin embargo, puede ser incluida fácilmente cambiando la probabilidad condicional de ocurrencia dentro de las distintas ramificaciones del árbol.

d) La penalidad corresponde a 2,5 veces la tarifa

Como fue mencionado anteriormente, para que el modelo tenga sentido la penalidad para cada demanda debe ser mayor a su tarifa. El cálculo de las penalidades es complejo porque en ella influye una gran cantidad de factores externos, tales como envío por otra compañía, relocalización de la carga o molestias al cliente. Es por esto que se eligió como factor multiplicador 2,5. Esto significa que si la aerolínea no cumple con lo prometido, debe pagar 1,5 veces el precio al cliente. De igual manera, se realizará un análisis de sensibilidad a este parámetro para identificar su importancia en la solución.

e) Los ingresos de demanda ocurren al inicio del horizonte de planificación

Los ingresos se pueden modelar en cualquier parte del árbol, sin aumentar el número de escenarios. Producto del carácter agregado de los datos proporcionados, es que los ingresos de demanda ocurrirán previos al despegue del primer vuelo dentro del horizonte de predicción, por lo que la decisión de la

demanda aceptada será la misma para todos los escenarios (la decisión se toma en el nodo raíz).

4.2 Red Ficticia (RF)

La red ficticia presentada en la Figura 1-4 tiene cuatro vuelos (1, 2, 3 y 4) que conectan tres aeropuertos (A, B, C). Para evaluar el modelo se asumirán tres demandas (A-B, A-C y B-C) que pueden ser satisfechas parcial o totalmente. Todos los datos son ficticios y son presentados en la siguiente sección. El árbol de escenarios es el mismo que se encuentra en la Figura 3-2.

4.2.1 Parámetros de Entrada

En la Tabla 4-1 se encuentra resumida la información de los cuatro vuelos que forman la red ficticia. Por motivos de simplicidad, se asumirá que todos los vuelos están lo suficientemente separados para lograr una conexión.

Tabla 4-1: Datos Vuelos RF

Vuelo	Par OD	Costo [US\$/kg.]	Capacidad			
			Pesimista		Optimista	
			Peso [ton.]	Vol. [pos.]	Peso [ton.]	Vol. [pos.]
1	A-B	\$ 0.20	12,8	16	16,0	20
2	B-C	\$ 0.22	6,4	8	16,0	20
3	B-A	\$ 0.15	10,4	13	14,4	18
4	A-C	\$ 1.30	16,0	20	19,2	24

Además en la Tabla 4-2 se presentan los datos de las tres demandas mencionadas anteriormente. Todas estas demandas tienen como tiempo de entrega máximo el aterrizaje del vuelo número 4. De esta manera, si la carga no se encuentra en su destino en ese momento, se incurre en una penalidad.

Tabla 4-2: Datos Demandas RF

Demanda	Par OD	Demanda Potencial [ton.]	Tarifa [US\$/kg.]	Penalidad [US\$/kg.]	Densidad [kg. /pos.]	Allotment [kg.]
1	A-B	12	\$ 2,5	\$ 6,25	500	0
2	A-C	25	\$ 4,0	\$ 10,00	650	0
3	B-C	16	\$ 1,5	\$ 3,75	800	0

4.2.2 Resultados sin Variabilidad

Para poder cuantificar el valor del modelo estocástico, primero que todo se debe optimizar el modelo para el caso sin incertidumbre. Esto se hace optimizando un escenario, utilizando como parámetros de capacidad el valor promedio de los estados. El valor de la función objetivo, así como las variables distintas de cero se encuentran resumidas en la Tabla 4-3.

Los resultados pueden ser interpretados de la siguiente forma. Debido a que la segunda demanda es la que tiene mejor tarifa se intentará llevar lo más posible de esta. Primero se debe llenar la ruta más barata, conformada por los vuelos 1 y 2. El máximo que se puede llevar son 9.100 kilos producto de que el vuelo estará restringido en ese caso por volumen ($9.100/650=14$). Eso significa que para llevar esa cantidad en el segundo vuelo, primero debe volar en el vuelo número 1 la misma cantidad en tránsito. Luego, la capacidad restante del primer vuelo puede ser utilizada por la carga número 1. Por último, se debe llevar la mayor cantidad de la demanda número 2 en el vuelo número 4

(nuevamente restringido por volumen). Como los vuelos que llegan al aeropuerto C están llenos, la demanda número 3 no es atractiva. Utilizando esta asignación, se ve que el tercer vuelo no se usa, por lo que en un principio no será incluido en el modelo con variabilidad, reduciendo el número de escenarios a 8 en vez de 16 (pre-proceso de la sección 3.3.2).

Tabla 4-3: Resultados Determinísticos RF

F.O.	\$ 75.788
Variable	Valor
Y(1)	2.000 kg.
Y(2)	23.400 kg.
x(1,1)	2.000 kg.
x(2,1)	9.100 kg.
x(2,2)	9.100 kg.
x(2,4)	14.300 kg.

4.2.3 Resultados Modelo Estocástico

A continuación se presentarán los resultados del modelo estocástico para la red ficticia. La siguiente Tabla 4-4 muestra el valor de la función objetivo, así como la demanda aceptada. La cantidad de demanda aceptada en todos los escenarios es la misma producto de que el ingreso ocurre al inicio del horizonte de planificación. Esto se logra con las restricciones de no anticipatividad del modelo ecuación (3.17).

Llama la atención que el valor de la función objetivo en el caso estocástico sea menor al determinístico. Esto ocurre producto de que el modelo determinístico nunca incurre en penalidades, ya que como las capacidades son fijas, nunca aceptará más demanda de la que puede servir. Sin embargo, dicho valor no puede ser aplicado a la realidad, ya que utiliza valores promedios.

Tabla 4-4: Demanda Aceptada RF

F.O.	\$ 63.428
Variable	Valor
Y(1)	4.000 kg.
Y(2)	18.200 kg.
Y(3)	3.200 kg.

En la Tabla 4-5 se muestra la asignación para el escenario 6. Este escenario corresponde a cuando los vuelos 1 y 4 se encuentran en estado optimista y el vuelo 2 se encuentra en estado pesimista. Los resultados para todos los escenarios se encuentran en el Anexo C.

Tabla 4-5: Asignación Estocástica RF escenario 6

Escenario 6	O-P-O
Variable	Valor
x(1,1,6)	4.000 kg.
x(2,1,6)	7.800 kg.
x(2,2,6)	5.200 kg.
x(2,3,6)	2.600 kg.
x(3,3,6)	3.200 kg.
x(2,4,6)	13.000 kg.
x(3,4,6)	3.200 kg.

De lo presentado anteriormente es necesario destacar los siguientes puntos. Primero que todo, la cantidad de demanda aceptada en comparación con el modelo determinístico cambió para todos los pedidos. Por otro lado, esta red sirve para ejemplificar el re ruteo de carga. Esto se ve claramente en el escenario 6 presente en las Tabla 4-5. Al estar en el estado optimista el vuelo 1, el modelo intenta enviar la demanda número 2 por este

vuelo en tránsito, para que luego tome el vuelo 2 y llegue a su destino. Sin embargo, el vuelo 2 se encuentra en su estado pesimista, por lo que solo podrá llevar 5.200 kilos de los 7.800 que se tenía planeado. Estos 5.200 kilos corresponden a 8 posiciones, que es el límite del vuelo 2 en el estado pesimista. Luego, los 2.600 kilos restantes son devueltos a su origen (aeropuerto A) utilizando el vuelo 3 para luego sumarse a la carga que estaba en ese aeropuerto y utilizar el vuelo 4. Además, la carga de 3 que se aceptó utiliza la ruta conformada por el vuelo 3 y 4. Por último, la carga máxima que lleva el vuelo 3 son 5.800 kg (8 posiciones), mientras que su capacidad en el estado pesimista es igual a 10.400 kg. (13 posiciones). A su vez, esa carga representa 10,12 posiciones, mientras que su capacidad es 14,4 posiciones. De esta manera, el vuelo 3 nunca estará a capacidad, por lo que no conviene agregarlo como vuelo con variabilidad, aumentando la complejidad del problema. Los resultados para el problema resuelto con los cuatro vuelos con variabilidad se encuentran disponibles en el Anexo D y corresponden al mismo resultado.

4.2.4 Indicadores

En este apartado se presentarán los principales indicadores para evaluar la calidad del modelo. Los indicadores FR e IS fueron calculados en base a los escenarios de la modelación y no en base a simulaciones como se realizará para la Red Real. El valor presente en la Tabla 4-3, corresponde al valor de la solución determinística (EV), que no tiene mayor importancia en el análisis ya que no considera variabilidad. La asignación presentada debe ser evaluada en cada uno de los 8 escenarios para obtener el valor de EEV. La Tabla 4-6 muestra el resultado para cada escenario. Es necesario destacar que en el escenario 8 se logra la asignación óptima del problema determinístico. Esto ocurre cuando los vuelos usados (1,2 y 4) se encuentran en estado optimista, ya que de esta manera, la capacidad será superior a la promedio.

Tabla 4-6: Valores de EEV RF

Escenario	Secuencia	EEV [US\$]
1	P-P-P	\$ 20.286
2	P-P-O	\$ 31.596
3	P-O-P	\$ 58.428
4	P-O-O	\$ 69.738
5	O-P-P	\$ 26.336
6	O-P-O	\$ 37.646
7	O-O-P	\$ 64.478
8	O-O-O	\$ 75.788
	EEV	\$ 48.037
	FR	87,80%
	IS	58,33%

En la Tabla 4-7 se encuentra el detalle de la ganancia de cada uno de los escenarios del modelo estocástico. Llama la atención, que en comparación a la Tabla 4-6, el modelo propuesto se comporta de peor manera cuando todos los vuelos tienen estado optimista. Producto de la penalidad, el modelo estocástico se comportó de manera más conservadora, por lo que en el caso optimista llevó menos carga que el determinístico. Otra cosa que llama la atención que los valores de FR e IS son iguales. Esto sucede ya que para esta red solo existen tres demandas, de las cuales dos son servidas completamente con la asignación estocástica.

Tabla 4-7: Valores de RP RF

Escenario	Secuencia	RP [US\$]
1	P-P-P	\$ 55.236
2	P-P-O	\$ 63.076
3	P-O-P	\$ 67.012
4	P-O-O	\$ 67.012
5	O-P-P	\$ 54.326
6	O-P-O	\$ 62.166
7	O-O-P	\$ 69.300
8	O-O-O	\$ 69.300
EEV		\$ 63.428
FR		91,66%
IS		91,66%

Por otra parte, también es necesario conocer el valor de la función objetivo con información perfecta (WS), que funcionará como cota superior. El óptimo de cada escenario se presenta en la Tabla 4-8.

Con los valores presentados, se pueden elaborar los indicadores presentados en el capítulo anterior para evaluar el modelo en esta instancia ficticia. Estos quedan resumidos en la Tabla 4-9. Los indicadores son interpretados de la siguiente forma. Primero que todo, utilizar el modelo estocástico frente al determinístico representa un aumento de un 32% en la utilidad de la red. Por otra parte, si la empresa utiliza el modelo determinístico para realizar su asignación, el modelo estocástico representa una ganancia de \$ 15.301 más. Además, al utilizar el modelo estocástico la empresa solo estará dispuesta a pagar \$ 12.042 para tener información perfecta. Es por esto que si la mejora de las predicciones es muy cara, o simplemente es imposible de lograr, el modelo estocástico representa una alternativa accesible para considerar incertidumbre. La

utilización del modelo determinístico reporta un 64% de la utilidad total posible en información perfecta, mientras que el estocástico aumenta a un 84%. Por último, la aerolínea cumple de mejor manera con la entrega de los pedidos recibidos, ya que aumenta su porcentaje de carga entregada (FR) en un 3,87% y mejora su cumplimiento de pedidos completos (IS) en un 33,33%.

Tabla 4-8: Valores de WS RF

Escenario	Secuencia	Valor [US\$]
1	P-P-P	\$ 62.916
2	P-P-O	\$ 69.936
3	P-O-P	\$ 76.428
4	P-O-O	\$ 83.213
5	O-P-P	\$ 67.516
6	O-P-O	\$ 74.536
7	O-O-P	\$ 81.405
8	O-O-O	\$ 87.813
	WS	\$ 75.470
	FR	100,00%
	IS	100,00%

Tabla 4-9: Indicadores para RF

Indicador	Valor
EVPI	\$ 12.042
VSS	\$ 15.392
%VSS	32%
%RP	84%
%EEV	64%
ΔFR	3,87%
ΔIS	33,33%

4.3 Red Real (RR)

En este apartado se utilizará el modelo para evaluar la asignación sobre una red con datos reales. Para esto se evaluarán dos casos: un día de vuelos y dos días de vuelos. Esto se realizará ya que el caso de un solo día pudo ser resuelto en su totalidad, mientras que para el caso de dos días se debió recurrir a simplificaciones debido al tamaño del problema. Para el caso de un solo día, se realizará un análisis de la cantidad de variables de decisión, así como del tiempo de resolución. Los datos fueron proporcionados por una importante línea aérea regional y corresponden a los días lunes y martes de la semana del año que dicha aerolínea considera más importante.

4.3.1 Datos

Para el día lunes, la red está compuesta por 52 vuelos y 103 demandas. Por otra parte, la red que considera los días lunes y martes tiene 114 vuelos y 109 demandas. La cantidad de demandas no aumenta considerablemente producto del supuesto de que las demandas ingresan a la red al principio del horizonte de modelación. Es por esto que las demandas del día martes fueron sumadas a las demandas ya existentes en el día lunes. Por motivos de confidencialidad los datos no pueden ser mostrados explícitamente en esta tesis.

Para estimar la variabilidad de cada uno de los vuelos se calculó, a partir de información histórica, el promedio y la desviación estándar para la capacidad efectiva de dichos vuelos en la semana. De esta manera, se obtiene un promedio y una desviación estándar por cada par origen destino y por cada tipo de avión (modelo), independiente del horario del vuelo. Con estos datos, se definió el estado pesimista como la capacidad promedio menos una desviación estándar y el estado optimista como la capacidad promedio más una desviación estándar.

4.3.2 Pre proceso

Los algoritmos propuestos en la sección 3.3 serán utilizados en ambas redes, sin embargo, el análisis numérico será realizado sólo en la red de un solo día para ejemplificar. Primero se evaluará el algoritmo que elimina las variables iguales a cero. Para este análisis no se tomará en cuenta la segunda parte de la ecuación (3.19), ya que este algoritmo no considera la cantidad de escenarios y sólo considera las conexiones de los vuelos. De esta manera, la disminución porcentual generada por este algoritmo será la misma considerando o no los escenarios. En el caso base, donde no se eliminan las variables previamente, la cantidad de variables será $K * (V + 2) = 103 * (52 + 2) = 5562$ variables por escenario. Sin embargo, al utilizar el algoritmo propuesto la cantidad de variables baja a 1523, lo que significa que aproximadamente un 73% de las variables (por escenario) pueden ser eliminadas mediante este algoritmo.

Por otra parte, la inclusión de incertidumbre en la capacidad solo en los vuelos candidatos y no de todos los disponibles representa la mayor disminución de la cantidad de variables ya que este número se encuentra en el exponente de la ecuación (3.19). Para el caso de un día se tenían 15 vuelos con variabilidad según los datos entregados. Primero se resolvió el problema determinístico para evaluar los vuelos que requerían ingresar al modelo de acuerdo al procedimiento descrito en la sección 3.3.2. Esta iteración entregó 7 vuelos a los cuales se les agregó variabilidad. Luego con dicha asignación se volvió a evaluar el llenado de los vuelos sin agregar vuelos nuevos. Como

en este caso solo es necesario ingresar 7 vuelos de los 15 con variabilidad, significa que solo se utilizará un $3^7/3^{15} = 0,015\%$ del total de variables.

La Tabla 4-10 presenta la reducción de la cantidad de variables totales para ambas redes al utilizar los dos algoritmos de pre procesamiento de manera secuencial. La primera columna corresponde al nombre de la red y la segunda a la cantidad de variables sin pre procesamiento. La tercera y quinta columna corresponden a la cantidad de variables restantes después de utilizar el primer pre proceso (variables iguales a cero) y el segundo (inclusión de vuelos) respectivamente. Por último, la cuarta y sexta columna corresponden al porcentaje de variables que se utilizan después de cada pre proceso.

Tabla 4-10: Reducción de variables por pre proceso

Red	Variables Originales	Pre proceso 1		Pre proceso 2	
		Variables	%	Variables	%
1 Día	7,98E+10	2,19E+10	27%	3,20E+06	0,004%
2 Días	1,71E+22	6,85E+21	40%	4,30E+15	0,00003%

4.3.3 Tiempos de resolución

Al utilizar la librería pyomo, la resolución del problema se divide en 3 partes principales. Primero que todo, la librería lee los archivos que se le entregaron y construye el problema en su forma extensa de programación lineal (sección 3.2.5). Luego, con ayuda de un solver comercial, se resuelve el problema formulado en el proceso anterior. Por último, los resultados entregados por el solver son escritos en un archivo csv para una lectura más fácil.

El problema fue resuelto en el cluster de la Facultad de Ingeniería de la Pontificia Universidad Católica. Para esto se utilizó un nodo de computo con las características resumidas en la Tabla 4-11. Además, se utilizó Gurobi 5.6.0 para optimizar el problema.

Tabla 4-11: Características nodo de cómputo

Características	
2 Procesadores	Intel E5-2470, 8 Cores, 2.3 GHz
Memoria	32 GB RAM
2 tarjetas de red	Doble puerto, 10Gb/s
2 Discos duros	50GB SSD

Para evaluar el tiempo de solución se incluyeron los vuelos con variabilidad uno a uno secuencialmente. Para ejemplificar esta situación se utilizará la red de un día. La Figura 4-1 representa los tiempos de solución separado en las tres componentes presentadas al comienzo de esta sección.

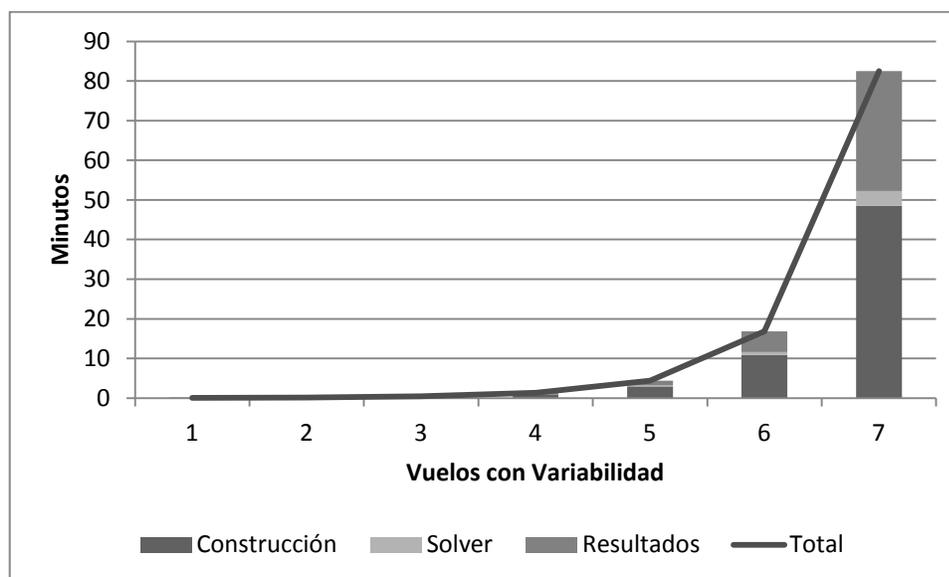


Figura 4-1: Tiempo Total de Resolución RR 1 día

De la Figura 4-1 se puede observar que el tiempo aumenta exponencialmente a medida que aumenta el número de vuelos con variabilidad. El tiempo de resolución del solver es

considerablemente el menor de las tres categorías presentadas. Esto se debe a que se está trabajando con un solver comercial con una licencia pagada, mientras que el código Pyomo se trata de una librería gratuita y de código abierto. Esta librería no se encuentra totalmente optimizada en sus procesos, ya que su intención es prototipar problemas y evaluar su factibilidad de resolución. A pesar de lo anterior, se utilizó debido a que es el único software que permite escribir problemas estocásticos de múltiples etapas de manera sistemática.

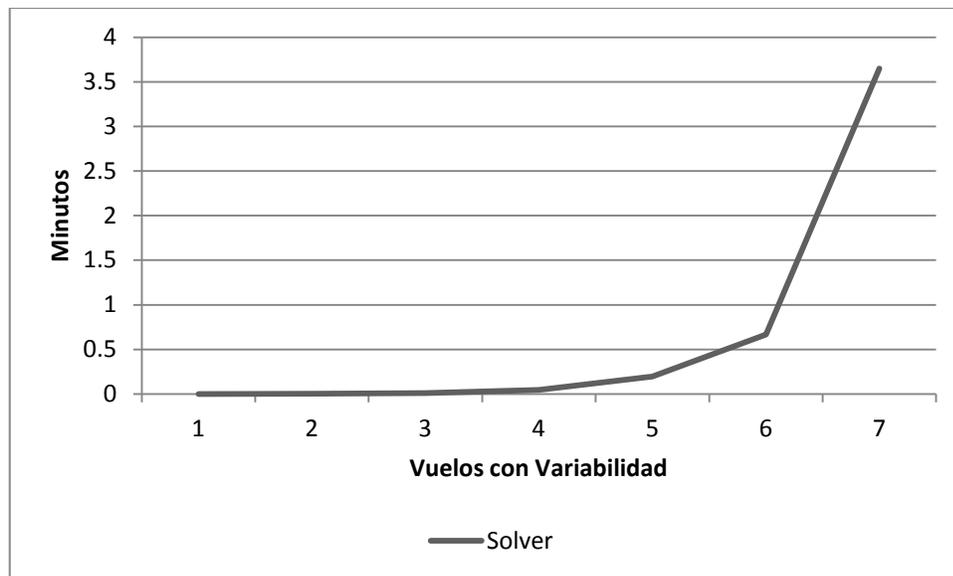


Figura 4-2: Tiempo de Solver RR 1 día

Por otro lado, se ve que el tiempo de resolución total crece exponencialmente al aumentar el número de vuelos con variabilidad. En la Figura 4-2 se ve que el tiempo que emplea el solver se comporta de igual manera exponencial, a pesar de ser considerablemente menor a las otras dos etapas.

4.3.4 Resultados Índices

Por motivos de confidencialidad, el valor exacto de la función objetivo no puede ser presentado en esta tesis. Sin embargo, sí se presentarán los índices porcentuales descritos en la sección 3.4. Para el caso de un solo día, al cual se le incluyeron 7 vuelos con variabilidad, los índices calculados están resumidos en la Tabla 4-12.

Tabla 4-12: Indicadores para RR, un día

Indicador	Valor
%VSS	1,75%
%RP	97,34%
%EEV	95,66%

Al igual que para el caso de la red ficticia, esto significa que el uso del modelo estocástico en estos escenarios representará un aumento en la utilidad diaria de un 1,75% comparado al uso del modelo determinístico. Este número representa un ahorro significativo de miles de dólares diarios para la aerolínea. De la Tabla también se observa que la solución estocástica es capaz de obtener un 97,34% de los beneficios posibles si se contara con información perfecta lo cual es mayor que el 95,66% que se logra al ocupar el modelo determinístico.

Por otra parte, para el caso de dos días, la cantidad de vuelos que debían ingresar según el algoritmo de la sección 3.3.2 eran 25. Sin embargo, producto de problemas de recursos computacionales solo se pudo resolver hasta 6 vuelos con variabilidad (los con mayor coeficiente de variación).

Para la red de dos días y 6 vuelos se calcularon los indicadores mencionados anteriormente, asumiendo que los vuelos con variabilidad solo eran esos 6. Los indicadores son presentados en la Tabla 4-13. El valor del %VSS es menor que el de la

Tabla 4-12, mientras que los valores de %RP y %EEV son mayores. Esto se debe a que la solución del problema determinístico se comporta peor a medida que aumenta la cantidad de vuelos con variabilidad. Es por esto que el valor de %VSS es menor, y que el valor de %EEV esté tan cercano al óptimo de información perfecta.

Tabla 4-13: Indicadores para RR, dos días

Indicador	Valor
%VSS	1,5%
%RP	99,51%
%EEV	98,03%

Sin embargo, estos valores asumen que los vuelos con variabilidad son solo los 6 incluidos, lo que no es correcto. Es por esto que se procedió a utilizar la asignación estocástica en diferentes simulaciones considerando todos los vuelos. Los resultados del desempeño de las políticas en las simulaciones se encuentran en la siguiente sección 4.3.5.

4.3.5 Evaluación de Políticas

Para evaluar el desempeño verdadero en instancias reales del modelo se procedió a hacer una simulación del sistema y a utilizar la política presentada en la sección 3.4.3 para el modelo determinístico y la política presentada en la sección 3.5 para el modelo estocástico. Para la simulación se asumirá que la capacidad de los vuelos con variabilidad sigue una distribución normal. De esta manera se obtendrá un nuevo valor llamado '**%VSS**', que se calculará con la ecuación (3.26), pero utilizando el valor de **ERP** y de **EEV** de las simulaciones. Para esto se simularon 10.000 escenarios distintos y se aplicaron los distintos criterios para las dos redes evaluadas. El término **I.C.** corresponde al intervalo de confianza de las réplicas al 95% con distribución normal.

Los resultados para la red del día lunes, con 7 vuelos y para la red de dos días con 25 vuelos con variabilidad se encuentran en la Tabla 4-14. Ambos resultados son estadísticamente significativos distintos de cero con 95% de confianza. Además, se muestra la disminución de la variabilidad cuando se utiliza el enfoque estocástico, lo que sirve como medida de riesgo para el modelo. Este se obtuvo calculando la desviación estándar y el promedio de las ganancias para las 10.000 iteraciones para obtener el coeficiente de variación (**COV**) de cada uno de los modelos. Por último se calculó el *Fill Rate* (**FR**) de cada uno de los enfoques, utilizando la ecuación (3.29) y el *In Stock* (**IS**) utilizando la ecuación (3.31).

Tabla 4-14: Resultados Simulaciones

Indicador	Un día		Dos días	
	Determinístico	Estocástico	Determinístico	Estocástico
%VSS'		0,94%		1,22%
I.C.		± 0,07%		± 0,03%

Indicador	Un día		Dos días	
	Determinístico	Estocástico	Determinístico	Estocástico
COV	0,0443	0,0214	0,0309	0,0250
FR	97,78%	98,87%	97,15%	98,08%
IS	96,40%	97,84%	90,71%	87,93%

Primero que todo se analizará la red de un solo día. Según la Tabla 4-12, el valor de la solución estocástica en términos porcentuales es de un 1,75%. Sin embargo, dicho valor sólo es válido para los 3^7 escenarios con los cuales fue modelado el problema y no para la realidad donde la capacidad de los vuelos puede tomar cualquier valor de la distribución propuesta. A pesar de esto, en la Tabla 4-14 se ve que la aplicación de la política propuesta en la sección 3.5 permite una mejora de un 0,94% en comparación al modelo determinístico.

Por otra parte, para la red de dos días no se puede realizar exactamente la misma comparación, debido a que el valor presente en la Tabla 4-13 se calculó en base a los 3^6 escenarios que representan solo a 6 vuelos con variabilidad. A pesar de que no se puedan incluir todos los vuelos, el modelo estocástico presenta de igual manera una mejora en comparación al modelo determinístico de un 1,22% en las simulaciones. Aunque se incluya un menor número de vuelos, este resultado es mejor porcentualmente que al que se obtiene en la red de un día. Esto se debe ya que a pesar de que el modelo de dos días con 6 vuelos represente una simplificación de la situación real en donde 25 vuelos debieran ser considerados con variabilidad, de igual manera presenta una ventaja frente al determinístico el cual no toma en consideración esta incertidumbre en ninguno de los vuelos y por ende en escenarios de mayor incertidumbre como el descrito se puede esperar que se comportará aún peor.

A pesar de que dichos valores son pequeños en términos porcentuales, la aplicación de estos modelos representa ahorros de millones de dólares anuales para la aerolínea en el mercado evaluado.

De la tabla se observa además que las desviaciones estándar de ambas redes se ven disminuidas considerablemente al utilizar la asignación estocástica. De esta manera, el modelo presentado tiene menos riesgos que el que no considera variabilidad producto de que las ganancias en las simulaciones son más estables. Para el caso de la red de un día, el coeficiente de variación disminuye en 0,0229, correspondiente aproximadamente un 52%, mientras que para la red de dos días disminuye en 0,0059, que representa aproximadamente una disminución de 19%. Además, la empresa cumple de mejor manera con sus clientes ya que el nivel de servicio aumentó de 97,78% a 98,87% (un 1,09% de diferencia) para el caso de un día y de 97,15% a 98,08% (0,93% de diferencia) para el caso de dos días. Por último, para el caso de un día la empresa también aumentó la cantidad de demandas servidas en su totalidad ya que el índice IS aumentó de 96,40% a 97,84% (1,44% de diferencia). Este índice se comporta de peor manera en la red de dos días, disminuyendo de 90,71% a 87,93% (-2,78% de diferencia). Como el indicador

de FR para esta red es mejor en el modelo estocástico, esto significa que el modelo sirve una mayor cantidad de carga en total, pero menor cantidad de pedidos completos. Esto se debe a que el modelo no considera como restricción que los pedidos deban ser llevados de manera completa, privilegiando en este caso aumentar la cantidad total de demanda servida más que el número de clientes satisfechos. De la Tabla 4-14 se concluye que el modelo efectivamente presenta una mejora frente al modelo determinístico en instancias reales.

Por último, también se debe analizar el comportamiento de ambos modelos en cada una de las réplicas de la simulación. Los siguientes histogramas (Figura 4-3 y Figura 4-4) presentan la diferencia porcentual entre la función objetivo del modelo determinístico y la del modelo estocástico para cada simulación. Un porcentaje negativo significa que el modelo determinístico tuvo un mejor resultado que el estocástico, mientras que un porcentaje positivo representa lo contrario.

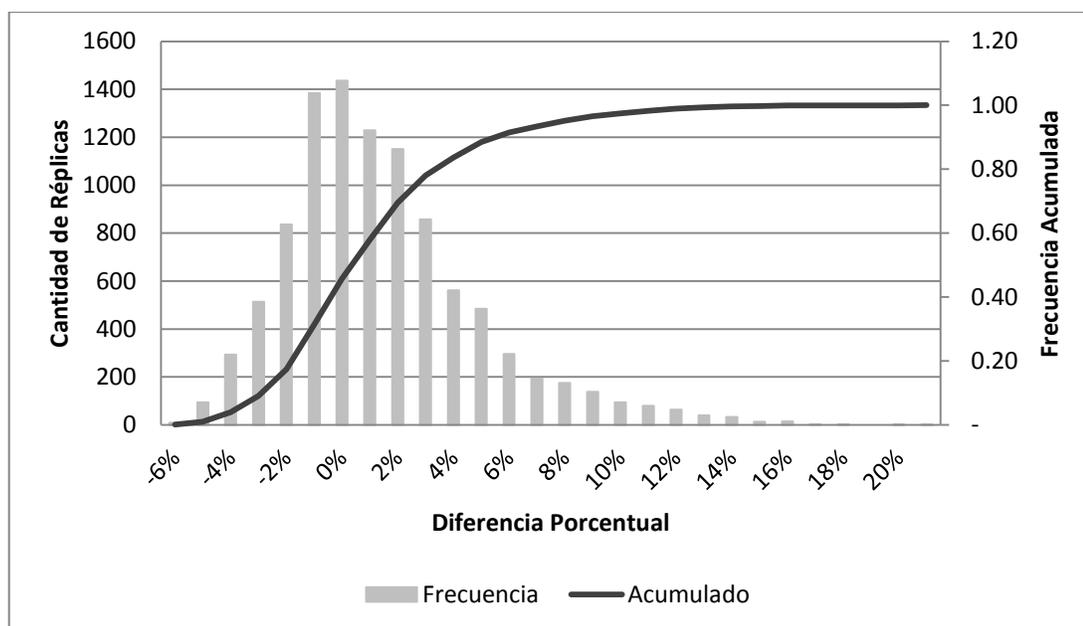


Figura 4-3: Histograma Simulaciones RR 1 Día

Al observar la Figura 4-3, se ve que la distribución no está centrada, si no que está desplazada a la derecha del 0%. Esto significa que el modelo estocástico supera al determinístico en la mayoría de los casos. Sin embargo, en el 46% de los casos el modelo determinístico superó al estocástico. Esto se debe a que el modelo sin variabilidad acepta una mayor cantidad de carga. De esta manera, el modelo determinístico logra mejores resultados (el valor de EV) cuando la capacidad es mayor o igual a la promedio. Si se fijan las capacidades del modelo determinístico como el estado pesimista, el modelo no incurrirá en penalidad, pero aceptará menos carga por lo que tendrá menores ingresos.

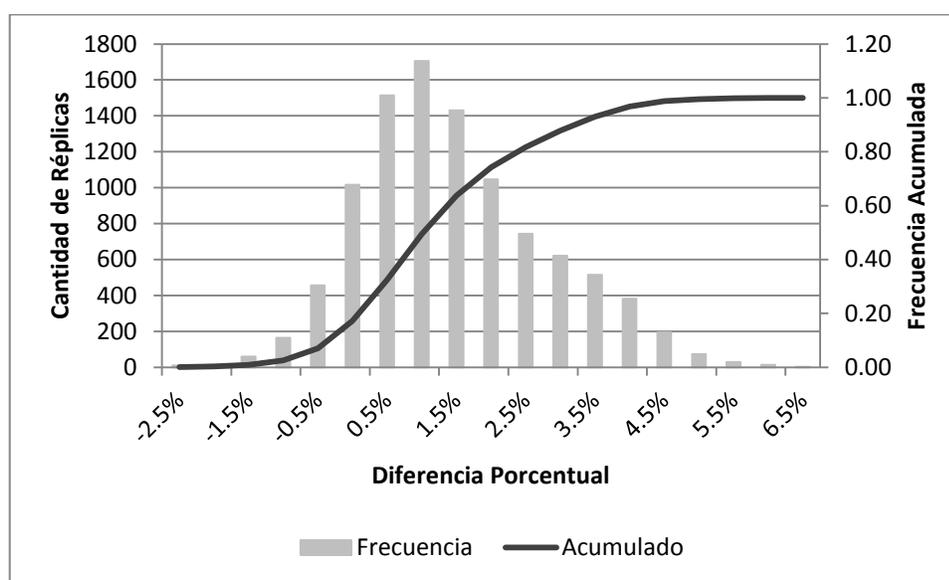


Figura 4-4: Histograma Simulaciones RR 2 Días

Por otro lado, en el mejor de los casos el modelo sin variabilidad es un 6,21% mejor que el que si la considera, mientras que el modelo estocástico puede ser un 20,99% mejor que el determinístico. Por otro lado, al analizar el histograma de la red de 2 días (Figura 4-4), el modelo sin variabilidad se comporta mejor que el propuesto solo un 17% de las veces. Nuevamente, la ganancia máxima (6,4%) al utilizar el modelo estocástico es

mayor que la pérdida máxima (4,4% que no se ve en el gráfico). De ambas figuras se concluye que el modelo estocástico permite obtener en general mejores ganancias que el determinístico para ambas redes.

4.3.6 Sensibilidad de la Penalidad

En esta sección se relajará el supuesto d) de la sección 4.1, el cual dice que la penalidad será 2,5 veces la tarifa. Para esto, se resolverá el problema de dos días utilizando 5 multiplicadores distintos. Los resultados son presentados en la Figura 4-5. El eje vertical fue omitido intencionalmente por motivos de confidencialidad de dichos valores. De la figura es necesario destacar que al aumentar la penalidad la diferencia entre los dos modelos aumenta. En el caso de cuando la penalidad es 1 (lo que significa que la carga llevada simplemente no recibe su pago), el %VSS es de un 0,48%. Sin embargo, cuando la penalidad corresponde a 3 veces su tarifa, dicho valor aproximadamente se cuadruplica (1,95%). Esto ocurre debido a dos factores principales: que la curva EEV siempre es decreciente y que la curva RP tiende a un límite inferior. Esto se explicará en detalle en los siguientes párrafos.

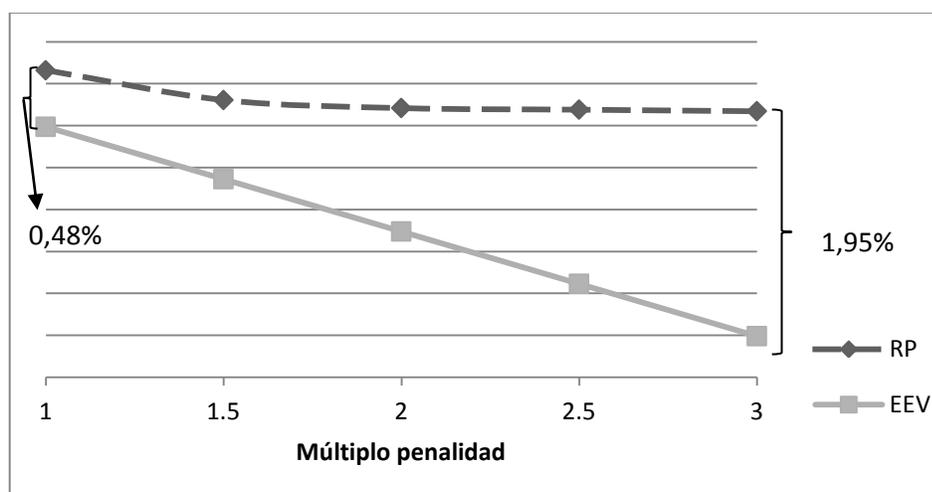


Figura 4-5: Análisis de Penalidad

a) Curva EEV

El modelo determinístico no considera la penalidad en su optimización (porque no hay variabilidad). De esta manera, la asignación óptima del modelo no cambia si cambia la penalidad, mientras que la asignación real de los escenarios según el enfoque de la sección 3.4.3 si lo hace. Como la cantidad no llevada siempre será la misma, aumentar la penalidad es aumentar la pérdida en ese mismo factor. Es por esto que la curva de EEV es una recta, la cual disminuye siempre en la misma proporción.

b) Curva RP

Por otro lado, se observa que la curva RP tiende a aplanarse al aumentar la penalidad. El motivo de esto es porque a mayor penalidad, el modelo se comporta de manera más conservadora. Para el caso en que la penalidad es muy grande, el modelo aceptará la carga que podrá mover con completa certeza, por lo que realizará una asignación al modelo igual a la que se lograría con el modelo determinístico, fijando sus capacidades en el estado pesimista. Este valor es el límite inferior de RP.

5 CONCLUSIONES

En este capítulo se presentarán las principales conclusiones sobre la metodología propuesta y sus principales resultados. Además, se presentarán las principales limitaciones y futuras líneas de investigación

5.1 Conclusiones Sobre la Metodología

En esta investigación se desarrolló y resolvió el problema de asignación óptima de la carga a la red de vuelos de pasajeros utilizando la capacidad remanente de éstos y la flexibilidad existente sobre el ruteo de carga. Se desarrollaron dos modelos: uno determinístico para el cual se desarrolló una herramienta computacional de uso diario para una importante línea aérea comercial y un modelo estocástico de múltiples etapas donde se considera variabilidad en la capacidad de los vuelos.

El modelo determinístico desarrollado permite: i) entregar la asignación óptima de la carga a la red de vuelos de pasajeros, ii) evaluar una política de diferenciación de productos con la creación de nuevas clases tarifarias con distinto tiempo máximo de entrega, iii) obtener el costo de la fidelización de los clientes y evaluar su conveniencia. Además, se desarrolló una herramienta computacional del modelo en la empresa para su uso diario. El modelo fue programado en una plataforma que no requiere gran cantidad de recursos computacionales para su resolución.

Se propuso y se resolvió el problema presentado considerando incertidumbre en las capacidades. Dicho modelo presenta los siguientes aspectos novedosos: i) considera incertidumbre en la capacidad de toda la red, ii) entrega capacidad de reacción ante imprevistos permitiendo el re ruteo de carga, iii) establece criterio de aceptación más conservadora (aceptar menos carga) o más arriesgada (Overbooking) dependiendo del valor de la penalidad. Esta formulación aumenta considerablemente la complejidad del

problema, pero entrega mayores ganancias promedio con respecto al modelo determinístico.

El modelo estocástico fue escrito utilizando la librería gratuita Pyomo, que permite la escritura sistemática de problemas estocásticos de múltiples etapas y resuelto en el *cluster* de la Universidad Católica de Chile con el optimizador comercial Gurobi.

Los modelos tanto determinístico como estocástico fueron evaluados para una red ficticia y dos redes reales (de un día y dos días). El desempeño de las redes reales fue evaluado mediante simulación. El método de resolución propuesto no logró resolver la red de mayor tamaño en su totalidad producto de problemas de memoria computacional.

5.2 Conclusiones de los Resultados

El modelo determinístico fue comparado contra las actuales prácticas de la aerolínea para la semana más demandada del año. Se concluye que el modelo determinístico propuesto resulta ser mejor que las actuales prácticas de la empresa con ahorros sobre un 4%. Esto significa potenciales ahorros para la aerolínea del orden de millones de dólares al año.

En el caso del modelo estocástico, éste presenta resultados teóricos en los escenarios modelados de hasta un 1,75% de aumento en la ganancia promedio de la red sobre el modelo sin variabilidad. La diferencia máxima ocurre en los escenarios pesimistas producto de la penalidad por no llevar carga. Por otra parte, se calculó el valor de la información perfecta como la optimización de los escenarios de manera independiente. El modelo representa una buena aproximación a dicho valor, debido a que la ganancia promedio del modelo estocástico se encuentra un 1,5% más cercana al óptimo por realizaciones. Este modelo representa una posibilidad real de mejorar las ganancias de la empresa sin incurrir en los costos de mejorar las predicciones para lograr información perfecta.

A partir de las instancias simuladas basada en redes reales, se concluye que la política desarrollada logra mejores resultados que el determinístico en casi todos los índices propuestos. En comparación al modelo determinístico, el modelo estocástico logra un aumento de hasta un 1,22% estadísticamente significativo en las utilidades de la empresa y una disminución del coeficiente de variación, y por ende el riesgo, de hasta un 52%. Además, el modelo aumenta el nivel de servicio entregado por la aerolínea, ya que la cantidad de carga entregada aumenta en hasta un 1,09% y la cantidad de pedidos servidos completamente aumenta en hasta un 1,44%. Es necesario mencionar, que el modelo estocástico supera al determinístico a pesar de que para una de las redes optimizadas solo se pudo incluir un 24% de los vuelos dentro de la modelación.

El análisis de sensibilidad sobre el parámetro penalidad indicó que conforme aumenta el valor de la penalidad, el modelo estocástico entrega mayores ganancias con respecto al modelo determinístico.

La herramienta computacional desarrollada para la aerolínea resuelve el problema para una semana en estado de régimen en 35 minutos en un computador con 4.00 GB de memoria RAM. Si se disminuye el horizonte de modelación el tiempo de resolución disminuye considerablemente, lo que muestra la factibilidad y potencialidad para usar esta herramienta diariamente por parte de la aerolínea.

Para el modelo estocástico, los tiempos de resolución crecen exponencialmente con la cantidad de vuelos incluidos con variabilidad, llegando a los más de 80 minutos para la red de dos días. De los escenarios evaluados se observa que gran parte del tiempo corresponde a la lectura del problema y a la escritura de la solución, siendo los tiempos de resolución del *solver* comercial específico de aproximadamente 2 minutos. De lo anterior se concluye que la utilización de la librería gratuita para este objetivo, orientada a prototipar este tipo de problemas no es óptima para problemas de gran tamaño, siendo necesario utilizar otro lenguaje para la construcción del problema.

De tener los recursos computacionales necesarios, se recomienda la implementación del modelo estocástico en la industria, producto de sus mayores ganancias, menor riesgo y mejor nivel de servicio. De no ser así, de igual manera se recomienda la utilización del modelo determinístico en la toma de decisiones para todas sus aplicaciones.

5.3 Limitaciones y Futuras Líneas de Investigación

La principal limitación del modelo es la factibilidad de resolución por su gran tamaño. Debido a los mismos problemas de resolución, los experimentos realizados utilizaron estados simplificados con la misma variabilidad para la capacidad en peso y volumen para la modelación. Además, no se pudo incluir la totalidad de los vuelos con variabilidad para la red de dos días. A pesar de esto, el modelo con variabilidad se comporta de mejor manera en los indicadores propuestos que el que no la considera. Por otro lado, con el uso de otra librería distinta a Pyomo se puede disminuir los tiempos de construcción y escritura considerablemente.

Por último, se plantean las siguientes líneas de investigación futuras:

- El modelo utilizó 3 estados (pesimista, promedio y optimista) con igual probabilidad de ocurrencia. Se propone evaluar distintos número de estados y probabilidades de ocurrencia de manera de representar de mejor manera la distribución real de la capacidad.
- Se propone analizar una política de horizonte móvil donde en lugar de aplicar todas las decisiones dentro del horizonte de planificación, se ejecuten solamente las del futuro cercano (próximo día) descartando las decisiones futuras, volviendo a correr el modelo diariamente cuando nueva información sobre el estado de los vuelos esté disponible. De esta manera, se permite a los vuelos más lejanos en el futuro, donde se tiene poca certeza e información de cuál será su real capacidad, contar con un menor número de estados disminuyendo así el número de escenarios. De esta

manera, se le agrega variabilidad a un mayor número de vuelos, considerando un mayor número de estados en los vuelos cercanos en el horizonte y menor cantidad a los lejanos en el futuro.

- Investigar sobre los factores que influyen verdaderamente en la penalidad y calcular el valor real de ésta. Estos pueden ser precio de la competencia, costo de perder a un cliente, imagen de la compañía entre otros.
- Para el problema de dos días, cuando no todos los vuelos pueden ser incluidos se eligieron los con mayor variabilidad. Sin embargo, se propone evaluar distintos criterios de inclusión, como por ejemplo los primeros, o los que llevan la carga más rentable.
- Desarrollar un modelo similar con estocasticidad en la demanda o combinado, de manera de modelar de mejor manera la realidad. Un modelo de este tipo permitiría también desarrollar una política de Overbooking a nivel de red en vez de a nivel de tramo como se encuentra desarrollado en la literatura.
- Desarrollar y evaluar un modelo en el cual se sirvan las demandas completas de cada cliente y no parciales.
- El problema fue resuelto en su forma extensa hasta donde los recursos computacionales lo permitieron. Se propone evaluar distintos algoritmos de solución para este tipo de problemas. Por ejemplo, La librería Pyomo permite el uso del algoritmo de *Progressive Hedging*, pero con las mismas limitaciones de memoria.
- Utilizar otro lenguaje para la construcción del problema de manera de disminuir los tiempos de resolución totales.

BIBLIOGRAFÍA

- Ahuja, R., Magnanti, T., & Orlin, J. (1993). Network flows: theory, algorithms, and applications.
- Akbari, T., Rahimikian, A., & Kazemi, A. (2011). A multi-stage stochastic transmission expansion planning method. *Energy Conversion and Management*, 52(8-9), 2844–2853.
- Assad, A. (1978). Multicommodity network flows—a survey. *Networks*, (April).
- Barbarosoğlu, G., & Arda, Y. (2004). A two-stage stochastic programming framework for transportation planning in disaster response. *Journal of the Operational Research Society*, 55(1), 43–53.
- Bartodziej, P., & Derigs, U. (2004). On an experimental algorithm for revenue management for cargo airlines. *Experimental and Efficient Algorithms*, 1–2.
- Bartodziej, P., Derigs, U., & Zils, M. (2007). O&D revenue management in cargo airlines—a mathematical programming approach. *OR Spectrum*, 29(1), 105–121.
- Becker, B., & Dill, N. (2007). Managing the complexity of air cargo revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 6(3), 175–187.
- Billings, J., Diener, A., & Yuen, B. (2003). Cargo revenue optimisation. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 2(1), 69–79.
- Birge, J., & Louveaux, F. (2011). *Introduction to Stochastic Programming*.
- Boeing. (2014). *Current Market Outlook*.
- Boonekamp, T. (2013). *Air Cargo Revenue Management*. Vrije Universiteit Amsterdam.
- Bradley, S., & Crane, D. (1972). A dynamic model for bond portfolio management. *Management Science*, 62(8), 4069–4078.
- DeMiguel, V., & Mishra, N. (2006). What multistage stochastic programming can do for network revenue management. *Working paper, London Business School, Optimization Online*.
- Escudero, L., & Kamesam, P. (1993). Production planning via scenario modelling. *Annals of Operations Research*, 10, 24–45.

- Finardi, E. C., Decker, B. U., & De Matos, V. L. (2013). An Introductory Tutorial on Stochastic Programming Using a Long-term Hydrothermal Scheduling Problem. *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*, 24(3), 361–376.
- Ford, L., & Fulkerson, D. (1962). *Flows in networks*.
- Hart, W. E., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2011). Pyomo: modeling and solving mathematical programs in Python. *Mathematical Programming Computation*, 3(3), 219–260.
- Hart, W. E., Watson, J.-P., & Woodruff, D. L. (2012). *Pyomo—optimization modeling in python* (pp. 1–17).
- Hernández, S., Peeta, S., & Kalafatas, G. (2011). A less-than-truckload carrier collaboration planning problem under dynamic capacities. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 47(6), 933–946.
- Higle, J., & Kempf, K. (2011). Production planning under supply and demand uncertainty: A stochastic programming approach. *Stochastic Programming*.
- Huang, K., & Ahmed, S. (2009). The value of multistage stochastic programming in capacity planning under uncertainty. *Operations Research*, 1–32.
- Huang, K., & Hsu, W. (2005). Revenue management for air cargo space with supply uncertainty. *Proceedings of the Eastern Asia Society for Transportation Studies*, 5, 570–580.
- IATA. (2015). *Cargo eChartbook Q1*.
- Karsten, C. V., Pisinger, D., Ropke, S., & Brouer, B. D. (2015). The time constrained multi-commodity network flow problem and its application to liner shipping network design. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 76, 122–138.
- Kasilingam, R. G. (1996). Air cargo revenue management: Characteristics and complexities. *European Journal of Operational Research*, 96(1), 36–44.
- Kouwenberg, R., & Zenios, S. (2006). Stochastic programming models for asset liability management. *Handbook of asset and liability management*, 1(06).
- Köhler, E., Möhring, R., & Skutella, M. (2009). Traffic networks and flows over time. *Algorithmics of Large and Complex Networks*, 166–196.

- Körpeoğlu, E., Yaman, H., & Selim Aktürk, M. (2011). A multi-stage stochastic programming approach in master production scheduling. *European Journal of Operational Research*, 213(1), 166–179.
- Lahmar, M. (2006). A dynamic transportation planning support system for hurricane evacuation. *Intelligent Transportation Systems Conference* (pp. 612–617).
- Maharjan, B., & Matis, T. I. (2012). Multi-commodity flow network model of the flight gate assignment problem. *Computers & Industrial Engineering*, 63(4), 1135–1144.
- McGill, J., & Ryzin, G. Van. (1999). Revenue management: Research overview and prospects. *Transportation science*, 233–256.
- Mulvey, J., & Shetty, B. (2004). Financial planning via multi-stage stochastic optimization. *Computers & Operations Research*, 31, 1–20.
- Mulvey, J., & Vladimirou, H. (1991). Solving multistage stochastic networks: An application of scenario aggregation. *Networks*.
- Munoz, F. D., & Watson, J.-P. (2015). A scalable solution framework for stochastic transmission and generation planning problems. *Computational Management Science*.
- Möller, A., Römisch, W., & Weber, K. (2004). A new approach to O&D revenue management based on scenario trees. *Journal of Revenue and Pricing Management*, 3(3), 265–276.
- Ouorou, A., Mahey, P., & Vial, J. (2000). A survey of algorithms for convex multicommodity flow problems. *Management science*, 1–27.
- Pereira, M., & Pinto, L. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning. *Mathematical programming*, 36, 1–47.
- Peters, R., Boskma, K., & Kupper, H. (1977). Stochastic programming in production planning: a case with none- simple recourse. *Statistica Neerlandica*, 19(May), 1–19.
- Popescu, A. (2006). *Air cargo revenue and capacity management*. Georgia Institute of Technology.
- Prior, R. C., Slavens, R. L., Trimarco, J., Akgun, V., Feitzinger, E. G., & Hong, C.-F. (2004). Menlo Worldwide Forwarding Optimizes Its Network Routing. *Interfaces*, 34(1), 26–38.

Slager, B., & Kapteijns, L. (2004). Implementation of cargo revenue management at KLM.

Voß, S., & Woodruff, D. (2006). *Introduction to computational optimization models for production planning in a supply chain*. (S. S. & B. Media, Ed.).

Watson, J. P., Woodruff, D. L., & Hart, W. E. (2012). PySP: Modeling and solving stochastic programs in Python. *Mathematical Programming Computation*, 4(2), 109–149.

Williamson, E. L. (1992). Airline Network Seat Inventory Control : Methodologies and Revenue Impacts.

Zanjani, M. K. (2010). A multi-stage stochastic programming approach for production planning with uncertainty in the quality of raw materials and demand. *International Journal of Production Research*, (February).

Ziemba, W., & Vickson, R. (1975). Stochastic optimization models in finance. *Academic Press, San Diego, CA*.

ANEXOS

ANEXO A: FORMATO TABLAS HERRAMIENTA

En este anexo se presentará el formato de los datos de entrada (tanto de oferta como demanda) para la herramienta computacional presentada en la sección 3.1. La siguiente Tabla A-1 muestra el formato necesario para el itinerario de los vuelos de pasajeros. Los datos de la tabla son ficticios. Las letras de la primera fila corresponden a las columnas de *Excel*. La Tabla A-2 muestra el formato necesario para los datos de las demandas.

Tabla A-1: Formato Datos Itinerarios de Vuelos

A	B	C	D	E
Vuelo	Material	Fecha Despegue	Aeropuerto Despegue	Fecha Aterrizaje
XX 1234	B767-300	DD-MM-AAAA HH:MM	SCL	DD-MM-AAAA HH:MM

F	G	H	I	J	K	L
Aeropuerto Aterrizaje	Compañía	Tipo	Volumen	Peso	Costo	Distancia
MIA	XXX	Belly	23	25.000	1,5	6650

Tabla A-2: Formato Datos Demanda

A	B	C	D	E
Origen	Destino	Commodity	Fecha Llegada	Demanda
SCL	MIA	OTROS	DD-MM-AAAA HH:MM	5.000

F	G	H	I
Tarifa	Densidad	Allotment	Espera Max.
2,5	550	2.500	2

ANEXO B: CÓDIGO PYOMO

A continuación se encuentra el código del modelo estocástico de la sección 3.2 escrito en lenguaje PYOMO. Es necesario destacar que este código no contiene ninguno de los pre procesos definidos en la sección 3.3, por lo que este código generará un problema considerablemente grande.

```

from __future__ import division
from pyomo.environ import *
model=AbstractModel()
model.ndemandas=Param(within=NonNegativeIntegers)
model.nvuelos=Param(within=NonNegativeIntegers)
model.netapas=Param(within=NonNegativeIntegers)
model.H=RangeSet(1,model.netapas)
model.K=RangeSet(1,model.ndemandas)
model.V=RangeSet(1,model.nvuelos)
model.Vv=RangeSet(1,model.nvuelos)
model.Pk=Param(model.K)
model.Dk=Param(model.K)
model.rhok=Param(model.K)
model.Lk=Param(model.K)
model.Ak=Param(model.K)
model.Cv=Param(model.V)
model.Qwv=Param(model.V)
model.Qvv=Param(model.V)
model.gamma=Param(model.K, model.V, default=0)
model.theta=Param(model.K, model.V, default=0)
model.alfa=Param(model.K, model.V, default=0)
model.mu=Param(model.K, model.V, default=1)

##Parámetros inventados para la escritura
model.ff=Param(model.K, model.V, default=0)
model.ss=Param(model.K, model.H, default=0)
##

model.x=Var(model.K, model.V, domain=NonNegativeReals)
model.Y=Var(model.K, domain=NonNegativeReals)
model.w=Var(model.K, domain=NonNegativeReals)

model.objst=Var(model.H)
model.objin=Var()

```

```

##Escritura de Función Objetivo
def robjst(model, h):
    return model.objst[h] -
        sum(sum(model.x[k,v]*model.Cv[v]+model.w[k]*model.Lk[k]*mo
            del.ff[k,v] for k in model.K)*model.ss[v,h] for v in
            model.V)== 0.0
model.RObjst = Constraint(model.H, rule=robjst)
def robjin(model):
    return model.objin +summation(model.Pk,model.Y)== 0.0
model.RObjin = Constraint(rule=robjin)

def obj_expression(model):
    expr =sum(model.objst[h] for h in model.H)+model.objin
    return expr
model.OBJ = Objective(rule=obj_expression)
##

##Escritura de restricciones
def res_dem_aceptada(model, k):
    return model.Y[k] <= model.Dk[k]
model.RAcep = Constraint(model.K, rule=res_dem_aceptada)

def res_dem_allot(model, k):
    return model.Y[i] >= model.Ak[k]
model.RAllo = Constraint(model.K, rule=res_dem_allot)

def res_capacidad(model, v):
    return sum(model.x[k,v] for k in model.K) <= model.Qwv[v]
model.RCap = Constraint(model.V, rule=res_capacidad)

def res_capacidadvol(model, v):
    return sum(model.x[k,v]/model.rhok[k] for k in model.k) <=
        model.Qvv[v]
model.RCapV = Constraint(model.v, rule=res_capacidadvol)

def res_continuidad(model, k, v):
    return model.x[k,v] <=
        model.mu[k,v]*(model.Y[k]*model.gamma[k,v]+sum(model.x[k,g]
            )*model.alfa[v,g] for g in model.Vv))
model.RCon = Constraint(model.K, model.V, rule=res_continuidad)

def res_dem_penalidad(model, k):
    return sum(model.x[k,v]*model.theta[k,v] for v in
        model.V)+model.w[K] == model.Y[K]
model.RPen = Constraint(model.I, rule=res_dem_penalidad)

```

ANEXO C: RESULTADOS RF 8 ESCENARIOS

En este anexo se presentarán los resultados para el problema de RF con sólo tres vuelos con variabilidad. Por motivos de simplicidad, solo se presentan las variables distintas de cero. Los escenarios son definidos como los estados de cada uno de los vuelos secuencialmente (P=Pesimista, O=Optimista). Por ejemplo, el escenario 1 es P-P-P que ocurre cuando todo los vuelos (1,2 y 4) se encuentran en el estado pesimista.

Tablas C-1: Asignación Estocástica RF, 8 Escenarios

Escenario 1	P-P-P	Escenario 2	P-P-O
Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,1)	4.000 kg.	x(1,1,2)	4.000 kg.
x(2,1,1)	5.200 kg.	x(2,1,2)	5.200 kg.
x(2,2,1)	5.200 kg.	x(2,2,2)	5.200 kg.
x(3,3,1)	3.200 kg.	x(3,3,2)	3.200 kg.
x(2,4,1)	13.000 kg.	x(2,4,2)	13.000 kg.
w(3,1)	3.200 kg.	x(3,4,2)	3.200 kg.

Escenario 3	P-O-P	Escenario 4	P-O-O
Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,3)	4.000 kg.	x(1,1,4)	4.000 kg.
x(2,1,3)	5.200 kg.	x(2,1,4)	5.200 kg.
x(2,2,3)	5.200 kg.	x(2,2,4)	5.200 kg.
x(3,2,3)	3.200 kg.	x(3,2,4)	3.200 kg.
x(2,4,3)	13.000 kg.	x(2,4,4)	13.000 kg.

Escenario 5	O-P-P	Escenario 6	O-P-O
Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,5)	4.000 kg.	x(1,1,6)	4.000 kg.
x(2,1,5)	7.800 kg.	x(2,1,6)	7.800 kg.
x(2,2,5)	5.200 kg.	x(2,2,6)	5.200 kg.
x(2,3,5)	2.600 kg.	x(2,3,6)	2.600 kg.
x(3,3,5)	3.200 kg.	x(3,3,6)	3.200 kg.
x(2,4,5)	13.000 kg.	x(2,4,6)	13.000 kg.
w(3,5)	3.200 kg.	x(3,4,6)	3.200 kg.

Escenario 7	O-O-P	Escenario 8	O-O-O
Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,7)	4.000 kg.	x(1,1,8)	4.000 kg.
x(2,1,7)	7.800 kg.	x(2,1,8)	7.800 kg.
x(2,2,7)	7.800 kg.	x(2,2,8)	7.800 kg.
x(3,2,7)	3.200 kg.	x(3,2,8)	3.200 kg.
x(2,4,7)	10.400 kg.	x(2,4,8)	10.400 kg.

ANEXO D: RESULTADOS RF 16 ESCENARIOS

En este anexo se presentarán los resultados correspondientes a la red ficticia aplicándole variabilidad a sus cuatro vuelos. Primero que todo, en las Tablas D-1 se presenta la asignación en el mismo formato que en el Anexo C. Se ve que los escenarios que tienen igual secuencia (con excepción del vuelo 3) tienen los mismos resultados. Por ejemplo, el escenario 1 y 3 en los cuales los vuelo 1, 2 y 4 son pesimistas, tienen el mismo resultado. Se puede realizar un pareo para todos los escenarios (1-3, 2-4, 5-7, 6-8, 9-11, 10-12, 13-15 y 14-16).

Tablas D-1: Asignación Estocástica RF, 16 Escenarios

Escenario 1	P-P-P-P	Escenario 2	P-P-P-O	Escenario 3	P-P-O-P
Variable	Valor	Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,1)	4.000 kg.	x(1,1,2)	4.000 kg.	x(1,1,3)	4.000 kg.
x(2,1,1)	5.200 kg.	x(2,1,2)	5.200 kg.	x(2,1,3)	5.200 kg.
x(2,2,1)	5.200 kg.	x(2,2,2)	5.200 kg.	x(2,2,3)	5.200 kg.
x(3,3,1)	3.200 kg.	x(3,3,2)	3.200 kg.	x(3,3,3)	3.200 kg.
x(2,4,1)	13.000 kg.	x(2,4,2)	13.000 kg.	x(2,4,3)	13.000 kg.
w(3,1)	3.200 kg.	x(3,4,2)	3.200 kg.	w(3,3)	3.200 kg.

Escenario 4	P-P-O-O	Escenario 5	P-O-P-P	Escenario 6	P-O-P-O
Variable	Valor	Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,4)	4.000 kg.	x(1,1,5)	4.000 kg.	x(1,1,6)	4.000 kg.
x(2,1,4)	5.200 kg.	x(2,1,5)	5.200 kg.	x(2,1,6)	5.200 kg.
x(2,2,4)	5.200 kg.	x(2,2,5)	5.200 kg.	x(2,2,6)	5.200 kg.
x(3,3,4)	3.200 kg.	x(3,2,5)	3.200 kg.	x(3,2,6)	3.200 kg.
x(2,4,4)	13.000 kg.	x(2,4,5)	13.000 kg.	x(2,4,6)	13.000 kg.
x(3,4,4)	3.200 kg.				

Escenario 7	P-O-O-P	Escenario 8	P-O-O-O	Escenario 9	O-P-P-P
Variable	Valor	Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,7)	4.000 kg.	x(1,1,8)	4.000 kg.	x(1,1,9)	4.000 kg.
x(2,1,7)	5.200 kg.	x(2,1,8)	5.200 kg.	x(2,1,9)	7.800 kg.
x(2,2,7)	5.200 kg.	x(2,2,8)	5.200 kg.	x(2,2,9)	5.200 kg.
x(3,2,7)	3.200 kg.	x(3,2,8)	3.200 kg.	x(2,3,9)	2.600 kg.
x(2,4,7)	13.000 kg.	x(2,4,8)	13.000 kg.	x(3,3,9)	3.200 kg.
				x(2,4,9)	13.000 kg.
				w(3,9)	3.200 kg.

Escenario 10	O-P-P-O	Escenario 11	O-P-O-P	Escenario 12	O-P-O-O
Variable	Valor	Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,10)	4.000 kg.	x(1,1,11)	4.000 kg.	x(1,1,12)	4.000 kg.
x(2,1,10)	7.800 kg.	x(2,1,11)	7.800 kg.	x(2,1,12)	7.800 kg.
x(2,2,10)	5.200 kg.	x(2,2,11)	5.200 kg.	x(2,2,12)	5.200 kg.
x(2,3,10)	2.600 kg.	x(2,3,11)	2.600 kg.	x(2,3,12)	2.600 kg.
x(3,3,10)	3.200 kg.	x(3,3,11)	3.200 kg.	x(3,3,12)	3.200 kg.
x(2,4,10)	13.000 kg.	x(2,4,11)	13.000 kg.	x(2,4,12)	13.000 kg.
x(3,4,10)	3.200 kg.	w(3,11)	3.200 kg.	x(3,4,12)	3.200 kg.

Escenario 13	O-O-P-P	Escenario 14	O-O-P-O	Escenario 15	O-O-O-P
Variable	Valor	Variable	Valor	Variable	Valor
x(1,1,13)	4.000 kg.	x(1,1,14)	4.000 kg.	x(1,1,15)	4.000 kg.
x(2,1,13)	7.800 kg.	x(2,1,14)	7.800 kg.	x(2,1,15)	7.800 kg.
x(2,2,13)	7.800 kg.	x(2,2,14)	7.800 kg.	x(2,2,15)	7.800 kg.
x(3,2,13)	3.200 kg.	x(3,2,14)	3.200 kg.	x(3,2,15)	3.200 kg.
x(2,4,13)	10.400 kg.	x(2,4,14)	10.400 kg.	x(2,4,15)	10.400 kg.

Escenario 16 O-O-O-O	
Variable	Valor
x(1,1,16)	4.000 kg.
x(2,1,16)	7.800 kg.
x(2,2,16)	7.800 kg.
x(3,2,16)	3.200 kg.
x(2,4,16)	10.400 kg.

Luego, la Tabla D-2 presenta la misma información que la Tabla 4-6, solo que extendida a los 16 escenarios. Nuevamente, los valores se repiten con las mismas parejas mencionadas.

Tabla D-2: Valores de EEV RF, 16 escenarios

Escenario	Secuencia	E. Greedy [US\$]	E. Red [US\$]
1	P-P-P-P	\$ 20.286	26.596
2	P-P-P-O	\$ 31.596	\$ 37.906
3	P-P-O-P	\$ 20.286	\$ 26.596
4	P-P-O-O	\$ 31.596	\$ 37.906
5	P-O-P-P	\$ 58.428	\$ 52.024
6	P-O-P-O	\$ 69.738	\$ 63.334
7	P-O-O-P	\$ 58.428	\$ 52.024
8	P-O-O-O	\$ 69.738	\$ 63.334
9	O-P-P-P	\$ 26.336	\$ 26.336
10	O-P-P-O	\$ 37.646	\$ 37.646
11	O-P-O-P	\$ 26.336	\$ 26.336
12	O-P-O-O	\$ 37.646	\$ 37.646
13	O-O-P-P	\$ 64.478	\$ 64.478
14	O-O-P-O	\$ 75.788	\$ 75.788
15	O-O-O-P	\$ 64.478	\$ 64.478
16	O-O-O-O	\$ 75.788	\$ 75.788
EEV		\$ 48.037	\$ 48.014

Por último, la Tabla D-3 muestra la misma información que la Tabla 4-8.

Tabla D-3: Valores de WS RF, 16 escenarios

Escenario	Secuencia	Valor [US\$]
1	P-P-P-P	\$ 62.916
2	P-P-P-O	\$ 69.936
3	P-P-O-P	\$ 62.916
4	P-P-O-O	\$ 69.936
5	P-O-P-P	\$ 76.428
6	P-O-P-O	\$ 83.213
7	P-O-O-P	\$ 76.428
8	P-O-O-O	\$ 83.213
9	O-P-P-P	\$ 67.516
10	O-P-P-O	\$ 74.536
11	O-P-O-P	\$ 67.516
12	O-P-O-O	\$ 74.536
13	O-O-P-P	\$ 81.405
14	O-O-P-O	\$ 87.813
15	O-O-O-P	\$ 81.405
16	O-O-O-O	\$ 87.813
WS		\$ 75.470