



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**¿CUÁNTOS CENTROS DE RECICLAJE
NECESITAMOS Y DÓNDE? UN
ENFOQUE MEDIANTE APROXIMACIÓN
CONTINUA**

JAVIER ANDRÉS SOTO LORCA

Tesis para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JUAN CARLOS MUÑOZ ABOGABIR

Santiago de Chile, (Marzo, 2021)

© 2021, Javier Soto Lorca



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

¿CUÁNTOS CENTROS DE RECICLAJE NECESITAMOS Y DÓNDE? UN ENFOQUE MEDIANTE APROXIMACIÓN CONTINUA

JAVIER ANDRÉS SOTO LORCA

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JUAN CARLOS MUÑOZ ABOGABIR

RICARDO GIESEN ENCINA

ARMIN MAURICIO LÜER VILLAGRA

ANDRES RODRIGO GUESALAGA MEISSNER

DocuSigned by:
Juan Carlos Muñoz
3CE4A2D78EB8498...
DocuSigned by:
Ricardo Giesen
ABF234A350A341B...
DocuSigned by:
Armin Lier V.
B03845AFB9C3401...
DocuSigned by:
[Signature]
57024B69174546F...

Para completar las exigencias del grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, (Marzo, 2021)

*Para todos los que fueron parte de
este proceso.*

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de esta tesis ha sido posible gracias al apoyo de los fondos del proyecto FONDECYT 1110720. También, ha sido beneficiada por el apoyo del Centro de Desarrollo Urbano Sustentable (CEDEUS), CONICYT/FONDAP/15110020.

Por otra parte, la investigación no podría haber sido realizada sin el apoyo fundamental y trabajo de la compañía de reciclaje Triciclos, cuya labor ha sido invaluable para el desarrollo de este proyecto.

En especial, deseo agradecer a los profesores Juan Carlos Muñoz y Ricardo Giesen por todo el apoyo brindado durante el desarrollo de esta investigación, el tiempo invertido en el proyecto, la confianza que me entregaron al permitirme trabajar en esta investigación y toda su guía y paciencia mientras este proyecto estuvo en desarrollo.

Finalmente, quiero agradecer enormemente a todos los cercanos que me apoyaron durante el desarrollo de este proceso, con especial énfasis en mi familia, quienes han sido mi mayor soporte a través de las distintas etapas de desarrollo de esta investigación.

INDICE GENERAL

INDICE GENERAL	iv
INDICE DE TABLAS.....	vi
INDICE DE FIGURAS.....	vii
RESUMEN.....	viii
ABSTRACT.....	ix
1. INTRODUCCION.....	1
1.1. ORGANIZACION DE LA TESIS.....	8
2. REVISION BIBLIOGRAFICA.....	9
2.1. PROBLEMAS DE LOCALIZACION.....	9
2.2. PROBLEMAS DE LOGISTICA INVERSA.....	12
2.3. METODOLOGIA DE APROXIMACION CONTINUA EN PROBLEMAS LOGISTICOS.....	13
3. METODOLOGIA.....	16
3.1. FORMULACION DEL PROBLEMA QLC.....	17
3.2. FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA QLC.....	21
3.3. ALGORITMO DE SOLUCIÓN.....	25
4. CASO DE ESTUDIO.....	28
4.1. RESULTADOS APLICACION DEL ALGORITMO.....	33
4.2. EFECTO DE UN SUBSIDIO.....	36
4.3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS.....	45
5. CONCLUSIONES Y POSIBLES EXTENSIONES.....	47
BIBLIOGRAFIA.....	51
ANEXOS.....	59

A.1. INFORMACIÓN BASE Y CÁLCULOS PARA LA DIVISIÓN PRESENTADA.....	60
A.2. PRIMER ACERCAMIENTO AL PROBLEMA	62
A.2.1. INTRODUCCION AL PROBLEMA	62
A.2.2. METODOLOGIA PROPUESTA.....	66
A.2.3. ALGORITMO DE SOLUCION.....	72
A.2.4. CASO DE ESTUDIO.....	73
A.2.5. CONCLUSIONES	78

INDICE DE TABLAS

Tabla 1 - Parámetros Caso de Estudio.....	29
Tabla 2 - Caso Base: Resultados.....	36
Tabla 3 - Caso 1: Resultados.....	39
Tabla 4 - Caso 2: Resultados.....	41
Tabla 5 - Densidad RSM y Población por Comuna Región Metropolitana	60
Tabla 6 - Generación por quintil de ingresos	74

INDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Jerarquía de Gestión de Residuos.....	1
Figura 2 - Ubicación aproximada de las residencias de muestra de clientes que visitan un centro de acopio	30
Figura 3 - Visitas según distancia al centro de acopio	31
Figura 4 - Curva de proporción de material atraído según distancia	32
Figura 5 – Caso Base: Costo total del sistema (US\$ / Mes)	34
Figura 6 – Caso Base: Margen neto medio por tonelada de material reciclado	35
Figura 7 - Caso 1: Costo Total del Sistema.....	38
Figura 8 - Caso 2: Beneficio Total del Sistema.....	40
Figura 9 - Caso 2: Ubicación de centros de acopio en grilla	42
Figura 10 - Impacto subsidios sobre cantidad de centros de acopio óptima	44
Figura 11 - Efecto subsidio sobre cantidad de centros de acopio	46
Figura 12 - Óptimo de centros de acopio en base a un objetivo privado	75
Figura 13 - Localización óptima en base a beneficio privado	76
Figura 14 - Óptimo de centros de acopio en base a un objetivo social.....	77
Figura 15- Localización óptima en base a beneficio social.....	78

RESUMEN

Esta tesis presenta una metodología que utiliza el enfoque de aproximación continua para resolver el problema logístico de determinar el número y ubicación de centros de reciclaje a los que los hogares de una región pueden entregar residuos para ser reciclados. La metodología propuesta reconoce explícitamente que el volumen de material atraído por cada centro depende del total de hogares en su área de influencia y la distancia de cada uno al centro. Se considera una empresa que opera centros de reciclaje a los que los usuarios pueden entregar sus artículos para ser reciclados. Se presenta un análisis económico desde una perspectiva privada y social para abordar las siguientes preguntas: ¿Cuántos centros de reciclaje urbano se necesitan y dónde? ¿Es sostenible desarrollar un negocio privado con estas condiciones? Si no, ¿cuánto debería ser el subsidio para sostener este tipo de sistema?

El problema se resuelve mediante maximización del beneficio privado total de la compañía operadora de centros de reciclaje. El análisis se centra en la logística asociada a los centros de reciclaje, sus costos relacionados, los ingresos privados y el beneficio social para la empresa y el sistema. La función objetivo encuentra la densidad de los centros de distribución en la región que maximiza el margen del volumen de residuos procesados a través del sistema. La única variable de decisión es la densidad, δ , de los centros de distribución alrededor de cada punto de la región de interés. La metodología se aplicó utilizando datos reales de Triciclos, una empresa local que recicla residuos sólidos residenciales. Se encontró que, en las condiciones base, el sistema no es rentable en términos privados. Como ejercicio se analizó el sistema suponiendo un subsidio consistente con el aporte social de la operación, lo que entregó como resultado un sistema con 33 centros de acopio distribuidos en Santiago.

Palabras Claves: Ubicación de centros de reciclaje, Aproximación continua, Diseño de redes logísticas.

ABSTRACT

This thesis presents a methodology that uses the continuous approximation approach to find the number and location of recycling centers over a defined region. Proposed methodology explicitly recognizes that volume of material attracted by each center depends on total households in its area of influence and distance of each of them to the center. We consider a company that operates recycling centers to which users can deliver their items to be recycled. An economic analysis of the system from both, private and social perspective is presented to address the following questions: How many urban recycling centers do we need and where? Is it sustainable to develop privately a business with these conditions? If not, how much should be the subsidy to sustain this kind of system?

The problem is solved through the maximization of the total private benefit for the Company operating the recycling centers. The analysis focuses on the logistics associated to the recycling centers, its related costs and the private income and social benefit for the company and the system. Objective function finds the distribution centers density in the region that maximizes the benefit of the waste processed through the system. The only decision variable is the density, δ , of distribution centers around each point of the region of interest. Methodology was tested using real data from Triciclos, a Chilean company that recycles residential solid waste. For base case, we found that the system is not profitable considering a private perspective. We also addressed the problem of adding a subsidy consistent with the social return of the recycling activity, we found that optimal configuration was reached with 33 recycling centers distributed throughout Santiago.

Keywords: Location of recycling centers, Continuum approximation, Logistics Network Design.

1. INTRODUCCION

A nivel global, la generación de residuos es un problema que afecta a toda la población desde diferentes perspectivas. Según la Agencia de Protección Ambiental de Estados Unidos (*i.e. United States Environmental Protection Agency* o EPA), la gestión de residuos es un tema de alta prioridad, tanto a nivel estatal como a nivel municipal. En los últimos años, el concepto de una gestión integral de residuos ha adquirido mayor relevancia y está siendo ampliamente adoptado por las entidades gubernamentales tanto para la operación presente como para planificación futura. Desde esta misma perspectiva, la EPA ha definido niveles de jerarquía respecto a las etapas preferidas para tratar los residuos:

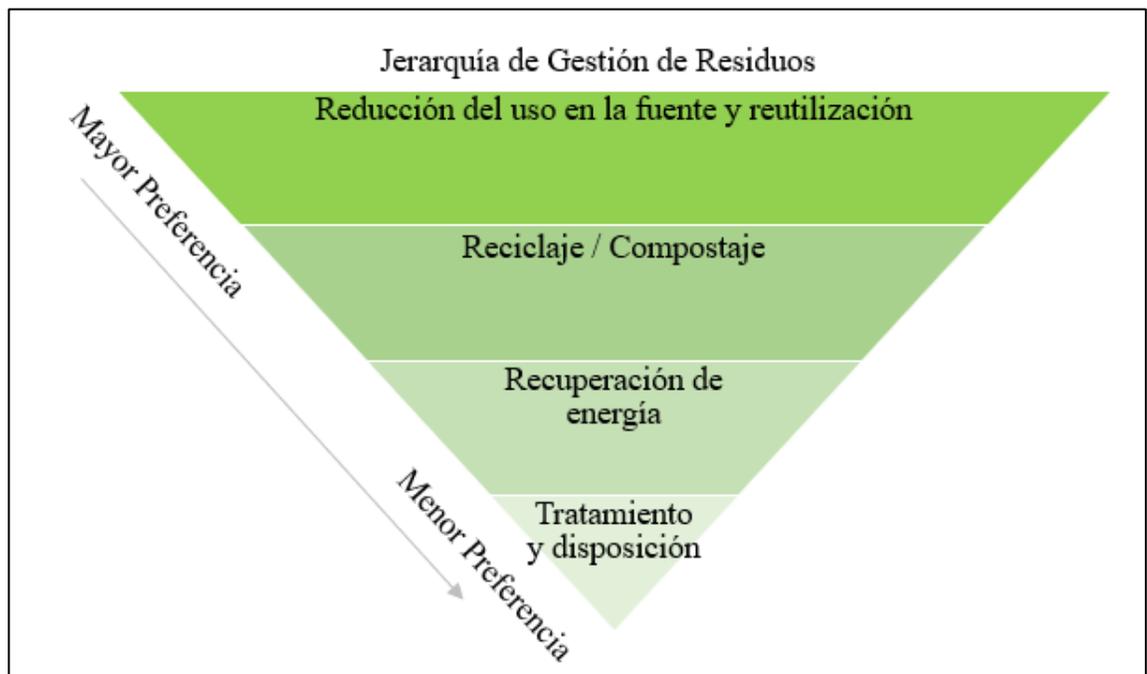


Figura 1 - Jerarquía de Gestión de Residuos

En base al marco definido en la Figura 1, las actividades de reciclaje y compostaje son la segunda categoría más relevante, siendo la primera la reducción de residuos en la fuente y la reutilización, es decir, el reciclaje y compostaje son la categoría más relevante una vez que un elemento se convierte en un residuo. En general, las actividades de reciclaje a escala requieren procesos logísticos complejos de consolidación de residuos, los cuales usualmente implican gastos que no hacen rentable una operación de este tipo sin que exista algún tipo de subsidio de por medio, Ackerman realiza una revisión de críticas de algunos sectores que agrupa como “anti-reciclaje” por considerar que, como cualquier actividad económica, debería estar regulada por el mercado y no se deberían subsidiar programas de recolección económicamente insostenibles (Ackerman, 2013). Desde una perspectiva privada, en una visión simplificada, el ingreso económico y los beneficios asociados que se pueden obtener al recuperar residuos debe, al menos, cubrir los costos de la operación propia de reciclaje y los costos logísticos de recolección, acopio, transporte y consolidación del material para que una operación de este tipo sea sostenible en el tiempo. Entonces, dados los importantes beneficios sociales asociados al reciclaje (Bijleveld *et al*, 2013), contar con un diseño logístico que permita minimizar los costos asociados a esta operación es crítico respecto de la sostenibilidad de compañías de esta industria.

En este contexto, existen compañías como Triciclos (Ministerio del Medio Ambiente de Chile, 2018), que opera en el sector de reciclaje y recolección de residuos reciclables. La compañía cuenta con diferentes centros de acopio distribuidos a través de una región, los que prestan el servicio de recolección domiciliaria, recepción, clasificación y transporte hacia plantas que procesan el material reciclable. Entonces, los clientes de la compañía pueden utilizar sus servicios a través de las siguientes alternativas:

1. Los usuarios pueden acercarse directamente a cualquiera de los centros de acopio de la compañía para llevar y entregar sus residuos domiciliarios reciclables, o;
2. Los usuarios pueden contratar un servicio de retiro de residuos reciclables en su domicilio, de manera similar a los servicios de retiro de residuos sólidos domiciliarios públicos.

Los residuos sólidos recibidos, son clasificados y revisados por los operadores de los centros de acopio. Una vez que se acumula un volumen suficiente, estos son despachados a plantas de reciclajes, donde son dispuestos para que el material sea recuperado. La compañía recibe un pago por cada kilogramo que entregue.

En términos operacionales, uno de los desafíos más relevantes que Triciclos debe enfrentar es decidir cuántos centros de acopio instalar en el área de servicio y dónde ubicarlos de manera de lograr una operación lo más eficiente posible. Estas decisiones tienen un impacto crítico en términos de la rentabilidad y sustentabilidad de largo plazo de la compañía.

En general, los mayores grupos de costos relacionados a la operación de una red dedicada a la recolección de residuos reciclables pueden ser clasificados de la siguiente manera:

- i. Costos de operación de los centros de acopio: Estos costos pueden incluir arriendos de infraestructura, mantenimiento, clasificación de residuos, remuneraciones del personal, entre otros costos.
- ii. Costos de transporte de primera milla: Corresponden a todos aquellos costos relacionados con el retiro de material reciclable desde los domicilios de los usuarios hasta la posterior entrega en los centros de acopio (*first-mile*). Existe un costo por kilómetro recorrido por hora de operación y un costo por la flota necesaria para realizar estos movimientos.
- iii. Costo de despacho del material reciclable: desde los centros de acopio hasta las plantas de reciclaje. Como en el caso anterior, existe un costo por kilómetro recorrido por hora de operación y un costo por la flota necesaria para realizar estos movimientos.

Una de las claves para que el negocio sea sustentable en términos financieros es el *trade-off* que se produce entre la minimización del costo por cada kilogramo de material reciclado y la maximización de kilogramos atraídos. El diseño del sistema logístico utilizado por la compañía tendrá impacto en términos operativos y financieros.

La operación de los centros de acopio y recolección en los hogares del material reciclable genera costos de transporte y logística, que representan una importante proporción de los costos totales de la compañía. Por esto, para una compañía con este tipo de operación, es fundamental contar con alguna herramienta que apoye su toma de decisiones en base a información cuantitativa de su operación. Los costos de operación dentro de los centros de acopio están relacionados con los costos de transporte y logística ya que:

- Al aumentar el número de centros de acopio en una región el costo de operación total de estos aumenta, pero;
- Los costos de transporte de recolección y despacho podrían disminuir al tener que recorrer menores distancias, lo que permitiría reducir la flota necesaria para visitar a todos los clientes. Esto reduce costos de inventario a nivel de cada uno de los centros de acopio.

En este contexto, una compañía dedicada al rubro del reciclaje, que cuenta con centros de acopio y retiro domiciliario, debe resolver ¿Cuál es el número y ubicación óptima de centros de acopio tal que permita minimizar el costo total del sistema?

Cada uno de los centros de acopio atiende un área de influencia determinada principalmente por los clientes que tienen a alguno de estos centros como el más cercano. La compañía utiliza estos centros para consolidar y clasificar el material recibido para venderlo a plantas que reciclan el material. En los centros de acopio se realizan despachos hacia plantas recicladoras cuando se acumula un volumen de carga suficiente para consolidar un vehículo lleno. Los vehículos se pagan por distancia recorrida, por lo que para minimizar el costo de transporte por kilogramo conviene llevar vehículos llenos.

La formulación será aplicada al estudio y análisis de la empresa B Triciclos, una reconocida firma multinacional de origen chilena creada en el año 2009 con el objetivo principal de motivar la sostenibilidad en el uso de los recursos. La compañía trabaja en el área de reciclaje recolectando residuos sólidos domiciliarios que potencialmente se podrían recuperar. El funcionamiento de esta empresa se basa en la instalación de varios “puntos limpios” en la ciudad, en estos lugares se acumulan productos reciclables para

luego ser despachados a plantas de reciclaje. La aplicación de la tecnología estará centrada en la ciudad de Santiago, en las zonas en que la compañía ha demostrado tener una mayor actividad.

El objetivo de esta tesis es establecer una metodología que permita determinar el número y ubicación óptima de centros de acopio de manera tal que se minimice el costo total del sistema. Específicamente se espera: (1) Determinar cuáles son los parámetros estructurales del problema y cómo afectan la decisión de cantidad y localización; (2) En base a la rama de aproximación continua, desarrollar un modelo matemático que permita encontrar la densidad óptima local teórica de centros de acopio para cada punto de la región en estudio; (3) Establecer una metodología que permita analizar distintas configuraciones discretas de cantidad y localización de centros de acopio a partir de la solución teórica; (4) Determinar la solución discreta al problema que se ajuste de mejor forma a la solución teórica en base a maximizar la utilidad neta del sistema, y; (5) Aplicar la metodología al caso real de la compañía chilena Triciclos en la ciudad de Santiago.

Respecto a los alcances de esta tesis, se limitará el estudio de este problema a una región con demanda fija, por lo que no se considerará incertidumbre. Se asume que los centros de acopio siempre tienen capacidad suficiente para recibir material reciclable. Respecto al servicio de recolección domiciliaria, para el cálculo de costos de transporte, se considera una demanda por este servicio fija para cada punto de la región. Se asume también que las plantas de reciclaje que compran los materiales recolectados por la empresa compran a una tarifa fija y su demanda es tal que siempre comprarán el material acumulado por la compañía en estudio. Se asume que cada kilogramo de material reciclable recibido por los centros de acopio está compuesto por la misma proporción de tipos de material que acumula el sistema de centros de acopio, por lo que no hay incertidumbre respecto del tipo de material atraído.

El problema que de interés de esta tesis es determinar la cantidad y ubicación de centros de acopio óptima en una región, lo que en inglés se denomina *Quantity and Location of Centers* (“QLC”). Para encontrar esta configuración óptima, se deben considerar los costos e ingresos involucrados en la operación de una empresa de este tipo, los que agruparemos en:

1. Costos de arriendo, operación y mantención asociados al proceso de preparación y despacho.

El costo de arriendo se define a partir del gasto en el que se incurre por hacer uso de instalaciones y superficie (m^2) durante un horizonte de tiempo, esta componente del costo es fijo, independiente del volumen que sea procesado por el centro de acopio. El costo de operación incluye las remuneraciones pagadas a cada uno de los empleados del centro de reciclaje, esta componente es variable debido a que depende del volumen total procesado de cada centro, lo que tendrá relación directa con la cantidad de operadores en el lugar para ayudar a procesar el material. El costo de mantención contempla una tarifa fija para cada periodo que considera gastos relacionados a la operación, lo que consolida gastos como los de servicios básicos, gastos asociados a limpieza, mantención y cuidado del centro de reciclaje.

2. Costos de transporte asociado al movimiento de material reciclable desde los centros de acopio hacia las plantas de reciclaje.

Desde cada uno de los centros de reciclaje se deben realizar envíos de cada uno de los tipos de materiales acumulados hacia plantas de reciclaje. Los envíos se hacen en la medida que el centro de reciclaje recibe una cantidad de material suficiente para llenar la capacidad de los vehículos. Dada las características de un sistema de este tipo, siempre es posible esperar hasta llenar los vehículos a capacidad debido a que el material atraído no pierde su valor por el tiempo que se mantiene en el centro de reciclaje (los costos de inventario de los materiales son despreciables en este caso). Las tarifas asociadas al costo de transporte se pagan con respecto a las

distancias que se deben recorrer desde cada uno de los centros hasta la planta de reciclaje.

3. Costos de transporte asociado a la recolección de material reciclable entre los centros de acopio y los domicilios de los clientes que contratan el servicio de recolección.

Como parte del proceso de reciclaje, se ofrece a los residentes dentro del área de influencia la opción de que un vehículo de carga retire desde su domicilio el material reciclable, facilitando de esta forma el transporte de material y maximizando la carga de material que se lleva en vehículo hacia los centros de reciclaje. Para acceder a este servicio, cada usuario debe pagar una tarifa por la recolección de los materiales en su domicilio. Esta operación se realiza desde los centros de acopio hasta cada uno de los hogares en que se requiera este servicio, siempre que se encuentren dentro de la zona de influencia de los centros de acopio. El costo de este servicio es asumido completamente por la compañía que realiza el servicio de reciclaje. Dado que el material recolectado se puede acumular es posible que los vehículos logren ocupar completamente su capacidad al terminar su recorrido. El costo incurrido por la empresa de retiros de residuos en el domicilio será estimado a través de una tarifa por kilómetro recorrido.

Por otra parte, la recuperación de material reciclable tiene un valor asociado para los centros de reciclaje, por lo que se considera un ingreso asociado a cada uno de los productos recuperados:

4. Ingreso por producto recibido en las plantas recicladoras.

Por cada uno de los productos se asocia un ingreso que se paga a la compañía dueña de los centros de reciclaje. Este ingreso es una transferencia desde la planta de reciclaje y hacia los centros de distribución.

Se construye a partir de estas categorías una función objetivo que incluye los costos e ingresos mencionados en función de la densidad de centros de distribución en la región entonces se busca identificar la densidad que minimiza el costo total de operación de la compañía. La principal variable de decisión en este caso es la densidad (δ) de centros de distribución en torno a cada punto de la región de interés.

1.1. ORGANIZACION DE LA TESIS

La estructura de esta tesis se organiza de la siguiente manera, luego de esta introducción, en el capítulo 2 se realiza una revisión bibliográfica en la que se revisan problemas similares al presentado en la literatura, las formas de abordarlo, se profundiza en los temas tratados por la rama de investigación de aproximación continua del problema y usos en problemas similares mediante esta metodología. A continuación, se presenta el enfoque de solución propuesto para resolver el problema. Posteriormente, en el capítulo 3, se describe la metodología utilizada y se plantea la estructura del problema descrito. En esta sección se incluye también la descripción de los atributos considerados que influyen en el problema. Adicionalmente, se desarrolla el algoritmo de solución para el problema. En el capítulo 4, se aplica la metodología descrita a un caso de estudio real, se desarrolla un análisis numérico y los resultados de la metodología para el caso. Finalmente, en el capítulo 5, se incluyen las conclusiones de la tesis, en conjunto con potenciales extensiones de lo presentado.

2. REVISION BIBLIOGRAFICA

En este capítulo se hace una revisión de la literatura respecto del estado actual de problemas similares lo que se estructura de la siguiente forma: en primer lugar, se realiza una revisión de problemas de localización; en segundo lugar, se realiza una revisión de problemas de logística inversa, y; por último, se revisa el origen de la rama de aproximación continua y los avances actuales relevantes para este problema.

2.1. PROBLEMAS DE LOCALIZACION

El problema de localización de instalaciones (*FLP*) consiste en definir la posición de un grupo de instalaciones en una región determinada en base a la distribución de demanda (usuarios) a ser asignada a cada una de las instalaciones. En aplicaciones prácticas, sea en el sector privado o público, estos problemas están relacionados a decisiones de largo plazo que normalmente requieren altas inversiones (Barbati, 2013). Los problemas abarcados en este campo son bastante diversos y no es el objetivo de esta investigación realizar una revisión exhaustiva de este tema, por lo que se limitará el alcance de esta revisión a problemas relacionados principalmente con gestión de residuos.

En general, los problemas de localización buscan determinar la configuración óptima de una red de instalaciones que cumplan con algún objetivo específico. Varios tipos de costos son considerados en este tipo de problemas, los cuales pueden ser de naturaleza fija o variable, tales como costos de apertura, operativos, inventario, transporte, entre otros. Un tema recurrente en las soluciones de este tipo de problemas es que mientras el número de clientes potenciales e instalaciones aumentan en cada problema, la cantidad de variables que se debe manejar es cada vez mayor, lo que resulta en problemas matemáticos de gran escala. Adicionalmente, debe considerarse que las variables podrían tener algún grado de incertidumbre, lo que genera mayores complicaciones respecto de la modelación.

Parte importante de la documentación respecto a este tipo de problemas hace referencia a los problemas de localización de rellenos sanitarios con diferentes condiciones, características y aplicaciones. En ocasiones, se plantea como una división de un territorio en regiones específicas (por temas regulatorios y de disposición) en las que se debe ubicar un número limitado de rellenos sanitarios (Eiselt y Marianov, 2014), en base a estas restricciones se busca una localización óptima del lugar donde los residuos se consolidan para cada región.

Marks y Liebman (1971), presentaron una revisión de modelos de localización. En este artículo, se utilizó la metodología de programación lineal entera mixta (“MILP”) con el objetivo de minimizar, por una parte, los costos fijos y variables de establecer estaciones de transferencia y, por otra, los costos de transporte asociado a cada una de las estaciones de transferencia.

Gottinger (1988) se basa en una metodología similar con el objetivo de minimizar los costos de operación, transporte y fijos para encontrar la localización óptima de incineradores y rellenos sanitarios. Plantea el problema como uno de flujo en redes sobre las calles de la ciudad, sobre el cual desarrolla y aplica un algoritmo específico para encontrar la localización de costo mínimo para colocar un relleno sanitario.

Otra referencia, es la publicación desarrollada por Li y Huang (2006). En este estudio, se considera un sistema de gestión de residuos sólidos integrado por sobre una operación única de rellenos sanitarios aislada. Para abordar el problema, los autores proponen utilizar el método de programación en dos etapas, para poder analizar escenarios de políticas definidas y una combinación con información de entrada mayoritariamente aleatoria. Para abordar el problema de optimización, plantean una combinación de metodología de programación lineal entera mixta utilizando parámetros discretos a intervalos, con esto se busca combinar la posibilidad de incorporar funciones de densidad de probabilidad y

parámetros discretos. Este modelo apunta a apoyar la toma de decisiones respecto de la planificación de largo plazo de la gestión general de residuos en un sistema integrado en el cual se considere una estrategia efectiva respecto a costos de la utilización de recursos. Concluye que el entorno regulatorio y los incentivos de largo plazo tienen un impacto clave en la prolongación del uso de rellenos sanitarios o en el desarrollo de otras alternativas.

Mitropoulos *et al.* (2009) aborda el objetivo de encontrar las ubicaciones preferibles para la instalación de distintas partes de un sistema de gestión de residuos. Para el análisis, se consideraron un conjunto de localizaciones factibles acotados según restricciones regulatorias y técnicas. El estudio proyecta en un horizonte de 25 años la futura demanda para las distintas instalaciones de un sistema de gestión de residuos integrado. Entre sus conclusiones propone un trade-off entre un sistema en el que no se realiza ningún tipo de tratamiento, por lo que con el paso del tiempo la creación de rellenos sanitarios adicionales es cada vez más costosa, y un sistema en el que se realizan sobre los residuos procesos de tratamiento previos, lo que hace que el sistema requiera costos adicionales, pero en el largo plazo requiera invertir menos en el desarrollo de más rellenos sanitarios.

Adeleke *et al.* (2019) presenta una alternativa de solución para un problema de recolección de residuos. En particular, agrupa los domicilios que se atienden en ciertos puntos de recolección con el objetivo de ocupar la menor cantidad posible de estos puntos sin alcanzar sus restricciones de capacidad. El problema se resuelve a través de una heurística que utiliza CPLEX y AMPL para encontrar soluciones factibles.

Adeleke y Olukanni (2020) realizan una revisión de problemas de localización de instalaciones. En este artículo establecen una categorización respecto de los enfoques utilizados para abordar estos problemas, en los que la propuesta de solución más común es a través de programación entera y, en segundo lugar, a través de programación entera mixta. Adicionalmente, apuntan que los modelos construidos pueden tener como objetivo

encontrar soluciones exactas o aproximados. En el caso de los modelos exactos, sostienen que en la medida que el tamaño del problema aumenta los tiempos en encontrar la solución pueden llegar a ser enormes. En consecuencia, aparecen los modelos que entregan soluciones aproximadas cercanas a las óptimas, que normalmente comienzan con una solución básica factible para luego dar con soluciones suficientemente robusta en base a criterios predefinidos.

2.2.PROBLEMAS DE LOGISTICA INVERSA

Los primeros acercamientos a problemas de logística inversa tienen relación con la recolección de productos o residuos y la redistribución de los mismos (Flores, 2012).

Spengler, 1997, propone un modelo de programación lineal entera mixta (*MILP*) para manejar la gestión de desmantelamiento y reciclaje de productos. En el estudio se trata el problema de localización de instalaciones y asignación de flujos. Por la complejidad del modelo planteado inicialmente el artículo, el problema fue transformado a través de un algoritmo a un problema en dos partes.

Li-Hsing en 2001 propone un modelo mixto de programación lineal entera para optimizar la red de logística inversa para el caso de electrodomésticos en Taiwán. En el modelo se toma en consideración minimizar el costo total el cual se compone de las siguientes categorías: costos de transporte, costos operacionales, costos de disposición final y rellenos sanitarios, costos fijos de arriendo e ingresos por la venta de materiales recuperables.

Roghaniana y Pazhoheshfarb en 2014 publicaron un artículo con consideraciones estocásticas respecto de la capacidad, la demanda y la cantidad de productos involucrados en una red logística. Los autores destacan la importancia y relevancia del tema debido a

razones medioambientales y regulatorias. Proponen un modelo probabilístico de programación entera mixta.

Rachih *et al.* en 2019 realizan una revisión de meta heurísticas propuestas para resolver problemas de logística inversa. Motivados por la importancia que ha tomado el tema desde la década del 90, los autores realizan una revisión de modelos en los que mencionan la complejidad de utilizar modelos exactos para este tipo de problemas y las ventajas de utilizar meta heurísticas en su lugar.

La mayoría de los autores coinciden en que la logística inversa es un tema cada vez más relevante, tanto desde sectores académicos como desde sectores industriales, tanto por temas regulatorios como por temas medioambientales. Esto se ve reflejado en el incremento de artículos relacionados a este tema en los últimos años (Prajapati *et al.*, 2019). En Chile en particular, se está implementando regulación con la Ley de Responsabilidad Extendida del Productor (Ley 20.920), que regula la gestión de residuos y reciclaje de los productos comercializados en el mercado. Por otro lado, los enfoques utilizados para resolver estos problemas son diversos, pero es común que se indique que por el tamaño de los mismos y otras consideraciones particulares es complejo utilizar métodos de optimización exactos.

2.3.METODOLOGIA DE APROXIMACION CONTINUA EN PROBLEMAS LOGISTICOS

En esta sección se hará una revisión de la metodología de aproximación continua (“AC”) y de sus aplicaciones relevantes en problemas logísticos. El problema QLC tiene las características que permiten que exista una gran cantidad de soluciones factibles. El problema a resolver se ajusta a la metodología propuesta por Daganzo (1999). Él propone una metodología basada en una aproximación continua de fenómenos discretos para determinar la cantidad y localización de centros de distribución en una región.

Los primeros modelos que hacen uso de la metodología de aproximación continua hacen referencia a la localización de tiendas y la asignación de clientes a estas tiendas en un espacio continuo. Newell (1973) y Daganzo (1986) desarrollaron modelos en una y dos dimensiones, respectivamente, para localizar infraestructura que puede ser usada por usuarios localizados en áreas de influencia cercanas.

En la literatura existen algunos ejemplos que utilizan aproximación continua para resolver problemas sobre sistemas logísticos. Por ejemplo, Pulido et al (2014) usan este enfoque para un problema de distribución a domicilio combinado de localización y distribución con ventanas de tiempo bajo condiciones de demanda fijas. Mangotra *et al.* (2012) utiliza AC para resolver de forma conjunta un problema sobre la localización y suministro de inventario en 2 etapas. Medina *et al.* (2014) proponen un modelo para localización de paraderos de transporte público en un corredor. Ouyang y Daganzo (2006) desarrollan un algoritmo para resolver problemas de localización de terminales como problemas discretos en base a AC. Clarens y Hurdle (1975) minimizan los costos de usuario y de operación para un sistema urbano de buses. Sin embargo, en lo que concierne al conocimiento de los autores, no se ha desarrollado en profundidad en la literatura de AC, propuestas para la logística de residuos, ni localización de centros de reciclaje.

Es razonable suponer que la demanda atraída por cada centro de acopio depende de la cantidad de hogares en su zona de influencia y la distancia de cada uno de los hogares al centro. Como explica Beckmann (1968), cuando un usuario puede acceder a un bien a un mismo precio en distintas localizaciones, el único costo relevante respecto a la decisión sobre donde consumirlo es el costo de transporte. Esto se acentúa todavía más en el caso de los centros de reciclaje, debido a que los usuarios consumen un servicio gratuito y el único costo que deben asumir es el de transporte. En consecuencia, a medida que la distancia entre un hogar y un centro de reciclaje aumenta, también lo hace el costo por su utilización. Esto además explica que, en el caso de utilizar una métrica euclidiana, una

buena aproximación del área de influencia de cada centro sea tan circular como sea posible (Daganzo, 1999).

Desde la rama de aproximación continua han surgido diversas investigaciones, en las que se abordan diferentes categorías de problemas relacionados. Estas han sido resumidas por el trabajo investigativo de Ansari *et al.* (2018). Erlebacher y Meller (2000), consideran localización e inventario en un problema de distribución de dos niveles. Wang *et al.* (2004) realizan un estudio sobre localización de instalaciones tipo *park and ride*. Nadseraldin y Herer (2008), utilizan la metodología para el diseño de cadenas logísticas integradas. Naseraldin y Herer (2011), integran un problema de localización y movimientos de inventario entre centros. Mak y Shen (2012), consideran abastecimiento de inventario dinámico y compartimiento de inventario en el diseño de cadenas logísticas. Tsao y Lu (2012), abordan un problema de integración de localización de instalaciones, gestión de inventario con descuentos en transporte. Tsao (2016), utiliza AC para tratar un problema de cadena de gestión logística con ítems que se deterioran en función de créditos comerciales. Tsao *et al.* (2016) tratan un problema que considera una cadena de distribución con múltiples productos y descuentos por volumen sobre lo transportado.

A pesar de haber un amplio desarrollo de literatura de los 3 tópicos mencionados, esto es localización de instalaciones, logística reversa y aproximación continua, no hay hasta ahora artículos específicos que aborden el problema planteado en la tesis. Como se ha visto en la revisión, es complejo abordar un problema de este tipo con métodos de optimización exactos por la complejidad en la obtención de datos y el manejo de un problema que puede tener un tiempo de solución extremadamente alto. En consecuencia, parece adecuado utilizar el enfoque de aproximación continua para proponer una metodología para abordar el problema.

3. METODOLOGIA

En este capítulo se formulará formalmente el problema de QLC para luego establecer un algoritmo de solución. El objetivo principal de esta propuesta consiste en encontrar una aproximación del número y ubicación óptima de centros de reciclaje dentro de una región. Este objetivo será abordado desde una perspectiva privada, para maximizar los ingresos obtenidos por la compañía encargada de gestionar la recepción de los materiales y venderlos a plantas recicladoras.

Se definirá una función objetivo que represente las utilidades de la empresa a maximizar cuya variable de decisión principal será la densidad óptima de los centros de reciclaje. Esta función se basará en una Aproximación Continua del proceso logístico, y reflejará los ingresos y costos que la empresa enfrenta.

La demanda por reciclaje es modelada directamente a partir de la población en un área de interés. Generalmente, en la literatura se considera una densidad de demanda homogénea, lo que facilita la aproximación de una solución mediante una fórmula explícita. Sin embargo, la demanda en una región normalmente está lejos de ser homogénea. El enfoque utilizado en este trabajo consta en imaginar una grilla de puntos en la región y resolver el problema de maximización para cada punto de la grilla asumiendo que las características del problema en toda la región (demanda, costo de arriendo, etc.) son los que se observan en ese punto. Así, la solución al problema asociado a un punto de la grilla ofrecerá el valor de la densidad de centros de acopio en torno a dicho punto. Al resolver el problema en cada punto de la grilla se tendrá una densidad óptima local para cada punto, cubriendo así la región completa. Luego, a partir de estas densidades, se generará una solución preliminar para la ubicación de los centros de reciclaje en la región. A partir de la densidad óptima local y la ubicación preliminar de los centros de reciclaje, se ajustará la ubicación de los centros a través de una metodología propuesta, similar a lo realizado por Ouyang y Daganzo (2003), que permitirá identificar una nueva ubicación para cada uno de estos centros de reciclaje en la región que cumpla con criterios de optimalidad local.

Está demostrado que las soluciones obtenidas mediante aproximación continua son bastante robustas en el sentido que variaciones moderadas de los datos de entrada perturban levemente la solución óptima y su costo asociado, lo cual será corroborado posteriormente en el análisis del problema abordado en la tesis.

3.1. FORMULACION DEL PROBLEMA QLC

La función objetivo a maximizar depende de una sola variable, δ ($\frac{\text{centros}}{\text{km}^2}$). Esta representa la densidad de centros de reciclaje por unidad de superficie. Si suponemos que la superficie de influencia de cada centro es circular, entonces podemos expresar δ aproximadamente como:

$$\delta = \frac{1}{\pi R^2}, \text{ o equivalentemente } R = \sqrt{\frac{1}{\pi \delta}} \quad (1)$$

En que R corresponde al radio del área circular de influencia.

La función objetivo incluye los ingresos por servicio de recolección de residuos a domicilio y por la venta de los materiales en las plantas recicladoras. También incluye el costo de operación de los centros de transporte a las plantas y de recolección en los barrios.

La función objetivo se expresará en términos de unidades monetarias generadas por cada unidad de tiempo y cada unidad de superficie $\left[\frac{\$}{\text{km}^2 \cdot \text{mes}} \right]$. Este es el indicador que se aspira a maximizar.

La recolección de residuos domiciliarios se realiza desde cada centro y promete una determinada frecuencia de visita (por ej. 1 vez cada semana). Todos los clientes reciben exactamente la misma frecuencia de visitas. Se asume que hay un costo por kilómetro

recorrido que afecta el costo de atender a estos clientes. Suponemos que conocemos dos indicadores de la demanda potencial:

$v(x)$: densidad de residencias en la zona de influencia $\left[\frac{\text{hogares}}{\text{km}^2}\right]$

$\lambda(x)$: densidad de residuos generados diariamente en la zona de influencia $\left[\frac{\text{kg. de residuos}}{\text{km}^2\text{-día}}\right]$

La función $\lambda(x)$ define la densidad de residuos sólidos domiciliarios reciclables generados diariamente por unidad de superficie definida sobre cada punto (i, j) de la región de interés. Supondremos que esta densidad de residuos reciclables puede ser aproximada mediante una función de densidad que es continua y cambia suavemente. De esta cantidad de residuos generados sólo una fracción de ellos será entregado en el centro de acopio. Esta función de densidad no considera un análisis multiproducto según tipo de material, sino que se toma como referencia una muestra de materiales tipo que se reciben. En consecuencia, para efectos del análisis, se considera el conjunto de residuos sólidos domiciliarios como un mismo producto.

Si se asume que todos los hogares tienen una tasa de generación de residuos constante $\mu(x)$ $\left[\frac{\text{kg. de residuos}}{\text{hogares - día}}\right]$, entonces $\mu(x) * v(x) = \lambda(x)$.

Se supondrá que la proporción de residentes, ubicados a una distancia r del centro de acopio, que llevan sus residuos al centro de acopio es $g(r)$ que depende de dicha distancia, pues para los clientes es más costoso acarrear los materiales mientras más lejos se vive. Así, esta expresión $g(r)$ debería ser una función decreciente.

Se supondrá que la proporción de residentes que solicita el servicio de recolección es $q(r)$. Se supondrá que quienes viven más cerca de los centros de acopio debieran tener menos interés en solicitar el servicio. Así, esta función debiera ser creciente en relación con la distancia al centro de acopio R .

El volumen diario total acarreado por los clientes a un centro de acopio puede aproximarse como:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^R \lambda \cdot g(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 2\pi \cdot \lambda \cdot \int_0^R g(r) \cdot r \cdot dr \quad (2)$$

Por simplicidad, la expresión integral se denominará $G(r)$, luego $G(R) = \int_0^R g(r) \cdot r \cdot dr$.

Entonces el volumen total atraído sería equivalente a $2\pi \cdot \lambda \cdot G(R) = 2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot G\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right)$.

Análogamente, la expresión con la que se obtienen el volumen acumulado de la operación de recolección domiciliaria contiene la expresión $Q(R)$, la que queda definida por $Q(R) = \int_0^R v \cdot g(r) \cdot r \cdot dr$. Luego, el volumen acumulado de la operación de recolección domiciliaria está dada por la siguiente expresión: $2 \cdot \pi \cdot \lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right)$. La cantidad de

clientes a visitar en sus domicilios por el servicio de recolección queda dada por:

$$N = \int_0^{2\pi} \int_0^R v \cdot q(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta = 2 \cdot \pi \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) \quad (3)$$

Cada uno de estos clientes se visitan cada semana (con una frecuencia f). Para aproximar los kilómetros recorridos toda la semana producto de visitar todos los clientes una sola vez es posible utilizar la aproximación propuesta por Daganzo (1995):

$$\frac{2 \cdot L \cdot N}{C} + \frac{N \cdot K}{\sqrt{\frac{N}{\pi \cdot R^2}}} \quad (4)$$

En esta expresión, L es la distancia promedio que debe recorrer el vehículo desde el centro de acopio al sector donde realizará una de las rutas. C representa la capacidad del vehículo en términos de número de clientes. Es decir, dada la cantidad promedio de residuos que genera cada cliente, un camión visita en promedio a solo C de ellos en cada ruta. K es la constante que relaciona la distancia que surge del inverso de la raíz de la densidad de

clientes $\frac{1}{\sqrt{\frac{N}{\pi R^2}}}$ con la distancia real que un vehículo debe recorrer entre dos clientes consecutivos en la ruta. La empresa puede decidir realizar todas las rutas en un mismo día o distribuir las homogéneamente en cada día de la semana.

3.1.1. PARÁMETROS

Los parámetros utilizados en el modelo son los siguientes:

$\lambda(x)$ Densidad de productos reciclables generados mensualmente entorno a cada punto en el plano (x)

P Precio de venta por kilogramo de material reciclado $\left[\frac{\$}{Kg}\right]$

P_r Ingreso por cada kilogramo de material recolectado desde los domicilios de los usuarios $\left[\frac{\$}{Kg}\right]$

C_m Costo de arriendo de cada uno de los centros de reciclaje $\left[\frac{\$}{mes}\right]$

C_o Sueldo que se paga a cada uno de los trabajadores de los centros de reciclaje $\left[\frac{\$}{mes}\right]$

$VolOper$ Límite de kilogramos procesados en el centro de reciclaje por operador al mes $\left[\frac{Kg}{mes}\right]$

C_t Tarifa fija por kilómetro que se paga a los vehículos que trasladan la carga hasta las plantas recicladoras $\left[\frac{\$}{Km}\right]$

T Carga máxima de los vehículos que trasladan carga desde los centros de acopio hacia plantas recicladoras $[Kg]$

C_k Tarifa por kilómetro que se paga a los vehículos que trasladan carga desde las viviendas hacia los centros de acopio $\left[\frac{\$}{km}\right]$

H Carga máxima de los vehículos que trasladan carga desde las viviendas hacia los centros de acopio $[Kg]$

$g(r)$ Es una función que determina la proporción de productos que son atraídos respecto de los generados a partir de una distancia fija r

$q(r)$ Es una función que determina la probabilidad de que un hogar a una distancia r contrate los servicios de recolección de RSD en su domicilio

3.1.2. VARIABLE

La variable de decisión para el problema QLC es la siguiente:

δ Densidad de centros de acopio $\left[\frac{\text{Centros de Acopio}}{km^2}\right]$

3.2. FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA QLC

Para encontrar la densidad óptima de centros de acopio sobre la superficie en análisis se resolverá el problema de optimización referente a la maximización de la utilidad de los centros de acopio. Posteriormente, se decidirá la mejor configuración respecto a localización de los centros de acopio.

La función objetivo a maximizar es el beneficio total de la compañía. El ingreso que se obtiene por cada uno de los kilogramos de material procesados es ($\$p$). Adicionalmente, se obtiene un ingreso por cada kilogramo recolectado desde los usuarios que deciden contratar el servicio de recolección a domicilio ($\$p_r$). La función objetivo resuelve encontrar el máximo beneficio por unidad de superficie en un periodo determinado de tiempo. El costo que debe solventar la compañía por cada uno de los kilogramos de material procesado se modela a continuación.

3.2.1. COSTO OPERACIONAL DEL CENTRO DE ACOPIO

El costo mensual de operación de los centros se compone de un costo de mantención más el sueldo mensual que reciben los operadores. Se asume que el número de operadores necesarios para operar el centro crece linealmente con la cantidad de productos a procesar, agregando un nuevo operador cada ($VolOper$) items procesados. Así, el costo mensual de operación de un centro de acopio queda determinado por:

$$CO(x) = C_m(x) + C_o \cdot \left\lceil \frac{V(x)}{VolOper} \right\rceil \quad (5)$$

Donde (C_m) representa el costo mensual de arriendo de cada centro de distribución y (C_o) es el sueldo que se paga a los operadores.

3.2.2. COSTO DE TRANSPORTE DESDE LOS CENTROS DE RECICLAJE HASTA LAS PLANTAS DE RECICLAJE

El costo mensual de transporte desde un centro de acopio depende de la distancia recorrida hasta las plantas de reciclaje y de la cantidad de viajes a realizar. La cantidad de viajes a realizar está determinada por la capacidad de los vehículos de carga (T) que supondremos constante. La distancia entre el centro localizado en (x^*) y las plantas recicladoras le denominaremos $d(x)$. Así, si definimos C_t como la tarifa que se paga por kilómetro recorrido, el costo mensual de transporte desde un centro de acopio a una planta de reciclaje al mes puede expresarse como:

$$CT(x) = C_t \cdot d(x) \cdot \left\lceil \frac{V(x)}{T} \right\rceil \quad (6)$$

3.2.3. COSTO DE TRANSPORTE DESDE LOS DOMICILIOS DE LOS CLIENTES HASTA LOS CENTROS DE RECICLAJE

El costo mensual asociado al retiro domiciliario desde un centro de acopio correspondería a la suma combinada de los costos de todas las rutas de cada uno de los camiones que realizan la recolección de material reciclable en los domicilios de los usuarios ponderado por la cantidad de veces que se realiza la ruta del mismo tipo durante un mes. Para modelar el costo de cada una de estas rutas se hará uso de la modelación propuesta para el problema de ruteo vehicular por Daganzo para encontrar el largo estimado de las rutas necesarias para realizar las tareas de recolección.

$$CK(x) = C_k * \int_R \left(\frac{2L(x)}{C} + \frac{k}{\sqrt{w(x)}} \right) w(x) dA \quad (7)$$

donde,

$w(x)$ Densidad local de hogares a visitar que han contratado el servicio de retiro, con una frecuencia fija, en cada ubicación del mapa

$L(x)$ Distancia troncal desde cada centro de acopio hasta el grupo de direcciones que atiende en una tarea de recolección. Se multiplica por 2 para representar el viaje troncal de ida y vuelta

k Es una constante que corresponde al tipo de métrica utilizada en la modelación

C Es el número de domicilios a visitar por cada ruta de recolección. El término divide por el costo troncal para repartir en todos los domicilios el proporcional del costo troncal correspondiente.

En este caso, cada una de las visitas a los hogares aportará con una cantidad de material reciclable equivalente que es función de $V(x)$.

En base a las expresiones anteriores podemos expresar la función objetivo como:

$$\max_{\delta} \delta \cdot \left\{ \begin{array}{l} P \cdot 2\pi\lambda \cdot G\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) + (P_r + P) \cdot 2\pi\lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) \\ -C_m - \frac{C_o}{VolOper} \cdot \left[2\pi\lambda \cdot G\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) + 2\pi\lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) \right] \\ -\frac{C_t d}{T} \cdot \left[2\pi\lambda \cdot G\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) + 2\pi\lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) \right] \\ -C_{kf} \left[\frac{2 \cdot L}{C} \cdot 2\pi\lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right) + K \cdot \sqrt{2\pi\lambda \cdot Q\left(\sqrt{\frac{1}{\pi\delta}}\right)} \right] \end{array} \right\} \quad (8)$$

Esta expresión depende de una sola variable, δ .

3.3. ALGORITMO DE SOLUCIÓN

En esta sección se explica el algoritmo descrito a continuación para encontrar de manera conjunta el número de centros de acopio a instalar y su ubicación de manera de maximizar el beneficio obtenido por la compañía.

Inicialmente, dado que el problema depende de una sola variable, permite que sea resuelto en base a la formulación propuesta bajo la metodología de aproximación continua. En base a esto, es posible encontrar para cada punto de la grilla una densidad local óptima de centros de acopio. Cada una de estas densidades tiene asociada una rentabilidad, en base a esto, se busca la rentabilidad mayor de cada una de las densidades locales y se define como δ^o . Este δ^o , es utilizado como punto de partida para el algoritmo de solución.

- i. Búsqueda de solución inicial: En base a la densidad inicial de centros de acopio en la región, se obtiene un número de centros de acopio como solución inicial:
$$\delta^o * R = N^o.$$

Esta solución inicial, permite obtener un máximo beneficio teórico, ya que bajo las consideraciones de aproximación continua considera la densidad que entrega la mayor utilidad y asume las mismas condiciones para la región en análisis. Esta solución puede ser mejorada, por lo que a continuación se realizan iteraciones de manera de buscar la mejor solución factible para el problema.

Iteración k-ésima:

- ii. Área de Influencia: En cada iteración k se calcula el tamaño de las áreas de influencias de cada uno de los centros de acopio analizados en la iteración. El

área de influencia de cada centro se estima como $\frac{1}{\delta^k}$ para la iteración k .

Adicionalmente, se aproxima el radio del área como $r_k = \frac{1}{\sqrt{\delta^k * \pi}}$.

- iii. Estimación del beneficio local para la región en estudio: En esta etapa se toma la región R en estudio y se divide en una grilla, que tiene un número definido de posiciones en las que cada uno de los centros de acopio potenciales podría ser localizado para operar. Para cada una de las posiciones en la región se calcula la utilidad local de instalar y operar un centro de acopio en el lugar (x^k) , aquí se asume que los parámetros mantienen sus valores localmente para cada posición de la grilla.
- iv. Localización de centros de acopio: En esta etapa, se localiza las posiciones factibles que otorgan una mayor utilidad para instalar un centro de acopio de manera que en cada iteración se busque mejorar la solución respecto a la localización de cada centro. Para este procedimiento, se busca la localización que entrega un máximo beneficio, se ubica el centro de acopio, se bloquean las posiciones potenciales que quedan dentro del área de influencia del centro recién instalado. Una vez se ubican todos los centros de acopio N^k , se realizan perturbaciones a las posiciones de manera de verificar si hay mejores localizaciones a las originalmente instaladas.
- v. Beneficio total del sistema: Una vez localizados todos los centros de acopio de la iteración k se guarda para la iteración el beneficio total del sistema, el beneficio de cada uno de los centros de acopio y la localización de cada uno en la región en análisis. En esta etapa, también se obtiene el costo por

kilogramo procesado, resultado de interés puesto que servirá para encontrar la solución al problema.

- vi. Aproximación al óptimo: El proceso se repite desde la etapa (ii) buscando las mejores configuraciones entre 1 y N^o . Una vez determinado el nuevo número de centros de acopio en análisis, se procede nuevamente con todo el procedimiento para determinar el costo total del sistema bajo esta estructura. La revisión es exhaustiva respecto del rango de posibles soluciones.
- vii. Determinación de la solución del algoritmo: Una vez se hayan revisado todas las configuraciones en estudio, se busca la que representa el costo mínimo del sistema, esta configuración se toma con sus localizaciones y costos asociados como la solución final.

4. CASO DE ESTUDIO

En este capítulo, se aplica la metodología al caso de la compañía chilena Triciclos, en base a la información recopilada en conjunto con la compañía y que también utilizamos en Soto *et al.* (2016). Se muestra la construcción de datos desde la información de demanda, estimación de costos e ingresos, para luego exponer los resultados de aplicar la metodología.

Se implementó la metodología propuesta en esta tesis considerando como región de análisis la ciudad de Santiago. Sobre la ciudad se colocó una grilla de 641 km². Como información de entrada se proyectó la generación futura de residuos desde información del año 2011 proyectada al año 2020, a partir de información pública del Ministerio del Medio Ambiente de Chile. Además, se utilizaron las proyecciones de población censal para estimar la población futura en la región de análisis. Con esta información se calibró una grilla de 100x100 en la que se asignó una densidad de kilogramos de residuos sólidos domiciliarios por km² a cada elemento de la grilla.

Por otra parte, se tomaron encuestas realizadas a usuarios en dos de los centros de reciclaje actuales de la compañía Triciclos. En estas encuestas se tomaron datos sobre los kilogramos de material que cada usuario traía al centro de reciclaje, la distancia desde su origen al punto de reciclaje y se preguntaba a cada persona si la visita correspondía a un viaje para reciclar o estaba motivada como parte de otro viaje. Luego de depuradas las encuestas se obtuvo un total de 889 datos.

La compañía accedió además a otorgar información histórica de los kilogramos que se reciclaban mensualmente durante los años 2012 y 2013. Esto permitió validar las proyecciones de kilogramos atraídos a los nuevos centros de reciclaje. También se fijaron los parámetros para calcular los distintos costos de la formulación propuesta actualizadas

a la fecha de esta investigación, lo que se presenta en la siguiente tabla con el resumen de los parámetros utilizados:

Tabla 1 - Parámetros Caso de Estudio

Parámetro	Unidad	Valor
Costo de arriendo	US\$ / mes	2.000
Salario operadores	US\$ / mes	455
Tasa procesamiento operadores	Kg. / mes	2.500
Capacidad vehículos	Kg. / Viaje	5.500
Tarifa media por Km. Recorrido	US\$ / Km.	1,75
Densidad de RSD	Kg. / (Hab - día)	1,21
Población de la región	Habitantes	8.597.323
Ubicación plantas de reciclaje	(x, y)	(-10, -10)
Ingreso por Kg. de material procesado	US\$ / Kg.	0,12
Ingreso por Kg. de material retirado	US\$ / Kg.	0,40

Se calibró una curva de atracción de productos para distintas de cada punto limpio según la información declarada por los usuarios en las encuestas. Esta curva se utiliza para estimar cuánto del material generado llegará finalmente a uno de los centros de reciclaje.

A continuación, se muestra un gráfico que resume las direcciones aproximadas de los domicilios en base a las encuestas realizadas.

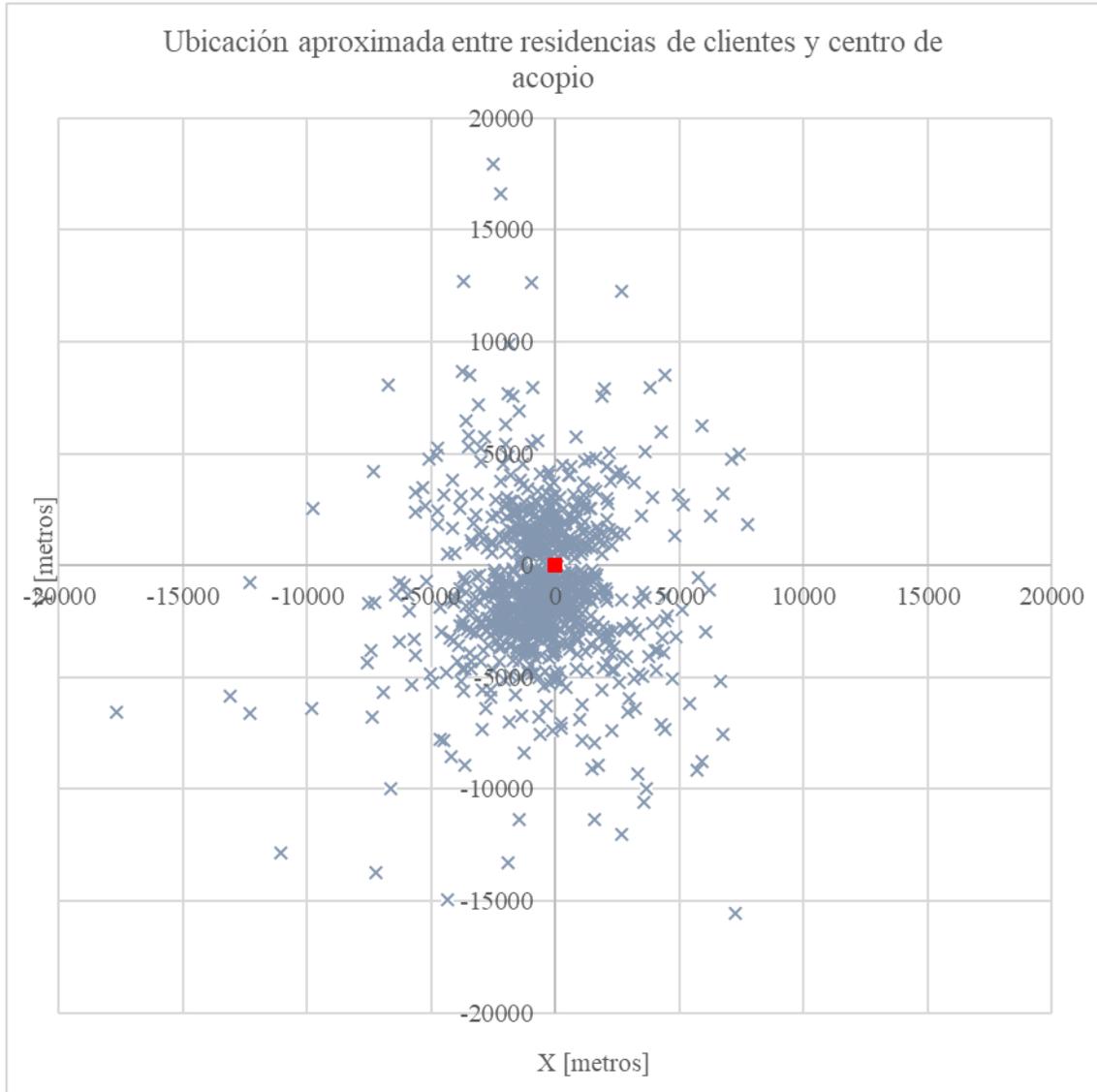


Figura 2 - Ubicación aproximada de las residencias de muestra de clientes que visitan un centro de acopio

Esta información es agrupada en intervalos de distancia de manera de poder generar un histograma sobre el cual calibrar la curva de atracción.

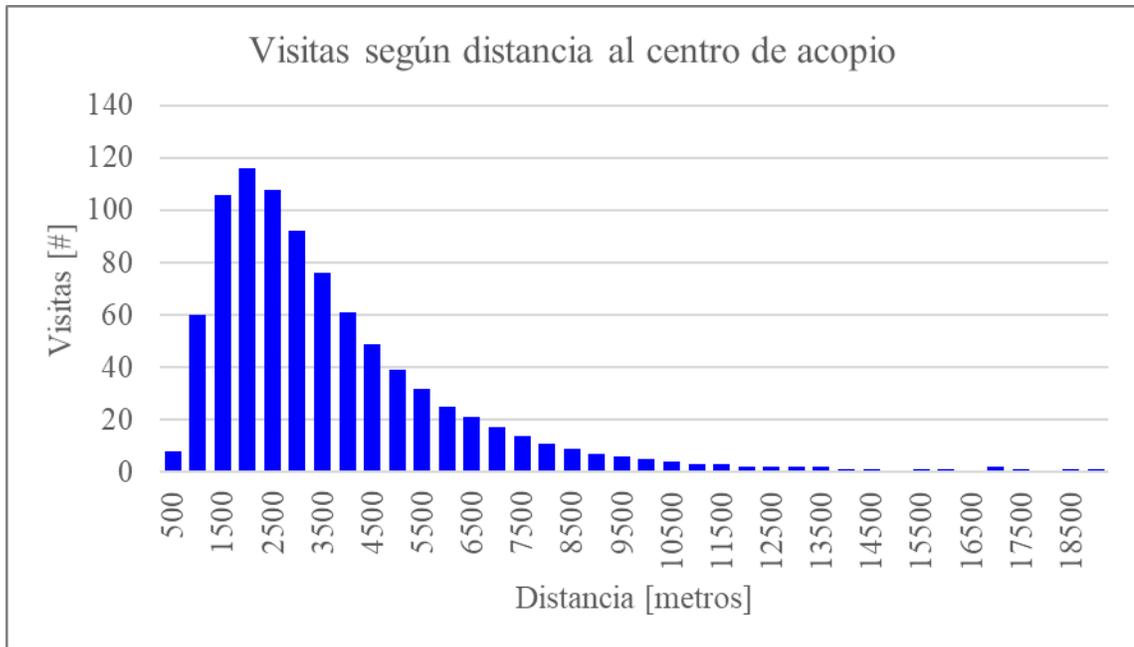


Figura 3 - Visitas según distancia al centro de acopio

La curva debe ser capaz de reflejar que en distancias pequeñas la atracción será alta pero la proporción de usuarios será pequeña respecto al total en el área de influencia, mientras que en distancias largas la atracción debiese ser cada vez menor sobre una población cada vez mayor. Adicionalmente, para cada intervalo de distancia se calculó un promedio de los kilogramos de material atraído, en base a esto, se logra estimar para cada intervalo de distancia un porcentaje de kilogramos atraídos. La información recolectada se calibró dando como resultado la siguiente curva.

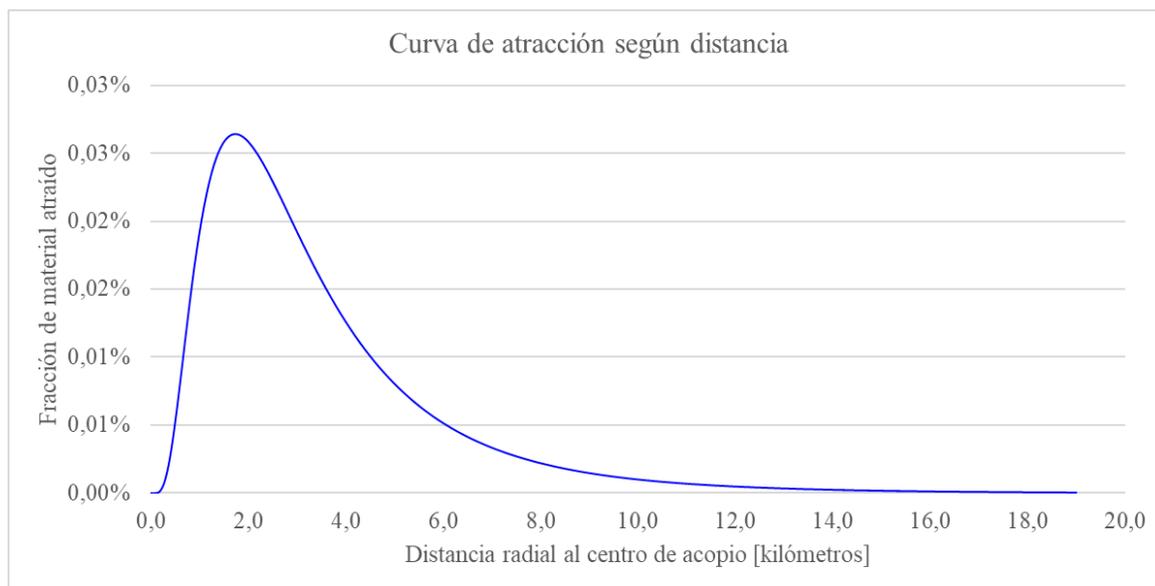


Figura 4 - Curva de proporción de material atraído según distancia

Adicionalmente, para modelar la cantidad de usuarios que contrata el servicio de recolección de residuos se considerará que 10% de los RSD atraídos dentro del área de influencia de cada centro de acopio serán recogidos mediante esta modalidad. Con estos parámetros, se procede a ejecutar el algoritmo explicado en el capítulo anterior.

A continuación, se detallarán los resultados más relevantes entregados por el modelo computacional programado para efectos de la evaluación del algoritmo.

4.1. RESULTADOS APLICACION DEL ALGORITMO

A continuación, se presentan los resultados de la aplicación del algoritmo. Se revisan varios casos. En primer lugar, se propone un caso base de la operación de la compañía con las condiciones descritas. Posteriormente, se agregan casos en los que se considera que la empresa recibe un subsidio por el rol social que cumple, el que se incorpora al modelo de negocios. Para el algoritmo, se definió un rango de estudio de hasta 50 centros de acopio para buscar la configuración que maximiza el beneficio total (minimiza el costo total) del sistema.

4.1.1. CASO BASE

Para este caso se toma la operación de la compañía con las condiciones iniciales sin considerar ningún tipo de subsidio a su operación. Es decir, la compañía recibe ingresos por:

- Tarifa cobrada por los kilogramos de material llevados hasta las plantas de reciclaje.
- Tarifa cobrada por la recolección de cada kilogramo de material en las residencias o lugares de recogida de sus clientes.

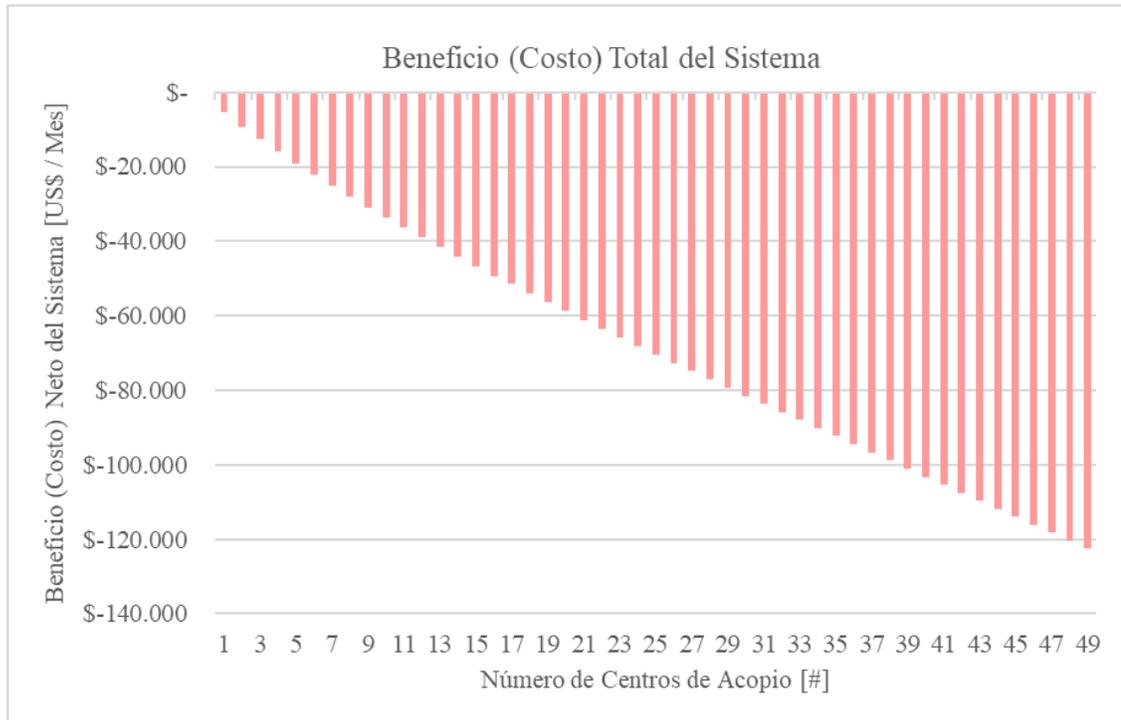


Figura 5 – Caso Base: Costo total del sistema (US\$ / Mes)

En la figura anterior, se aprecia que el sistema presenta pérdidas operativas para cualquier configuración, por lo que en este escenario la recomendación sería no invertir en desarrollar el sistema bajo estos parámetros. Por otra parte, el beneficio neto por tonelada de material colectado que se obtendría para sistemas con distintas configuraciones queda como sigue:

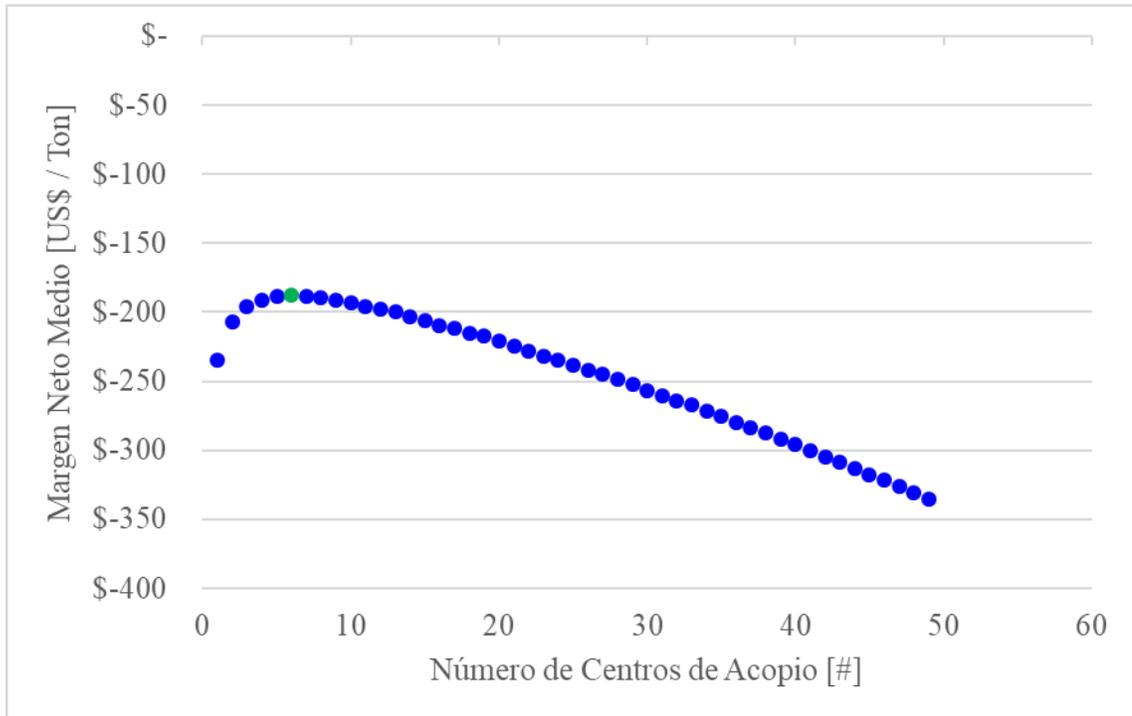


Figura 6 – Caso Base: Margen neto medio por tonelada de material reciclado

En la figura anterior se confirma el resultado anterior. El sistema no logra generar rentabilidad en ningún caso. A modo de referencia, se muestran a continuación los parámetros para la configuración de menor pérdida neta media para el sistema, en base a la heurística implementada:

Tabla 2 - Caso Base: Resultados

Resultado	Unidad	Valor
Solución General	Centros de Acopio	6
Costos de Arriendo	US\$ / mes	-12.000
Costos Operacional	US\$ / mes	-21.510
Costo de Transporte	US\$ / mes	-1.432
Costo de Recolección de Usuarios	US\$ / mes	-5.915
Costo Medio por Tonelada	US\$ / Ton.	-345
Pérdida Total del Sistema	US\$ / Mes	-22.266
Volumen Recolectado	Kg. / Mes	118.302

Cabe notar que al aplicar la heurística se debe fijar el número de centros de acopio (y equivalentemente la densidad para cada iteración) a un número entero y localizaciones definidas, lo que implica que las soluciones factibles estén limitadas a una cantidad entera de centros de acopio. En vista de que la solución en términos económicos no permite rentabilidad, luego la solución sería no instalar centros de acopio, no tiene sentido realizar un estudio de la localización de las potenciales ubicaciones de los centros de acopio. Sin embargo, dado el beneficio social que se puede asociar al reciclaje, se realizará un análisis del efecto de un subsidio que permitiría aumentar el ingreso obtenido por cada kilogramo de material reciclable. En la siguiente sección se entrega este análisis para distintos niveles de subsidio.

4.2. EFECTO DE UN SUBSIDIO

Es razonable considerar un subsidio para una compañía de este tipo debido a que ayuda a reducir externalidades derivadas con la generación, recolección y disposición de los residuos sólidos domiciliarios comparados a su tratamiento usual. Este subsidio, puede verse como una internalización de los beneficios generados por esta operación. A

continuación, se mostrará el margen neto total del sistema bajo diferentes cantidades de centros de acopio y bajo varios niveles de subsidio, con el objetivo de observar su efecto sobre la curva de beneficio neto. En resumen, para los casos siguientes, la compañía recibirá ingresos por:

- Tarifa cobrada por los kilogramos de material llevados hasta las plantas de reciclaje.
- Tarifa cobrada por la recolección de cada kilogramo de material en las residencias o lugares de recogida de sus clientes.
- Subsidio por cada kilogramo de material reciclado

4.2.1. CASO 1: SUBSIDIO PARA LLEGAR AL PUNTO DE EQUILIBRIO

En este caso, se asume que la operación recibirá un subsidio equivalente a US\$ 0,19 por kilogramo de material procesado. Este valor, corresponde al menor nivel de subsidio para el cual existe una configuración logística que no arroja pérdidas, es decir, en que el beneficio neto total del sistema es 0. A continuación, se muestra la evolución del beneficio total neto para distintas configuraciones considerando el subsidio propuesto para el sistema.

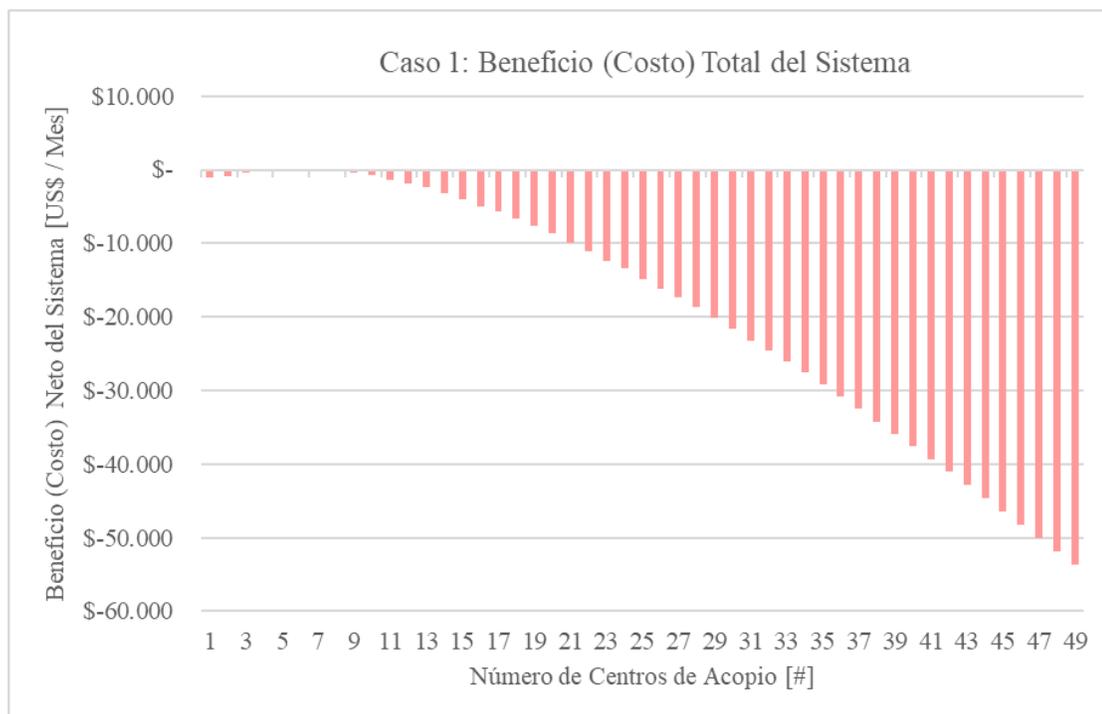


Figura 7 - Caso 1: Costo Total del Sistema

Al igual que en el caso anterior, se muestra a continuación una tabla que resume los resultados para este caso.

Tabla 3 - Caso 1: Resultados

Resultado	Unidad	Valor
Solución General	Centros de Acopio	6
Costos de Arriendo	US\$ / mes	-12.000
Costos Operacional	US\$ / mes	-21.510
Costo de Transporte	US\$ / mes	-1.432
Costo de Recolección de Usuarios	US\$ / mes	-5.915
Costo Medio por Tonelada	US\$ / Ton.	-345
Beneficio Total del Sistema	US\$ / Mes	0
Volumen Recolectado	Kg. / Mes	118.302
Subsidio	US\$ / Kg.	0,19

4.2.2. CASO 2: SUBSIDIO SOBRE TONELADAS DE CO2 EQUIVALENTES RECUPERADAS

Con el objetivo de dar un sustento teórico al precio al cual se aloca el subsidio, se ha tomado como referencia el estudio de CEPAL (2019) sobre el valor social de las emisiones de carbono, en el que se establece un valor de US\$ 25,83 por tonelada de CO2 equivalente. Bajo este subsidio, se realiza el mismo análisis presentado en el inciso anterior. Los resultados se muestran a continuación.

Para llevar este parámetro a una métrica que pueda ser utilizada en la tesis, se toma un equivalente del ahorro de CO2 equivalente por cada kilogramo de residuos reciclado, este parámetro es publicado por la compañía Triciclos en reportes anuales.

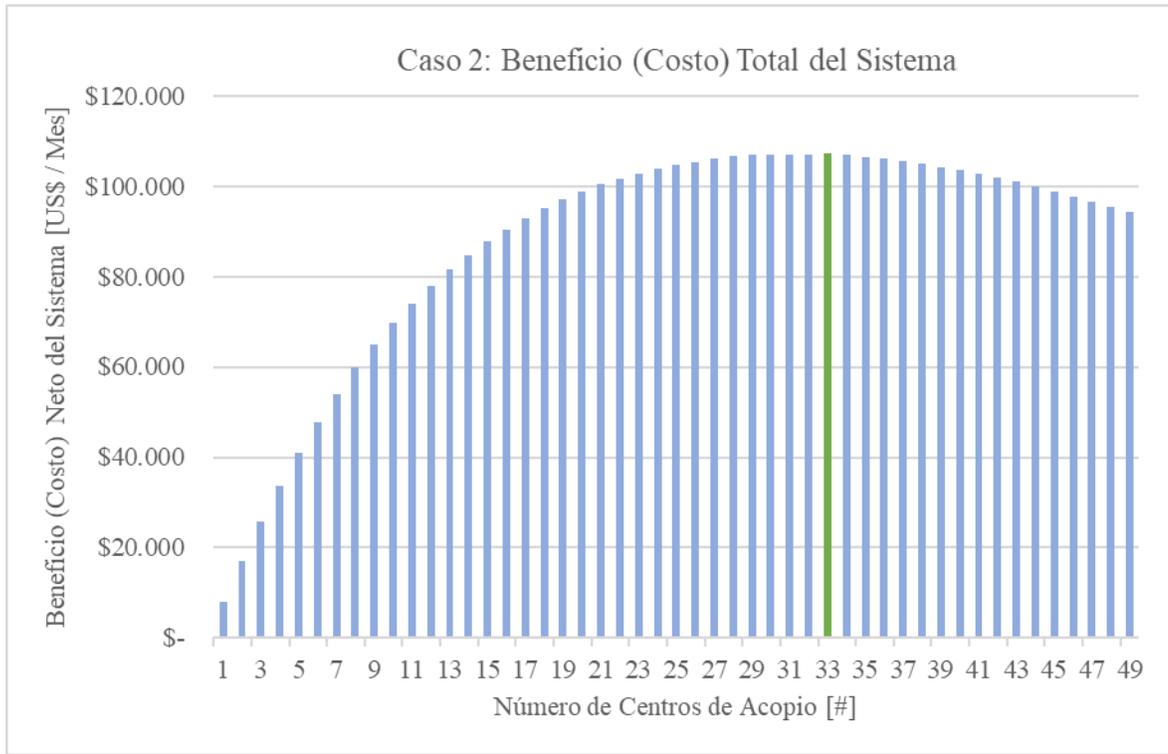


Figura 8 - Caso 2: Beneficio Total del Sistema

En este caso, se aprecia del gráfico que todas las configuraciones en el rango observado muestran beneficio neto total positivo para la empresa operadora. Por otra parte, se destaca como la opción de máximo beneficio una configuración con 33 centros de acopio. Es interesante observar que el nivel de utilidad obtenida por la empresa varía poco si se opta por instalar unos pocos centros más o menos que el nivel recomendado óptimo. Si se optara por instalar un 20% menos, es decir 26 centros el nivel de utilidad baja sólo en 1,8%, mientras que, si se instalara un 20% más, es decir 40 centros de acopio, el nivel de utilidad baja en sólo un 3,2%. Respecto a la configuración de máximo beneficio neto total, los resultados son los siguientes:

Tabla 4 - Caso 2: Resultados

Resultado	Unidad	Valor
Solución General	Centros de Acopio	33
Costos de Arriendo	US\$ / mes	-66.000
Costos Operacional	US\$ / mes	-59.776
Costo de Transporte	US\$ / mes	-3.929
Costo de Recolección de Usuarios	US\$ / mes	-9.820
Costo Medio por Tonelada	US\$ / Ton.	-424
Beneficio Total del Sistema	US\$ / Mes	107.116
Volumen Recolectado	Kg. / Mes	328.767
Subsidio	US\$ / Kg.	0,59

Para este caso, se realizará el ejercicio de localización de los centros de acopio en base a la configuración de máximo beneficio neto. Para el caso de los 33 centros de acopio, las ubicaciones quedarían como se muestra a continuación:

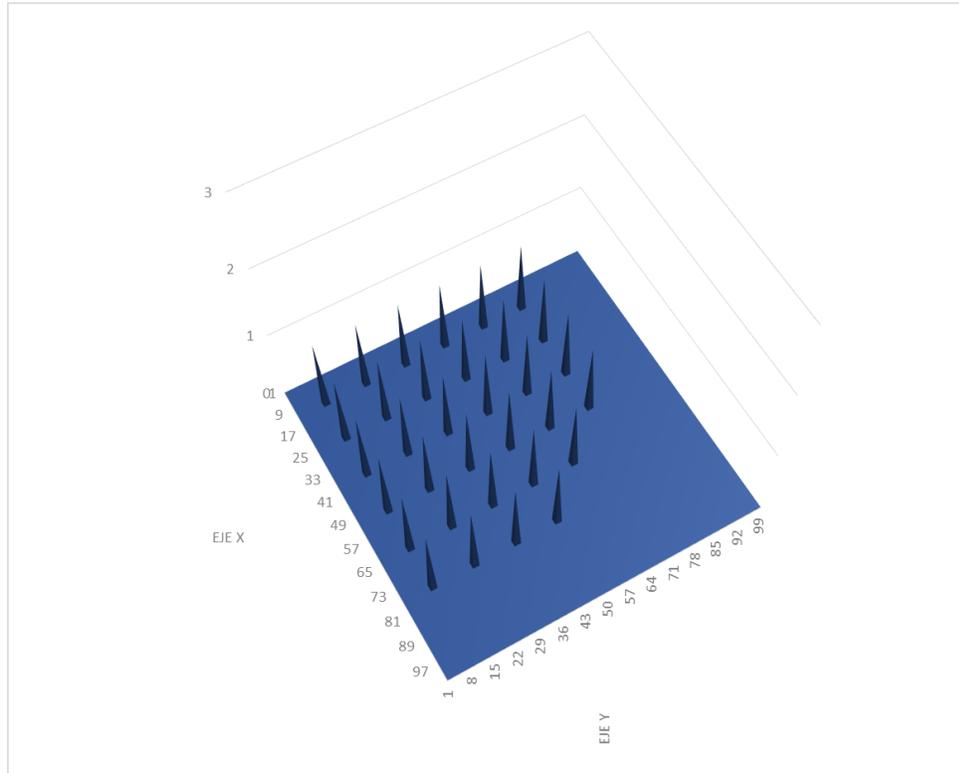
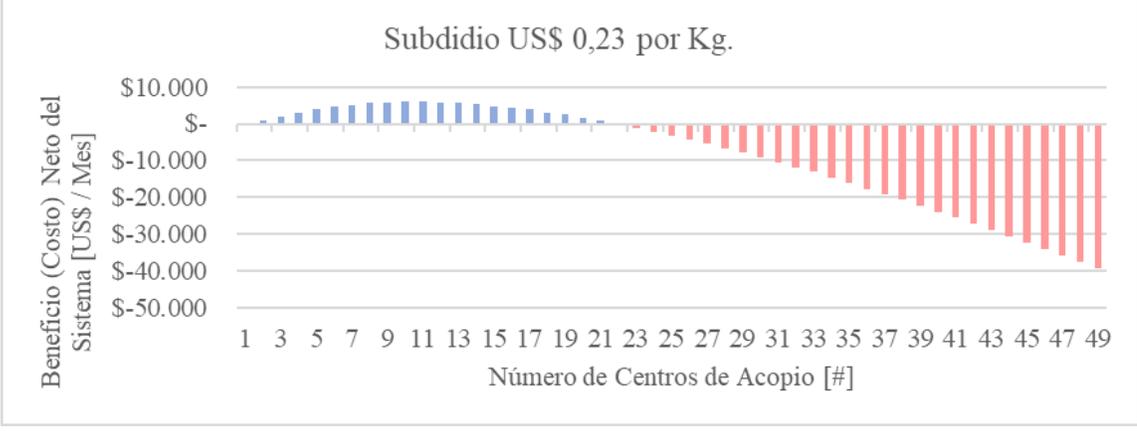
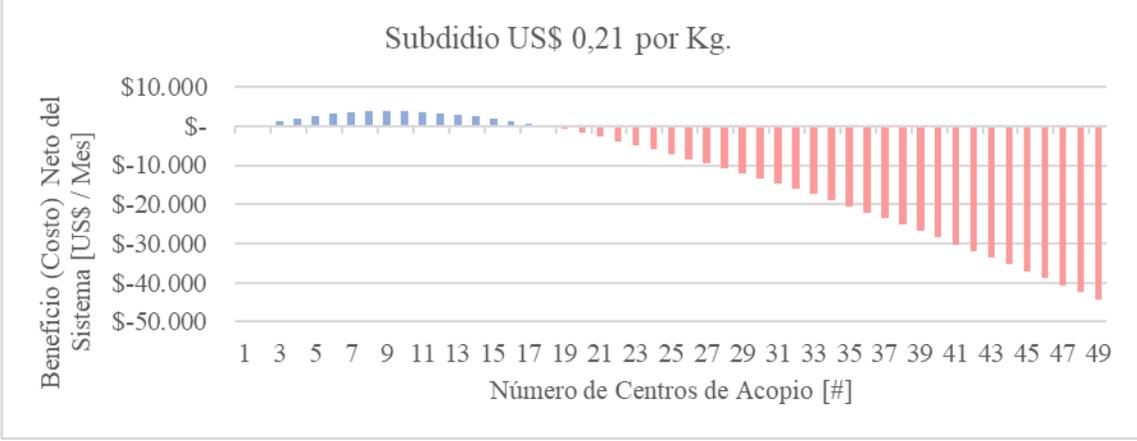


Figura 9 - Caso 2: Ubicación de centros de acopio en grilla

4.2.3. ANALISIS DE SENSIBILIDAD SOBRE LOS SUBSIDIOS

En base a lo visto en los resultados de los incisos anteriores, los subsidios muestran un escenario en el que solo una configuración puede financiarse y, otro escenario, en el que todas las configuraciones tienen rentabilidad. Por la amplitud de los resultados, es que se realiza un análisis de sensibilidad de los subsidios para ver el impacto de diferentes valores en el rango entre los dos casos anteriores.



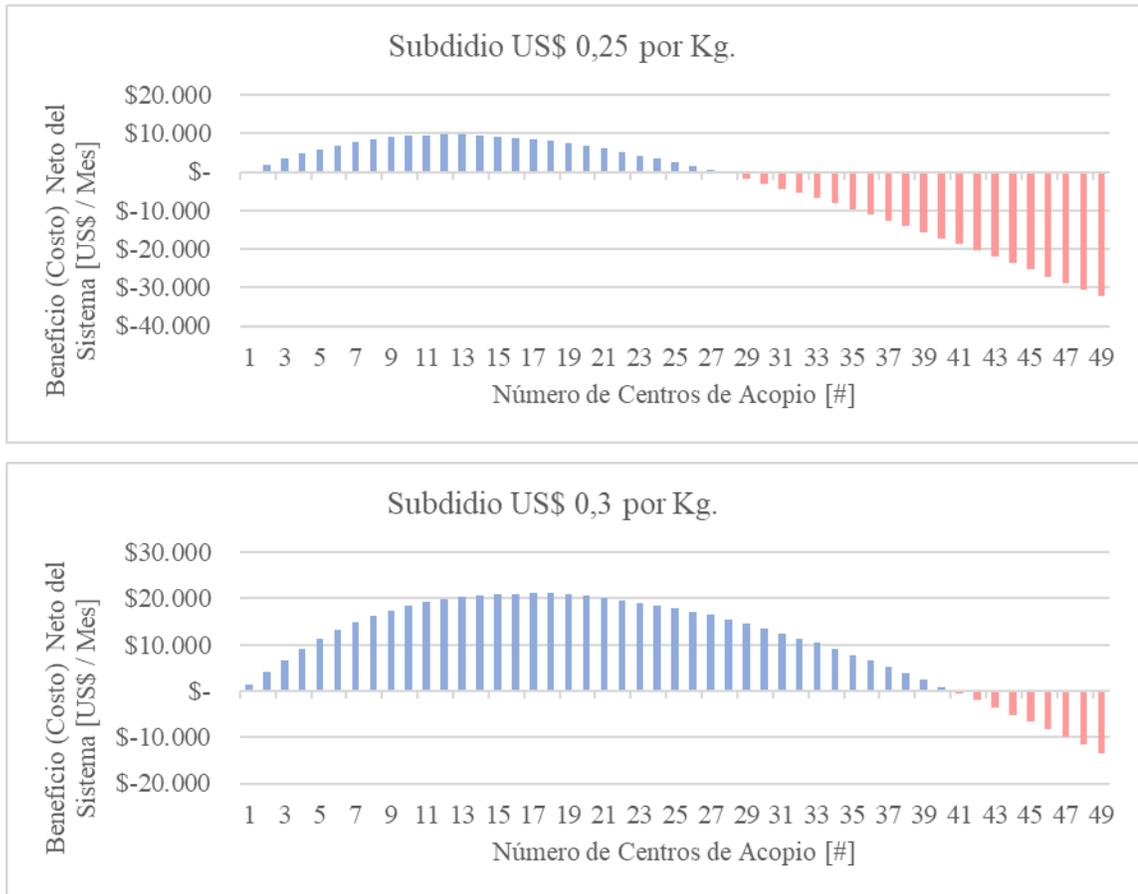


Figura 10 - Impacto subsidios sobre cantidad de centros de acopio óptima

Como se puede apreciar en las distintas configuraciones anteriores, y como es de esperar, en la medida que aumenta el monto del subsidio, más configuraciones se hacen rentables en base a los supuestos considerados para el ejercicio. Por otra parte, la configuración que maximiza el beneficio neto total del sistema considera más centros de acopio en proporción directa al potencial subsidio que se podría obtener.

4.3. ANALISIS DE LOS RESULTADOS

En ausencia de subsidio y en base a los parámetros considerados, se concluye que la operación no logra generar rentabilidad para ninguna configuración. En consecuencia, con las condiciones actuales, el sistema propuesto no sería viable económicamente, por lo que sería necesario buscar alternativas que subsidien parte de la operación. Esto es coherente con la experiencia de Triciclos, ya que en su modelo de negocios se integran a operaciones de otras compañías a través de alianzas lo que les permite compartir parte de sus costos al colocar los centros de acopio en las instalaciones de socios estratégicos que financian parte de su operación. A cambio de esto, Triciclos logra atraer público interesado en los servicios de reciclaje, por lo que se convierte en un atributo respecto de la decisión de viaje para los usuarios interesados en este tema, entre otros beneficios. Adicionalmente, la compañía también ofrece servicios de consultoría y servicios especializados a la medida de empresas lo que se ha traducido en su principal fuente de ingresos.

En términos generales, con las condiciones del problema propuesto, se requeriría de algún tipo de subsidio, aporte privado (como en el caso de espacios cedidos u otros) o una combinación de ambos, que permitan que el beneficio neto de la compañía se vuelva positivo para que la operación se financie. Se estableció la configuración óptima en base a la metodología propuesta para diferentes niveles de subsidio, los que se construyeron en base a los supuestos de encontrar la configuración mínima económicamente factible y un subsidio en base a ahorro de CO₂ equivalente.

En base al impacto de los subsidios, parece interesante analizar cómo cambia el rango viable de centros de acopio y la rentabilidad máxima de la empresa para distintos niveles de subsidio. La Figura 9 presenta estos dos indicadores para subsidios que van desde US\$188/tonelada hasta US\$246/tonelada. Para subsidios menores a US\$188/tonelada la recomendación es no disponer centros de acopio y consecuentemente el beneficio neto óptimo sería nulo.

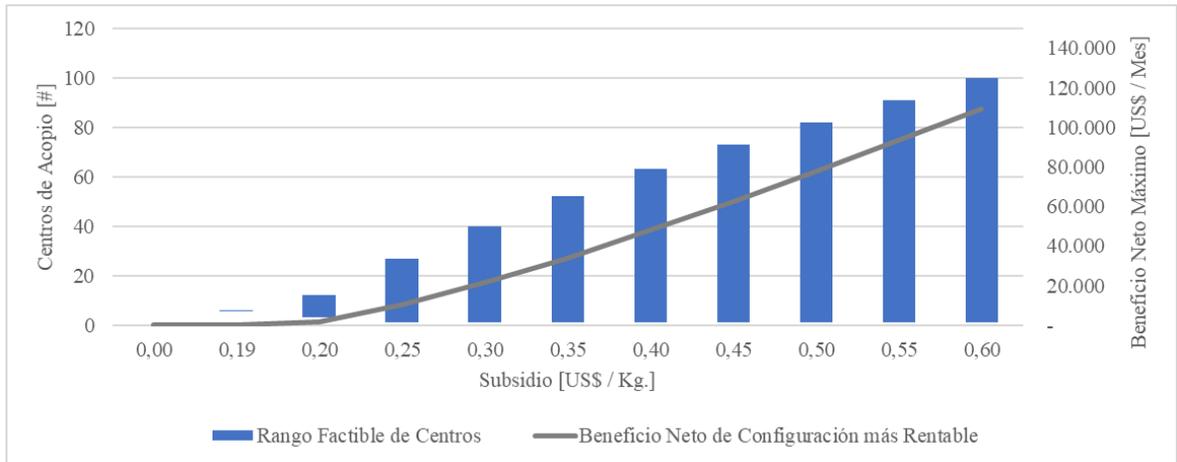


Figura 11 - Efecto subsidio sobre cantidad de centros de acopio

En el gráfico se observa que en la medida que aumentan los subsidios se hacen rentables más configuraciones de centros de acopio. La curva de beneficio crece por efectos del subsidio y también porque en la medida que configuraciones con más centros de acopio se hacen rentables, la configuración de beneficio máximo logra capturar un volumen mayor de residuos, lo que permite aumentar los márgenes.

5. CONCLUSIONES Y POSIBLES EXTENSIONES

En este capítulo se presentan los principales resultados y contribuciones de esta tesis, en términos de la metodología desarrollada como de la aplicación en el caso de estudio. Posteriormente, se mencionan las posibles extensiones que podrían realizarse a este trabajo.

5.1. CONCLUSIONES

En esta tesis se formuló el problema de maximización del beneficio total de una empresa del sector del reciclaje que opera centros de acopio distribuidos en la región que atiende usando la metodología de aproximación continua. Se desarrolló una formulación que permite encontrar el número y localización de centros de acopio, en base a costos fijos, costos operativos, costos de transporte y de distribución. La metodología propuesta permite mediante un conjunto de datos bastante limitados y una formulación matemática sencilla, simplificar el análisis y encontrar una solución bastante robusta para el problema. El problema fue planteado sobre una región bidimensional, con lo que puede ser clasificado dentro de las extensiones del trabajo de Newell (1973) que se orienta a determinar simultáneamente localización de centros de distribución y definir frecuencias de despacho. En base a esta metodología, se ajusta un modelo para una empresa del sector de reciclaje.

Una vez obtenidos los resultados agregados de la formulación matemática basada en aproximación continua, se implementa una heurística que permite identificar localizaciones específicas para cada centro de acopio y calcular los volúmenes de material reciclado y los costos asociados de cada tipo. Esta heurística permite encontrar una solución a través del método de aproximación continua, al alcanzar una configuración que resulta óptima localmente al no existir una solución mejor por medio de desplazar

unilateralmente uno de los centros, ni tampoco al repetir el experimento con un centro adicional o con un centro menos.

Respecto al caso de estudio aplicado, se vio que ninguna configuración fue rentable con las condiciones planteadas inicialmente lo que es consistente con la experiencia de la empresa que proveyó los datos que permitieron diseñar este experimento. En base a esto, se analizó el efecto de diferentes niveles de subsidio a la operación. Al considerar un subsidio, se observa que el nivel mínimo de subsidio que factibiliza la operación permite abrir 6 centros de acopio. A través de métodos exactos, se podría haber llegado a la solución óptima del problema, pero esto requeriría incorporar una formulación mucho más detallada y un manejo de grandes cantidades de información como se ha visto en la revisión de la literatura. Sin embargo, en esta investigación, con requerimientos de información relativamente agregados y una formulación matemática sencilla fue posible obtener una respuesta a esta pregunta.

En términos del valor social que aporta una operación de reciclaje para una zona urbana debería ser deseable que este tipo de operaciones exista e incentivar su desarrollo, tal como se ha implementado en muchas ciudades del mundo. La existencia de una buena red de reciclaje genera múltiples beneficios y externalidades ambientales por lo que debieran existir incentivos a promover su existencia. Por ejemplo, un ahorro social no considerado en la función objetivo que se maximizó es el costo de recoger todo este material por el sistema de recolección de residuos domiciliarios tradicional y su despacho a un vertedero. Es por esto que, es razonable suponer que este tipo de empresas cuente con algún esquema que subsidie parte de los costos totales de la operación, sea desde el sector público o del aporte de instituciones privadas. Este subsidio debiera pretender internalizar en términos económicos parte de la externalidad positiva de realizar este reciclaje. Actualmente, el gasto público principalmente sustenta las operaciones de recolección y tratamiento de residuos sólidos domiciliarios en el destino, mientras los esfuerzos de reciclaje son aun incipientes. La relevancia de generar políticas que permitan crear incentivos para el sector de reciclaje y la separación de los residuos en el mismo origen en que se generan tiene un impacto relevante como se ha visto en términos de la competitividad de las empresas del

sector y la industria en general. Se realizó el ejercicio de explorar el efecto de un rango amplio de subsidios, que determinó como aumenta el número de centros de acopio y las utilidades de la empresa en la medida que aumentan sus ingresos producto de cada kilogramo reciclado. Se optimizó la configuración de la red considerando un nivel de subsidio que se deriva del valor social propuesto por CEPAL al 2019. Este determinó que el beneficio neto total óptimo se obtiene para 33 centros de acopio en la región. En síntesis, en la medida que se agrega un subsidio a la operación de recolección, aumenta el número de centros de acopio necesarios para operar y aumenta también el volumen de material que pasa por el sistema.

5.2. EXTENSIONES

Respecto a los alcances considerados para la presentación del problema se podría extender el análisis considerando otros puntos como los observados a continuación. En primer lugar, se podría permitir variabilidad en la demanda lo que implicaría mayor volatilidad respecto de los costos de transporte y operación de los centros de acopio al existir variaciones respecto de los volúmenes atraídos a los centros de acopio. En segundo lugar, sería interesante abordar el problema con restricciones de capacidad. Por ejemplo, para el caso de zonas con una alta densidad de generación de residuos por área de superficie podría volverse una restricción activa el volumen potencial que puede recibir un centro de acopio, lo que en consecuencia requeriría mayor frecuencia de vehículos para mantener un mismo nivel de servicio o tal vez parte del material reciclable no se recuperaría por periodos en los que no es posible atender toda la demanda. En tercer lugar, se vio el impacto sobre la configuración de centros de acopio óptima de un mayor ingreso en forma de subsidio para la compañía de reciclaje, lo que muestra que es uno de los parámetros relevantes respecto de la decisión final del sistema de reciclaje a operar. Es por esto que se pueden considerar las implicancias que podrían tener fluctuaciones de precio en el tiempo en la medida que el mercado de reciclaje crece y madura. La decisión sobre el

diseño de la red de centros de acopio y su ubicación es una decisión estratégica, por lo que sería interesante abordar el tema desde una perspectiva de largo plazo en conjunto con una proyección de precios de los materiales reciclados. En cuarto lugar, también podría realizarse un análisis considerando los tipos de materiales recolectados y el impacto que tienen sobre el ingreso total para la compañía. Esto debería tener un impacto en el diseño de la red de centros de acopio al privilegiar la demanda por reciclaje de los materiales que generan un mayor ingreso para la empresa. En quinto lugar, se podría desagregar los subsidios propuestos en el análisis por tramos según segmento socioeconómico de cada área de la región, de manera que los subsidios se apliquen en zonas donde el ingreso disponible para este tipo de servicios sea menor. Adicionalmente, el problema permite agregar o cambiar las estructuras de costos del sistema, por lo que podría considerarse por ejemplo un sistema en que se modifiquen algunas categorías de costos.

Finalmente, cabe notar que la formulación desarrollada fue generada inicialmente para la zona oriente de Santiago que cuenta con un mayor nivel de ingreso y luego extendida para toda la ciudad. La metodología propuesta permitió obtener conclusiones interesantes sin tener que hacer un levantamiento de información demasiado extenso o una ejecución que consume demasiados recursos para obtener resultados. La rama de aproximación continua tiene bastantes ventajas en estas mismas líneas, por lo que es una manera bastante eficiente de tener una aproximación robusta a problemas de optimización complejos como el presentado.

BIBLIOGRAFIA

Ackerman, F. (1997). Why do we recycle: markets, values, and public policy. Washington, D.C: Island Press.

Adamides, E. D., Mitropoulos, P., Giannikos, I., & Mitropoulos, I. (2009). A multi-methodological approach to the development of a regional solid waste management system. *Journal of the Operational Research Society*, 60(6), 758–770. DOI: 10.1057/palgrave.jors.2602592

Adeleke, O. J., Olukanni, D. O., & Olusanya, M. O. (2019). An improved location model for the collection of sorted solid waste in densely populated urban centres. *Computational Statistics and Mathematical Modeling Methods in Intelligent Systems* (pp. 125–135). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-31362-3_13

Adeleke, O. J., & Olukanni, D. O. (2020). Facility location problems: models, Techniques, and applications in waste management. *Recycling*, 5(2), 10. <https://doi.org/10.3390/recycling5020010>

Adeyemi, A. O., & Adeleke, O. J. (2016). A survey of recent advances in vehicle routing problems. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 9(1), 155–172. DOI: 10.1007/s13198-016-0493-4

Ansari, S., Başdere, M., Li, X., Ouyang, Y., & Smilowitz, K. (2018). Advancements in continuous approximation models for logistics and transportation systems: 1996–2016. *Transportation Research Part B: Methodological*, 107, 229–252. DOI: 10.1016/j.trb.2017.09.019

Baldacci, R., Toth, P., & Vigo, D. (2007). Recent advances in vehicle routing exact algorithms. *4OR*, 5, 269–298.

Batta, R., Dolan, J., & Krishnamurthy, N. (1989). The maximal expected covering location problem - revisited. *Transportation Science*, 23, 277–287.

Beckmann, M. (1968). *Location Theory*.

Berman, O., Krass, D., & Menezes, M. (2007). Facility reliability issues in network p median problems: strategic centralization and co-location effects. *Operations Research*, 55, 332–350.

Bijleveld, M., de Bruyn, S. & Warringa, G. (2013). Going for increased recycling. A social cost-benefit analysis. Delft, CE Delft.

Brandeau, M. L., & Chiu, S. S. (1989). An Overview of Representative Problems in Location Research. *Management Science*, 35(6), 645–674. DOI: 10.1287/mnsc.35.6.645

CEPAL. (2019). El costo social del carbono: una visión agregada desde América Latina. LC/TS.2019/10 50 p.

Clarens, G. & Hurdle V.F. (1975). An operating strategy for a commuter bus system. *Transportation Science*, 9, 1-20.

Chen, Q., Li, X., & Ouyang, Y. (2011). Joint inventory-location problem under the risk of probabilistic facility disruptions. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45, 991–1003.

Christofides, N. (1975). *Graph theory: An algorithmic approach (Computer science and applied mathematics)*. Orlando, FL, USA: Academic Press, Inc.

Church, R., & ReVelle, C. (1974). The maximal covering location problem. *Papers in Regional Science*, 32, 101–118.

Cordeau, J.-F., Laporte, G., Savelsbergh, M. W., & Vigo, D. (2007). Vehicle routing. *Handbooks in operations research and management science*, 14, 367–428.

- Cornuejols, G., Fisher, M. L., & Nemhauser, G. L. (1977). Location of bank accounts to optimize float: An analytic study of exact and approximate algorithms. *Management Science*, 23, 789–810.
- Craighilla, A. L., & Powellavb, J. C. (1996). Lifecycle assessment and economic evaluation of recycling: A case study. *Resources Conservation and Recycling*, 7, 75–96. DOI: 10.1016/0921-3449(96)01105-6
- Cui, T., Ouyang, Y., & Shen, Z.-J. M. (2010). Reliable facility location design under the risk of disruptions. *Operations Research*, 58, 998–1011.
- Daganzo, C., & Newell, G. (1986). Configuration of physical distribution networks. *Networks*, 16, 113–132
- Daganzo, C.F. (1999). *Logistics Systems Analysis*. Springer-Verlag, Heidelberg.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80–91. DOI: 10.1287/mnsc.6.1.80
- Dasci, A., & Laporte, G. (2005a). An analytical approach to the facility location and capacity acquisition problem under demand uncertainty. *Journal of the Operational Research Society*, 56, 397–405.
- Dasci, A., & Laporte, G. (2005b). A continuous model for multistore competitive location. *Operations Research*, 53, pp. 263–280.
- Daskin, M. (1982). Application of an expected covering model to emergency medical service system design. *Decision Science*, 13, 416–439
- Daskin, M. (1983). A maximum expected covering location model: Formulation, properties and heuristic solution. *Transportation Science*, 17, 48–70.
- Daskin, M. (1995). *Network and Discrete Location: Models, Algorithms, and Applications*. New York: John Wiley.

- Drezner, Z. (Ed.) (1995). *Facility Location: A Survey of Applications and Methods*. New York: Springer.
- Dror, M., & Trudeau, P. (1990). Split delivery routing. *Naval Research Logistics (NRL)*, 37(3), 383–402. DOI: 10.1002/nav.3800370304
- Eiselt, H. A., & Marianov, V. (2014). A bi-objective model for the location of landfills for municipal solid waste. *European Journal of Operational Research*, 235(1), 187–194. DOI: 10.1016/j.ejor.2013.10.005
- Erlebacher, S. J., & Meller, R. D. (2000). The interaction of location and inventory in designing distribution systems. *IIE Transactions*, 32, 155–166.
- Florez, L.; Toro, E. & Granada, M. Diseño de redes de logística inversa; Una revisión del estado del arte y la aplicación práctica. *Cienc. Ing. Neogranad.* 2012, vol.22, n.2, pp.153-177. ISSN 0124-8170.
- Gendreau, M., Laporte, G., & Séguin, R. (1996). Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 88, 3–12.
- Gottinger, H.Q. (1988), A computational model for solid waste management with application. *European Journal of Operational Research*, 35, 350-364.
- Hakimi, S. L. (1964). Optimum locations of switching centers and the absolute centers and medians of a graph. *Operations Research*, 12, 450–459.
- Langevin, A., Mbaraga, P., & Campbell, J. (1996). Continuous approximation models in freight distribution: An overview. *Transportation Research Part B*, 30, 163–18
- Laporte, G. (2009). Fifty years of vehicle routing. *Transportation Science*, 43, 408–416.
- Lenstra, J. K., & Kan, A. H. G. R. (1981). Complexity of vehicle routing and scheduling problems. *Networks*, 11(2), 221–227. DOI: 10.1002/net.3230110211
- Li, X., & Ouyang, Y. (2011). Reliable sensor deployment for network traffic surveillance. *Transportation research part B: Methodological*, 45, 218–231.

- Li, X., & Ouyang, Y. (2012). Reliable traffic sensor deployment under probabilistic disruptions and generalized surveillance effectiveness measures. *Operations Research*, 60, 1183–1198.
- Li, Y. P., & Huang, G. H. (2006). An inexact two-stage mixed integer linear programming method for solid waste management in the City of Regina. *Journal of Environmental Management*, 81(3), 188–209. DOI: 10.1016/j.jenvman.2005.10.007
- Lim, M., Daskin, M. S., Bassamboo, A., & Chopra, S. (2010). A facility reliability problem: formulation, properties, and algorithm. *Naval Research Logistics (NRL)*, 57, 58–70.
- Lim, M. K., Mak, H.-Y., & Shen, Z.-J. M. (2016). Agility and proximity considerations in supply chain design. *Management Science*, 63, 1026–1041.
- Mak, H.-Y., & Shen, Z.-J. (2012). Risk diversification and risk pooling in supply chain design. *IIE transactions*, 44, 603–621.
- Marks, D. H., & Liebman, J. C. (1971). Locational models: Solid waste collection example. *Journal of the Urban Planning and Development Division*, Vol. 97, Issue 1, 15–30.
- Medina, M., Giesen, R., & Muñoz, J.C. (2014). Model for the optimal location of bus stops and its application to a public transport corridor in Santiago, Chile. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, 2352 / Transit 2013, 2, 84–93.
- Ministerio del Medio Ambiente de Chile. (2018). *Catálogo de empresas de valorización de residuos. Región Metropolitana de Santiago*. Santiago, RM: Ministerio del Medio Ambiente de Chile.
- Mirzain, A. (1985). Lagrangian relaxation for the star-concentrator location problem: approximation algorithm and bounds. *Networks*, 15, 1 – 20.

Naseraldin, H., & Herer, Y. T. (2008). Integrating the number and location of retail outlets on a line with replenishment decisions. *Management Science*, 54, 1666–1683.

Naseraldin, H., & Herer, Y. T. (2011). A location-inventory model with lateral transshipments. *Naval Research Logistics (NRL)*, 58, 437–456.

Newell, G. (1971). Dispatching policies for a transportation route. *Transportation Science*, 5, 91–105.

Newell, G. (1973). Scheduling, location, transportation and continuum mechanics: some simple approximations to optimization problems. *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 25, 346–360.

Ouyang, Y., & Daganzo, C. F. (2006). Discretization and Validation of the Continuum Approximation Scheme for Terminal System Design. *Transportation Science*. DOI: 10.1287/trsc.1040.0110

Prajapati, H., Kant, R., & Shankar, R. (2019). Bequeath life to death: State-of-art review on reverse logistics. *Journal of Cleaner Production*, 211, 503–520. <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.11.187>

Pulido, R., Munoz, J.C. & Gazmuri, P. (2014). A continuous approximation model for locating warehouses and designing physical and timely distribution strategies for home delivery. Forthcoming in *EURO Journal on Transportation and Logistics*. DOI: 10.1007/s13676-014-0059-z

Qi, L., & Shen, Z.-J. M. (2007). A supply chain design model with unreliable supply. *Naval Research Logistics*, 54, 829 – 844.

Qi, L., Shen, Z.-J. M., & Snyder, L. V. (2009). A continuous-review inventory model with disruptions at both supplier and retailer. *Production and Operations Management*, 18, 516–532.

- Rachih, H., Mhada, F. Z., & Chiheb, R. (2019). Meta-heuristics for reverse logistics: A literature review and perspectives. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 45–62. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2018.11.058>
- Roghalian, E., & Pazhoheshfar, P. (2014). An optimization model for reverse logistics network under stochastic environment by using genetic algorithm. *Journal of Manufacturing Systems*, 33(3), 348–356. <https://doi.org/10.1016/j.jmsy.2014.02.007>
- Saberi, M., & Mahmassani, H. S. (2013). Modeling the airline hub location and optimal market problems with continuous approximation techniques. *Journal of Transport Geography*, 30, 68–76.
- Schneider, M., Gschwind, T., & Vigo, D. (2018). Advances in vehicle routing and logistics optimization: exact methods. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 8(2), 117–118. DOI: 10.1007/s13676-018-0139-6
- Shen, Z.-J. M., & Qi, L. (2007). Incorporating inventory and routing costs in strategic location models. *European Journal of Operational Research*, 179, 372 – 389.
- Shih, L.-H. (2001). Reverse logistics system planning for recycling electrical appliances and computers in Taiwan. *Resources, Conservation and Recycling*, 32(1), 55–72. [https://doi.org/10.1016/s0921-3449\(00\)00098-7](https://doi.org/10.1016/s0921-3449(00)00098-7)
- Simchi-Levi, D., Kaminsky, P. & Levi, E. (2008). Designing and managing the supply chain: concepts, strategies, and case studies. Boston: McGraw-Hill/Irwin.
- Spengler, Th., Püchert, H., Penkuhn, T., & Rentz, O. (1997). Environmental integrated production and recycling management. *European Journal of Operational Research*, 97(2), 308–326. [https://doi.org/10.1016/s0377-2217\(96\)00200-7](https://doi.org/10.1016/s0377-2217(96)00200-7)
- Solomon, M. M., J. Desrosiers (1988). Time window constrained routing and scheduling problems. *Transportation Sci.* 22 1–13

Soto, J., Muñoz, J. C., & Giesen, R. (2016). How many urban recycling centers do we need and where? A continuum approximation approach. *Transportation Research Procedia*, 12, 851–860. DOI: 10.1016/j.trpro.2016.02.038

Toth, P., & Vigo, D. (2002). Vehicle Routing Problem. SIAM, Philadelphia, PA. *SIAM Monographs on Discrete Mathematics and Applications*, Vol. 9

Tsao, Y.-C. (2013). Distribution center network design under trade credits. *Applied Mathematics and Computation*, 222, 356–364.

Tsao, Y.-C. (2016). Designing a supply chain network for deteriorating inventory under preservation effort and trade credits. *International Journal of Production Research*, 54, 3837–3851.

Tsao, Y.-C., & Lu, J.-C. (2012). A supply chain network design considering transportation cost discounts. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48, 401–414.

Tsao, Y. C., Mangotra, D., Lu, J. C., & Dong, M. (2012). A continuous approximation approach for the integrated facility-inventory allocation problem. *European Journal of Operational Research*, 222, 216–228. DOI: 10.1016/j.ejor.2012.04.033

Wang, J. Y., Yang, H., & Lindsey, R. (2004). Locating and pricing park-and-ride facilities in a linear monocentric city with deterministic mode choice. *Transportation Research Part B: Methodological*, 38, 709–731

Yun, L., Qin, Y., Fan, H., Ji, C., Li, X., & Jia, L. (2015). A reliability model for facility location design under imperfect information. *Transportation Research Part B: Methodological*, 81, 596–615.

A N E X O S

A.1. INFORMACIÓN BASE Y CÁLCULOS PARA LA DIVISIÓN PRESENTADA

Tabla 5 - Densidad RSM y Población por Comuna Región Metropolitana

#	Comuna	Kg / Hab-día	Población	Provincia
1	Colina	1,06	146.207	Colina
2	Lampa	0,91	102.034	Colina
3	Tiltil	0,85	19.312	Colina
4	Pirque	1,3	26.521	Cordillera
5	Puente Alto	0,77	568.106	Cordillera
6	San José de Maipo	1,33	18.189	Cordillera
7	Buín	0,86	96.614	Maipo
8	Calera de Tango	1,28	25.392	Maipo
9	Paine	1,04	72.759	Maipo
10	San Bernardo	1,9	301.313	Maipo
11	Melipilla	1,1	123.627	Melipilla
12	Curacaví	0,78	32.579	Melipilla
13	Alhué	1,46	6.444	Melipilla
14	María Pinto	0,8	13.590	Melipilla
15	San Pedro	1,64	9.726	Melipilla
16	El Monte	0,9	35.923	Talagante
17	Padre Hurtado	1,2	63.250	Talagante
18	Peñaflor	0,93	90.201	Talagante
19	Isla de Maipo	0,87	36.219	Talagante
20	Talagante	1,02	74.237	Talagante
21	Cerrillos	1,17	80.832	Santiago
22	Cerro Navia	1,08	132.622	Santiago
23	Conchalí	0,91	126.955	Santiago
24	El Bosque	1,15	162.505	Santiago
25	Estación Central	1,4	147.041	Santiago
26	Huechuraba	1,44	98.671	Santiago
27	Independencia	1,38	100.281	Santiago
28	La Cisterna	1,42	90.119	Santiago
29	La Granja	1,3	366.916	Santiago
30	La Florida	1,07	116.571	Santiago
31	La Pintana	0,99	177.335	Santiago
32	La Reina	1,32	92.787	Santiago

33	Las Condes	1,13	294.838	Santiago
34	Lo Barnechea	1,22	105.833	Santiago
35	Lo Espejo	1,41	98.804	Santiago
36	Lo Prado	0,88	96.249	Santiago
37	Macul	0,96	116.534	Santiago
38	Maipú	1,25	521.627	Santiago
39	Ñuñoa	1,19	208.237	Santiago
40	Pedro Aguirre Cerda	1,28	101.174	Santiago
41	Peñalolén	1,08	241.599	Santiago
42	Providencia	1,7	142.079	Santiago
43	Pudahuel	1,26	230.293	Santiago
44	Quilicura	1,03	210.410	Santiago
45	Quinta Normal	1,42	110.026	Santiago
46	Recoleta	1,42	157.851	Santiago
47	Renca	1,15	147.151	Santiago
48	San Miguel	1,08	94.492	Santiago
49	San Joaquín	1,45	107.954	Santiago
50	San Ramon	1,31	82.900	Santiago
51	Santiago	1,568	404.495	Santiago
52	Vitacura	1,57	85.384	Santiago

A.2. PRIMER ACERCAMIENTO AL PROBLEMA

Previo a la realización de este documento, se realizó un estudio previo sobre el mismo tema, el cual fue desarrollado por el autor de esta tesis. Esta publicación, puede encontrarse como: “*How many urban recycling centers do we need and where? A continuum approximation approach*” (Soto *et al.*, 2015). En este artículo, se desarrolló un enfoque similar de solución con dos particularidades principales. En primer lugar, la región de análisis fue limitada al sector oriente de Santiago y, en segundo lugar, no se consideraba la opción de que existiese logística que permita realizar retiros en domicilio de los usuarios. En lo que sigue de esta sección, se mostrará la traducción al español de esta publicación:

A.2.1. INTRODUCCION AL PROBLEMA

En el artículo, los autores presentan una metodología que usa el enfoque de aproximación continua (Daganzo, 2005) para determinar el número y ubicación de centros de acopio de material para reciclaje (o centros de distribución) en los cuales, individuos o hogares en una región, pueden acercarse para entregar residuos sólidos domiciliarios. Esta metodología se aplica a una zona de estudio de Santiago, Chile.

Se considera una compañía que opera centros de reciclaje en la que los usuarios pueden entregar sus materiales para ser procesados y reciclados. Cada uno de estos centros de acopio atiende un área de influencia, en la que los usuarios dentro del área son atendidos por estos centros. Luego de que los materiales son recibidos, estos son clasificados, consolidados y transportados a plantas de reciclaje externas.

Uno de los factores clave que determina el número de centros de acopio se da entre minimizar el costo por kilogramo de material reciclado y maximizar la cantidad de material atraído. La metodología propuesta en este estudio explícitamente reconoce que

la demanda atraída por cada uno de los centros de acopio depende directamente de el número de habitantes y hogares en su respectiva área de influencia y de la distancia de estos a cada centro.

- i. Costos de arrendamiento, operación y mantenimiento asociados con el proceso de preparación y entrega de materiales en cada uno de los centros de reciclaje. El costo de arrendamiento está relacionado con la tarifa de alquiler pagada por ocupar cada metro cuadrado de tierra durante un horizonte de tiempo. El costo operativo incluye el salario pagado a cada empleado del centro de reciclaje. El costo de mantenimiento incluye una tarifa fija para cada período. Esta tarifa consolida los costos asociados a limpieza, mantenimiento y cuidado del centro de acopio.
- ii. Costos de transporte asociados con el movimiento de productos desde centros de acopio a plantas de reciclaje externas. Los envíos se realizan en camiones completos, ya que los vehículos que transportan los materiales tienen asociada una tarifa por distancia, independientemente de la cantidad transportada. Dadas las características de los materiales, los que tienen un costo de inventario extremadamente bajo y no pierdan su valor es eficiente esperar que los vehículos se llenen a capacidad antes de que estos inicien sus viajes.

Además, desde una perspectiva social, tiene sentido considerar como parte de los costos de logística los costos incurridos por los usuarios en sus viajes a los centros de reciclaje. Esto agrega una tercera categoría:

- iii. Costos de usuario asociados con el transporte de productos desde sus hogares a los centros de acopio. Esta categoría consiste principalmente en el costo adicional que puede implicar la entrega de residuos a los centros de acopio. En este caso, es posible diferenciar en dos categorías de usuarios: algunos pueden viajar a los centros de acopio en vehículo privado, mientras que otros simplemente pueden caminar al lugar más cercano. Estas diferencias influyen fuertemente el costo incurrido por los usuarios.

Adicionalmente, la recuperación de material reciclable tiene un valor asociado a los centros de acopio, por lo que podemos considerar ingresos asociados a cada kilogramo de material recuperado en las plantas de reciclaje:

- iv. Ingreso (beneficio) asociado a los materiales reciclables recibidos los cuales tienen un valor asociado a las plantas de reciclaje. Por cada kilogramo reciclado, la compañía dueña de la planta de reciclaje paga una tarifa acorde al tipo de material que recibe. Este ingreso es una transferencia desde la planta de reciclaje al centro de acopio. Desde una perspectiva social, este valor podría representar el valor social o precio sombra de reciclar estos materiales

Estas categorías se agregan para obtener una función objetivo que incluye los costos e ingresos descritos anteriormente. Esta función objetivo es utilizada para encontrar la densidad de centros de acopio que maximiza el beneficio de la compañía, en el caso privado, y el beneficio social en el caso social. La principal variable de decisión en cada caso es la densidad (δ) de centros de acopio alrededor de cada punto de la región de interés.

En el artículo, se propone una metodología que utiliza aproximación continua (Daganzo, 2005) para determinar la cantidad y localización de centros de acopio en la región. Este tipo de problema ha sido estudiado y resuelto en la literatura típicamente con métodos de programación entera en los cuales se intenta encontrar una solución exacta. Desafortunadamente, estas soluciones requieren una gran cantidad de información sobre las instancias a ser resueltas y, además, los requerimientos computacionales son tales que encontrar una solución óptima puede ser altamente extensiva en términos de consumo de tiempo. Una revisión detallada de modelos de programación entera para problemas de localización puede ser encontrada en Brandeau (1989) y Daskin (1995).

En la literatura, se pueden encontrar ejemplos que utilizan el enfoque de aproximación continua (“AC”) para resolver problemas de diseño de sistemas logísticos. Por ejemplo, Clarens y Hurdle (1975) diseñan una red de buses considerando costos operacionales y de los usuarios. Erera (2000) utilizó el enfoque de AC para diseñar sistemas logísticos de gran escala con consideraciones de variabilidad. Ouyang y Daganzo (2004) desarrollaron

una aplicación para el diseño de sistemas de terminales. Mangotra *et al.* (2002), desarrollaron un sistema conjunto para el problema de diseño de redes considerando localización e inventario en dos etapas. Medina *et al.* (2012) propusieron un modelo para localización de paradas de transporte público en un corredor de buses. Pulido *et al.* (2014), utilizaron este enfoque en un problema combinado de localización y distribución con ventanas de tiempo en condiciones de demanda fija. Sin embargo, a la fecha de publicación de este artículo, los autores no dieron cuenta de publicaciones que intenten resolver el problema de la cantidad y localización de centros de reciclaje utilizando el enfoque de aproximación continua. La novedad de la publicación viene en la proposición de distinguir entre diferentes niveles de atracción según la ubicación geográfica. Esto permite no solo la aproximación de un número óptimo de localizaciones, sino que también la ubicación óptima aproximada de cada localización.

La metodología propuesta reconoce que la demanda atraída por cada uno de los centros de acopio depende del número de hogares en su área de influencia y la distancia de cada hogar a cada centro de acopio. Como Beckmann (1968) describe, cuando un usuario puede acceder a un bien al mismo precio en diferentes localizaciones, la única variable relevante para su decisión de dónde consumir es su costo de transporte. Esto es mayormente enfatizado en el caso de los centros de acopio, debido a que los usuarios están accediendo a un servicio gratuito y el único costo que deben pagar es el del costo de transporte. En consecuencia, en la medida que la distancia entre un domicilio y un centro de acopio aumenta, también lo hace el costo de uso de este. En el caso de usar una métrica Euclidiana en el análisis, una buena aproximación del área de influencia es que estas deben ser lo más circulares posibles (Daganzo, 2005).

La formulación propuesta en el artículo fue aplicado al análisis de la compañía B Triciclos, una reconocida empresa chilena con operaciones a nivel multinacional, la cual fue creada en el año 2009 con el objetivo principal de incentivar sostenibilidad en el uso de los recursos. La Compañía opera en el área de recolección de residuos sólidos domiciliarios que pueden ser potencialmente recuperados. La operación se basa en la instalación de varios centros de acopio (“Puntos Limpios”) en la ciudad, en estos centros la compañía

recibe residuos que pueden ser reciclados sin cobrar tarifas para el usuario. En estos centros de acopio, los residuos son acumulados antes de ser despachados a las plantas de reciclaje. El caso de estudio propuesto estará basado en la ciudad de Santiago de Chile, en las áreas en las que la compañía ha demostrado mayor actividad.

En lo que sigue, la sección 3.2. presenta una descripción de la propuesta metodológica y un desarrollo de los costos logísticos del sistema. La sección 3.3., describe un caso de estudios con los resultados para la ciudad de Santiago. La sección 3.4., resume las principales conclusiones de la publicación.

A.2.2. METODOLOGIA PROPUESTA

El objetivo de este trabajo es obtener una aproximación del número óptimo de centros de reciclaje y sus ubicaciones con el objetivo de maximizar el beneficio del sistema logístico, tanto desde una perspectiva privada como desde una perspectiva social. En cada uno de estos dos casos, la función objetivo cambia acorde a su perspectiva. Desde una perspectiva privada, el objetivo es maximizar el beneficio total de la compañía. Por otra parte, cuando se resuelve el problema desde una perspectiva social, se le debe dar un valor social a cada uno de los materiales reciclados y también incluir un costo por los viajes realizados por los usuarios que reciclan cuando llevan sus materiales a los centros de acopio. Se definió una función que agrega todos los costos descritos y los relaciona con la densidad de demanda en la región. La demanda por reciclaje es modelada directamente desde la población en el área de interés. Generalmente, en la literatura, la densidad de demanda es considerada homogénea, lo que facilita una formulación explícita para la solución aproximada del problema. El enfoque utilizado, en este caso, es dividir la región mediante una grilla con diferentes densidades. Este enfoque, hace posible considerar condiciones de demanda locales en sectores específicos de la región, dado que la densidad de demanda por reciclaje podría variar bastante entre un sector y otro. Esto es una manera razonable

de mejorar la aproximación de las localizaciones sin perder la simplicidad del modelamiento mediante aproximación continua. La variable de interés en la formulación es la densidad óptima de centros de acopio para la región. Se ha demostrado que estas soluciones son normalmente robustas debido a que variaciones pequeñas de los datos de entrada cambian la solución de beneficio máximo en cantidades menores.

A.2.2.1. VARIABLES Y PARAMÉTROS

Sea (i, j) un conjunto de coordenadas que definan la posición de cada sección de la cuadrícula sobre la región A . En cada una de las celdas, suponemos que existe una densidad de productos reciclables generados por unidad de superficie y equivalente a $\lambda(i, j) \left[\frac{\text{items}}{(\text{Km}^2 \cdot \text{t})} \right]$. Además, suponemos que la atracción de productos al centro depende de la distancia de cada hogar al centro de reciclaje más cercano. Entonces, para una distancia dada (r') es posible calcular una relación entre materiales atraídos al centro y los residuos generados para los centros de distribución, que llamamos $g(r)$. Así, la demanda que llega a un centro desde una distancia dada debería crecer para distancias cortas, ya que el número de hogares está aumentando, pero debería disminuir para largas distancias ya que la tasa de artículos atraídos disminuye.

Los parámetros utilizados en el modelo son:

$\lambda(i, j)$ Densidad de materiales reciclables generados por unidad de área en la celda (i, j)

p Ingreso promedio obtenido por cada kilogramo de material reciclado $\left(\frac{\$}{\text{Kg}} \right)$

C_m Costo de arriendo fijo para cada centro de acopio $\left(\frac{\$}{\text{Mes}} \right)$

C_o Remuneración pagada a cada trabajador de los centros de acopio $\left(\frac{\$}{\text{Mes}} \right)$

C_t Tarifa fija pagada por kilómetro a los vehículos que transportan la carga desde los centros de acopio a las plantas de reciclaje $\left(\frac{\$}{\text{Km}} \right)$

- Q Cantidad máxima de kilogramos procesados en los centros de acopio por operador al mes $\left(\frac{\$}{Mes}\right)$
- T Carga máxima de los vehículos de transporte (Kg)
- Φ Parámetro indicando qué porcentaje de los viajes son hechos con el propósito único de reciclar material

También se asumen como conocidas dos funciones que describen cómo las personas, que viven a una distancia común similar centro de acopio al más cercano, se comportan con respecto a los hábitos de reciclaje. Suponemos que este comportamiento agregado depende solo de la distancia común de sus hogares al centro de reciclaje más cercano.

$g(r)$ Función que determina la fracción de materiales producidos que son atraídos desde una distancia r

$h(r)$ Función que relaciona los materiales atraídos en cada viaje con la distancia al centro de acopio

La variable utilizada en el modelo es:

$\delta(i, j)$ Densidad local de centros de acopio en la celda (i, j)

A.2.2.2. ATRACCIÓN

Después de configurar la función que relaciona la tasa de atracción con la distancia, es posible obtener el número total de elementos atraído a cualquier posición en la grilla (i, j) .

La función que da el volumen de productos viene dada por:

$$V(i, j) = \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{max}(\delta(i, j))} \lambda(i, j) \cdot g(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \quad (1)$$

En esta expresión, el valor $r_{max}(\delta(i, j))$ corresponde a una aproximación del radio de la zona de influencia de un centro de reciclaje ubicado en (i, j) en el que la densidad local es $\delta(i, j)$. Dado que la superficie de esta área se puede expresar como $\frac{1}{\delta}$, es posible estimar el radio suponiendo, por ejemplo, al asumir que el área es circular, siguiendo un método similar al de Pulido *et al* (2014).

A.2.2.3. OPTIMIZACIÓN PRIVADA

La función objetivo es maximizar el beneficio total de la empresa. El ingreso obtenido por cada uno de los materiales procesados es ($\$p$). El costo incurrido por la empresa para cada procesar cada kilogramo de material se compone de operaciones y transporte. Estos costos se modelan como se presenta a continuación.

A.2.2.3.1. COSTO OPERACIONAL

Los costos operativos de los centros incluyen un costo de mantenimiento más el salario mensual recibido por los operadores. Se asume que el número de operadores requeridos para operar el centro crece linealmente con el total de kilogramos a ser procesado, al agregar un nuevo operador por cada (Q) kilogramos procesados. El costo de operación queda expresado por:

$$CO(i, j) = C_m + C_o \cdot \left\lceil \frac{V(i, j)}{Q} \right\rceil \quad (2)$$

Donde C_m representa el costo mensual de arrendar cada centro de distribución y C_o es el salario pagado a los operadores.

A.2.2.3.2. COSTO DE TRANSPORTE

El costo del transporte depende de la distancia desde los centros de distribución hasta las plantas y la cantidad de viajes requeridos para mover todos los materiales recibidos. El número de viajes necesarios está determinado por la capacidad de los vehículos de carga. (T) que se asume constante. Sea $d(i, j)$ la distancia entre el centro ubicado en (i, j) y la planta de reciclaje utilizada para ese centro. Luego, si definimos C_t como la tarifa pagada por kilómetro, el costo de transporte se puede expresar como:

$$CT(i, j) = C_t \cdot d(i, j) \cdot \left\lceil \frac{V(i, j)}{T} \right\rceil \quad (3)$$

A.2.2.4. FUNCIÓN OBJETIVO

Finalmente, la función a maximizar se modela como:

$$\max_{\{\delta\}} I(i, j) = V(i, j) \cdot p - CO(i, j) - CT(i, j) \quad (4)$$

A.2.2.5. MAXIMIZACIÓN DEL BENEFICIO SOCIAL

Si en lugar de maximizar el beneficio privado para esta empresa, el objetivo fuese maximizar el beneficio social de la red de reciclaje, deberíamos redefinir el ingreso privado ($\$p$) como el beneficio social de reciclar un producto ($\$p'$). Deberíamos esperar que $p' > p$, dado que el valor social debe incluir no solo el costo de producción alternativo de utilizar materias primas (en lugar de bienes reciclables), sino que también las externalidades ambientales generadas por la extracción de estas materias primas y el proceso de deshacerse de los bienes reciclables. Además, debemos agregar un término adicional a la función objetivo para representar el costo logístico de los usuarios para llevar los materiales desde sus hogares al centro de reciclaje.

A.2.2.5.1. COSTO DE USUARIOS

Para calcular el costo de los usuarios, se agrega el número de visitas ponderado por la probabilidad de que estos usuarios realicen su viaje únicamente con el propósito de reciclar. Si los usuarios aprovechan otro viaje para reciclar, asumimos que no se agrega costo de transporte por este concepto a los usuarios. Por lo tanto, el costo de los usuarios se puede calcular como:

$$CU(i, j) = C_u \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{r_{max}(\delta(i, j))} \frac{\Phi \cdot \lambda(i, j) \cdot g(r) \cdot r}{h(r)} \cdot dr \cdot d\theta \quad (5)$$

En esta expresión, $h(r)$ es una función que relaciona los artículos transportados en cada viaje con la distancia al centro de reciclaje. Además, se incluye un parámetro (Φ) que indica el porcentaje de viajes realizados al centro de reciclaje para el único propósito de reciclar productos, ya que algunos usuarios aprovechan otros viajes para hacer su reciclaje.

A.2.2.6. FUNCIÓN OBJETIVO

Finalmente, la nueva función objetivo a maximizar queda como:

$$\max_{\{\delta\}} I(i, j) = V(i, j) \cdot p' - CO(i, j) - CT(i, j) - CU(i, j) \quad (6)$$

En ambos enfoques, la única restricción que se considera es la no negatividad de las variables de este problema, $\delta(i, j)$.

A.2.3. ALGORITMO DE SOLUCION

Como primer paso, el modelo se resuelve analíticamente. Esto nos da la densidad óptima aproximada para centros de reciclaje para cada punto (i, j) de la región de interés. A partir de esta solución aproximada, procedemos a identificar ubicaciones específicas para instalar centros de reciclaje utilizando métodos numéricos. El siguiente algoritmo de solución se aplica para encontrar conjuntamente, el número de centros de reciclaje a instalar y su ubicación para maximizar el beneficio de la empresa.

- i. Solución inicial: Dependiendo de la densidad (δ_1) encontrada en el paso 1, obtenemos la primera aproximación de número de centros de reciclaje como $N_1 = \delta_1 \cdot R_1$, que se utiliza como solución inicial para el algoritmo.
- ii. Área de influencia: el área de influencia de cada centro se estima como $\frac{1}{\delta}$. Entonces, el radio de influencia es aproximado como $r_{max} = \frac{1}{\sqrt{\pi\delta}}$.
- iii. Ubicación de los centros de reciclaje: el centro de reciclaje se ubicará en la posición que maximiza el rendimiento esperado ingreso $I_k(i, j)$ basado en la demanda atraída en (i, j) . Una vez ubicados, los materiales atraídos en la zona de densidad $\lambda(i, j)$ en cada celda dentro del área de influencia son descontados.
- iv. El paso (iii) se repite hasta que todos los centros de reciclaje se hayan ubicado $(k = N)$.
- v. Maximización de ingresos: definimos el vector $v_N = ((i_1, j_1), (i_2, j_2), \dots, (i_N, j_N))$ donde cada posición (i_k, j_k) contiene la ubicación de (N) centros de acopio que maximizan los ingresos de la empresa. Luego, el ingreso total del sistema se puede calcular como $I_N = \sum_{k=1}^N I_k(i, j)$.
- vi. Aproximación al óptimo: el proceso se repite desde el paso (i) perturbando el número inicial de centros de reciclaje N_1 agregando o restando un centro de reciclaje a la solución. El algoritmo termina si los ingresos obtenidos con N

centros de reciclaje son mayores que los ingresos obtenidos con $(N + 1)$ o $(N - 1)$ centros, es decir, $((I_{N+1} < I_N) \wedge (I_{N-1} < I_N))$. De lo contrario, actualizamos el número de centros al que entregar mayores ingresos y se repite el algoritmo.

A.2.4. CASO DE ESTUDIO

La metodología propuesta se aplicó a la zona oriente de Santiago, Chile, para la operación del reciclaje de la empresa B Triciclos. Esta empresa trabaja en el área de recolección de residuos sólidos residenciales y reciclaje que pueden ser recuperados. La compañía instala y opera centros de reciclaje, o "puntos limpios, que reciben entregas de particulares. En este centro, las entregas se acumulan y luego se envían a plantas de reciclaje. El tipo de residuos considerados en el análisis incluyen categorías como celulosa, vidrio, plástico y metal.

La parte este de Santiago, ha sido definida como una región de análisis en este estudio de caso, y sobre esta se considera una superficie de 137.27 km². Sobre esta región se colocó una cuadrícula de 10x10. Para cada celda en esta cuadrícula, una densidad de kilogramos de desechos sólidos domésticos por km² se estimó en base en la generación promedio de desechos por tipo de individuo y las proyecciones de población por celda en la cuadrícula. Como entrada para la generación de desechos futura, se revisó información pública de agencias gubernamentales para estimar generaciones de residuos por tipo de individuo. Además, se usaron proyecciones de población oficiales para estimar la población futura en la región de análisis. En este estudio, se definió el tipo de individuo solo dependiendo de la comuna donde la persona vive (la región de análisis se compone de siete comunas adyacentes). La información sobre la generación de residuos fue obtenida de una agencia gubernamental en términos de residuos per cápita en cada ciudad (CONAMA, 2006). De los datos se observa una clara relación respecto que la gente de mayor estrato socioeconómico genera más desperdicio.

Tabla 6 - Generación por quintil de ingresos

Quintil de ingresos	Generación de residuos (kg - persona / día)
1	1,37
2	1,32
3	1,16
4	0,92
5	0,67

La compañía acordó proporcionar información histórica sobre los kilogramos mensuales reciclados durante los años 2012 y 2013. Esto se utilizó para validar las proyecciones de kilogramos atraídos a los nuevos centros de reciclaje. Los parámetros establecidos para calcular los diversos costos e ingresos de la formulación propuesta también fueron proporcionados por la compañía. El ingreso más relevante es el del ingreso por cada kilogramo de material recibido, este es en promedio 80 CLP. Además, se realizaron encuestas a usuarios en dos centros de reciclaje actuales operados por Triciclos en el área. Estos datos de encuestas incluyen los kilogramos de material que los usuarios acarrearón al centro de reciclaje, la distancia desde el origen hasta el punto de reciclaje y también se preguntó a cada usuario si la visita era parte de otro viaje o si el motivo principal del viaje fue entregar productos al centro de reciclaje. Se obtuvieron un total de 889 encuestas válidas.

Se calibró una curva de atracción de productos para diferentes distancias desde cada centro de reciclaje de acuerdo con información reportada por los usuarios en las encuestas. Esta curva se usa para estimar cuánto del material generado finalmente va a uno de los centros de reciclaje respecto a una distancia dada. La curva calibrada refleja que a distancias pequeñas la atracción es alta, pero la proporción de personas será pequeña en comparación con el total en el área de influencia, mientras que a largas distancias la proporción atraída

disminuye, pero sobre una población que es cada vez mayor. La información recopilada se utilizó para calibrar una curva de proporción atraída que refleje esta situación.

El método propuesto fue aplicado primero para encontrar el objetivo privado en base a la información proporcionada por la compañía. El resultado obtenido en este caso fue que el número óptimo de centros de reciclaje en la parte oriente de Santiago es de 4. La figura siguiente muestra cómo el ingreso operativo varía para la empresa a medida que se cambia la densidad de centros de acopio en la región. El óptimo se da cuando la densidad alcanza a ser equivalente a cuatro centros de reciclaje.

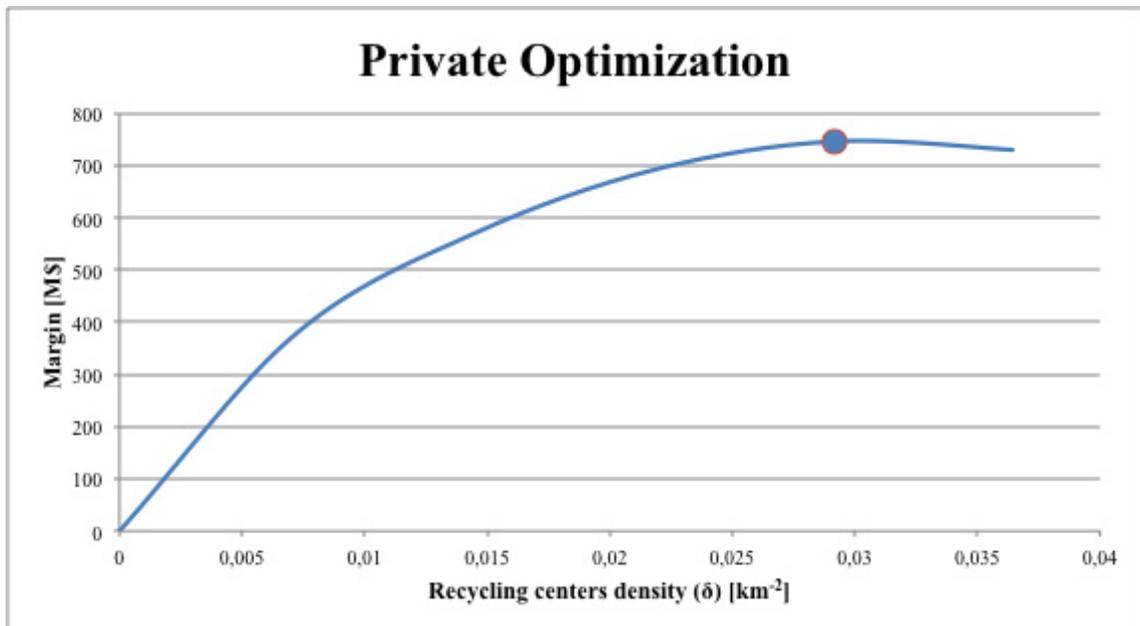


Figura 12 - Óptimo de centros de acopio en base a un objetivo privado

La siguiente figura muestra las localizaciones que se obtienen al utilizar el objetivo privado de acuerdo con la cuadrícula que se construyó en la región. Los centros propuestos

se concentran en la zona suroeste, la que corresponde a una de las secciones más densamente pobladas de la región en estudio.

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	1	-	-	-	-	-	-	-	-
-	1	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 13 - Localización óptima en base a beneficio privado

El mismo análisis se realizó desde una perspectiva social (objetivo social). Para calibrar el parámetro (ϕ), que representa el porcentaje de viajes hechos solo para reciclar, se utiliza el porcentaje de usuarios encuestados que reciclaron bajo esta condición. Además, la curva $h(r)$ refleja la relación entre el número de artículos atraídos en cada viaje y la distancia desde el centro de reciclaje, la que se calibró en función de los datos de los encuestados. Además, el parámetro sobre el beneficio social del reciclaje (p') se redefinió respecto del utilizado en el caso privado. Para esto, se utilizaron los valores propuestos por Craighill y Powell (1995), en los que estima el valor social de reciclaje para diferentes familias de productos. Se utilizaron estos valores para ponderar la proporción histórica de cada familia de productos informada por Triciclos. En base a este procedimiento, se obtuvo que el valor social promedio por kilogramo de material reciclado es \$144,6 CLP. En este caso se considera la perspectiva social como objetivo, por lo que se utiliza este nuevo conjunto de parámetros en el procedimiento presentado en la sección anterior. En este caso, de acuerdo

con el procedimiento con enfoque social, resulta que hay un aumento de casi el doble de los ingresos generados. Sin embargo, la nueva solución sugiere agregar solo un nuevo centro de reciclaje mientras se mantienen los mismos cuatro encontrados para la solución privada. Es decir, la densidad óptima se logra con cinco centros de reciclaje en esta región de Santiago y en base a la metodología utilizada.

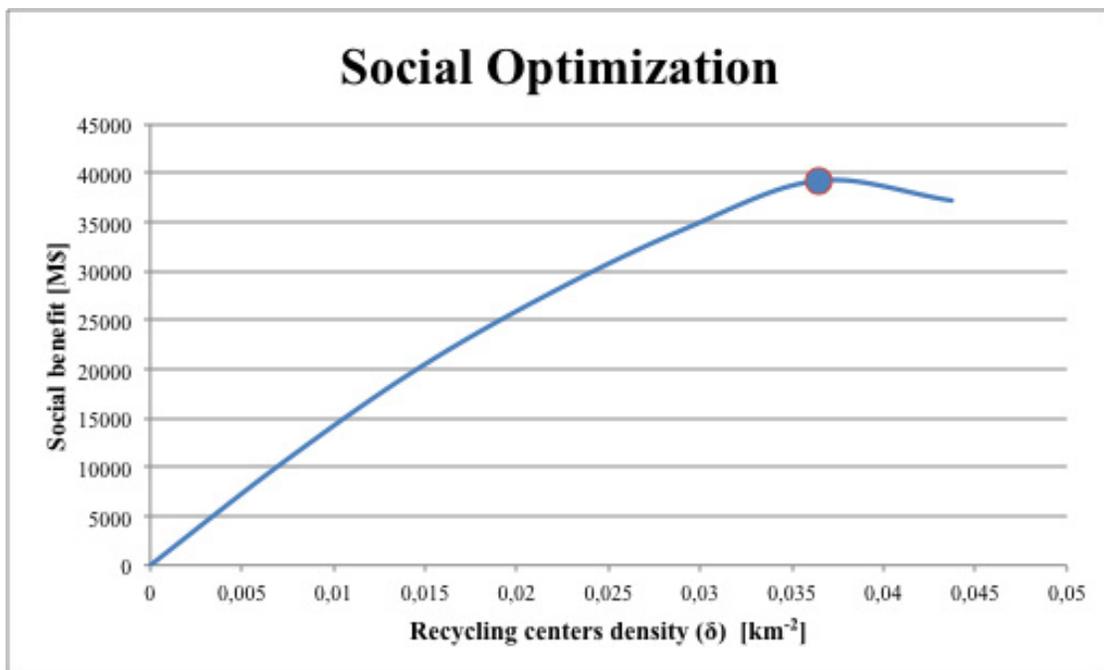


Figura 14 - Óptimo de centros de acopio en base a un objetivo social

Adicionalmente, se muestra a continuación las localizaciones en la grilla en base a la perspectiva social.

-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	1	-	-	-	-	-	-	-	-
-	1	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
1	-	-	-	-	-	-	-	-	-
-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Figura 15- Localización óptima en base a beneficio social

A.2.5. CONCLUSIONES

Se propuso un modelo que utiliza la metodología de aproximación continua para resolver el problema de diseño respecto a la ubicación y número de centros de reciclaje en la red para atender una región. El modelo propuesto considera una función objetivo que incorpora los diferentes costos del sistema, tanto desde una perspectiva privada como social. El objetivo final del problema es encontrar la densidad de centros de reciclaje en el área definida. Este problema será resuelto probando combinaciones de muchos centros de reciclaje junto con su ubicación.

La metodología propuesta se aplicó al caso de una operación de reciclaje real, la compañía B Triciclos (<http://www.triciclos.cl/>) en la zona oriente de Santiago, Chile. Los resultados confirman que las soluciones obtenidas a través del enfoque de aproximación continua son robustas. Cabe considerar que un aumento aproximado de un 81% en el ingreso percibido por cada kilogramo de material solo altera la solución óptima en una sola nueva ubicación. Además, la ubicación de los centros no se modifica, con la excepción del nuevo

centro de reciclaje, que se agrega en la solución desde la perspectiva social. En el caso de estudio, las soluciones tienden a concentrarse en el suroeste de la región. Esto coincide con las secciones de la región donde la población por unidad de área es considerablemente más densa. En consecuencia, se logra atraer más material considerando un área de influencia fija ya que las condiciones dadas por la curva de atracción se mantienen para cada sección de la cuadrícula.

El beneficio percibido desde una perspectiva privada es relativamente bajo para la estructura de costos de la compañía. Sin embargo, los márgenes sociales obtenidos por el trabajo de los centros de reciclaje son considerablemente mayores respecto del caso anterior. Consecuentemente, es una inversión con baja rentabilidad en términos privados, pero de gran aporte social.

En vista de este análisis, se hace razonable considerar subsidiar una parte de la diferencia entre el ingreso privado y el ingreso social, para que pueda incentivarse la actividad de reciclaje.