



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE FACTORES Y BENEFICIOS DE  
POSPONER EL PROCESO DE ETIQUETADO EN  
UNA LÍNEA DE EMBOTELLADO DE UNA VIÑA  
POR MEDIO DE MODELOS DE OPTIMIZACIÓN  
ESTOCÁSTICO Y ROBUSTO UTILIZANDO UN  
ENFOQUE PUSH**

**NICOLÁS JAVIER VILLAVICENCIO BOLÍVAR**

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:

SERGIO MATURANA

ALEJANDRO MAC CAWLEY

Santiago de Chile, 25 de Septiembre, 2018

© MMXVIII, NICOLÁS JAVIER VILLAVICENCIO BOLÍVAR



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ANÁLISIS DE FACTORES Y BENEFICIOS DE  
POSPONER EL PROCESO DE ETIQUETADO EN  
UNA LÍNEA DE EMBOTELLADO DE UNA VIÑA  
POR MEDIO DE MODELOS DE OPTIMIZACIÓN  
ESTOCÁSTICO Y ROBUSTO UTILIZANDO UN  
ENFOQUE PUSH**

**NICOLÁS JAVIER VILLAVICENCIO BOLÍVAR**

Miembros del Comité:

SERGIO MATURANA

ALEJANDRO MAC CAWLEY

JORGE VERA

MAURICIO VARAS

ÁLVARO SOTO

Tesis para optar al grado de  
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, 25 de Septiembre, 2018

© MMXVIII, NICOLÁS JAVIER VILLAVICENCIO BOLÍVAR

*A mi familia*

## **AGRADECIMIENTOS**

En primer lugar, me gustaría agradecer a la Pontificia Universidad Católica de Chile por haberme formado como profesional durante todos estos años.

En segundo lugar, quiero agradecer al profesor Sergio Maturana, fundamentalmente por su orientación y claridad al momento de comenzar a dar forma a este trabajo. Fue gracias a su curso de gestión logística que me decidí por entrar al plan de magíster y gracias a sus comentarios que pude sentar de manera clara y definitiva las bases para desarrollar esta investigación, así como también tomar las decisiones más acertadas a la hora de abordar el problema.

En tercer lugar, me gustaría agradecer al profesor Alejandro Mac Cawley, por su apoyo constante durante todo el proceso de desarrollo de esta tesis. Sus comentarios, sugerencias e intervenciones fueron un elemento clave para desarrollar el contenido y para culminar con mi investigación. Además, me abrió las puertas para dar mis primeros pasos en el sector laboral y en esa experiencia pude conocer no solo a un excelente profesional sino que a una excelente persona. Adicionalmente, me gustaría agradecer a todos los miembros de esta comisión, por su tiempo y comentarios, en especial a Mauricio Varas.

Por último, quiero darle las gracias a mi familia, sobre todo a mis padres, hermanos y a Alexandra por todo el apoyo brindado durante mi proceso universitario, y sobre todo en los momentos más difíciles. A mis padres, por los valores entregados, por su esfuerzo y sacrificio para que cumpliera mis objetivos, y por las palabras de aliento cuando más las necesitaba. A mis hermanos, por su amor fraterno y amistad para enfrentar siempre los desafíos en conjunto. A Alexandra, por su amor, comprensión y contención a lo largo de todo este proceso.

## ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	IV
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	XV
RESUMEN	XVII
ABSTRACT	XVIII
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Contexto . . . . .	1
1.2. Problema . . . . .	4
1.3. Objetivos . . . . .	5
Capítulo 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA	6
2.1. Metodología . . . . .	11
2.2. Modelación Estocástica . . . . .	12
2.3. Modelación Robusta . . . . .	14
Capítulo 3. MODELACIÓN	18
3.1. Modelo Estocástico . . . . .	19
3.1.1. Conjuntos . . . . .	19
3.1.2. Variables . . . . .	20
3.1.3. Parámetros . . . . .	20
3.1.4. Función Objetivo . . . . .	21
3.1.5. Restricciones . . . . .	23
3.2. Modelo Robusto . . . . .	25
3.3. Inventario Inicial . . . . .	30
3.4. Antecedentes . . . . .	30

Capítulo 4. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS	32
4.1. Las consecuencias del enfoque push	32
4.1.1. Casos base	33
4.1.2. Capacidad de la línea	34
4.1.3. Tamaño de la cuba	54
4.1.4. Costos de inventario	75
4.1.5. Presupuesto de incertidumbre	86
4.1.6. Variabilidad de la demanda	92
Capítulo 5. COMPARACIÓN MODELOS	110
5.1. Variabilidad de 10 %	111
5.2. Variabilidad de 30 %	119
5.3. Variabilidad de 50 %	125
Capítulo 6. CONCLUSIONES	130
REFERENCIAS	138
Apéndice	141
A. Códigos de AMPL utilizados	142

## ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Línea productiva de una viña convencional . . . . .	2
3.1.	Diagrama general de flujo de la producción de vino . . . . .	19
3.2.	Forma del árbol de demandas modelo estocástico . . . . .	25
4.1.	Función objetivo con y sin la posibilidad de posponer para distintos niveles de capacidad . . . . .	35
4.2.	Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de capacidad . . . . .	36
4.3.	Proporción de unidades pospuestas sobre el total embotellado para diferentes niveles de capacidad . . . . .	37
4.4.	Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de capacidad . . . . .	38
4.5.	Cantidad de unidades que pasan por la vía directa diferida, para distintos niveles de capacidad . . . . .	39
4.6.	Cantidad de unidades pospuestas que no son etiquetadas en el periodo siguiente, para distintos niveles de capacidad . . . . .	40
4.7.	Proporción de unidades etiquetadas con respecto al total de inventario para distintos niveles de capacidad . . . . .	41
4.8.	Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de capacidad . . . . .	42
4.9.	Niveles de inventario de producto diferenciado para distintos niveles de capacidad . . . . .	43
4.10.	Cantidad de unidades retrasadas para diferentes niveles de capacidad . . . . .	47

4.11. Disminución en la cantidad de unidades retrasadas ante incrementos en la capacidad operativa de la línea . . . . .	48
4.12. Función objetivo con y sin la posibilidad de posponer para distintos niveles de capacidad . . . . .	48
4.13. Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de capacidad . . . . .	49
4.14. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de capacidad . . . . .	50
4.15. Proporción de unidades etiquetadas para distintos niveles de capacidad . . . . .	50
4.16. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de capacidad . . . . .	51
4.17. Niveles de inventario de producto diferenciado para diferentes niveles de capacidad . . . . .	52
4.18. Flexibilidad asociada a utilizar diferentes combinaciones de cubas de 12000 y 24000 litros . . . . .	56
4.19. Cantidad de unidades pospuestas para los tres casos de interés y distintos niveles de capacidad . . . . .	57
4.20. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 1 para distintos niveles de capacidad . . . . .	58
4.21. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 2 para distintos niveles de capacidad . . . . .	59
4.22. Niveles de inventario de producto intermedio para los diferentes casos de interés y distintos niveles de capacidad . . . . .	60
4.23. Niveles de inventario de producto diferenciado para los tres casos de interés y distintos niveles de capacidad . . . . .	61

4.24. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de contar solamente con cubas de 12000 litros (caso 1) para distintos niveles de capacidad	63
4.25. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de incrementar en dos las cubas de 12000 litros (caso 2) para distintos niveles de capacidad . . . . .	63
4.26. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para distintos niveles de capacidad . . . . .	66
4.27. Niveles de inventario de producto intermedio para el caso base y el caso 4 para distintos niveles de capacidad . . . . .	67
4.28. Niveles de flexibilidad para distintas combinaciones de cubas . . . . .	68
4.29. Cantidad de unidades pospuestas para los tres casos de interés y diferentes niveles de capacidad . . . . .	68
4.30. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 2 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	70
4.31. Niveles de inventario de producto intermedio para los tres casos de interés y diferentes niveles de capacidad . . . . .	70
4.32. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de contar solamente con cubas de 12000 litros (caso 1) para diferentes niveles de capacidad . . . . .	71
4.33. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de incrementar en dos las cubas de 12000 litros (caso 2) para diferentes niveles de capacidad . . . . .	72
4.34. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	73

4.35. Niveles de inventario de producto intermedio para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	74
4.36. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	76
4.37. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	77
4.38. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	79
4.39. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	79
4.40. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	81
4.41. Cantidad total de producto terminado producido para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	82
4.42. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	83
4.43. Cantidad total de producto terminado producido para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	84
4.44. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	85
4.45. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad . . . . .	86
4.46. Costos totales robustos para diferentes niveles de robustez y capacidad . . . . .	87
4.47. Cantidad de unidades pospuestas para distintos niveles de robustez y capacidades promedio . . . . .	88

4.48. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para distintos niveles de robustez y capacidades promedio . . . . .	89
4.49. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de robustez y capacidades promedio . . . . .	89
4.50. Niveles de inventario de producto terminado para distintos niveles de robustez y capacidades promedio . . . . .	90
4.51. Cantidad de unidades retrasadas para distintos niveles de robustez y capacidades promedio . . . . .	91
4.52. Función esperada de costos para distintos niveles de variabilidad y capacidad	93
4.53. Cantidad de unidades pospuestas para distintos niveles de variabilidad y capacidad . . . . .	94
4.54. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de variabilidad y capacidad . . . . .	95
4.55. Cantidad de unidades pospuestas por tipo de vino, cuando las demandas del vino 2 son determinísticas, para diferentes niveles de capacidad . . . . .	97
4.56. Cantidad de unidades pospuestas por tipo de vino, cuando las demandas del vino 1 son determinísticas, para diferentes niveles de capacidad . . . . .	97
4.57. Diferencias función objetivo entre la solución estocástica y la solución determinística para diferentes niveles de capacidad . . . . .	101
4.58. Cantidad de unidades retrasadas para el caso estocástico y determinístico para diferentes niveles de capacidad . . . . .	102
4.59. Función de costos robusta para distintos niveles de variabilidad y capacidad .	103
4.60. Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de variabilidad y capacidad . . . . .	104

4.61. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de variabilidad y capacidad . . . . .	105
4.62. Costos totales para distintos niveles de variabilidad y capacidad . . . . .	106
4.63. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	107
4.64. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	108
4.65. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	108
5.1. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	113
5.2. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios y un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	114
5.3. Comparación de unidades pospuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	115
5.4. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	116
5.5. Comparación de niveles de inventario de producto terminado entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	116
5.6. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo robusto en distintos escenarios para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . .	117

5.7. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo estocástico en distintos escenarios para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	118
5.8. Diferencias función objetivos entre el modelo estocástico y el modelo robusto para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	119
5.9. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	121
5.10. Comparación de unidades pospuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	122
5.11. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	123
5.12. Niveles de inventario de producto intermedio para el modelo robusto en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	123
5.13. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo estocástico en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	124
5.14. Diferencias en la función objetivo entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	125
5.15. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	126
5.16. Comparación de unidades pospuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	127

5.17. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	128
5.18. Diferencias en la función objetivo entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad . . . . .	128
A.1. Archivo .mod del modelo estocástico . . . . .	142
A.2. Archivo .dat del modelo estocástico . . . . .	144
A.3. Archivo .mod del modelo robusto . . . . .	147
A.4. Archivo .dat del modelo robusto . . . . .	150

## ÍNDICE DE TABLAS

4.1.	Desviaciones máximas de $D_{ij}^t, \hat{D}_{ij}^t$ , utilizadas para resolver el problema robusto	32
4.2.	Parámetros de demanda para el vino $i$ etiquetado con $j$ en el nodo $n$ , $D_{ij}^n$ . . .	44
4.3.	Variables de inventario de vino $i$ etiquetado con $j$ al final del periodo $n$ ( $sd_{ij}^n$ ) relevantes obtenidas cuando la capacidad de la línea es de 56 hrs . . . . .	45
4.4.	Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto $i, j$ . . . . .	46
4.5.	Cobertura para los valores de $D_{ij}^t$ para los cuales se prepara el modelo dado un nivel de robustez de $\phi = 0,9$ . . . . .	53
4.6.	Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto $i, j$ para el caso 2 . . . . .	61
4.7.	Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto $i, j$ para el caso 1 . . . . .	62
4.8.	Porcentaje de instancias en las cuales el modelo almacena inventario de producto terminado . . . . .	99
4.9.	Porcentaje de instancias en las cuales el modelo almacena inventario de producto terminado . . . . .	100
5.1.	Discretización de una distribución normal utilizando el método de cuadratura de Gauss en 3 puntos . . . . .	110
5.2.	Cobertura para los valores de $D_{ij}^t$ para los cuales se prepara el modelo estocástico con un 10 % de variabilidad . . . . .	112
5.3.	Cobertura del modelo robusto para los valores de $D_{ij}^t$ para una variabilidad de 10 % dado un nivel de robustez de $\phi = 0,4$ . . . . .	112

5.4.	Cobertura del modelo robusto para los valores de $D_{ij}^t$ para una variabilidad de 30 % dado un nivel de robustez de $\phi = 0,2$ . . . . .	120
5.5.	Cobertura para los valores de $D_{ij}^t$ para los cuales se prepara el modelo estocástico dado una variabilidad de 30 % y diferentes niveles de capacidad .	120
5.6.	Cobertura para los valores de $D_{ij}^t$ para los cuales se prepara el modelo dado un nivel de robustez de $\phi = 0,2$ y una variabilidad de 50 % . . . . .	125
5.7.	Cobertura para los valores de $D_{ij}^t$ para los cuales se prepara el modelo estocástico dada una variabilidad de 50 % . . . . .	126

## RESUMEN

Este trabajo aborda el problema de la planificación de la producción para una viña chilena que trabaja con diferentes clientes, los que muchas veces requieren un mismo tipo de vino con una etiqueta propia para el mercado en el cual compiten. La producción es planificada bajo incertidumbre, y en ese escenario los productos son asignados en los diferentes canales de venta, razón por la cual existen excedentes para algunos vinos y déficits en otros. Esto ocurre porque un producto ya asignado a un canal de venta no puede reasignarse a otro aun si la demanda es para el mismo vino. Además, el contenido completo de la cuba debe pasar por la línea de embotellado cuando esta es utilizada.

Una vía para disminuir los excedentes y déficits es posponer la diferenciación del producto, retrasando el proceso de etiquetado, lo que incrementa los costos productivos. Por ende, analizamos la posibilidad de posponer el etiquetado por medio de un modelo de optimización lineal estocástico y un modelo de optimización lineal robusto, tomando en cuenta la variabilidad de la demanda al mismo tiempo que minimizamos los costos productivos. También estudiamos los factores que pueden exacerbar la decisión del modelo, utilizando datos basados en la operación de una viña chilena con foco en la exportación.

Los resultados muestran que no posponer empeora la función de costos en casi un 4000 % cuando se trabaja con holgura. De hecho, la posibilidad de posponer es siempre atractiva, sobre todo cuando la capacidad es limitada o se utilizan cubas gran tamaño, consecuencia del enfoque push, y cuando incrementa la variabilidad en el caso del modelo estocástico. Finalmente, los resultados del modelo estocástico superan a los del modelo robusto cuando se asume que las demandas tienen distribución normal.

**Palabras Claves:** (industria del vino, incertidumbre en la demanda, *postponement*, programación estocástica, optimización robusta).

## ABSTRACT

This work addresses the production planning problem for a Chilean winery that works with different customers, which often require the same type of wine with an appropriate label for the market where they compete. Production is planned under uncertainty, and in this scenario, production is allocated across sales channels, which means there should exist surplus for some types of wine and deficit in others. Moreover, once a product is assigned to a channel, it cannot be reassigned to another even if the demand is for the same wine. In addition, we use a push approach, that is, if a large scale tank is used for producing, it is required that its whole content must be bottled.

One tool to reduce surpluses and deficits is postponing product differentiation, delaying the labeling process, which increases production costs. Therefore, to address this problem we analyze the labeling postponement tool by using a stochastic linear optimization model and a robust linear optimization model so that demand variability is taken into account at the same time we minimized production costs. Factors that can exacerbate the decision of the model are also studied. The data used in this research is based on an unnamed Chilean export-focused winery.

Results show that avoiding postponement increases production costs by almost 4000 % when line capacity is high. Thus, labeling postponement is always attractive, especially when the capacity is tight and larger tanks are used, a consequence of the push approach of the model, and when demand variability increases in the case of the stochastic model. Finally, the stochastic model outperforms the robust approach when demand follows a normal distribution.

**Key Words: (wine industry, demand uncertainty, labelling postponement, stochastic programming, robust optimization).**

## **CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN**

La estrategia de *postponement* es una estrategia de producción que tiene como objetivo retrasar ciertos procesos en la línea de producción o en la cadena de suministro, a fin de obtener beneficios. En general, esta estrategia se ha utilizado en líneas de producción en las cuales los productos finales son diferenciados, a partir de uno genérico, distinguiéndose del resto, convirtiéndose en un producto distinto que, en consecuencia, tiene un mercado diferente. Por ejemplo, una línea de producción que fabrica chalecos puede aplicar la estrategia de *postponement* en el proceso de teñido, y conservar inventario de chalecos sin diferenciar, para posteriormente aprovechar la información de la demanda cuando esta es revelada. De esta manera, si el mercado muestra que la tendencia es a adquirir chalecos rojos, entonces el inventario de chalecos es diferenciado con teñido rojo.

Por lo tanto, la estrategia permitiría incrementar los beneficios que perciben las organizaciones. Aun así, no todos los mercados ni productos que son fabricados permiten la implementación de la estrategia de *postponement*. Un posible mercado para la aplicación de este concepto es el mercado del vino, pues reúne algunas de las características esenciales para que el *postponement* funcione: un producto genérico es diferenciado a través de los procesos de embotellado y etiquetado.

### **1.1. Contexto**

El proceso de fabricación del vino consta de una serie de procesos que agregan valor y transforman la uva en un producto comercializable. Más concretamente, como señalan [Mohais et al. \(2012\)](#), antes de llegar a esa condición el líquido proveniente de la uva ha pasado por procesos previos como la fermentación, estabilización, fermentación maloláctica, mezclado, etc. Sin embargo, el análisis que aquí se realiza considera el instante en que el resultante de las etapas previas debe ser almacenado, en lotes, en tanques de gran escala. A partir de este punto se dice que el vino se encuentra en una condición comercializable pues, desde el punto de vista de la viña, corresponde a un producto genérico que puede

ser vendido en esa condición (a otras viñas), o puede esperar a ser diferenciado por medio de los procesos de embotellado y etiquetado. La siguiente figura muestra la línea de producción de una viña convencional.

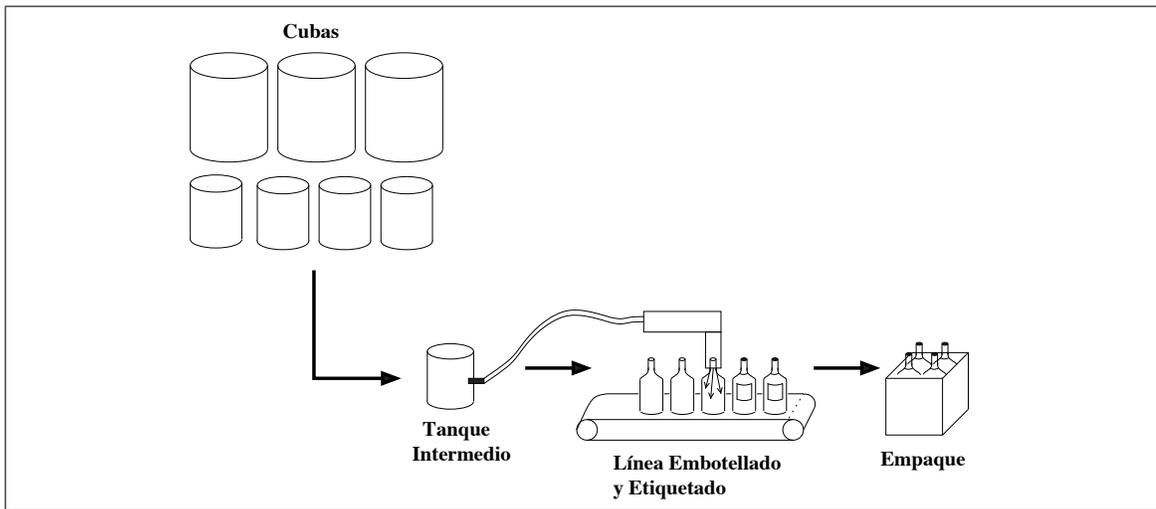


Figura 1.1. Línea productiva de una viña convencional

Los procesos de embotellado y etiquetado se sirven de la ayuda de tanques intermedios o cubas (ubicados justo después de los tanques de gran escala) que almacenan vino ya mezclado (finalizado), y cuya configuración depende fuertemente del vino que se desee embotellar. La producción de un nuevo lote de vino comienza con el lavado de cada botella que ingresa a la línea, para eliminar cualquier agente que pueda alterar el producto final. Posteriormente, cada botella vacía continúa a una máquina que bombea el vino en su interior, el cual se extrae directamente de los tanques intermedios mencionados anteriormente. Luego, cada botella que ya se encuentra llena debe ser tapada y, finalmente, etiquetada. Si bien la imagen anterior muestra una línea configurada en serie (una línea que embotella y etiqueta), es factible separar las líneas de embotellado y etiquetado siempre que sea necesario.

Por otro lado, cada vez que la línea finaliza la producción de un tipo de vino y cambia a otro para iniciar la producción de un nuevo lote, la línea completa de embotellado debe pasar por un proceso de limpieza, cuya duración depende de los tipos de vinos involucrados. Por ejemplo, el cambio de un vino rojo a un vino blanco puede tardar aproximadamente tres horas, mientras que el cambio entre vinos del mismo color puede demorar solo una. En general, se considera que estos tiempos de seteo en la línea corresponden a tiempos menores. Sin embargo, existen ocasiones en las que, aunque se esté trabajando con un mismo tipo de vino, se requiere un tipo de botella específica, o alguna tapa en particular. Este tipo de cambios, denominados mayores, implican que la línea debe ser reconfigurada, pues se deben quitar los ítems anteriores e incorporar los nuevos, proceso que puede llegar a demorar ocho horas.

Con respecto al proceso de etiquetado, la etiqueta colocada a cada vino es **dependiente** del canal de venta al cual se quiere destinar, es decir, **un mismo tipo de vino posee una etiqueta diferente dependiendo del país al cual se exporta**, por exigencias de homologación. Este proceso es un poco más flexible y los tiempos de preparación son mucho menores, como mucho un 50 por ciento de los tiempos descritos para los cambios menores de la fase de embotellado, sin embargo, la línea de etiquetado posee menor capacidad que la línea de embotellado, por lo que termina siendo la que restringe el proceso. En consecuencia, cada vez que ambas líneas de producción operan en serie, el *output* total está determinado por el proceso de etiquetado.

Por otro lado, si bien la figura anterior muestra el proceso de producción de vino para una única línea de producción, en la realidad existen varias que realizan el mismo trabajo. De todos modos, se puede apreciar que un producto genérico puede venderse en dos grandes formatos (a granel y embotellado). Más aun, **un mismo tipo de vino con diferentes tipos de botella o diferentes etiquetas representa productos diferentes no substituíbles**. En ese contexto, [Chollette \(2009\)](#) identifica que las viñas normalmente venden sus productos bajo diferentes canales de venta, que incluyen vino a granel, sus propias marcas, etiquetas privadas y etiquetas co-privadas, todos con diferentes formatos. Por lo tanto,

si bien podría venderse parte de la producción de vino a granel y saltarse los procesos posteriores, gran parte del portafolio de una empresa de vinos corresponde a productos embotellados, razón por la cual casi toda la producción es procesada por líneas que embotellan y etiquetan.

## **1.2. Problema**

El mercado del vino, a diferencia de otros, sigue un ciclo anual rígido en el cual las uvas son recolectadas, lo cual implica que pocos meses después el vino debe ser embotellado, aun si la demanda es desconocida, por lo cual la producción debe ser planificada bajo incertidumbre. En consecuencia, la producción es etiquetada para los diferentes canales de venta (países o mercados) sin conocer información de la demanda, lo que resulta en excedentes de producción en algunos mercados y en déficits en otros. Es más, como ya mencionamos, aunque existan dos vinos del mismo tipo, estos no son sustituibles una vez que han sido etiquetados para un canal en particular, razón por la cual una mala colocación en los diferentes canales de venta se traduce principalmente en pérdidas de venta.

Por otro lado, la forma de operación de las viñas exige que, si se decide producir un cierto tipo de vino almacenado en alguna cuba (tanque de gran escala), el contenido completo de esta deba ser procesado dentro del periodo. En otras palabras, el contenido completo de la cuba debe pasar por la línea de embotellado. En consecuencia, siempre que hayan descalces entre la demanda y la cantidad de producto embotellado, se debe decidir qué parte del vino remanente se conserva como producto intermedio y cuál como producto terminado (con alguna etiqueta). Llamaremos producto de cuadratura a aquel producto hacia el cual se destina el remanente de la cuba.

Así, las viñas toman la decisión de posponer el proceso de etiquetado influenciados no solo por su forma de operar y como consecuencia de la incertidumbre presentada en la demanda, sino que fundamentalmente por las restricciones de homologación para zonas y

países que las obligan a utilizar una etiqueta diferente para cada uno de los destinos en los cuales se decide exportar un mismo tipo de vino.

Para abordar el problema se pretende analizar la posibilidad de separar los procesos de embotellado y etiquetado, lo cual permitiría aplicar una estrategia de tipo *postponement* del proceso de etiquetado, retrasando lo más posible la diferenciación del producto para algún mercado en particular. Lo haremos utilizando como base el trabajo realizado por [Varas et al. \(2018\)](#), donde los autores proponen un modelo lineal estocástico de producción para una viña en la cual se permite posponer el proceso de etiquetado, con el propósito de minimizar los costos totales esperados derivados de la producción.

### **1.3. Objetivos**

El objetivo general de esta investigación consiste en analizar los beneficios y factores que influyen en la decisión de posponer el etiquetado de un producto, por medio de dos modelos de optimización que operan de forma distinta: un modelo de optimización lineal estocástico, y un modelo de optimización lineal robusto, ambos utilizando un enfoque push en que se exige embotellar completamente una cuba. Enfocamos el estudio en factores como la capacidad de la línea, el tamaño de las cubas, los costos de inventario, la variabilidad de la demanda y el presupuesto de incertidumbre con el afán de:

1. Determinar cuáles de estos factores exacerban la decisión de posponer.
2. Entender el comportamiento del modelo ante cambios en estos factores.
3. Contrastar los resultados obtenidos entre ambos modelos en un marco comparativo para así determinar en qué situaciones se recomienda utilizar uno u otro.

## CAPÍTULO 2. REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

En este capítulo se presenta el proceso de revisión bibliográfica. El capítulo inicia con una revisión de investigaciones que utilizan herramientas de optimización en la industria del vino, para alguno de los procesos productivos, y a trabajos que aborden definiciones, ejemplos y aplicaciones de la estrategia *postponement* en la industria en general. Luego, la búsqueda se concentra en identificar investigaciones que aborden conjuntamente ambas herramientas, es decir, modelos de optimización que incluyan la posibilidad de posponer algún proceso productivo. Por último, se revisa la metodología relevante para la formulación de modelos de optimización con los cuales desarrollaremos esta investigación.

Una de las herramientas más utilizadas en la industria a la hora de enfrentar sus problemas corresponde a la resolución de modelos que apoyen la toma de decisiones. En la etapa de cosecha, la calidad de la uva cosechada determina también la calidad del producto final, y no contar con el apoyo de herramientas de planificación implica que la uva muchas veces es cosechada antes o después del periodo óptimo. Aquí encontramos el trabajo de [Ferrer et al. \(2008\)](#). En él se propone un modelo de programación lineal entera mixta para decidir qué sectores cosechar y cuándo hacerlo. En este trabajo se enfrentan los objetivos de maximizar la calidad del vino y minimizar los costos operacionales. Para lo primero se desarrolla una función de pérdida de calidad, de modo que se puede trabajar con ambos objetivos juntos sin que uno domine al otro. También se toman en cuenta los costos de mover la cosecha y las maquinarias y, por medio de la resolución de un problema del vendedor viajero, se decide en qué orden visitar los bloques a cosechar. En resumen, el modelo es una herramienta para decidir qué bloques cosechar, cuándo hacerlo, y en qué orden. Adicionalmente, se incluye el desarrollo de una heurística para resolver el problema.

Más tarde, [Bohle et al. \(2010\)](#) extienden el modelo descrito anteriormente por medio de la optimización robusta, utilizando el método de [Bertsimas y Sim \(2004\)](#). Posteriormente, [Arnaout y Maatouk \(2010\)](#) contribuyen con una investigación similar a la realizada

anteriormente por [Ferrer et al. \(2008\)](#). En su trabajo abordan el problema de la cosecha de uvas en viñas en países desarrollados, maximizando la calidad del vino y minimizando los costos en los que se incurre al realizar la cosecha, para lo cual desarrollan un modelo de programación lineal entera mixta y, tal como antes, introducen una heurística para resolver el problema.

En relación al proceso de embotellado, [Berruto et al. \(2006\)](#) señalan que planificar correctamente el proceso de producción es un problema difícil pues la demanda de los clientes está fuertemente influenciada por la estacionalidad y porque existen muchos formatos diferentes en las órdenes que estos requieren. En consecuencia, desarrollan un modelo de programación de trabajos por medio de un enfoque de dos etapas. En la primera etapa se formula un modelo de programación lineal entera mixta (que considera una sola línea de producción) y que es capaz de determinar la programación de tareas en la línea para un periodo de una semana, minimizando los costos y mejorando la producción total. Para un horizonte de evaluación más grande se resuelve el problema iterativamente, semana a semana. La segunda etapa queda en manos de los planificadores, y corresponde básicamente a establecer el detalle diario de la programación semanal que retorna el modelo. Esto último se debe a que, de acuerdo a lo manifestado, los planificadores muchas veces prefieren contar con herramientas que provean soluciones cercanas a la óptima (debido a que son más rápidas y les otorgan cierto grado de libertad para ajustar ciertos requerimientos cuando sea necesario).

Por otro lado, [Ertuğrul y Işik \(2009\)](#) desarrollan un modelo de programación lineal entera mixta en que se planifica la producción de una viña en Turquía. El problema que se pretende enfrentar consiste en determinar cuáles productos serán producidos y en qué cantidad, maximizando la rentabilidad de la viña. El modelo toma en cuenta los tiempos de seteo en las líneas de producción, y se resuelve por medio de la utilización del algoritmo de Branch and Bound.

Luego, [Mohais et al. \(2012\)](#) desarrollan una aproximación a restricciones prácticas en el problema de programación de trabajos, y este enfoque es aplicado al proceso de

embotellado de una viña. Más recientemente, [Basso y Varas \(2017\)](#) deciden abordar este problema y deciden formularlo por medio de un modelo de programación lineal entera mixta. Debido a la naturaleza de la línea de embotellado descrita en capítulos anteriores, los autores asumen que solo existe un tipo de botella, de modo que los cambios en la línea son asociados al cambio de tipo de vino. El modelo desarrollado se lleva a cabo sobre el proceso de embotellado, cuando los pedidos de los clientes necesitan ser localizados en las líneas de producción, e intenta minimizar la demora de todas las órdenes, el tiempo final para completar una orden, y el tiempo final de proceso de cada trabajo. Los resultados del modelo determinan en qué línea se debe procesar cada trabajo, y en qué orden hacerlo. También desarrollan una heurística del tipo greedy que permite encontrar soluciones factibles de manera rápida.

En general, los modelos de los trabajos mencionados previamente se enfocan a resolver un solo problema, programación de tareas, o planificación de producción, no de forma conjunta. En ese sentido, una aproximación para resolver este problema es añadir un proceso adicional de programación de trabajos, esto es, separar el problema en dos etapas: primero, determinar qué, cuánto y en qué momento producir; segundo, sobre la base de productos que deben producirse (y el tiempo en que debe hacerse), establecer la secuencia de lotes a ser procesados. Sin embargo, tal como mencionan [Fandel y Stammen-Hegene \(2006\)](#) y [Gicquel et al. \(2008\)](#), cuando los tiempos de seteo dependen de la secuencia de la producción (algo que es común en la industria), resolver el problema de manera simultánea cobra un mayor interés. Es el caso de la industria del vino.

Uno de los pocos que considera la situación mencionada previamente fue realizado por [Mac Cawley \(2014\)](#). En su trabajo, el autor desarrolla un modelo conjunto (general lot-sizing problem) que pretende acercarse lo más posible a los desafíos que deben enfrentar los encargados de planificar y programar la producción en las viñas. En consecuencia, pretende incorporar limitaciones reales que deben enfrentar los encargados de planificar: una gran cantidad de productos, tiempos de seteo dependientes de la secuencia de la línea,

largos tiempos de seteo con baja utilización de la línea, restricciones sanitarias y restricciones asociadas a cuadrillas de trabajo

Ahora bien, otra herramienta que puede ser utilizada por las organizaciones es la que subyace detrás del concepto de *postponement*, el cual fue introducido hace más de 50 años por [Alderson \(2006\)](#), quien lo define como una estrategia que retrasa la diferenciación de productos tanto como sea posible. Posteriormente, [Bucklin \(1965\)](#) analiza la importancia de esta estrategia en la reducción de los costos en la cadena productiva. Con estos antecedentes, más de 30 años después, comienzan a aparecer las primeras aplicaciones de este concepto en la industria. Por ejemplo, [R. Van Hoek \(1997\)](#) explica que las aplicaciones del *postponement* son una combinación de tiempo, lugar y forma, y que pueden aplicarse a diferentes industrias, entre ellas la industria alimentaria. Así, por medio de un caso de estudio en una viña, demuestra el valor de aplicar esta estrategia. Sin embargo, explica que la agricultura se ha quedado atrás en la implementación de esta herramienta.

El mismo autor [R. I. Van Hoek \(2001\)](#) realiza un proceso de revisión bibliográfica acerca de este concepto, y explica que consiste esencialmente en retrasar algunas actividades en la cadena de suministro hasta el momento en que las órdenes de los clientes son recibidas, de modo de personalizar los productos después de conocer cierta información, y no antes.

Tiempo después, [Yang et al. \(2004a\)](#) plantean la posibilidad de utilizar la estrategia de *postponement* para hacer frente a la incertidumbre, pues reconocen que es uno de los factores fundamentales con los que debe lidiar cualquier organización. En este trabajo los autores muestran cómo el *postponement* puede incorporarse en distintas etapas proceso. Aun así, [Yang et al. \(2004b\)](#) observan en otro estudio que la aplicación de esta estrategia aun no está lo suficientemente adoptada, contrario a lo que se esperaría. En ese trabajo, los autores intentan identificar los factores que permiten o dificultan una implementación exitosa de esta herramienta, para lo cual proponen un marco de trabajo que puede ayudar a desarrollar ideas para futuros trabajos.

Adicionalmente, [Zinn y Bowersox \(1988\)](#) identifican los costos asociados al hecho de posponer en distintas parte de la cadena productiva. De acuerdo a su trabajo se puede establecer que posponer el proceso de etiquetado (y etiquetar las botellas una vez que las órdenes de los clientes son conocidas) es el que tiene los costos más bajos asociados.

Por otro lado, uno de los primeros enfoques matemáticos realizados en esta materia aplicada en la industria del vino fue desarrollado por [Cholette \(2009\)](#). En su trabajo, la autora identifica un gran incremento en los canales de venta (bajo los cuales las viñas ofrecen sus productos). En consecuencia, dado el ciclo en el cual la uva es recolectada, la colocación de productos en los canales de venta puede significar grandes pérdidas. De acuerdo al trabajo, posponer el proceso de etiquetado puede ser útil cuando el producto es comercializado bajo varias marcas, y posponer el proceso de embotellado puede ser conveniente cuando el producto es vendido en muchos tamaños y formatos.

De esta manera, se aborda el problema de planificación de producción por medio de la formulación de un modelo de programación lineal estocástico de dos etapas. En la primera etapa el modelo desarrollado resuelve la colocación de productos terminados en los distintos canales y, al mismo tiempo, permite la generación de inventario intermedio sin diferenciar. La segunda etapa consiste en diferenciar el inventario conservado, en caso de ser necesario, para suplir las necesidades del mercado. El modelo pretende optimizar la rentabilidad bajo diferentes escenarios en la demanda de los productos. Los resultados muestran que el uso de esta estrategia aumenta los costos por unidad producida, pero permite incrementar la rentabilidad esperada.

Por otro lado, [Cholette \(2010\)](#) realiza un análisis de la adopción de las prácticas de *postponement* en el mercado estadounidense, por medio del diseño de una encuesta. La justificación de su análisis es que el incremento en los canales de venta dificulta la decisión de colocación de productos. La autora observa que implementar la estrategia en el proceso de recolección de las uvas es impracticable, ya que la uva sigue un ciclo anual muy rígido; segundo, menciona que podría utilizarse en el proceso de fabricación propiamente tal (mezclado), siempre que exista un canal de venta en que se pueda vender vino con una

especie de «receta» específica; tercero, sostiene que puede aplicarse a los procesos de etiquetado y embotellado. A pesar de la variedad de procesos en que podría implementarse, la mayor conclusión de la investigación es que el mercado estadounidense no ha adoptado la estrategia de *postponement* de manera genérica, aun cuando esta ha demostrado ser una herramienta fundamental para manejar la incertidumbre en la industria.

Recientemente, [Varas et al. \(2018\)](#) presentan un modelo de planificación de producción lineal estocástico utilizando la estrategia de *postponement* en el proceso de etiquetado. El objetivo de su trabajo es cuantificar los beneficios asociados al hecho de posponer y determinar bajo qué condiciones conviene aplicar esta estrategia. El modelo se desarrolla sobre la línea de embotellado de una viña, considera restricciones de capacidad, tiempos de seteo en la línea y permite la generación de inventario intermedio (sin etiqueta) y de producto diferenciado (con etiqueta), con el objetivo de minimizar los costos totales esperados derivados de la producción. El trabajo considera un horizonte de planificación multiperiodo y analiza también el impacto de algunos factores sobre la decisión del modelo. Por ejemplo, se analiza cómo varía la decisión del modelo al restringir la cantidad de etiquetas que pueden ser pospuestas, o cómo influye la variabilidad de la demanda al momento de posponer. En ese sentido, nuestro trabajo puede ser comprendido como una extensión de lo realizado por [Varas et al. \(2018\)](#), en tanto abordamos el problema utilizando dos modelos diferentes, y fundamentalmente porque analizamos exhaustivamente los factores del modelo que pueden influir o no en la decisión de posponer.

## 2.1. Metodología

Consideramos primero el clásico problema de lot-sizing con restricción de capacidad y multi producto señalado en [Shapiro et al. \(2014\)](#):

$$\min \sum_t \sum_{j \in J} (c_{jt}x_{jt} + h_{jt}I_{jt})$$

$$\begin{aligned}
I_{jt} &= I_{jt-1} + x_{jt} - d_{jt}, & \forall t \in T, j \in J \\
I_{j0} &= 0, & \forall t \in T, j \in J \\
\sum_{j \in J} a_{ij} x_{jt} &\geq b_i, & \forall t \in T, i \in R \\
x_{jt} &\geq 0, & \forall t \in T, j \in J \\
I_{jt} &\geq 0, & \forall t \in T, j \in J
\end{aligned}$$

Donde  $T$  corresponde al largo del horizonte,  $|P|$  la cantidad de productos terminados y  $|R|$  el número de recursos disponibles. Por otro lado,  $x_{jt}$  e  $I_{jt}$  corresponden a decisiones de producción e inventario respectivamente. Respecto de los parámetros, los  $c_{jt}$  corresponden a costos unitarios de producción,  $h_{jt}$  son los costos de inventario,  $d_{jt}$  son las demandas de producto final, mientras que  $a_{ij}$  es el consumo de recursos asociado a la producción de cada unidad y  $b_i$  es la disponibilidad de recursos.

En general, los modelos de optimización trabajan sobre la base de demandas determinísticas que corresponden a un valor esperado de la demanda. Dichos modelos suelen ser más fáciles de resolver y resultan útiles en muchos problemas. Sin embargo, tal como señalan [Sen y Hige \(1999\)](#) la presencia de incertidumbre en el set de datos afecta tanto la factibilidad como la optimalidad de la solución, y una mayor variabilidad en los datos invalida en mayor medida también la solución obtenida por un modelo determinístico.

En el presente estudio, tal como se describió previamente, la decisión de cuánto producto destinar a cada canal de venta debe ser realizada antes de conocer la información del mercado, es decir, se debe planificar bajo incertidumbre. Por lo tanto, se abordan dos metodologías para incorporar la incertidumbre en la demanda: un modelo de optimización líneal estocástico y un modelo de optimización líneal robusto.

## 2.2. Modelación Estocástica

Una alternativa a la formulación determinística corresponde a la modelación estocástica, la cual nos permite incorporar la incertidumbre por medio de la utilización de un árbol

de escenarios. Los inicios de la modelación estocástica datan de la década del 50 o del 60 del pasado siglo, y su desarrollo es atribuido principalmente a [Dantzig \(1955\)](#), en cuyo trabajo se sientan las bases de esta metodología. En términos más concretos, esta metodología asocia una distribución de probabilidad con aquellos parámetros sujetos a incertidumbre. Así, lo que el modelo busca es encontrar una solución óptima dado un set de escenarios posibles, los cuales se condicen con la distribución de probabilidades de los datos inciertos.

De hecho, algunos problemas como el descrito en el inicio de esta sección constan de una secuencia de decisiones que deben realizarse ante ciertos resultados que evolucionan en el tiempo. Dichas decisiones se hacen dependiendo de la información que está disponible en un determinado momento y de los recursos con los que se cuenta en ese momento. Una manera útil de representar un proceso como el anterior (en que existe incertidumbre) se logra mediante la utilización de un árbol de escenarios.

Supongamos que los parámetros sujetos a incertidumbre (en este caso las demandas) evolucionan como un proceso estocástico en tiempo discreto con un espacio de probabilidad finita. Un árbol de escenarios  $T(N, A)$  con  $|N|$  nodos,  $|A|$  arcos y  $|T|$  etapas describe la evolución de los datos con incertidumbre. Una etapa denota un estado en el cual existe nueva información disponible para el tomador de decisiones. Por cada  $n \in N$  se define  $t_n$  como el periodo de tiempo asociado al nodo  $n$ . Además, sea  $N_t$  el conjunto de nodos asociados al periodo  $t \in T$ . En este caso,  $N_t$  representa el conjunto de estados que pueden distinguirse con la información disponible hasta la etapa  $t$ . Definimos también  $n_R$  como el nodo raíz que corresponde al estado inicial de información disponible. Así, por cada  $n \neq n_R$  existe un único antecesor denotado  $a_n$  tal que  $a_n = \{m \in N : (m, n) \in A\}$ . Se define también el conjunto de sucesores inmediatos del nodo  $n$ ,  $s_n = \{m \in N : (n, m) \in A\}$ . Luego, para cada  $(n, m) \in A$  definimos la probabilidad condicional  $p_{m|n}$  como la probabilidad de alcanzar el nodo  $m$  desde  $n$ , con  $p_{m|n} > 0 \leftrightarrow (n, m) \in A$  y  $\sum_{m \in s_n} p_{m|n} = 1$  para cada  $n$ . Sea  $A_n$  el conjunto de  $t_n$  nodos que forman un camino desde  $n_R$  hasta  $n$ ,

definimos  $p_n$  como la probabilidad de alcanzar el nodo  $n$ , y la calculamos producto de los arcos desde  $n_R$  hasta  $n$ . Además,  $\sum_{n \in N_t} p_n = 1$  para cada  $t$ .

Si el tomador de decisiones es neutral al riesgo y minimiza los costos totales esperados asociados a su plan de producción, el problema anterior puede reescribirse como:

$$\begin{aligned} \min \quad & \sum_{n \in N} p_n \sum_{j \in J} (c_{jn} x_{jn} + h_{jn} I_{jn}) \\ I_{jn} \quad & = I_{ja_n} + x_{jn} - d_{jn}, \quad \forall n \in N, n \neq n_R, j \in J \\ I_{jn_R} \quad & = x_{jn_R} - d_{jn_R}, \quad \forall t \in T, j \in J \\ \sum_{j \in J} a_{ij} x_{jn} \quad & \geq b_i, \quad \forall n \in N, i \in R \\ x_{jn} \quad & \geq 0, \quad \forall n \in N, j \in J \\ I_{jn} \quad & \geq 0, \quad \forall n \in N, j \in J \end{aligned}$$

### 2.3. Modelación Robusta

La formulación estocástica utilizada en la sección previa asume que el tomador de decisiones es capaz de conocer la distribución de probabilidades de la demanda de sus productos. Sin embargo, los tomadores de decisiones no cuentan siempre con buenos datos en las fuentes de incertidumbre como para poder inferir distribuciones de probabilidades.

Por esta razón, utilizamos también la metodología robusta. Este enfoque no requiere del conocimiento sobre la distribución de probabilidad de las demandas, y solo exige conocer las desviaciones máximas de los parámetros sujetos a incertidumbre.

El precursor de la modelación robusta fue [Soyster \(1973\)](#). En su trabajo, propone un modelo de optimización determinístico que trata de encontrar soluciones que permanezcan siempre factibles, independientemente de la perturbación en los parámetros. Sin embargo, corresponde a un enfoque del peor caso en el cual los parámetros toman sus valores más

extremos, razón por la cual la solución resultante es sumamente conservadora para el tomador de decisiones.

Posteriormente, [Ben-Tal y Nemirovski \(2000\)](#) desarrollan modelos en los cuales intentan reducir el conservadurismo del enfoque adoptado por Soyster. Sin embargo, dependiendo del set de datos, pueden generar modelos de optimización no lineales que, en la práctica, son más difíciles de resolver que el enfoque de Soyster.

Por último, encontramos el enfoque de [Bertsimas y Sim \(2004\)](#) que conserva las ventajas del modelo de Soyster y además tiene la flexibilidad de ajustar el conservadurismo de la solución. Sin embargo, por su construcción, requiere que el tomador de decisiones sea también capaz de asignar un valor al presupuesto de incertidumbre, en base a su nivel de aversión al riesgo.

Consideremos el siguiente problema de optimización lineal:

$$\begin{aligned} \min \quad & c^t x \\ & a_i^t x \leq b_i, \quad \forall i \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

Sea  $A$  la matriz formada por los vectores filas  $a_i^t$ . Sin pérdida de generalidad se asume que la incertidumbre afecta únicamente a los elementos de  $A$ , pues si hubiera incertidumbre en  $b_i$  se podría introducir una variable extra  $y$ , con  $y = 1$  e incorporar  $b_i$  a la matriz  $A$ . Del mismo modo, si existe incertidumbre en algún  $c^t$  es posible reformular el modelo para minimizar  $z$ , añadiendo la restricción  $c^t x \leq z$ .

Se define  $J_i$  como el conjunto de coeficientes en la fila  $i$  de la matriz  $A$  que están sujetos a incertidumbre. Cada coeficiente  $a_{ij}, j \in J_i$  es modelado como una variable aleatoria simétrica e independiente que toma valores en el intervalo  $[\bar{a}_{ij} - \hat{a}_{ij}, \bar{a}_{ij} + \hat{a}_{ij}]$ . Se define la desviación escalada de  $a_{ij}$  de su valor nominal como  $\sigma_{ij} = (a_{ij} - \bar{a}_{ij})/\hat{a}_{ij}$ , con  $|\sigma_{ij}| \leq 1$ .

Se incorpora también un parámetro  $\Gamma_i \geq 0$  que permite controlar el nivel de conservadurismo de la solución, para cada restricción  $i$ , limitando la desviación escalada acumulada:  $\sum_{j \in J_i} |\sigma_{ij}| \leq \Gamma_i, \forall i$ . Este parámetro toma valores entre 0 (caso nominal) y  $|J_i|$  (enfoque de Soyster).

La incertidumbre en los datos es representada por medio de conjuntos con cada una de las realizaciones posibles para los datos con incertidumbre. En particular, para este caso, el set  $U$  de incertidumbre está dado por:

$$U = \{D \in \mathbb{R}^{|m| \times |n|} : a_{ij} = \bar{a}_{ij} + \sigma_{ij} \hat{a}_{ij} \forall i \in I, j \in J_i; \\ \sum_{j \in J_i} |\sigma_{ij}| \leq \Gamma_i \forall i \in I; |\sigma_{ij}| \leq 1 \forall i \in I, j \in J_i\}$$

De modo que el problema a resolver es

$$\begin{aligned} & \min c^t x \\ & Ax \leq b, \quad , \forall A \in U \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

La contraparte robusta es el problema determinístico asociado al problema con incertidumbre previo. En este caso, la contraparte robusta se obtiene maximizando el lado izquierdo de las restricciones sobre el conjunto de desviaciones escaladas factibles, el cual puede ser representado por una función de protección para cada restricción. Esto nos lleva al siguiente problema:

$$\begin{aligned} & \min c^t x \\ & \bar{a}_i^t x + \beta_i(x, \Gamma_i) \leq b_i, \quad , \forall i \\ & x \geq 0 \end{aligned}$$

En donde cada restricción está construida por su parte nominal más a función de protección,  $\beta_i(x, \Gamma_i)$ , donde:

$$\beta_i(x, \Gamma_i) = \max \sum_{j \in J_i} |x_j| \hat{a}_{ij} \sigma_{ij}$$

$$\sum_{j \in J_i} \sigma_j \leq \Gamma_i$$

$$0 \leq \sigma_{ij} \leq 1, \quad , \forall j \in J_i$$

A través de dualidad fuerte, los autores muestran que el problema con incertidumbre es equivalente al siguiente problema lineal de optimización:

$$\begin{aligned} & \min c^t x \\ & \bar{a}_i^t x + z_i \Gamma_i + \sum_{j \in J_i} p_{ij} \leq b_i, \quad , \forall i \\ & z_i + p_{ij} \geq \hat{a}_{ij} y_j, \quad , \forall i, j \in J_i \\ & -y_j \leq x_j, \quad , \forall j \in J_i \\ & y_j \geq x_j, \quad , \forall j \in J_i \\ & p_{ij} \geq 0, \quad , \forall i, j \in J_i \\ & y_j \geq 0, \quad , \forall j \in J_i \\ & z_i \geq 0, \quad , \forall i \\ & x_j \geq 0, \quad , \forall j \in J_i \end{aligned}$$

En que  $z_i$  y  $p_{ij}$  son las variables duales asociadas al problema de la función de protección.

### CAPÍTULO 3. MODELACIÓN

Como mencionamos previamente, el trabajo de [Varas et al. \(2018\)](#) sienta las bases para este estudio. Sin embargo, a diferencia de trabajos anteriormente realizados, se utilizará un enfoque push para abordar el problema. Esto quiere decir que al utilizar una cuba todo su contenido debe transformarse en producto embotellado (con o sin etiqueta), evitando una subutilización de la cuba. En segundo lugar, se analizará el problema por medio de dos enfoques diferentes: modelación robusta y modelación estocástica. La gran diferencia entre ambas es que la modelación estocástica presenta diferentes escenarios con diferentes demandas en cada uno, mientras que la modelación robusta en realidad funciona con demandas determinísticas que presentan una desviación por sobre su valor nominal y un presupuesto de robustez ajustable que protege o resguarda al tomador de decisiones ante las variaciones de la demanda en la realidad. En tercer lugar, nuestra investigación comprende un análisis exhaustivo de algunos de los factores que componen el modelo para poder entender su importancia a la hora de posponer el proceso de etiquetado y comprender cómo el modelo reacciona ante variaciones en ellos.

Los supuestos más relevantes de los modelos son los siguientes:

- La etiqueta de un vino es un atributo diferenciador.
- Los tiempos de seteo no son dependientes de la secuencia.
- Los productos almacenados en inventario no perecen.
- La viña no tiene limitaciones para almacenar inventario de sus productos.
- Las demandas de los productos están perfectamente correlacionadas.
- La viña trabaja únicamente con un tipo de botella.
- El estado inicial del modelo contempla la existencia de inventario de producto intermedio.

La siguiente imagen contiene un diagrama de flujo que permite entender el proceso desde que se procesa una cuba:

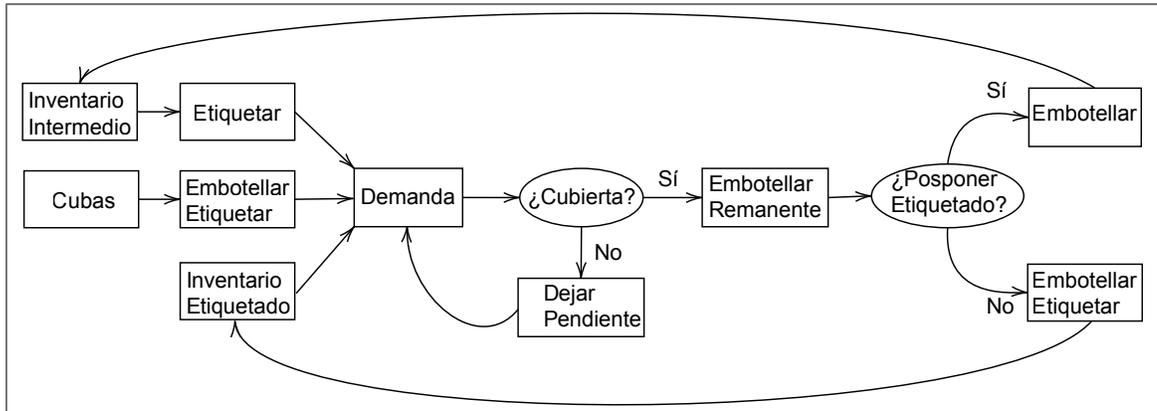


Figura 3.1. Diagrama general de flujo de la producción de vino

Es importante notar que si la capacidad productiva de la línea es muy baja entonces podría suceder que el modelo es incapaz de cumplir con la demanda que recibe y, además, deba embotellar el remanente de la cuba.

### 3.1. Modelo Estocástico

Tal como antes, supondremos que el tomador de decisiones es neutral al riesgo y que minimiza los costos totales esperados asociados a su plan de producción.

#### 3.1.1. Conjuntos

- $I$ : conjunto de los tipos de vinos que pueden producirse.
- $J_i$ : conjunto de etiquetas que pueden colocarse al vino  $i$ .
- $K$ : conjunto de líneas de embotellado presentes en la viña.
- $N$ : conjunto de nodos en el árbol de escenarios.
- $t_n$ : tiempo o periodo asociado al nodo  $n$ .
- $a_n$ : nodo antecesor del nodo  $n$ .
- $A_n$ : conjunto de nodos que componen un camino de  $n_R$  a  $n$ .
- $E$ : conjunto de nodos terminales del árbol.
- $C$ : conjunto de tipos de cubas.

### 3.1.2. Variables

- $qc_{ijk}^n$ : cantidad de botellas que son procesadas completamente en la línea  $k$ , llenándolas con vino tipo  $i$  y etiquetándolas con la etiqueta  $j$  en el nodo  $n$ .
- $qb_{ik}^n$ : cantidad de botellas que son procesadas solo en la parte de embotellado de la línea  $k$ , llenándolas con vino tipo  $i$  en el nodo  $n$ .
- $ql_{ijk}^n$ : cantidad de botellas llenas con vino tipo  $i$  que son procesadas solo en la parte de etiquetado de la línea  $k$ , etiquetándolas con la etiqueta  $j$  en el nodo  $t$ .
- $su_i^n$ : cantidad de botellas de tipo  $i$ , no diferenciadas, almacenadas en el nodo  $n$ .
- $sd_{ij}^n$ : cantidad de botellas de tipo  $i$ , diferenciadas con la etiqueta  $j$ , almacenadas en el nodo  $n$ .
- $xb_{ik}^n$ : variable binaria que toma el valor 1 si el vino tipo  $i$  es procesado en la parte de embotellado de la línea  $k$  en el nodo  $n$ .
- $xl_{ijk}^n$ : variable binaria que toma el valor 1 si hay botellas llenas con vino tipo  $i$  para ser etiquetadas con la etiqueta  $j$  en la parte de etiquetado de la línea  $k$ , en el nodo  $n$ .
- $xc_{ijk}^n$ : variable binaria que toma el valor 1 si el vino tipo  $i$  es procesado completamente en la línea  $k$ , etiquetándolo con la etiqueta  $j$  en el nodo  $n$ .
- $x_{ik}^n$ : variable binaria que toma el valor 1 si el vino tipo  $i$  es procesado por la vía directa en la línea  $k$  en el nodo  $n$ .
- $z_{ick}^n$ : cantidad de cubas del tipo  $c$  con vino tipo  $i$  utilizadas en la línea  $k$  en el nodo  $n$ .
- $r_{ij}^n$ : cantidad de botellas del vino tipo  $i$  etiquetadas con  $j$  cuya demanda no ha sido cubierta (pendientes) en el nodo  $n$ .

### 3.1.3. Parámetros

- $T_c$ : cantidad de litros de vino que contienen las cubas del tipo  $c$ .
- $Q$ : capacidad de una botella.
- $B_k$ : capacidad de producción, en horas, en la línea  $k$ .

- $b_k$ : tiempo, en horas, utilizado en llenar una botella en la línea  $k$ .
- $l_k$ : tiempo, en horas, utilizado en etiquetar una botella en la línea  $k$ .
- $sb_k$ : tiempo de seteo, en horas, utilizado en preparar la parte de embotellado de la línea  $k$ .
- $sl_k$ : tiempo de seteo, en horas, utilizado en preparar la parte de etiquetado de la línea  $k$ .
- $sc_k$ : tiempo de seteo, en horas, utilizado en preparar las partes de etiquetado y etiquetado de la línea  $k$ .
- $D_{ij}^n$ : demanda, en botellas, del vino tipo  $i$  etiquetado con  $j$  en el nodo  $n$ .
- $P_n$ : probabilidad de estar en el nodo  $n$ .
- $M_c$ : cantidad disponible de cubas del tipo  $c$ .
- $\alpha$ : costos de inventario de producto intermedio.
- $\beta$ : costos de inventario de producto terminado.
- $\lambda$ : costos de seteo para producir por la vía directa.
- $\epsilon$ : costos por atraso.
- $\eta$ : costos por doble manejo.

### 3.1.4. Función Objetivo

$$\min \sum_n P_n \left( \sum_i (\alpha s u_i^n + \sum_j \beta s d_{ij}^n) + \sum_{i,j} \epsilon (r_{ij}^n) + \sum_{i,j,k} \lambda x c_{ijk}^n + \sum_{i,k} (\lambda x b_{ik}^n + \sum_j \eta x l_{ijk}^n) \right)$$

La función objetivo minimiza los costos totales esperados derivados de la producción. Se incluyen dentro de la función objetivo costos por manejo de inventario, penalizaciones por retraso en el cumplimiento de la demanda, costos asociados a los tiempos de seteo en las líneas.

El valor más alto de todos corresponde a la penalización por retraso en el cumplimiento de la demanda,  $\epsilon$ , de modo que la prioridad del modelo es evitar incumplimientos en la demanda. Por otro lado, es posible observar que para procesar completamente una unidad se incurre en costos por seteo de  $\lambda$  unidades, mientras que por la vía indirecta (embotellar

y etiquetar en un periodo posterior) se incurre en costos por *set ups* de  $\lambda + \eta$ , pues los productos pospuestos deben recibir un doble manejo. Por el contrario, los costos de inventario de producto intermedio son menores que los costos de inventario de producto terminado ( $\alpha < \beta$ ).

En general, usamos:

- $\alpha = 10$ .
- $\beta = 15$ .
- $\lambda = 1500$ .
- $\epsilon = 15000$ .
- $\eta = 500$ .

### 3.1.5. Restricciones

$$\begin{aligned}
(1) \quad Q(qb_{ik}^n + \sum_j qc_{ijk}^n) &= \sum_c T_c z_{ick}^n, \quad \forall i \in I, k \in K, n \in N \\
(2) \quad \sum_{i,k} \sum_{n \in A_e} z_{ick}^n &\leq M_c, \quad \forall c \in C, e \in E \\
(3) \quad su_i^{a_n} + \sum_k qb_{ik}^n - \sum_{j,k} ql_{ijk}^n &= su_i^n, \quad \forall i \in I, n \in N \\
(4) \quad sd_{ij}^{a_n} - r_{ij}^{a_n} + \sum_k (ql_{ijk}^n + qc_{ijk}^n) + r_{ij}^n - D_{ij}^n &= sd_{ij}^n, \quad \forall i \in I, j \in J_i, n \in N \\
(5) \quad \sum_i (b_k qb_{ik}^n + sb_k x b_{ik}^n) + \sum_{i,j} (c_k qc_{ijk}^n + sc_k x c_{ijk}^n) + \\
&\quad (sc_k - sl_k) (\sum_i x_{ik}^n - \sum_{i,j} x c_{ijk}^n) &\leq B_k, \quad \forall k \in K, n \in N \\
(6) \quad \sum_{i,j} (l_k ql_{ijk}^n + c_k qc_{ijk}^n + sl_k x l_{ijk}^n + sc_k x c_{ijk}^n) + \\
&\quad (sc_k - sl_k) (\sum_i x_{ik}^n - \sum_{i,j} x c_{ijk}^n) &\leq L_k, \quad \forall k \in K, n \in N \\
(7) \quad x c_{ijk}^n &\leq x_{ik}^n, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, n \in N \\
(8) \quad \sum_{j,k} ql_{ijk}^n &\leq su_i^{a_n}, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, n \in N \\
(9) \quad (B_k - sb_k) x b_{ik}^n &\geq b_k qb_{ik}^n, \quad \forall i \in I, k \in K, n \in N \\
(10) \quad (L_k - sb_k) x l_{ijk}^n &\geq l_k ql_{ijk}^n, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, n \in N \\
(11) \quad (B_k - sb_k) x c_{ijk}^n &\geq c_k qc_{ijk}^n, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, n \in N \\
(12) \quad qb_{ik}^n, ql_{ijk}^n, su_i^n, sd_{ij}^n, r_{ij}^n, z_{ick}^n &\in \mathbb{N}_0, \quad i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T, c \in C \\
(13) \quad x b_{ik}^n, x c_{ijk}^n, x l_{ijk}^n, x_{ik}^n &\in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T
\end{aligned}$$

El primer grupo de restricciones exige que la cuba sea embotellada completamente, ya sea como producto intermedio o como producto terminado. El segundo grupo de restricciones impide que, para cualquier escenario del árbol, se supere la cantidad de materia prima disponible. Las restricciones (3) y (4) corresponden a restricciones de inventario. En particular, el grupo de restricciones (3) corresponde a inventario de producto intermedio, mientras que el grupo (4) corresponde a inventario de producto diferenciado. Además, se

puede verificar que se permite diferenciar un producto intermedio y satisfacer parcial o totalmente la demanda de cada producto.

Las restricciones (5) y (6) aseguran que no se supere la capacidad de la línea. En ambos casos, la cantidad de tiempo utilizada corresponde al tiempo total de procesado de las botellas y a los tiempos de seteos en la línea.

Supongamos que  $xc_{ijk}^n = 1$  y que el modelo desea procesar completamente el vino  $i$  pero etiquetándolo con  $j'$  ( $xc_{ij'k}^n$ ). Dado que la parte de embotellado ya se encuentra seteada para el vino  $i$ , el modelo no debiera volver a descontar  $sc_k$  horas a la capacidad de la línea, sino solamente  $sl_k$  horas correspondientes a la preparación de la parte de etiquetado. En consecuencia, en ambas restricciones de capacidad incluimos, en el lado izquierdo, el siguiente miembro:

$$(sc_k + sl_k) \left( \sum_i x_{ik}^n - \sum_{i,j} xc_{ijk}^n \right)$$

De esta manera, con ayuda del grupo de restricciones (7), si  $xc_{ijk}^n = 1$  y  $xc_{ij'k}^n = 1$ , lo que antes significaba  $2sc_k$  horas de seteo a la línea ahora corresponden en realidad a  $(sc_k + sl_k)$  horas, pues  $(sc_k - sl_k) \left( \sum_i x_{ik}^n - \sum_{i,j} xc_{ijk}^n \right) = sl_k - sc_k$ .

Por otro lado, el grupo de restricciones (8) asegura que la cantidad de botellas diferenciadas en un periodo no sea mayor a la cantidad de producto intermedio almacenada del periodo anterior. La razón por la cual es necesario incorporar esta restricción es que, dada la forma de las restricciones de capacidad en la línea, el modelo puede tener incentivos a setear  $xb_{ik}^n = 1$  y  $xl_{ijk}^n = 1$ , y procesar completamente un producto evitando la vía directa  $xc_{ijk}^n$  (ya que esta consume más tiempo de seteos en ambas líneas). De esta manera se evita que la parte de etiquetado se sirva de producto intermedio generado en  $n$ , debido a que puede resultar infactible. Así, si el modelo tiene incentivos para procesar completamente un producto está obligado a hacerlo por medio de la vía directa.

Finalmente, los grupos de restricciones (9), (10) y (11) impiden que algún tipo de vino pueda ser procesado (tanto en la línea de etiquetado como en la de embotellado) si es que la línea no ha sido configurada previamente para procesar dicho vino o etiqueta, mientras que las restricciones (12) y (13) corresponden a la naturaleza de las variables.

El horizonte de planificación consta de 3 periodos representados utilizando 9 escenarios, cada uno con una determinada probabilidad de ocurrencia, tal como muestra la siguiente figura:

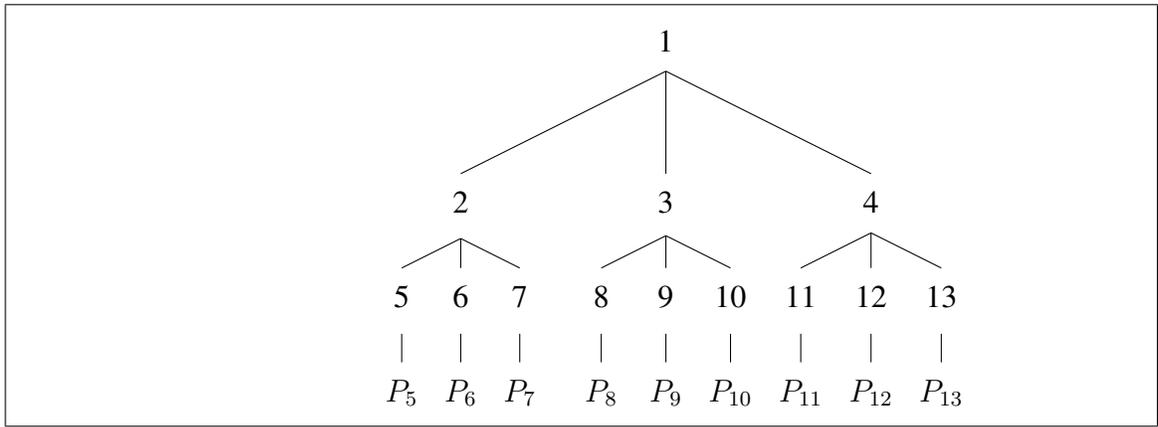


Figura 3.2. Forma del árbol de demandas modelo estocástico

### 3.2. Modelo Robusto

Utilizaremos la misma nomenclatura declarada en el apartado anterior, siguiendo de cerca lo expuesto por [Bertsimas y Thiele \(2006\)](#). La formulación determinística se recupera utilizando un árbol con un solo escenario, en donde  $D_{ij}^t$  es una variable aleatoria que toma valores en el intervalo  $[\bar{D}_{ij}^t - \hat{D}_{ij}^t, \bar{D}_{ij}^t + \hat{D}_{ij}^t]$ . Se define la desviación escalada de  $D_{ij}^t$  de su valor nominal como  $\sigma_{ij}^t = (D_{ij}^t - \bar{D}_{ij}^t) / \hat{D}_{ij}^t$ , con  $|\sigma_{ij}^t| \leq 1$ . Para cada producto  $(i, j)$  se impone un presupuesto de incertidumbre  $\Gamma_{ij}^t$  para cada periodo  $t$  para restringir la desviación escalada acumulada hasta  $t$ ,  $\sum_t |\sigma_{ij}^t| \leq \Gamma_{ij}^t$ . Los presupuestos de incertidumbre toman valores en el intervalo  $[0, t]$ , y se asume que son no decrecientes en el tiempo.

De esta manera, el set de datos de incertidumbre,  $U$ , está dado por:

$$U = \{D \in \mathbb{R}^{|I| \times |J_i| \times |T|} : D_{ij}^t = \bar{D}_{ij}^t + \sigma_{ij}^t \hat{D}_{ij}^t \forall i \in I, j \in J_i, t \in T;$$

$$\sum_t |\sigma_{ij}^t| \leq \Gamma_{ij}^t \forall i \in I, j \in J_i, t \in T; |\sigma_{ij}^t| \leq 1 \forall i \in I, j \in J_i, t \in T\}$$

Las restricciones de inventario pueden reescribirse como:

$$sd_{ij}^t = r_{ij}^t + \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

$$sd_{ij}^t - r_{ij}^t = \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

De donde podemos escribir esta igualdad como dos restricciones:

$$sd_{ij}^t \geq \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

$$-r_{ij}^t \leq \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

En el óptimo, ambas restricciones son equivalentes. Si  $\sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u \geq 0$

entonces  $r_{ij}^t = 0$ , y si  $\sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u \leq 0$  entonces  $sd_{ij}^t = 0$  (si no fuera así,

entonces  $sd_{ij}^t, r_{ij}^t > 0$  de modo que se incurre en un costo de forma innecesaria).

Para el segundo grupo de restricciones se observa el mismo comportamiento. Si  $sd_{ij}^t \geq \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u \geq r_{ij}^t$  entonces  $r_{ij}^t = 0$  y  $sd_{ij}^t$  cumple la igualdad. Por otro

lado, si  $r_{ij}^t \geq -\left(\sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} D_{ij}^u\right) \geq -sd_{ij}^t$  entonces  $sd_{ij}^t = 0$  y  $r_{ij}^t$  cumple la igualdad, de modo que la primera restricción es equivalente al segundo grupo.

Buscamos maximizar  $\sum_{u \leq t} D_{ij}^u$  en la segunda desigualdad, y minimizarlo en la primera.

Es fácil ver que  $\min(sd_{ij}^t, r_{ij}^t) = 0$  y  $\max(sd_{ij}^t, r_{ij}^t) > 0$ . Sin embargo, al robustecer las

restricciones esto no ocurre necesariamente, por esto en la función objetivo debemos tomar el costo asociado a  $\max(\epsilon s d_{ij}^t, \beta r_{ij}^t)$ . Luego escribimos

$$\begin{aligned} R_{ij}^t &\geq \beta \left( \sum_{u \leq t, k} (q c_{ijk}^u - q l_{ijk}^u) - \min \sum_{u \leq t} D_{ij}^u \right), \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T \\ -R_{ij}^t &\leq \epsilon \left( \sum_{u \leq t, k} (q c_{ijk}^u - q l_{ijk}^u) - \max \sum_{u \leq t} D_{ij}^u \right), \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T \end{aligned}$$

Para incluir  $D_{ij}^t$  en la matriz  $A$  incluimos la variable  $y_{ij}^t = 1$ . Entonces:

$$\max \sum_{u \leq t} D_{ij}^u y_{ij}^u = \max \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u y_{ij}^u + (D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u) y_{ij}^u = \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u y_{ij}^u + \max \sum_{u \leq t} (D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u) y_{ij}^u$$

De modo que el problema es:

$$\begin{aligned} \max \sum_{u \leq t} (D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u) y_{ij}^u &\rightarrow \max \sum_{u \leq t} (D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u) y_{ij}^u \\ \sum_{u \leq t} \frac{|D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u|}{\hat{D}_{ij}^u} &\leq \Gamma_{ij}^t & |D_{ij}^u - \bar{D}_{ij}^u| &\leq \sigma_{ij}^u \hat{D}_{ij}^u, \quad \forall u \leq t \\ y_{ij}^u &\leq 1, \quad \forall u \leq t & \sum_{u \leq t} \sigma_{ij}^u &\leq \Gamma_{ij}^t \\ y_{ij}^u &\geq 1, \quad \forall u \leq t & 0 \leq \sigma_{ij}^u &\leq 1, \quad \forall u \leq t \\ & & 1 \leq y_{ij}^u &\leq 1, \quad \forall u \leq t \end{aligned}$$

Por otro lado, la primera restricción puede linealizarse como  $-\sigma_{ij}^t \hat{D}_{ij}^t \leq D_{ij}^t - \bar{D}_{ij}^t \leq \sigma_{ij}^t \hat{D}_{ij}^t$ . Como  $|y_{ij}^t| > 0$ , conviene que  $D_{ij}^t - \bar{D}_{ij}^t$  alcance su máximo valor posible. Luego, el problema anterior es equivalente al siguiente:

$$\max \sum_{u \leq t} \sigma_{ij}^u \hat{D}_{ij}^u$$

$$\sum_{u \leq t} \sigma_{ij}^u \leq \Gamma_{ij}^t$$

$$0 \leq \sigma_{ij}^u \leq 1, \quad \forall u \leq t$$

Cuyo problema dual puede escribirse de la siguiente manera:

$$\min \lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t + \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut}$$

$$\lambda_{ij}^t + \beta_{ij}^{ut} \geq \hat{D}_{ij}^u, \quad \forall u \leq t$$

$$\lambda_{ij}^t \geq 0$$

$$\beta_{ij}^{ut} \geq 0, \quad \forall u \leq t$$

Luego, la parte robusta del modelo queda descrita por el siguiente conjunto de restricciones:

$$\beta \left( \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u + \lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t + \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut} \right) \leq R_{ij}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

$$\epsilon \left( \sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u - \lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t - \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut} \right) \geq -R_{ij}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

$$\lambda_{ij}^t + \beta_{ij}^{ut} \geq \hat{D}_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T, u \leq t$$

$$\lambda_{ij}^t \geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T$$

$$\beta_{ij}^{ut} \geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T, u \leq t$$

Mientras que la formulación del modelo viene dada por:

$$\min \sum_{i,t} (\alpha s u_i^t + \sum_j \beta s d_{ij}^t) + \sum_{i,j,t} R_{ij}^t + \sum_{i,j,k,t} \lambda x c_{ijk}^t + \sum_{i,k,t} (\lambda x b_{ik}^t + \sum_j \eta x l_{ijk}^t)$$

$$\begin{aligned}
Q(qb_{ik}^t + \sum_j qc_{ijk}^t) &= \sum_c T_c z_{ick}^t, \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \\
\sum_{i,k,t} z_{ick}^t &\leq M_c, \quad \forall c \in C \\
su_i^{(t-1)} + \sum_k qb_{ik}^t - \sum_{j,k} ql_{ijk}^t &= su_i^t, \quad \forall i \in I, t \in T \\
\beta(\sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u + \lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t + \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut}) &\leq R_{ij}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T \\
\epsilon(\sum_{u \leq t, k} (qc_{ijk}^u - ql_{ijk}^u) - \sum_{u \leq t} \bar{D}_{ij}^u - \lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t - \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut}) &\geq -R_{ij}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T \\
\sum_i (b_k qb_{ik}^t + sb_k xb_{ik}^t) + \sum_{i,j} (c_k qc_{ijk}^t + sc_k xc_{ijk}^t) + \\
&\quad (sc_k - sl_k)(\sum_i x_{ik}^t - \sum_{i,j} xc_{ijk}^t) &\leq B_k, \quad \forall k \in K, t \in T \\
\sum_{i,j} (l_k ql_{ijk}^t + c_k qc_{ijk}^t + sl_k xl_{ijk}^t + sc_k xc_{ijk}^t) + \\
&\quad (sc_k - sl_k)(\sum_i x_{ik}^t - \sum_{i,j} xc_{ijk}^t) &\leq L_k, \quad \forall k \in K, t \in T \\
\sum_{j,k} ql_{ijk}^t &\leq s_i^{t-1}, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T \\
xc_{ijk}^n &\leq x_{ik}^n, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, n \in N \\
(B_k - sb_k)xb_{ik}^t &\geq b_k qb_{ik}^t, \quad \forall i \in I, k \in K, t \in T \\
(L_k - sb_k)xl_{ijk}^t &\geq l_k ql_{ijk}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T \\
(B_k - sb_k)xc_{ijk}^t &\geq c_k qc_{ijk}^t, \quad \forall i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T \\
\lambda_{ij}^t + \beta_{ij}^{ut} &\geq \hat{D}_{ij}^u, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T, u \leq t \\
\lambda_{ij}^t &\geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T \\
\beta_{ij}^{ut} &\geq 0, \quad \forall i \in I, j \in J_i, t \in T, u \leq t \\
qb_{ik}^t, ql_{ijk}^t, su_i^t, sd_{ij}^t, r_{ij}^t, z_{ick}^t &\in \mathbb{N}_0, \quad i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T, c \in C \\
xb_{ik}^t, xc_{ijk}^t, xl_{ijk}^t, x_{ik}^t &\in \{0, 1\}, \quad i \in I, j \in J_i, k \in K, t \in T
\end{aligned}$$

Recordemos que  $D_{ij}^t \in [\bar{D}_{ij}^t - \hat{D}_{ij}^t, \bar{D}_{ij}^t + \hat{D}_{ij}^t]$ . En este caso, se asume que los valores  $\Gamma_{ij}^t = \phi(t-1)$  con  $\phi \in [0, 1]$ , de modo que en el primer periodo el presupuesto de

incertidumbre es cero. Por otro lado,  $\phi = 0$  corresponde el caso nominal (determinístico), mientras que  $\phi = 1$  corresponde al caso completamente protegido.

### 3.3. Inventario Inicial

A modo de evitar que el modelo inicie sus actividades sin inventario de producto, se tomó la decisión de dotar al problema de un inventario inicial. Para hacerlo, se considera innecesario proveer al modelo con inventario de producto ya diferenciado porque en el primer periodo este inventario se traduce directamente en menores niveles de demanda por satisfacer, es decir, es equivalente a trabajar con una instancia sin inventario inicial pero con menores niveles de demanda en el primer periodo. Por este motivo, se dota al modelo únicamente con inventario de producto intermedio.

Para el vino tipo 1 se considera un inventario inicial de 15260 unidades, mientras que para el vino 2 una cantidad de 12936 unidades de producto intermedio. Estos valores se obtuvieron incorporando una cuarta etapa al árbol de demandas (un nodo por cada escenario). En dichos nodos las demandas son iguales al promedio de las demandas en los tres nodos que le anteceden. Luego, el modelo se ejecutó considerando que no existía una dotación inicial de inventario y que no existen limitaciones productivas. Así, el inventario inicial de producto intermedio queda definido por la cantidad de botellas almacenadas al final del periodo tres.

### 3.4. Antecedentes

Existen dos formas por medio de las cuales se obtiene un producto final: vía directa y vía indirecta. La vía directa es aquella por la cual la línea procesa completamente una botella, embotellándola y etiquetándola en el mismo periodo. La vía indirecta es aquella en la cual la línea solo embotella el contenido en una botella, sin etiquetarlo en el mismo periodo. Diremos que un producto pasa por la vía **directa diferida** si este pasa por la vía indirecta y al siguiente periodo es etiquetado.

Diremos, además, que un producto es de cuadratura si el modelo destina el remanente o sobrante de esa cuba a ese producto en particular. En otras palabras, una vez que el modelo satisfizo la demanda del periodo debe destinar el remanente de vino de la cuba a producto intermedio o a producto terminado. Aquel producto terminado que sea utilizado para dicho propósito será considerado producto de cuadratura.

## CAPÍTULO 4. EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

En este capítulo se presentan los principales resultados obtenidos en esta investigación. El capítulo lo dividimos en dos secciones:

- Las consecuencias del enfoque push: se detallan de manera independiente los experimentos y los resultados obtenidos al analizar exhaustivamente el comportamiento del modelo ante variaciones en los diferentes factores relevantes mencionados anteriormente (capacidad de la línea, costos de inventario, variabilidad de la demanda, etc).
- Comparación modelos: se ilustran los resultados obtenidos al realizar una comparación del desempeño y del comportamiento de ambos modelos asumiendo que las demandas siguen una distribución normal.

### 4.1. Las consecuencias del enfoque push

En esta sección se presentan los resultados obtenidos al realizar el análisis de los factores que componen el modelo y que podrían o no exacerbar el efecto del *postponement*. En principio resolvemos el problema utilizando los siguientes datos:

Tabla 4.1. Desviaciones máximas de  $D_{ij}^t$ ,  $\hat{D}_{ij}^t$ , utilizadas para resolver el problema robusto

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
$\hat{D}_{11}^1$	8230,5	$\hat{D}_{11}^2$	9589,5	$\hat{D}_{11}^3$	13812,5
$\hat{D}_{12}^1$	6353,2	$\hat{D}_{12}^2$	7483,9	$\hat{D}_{12}^3$	12607,7
$\hat{D}_{13}^1$	9987,6	$\hat{D}_{13}^2$	10126,6	$\hat{D}_{13}^3$	10377,1
$\hat{D}_{21}^1$	6589,3	$\hat{D}_{21}^2$	6643,4	$\hat{D}_{21}^3$	8696,3
$\hat{D}_{22}^1$	9024,6	$\hat{D}_{22}^2$	9142,5	$\hat{D}_{22}^3$	9338,1

Por motivos de espacio, los datos relevantes para la resolución del modelo estocástico se encuentran detallados en la tabla 4.2 de la sección siguiente.

Ambos modelos fueron resueltos en NEOS server, cuya información relevante puede encontrarse en Czyzyk et al. (1998), en Dolan (2001), y en Gropp y Moré (1997). El tiempo de resolución fue fijado en 300 segundos y un MIPGAP de 0.0001 para el caso del modelo estocástico y en 590 segundos y un MIPGAP de 0.00001 para el caso del modelo robusto (debido a que los costos robustos tienen mayor orden de magnitud).

#### 4.1.1. Casos base

Durante nuestro análisis contrastaremos los resultados para diferentes experimentos comparándolos con los obtenidos en los casos base. Para el modelo estocástico el caso base queda descrito por la siguiente lista de parámetros:

- Capacidad de la línea: no se especifica pues es un parámetro que se varía durante todo el análisis.
- Cubas: disponibilidad únicamente de 17 cubas con una capacidad de 24000 litros.
- Costos de inventario: costos de inventario de producto intermedio,  $\alpha = 10$ , y de producto terminado  $\beta = 15$ .
- Variabilidad de la demanda: utilizamos el árbol de demandas  $D_{ij}^n$  señalado en la tabla 4.2, con desviaciones absolutas en la demanda de  $\sigma_{ij}^{n*}$  para cada producto  $i, j$  en  $n$ .

Mientras que para el modelo robusto el caso base queda definido de la siguiente manera:

- Capacidad de la línea: no se especifica pues es un parámetro que se varía durante todo el análisis.
- Cubas: disponibilidad únicamente de 17 cubas con una capacidad de 24000 litros.

- Costos de inventario: costos de inventario de producto intermedio,  $\alpha = 10$ , y de producto terminado  $\beta = 15$ .
- Desviaciones de la demanda: utilizando los valores de  $D_{ij}^t$  señalados previamente en 4.1.
- Presupuesto de incertidumbre: utilizamos  $\Gamma_{ij}^t = 0,9(t - 1)$ .

#### 4.1.2. Capacidad de la línea

En primer lugar, se analizan los efectos de las variaciones en la capacidad de la línea (capacidad limitada e ilimitada). Hay que partir comprendiendo que la cantidad de horas necesarias para procesar completamente una cuba varía en el intervalo  $[b_k \cdot \frac{T_c}{Q}, sc_k + c_k \cdot \frac{T_c}{C}]$ , donde el lado izquierdo corresponde a embotellar completamente una cuba de un vino para el cual la línea ya se encuentra seteada, mientras que el lado derecho corresponde al tiempo necesario para procesar completamente una cuba como producto terminado para un vino para el cual la línea no se encuentra seteada. De acuerdo a la estructura de costos que presenta el sistema, el modelo prefiere procesar completamente una cuba siempre que tiene la capacidad para hacerlo. Sin embargo, embotellar y etiquetar separando las líneas le permite al sistema ahorrar capacidad (pues se debe incurrir en menores tiempos de seteo) y le otorga mayor flexibilidad ante la incertidumbre. Es más, la posibilidad de posponer es una herramienta fundamental para poder procesar más vino (permite embotellar el doble) y guardarlo como inventario.

En este análisis la capacidad de la línea se incrementa iterativamente en  $t$  unidades ( $t < b_k \cdot \frac{T_c}{C}$ ). El valor de  $t$  fue fijado en una hora, y el intervalo de análisis abarca desde las 17 hasta las 63 horas de capacidad, de manera que se trabaja con instancias muy limitadas e instancias ilimitadas en capacidad, con un total de 47 instancias. Se tiene la hipótesis de que el modelo tratará de procesar directamente la producción siempre que pueda, disminuyendo progresivamente la cantidad de botellas pospuestas, y aumentando la cantidad de botellas que son embotelladas y etiquetadas por la vía directa. Por construcción, la función objetivo será decreciente.

#### 4.1.2.1. Modelo Estocástico

Antes que todo, valorizamos la posibilidad de usar la estrategia de *postponement*. Para hacerlo, comparamos el desempeño con un modelo equivalente en que se ha prohibido la posibilidad de posponer  $qb_{ik}^n = 0 \forall i, k, n$ :

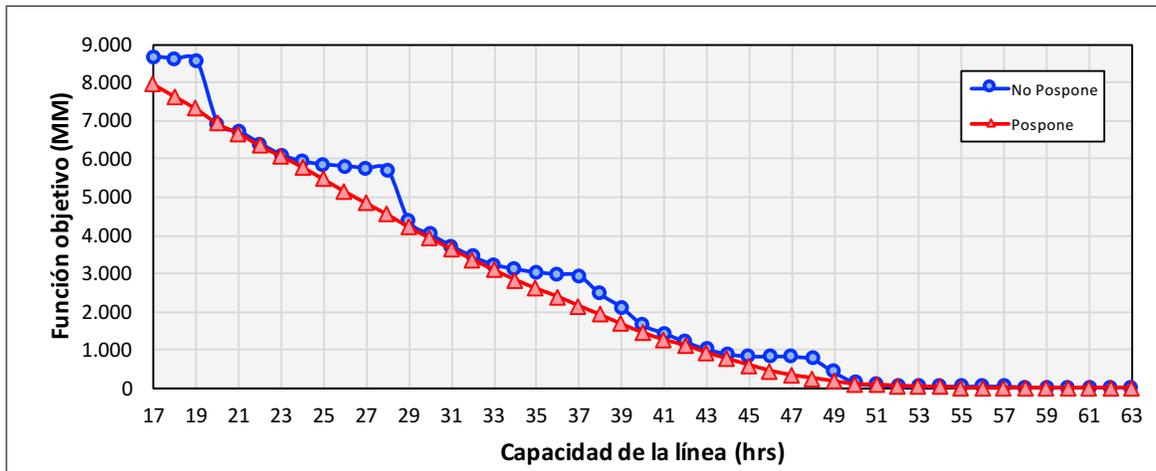


Figura 4.1. Función objetivo con y sin la posibilidad de posponer para distintos niveles de capacidad

Podemos observar que la función de costos del modelo que no pospone es siempre superior al perder dicha flexibilidad. Es más, podemos observar que la forma de la función objetivo es escalonada, en tanto el modelo solo puede procesar cubas dado un incremento de una cierta cantidad de horas en la capacidad de la línea. Así, la gráfica se mantiene relativamente estable hasta el punto en el cual puede procesar más vino, instante en el cual las funciones de costos de ambos modelos parecen encontrarse (pues en dichos puntos ambas procesan más por la vía directa). Dada la escala de magnitud del gráfico, las diferencias absolutas de la función objetivo parecen bajas, lo cual es cierto solo cuando la capacidad operativa es baja, pues en instancias de capacidad alta las diferencias porcentuales pueden alcanzar un 4000 % de diferencias.

En seguida observamos cómo aprovecha el modelo la posibilidad de posponer. El siguiente gráfico presenta la cantidad total de botellas que se procesaron como producto

intermedio, sin distinguir por tipo de vino.

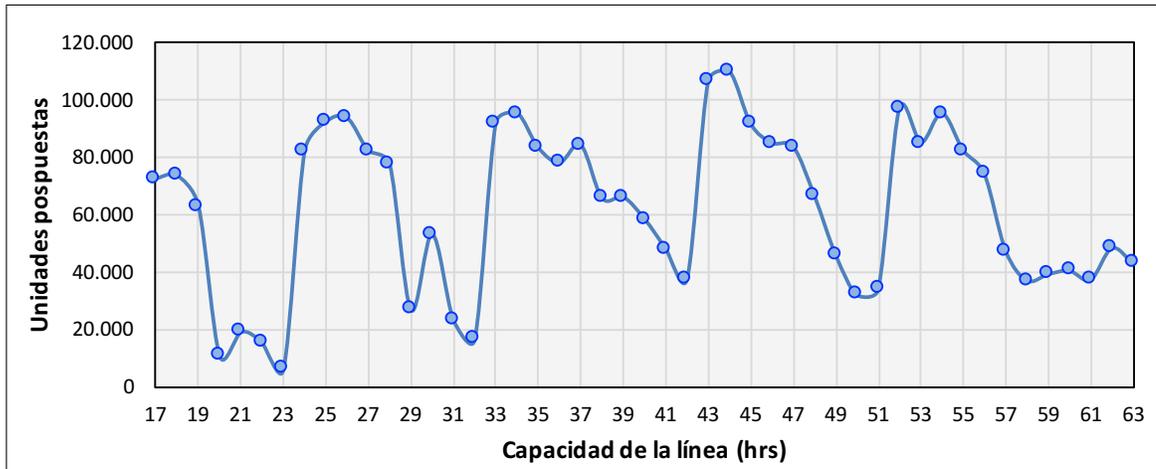


Figura 4.2. Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de capacidad

Tal como se observa en la imagen, la curva de unidades pospuestas incluye la presencia de ciclos que decrecen a medida que varía la disponibilidad. Cuando la capacidad es muy pequeña los ciclos no muestran una tendencia tan clara a decrecer, porque al estar el modelo limitado de capacidad posponer es más atractivo ya que permite ahorrar capacidad en la línea. Por el contrario, cuando la capacidad de la línea es muy grande se puede observar que los ciclos son decrecientes, pues el modelo (al contar con suficiente capacidad) intenta siempre reducir los niveles de producto intermedio.

En cada ciclo, el pico de dicho ciclo representa el momento en el cual el modelo ocupa por primera vez cubas adicionales. Debido a que es el primer momento en el cual se utilizan más cubas, el modelo está más apretado en capacidad y la cantidad de unidades pospuestas es mucho mayor (solo alcanza a procesar esa cantidad adicional embotellándola como producto intermedio). Por el contrario, la parte más baja del ciclo ilustra el momento en el cual el modelo tiene capacidad suficiente para procesar esa cantidad adicional embotellándola por la vía directa, pero insuficiente aún como para utilizar más cubas (este

es el motivo que explica por qué las funciones de costos del modelo con y sin *postponement* se encuentran). Por último, se puede verificar que pasado un cierto umbral de horas en la capacidad de la línea no se vuelve a formar un ciclo. Esto ocurre porque el modelo cuenta con la suficiente holgura como para embotellar una cuba en el momento en que esta es requerida, sin preocuparse por no alcanzar a embotellarla completamente, de modo que todo lo que se embotella como producto intermedio es remanente de vino que no encuentra demanda.

A pesar de que los peaks de cada ciclo parezcan más pronunciados cuando la capacidad es mayor, si en vez de graficar las cantidades totales pospuestas decidimos graficar la proporción de botellas pospuestas con respecto al total de vino embotellado, podemos observar que esta proporción va decreciendo a medida que aumenta la capacidad de la línea. Esto quiere decir que al trabajar más apretado el modelo se beneficia más del hecho de posponer: ahorrando capacidad y etiquetando su inventario.

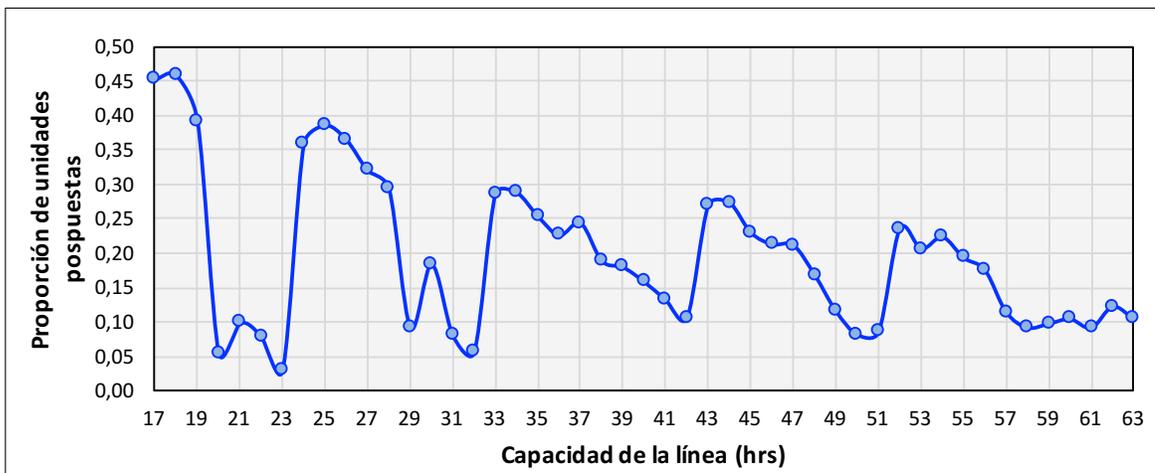


Figura 4.3. Proporción de unidades pospuestas sobre el total embotellado para diferentes niveles de capacidad

En efecto, cuando la capacidad es menor la manera más inteligente para poder procesar más vino es embotellar buena parte de la cuba como producto intermedio. Esto permite

ahorrar capacidad en la línea y disminuir los niveles de demanda insatisfecha (aun si el costo por unidad aumenta, los costos por retraso son tan altos que al modelo le conviene más trabajar por la vía indirecta).

Por otro lado, con respecto a la cantidad de botellas que son procesadas completamente en la línea, estas van incrementando a medida que aumenta la capacidad de la línea. La siguiente figura ilustra cómo se comporta dicha curva:

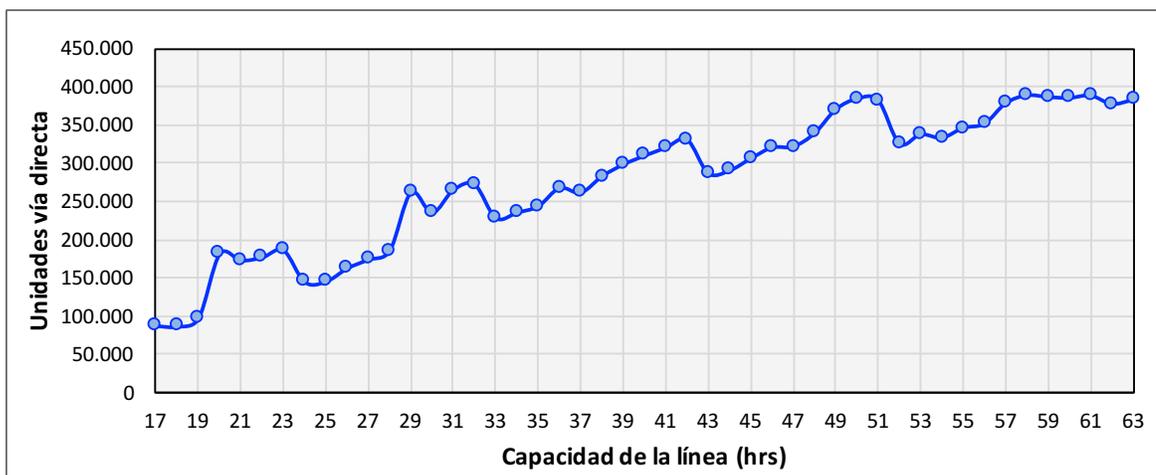


Figura 4.4. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de capacidad

Se puede apreciar una tendencia clara del modelo a producir por la vía directa a medida que la capacidad incrementa. Tal como se ha mencionado previamente, esto se debe a que el modelo tiene incentivos a procesar utilizando esta vía debido a que resulta menos costosa. También se puede observar la existencia de ciclos que se relacionan directamente con los ciclos en la curva de unidades postpuestas (lo que no se embotella como producto intermedio es procesado completamente). Así, una mayor capacidad le brinda suficiente flexibilidad y el modelo no necesita exprimir al máximo periodos de baja demanda procesando en ellos cubas de manera intermedia.

Ahora bien ¿Qué cantidad de lo que se embotella como producto intermedio pasa por la vía directa diferida? Notemos que para responder esta pregunta existe necesariamente una pérdida de trazabilidad.

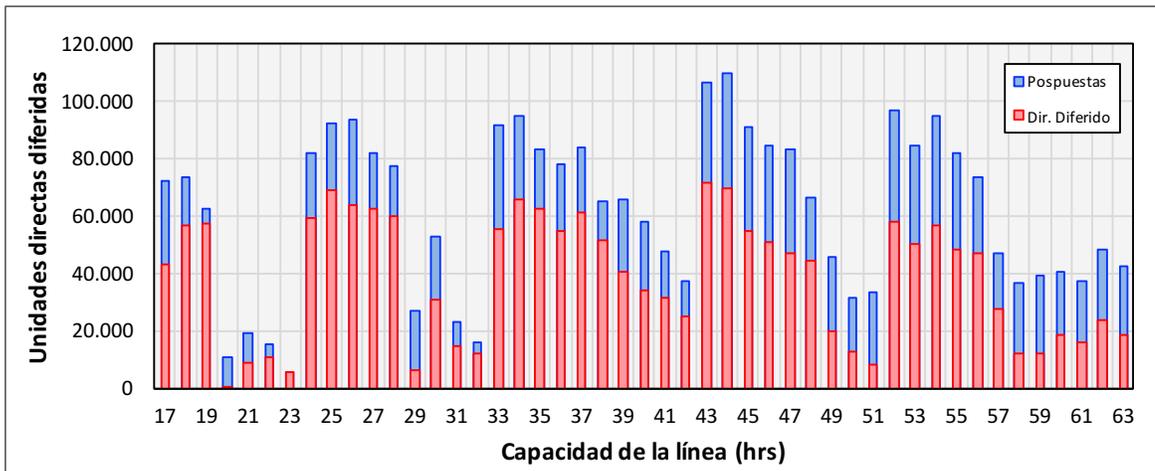


Figura 4.5. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa diferida, para distintos niveles de capacidad

Tal como se puede observar en la imagen, la mayor parte de las botellas pospuestas siguen este rumbo durante la producción, lo cual es una señal clara de que el modelo ve el hecho de posponer como una forma de ahorrar capacidad en la línea, y un buen mecanismo para incumplir la menor cantidad de pedidos posibles. Sin embargo, la diferencia entre ambas curvas se hace más grande a medida que aumenta la capacidad:

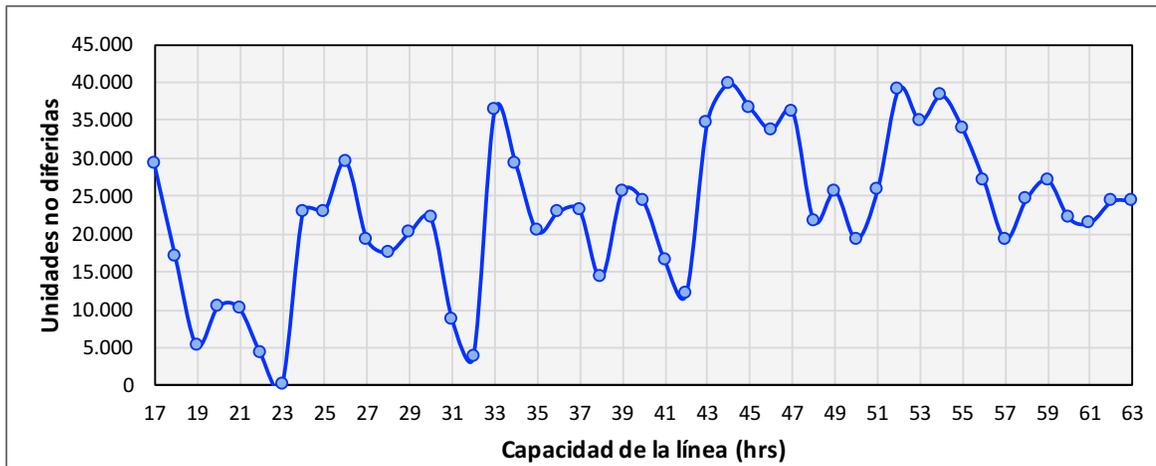


Figura 4.6. Cantidad de unidades pospuestas que no son etiquetadas en el periodo siguiente, para distintos niveles de capacidad

Esto quiere decir que, a mayor capacidad, aumentan los niveles de inventario de producto intermedio (tal como vimos) y utilizar la vía directa diferida se vuelve menos atractivo. Esto ocurre porque, en general, el inventario de producto intermedio no es suficiente como para satisfacer la demanda del periodo. Por lo tanto, para satisfacer la demanda, el modelo necesita abrir nuevas cubas y, al hacerlo, prefiere procesar lo que más pueda por la vía directa. La explicación a este hecho es que si el modelo utilizara antes el inventario disponible sería necesario, primero, setear la parte de etiquetado de la línea; segundo, setear la línea para procesar completamente las unidades que sean necesarias (porque al no ser suficiente el inventario para cumplir con la demanda se debe abrir una nueva cuba); tercero, preparar la línea para embotellar, porque de sobrar vino en la cuba será necesario procesar el remanente de la cuba. Al relegar la utilización del inventario primero se utiliza la cuba para procesar completamente, luego, o existe excedente o déficit, por lo cual solo se requiere un seteo adicional en la línea (para embotellar o para etiquetar).

En este mismo contexto se analiza también la cantidad de unidades que, almacenadas previamente como producto intermedio, son etiquetadas. Más que la cantidad absoluta de unidades etiquetadas (su forma es similar a la de unidades pospuestas y las unidades

directas diferidas) nos interesa conocer la proporción de unidades que son etiquetadas respecto del total de unidades que son almacenadas como producto intermedio.

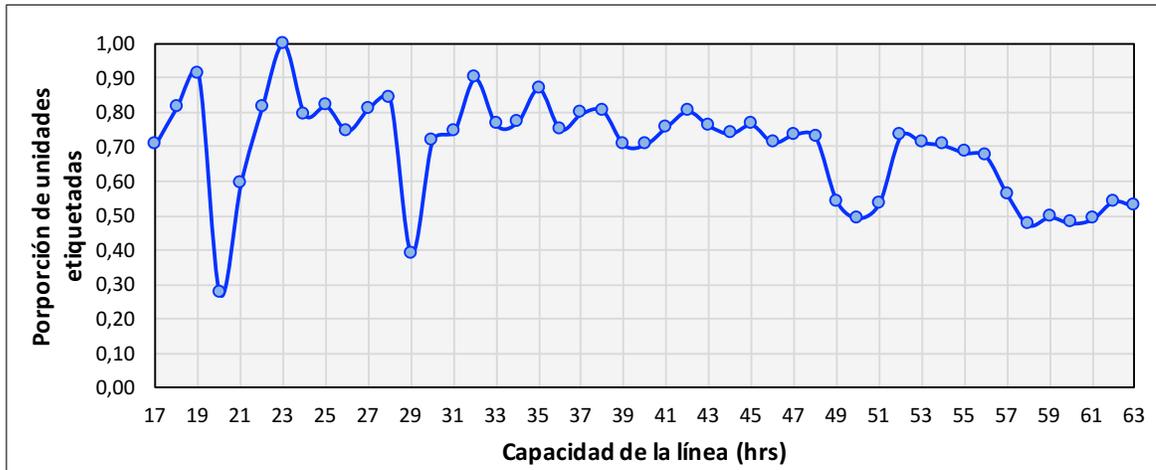


Figura 4.7. Proporción de unidades etiquetadas con respecto al total de inventario para distintos niveles de capacidad

Tal como se puede verificar, a pesar de algunas excepciones, existe una tendencia del modelo a etiquetar una mayor proporción de las unidades cuando la capacidad de la línea es menor. De hecho, el inventario promedio esperado de unidades pospuestas tiende a aumentar al haber mayor capacidad (donde se minimiza, además, la variabilidad de este promedio).

Nuevamente, a pesar de contar con inventario, el modelo tiende a trabajar primero por la vía directa, relegando así la utilización del inventario de botellas sin etiquetar. Por tanto, la posibilidad de posponer representa una ventaja sobre todo cuando la capacidad es limitada, porque permite ahorrar capacidad en la línea y porque se aprovecha mejor el inventario disponible al momento de producir. Por el contrario, cuando la capacidad es ilimitada, posponer es más una ventaja operacional, cuyo uso principal es cuadrar el sobrante de la cuba.

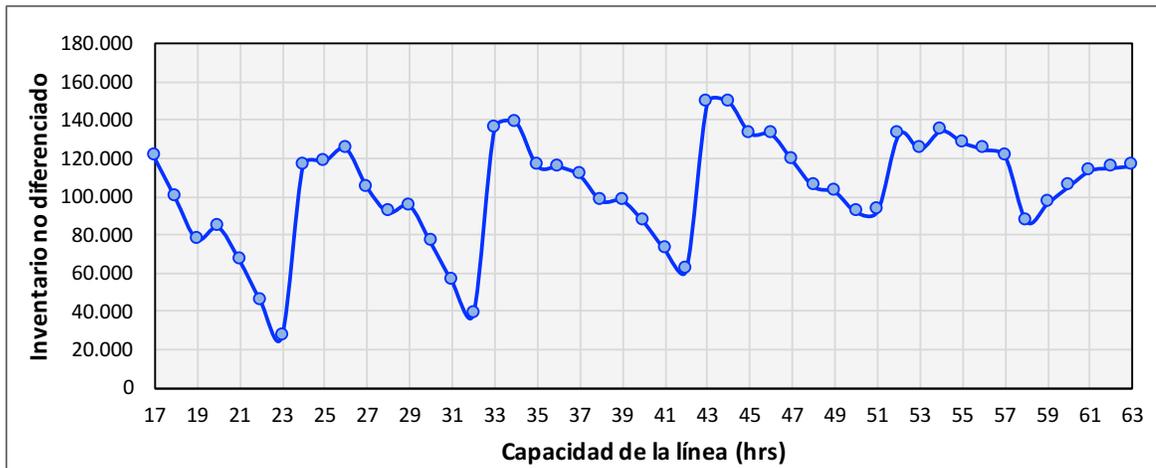


Figura 4.8. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de capacidad

Con respecto a este último punto, se analiza la existencia de un producto de cuadratura. La siguiente figura ilustra cómo varían los niveles de inventario de producto diferenciado a medida que incrementa la capacidad de la línea. Se puede observar que, en instancias de capacidad baja, el remanente de las cubas no se va a producto terminado sino que se conserva como producto intermedio. Esto sucede porque cualquier escenario de demanda sobrepasa la capacidad de la línea y, por tanto, el modelo tiene dos opciones: la primera es procesar lo que más pueda por la vía intermedia (en cuyo caso no existe inventario de producto diferenciado), y la segunda es procesar lo que más puede por la vía directa hasta aquel punto en que se hace necesario embotellar el sobrante como producto intermedio. Por ende, cualquier botella diferenciada es destinada a satisfacer la demanda del periodo en que se embotella, razón por la cual no existe inventario de producto terminado.

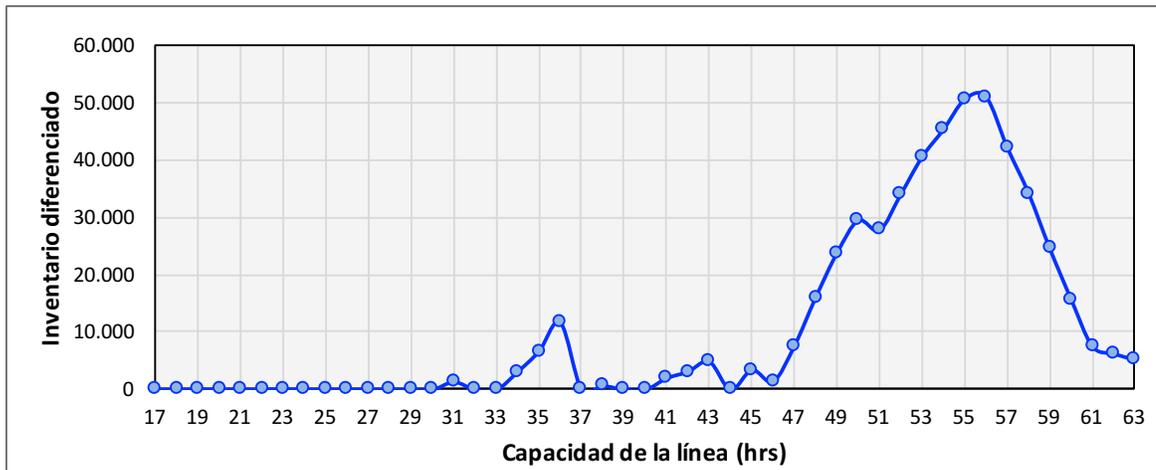


Figura 4.9. Niveles de inventario de producto diferenciado para distintos niveles de capacidad

Sin embargo, una vez que la capacidad de la línea es suficiente y permite trabajar con cierta holgura, es posible observar que el modelo destina el sobrante de la cuba también a producto terminado. En algunos casos lo que se puede observar es que la cantidad de vino embotellado como producto diferenciado es muy baja. Es más, es posible afirmar que el remanente de la cuba podría destinarse a cualquiera de las etiquetas, pues la demanda mínima (para cualquier etiqueta) en los periodos posteriores es siempre mayor que la cantidad almacenada como producto terminado. Así, el modelo no corre riesgos de quedarse con unidades etiquetadas que no vayan a ser demandadas sea cual sea la etiqueta escogida.

Por otro lado, existen escenarios de demanda en los cuales la capacidad de la línea es suficiente como para satisfacer la demanda del periodo y, adicionalmente, procesar unidades para periodos posteriores donde la capacidad no es suficiente. En otras palabras, existen periodos en los cuales el modelo puede aprovechar la capacidad sobrante para procesar directamente algunos productos y guardarlos en su inventario para periodos posteriores. También existen soluciones en las cuales el modelo prefiere guardar producto diferenciado en su inventario para evitar incurrir en seteos en la línea en el futuro. En estos casos, lo que se puede observar es que el destino del vino remanente hacia alguna etiqueta ya no

es siempre intercambiable y que la elección de qué etiqueta escoger se basa en la cantidad de vino remanente, la capacidad sobrante de la línea, los niveles de demanda de una determinada etiqueta y en la variabilidad que esta presenta.

En la siguiente tabla se presentan las demandas por etiqueta para cada nodo  $n > 1$ , y se ha marcado además, para cada nodo  $n$ , la etiqueta de cada tipo de vino que posee menores niveles de demanda.

Tabla 4.2. Parámetros de demanda para el vino  $i$  etiquetado con  $j$  en el nodo  $n$ ,  $D_{ij}^n$

Parámetro	$n = 2$			$n = 3$			$n = 4$		
$D_{11}^n$	17330			32458			35702		
$D_{12}^n$	25272			31113			40125		
$D_{13}^n$	14106			27687			33898		
$D_{21}^n$	18932			26156			32201		
$D_{22}^n$	15561			25932			33787		
Parámetro	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$	$n = 9$	$n = 10$	$n = 11$	$n = 12$	$n = 13$
$D_{11}^n$	8466	17259	20995	29470	33451	48286	28244	35825	50836
$D_{12}^n$	20666	25390	33100	15254	31744	46913	29239	38351	55544
$D_{13}^n$	12941	14433	21172	22755	26660	34146	21959	33745	45498
$D_{21}^n$	11997	18461	24225	17688	27030	32659	16320	32045	37491
$D_{22}^n$	11857	14796	19235	17476	26747	32630	17351	34611	36922

□: Mínima demanda de entre los productos derivados del vino 1

○: Mínima demanda de entre los productos derivados del vino 2

La elección de qué etiqueta utilizar para cuadrar depende fuertemente de la cantidad de vino remanente y de la capacidad remanente disponible en la línea para procesarlo. Así, si el vino sobrante es mucho y la capacidad remanente es muy baja, no se destina a producto terminado o se destina el remanente a cualquier etiqueta (solución intercambiable). Si el vino remanente es mucho, y la capacidad remanente disponible en la línea es

suficiente, la etiqueta escogida será aquella que presente algún escenario con bajos niveles de demanda. En otras palabras, a medida que el cociente vino remanente-capacidad remanente disminuye hay más incentivos para cuadrar con una etiqueta con mayores niveles de demanda.

Por ejemplo, cuando la capacidad de la línea es de 56 hrs ( $B_k = L_k = 56$ ) las variables de inventario para el vino  $i$  etiquetado con  $j$  al final del periodo  $n$  tienen los siguientes valores:

Tabla 4.3. Variables de inventario de vino  $i$  etiquetado con  $j$  al final del periodo  $n$  ( $sd_{ij}^n$ ) relevantes obtenidas cuando la capacidad de la línea es de 56 hrs

Variable	Valor
$sd_{13}^1$	14106
$sd_{22}^1$	15561
$sd_{13}^4$	21959

Tal como se puede observar en las tablas anteriores,  $sd_{13}^1$  toma el mismo valor que la demanda  $D_{13}^2$ ,  $sd_{22}^1$  se corresponde con la demanda  $D_{22}^2$ , y  $sd_{13}^4$  se corresponde con la demanda  $D_{13}^{11}$ , pues el modelo cuadra el vino sobrante con etiquetas que presenten (en el periodo siguiente) un escenario con bajos niveles de demanda. De esta manera la demanda de dicho periodo puede ser satisfecha completamente sin necesidad de preparar la línea para su producción, es decir, usando solamente inventario. La siguiente tabla muestra el porcentaje de instancias en las cuales el modelo almacena inventario de una determinada etiqueta (al menos 600 unidades):

Tabla 4.4. Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto  $i, j$

	$i = 1$			$i = 2$	
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$
$t = 1$	25,5 %	12,8 %	23,4 %	19,1 %	25,5 %
$t = 2$	19,1 %	19,1 %	27,7 %	34,0 %	34,0 %

Para el vino 1 las etiquetas 1 y 3, a diferencia de la etiqueta 2, presentan un escenario con baja demanda el  $t = 2$ , razón por la cual son utilizadas con más recurrencia como producto de cuadratura en  $t = 1$ . Por otro lado, al finalizar el periodo 2, el modelo prefiere las etiquetas 3 y 2 (para ambas existe un escenario con baja demanda en  $t = 3$ ). Si bien la etiqueta 1 presenta una baja demanda en  $n = 5$ , el modelo nunca trabaja con inventario diferenciado en  $n = 2$  (1-2-5 es el escenario con más baja demanda del árbol), razón por la cual las alternativas más atractivas para cuadrar el sobrante de la cuba en  $t = 2$  son las etiquetas 2 y 3.

Con respecto al vino 2, en  $t = 1$  la etiqueta 2 es preferida por sobre la 1, ya que que presenta un escenario con demanda más baja en  $t = 2$ . En  $t = 2$  no existen preferencias y, de hecho, se puede observar es que ambas etiquetas trabajan con niveles de demanda y variabilidad bastante similares.

Por lo tanto, se puede señalar que la manera más útil de conservar el remanente proveniente de la cuba es el producto intermedio. Sin embargo, bajo algunas condiciones almacenar inventario de producto terminado puede resultar provechoso pues permite ahorrar capacidad en la línea y costos en la función objetivo.

Finalmente, se analiza el comportamiento de las órdenes retrasadas. Debido a que la función objetivo es, por construcción, estrictamente decreciente ante incrementos en la capacidad de la línea, lo que se puede observar es una curva con tendencia a decrecer, tal

como se aprecia en la siguiente imagen. Este resultado es el esperado ya que el retraso de órdenes es el más penalizado en la función objetivo.

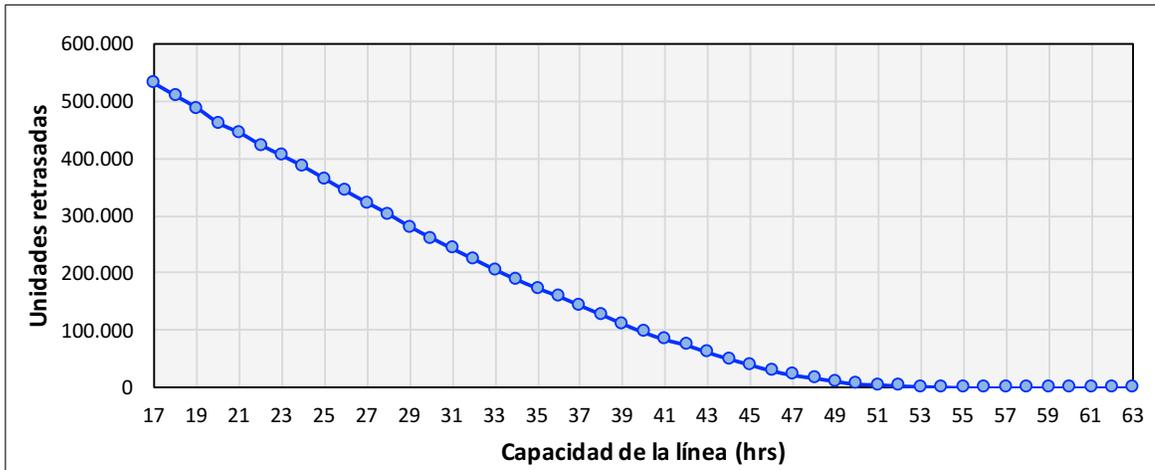


Figura 4.10. Cantidad de unidades retrasadas para diferentes niveles de capacidad

Sin embargo, lo más importante es que, a partir del resultado anterior, es posible darse cuenta de que en escenarios de capacidad baja un incremento marginal en la capacidad de la línea se traduce en una gran disminución de la cantidad de unidades retrasadas, tal como se ilustra en la siguiente figura. Por el contrario, cuando la capacidad de la línea es alta el beneficio de incrementar en una hora la capacidad de la línea es muy bajo.

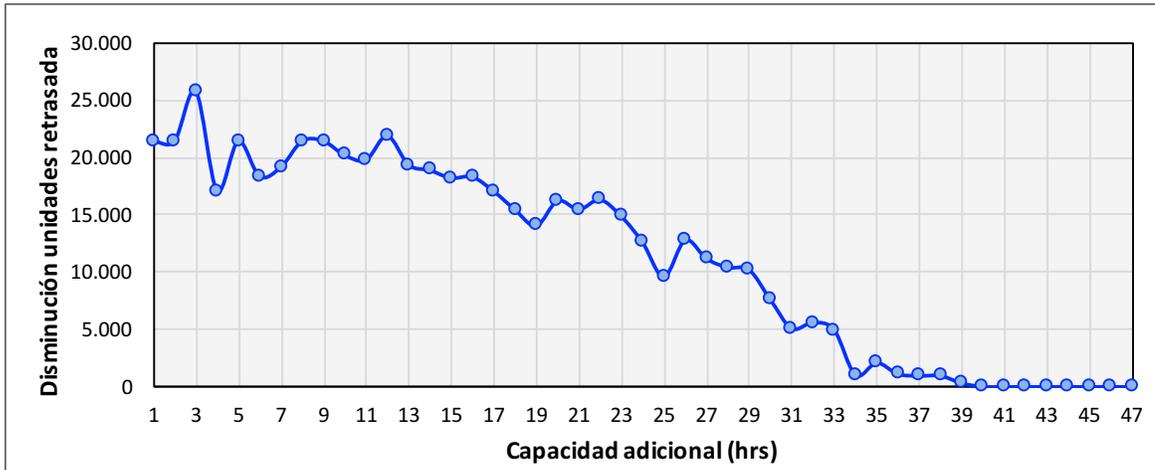


Figura 4.11. Disminución en la cantidad de unidades retrasadas ante incrementos en la capacidad operativa de la línea

#### 4.1.2.2. Modelo Robusto

Comenzamos valorizando la posibilidad de posponer. Para ello resolvemos un modelo robustecido en que  $qb_{ik}^n = 0 \forall i, k, n$ :

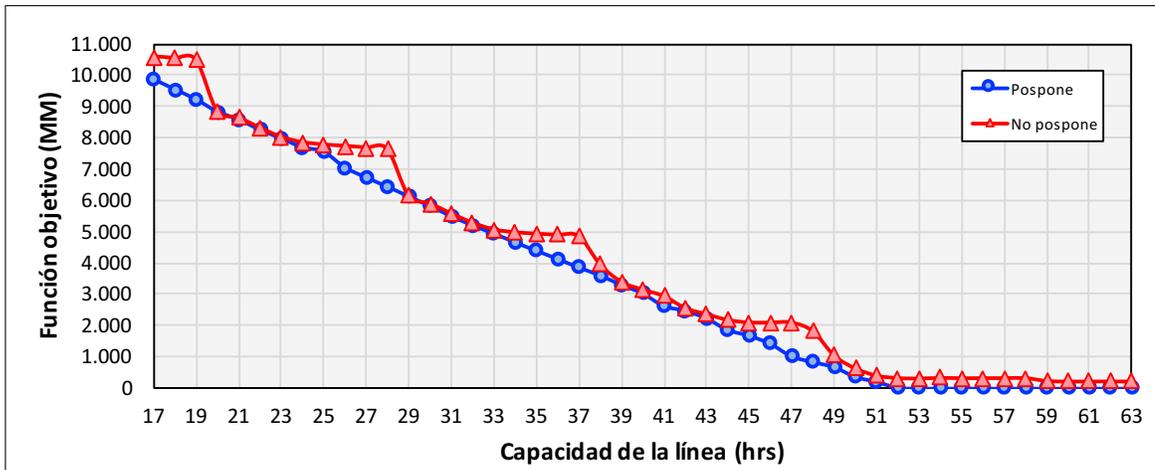


Figura 4.12. Función objetivo con y sin la posibilidad de posponer para distintos niveles de capacidad

Podemos observar exactamente el mismo comportamiento que el presentado previamente para el modelo estocástico. La función objetivo al no contar con la posibilidad de posponer es siempre superior y además es escalonada. Al igual que antes, las diferencias absolutas de la función objetivo parecen bajas, lo cual es cierto cuando la capacidad operativa es baja. Sin embargo, en instancias de capacidad alta las diferencias porcentuales pueden alcanzar un 6000 % de diferencias.

Repetimos el resto del análisis para el modelo robusto. En primer lugar, observamos el comportamiento de la curva de unidades pospuestas:

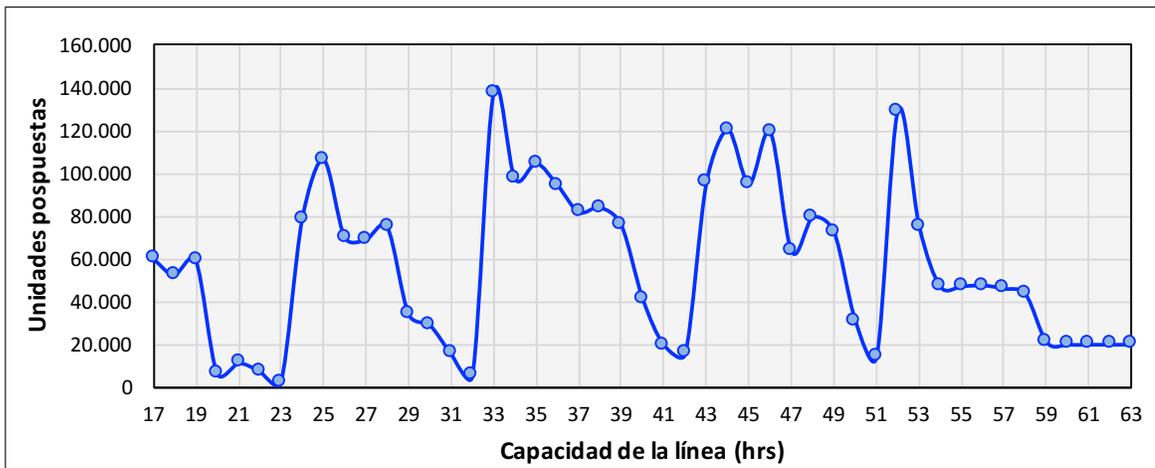


Figura 4.13. Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de capacidad

Se puede ver que sigue exactamente la misma lógica que la descrita para el modelo estocástico, es decir, con ciclos decrecientes a medida que la capacidad es mayor. Al igual que para el caso estocástico, aunque los peaks de cada ciclo puedan tener una tendencia al alza, la proporción esperada de unidades que pasan por la vía intermedia respecto del total del vino que se procesa en la línea va disminuyendo a medida que se incrementa la capacidad, pues la cantidad de unidades que pasan por la vía directa va creciendo cada vez más con respecto al total embotellado, tal como muestra la siguiente figura.

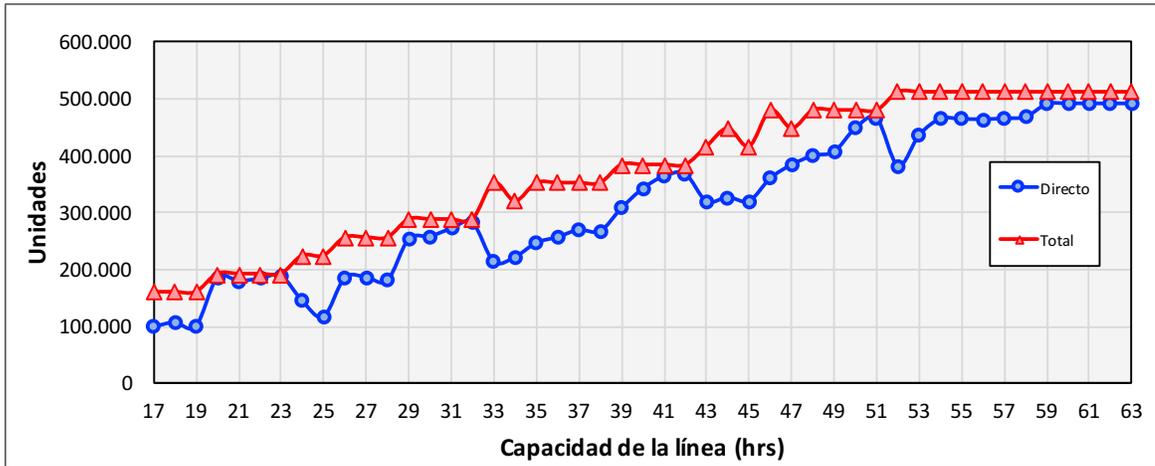


Figura 4.14. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de capacidad

De la misma manera, la proporción de unidades etiquetadas va disminuyendo conforme incrementa la capacidad de la línea, exactamente la misma situación descrita previamente.

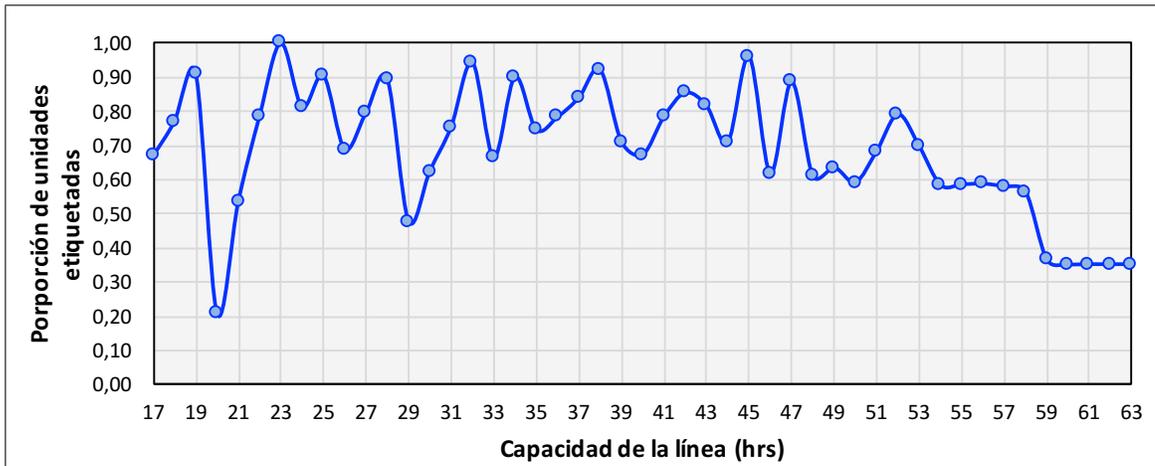


Figura 4.15. Proporción de unidades etiquetadas para distintos niveles de capacidad

De hecho, los niveles promedio de inventario de producto intermedio también son crecientes, lo cual confirma al haber más capacidad para embotellar vino el modelo prefiere

siempre la vía directa. De nuevo, la posibilidad de posponer se aprovecha principalmente para cuadrar el remanente de la cuba y para poder procesar más vino cuando la capacidad es limitada, y para cuadrar el sobrante cuando la capacidad es alta.

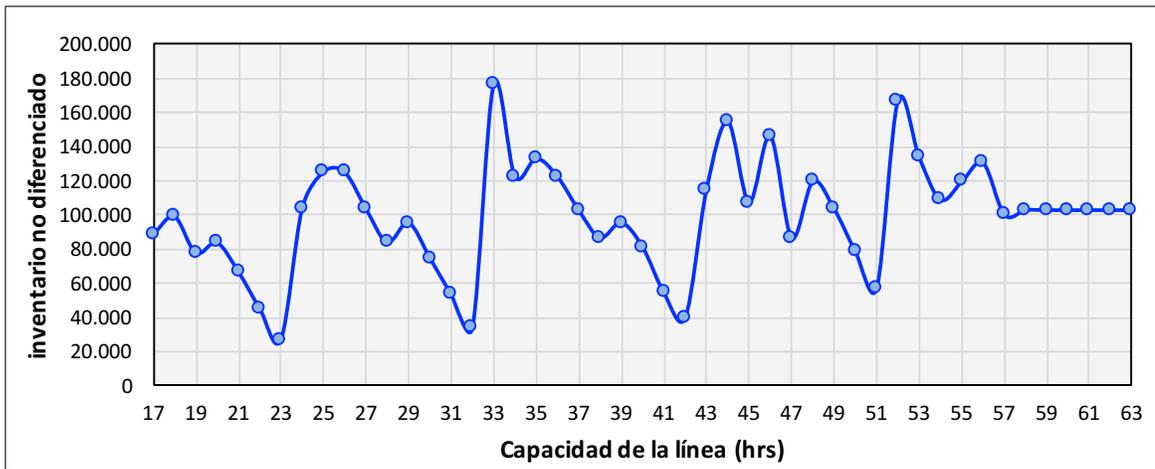


Figura 4.16. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de capacidad

Ahora bien, debido a que estamos trabajando con un modelo robustecido, el análisis de inventario de producto diferenciado y de unidades retrasadas no puede realizarse directamente. Para hacerlo, es necesario testear la solución robusta para algún valor dado de  $D_{ij}^t$ . Por ejemplo, si la demanda real correspondiera al valor nominal se tendría lo siguiente:



Figura 4.17. Niveles de inventario de producto diferenciado para diferentes niveles de capacidad

Donde los niveles de inventario de producto diferenciado existen incluso cuando la capacidad de la línea es pequeña. Esto es consecuencia de testear la solución en el caso nominal luego de robustecer la solución, pues al ser los costos de quiebre muy superiores a los costos de inventario el modelo prefiere incrementar la cantidad de producto terminado que se produce en la línea, a fin de evitar incumplir la demanda que enfrenta. Así, la robustez exagera la demanda para la cual el modelo se prepara en todas sus etiquetas.

La siguiente tabla presenta la cobertura de demanda de cada una de las etiquetas para los cuales se prepara el modelo de acuerdo a un determinado nivel de robustez. Cada intervalo se obtiene usando el valor de la robustez en el periodo  $t$ ,  $\lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t + \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^{ut}$ .

Tabla 4.5. Cobertura para los valores de  $D_{ij}^t$  para los cuales se prepara el modelo dado un nivel de robustez de  $\phi = 0,9$

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	[33254, 33254]	[20382, 37644]	[17968, 43676]
(1, 2)	[32641, 32641]	[25328, 38800]	[20298, 44516]
(1, 3)	[26955, 26955]	[16362, 34590]	[16652, 35380]
(2, 1)	[26539, 26539]	[19823, 31781]	[16498, 32562]
(2, 2)	[24984, 24984]	[16949, 33405]	[15448, 32296]

Debido a que la robustez exagera la producción de producto terminado del modelo nos remitimos a analizar la cantidad de producto extra generada por sobre el extremo derecho de cada intervalo. Con esto se puede establecer en cuáles etiquetas se decide almacenar inventario sea cual sea la realización de la demanda.

Se puede constatar que el modelo se ocupa siempre de procesar primero aquellos vinos que poseen altos niveles de demanda (excepto en los casos en que la capacidad le permite trabajar con todos). Esto significa que se prefiere producir primero con las etiquetas 1 y 2 para el vino tipo 1. La etiqueta 3 también es utilizada pero siempre que el modelo pueda satisfacer la misma demanda que si utilizara primero las etiquetas 1 y 2. El mismo comportamiento se observa para las etiquetas del vino 2 y, además, también se observa que el modelo prefiere cumplir siempre primero con la demanda del vino 1 antes que las demandas del vino 2 (al ser mayores).

Si bien existen periodos en los cuales se excede la producción del extremo derecho para algunos productos, no se observa un patrón claro a la hora de decidir con cuál etiqueta producir ese excedente (dado que el modelo intenta siempre producir de más la elección parece ser irrelevante). A pesar de ello, sí se puede verificar que cuando la cantidad remanente de vino a embotellar es mayor a la de cualquier extremo izquierdo, se escoge aquella etiqueta en que se obtengan menos diferencias. Del mismo modo, si la cantidad de vino a

embotellar es superior al extremo izquierdo del intervalo de alguna etiqueta, e inferior al de otras, estas últimas son escogidas.

Este es un resultado importante porque, ante realizaciones específicas para el valor de  $D_{ij}^t$ , puede resultar más beneficioso almacenar menos inventario de aquellos productos con un extremo izquierdo con baja demanda. Así, ante cualquier realización del vector de demandas, se evita conservar un exceso de inventario de manera innecesaria.

#### **4.1.3. Tamaño de la cuba**

En segundo lugar, se estudia cómo cambia la decisión del modelo cuando existe flexibilidad para usar cubas de diferente tamaño. Se cree que la cantidad de unidades pospuestas puede aumentar a medida que incrementa el tamaño de la cuba debido a que el modelo tiene menor flexibilidad cuando la cuba es más grande. Sin embargo, cuando el tamaño de la cuba es menor el modelo puede procesar más cubas (pues son más pequeñas) y, por ende, procesar más vino, lo cual podría aumentar la cantidad de unidades pospuestas, especialmente cuando la capacidad es limitada. En consecuencia, se resuelve el problema para distintos tamaños de cuba al mismo tiempo que se varía la capacidad de la línea. Variamos la capacidad de la línea en 47 instancias que comprenden el intervalo de [17, 63] hrs.

Para efectos de este análisis se trabaja con tres variedades en el tamaño de la cuba:

- Cubas de 12000 litros (caso 1, 34 cubas en total).
- Cubas de 12000 y 24000 litros (caso 2).
- Cubas de 24000 litros (caso base, 17 cubas en total).

Se debe señalar que al modelo se le entrega la libertad de decidir cuáles cubas destinar a cada tipo de vino, es decir, que si una instancia trabaja con 10 cubas de 12000 litros y 12 cubas de 24000 litros el modelo puede elegir libremente en cuáles de ellas almacenar el vino 1 y en cuáles el vino 2.

Es fácil ver que cualquier solución obtenida para los dos últimos puntos puede ser replicada utilizando cubas de 12000 litros, y que cualquier solución obtenida para el tercer punto puede ser replicada también utilizando cubas de ambos tamaños. En consecuencia, en el óptimo, siempre debiéramos observar que  $F_I \leq F_{II} \leq F_{III}$ . Por este motivo, lo primero que se hizo fue resolver el caso 1, entregándole como soluciones iniciales las obtenidas para el caso base, de modo que aseguramos una parte de la desigualdad anterior.

Una vez resuelto el caso 1, para el caso 2 se trabajó de la siguiente manera: se intentó replicar todas las soluciones obtenidas para el caso 1 incrementando en uno la cantidad de cubas de 24000 y disminuyendo en dos la cantidad de cubas de 12000 litros, de modo que se conservara la cantidad total de vino disponible.

#### **4.1.3.1. Modelo Estocástico**

Con esta metodología, utilizando 13 cubas de 24000 litros y 8 de 12000 es posible replicar el 100 % de las soluciones obtenidas en el caso 1. Esto significa que se puede alcanzar el mismo grado de flexibilidad que en el caso 1 almacenando un 30 % del vino en cubas de 12000 litros.

Sin embargo, con 14 cubas de 24000 y 6 de 12000 el escenario cambia, pues ya no es posible replicar todas las soluciones obtenidas en el caso 1. Aun así, en este escenario el modelo es capaz de replicar 45 soluciones de las 47 instancias en cuestión, casi un 96 % de las instancias, lo cual sigue siendo un resultado importante. Ahora bien, con 15 cubas de 24000 y solo 4 de 12000 los resultados cambian drásticamente. En adelante, **diremos que un caso es más flexible mientras mayor es su capacidad para replicar las soluciones del caso 1**. La siguiente tabla presenta el grado de flexibilidad que se puede alcanzar con diferentes combinaciones de cubas de 12000 y 24000 litros.

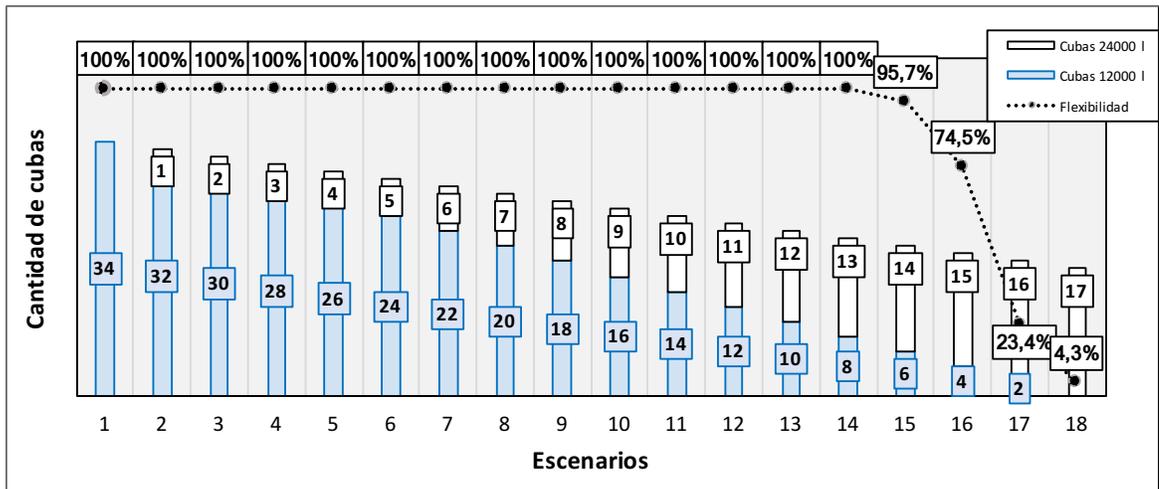


Figura 4.18. Flexibilidad asociada a utilizar diferentes combinaciones de cubas de 12000 y 24000 litros

Se puede apreciar que el penúltimo caso ya no es tan flexible como los anteriores. Por este motivo, lo incorporamos en el análisis de manera independiente junto al caso 1 y al caso base.

En primer lugar se analiza el número de instancias en las cuales un mayor tamaño de cuba se tradujo en un incremento en la cantidad de unidades postpuestas. Para hacerlo, compararemos el caso menos flexible contra el caso 1 y el caso 2.

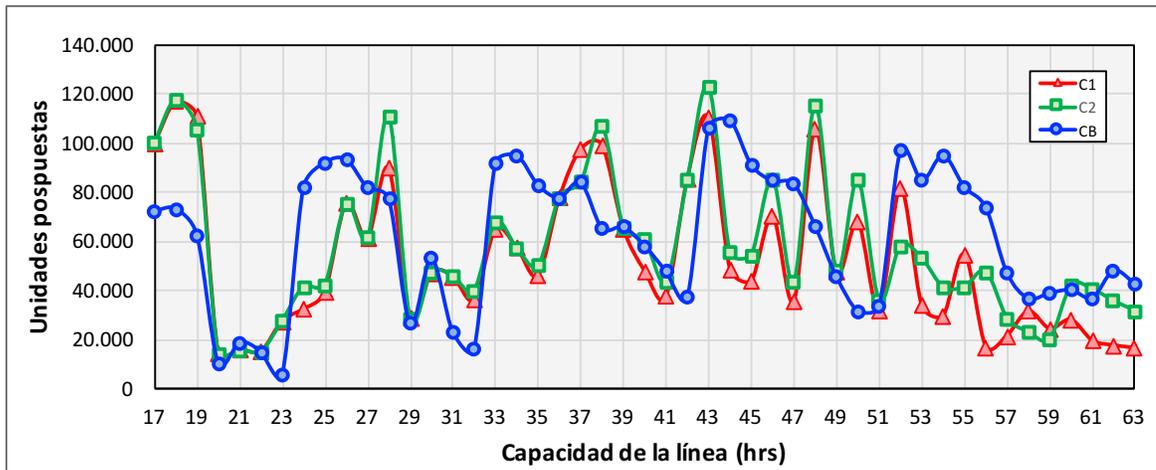


Figura 4.19. Cantidad de unidades pospuestas para los tres casos de interés y distintos niveles de capacidad

Se puede observar que en un 55 % de las instancias el caso base genera una cantidad esperada de botellas pospuestas mayor o igual que en los casos 1 y 2. Este resultado se explica fundamentalmente por la pérdida de flexibilidad del modelo: la curva total de vino embotellado para el caso base está casi siempre por sobre la curva de vino total embotellado de los casos 1 y 2 (en el 79 % de las instancias analizadas el caso base procesa al menos la misma cantidad de vino). También se puede verificar que los casos 1 y 2 posponen más en el 32 % de los casos, y que el 100 % de ellos corresponde a escenarios en que la capacidad es limitada (lo cual confirma que posponer es más útil cuando la capacidad es baja).

De hecho, se puede verificar que en el 70 % de las instancias una mayor cantidad de producto intermedio se explica por una mayor cantidad de vino embotellado. Esto quiere decir que, en general, una mayor cantidad de botellas pospuestas se debe principalmente a que el modelo embotella más vino. Sin embargo, es posible señalar que la posibilidad de posponer se vuelve más atractiva a medida que la flexibilidad del modelo decrece, ya que es la forma en la cual el modelo puede procesar más vino para satisfacer su demanda.

Ahora bien, cuando comparamos el caso base con el caso 1 se puede observar que en el 66 % de las instancias el caso base pospone al menos la misma cantidad de botellas y en el 85 % de las instancias una mayor cantidad de botellas pospuestas es consecuencia de un incremento en la cantidad de vino embotellado. Al comparar el caso base con el caso 2 se observa que en un 57 % de las instancias el caso base pospone al menos la misma cantidad de botellas y en el 79 % se cumple la relación de vino embotellado y botellas pospuestas. En cualquier caso, la pérdida de flexibilidad se traduce en un incremento en la cantidad de unidades pospuestas.

Por otro lado, con respecto a la cantidad de unidades que pasan por la vía directa, en todos los casos la tendencia es a aumentar a medida que la capacidad de la línea es mayor, pero no parece haber alguna relación que explique las diferencias entre los distintos casos. Sin embargo, la vía directa diferida sí manifiesta diferencias importantes. Las siguientes imágenes muestran la cantidad total de unidades procesadas de manera diferida por la cantidad total de unidades pospuestas para los casos 1 y 2. Se puede ver que mientras más flexible es el modelo menor es la diferencia entre ambas curvas.

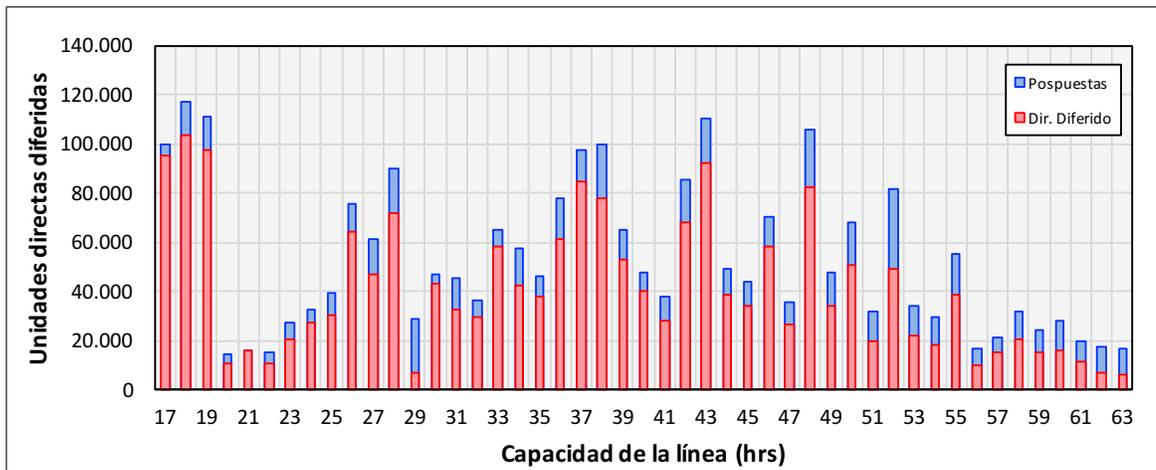


Figura 4.20. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 1 para distintos niveles de capacidad

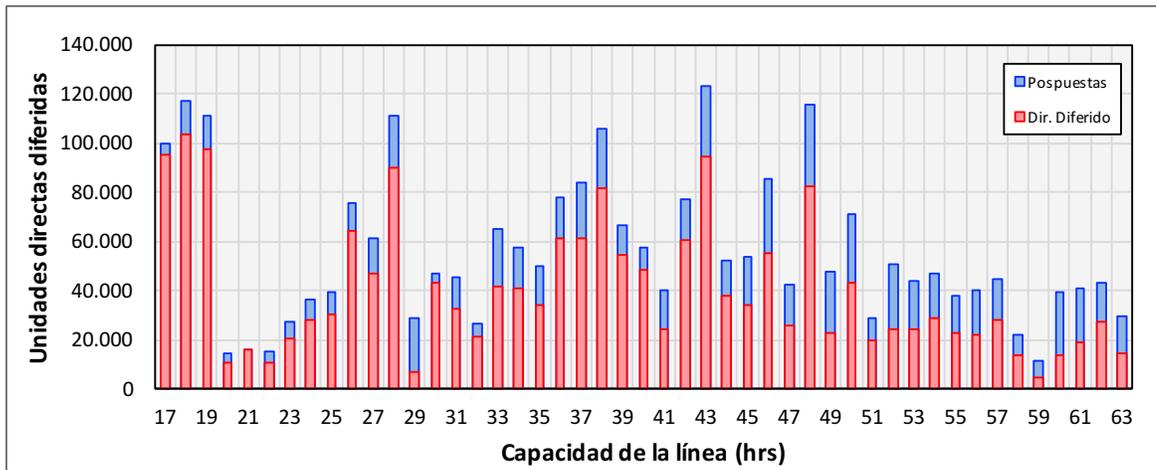


Figura 4.21. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 2 para distintos niveles de capacidad

Esta disminución en la diferencia entre ambas curvas al haber mayor flexibilidad se explica porque los niveles de inventario de producto no terminado son menores, de modo que el modelo puede manejarlos de mejor manera. Más concretamente, el caso base presenta mayores niveles promedio de inventario intermedio que los otros dos casos en el 72 % de las instancias analizadas. De la misma manera, el caso 2 trabaja con mayores niveles promedio de inventario que el caso 1 en el 66 % de las instancias. Por lo tanto, menores niveles de inventario le permiten al modelo aprovechar este inventario de mejor manera a la hora de producir.

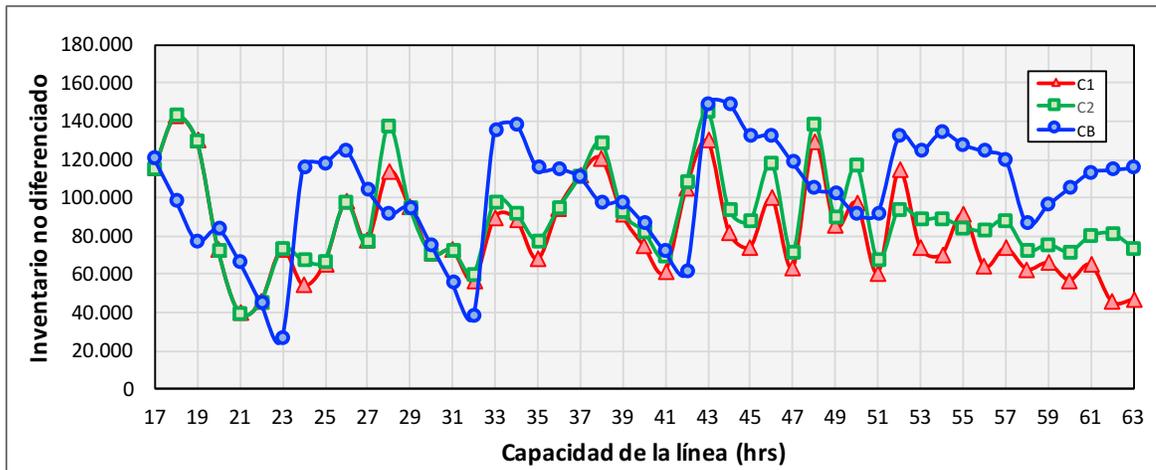


Figura 4.22. Niveles de inventario de producto intermedio para los diferentes casos de interés y distintos niveles de capacidad

De los gráficos anteriores se puede observar también que los niveles de inventario para los casos 1 y 2 no tienen una tendencia tan clara al alza y, de hecho, cuando la capacidad es lo suficientemente alta, el inventario promedio esperado comienza a decrecer. Por ende, los costos de inventario son, en general, menores que los percibidos en el costo base. Además, la flexibilidad de utilizar solamente dos cubas permite disminuir considerablemente los niveles de inventario que enfrenta el sistema. Ahora bien, con respecto al inventario de producto diferenciado, no existen grandes diferencias en los distintos casos. Es más, si se grafican las curvas de los tres casos estas son prácticamente indistinguibles entre ellas, tal como ilustra la siguiente figura.

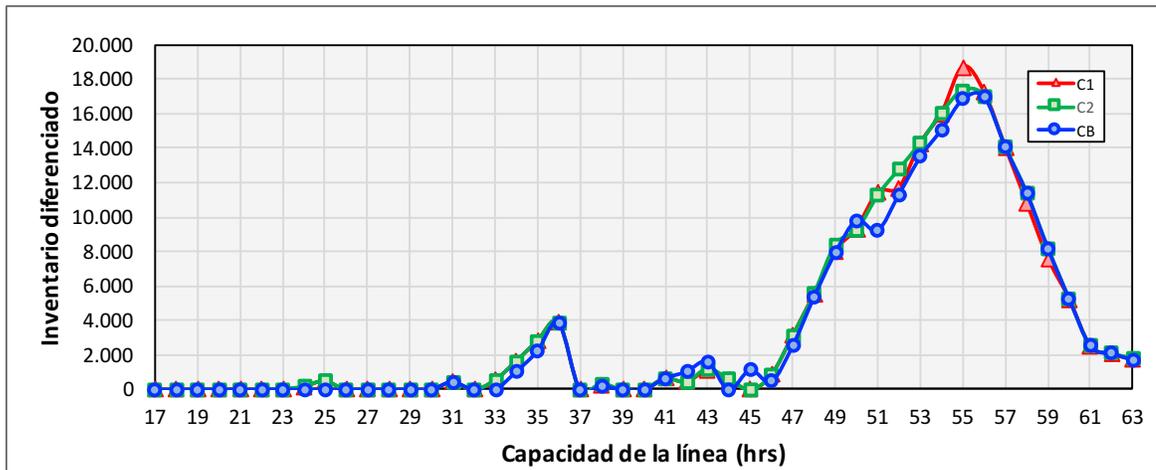


Figura 4.23. Niveles de inventario de producto diferenciado para los tres casos de interés y distintos niveles de capacidad

Sobre la misma línea, se puede observar que, al escoger un producto de cuadratura, el modelo sigue la misma tendencia descrita en la sección previa. Para el caso 2:

Tabla 4.6. Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto  $i, j$  para el caso 2

	$i = 1$			$i = 2$	
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$
$t = 1$	23,4 %	14,4 %	25,5 %	25,5 %	21,3 %
$t = 2$	19,1 %	21,3 %	23,4 %	29,8 %	38,3 %

Para el vino 1, al igual que en el caso base, las etiquetas 1 y 3 son utilizadas con más recurrencia como producto de cuadratura en  $t = 1$ . Sin embargo, la etiqueta 2 es utilizada una mayor cantidad de veces con respecto al caso base. Esto se debe a que, dado que el modelo cuenta con mayor flexibilidad, la cantidad de vino remanente a embotellar es, en general, menor, motivo por el cual se puede procesar completamente más vino. En  $t = 2$ , el modelo no muestra mucha preferencia por una etiqueta u otra.

Con respecto al vino 2, en  $t = 1$  la etiqueta 1 es preferida por sobre la 2. Esto, tal como se mencionó anteriormente, se debe a que una mayor flexibilidad requiere procesar menos vino y, así, poder destinar más remanente a producto terminado. En  $t = 2$  se observa el mismo comportamiento que en el caso base.

De la misma manera, para el caso 1:

Tabla 4.7. Porcentaje de instancias en las cuales el modelo decide almacenar inventario de un determinado producto  $i, j$  para el caso 1

	$i = 1$			$i = 2$	
	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$
$t = 1$	19,1 %	14,9 %	23,4 %	29,8 %	27,7 %
$t = 2$	25,5 %	25,5 %	23,4 %	27,7 %	34,0 %

Tal como se puede apreciar, el comportamiento es similar al descrito para el caso 2. La única diferencia apreciable ocurre en  $t = 2$  para el vino 2. Sin embargo, como hemos mencionado anteriormente, la elección entre las etiquetas para el vino 2 no es demasiado relevante (es prácticamente intercambiable) debido a que ambos productos presentan niveles similares de demanda y variabilidad. De nuevo, la elección de qué etiqueta utilizar para cuadrar es consecuencia de la cantidad de vino remanente, de la capacidad remanente disponible en la línea para procesarlo y de las demandas de los productos. Para los casos 1 y 2, que son más flexibles, el vino remanente es menor, por lo tanto, el modelo puede destinar mayor cantidad de vino a producto terminado, razón por la cual puede escoger también etiquetas que, en los periodos siguientes, presenten mayores niveles de demanda.

Por último, valoramos la disminución en la función objetivo derivada de utilizar cubas de menor tamaño:

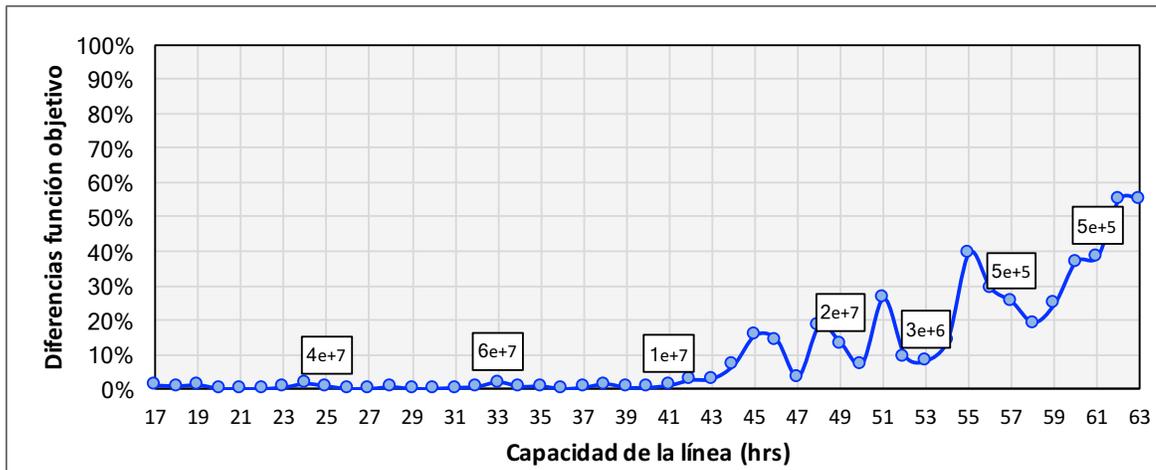


Figura 4.24. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de contar solamente con cubas de 12000 litros (caso 1) para distintos niveles de capacidad

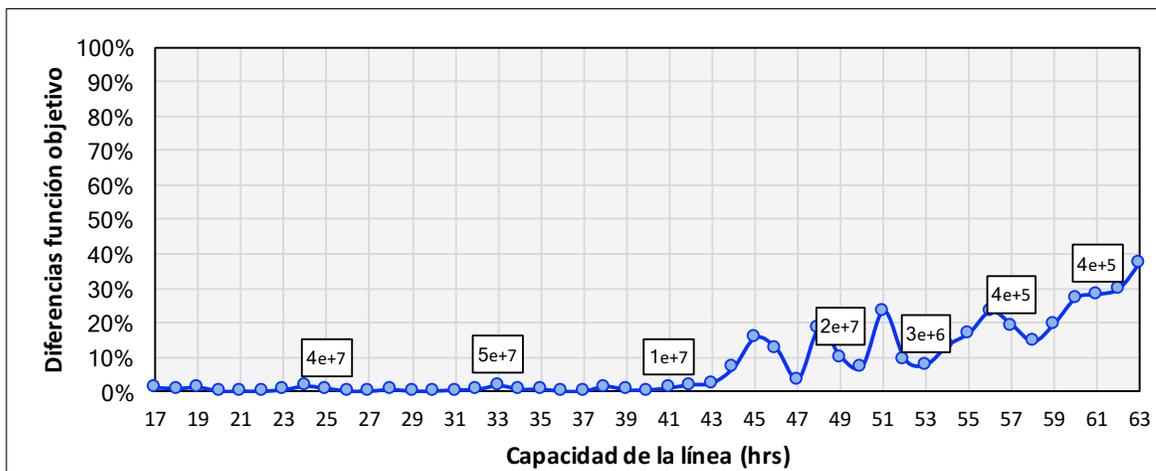


Figura 4.25. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de incrementar en dos las cubas de 12000 litros (caso 2) para distintos niveles de capacidad

Las imágenes anteriores muestran que, cuando la capacidad operativa es apretada, las diferencias en la función objetivo son relevantes en términos absolutos pero no tienen mayor importancia en términos porcentuales. El hecho de que las diferencias absolutas sean grandes radica exclusivamente en que el caso base es capaz de cumplir una menor

cantidad de pedidos (del orden de las 2000 unidades menos que los otros dos) lo cual recibe una penalización muy grande en la función objetivo, sin embargo, dado que la capacidad de la línea es muy baja, la cantidad de órdenes atrasadas en todos los casos es excesivamente grande y por tanto las diferencias porcentuales no son relevantes. Por el contrario, cuando la capacidad de la línea es la suficiente como para cumplir con todos los pedidos, las diferencias absolutas son menores pero las diferencias porcentuales crecen mucho más. Para esta parte de la curva no existen pedidos atrasados, de modo que las diferencias absolutas en la función objetivo son bajas, pero las diferencias en términos porcentuales son importantes por los niveles de inventario que se almacenan entre un caso y otro, de modo que la pérdida de flexibilidad asociada a utilizar cubas más grandes en tamaño implica conservar mayores niveles de inventario.

Adicionalmente se puede apreciar que las diferencias entre el caso base y el caso 1 son más importantes que las que existen entre el caso base y el caso 2, lo cual tiene sentido dado que el caso 1 es el más flexible de los tres. Las diferencias entre el caso 1 y el caso 2 son extremadamente bajas si se toma en cuenta el hecho de que el caso 2 trabaja solamente con dos cubas de 12000 litros. Por otro lado, la manera más inteligente de utilizar las dos cubas es almacenar un tipo de vino en cada una de ellas. De hecho, en el 62 % de las instancias el modelo trabaja de esa manera, mientras que en un 34 % de las instancias se utilizan ambas para almacenar vino 1, y en un 4 % ambas son utilizadas para almacenar vino tipo 2. Sin embargo, esto último ocurre porque el modelo necesita un equivalente de 11 cubas de 24000 litros para cumplir con la demanda del vino 1 y un equivalente de 6 cubas de 24000 litros para cumplir con la demanda del vino 2. Esto implica que en en escenarios donde es posible cumplir con toda la demanda ( $B_k, L_k \geq 56$ ) es necesario utilizar ambas cubas para almacenar un solo tipo de vino pues, de no hacerlo así, el modelo no podría satisfacer la demanda completamente (habría un equivalente a 10.5 o 5.5 cubas). De cualquier manera, la manera más eficiente de utilizar la flexibilidad que brindan ambas cubas es hacerlo destinando una para cada tipo de vino.

Dado que la flexibilidad que se obtiene utilizando solo 2 cubas de 12000 litros es suficiente para observar diferencias importantes en la función objetivo, adicionalmente resolvemos el problema utilizando 17 cubas de 24000 y 1 cuba de 6000 litros. La idea es comprobar cómo reacciona el modelo y cómo aprovecha este pequeño nivel de flexibilidad. Se tiene la hipótesis de que, en escenarios de capacidad baja, el modelo utilizará esta cuba más pequeña para poder etiquetar más vino y así satisfacer más demanda. Por el contrario, cuando la capacidad es alta, se espera que esta sea utilizada con el fin de disminuir los niveles de inventario.

Los resultados muestran que la cantidad total de vino embotellado no tiene una tendencia clara con respecto al caso base, es decir, en algunas instancias aumenta y en otras disminuye, de modo que el modelo utiliza la flexibilidad de esta cuba por tres motivos. El primero es poder embotellar más vino y satisfacer más demanda, el segundo es procesar una menor cantidad de vino para disminuir la cantidad de remanente a embotellar y así poder producir más producto terminado, y el tercero es disminuir el remanente sobrante que quedará en inventario. La siguiente figura muestra la cantidad de unidades postpuestas, allí se puede ver que cuando la capacidad es alta ( $B_k, L_k > 51$ ) el comportamiento se condice con la hipótesis declarada en párrafos anteriores, esto es, el modelo utiliza la cuba adicional para evitar la apertura de cubas más grande y, de esa forma, disminuir los niveles de inventario.

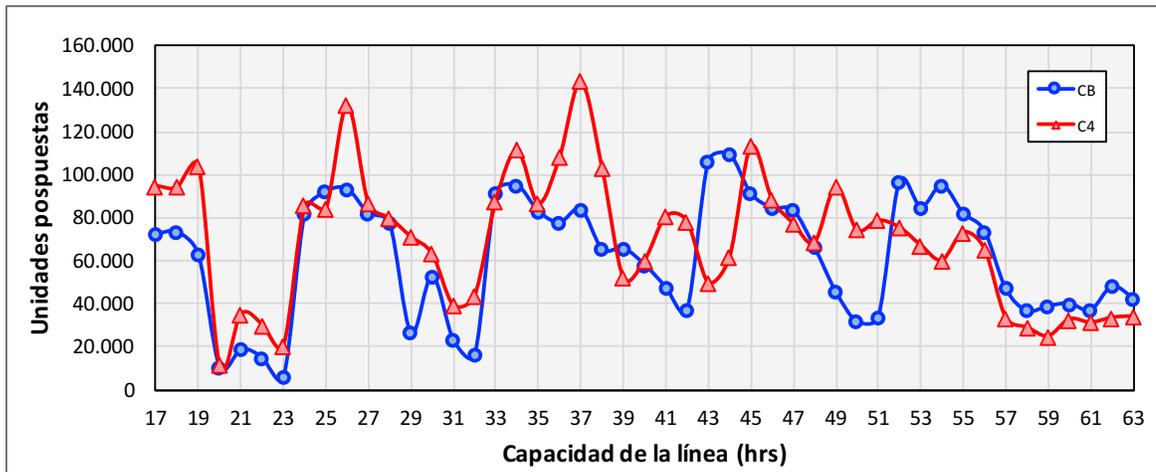


Figura 4.26. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para distintos niveles de capacidad

Por otro lado, en escenarios con capacidad más apretada se opta por posponer una mayor cantidad de botellas que en el caso base. Este efecto es consecuencia de que el modelo intente producir la mayor cantidad de producto terminado posible para poder cumplir más pedidos (y puede hacerlo al contar con una cuba más pequeña), de modo que posponer en un periodo y etiquetar en otro le permite ahorrar más capacidad para producir (de nuevo, los beneficios de posponer son mucho más grandes cuando la capacidad de la línea es limitada).

Tal como la curva de unidades pospuestas, los niveles promedio de inventario de producto intermedio incrementan con respecto al caso base, pues se prefiere conservar altos niveles si con ello es posible cumplir más pedidos. Esta situación se revierte cuando la capacidad es suficiente para satisfacer la demanda, de modo que los niveles de inventario bajan considerablemente. Por otro lado, no existen diferencias en los niveles de inventario de producto diferenciado, en tanto su utilización sigue siendo mayoritariamente para evitar preparar la línea para algún producto.

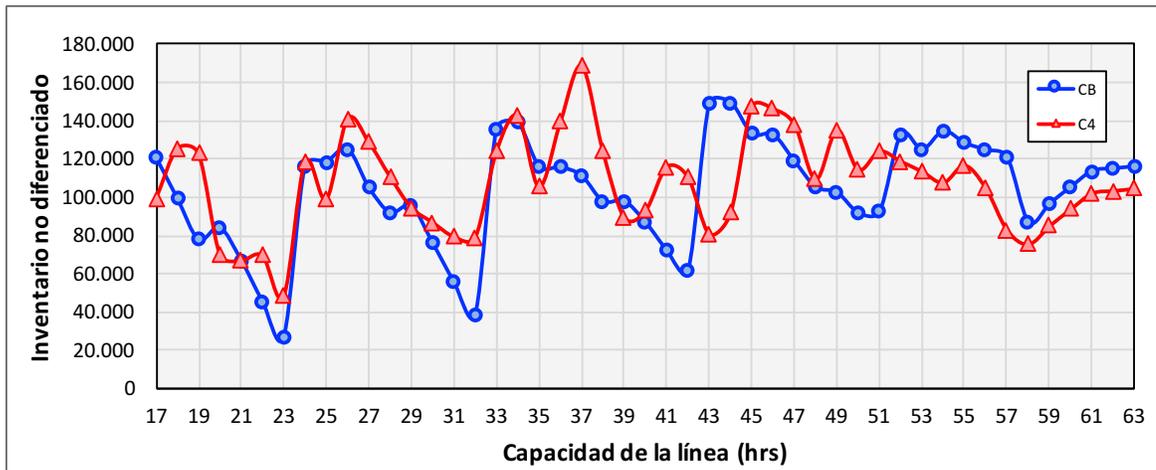


Figura 4.27. Niveles de inventario de producto intermedio para el caso base y el caso 4 para distintos niveles de capacidad

Finalmente, en un 78 % de las instancias pospone más botellas aquel modelo que procesa más vino, lo cual ratifica que el hecho de posponer es la manera más efectiva de manejar el efecto push.

#### 4.1.3.2. Modelo Robusto

Para el modelo robusto procedemos de la misma manera que para el modelo estocástico. Con esta metodología, utilizando 14 cubas de 24000 litros y 6 de 12000 es posible replicar el 100 % de las soluciones obtenidas en el caso 1. Esto significa que se puede alcanzar el mismo grado de flexibilidad que en el caso 1 almacenando un 21 % del vino en cubas de 12000 litros.

Sin embargo, con 15 cubas de 24000 y 4 de 12000 el escenario cambia, pues ya no es posible replicar todas las soluciones obtenidas en el caso 1. Aun así, en este escenario el modelo es capaz de replicar un 91.6 % de las soluciones. La pérdida de flexibilidad se produce repentinamente cuando se utilizan 16 cubas de 24000 litros y solo 2 de 12000. En la siguiente tabla presenta el grado de flexibilidad que se puede alcanzar con diferentes combinaciones de cubas de 12000 y 24000 litros.

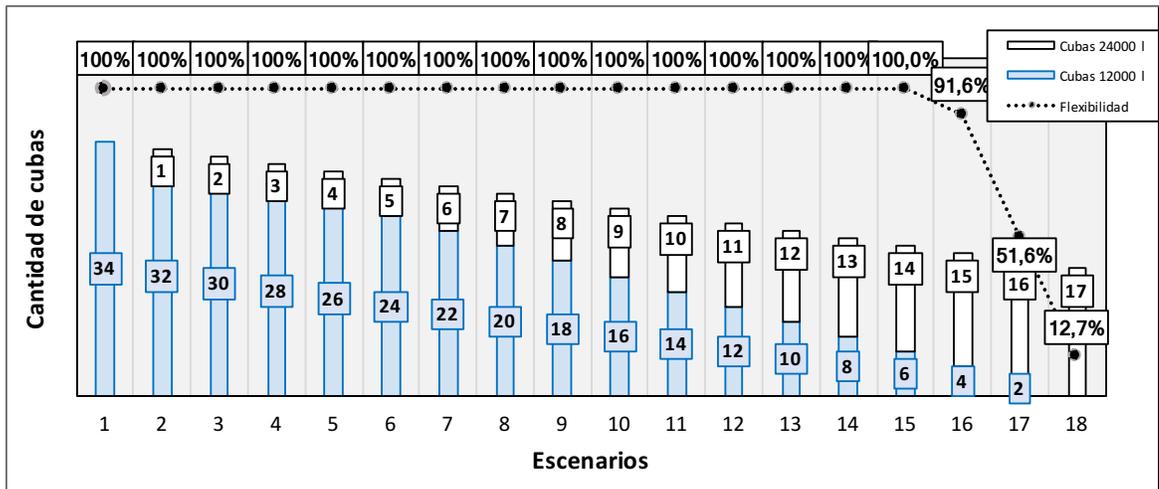


Figura 4.28. Niveles de flexibilidad para distintas combinaciones de cubas

Al igual que antes, se decide incorporar el penúltimo caso al análisis.

Se puede observar que en un 61,4% de las instancias el caso base genera una cantidad esperada de botellas pospuestas mayor o igual que en los casos 1 y 2, y que la cantidad total de vino embotellado para el caso base es mayor o igual a la de los casos 1 y 2 en el 93% de las instancias. Aún así, los casos 1 y 2 posponen más en el 39% de los casos, las cuales corresponden a instancias de capacidad limitada.

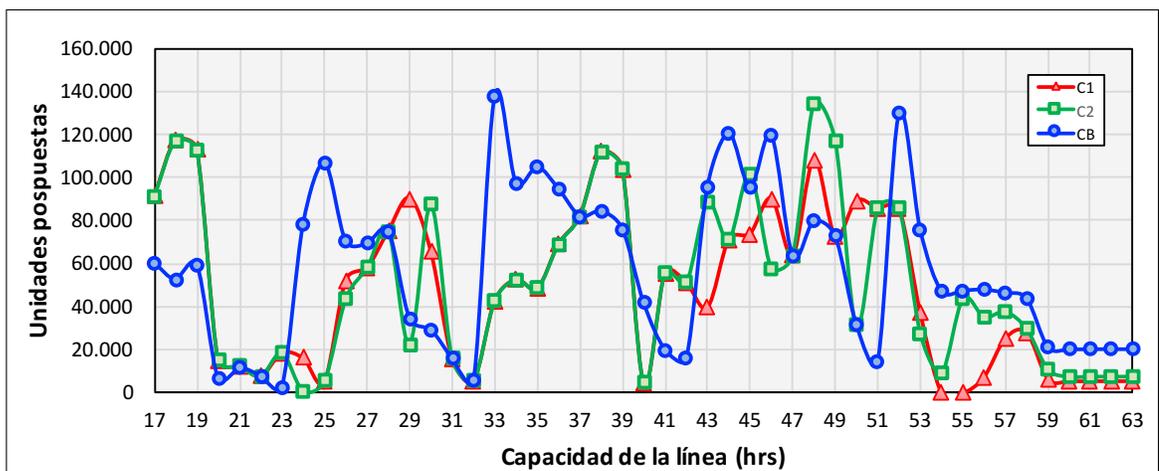


Figura 4.29. Cantidad de unidades pospuestas para los tres casos de interés y diferentes niveles de capacidad

También se puede constatar que en el 81 % de las instancias una mayor cantidad de producto intermedio se explica por una mayor cantidad de vino embotellada. Se reafirma, por tanto, que la posibilidad de posponer es utilizada fundamentalmente cuando la cantidad de vino a embotellar es mayor (sobre todo en escenarios de baja capacidad), pues de esta forma el modelo puede procesar mayor cantidad de vino.

Al comparar el caso base con el caso 1 se puede observar que en el 64 % de las instancias el caso base pospone al menos la misma cantidad de botellas y en el 80 % de las instancias una mayor cantidad de botellas pospuestas es consecuencia de un incremento en la cantidad de vino embotellado. Al comparar el caso base con el caso 2 se observa que en un 66 % de las instancias el caso base pospone al menos la misma cantidad de botellas y en el 90 % se cumple la relación de vino embotellado y botellas pospuestas.

La vía directa, al igual que durante todo nuestro análisis, aumenta al aumentar la capacidad. Por otro lado, al igual que para el modelo estocástico, mientras más flexible es el modelo menor es la diferencia entre la cantidad de botellas que pasan por la vía directa diferida y la cantidad de botellas pospuestas, porque los niveles de inventario de producto no terminado son menores y pueden manejarse de mejor manera (el caso base presenta mayores niveles de inventario intermedio que los otros dos casos en el 63,4 % de las instancias analizadas).

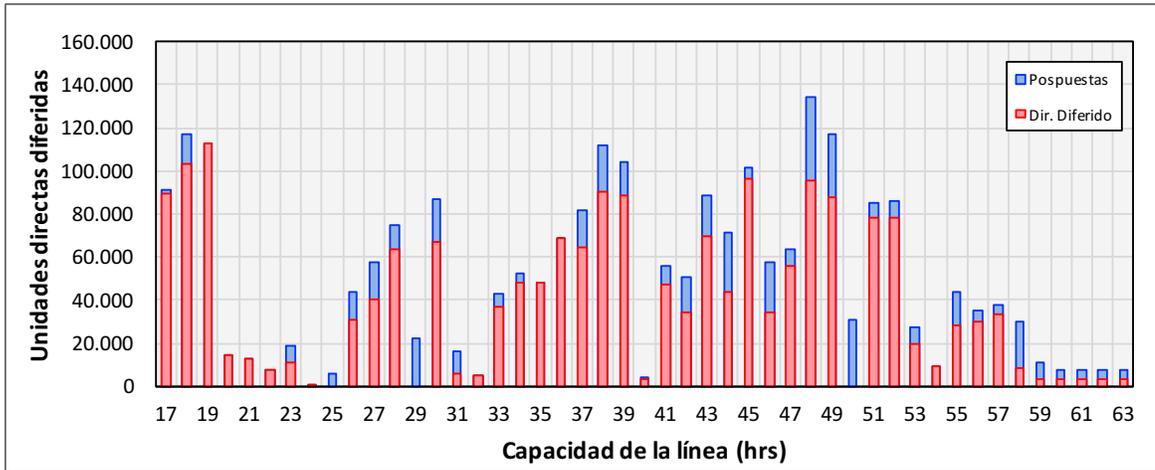


Figura 4.30. Cantidad de unidades pospuestas diferidas para el caso 2 para diferentes niveles de capacidad

Como en el modelo estocástico, los niveles de inventario para los casos 1 y 2 no tienen una tendencia tan clara al alza y son muy inferiores a los del caso base, sobre todo cuando la capacidad es alta. Por ejemplo, el caso 2 permite manejar (en promedio) un 39 % menos de inventario de producto intermedio que el caso base, sin incrementar la función objetivo.

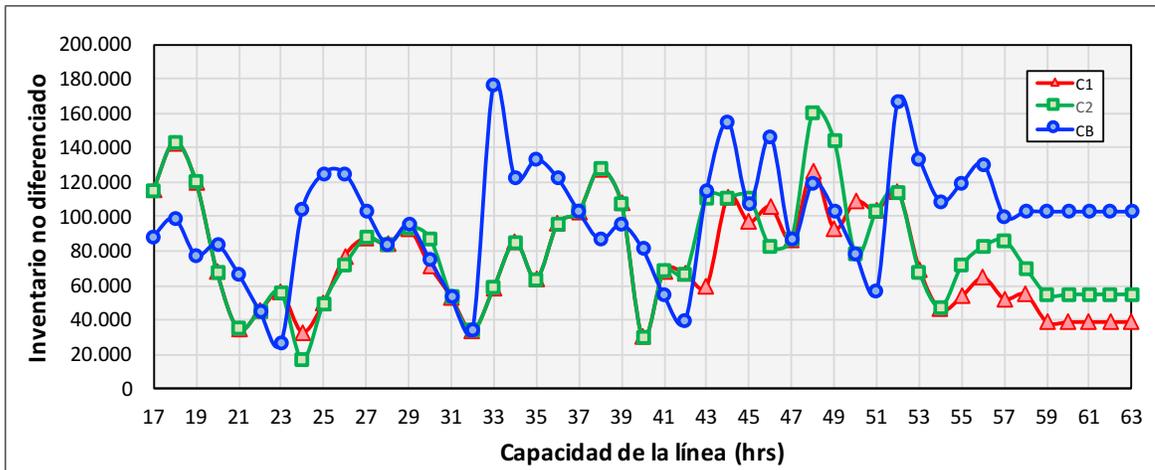


Figura 4.31. Niveles de inventario de producto intermedio para los tres casos de interés y diferentes niveles de capacidad

Por otro lado, como ya se mencionó anteriormente, el análisis de producto diferenciado se reduce a analizar la producción extra por sobre los extremos derecho de cada intervalo para  $D_j^t$ . Al igual que en el caso base, no se observan preferencias en la elección de alguna etiqueta. Sin embargo, a diferencia de la lógica observada para el caso base (no escoger una etiqueta para almacenar inventario si la cantidad de vino remanente es muy superior al extremo izquierdo), acá no siempre ocurre lo mismo. Sin embargo, en estos casos es posible construir una solución equivalente (con la misma función de costos) de modo que se conserve la lógica, pues se tiene la hipótesis de que proceder de esta forma puede mejorar el desempeño al evaluar la solución para distintas realizaciones del valor de la demanda, dado que se evita mantener inventario de un producto incluso si la realización de  $D_{ij}^t$  alcanza su valor mínimo.

Por último, analizamos las diferencias de la función de costos robustecida, para valorar la flexibilidad que se logra utilizando cubas de diferente tamaño. La siguientes figuras muestran las diferencias porcentuales y absolutas al comparar el caso base con el caso 2 y el caso 1.

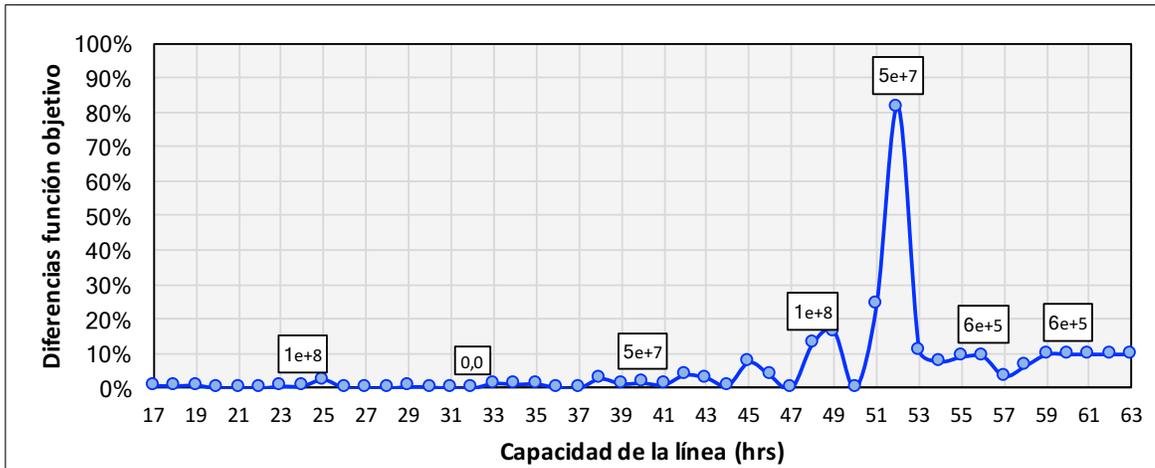


Figura 4.32. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de contar solamente con cubas de 12000 litros (caso 1) para diferentes niveles de capacidad

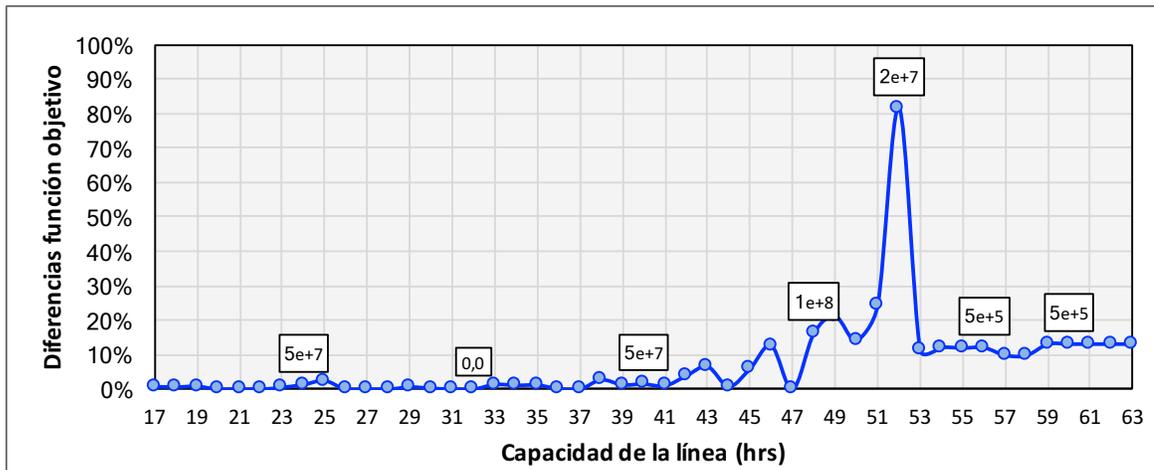


Figura 4.33. Disminución en la función de costos esperados como consecuencia de incrementar en dos las cubas de 12000 litros (caso 2) para diferentes niveles de capacidad

Es posible verificar que la flexibilidad que entregan 2 cubas de 12000 litros es suficiente para reducir considerablemente los valores de la función objetivo, tanto en términos absolutos como en términos porcentuales. Además, incluso cuando la capacidad es alta las diferencias en costos siguen siendo considerables por los altos niveles de inventario asociados a la pérdida de flexibilidad, exactamente lo mismo que observamos previamente al analizar el modelo estocástico. De nuevo, las diferencias entre el caso 2 y el caso 1 son considerablemente bajas tomando en cuenta que el caso 2 solo trabaja con la flexibilidad de dos cubas de 12000 litros. Adicionalmente podemos advertir que las diferencias porcentuales son inferiores a las percibidas utilizando el modelo estocástico, pues estamos comparando la función de costos robustecida.

Por último, respecto a cómo el modelo utiliza las cubas de 12000 litros en el caso 2, se puede comprobar que en el 11.4 % de las instancias se utilizan ambas cubas para almacenar vino 1, en un 72.3 % de ellas el modelo ocupa una cuba para cada tipo de vino, y en el 12 % restante dichas cubas no son utilizadas. Tal como antes, se puede concluir que la manera más eficiente de utilizar la flexibilidad que brindan ambas cubas es hacerlo destinando una para cada tipo de vino.

Resolvemos también el problema utilizando 17 cubas de 24000 y 1 cuba de 6000 litros. En primer lugar, la cantidad de vino total embotellado aumenta y decrece con respecto al caso base sin un patrón aparente. Este es el mismo fenómeno observado previamente para el modelo estocástico, pues el modelo utiliza la cuba pequeña para permitirse procesar mayor cantidad de vino (49 % de las instancias) para protegerse más frente a la incertidumbre, para procesar menos vino (21 % de las instancias) para disminuir la cantidad de vino remanente a embotellar y, en consecuencia, poder producir más producto terminado, o simplemente para disminuir su inventario.

La curva de unidades pospuestas en esta nueva situación se ve exacerbada con respecto al caso base en escenarios en que la capacidad de la línea es muy baja, pues es la manera en que es posible producir más producto terminado. Además, en dichas instancias el caso base suele embotellar una menor cantidad de vino (dado que las cubas de 24000 litros son menos flexibles). A medida que la capacidad comienza a aumentar el caso base produce más producto intermedio, ya que la flexibilidad de la cuba pequeña permite disminuir el vino remanente a embotellar.

La siguientes imagen contiene la curva de unidades pospuestas para ambos casos.

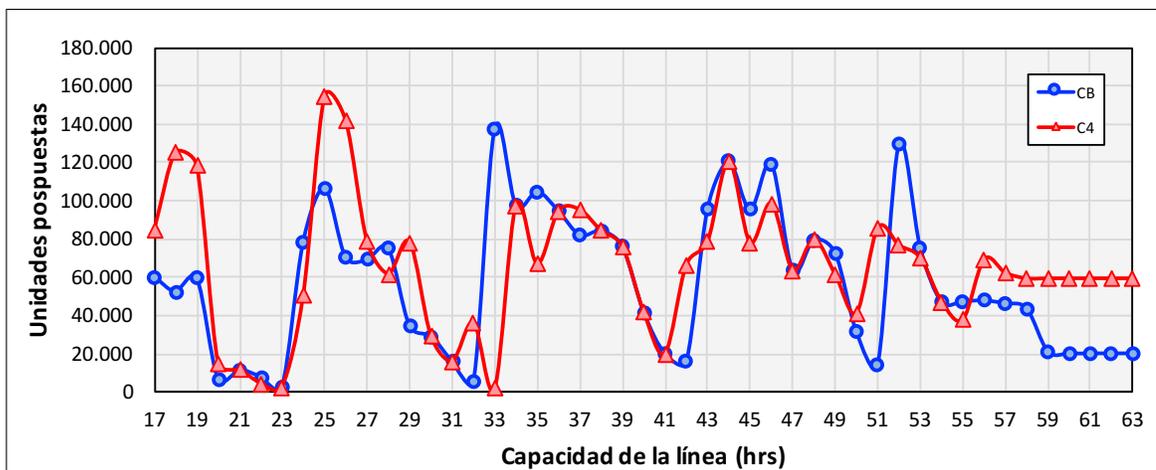


Figura 4.34. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

Sorpresivamente, en la parte final de la curva, el caso base vuelve a posponer menos unidades e incluso procesa menos vino que su contraparte, lo cual parece contraintuitivo, ya que anteriormente dijimos que en escenarios de capacidad alta debiera utilizarse la cuba pequeña fundamentalmente para disminuir los niveles de inventario. Sin embargo, esto es exactamente lo que ocurre: a pesar de aumentar la cantidad de vino total embotellado en la línea y la cantidad de unidades pospuestas, se logra disminuir los niveles promedios de inventario en la línea, por medio de la utilización de la cuba pequeña en el primer periodo de producción (que evita conservar altos niveles de inventario en los dos primeros periodos).

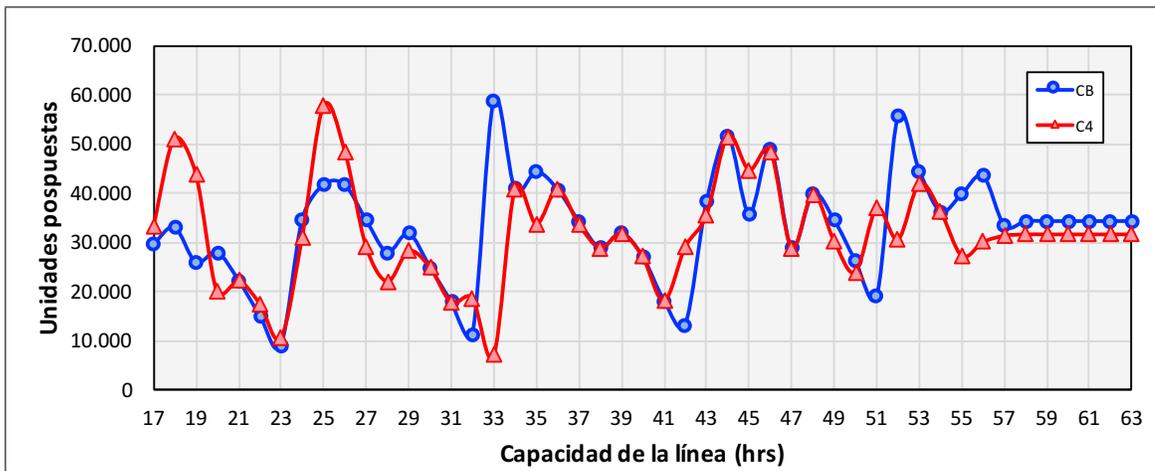


Figura 4.35. Niveles de inventario de producto intermedio para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

Los niveles de inventario de producto diferenciado no presentan variaciones entre los diferentes casos. Por último, en un 74 % de las instancias pospone más botellas aquel modelo que procesa más vino, manera esencial de contrarrestar las exigencias del enfoque push.

#### 4.1.4. Costos de inventario

En tercer lugar se analiza el efecto de modificar los costos de inventario. Analizamos cuatro situaciones:

- Caso 1: Se consideran costos idénticos para inventario de producto intermedio e inventario de producto terminado ( $\alpha = \beta = 10$ ).
- Caso 2: Se trabaja con costos diferenciados para ambos tipos de producto, de modo que los costos de inventario de producto terminado sean mucho mayores que los de producto intermedio ( $\alpha = 10, \beta = 150$ ).
- Caso 3: Se incrementa 10 veces el valor de ambos costos ( $\alpha = 100, \beta = 150$ ).
- Caso 4: Se incrementa 100 veces el valor de ambos costos ( $\alpha = 1000, \beta = 1500$ ).

Este análisis se lleva a cabo al mismo tiempo que variamos la capacidad de la línea, y cada una de estas situaciones la comparamos con respecto al caso base ( $\alpha = 10, \beta = 15$ ).

##### 4.1.4.1. Modelo Estocástico

Primero reducimos los costos de inventario de producto ya terminado, de modo que sean los mismos que los costos de almacenar producto intermedio (caso 1).

Los resultados para este análisis muestran que las soluciones son prácticamente las mismas que las del caso base, especialmente cuando la capacidad de la línea es limitada ( $L_k, B_k < 41$ ). Esto es, nuevamente, consecuencia de exigir embotellar completamente la cuba, pues al estar muy limitado de capacidad se debe posponer para aprovechar al máximo la capacidad de la línea, aun si los costos de inventario son los mismos para ambos tipos de producto (recordemos que procesar un producto completamente toma más tiempo). Sin embargo, a medida que la capacidad comienza a ser suficiente, las soluciones entre el caso base y el caso 1 difieren. A pesar de que el modelo procesa exactamente la misma cantidad de vino, el modelo deja de posponer y prefiere almacenar inventario de producto terminado, pues cuenta con capacidad suficiente como para embotellar la cuba

por la vía directa y porque de esa manera evita también setear la línea únicamente para embotellar.

La siguiente figura ilustra la cantidad de botellas pospuestas en ambos casos. En ella se puede observar el comportamiento descrito anteriormente.

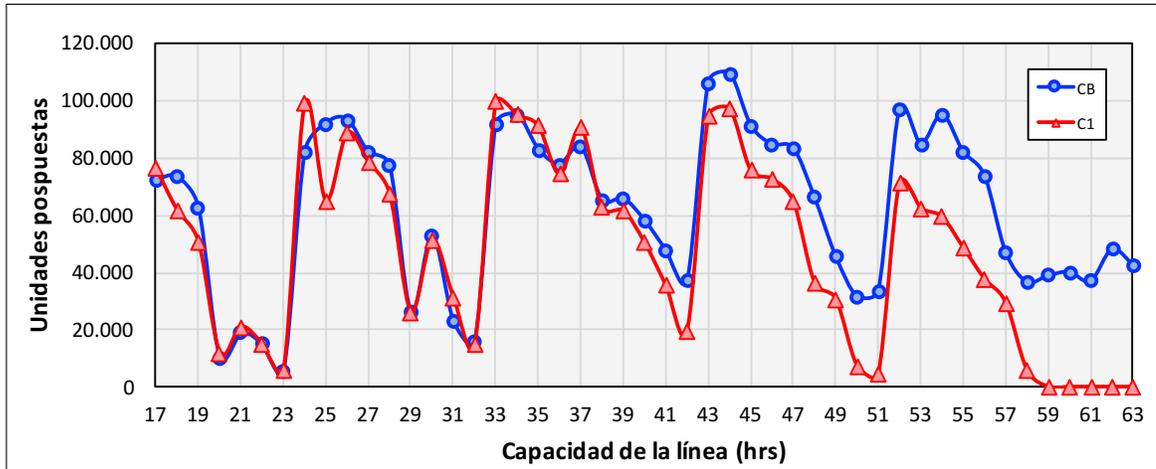


Figura 4.36. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad

En concordancia con lo anterior, dado que la cantidad de vino procesada es la misma y a que la cantidad de botellas pospuestas disminuye cuando la capacidad es alta, la cantidad de botellas que son procesadas por la vía directa aumenta, lo que deriva en una disminución de los niveles de inventario de producto intermedio, y en un incremento de los niveles de inventario de producto diferenciado. En relación a esto último, el modelo mantiene la tendencia a almacenar inventario de aquel producto con algún escenario con baja demanda.

Para el caso 2, tal como antes, las soluciones son robustas ante cambios en los costos de inventario cuando la capacidad es baja (e incluso cuando  $L_k, B_k < 50$ ). Esto es lógico si consideramos que en el caso base  $\beta > \alpha$ ), de manera que el modelo tiene una tendencia clara a preferir conservar inventario de producto intermedio, excepto en los casos en que almacenar producto terminado signifique evitar preparar la línea para algún producto en

particular en periodos posteriores. Así, la diferencia entre las soluciones se produce únicamente cuando la capacidad es muy alta y la restricción de capacidad está activa para algún escenario del árbol. En este escenario el modelo disminuye los niveles de inventario de producto diferenciado y aumenta el inventario de producto intermedio (para etiquetarlo posteriormente). Sin embargo, todavía existe una cantidad importante de inventario de producto terminado (inferiores por muy poco a las del caso base), pues como la restricción de capacidad está activa (aunque el modelo sea capaz de satisfacer toda la demanda), la única forma de satisfacer dicha demanda requiere de almacenar inventario de producto terminado en algún periodo anterior. La siguiente figura ilustra la curva de unidades postpuestas:

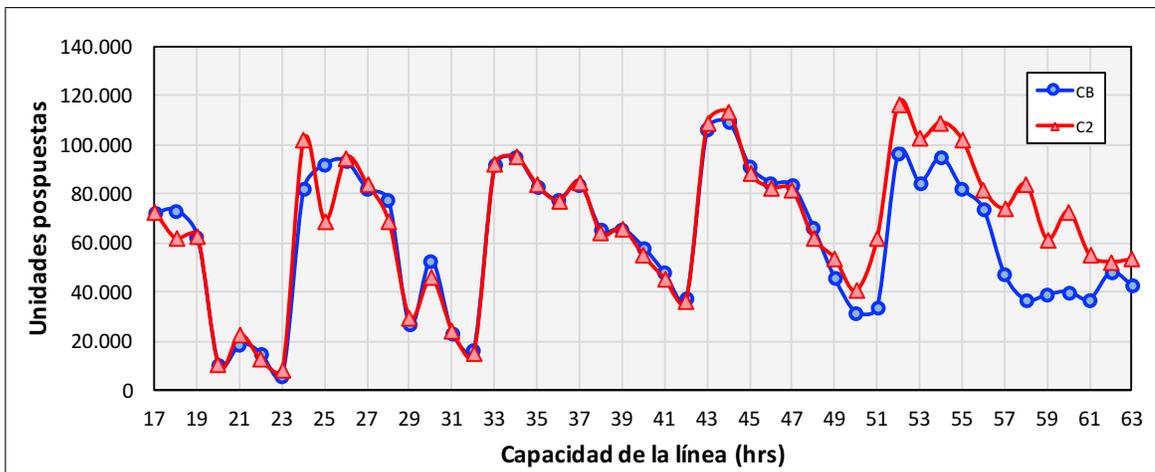


Figura 4.37. Cantidad de unidades postpuestas para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad

En consecuencia, dado que incrementa la cantidad de unidades postpuestas, disminuye la cantidad de unidades que pasan por la vía directa. También aumentan los niveles promedio de inventario de producto intermedio y decae la cantidad promedio de unidades almacenadas como producto diferenciado, aun cuando la cantidad de unidades que son etiquetadas en la línea incrementa con respecto al caso base.

Para el caso 3, a diferencia de los casos anteriores, prácticamente no existen diferencias entre las soluciones obtenidas con respecto al caso base. Más concretamente, de las 47 instancias analizadas, solo existe una ( $B_k = L_k = 57$ ) en la cual las soluciones difieren. La principal diferencia entre las soluciones es que al aumentar los costos de inventario se decide posponer un poco menos, retrasando una mayor cantidad de demanda, a fin de evitar conservar altos niveles de inventario. Aun así, para esa instancia la lógica del resto de las variables permanece inalterada: la cantidad total de vino embotellado, la cantidad de unidades que pasan por la vía directa y los niveles de inventario de producto terminado siguen siendo los mismos. Este resultado tiene sentido si se considera que los costos de inventario siguen siendo los más bajos (100 veces menos que los costos por atraso), que la cuba debe sí o sí procesarse completamente por el enfoque push del modelo y que los costos entre producto intermedio y producto terminado siguen en la misma proporción que en el caso base ( $\alpha : \beta = 2 : 3$ ).

Finalmente, analizamos los resultados del modelo ante un incremento de 100 veces en ambos costos (caso 4). Acá se observa que en solo siete instancias la solución es la misma que la que se obtiene en el caso base, todas cuando la capacidad de la línea es baja ( $B_k, L_k < 23$ ), consecuencia del enfoque push con el que se aborda el modelo. Dado que los costos de inventario son muy altos y a que se exige embotellar toda la cuba, el modelo no cuenta con tantos incentivos para abrir cubas, pues el retraso de una unidad demandada equivale, en términos de costo, a 10 unidades almacenadas en inventario. Esto último se plasma claramente en los resultados pues con esta estructura de costos no se procesa nunca más vino que en el caso base (de hecho se procesa menos vino en el 77 % de las instancias). Además, la cantidad total de producto terminado es siempre inferior a la que genera el caso base.

Si bien la cantidad de vino embotellado es menor, la curva de unidades que pasan por la vía directa crece con respecto al caso base, lo cual deja de manifiesto que el modelo intenta evitar mantener producto en inventario y prefiere procesar lo que más puede por la vía directa. La siguiente figura ilustra el comportamiento descrito anteriormente:

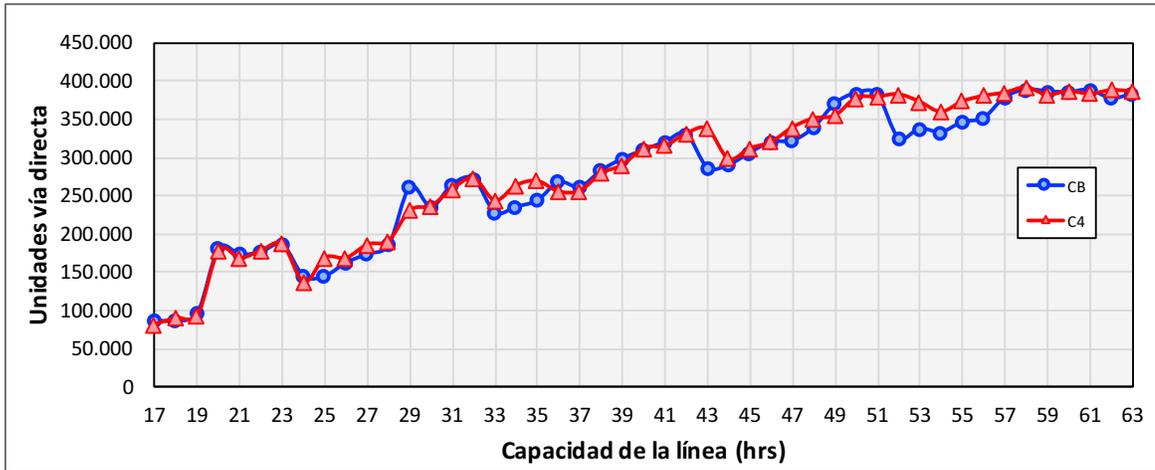


Figura 4.38. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

El impacto en el incremento de los costos se refleja también en la cantidad de unidades pospuestas, curva que disminuye considerablemente con respecto a la situación inicial. La siguiente imagen muestra la cantidad de unidades pospuestas en los diferentes casos:

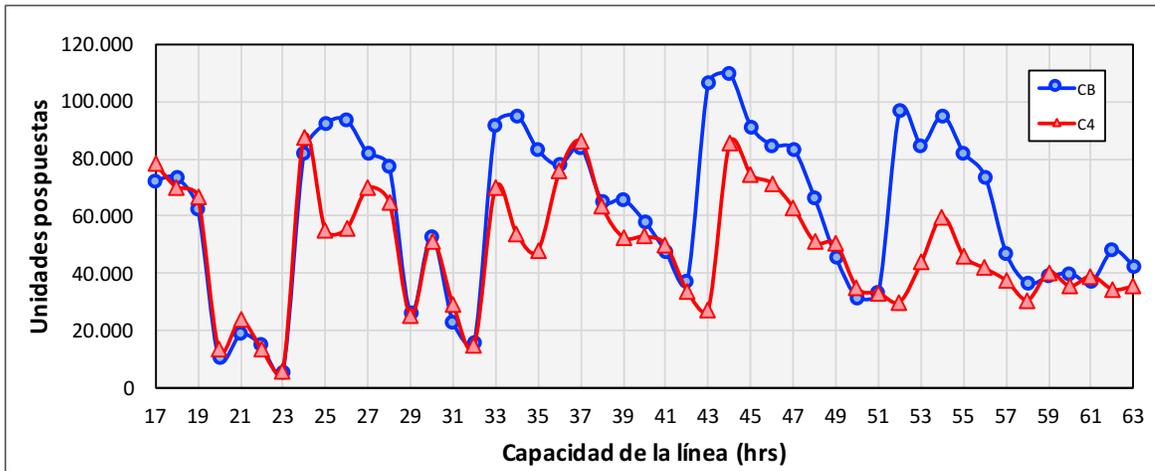


Figura 4.39. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

Esto quiere decir que la posibilidad de posponer ya no es concebida como una manera de ahorrar capacidad en la línea (ya no es tan atractivo cumplir con la demanda), sino

que se usa mayoritariamente para embotellar el vino remanente de la cuba. Ligado a lo anterior, los niveles promedio de inventario de producto intermedio decaen. Sin embargo, los niveles promedio de inventario de producto diferenciado, si bien inferiores, siguen siendo similares a los que encontramos en el caso base, pues al no ser cantidades tan grandes (inferiores a las 15000) sigue siendo más atractivo utilizar ese inventario para poder satisfacer más demanda por medio de un ahorro en la capacidad de la línea.

Adicionalmente estudiamos cómo cambia la solución anterior al utilizar la flexibilidad adicional de contar con una cuba pequeña de 6000 litros. Comparando los resultados con respecto a lo analizado en los párrafos anteriores, podemos concluir que no existen diferencias relevantes en la cantidad total de vino embotellado ni en la cantidad total de unidades producidas en la línea: el modelo utiliza o no la cuba adicional según le convenga para algún propósito en particular (disminuir inventario o producir más producto terminado, como mencionamos previamente). De hecho, la diferencia principal es que con la flexibilidad extra de la cuba pequeña el modelo se protege evitando conservar niveles más alto de inventario de producto intermedio, procesando una mayor cantidad de unidades por la vía directa y etiquetando una mayor cantidad de unidades de producto intermedio.

#### **4.1.4.2. Modelo Robusto**

Para el modelo robusto, realizamos el mismo análisis. En el caso 1, dado que el modelo se encuentra robustecido y los costos por atraso son mucho mayores a los costos de inventario, la estrategia es siempre producir en el extremo derecho de  $D_{ij}^t$ . La siguiente figura muestra la cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de capacidad en la línea:

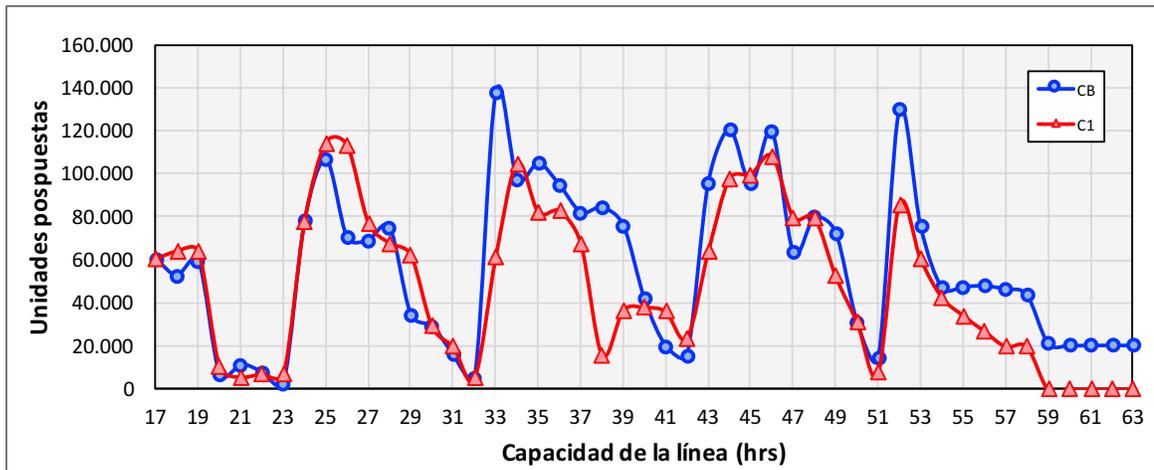


Figura 4.40. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad

A pesar de que se observan diferencias importantes con respecto al caso base, lo cierto es que existe un rango en la capacidad de la línea en el cual las soluciones de ambos casos difieren pero tienen un mismo costo asociado (soluciones equivalentes). También, dado que se fijaron criterios de parada en la resolución del modelo, existen instancias en las que con una determinada estructura de costos el modelo encuentra una solución que se comporta mejor en ambas funciones objetivos, de modo que solo existe evidencia para afirmar que las soluciones entre los diferentes casos difieren cuando  $B_k, L_k > 47$  (lo cual es consecuente, una vez más, con el enfoque push utilizado en este trabajo y consistente también con la robustez del modelo).

Cuando la capacidad es menor a 47 hrs el modelo sigue limitado en capacidad productiva, de modo que conservar inventario de producto diferenciado no es tan atractivo como conservar inventario de producto intermedio y luego diferenciarlo, incluso si los costos son los mismos. Por el contrario, cuando la capacidad es mayor a 47 hrs se puede observar el mismo comportamiento explicado previamente para el modelo estocástico, esto es, la cantidad de vino procesada es la misma en los dos casos, pero la cantidad de unidades

pospuestas disminuye, de modo que el vino procesado por la vía directa incrementa. También disminuyen los niveles promedio de inventario de producto intermedio y aumentan los niveles promedio de inventario de producto diferenciado (aun cuando la cantidad de unidades etiquetadas en la línea disminuye, pues la cantidad de producto terminado que se produce en la línea es mayor al bajar los costos de inventario de producto terminado):

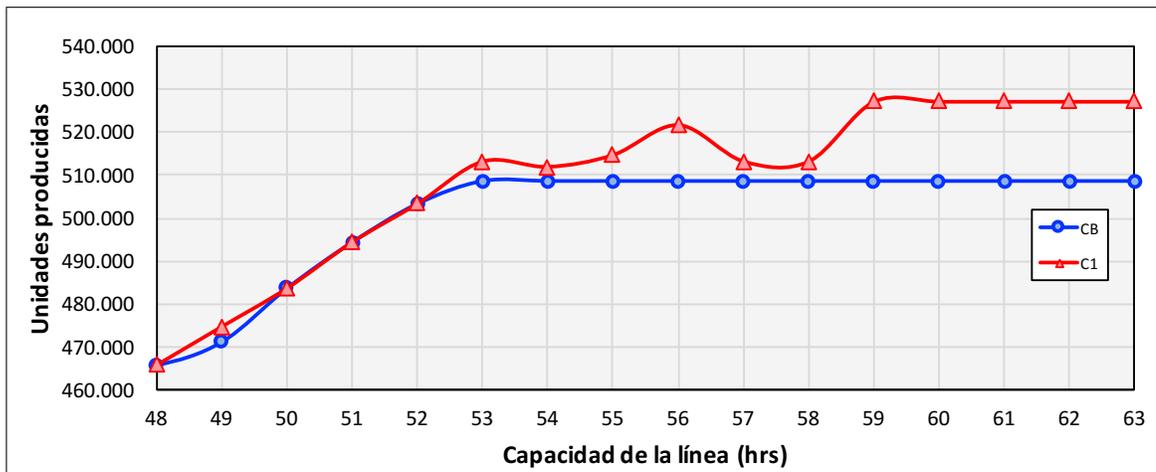


Figura 4.41. Cantidad total de producto terminado producido para el caso base y el caso 1 para diferentes niveles de capacidad

En otras palabras, disminuir el valor de  $\beta$  le permite al modelo robustecerse más ante la incertidumbre en la demanda, aumentando su producción, ya que mantener niveles altos de inventario no tiene gran impacto en la función de costos.

Para el caso 2 el *trade off* entre costos de inventario de producto terminado y de unidades retrasadas se inclina un poco menos a favor de satisfacer la demanda. Al igual que para el caso anterior y para el caso estocástico, existe un rango bastante amplio en el cual las soluciones son idénticas o equivalentes ( $B_k, L_k < 50$ ). De hecho, en la parte final de la curva (cuando la capacidad es alta), aunque las soluciones son distintas siguen existiendo grandes similitudes entre ellas (por ejemplo, el vino total procesado, la vía intermedia y la vía directa son muy similares en términos de cantidad). Además, en esa parte el modelo no muestra tendencia a incrementar la cantidad de unidades pospuestas para disminuir costos

de inventario (con excepción de algunas instancias), tal como se puede ver en la siguiente imagen:

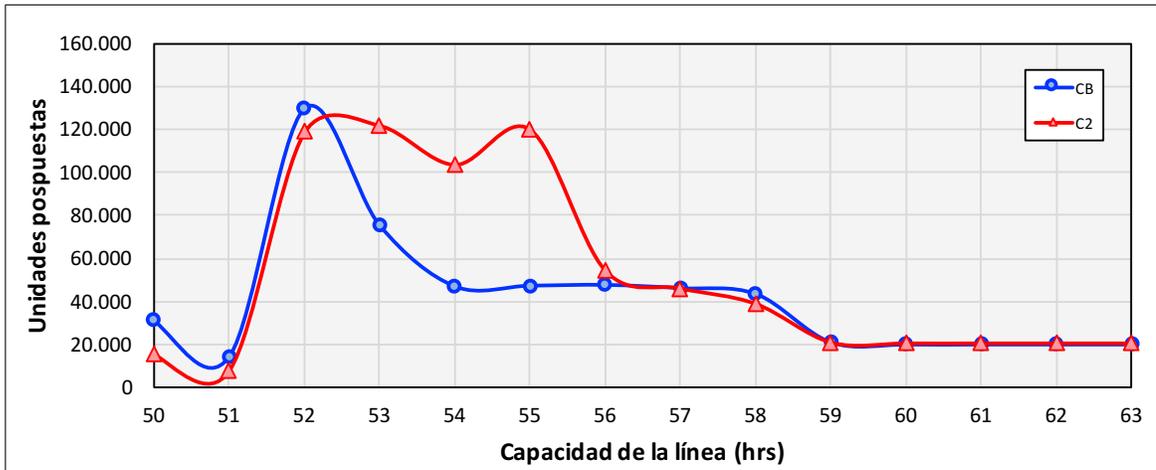


Figura 4.42. Cantidad de unidades postpuestas para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad

Como mencionamos, en la parte final de la curva solo existen algunas instancias en las que el modelo aprovecha de conservar más inventario de producto intermedio para luego diferenciarlo. Por tanto, la única diferencia clara (no demasiado relevante) es la cantidad de unidades de producto terminado producida en la línea. Para el caso base esta cantidad es siempre mayor, pues el  $f$  entre inventario y demanda está muy inclinado a favor de satisfacer la demanda, por tanto, incrementar los costos de inventario desplaza el equilibrio y ese desplazamiento se traduce en un decaimiento de 1539 unidades de producto terminado (se evita conservar 15390 unidades terminadas en inventario).

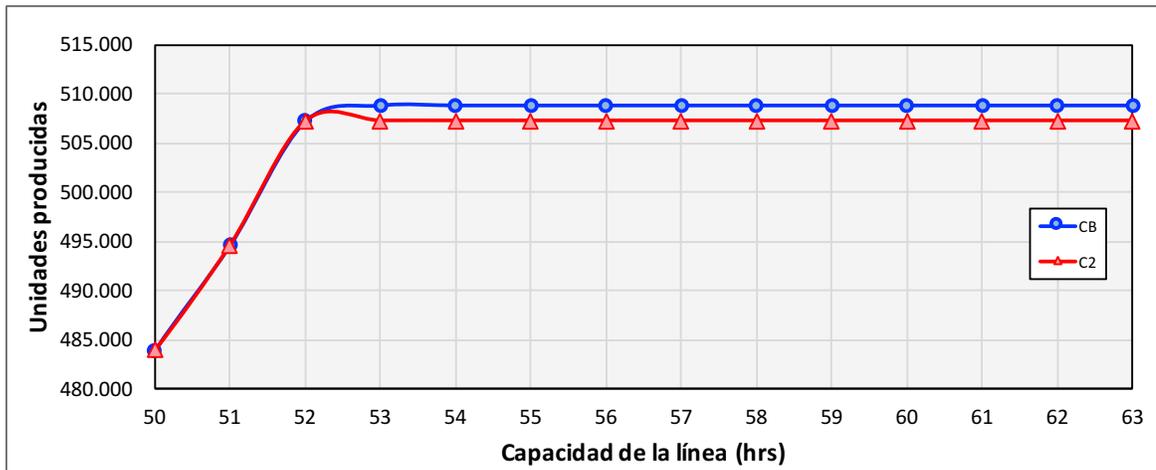


Figura 4.43. Cantidad total de producto terminado producido para el caso base y el caso 2 para diferentes niveles de capacidad

Lo mismo ocurre cuando incrementamos diez veces los costos de inventario de ambos tipos de producto (caso 3): cuando la capacidad es baja (e incluso cuando  $(B_k, L_k < 55)$ ) no existen diferencias entre las soluciones debido a la decisión discreta de procesar una cuba, y la robustez que exagera la demanda para la cual se prepara el modelo. Por otro lado, cuando la capacidad es de al menos 55 hrs existen pequeñas variaciones entre las soluciones obtenidas con respecto a las del caso base. Como antes, con los costos originales el modelo intenta siempre resguardarse produciendo más (la relación con los costos por atraso son de 1:1000), mas ante un aumento en los costos de inventario prefiere ceder un poco en términos de demanda, es decir, producir menos (para disminuir sus niveles de inventario de producto terminado). Sorpresivamente, la disminución de producto terminado en la parte final de la curva es de 1539 unidades, exactamente la misma cantidad que se dejaba de producir en el caso 2. La lógica para el resto de las variables permanece inalterada con respecto al caso base.

Finalmente, analizamos los resultados del caso 4, situación en la cual el modelo no tiene tantos incentivos para abrir cubas y procesar vino. Acá se observa que los resultados son los mismos que los del caso base cuando la capacidad de la línea es pequeña ( $B_k, L_k <$

23), lo cual remarca nuevamente las consecuencias de utilizar un enfoque push. A partir de las 24 hrs, sin embargo, es posible observar que las soluciones comienzan a diferenciarse entre un caso y otro, principalmente a través de la disminución en la cantidad de unidades pospuestas y de la disminución de la cantidad total de vino embotellado en la línea (en un 28 % de las instancias el modelo con los nuevos costos procesa menos vino que el caso base).

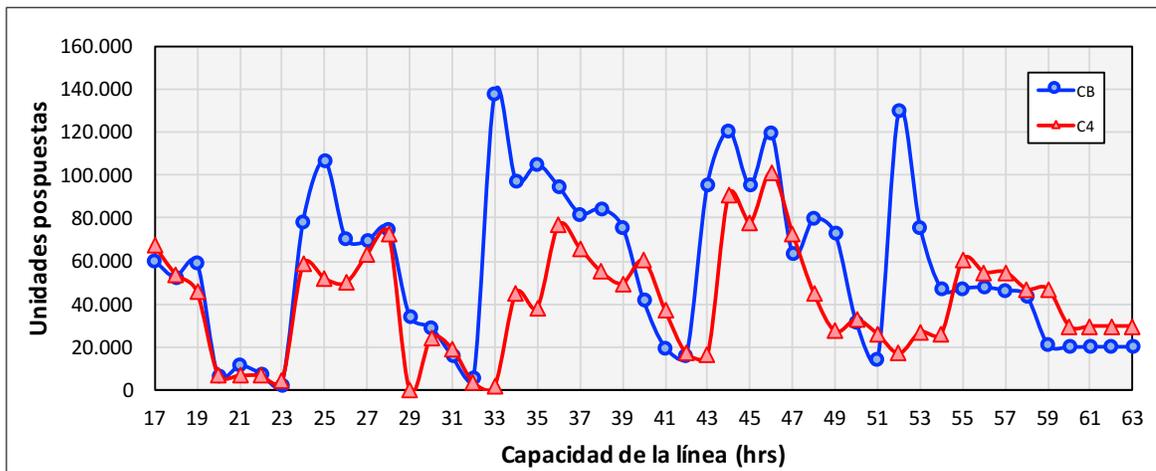


Figura 4.44. Cantidad de unidades pospuestas para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

Si bien en un 72 % de las instancias ambos casos procesan la misma cantidad de vino, el caso base genera una mayor cantidad de unidades pospuestas (o bien, menos por la vía directa). Este resultado es una consecuencia directa del incremento en los costos de inventario ya que ante un aumento en los costos el modelo intenta procesar lo que más puede por la vía directa, para evitar conservar inventario (almacenar producto intermedio para luego diferenciarlo se vuelve menos atractivo). Hay también instancias donde la cantidad de botellas pospuestas es mayor que la generada en el caso base, aunque la cantidad total de producto terminado producido en la línea es menor. Esto último se produce porque el caso base intenta generar siempre más producto terminado y al tener mayor capacidad para hacerlo procesa más por la vía directa, por lo cual la cantidad de unidades pospuestas son menores que las del caso 4.

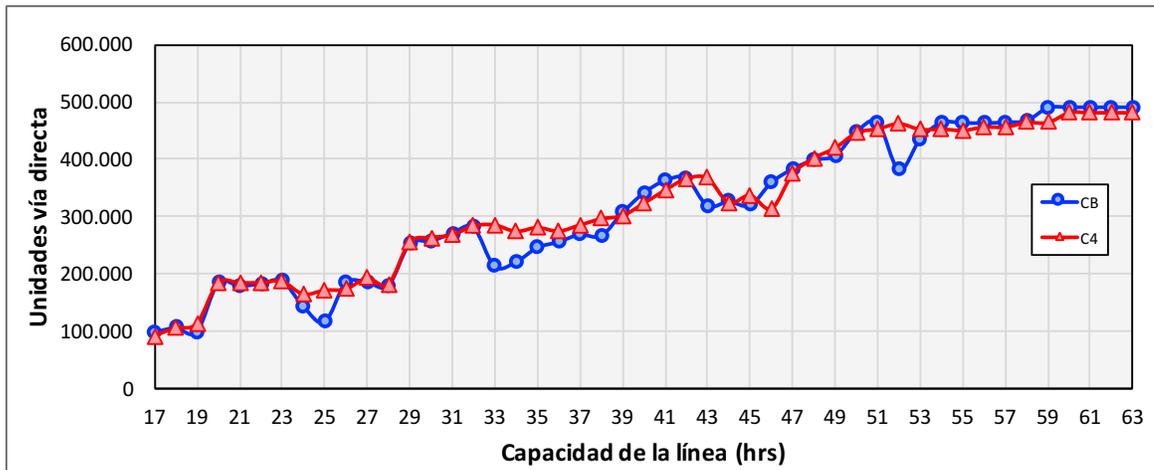


Figura 4.45. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para el caso base y el caso 4 para diferentes niveles de capacidad

Finalmente estudiamos, al igual que para el modelo estocástico, cómo cambia la solución anterior al incorporar una cuba pequeña de 6000 litros. En este caso, en general, al incorporar la cuba pequeña el modelo tiene mayor flexibilidad para procesar una mayor cantidad de vino para prepararse para mayores niveles de demanda. Incluso así, la curva de unidades pospuestas suele ser menor en esta nueva situación, es más, al incorporar esta cuba el modelo reduce considerablemente los niveles de inventario, sobre todo en instancias donde la capacidad de la línea es alta ( $> 55$  hrs).

#### 4.1.5. Presupuesto de incertidumbre

En esta sección se analiza el efecto que tiene variar el presupuesto de incertidumbre  $\Gamma_{ij}^t$  dentro del intervalo  $[0, 1]$  con saltos de 0,1 cada vez. Debido a que la función objetivo del modelo robustecido incluye el término  $\lambda_{ij}^t \Gamma_{ij}^t + \sum_{u \leq t} \beta_{ij}^t$ , los costos totales son estrictamente crecientes al aumentar el nivel de robustez y estrictamente decrecientes con la capacidad, tal como muestra la siguiente figura:

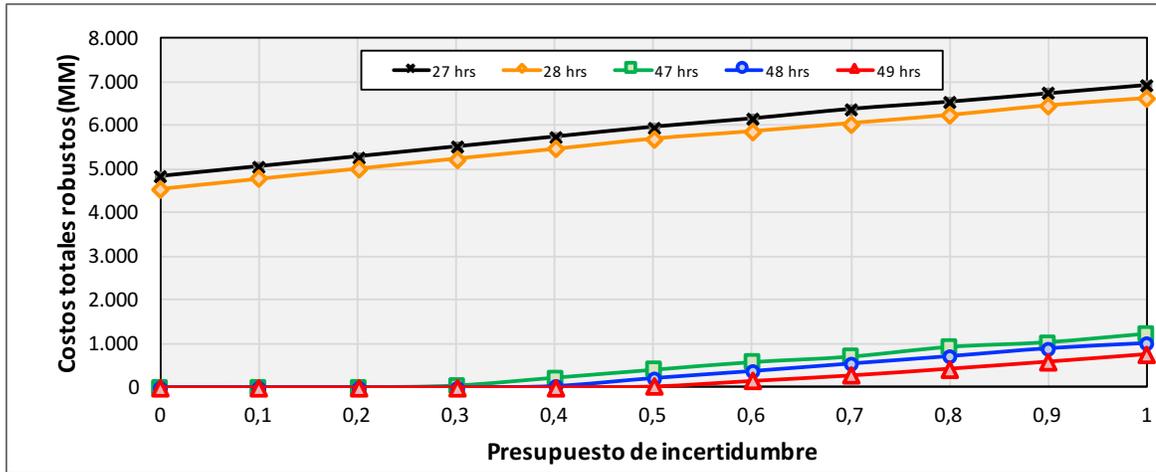


Figura 4.46. Costos totales robustos para diferentes niveles de robustez y capacidad

Por este motivo, para facilitar la comparación de usar diferentes niveles de robustez, las soluciones obtenidas por el modelo robusto son evaluadas en el modelo nominal, de donde se obtienen los valores de  $sd_{ij}^t$  y  $r_{ij}^t$  que desaparecen en la formulación robusta. En el caso de la función de costos robustecida, los resultados pueden presentarse completamente en un solo gráfico (por su carácter decreciente). Sin embargo, para el resto del análisis, debido a que trabajamos con 11 series de 47 instancias cada una (una serie de 47 instancias por cada valor de  $\Gamma$ ), agrupamos los resultados en cinco intervalos de capacidad disponible y presentamos su resultado promedio. La elección de los grupos se realiza de acuerdo a los ciclos en la curva de unidades postpuestas.

Al proceder de esta manera, se puede comprobar que la cantidad promedio de unidades postpuestas no parece incrementar a medida que se incrementa el presupuesto de incertidumbre. De hecho, en aquellos escenarios con capacidad baja las curvas son bastante planas porque las soluciones son muy parecidas entre ellas (la capacidad es tan poca que limita las decisiones, de modo que la robustez no tiene mucho peso en ese rango). Por otro lado, cuando la capacidad comienza a crecer el comportamiento es mucho más errático y no existe una tendencia clara de la cual sea posible establecer un patrón.

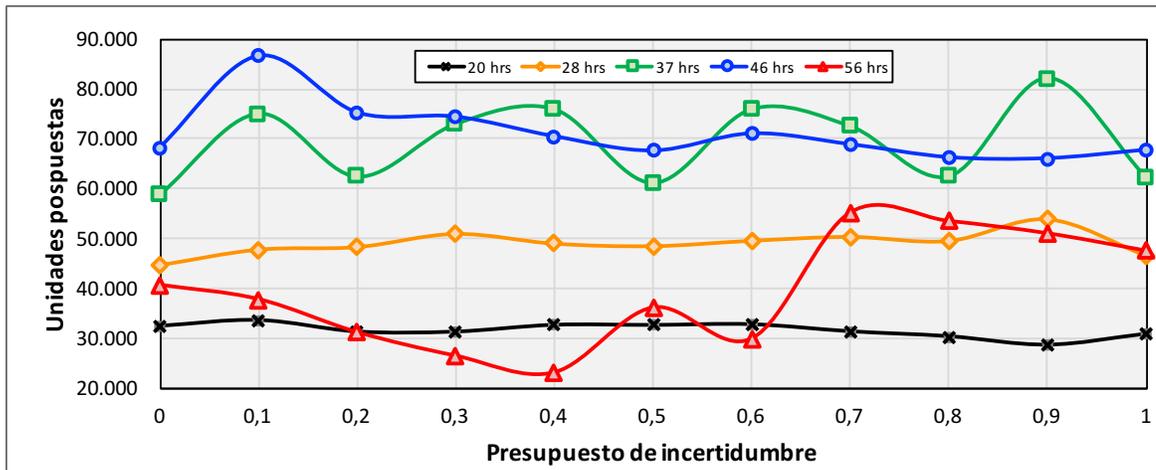


Figura 4.47. Cantidad de unidades pospuestas para distintos niveles de robustez y capacidades promedio

Es probable que este comportamiento errático se deba a que robustecer el modelo equivale de alguna manera a incrementar los niveles de demanda de producto terminado (en que la manera menos costosa de satisfacer esa demanda es utilizando la vía directa) y a que la posibilidad de posponer es una herramienta que se utiliza sobre todo para poder producir más sobre todo cuando la capacidad es limitada, pues en escenarios de capacidad alta su uso es más frecuente para embotellar el vino remanente de las cubas.

De hecho, si graficamos la curva total de unidades que pasan por la vía directa podemos comprobar que la cantidad de unidades procesadas completamente tiende a incrementar a medida que se aumenta la robustez, y sobre todo cuando la capacidad permite satisfacer la demanda.

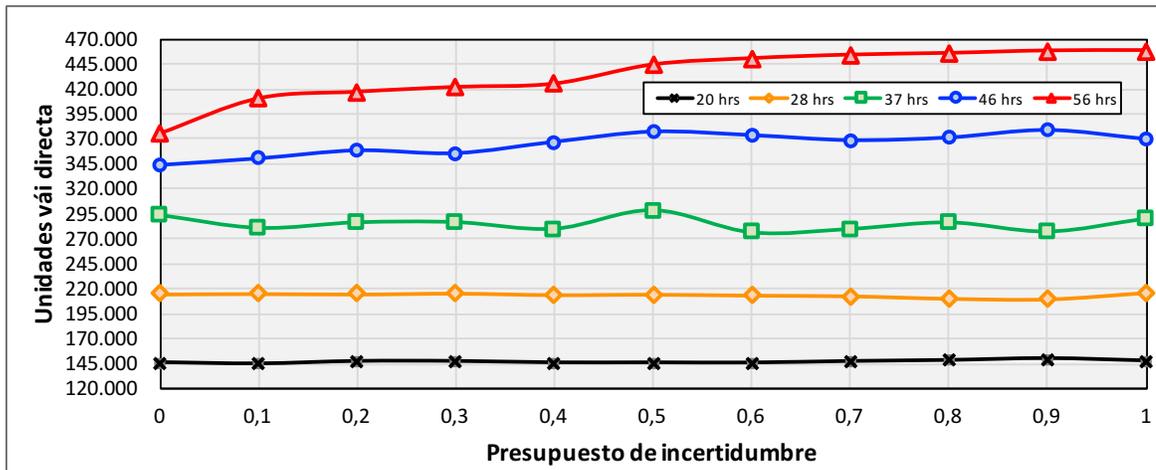


Figura 4.48. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para distintos niveles de robustez y capacidades promedio

Es más, en la siguiente figura queda de manifiesto que, cuando el modelo trabaja con capacidad, se pospone solamente para embotellar el sobrante, pues los niveles de inventario promedio se disparan con respecto a la cantidad de unidades pospuestas (no se utiliza gran parte del inventario). Si el modelo pospusiera con algún otro interés, los niveles de inventario no incrementarían tanto por sobre la cantidad de unidades pospuestas.

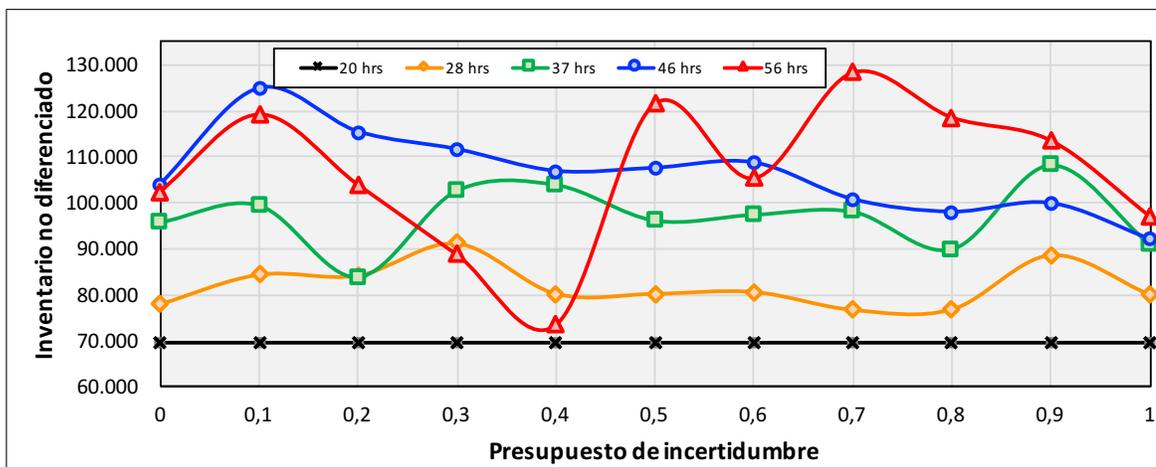


Figura 4.49. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de robustez y capacidades promedio

Por otro lado, con respecto a los costos de inventario de producto diferenciado, existe una tendencia clara de crecimiento cuando incrementa la robustez.

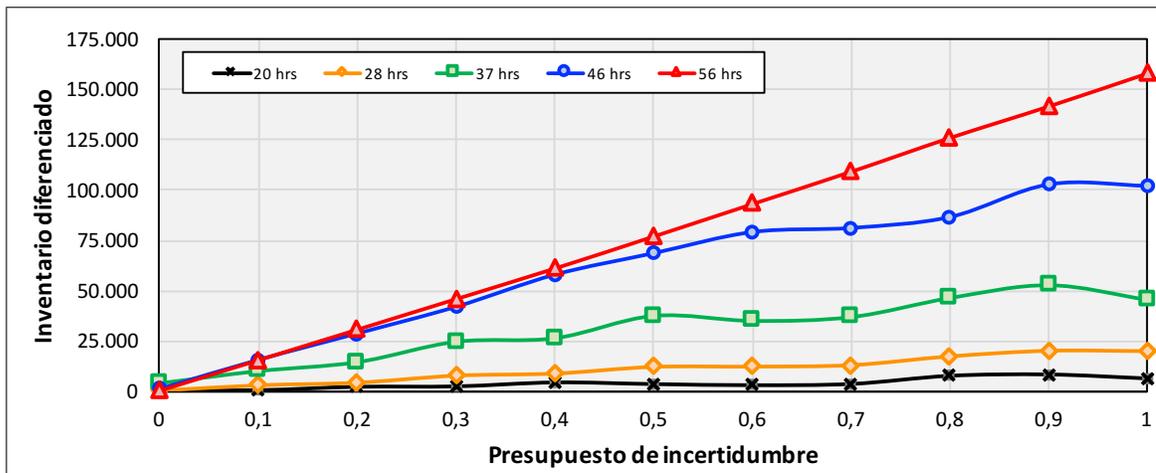


Figura 4.50. Niveles de inventario de producto terminado para distintos niveles de robustez y capacidades promedio

De nuevo, los costos de inventario de producto diferenciado son mucho menores que los costos por órdenes o pedidos retrasados, de modo que el modelo intenta siempre resguardarse produciendo más cuando la demanda es mayor a la esperada. Se debe recordar que los niveles de inventario presentados en la figura anterior son los que se obtendrían si las demandas observadas fueran las nominales.

Ahora bien, si se considera el exceso de producto embotellado por sobre el extremo derecho de cada intervalo robustecido (para cualquier nivel de robustez) no existe una preferencia clara del modelo al momento de optar por alguna etiqueta (pues se intenta proteger produciendo más en todas ellas). Se conserva, eso sí, el criterio de elección cuando el vino remanente sobrepasa algún extremo izquierdo. Cuando  $\phi = 1$  existen tres instancias en las cuales este criterio no se cumple, y se debe únicamente a que el modelo ocupa ese inventario para las demandas de los periodos 2 y 3, sin procesar ese producto en la línea.

Finalmente, se analizan los costos por órdenes retrasadas. El siguiente gráfico presenta el desempeño de las soluciones robustecidas si las demandas observadas correspondieran a las del caso nominal.

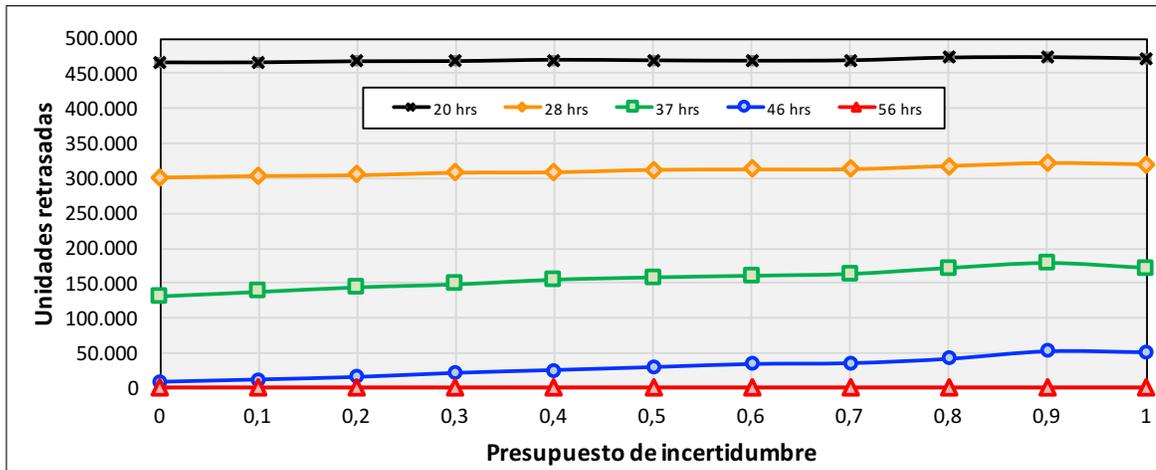


Figura 4.51. Cantidad de unidades retrasadas para distintos niveles de robustez y capacidades promedio

En la imagen se puede ver que la cantidad de unidades retrasadas se mantiene estable en escenarios en que la capacidad de la línea es muy baja. Esto ocurre porque, si bien el modelo robustecido se intenta preparar para un peor caso, la capacidad es tan baja que solo puede alcanzar a embotellar una pequeña cantidad de botellas, de modo que la solución es la misma que se obtendría con robustez cero.

A medida que la capacidad crece se empiezan a observar las primeras diferencias relevantes. Esto puede parecer poco intuitivo, pues dijimos que el modelo robusto se prepara para demandas más grandes e incluso así le cuesta más cumplir con las demandas del caso nominal. Lo anterior sucede porque el modelo se robustece ante incrementos en su demanda en todas las etiquetas, y al hacerlo existen etiquetas para las cuales se queda corto. De hecho, cuando la capacidad de la línea es suficiente para robustecerse frente a todas estas demandas, se observa que los costos decaen al mínimo.

#### 4.1.6. Variabilidad de la demanda

Debido a que la opción de posponer evita diferenciar producto de manera innecesaria, un incremento en la variabilidad de la demanda debiera ser abordado por medio de un mejor uso de la posibilidad de posponer. Como el remanente de vino es siempre una cantidad no menor, se cree que los niveles de unidades pospuestas pueden ser similares a pesar de la variabilidad. Sin embargo, al existir una cantidad máxima de materia prima disponible, un modelo con mayor variabilidad en sus datos debiera hacer un mejor uso de sus niveles de inventario, etiquetándolos en los diferentes escenarios de demanda. Estudiamos entonces los efectos de incrementar la variabilidad en la demanda para distintos niveles de capacidad operativa.

##### 4.1.6.1. Modelo Estocástico

Si bien trabajar con un modelo estocástico exige conocer la distribución de probabilidades de los datos con incertidumbre, se crearon 11 grupos de instancias (todos con la misma demanda esperada) pero con diferentes niveles de variabilidad. El caso base resuelto en secciones previas tiene desviaciones  $\sigma_{ij}^n$  para cada producto  $i, j$  en el nodo  $n$ . Analizamos los siguientes casos:

- Tres grupos de instancias en los cuales las demandas de productos presentan desviaciones  $0,1\sigma_{ij}^{n*}$  (caso 1),  $0,4\sigma_{ij}^{n*}$  (caso 2),  $0,8\sigma_{ij}^{n*}$  (caso 3) respectivamente.
- Cuatro grupos de instancias en las cuales el vino 2 presenta demanda determinística, mientras que el vino 1 presenta demanda variable. La desviación de la demanda del vino 1 incrementa a través de las instancias.
- Cuatro grupos de instancias en las cuales el vino 1 presenta demanda determinística, mientras que el vino 2 presenta demanda variable. La desviación de la demanda del vino 2 incrementa a través de las instancias.

Interesa, entre otras cosas, comprobar si existe alguna relación entre la variabilidad en las demandas y la decisión que toma el modelo de cuánto posponer. También interesa

analizar la existencia de un producto de cuadratura, entendiendo que esta decisión es consecuencia directa de la variabilidad del producto. Para el análisis realizado en esta sección se considera que la demanda de los diferentes productos sujetos a variabilidad está perfectamente correlacionada, esto es, que si el mercado muestra una tendencia a demandar más de una etiqueta entonces manifiesta la misma tendencia para el resto de etiquetas. Debido a que un incremento en la variabilidad se traduce en pérdida de capacidad en la línea realizamos el análisis variando también dicho parámetro.

En primer lugar, observamos las funciones objetivos obtenidas en cada caso:

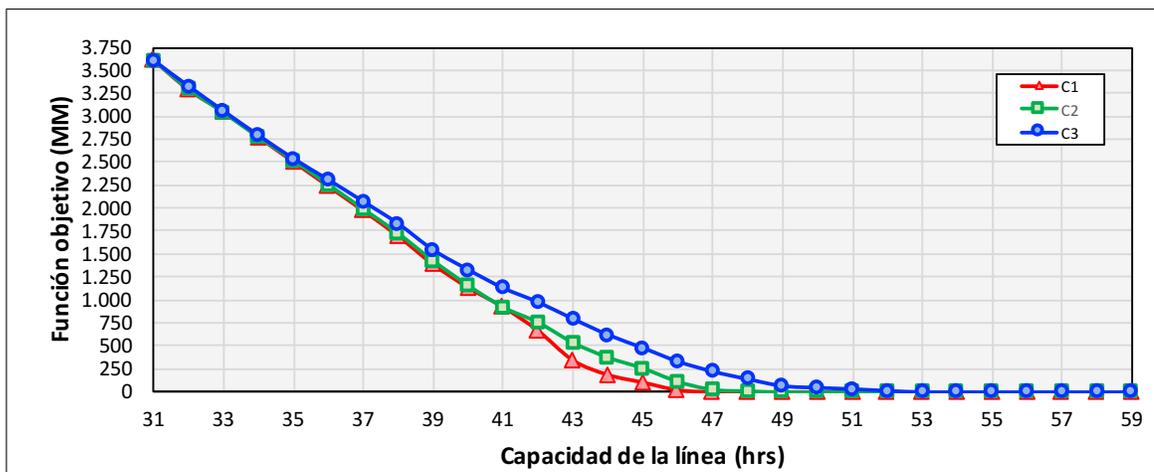


Figura 4.52. Función esperada de costos para distintos niveles de variabilidad y capacidad

La imagen anterior no incluye los valores de la función esperada de costos cuando la capacidad de la línea es muy baja o muy alta. La razón es que, en general, a dichos niveles de capacidad operativa la función de costos no presenta diferencias relevantes. Para los valores graficados, sin embargo, vemos que a mayor variabilidad empeora la función de costos, fundamentalmente porque al haber mayor incertidumbre al modelo le cuesta más cumplir con los pedidos que recibe.

Los resultados de los primeros tres grupos de instancias muestran que, en general, existe una mayor cantidad de unidades procesadas como producto intermedio cuando la

variabilidad es mayor, pues el modelo intenta resguardarse ante la incertidumbre y evitar así incumplimiento en sus pedidos. La siguiente figura ilustra cómo varían los niveles de *postponement* para dichas instancias:

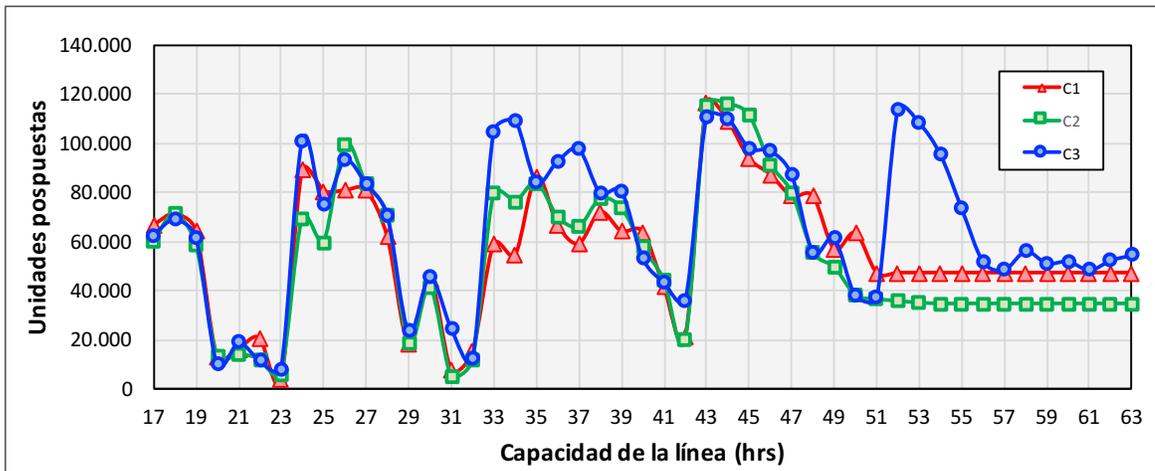


Figura 4.53. Cantidad de unidades pospuestas para distintos niveles de variabilidad y capacidad

En esta imagen se puede observar que a menor variabilidad menor pareciera ser el beneficio que brinda la posibilidad de posponer, y que el caso variable más extremo es el que más aprovecha esta situación. Sin embargo, debido al enfoque push con que trabajamos y a que el remanente de una cuba suele almacenarse como producto intermedio, a cualquier nivel de variabilidad existirá una cantidad importante de producto no diferenciado.

Por otro lado, las cantidades de inventario de producto no diferenciado difieren considerablemente menos a medida que la variabilidad incrementa, pues a mayor variabilidad una mayor cantidad de botellas son procesadas en la parte de etiquetado de la línea, de modo que el modelo utiliza mucho más el inventario que tiene disponible cuando trabaja bajo más incertidumbre, y por eso los niveles de inventario para los diferentes casos permanecen estables.

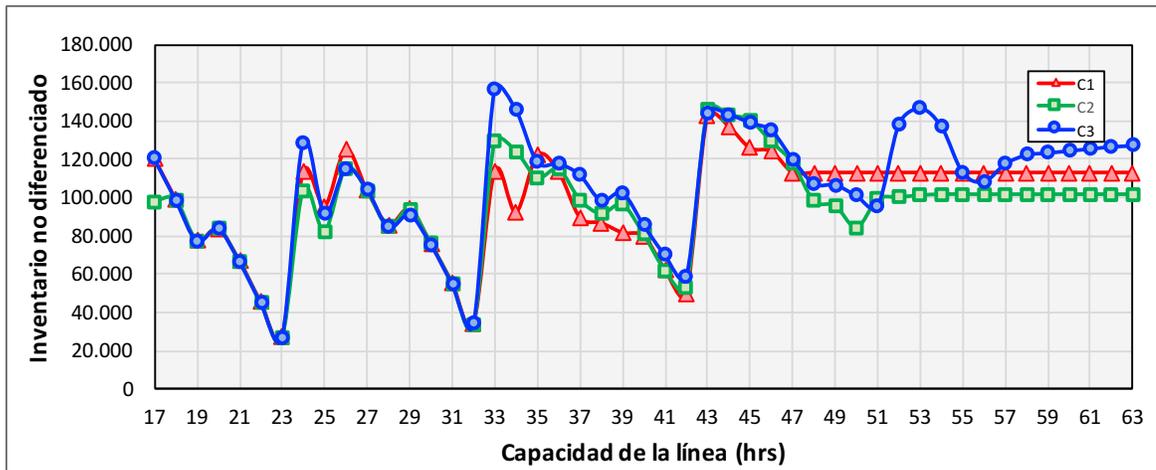


Figura 4.54. Niveles de inventario de producto intermedio para distintos niveles de variabilidad y capacidad

Por supuesto, la vía directa pareciera tener la tendencia contraria a la de las unidades postpuestas e incrementar cuando la variabilidad es menor. Esto tiene sentido si se considera que, al trabajar con mayor certeza, el modelo puede flexibilizarse y utilizar la vía directa para ahorrar costos.

Con respecto al inventario de producto diferenciado, este incrementa cuando incrementa la variabilidad, y la elección de la etiqueta de cuadratura sigue exactamente la misma lógica descrita en secciones previas. Este resultado puede parecer contraintuitivo dado que menor variabilidad implica mayor certeza en los valores que pueden tomar los datos y, por ende, menores riesgos a la hora de conservar inventario de producto terminado. Sin embargo, como hemos visto en este trabajo, el inventario de producto terminado es utilizado por el modelo como una forma de ahorrar capacidad en la línea, y a medida que disminuye la variabilidad menos extremos son los valores de demanda en los diferentes escenarios, de modo que menos factible se vuelve la posibilidad de evitar seteos.

Hasta este punto hemos analizado el comportamiento de manera agregada, sin distinguir por tipo de vino. El análisis de los ocho grupos de instancias restantes tienen el propósito de analizar el efecto de la variabilidad de manera desagregada, permitiendo que

un solo tipo de vino presente variabilidad para estudiar cómo toma las decisiones el modelo.

Antes que todo, hay que señalar que los niveles de demanda para el vino 1 son mucho mayores, pues posee tres formatos diferentes, cuyas demandas individuales son, aproximadamente, mayores a cada formato del vino 2. Anteriormente vimos que, en general, una mayor cantidad de vino procesada se traduce también en una mayor cantidad de botellas pospuestas.

Se puede observar que, en escenarios de capacidad baja ( $B_k, L_k < 38$ ), el modelo pospone más unidades del vino 1, independientemente de si este presenta mayor o menor nivel de variabilidad que los productos derivados del vino 2. Sin embargo, a medida que la capacidad de la línea incrementa, se puede ver que decisión del modelo cambia y la cantidad de unidades pospuestas para el vino 2 es mayor que para el vino 1.

El primer hecho se explica porque en escenarios de capacidad baja el modelo manifiesta una tendencia clara a trabajar con la producción del vino 1. Esto quiere decir que el modelo prioriza satisfacer la demanda del vino número 1, y lo hace porque le permite reducir la cantidad de unidades retrasadas (de iniciar la producción con el vino 2, dado que sus productos cuentan con menores niveles de demanda, es más probable que exista holgura para seguir trabajando y, por tanto, embotellando más remanente y obligando a la línea a producir vino 1 con nuevos seteos, disminuyendo los tiempos para producir), de modo que los niveles de producto intermedio son mayores. Esta preferencia desaparece al aumentar la capacidad operativa una vez que se vuelve suficiente para trabajar con ambos vinos. Notar que existen algunas instancias en las cuales el modelo pospone más del vino 2, y este resultado es consecuencia del mismo fenómeno descrito previamente.

Por otro lado, el segundo resultado se debe al descalce entre el tamaño de la cuba y la demanda del producto, descalce que es mucho mayor para el vino 2 y su demanda que para el vino 1. Esto implica que, cada vez que se utilicen cubas para satisfacer la demanda, el remanente de vino 2 será más alto que el del vino 1, y ello implica que la cantidad de

botellas pospuestas será mayor también. Estos dos hechos ocurren independientemente de la variabilidad del modelo, es decir, son transversales a todas las instancias analizadas. En las siguientes imágenes se puede observar lo descrito anteriormente:

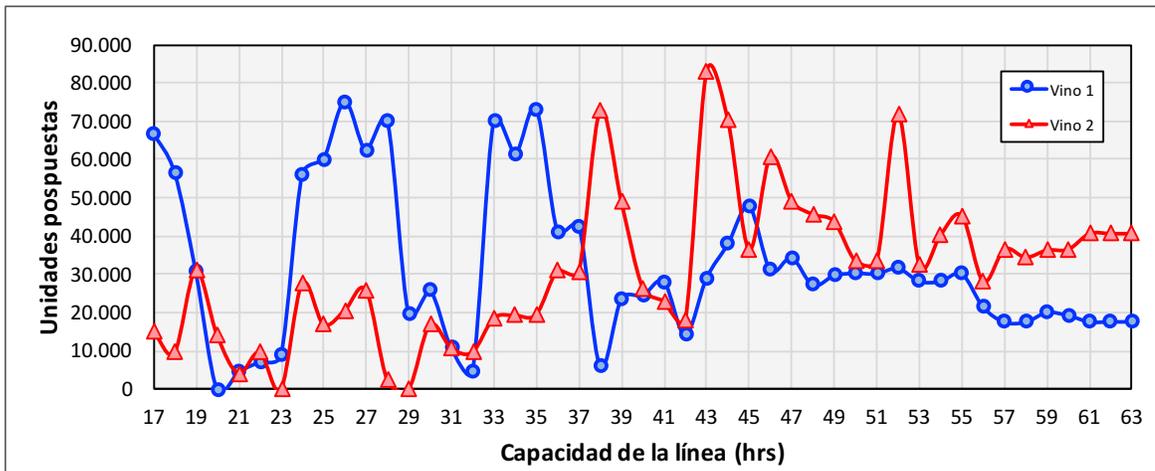


Figura 4.55. Cantidad de unidades pospuestas por tipo de vino, cuando las demandas del vino 2 son determinísticas, para diferentes niveles de capacidad

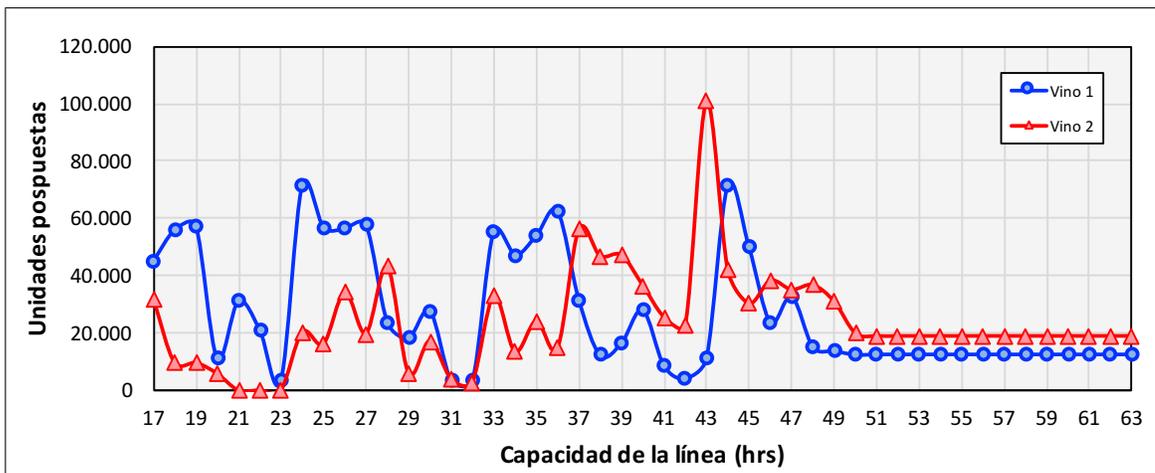


Figura 4.56. Cantidad de unidades pospuestas por tipo de vino, cuando las demandas del vino 1 son determinísticas, para diferentes niveles de capacidad

Obviamente, los niveles de inventario de producto intermedio siguen la misma lógica pues son consecuencia de posponer el etiquetado de una botella. Por otro lado, para ambos vinos se observa que la vía directa es más utilizada a medida que la capacidad de la línea incrementa, algo que ya hemos señalado anteriormente.

Con respecto a los niveles de inventario de producto terminado, mientras menor es la variabilidad que presenta la instancia menor es la tendencia del modelo a guardar inventario de producto diferenciado (al igual que en el análisis que hicimos para las tres instancias anteriores). Sin embargo, una vez que la variabilidad comienza a aumentar, independientemente de si es solo un producto el que presenta variabilidad, los niveles de inventario de producto etiquetado de los dos vinos comienzan a aumentar. Por tanto, incluso si el vino 1 no tiene variabilidad en su demanda, sí se ve influenciado por la variabilidad experimentada por el vino 2. Anteriormente señalamos que para productos derivados del vino 2 el modelo no manifestaba mucha preferencia a la hora de escoger alguna etiqueta para conservar inventario, mientras que para el vino 1 mostramos enfáticamente que el modelo intentaba solo conservar inventario etiquetado con la etiqueta 3, pues dicha etiqueta presentaba escenarios en los cuales su demanda era la mínima. Dado que en estos grupos de instancias se trabaja con demandas variables para un solo tipo de vino, optamos por incorporar los resultados del análisis de la etiqueta de cuadratura.

La siguiente tabla muestra el porcentaje de instancias en los que se almacena inventario de una determinada etiqueta, y el porcentaje total de instancias en las cuales se conserva inventario de producto terminado.

Tabla 4.8. Porcentaje de instancias en las cuales el modelo almacena inventario de producto terminado

		$i = 1$			$i = 2$		
	Desviación	$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$	Total
$t = 1$	$0,1\sigma$	2,1 %	4,3 %	10,6 %	6,4 %	0,0 %	17,0 %
	$0,4\sigma$	4,3 %	4,3 %	12,8 %	6,4 %	2,1 %	21,3 %
	$0,8\sigma$	4,3 %	4,3 %	17,0 %	6,3 %	12,8 %	38,3 %
$t = 2$	$0,1\sigma$	2,1 %	4,3 %	4,3 %	2,1 %	2,1 %	17,0 %
	$0,4\sigma$	12,8 %	4,3 %	6,4 %	12,8 %	8,5 %	21,3 %
	$0,8\sigma$	14,9 %	10,6 %	12,8 %	19,1 %	8,5 %	38,3 %

En  $t = 1$ , para el vino 1, se puede observar que la tendencia del modelo está marcada siempre por preferir la etiqueta 3, pues es la etiqueta que presenta escenarios con menores niveles de demanda. Sin embargo, la etiqueta 2 es preferida por sobre la 1 cuando la variabilidad es baja, y ello ocurre simplemente porque con las demandas entre las etiquetas 1 y 2 son bastante similares (tal como se puede observar cuando aumenta la variabilidad). Por otro lado, el producto utilizado para cuadrar el remanente para el vino 2 es la etiqueta 1. Sin embargo, como ya se ha mencionado antes, las demandas para los productos provenientes del vino 2 son muy similares en cantidad y en variabilidad (de hecho, la cantidad demandada esperada entre ambas etiquetas difiere en menos de 600 unidades).

Para  $t = 2$  se prefiere las etiqueta 3 y 2 pues, como antes, son las etiqueta que presentan menores niveles de demanda (nuevamente es posible observar que la tendencia se hace más clara cuando mayor es la variabilidad). Con respecto al producto utilizado para cuadrar el remanente para el vino 2, se puede comprobar que el modelo siempre prefiere cuadrar con la etiqueta 1, aunque la diferencia en la demanda esperada entre las distintas etiquetas es solo de casi 700 unidades.

Por otro lado, en el último grupo de instancias se puede ver que la tendencia cambia (dado que ahora el vino 1 tiene demandas determinísticas):

Tabla 4.9. Porcentaje de instancias en las cuales el modelo almacena inventario de producto terminado

		$i = 1$			$i = 2$		
		$j = 1$	$j = 2$	$j = 3$	$j = 1$	$j = 2$	Total
	Desviación						
$t = 1$	$0,1\sigma$	2,1 %	0,0 %	6,4 %	2,1 %	0,0 %	14,9 %
	$0,4\sigma$	4,3 %	2,1 %	8,5 %	2,1 %	0,0 %	17,0 %
	$0,8\sigma$	6,4 %	2,1 %	4,3 %	0 %	4,3 %	23,4 %
$t = 2$	$0,1\sigma$	4,3 %	0,0 %	4,3 %	4,3 %	4,3 %	14,9 %
	$0,4\sigma$	4,3 %	2,1 %	4,3 %	0,0 %	2,1 %	17,0 %
	$0,8\sigma$	6,4 %	4,3 %	8,5 %	8,5 %	4,3 %	23,4 %

En  $t = 1$ , a diferencia de los otros casos, la elección de la etiqueta para guardar remanente no es tan sencilla. Sin embargo, aun se manifiesta una preferencia por la etiqueta 3, posiblemente porque (en valor esperado) las demandas para esta etiqueta siguen siendo menores a las de sus pares. Por otro lado, para el vino 2 se puede observar que el modelo prefiere siempre cuadrar con la etiqueta 1 cuando la variabilidad es baja (situación que cambia al aumentar la variabilidad).

En  $t = 2$ , para el vino 2 se puede observar que el modelo prefiere siempre cuadrar con la etiqueta 2 cuando hay baja variabilidad, mientras que para el vino 1, con demandas determinísticas, la etiqueta 3 es nuevamente la más recurrente.

Por otro lado, si incrementamos los niveles de variabilidad de manera absurda, la elección de una etiqueta de cuadratura se vuelve irrelevante. Esto ocurre porque los escenarios extremos para cada etiqueta se alejan mucho de su valor esperado y, además, se convierten en escenarios con demandas muy bajas, de modo que la elección de una etiqueta para almacenar inventario ya no es necesaria, pues cualquiera de ellas puede ser utilizada.

Finalizamos esta sección cuantificando el valor de incorporar incertidumbre en el problema. Para hacerlo, comparamos los resultados obtenidos con los que se obtendrían utilizando una estrategia dictada por un modelo determinístico. Si el tomador de decisiones contara con información perfecta, entonces, para cada escenario, resolvería un problema determinístico con las demandas de ese escenario. Sin embargo, debido a que esto no ocurre en problemas reales, el problema suele resolverse usando los valores esperados de los datos sujetos a incertidumbre. Por tanto, los resultados del modelo determinístico corresponden a los de un modelo resuelto utilizando las demandas esperadas de todos los escenarios.

Para valorar la incorporación de la incertidumbre en el caso del modelo estocástico, calculamos el costo total esperado de operar con la estrategia del modelo determinístico dentro de los 9 escenarios de cada caso. La diferencia entre la función objetivo obtenida entre un caso y otro es el valor de resolver el modelo estocástico.



Figura 4.57. Diferencias función objetivo entre la solución estocástica y la solución determinística para diferentes niveles de capacidad

Para cualquier capacidad de la línea el modelo estocástico alcanza una menor función de costos. Estas diferencias no son tan relevantes cuando la capacidad de la línea es muy baja, porque hay poco margen para tomar decisiones, razón por la cual las diferencias no

son tan relevantes. Sin embargo, cuando la capacidad de la línea es alta (es decir, cuando nos situamos en el rango de operación más realista) estas diferencias son mucho mayores, y se deben casi exclusivamente a la cantidad de unidades retrasadas, tal como ilustra la siguiente figura.

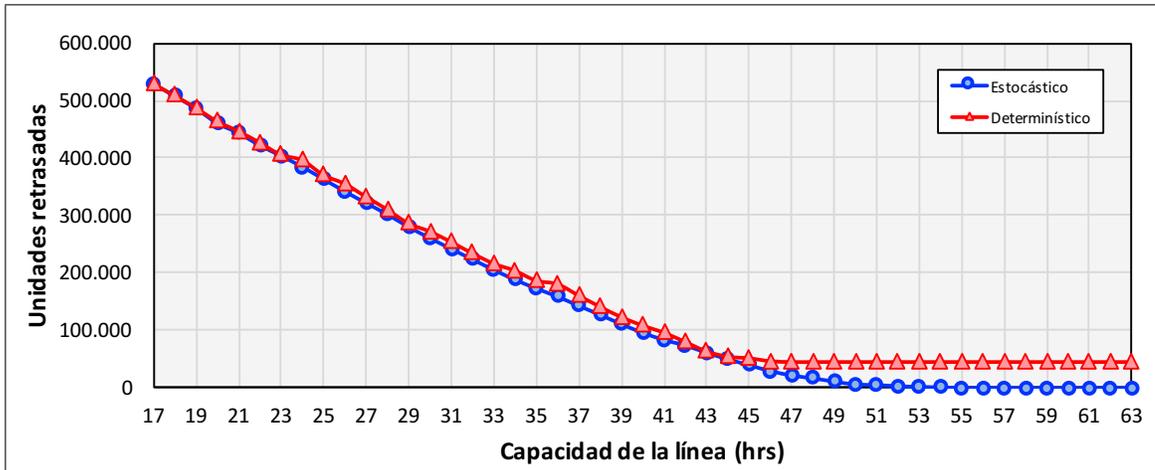


Figura 4.58. Cantidad de unidades retrasadas para el caso estocástico y determinístico para diferentes niveles de capacidad

En la figura se observa que el modelo determinístico retrasa siempre una mayor cantidad de unidades, pero además no es capaz de cumplir con los pedidos en la parte final de la curva, a diferencia del modelo estocástico. Además, mientras mayor es la variabilidad de la instancia peor es el desempeño que tiene el modelo determinístico, pues más grandes son las desviaciones con respecto al valor esperado.

#### 4.1.6.2. Modelo Robusto

Por otro lado, para el modelo robusto, para trabajar con diferentes niveles de variabilidad escribimos  $\hat{D}_{ij}^t = y_{ij}^t \bar{D}_{ij}^t$ , donde  $y_{ij}^t$  corresponde a la variabilidad de la demanda como porcentaje de  $\bar{D}_{ij}^t$ . En el presente análisis trabajamos usando  $y_{ij}^t \in \{0,1,0,3,0,5\}$ .

Es importante notar que incrementar los valores de  $\bar{D}_{ij}^t$  incrementa, necesariamente, la robustez del modelo. Recordemos que las restricciones de la parte robusta del modelo son:

$$\lambda_{ij}^t + \beta_{ij}^t \geq \hat{D}_{ij}^u, \lambda_{ij}^t, \beta_{ij}^{ut} \geq 0, \forall u \leq t$$

De modo que la función objetivo es creciente cuando los  $\hat{D}_{ij}^t$  crecen (si no lo fuera se tendría una contradicción), tal como muestra la siguiente figura:

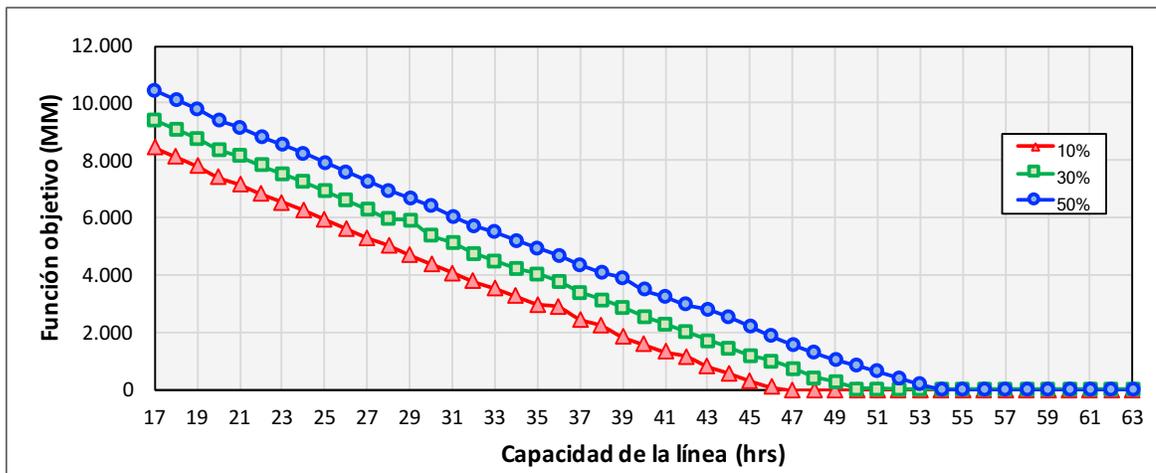


Figura 4.59. Función de costos robusta para distintos niveles de variabilidad y capacidad

En otras palabras, incrementar los niveles de variabilidad aumenta la robustez del modelo, y dado que los costos de atraso son mucho mayores que los costos de inventario, es de esperar que el modelo intente siempre protegerse produciendo más. En consecuencia con lo anterior, dado un nivel de robustez, los resultados no muestran una tendencia de la cual se pueda concluir que aumentar la variabilidad exagera la cantidad de unidades que son procesadas de manera intermedia en la línea productiva, pues las curvas presentan un comportamiento bastante errático. De nuevo, este comportamiento entre las distintas curvas es consecuencia no solo de que se exija embotellar la cuba completamente, sino

que también de robustecer el modelo, de manera que para cualquier nivel de robustez y/o variabilidad, el modelo siempre decidirá posponer.

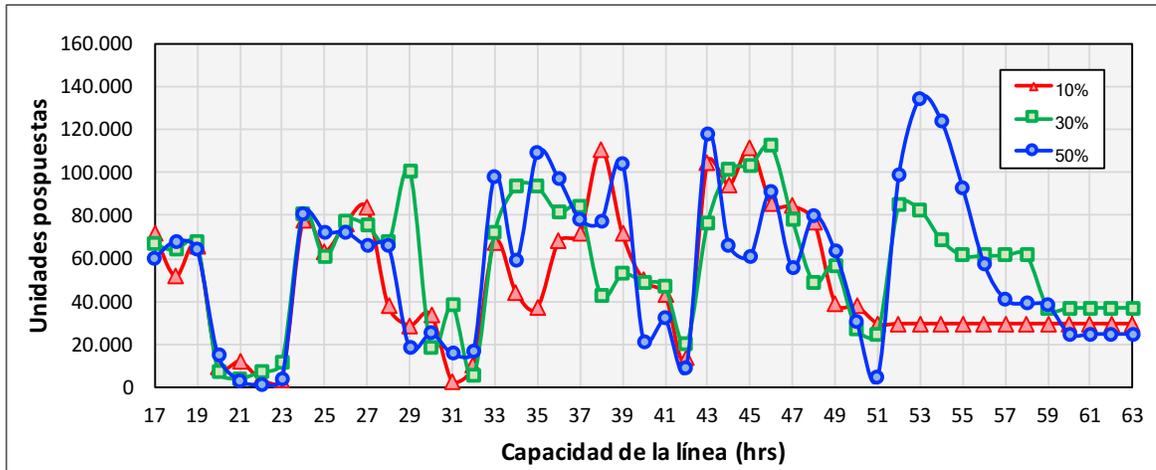


Figura 4.60. Cantidad de unidades pospuestas para diferentes niveles de variabilidad y capacidad

La figura anterior muestra la curva de unidades pospuestas para los diferentes niveles de variabilidad y  $\phi = 0,8$ . En ella se puede observar el comportamiento señalado anteriormente. Al respecto, solo es posible afirmar que en escenarios de alta capacidad y  $\phi \geq 0,6$  la curva de unidades pospuestas tiende a aumentar a mayor variabilidad, porque ese aumento de variabilidad se traduce en un incremento significativo en la robustez y, por tanto, en la utilización de cubas para protegerse frente a la demanda, lo cual deriva en la existencia de un ciclo extra en la curva de unidades pospuestas (notar que esta última situación también ocurre en el modelo estocástico). Por ejemplo, con variabilidad de 10 % el modelo utiliza a lo más 14 cubas, con una variabilidad de 30 % utiliza 16 y con un 50 % utiliza 17. Esto mismo ocurre en los niveles promedio de inventario de producto intermedio, los cuales se mantienen muy similares a diferentes niveles de variabilidad y solo incrementan con ella cuando el valor de  $\phi$  es alto, debido a la existencia del ciclo adicional mencionado previamente.

Por otro lado, a cualquier nivel de robustez, la vía directa se utiliza más cuando la capacidad de la línea es mayor, e incrementa con la variabilidad.

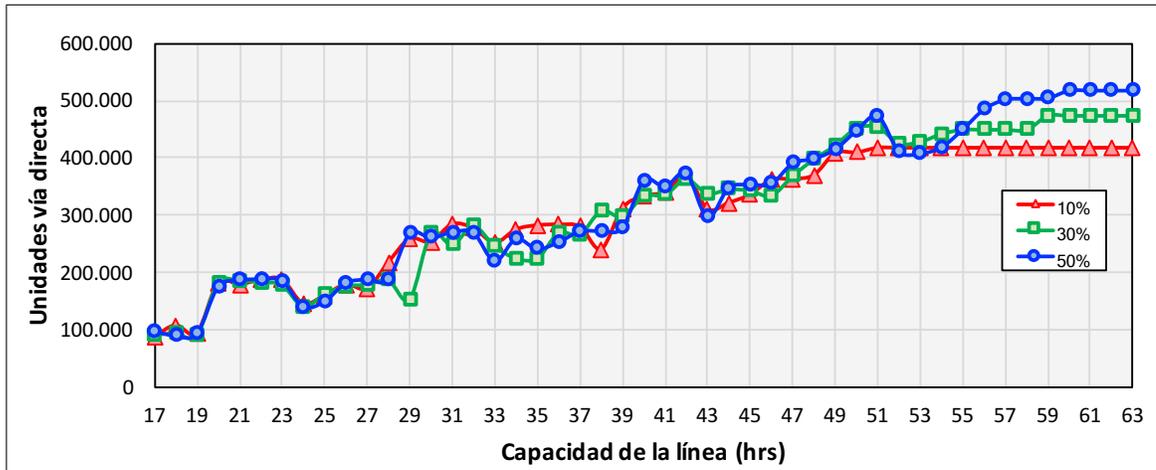


Figura 4.61. Cantidad de unidades que pasan por la vía directa para diferentes niveles de variabilidad y capacidad

Si bien la imagen anterior muestra los resultados para  $\phi = 0,8$ , estos son similares a cualquier nivel de robustez. Esta supone la primera gran diferencia observada entre los resultados del modelo estocástico y los resultados del modelo robusto, pues las curvas directas y pospuestas tienen tendencias contrarias entre un modelo y otro. Sin embargo, como ya hemos mencionado previamente, esto es una consecuencia de robustecer el modelo, pues las demandas son percibidas como demandas determinísticas con un valor mayor al valor nominal. Por el contrario, en el modelo estocástico las demandas, a pesar de la variabilidad, tienen el mismo valor esperado.

Con respecto a cada tipo de vino, el modelo prefiere siempre trabajar primero con el vino 1 cuando la capacidad es escasa, independientemente de la variabilidad en las demandas de cada grupo. Este resultado es el mismo observado previamente para el modelo estocástico y se debe al descalce que existe entre el tamaño de la cuba y las demandas para los productos derivados del vino 2. Por último, no existe una tendencia en la elección de una etiqueta a la hora de conservar inventario por sobre los extremos de cada intervalo

y, al igual que en secciones previas, el modelo evita generar inventario de algún producto para el cual la demanda mínima sea inferior al remanente a almacenar. Por supuesto, existen excepciones en las cuales es posible construir una solución equivalente con el mismo costo robusto.

Para el resto del análisis probamos los distintos niveles de robustez, para cada nivel de variabilidad, por medio de simulación de Montecarlo. Para hacerlo generamos 250 instancias para  $D_{ij}^t$ , en las cuales asumimos que esta variable se comportan bajo una distribución normal con media y variabilidades mencionadas anteriormente. Para facilitar la comparación se define una zona operativa dentro de la cual la viña es capaz de satisfacer altos niveles de su demanda (esto es, de hecho, lo más cercano a la realidad). Esta zona operativa se define a partir del punto en el cual el modelo nominal es capaz de cumplir con el 95 % de los pedidos (42 hrs) hasta el momento en que el modelo con  $y_{ij}^t = 0,3$ , con  $\phi = 1$  es capaz de cumplir (para alguna realización de  $D_{ij}^t$ ), con el 100 % de los pedidos (53 hrs).

Se debe recordar nuevamente que la función objetivo robustecida es estrictamente crecientes cuando aumenta la robustez, y que los resultados aquí expuestos corresponden al análisis del desempeño de dichas soluciones ante realizaciones específicas de la variable  $D_{ij}^t$ . La siguiente imagen muestra los costos nominales promedio obtenidos bajo diferentes niveles de variabilidad.

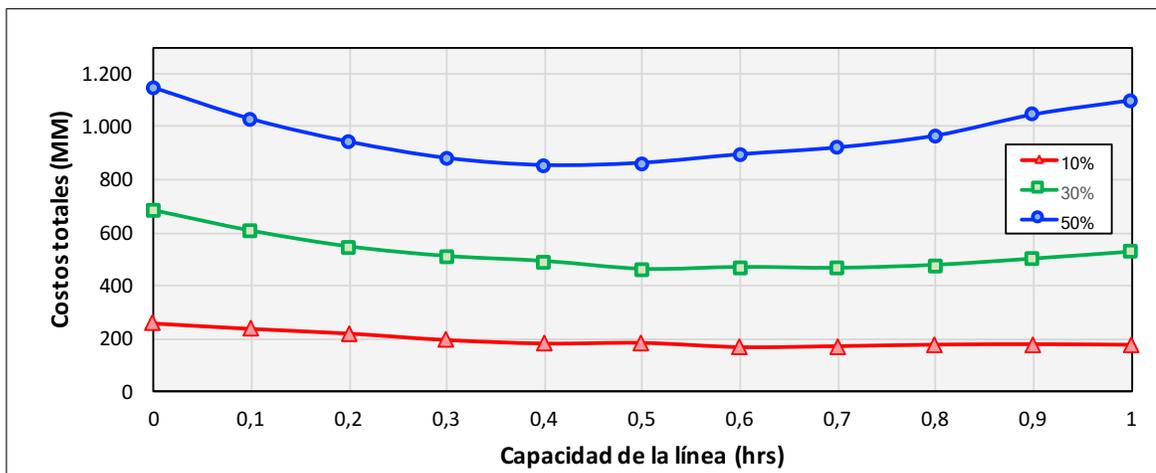


Figura 4.62. Costos totales para distintos niveles de variabilidad y capacidad

En que a mayor variabilidad mayores son los costos promedios percibidos por el sistema. Al analizar los resultados obtenidos luego de realizar la simulación de Montecarlo podemos observar lo siguiente:

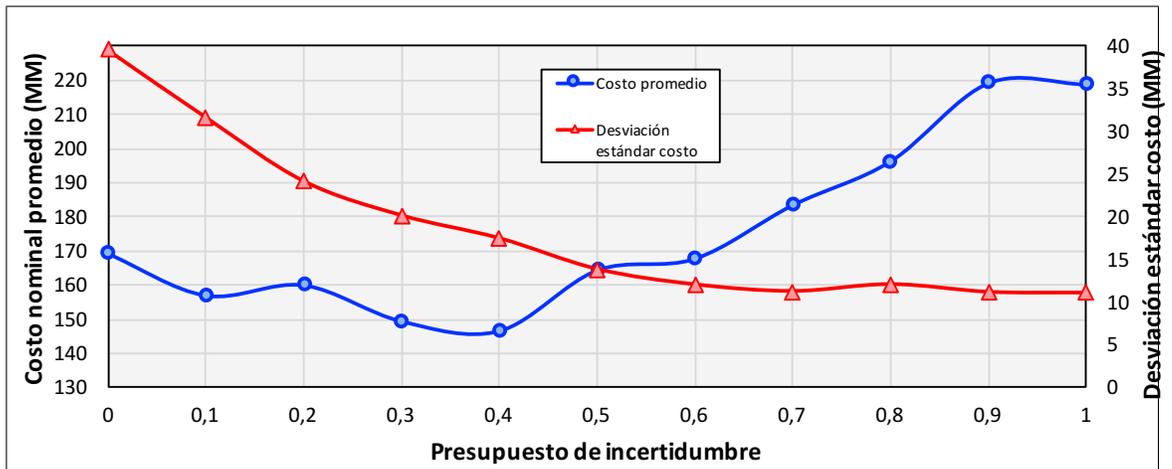


Figura 4.63. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Cuando la variabilidad es un 10 % de la media es posible observar que el valor óptimo para  $\phi$ , en términos de costos, viene dado por el intervalo  $[0,3, 0,4]$ . Por otro lado, la desviación estándar de los costos es casi decreciente hasta  $\phi = 1$ .

Ahora bien, ante un 30 % de variabilidad el intervalo óptimo para el valor de  $\phi$  en términos de costos es  $[0,2, 0,3]$ , y para la desviación entre  $[0,4, 0,8]$ .

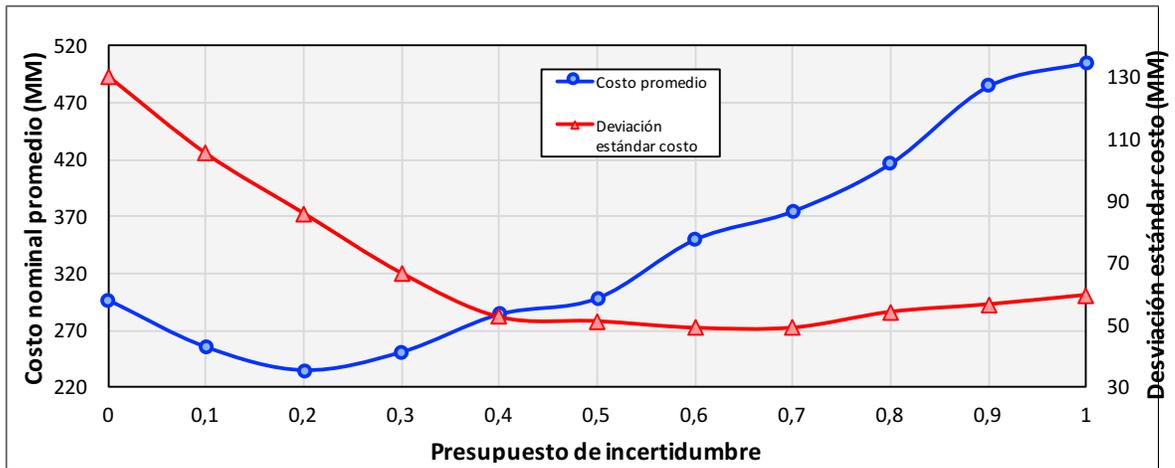


Figura 4.64. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Con una variabilidad del 50 % el intervalo óptimo para  $\phi$  en términos de costos es  $[0,1, 0,2]$  y  $[0,4, 0,6]$  en términos de variabilidad.

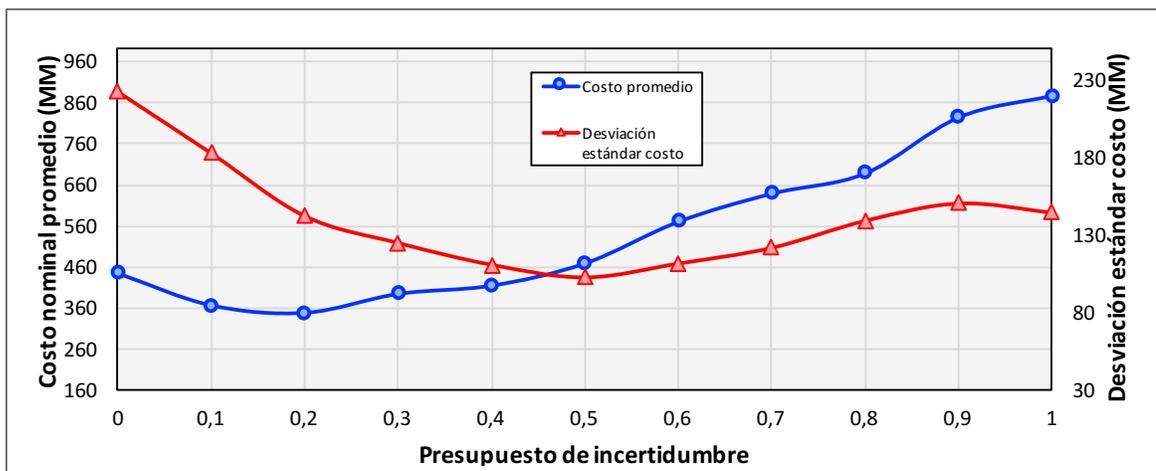


Figura 4.65. Costos y desviación estándar promedio obtenida para soluciones robustas obtenidas para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Si bien los valores de  $\phi$  que minimizan los costos promedio están casi siempre comprendidos en el intervalo  $[0,1,0,4]$ , lo cierto es que desviación de los costos es más estable en el intervalo  $[0,4,0,8]$ . La razón es que los costos por atraso son los más altos en la función objetivo y una variación de pocas unidades retrasadas es concebida como una variación mucho mayor en términos de costo. Por eso, al estar el modelo robusto más protegido, los costos que percibe corresponden mayoritariamente a costos por exceso de inventario, los cuales tienen poco peso en la función objetivo y, por ende, se traducen en una menor variabilidad.

Además, se puede observar que los valores de  $\phi$  óptimos se desplazan a la izquierda a medida que aumenta la variabilidad. Esto quiere decir que, cuando la variabilidad es baja, protegerse fuertemente ante la incertidumbre de la demanda tiene mayor valor que cuando la variabilidad es muy grande. En cualquier caso, el modelo determinístico siempre tiene peor desempeño que sus pares robustecidos, para cualquier nivel de variabilidad. Las diferencias entre los costos percibidos entre el caso determinístico y sus pares robustecidos son los beneficios de considerar la incertidumbre en el problema.

## CAPÍTULO 5. COMPARACIÓN MODELOS

Recordemos que en el caso de la formulación robusta el tomador de decisiones no tiene información sobre la distribución de probabilidades de los elementos sujetos a incertidumbre. Sin embargo, en el análisis realizado anteriormente testamos las soluciones robustas asumiendo que los valores de  $D_{ij}^t$  seguían una distribución normal de media  $\bar{D}_{ij}^t$  y desviaciones máximas de 10, 30 y 50 % de este valor. Por ende, resolvemos también el modelo estocástico asumiendo que  $D_{ij}^t$  sigue esta distribución.

Para mantener la complejidad del modelo estocástico utilizamos el método de cuadratura de Gauss en tres puntos propuesto por [Miller III y Rice \(1983\)](#) para discretizar la distribución normal. Una distribución normal de parámetros  $\mu, \sigma$  puede discretizarse en los siguientes puntos:

Tabla 5.1. Discretización de una distribución normal utilizando el método de cuadratura de Gauss en 3 puntos

Cantidad	Puntos	Probabilidad
3	$-1,732051\sigma + \mu$	1/6
	$\mu$	4/6
	$1,732051\sigma + \mu$	1/6

La comparación entre ambos modelos la realizaremos considerando el presupuesto de incertidumbre óptimo (que minimiza los costos calculados anteriormente) para cada nivel de variabilidad.

El objetivo de este análisis es contrastar la estructura de las soluciones obtenidas en un caso u otro. Para eso evaluamos la estructura de las soluciones robustas en el árbol de demandas del modelo estocástico, analizando su comportamiento en cada escenario y de manera ponderada.

Debido a que el modelo estocástico asegura factibilidad únicamente en los escenarios del árbol, realizar una comparación completamente justa entre los costos de ambos modelos no es posible. Siendo más precisos, si bien el modelo estocástico permite existencia de pedido pendiente, en realidad considera un conjunto finito de escenarios asumiendo que alguno de ellos se va a realizar. Por tanto, si bien sus soluciones serán factibles en escenarios no contemplados en el árbol (como los generados por la simulación de Montecarlo), testear la solución estocástica en dichos escenarios no es algo directo, pues es necesario determinar qué escenario del árbol es el más adecuado para utilizar.

Por ende, la comparación de costos la hacemos asumiendo que, de acuerdo al método de cuadratura de Gauss, la función objetivo del modelo estocástico es lo suficientemente representativa de una distribución normal, mientras que para el modelo robusto utilizamos el menor costo entre los costos obtenidos en la simulación de Montecarlo y los obtenidos al evaluar la solución en el árbol de escenarios del modelo estocástico.

Además, llamaremos **cobertura de un modelo** al conjunto de escenarios en los cuales la solución del modelo es implementable directamente (es decir, aquellos escenarios en los cuales podríamos utilizar directamente la solución obtenida). Diremos, además, que la cobertura de un modelo es mayor que la del otro si está preparada para un caso más extremo.

### **5.1. Variabilidad de 10 %**

Para un 10 % de variabilidad discretizamos la distribución normal usando los siguientes puntos de cobertura:

Tabla 5.2. Cobertura para los valores de  $D_{ij}^t$  para los cuales se prepara el modelo estocástico con un 10 % de variabilidad

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	{33254}	{27338, 29013, 30688}	{29042, 30822, 32602}
(1, 2)	{32641}	{30213, 32064, 33915}	{30772, 32657, 34542}
(1, 3)	{26955}	{24005, 25476, 26947}	{24514, 26016, 27518}
(2, 1)	{26539}	{24312, 25802, 27292}	{23114, 24530, 25946}
(2, 2)	{24984}	{23723, 25177, 26631}	{22494, 23872, 25250}

Por otro lado, para el modelo robusto, a este nivel de variabilidad, tomamos las soluciones robustas cuando  $\phi = 0,4$ . Las coberturas para los valores de  $D_{ij}^t$  del modelo robusto se encuentran tabuladas en la siguiente tabla:

Tabla 5.3. Cobertura del modelo robusto para los valores de  $D_{ij}^t$  para una variabilidad de 10 % dado un nivel de robustez de  $\phi = 0,4$

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	[33254, 33254]	[27852, 30174]	[29517, 32127]
(1, 2)	[32641, 32641]	[30781, 33347]	[31327, 33987]
(1, 3)	[26955, 26955]	[24457, 26495]	[24954, 27078]
(2, 1)	[26539, 26539]	[24470, 26834]	[23498, 25562]
(2, 2)	[24984, 24984]	[24170, 26184]	[22865, 24879]

Esta cobertura es menor que la del modelo estocástico (pues existen escenarios en el árbol donde los valores de demanda exceden aquellos para los cuales se prepara el modelo robusto). Sin embargo, el modelo estocástico es implementable únicamente en los 9 escenarios que componen el árbol, mientras que el modelo robusto trabaja con una solución que es implementable en todo el intervalo presentado previamente.

Comparamos primero el valor esperado de las variables de interés, haciendo mención también a algunos los escenarios más extremos del árbol y al escenario más probable. La siguiente figura muestra la cantidad total esperada de unidades de producto terminado producidas en la línea, para ambos modelos:

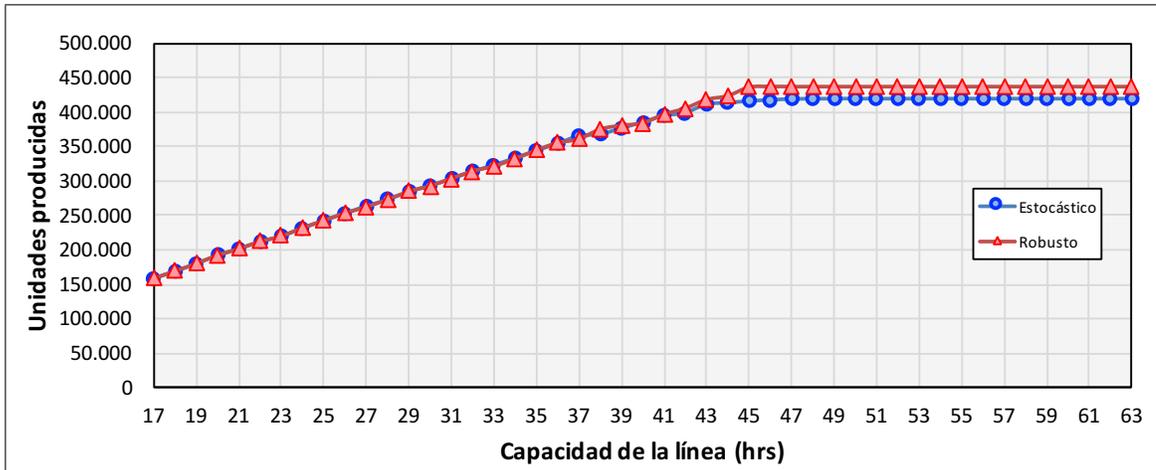


Figura 5.1. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Las diferencias entre un modelo y otro son bajas. De hecho, en promedio las soluciones difieren solo un 2 % y en el peor caso la variación es de solo un 7 %. Aun así, el modelo robusto produce una mayor cantidad esperada de unidades en el 91 % de las instancias de análisis, lo cual se condice con su forma de trabajar (recordemos que el modelo robusto, con la actual estructura de costos, intenta siempre producir en el extremo derecho de los intervalos mostrados anteriormente). Sin embargo, en el caso del modelo estocástico las diferencias de unidades producidas entre los escenarios mencionados anteriormente adquieren importancia, sobre todo cuando la capacidad crece:

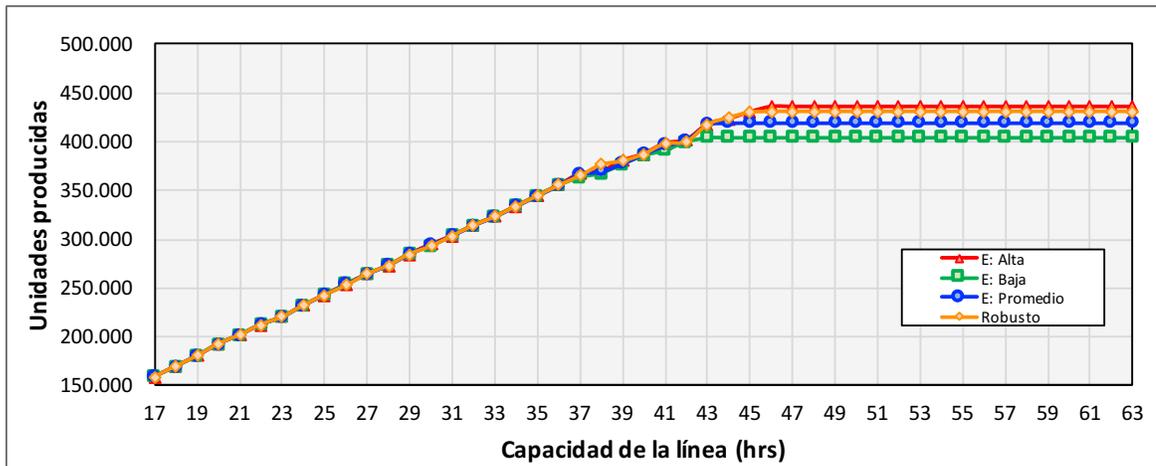


Figura 5.2. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios y un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

La imagen anterior muestra que el modelo estocástico utiliza la información que se va revelando en el tiempo. Así, en escenarios de baja demanda produce una menor cantidad de unidades y en escenarios de demanda alta produce una cantidad mucho mayor, de modo que puede cumplir con los pedidos incluso en casos extremos para los valores de la demanda. El modelo robusto no tiene esa flexibilidad y sitúa su producción entre el escenario más probable y el superior extremo, razón por la cual no es capaz de cumplir con toda la demanda que recibe.

Con respecto a la cantidad de unidades pospuestas, no se observa un patrón claro que explique las diferencias en la cantidad de unidades pospuestas entre los dos modelos. De hecho, ambas curvas muestran la misma tendencia y las diferencias no son lo suficientemente relevantes como para establecer un comportamiento (lo mismo ocurre para la curva de unidades que pasan por la vía directa).

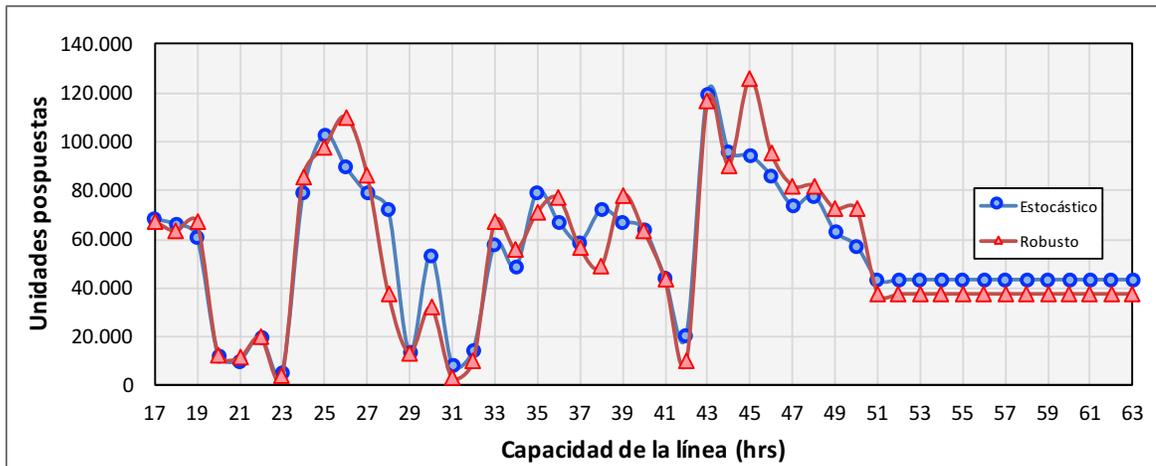


Figura 5.3. Comparación de unidades postpuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10% de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Considerando que trabajamos utilizando un enfoque push, y que los modelos fueron resueltos con una variabilidad de solo un 10%, es natural que los resultados no se exacerbaren de manera drástica (si las demandas fueran determinísticas ambos modelos colapsarían a la misma solución), de modo que la cobertura del modelo robusto no se carga lo suficiente a incrementar la cantidad total de producto terminado producido en la línea (aun cuando produce más unidades en valor esperado), tal como ilustra la siguiente figura:

Con respecto a las variables de inventario, no existen diferencias relevantes cuando hablamos de producto intermedio.

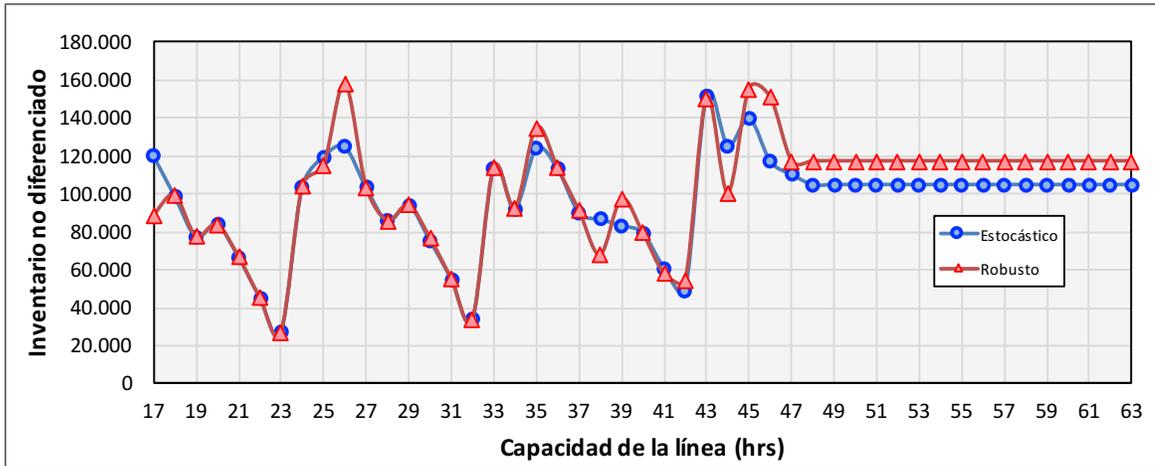


Figura 5.4. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Sin embargo, las diferencias son muy claras cuando se refieren a inventario de producto diferenciado. Debido a que los niveles de inventario de producto terminado son dependientes de los valores de  $D_{ij}^t$ , calculamos el valor esperado de  $sd_{ij}^t$  evaluando las soluciones robustas en los 9 escenarios que componen el árbol de demandas que enfrenta el modelo estocástico:

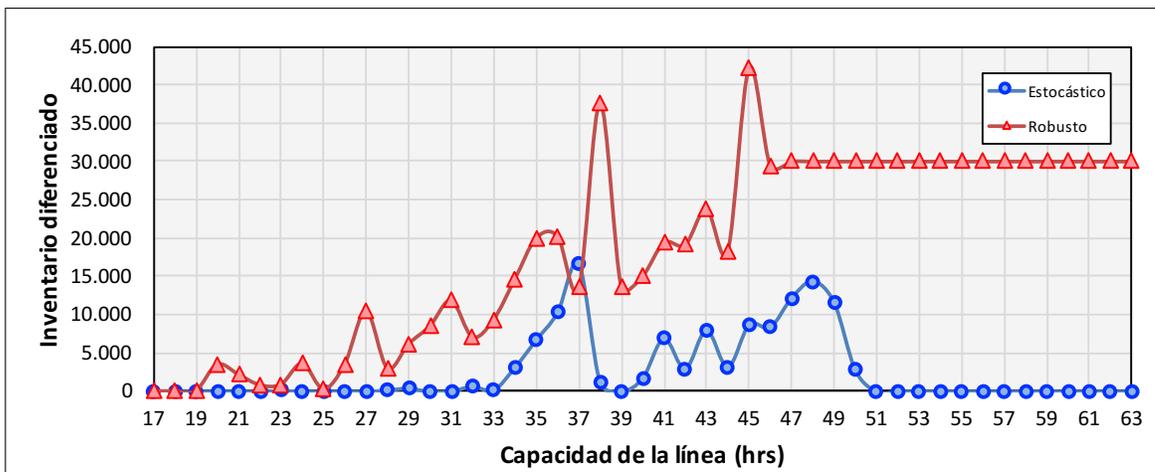


Figura 5.5. Comparación de niveles de inventario de producto terminado entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Esta variable de inventario es la que muestra la diferencia más relevante en esta parte del análisis. Tal como se puede observar, la cantidad esperada de inventario diferenciado crece considerablemente al utilizar el modelo robusto pues, como ya hemos mencionado, el modelo intenta siempre generar más producto terminado para protegerse ante la variabilidad de la demanda, de modo que incrementa los niveles de inventario al ser estos costos muy inferiores a los costos de retrasar un pedido. Así, existe una gran cantidad de escenarios en los cuales la demanda es inferior a la generada por el modelo robusto.

Mirando los resultados más al detalle en los escenarios escogidos anteriormente, se tiene lo siguiente:

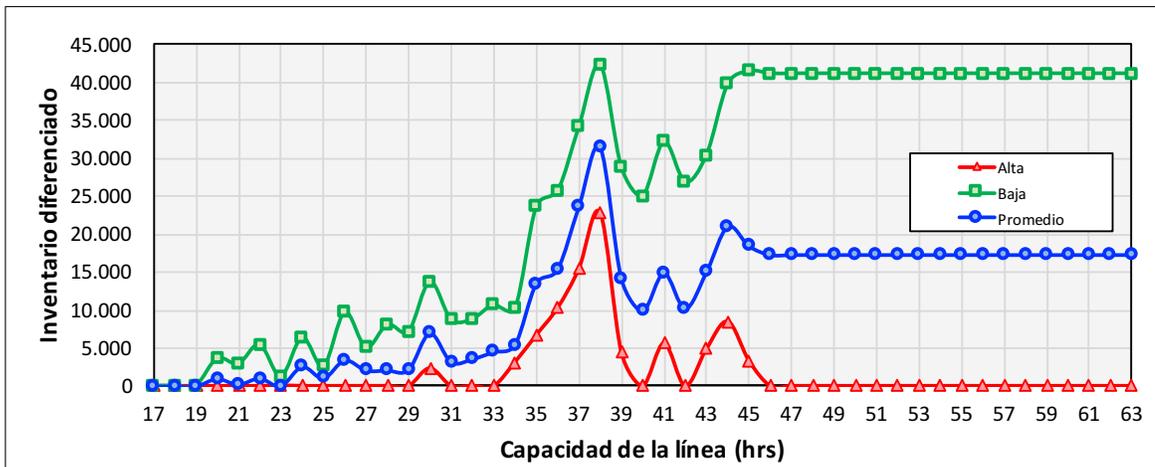


Figura 5.6. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo robusto en distintos escenarios para un 10% de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

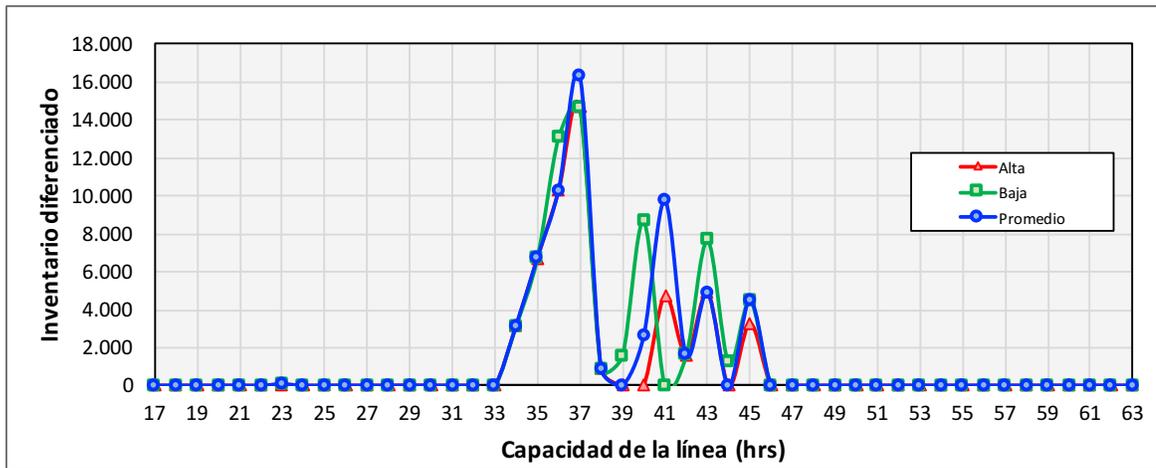


Figura 5.7. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo estocástico en distintos escenarios para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Las imágenes anteriores dejan de manifiesto que el modelo robusto trabaja con niveles mucho mayores de inventario que los del modelo estocástico para escenarios de demanda baja e incluso para el escenario más probable, razón por la cual los niveles esperados de inventario son mucho mayores. Por otro lado, a diferencia del modelo estocástico, acá no existe una preferencia a la hora de almacenar inventario de una determinada etiqueta. Esto ocurre porque el modelo robusto incrementa el producto terminado en todas sus etiquetas, por tanto, al testear la solución en algún escenario donde la demanda es menor a la cubierta por el modelo robusto existe inventario de todos los productos, mientras que en escenarios de demanda alta el modelo robusto se queda corto y por tanto no almacena inventario.

Con respecto a los costos totales, como es de esperar, estos son siempre inferiores para el modelo estocástico, en tanto conoce la distribución de las demandas que enfrenta, mientras que el modelo robusto trabaja solamente con las desviaciones asociadas a las demandas. Es más, a pesar de que el modelo robusto produzca (en valor esperado) una mayor cantidad de producto terminado, su desempeño en las instancias generadas por la

simulación de Montecarlo (e incluso en los 9 escenarios que componen el árbol de demandas) es inferior al del modelo estocástico, pues este último reacciona ante la ocurrencia de eventos en el tiempo, como vimos anteriormente.

La siguiente imagen grafica los costos totales percibidos por ambos modelos.

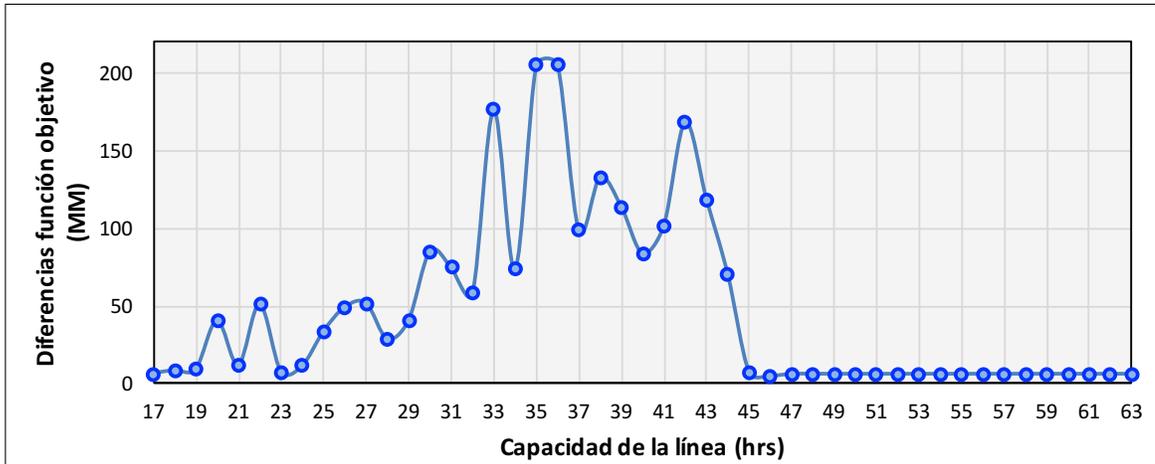


Figura 5.8. Diferencias función objetivos entre el modelo estocástico y el modelo robusto para un 10 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

## 5.2. Variabilidad de 30 %

Para un nivel de variabilidad de 30 % tomamos las soluciones del modelo robusto cuando  $\phi = 0,2$ . Las coberturas para los dos modelos se encuentran tabuladas en las siguientes tablas:

Tabla 5.4. Cobertura del modelo robusto para los valores de  $D_{ij}^t$  para una variabilidad de 30 % dado un nivel de robustez de  $\phi = 0,2$

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	[33254, 33254]	[27272, 30754]	[28864, 32780]
(1, 2)	[32641, 32641]	[30140, 33988]	[30662, 34652]
(1, 3)	[26955, 26955]	[23947, 27005]	[24423, 27609]
(2, 1)	[26539, 26539]	[24254, 27350]	[22982, 26078]
(2, 2)	[24984, 24984]	[23666, 26688]	[22361, 25383]

Tabla 5.5. Cobertura para los valores de  $D_{ij}^t$  para los cuales se prepara el modelo estocástico dado una variabilidad de 30 % y diferentes niveles de capacidad

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	{33254}	{23988, 29013, 34038}	{25483, 30822, 36161}
(1, 2)	{32641}	{26510, 32064, 37618}	{27001, 32657, 38313}
(1, 3)	{26955}	{21063, 25476, 29889}	{21510, 26016, 30522}
(2, 1)	{26539}	{21333, 25802, 30271}	{20281, 24530, 28779}
(2, 2)	{24984}	{20816, 25177, 29538}	{19737, 23872, 28007}

Al igual que antes, la cantidad esperada de unidades producidas no difiere mucho entre ambos modelos. A pesar de ello, si bien la cantidad esperada de unidades producidas es mayor para el modelo robusto en 45 de las 47 instancias, la cobertura es menor que la del modelo estocástico al tomar en cuenta los tres escenarios relevantes del árbol de demanda:

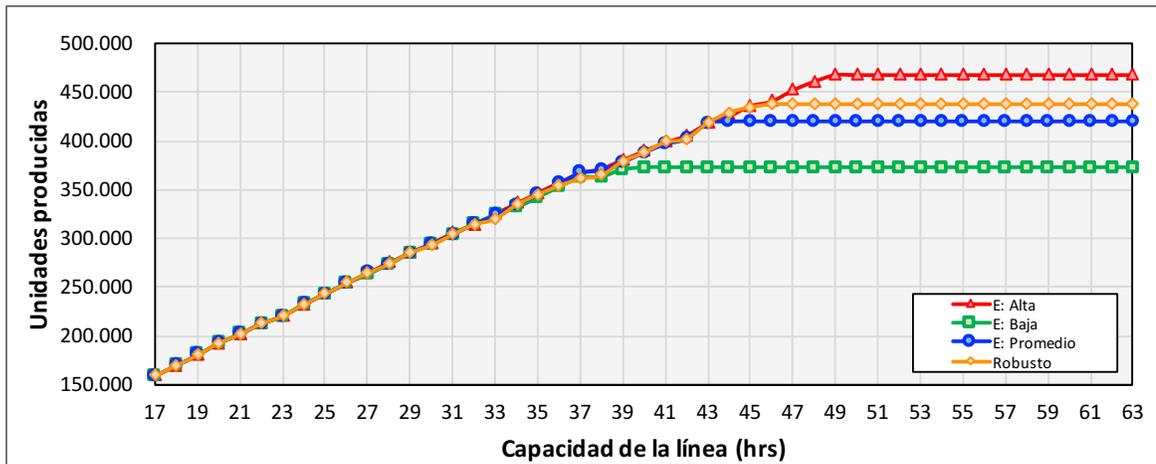


Figura 5.9. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

En esta imagen podemos comprobar que en escenarios de baja demanda el modelo estocástico produce una menor cantidad de unidades y en escenarios de demanda alta produce una cantidad mucho mayor, protegiéndose de manera efectiva ante valores más extremos. El modelo robusto vuelve a situar su producción entre el caso más probable y el caso con más alta demanda, pero la diferencia con respecto a este caso es mucho mayor que cuando consideramos un 10 % de variabilidad.

Al igual que cuando consideramos una variabilidad de 10 %, las curvas de unidades postpuestas muestra el mismo comportamiento.

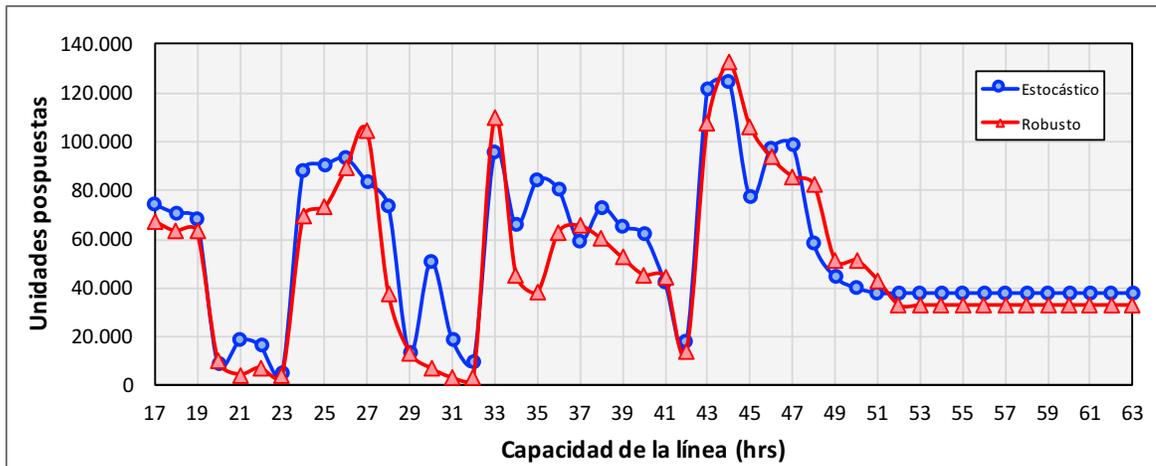


Figura 5.10. Comparación de unidades postpuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30% de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Podemos observar que la cantidad de unidades postpuestas son prácticamente las mismas en ambos casos, pues la variabilidad máxima sigue siendo baja. Lo mismo ocurre en el caso de los inventarios de producto no terminado. Lo que podemos ver es que las curvas, en valor esperado, son prácticamente las mismas, en tanto ambos modelos utilizan su inventario para etiquetarlo directamente en la línea, o bien, relegan su utilización priorizando la vía directa.

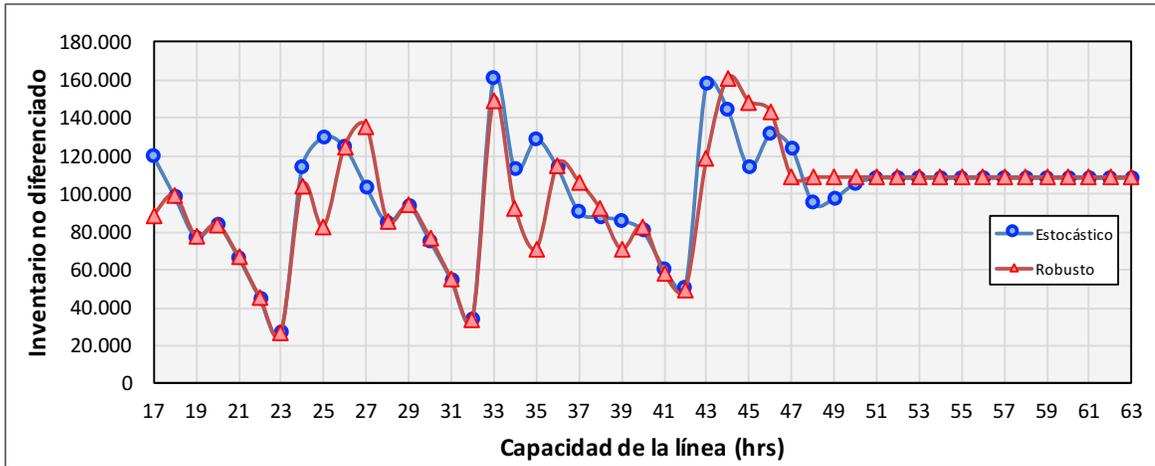


Figura 5.11. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Por otro lado, al igual que para la situación analizada previamente, los niveles de inventario de producto terminado son muy superiores en el caso del modelo robusto, por las razones ya expuestas a lo largo de este trabajo. También podemos observar que los niveles de inventario para el modelo estocástico incrementan con la variabilidad, lo mismo que observamos anteriormente en este trabajo.

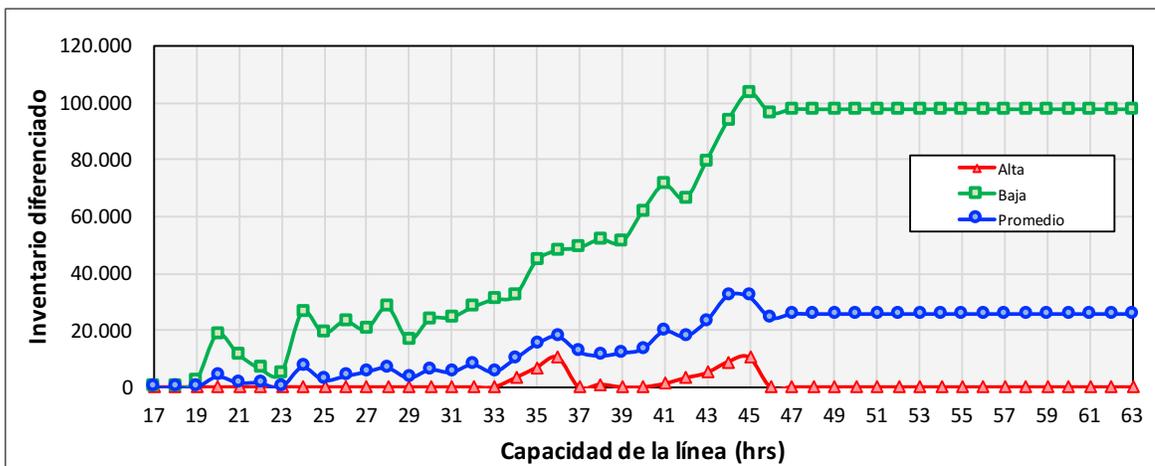


Figura 5.12. Niveles de inventario de producto intermedio para el modelo robusto en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

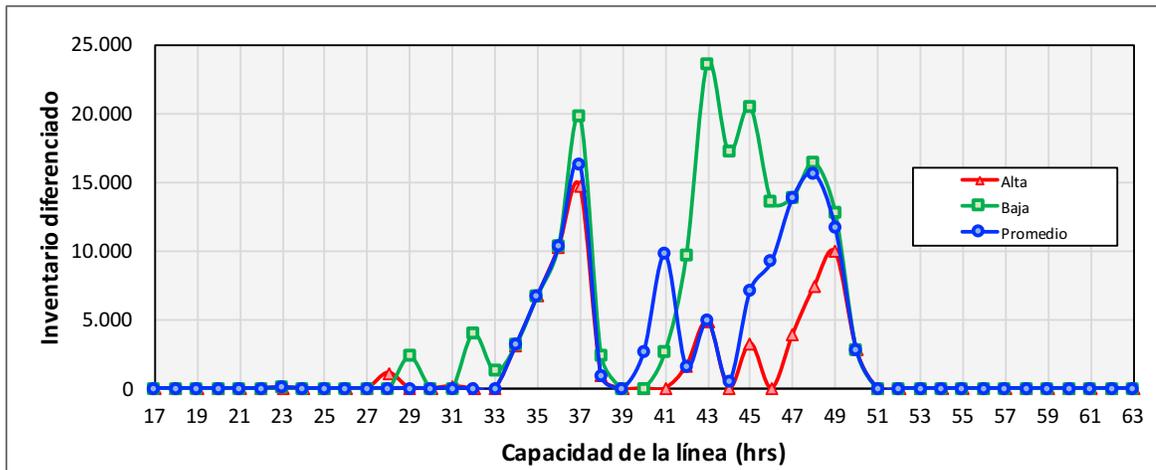


Figura 5.13. Niveles de inventario de producto terminado para el modelo estocástico en distintos escenarios para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

El modelo estocástico conserva la tendencia de conservar inventario de aquel producto que presente menor demanda en alguno de los escenarios. Por el contrario, al evaluar la solución robusta en los diferentes escenarios que componen el árbol de demandas podemos concluir que no existe ningún patrón a la hora de almacenar inventario de un determinado producto.

En cuanto a los costos totales percibidos por ambos modelos, el modelo estocástico presenta mejores resultados que el modelo robusto.

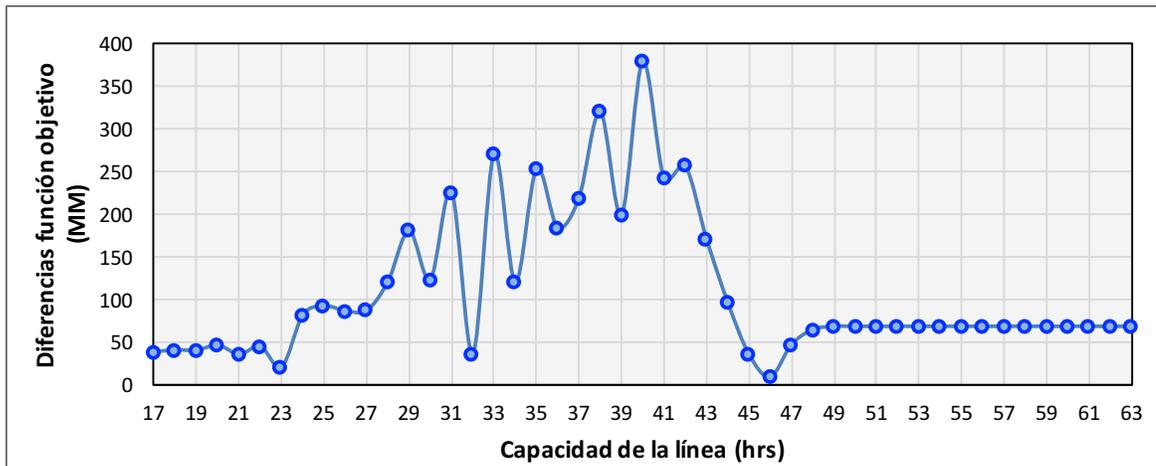


Figura 5.14. Diferencias en la función objetivo entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 30 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

### 5.3. Variabilidad de 50 %

Por último, para un nivel de variabilidad de 50 % tomamos las soluciones del modelo robusto cuando  $\phi = 0,2$ . Las coberturas para los valores de  $D_{ij}^t$  del modelo robusto se encuentran tabuladas en la siguiente tabla:

Tabla 5.6. Cobertura para los valores de  $D_{ij}^t$  para los cuales se prepara el modelo dado un nivel de robustez de  $\phi = 0,2$  y una variabilidad de 50 %

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	[33254, 33254]	[26112, 31914]	[27559, 34085]
(1, 2)	[32641, 32641]	[28858, 35270]	[29332, 35982]
(1, 3)	[26955, 26955]	[22928, 28024]	[23360, 28672]
(2, 1)	[26539, 26539]	[23222, 28382]	[21950, 27110]
(2, 2)	[24984, 24984]	[22659, 27695]	[21354, 26390]

Tabla 5.7. Cobertura para los valores de  $D_{ij}^t$  para los cuales se prepara el modelo estocástico dada una variabilidad de 50 %

$(i, j)$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$
(1, 1)	{33254}	{20638, 29013, 37388}	{21924, 30822, 39720}
(1, 2)	{32641}	{22808, 32064, 41320}	{23230, 32657, 42084}
(1, 3)	{26955}	{18122, 25476, 32830}	{18506, 26016, 33526}
(2, 1)	{26539}	{18354, 25802, 33250}	{17449, 24530, 31611}
(2, 2)	{24984}	{17909, 25177, 32445}	{16981, 23872, 30763}

Al igual que en los dos casos anteriores, la cobertura es menor que la ofrecida por el modelo estocástico, pero es mayor que la que brinda el modelo con un 30 % de variabilidad. La siguiente figura muestra la cantidad total de unidades producidas para los diferentes escenarios:

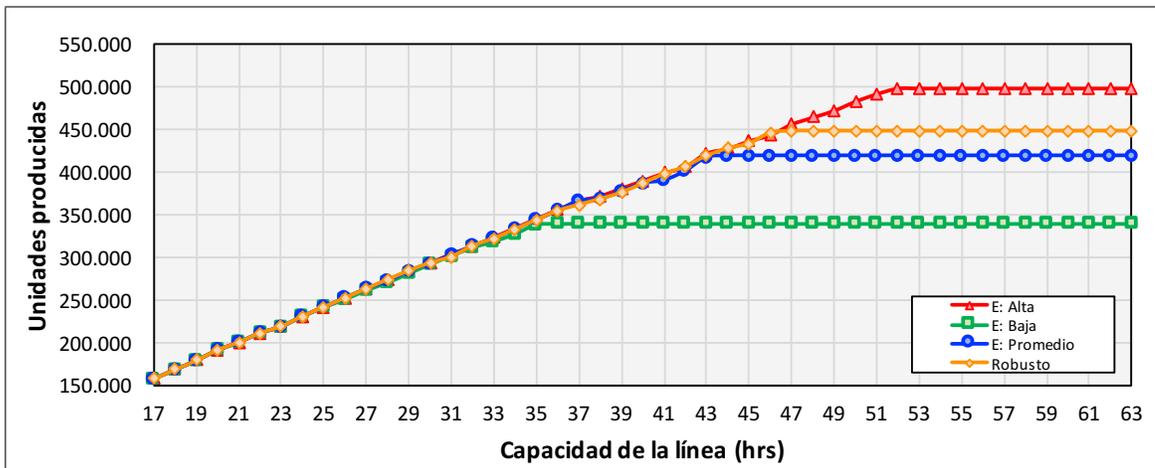


Figura 5.15. Comparación de unidades producidas entre el modelo robusto y el modelo estocástico en distintos escenarios para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Al igual que antes, dado que la robustez del modelo es positiva, la solución robusta se sitúa entre el caso más probable y el escenario con demanda más alta. En relación a la

cantidad de unidades postpuestas, la situación cambia con respecto a las dos situaciones previas. A este nivel de variabilidad la cantidad de unidades postpuestas por el modelo estocástico es mayor que las postpuestas por el modelo robustecido cuando la capacidad excede las 51 hrs.

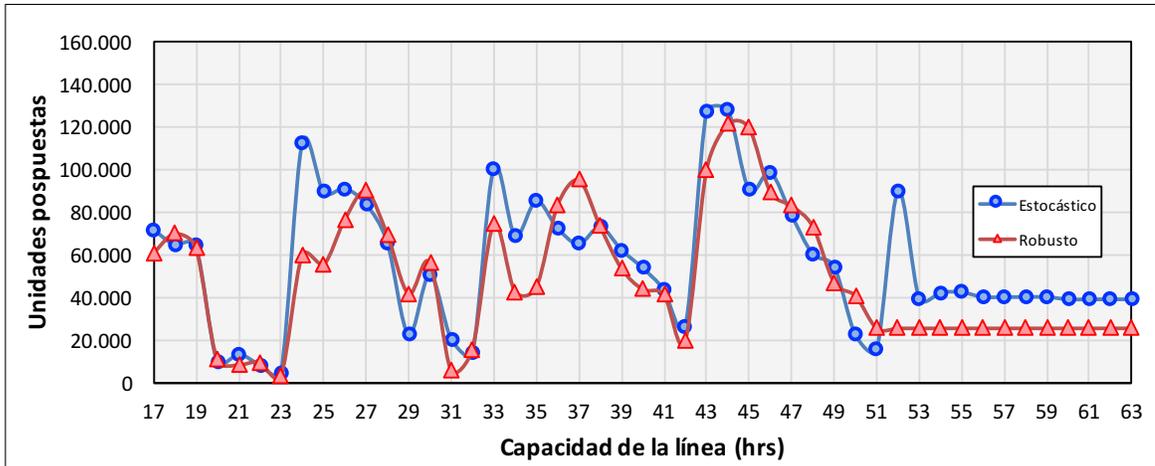


Figura 5.16. Comparación de unidades postpuestas entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50% de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Estas diferencias se explican por el hecho de utilizar un enfoque push que restringe las libertades del modelo y porque la cobertura que ofrece el modelo robusto es menor (de hecho, cuando  $\phi$  es suficientemente alto las diferencias entre las dos curvas son poco relevantes).

Con respecto a los niveles de inventario de producto intermedio, las diferencias no son tan relevantes pues el modelo estocástico hace mejor uso de su inventario etiquetando una mayor cantidad de unidades en la línea.

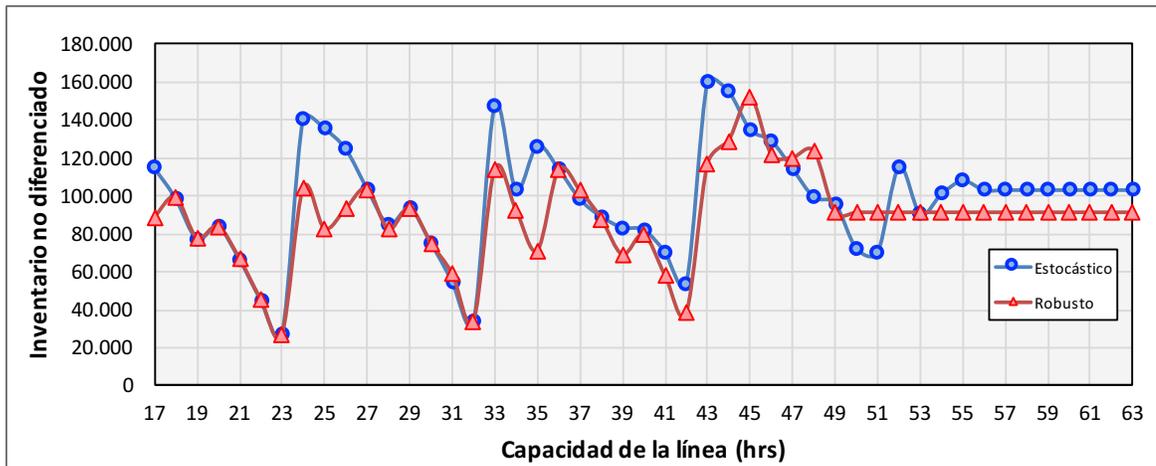


Figura 5.17. Comparación de niveles de inventario de producto intermedio entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

Por otro lado, al igual que para los casos anteriores, los niveles de inventario de producto terminado son superiores en el caso del modelo robusto y la cantidad de producto terminado almacenado en el modelo estocástico incrementa considerablemente. Finalmente, al igual que para los otros dos casos, la función de costos alcanza mejores resultados al utilizar el modelo estocástico.

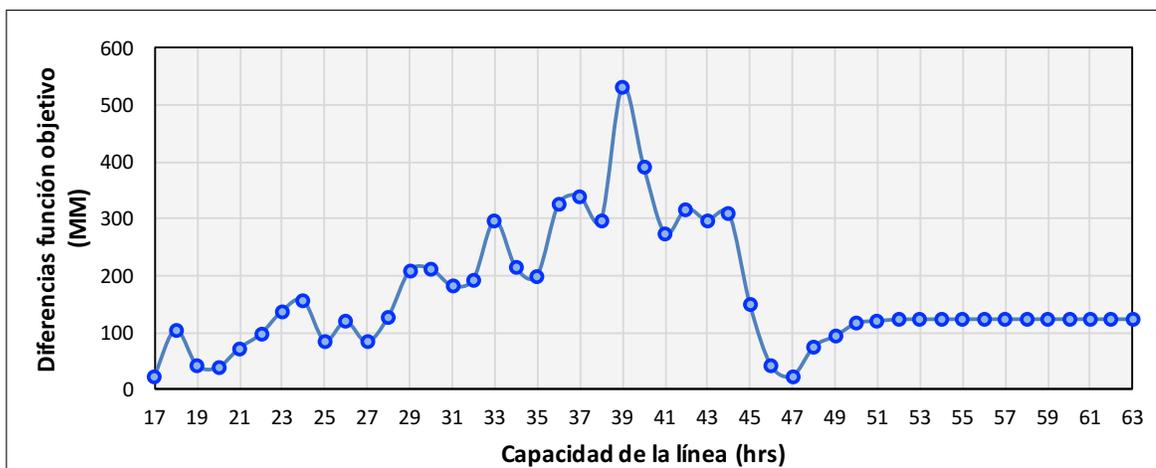


Figura 5.18. Diferencias en la función objetivo entre el modelo robusto y el modelo estocástico para un 50 % de variabilidad y diferentes niveles de capacidad

En síntesis, se puede señalar que el comportamiento en ambos modelos es bastante similar, y cualquier tomador de decisiones se puede ver beneficiado de esto pues estos modelos dictan pautas de operación que pueden ser replicadas. A pesar de ello, de acuerdo a un análisis en que asumimos que las distribuciones de los parámetros siguen una distribución normal, es posible sugerir al tomador de decisiones que resuelva el modelo estocástico siempre que cuente con un set de datos que le permita inferir la distribución de probabilidades de aquellos parámetros sujetos a incertidumbre, pues este modelo obtiene mejores resultados que el modelo robustecido al poder reaccionar a la realización de los valores de algunas variables en el transcurso del tiempo. Sin embargo, si los datos con los que cuenta el tomador de decisiones no permiten inferir distribuciones de probabilidad con claridad, lo más recomendable es resolver el modelo robusto utilizando diferentes niveles de robustez, a fin de buscar el valor que minimice los costos totales del sistema para diferentes distribuciones para el vector de demandas.

## CAPÍTULO 6. CONCLUSIONES

Analizamos los beneficios y los factores que alteran la posibilidad de posponer el proceso de etiquetado en una viña por medio de dos enfoques. El primero, un modelo de programación estocástica que requiere conocimiento de la distribución de probabilidades de aquellos datos con incertidumbre y que es capaz de reaccionar a variables que evolucionan en el tiempo. El segundo, un modelo de programación robusta que opera solamente con las desviaciones máximas de los parámetros con respecto a su valor nominal, incapaz de reaccionar a la evolución de variables en el tiempo, pero cuya implementabilidad es más amplia que la del modelo estocástico. De acuerdo con los resultados, la posibilidad de posponer es siempre atractiva, sobre todo como una consecuencia del enfoque push utilizado en este trabajo, pero la cantidad óptima de cuánto posponer se ve exacerbada también por otros factores. De hecho, no utilizar esta estrategia puede incrementar los costos en casi un 4000 % cuando se trabaja con suficiente capacidad, pues existe mayor incapacidad para satisfacer los requerimientos de los clientes y un incremento de los costos de inventario.

En primer lugar, la cantidad de unidades pospuestas depende fuertemente de la capacidad de operación en la línea, y forma ciclos decrecientes con ella. Esto ocurre porque el modelo trabaja con un enfoque push. Así, cada vez que el modelo decide utilizar una cuba por primera vez, debe incrementar la cantidad de unidades pospuestas, saltándose el proceso de etiquetado para ahorrar capacidad. Luego, cuando la capacidad crece, las unidades correspondientes a esa cuba pueden ser procesadas por la vía directa, de modo que se produce un decrecimiento en la cantidad de unidades pospuestas. Sin embargo, dichos ciclos ilustran también que menor capacidad operativa se traduce en una mayor proporción de botellas pospuestas con respecto al total de vino embotellado, ya que el modelo reduce considerablemente el retraso de sus órdenes por medio de mejor uso de su inventario de producto intermedio. En otras palabras, el modelo decide posponer el etiquetado de una unidad para ahorrar capacidad en la línea al evitar embotellar y etiquetar una botella en el mismo periodo. Así, cuando la capacidad es baja, el modelo prefiere etiquetar una mayor proporción de su inventario para poder satisfacer la demanda. Es más, observamos que la

proporción de unidades etiquetadas decrece con la capacidad y que además la cantidad de unidades que pasan por la vía directa diferida es menor cuando la capacidad crece. En consecuencia, los niveles promedio de inventario de producto intermedio tienden a incrementar cuando la capacidad de la línea es mayor, y la existencia de inventario de producto diferenciado se produce únicamente cuando se trabaja con cierta holgura, en escenarios donde el modelo es capaz no solo de satisfacer la demanda que enfrenta sino que también de embotellar el remanente de la cuba por la vía directa. En estos casos, el modelo estocástico prefiere almacenar inventario de aquel producto que presente bajos niveles de demanda en periodos siguientes, con el afán de evitar la preparación de la línea para ese producto, y así satisfacer la demanda utilizando solamente su inventario. El modelo robusto, por su parte, solo se preocupa de no conservar niveles de inventario demasiado altos para algún producto cuya demanda mínima sea muy extrema. Por otro lado, los beneficios de posponer cuando la capacidad es alta se reducen porque la vía directa es más atractiva al ser menos costosa y principalmente porque la capacidad no es un limitante, de modo que los niveles de unidades pospuestas corresponden mayoritariamente al remanente de vino no demandado en el periodo.

Además, podemos señalar que el comportamiento de ambos modelos ante cambios en la capacidad de la línea es prácticamente el mismo, y se conservan las tendencias generales aun cuando la naturaleza de operación de los dos modelos difiere considerablemente. De hecho, la única diferencia relevante entre los dos modelos para el análisis de capacidad radica en que el modelo robusto exagera la producción de producto terminado porque percibe la robustez como un incremento en la demanda de sus productos. Así, dependiendo de la realización del vector de demandas, puede haber o no inventario de producto diferenciado.

En segundo lugar, en esa misma línea, dado que se exige embotellar toda la cuba, la cantidad de unidades pospuestas en la línea se exagera cuando el descalce entre el tamaño de la cuba y la demanda es grande. En este caso, dado que los tamaños de las cubas son múltiplos de 12000, mientras más grande es la cuba mayor es la tendencia a incrementar

la cantidad de unidades pospuestas. En otras palabras, la utilización de cubas de 24000 litros incrementa considerablemente los niveles de unidades pospuestas con respecto a los otros dos casos con cubas de 12000 litros y un mix combinado entre ambas, pues ofrece una menor flexibilidad a la hora de embotellar vino. Al mismo tiempo, el mix de cubas requiere procesar mayor cantidad de unidades como producto intermedio que el caso con solo cubas de 12000 litros. Esto queda más claro aún cuando analizamos la cantidad de unidades pospuestas de manera independiente para cada tipo de vino. Haciendo esto podemos observar que el descalce entre demanda y tamaño de la cuba es mucho mayor para productos derivados del vino 2, razón por la cual, cuando se procesan ambos tipos de vino, la cantidad de unidades pospuestas es mucho mayor para el vino 2. Como vimos, esto ocurre porque la cantidad de vino sobrante luego de utilizar una cuba es mucho más grande y, por lo tanto, se prefiere almacenar dicho remanente como producto sin diferenciar. Ahora bien, a pesar de que la cantidad de unidades pospuestas incrementa con la pérdida de flexibilidad de las cubas, existen instancias de capacidad baja en que se observa la tendencia contraria, pues al ser escenarios de capacidad baja el modelo se ve más beneficiado de posponer y puede hacerlo al contar con cubas más pequeñas. Lo mismo ocurre al incorporar la flexibilidad de una cuba pequeña de 6000 litros. Más precisamente, la flexibilidad del sistema le permite procesar más o menos vino utilizando las cubas más pequeñas, utilizando de mejor manera la capacidad disponible.

También observamos que el caso menos flexible presenta mayores niveles de inventario de producto intermedio, lo cual ocurre como consecuencia directa del enfoque push, pues una gran cantidad de unidades son embotelladas aun cuando el modelo no tenga incentivos para usarlas posteriormente para etiquetarlas. Por otro lado, para el modelo estocástico los niveles de inventario de producto terminado son idénticos para los tres casos de interés, ya que conservar este tipo de inventario es una estrategia para evitar preparar la línea para embotellar un producto en particular en periodos posteriores. Nuevamente, observamos que tanto para el modelo robusto como para el modelo estocástico las tendencias de comportamiento son consistentes.

En tercer lugar, las soluciones para ambos modelos muestran robustez ante variaciones en los costos de inventario. Más concretamente, al disminuir los costos de inventario de producto terminado el modelo disminuye la cantidad de unidades pospuestas solamente cuando la capacidad de la línea es alta, pues en escenarios de capacidad baja posponer es más atractivo fundamentalmente porque permite ahorrar capacidad. Esto quiere decir que, por más que el sistema perciba los mismos costos a la hora de almacenar su inventario, cuando la capacidad es baja se debe posponer el etiquetado de los productos (y conservar inventario de producto intermedio) para poder ahorrar capacidad en la línea y embotellar completamente las cubas que utiliza. Por el contrario, cuando la capacidad de operación es alta el sistema cuenta con la holgura suficiente para poder embotellar sus productos por la vía directa, razón por la cual disminuye la cantidad de unidades pospuestas. Para el caso del modelo estocástico, observamos que incrementan levemente los niveles de inventario de producto terminado, siempre como una herramienta para evitar producir un producto en particular en periodos siguientes. Para el caso del modelo robusto, la disminución del costo de inventario de producto terminado le permite robustecerse más frente a la incertidumbre de la demanda, de modo que puede incrementar los niveles de producto terminado.

Por otro lado, al aumentar los costos de inventario de producto terminado el modelo prefiere posponer una mayor cantidad de unidades cuando la capacidad es alta ya que evita almacenar inventario de producto terminado al ser muy costoso. Para el caso del modelo estocástico la cantidad total esperada de producto terminado fabricada se mantiene estable, pues si bien se reduce la cantidad de unidades que pasan por la vía directa se incrementa la cantidad de unidades que son etiquetadas en la línea, manteniendo relativamente constante los niveles productivos. Sin embargo, para el modelo robusto la situación cambia, pues si bien se observa un leve incremento en la cantidad de unidades pospuestas, la principal diferencia es que, ante la nueva estructura de costos, el sistema cede un poco en término de robustez y se prepara para enfrentar menores niveles de demanda.

Ahora bien, al incrementar ambos costos 100 veces (manteniendo la proporción del caso original entre ambos costos) el sistema utiliza prácticamente las mismas soluciones

que las del caso base, porque ambos costos siguen siendo considerablemente menores que los costos de atraso. De hecho, la única diferencia observable ocurre en el modelo robusto, en escenarios de capacidad alta, donde el modelo evita incrementar excesivamente sus niveles de producto terminado, en tanto el *trade off* demanda-inventario se desplaza menos a favor de la demanda. Por último, al incrementar ambos costos 1000 veces el sistema reacciona embotellando una menor cantidad de vino en tanto el *trade off* entre el cumplimiento en la demanda y los costos de inventario se carga cada vez menos a lo primero. Es relevante destacar que, independientemente de los costos de inventario, el modelo estocástico siempre almacena inventario de producto terminado para ahorrar capacidad productiva en la línea en periodos posteriores.

En cuarto lugar, con respecto a cómo cambia la posibilidad de posponer ante determinados presupuestos de robustez, se puede concluir que no existe una tendencia en la curva de unidades pospuestas. Lo que ocurre en este caso es que el modelo robusto se prepara siempre produciendo más producto terminado, de modo que un incremento en la robustez es concebido como un incremento en los niveles de demanda y, por ende, en un incremento en la cantidad de producto terminado y en un aumento en la cantidad de unidades que pasan por la vía directa. Así, la cantidad de unidades pospuestas pasa a ser más una consecuencia del descalce entre el tamaño de las cubas y las demandas para las cuales se prepara el modelo.

Por último, el comportamiento del sistema difiere entre los modelos cuando modificamos la variabilidad. Para el modelo estocástico la cantidad de unidades pospuestas se ve exacerbada por la variabilidad que presenta la demanda, pero sus efectos se mitigan considerablemente por el enfoque push, de modo que a cualquier nivel de variabilidad la cantidad de unidades pospuestas es considerablemente alta. Esto implica que, dependiendo del tamaño de las cubas y la probabilidad de ocurrencia de cada escenario observaremos o no el efecto de la variabilidad en la cantidad pospuesta. Por otro lado, si bien la cantidad total de unidades producidas se mantiene relativamente estable, existen instancias en las que se reduce al incrementar la variabilidad, lo cual implica que la cantidad de unidades

que pasan por la vía directa disminuya también al haber mayor incertidumbre. Este es un resultado lógico pues al contar con mayor certeza utilizar la vía directa se vuelve más seguro y además es menos costoso. Por otro lado, para el modelo robusto la cantidad de unidades pospuesta no presenta ningún patrón o tendencia a medida que incrementa la variabilidad, y la razón que explica este hecho es que el modelo robusto, dada la estructura de costos, prefiere siempre protegerse ante la incertidumbre produciendo más producto terminado. Así, un incremento en la variabilidad se concibe solamente como un incremento en el vector de demandas (en tanto la variabilidad incrementa el intervalo en el cual puede situarse un pedido de un cliente) de modo que incrementa también la cantidad de unidades que pasan por la vía directa. Al asumir que las demandas se comportan de acuerdo a una distribución normal, y por medio de simulación de Montecarlo, observamos que el presupuesto de incertidumbre óptimo se desplaza a la izquierda a medida que incrementa la variabilidad, lo cual deja en claro que resguardarse excesivamente ante la incertidumbre no tiene mucho valor cuando la variabilidad es grande, pero sí tiene mucho valor cuando la variabilidad es baja, pues los costos de inventario son bajos y la cantidad de unidades en exceso que podrían quedar almacenadas se alejan poco del valor nominal.

Con respecto al contraste de ambos modelos, para la formulación estocástica asumimos que el tomador de decisiones es neutral al riesgo. Para el modelo robusto, sin embargo, el tomador de decisiones es capaz de ajustar la robustez del modelo de acuerdo a su aversión al riesgo. Debido a que la elección de una formulación u otra es una decisión que no es trivial resolvimos nuevamente el modelo estocástico asumiendo que los datos con incertidumbre siguen una distribución normal, para poder realizar una comparación en la estructura y desempeño entre ambos modelos.

Lo que podemos concluir es que los modelos se comportan de manera muy similar en términos de valor esperado. Esto quiere decir que la cantidad de unidades pospuestas, la cantidad total de vino producido, los niveles de inventario, etc, son muy similares entre ambos modelos, y comienzan a diferenciarse al incrementar la variabilidad. Así también,

podemos señalar que la principal diferencias entre ambos modelos corresponde a los niveles de inventario de producto diferenciado, pues el modelo estocástico lo utiliza como una herramienta para ahorrar capacidad, algo que no sucede para el modelo robusto. Respecto al desempeño de ambos modelos, dado que el modelo estocástico es únicamente implementable en los escenarios diseñados, calculamos los costos esperados de utilizar la estrategia dictada por el modelo robusto en dichos escenarios. Con ello podemos señalar que el modelo estocástico muestra siempre mejores resultados que el modelo robusto, pues conoce de antemano la información de la distribución de probabilidad de los datos con incertidumbre, de modo que puede reaccionar ante la realización en los valores de determinadas variables, mientras que el modelo robusto no cuenta con esa flexibilidad. Además, el modelo estocástico considera escenarios más extremos que los que toma en cuenta el modelo robusto, lo cual explica gran parte de los resultados. Sin embargo, como ya señalamos, el modelo estocástico es solamente implementable en los escenarios que componen el árbol de demandas, mientras que el modelo robusto es implementable en todo su intervalo de cobertura. Por tanto, si el tomador de decisiones conoce la distribución de probabilidades de la demanda, el uso del modelo estocástico resulta más atractivo que el del modelo robusto, sin embargo, si no se trabaja con buenos datos el tomador de decisiones debiera resolver este último, pues cuenta con mayor implementabilidad independientemente del comportamiento de los datos con incertidumbre. Sea cual sea el modelo que se elija resolver, los resultados son siempre mejores que los del caso determinístico.

Finalmente, debido a que el problema que aquí se resuelve es un problema NP-hard (como se muestra en [Maes et al. \(1991\)](#)), el análisis realizado considera solamente instancias con pocos nodos para facilitar su resolución. Sin embargo, esto es una limitante a la hora de querer resolver problemas de la vida real. Por tanto, algunas opciones para futura investigación incluyen abordar el problema por medio de la utilización de heurísticas. De hecho, la resolución óptima de un problema provee beneficios limitados cuando los pronósticos no son confiables o corresponden a datos muy variables, de modo que contar con una solución aproximada que pueda ser obtenida en poco tiempo puede ser de mayor valor para las organizaciones. Adicionalmente, incorporar a la función objetivo algún

elemento que penalice la variabilidad de los costos permitiría levantar el supuesto de que el tomador de decisiones es neutral al riesgo. Una manera en que esto puede realizarse es utilizando una medida coherente de riesgo. De la misma manera, se precisa de mayor estudio para ayudar al tomador de decisiones a escoger un determinado presupuesto de incertidumbre en diferentes situaciones, y formular un modelo de optimización robusto ajustable en este caso otorgaría al sistema la flexibilidad para reaccionar ante la realización de valores de determinados parámetros en el tiempo, ajustando el valor de ciertas variables cuando sea necesario. Además, creemos que es necesario estudiar en detalle cómo afectan los tiempos de seteo sobre la decisión que toma el modelo, pues en este trabajo asumimos que estos no eran dependientes de la secuencia y porque se pudo comprobar que estos tiempos son un aspecto clave cuando el modelo decide ahorrar capacidad para fabricar. Por último, creemos que puede ser útil estudiar la manera de utilizar las soluciones del modelo estocástico cuando la realización de los parámetros inciertos no está contemplada en el árbol de escenarios. Esto permitiría, por ejemplo, analizar el comportamiento del modelo estocástico contra uno robusto cuando los datos son escasos, asumiendo para el modelo estocástico la existencia de una determinada distribución que puede no coincidir con la real.

## REFERENCIAS

- Alderson, W. (2006). Marketing efficiency and the principle of postponement. En *A twenty-first century guide to aldersonian marketing thought* (pp. 109–113). Springer.
- Arnaut, J.-P. M., y Maatouk, M. (2010). Optimization of quality and operational costs through improved scheduling of harvest operations. *International Transactions in Operational Research*, 17(5), 595–605.
- Basso, F., y Varas, M. (2017). A mip formulation and a heuristic solution approach for the bottling scheduling problem in the wine industry. *Computers & Industrial Engineering*, 105, 136–145.
- Ben-Tal, A., y Nemirovski, A. (2000). Robust solutions of linear programming problems contaminated with uncertain data. *Mathematical programming*, 88(3), 411–424.
- Berruto, R., Tortia, C., y Gay, P. (2006). Wine bottling scheduling optimization. *Transactions of the ASABE*, 49(1), 291–295.
- Bertsimas, D., y Sim, M. (2004). The price of robustness. *Operations research*, 52(1), 35–53.
- Bertsimas, D., y Thiele, A. (2006). A robust optimization approach to inventory theory. *Operations research*, 54(1), 150–168.
- Bohle, C., Maturana, S., y Vera, J. (2010). A robust optimization approach to wine grape harvesting scheduling. *European Journal of Operational Research*, 200(1), 245–252.
- Bucklin, L. P. (1965). Postponement, speculation and the structure of distribution channels. *Journal of marketing research*, 26–31.
- Cholette, S. (2009). Mitigating demand uncertainty across a winery's sales channels through postponement. *International Journal of Production Research*, 47(13), 3587–3609.
- Cholette, S. (2010). Postponement practices in the wine industry: adoption and attitudes of california wineries. En *Supply chain forum: an international journal* (Vol. 11, pp. 4–15).
- Czyzyk, J., Mesnier, M. P., y Moré, J. J. (1998). The neos server. *IEEE Computational Science and Engineering*, 5(3), 68–75.

- Dantzig, G. B. (1955). Linear programming under uncertainty. *Management Science*, 1.
- Dolan, E. D. (2001). *The neos server 4.0 administrative guide* (Technical Memorandum n.º ANL/MCS-TM-250). Mathematics and Computer Science Division, Argonne National Laboratory.
- Ertuğrul, İ., y Işık, T. (2009). Production planning for a winery with mixed integer programming model. *Ege Academic Review*, 9(2).
- Fandel, G., y Stammen-Hegene, C. (2006). Simultaneous lot sizing and scheduling for multi-product multi-level production. *International Journal of Production Economics*, 104(2), 308–316.
- Ferrer, J.-C., Mac Cawley, A., Maturana, S., Toloza, S., y Vera, J. (2008). An optimization approach for scheduling wine grape harvest operations. *International Journal of Production Economics*, 112(2), 985–999.
- Gicquel, C., Minoux, M., y Dallery, Y. (2008). Capacitated lot sizing models: a literature review.
- Gropp, W., y Moré, J. (1997). Optimization environments and the neos server. *Approximation theory and optimization*, 167–182.
- Mac Cawley, A. F. (2014). *The international wine supply chain: challenges from bottling to the glass* (Tesis Doctoral no publicada). Georgia Institute of Technology.
- Maes, J., McClain, J. O., y Van Wassenhove, L. N. (1991). Multilevel capacitated lotsizing complexity and lp-based heuristics. *European Journal of Operational Research*, 53(2), 131–148.
- Miller III, A. C., y Rice, T. R. (1983). Discrete approximations of probability distributions. *Management science*, 29(3), 352–362.
- Mohais, A., Schellenberg, S., Ibrahimov, M., Wagner, N., y Michalewicz, Z. (2012). An evolutionary approach to practical constraints in scheduling: A case-study of the wine bottling problem. En *Variants of evolutionary algorithms for real-world applications* (pp. 31–58). Springer.
- Sen, S., y Hige, J. L. (1999). An introductory tutorial on stochastic linear programming models. *Interfaces*, 29(2), 33–61.

- Shapiro, A., Dentcheva, D., y Ruszczyński, A. (2014). Lectures on stochastic programming: modeling and theory, volume 16 (siam).
- Soyster, A. L. (1973). Convex programming with set-inclusive constraints and applications to inexact linear programming. *Operations research*, 21(5), 1154–1157.
- Van Hoek, R. (1997). Postponed manufacturing: a case study in the food supply chain. *Supply Chain Management: An International Journal*, 2(2), 63–75.
- Van Hoek, R. I. (2001). The rediscovery of postponement a literature review and directions for research. *Journal of operations management*, 19(2), 161–184.
- Varas, M., Maturana, S., Cholette, S., Mac Cawley, A., y Basso, F. (2018). Assessing the benefits of labelling postponement in an export-focused winery. *International Journal of Production Research*, 1–20.
- Yang, B., Burns, N. D., y Backhouse, C. J. (2004a). Management of uncertainty through postponement. *International Journal of Production Research*, 42(6), 1049–1064.
- Yang, B., Burns, N. D., y Backhouse, C. J. (2004b). Postponement: a review and an integrated framework. *International Journal of Operations & Production Management*, 24(5), 468–487.
- Zinn, W., y Bowersox, D. J. (1988). Planning physical distribution with the principle of postponement. *Journal of Business Logistics*, 9(2).

## APÉNDICE

## A. CÓDIGOS DE AMPL UTILIZADOS

Figura A.1. Archivo .mod del modelo estocástico

```
#####  
#####Conjuntos#####  
#####  
  
set I; #Vinos.  
set T; #Nodos.  
set K; #Líneas.  
set E; #Nodos terminales.  
set CB; #Tipos de cubas.  
set J{I}; #Etiquetas sobre vinos del conjunto I.  
set A{T}; #Nodos antecesoros de un respectivo nodo del árbol..  
set Ans{E}; #Nodos que componen un camino hasta algún nodo terminal.  
  
#####  
#####Parámetros#####  
#####  
  
param c{k in K}; #Tiempo para procesar completamente una botella .  
param b{k in K}; #Tiempo para embotellar una botella .  
param l{k in K}; #Tiempo para etiquetar una botella .  
param Q:=0.75; #Capacidad de la botella .  
param B{k in K}; #Capacidad de embotellado.  
param L{k in K}; #Capacidad de etiquetado .  
param TC{d in CB}; #Tamaño de las cubas.  
param NM{d in CB}; #Cantidad de cubas.  
param D{i in I, j in J[i], t in T} >= 0; #Demandas.  
param sb{k in K}; #Tiempo de seteo embotellado.  
param sl{k in K}; #Tiempo de seteo etiquetado .  
param sc{k in K}; #Tiempo de seteo completo.  
param P{t in T} >= 0; #Probabilidades (se asumen como uno por ser formulación robusta).  
param cr:=15000; #Costos por atrasos .  
param cxb:=1500; #Costos seteo embotellado.  
param cxl:=500; #Costos seteo etiquetado .  
param cxc:=1500; #Costos seteo completo.
```

```

param csu{i in I, t in T} >=0; #Costo inventario no diferenciado .
param csd{i in I, j in J[i], t in T} >=0; #Costo inventario diferenciado .
param T2:=13;
param su0{i in I}; #Inventario inicial no diferenciado .

#####
###Variables de Decisión###
#####

var qc{i in I, j in J[i], k in K, t in T} integer >= 0; #Cantidad de botellas procesadas completamente.
var ql{i in I, j in J[i], k in K, t in T} integer >= 0; #Cantidad de botellas que pasan solo por la parte de etiquetado .
var qb{i in I, k in K, t in T} integer = 0; #Cantidad de botellas que pasan solo por la parte de embotellado .
var sd{i in I, j in J[i], t in 0..T2} integer >= 0; #Inventario de producto diferenciado .
var su{i in I, t in 0..T2} integer >= 0; #Inventario de producto no diferenciado .
var r{i in I, j in J[i], t in T} integer >= 0; #Cantidad de unidades atrasadas (pendientes) .
var xc{i in I, j in J[i], k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo completo de la línea .
var xl{i in I, j in J[i], k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo de la parte de etiquetado .
var xb{i in I, k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo de la parte de embotellado .
var z{i in I, k in K, t in T, d in CB} integer >= 0; #Cantidad de cubas a utilizar .
var g{i in I, k in K, t in T} integer >= 0; #Litros de vino utilizados .
var x{i in I, k in K, t in T} binary >= 0; #Binaria si se han juntado las líneas .
var ca{i in I, d in CB} integer >= 0; #Asignación de cubas .

#####
###Función Objetivo###
#####

minimize FO:
    sum{t in T}(P[t]*(sum{i in I}(csu[i, t]*su[i, t])+sum{i in I, j in J[i]}(cr*r[i, j, t]+csd[i, j, t]*sd[i, j, t])+
    sum{i in I, k in K}(cxb*xb[i, k, t]+sum{j in J[i]}(cxl*xl[i, j, k, t]+cxc*xc[i, j, k, t]))));

#####
###Restricciones###
#####

subject to R1 {i in I, t in T, k in K}:
    sum{d in CB}(TC[d]*z[i, k, t, d]) = Q*(qb[i, k, t] + sum{j in J[i]}qc[i, j, k, t]);
subject to R2 {i in I, t in 2..T2, a in A[t]}:
    sum{k in K}(qb[i, k, t]) - sum{j in J[i], k in K}(ql[i, j, k, t])+su[i, a]=su[i, t];
subject to R3 {i in I}:

```

```

sum{k in K}(qb[i,k,1]) - sum{j in J[i], k in K}(ql[i,j,k,1]) + inicial [i]=su[i,1];
subject to R4 {i in I, j in J[i], t in 2..T2,a in A[t]}:
sum{k in K}(ql[i,j,k,t]+qc[i,j,k,t]) - (D[i,j,t]-r[i,j,t])+sd[i,j,a]-r[i,j,a]=sd[i,j,t];
subject to R5 {i in I, j in J[i]}:
sum{k in K}(ql[i,j,k,1]+qc[i,j,k,1]) - (D[i,j,1]-r[i,j,1]) + iniciald [i,j]=sd[i,j,1];
subject to R6 {i in I, t in 2..T2, a in A[t]}:
sum{j in J[i], k in K}ql[i,j,k,t]<=su[i,a];
subject to R7 {i in I}:
sum{j in J[i], k in K}ql[i,j,k,1]<= inicial [i];
subject to R8 {i in I, k in K, t in T}:
b[k]*qb[i,k,t]<=(B[k]-sb[k])*xb[i,k,t];
subject to R9 {i in I, j in J[i], k in K, t in T}:
l[k]*ql[i,j,k,t]<=(B[k]-sl[k])*xl[i,j,k,t];
subject to R10 {i in I, j in J[i], k in K, t in T}:
c[k]*qc[i,j,k,t]<=(B[k]-sc[k])*xc[i,j,k,t];
subject to R11 {k in K, t in T}:
sum{i in I}(b[k]*qb[i,k,t]+sb[k]*xb[i,k,t])+sum{i in I, j in J[i]}(c[k]*qc[i,j,k,t]+
sc[k]*xc[i,j,k,t]) - (sum{i in I, j in J[i]}(xc[i,j,k,t]) - sum{i in I}(x[i,k,t]))<=B[k];
subject to R12 {k in K,t in T}:
sum{i in I, j in J[i]}(c[k]*qc[i,j,k,t]+sc[k]*xc[i,j,k,t]+l[k]*ql[i,j,k,t]+sl[k]*xl[i,j,k,t]) -
(sum{i in I, j in J[i]}(xc[i,j,k,t]) - sum{i in I}(x[i,k,t]))<=L[k];
subject to R13 {i in I,k in K, t in T}:
sum{d in CB}(TC[d]*4/3*z[i,k,t,d])=g[i,k,t];
subject to R14 {i in I,j in J[i],k in K, t in T}:
xc[i,j,k,t]<=x[i,k,t];
subject to R15 {t in E, d in CB, i in I}:
sum{k in K, u in Ans[t]}z[i,k,u,d]<=ca[i,d];
subject to R16 {d in CB}:
sum{i in I} ca[i,d]<=NM[d];

```

---

Figura A.2. Archivo .dat del modelo estocástico

```

set K := 1;
set I := 1 2;
set J[1] := 1 2 3;
set J[2] := 1 2;
set T := 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13;
set E := 5 6 7 8 9 10 11 12 13;

```

```
set CB:= 1 2;
set A [1] := 0;
set A [2] := 1;
set A [3] := 1;
set A [4] := 1;
set A [5] := 2;
set A [6] := 2;
set A [7] := 2;
set A [8] := 3;
set A [9] := 3;
set A [10] := 3;
set A [11] := 4;
set A [12] := 4;
set A [13] := 4;
set Ans [5] := 5 2 1;
set Ans [6] := 6 2 1;
set Ans [7] := 7 2 1;
set Ans [8] := 8 3 1;
set Ans [9] := 9 3 1;
set Ans [10] := 10 3 1;
set Ans [11] := 11 4 1;
set Ans [12] := 12 4 1;
set Ans [13] := 13 4 1;
```

```
param b := 1 0.00014;
param l := 1 0.00028;
param c := 1 0.00028;
param B := 1 41;
param L := 1 41;
param sc := 1 1.5;
param sb := 1 1.5;
param sl := 1 0.5;
param P :=
```

```
1 1
2 0.3
3 0.4
4 0.3
5 0.09
6 0.12
```

7 0.09  
8 0.12  
9 0.16  
10 0.12  
11 0.09  
12 0.12  
13 0.09  
;  
**param D :=**  
  
1 1 1 33254  
1 1 2 17730  
1 1 3 32458  
1 1 4 35702  
1 1 5 8466  
1 1 6 17259  
1 1 7 20995  
1 1 8 29470  
1 1 9 33451  
1 1 10 48286  
1 1 11 28244  
1 1 12 35825  
1 1 13 50836  
1 2 1 32641  
1 2 2 25272  
1 2 3 31113  
1 2 4 40125  
1 2 5 20666  
1 2 6 25390  
1 2 7 33100  
1 2 8 15254  
1 2 9 31744  
1 2 10 46913  
1 2 11 29239  
1 2 12 38351  
1 2 13 55544  
1 3 1 26955  
1 3 2 14106  
1 3 3 27687  
1 3 4 33898

1 3 5 12941  
1 3 6 14433  
1 3 7 21172  
1 3 8 22755  
1 3 9 26660  
1 3 10 34146  
1 3 11 21959  
1 3 12 33745  
1 3 13 45498  
2 1 1 26539  
2 1 2 18932  
2 1 3 26156  
2 1 4 32201  
2 1 5 11997  
2 1 6 18461  
2 1 7 24225  
2 1 8 17688  
2 1 9 27030  
2 1 10 32659  
2 1 11 16320  
2 1 12 32045  
2 1 13 37491  
2 2 1 24984  
2 2 2 15561  
2 2 3 25932  
2 2 4 33787  
2 2 5 11857  
2 2 6 14796  
2 2 7 19235  
2 2 8 17476  
2 2 9 26747  
2 2 10 32360  
2 2 11 17351  
2 2 12 34611  
2 2 13 36922  
;

---

---

Figura A.3. Archivo .mod del modelo robusto

---

#####  
#####Conjuntos#####  
#####

set I; #Vinos.  
set T; #Periodos.  
set K; #Líneas.  
set E; #Nodos terminales.  
set CB; #Tipos de cubas.  
set J{I}; #Etiquetas sobre vinos del conjunto I.  
set A{T}; #.  
set Ans{E}; #Nodos que componen un camino hasta

#####  
#####Parámetros#####  
#####

param c{k in K}; #Tiempo para procesar completamente una botella .  
param b{k in K}; #Tiempo para embotellar una botella .  
param l{k in K}; #Tiempo para etiquetar una botella .  
param Q:=0.75; #Capacidad de la botella .  
param B{k in K}; #Capacidad de embotellado.  
param L{k in K}; #Capacidad de etiquetado .  
param TC{d in CB}; #Tamaño de las cubas.  
param NM{d in CB}; #Cantidad de cubas.  
param D{i in I, j in J[i], t in T} >= 0; #Demandas.  
param D2{i in I, j in J[i], t in T} >= 0;  
param D3{i in I, j in J[i], t in T} >= 0;  
param sb{k in K}; #Tiempo de seteo embotellado.  
param sl{k in K}; #Tiempo de seteo etiquetado .  
param sc{k in K}; #Tiempo de seteo completo.  
param P{t in T} >= 0; #Probabilidades (se asumen como uno por ser formulación robusta).  
param cr:=15000; #Costos por atrasos .  
param cxb:=1500; #Costos seteo embotellado.  
param cxl:=500; #Costos seteo etiquetado .  
param exc:=1500; #Costos seteo completo.  
param csu{i in I, t in T} >= 0; #Costo inventario no diferenciado .  
param csd{i in I, j in J[i], t in T} >= 0; #Costo inventario diferenciado .  
param T2:=3;  
param su0{i in I}; #Inventario inicial no diferenciado .

```

param sd0{i in I, j in J[i]};
param Gamma{i in I, j in J[i], t in T} >=0; #Presupuesto de incertidumbre .
param varianza>=0; #Varianza de la instancia .

#####
###Variables de Decisión###
#####

var qc{i in I, j in J[i], k in K, t in T} integer >= 0; #Cantidad de botellas procesadas completamente.
var ql{i in I, j in J[i], k in K, t in T} integer >= 0; #Cantidad de botellas que pasan solo por la parte de etiquetado .
var qb{i in I, k in K, t in T} integer = 0; #Cantidad de botellas que pasan solo por la parte de embotellado .
var sd{i in I, j in J[i], t in 0..T2} integer >= 0; #Inventario de producto diferenciado .
var su{i in I, t in 0..T2} integer >= 0; #Inventario de producto no diferenciado .
var r{i in I, j in J[i], t in T} integer >= 0; #Cantidad de unidades atrasadas (pendientes) .
var xc{i in I, j in J[i], k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo completo de la línea .
var xl{i in I, j in J[i], k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo de la parte de etiquetado .
var xb{i in I, k in K, t in T} binary; #Binaria para seteo de la parte de embotellado .
var z{i in I, k in K, t in T, d in CB} integer >= 0; #Cantidad de cubas a utilizar .
var g{i in I, k in K, t in T} integer >= 0; #Litros de vino utilizados .
var x{i in I, k in K, t in T} binary >= 0; #Binaria si se han juntado las líneas .
var lam{i in I, j in J[i], t in T} >= 0; #Variable dual.
var bet{i in I, j in J[i], t in T, u in 1..t} >= 0; #Variable dual.

#####
###Función Objetivo###
#####

minimize FO:
    sum{t in T}(P[t]*(sum{i in I}(csu[i, t]*su[i, t])+sum{i in I, j in J[i]}(r[i, j, t])+
    sum{i in I, k in K}(cxb*xb[i, k, t])+sum{j in J[i]}(cxl*xl[i, j, k, t]+cxc*xc[i, j, k, t])));

#####
###Restricciones###
#####

subject to R1 {i in I, t in T, k in K}:
    sum{d in CB}(TC[d]*z[i, k, t, d]) = Q*(qb[i, k, t] + sum{j in J[i]}qc[i, j, k, t]);
subject to R2 {i in I, t in 2..T2, a in A[t]}:
    sum{k in K}(qb[i, k, t]) - sum{j in J[i], k in K}(ql[i, j, k, t])+su[i, a]=su[i, t];
subject to R3 {i in I}:

```

$$\text{sum}\{k \text{ in } K\}(\text{qb}[i,k,1]) - \text{sum}\{j \text{ in } J[i], k \text{ in } K\}(\text{ql}[i,j,k,1]) + \text{su0}[i] = \text{su}[i,1];$$
**subject to** R4  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], t \text{ in } T\}$ :
$$r[i,j,t] \geq \text{csd}[i,j,t] * (\text{sum}\{k \text{ in } K, u \text{ in } 1..t\}(\text{ql}[i,j,k,u] + \text{qc}[i,j,k,u]) - \text{sum}\{u \text{ in } 1..t\}(\text{D}[i,j,u]) + \text{lam}[i,j,t] * \text{Gamma}[i,j,t] + \text{sum}\{u \text{ in } 1..t\}(\text{bet}[i,j,t,u]));$$
**subject to** R5  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], t \text{ in } T\}$ :
$$r[i,j,t] \geq -cr * (\text{sum}\{k \text{ in } K, u \text{ in } 1..t\}(\text{ql}[i,j,k,u] + \text{qc}[i,j,k,u]) - \text{sum}\{u \text{ in } 1..t\}(\text{D}[i,j,u]) - \text{lam}[i,j,t] * \text{Gamma}[i,j,t] - \text{sum}\{u \text{ in } 1..t\}(\text{bet}[i,j,t,u]));$$
**subject to** R6  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], t \text{ in } T, u \text{ in } 1..t\}$ :
$$\text{lam}[i,j,t] + \text{bet}[i,j,t,u] \geq 9 * \text{D2}[i,j,u];$$
**subject to** R7  $\{i \text{ in } I, t \text{ in } 2..T2, a \text{ in } A[t]\}$ :
$$\text{sum}\{j \text{ in } J[i], k \text{ in } K\} \text{ql}[i,j,k,t] \leq \text{su}[i,a];$$
**subject to** R8  $\{i \text{ in } I\}$ :
$$\text{sum}\{j \text{ in } J[i], k \text{ in } K\} \text{ql}[i,j,k,1] \leq \text{su0}[i];$$
**subject to** R9  $\{i \text{ in } I, k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$b[k] * \text{qb}[i,k,t] \leq (B[k] - \text{sb}[k]) * \text{xb}[i,k,t];$$
**subject to** R10  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$l[k] * \text{ql}[i,j,k,t] \leq (B[k] - \text{sl}[k]) * \text{xl}[i,j,k,t];$$
**subject to** R11  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$c[k] * \text{qc}[i,j,k,t] \leq (B[k] - \text{sc}[k]) * \text{xc}[i,j,k,t];$$
**subject to** R12  $\{k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$\text{sum}\{i \text{ in } I\} (b[k] * \text{qb}[i,k,t] + \text{sb}[k] * \text{xb}[i,k,t]) + \text{sum}\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i]\} (c[k] * \text{qc}[i,j,k,t] + \text{sc}[k] * \text{xc}[i,j,k,t]) - (\text{sum}\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i]\} (\text{xc}[i,j,k,t]) - \text{sum}\{i \text{ in } I\} (\text{x}[i,k,t])) \leq B[k];$$
**subject to** R13  $\{k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$\text{sum}\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i]\} (c[k] * \text{qc}[i,j,k,t] + \text{sc}[k] * \text{xc}[i,j,k,t] + l[k] * \text{ql}[i,j,k,t] + \text{sl}[k] * \text{xl}[i,j,k,t]) - (\text{sum}\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i]\} (\text{xc}[i,j,k,t]) - \text{sum}\{i \text{ in } I\} (\text{x}[i,k,t])) \leq L[k];$$
**subject to** R14  $\{i \text{ in } I, k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$\text{sum}\{d \text{ in } CB\} (\text{TC}[d] * 4/3 * z[i,k,t,d]) = g[i,k,t];$$
**subject to** R15  $\{i \text{ in } I, j \text{ in } J[i], k \text{ in } K, t \text{ in } T\}$ :
$$\text{xc}[i,j,k,t] \leq \text{x}[i,k,t];$$
**subject to** R16  $\{d \text{ in } CB\}$ :
$$\text{sum}\{i \text{ in } I, k \text{ in } K, t \text{ in } T\} z[i,k,t,d] \leq \text{NM}[d];$$

---

Figura A.4. Archivo .dat del modelo robusto

---

```

set K := 1;
set I := 1 2;
set J[1] := 1 2 3;
set J[2] := 1 2;

```

```

set T := 1 2 3;
set E := 3;
set A [1] := 0;
set A [2] := 1;
set A [3] := 2;
set Ans [3] := 2 1;
set CB:= 1 2;
param b := 1 0.00014;
param l := 1 0.00028;
param c := 1 0.00028;
param B := 1 41;
param L := 1 41;
param sc := 1 1.5;
param sb := 1 1.5;
param sl := 1 0.5;
param P :=

```

```

1 1
2 1
3 1
;
param D :=

```

```

1 1 1 33254
1 1 2 29013
1 1 3 30822
1 2 1 32641
1 2 2 32064
1 2 3 32657
1 3 1 26955
1 3 2 25476
1 3 3 26016
2 1 1 26539
2 1 2 25802
2 1 3 24530
2 2 1 24984
2 2 2 25177
2 2 3 23872
;
param D2 :=

```

1 1 1 914.5  
1 1 2 1065.5  
1 1 3 1534.72  
1 2 1 705.91  
1 2 2 831.54  
1 2 3 1400.86  
1 3 1 1109.73  
1 3 2 1125.18  
1 3 3 1153.01  
2 1 1 732.14  
2 1 2 738.16  
2 1 3 966.26  
2 2 1 1002.73  
2 2 2 1015.83  
2 2 3 1037.57  
;

---