



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**ESTIMACIÓN MULTIMODELO DE
PARÁMETROS ESTRUCTURALES PARA
EL DISEÑO Y SINTONÍA DE
AMORTIGUADORES DE MASA
SINTONIZADOS**

PHILIPPE LEONARDO ILHARREGUY ARAYA

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado
como parte de los requisitos para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
ALDO CIPRIANO ZAMORANO

Santiago de Chile, Octubre 2012

© MMVII, PHILIPPE LEONARDO ILHARREGUY ARAYA



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**ESTIMACIÓN MULTIMODELO DE
PARÁMETROS ESTRUCTURALES PARA
EL DISEÑO Y SINTONÍA DE
AMORTIGUADORES DE MASA
SINTONIZADOS**

PHILIPPE LEONARDO ILHARREGUY ARAYA

Miembros del Comité:

ALDO CIPRIANO ZAMORANO

JUAN CARLOS DE LA LLERA

EDUARDO IZQUIERDO

SERGIO GUTIERREZ

Tesis presentada a la Dirección de Investigación y Postgrado
como parte de los requisitos para optar al grado de
Magister en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Octubre 2012

© MMVII, PHILIPPE LEONARDO ILHARREGUY ARAYA

AGRADECIMIENTOS

En este trabajo hubo muchas personas que aportaron directa o indirectamente. En primer lugar agradecer a mi familia, que ha sido el pilar fundamental en todo el desarrollo. A mi Papá, por mostrarme a través de su pasión que cualquier sueño es alcanzable. Por enseñarme que el camino de la responsabilidad, por muy pesado y rugoso que sea, será el encargado de abrirnos las puertas. Especial agradecimiento a mi Mamá, por su inigualable dedicación a sus hijos. Por su paciencia, empatía, y enorme corazón. Agradecerle por enseñarme que los caprichos de la vida, serán nimiedades con el paso del tiempo, y que la humildad con la generosidad nunca te harán sentir solo. Para ambos mis más profundos agradecimientos. A mis hermanos, simplemente por ser como son, libres, apasionados e inspiradora-mente testarudos. Gracias, Mapi, Mane, Raúl, Michi, Felipe y Eva Luna.

También quiero dar las gracias a mi grupo de amigos, por la gran cantidad de momentos inolvidable, por la alegría que me dan cada vez que compartimos, y cuyos proverbios de vida más de una enseñanza me han dejado. Gracias a Juan Ignacio Avila, Gustavo Sánchez, Francisco Lanuza, Alexis Burgos, Rodrigo Hermosilla, Daniel Charlin, Pablo Engdahl, Miguel Angel González, Cesar O’Ryan.

Agradecer a mis compañeros de oficina, Francisco Reyes, Gabriel Tejeda, Guillermo García, Ignacio Zubiaguirre y Gabriel Villalon por hacer cada día más ameno. Dar las gracias también a la administración del departamento de Ingeniería Eléctrica, a Jessica Diaz y Gianina Salazar por la enorme paciencia que me han brindado. A los encargados de laboratorios y asistentes, Jorge Reyes y Carlos Alvarez por su invaluable carisma.

Indispensable ha sido la paciencia y el apoyo que me ha dado mi profesor Aldo Cipriano y Eduardo Izquierdo. Gracias por haberme dejado ser parte de su profesionalismo y compartir conmigo su pasión por la ciencia.

Y finalmente a mi hijo Tomás, por mostrarme que los milagros sí existen.

Índice general

AGRADECIMIENTOS	III
Índice de figuras	VII
Índice de tablas	IX
RESUMEN	XIII
ABSTRACT	XIV
1. INTRODUCCION	1
1.1. Descripción Temática	1
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivos Generales	4
1.2.2. Objetivos Específicos	5
1.3. Aportes Principales de la Tesis	6
2. MONITORIZACION DE SALUD ESTRUCTURAL Y CONTROL ESTRUCTURAL: ESTADO DEL ARTE	7
2.1. Monitorización de la Salud Estructural	11
2.1.1. Evaluación Operacional	12
2.1.2. Adquisición, Normalización y Limpieza de Datos	13
2.1.3. Extracción de Características y Compresión de Datos	14
2.1.4. Desarrollos de Modelos Estadísticos para la Discriminación de Características	16
2.2. Control Estructural	17
3. METODOS UTILIZADOS PARA LA IDENTIFICACION DE PARAMETROS ESTRUCTURALES Y SU COMBINACION MEDIANTE MULTIMODELOS	22
3.1. Descripción de Sistemas Mecánicos Mediante sus Parámetros Modales .	22
3.1.1. Definición de Parámetros Modales y su Obtención	22
3.1.2. Construcción del Sistema Dinámico a partir de Parámetros Modales .	27

3.2.	Teorías y Métodos Output-Only para la Estimación de Parámetros Modales	29
3.2.1.	Natural Excitation Technique and Eigensystem Realization Algorithm with Data Correlation (NExT-ERA/DC)	30
3.2.2.	Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification (SSI-COV)	41
3.2.3.	Frequency Domain Decomposition (FDD)	44
3.3.	Combinación Estadística de Parámetros Modales Estimados	47
3.4.	Implementación y Consideraciones Prácticas de la Estrategia de Estimación Multimodelos	51
4.	DISEÑO Y SINTONIA DE AMORTIGUADORES DE MASA	53
4.1.	Teoría de Sistemas AMS Aplicados a Estructuras	53
4.2.	Metodología para el Diseño y Sintonía de un AMS	55
4.2.1.	Diseño AMS basado en Promedios	57
4.2.2.	Diseño AMS Basado en Subsuperficies	58
5.	RESULTADOS DE SIMULACIONES Y SU ANALISIS	61
5.1.	Descripción del Modelo Estructural Usado para las Simulaciones	61
5.2.	Resultados de Estimaciones con Métodos de Identificación <i>Output-Only</i>	65
5.2.1.	Estimaciones con Método Natural Excitation Technique and Eigensystem Realization Algorithm with Data Correlation (NExT-ERA/DC)	65
5.2.2.	Estimaciones con Método Stochastic Subspace Identification (SSI)	70
5.2.3.	Estimaciones con Método Frequency Domain Decomposition (FDD)	71
5.3.	Resultados de Estimación de Parámetros Modales Mediante Múltiples Modelos	77
5.3.1.	Comparación de Resultados para la Estimación de Frecuencias Modales	78
5.3.2.	Comparación de Resultados para la Estimación de Coeficientes de Amortiguación Modales	79
5.3.3.	Comparación de Resultados para la Estimación de Formas Modales	81
5.4.	Resultados del Diseño y Sintonía de un AMS	82

5.5. Resultados para la Construcción del Modelo Dinámico y Posterior Diseño de un AMS	98
5.6. Resultados Post-Terremoto para la Reconstrucción del Modelo Dinámico y Posterior Resintonía del AMS	103
5.7. Análisis en el Lugar Geométrico de las Raíces	109
6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO	121
6.1. Comentarios Generales y Conclusiones	121
6.2. Trabajo Futuro	123
Referencias	125

Índice de figuras

1.1. Diagrama de flujo para las distintas etapas del trabajo.	4
2.1. Guangzhou New TV Tower, China. Fuente: http://www.metrolic.com/must-see-new-architectural-wonders-123926/	8
2.2. Taipei 101, Taiwán. Fuente: http://en.wikipedia.org/wiki/Taipei_101	9
2.3. Amortiguador de masa sintonizado del Taipei 101, Taiwán. Fuente: http://en.wikipedia.org/wiki/Taipei_101	10
2.4. Diagrama esquemático de <i>Structural Control and Health Monitoring</i>	20
3.1. Diagrama de estabilización.	39
3.2. Obtención de coeficientes de amortiguación.	47
4.1. Esquemas : a) Sistema AMS, b) Sistema AMS tipo péndulo.	54
4.2. Respuesta en frecuencia para modelo de un grado de libertad.	55
4.3. Funciones objetivos con sus subsuperficies.	59
4.4. Subsuperficies extraídas de las funciones objetivo.	59
4.5. Subconjunto formado por la intersección de las subsuperficies.	60
5.1. Perfil de daño.	64
5.2. Diagramas de estabilización para NExT-ERA/DC.	66
5.3. Diagramas de estabilización para NExT-ERA/DC con ruido en las mediciones.	69
5.4. Diagramas de estabilización para SSI.	71
5.5. Valores singulares de matrices de densidad espectral de potencia.	73
5.6. Valores singulares con falsos <i>peaks</i> eliminados.	74
5.7. Extracción de <i>peaks</i> con sus transformadas inversas de Fourier.	75

5.8. <i>Peaks</i> extraídos de los valores singulares con mediciones ruidosas.	76
5.9. Índices MDR con matriz de rigidez K variable.	88
5.10. Índices MDR con matriz de rigidez K estática.	89
5.11. Desviaciones estándar del índice MDR con matriz de rigidez K variable. . .	91
5.12. Desviaciones estándar del índice MDR con matriz de rigidez K estática. . .	91
5.13. Polos del sistema estructural sin AMS previo y post-terremoto.	110
5.14. Polos del sistema estructural con AMS previo y post-terremoto.	111
5.15. Polos del sistema estructural sin y con AMS.	112
5.16. Zoom a polos de los primeros modos de vibración sin y con AMS.	112
5.17. Respuesta en frecuencia para distintas masas del AMS.	114
5.18. Polos del sistema para distintas masas del AMS.	115
5.19. Zoom a polos de primeros modos para distintas masas del AMS.	116
5.20. Respuesta en frecuencia para distintos amortiguamiento del AMS.	117
5.21. Polos del sistema para distintas amortiguaciones del AMS.	118
5.22. Zoom a polos de primeros modos para distintas amortiguaciones del AMS. .	119

Índice de tablas

5.1. Parámetros modales teóricos.	63
5.2. Resultados estadísticos de estimación NExT-ERA/DC sin ruido.	68
5.3. Resultados estadísticos de estimación NExT-ERA/DC con ruido.	69
5.4. Resultados estadísticos de estimación SSI sin ruido.	72
5.5. Resultados estadísticos de estimación SSI con ruido.	72
5.6. Resultados estadísticos de estimación FDD sin ruido.	76
5.7. Resultados estadísticos de estimación FDD con ruido.	77
5.8. Estimación de frecuencias $[Hz]$ sin ruido en las mediciones.	78
5.9. Estimación de frecuencias $[Hz]$ con ruido en las mediciones.	78
5.10. Estimación de frecuencias $[Hz]$ con estrategia multimodelo.	79
5.11. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) sin ruido en las mediciones.	79
5.12. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) con ruido en las mediciones.	80
5.13. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) con estrategia múltimodelo.	80
5.14. Índices MAC para la estimación de formas modales sin ruido en las mediciones.	81
5.15. Índices MAC para la estimación de formas modales con ruido en las mediciones.	81
5.16. Índices MAC para la estimación de formas modales con estrategia multimodelo.	82
5.17. Valores de K_d obtenidos con método P.	84
5.18. Valores de K_d obtenidos con método IS.	84
5.19. Valores de K_d obtenidos con método CGPS.	85
5.20. Valores de C_d obtenidos con método P.	85
5.21. Valores de C_d obtenidos con método IS.	85
5.22. Valores de C_d obtenidos con método CGPS.	86
5.23. Índice MDR obtenidos con método P.	86

5.24. Índice MDR obtenidos con método IS.	87
5.25. Índice MDR obtenidos con método CGPS.	87
5.26. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método P.	89
5.27. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método IS.	89
5.28. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método CGPS.	90
5.29. Estadísticos T para diseño con método P.	93
5.30. Estadísticos T para diseño con método IS.	93
5.31. Estadísticos T para diseño con método CGPS.	94
5.32. Períodos iniciales y finales para estructura sin AMS con diseño IS y rigidez variable.	94
5.33. Períodos iniciales y finales [s] para estructura con diseño IS y rigidez variable.	95
5.34. <i>Drifts</i> máximos alcanzados por la estructura con AMS.	95
5.35. Fuerza amortiguadora F_c entregada al AMS.	96
5.36. Fuerza Elástica F_k entregada al AMS.	96
5.37. Fuerza Total ($F_T = F_k + F_c$) entregada al AMS.	96
5.38. Desplazamientos máximos alcanzados por el AMS.	97
5.39. Frecuencias [Hz] estimadas.	99
5.40. Coeficientes de amortiguación (%) estimados.	99
5.41. Índices MAC para formas modales estimadas.	99
5.42. Formas modales estimadas por múltimodelo	100
5.43. Parámetros e índices de desempeño.	102
5.44. Parámetros modales teóricos con sistema AMS.	103
5.45. Parámetros modales teóricos post-terremoto.	105
5.46. Frecuencias [Hz] estimadas post-terremoto.	105
5.47. Coeficientes de amortiguación (%) estimados post-terremoto.	106
5.48. Índices MAC para formas modales estimadas post-terremoto.	106

5.49. Formas modales estimadas por múltimodelo post-terremoto. 106

5.50. Comparación de parámetros e índices de desempeño post-terremoto. 108

5.51. Distancia entre polos del primer y segundo modo con AMS. 116

5.52. Distancia entre polos del primer y segundo modo con AMS. 118

RESUMEN

La realidad geográfica chilena exige el desarrollo de tecnologías antisísmicas para estructuras civiles de alta prioridad social. Una de estas tecnologías es el dispositivo amortiguador de masa sintonizado (AMS), utilizado cada vez más debido a su simplicidad y eficacia. El principio en el cual este dispositivo se basa es la transferencia y disipación de energía cinética de la estructura al AMS. Este trabajo estudiará varias herramientas computacionales que ayudarán al diseño de esta clase de dispositivo en edificios.

Según la teoría de control, un sistema AMS puede ser visto como un actuador pasivo, donde las fuerzas encargadas de compensar el movimiento estructural son generadas por el propio dispositivo según su sintonización. Como ocurre con muchos métodos de diseño de controladores, es requisito contar con un modelo matemático que describa apropiadamente la dinámica del sistema. Para este fin, se propone una herramienta que combina los resultados de múltiples métodos de identificación para la estimación de los parámetros modales y posterior construcción de un modelo dinámico. Estos métodos son: técnica de excitación natural con algoritmo de realización de valores propios (*Natural Excitation Technique with Eigensystem Relization Algorithm*), identificación de subespacios estocásticos (*Stochastic Subspace Identification*) y descomposición en el dominio de la frecuencia (*Frequency Domain Decomposition*). En el estudio que realizamos, la metodología presentada demostró ser más confiable y robusta estimando los parámetros modales.

Obtenido el modelo identificado, se procede con el diseño y sintonización del AMS. Como elemento novedoso en el diseño, este considera cambios en la rigidez producto del daño estructural. Analizando el desempeño y la robustez del AMS, se pudo concluir que un diseño robusto entrega mejores desempeños en un mayor número de escenarios, y ayuda a reducir los efectos del daño estructural en la desintonización del AMS.

Palabras Claves: control estructural, identificación de sistemas, parámetros modales, NExT-ERA, SSI, FDD, amortiguador de masa sintonizada, diseño, sintonía.

ABSTRACT

The Chilean geographical reality requires the development of seismic technology for bridges, buildings or any structure with high social priority. One of these technologies are the tuned mass dampers (TMD), widely used because of its simplicity and effectiveness. The principle on which these devices are based is in the transfer of kinetic energy from the structure to TMD. This work will examine several computational tools that will help the design and tuning of these devices.

From control theory, the AMS can be seen as a passive actuator, where the forces responsible for compensating structural movement are generated by the device itself. As with many control design strategies, having a mathematical model that describes properly the dynamics of the system is required. To this end, we propose a tool that combines the results of multiple identification methods to estimate the modal parameters and subsequent construction of a dynamic model. These methods are: Natural Excitation Technique with Eigensystem Relization Algorithm (NExT-ERA), Stochastic Subspace Identification (SSI) and Frequency Domain Decomposition (FDD). The presented methodology proved to be more reliable and robust estimating the modal parameters, allowing the construction of a more reliable dynamic model.

Once retrieved the identified model, we proceed with the design and tuning of the TMD considering changes in the stiffness due to structural damage. Analyzing and comparing the performance and robustness achieved by the TMD, it was concluded that a robust design not only provides the best performance for a larger number of scenarios, but would help reduce the effects of structural damage and detuning of the AMS.

Keywords: structural control, system identification, modal parameters, NExT-ERA, SSI, FDD, tuned mass damper, tuning.

1. INTRODUCCION

1.1. Descripción Temática

Los altos estándares de seguridad junto con los diseños cada vez más desafiantes y vanguardistas de las estructuras civiles, hacen imperativo el desarrollo de nuevas tecnologías que permitan protegerlas. Estos desarrollos van desde nuevos materiales para la construcción, hasta nuevas tecnologías para la disipación de energía e identificación de parámetros estructurales.

En este trabajo se estudiarán principalmente dos desarrollos, los referidos a métodos de identificación usados para estimar los parámetros modales, y los sistemas amortiguadores de masa sintonizada o AMS, pertenecientes a las disciplinas conocidas como *Structural Health and Monitoring* (SHM) y *Structural Control* (SC) respectivamente. Mientras la primera concierne a todo lo relacionado con la estimación de estados, identificación de parámetros, detección de daños, diseño y ubicación de sensores (Farrar & Worden, 2007; Sohn, Farrar, Hemez, & Czarnecki, 2001; Brownjohn, 2007), SC abarca todos los aspectos del diseño de controladores, actuadores y dispositivos que permitan reducir las respuestas estructurales ya sea por transferencia de energía o la disipación de ésta (Spencer & Sain, 1997; Fisco & Adeli, 2011a, 2011b). Si bien SHM y SC son dos disciplinas relativamente nuevas, surgidas por la necesidad de dotar a las estructuras con una mayor inteligencia, las ideas que manejan son las mismas que las discutidas en la teoría de control, pero aplicadas y enfocadas a la ingeniería estructural. Al compartir las mismas bases y conceptos, resulta natural entender a ambas disciplinas como un todo y contextualizarlas en el denominado *Structural Control and Health Monitoring* (SCHM).

Una estrategia ampliamente usada para mitigar las excitaciones por sismos y vientos, son los dispositivos AMS. El mecanismo consiste en una pequeña masa, del orden del 1 % al 3 % de la masa total de la estructura, generalmente ubicada en los últimos pisos. Esta masa se conecta a la estructura por medio de un elemento de fuerza restitutiva como un resorte, siendo éste el parámetro de rigidez del AMS. Además, acoplando un amortiguador

se consigue disipar la energía transferida desde la estructura a la masa. Para su correcto funcionamiento, ésta debe estar sintonizada adecuadamente a las frecuencias modales de la estructura, (Hoang, Fujino, & Warnitchai, 2008), por lo cual, conocer de manera precisa las propiedades del edificio resulta crucial para el correcto diseño del AMS. Utilizando un modelo computacional de la estructura es posible obtener los parámetros modales necesarios para el diseño del AMS, pero debido a que el modelo es sólo una aproximación de la realidad, una mejor alternativa es estimarlos *in situ* post-construcción. En esta misma línea, es que se propone estudiar tres métodos de identificación.

De la teoría de control se conoce que para identificar un sistema dinámico, las entradas deben ser idealmente medibles y controlables, de manera de poder llevar las variables de estado por todos los puntos de operación deseables, y finalmente utilizar el registro de las salidas para una identificación. En aplicaciones estructurales, conseguir excitar la estructura con entradas medibles y controlables es algo costoso y considerablemente complejo, por lo que se han desarrollado métodos que sólo utilizan las mediciones de las salidas del sistema para realizar la identificación, modelando las fuerzas de excitación (vientos, pequeños movimientos telúricos y vibraciones mecánicas inducidas por maquinaria o tráfico) como entradas estocásticas de características gaussianas. En la literatura se les conoce como métodos de identificación sólo-salidas (*Output-Only Identification Methods*), en esta investigación se estudiarán tres de ellos, conocidos como: técnica de excitación natural con algoritmo de realización de valores propios (*Natural Excitation Technique with Eigensystem Realization Algorithm*) (James, Carne, & Mayes, 1996; Bendat & Piersol, 1971; Caicedo, Dyke, & Johnson, 2004), identificación de subespacios estocásticos *Stochastic Subspace Identification* (Alicioglu & Lus, 2008; Liu & Loh, 2011) y descomposición en el dominio de la frecuencia (*Frequency Domain Decomposition*) (Brincker, Andersen, & Jacobsen, 2007; Gade, Herlufsen, & Bruel, 2002). En un intento por mejorar la confianza y robustez de las estimaciones, se procederá a combinar de manera estadística los resultados obtenidos para cada uno de los métodos.

Una vez determinados los parámetros modales importantes, se puede proceder a actualizar el modelo dinámico (Christodoulou, Ntotsios, Papadimitriou, & Panetsos, 2008;

Yang & Chen, 2009; Barton, Middleton, Koo, Crocker, & Brownjohn, 2011) existente, si es el caso, o a construir uno completamente nuevo. Esta última opción será la utilizada en este trabajo, donde se asumirá pleno conocimiento de la matriz de masa. En el caso de no contar con esta información, se conocen diversas estrategias para estimarla (Hwang, Kim, & Kim, 2006a; Porras, de Sebastian, Casado, & Lorenzana, 2012). El modelo dinámico construido puede ser utilizado para el diseño y sintonización de un AMS. En este sentido, la interacción dinámica entre la estructura y el AMS puede ser considerada como un lazo de control cerrado, que permite utilizar todas las herramientas propias de la teoría de control para analizar la estabilidad y robustez del diseño. En este trabajo se presentará una metodología heurística para encontrar los parámetros de masa, amortiguamiento y rigidez del AMS que permitan un comportamiento más robusto. El desempeño del AMS se evaluará en función de la reducción del *drift* máximo entre la estructura sin y con AMS. Además, se utilizará el Lugar Geométrico de la Raíces junto con la respuesta en frecuencia para estudiar la estabilidad y robustez del AMS ante distintos valores de masa y amortiguamiento.

Un fenómeno que ocurre en la práctica, dice relación con los cambios transitorios en las propiedades estructurales causados durante fuertes excitaciones. *Drifts* entre pisos muy grandes pueden generar daños internos en los edificios, en consecuencia, disminuir la rigidez global de la estructura, haciendo de ella más flexible (Bhattacharya & Chakraborty, 2010). A fin de estudiar la incidencia de este efecto en el diseño del AMS y en el desempeño general de la estructura, se propone un modelo de daño, el cual permitirá modificar las rigidez de cada piso según el *drift* alcanzado, permitiendo aproximar el comportamiento observado en la práctica.

Las herramientas de soporte que en este trabajo se presentarán, buscarán reforzar el vínculo entre SHM y SC. El diagrama de flujo de la figura 1.1 muestra las distintas etapas de la investigación y cómo ellas se relacionan para integrar los diferentes conceptos de la teoría de control en el nuevo marco de SCHM. En primera instancia se tendrá una estructura sin AMS para la cual se diseñará uno de estos dispositivos (primer bloque a

la izquierda) identificando sus parámetros modales y procediendo a construir un modelo dinámico. Con él se simularán dos casos importantes: cuando el diseño incorpora el modelo de daños y cuando no se hace. Los resultados serán evaluados en una etapa de validación. Producto de fuertes excitaciones como vientos o sismos, las propiedades internas pueden verse modificadas, y con ellas los parámetros modales (bloque inferior, estructura con AMS), haciendo necesaria una nueva identificación para resintonizar el dispositivo a las nuevas condiciones estructurales.

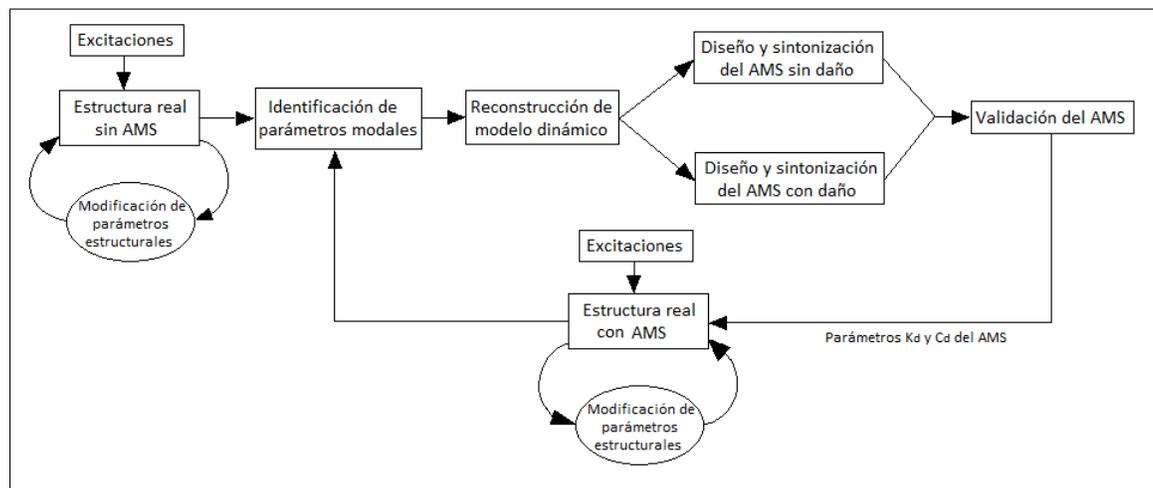


FIGURA 1.1. Diagrama de flujo para las distintas etapas del trabajo.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivos Generales

Esta investigación se centra en alcanzar dos objetivos generales ligados a las áreas de SHM y SC. El primero, relacionado con SHM, es el desarrollo de una herramienta computacional que permita estimar los parámetros modales de la estructura, para lo cual se combinarán los resultados de múltiples métodos de identificación de sistemas a fin de obtener estimaciones más precisas y robustas. Segundo, con respecto a la disciplina de SC, se desarrollará una metodología para la sintonización de un amortiguador de masa sintonizado (AMS) utilizando los parámetros modales estimados previamente. Además

se estudiará la incidencia de considerar el daño estructural (disminución de la rigidez) producto del *drift* entre pisos en el diseño del AMS y en la evaluación del desempeño general de la estructura. De esta forma se espera contribuir a potenciar la visión integradora del paradigma SCHM.

1.2.2. Objetivos Específicos

Entre los objetivos específicos de la tesis se encuentran:

- (a) Estudiar e implementar métodos de identificación de sólo salida (*Output-Only*) para la estimación de parámetros modales. Los métodos seleccionados fueron tres: técnica de excitación natural con algoritmo de realización de valores propios (*Natural Excitation Technique with Eigensystem Relization Algorithm*), identificación de subespacios estocásticos *Stochastic Subspace Identification* y descomposición en el dominio de la frecuencia (*Frequency Domain Decomposition*).
- (b) Analizar las ventajas y desventajas de cada uno de los métodos con herramientas estadísticas, para luego establecer un criterio que permita combinar los parámetros modales estimados y realizar una identificación mucho más precisa y robusta.
- (c) A partir de los parámetros estimados, construir un modelo dinámico que pueda ser usado para el diseño y sintonización del AMS.
- (d) Estudiar el diseño y sintonización del AMS mediante una estrategia heurística que ocupa múltiples registros sísmicos para encontrar un conjunto de puntos (masa, rigidez y amortiguamiento del AMS) que satisfagan un criterio de desempeño en la función objetivo, de esta manera se buscará dar mayor robustez al AMS.
- (e) Analizar los resultados de diseño y sintonización del AMS mediante simulación y evaluar el desempeño general de la estructura frente a los efectos del daño (disminución de la rigidez) producto del *drift* entre pisos.
- (f) Estudiar la estabilidad estructural para distintos parámetros del AMS y bajo los efectos del daño, utilizando las técnicas del Lugar Geométrico de las Raíces y de respuesta en frecuencia.

1.3. Aportes Principales de la Tesis

Los principales aportes de la tesis son tres:

- (a) Proponer una estrategia global de identificación utilizando índices de confiabilidad para combinar los resultados de los distintos métodos de identificación, y así aprovechar las ventajas de cada uno para determinar en forma precisa los parámetros modales.
- (b) Proponer una metodología para el diseño y/o sintonización de un AMS que considere las deformaciones y cambios en la rigidez estructural del edificio cuando es sometido a excitaciones fuertes. Se desea determinar si el AMS obtiene un mejor desempeño al sintonizarlo para una estructura sana (previa a la excitación), o para una estructura deformándose y modificando sus parámetros modales (durante la excitación). En esta investigación sólo se considerarán los cambios transientes en la matriz de rigidez producto del *drift* entre pisos.
- (c) A fin de dar solución a los problemas de robustez en el diseño y sintonización del AMS, se propone una estrategia heurística que utiliza la intersección de subsuperficies de las funciones objetivo.

2. MONITORIZACION DE SALUD ESTRUCTURAL Y CONTROL ESTRUCTURAL: ESTADO DEL ARTE

Los altos estándares requeridos en la actualidad en cuanto a seguridad y calidad de servicio, junto a la necesidad de prolongar la vida útil de las estructuras, hacen indispensable buscar tecnologías que las protejan de las excitaciones. Dos disciplinas que siguen esta línea son la Monitorización de la Salud Estructural, o SHM de su sigla en inglés *Structural Health and Monitoring*, y el Control Estructural o SC (*Structural Control*). Mientras la primera se especializa en todo lo relacionado con la identificación de daños, estados y parámetros estructurales, tipos y ubicación de sensores, almacenamiento y procesamiento de información, SC se encarga de investigar soluciones que aseguren una mayor estabilidad frente a excitaciones externas. Tras varias décadas de desarrollo, las bases que las sustentan son el resultado de combinar los conocimientos de múltiples disciplinas, como la ingeniería química, ingeniería en ciencia de la computación, ingeniería mecánica, ingeniería de materiales, ingeniería eléctrica, pero con un enfoque a aplicaciones estructurales. Actualmente existe una visión más integradora, conocida como Control y Monitorización de Salud Estructural o SCHM, la que busca complementar las herramientas de ambas disciplinas y obtener así soluciones que hagan más inteligentes y versátiles a las estructuras. La teoría de control, una de las ramas principales de la ingeniería eléctrica, comparte importantes tópicos con SHM y SC, por lo que también resulta natural considerar ambas de forma más integral.

Antes de exponer con más detalles los conceptos y desarrollos principales en SHM y SC, se presentarán dos ejemplos de estructuras reales que ayudarán a entender los alcances de las herramientas desarrolladas en SHM y SC para el nuevo paradigma de SCHM. El primero de ellos concierne a la estructura Guangzhou New TV Tower, ubicada en China, ver figura 2.1.

Con 618 metros y casi 800 sensores repartidos a lo largo de toda la estructura, esta torre logra integrar perfectamente SC y SHM. SHM proporciona información sobre los estados y parámetros dinámicos de la estructura (desplazamientos, velocidades, aceleraciones, frecuencias modales, formas modales, coeficientes de amortiguamiento, matriz de



FIGURA 2.1. Guangzhou New TV Tower, China. Fuente: <http://www.metrolic.com/must-see-new-architectural-wonders-123926/>

rigidez) y también sobre las propiedades físicas locales (estrés, corrosión, temperatura, humedad). Para procesar esta enorme cantidad de datos fue necesario diseñar una red que permitiese transmitir desde los sensores a una central de cómputo de manera rápida y segura. Para ello se ideó una estrategia descentralizada, utilizando una serie de módulos independientes que se encargan de recopilar la información y luego enviarla a una central de cómputo superior (Ni & Zhou, 2010). Una vez en la central, esta información debe ser filtrada, condensada (pues habrá información redundante) y almacenada. A su vez, la información es procesada por distintos algoritmos, permitiendo identificar estados, daños y parámetros estructurales como en (W. Chen et al., 2011; Ye, Yan, Wang, Yu, & Zhu, 2011a; Liu & Loh, 2011), y así evaluar la integridad estructural. Como sistema SC cuenta con dos amortiguadores de masa activos sintonizados de 600 toneladas ubicados en los últimos pisos, además de dos amortiguadores de masa sintonizados instalados en la antena para darle mayor estabilidad. Es en esta instancia en que SHM y SC se conjugan, pues además de resguardar la seguridad e integridad estructural, SHM determina las

condiciones de operación de los amortiguadores de masa y los estados del sistema para la retroalimentación de los algoritmos de control, (Ni, Xia, Liao, & Ko, 2009; Ni & Zhou, 2010). De este ejemplo queda claro lo intuitivo, natural y beneficioso que es tener esta visión integradora de SCHM.

Otro ejemplo representativo de SCHM es el edificio Taipei 101 ubicado en Taiwan, ver figura 2.2.



FIGURA 2.2. Taipei 101, Taiwán. Fuente: http://en.wikipedia.org/wiki/Taipei_101.

Debido a su gran altura y delgado perfil, y a que fue construido en una región azotada por fuertes terremotos y huracanes, el uso de tecnologías SHM y SC queda completamente justificado. En el ámbito de SHM, la estructura cuenta con las herramientas necesarias para evaluar la integridad estructural, y poder sugerir medidas preventivas que eviten daños irreparables. Cuenta con un sistema de control pasivo formado por una masa amortiguadora sintonizada de más de 700 toneladas ubicada en los últimos pisos, ver figura 2.3.



FIGURA 2.3. Amortiguador de masa sintonizado del Taipei 101, Taiwán. Fuente: http://en.wikipedia.org/wiki/Taipei_101

Los cambios internos de las propiedades estructurales causados por el paso del tiempo o fuertes excitaciones, hacen necesario resintonizar frecuentemente el dispositivo a las nuevas condiciones de operación. Para ello se utilizan las herramientas de identificación de parámetros modales desarrolladas en el marco de SHM. Así, variando el largo de los cables de suspensión del AMS es posible resintonizar la frecuencia del dispositivo a las nuevas condiciones estructurales, (Haskett, Breukelman, Robinson, & Kottelenberg, 2001; Venture, 2007). Además, cuenta con un sistema hidráulico que permite controlar el amortiguamiento y desplazamiento máximo del AMS. Este ejemplo nuevamente muestra como las disciplinas de SHM y SC se combinan íntegramente para entregar soluciones más inteligentes.

A continuación se presentarán con más detalle los distintos conceptos y herramientas manejados en las disciplinas SHM y SC, y sus alcances prácticos para aplicaciones estructurales.

2.1. Monitorización de la Salud Estructural

El proceso de implementar técnicas que diagnostiquen el estado actual de una estructura, máquina o nave y que identifique sus propiedades dinámicas y físicas se conoce como Monitorización de la Salud Estructural o simplemente SHM de su sigla en inglés *Structural Health and Monitoring*. Su objetivo principal es asegurar la integridad y confiabilidad del sistema por medio de estrategias que automaticen la inspección y evaluación de daños. En el caso de estructuras civiles, las excitaciones y esfuerzos provocados por terremotos, vientos, atentados, vibraciones mecánicas o el simple deterioro de elementos productos del paso del tiempo, malos diseños u oxidación, hacen necesario contar con las herramientas de SHM para la prevención y detección temprana de daños, sobre todo en estructuras de alta prioridad civil como puentes, hospitales, edificios altamente poblados o de diseños desafiantes, túneles, represas, centrales nucleares, estructuras costeras y de alta mar. Culturalmente también es de interés para la sociedad salvaguardar la integridad de estructuras históricas, museos o estadios. Algunas aplicaciones identificadas por Ross y Matthews (1995) y Mita (1999) en que SHM resultaría útil son:

- 1) Remodelamientos/modificaciones a una estructura existente.
- 2) Monitorización de estructuras afectadas por fuerzas externas y/o degradación de materiales.
- 3) Monitorización durante demoliciones.
- 4) *Feedback* basado en la experiencia para el mejoramiento de futuros diseños.
- 5) Estimación de estados y condiciones de operación para el control de dispositivos.
- 6) Detección, predicción y evaluación de fatigas para un post-mantenimiento.
- 7) Asesoramiento para nuevos y originales sistemas de construcción.
- 8) Actualización de modelos computacionales.

Idealmente se desea tener un sistema SHM funcionando en tiempo real, pero el diseño y mantención de una red de sensores es altamente complejo y costoso. Una alternativa más económica pero limitada, es la recopilación de datos de forma esporádica, instrumentando el sistema para situaciones puntuales como evaluación de integridad estructural

posterior a terremotos, huracanes, atentados, o en caso de remodelamiento. En ocasiones resultará necesario medir los parámetros estructurales con el fin de diseñar, sintonizar y/o evaluar dispositivos antisísmicos.

Lograr estandarizar los distintos procesos involucrados en esta disciplina aún es tarea difícil, por cuanto cada aplicación tiene sus aristas particulares que obligan a buscar sus propias estrategias. Edificios simétricos o de formas irregulares, puentes colgantes o tipo arco, todos ellos poseen geometrías y propiedades distintas que deben ser instrumentalizadas y analizadas individualmente. Con el fin de crear un marco conceptual, propusieron una clasificación que separa en cuatro los procesos involucrados en SHM: 1) evaluación operacional, 2) adquisición, normalización y limpieza de datos, 3) extracción de características y compresión de datos, 4) desarrollos de modelos estadísticos para la discriminación de características. A continuación se describirán cada uno de los cuatro procesos que definen SHM según Farrar et al. (2001).

2.1.1. Evaluación Operacional

Este proceso busca responder 4 preguntas concernientes a la capacidad de identificación de daños en una aplicación real junto con sus limitaciones y condiciones de operación. Éstas son: ¿Cuáles son los beneficios en términos económicos y de seguridad que justifican emplear SHM? ¿Cómo se define el daño en el sistema considerado y, para múltiples posibilidades de daños, cuáles son los más relevantes? ¿Cuáles son las condiciones operacionales y ambientales en que el sistema de monitorización funcionará? ¿Cuáles son las limitaciones en la adquisición de datos en condiciones operacionales? Al parecer la comunidad científica no le ha dado la importancia que amerita, y son pocos los trabajos e investigaciones que pueden encontrarse. Uno de ellos, es el trabajo de Kim et al. (2011), que estudia cómo obtener el máximo beneficio de un sistema SHM a fin de encontrar un equilibrio entre el costo del servicio de monitorización y la disponibilidad de datos para la toma de decisiones. La solución propuesta se basa en una optimización bi-objetiva (equilibrio de Pareto), minimizar el costo total de monitorizar y maximizar la disponibilidad de datos.

2.1.2. Adquisición, Normalización y Limpieza de Datos

La adquisición de datos considera los tipos de sensores, cantidad, distribución y ubicación de éstos. Además se preocupa de cómo serán adquiridos, transmitidos y almacenados los datos. Una herramienta que parece tener un futuro prometedor en este ámbito, son los sistemas multi-agentes (Zhao, Yuan, Yu, Ye, & Cao, 2008; Zhao, Yuan, Zhou, Sun, & Qiu, 2009), pues han logrado lidiar con la diversidad, densidad, distribución y coordinación de los sensores a un nivel que no depende de la estructura. Desarrollos de sistemas multi-agentes también llegan a las tecnologías de redes inalámbricas de sensores (Wu et al., 2010). Estas últimas han encontrado un gran potencial en aplicaciones estructurales, principalmente por sus bajos costos, arquitectura descentralizada y adaptabilidad espacial y temporal (S. Kim et al., 2006; Lynch, 2007). Pero aún tienen numerosos desafíos por superar, como reducir la potencia consumida, aumentar el ancho de banda y alcance, solucionar problemas de sincronización y diálogo entre distintos módulos. Con respecto al tipo de sensores ocupados en aplicaciones reales, están: los acelerómetros, velocímetros, transductores de desplazamiento, telescopios zenitales, GPS, transductores piezoeléctricos, inclinómetros, sismógrafos, anemómetros, medidores de estrés, corrosión, temperatura, humedad. Otra tecnología utilizada como sensor y con gran potencial para aplicaciones en SHM, son las fibras ópticas, las que permiten medir desplazamiento, estrés, deformación, oxidación, corrosión, temperatura y humedad, pudiendo también utilizarlas como un rápido medio de comunicación (Lopez-Higuera, Cobo, Incera, & Cobo, 2011). Debido a la variabilidad que pueden presentar las mediciones es necesario realizar una normalización de los datos, para lo cual Sohn et al. (Sohn, Farrar, & Hunter, 2001) proponen utilizar la desviación estándar de los datos de manera de identificar y separar los cambios en las mediciones de los sensores productos de las variaciones en las condiciones operacionales y ambientales. La limpieza de datos es el proceso de elegir qué datos seleccionar y cuáles rechazar para su almacenamiento y procesamiento. Para tales fines, el filtrado de señales y el remuestreo también pueden considerarse como procesos de limpieza.

2.1.3. Extracción de Características y Compresión de Datos

Una de las tareas con mayor desarrollo y atención en la literatura de SHM consiste en identificar las propiedades y los parámetros estructurales que describan y caractericen su estado actual. La identificación de los parámetros modales utilizando sólo las salidas (*Only-Output*) del sistema (mediciones de desplazamiento, velocidad y/o aceleración) es una de ellas. Esta tendencia ha logrado imponerse por sobre las estrategias de identificación entrada-salida (*Input-Output*), pues conseguir excitaciones medibles y controladas resulta costoso y poco práctico en aplicaciones estructurales. Es así que, utilizando sólo las excitaciones ambientales, diversos métodos en el dominio del tiempo y la frecuencia han salido al paso. Algunos de ellos son:

- Natural Excitation Technique with Eigensystem Realization Algorithm (NExT-ERA): es un método en el dominio del tiempo que transforma el problema de respuesta forzada en uno de respuesta libre. Luego utiliza la descomposición SVD para estimar las matrices A y C del espacio de estados estocástico para luego obtener los parámetros modales, (James, Carne, & Lauffer, 1993; James et al., 1996; Caicedo et al., 2004; Nayeri, Masri, & Chassiakos, 2007; Giraldo, Song, Dyke, & Caicedo, 2009; Ye, Yan, Wang, Yu, & Zhu, 2011b).
- Stochastic Subspace Identification (SSI): también en el dominio del tiempo, el procedimiento de análisis de este método se basa en suponer que las entradas (excitaciones ambientales) son procesos estocásticos de características gaussianas. Nuevamente utilizando la descomposición SVD se consigue estimar las matrices A y C del espacio de estados estocástico para luego recuperar los parámetros modales, (Overschee & Moor, 1996; Rent & Zong, 2003; Reynders & Roeck, 2008; Fan, Zhang, & Hua, 2007; Deraemaeker, Reynders, Roeck, & Kullaa, 2008; Alicioglu & Lus, 2008; Liu & Loh, 2011).
- Frequency Domain Decomposition (FDD): esta técnica basada en el dominio de la frecuencia, utiliza las correlaciones cruzadas de todas las mediciones para formar la matriz de correlación. Después de aplicarle la transformada de Fourier a

una secuencia de datos, se realiza una descomposición SVD que permite recuperar las formas modales y frecuencias, (He & Fu, 2001; Gade et al., 2002; Brincker et al., 2007). Además existe una versión extendida que permite recuperar los coeficientes de amortiguación, (Brincker, Andersen, & Ventura, 2001).

- Hilbert Huang Transform (HHT): método basado en el dominio del tiempo, que a través de una descomposición modal empírica permite recuperar las vibraciones propias de cada modo. Posteriormente, a éstas se le aplica la transformada de Hilbert a fin de obtener una estimación de las frecuencias y amortiguamientos, (Pines & Salvino, 2006; He, Guan, & Liu, 2012).
- Random Decrement Technique (RDT): otro método basado en el dominio del tiempo que permite obtener una señal similar a una respuesta libre con condiciones iniciales distintas de cero utilizando el promedio de distintas secciones de un registro. De esta manera es posible aplicar las técnicas de análisis de sistemas no forzados para la estimación de parámetros modales, (Ku, Cermak, & Chou, 2007; S.-H. Sim, Marquez, Spencer, & Jo, 2011).
- Autoregressive Models (AR): el análisis de series de tiempo se utiliza para ajustar un modelo dinámico que se adecúe a las mediciones, (Neumaier & Schneider, 2001; Hung, Ko, & Peng, 2004; Carden & Brownjohn, 2008).

Otros métodos de identificación pero con menor presencia en la literatura son: Wavelets Identification (Pislaru, Freeman, & Ford, 2003; Tan, Liu, Wang, & Yang, 2008), Modified Cross-Correlation Method (Hazra, Sadhu, Roffel, Paquet, & Narasimhan, 2012) y Poly Reference Technique (Crowley & Allemang, 1984).

Las estrategias de identificación aquí presentadas permiten recuperar los parámetros de frecuencias, coeficientes de amortiguación y formas modales, pero ninguna permite estimar las masas del sistema. Una manera de lograrlo es analizando cómo cambian las frecuencias modales al agregar o restar una cantidad de masa conocida, (Khatibi, Ashory, & Albooyeh, 2009; Lopez-Aenlle, Fernandez, Brincker, & Fernandez-Canteli, 2010). Otras estrategias se describen en (Hwang et al., 2006a; Porras et al., 2012). La estimación de todos estos parámetros modales también resulta útil en la formulación y actualización de

modelos computacionales, (Christodoulou et al., 2008; Yang & Chen, 2009; Barton et al., 2011).

Debido a la gran cantidad de información que se acumulará en el transcurso de vida útil de la estructura, se hace necesario contar con estrategias de condensación de datos que retengan la información de parámetros sensibles a cambios operacionales y ambientales (Tang, Park, & Ding, 2009).

2.1.4. Desarrollos de Modelos Estadísticos para la Discriminación de Características

Para discriminar si las características identificadas corresponden a una estructura dañada o sana, es necesario desarrollar modelos estadísticos que cuantifiquen el daño, (Hayton et al., 2007; Sohn, 2007; Worden & Dulieu-Barton, 2004). Según el autor Sohn (2001), los métodos de extracción de características son especialmente útiles identificando daños globales, (Salawu, 1997; Fritzen, 2005; Basseville, Benveniste, Goursat, & Mevel, 2007; Zang, Friswell, & Imregun, 2007; Curadelli, Riera, Ambrosini, & Amani, 2008; Overbey & Todd, 2008; Panigrahi, Chakraverty, & Mishra, 2011; Gul & Catbas, 2011). Sohn los clasifica como globales pues los cambios en las propiedades dinámicas determinados por estas herramientas no permiten precisar la ubicación de éstos. Análogamente, el autor define la categoría de métodos locales, la que se caracteriza por utilizar la información de las propiedades físicas locales de la estructura para ubicar e idealmente cuantificar los daños, (Saadat, Noori, Buckner, Furukawa, & Suzuki, 2004; Tseng & Wang, 2005; Gao, Spencer, & Bernal, 2007; Sim, Spencer, & Nagayama, 2011). En este caso los desarrollos y aplicaciones son más reducidos debido a lo costoso de su implementación y de su dificultad práctica de evaluar y validar estos métodos en estructuras de escala real.

Los algoritmos desarrollados para esta etapa de SHM, también se clasifican en dos categorías, aprendizaje supervisado y aprendizaje no supervisado, (Farrar et al., 2001). El primero corresponde a los casos en que tanto los datos de una estructura sana y dañada están disponibles; ejemplos de ellos son clasificación de grupos y análisis de regresión. El aprendizaje no supervisado se utiliza cuando no se cuenta con datos de una estructura dañada y la identificación de daños debe ser realizada con sólo el historial de datos

registrados. Según Rytter (1994), los métodos de detección de daños pueden clasificarse en cuatro niveles: Nivel I: Detección de daños. Nivel II: Localización de Daños. Nivel III: Cuantificación de daños. Nivel IV: Predicción de vida restante (Prognosis). Algunas soluciones para la identificación de daños en los distintos niveles, aparte de las ya mencionadas para daños globales y locales, se encuentran en (Jiang & Mahadevan, 2008; Gul & Catbas, 2009; B. Chen & Zang, 2009; Wang & Ong, 2010; Bunke & Riesen, 2012). La detección de daños es un tema que aún tiene camino por recorrer, sobre todo las clasificaciones de los niveles III y IV, (Farrar & Worden, 2007). Estos últimos son especialmente más complejos, pues requieren combinar un modelo analítico con herramientas estadísticas (Farrar & Lieven, 2007).

2.2. Control Estructural

A grandes rasgos, el control estructural consiste en aplicar las técnicas de automatización a estructuras de manera de reducir las vibraciones mecánica que pudiesen dañarlas. Involucra tanto los algoritmos de control, como la selección, *setup* y ubicación de los actuadores. Conceptualmente SC considera las estructuras como un proceso, el cual, con o sin actuadores debe satisfacer las exigencias de seguridad y calidad de servicio. Si cualquiera de estas dos características resulta muy comprometida con el diseño, será imperativo estudiar y evaluar alguna estrategia de control que otorgue el rendimiento deseado. Para el análisis de estas soluciones no sólo se debe recurrir a las herramientas de la teoría de control; también deben considerarse aspectos económicos para llegar a un equilibrio de costo-efectividad, (C. Lee, Goda, & Hong, 2008; Taflanidis & Beck, 2009).

Los dispositivos de SC se separan principalmente en 2 categorías, los de control pasivo y control activo. Según Nishitani et al. (2001), los principios de la ingeniería utilizados por estos dispositivos son 4 (no necesariamente excluyentes):

- 1) Transferir la energía de la estructura a dispositivos oscilatorios auxiliares, i.e. la reducción de movimiento en la estructura se logra aumentando el movimiento del oscilador auxiliar.

- 2) Reducir la cantidad de energía de las excitaciones entregada a la estructura (típico de los aisladores sísmicos).
- 3) Adicionar amortiguamiento a la estructura.
- 4) Prevenir que la estructura entre en resonancia debido a las excitaciones externas.

Los dispositivos de control pasivo, (Buckle, 2000; Weber, Feltrin, & Huth, 2006; Symans et al., 2008), se caracterizan por no necesitar energía externa para actuar. Algunas aplicaciones que entran en esta categoría son: aisladores sísmicos, disipadores de energía, amortiguadores metálicos de fluencia, amortiguadores de rozamiento, sistemas suspensores, amortiguadores viscoelásticos, amortiguadores de fluido viscoso, amortiguadores de masa sintonizada y amortiguadores de líquido sintonizado. Los sistemas de control activo, (Datta, 2003; Ikeda, 2009; Fisco & Adeli, 2011a, 2011b), se caracterizan por necesitar energía externa para realizar trabajo sobre la estructura, obteniendo mejores desempeños que los pasivos. Para lograrlo es indispensable contar con un sistema de control y sensores para la estimación del estado. Ejemplos de estas tecnologías son: amortiguadores de masa activa, tendones activos, aisladores activos, amortiguadores de columna de agua activos. Dos subcategorías del control activo son los dispositivos semi-activos e híbridos. Los semi-activos se diferencian de los puramente activos en que en vez de utilizar la energía externa para ejercer una fuerza sobre el sistema, ésta se emplea para cambiar parámetros y propiedades físicas del dispositivo. Los desempeños alcanzados por estos sistemas no son igualables a los puramente activos, pues las fuerzas alcanzadas resultan ser menores. La ventaja está en que la energía necesaria para entregar una fuerza F_d por parte de una estrategia semi-activa es considerablemente menor a la requerida por una activa. Algunos ejemplos de estos dispositivos semi-activos son: dispositivos de fricción variable (Lu, 2004; Ng & Xu, 2007), amortiguadores de orificio variable (Luca & Pastia, 2009), dispositivos de rigidez variable (Walsh, Abdullah, & Moore, 2008; Ghorbani-Tanha, Rahimian, & Noorzad, 2011) y amortiguadores con fluidos de viscosidad variable (Nakamura, Saga, & Nakazawa, 2004; Y. Kim, Langari, & Hurlbaeus, 2009; Metered, Bonello, & Oyadiji, 2010), amortiguador de columna de agua sintonizado (Yalla & Kareem, 2003). Finalmente los sistemas híbridos son una combinación de estrategias activas y pasivas, el mejor

ejemplo son los amortiguadores de masa activos sintonizados (Mackriell, Kwok, & Samali, 1997; Cao & Li, 2004). En la literatura se puede encontrar numerosas soluciones para los algoritmos de control, (Datta, 2003; Mei, Kareem, & Kantor, 2002; Fisco & Adeli, 2011b), que van desde las técnicas tradicionales de control, a control moderno y control inteligente. Algunas de ellas son: PID, LQR, H_∞ , H_2 , asignación de polos, control en modo deslizante, control predictivo, redes neuronales, lógica difusa, control no-lineal, control con retardos, Lyapunov, control bang-bang, *clipped control*, control basado en *Wavelets* y control modal.

Actualmente existen numerosas aplicaciones SC en estructuras reales que han presentado excelentes resultados en los últimos años (Ikeda, 2009). Pero los sistemas activos aún tienen varias barreras prácticas que superar, (Chu, Soong, Reinhorn, Helgeson, & Riley, 2002; Datta, 2003). Algunas de estas son:

- 1) Retardos: para realizar una aplicación de control en tiempo real, las mediciones de los sensores deben llegar a un computador, ser procesadas y luego entregadas a los actuadores. Todo este proceso genera retardos que pueden desestabilizar el sistema.
- 2) Errores de modelamiento: con el fin de hacer posible la implementación de un controlador en tiempo real, se formulan modelos simplificados que no necesariamente reflejan la verdadera dinámica de la estructura.
- 3) Limitaciones de sensores y actuadores: debido al costo y problemas prácticos, posicionar sensores en cada punto de la estructura no es posible, por lo que se deben estudiar estrategias óptimas para la ubicación de éstos y la recuperación de información a partir de información parcial de los estados de la estructura. Lo mismo pasa con los actuadores, cuya cantidad queda limitada por los costos y complejidad de implementación.
- 4) Incertidumbre en parámetros e identificación de sistemas: aquí se incluyen las incertidumbres de las fuerzas estructurales, las no-linealidades, problemas de identificación *online* y la variación temporal de los parámetros debido al deterioro y desgaste de los materiales, reducen el desempeño de los esquemas de control.

- 5) Confiabilidad: los pocos eventos que activan el sistema de control en relación con la mantención del equipo no siempre justifican su implementación. Además en caso de terremotos, fuertes vientos o atentados, no aseguran que los suministros energéticos siempre estén disponibles.
- 6) Costo-efectividad y requerimientos de *hardware*: son las principales consideraciones prácticas para la implementación de esquemas de control. Generalmente un aumento en el desempeño y efectividad, requiere un costo mayor, que no va en la misma proporción al beneficio ganado.

Si bien en un comienzo SHM y SC siguieron caminos paralelos, surgió de forma natural e intuitiva el nuevo paradigma que los integra, denominado Control y Monitorización de Salud Estructural o SCHM de su sigla en inglés *Structural Control and Health Monitoring*. El esquema presentado en la figura 2.4 resume de manera clara la visión integradora de SCHM.

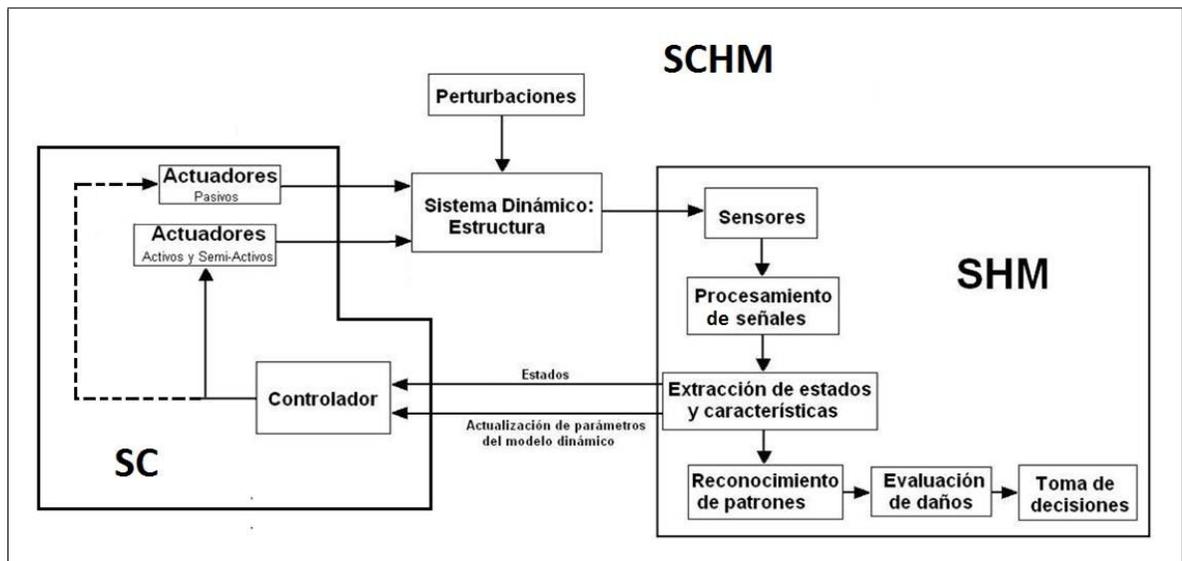


FIGURA 2.4. Diagrama esquemático de *Structural Control and Health Monitoring*.

Las necesidades de nuestra sociedad moderna han incentivado el desarrollo de las disciplinas de SHM y SC. Cada una por separado han abierto nuevas fronteras de exploración e investigación involucrando múltiples áreas como la ingeniería estructural, ingeniería mecánica, ingeniería eléctrica, ingeniería química, ingeniería en computación,

matemática aplicada y estadística. Aún hay numerosos problemas prácticos y teóricos que solucionar, pero los cada vez más elevados estándares de seguridad junto al deseo de extender las vidas útiles de estas costosas pero invaluable estructuras, seguirán mejorando y generando ideas. Estas ideas serán mejor aprovechadas, si se mantiene la visión integradora de ambas disciplinas, SCHM.

3. METODOS UTILIZADOS PARA LA IDENTIFICACION DE PARAMETROS ESTRUCTURALES Y SU COMBINACION MEDIANTE MULTIMODELOS

3.1. Descripción de Sistemas Mecánicos Mediante sus Parámetros Modales

3.1.1. Definición de Parámetros Modales y su Obtención

Antes de presentar los diferentes métodos utilizados para la identificación, se describirá el significado de los parámetros modales y cómo pueden ser empleados para la representación de cualquier sistema mecánico, (Gawronski, 2004). El caso más básico y punto de partida por definición es el sistema de segundo orden de un grado de libertad descrito por la siguiente ecuación diferencial

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = 0 \quad (3.1)$$

donde m representa la masa, c el amortiguamiento y k la rigidez. El problema de esta representación es que las propiedades internas del sistemas no quedan explicitadas. Una mejor alternativa es escribir el sistema como

$$\begin{aligned} m\ddot{y}(t) + 2m\zeta\omega_o\dot{y}(t) + m\omega_o^2y(t) &= 0 \\ \ddot{y}(t) + 2\zeta\omega_o\dot{y}(t) + \omega_o^2y(t) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

donde ζ representa el coeficiente de amortiguación y refleja qué tan rápido decaerá el movimiento del sistema. ω_o representa la frecuencia angular natural de oscilación también descrita por $\omega_o = 2\pi f_o$. Ambos sistemas son equivalentes y su relación está dada por

$$\zeta = \frac{c}{2\omega_o m} \quad (3.3)$$

$$\omega_o = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (3.4)$$

Para este sistema se conocen 3 tipos posibles de soluciones: sobreamortiguado, subamortiguado y críticamente amortiguado. El primero ocurre cuando el coeficiente de amortiguación ζ es muy grande, haciendo que la solución del sistema sea una curva de decaimiento exponencial. Cuando el sistema se considera subamortiguado, la solución oscilará, pero la

amplitud decaerá exponencialmente en el tiempo. Un sistema críticamente amortiguado corresponde a una solución que está justo en el límite de un sistema sobreamortiguado y subamortiguado. En otras palabras, cualquier decremento del coeficiente de amortiguación haría que el sistema se torne subamortiguado y viceversa. En este trabajo se tendrá especial interés por la solución de sistemas subamortiguados, característico de los sistemas estructurales como edificios y puentes. La siguiente expresión sería la solución del sistema de segundo orden de un grado de libertad descrito en (3.2) asumiendo que corresponde a una solución subamortiguada

$$y(t) = Ae^{-\zeta\omega_o t} \cos\left(\sqrt{1-\zeta^2}\omega_o t - \phi\right) \quad (3.5)$$

donde A y ϕ dependerán de las condiciones iniciales del sistema. Si bien estos dos parámetros permiten obtener la solución exacta, no juegan un rol fundamental en la descripción del comportamiento, pues sólo describen la magnitud y la fase de la solución. En un sistema de un grado de libertad los parámetros esenciales para describir el comportamiento de la solución son el coeficiente de amortiguación ζ y la frecuencia angular natural ω_o , estos serían los denominados parámetros modales. Existe un tercer parámetro modal el cual se hace evidente y necesario en los sistemas de más grados de libertad, llamado forma modal. A continuación se discutirá la obtención de los parámetros modales en sistemas de múltiples grados de libertad.

Un sistema de segundo orden y de múltiples grados de libertad sometido a un vector de fuerzas $\mathbf{F}(t)$, puede ser descrito matricialmente como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.6)$$

donde \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} corresponden a la matriz de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente, y cuyas dimensiones son de $n \times n$, con n el número de grados de libertad. El vector $\mathbf{y}(t)$ contiene los desplazamientos de los n grados de libertad. Para encontrar los parámetros modales del sistema es necesario desacoplar las ecuaciones diferenciales descritas en (3.6). Con ello se logra describir el sistema mediante ecuaciones diferenciales que sólo involucren una variable y sus derivadas. Para lograrlo se busca una matriz Φ tal

que

$$\Phi^T M \Phi \ddot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T C \Phi \dot{\mathbf{q}}(t) + \Phi^T K \Phi \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{F}(t) \quad (3.7)$$

La matriz Φ debe estar formada por n vectores columnas de $n \times 1$ correspondientes a las formas modales del sistema, de manera que $\Phi = [\phi_1 \cdots \phi_r \cdots \phi_n]$. El vector $\mathbf{q}(t)$ contiene las n coordenadas modales o principales que permiten describir el problema de forma desacoplada y se relacionan con las coordenadas originales $\mathbf{y}(t)$ de la siguiente manera

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) = \sum_{r=1}^n \phi_r q_r(t) \quad (3.8)$$

Entonces, al multiplicar (3.6) por la izquierda por Φ^T y de sustituir $\mathbf{y}(t)$ por $\Phi \mathbf{q}(t)$, las matrices resultantes quedan completamente diagonales. En la práctica esto no es del todo cierto, pues los vectores propios vienen en pares conjugados. Pero como la parte imaginaria es generalmente despreciable (consecuencia de tener coeficientes de amortiguación pequeños, típico de aplicaciones estructurales), las matrices resultantes serán prácticamente diagonales. De esta forma se tiene que

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_m &= \Phi^T M \Phi \\ \mathbf{C}_m &= \Phi^T C \Phi \\ \mathbf{K}_m &= \Phi^T K \Phi \end{aligned} \quad (3.9)$$

con \mathbf{M}_m , \mathbf{C}_m y \mathbf{K}_m matrices diagonales denominadas matrices modales de masa, amortiguamiento y rigidez respectivamente. Finalmente el sistema dinámico queda descrito en coordenadas modales o principales como

$$\mathbf{M}_m \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}_m \mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{F}(t) \quad (3.10)$$

Esta formulación permite trabajar el problema como si fueran n ecuaciones de un grado de libertad (Gawronski, 2004), análogas a (3.2). De esta manera ya es posible recuperar los parámetros modales antes mencionados. Para ello basta considerar el r -ésimo elemento de las matrices diagonales \mathbf{M}_m , \mathbf{C}_m y \mathbf{K}_m , denominados por m_r , c_r y k_r , y utilizar las

relaciones (3.3) y (3.4) para obtener

$$\begin{aligned}
m_r \ddot{q}_r(t) + c_r \dot{q}_r(t) + k_i q_r(t) &= \phi_r^T \mathbf{F}(t) \\
m_r \ddot{q}_r(t) + 2m_r \varsigma_r \omega_r \dot{q}_r(t) + m_r \omega_r^2 q_r(t) &= \phi_r^T \mathbf{F}(t) \\
\ddot{q}_r(t) + 2\varsigma_r \omega_r \dot{q}_r(t) + \omega_r^2 q_r(t) &= \frac{\phi_r^T}{m_r} \mathbf{F}(t)
\end{aligned} \tag{3.11}$$

donde ς_r , ω_r y ϕ_r son los parámetros modales asociados al r -ésimo modo de vibración. Entonces, todo se resume en encontrar el conjunto de vectores de las formas modales Φ que permitan diagonalizar las matrices del sistema y así recuperar los coeficientes de amortiguamiento modal y las frecuencias modales.

El proceder recién explicado permite entender qué son los parámetros modales y ventaja de utilizarlos para una representación alternativa del sistema dinámico. Una manera directa de recuperarlos es escribir el sistema dinámico en el espacio de estados y utilizar la teoría de valores y vectores propios para la obtención de los parámetros modales (Gawronski, 2004). Su representación queda

$$\begin{aligned}
\dot{\mathbf{X}}(t) &= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & \mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix} \mathbf{X}(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \mathbf{F} \\
\dot{\mathbf{X}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{X}(t) + \mathbf{B}\mathbf{F}(t)
\end{aligned} \tag{3.12}$$

donde A es la matriz de transición de dimensión $2n \times 2n$, y B la matriz de *inputs* de dimensión $2n \times n$. El vector de estados está dado por $\mathbf{X}(t) = [\mathbf{y}(t) \ \dot{\mathbf{y}}(t)]^T$. Para recuperar los parámetros modales deben calcularse los valores y vectores propios de la matriz de transición A . La teoría indica que cada valor propio con parte imaginaria distinta de cero vendrá acompañado por su conjugado, al igual que los vectores propios. Cada par conjugado de valores propios está asociado a un set de parámetros modales que se relacionan como

$$\lambda_{r+}, \lambda_{r-} = \alpha_r \pm i\beta_r = -\hat{\varsigma}_r \hat{\omega}_r \pm i\hat{\omega}_r \sqrt{1 - \hat{\varsigma}_r^2} \tag{3.13}$$

donde ω_r y ς_r se diferencian de $\hat{\omega}_r$ y $\hat{\varsigma}_r$, en que estos últimos son valores estimados y no los teóricos. De aquí resulta sencillo obtener la frecuencia angular y el coeficiente de

amortiguación del modo r , pues

$$\hat{\omega}_r = \sqrt{\alpha_r^2 + \beta_r^2} \quad \hat{\zeta}_r = \frac{-\alpha_r}{\hat{\omega}_r} \quad (3.14)$$

donde la frecuencia modal se obtiene fácilmente como $\hat{f}_r = \hat{\omega}_r/2\pi$. Con respecto a los vectores propios, dado que la matriz A es de $2n \times 2n$, habrán $2n$ vectores propios definidos como matriz $\mathbf{V} = [\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_i \cdots \mathbf{v}_{2n}]$ de $2n \times 1$ cada uno, y dada la naturaleza oscilatoria del problema éstos serán complejos y vendrán en pares conjugados. En aplicaciones estructurales, los coeficientes de amortiguación serán generalmente pequeños, en consecuencia las partes imaginarias de los vectores en \mathbf{V} podrán ser despreciadas o igualadas a cero. Si bien esta consideración no entrega resultados del todo exactos, sí permite trabajar con una buena aproximación que facilita la tarea de identificación y reconstrucción de las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} . Ahora, como se utiliza sólo la parte real de los vectores \mathbf{v}_i , y considerando que éstos corresponden a pares conjugados, se deben eliminar los vectores duplicados en $\Re \{[\mathbf{v}_1 \cdots \mathbf{v}_i \cdots \mathbf{v}_{2n}]\}$. Así, el nuevo conjunto generado contendrá la mitad de los vectores originales y se definirá como $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \cdots \mathbf{u}_i \cdots \mathbf{u}_n]$ de $2n \times n$.

Recordando que para relacionar las coordenadas modales o principales $\mathbf{q}(t)$ con las originales $\mathbf{y}(t)$, se requieren utilizar las formas modales ligadas a los desplazamientos, (3.8), se utilizarán los primeros n elementos de los vectores contenidos en \mathbf{U} , los cuales están directamente asociados con las formas modales de vibración de los desplazamientos. Este nuevo set entregará las formas modales estimadas y se definirán como $\hat{\Phi} = [\hat{\phi}_1 \cdots \hat{\phi}_i \cdots \hat{\phi}_n]$ de $n \times n$.

Dependiendo de la aplicación, los parámetros modales pueden ser estimados para distintos objetivos. Uno de estos es la identificación de daños o comportamientos anómalos. Para ello los parámetros deben ser medidos y registrados periódicamente, y estudiar su evolución en el transcurso del tiempo. Entonces, si hay cambios muy significativos con respecto a un conjunto de referencia de parámetros, se podría sospechar de la presencia de algún evento fortuito y perjudicial. Otro objetivo es actualizar y validar los modelos dinámicos. Muy ligado a este punto, está la necesidad de estimarlos para el diseño de

dispositivos antisísmicos, aspecto que será estudiado en este trabajo. A continuación se explica cómo se obtendrá el modelo dinámico de la estructura utilizando los parámetros modales estimados.

3.1.2. Construcción del Sistema Dinámico a partir de Parámetros Modales

La idea central de este trabajo es lograr combinar de manera íntegra los conceptos desarrollados para *SHM* y *SC*. Lo que aquí se propone es estimar los parámetros modales y utilizarlos para la construcción del modelo dinámico de la estructura objetivo, con el fin de diseñar y sintonizar un sistema AMS. Obviamente mientras más precisas sean las estimaciones de las frecuencias, coeficientes de amortiguación y formas modales, más preciso y fidedigno será el modelo y la dinámica de la estructura, y mayor será la eficacia y confianza que entregará el dispositivo antisísmico diseñado. Por esta razón se propone una metodología para estimar los parámetros modales mediante la combinación de múltiples métodos de identificación.

La clave en este planteamiento está en la reconstrucción de las matrices \mathbf{M} , \mathbf{C} y \mathbf{K} a partir de los parámetros modales estimados, de manera de poder describir apropiadamente la dinámica del sistema. Entonces, el punto de partida está dado por las expresiones (3.9), pero de manera inversa, es decir

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \mathbf{M}_m \mathbf{\Phi}^{-1} \\ \mathbf{C} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \mathbf{C}_m \mathbf{\Phi}^{-1} \\ \mathbf{K} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \mathbf{K}_m \mathbf{\Phi}^{-1}\end{aligned}\tag{3.15}$$

Asumiendo que la matriz de masa \mathbf{M} es fácilmente estimable, y que los parámetros modales fueron correctamente identificados, la matriz de masa modal puede ser calculada como

$$\hat{\mathbf{M}}_m = \mathbf{\Phi}^T \mathbf{M} \mathbf{\Phi}\tag{3.16}$$

Luego, utilizando las n frecuencias y coeficientes de amortiguación modal estimados, se reconstruyen las matrices modales $\hat{\mathbf{C}}_m$ y $\hat{\mathbf{K}}_m$

$$\hat{\mathbf{C}}_m = \begin{bmatrix} 2\hat{m}_1\hat{\zeta}_1\hat{\omega}_1 & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & \\ & & 2\hat{m}_r\hat{\zeta}_r\hat{\omega}_r & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & 2\hat{m}_n\hat{\zeta}_n\hat{\omega}_n \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

$$\hat{\mathbf{K}}_m = \begin{bmatrix} \hat{m}_1\hat{\omega}_1^2 & & & & \mathbf{0} \\ & \ddots & & & \\ & & \hat{m}_r\hat{\omega}_r^2 & & \\ & & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & & \hat{m}_n\hat{\omega}_n^2 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

El siguiente paso consiste en utilizar las expresiones en (3.15) para finalmente obtener las matrices estimadas del modelo original (Gawronski, 2004)

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{M}} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \hat{\mathbf{M}}_m \mathbf{\Phi}^{-1} \\ \hat{\mathbf{C}} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \hat{\mathbf{C}}_m \mathbf{\Phi}^{-1} \\ \hat{\mathbf{K}} &= \mathbf{\Phi}^{-T} \hat{\mathbf{K}}_m \mathbf{\Phi}^{-1} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Esta estrategia permite obtener un modelo dinámico similar al original para eventualmente utilizarlo en la etapa de diseño del sistema AMS. Una de las principales limitaciones del método, es la necesidad de contar con los parámetros de cada modo para la reconstrucción, escenario que casi con seguridad no sucederá en la práctica. Por lo general, los métodos de identificación sólo podrán estimar los primeros modos de vibración con un cierto grado de certeza, los de mayor frecuencia se perderán debido a su menor contenido energético y a la presencia de ruido en las mediciones. A continuación se presentan 3 métodos de identificación enfocados a trabajar sólo con excitaciones ambientales.

3.2. Teorías y Métodos Output-Only para la Estimación de Parámetros Modales

Una metodología generalmente usada para la identificación de modelos dinámicos consiste en excitar el sistema con entradas que permitan recorrer los distintos puntos de operación de interés, al mismo tiempo que se registran sus salidas. De esta manera es posible ajustar algún modelo matemático que satisfaga las entradas y salidas registrados minimizando algún criterio de error. El principal problema de realizar este tipo de identificación Entrada/Salida en estructuras radica en la complejidad de excitar, con suficiente energía y de forma controlada, los modos de vibración más significativo (Cunha, Caetano, Magalhaes, & Moutinho, 2006). En la práctica existen mecanismos capaces de entregar fuerzas controladas y de frecuencias ajustables, pero sus elevados costos, la gran demanda energética que involucra excitar un sistema como una estructura de hormigón, sumados a sus grandes tamaños y pesos, hacen poco útil y en casos, imposible su implementación. En teoría, los movimientos telúricos también podrían utilizarse para identificar la dinámica de una estructura, puesto que la aceleración del suelo (entrada) puede ser medida; el problema, a parte de ser una fuente no controlable, es el tiempo de demora que implica tener que esperar uno.

Las nuevas tendencias de identificación apuntan a las metodologías tipo *Output-Only*. Tal como su nombre indica, se utilizan sólo las salidas del sistema (desplazamiento, velocidades o aceleraciones) para la identificación del modelo dinámico, siendo las únicas fuentes de excitación perturbaciones no medibles como vientos, tráfico, o microvibraciones. Estas estrategias sólo han sido posible gracias a los nuevos avances en tecnologías de sensores, capaces de medir respuestas dinámicas de muy baja intensidad. A continuación se describirán los métodos de identificación tipo *Output-Only* estudiados e implementados para esta investigación.

3.2.1. Natural Excitation Technique and Eigensystem Realization Algorithm with Data Correlation (NExT-ERA/DC)

El método que se describirá a continuación permite obtener los parámetros modales trabajando siempre en el dominio del tiempo. Para ello se transforma el sistema de respuestas forzadas en uno de excitación libre (James, Carne, Lauffer, & Nord, 1992). A continuación, se estiman las matrices A y C del espacio de estado discreto. Utilizando los valores y vectores propios de la matriz A estimada es posible encontrar los parámetros de frecuencia, amortiguamiento y formas modales.

La idea básica detrás de *Natural Excitation Technique* o NExT, James et al. (1992, 1993, 1996), es que la función de correlación cruzada entre las respuestas del sistema satisface la solución homogénea de las ecuaciones de movimiento, siempre y cuando la excitación sea ruido blanco estacionario, similar al caso de excitaciones ambientales. En otras palabras, en vez de trabajar con un sistema dinámico en que las fuerzas de excitación son desconocidas, se transforma el problema en un sistema dinámico de respuesta libre (fuerzas externas nulas) utilizando la correlación cruzada de las variables. Esto sólo si las excitaciones son de características gaussianas. Definiendo el vector de fuerza $\mathbf{F}(t)$ como un proceso estocástico estacionario, al igual que los vectores $\mathbf{Y}(t)$, $\dot{\mathbf{Y}}(t)$ y $\ddot{\mathbf{Y}}(t)$ de desplazamiento, velocidad y aceleración, todos de $n \times 1$, el sistema dinámico queda descrito como

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{F}(t) \quad (3.20)$$

Post-multiplicando el proceso por $Y_{ref}(t + \tau)$ y luego aplicando valor esperado en ambos lados de la ecuación se tiene

$$\mathbf{M}E[\ddot{\mathbf{Y}}(t)Y_{ref}(t+\tau)] + \mathbf{C}E[\dot{\mathbf{Y}}(t)Y_{ref}(t+\tau)] + \mathbf{K}E[\mathbf{Y}(t)Y_{ref}(t+\tau)] = E[\mathbf{F}(t)Y_{ref}(t+\tau)] \quad (3.21)$$

siendo $Y_{ref}(t + \tau)$ algún elemento del vector de procesos $\mathbf{Y}(t)$ desplazado en τ unidades y utilizado como referencia. Así la ecuación puede ser expresada como

$$\mathbf{M}\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{Y}}Y_{ref}}(t, t + \tau) + \mathbf{C}\mathbf{R}_{\dot{\mathbf{Y}}Y_{ref}}(t, t + \tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}Y_{ref}}(t, t + \tau) = \mathbf{R}_{\mathbf{F}Y_{ref}}(t, t + \tau) \quad (3.22)$$

$$\mathbf{M}\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{Y}}_{ref}}(\tau) + \mathbf{C}\mathbf{R}_{\dot{\mathbf{Y}}_{ref}}(\tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{ref}}(\tau) = \mathbf{R}_{\mathbf{F}Y_{ref}}(\tau) \quad (3.23)$$

donde $R(\cdot)$, correspondiente a la correlación aquí utilizada, se define como

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{ref}}(t, t + \tau) &= \mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{ref}}(\tau) \\ &= E[\mathbf{Y}(t)Y_{ref}(t + \tau)] \\ &= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \begin{bmatrix} Y_1(t)Y_{ref}(t + \tau) \\ \vdots \\ Y_n(t)Y_{ref}(t + \tau) \end{bmatrix} dt \end{aligned} \quad (3.24)$$

donde n corresponde al número de canales de medición. Dado que se asumió un vector de excitaciones $\mathbf{F}(t)$ como un proceso estacionario, al igual que sus respuestas $\mathbf{Y}(t)$, y asumiendo su independencia (Nayeri et al., 2007), se tendrá como resultado una correlación nula entre las fuerzas y el vector de referencia $Y_{ref}(t)$, ($\mathbf{R}_{\mathbf{F}Y_{ref}}(\tau) = 0$). Entonces (3.22) queda como

$$\mathbf{M}\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{Y}}_{ref}}(\tau) + \mathbf{C}\mathbf{R}_{\dot{\mathbf{Y}}_{ref}}(\tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}_{ref}}(\tau) = \mathbf{0} \quad (3.25)$$

Antes de continuar es importante destacar que si el escalar $Y_{ref}(t)$ utilizado como referencia corresponde a un nodo de algún modo de vibración de alta energía, los parámetros modales correspondiente a dicho modo no podrán ser apropiadamente estimados. Dado que a priori no se tiene conocimiento de la ubicación de los nodos, la mejor solución es utilizar varias referencias. En esta investigación se utilizaron como referencias todas las respuestas medidas, es decir todos los escalares contenidos en el vector \mathbf{Y} . De esta manera la correlación definida en (3.24) quedaría como una matriz y no como un vector. Así la columna j de esta matriz se entendería como la correlación de cada una de las mediciones con la medición Y_j . La matriz de correlación queda definida como

$$\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(t, t + \tau) = E[\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^T(t + \tau)]$$

$$\begin{aligned}
&= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \begin{bmatrix} Y_1(t)Y_1(t+\tau) & \cdots & Y_1(t)Y_n(t+\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_n(t)Y_1(t+\tau) & \cdots & Y_n(t)Y_n(t+\tau) \end{bmatrix} dt \quad (3.26) \\
&= \begin{bmatrix} R_{Y_1Y_1}(\tau) & \cdots & R_{Y_1Y_n}(\tau) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{Y_nY_1}(\tau) & \cdots & R_{Y_nY_n}(\tau) \end{bmatrix} \\
&= \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(\tau)
\end{aligned}$$

Reescribiendo (3.25) se tiene

$$\mathbf{M}\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{Y}}\mathbf{Y}}(\tau) + \mathbf{C}\mathbf{R}_{\dot{\mathbf{Y}}\mathbf{Y}}(\tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(\tau) = \mathbf{0} \quad (3.27)$$

Para poder continuar deduciendo el método NExT es necesario utilizar la siguiente propiedad de la función de correlación (Bendat & Piersol, 1971)

$$R_{\dot{A}B}(\tau) = \dot{R}_{AB}(\tau) \quad (3.28)$$

De esta forma la ecuación (3.27) queda

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(\tau) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{R}}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(\tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}(\tau) = \mathbf{0} \quad (3.29)$$

Con este desarrollo se ha demostrado como pasar de un sistema de múltiples grados de libertad de respuesta forzada a uno de respuesta natural (sistema de ecuaciones diferenciales homogéneo). Dado que en la práctica es más fácil utilizar sensores de aceleración que de desplazamiento, se puede utilizar repetidas veces la propiedad (3.28) y convertir el sistema (3.29) en

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{R}}_{\ddot{\mathbf{Y}}\ddot{\mathbf{Y}}}(\tau) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{R}}_{\ddot{\mathbf{Y}}\ddot{\mathbf{Y}}}(\tau) + \mathbf{K}\mathbf{R}_{\ddot{\mathbf{Y}}\ddot{\mathbf{Y}}}(\tau) = \mathbf{0} \quad (3.30)$$

Todo el desarrollo anterior, tal como se comentó al inicio de la sección, ha sido para demostrar que el uso de las variables de estado empleadas en el espacio de funciones de correlación, pueden transformar un problema dinámico forzado en uno de respuesta libre, facilitando la tarea de identificación. Dado que el problema se abarca computacionalmente, en vez de utilizar las matrices de correlación en tiempo continuo, se trabajarán en el dominio discreto del tiempo. Sean Y_i e Y_j vectores con datos de aceleración correspondientes a los sensores i y j respectivamente, ambos de largo m , y asumiendo ergodicidad de los procesos Y_i e Y_j , la función de correlación cruzada discreta se define como

$$R_{Y_i Y_j}[k] = E [Y_i[p+k]Y_j[p]] = \frac{1}{m} \sum_{p=0}^{m-1} Y_i[p+k]Y_j[p] \quad (3.31)$$

Si los valores de $p+k$ exceden el número total de datos m , es de asumir que $Y_i[p+k] = 0$. Como se está trabajando con múltiples sensores y utilizando los mismos como referencias, se tendrá una matriz de correlación discreta definida como

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[k] &= E [\mathbf{Y}[p+k]\mathbf{Y}^T[p]] \\ &= \frac{1}{m} \sum_{p=0}^{m-1} \mathbf{Y}[p+k]\mathbf{Y}^T[p] \\ &= \begin{bmatrix} R_{Y_1 Y_1}[k] & \cdots & R_{Y_1 Y_n}[k] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{Y_n Y_1}[k] & \cdots & R_{Y_n Y_n}[k] \end{bmatrix}_{n \times n} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Con $\mathbf{Y}[k] = [Y_1[k] \cdots Y_n[k]]^T$, y $k \in [-m+1, m-1]$, es decir un total de $2m-1$ valores posibles para la matriz de correlación discreta (3.32), donde m corresponde al total de datos medidos por los sensores.

Una manera de mejorar aún más la fidelidad de la correlación de datos es aplicar la transformada de Fourier a ventanas de datos correlacionados, luego promediar las densidades espectrales de potencia, para finalmente volver al dominio del tiempo utilizando la transformada inversa de Fourier (Bergland, 1969; Antoniou, 1993; Quast, Sain, Spencer, & Dyke, 1995; Caicedo et al., 2004).

El paso siguiente consiste en utilizar las correlaciones de aceleración para estimar las matrices de estado A y C , para luego obtener los parámetros modales. La matriz B no será estimada pues se desconocen las entradas (se asumen que son procesos estacionario de ruido blanco). Uno de los métodos que facilita esta tarea es *Eigensystem Realization Algorithm* o ERA (Juang, Cooper, & Wright, 1987). Aquí se describirá una extensión de este método denominado ERA/DC o *Eigensystem Realization Algorithm with Data Correlation*. Para empezar se define el espacio de estado estocásticos con el que se trabajará

$$\begin{aligned}\mathbf{X}[k+1] &= A\mathbf{X}[k] + \mathbf{w}[k] \\ \mathbf{Y}[k] &= C\mathbf{X}[k] + \mathbf{v}[k]\end{aligned}\tag{3.33}$$

con $\mathbf{w}[k]$ y $\mathbf{v}[k]$ ruidos Gaussianos de media cero y matriz de covarianza

$$E \left[\begin{pmatrix} \mathbf{w}[p] \\ \mathbf{v}[p] \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{w}^T[q] & \mathbf{v}^T[q] \end{pmatrix} \right] = \begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} \delta_{pq}\tag{3.34}$$

A continuación se desarrollarán algunas relaciones estructurales de sistemas lineales invariantes en el tiempo para procesos estocásticos. Con el fin de no entorpecer la lectura se cambiará la notación $\mathbf{X}[p]$ por \mathbf{X}_p . Entonces

$$\begin{aligned}E [\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T] &\stackrel{def}{=} \Sigma \\ E [\mathbf{X}_k \mathbf{w}_k^T] &= \mathbf{0} \\ E [\mathbf{X}_k \mathbf{v}_k^T] &= \mathbf{0}\end{aligned}\tag{3.35}$$

La ecuación de Lyapunov para la matriz de covarianzas de estados queda

$$\begin{aligned}\Sigma &= E [\mathbf{X}_{k+1} \mathbf{X}_{k+1}^T] \\ &= E [(A\mathbf{X}_k + \mathbf{w}_k)(A\mathbf{X}_k + \mathbf{w}_k)^T] \\ &= AE [\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T] A^T + E [\mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T] \\ &= A\Sigma A^T + Q\end{aligned}\tag{3.36}$$

Análogamente, la matriz de covarianzas entre los estados \mathbf{X}_k y las salidas \mathbf{Y}_k es

$$\begin{aligned}
G &\stackrel{def}{=} E[\mathbf{X}_{k+1} \mathbf{Y}_k^T] \\
&= E[(A\mathbf{X}_k + \mathbf{w}_k)(C\mathbf{X}_k + \mathbf{v}_k)^T] \\
&= AE[\mathbf{X}_k \mathbf{X}_k^T]C^T + E[\mathbf{w}_k \mathbf{v}_k^T] \\
&= A\Sigma C^T + S
\end{aligned} \tag{3.37}$$

Finalmente, la matriz que permitirá unir la teoría desarrollada con el método NExT y la de espacio de estados para procesos estocásticos es la matriz de covarianzas de las salidas \mathbf{Y}_k ,

$$\begin{aligned}
\Lambda_h &= E[\mathbf{Y}_{k+h} \mathbf{Y}_k^T] \\
&= CA^{h-1}G \\
&= \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h]
\end{aligned} \tag{3.38}$$

Debido a lo extenso del álgebra, no se mostró el desarrollo completo para la obtención de la matriz de covarianza de las salidas. Lo importante a destacar de este último resultado, es que la matriz de covarianza de las salidas definida en (3.38) es exactamente la misma que la matriz de correlación definida en (3.32).

Con esto en mano, se tienen todas las herramientas para desarrollar el método ERA/DC. El primer paso es formar la matriz de Hankel por bloques de $n(r+1) \times n(p+1)$

$$\mathbf{H}[h] = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+1] & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+2] & \cdots & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+p+1] \\ \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+2] & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+3] & \cdots & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+p+2] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+r+1] & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+r+2] & \cdots & \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h+r+p+1] \end{bmatrix} \tag{3.39}$$

Utilizando la igualdad $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[\mathbf{h}] = CA^{h-1}G$ en la matriz de Hankel, se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{H}[h] &= \begin{bmatrix} CA^hG & CA^{h+1}G & \dots & CA^{h+p}G \\ CA^{h+1}G & CA^{h+2}G & \dots & CA^{h+p+1}G \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ CA^{h+r}G & CA^{h+r+1}G & \dots & CA^{h+r+p}G \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^r \end{bmatrix} A^h \begin{bmatrix} G & AG & \dots & A^pG \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.40)$$

Usando 2 matrices de Hankel por bloques formadas de las mismas mediciones, la matriz de correlación $\mathbf{RR}[h]$ de $n(r+1) \times n(r+1)$ se define como

$$\mathbf{RR}[h] = \mathbf{H}_h \mathbf{H}_0^T = \mathbf{D}A^h\mathbf{Z} \quad (3.41)$$

En analogía con (3.39), se puede escribir la matriz Hankel por bloques de correlación de tamaño $n(r+1)(\alpha+1) \times n(r+1)(\beta+1)$ como

$$\begin{aligned} \mathbf{HH}[h] &= \begin{bmatrix} \mathbf{RR}[h] & \mathbf{RR}[h+\gamma] & \dots & \mathbf{RR}[h+\beta\gamma] \\ \mathbf{RR}[h+\gamma] & \mathbf{RR}[h+2\gamma] & \dots & \mathbf{RR}[h+(\beta+1)\gamma] \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{RR}[h+\alpha\gamma] & \mathbf{RR}[h+(\alpha+1)\gamma] & \dots & \mathbf{RR}[h+(\alpha+\beta)\gamma] \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{D}A^h\mathbf{Z} & \mathbf{D}A^{h+\gamma}\mathbf{Z} & \dots & \mathbf{D}A^{h+\beta\gamma}\mathbf{Z} \\ \mathbf{D}A^{h+\gamma}\mathbf{Z} & \mathbf{D}A^{h+2\gamma}\mathbf{Z} & \dots & \mathbf{D}A^{h+(\beta+1)\gamma}\mathbf{Z} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{D}A^{h+\alpha\gamma}\mathbf{Z} & \mathbf{D}A^{h+(\alpha+1)\gamma}\mathbf{Z} & \dots & \mathbf{D}A^{h+(\alpha+\beta)\gamma}\mathbf{Z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.42)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{D} \\ \mathbf{D}A^\gamma \\ \vdots \\ \mathbf{D}A^{\alpha\gamma} \end{bmatrix} A^h \begin{bmatrix} \mathbf{Z} & A^\gamma \mathbf{Z} & \dots & A^{\beta\gamma} \mathbf{Z} \end{bmatrix} = \mathbf{P}A^h \mathbf{Q}$$

Aquí α y β corresponden al número de bloques de fila y columnas respectivamente. γ es un entero que permite prevenir traslajos significativos en las matrices $\mathbf{R}\mathbf{R}[h]$. El paso siguiente consiste en determinar las matrices \mathbf{P} y \mathbf{Q} , para lo cual aplicamos descomposición SVD a $\mathbf{H}\mathbf{H}[0]$ obteniendo

$$\begin{aligned} \mathbf{H}\mathbf{H}[0] &= \mathbf{P}\mathbf{Q} \\ &= \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \\ &= \left(\mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}\right) \left(\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{V}^T\right) \\ &\approx \left(\mathbf{U}_N\mathbf{S}_N^{1/2}\right) \left(\mathbf{S}_N^{1/2}\mathbf{V}_N^T\right) \end{aligned} \tag{3.43}$$

Las matrices \mathbf{U}_N , \mathbf{S}_N y \mathbf{V}_N corresponden a las columnas de \mathbf{U} , \mathbf{S} y \mathbf{V} con los valores singulares más grandes. Las matrices \mathbf{P} y \mathbf{Q} quedan definidas como

$$\mathbf{P} = \mathbf{U}_N\mathbf{S}_N^{1/2} \quad \mathbf{Q} = \mathbf{S}_N^{1/2}\mathbf{V}_N^T \tag{3.44}$$

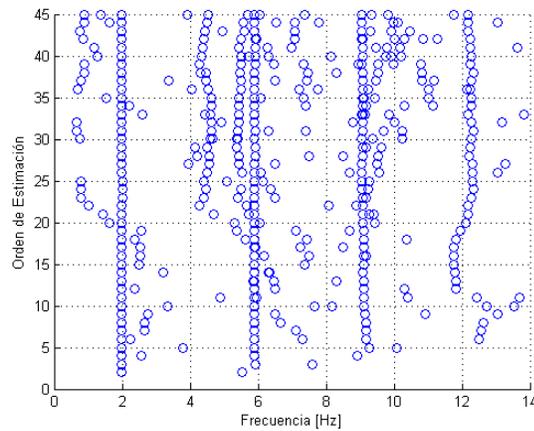
Debido a que el algoritmo de descomposición SVD es computacionalmente costoso, es necesario elegir apropiadamente los tamaños de las matrices $\mathbf{H}[h]$ y $\mathbf{H}\mathbf{H}[h]$, con el fin de encontrar un equilibrio entre la calidad de los datos estimados y el costo computacional. Nayeri et al. (2007) proponen una estrategia que explota las dimensiones de las matrices y bloques a su favor. El análisis parte de la matriz $\mathbf{R}\mathbf{R}[h]$, definida como una matriz cuadrada de $n(r+1) \times n(r+1)$ (depende sólo del número de bloques fila r de la matriz $\mathbf{H}[h]$ y no del número de bloques columna p). Suponiendo α y β pequeños (menores a 5), el tamaño de la matriz $\mathbf{H}\mathbf{H}[h]$, cuyas dimensiones son $n(r+1)(\alpha+1) \times n(r+1)(\beta+1)$, dependerá, al igual que $\mathbf{R}\mathbf{R}[h]$, principalmente del número de bloques filas r de $\mathbf{H}[h]$ y no de su número de bloques columnas p . Entonces, uno puede elegir un gran número de

bloques de columnas p en $\mathbf{H}[h]$ de manera de correlacionar una gran cantidad de datos, pero mantener r lo suficientemente chico como para tener una descomposición SVD de la matriz $\mathbf{H}\mathbf{H}[h]$ no muy costosa. Otra estrategia, que será la utilizada en este trabajo, consiste en partir de valores pequeños de r y p y dependiendo de la calidad de los resultados aumentar sus valores, hasta que se logre estimar todos los modos deseados sin un consumo computacional muy grande. Nuevamente los valores de α y β se asumen pequeños.

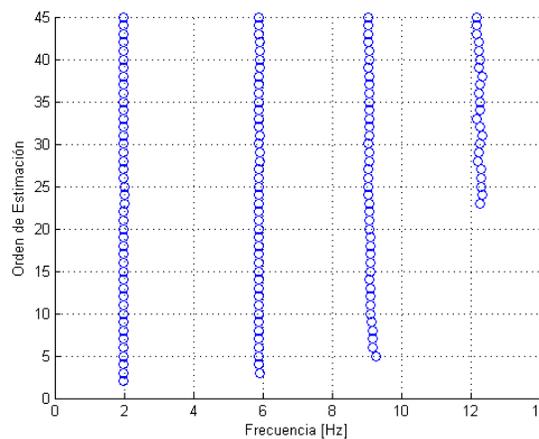
Determinando \mathbf{P} y \mathbf{Q} ya es posible obtener una estimación de las matrices A y C del espacio de estado

$$\begin{aligned}\hat{A} &= \mathbf{P}^{-1}\mathbf{H}\mathbf{H}[1]\mathbf{Q}^{-1} = \left(\mathbf{S}_N^{-1/2}\mathbf{U}_N^T\right)\mathbf{H}\mathbf{H}[1]\left(\mathbf{V}_N\mathbf{S}_N^{-1/2}\right) \\ \hat{C} &= [\mathbf{I} \ \mathbf{0}]\mathbf{U}_N\mathbf{S}_N^{1/2}\end{aligned}\quad (3.45)$$

La matriz \mathbf{I} es la identidad, cuyo tamaño es igual al número de sensores o canales de medición n , y $\mathbf{0}$ es una matriz de ceros para permitir la multiplicación con \mathbf{U}_N . Para mantener la consistencia de la matriz de transición de estados \hat{A} , N deberá ser siempre un número par. Esto genera valores y vectores propios conjugados. Así, para estimar p modos de vibración, N deberá ser igual a $2p$. Como a priori no se tiene conocimiento del número de modos a estimar, ocupar valores de N bajos no es recomendable, pues probablemente se perderían algunos. Por el contrario sobrestimar la dimensión de la matriz \hat{A} permite recuperar múltiples modos de vibración, pero muchos de ellos serán modos artificiales, con sólo significado matemático, pero carente de uno físico. La solución para determinar de manera precisa los modos del sistema son los denominados diagramas de estabilización. Estos consisten en ir estimando las frecuencias modales para distintos tamaños de la matriz A en un mismo gráfico, y a partir de patrones reconocibles como franjas clasificar los modos. La figura 3.1(a) muestra un diagrama de estabilización. El eje de las abcisas corresponde a las frecuencias [Hz], y las ordenadas a N , o al orden de estimación de la matriz \hat{A} . Como puede apreciarse existe una enorme cantidad de frecuencias estimadas, muchas de las cuales no tienen un significado físico. La figura 3.1(b) muestra el mismo diagrama pero con una eliminación inteligente de los falsos modos estimados.



(a) Sin eliminación de modos



(b) Con algoritmo de eliminación de modos artificiales

FIGURA 3.1. Diagrama de estabilización.

Algunas técnicas básicas para eliminar modos ficticios son (Reynders, Houbrechts, & Roeck, 2012):

1. Eliminación por frecuencia: Si alguna frecuencia estimada está muy aislada del resto se elimina.
2. Eliminación por coeficientes de amortiguación: Si dos coeficientes de amortiguación consecutivos son muy diferentes, descartar. En el caso de estructuras con coeficiente de amortiguación pequeños cualquier valor que supere por ejemplo un umbral de 15 % puede ser igualmente eliminado.

3. Eliminación por MAC: Cuando el índice MAC asociado a dos modos cercanos es muy pequeño, descartar.
4. Eliminación empírica: Si se tiene conocimiento a priori de la estructura, como sus frecuencias modales, coeficientes de amortiguación o formas modales, es posible descartar modos que se alejen de los valores esperados.

Para obtener las frecuencias modales, coeficientes de amortiguación y formas modales ligadas a la matriz A estimada con el método ERA, se deberán calcular los valores y vectores propios pertenecientes a A . En tiempo continuo, los valores propios de la matriz A corresponden a los polos del sistema en el plano S , los que preservan las propiedades dinámicas del sistema

$$s_i = -\zeta_i \omega_i \pm j \omega_i \sqrt{1 - \zeta_i^2} \quad (3.46)$$

En tiempo discreto, los valores propios de la matriz A corresponden a los polos del sistema pero en el plano Z . El plano Z y S se relacionan mediante $z = e^{sT}$, donde T corresponde al tiempo de muestreo. Nuevamente los valores propios discretos vendrán en pares conjugados, por lo que se trabajará arbitrariamente con uno de ellos. Transformando los valores propios discretos a continuos, se obtiene

$$s_i = \frac{\ln(z_i)}{T} \quad (3.47)$$

$$\omega_i = \frac{|\ln(z_i)|}{T} \quad \zeta_i = -\frac{\text{Re}\{\ln(z_i)\}}{\omega_i T} \quad (3.48)$$

Sea Φ la matriz de vectores propios de \hat{A} , la matriz con las formas modales estimadas sería

$$\Psi = \hat{C} \Phi \quad (3.49)$$

El método aquí descrito se denomina en la literatura como NExT-ERA/DC, y según el autor Nayeri (2007) siempre será igual o mejor que el método NExT-ERA, pues permite eliminar errores de *bias* producto del ruido en las mediciones. El método NExT-ERA consiste en sólo una etapa menos que NExT-ERA/DC, realizando la estimación de las

matrices A y C directamente a partir de la matriz de Hankel $\mathbf{H}[h]$ con los mismos pasos descritos en las ecuaciones (3.43), (3.44) y (3.45).

3.2.2. Covariance-Driven Stochastic Subspace Identification (SSI-COV)

Si bien el desarrollo matemático de este método es similar al descrito en el NExT-ERA, conceptualmente va por otra dirección. Se parte asumiendo un modelo en el espacio de estado, y producto de la imposibilidad de medir las entradas en este tipo de problemas, se asume como vector de excitación un ruido blanco estacionario de media cero. El término subespacio referente al título, se le atribuye por utilizar las matrices del espacio de estado para generar un subespacio con el que se realiza la estimación. Demostraciones y deducciones de sus pasos han sido descritos muy bien por Overschee y Moor (1996). Al igual que el método NExT-ERA, para SSI también existe una versión basada solamente en datos y otra en las correlaciones de estos. Aquí se presentará el método utilizando correlaciones denominado SSI-COV, (Alicioglu & Lus, 2008; Hoa, Tamura, Yoshida, & Anh, 2010; Liu & Loh, 2011).

Para empezar se define el espacio de estado estocásticos con el que se trabajará

$$\begin{aligned}\mathbf{X}[k+1] &= A\mathbf{X}[k] + \mathbf{w}[k] \\ \mathbf{Y}[k] &= C\mathbf{X}[k] + \mathbf{v}[k]\end{aligned}\tag{3.50}$$

con $\mathbf{w}[k]$ y $\mathbf{v}[k]$ ruidos Gaussianos de media cero.

Definiendo la matriz de correlación $\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h]$ de $n \times n$, con n el número de sensores, de la misma forma que la sección anterior

$$\begin{aligned}\mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h] &= E[\mathbf{Y}[p]\mathbf{Y}^T[p+h]] \\ &= \frac{1}{m} \sum_{p=0}^{m-1} \mathbf{Y}[p]\mathbf{Y}^T[p+h] \\ &= \begin{bmatrix} R_{Y_1Y_1}[h] & \cdots & R_{Y_1Y_n}[h] \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{Y_nY_1}[h] & \cdots & R_{Y_nY_n}[h] \end{bmatrix}_{n \times n}\end{aligned}\tag{3.51}$$

se crea la siguiente matriz de Toeplitz de $nh \times nh$ elementos con $\mathbf{R}_h = \mathbf{R}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}[h]$

$$\mathbf{T}_h = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_h & \mathbf{R}_{h-1} & \cdots & \mathbf{R}_1 \\ \mathbf{R}_{h+1} & \mathbf{R}_h & \cdots & \mathbf{R}_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{2h-1} & \mathbf{R}_{2h-2} & \cdots & \mathbf{R}_h \end{bmatrix} \quad (3.52)$$

Luego utilizando las matrices que describen las correlaciones entre los estados \mathbf{X}_k y las salidas \mathbf{Y}_k definidas en las ecuaciones (3.37) y (3.38), donde $\mathbf{R}_h = CA^{h-1}G$, se procede a factorizar la matriz Toeplitz como

$$\mathbf{T}_h = \mathbf{O}_h \mathbf{\Gamma}_h = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{h-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^{h-1}G & \cdots & AG & G \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

A nivel teórico esta factorización emplea las matrices del espacio de estado para formar la matriz extendida de observabilidad \mathbf{O}_h y la matriz revertida y extendida de controlabilidad estocástica $\mathbf{\Gamma}_h$. Para proceder a nivel numérico, se debe factorizar la matriz de Toeplitz, descrita en (3.52), utilizando la descomposición SVD. Entonces se tiene

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_h &= \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T \\ &= (\mathbf{U}\mathbf{S}^{1/2}) (\mathbf{S}^{1/2}\mathbf{V}^T) \\ &\approx (\mathbf{U}_N\mathbf{S}_N^{1/2}) (\mathbf{S}_N^{1/2}\mathbf{V}_N^T) \\ &= \mathbf{O}_h\mathbf{\Gamma}_h \end{aligned} \quad (3.54)$$

Las matrices \mathbf{U}_N , \mathbf{S}_N y \mathbf{V}_N corresponden a las N columnas de \mathbf{U} , \mathbf{S} y \mathbf{V} con los valores singulares más grandes. De esta forma se definen las matrices de observabilidad y controlabilidad estocásticas

$$\mathbf{O}_h = \mathbf{U}_N\mathbf{S}_N^{1/2} \quad \mathbf{\Gamma}_h = \mathbf{S}_N^{1/2}\mathbf{V}_N^T \quad (3.55)$$

El siguiente paso es determinar las matrices de estado A y C . La matriz C puede ser fácilmente identificada de la matriz de observabilidad \mathbf{O}_h , pues corresponde al primer bloque de $n \times N$. Para la matriz de transición A , se utilizarán submatrices obtenidas de la matriz extendida de observabilidad \mathbf{O}_h , (3.54), definidas como

$$\mathbf{O}_p = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{h-2} \end{bmatrix} \quad \mathbf{O}_s = \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{h-1} \end{bmatrix} \quad (3.56)$$

Así se tiene que

$$\begin{aligned} \mathbf{O}_s &= \mathbf{O}_p A \\ \begin{bmatrix} CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{h-1} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} C \\ CA \\ \vdots \\ CA^{h-2} \end{bmatrix} A \end{aligned} \quad (3.57)$$

Entonces

$$A = \mathbf{O}_p^\dagger \mathbf{O}_s \quad (3.58)$$

donde el símbolo \dagger indica el uso de la pseudo-inversa.

Ya con las matrices A y C es posible calcular las frecuencias, coeficientes de amortiguación y formas modales del sistema, tal como se describió en la sección anterior. Basta con determinar los valores y vectores propios de A y aplicar las fórmulas (3.48) y (3.49). Dado que no se tiene conocimiento a priori de la dimensión del sistema a identificar (dimensiones de A), nuevamente se deberá utilizar los diagramas de estabilización descritos para el método NExT-ERA. Es decir, se aumentará de manera creciente el número N de valores singulares a considerar de la matriz \mathbf{S} , (3.54), lo cual conllevará a estimaciones de la matriz A de distintas dimensiones que arrojarán parámetros modales diferentes en cada caso, siendo el trabajo del diagrama de estabilización determinar cuales son parámetros reales y cuales ficticios.

Este método *Output-Only* ha sido ampliamente utilizado, principalmente por sus excelentes resultados, por su fácil implementación y pocos parámetros que ajustar (Giraldo et al., 2009).

3.2.3. Frequency Domain Decomposition (FDD)

Uno de los métodos más simple es el *Peak-Picking*, (Gade et al., 2002). Básicamente aplica la transformada de Fourier a las mediciones de los sensores y de allí se determinan los *peaks* correspondientes a las frecuencias modales. También es posible determinar el amortiguamiento de dicho modo midiendo el ancho del *peak* para una energía dada, (He & Fu, 2001). El problema de esta metodología es que es muy susceptible a caer en error producto del ruido, dificultando la identificación de modos con frecuencias cercanas. Además demanda una alta interacción con el usuario, implicando decisiones en base a criterios subjetivos. Uno de los métodos que sigue esta misma línea pero que ha resultado ser mucho más robusto y preciso sin caer en la complejidad de implementación es el llamado *Frequency Domain Decomposition* o FDD.

Al igual que los dos métodos anteriormente descritos, nuevamente se usa la correlación de los datos obtenidos por los sensores pero esta vez con su densidad espectral de potencia o PSD (de su sigla en inglés *Power Spectral Density*). La esencia del método es lograr resumir todas las PSD de cada una de las correlaciones en un sólo gráfico, (Brincker et al., 2007). Dicho gráfico corresponde a los valores singulares de la descomposición SVD de la matriz PSD, como se verá más adelante. A partir de los valores y vectores singulares de la descomposición SVD, es posible recuperar las frecuencias y formas modales. Los coeficientes de amortiguación también pueden ser calculados aplicando la transformada inversa de Fourier a los *peaks*, posteriormente al resultado se le ajusta una curva de decaimiento exponencial, (Brincker et al., 2001).

FDD puede ser fácilmente explicado si se utiliza la descripción modal de las n señales de salida de los sensores $\mathbf{Y}(t)$. Definiendo las coordenadas modales como $q_i(t)$ y las formas modales como ϕ_i se tiene

$$\mathbf{Y}(t) = \phi_1 q_1(t) + \phi_2 q_2(t) + \cdots + \phi_n q_n(t) = \mathbf{\Phi} \mathbf{q}(t) \quad (3.59)$$

Utilizando la matriz de correlación definida en (3.26) y la descripción modal de las salidas (3.59), (Gade et al., 2002), se obtiene

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\tau) &= E [Y(t + \tau)Y(t)^T] \\ &= E [\mathbf{\Phi} \mathbf{q}(t + \tau) \mathbf{q}(t)^T \mathbf{\Phi}^T] \\ &= \mathbf{\Phi} \mathbf{R}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\tau) \mathbf{\Phi}^T \end{aligned} \quad (3.60)$$

donde $\mathbf{R}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}$ corresponde a la matriz de correlaciones de las coordenadas modales. Debido a que cada $q_i(t)$ posee una frecuencia distinta, las correlaciones cruzadas de $\mathbf{R}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}$ serán cero, originando una matriz diagonal. Aplicando la transformada de Fourier al último resultado

$$\mathbf{G}(\omega) = \mathbf{\Phi} \mathbf{G}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega) \mathbf{\Phi}^T \quad (3.61)$$

donde $\mathbf{G}(\omega)$ corresponde a la matriz PSD de las salidas $\mathbf{Y}(t)$, y $\mathbf{G}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}(\omega)$ a la de las coordenadas modales $\mathbf{q}(t)$, siendo diagonal al igual que $\mathbf{R}_{\mathbf{q}\mathbf{q}}$.

Con el fin de mejorar la calidad de los resultados, es aconsejable aplicar la transformada de Fourier a ventanas solapadas de los datos correlacionados, y luego promediar todas éstas en una sola. Con esto se obtienen resultados muchos más limpios y confiables. Una vez calculada esta matriz espectral promediada, se procede con la descomposición SVD de $\mathbf{G}(\omega)$

$$\mathbf{G}(\omega) = \mathbf{V} \mathbf{S} \mathbf{V}^T \quad (3.62)$$

donde \mathbf{S} corresponde a la matriz diagonal con los valores singulares, y \mathbf{V} a la matriz ortogonal con los vectores singulares. La ecuación (3.62) posee la misma forma que (3.61), donde los vectores \mathbf{V} podrían entenderse como las formas modales, y los valores singulares de \mathbf{S} como las coordenadas modales descritas en (3.59). Un detalle importante a recalcar es que este método con la descomposición SVD considera el sistema analizado como si fuera de un grado de libertad para cada valor singular calculado. Así, sólo deberán considerarse los valores singulares perteneciente al primer elemento de la matriz \mathbf{S} , s_{11}

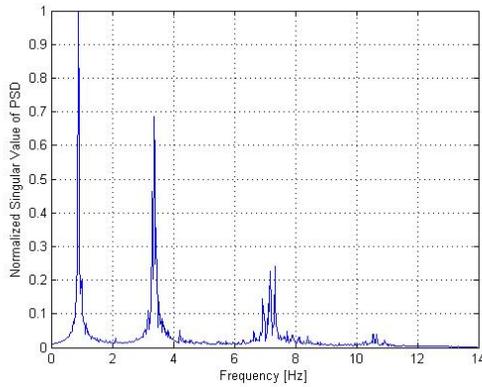
(los demás elementos de S son pequeños comparado con el primer elemento por lo que se desprecian) y el vector perteneciente a la primera columna de la matriz de vectores singulares V . Explicado de otro modo, una vez determinada la matriz espectral promediada $G(\omega)$, que en realidad es un conjunto p de matrices, donde p corresponde al largo de elementos considerados en las ventanas, serán los valores singulares del primer elemento de cada una de las p matrices S que entreguen el contenido de energía para cada frecuencia. En ese mismo conjunto de datos se buscarán los máximos, correspondiente a las frecuencias modales, y la primera columna de la matriz de vectores singulares asociada a dicha frecuencia modal, corresponderá a su forma modal, (Gade et al., 2002).

Para calcular los coeficiente de amortiguación, el primer paso es identificar un modo de vibración en el gráfico PSD de la descomposición SVD. Luego seleccionar únicamente ese modo (*peak*) utilizando una ventana. Finalmente aplicar la transformada inversa y al resultado ajustar una curva de decaimiento exponencial. La figura 3.2(a) muestra los valores singulares de la matriz PSD con todos los modos identificado. Seleccionando el primer modo, 3.2(b), se aplica la transformada inversa obteniendo una señal subamortiguada, 3.2(c). A esta señal se le ajusta, mediante mínimos cuadrados, un curva de decaimiento exponencial de la forma

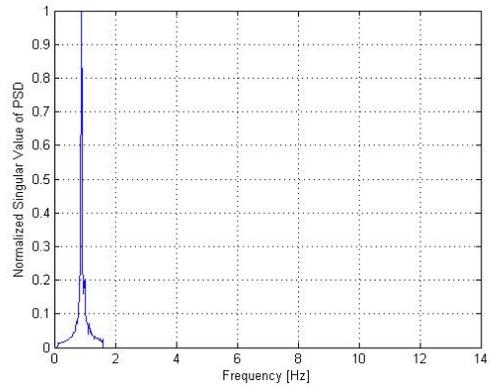
$$y = Ae^{-\zeta\omega t} \quad (3.63)$$

donde ω se obtiene del gráfico 3.2(b), ζ y A corresponderían al coeficiente de amortiguamiento del modo seleccionado y su amplitud inicial respectivamente, ambos calculados por mínimos cuadrados.

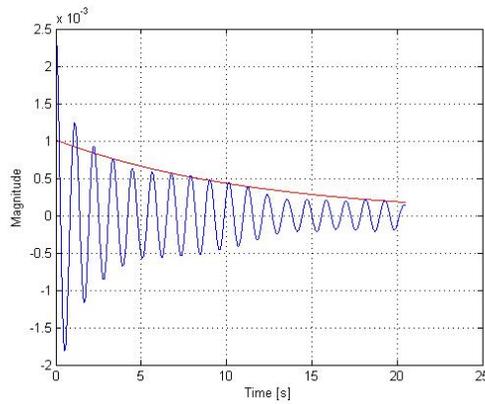
Un aspecto a destacar del método es que la discretización en el dominio de la frecuencia dependerá exclusivamente del intervalo de tiempo en que se mide. Mientras mayor sea éste, más fino será el espacio discreto de la frecuencia, y más precisas las estimaciones de los parámetros modales. FDD es una alternativa muy atrayente a la hora de identificar parámetros modales, no sólo por la sencillez y rapidez de ejecución la destacan, sino también por la calidad de sus resultados.



(a) Todos los valores singulares de la PSD.



(b) Valores singulares del 1° modo.



(c) Transformada inversa de Fourier del 1° modo.

FIGURA 3.2. Obtención de coeficientes de amortiguación.

3.3. Combinación Estadística de Parámetros Modales Estimados

A fin de reducir las incertezas en la estimación de los parámetros modales y mejorar la robustez frente al ruido, se propone una estrategia que combina y aprovecha las ventajas de los diferentes métodos de identificación *Output-Only*. Para validar la estrategia mediante simulaciones, la idea es excitar una estructura cuyos parámetros modales sean conocidos, y para cada una de las excitaciones proceder a estimar los parámetros con los 3 métodos de identificación presentados (NExT-ERA, SSI y FDD). Con una base de 12 excitaciones gaussianas para cada uno de los métodos, se estudiarán los valores de las estimaciones así como las desviaciones estándar de los parámetros modales estimados con respecto a los teóricos.

Como se mencionó, se utilizará una combinación lineal de los métodos, donde los factores o pesos de cada uno de ellos, definidos como índices de confiabilidad (IC), se obtendrán como el inverso de las desviaciones estándar obtenidas al estimar los parámetros modales con cada uno de los métodos. Entonces, si las frecuencias, coeficientes de amortiguación o formas modales estimadas con un método en particular poseen desviaciones estándar grandes, sus índices de confiabilidades serán bajos. Los IC normalizados se calcularán como

$$\begin{aligned}
 ICF_{ERA} &= \frac{1/\sigma_{f_{ERA}}}{1/\sigma_{f_{ERA}} + 1/\sigma_{f_{SSI}} + 1/\sigma_{f_{FDD}}} \\
 ICF_{SSI} &= \frac{1/\sigma_{f_{SSI}}}{1/\sigma_{f_{ERA}} + 1/\sigma_{f_{SSI}} + 1/\sigma_{f_{FDD}}} \\
 ICF_{FDD} &= \frac{1/\sigma_{f_{FDD}}}{1/\sigma_{f_{ERA}} + 1/\sigma_{f_{SSI}} + 1/\sigma_{f_{FDD}}}
 \end{aligned} \tag{3.64}$$

$$\begin{aligned}
 ICE_{ERA} &= \frac{1/\sigma_{e_{ERA}}}{1/\sigma_{e_{ERA}} + 1/\sigma_{e_{SSI}} + 1/\sigma_{e_{FDD}}} \\
 ICE_{SSI} &= \frac{1/\sigma_{e_{SSI}}}{1/\sigma_{e_{ERA}} + 1/\sigma_{e_{SSI}} + 1/\sigma_{e_{FDD}}} \\
 ICE_{FDD} &= \frac{1/\sigma_{e_{FDD}}}{1/\sigma_{e_{ERA}} + 1/\sigma_{e_{SSI}} + 1/\sigma_{e_{FDD}}}
 \end{aligned}$$

donde ICF_{ERA} , ICF_{SSI} y ICF_{FDD} corresponden a los índices de confiabilidad para las frecuencias estimadas con cada uno de los métodos, y ICE_{ERA} , ICE_{SSI} y ICE_{FDD} a los índices de confiabilidad asociados a los amortiguamientos. $\sigma_{f_{ERA}}$, $\sigma_{f_{SSI}}$ y $\sigma_{f_{FDD}}$ corresponden a las desviaciones estándar de las estimaciones de frecuencias modales, y $\sigma_{e_{ERA}}$, $\sigma_{e_{SSI}}$ y $\sigma_{e_{FDD}}$ a las desviaciones estándar de los coeficientes de amortiguación. Utilizando estos índices de confiabilidad se obtienen las frecuencias y coeficientes de amortiguación ponderados según la precisión de cada método. En términos matemáticos esto corresponde a

$$\begin{aligned}
 f_p &= ICF_{ERA}f_{ERA} + ICF_{SSI}f_{SSI} + ICF_{FDD}f_{FDD} \\
 e_p &= ICE_{ERA}e_{ERA} + ICE_{SSI}e_{SSI} + ICE_{FDD}e_{FDD}
 \end{aligned} \tag{3.65}$$

donde f_p y e_p corresponden a la frecuencia y amortiguamiento modales ponderados. Hay que precisar que todas las desviaciones estándar $\sigma_{f_{ERA}}$, $\sigma_{f_{SSI}}$, $\sigma_{f_{FDD}}$, $\sigma_{e_{ERA}}$, $\sigma_{e_{SSI}}$ y $\sigma_{e_{FDD}}$, son la combinación ponderada de las desviaciones estándar de varios modos de vibración. Por ejemplo, $\sigma_{f_{ERA}}$ se obtiene de la combinación ponderada de desviaciones estándar de las distintas frecuencias modales estimadas con NExT-ERA. Los ponderadores obtienen su peso según la energía del modo en cuestión, es decir a mayor energía mayor será su peso. La decisión de este criterio tiene su justificación en que los parámetros modales correspondientes a modos de vibración de frecuencias altas tienden a tener estimaciones más dispersas que los primeros modos, y para aspectos de diseño, son los modos de menor frecuencia los que tienen mayor significancia. Matemáticamente estas desviaciones estándar se plantean como

$$\begin{aligned}
\sigma_{f_{ERA}} &= \alpha_1 \sigma_{f_{ERA1}} + \alpha_2 \sigma_{f_{ERA2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{f_{ERAn}} \\
\sigma_{f_{SSI}} &= \alpha_1 \sigma_{f_{SSI1}} + \alpha_2 \sigma_{f_{SSI2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{f_{SSI n}} \\
\sigma_{f_{FDD}} &= \alpha_1 \sigma_{f_{FDD1}} + \alpha_2 \sigma_{f_{FDD2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{f_{FDDn}} \\
\sigma_{e_{ERA}} &= \alpha_1 \sigma_{e_{ERA1}} + \alpha_2 \sigma_{e_{ERA2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{e_{ERAn}} \\
\sigma_{e_{SSI}} &= \alpha_1 \sigma_{e_{SSI1}} + \alpha_2 \sigma_{e_{SSI2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{e_{SSI n}} \\
\sigma_{e_{FDD}} &= \alpha_1 \sigma_{e_{FDD1}} + \alpha_2 \sigma_{e_{FDD2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{e_{FDDn}} \\
1 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n
\end{aligned} \tag{3.66}$$

donde α_i corresponde al peso ponderado asociado a la energía del modo i . Las desviaciones estándar de las formas modales no fueron calculadas directamente de sus vectores, sino utilizando el índice MAC (*Modal Assurance Criterion*), el cual determina cuan paralelos 2 vectores \vec{x} e \vec{y} son

$$MAC = \frac{(\vec{x} \cdot \vec{y})^2}{|\vec{x}|^2 |\vec{y}|^2} \tag{3.67}$$

Debido a que este índice está normalizado en las magnitudes de los vectores, un valor MAC igual a uno, indica que los dos vectores son completamente paralelos. De esta manera se comparan los vectores estimados de los 3 métodos con los vectores teóricos de las

formas modales. Una desviación estándar muy grande del índice MAC indica que las formas modales estimadas no serían muy confiables. Al igual que las desviaciones estándar de las frecuencias y coeficientes de amortiguación modales, la desviación estándar del MAC calculada para un método es la suma ponderada de las desviaciones estándar de los MAC de los distintos modos para un mismo método. Tal como (3.66), la desviación estándar ponderada del MAC para cada método de identificación es

$$\begin{aligned}
\sigma_{MAC_{ERA}} &= \alpha_1 \sigma_{MAC_{ERA1}} + \alpha_2 \sigma_{MAC_{ERA2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{MAC_{ERAn}} \\
\sigma_{MAC_{SSI}} &= \alpha_1 \sigma_{MAC_{SSI1}} + \alpha_2 \sigma_{MAC_{SSI2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{MAC_{SSIn}} \\
\sigma_{MAC_{FDD}} &= \alpha_1 \sigma_{MAC_{FDD1}} + \alpha_2 \sigma_{MAC_{FDD2}} + \cdots + \alpha_n \sigma_{MAC_{FDDn}} \\
1 &= \alpha_1 + \alpha_2 + \cdots + \alpha_n
\end{aligned} \tag{3.68}$$

Los índices de confiabilidad basados en las desviaciones estándar de los indicadores MAC se calculan como

$$\begin{aligned}
ICM_{ERA} &= \frac{1/\sigma_{MAC_{ERA}}}{1/\sigma_{MAC_{ERA}} + 1/\sigma_{MAC_{SSI}} + 1/\sigma_{MAC_{FDD}}} \\
ICM_{SSI} &= \frac{1/\sigma_{MAC_{SSI}}}{1/\sigma_{MAC_{ERA}} + 1/\sigma_{MAC_{SSI}} + 1/\sigma_{MAC_{FDD}}} \\
ICM_{FDD} &= \frac{1/\sigma_{MAC_{FDD}}}{1/\sigma_{MAC_{ERA}} + 1/\sigma_{MAC_{SSI}} + 1/\sigma_{MAC_{FDD}}}
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Finalmente, las formas modales ponderadas de acuerdo a la precisión entregada por los índices de confiabilidad MAC se obtienen como

$$\phi_p = ICM_{ERA} \phi_{ERA} + ICM_{SSI} \phi_{SSI} + ICM_{FDD} \phi_{FDD} \tag{3.70}$$

donde ϕ_{ERA} , ϕ_{SSI} y ϕ_{FDD} corresponden a las formas modales estimadas con cada uno de los métodos, y ϕ_p , a la forma modal ponderada.

La metodología aquí explicada permite combinar los resultados de cada método de identificación, aprovechando sus ventajas para obtener valores ponderados de las frecuencias f_p , coeficientes de amortiguación e_p y formas modales ϕ_p más precisos y robustos. Los valores f_p , e_p y ϕ_p junto a los criterios adoptados no aseguran una estimación óptima,

pero entregan un excelente punto de partida para la etapa de diseño y/o sintonización del AMS, que en cualquier caso serán mejores que haberlos estimados con tan sólo uno de los métodos.

3.4. Implementación y Consideraciones Prácticas de la Estrategia de Estimación Multimodelos

Siempre que se tenga acceso a las frecuencias modales del sistema a identificar, ya sea por modelos computacionales o algún otro método de aproximación, pueden ser utilizadas para ajustar los parámetros de los métodos *Output-Only* estudiados, con el fin de mejorar la calidad de las estimaciones. Explicado de otro modo, al tener información a priori, ésta puede utilizarse para buscar la combinación de parámetros que mejoren la estimación de las frecuencias modales de manera que sean cercanas a las previamente conocidas. De no serlas, se busca una nueva configuración de parámetros que logren dar con las frecuencias deseadas. En el caso de no tener la más mínima referencia de cuáles podrían ser las frecuencias modales, el punto de partida lo da el método FDD. Este potentísimo método tiene la gran capacidad de proporcionar de manera clara y confiable donde podrían estar ubicadas las frecuencias modales de mayor energía. La descomposición SVD permite eliminar la mayoría de las componentes de baja energía que perturban la representación en el dominio de la frecuencia, dejando sólo los *peaks* más relevantes y probables de ser frecuencia modales efectivas del sistema. Obviamente este método es complementario al caso de contar con información a priori, y serviría para reafirmar que las frecuencias modales aproximadas coinciden con las estimadas. Por ello se recomienda primeramente aplicar el método FDD para obtener los parámetros modales. Los pocos parámetros a ajustar hacen que este método sea de fácil implementación y ágil con la obtención de los datos estimados.

Una vez obtenidos los parámetros modales con el método FDD, con una visión más clara del panorama y valores de los parámetros modales se procede a estimar con los métodos SSI y NExT-ERA/DC. Debido a que SSI necesita ajustar menos parámetros para realizar las estimaciones, se propone este método para continuar. La idea es determinar

los parámetros del método que entreguen la mejor estimación de las frecuencias modales y proceder con esos mismos para estimar los coeficientes de amortiguación y formas modales. En el caso de no contar con resultados cercanos a los deseados (teniendo como referencia la información a priori y los resultados del método FDD) se puede probar cambiando las dimensiones de la matriz de Toeplitz, o a aumentar el orden de las estimaciones de la matriz A , aumentando el número N de valores singulares a considerar, ver (3.54).

Ya con los parámetros estimados por medio del método SSI, se procede a configurar los concernientes al método de identificación NExT-ERA/DC. Una de las principales desventajas de este método es la gran cantidad de parámetros que tienen que ser ajustados para una correcta estimación. Pero una vez encontrados, asegurará buenos resultados. La manera de proceder con este método, es aumentar progresivamente los valores de r y p hasta lograr buenos resultados, es decir que las estimaciones obtenidas sean similares a las conseguidas con los otros métodos. Un ajuste más fino se obtiene al variar el número de valores singulares N asociados con el tamaño de la matriz A a estimar. Un valor muy grande permitirá estimar múltiples modos, pero gran cantidad de ellos serán puramente artificiales y deberán ser descartados por los criterios de limpieza. Los resultados no serán particularmente sensibles a los valores de α , β y γ , y bastará con que sus valores sean relativamente pequeños (menores a 5).

4. DISEÑO Y SINTONIA DE AMORTIGUADORES DE MASA

4.1. Teoría de Sistemas AMS Aplicados a Estructuras

Un amortiguador de masa sintonizado (AMS) es un dispositivo de control pasivo capaz de reducir las amplitudes de las vibraciones estructurales y mecánicas. Su uso se ha extendido principalmente para asegurar el confort de los ocupantes, además de aumentar el tiempo de vida útil al reducir las posibilidades de daño. En términos simples, la idea consiste en sintonizar la frecuencia de oscilación del AMS a una frecuencia modal particular del sistema estructural o mecánico de manera que el dispositivo logre un movimiento en contra fase que permita compensar las oscilaciones del sistema (C.-L. Lee, Chen, Chung, & Wang, 2006). Generalmente se elige la frecuencia natural, pues suele ser la que mayor energía recibe de las excitaciones externas como vientos, sismos o vibraciones mecánicas. Sin embargo en la práctica, la frecuencia de sintonización del AMS suele elegirse como una razón de la frecuencia natural u otras frecuencias modales, es decir la frecuencia de sintonización suele ser un ponderado de las frecuencias modales de interés, cuya finalidad es extender el espectro de acción del dispositivo a otros modos de vibración.

Conceptualmente lo que se está haciendo es transferir la energía de la estructura al sistema AMS. De esta manera debiera entenderse que a mayor masa del sistema AMS mayor será su capacidad para mitigar la energía estructural. Para lograr la naturaleza oscilatoria del dispositivo, debe existir alguna fuerza restitutiva. Una manera de lograrlo es empleando mecanismos que generen una fuerza elástica, que en la práctica podrían ser aisladores de caucho. Estos tienen la capacidad de deformarse, proveyendo de una fuerza restitutiva cada vez mayor a medida que aumentan los desplazamientos. Otra configuración es confinar la masa en un sistema de rieles acoplándola al edificio con un resorte, el que se encargaría de proporcionar la fuerza elástica. La figura 4.1.a esquematiza esta dos configuraciones. También suele conseguirse este tipo de fuerza ocupando una configuración de AMS tipo péndulo. En este caso la masa cuelga del techo y es la gravedad la que genera la fuerza restitutiva, ver figura 4.1.b.

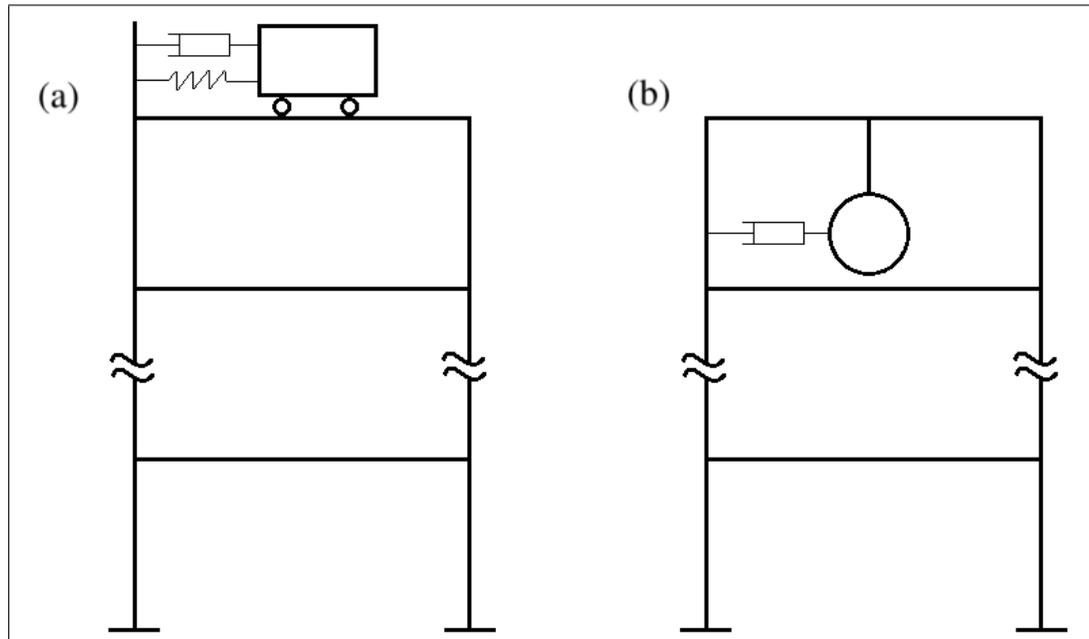
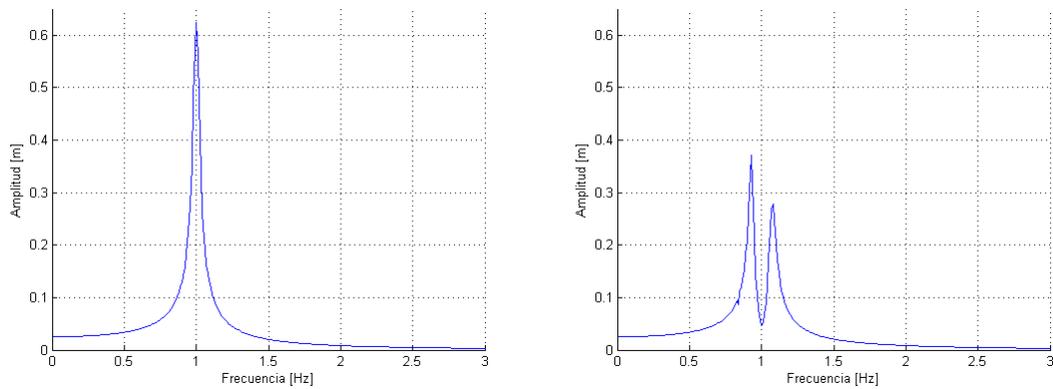


FIGURA 4.1. Esquemas : a) Sistema AMS, b) Sistema AMS tipo péndulo.

Para sintonizar los AMS a alguna frecuencia específica (asumiendo coeficientes de amortiguación pequeños), se varían la masa y los coeficientes de elasticidad del sistema elástico. En el caso de la configuración tipo péndulo del AMS, la frecuencia de oscilación se regula con el largo de los cables de soporte, (Connor, 2003). De contar con amortiguadores, no sólo se transferirá energía cinética, sino parte de esta se disipará en forma de calor a través del amortiguador. Para una sintonización precisa de la frecuencia del AMS, también debe considerarse el valor de la constante de amortiguamiento elegida para el dispositivo, pues valores grandes tenderán a disminuir la frecuencia de oscilación. El uso de amortiguadores ayuda a mejorar el desempeño del AMS y también a robustecerlo.

También resulta interesante ver como el AMS modifica la respuesta en frecuencia de una estructura. En el caso de un sistema de un sólo grado de libertad, cuyo diagrama de Bode se muestra en la figura 4.2(a), se tiene que su frecuencia de resonancia se ubica en 1 Hz. Al agregarse un sistema AMS apropiadamente sintonizado para reducir las amplitudes de oscilación en dicha frecuencia, la respuesta en frecuencia que se obtiene es la mostrada en la figura 4.2(b).



(a) Sin AMS.

(b) Con AMS.

FIGURA 4.2. Respuesta en frecuencia para modelo de un grado de libertad.

Como puede observarse, la incorporación de un AMS al sistema crea una banda de rechazo en torno a la frecuencia de resonancia original. Si bien se ha reducido considerablemente las magnitudes de respuestas para frecuencias de excitación cercanas a 1 Hz, han surgido dos nuevas frecuencias de resonancias. Dependiendo de la aplicación, éstas pueden o no entorpecer el desempeño general del sistema. Cuando se diseña, se puede variar el ancho de la banda de la zona de rechazo a las vibraciones, junto con las magnitudes de las nuevas frecuencias de resonancia. Estos parámetros serán funciones de la masa, coeficientes de amortiguación y las constantes de las fuerzas restitutivas pertenecientes al AMS. En la práctica puede que no sea tan fácil conseguir ajustar estos parámetros, ya que las rigideces y amortiguamientos son muy limitados en los valores que se pueden obtener.

4.2. Metodología para el Diseño y Sintonía de un AMS

La sencillez de implementación junto con la eficacia en la reducción de las vibraciones mecánicas han hecho de los sistemas AMS una excelente opción a la hora de mitigar las excitaciones ambientales que generen respuestas cíclicas en estructuras como edificios y puentes. Por lo mismo, la comunidad científica ha dedicado especial interés en su diseño, desarrollando múltiples métodos que van desde soluciones determinísticas analíticas y/o numéricas, estrategias de diseño robusto, que pueden ser basadas en el dominio

del tiempo y/o frecuencia (Connor, 2003; Zang, Friswell, & Mottershead, 2005; C.-L. Lee et al., 2006; Hwang, Kim, & Kim, 2006b; Mohtat & Dehghan-Niri, 2011).

Definiendo el *drift* como la diferencia entre el desplazamiento del piso superior e inferior dividido por la altura entre ellos, que matemáticamente corresponde a

$$drift_i(t) = \frac{x_i(t) - x_{i-1}(t)}{h} \quad (4.1)$$

donde $x_i(t)$ y $x_{i-1}(t)$ representan a los desplazamientos del piso i e $i - 1$, y h a la altura entre estos pisos, la función objetivo buscará minimizar el *drift* máximo. Ésto debido a que no son los desplazamientos propiamente tal los que dañan los edificios, sino más bien los *drifts* entre pisos.

La idea que se propone es probar distintas combinaciones de las variables de diseño del AMS para una misma excitación, y encontrar la combinación que logre reducir la respuesta del edificio. Las variables de diseño del AMS que se utilizarán son tres: masa M_d , amortiguamiento C_d y rigidez K_d . Para obtener los valores de la función objetivo a optimizar, se simulará el comportamiento de la estructura con AMS para una malla de múltiples valores de C_d y K_d para distintas masas M_d . Esto permitirá obtener numéricamente los valores de la función objetivo para la excitación utilizada como función de las variables de diseño. A fin de obtener múltiples funciones objetivos con las cuales poder diseñar el AMS, se repite este proceso para distintas excitaciones utilizando la misma malla de valores M_d , C_d y K_d .

Para elegir el K_d y C_d tentativos se desarrollaron 4 estrategias numéricas, la primera basada en el promedio de los valores óptimos de K_d y C_d de las funciones objetivos obtenidas al simular para múltiples excitaciones, la segunda basada en la intersección de subsuperficies obtenidas a partir de las funciones objetivos, la tercera en el promedio de los centros de gravedad de las mismas subsuperficies, y la cuarta similar a la tercera pero ponderando los centros de gravedad según el inverso del área de éstas subsuperficies. A continuación se describirán estas 4 estrategias.

4.2.1. Diseño AMS basado en Promedios

Esta estrategia consiste en simular la respuesta del edificio para múltiples sismos y encontrar para cada uno de ellos los valores de K_d y C_d que minimicen el *drift* máximo. Esto permitirá obtener un conjunto de valores, que promediados entregan el K_d y C_d con el que se sintonizaría el AMS. Idealmente se desea simular para una gran cantidad de sismos, cuyas características sean similares a los temblores y terremotos de la zona. Una manera de lograrlo es usando un sintetizador de terremotos artificiales, que mediante un filtrado del ruido blanco genere movimientos sísmicos de características similares a las reales, (Rofooei, Mobarake, & Ahmadi, 2001; Maeda, Sasaki, & Yamamoto, 2004). Otra alternativa es utilizar directamente registros de terremotos de la zona para excitar la estructura, opción elegida en este trabajo. Debido a que el *drift* máximo es inherentemente dependiente de la magnitud del sismo (mayor magnitud mayores serán los *drift* entre pisos), se decidió utilizar la razón entre el *drift* máximo de los pisos en la estructura con AMS y el *drift* máximo de la estructura sin sistema AMS. Matemáticamente corresponde a

$$J_h(M_d, C_d, K_d) = \frac{\max \{ \delta_{1h}^*(M_d, C_d, K_d, t), \dots, \delta_{nh}^*(M_d, C_d, K_d, t) \}}{\max \{ \delta_{1h}(t), \dots, \delta_{nh}(t) \}} \quad (4.2)$$

donde $\delta_{ih}^*(M_d, C_d, k_d, t)$ y $\delta_{ih}(t)$ corresponden a los *drifts* del entre piso i con y sin AMS respectivamente. El sub-índice h sirve para indicar que los *drifts* fueron obtenidos a partir del h -ésimo registro. Debido a las no-linealidades y a la gran cantidad de parámetros involucrados en el problema, encontrar una expresión analítica de la FO $J_h(M_d, C_d, K_d)$ no es posible. En este trabajo se ha optado por una representación numérica aproximada de la FO, evaluando $J_h(M_d, C_d, K_d)$ para conjuntos discretos de M_d , C_d y K_d , los que se definen como

$$\begin{aligned} E_{M_d} &= \{M_{d_1}, \dots, M_{d_r}\} \\ E_{C_d} &= \{C_{d_1}, \dots, C_{d_t}\} \\ E_{K_d} &= \{K_{d_1}, \dots, K_{d_s}\} \end{aligned} \quad (4.3)$$

donde r , t y s corresponden al número de elementos de cada conjunto. Entonces la FO para el h -ésimo registro queda definida como

$$J_h : E_{M_d} \times E_{C_d} \times E_{K_d} \mapsto \mathbb{R}^+ \quad (4.4)$$

Un valor de J_h superior a uno indicaría que el sistema AMS empeoró la respuesta de la estructura, mientras que un valor menor a uno indicaría una mejora frente al edificio sin AMS. La disminución del *drift* máximo al pasar de una estructura sin AMS a una con AMS, será el índice de desempeño y se denominará *Maximum Drift Reduction*, definido como

$$MDR_h = (1 - J_h) \times 100 \quad (4.5)$$

Una gran desventaja de esta estrategia para encontrar una combinación apropiada de K_d y C_d es su poca robustez. Tal como se verá cuando se analicen los resultados, esta metodología muestra serias desventajas cuando las funciones objetivos J_h presentan mínimos en puntos muy sensibles a pequeñas variaciones de K_d y C_d . Las siguientes estrategias intentarán robustecer la solución en cuanto a la selección del K_d y C_d .

4.2.2. Diseño AMS Basado en Subsuperficies

4.2.2.1. Intersección de Subsuperficies (IS)

Esta estrategia también hace uso de la misma función objetivo J_i definida previamente, pero en vez de buscar el punto mínimo en ella, busca los conjuntos de puntos o región que sean inferiores a un valor predefinido, de esta manera se establece un criterio que busca todos los puntos M_d , C_d y K_d que satisfagan un criterio de desempeño. Por ejemplo, si el mínimo de la función objetivo J_i es 0,6, se selecciona toda la subsuperficie formada por los conjuntos de puntos que al ser evaluados en la función objetivo sean inferiores a $0,6 + \Delta$, donde Δ se define previamente como un parámetro de diseño. Haciendo esto para todas las funciones objetivos J_i , se generarán n subsuperficies (n número de excitaciones realizadas) cuyas intersecciones formarán un subconjunto con los valores tentativos para K_d y C_d . Eligiendo el centro de gravedad de este subconjunto se obtienen los valores de

diseño específicos de K_d y C_d . Las figuras 4.3(a) y 4.3(b) muestran gráficamente la obtención de las subsuperficies a partir de sus funciones objetivos J_i . Las figuras 4.4(a) y 4.4(b) muestran desde una perspectiva plana las subsuperficies.

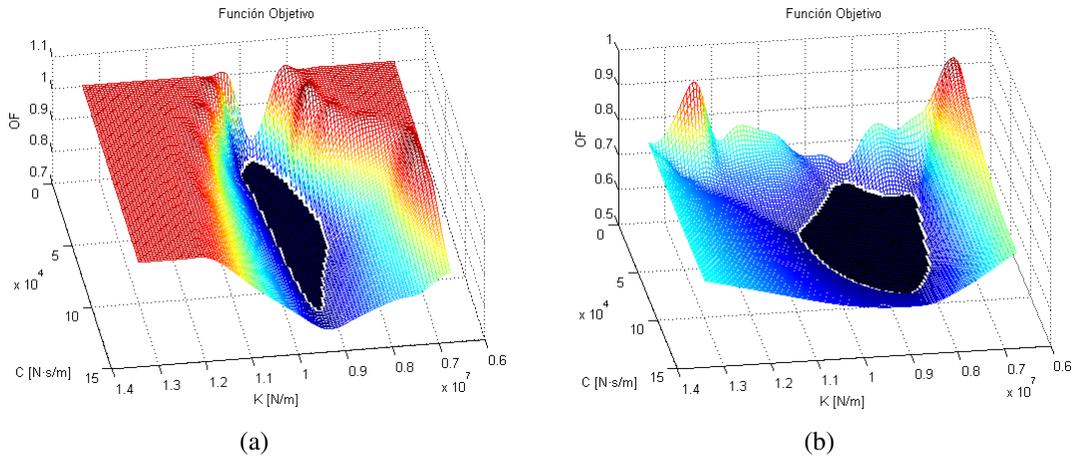


FIGURA 4.3. Funciones objetivo con sus subsuperficies.

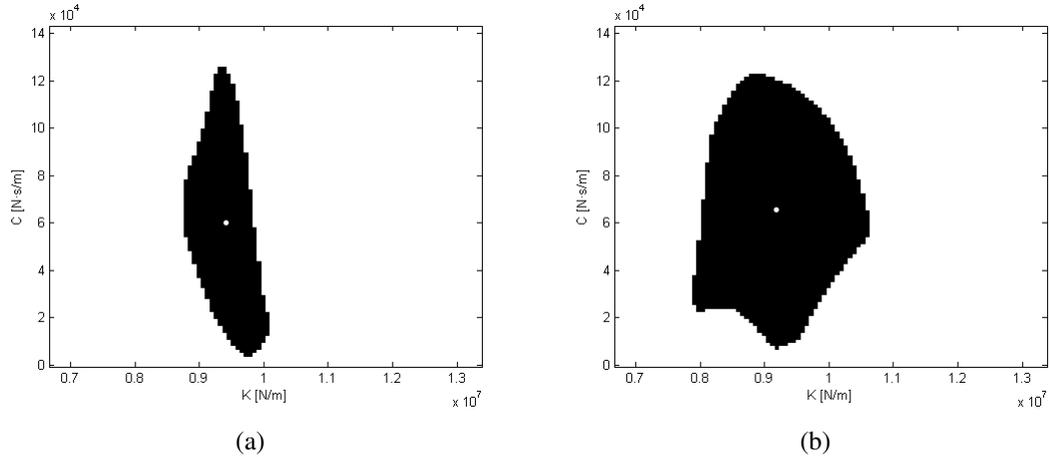


FIGURA 4.4. Subsuficies extraídas de las funciones objetivo.

Una vez obtenidas, se procede a encontrar el subconjunto formado por la intersección de éstas junto con su centro de gravedad, ver figura 4.5. En este ejemplo se utilizaron sólo 2 superficies asociadas a 2 movimientos sísmicos diferentes. Evidentemente mientras mayor sea el número de registros de terremotos a considera, mayor será la cantidad de subsuperficies a obtener y más acotado resultará el subconjunto de su intersección. El tamaño de la región del subconjunto obtenido también puede ser variada mediante el

parámetro Δ . Un valor grande hará que el subconjunto sea mayor, asegurando con ello mayor robustez. Esto se explica porque un Δ grande relajará la exigencia en el desempeño del AMS, haciendo que las subsuperficies sean de mayor tamaño, y con ello que el subconjunto formado por su intersección sea mayor. En consecuencia, habrá un mayor número de puntos en común en las funciones objetivos de cada excitación, permitiendo un rendimiento del AMS con buenos resultados en múltiples escenarios, mejorando así la robustez del dispositivo.

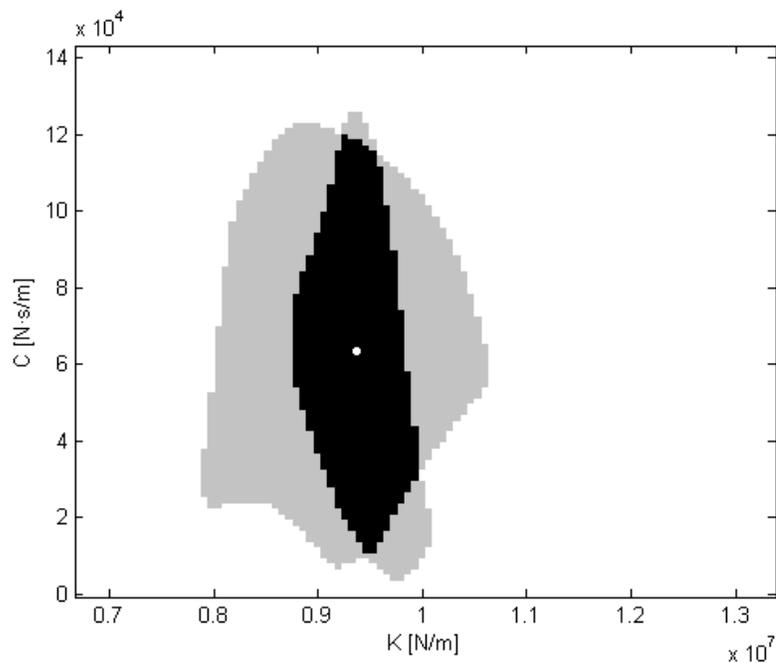


FIGURA 4.5. Subconjunto formado por la intersección de las subsuperficies.

4.2.2.2. Centros de Gravedad Ponderados de las Subsuperficies (CGPS)

Este método busca los centros de gravedad de las subsuperficies y los pondera según el inverso de sus áreas. La razón es que un área pequeña sería el reflejo de una región altamente sensible, obligando a ponderar más dicho centro de gravedad. De tener una área muy grande, la elección del K_d y C_d resulta más permisiva, permitiendo relajar su elección.

5. RESULTADOS DE SIMULACIONES Y SU ANALISIS

5.1. Descripción del Modelo Estructural Usado para las Simulaciones

Para estudiar el comportamiento de los métodos de identificación y el desempeño del sistema AMS diseñado, se utilizó un modelo simplificado de una estructura de 7 grados de libertad, (“Benchmark Building”, 2006). Si bien este sistema no refleja fielmente el comportamiento dinámico de una estructura real, es el punto de partida para evaluar la efectividad de las estrategias de identificación y sistemas amortiguadores. El sistema de ecuaciones diferenciales que describen el sistema dinámico a simular posee la siguiente forma

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{X}_g(t) \quad (5.1)$$

donde \mathbf{M} corresponde a la matriz de masas de cada piso, \mathbf{C} a la matriz de amortiguamiento, \mathbf{K} a la matriz de rigidez, $\mathbf{1}$ a un vector de sólo unos y $\ddot{X}_g(t)$ a la señal de excitación que en este caso de estudio corresponderá a ruidos gaussianos. Los valores numéricos de las matrices \mathbf{M} y \mathbf{K} empleados para las simulaciones son

$$\mathbf{M} = 10^3 \cdot \text{diag}(430, 430, 430, 425, 425, 425, 450)[kg] \quad (5.2)$$

$$\mathbf{K} = 10^6 \begin{bmatrix} 3549 & -1544 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1544 & 3001 & -1457 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1457 & 2793 & -1336 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1336 & 2578 & -1242 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1242 & 3649 & -2407 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2407 & 3358 & -951 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -951 & 951 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.3)$$

Esta matriz \mathbf{K} se obtiene a partir de los coeficientes de rigidez asociados a cada piso como

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -k_3 & k_3 + k_4 & -k_4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -k_4 & k_4 + k_5 & -k_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -k_5 & k_5 + k_6 & -k_6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -k_6 & k_6 + k_7 & -k_7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -k_7 & k_7 \end{bmatrix} \quad (5.4)$$

cuyos valores específicos son

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ k_6 \\ k_7 \end{bmatrix} = 10^6 \begin{bmatrix} 2005 \\ 1544 \\ 1457 \\ 1336 \\ 1242 \\ 2407 \\ 951 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.5)$$

La matriz \mathbf{C} también debiera tener la misma forma tridiagonal que la matriz \mathbf{K} , pero con el fin de obtener unos coeficientes de amortiguación modales todos iguales 0,05, se determinó que los valores de los elementos de \mathbf{C} debían ser

$$\mathbf{C} = 10^3 \begin{bmatrix} 3783 & -961 & -151 & -51 & -23 & -17 & -13 \\ -961 & 3300 & -1025 & -180 & -67 & -46 & -32 \\ -151 & -1025 & 3146 & -992 & -176 & -101 & -63 \\ -51 & -180 & -992 & 3005 & -915 & -265 & -125 \\ -23 & -67 & -176 & -915 & 3467 & -1590 & -305 \\ -17 & -46 & -101 & -265 & -1590 & 3298 & -912 \\ -13 & -32 & -63 & -125 & -305 & -912 & 1811 \end{bmatrix} [Ns/m] \quad (5.6)$$

Los parámetros modales de frecuencias, coeficientes de amortiguación y formas modales asociados a este sistema dinámico se resumen en la tabla 5.1.

TABLA 5.1. Parámetros modales teóricos.

		Parámetros modales teóricos						
Modo		1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°
Frecuencia [Hz]		1.998	5.887	8.984	11.810	15.087	17.755	19.326
Coef. Amort. (%)		5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00	5.00
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	Piso 2	2.255	1.918	1.411	0.765	-0.204	-1.167	-1.808
	Piso 3	3.479	2.116	0.520	-0.727	-0.939	0.824	3.083
	Piso 4	4.639	1.400	-0.985	-1.066	0.975	-0.304	-6.214
	Piso 5	5.635	-0.025	-1.530	0.578	0.035	-0.223	15.136
	Piso 6	5.993	-0.754	-0.950	0.864	-0.506	0.308	-13.252
	Piso 7	6.476	-2.139	1.871	-0.538	0.156	-0.063	2.217

Como puede apreciarse, la elección de la matriz **C** permitió que todos los coeficientes de amortiguación sean iguales a 0.05. Además, el elevado valor de la frecuencia fundamental de la estructura demuestra el carácter rígido de ella y su baja altura. Utilizando el sistema dinámico aquí descrito, se estudiará la efectividad de los tres métodos de identificación estimando los parámetros modales presentados en la tabla 5.1. Posteriormente se validará una metodología para combinar de manera inteligente las estimaciones de cada uno de los métodos.

Con el fin de estudiar el desempeño de un sistema AMS frente a deformaciones inelásticas, se creó un perfil de deformación para los coeficientes de rigidez asociados a cada piso. A fin de imitar lo que se ha visto en la práctica, este perfil buscará disminuir los coeficientes de rigidez a medida que los *drifts* sean mayores. La figura 5.1 muestra uno de estos perfiles. Para una completa descripción del perfil son necesario 3 parámetros: k_{o_i} , δ_o y δ_{max} . Donde k_{o_i} corresponde al valor inicial asociado a la rigidez de piso i , δ_o define el *drift* al cual la estructura comienza a dañarse y a cambiar su rigidez, y δ_{max} determina la tasa de cambio de la rigidez según el *drift* alcanzado. Un δ_{max} pequeño indicaría una estructura muy susceptible a dañarse y colapsar, mientras que un δ_{max} grande estaría asociado a una estructura resistente, análogo al caso típico de estudio donde las rigideces son invariantes. De esta manera, cada vez que el *drift* supere el valor δ_o , la rigidez del piso disminuirá según la pendiente del perfil de daño, y se mantendrá en el último valor de rigidez alcanzado hasta que el *drift* supere el nuevo δ_o . Para efecto de las simulaciones,

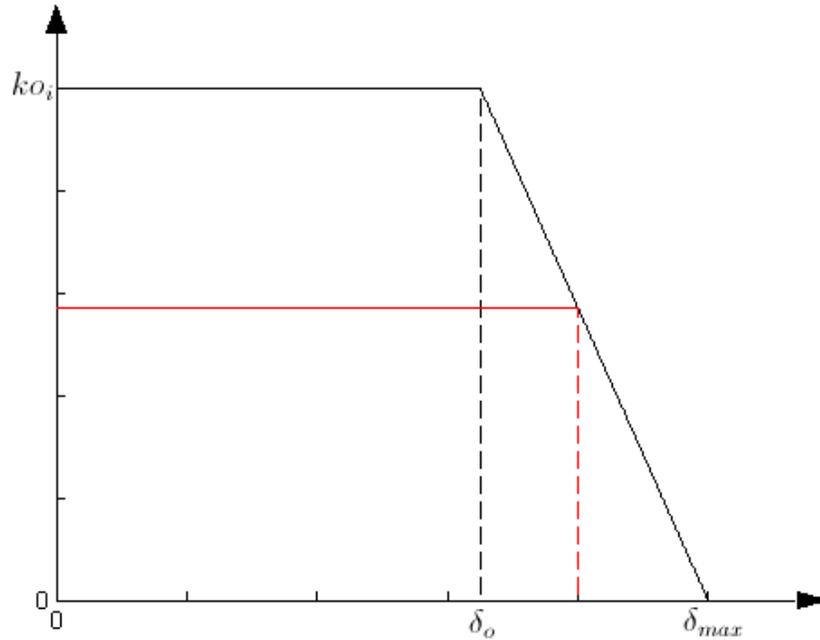


FIGURA 5.1. Perfil de daño.

los ko_i iniciales serán los valores de los coeficientes de rigidez originales asociados a cada piso, definidos en (5.5), ésto es

$$\mathbf{K} = 10^6 \begin{bmatrix} ko_1 \\ ko_2 \\ ko_3 \\ ko_4 \\ ko_5 \\ ko_6 \\ ko_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ k_6 \\ k_7 \end{bmatrix} = 10^6 \begin{bmatrix} 2005 \\ 1544 \\ 1457 \\ 1336 \\ 1242 \\ 2407 \\ 951 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.7)$$

La dinámica de daño aquí expuesta puede caracterizarse por el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales no lineal

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{X}(t))\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{X}_g(t) \quad (5.8)$$

donde $\mathbf{K}(\mathbf{X}(t))$ representa la rigidez del sistema en función de los *drifts* descritos a través de los desplazamientos $\mathbf{X}(t)$.

Para la etapa de identificación, los valores de los parámetros δ_o y δ_{max} no tendrán mayor importancia, pues las excitaciones gaussianas a utilizar serán de amplitudes muy pequeñas, lo que mantendrá los *drifts* en valores inferiores a δ_o (recordar que los métodos de identificación estudiados están enfocados para excitaciones ambientales, las que suelen tener amplitudes muy pequeñas). En otras palabras, en el proceso de identificación se utilizará el modelo estructural lineal e invariante en el tiempo, el cual no necesita de los parámetros δ_o y δ_{max} . Para la sección de diseño y sintonización de un AMS, los perfiles de todos los coeficientes de rigidez partirán con un $\delta_o = 0,0025$. Dicho valor es un umbral apropiado para estructuras rígidas, donde pequeños *drifts* pueden provocar importantes daños internos. Con el fin de estudiar cómo variarán los resultados para el diseño del AMS frente al parámetro δ_{max} , se considerarán 3 valores: $\delta_{max} = 4\delta_o$, $\delta_{max} = 4,5\delta_o$ y $\delta_{max} = 5\delta_o$.

Como también es de interés estudiar qué pasa cuando se diseña el AMS asumiendo que la estructura no se daña con los *drifts*, o en otras palabras que la matriz de rigidez \mathbf{K} es estática en el tiempo, se realizará el mismo estudio paramétrico para δ_{max} considerando las 4 estrategias de diseño presentadas.

5.2. Resultados de Estimaciones con Métodos de Identificación *Output-Only*

5.2.1. Estimaciones con Método Natural Excitation Technique and Eigensystem Realization Algorithm with Data Correlation (NExT-ERA/DC)

Las numerosas matrices involucradas en este método hace necesario tener que ajustar varios parámetros con el fin de obtener estimaciones precisas con un consumo de memoria apropiado y tiempos de cálculos aceptables. Las dimensiones de las matrices involucradas en el algoritmo juegan un papel fundamental en el costo computacional. Tal como se explicó en la descripción del método NExT-ERA/DC, elegir un r pequeño permite tener una descomposición SVD rápida. Aprovechando que el parámetro p no influye en la dimensión de la matriz de Hankel por bloques $\mathbf{HH}[h]$, (3.2.1), en casos de no obtener buenas estimaciones, su valor puede ser aumentado para incluir una mayor cantidad de datos y

así poder mejorar la estimación. En este caso de estudio se eligieron r y p iguales a 40. Con el fin de mantener una matriz de Hankel por bloques $\mathbf{HH}[h]$ lo suficientemente pequeña para no agotar los recursos computacionales, pero lo suficientemente grande como para obtener buenas estimaciones, se eligió $\alpha = 3$ y $\beta = 2$. Al parámetro γ se le asignó un valor de 5.

Para excitar la estructura se utilizaron 12 señales de ruido gaussiano de 30 minutos de duración, muestreadas a una frecuencia de 100 Hz. Con cada uno de ellas se procedió a estimar los parámetros modales de la estructura simulada. A continuación se presentarán los gráficos con las distintas frecuencias modales calculadas a partir de las matrices de estado A .

La figura 5.2(a) muestra el diagrama de estabilización con todas las frecuencias modales estimadas a partir de una sola excitación. El eje de las abscisas muestra la frecuencia en Hertz y el de las ordenadas la dimensión de la matriz A estimada.

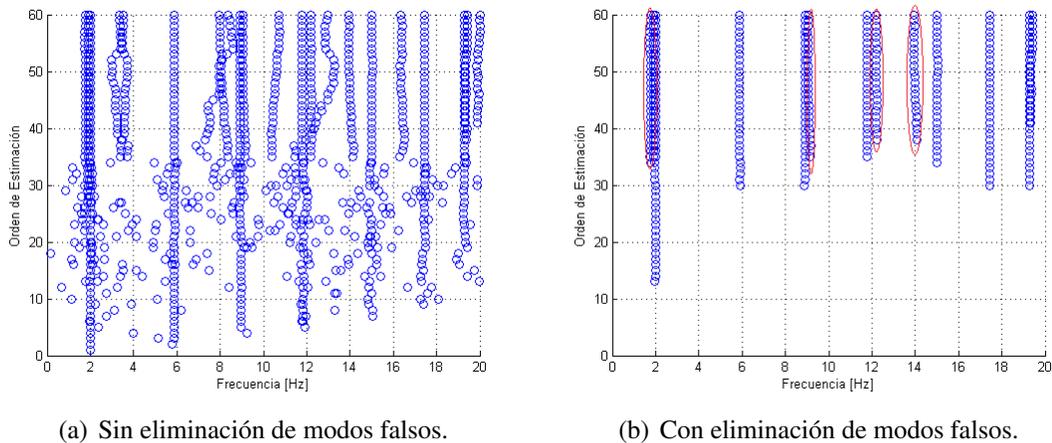


FIGURA 5.2. Diagramas de estabilización para NExT-ERA/DC.

Como puede apreciarse, el algoritmo estima muchos modos matemáticos que no tienen sentido físico para la estructura. Por ello, es necesario realizar una selección sistemática que elimine del diagrama aquellos que sean ficticios. El primer paso utilizado fue crear franjas que contuvieran todos los modos cercanos a una frecuencia, si uno de estos modos no caía dentro del rango aceptado de frecuencia se eliminaba. En este ejemplo

en particular se utilizó un rango de $\pm 0,25[Hz]$. Para eliminar aún más modos ficticios, a partir de los modos seleccionados en la etapa anterior, se procedió a eliminar todas las franjas creadas que contenían coeficientes de amortiguación consecutivos muy distintos, basado en que todos los modos encontrados en un franja correspondiente a algún modo real, contienen coeficientes de amortiguación muy parecidos. El último criterio empleado, fue comparar las formas modales de modos consecutivos dentro de una misma franja; si éstos resultaban muy distintos la franja era completamente eliminada. Para comparar las formas modales de 2 modos consecutivos se empleó el índice MAC entre ellas; si éste resulta inferior a cierto umbral (en este caso 0,2), entonces estos modos y toda su franja se elimina. Los resultados de aplicar estos 3 criterios para limpiar el diagrama de estabilización se muestran en la figura 5.2(b). Se observa que las 7 frecuencias del sistema dinámico fueron encontradas satisfactoriamente, sin embargo, los 3 criterios utilizados para descartar modos ficticios no fueron capaces de eliminar 4 franjas con modos falsos (seleccionadas en rojo). Se podría ajustar los umbrales de los criterios para hacerlos menos flexibles a la hora de aceptar modos, pero con ello se arriesga a eliminar franjas de modos reales. De contar con un modelo dinámico de la estructura, podrían utilizarse las frecuencias modales entregadas por él y así eliminar las franjas alejadas de éstas, ayudando a la tarea de limpieza. Otra manera de eliminar estos modos que lograron eludir los criterios de limpieza es utilizando las estimaciones proporcionadas por otros métodos, buscando coincidencias en los parámetros modales calculados.

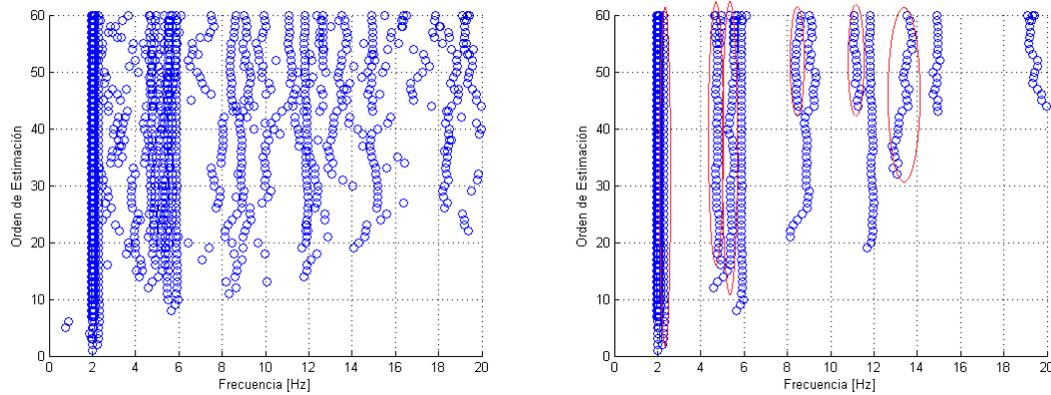
Los criterios de limpieza aquí presentados resultan muy intuitivos y fáciles de implementar, pero carecen de la robustez que les permitiría operar en una modalidad más automática. Para robustecer estos mecanismos de limpieza se han propuesto nuevas estrategias de análisis para los modos estimados (Ye et al., 2011b; Reynders & Roeck, 2008; Fan et al., 2007; Deraemaeker et al., 2008), demostrando su superioridad con respecto a los aquí utilizados. De cualquier forma, la combinación de resultados que se propone en este estudio permite robustecer las estimaciones, pero siempre a un nivel supervisado y no completamente automático.

La tabla 5.2 resume los resultados estadísticos de las estimaciones de parámetros (valores esperados y desviaciones estándar) de las 12 simulaciones con ruido blanco. Debido a que en la práctica sólo interesan los modos de mayor energía, i.e. los modos de frecuencias bajas, en este estudio se consideraron sólo los 3 primeros modos de vibración.

TABLA 5.2. Resultados estadísticos de estimación NExT-ERA/DC sin ruido.

Modo		Promedios			Desv. Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
	Frecuencia [Hz]	2.001	5.887	8.992	6.10E-03
	Coef. Amort. (%)	4.96	5.09	5.04	5.80E-03
	MAC	0.999	0.999	0.987	6.50E-03
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	2.254	1.915	1.436	
	Piso 3	3.479	2.114	0.579	
	Piso 4	4.638	1.400	-0.924	
	Piso 5	5.636	-0.022	-1.493	
	Piso 6	5.993	-0.749	-0.922	
	Piso 7	6.488	-2.128	1.888	

De los promedios presentados en la tabla 5.2, se puede observar la directa similitud con los valores teóricos de los parámetros modales de la tabla 5.1. Además, las desviaciones estándar ponderadas presentan una dispersión muy baja, lo que demuestra la precisión del método. Con el fin de evaluar el desempeño del método frente a señales ruidosas de los sensores, se agregó ruido gaussiano a las aceleraciones registradas en cada piso. Para ello se calculó una desviación estándar que asegurara un *SNR* igual a 1.5 para el registro de aceleración del último piso, el cual, dentro de todas las salidas es el que mayor amplitudes registra. Una vez determinada la desviación estándar, se agregó el ruido gaussiano a todas las demás salidas. Debido a que el *SNR* se calculó según las amplitudes de la señal del último piso, el *SNR* para las salidas de los pisos inferiores resultaron ser menores a 1.5, indicando una mayor presencia de energía de ruido que de señal. Las figuras 5.3(a) y 5.3(b) muestran el diagrama de estabilización antes y después de la limpieza de modos ficticios. Si bien de la figura 5.3(a) es posible distinguir las principales franjas de los modos de vibración, el factor del ruido en las mediciones complica el trabajo de limpieza. La figura 5.3(b) muestra la identificación de los 4 primeros modos de vibración (con 2 franjas de modos falsos seleccionados en rojo), donde los criterios de limpieza no fueron capaces



(a) Sin eliminación de modos falsos. (b) Con eliminación de modos falsos.

FIGURA 5.3. Diagramas de estabilización para NExT-ERA/DC con ruido en las mediciones.

de clasificar apropiadamente los últimos modos, pero debido al interés por estimar sólo los modos de vibración más bajos, no es particularmente perjudicial. En este caso, la tabla 5.3 resume la estadística obtenida luego de simular la estructura con 12 excitaciones de características gaussianas.

TABLA 5.3. Resultados estadísticos de estimación NExT-ERA/DC con ruido.

Modo		Promedios			Desv. Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
Frecuencia [Hz]		2.004	5.901	8.992	1.05E-02
Coef. Amort. (%)		5.04	4.86	4.59	8.20E-03
MAC		0.999	0.992	0.936	1.91E-02
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	2.184	1.881	1.476	
	Piso 3	3.381	2.086	0.426	
	Piso 4	4.490	1.407	-1.205	
	Piso 5	5.471	-0.072	-1.723	
	Piso 6	5.829	-0.718	-1.290	
	Piso 7	6.246	-2.049	2.051	

Tanto con como sin ruido, los parámetros modales pudieron ser efectivamente identificados. Un aspecto a destacar es que la estimación de los coeficientes de amortiguación resultó ser bastante robusta, pues la desviación estándar ponderada obtenida de las mediciones con ruidos, apenas fue mayor, pasando de 5.3E-03 a 8.2E-03. No así la estimación

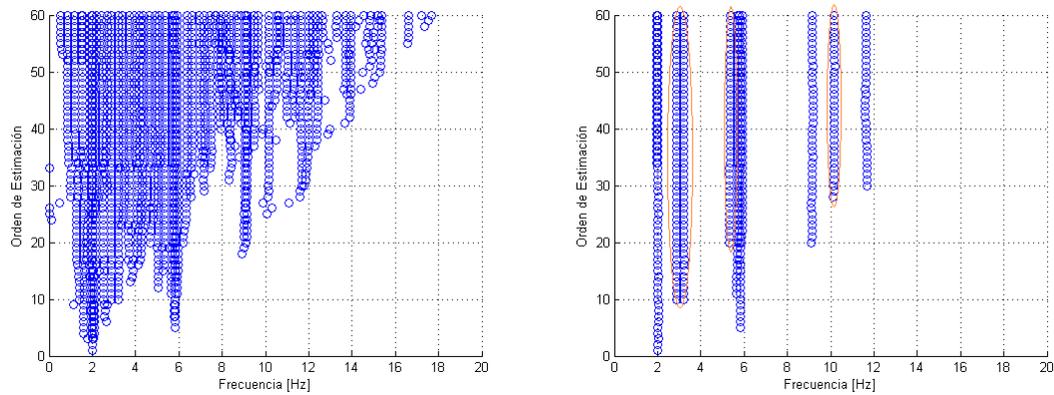
de las formas modales, donde los índices MAC asociados a éstas presentaron una desviación estándar ponderada que casi se triplica con respecto al caso sin ruido. Considerando que un valor SNR igual a 1.5 representa una cantidad no despreciable de ruido en la señal, la identificación de los parámetros modales con el métodos NExT-ERA/DC resultó ser bastante robusta en términos generales, pues a pesar de haber aumentado todas las desviaciones estándar ponderadas, sus valores fueron apreciablemente pequeños.

5.2.2. Estimaciones con Método Stochastic Subspace Identification (SSI)

Una de las ventajas que presenta la implementación de este método en comparación con el NExT-ERA/DC es que la cantidad de parámetros a definir y ajustar se reduce. Esta afirmación puede verificarse si se analiza la dimensión de la matriz de Toeplitz \mathbf{T}_h definida en (3.52), la cual depende principalmente del parámetro h , que indica cuantos bloques de matrices de correlación \mathbf{R}_h tendrá la matriz \mathbf{T}_h .

Gran parte de los recursos computacionales del método SSI los utiliza la descomposición SVD realizada a la matriz \mathbf{T}_h . Con el fin de encontrar un equilibrio entre la calidad de las estimaciones y el consumo de memoria y tiempo de ejecución, se decidió ocupar un valor de h igual a 90. Dado que el número de salidas n del sistema es 7, la dimensión de la matriz \mathbf{T}_h resultante fue de 630×630 .

Al igual que con NExT-ERA/DC, se procedió a estimar los parámetros modales con cada una de las 12 excitaciones gaussianas. La figura 5.4(a) muestra el diagrama de estabilización obtenido para una sola excitación. Si bien para esta excitación en particular se detectaron franjas importantes para los 4 primeros modos, los últimos 3 no pudieron ser identificados. Una manera de lograrlo hubiese sido aumentando el orden de estimación de la matriz A a un valor superior a 60, ver figuras en 5.4. Pero debido al interés de obtener sólo los modos de más bajas frecuencias y al aumento de los recursos computacionales, no se consideraron simulaciones con dimensiones mayores a 60. Similar a lo sucedido con el método NExT-ERA/DC, los criterios de limpieza basados en frecuencias, coeficientes de amortiguación e índices MAC no fueron capaces de eliminar todos los modos falsos



(a) Sin eliminación de modos falsos.

(b) Con eliminación de modos falsos.

FIGURA 5.4. Diagramas de estabilización para SSI.

del diagrama de estabilización, ver figura 5.4(b). Aún así, por inspección visual, comparación con resultados de otros métodos e información adicional entregada por modelos computacionales, éstos pueden ser fácilmente descartados. La adición de ruido en las mediciones tuvo consecuencias similares en la obtención de los diagramas de estabilización que las vistas con el método NExT-ERA/DC, donde la estimación de los modos de mayor frecuencia se vieron dificultadas.

Las tablas 5.4 y 5.5 muestran los resultados estadísticos de las 12 excitaciones gaussianas utilizando el método SSI sin y con ruido en las mediciones. La desviación estándar del ruido gaussiano añadido a las mediciones, fue elegido de tal manera que el SNR de las aceleraciones del último piso fuera igual a 1.5.

Los promedios presentados en las tablas demuestran la efectividad del método SSI estimando los parámetros modales, pues tanto con y sin ruido, dichos valores se acercan enormemente a los teóricos. La magnitud de las desviaciones estándar ponderadas también avalan el buen comportamiento del método, pues a pesar de haber sido mayores en el caso con ruido, mantienen valores relativamente bajos.

5.2.3. Estimaciones con Método Frequency Domain Decomposition (FDD)

Este método es uno de los más eficaces en la identificación de parámetros modales, debido a los buenos resultados que se obtienen y la sencillez de su implementación. Lo

TABLA 5.4. Resultados estadísticos de estimación SSI sin ruido.

Modo		Promedios			Dev, Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
Frecuencia [Hz]		2.003	5.897	8.991	9.10E-03
Coef. Amort. (%)		4.89	5.01	4.85	6.70E-03
MAC		0.999	0.998	0.978	9.90E-03
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	2.258	1.928	1.413	
	Piso 3	3.487	2.136	0.539	
	Piso 4	4.649	1.428	-0.950	
	Piso 5	5.649	0.004	-1.495	
	Piso 6	6.008	-0.726	-0.929	
	Piso 7	6.492	-2.114	1.843	

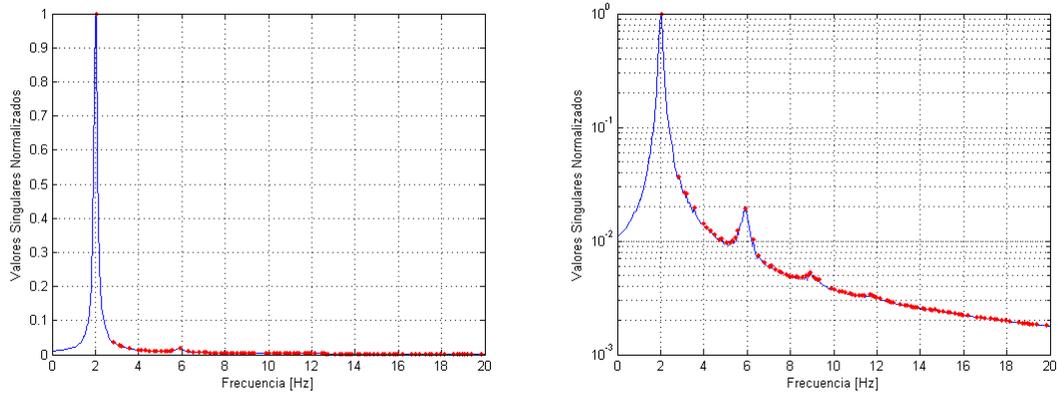
TABLA 5.5. Resultados estadísticos de estimación SSI con ruido.

Modo		Promedios			Desv. Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
Frecuencia [Hz]		2.006	5.897	8.882	1.49E-02
Coef. Amort. (%)		4.81	4.26	3.55	1.06E-02
MAC		0.999	0.979	0.919	3.45E-02
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	2.201	1.885	1.212	
	Piso 3	3.419	2.175	-0.392	
	Piso 4	4.561	1.389	-0.991	
	Piso 5	5.544	-0.066	-1.676	
	Piso 6	5.907	-0.675	-1.155	
	Piso 7	6.340	-2.073	1.776	

único que necesita son las matrices de densidades espectrales cruzadas de potencias, obtenidas a partir de las matrices de correlación entre los distintos canales de medición. Al igual que los otros 2 métodos anteriores, FDD también requiere de la descomposición SVD, pero en este caso aplicada a las matrices simétricas de densidades espectrales cruzadas de potencias. Al ser de dimensiones $n \times n$, donde n corresponde al número de mediciones o sensores utilizados, que en este caso de estudio corresponde a 7, la descomposición SVD es rapidísima, lo que permite emplear una gran cantidad de datos y así obtener una estimación más precisa.

Utilizando las mismas 12 excitaciones gaussianas se procedió a excitar la estructura de 7 pisos. La figura 5.5 muestra los valores singulares del primer elemento de la matriz S

obtenida de la descomposición SVD para mediciones sin ruido. Lo que se observa es una transformada de Fourier mejorada, pues la descomposición SVD se encarga de eliminar todos los elementos de baja energía que ensucian esta representación en el dominio de la frecuencia. Tanto la figura 5.5(a) como 5.5(b) muestran los mismos resultados normaliza-



(a) Valores singulares normalizados.

(b) Valores singulares normalizados en escala logarítmica.

FIGURA 5.5. Valores singulares de matrices de densidad espectral de potencia.

dos pero en distintas escalas. Con el fin de poder observar en mayor detalle los *peaks* de energía, se prefirió usar la escala logarítmica, ver figura 5.5(b). Los puntos rojos corresponden a todos los máximos locales que pudieran ser potenciales modos de vibración. De la figura 5.5(b) pueden distinguirse fácilmente 3 *peaks* asociados a los 3 primeros modos de vibración de interés.

Para automatizar el proceso de búsqueda, se implementaron varios criterios de limpieza que permitieron descartar los *peaks* menos tentativos. El primero de ellos consistió en eliminar todo *peak* cuya amplitud fuera menor a alguno adyacente, siempre y cuando tuvieran un MAC parecido. Esto último con el fin de evitar eliminar *peaks* correspondientes a modos distintos que tuviesen frecuencias modales similares. El segundo criterio consistió en calcular las pendientes positivas y negativas (izquierda y derecha) de cada máximo restante y eliminar aquellas que tuviesen valores muy pequeños. Esto porque los *peaks* producidos por las frecuencias de la señal con baja energía producen máximos de pequeñas amplitudes cuyas pendiente asociadas también son despreciables. La figura 5.6

muestra los mismos valores singulares que las figuras anteriores pero habiendo descartado todos los falsos *peaks*. Debido a los umbrales de decisión de los criterios usados, fueron eliminados todos los falsos *peaks* y los asociados al 4°, 5°, 6° y 7° modo de vibración.

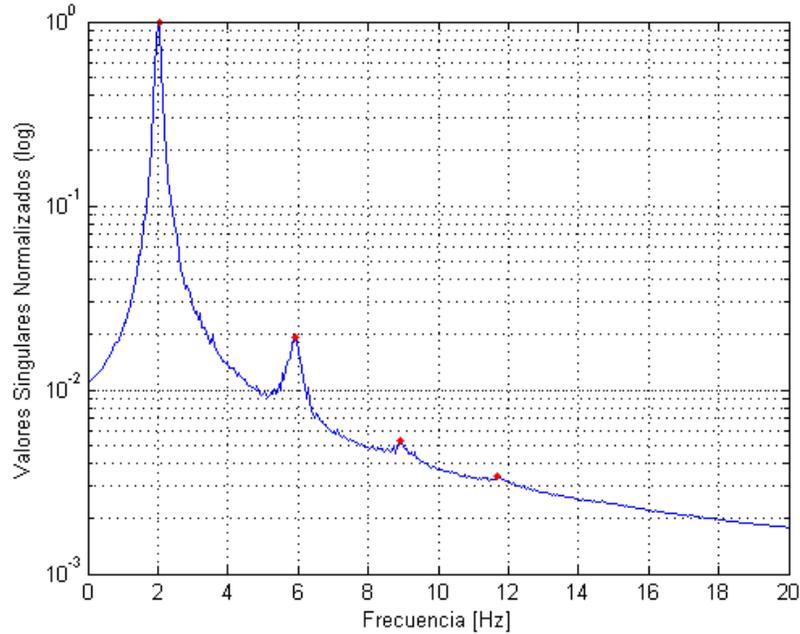


FIGURA 5.6. Valores singulares con falsos *peaks* eliminados.

Como se explicó en la sección que describe la teoría básica del método *Frequency Domain Decomposition*, las frecuencias estimadas se obtienen a partir de la ubicación de los máximos, ver figura 5.6, y las formas modales a partir del primer vector columna de la matriz V asociado a dicha frecuencia o valor singular. Para determinar los coeficientes de amortiguación ligados a los modos de vibración identificados, se deben extraer cada uno de los *peaks* por separado y aplicarles la transformada inversa de Fourier para obtener las curvas de decaimiento exponencial oscilatorio, ver figura 5.7. A la izquierda de la figura 5.7 se presentan los máximos seleccionados de los 3 modos encontrados y a la derecha sus transformadas inversas de Fourier. Para determinar los coeficientes de amortiguación a partir de estas curvas, se ajustaron funciones de decaimiento exponencial, descritas en (3.63), utilizando mínimos cuadrados. El parámetro ζ estimado para la

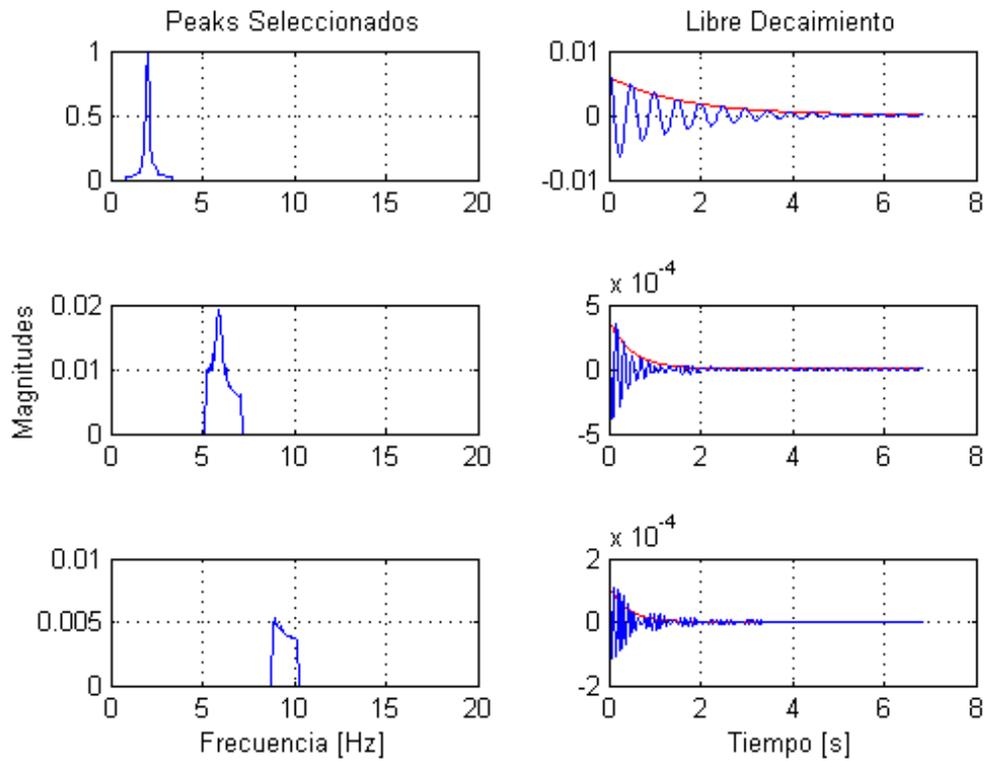


FIGURA 5.7. Extracción de *peaks* con sus transformadas inversas de Fourier.

función de decaimiento exponencial, corresponde al coeficiente de amortiguación buscado. Estas funciones ajustadas por mínimos cuadrados pueden observarse en rojo en las gráficas de la derecha de la figura 5.7.

Los resultados estadísticos de las estimaciones de todos los parámetros modales para las 12 excitaciones gaussianas sin ruido en las mediciones se presentan en la tabla 5.6.

Como puede observarse de los resultados de la tabla, los parámetros de los 3 primeros modos pudieron identificarse apropiadamente. Tanto los promedios de las frecuencias como las formas modales se asemejan mucho a los valores teóricos. Los coeficientes de amortiguamiento para el primer y segundo modo fueron correctamente identificados. No así el tercero, cuyo valor fue claramente subestimado. La razón de ello puede explicarse por lo débil que resultaron los *peaks* asociados a esa frecuencia, dificultando el ajuste de

TABLA 5.6. Resultados estadísticos de estimación FDD sin ruido.

Modo		Promedios			Desv. Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
Frecuencia [Hz]		1.996	5.880	8.964	6.60E-03
Coef. Amort. (%)		4.72	5.22	3.73	6.50E-03
MAC		0.999	0.995	0.971	1.46E-02
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	2.253	1.905	1.463	
	Piso 3	3.476	2.085	0.688	
	Piso 4	4.634	1.360	-0.691	
	Piso 5	5.629	-0.054	-1.229	
	Piso 6	5.986	-0.771	-0.738	
	Piso 7	6.468	-2.120	1.722	

la curva de decaimiento por mínimos cuadrados luego de aplicar la transformada inversa de Fourier.

La figura 5.8 muestra la misma señal procesada con el método FDD pero añadiendo ruido a las 7 mediciones. Nuevamente el método fue capaz de identificar los 3 modos de

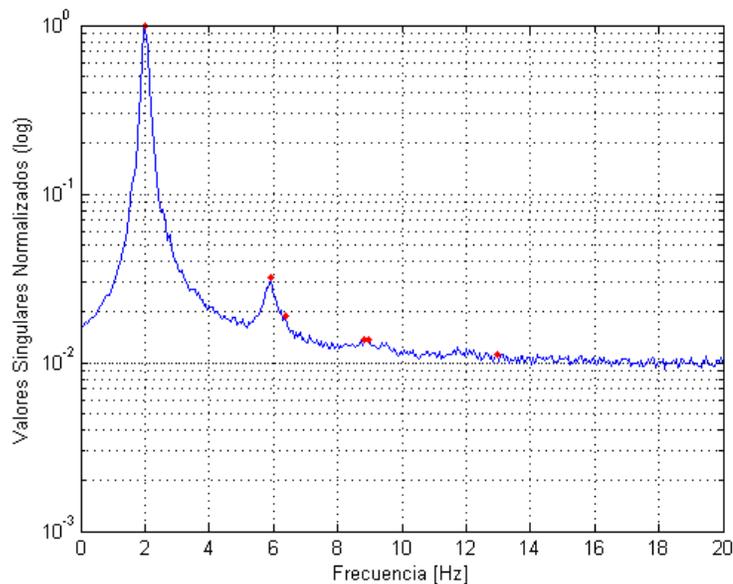


FIGURA 5.8. Peaks extraídos de los valores singulares con mediciones ruidosas.

vibración de interés, pero producto del ruido y los umbrales de decisión, no pudieron eliminarse varios falsos positivos. En la tabla 5.7 se presentan los resultados estadísticos de las estimaciones de los parámetros modales con ruido en las mediciones (SNR igual 1.5).

Analizando las estadísticas para los índices MAC, se aprecia un significativo deterioro de la estimación de las formas modales para los modos de menor energía (segundo y tercero). La desviación estándar ponderada aumentó más de 10 veces con respecto al caso sin rui-

TABLA 5.7. Resultados estadísticos de estimación FDD con ruido.

Modo		Promedios			Desv. Estándar ponderadas
		1°	2°	3°	
	Frecuencia [Hz]	2.012	5.878	8.958	1.14E-02
	Coef. Amort. (%)	4.78	5.97	3.54	9.20E-03
	MAC	0.993	0.706	0.301	2.74E-01
Formas	Piso 1	1.000	1.000	1.000	
	Piso 2	1.654	0.267	0.481	
	Piso 3	2.985	0.619	0.381	
	Piso 4	3.707	0.172	-0.251	
	Piso 5	4.452	-0.034	-0.161	
	Piso 6	4.965	-0.646	-0.596	
	Piso 7	4.878	-0.696	0.335	

do. Los coeficientes de amortiguación también sufrieron un deterioro producto del ruido pero en un menor grado. En este caso, el segundo y tercer modo tendieron a alejarse del valor teórico de 0.05, debido que el ruido añadido deteriora aún más las curvas de valores singulares, dificultando el ajuste por mínimos cuadrados luego de aplicar la transformada inversa de Fourier. Con respecto a las frecuencias modales, el método pudo estimarlas satisfactoriamente a pesar del ruido en las mediciones. Es de esperar que los resultados de las estimaciones mejorasen si la duración de las excitaciones fuesen más extensas, esto porque a mayor duración en el dominio del tiempo, más fina será la discretización de la frecuencia luego de la transformada de Fourier.

5.3. Resultados de Estimación de Parámetros Modales Mediante Múltiples Modelos

Con la finalidad de aprovechar las ventajas de cada método se desarrolló una estimación multimodelo. Utilizando una estructura de 7 grados de libertad, se estimaron sus parámetros modales empleando 3 métodos de identificación tipo *Output-Only* con 12 excitaciones de características gaussianas. La idea fue simular estas 12 excitaciones para cada método de identificación y a partir de sus estimaciones calcular las desviaciones

estándar respecto al valor teórico esperado. De los valores inversos de éstas se definieron los índices de confiabilidad IC, los que permitieron cuantificar el porcentaje de ponderación de las estimaciones de cada uno de los tres métodos. Para validar la estrategia multimodelo, se utilizó un conjunto de 12 excitaciones gaussianas diferente al usado para determinar las desviaciones estándar de los parámetros modales.

A continuación se presentará un análisis comparativo de los resultados para los distintos métodos identificación ocupados junto a la estrategia multimodelo propuesta.

5.3.1. Comparación de Resultados para la Estimación de Frecuencias Modales

Las tablas 5.8 y 5.9 muestran las estimaciones de frecuencias con los métodos NExT-ERA/DC, SSI y FFD sin ruido y con ruido en las mediciones respectivamente.

TABLA 5.8. Estimación de frecuencias $[Hz]$ sin ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICF
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	2.001	5.887	8.992	6.10E-03	0.385
SSI	2.003	5.897	8.991	9.10E-03	0.259
FFD	1.996	5.880	8.964	6.60E-03	0.356

TABLA 5.9. Estimación de frecuencias $[Hz]$ con ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICF
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	2.004	5.901	8.992	1.05E-02	0.382
SSI	2.006	5.897	8.882	1.49E-02	0.269
FFD	2.012	5.878	8.958	1.14E-02	0.349

Tanto con ruido como sin ruido las estimaciones de las frecuencias obtuvieron muy buenos resultados. Con todos los métodos, los promedios resultaron ser muy cercanos a los teóricos, y las bajas desviaciones estándar demostraron la precisión de todos ellos. A pesar de haber añadido un ruido con un SNR igual 1.5, los métodos resultaron bastante robustos y todos pudieron estimar satisfactoriamente las frecuencias modales. Las columnas ICF de las tablas 5.8 y 5.9 muestran los índices de confiabilidad para las frecuencias calculados a partir de las desviaciones estándar ponderadas según las fórmulas en (3.64). Los

TABLA 5.10. Estimación de frecuencias [Hz] con estrategia multimodelo.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas
	1°	2°	3°	
Multimodelo sin ruido	2.001	5.876	8.965	5.02E-03
Multimodelo con ruido	2.002	5.888	8.948	6.48E-03

resultados de validación usando estos ICF para la estimación multimodelo se presentan en la tabla 5.10.

Como puede apreciarse los resultados son muy parecidos a los teóricos, ver tabla 5.1, y si se comparan las desviaciones estándar ponderadas de las frecuencias calculadas a partir de los métodos NExT-ERA/DC, SSI y FDD, tablas 5.8 y 5.9, con las obtenidas mediante la estrategia multimodelo, estas últimas desviaciones resultaron ser más pequeñas. Estos resultados validan esta metodología de estimación para las frecuencias modales, parámetros que juegan un rol crucial en el correcto diseño y sintonización de dispositivos AMS, como se verá en la sección siguiente.

Dado que los ICF obtenidos tanto sin y con ruido resultaron ser bastante similares, para una implementación práctica podría considerarse un 38.3 % de ponderación para las frecuencias estimadas con el método NExT-ERA/DC, un 26.4 % de ponderación para el método SSI y un 35.3 % para FDD. Como puede observarse, los valores de los índices de confiabilidad son bastante parecidos tanto sin ruido como con ruido en las mediciones.

5.3.2. Comparación de Resultados para la Estimación de Coeficientes de Amortiguación Modales

Las tablas 5.11 y 5.12 muestran los resultados obtenidos con métodos.

TABLA 5.11. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) sin ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICE
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	4.96	5.09	5.04	5.80E-03	0.363
SSI	4.89	5.01	4.85	6.70E-03	0.314
FDD	4.72	5.22	3.73	6.50E-03	0.323

TABLA 5.12. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) con ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICE
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	5.04	4.86	4.59	8.20E-03	0.376
SSI	4.81	4.26	3.55	1.06E-02	0.290
FDD	4.78	5.97	3.54	9.20E-03	0.334

En el caso sin ruido, los 3 métodos estimaron satisfactoriamente los coeficientes de amortiguación modales. El método FDD tuvo un buen comportamiento estimando los 2 primeros modos, pero el ajuste por mínimos cuadrados del coeficiente del tercer *peak* fue claramente subestimado; la adición de ruido tuvo el mismo afecto. Los coeficientes de amortiguación del segundo y tercer modo tendieron a disminuir con los tres métodos, excepto el segundo coeficiente estimado con el método FDD que tendió a ser sobrestimado. Dada la similitud de las desviaciones estándar ponderadas, tanto para las identificaciones sin y con ruido, los índices de confiabilidad para el amortiguamiento o ICE, resultaron ser bastante parecidos. En términos prácticos podría decirse que cuando se desee estimar los coeficientes de amortiguación, los resultados obtenidos del método NExT-ERA/DC deberán ponderarse en un 37 % y los del método SSI y FDD en un 30.2 % y 32.8 respectivamente. La tabla 5.13 muestra los resultados de validación obtenidos con la estrategia multimodelo estimando los coeficientes de amortiguación.

TABLA 5.13. Estimación de coeficientes de amortiguación (%) con estrategia multimodelo.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas
	1°	2°	3°	
Multimodelo sin ruido	5.01	5.05	4.58	3.86E-03
Multimodelo con ruido	5.06	4.90	4.51	4.52E-03

Tal como indican los resultados, esta estrategia pudo estimar muy precisamente los parámetros del primer y segundo modo, tanto con ruido como sin él. Debido a la menor energía presente para el tercer modo, su estimación tendió a ser subestimada. Las desviaciones estándar ponderadas obtenidas con esta estrategia multimodelo, demuestra su efectividad, pues comparadas con las obtenidas de los propios métodos, resultaron ser menores.

5.3.3. Comparación de Resultados para la Estimación de Formas Modales

Finalmente se tienen los resultados de las estimaciones de las formas modales. Las tablas 5.14 y 5.15 muestran los resultados comparativos de los índices MAC asociados a la estimación de las formas modales.

TABLA 5.14. Índices MAC para la estimación de formas modales sin ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICM
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	0.999	0.999	0.987	6.50E-03	0.478
SSI	0.999	0.998	0.978	9.90E-03	0.311
FDD	0.999	0.995	0.971	1.46E-02	0.211

TABLA 5.15. Índices MAC para la estimación de formas modales con ruido en las mediciones.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas	ICM
	1°	2°	3°		
NExT-ERA/DC	0.999	0.992	0.936	1.91E-02	0.616
SSI	0.999	0.979	0.919	3.45E-02	0.342
FDD	0.993	0.706	0.301	2.74E-01	0.042

Para el caso de las mediciones sin ruido, los resultados de las estimaciones de las formas modales, reflejados en los índices MAC, muestran valores muy cercanos a uno (indicando mucha similitud entre las formas estimadas y las teóricas). Viendo los índices de confiabilidad MAC o ICM, las peores estimaciones fueron obtenidas con el método FDD, ponderando un 21.1 %. Los demás métodos presentaron excelentes resultados, alcanzando una ponderación de 47.8 % para NExT-ERA/DC y un 31.1 % para el método SSI. En el caso de mediciones con ruido, tabla 5.15, todos los índices MAC empeoraron sus resultados alejándose del valor unitario, siendo el método FDD el que peor desempeño obtuvo, cuya desviación estándar ponderada resultó en más de un orden de magnitud mayor que los demás métodos y que el caso sin ruido, ponderando apenas un 4.3 %. Estos resultados demuestran que los métodos NExT-ERA/DC y SSI son los más precisos y también robustos frente al ruido a la hora de estimar las formas modales. Los ICM no siguieron el mismo patrón presentado para los ICF y ICE, donde tanto para las identificaciones sin y con ruido, las ponderación resultaron prácticamente iguales. La tabla 5.16 muestra los

resultados estadísticos de los índices MAC obtenidos de la etapa de validación al aplicar los ICM de las tablas 5.14 y 5.15 para mediciones sin ruido y con.

TABLA 5.16. Índices MAC para la estimación de formas modales con estrategia multimodelo.

Modo	Promedios			Desv. Estándar ponderadas
	1°	2°	3°	
Multimodelo sin ruido	0.999	0.999	0.998	6.87E-04
Multimodelo con ruido	0.999	0.996	0.952	1.22E-02

Los promedios de los MAC obtenidos con la estrategia multimodelo acercaron los valores a uno. Además, las desviaciones estándar ponderadas demostraron una mejora en la calidad de las estimaciones en comparación a los otros métodos, ver tablas 5.14 y 5.15, validando la estrategia multimodelo. Es importante recalcar lo sensible que resultaron las estimaciones de las formas modales al ruido, pues como puede apreciarse de la tabla 5.16, las desviaciones estándar ponderadas aumentaron en casi dos ordenes de magnitud al añadir ruido en la mediciones.

Para una implementación práctica, si las mediciones fueran de buena calidad con un alto SNR , las ponderaciones tentativas serían de 47.8 % para el método NExT-ERA/DC, 31.1 % para SSI y un 21.1 % para FDD. De contar con una cantidad importante de ruido en las mediciones (del orden de un SNR igual 1.5), la ponderación a elegir sería de 61.6 % para el método NExT-ERA/DC y 34.2 % para el SSI y 4.2 % para FDD. Otra alternativa sería eliminar completamente las estimaciones de las formas modales con el método FDD y ponderar sólo con los métodos NExT-ERA/DC y SSI tanto para los casos con poco ruido como para señales ruidosas. Si esta fuera la alternativa elegida, una ponderación tentativa podría ser de 60 % para el método NExT-ERA/DC y 40 % para SSI.

5.4. Resultados del Diseño y Sintonía de un AMS

Con el fin de obtener los parámetros K_d y C_d del AMS, se propusieron 4 estrategias de diseño diferentes. La primera basada en el promedio de los mínimos encontrados para cada excitación (P), la segunda en la intersección de subsuperficies (IS) y la tercera

basada en los centros de gravedad ponderados de las subsuperficies según el inverso de sus áreas (CGPS). Además se consideraron 3 valores distintos para el peso de la masa amortiguadora M_d equivalentes al 1 %, 1.5 % y 2 % de la masa total de la estructura. La razón entre la masa del AMS y la masa total de la estructura sin AMS se denominará μ , y matemáticamente se describirá como

$$\mu = M_d/M_{total} \times 100 \quad (5.9)$$

Para trabajar con el sistema AMS, las ecuaciones y parámetros presentados en la sección 4.1 debieron ser extendidos tal como si se estuviera añadiendo un piso más a la estructura, quedando un sistema de 8 grados de libertad descrito como

$$\mathbf{M} = 10^3 \cdot \text{diag}(430, 430, 430, 425, 425, 425, 450, M_d)[kg] \quad (5.10)$$

$$\mathbf{K} = 10^6 \begin{bmatrix} 3549 & -1544 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1544 & 3001 & -1457 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1457 & 2793 & -1336 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1336 & 2578 & -1242 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1242 & 3649 & -2407 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2407 & 3358 & -951 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -951 & 951 + K_d & -K_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_d & K_d \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.11)$$

$$\mathbf{C} = 10^3 \begin{bmatrix} 3783 & -961 & -151 & -51 & -23 & -17 & -13 & 0 \\ -961 & 3300 & -1025 & -180 & -67 & -46 & -32 & 0 \\ -151 & -1025 & 3146 & -992 & -176 & -101 & -63 & 0 \\ -51 & -180 & -992 & 3005 & -915 & -265 & -125 & 0 \\ -23 & -67 & -176 & -915 & 3467 & -1590 & -305 & 0 \\ -17 & -46 & -101 & -265 & -1590 & 3298 & -912 & 0 \\ -13 & -32 & -63 & -125 & -305 & -912 & 1811 + C_d & -C_d \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -C_d & C_d \end{bmatrix} [Ns/m] \quad (5.12)$$

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}}(t) + \mathbf{K}(\mathbf{X}(t))\mathbf{X}(t) = -\mathbf{M}\mathbf{1}\ddot{X}_g(t) \quad (5.13)$$

Donde los parámetros M_d , K_d y C_d deben ser apropiadamente escalados debido a los factores de 10^3 y 10^6 que multiplican las matrices \mathbf{M} , \mathbf{K} y \mathbf{C} . Hay que recordar que la matriz \mathbf{K} es variable en el tiempo producto de su dependencia con los *drifts* (sección 4.1). Con el objetivo de comparar los resultados, también se decidió implementar las estrategias de diseño P, IS y CGPS cuando la matriz \mathbf{K} fuese estática y carezca del perfil de daño mostrado en la figura 5.1. Esto permitirá determinar cuán beneficioso puede resultar ser la incorporación de daño en las simulaciones.

A continuación se presentan las tablas con los K_d y C_d obtenidos con los 3 métodos de diseño. En total se utilizaron 10 registros de terremotos chilenos, 5 correspondientes al terremoto de Santiago de 1985, y 5 para el terremoto de Concepción del 2010. Las filas de las tablas contendrán los distintos valores del parámetro δ_{max} , el cual refleja cuan rápido decaen los coeficientes de rigidez frente a los *drifts*. Las columnas separan las distintas masas del AMS consideradas en el análisis. Para cada recuadro de las tablas se tiene a la izquierda el valor de K_d (o C_d) obtenido del diseño con una matriz de rigidez \mathbf{K} variable, y a la derecha con una estática.

Las tablas 5.17, 5.18 y 5.19 muestran los resultados obtenidos para la rigidez K_d del AMS utilizando los métodos P, IS y CGPS respectivamente.

TABLA 5.17. Valores de K_d obtenidos con método P.

	$K_d 10^6$ [N/m] (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	4.525/4.558	6.851/6.812	8.836/9.049
$4,5\delta_o$	4.531/4.558	6.829/6.812	8.794/9.049
$5\delta_o$	4.528/4.558	6.590/6.812	9.139/9.049

TABLA 5.18. Valores de K_d obtenidos con método IS.

	$K_d 10^6$ [N/m] (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	4.174/4.220	6.599/6.442	8.700/8.684
$4,5\delta_o$	4.220/4.220	6.554/6.442	8.732/8.684
$5\delta_o$	4.305/4.220	6.562/6.442	8.764/8.684

Como puede apreciarse de los resultados de las tablas, el parámetro que mayor impacto tiene en los valores de K_d es la razón de masa μ del AMS. Como es sabido, a

TABLA 5.19. Valores de K_d obtenidos con método CGPS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	$K_d 10^6$ [N/m] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	4.516/4.730	6.449/6.476	8.509/8.442
$4,5\delta_o$	4.471/4.730	6.437/6.476	8.528/8.442
$5\delta_o$	4.523/4.730	6.439/6.476	8.530/8.442

mayor masa mayor deberá ser la rigidez K_d del AMS para mantener el periodo de oscilación. En cambio, el parámetro δ_{max} , no tuvo mayor influencia en los valores de K_d encontrados. Sí es necesario indicar que para valores más pequeños de δ_{max} , ejemplo $\delta_{max} = 3,5\delta_o$, la estructura hubiese resultado completamente dañada. Esto puede explicarse por el fenómeno de retroalimentación positiva que ocurre con la rigidez global del sistema, pues los *drifts* hacen que la rigidez disminuya y al ser la estructura más elástica, los desplazamientos serán mayores y en consecuencia también los *drifts*. Y nuevamente, dado que los *drifts* son mayores, más daño habrá y la rigidez global disminuirá. Por esta razón se decidió trabajar con un $\delta_{max} = 4\delta_o$ como mínimo, de manera de asegurar la integridad estructural al final de las simulaciones.

Las tablas 5.20, 5.21 y 5.22 muestran los resultados obtenidos para el amortiguamiento C_d del AMS utilizando los mismos 3 métodos.

TABLA 5.20. Valores de C_d obtenidos con método P.

$\delta_{max} \backslash \mu$	$C_d 10^3$ [N·s/m] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	10.58/9.07	29.21/30.46	49.81/57.22
$4,5\delta_o$	8.54/9.07	24.15/30.46	51.60/57.22
$5\delta_o$	9.95/9.07	24.24/30.46	58.09/57.22

TABLA 5.21. Valores de C_d obtenidos con método IS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	$C_d 10^3$ [N·s/m] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	41.84/30.62	53.02/47.85	78.04/78.92
$4,5\delta_o$	38.52/30.62	61.33/47.85	77.75/78.92
$5\delta_o$	37.29/30.62	56.71/47.85	75.40/78.92

Nuevamente el parámetro de diseño más influyente en los valores de C_d fue la razón de masa μ del AMS. Los distintos valores de δ_{max} tampoco tuvieron un efecto muy significativo en los amortiguamientos C_d . El método que entregó los mayores valores de C_d

TABLA 5.22. Valores de C_d obtenidos con método CGPS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	$C_d 10^3$ [N·s/m] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	15.33/14.80	35.89/35.98	56.96/65.02
$4,5\delta_o$	14.06/14.80	35.20/35.98	55.93/65.02
$5\delta_o$	15.99/14.80	34.82/35.98	57.19/65.02

fue el de intersección de subsuperficies o IS. A su vez, el método que obtuvo menores amortiguamiento fue el método de los promedios P. Para una misma columna, tanto en las tablas para K_d y C_d , los resultados presentados a la derecha de cada recuadro (relacionados con el análisis de una matriz \mathbf{K} estática) fueron siempre iguales, debido a que la matriz \mathbf{K} es insensible a cambios en δ_{max} al ser invariable.

Una vez obtenidos los K_d y C_d con los distintos métodos se procedió a evaluar y validar el desempeño del AMS. Para ello se emplearon 11 registros pertenecientes a los terremotos de 1985 y 2010 de Chile diferentes a los utilizados en la etapa anterior. Para cuantificar el desempeño del AMS según los resultados de las tablas 5.17, 5.18, 5.19, 5.20, 5.21 y 5.22, se utilizó el índice MDR (*Maximum Drift Reduction*) definido en (4.5), y su desviación estándar. De esta manera para cada combinación de K_d y C_d se simularon 11 terremotos, de los que se obtuvieron los MDR y su desviación estándar. Esta última, como ya se mencionó, será utilizada para determinar la robustez de las estrategias de diseño P, IS y CGPS.

Las tablas 5.23, 5.24 y 5.25 muestran los promedios de los índices MDR obtenidos con cada uno de los 3 métodos de diseño P, IS y CGPS respectivamente. Nuevamente cada recuadro de las tablas entrega 2 valores, el de la izquierda asociado a la simulación con una matriz \mathbf{K} variable y el de la derecha a una estática.

TABLA 5.23. Índice MDR obtenidos con método P.

P	MDR (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$\delta_{max} \backslash \mu$			
$4\delta_o$	10.8/8.8	16.3/16.7	20.5/20.7
$4,5\delta_o$	7.2/6.9	13.6/14.9	18.7/18.6
$5\delta_o$	7.7/6.4	14.5/14.4	17.8/17.9

TABLA 5.24. Índice MDR obtenidos con método IS.

IS	MDR (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	19.7/19.1	20.6/20.9	23.7/23.8
$4,5\delta_o$	16.8/16.6	18.8/18.5	21.1/21.3
$5\delta_o$	15.1/15.7	17.7/17.6	20.1/20.4

TABLA 5.25. Índice MDR obtenidos con método CGPS.

CGPS	MDR (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	13.1/9.7	19.5/19.4	23.0/23.9
$4,5\delta_o$	11.2/7.7	17.4/17.2	20.4/21.3
$5\delta_o$	10.1/7.2	16.6/16.5	19.6/20.4

De las tablas 5.23, 5.24 y 5.25, el método que obtuvo los mejores desempeños fue el IS (intersección de subsuperficies). Como era de esperarse, a mayor masa del AMS mejores desempeños se lograron, alcanzando casi un 24 % en el caso de un $\mu = 2\%$. Con respecto al parámetro δ_{max} , los desempeños tendieron a empeorar al aumentar la tolerancia al daño por *drift* (mayor δ_{max}). En otras palabras, mientras más sensible al daño es la estructura, mejores desempeños se obtienen, ya que una estructura muy susceptible al daño obtendrá mayores beneficios de un sistema disipador de energía que una estructura insensible a éste.

Ahora, comparando los resultados según la matriz \mathbf{K} , en un principio era de esperarse que un diseño basado en simulaciones con la matriz \mathbf{K} variable tuviese un impacto apreciable en el desempeño del AMS diseñado. Pero tal como muestran los resultados de cada recuadro (MDR con \mathbf{K} variable/MDR con \mathbf{K} estática), los beneficios de considerar un escenario más real como es el caso de una estructura dañable, no obtuvo una mejora sustancial, y en ocasiones ni siquiera la tuvo. Mientras que para una razón de masa del 1 % los resultados mostraron un mejor desempeño con un \mathbf{K} variable, cuando la masa del AMS pasó a ser de un $\mu = 2\%$, los resultados obtenidos fueron levemente mejores con un \mathbf{K} estático. El caso con $\mu = 1,5\%$, obtuvo resultados dispares. La explicación podría estar en los C_d , pues casi en todos los casos que los C_d fueron mayores con un diseño con \mathbf{K} estático, los desempeños MDR también tendieron a serlos. Esto sucede porque un amortiguamiento más grande se traduce en mayor robustez para el AMS, asegurando un mejor

desempeño para un abanico más amplio de excitaciones (en este caso las 11 excitaciones de validación). Ahora, tanto si los resultados mejoraron o empeoraron, las diferencias siempre fueron pequeñas. En este sentido y considerando los tiempos de simulación, el diseño basado en un \mathbf{K} estático tendría su ventaja frente al diseño computacionalmente más costoso de una matriz \mathbf{K} variable. Las figuras 5.9 y 5.10 resumen los resultados presentados en las tablas 5.23, 5.24 y 5.25, comparando en gráficos de barra los desempeños de los distintos métodos de diseño empleados (P, IS y CGPS). La figura 5.9 muestra los resultados considerando el daño estructural en la etapa de diseño (\mathbf{K} variable), mientras que la figura 5.10 asume un \mathbf{K} estático.

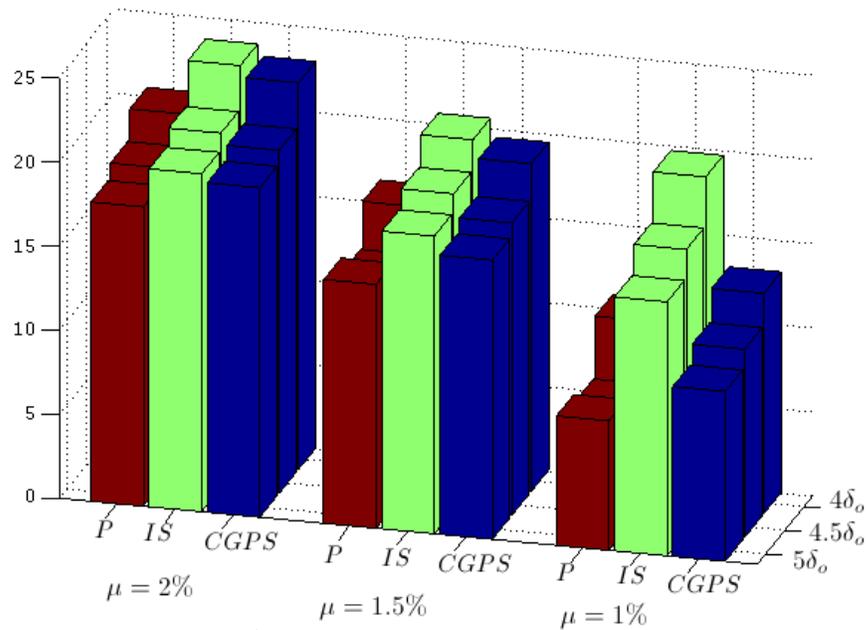


FIGURA 5.9. Índices MDR con matriz de rigidez \mathbf{K} variable.

Tal como se discutió, los gráficos evidencian el buen desempeño del método IS, tanto para razones de masa μ del 1%, 1.5% y 2%, como para δ_{max} del $4\delta_o$, $4.5\delta_o$ y $5\delta_o$, con o sin considerar daño en la estructura.

Además de estudiar los promedios obtenidos de los índices MDR, también se analizaron sus desviaciones estándar a fin de cuantificar la robustez de las estrategias de diseño. Las tablas 5.26, 5.27 y 5.28 muestran las desviaciones estándar para los 3 métodos de diseño y los 3 perfiles de daño según δ_{max} . Nuevamente cada recuadro entrega 2 valores,

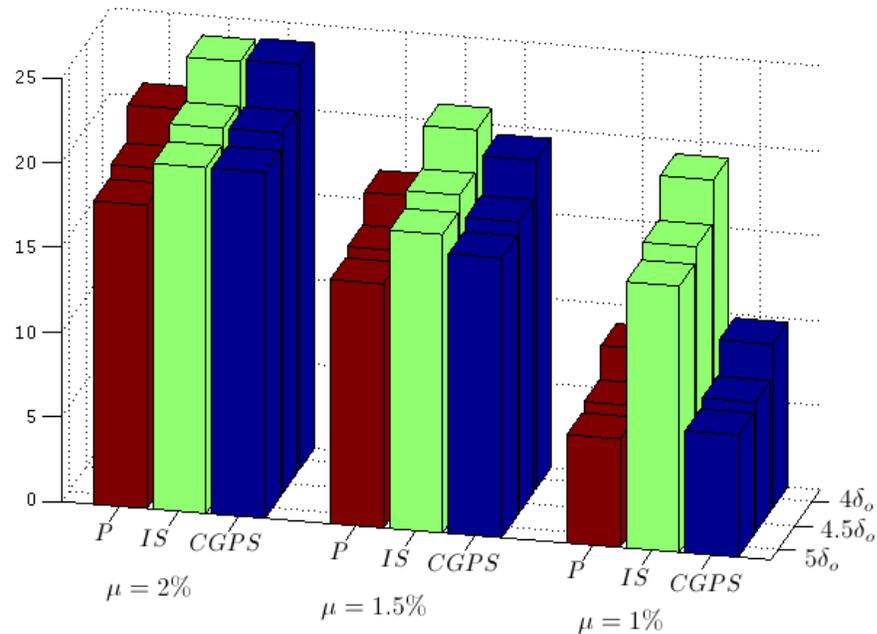


FIGURA 5.10. Índices MDR con matriz de rigidez \mathbf{K} estática.

a la izquierda la desviación estándar obtenida de simular la estructura con un perfil de daño y a la derecha con una matriz de rigidez estática.

TABLA 5.26. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método P.

P	Desv. est. (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	17.2/17.4	17.2/16.8	18.0/17.6
$4,5\delta_o$	15.5/15.5	15.7/14.6	15.7/15.4
$5\delta_o$	14.9/15.1	14.1/13.8	14.3/14.1

TABLA 5.27. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método IS.

IS	Desv. est. (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	12.2/12.9	14.1/14.0	15.8/15.7
$4,5\delta_o$	9.9/10.5	11.2/11.7	13.8/13.6
$5\delta_o$	9.2/ 9.8	10.5/10.8	12.8/12.5

Es claro que mientras menor sean las desviaciones estándar, mejor será el desempeño del AMS frente a un mayor número de escenarios diferentes, haciendo el sistema mucho más confiable. De las tres tablas presentadas, nuevamente fue el método IS el que menor valores obtuvo. También puede apreciarse que a mayor valor del parámetro δ_{max} menores

TABLA 5.28. Desviaciones estándar del índice MDR obtenidos con método CGPS.

CGPS	Desv. est. (Rigidez Variable / Estática)		
$\delta_{max} \backslash \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	16.1/17.7	16.5/15.3	16.5/15.9
$4,5\delta_o$	14.1/16.3	13.2/13.0	14.9/14.2
$5\delta_o$	13.4/15.8	12.3/12.1	13.8/13.2

son las desviaciones estándar obtenidas por los 3 métodos P, IS y CGPS. Esto se explica porque al ser más sensible la estructura al daño (menor valor de δ_{max}), el comportamiento del sistema se hace más impredecible. Comparando los resultados de cada recuadro, entre los valores obtenidos con la rigidez variable (izquierda) y los obtenidos con la rigidez estática (derecha), para una razón de $\mu = 1\%$ se obtuvieron desviaciones más pequeñas para el caso del sistema dañable (rigidez variable), lo que era de esperar. Pero para los casos correspondientes a de $\mu = 1,5\%$ y $\mu = 2\%$ las desviaciones estándar fueron más dispares. La explicación, al igual que para los resultados MDR, están en los mayores C_d obtenidos con la matriz de rigidez estática (sin daño) lo que daría mayor robustez al dispositivo.

Para una representación más visual, las figuras 5.11 y 5.12 resumen los resultados presentados en las tablas 5.26, 5.27 y 5.28, comparando en gráficos de barra las desviaciones estándar del índice MDR para los métodos de diseño P, IS y CGPS. La figura 5.11 muestra los resultados considerando el daño estructural en la etapa de diseño (**K** variable), mientras que 5.11 asume un **K** estático. De los gráficos resulta claro que el método IS es el que más redujo las desviaciones estándar, tanto para una matriz **K** variable o estática, obteniendo para una razón de masa $\mu = 1\%$, valores significativamente menores que sus pares P y CGPS.

Para explicar por qué el método IS obtuvo el mejor desempeño frente a las otras 2 estrategias basta con observar los amortiguamientos presentados en la tabla 5.21 asociados al método IS y comprarlos con los demás amortiguamientos de las tablas 5.20 y 5.22. Como puede apreciarse todos los amortiguamientos obtenidos con el método IS resultaron ser mayores que las otras estrategias. De allí que puede concluirse que para alcanzar una

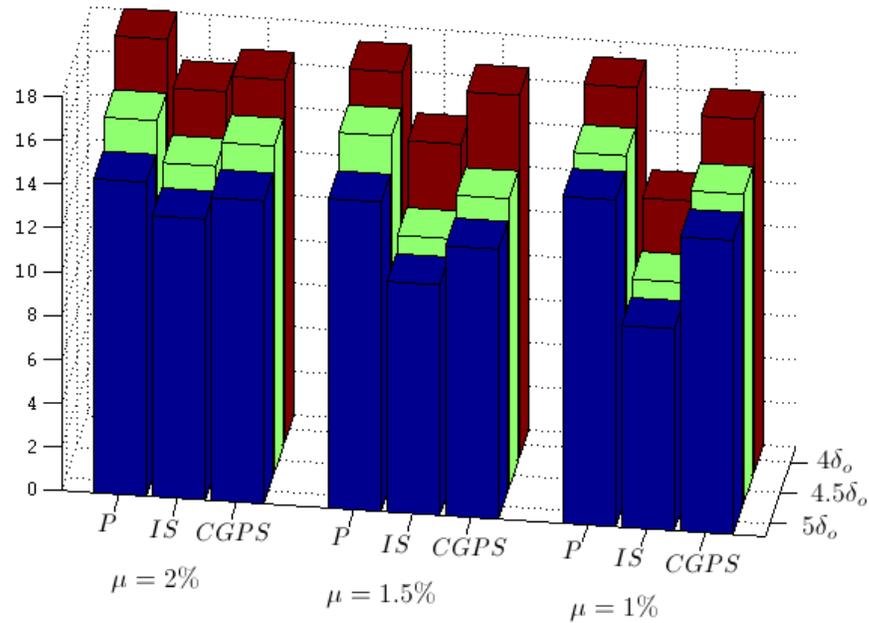


FIGURA 5.11. Desviaciones estándar del índice MDR con matriz de rigidez K variable.

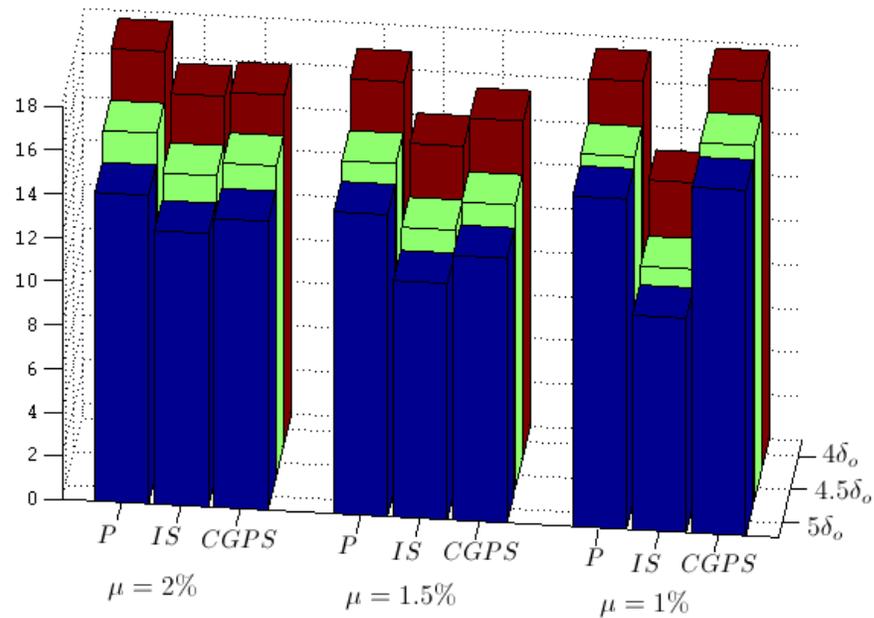


FIGURA 5.12. Desviaciones estándar del índice MDR con matriz de rigidez K estática.

mayor robustez en el diseño del AMS, los amortiguamiento deberán siempre sobrestimarse. La misma razón explica el hecho de por qué para una masa del AMS igual al 2 % del total, los resultados fueron mejores cuando la matriz de rigidez se eligió estática, tal como puede observarse de las columnas concernientes al 2 % de las tablas 5.20, 5.21 y 5.22, en

que todos los valores de la derecha resultaron ser mayores a los de la izquierda asociados a una rigidez variable. La razón de ello es inherente a la función objetivo utilizada basada en *drifts* máximos, que origina mayores amortiguamientos cuando se considera una matriz de rigidez \mathbf{K} estática.

A fin de evaluar estadísticamente cómo afecta a los resultados una matriz de rigidez variable o estática, se realizó un test de hipótesis. El test permite demostrar si hay suficiente evidencia estadística como para afirmar que el diseño de AMS que considera el daño en la estructura es efectivamente mejor. Dado que las desviaciones estándar son desconocidas y que la cantidad de datos es pequeña (11 valores MDR para \mathbf{K} variable y estática) se utilizó la distribución *t-Student*. El nivel de significancia empleado fue $\alpha = 5\%$. Las variables aleatorias a comparar fueron los promedios MDR de rigidez variable y estática de cada recuadro de las tablas 5.23, 5.24 y 5.25 (promedio de 11 simulaciones en la etapa de validación). Definiendo las variables aleatorias \bar{X} como el índice MDR con rigidez variable, e \bar{Y} como el índice MDR con rigidez estática, cuyos valores esperados son μ_x y μ_y respectivamente, la declaración del test de hipótesis propuesta es

$$H_o : \mu_x = \mu_y \quad (5.14)$$

Como las desviaciones estándares teóricas σ_x y σ_y no son conocidas, serán estimadas de las muestras como

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{n - 1}} \quad s_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (Y_i - \bar{Y})^2}{m - 1}} \quad (5.15)$$

donde $n = 11$ y $m = 11$ corresponden al número de simulaciones empleadas en la etapa de validación con rigidez variable y estática respectivamente, s_x y s_y a las desviaciones estándar muestrales. De esta manera se define el estadístico T que permitirá aceptar o rechazar la hipótesis nula H_o como

$$T = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - (\mu_x - \mu_y)}{\sqrt{S_p^2(1/n + 1/m)}} \quad (5.16)$$

con S_p definido como

$$S_p^2 = \frac{(n-1)s_x^2 + (m-1)s_y^2}{n+m-2} \quad (5.17)$$

Entonces la hipótesis H_o será aceptada siempre y cuando

$$-t_{\alpha/2, n+m-2} \leq T \leq t_{\alpha/2, n+m-2} \quad (5.18)$$

donde $t_{\alpha/2, n+m-2} = t_{5/2, 20}$ corresponde al $100\alpha/2$ percentil superior para la distribución t-Student con $n+m-2$ grados de libertad. Siendo en este caso $t_{5/2, 20} = 2,086$, la hipótesis H_o será aceptada siempre y cuando

$$-2,086 \leq T \leq 2,086 \quad (5.19)$$

Los estadísticos T, \bar{X} e \bar{Y} se obtienen de las tablas con los índices MDR 5.23, 5.24 y 5.25, a \bar{X} se asignarán los valores a la izquierda de cada recuadro (MDR diseñado considerando daño) y a \bar{Y} los de la derecha. Las desviaciones estándar muestrales s_x y s_y , asociadas a cada \bar{X} e \bar{Y} , se obtienen de las tablas con las desviaciones estándar de los índices MDR 5.26, 5.27 y 5.28. Dado que el número de terremotos usados en la etapa de validación fueron 11, $n = m = 11$. Las tablas 5.29, 5.30 y 5.31 resumen los estadísticos T obtenidos

TABLA 5.29. Estadísticos T para diseño con método P.

$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	0.271	-0.055	-0.026
$4,5\delta_o$	0.045	-0.201	0.015
$5\delta_o$	0.203	0.017	-0.017

TABLA 5.30. Estadísticos T para diseño con método IS.

$\delta_{max} \setminus \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	0.112	-0.050	-0.015
$4,5\delta_o$	0.046	0.061	-0.034
$5\delta_o$	-0.148	0.022	-0.056

Como puede apreciarse de los resultados de las tablas, la totalidad de los estadísticos T se encontraron en la región definida en (5.19), por lo que la hipótesis H_o es aceptada con un nivel de significancia $\alpha = 5 \%$. En términos simples, no hay evidencia estadística

TABLA 5.31. Estadísticos T para diseño con método CGPS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	0.485	0.015	-0.130
$4,5\delta_o$	0.539	0.036	-0.145
$5\delta_o$	0.464	0.019	-0.139

suficiente como para afirmar que el diseño de AMS considerando daño en la estructura, haya obtenido mejores resultados que al no considerarlo. Tampoco se puede decir, por lo menos para el caso del AMS con 2 % de razón de masa, que el diseño sin considerar daño (matriz rigidez estática) haya obtenido mejores desempeño. En conclusión, estadísticamente los diseños con o sin daño (rigidez variable o estática) resultaron ser iguales. Las razones son, en primer lugar, que los MDR calculados fueron casi siempre muy parecidos (\mathbf{K} variable/estática), y en segundo lugar, que las desviaciones estándar no fueron lo suficientemente chicas como para respaldar si uno u otro método obtuvo mejores desempeños.

A continuación analizaremos los cambios en el periodo fundamental de la estructura, *drifts* máximos, las fuerzas amortiguadora y elástica aplicada al AMS y desplazamientos máximos del AMS. Todos estos fueron obtenidos a partir del diseño IS, cuyos resultados fueron los mejores y más confiables. La tabla 5.32 muestra los promedios en los cambios del periodo fundamental de la estructural sin AMS antes y después de los terremotos. Además, en el mismo recuadro se indica en términos porcentuales cuánto fue el cambio del periodo. También se incluyen los *drifts* máximos conseguidos por los pisos.

TABLA 5.32. Períodos iniciales y finales para estructura sin AMS con diseño IS y rigidez variable.

δ_{max}	Período Fundamental sin AMS (Inicial/Final).		
	$4\delta_o$	$4,5\delta_o$	$5\delta_o$
Periodos	0.501/0.534 (6.1 %)	0.501/0.525 (4.7 %)	0.501/0.521 (3.9 %)
Drifts Máximos	4.043E-03	3.838E-03	3.759E-03

Como puede apreciarse, tanto el periodo fundamental como el *drift* máximo resultaron sensibles al parámetro δ_{max} . El mayor cambio en el periodo fundamental ocurrió con un $\delta_{max} = 4\delta_o$, modificando su valor original en un 6.1 %. Debido a que estos valores son un promedio de 11 simulaciones, en ocasiones particulares se encontraron cambios

de más del 11 %. El *drift* máximo, al igual que el periodo, también obtuvo su mayor valor para $\delta_{max} = 4\delta_o$.

La tabla 5.33 muestra los promedios de los periodos fundamentales antes y después de los terremotos para la estructura con AMS. Estos resultados fueron obtenidos utilizando la estrategia de diseño IS con una matriz de rigidez **K** variable.

TABLA 5.33. Períodos iniciales y finales [s] para estructura con diseño IS y rigidez variable.

$\delta_{max} \setminus \mu$	Período Fundamental [s] con AMS (Inicial/Final).		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	0.558/0.568 (1.8 %)	0.557/0.569 (2.1 %)	0.566/0.580 (2.5 %)
$4,5\delta_o$	0.556/0.564 (1.5 %)	0.558/0.567 (1.6 %)	0.566/0.576 (1.9 %)
$5\delta_o$	0.552/0.559 (1.3 %)	0.558/0.565 (1.3 %)	0.565/0.574 (1.6 %)

Comparando los resultados de las tablas 5.32 y 5.33, resulta claro que la adición de un sistema AMS reduce el cambio porcentual del periodo fundamental. En este caso el máximo obtenido fue de 2.5 %, con $\delta_{max} = 4\delta_o$ y una razón de masa $\mu = 2\%$. Los resultados con una matriz de rigidez estática y el diseño IS fueron muy parecidos a los aquí presentados y se omitirán. La siguiente tabla muestra los *drifts* máximos obtenidos en la estructura con AMS. Cada recuadro muestra 2 valores, a la izquierda están los resultados del diseño IS con la matriz de rigidez **K** variable (con perfil de daño), y a la derecha aquellos obtenidos con un **K** estático.

TABLA 5.34. *Drifts* máximos alcanzados por la estructura con AMS.

$\delta_{max} \setminus \mu$	Drifts Máx. 10^{-3} (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	3.217/3.241	3.164/3.158	3.043/3.040
$4,5\delta_o$	3.186/3.193	3.098/3.113	3.008/3.002
$5\delta_o$	3.183/3.164	3.081/3.086	2.991/2.979

Al igual que los resultados de los índices MDR y desviaciones estándar, los *drifts* máximos aquí mostrados presentan resultados dispares. Se esperaba que con un diseño IS que considerara el perfil de daño de la estructura en la simulación (valores a la izquierda de cada recuadro), se obtuviesen *drifts* máximos más pequeños, pero como puede comprobarse de la tabla 5.34, en varias ocasiones no fue así. Ahora, tanto si el *drift* máximo

disminuyó o aumentó, la leve diferencia entre ellos hace indiferente la elección variable o estática de la matriz de rigidez a usar. Considerando la razón de masa μ del AMS, se observó que a mayor valor, menores fueron los *drifts* máximos conseguidos, lo que concuerda con la teoría, pues una mayor masa permite transferir una mayor energía, reduciendo las respuestas transitorias del edificio.

Las tablas 5.35, 5.36 y 5.37 muestran las fuerzas en kN involucradas en el desplazamiento del AMS. Al igual que antes, cada recuadro muestra 2 valores, el de la izquierda perteneciente al diseño IS con un perfil de daño para la estructura, y a la derecha el obtenido al utilizar un sistema sin daño.

TABLA 5.35. Fuerza amortiguadora F_c entregada al AMS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	F_c AMS [kN] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	98.46/81.20	120.2/112.1	156.9/158.2
$4,5\delta_o$	94.14/81.59	133.2/112.8	157.6/159.2
$5\delta_o$	93.11/81.79	127.1/113.1	155.2/160.0

TABLA 5.36. Fuerza Elástica F_k entregada al AMS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	F_k AMS [kN] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	805.2/922.6	1203.2/1224.9	1411.3/1403.7
$4,5\delta_o$	846.0/925.6	1143.2/1230.6	1420.5/1406.5
$5\delta_o$	876.6/927.0	1178.9/1233.3	1441.4/1408.7

TABLA 5.37. Fuerza Total ($F_T = F_k + F_c$) entregada al AMS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	F_T AMS [kN] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	810.9/925.8	1209.0/1229.7	1419.4/1412.0
$4,5\delta_o$	851.0/929.0	1150.3/1235.3	1428.5/1414.9
$5\delta_o$	881.3/930.4	1185.4/1238.1	1448.9/1416.9

Los resultados de las tablas 5.35 y 5.36, muestran que las mayores fuerzas aplicadas al AMS fueron para un μ del 2 %. Por la misma razón, la tabla 5.37 con las fuerzas totales también obtuvo las mayores fuerzas para el mismo μ . Analizando los valores obtenidos según el parámetro δ_{max} , las fuerzas no presentaron variaciones importantes. Según los

valores mostrados por las tablas 5.36 y 5.37, resulta evidente que la fuerza elástica o restitativa es la que ejerce mayor acción sobre el AMS. Entonces, es claro que el parámetro de rigidez del AMS, K_d , juega un importante papel en la correcta sintonización del AMS, y avala el hecho de haber tenido funciones objetivos mucho más sensibles al parámetro de rigidez K_d que al del amortiguamiento C_d . Por ello también, elegir valores grandes de C_d no perjudicaría mayormente el desempeño, es más, según lo observado lo mejora, pues hace al AMS más robusto.

Por último, la tabla 5.38 muestra el promedio de los máximos desplazamientos del AMS en centímetros. Al igual que antes, cada recuadro presenta a la izquierda y a la derecha los resultados de un diseño con y sin perfil de daño respectivamente.

TABLA 5.38. Desplazamientos máximos alcanzados por el AMS.

$\delta_{max} \backslash \mu$	Despl. Máx. AMS [cm] (Rigidez Variable / Estática)		
	1 %	1.5 %	2 %
$4\delta_o$	19.29/21.86	18.23/19.01	16.22/16.16
$4,5\delta_o$	20.05/21.93	17.44/19.10	16.27/16.20
$5\delta_o$	20.36/21.97	17.97/19.14	16.45/16.22

Como puede apreciarse, la masa M_d del AMS influyó claramente en la magnitud de los desplazamientos. Mientras que para un valor del 1 % de la masa total del edificio se obtuvieron desplazamientos en torno a los 20[cm], aumentando la razón de masa μ al 2 %, éste redujo su desplazamiento máximo promedio a 16[cm]. Los efectos del parámetro δ_{max} asociado a la rapidez de daño, también afectó los desplazamientos pero en menor escala. En general se observó que mientras mayor el valor de μ , mayores son los desplazamientos del AMS. Comparando los desplazamientos obtenidos del diseño con una matriz de rigidez variable (valor izquierdo de cada recuadro), se observa que éstos resultaron ser menores que su contraparte sin perfil de daño, por lo menos para los valores de μ igual al 1 % y 1.5 %. En el caso de M_d igual al 2 % de la masa total, los resultados beneficiaron al diseño basado en una matriz de rigidez estática, pero la disminución alcanzada es sólo algo mejor.

En términos generales se encontraron claras diferencias según la masa elegida. Los mejores desempeños se obtuvieron para una masa M_d equivalente al 2 % de la masa total.

Pero si se analiza desde el punto de vista costo-beneficio, la mejor opción consistiría en un $\mu = 1\%$ para el AMS (diseñado con estrategia IS). Pues al duplicar la masa del AMS no se consigue mejorar al doble el desempeño. Es más, duplicando la masa del AMS no sólo se incurre en un mayor volumen de materiales, también se debe mejorar su calidad, sin mencionar la ingeniería adicional que esto conlleva. Desde esta perspectiva, la mejor opción sería una masa del 1% del total. Si bien para los métodos P y CGPS el costo-beneficio es más parejo, el menor desempeño junto con la menor robustez no justifica utilizarlos.

Otro aspecto que no tuvo un efecto significativo en el desempeño del AMS, fue el considerar o no un perfil de daño (K variable/estático) en la etapa de diseño. Tal como indica el test de hipótesis realizado, no existe evidencia estadística como para afirmar que un diseño de AMS conseguirá mejores desempeños si se considera el daño estructural.

5.5. Resultados para la Construcción del Modelo Dinámico y Posterior Diseño de un AMS

A fin de validar las herramientas y métodos propuestos en este trabajo, ésta y la siguiente sección se encargarán de demostrar cómo la integración de *SHM* y *SC* puede resultar beneficiosa en un sistema estructural.

Los modelos computacionales, ya sean de parámetros distribuidos o no, siempre serán una poderosa herramienta para las distintas etapas involucradas en el diseño de un sistema estructural. Pero como bien es sabido, éstos son sólo aproximaciones, y en la realidad sus parámetros internos pueden ciertamente diferir de los computacionales. Es por eso la necesidad de identificar las propiedades estructurales como los parámetros modales post-construcción, y así emplearlos para la actualización y validación de los modelos computacionales. Siguiendo esta misma línea y utilizando el modelo estructural dinámico descrito en 5.1 sin AMS, se procederá a identificar sus parámetros modales mediante el método múltimodelo propuesto, para posteriormente construir un modelo que permita describir de manera aproximada la dinámica del sistema, a fin de usarlo como base para el

diseño de un sistema AMS. Si bien los métodos NExT-ERA/DC, SSI y FDD asumen un sistema lineal para la identificación, el modelo descrito en la sección 5.1 no cumple esta condición. Pero debido a que las excitaciones con las cuales se procederán a identificar los parámetros se asumirán como excitaciones ambientales (ruido blanco) de magnitudes pequeñas, el sistema se moverá dentro del rango lineal haciendo que el proceso de identificación no pierda validez.

Como ya se mencionó, para excitar la estructura se utilizó una señal de ruido blanco de media cero y desviación estándar 0,02. Fue muestreada a $100[Hz]$ con un total de 360000 muestras, lo que equivale a una hora de excitación. A las aceleraciones registradas se les añadió ruido de tal manera que el *SNR* fuese igual a 1,5, el mismo al utilizado en el análisis de los resultados de los métodos de identificación. Las tablas 5.39, 5.40, 5.41 y 5.42 resumen los parámetros modales estimados con cada uno de los 3 métodos

TABLA 5.39. Frecuencias $[Hz]$ estimadas.

	NExT-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	2.006	2.008	1.990	2.001
2° modo	5.885	5.890	5.908	5.895
3° modo	8.973	8.993	8.997	8.987

TABLA 5.40. Coeficientes de amortiguación (%) estimados.

	NExT-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	5.02	5.05	4.32	4.79
2° modo	5.35	5.32	4.59	5.09
3° modo	5.10	5.04	3.82	4.66

TABLA 5.41. Índices MAC para formas modales estimadas.

	NExT-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	0.999	0.999	0.999	0.999
2° modo	0.999	0.999	0.997	0.999
3° modo	0.999	0.999	0.857	0.999

Como puede apreciarse, los resultados obtenidos mediante la estrategia múltimodelo se asemejan mucho a los presentados en la tabla 5.1 con los valores teóricos. Producto de la menor energía presente en los registros de aceleraciones, o en otras palabras, a la dificultad de las entradas para excitar la planta en todos sus polos, los modos de mayor

TABLA 5.42. Formas modales estimadas por múltimodelo

Modos		
1°	2°	3°
1.000	1.000	1.000
2.241	1.945	1.367
3.478	2.105	0.480
4.627	1.386	-0.984
5.604	-0.057	-1.528
5.973	-0.852	-0.967
6.430	-2.127	1.864

frecuencia no fueron estimados. De todas maneras, los modos que mayor participación tienen en la dinámica de una estructura son los de menor frecuencia. Pero tal como se formuló el problema de diseño, entendiéndose por los perfiles de daño y la definición de la función objetivo basada en la minimización del *drift* máximo, resulta indispensable contar con todos los modos estimados. Por ello, los de mayor frecuencia que no fueron estimados, se asumieron conocidos e iguales a los determinados teóricamente. Esta es una desventaja de la metodología en estudio, la que puede remediarse con un replanteamiento del problema, en el que los perfiles de daños se adapten al número de modos estimados, al igual que los *drifts* de la función objetivo.

Para continuar, es necesario encontrar las matrices $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$ estimadas a partir de los parámetros modales identificados. El primer paso consiste en encontrar las masas modales de la matriz $\hat{\mathbf{M}}_m$ obtenida de (3.16). Como las formas modales son estimaciones, la matriz calculada a partir de (3.16) resulta ser no diagonal. Esto se solucionó forzando todos los elementos no pertenecientes a la diagonal de $\hat{\mathbf{M}}_m$ a ser igual a cero. A partir de las frecuencias y coeficientes de amortiguación estimados y las masas modales de la matriz $\hat{\mathbf{M}}_m$, se procedió a formar las matrices diagonales $\hat{\mathbf{C}}_m$ y $\hat{\mathbf{K}}_m$, ver (3.17) y (3.18).

El siguiente paso consistió en utilizar la matriz con las formas modales, tal como fue explicado en 3.19, y obtener las matrices $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$ buscadas. Una vez encontradas, se procedió a diseñar el sistema AMS utilizando la metodología IS (Intersección de Subsuperficies). A continuación se presentan las matrices $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$ estimadas y utilizadas para la etapa de diseño del AMS

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 429636 & 570 & 1908 & 1068 & 1538 & 3428 & -1731 \\ 570 & 431721 & 2463 & -724 & 186 & 5110 & 2400 \\ 1908 & 2463 & 433248 & 211 & -429 & 3562 & 207 \\ 1069 & -724 & 211 & 425742 & 362 & 1569 & -1138 \\ 1538 & 186 & -429 & 362 & 424047 & -2457 & -257 \\ 3428 & 5110 & 3562 & 1569 & -2457 & 419382 & -2738 \\ -1731 & 2400 & 207 & -1138 & -257 & -2738 & 451924 \end{bmatrix} [kg] \quad (5.20)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = 10^6 \begin{bmatrix} 3763,7 & -979,1 & -143,7 & -32,6 & -0,8 & 18,1 & -72,6 \\ -979,1 & 3279,6 & -1021,2 & -178,7 & -58,4 & 4,4 & -71,5 \\ -143,7 & -1021,2 & 3166,7 & -988,4 & -187,3 & -74,1 & -103,1 \\ -32,6 & -178,7 & -988,4 & 2997,2 & -935,3 & -264,7 & -123,1 \\ -0,8 & -58,4 & -187,3 & -935,3 & 3440,8 & -1618,5 & -257,1 \\ 18,1 & 4,4 & -74,1 & -264,7 & -1618,5 & 3243,8 & -905,8 \\ -72,6 & -71,4 & -103,1 & -123,1 & -257,1 & -905,8 & 1788,0 \end{bmatrix} [Ns/m] \quad (5.21)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = 10^6 \begin{bmatrix} 3540,6 & -1548,6 & 9,4 & 5,2 & -1,0 & 24,7 & -30,6 \\ -1548,6 & 2996,1 & -1452,9 & -19,2 & -25,7 & 38,0 & 8,5 \\ 9,4 & -1452,9 & 2810,6 & -1340,0 & -25,1 & 26,9 & -16,6 \\ 5,2 & -19,2 & -1340,0 & 2583,4 & -1243,0 & 18,0 & -13,1 \\ -1,0 & -25,7 & -25,1 & -1243,0 & 3662,2 & -2407,8 & 20,1 \\ 24,7 & 38,0 & 26,9 & 18,0 & -2407,8 & 3319,5 & -968,2 \\ -30,6 & 8,5 & -16,6 & -13,1 & 20,1 & -968,2 & 973,0 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.22)$$

Comparando estas matrices con las verdaderas, ver (5.2), (5.3) y (5.6), la primera diferencia apreciable es la no diagonalidad y tridiagonalidad de $\hat{\mathbf{M}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$ respectivamente. Aún así, los valores fuera de las diagonales son entre uno y dos ordenes de magnitud menor. Sin alejarse mucho de sus valores reales, la matriz $\hat{\mathbf{C}}$ también fue satisfactoriamente estimada. Si se calcularan los parámetros modales a partir de estas matrices, se obtendrían los mismos valores presentados en las tablas 5.39, 5.40, 5.41 y 5.42, más los 4 modos teóricos restantes. Es importante aclarar con respecto a la matriz $\hat{\mathbf{M}}$, como se explicó anteriormente, que para determinar la matriz diagonal $\hat{\mathbf{M}}_m$ se asumió conocida la matriz de masa original \mathbf{M} . Entonces resulta tentador utilizar ésta y no la matriz $\hat{\mathbf{M}}$. El

problema de ello es que si se utiliza la matriz original \mathbf{M} , al calcular los parámetros modales, éstos no serían iguales a los estimados con la estrategia múltimodelo, ni tampoco a los verdaderos.

Ya con las matrices estructurales $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$, es posible simular, analizar y diseñar el dispositivo AMS, según la metodología IS. En este diseño, se asumió un $\delta_{max} = 4,5\delta_o$ (parámetro asociado a la rapidez de daño). Además, como masa del AMS, se eligió el 1,5 % de la masa total de la estructura, es decir $M_d = 45225[kg]$. Al igual que en la sección 5.4, se utilizarán 5 registros de terremotos 1985 y 5 del 2010. La malla KC definida recorrerá valores similares a los buscados en la sección 5.4 concernientes a la combinación de parámetros $\delta_{max} = 4,5\delta_o$ y $\mu = 1,5\%$.

A continuación se resumen los parámetros y resultados del diseño obtenidos para el AMS, ver tabla 5.43.

TABLA 5.43. Parámetros e índices de desempeño.

μ (%)	K_d $10^6[N/m]$	C_d $10^3[Ns/m]$	MDR (%)	Desv. Estándar
1.5 %	6.345	47.28	18.8	11.8

Comparando los valores de K_d y C_d aquí obtenidos con los presentados en las tablas 5.18 y 5.21 correspondientes a $\delta_{max} = 4,5\delta_o$ y $\mu = 1,5\%$, se observa una disminución de ambos. La disminución más importante ocurre para C_d , que se reduce de $61,33 \cdot 10^3[Ns/m]$ a $47,28 \cdot 10^3[Ns/m]$. El índice MDR de 18,8 % aquí obtenido resultó ser igual al determinado en la etapa de diseño de la sección anterior para un $\mu = 1,5\%$, $\delta_{max} = 4,5\delta_o$ y rigidez \mathbf{K} variable, ver tabla 5.24. Como consecuencia de haber calculado una menor amortiguación C_d , la robustez del dispositivo resultó levemente perjudicada, pues la desviación estándar pasó de ser 11.2, ver tabla 5.27, a 11.8. Es necesario precisar que los índices de desempeño MDR y su desviación estándar fueron obtenidos con el modelo de validación real y no con el modelo aquí identificado. Este último se utilizó exclusivamente utilizado para la búsqueda de los parámetros K_d y C_d de esta sección.

Al agregar a la estructura un dispositivo AMS, se añade un grado más de libertad. Como consecuencia de ello el número de parámetros modales aumenta de 7 a 8, lo que

modifica sus valores originales, tabla 5.1. Los nuevos parámetros modales del sistema utilizando el AMS diseñado se resumen en la tabla 5.44. Los resultados de esta sección

TABLA 5.44. Parámetros modales teóricos con sistema AMS.

Modo	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Frecuencia	1.774	2.117	5.897	8.991	11.811	15.087	17.755	19.326
Coef. Amort.	4.25	5.17	5.04	5.03	5.00	5.00	5.00	5.00
Formas Modales	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2.264	2.249	1.916	1.410	0.765	-0.204	-1.167	-1.808
	3.520	3.456	2.111	0.516	-0.728	-0.939	0.823	3.083
	4.750	4.575	1.391	-0.989	-1.065	0.975	-0.304	-6.214
	5.870	5.501	-0.037	-1.528	0.579	0.035	-0.222	15.138
	6.319	5.807	-0.765	-0.945	0.864	-0.506	0.308	-13.254
	7.104	6.123	-2.138	1.878	-0.541	0.156	-0.063	2.220
	62.321	-23.391	0.245	-0.087	0.014	-0.003	0.001	-0.022

permiten obtener dos conclusiones: 1°) Las herramientas de identificación pueden estimar satisfactoriamente los parámetros modales de los modos más importantes y reconstruir un sistema de ecuaciones diferenciales que reflejasen la dinámica del sistema; 2°), a pesar de contar con un modelo sólo aproximado de la dinámica estructural, la metodología de diseño IS permite obtener los parámetros K_d y C_d que aseguran un desempeño robusto. A continuación se describirá como utilizar estas mismas herramientas de identificación y diseño para una etapa de resintonía del AMS.

5.6. Resultados Post-Terremoto para la Reconstrucción del Modelo Dinámico y Posterior Resintonía del AMS

Otra aplicación interesante en que es posible aprovechar las metodologías presentadas en este trabajo, consiste en identificar los parámetros modales de una estructura con sistema AMS y proceder a resintonizarla para un mejor desempeño. Esto puede resultar especialmente útil y necesario en estructuras con varios años de servicio y/o que hayan sido expuestas a fuertes excitaciones. La razón radica en que con el paso del tiempo y los daños producidos post-terremotos o fuertes vientos, las propiedades estructurales cambian, disminuyendo la rigidez global y aumentando los periodos de los modos principales. Como consecuencia de ello, cualquier sistema AMS implementado y diseñado

para los parámetros originales de la estructura, deja de estar sintonizado para las nuevas condiciones de operación.

La solución que se propone, es utilizar la metodología de identificación para determinar los nuevos parámetros modales, y a partir de ellos reconstruir el sistema de ecuaciones que describen la nueva dinámica de la estructura, con el fin de utilizarla para una resintonización del AMS mediante el método IS.

El primer paso consiste en someter a un terremoto la estructura con el sistema AMS diseñado en la sección anterior, de manera de provocar una disminución en la rigidez global de la estructura (dañarla). Asumiremos que luego del terremoto, los coeficientes de rigidez de cada piso están dados por

$$\begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ k_3 \\ k_4 \\ k_5 \\ k_6 \\ k_7 \end{bmatrix} = 10^6 \begin{bmatrix} 2002 \\ 1395 \\ 1339 \\ 1208 \\ 1171 \\ 2407 \\ 951 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.23)$$

Comparados con los originales presentados en (5.5) se observa una evidente disminución en los parámetros debido a que el terremoto ha conseguido dañar la estructura haciéndola más flexible. Este cambio en las propiedades internas puede generar cambios significativos en los parámetros modales, y en consecuencia provocar la desintonización del AMS. La tabla 5.45 muestra los nuevos parámetros modales del sistema.

Comparando las frecuencias modales con las obtenidas previas al terremoto, tabla 5.44, se aprecia una evidente disminución en ellas producto de la pérdida de rigidez. Este hecho es el primer indicador de que el AMS pudiese haber quedado desintonizado. Con respecto a los coeficientes de amortiguación, éstos tendieron a aumentar. La explicación de ello se fundamenta en considerar la expresión (3.3) que describe el valor del coeficiente de amortiguación en función de la frecuencia natural; así una disminución en la frecuencia

TABLA 5.45. Parámetros modales teóricos post-terremoto.

Modo	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°
Frecuencia [Hz]	1.750	2.074	5.784	8.857	11.545	14.568	17.057	19.183
Coef. Amort. (%)	4.36	5.23	5.14	5.11	5.12	5.18	5.21	5.03
Formas Modales	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
	2.398	2.383	2.028	1.480	0.813	-0.148	-1.106	-2.044
	3.762	3.694	2.239	0.508	-0.756	-0.946	0.781	4.321
	5.111	4.923	1.420	-1.130	-1.079	0.991	-0.321	-10.969
	6.278	5.888	-0.106	-1.549	0.649	-0.024	-0.120	31.087
	6.712	6.181	-0.824	-0.906	0.886	-0.482	0.221	-28.194
	7.447	6.453	-2.153	1.976	-0.598	0.163	-0.050	4.806
	53.889	-30.503	0.257	-0.095	0.017	-0.003	0.001	-0.050

del sistema corresponde a un aumento de los coeficientes de amortiguación. Las formas modales también resultaron modificadas debido al terremoto.

Para evitar problemas con la desintonización del AMS post-terremoto, se propuso realizar una nueva identificación de parámetros que permitiese reconstruir el modelo matemático de la estructura, a fin de poder resintonizar el AMS con nuevos parámetros K_d y C_d . Como excitación ambiental, se utilizó nuevamente una señal gaussiana muestreada a $100[Hz]$ pero con un total de 540000 muestras, es decir una hora y media de excitación. El ruido añadido a las mediciones de aceleración de los pisos fue reducido, de manera de tener un SNR igual a 20. Estas nuevas condiciones fueron necesarias para facilitar la identificación del nuevo modo, originado al añadir el nuevo grado de libertad del AMS. Las tablas 5.46, 5.47, 5.48 y 5.49 resumen los parámetros modales estimados de los 4 primeros modos.

TABLA 5.46. Frecuencias [Hz] estimadas post-terremoto.

	NEXt-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	1.754	1.757	1.752	1.754
2° modo	2.071	2.073	2.078	2.074
3° modo	5.763	5.766	5.759	5.762
4° modo	8.882	8.861	8.899	8.882

Como puede apreciarse, los parámetros modales estimados por el método múltimodelo se asemejan mucho a los teóricos de la tabla 5.45. El siguiente paso fue reconstruir las matrices \hat{M} , \hat{C} y \hat{K} , esta vez de 8×8 , a partir de los parámetros modales, tal como se

TABLA 5.47. Coeficientes de amortiguación (%) estimados post-terremoto.

	NExT-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	4.06	4.02	5.23	4.44
2° modo	5.66	5.61	4.39	5.22
3° modo	4.83	5.87	4.76	4.82
4° modo	5.19	5.24	2.60	4.34

TABLA 5.48. Índices MAC para formas modales estimadas post-terremoto.

	NExT-ERA/DC	SSI	FDD	Múltimodelo
1° modo	0.999	0.999	0.999	0.999
2° modo	0.999	0.999	0.998	0.999
3° modo	0.999	0.999	0.993	0.999
4° modo	0.992	0.999	0.623	0.996

TABLA 5.49. Formas modales estimadas por múltimodelo post-terremoto.

	1°	2°	3°	4°
	1.000	1.000	1.000	1.000
	2.376	2.377	1.973	1.563
	3.767	3.700	2.184	0.634
	5.086	4.941	1.349	-0.995
	6.286	5.909	-0.165	-1.533
	6.700	6.208	-0.838	-0.910
	7.465	6.483	-2.148	2.076
	54.903	-30.919	0.223	-0.025

explicó en la sección anterior. Los valores determinados son

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 430766 & -1017 & -4334 & -5769 & -1258 & 75 & 1718 & -210 \\ -1017 & 426872 & -4822 & -2741 & 3826 & 2587 & -5298 & -109 \\ -4334 & -4822 & 427984 & 5583 & 9374 & 5504 & -7702 & 133 \\ -5769 & -2741 & 5583 & 441649 & 13857 & 6994 & -9702 & 777 \\ -1258 & 3826 & 9374 & 13857 & 431430 & 2443 & -3033 & 610 \\ 75 & 2587 & 5504 & 6994 & 2443 & 426277 & -505 & 477 \\ 1718 & -5298 & -7702 & -9702 & -3033 & -505 & 438665 & -496 \\ -210 & -109 & 133 & 777 & 610 & 477 & -496 & 44682 \end{bmatrix} [kg] \quad (5.24)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = 10^3 \begin{bmatrix} 3820,6 & -998,6 & -184,4 & -56,2 & 12,6 & 19,0 & -29,9 & -1,6 \\ -998,6 & 3172,3 & -1093,2 & -153,5 & 38,3 & 11,9 & -118,7 & -2,3 \\ -184,4 & -1093,2 & 3047,7 & -974,1 & -124,3 & -49,0 & -93,9 & -5,7 \\ -56,2 & -153,5 & -974,1 & 2976,5 & -905,6 & -316,4 & -82,3 & -6,1 \\ 12,6 & 38,3 & -124,3 & -905,6 & 3374,6 & -1671,9 & -228,0 & -10,4 \\ 19,0 & 11,9 & -49,0 & -316,4 & -1671,9 & 3293,0 & -852,5 & -10,5 \\ -29,9 & -118,7 & -93,9 & -82,3 & -228,0 & -852,5 & 1663,7 & -20,9 \\ -1,6 & -2,3 & -5,7 & -6,1 & -10,4 & -10,5 & -20,9 & 49,9 \end{bmatrix} \quad [Ns/m] \quad (5.25)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = 10^6 \begin{bmatrix} 3411,0 & -1385,0 & -11,9 & -35,1 & -10,7 & -1,7 & 34,3 & -0,5 \\ -1385,0 & 2744,0 & -1341,1 & -13,9 & 18,5 & 5,3 & -9,9 & 0,5 \\ -11,9 & -1341,1 & 2530,8 & -1214,2 & 15,8 & -0,9 & -0,4 & -0,9 \\ -35,1 & -13,9 & -1214,2 & 2415,6 & -1142,3 & -3,1 & -29,6 & 1,2 \\ -10,7 & 18,5 & 15,8 & -1142,3 & 3565,6 & -2429,4 & -2,7 & -1,0 \\ -1,7 & 5,3 & -0,9 & -3,1 & -2429,4 & 3350,3 & -917,9 & 0,8 \\ 34,3 & -9,9 & -0,4 & -29,6 & -2,7 & -917,9 & 943,7 & -6,5 \\ -0,5 & 0,5 & -0,9 & 1,2 & -1,0 & 0,8 & -6,5 & 6,3 \end{bmatrix} \quad [N/m] \quad (5.26)$$

Claramente estas matrices distan de ser idénticas a las originales (5.2), (5.3) y (5.6), pero aseguran que sus parámetros modales son iguales a los estimados con la metodología múltimodelo. Para proceder con la búsqueda de los nuevos parámetros K_d y C_d del AMS, es necesario descartar los elementos asociados a la dinámica del AMS de las matrices estimadas $\hat{\mathbf{M}}$, $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$. Para ello se eliminaron las últimas filas y columnas de ellas, dejando el sistema con 7 grados de libertad. Además, a los elementos (7, 7) de las matrices $\hat{\mathbf{C}}$ y $\hat{\mathbf{K}}$ se restaron los elementos (8, 8) de éstas. Finalmente, las matrices quedan dadas por

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} 430766 & -1017 & -4334 & -5769 & -1258 & 75 & 1718 \\ -1017 & 426872 & -4822 & -2741 & 3826 & 2587 & -5298 \\ -4334 & -4822 & 427984 & 5583 & 9374 & 5504 & -7702 \\ -5769 & -2741 & 5583 & 441649 & 13857 & 6994 & -9702 \\ -1258 & 3826 & 9374 & 13857 & 431430 & 2443 & -3033 \\ 75 & 2587 & 5504 & 6994 & 2443 & 426277 & -505 \\ 1718 & -5298 & -7702 & -9702 & -3033 & -505 & 438665 \end{bmatrix} \quad [kg] \quad (5.27)$$

$$\hat{\mathbf{C}} = 10^3 \begin{bmatrix} 3820,6 & -998,6 & -184,4 & -56,2 & 12,6 & 19,0 & -29,9 \\ -998,6 & 3172,3 & -1093,2 & -153,5 & 38,3 & 11,9 & -118,7 \\ -184,4 & -1093,2 & 3047,7 & -974,1 & -124,3 & -49,0 & -93,9 \\ -56,2 & -153,5 & -974,1 & 2976,5 & -905,6 & -316,4 & -82,3 \\ 12,6 & 38,3 & -124,3 & -905,6 & 3374,6 & -1671,9 & -228,0 \\ 19,0 & 11,9 & -49,0 & -316,4 & -1671,9 & 3293,0 & -852,5 \\ -29,9 & -118,7 & -93,9 & -82,3 & -228,0 & -852,5 & 1613,8 \end{bmatrix} [Ns/m] \quad (5.28)$$

$$\hat{\mathbf{K}} = 10^6 \begin{bmatrix} 3411,0 & -1385,0 & -11,9 & -35,1 & -10,7 & -1,7 & 34,3 \\ -1385,0 & 2744,0 & -1341,1 & -13,9 & 18,5 & 5,3 & -9,9 \\ -11,9 & -1341,1 & 2530,8 & -1214,2 & 15,8 & -0,9 & -0,4 \\ -35,1 & -13,9 & -1214,2 & 2415,6 & -1142,3 & -3,1 & -29,6 \\ -10,7 & 18,5 & 15,8 & -1142,3 & 3565,6 & -2429,4 & -2,7 \\ -1,7 & 5,3 & -0,9 & -3,1 & -2429,4 & 3350,3 & -917,9 \\ 34,3 & -9,9 & -0,4 & -29,6 & -2,7 & -917,9 & 937,4 \end{bmatrix} [N/m] \quad (5.29)$$

Ya con estas matrices es posible pasar a la etapa de diseño del AMS utilizando el método IS. El procedimiento utilizado fue el mismo que el explicado en la sección anterior, empleando la misma malla KC para recorrer los posibles valores de K_d y C_d . La tabla 5.50 resume los parámetros y resultados obtenidos de la resintonización del AMS, y compara éstos con el caso de no haber realizado una sintonización, y haber mantenido los parámetros K_d y C_d iguales a los calculados pre-terremoto.

TABLA 5.50. Comparación de parámetros e índices de desempeño post-terremoto.

	μ (%)	K_d 10^6 [N/m]	C_d 10^3 [Ns/m]	MDR (%)	Desv. Estándar
Pre-terremoto	1.5 %	6.345	47.28	22.0	17.5
Post-terremoto	1.5 %	6.159	49.63	22.6	16.2

Como puede apreciarse, de haber mantenido los valores K_d y C_d calculados para la estructura sana pre-terremoto el índice MDR hubiese sido de 22,0 %, mientras que con la estrategia de resintonización se logró aumentar el desempeño a 22,6 %. Si bien la mejora no es sustancial, es de esperar que para una estructura con un mayor número de pisos sí lo sea. Ésto debido al mayor número de coeficientes de rigidez que pueden verse afectados, sumado a los mayores desplazamiento que podría alcanzar. Dado que la rigidez y frecuencias modales disminuyeron producto del daño, la frecuencia a la que

debe ser sintonizado el AMS también debe hacerlo. Para lograrlo la rigidez asociada al AMS K_d disminuyó de $6,345 \cdot 10^6 [N/m]$ a $6,159 \cdot 10^6 [N/m]$. En términos de robustez, también se logró mejorar la desviación estándar del índice MDR, el que disminuyó de 17,5 a 16,2. Estos resultados permiten validar la estrategia de resintonización del AMS, demostrando que tanto las metodologías de identificación, reconstrucción del modelo y diseño del AMS, más que ser complementarias pueden llegar a ser necesarias.

5.7. Análisis en el Lugar Geométrico de las Raíces

Una herramienta que puede resultar útil para describir el comportamiento de un sistema y estudiar su estabilidad es el análisis en el Lugar Geométrico de las Raíces. De acuerdo a este análisis un sistema es más estable que otro si sus polos se encuentran ubicados más a la izquierda del plano-S, indicando decaimientos exponenciales más rápidos. A su vez, polos más cercanos al eje real del plano-S aseguran una menor oscilación y por tanto mayor estabilidad. Esta última aseveración debe ser interpretada con cuidado en este estudio, pues una disminución de la rigidez provocan una disminución de las frecuencias modales, lo que en el plano-S se traduce en un acercamiento al eje real, ver (3.13), pero esta reducción de la rigidez también va asociada con un aumento en el daño. Es decir, la disminución de la rigidez crea un compromiso entre la estabilidad e integrabilidad estructural. La figura 5.13 muestra los efectos de un terremoto en los polos del sistema estructural ocupado en este trabajo sin dispositivo AMS, con $\delta_o = 0,0025$ y $\delta_{max} = 4,5\delta_o$.

Como puede apreciarse, los polos de la estructura sana (círculos) luego del terremoto tienden a moverse hacia el eje real del plano-S (triángulos). Recordando que cada par de polo se describe como

$$\begin{aligned}\lambda_{r+}, \lambda_{r-} &= -\zeta_r \omega_r \pm i \omega_r \sqrt{1 - \zeta_r^2} \\ &\approx -\zeta_r \omega_r \pm i \omega_r\end{aligned}\tag{5.30}$$

y asumiendo que $\zeta_r < 0,1$ y por lo tanto $\sqrt{1 - \zeta_r^2} \approx 1$ (hecho generalmente cierto en aplicaciones estructurales), este desplazamiento hacia el eje real confirma la disminución de

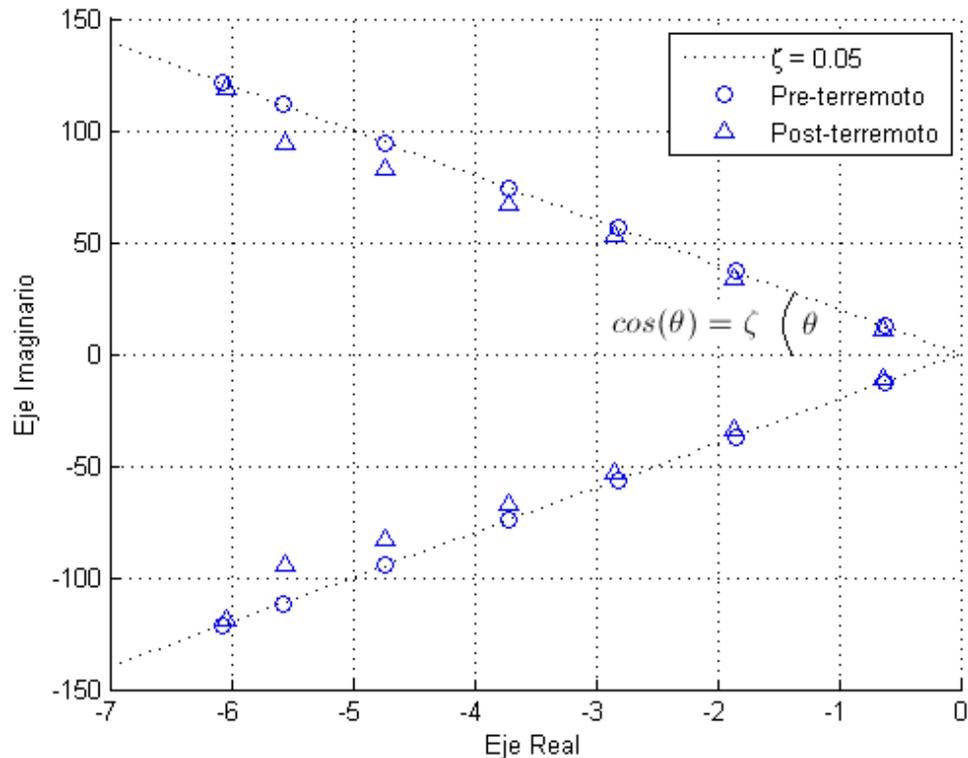


FIGURA 5.13. Polos del sistema estructural sin AMS previo y post-terremoto.

las frecuencias modales producto del cambio en la rigidez. Otra consecuencia del daño, es el aumento generalizado de los coeficientes de amortiguación ζ_r . Este efecto puede apreciarse fácilmente con las rectas de ángulo θ que pasan por el origen, indicando todos los puntos del plano-S con igual coeficiente de amortiguación. Como el ángulo θ se relaciona con ζ por medio de $\zeta = \cos(\theta)$, entonces el acercamiento generalizado de los polos al eje real provoca una disminución del ángulo θ , y con ello un aumento de los coeficientes de amortiguación. Este análisis explica por qué luego del terremoto y con la estructura dañada, el sistema es más estable. Como el análisis en el Lugar Geométrico de las Raíces es válido sólo para sistemas lineales, los aspectos aquí discutidos tienen validez sólo si se considera el rango lineal del sistema, esto es, siempre que los *drifts* sean menores al parámetro δ_o asociado al punto de quiebre o inicio de la pendiente de daño descrito en la figura 5.1. Utilizando el mismo registro sísmico de los resultados sin AMS de la figura 5.13, la figura 5.14 muestra los polos pre y post-terremoto del sistema estructural con dispositivo AMS de razón de masa $\mu = 1,5\%$.

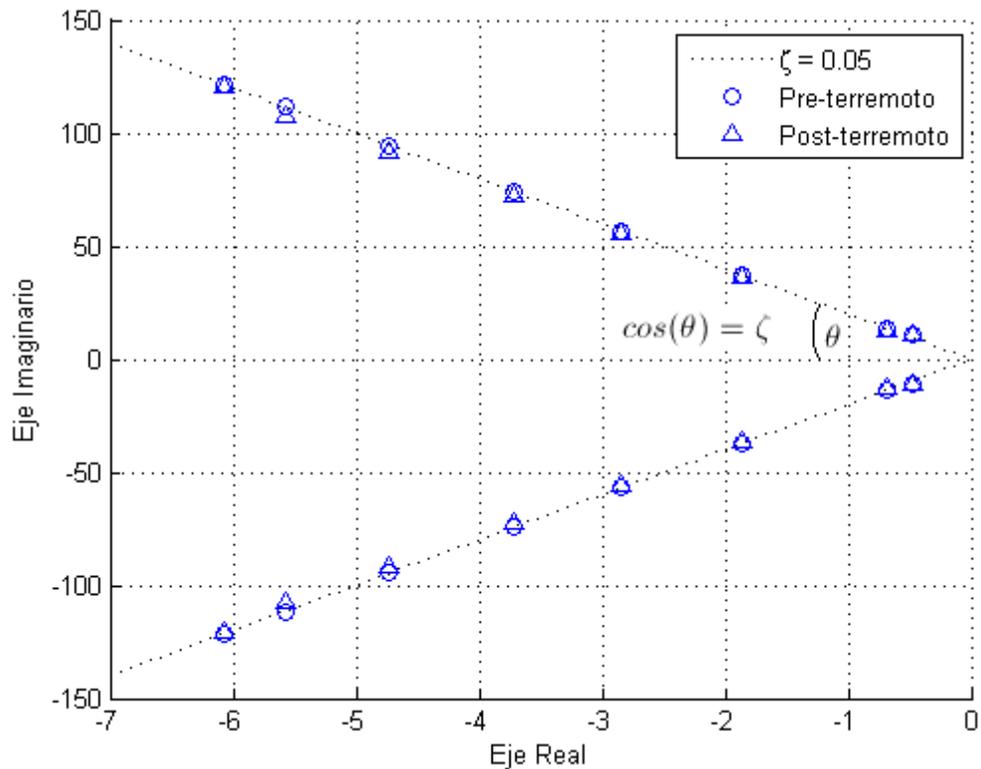


FIGURA 5.14. Polos del sistema estructural con AMS previo y post-terremoto.

La primera diferencia con los resultados presentados en la figura 5.13, es que el corrimiento de los polos hacia el eje real es menor, indicando una reducción del daño estructural post-terremoto. Además, el nuevo grado de libertad entregado por el AMS agregó un nuevo par de polos ubicado a la derecha de la figura 5.14, dejando un total de 8 polos conjugados.

Para entender qué es lo que ocurre con la estabilidad del sistema al agregar un dispositivo AMS de $\mu = 1,5\%$, la figura 5.15 muestra los polos de la estructura sin y con AMS.

A la escala utilizada, los polos de los modos de mayor frecuencia (izquierda) no se pueden distinguir del sistema sin y con AMS. La figura 5.16 muestra más detalladamente lo que ocurre con los polos de los primeros modos de vibración al agregarle el dispositivo AMS; los polos de más a la izquierda tendieron a desplazarse hacia la dirección negativa con la adición del AMS.

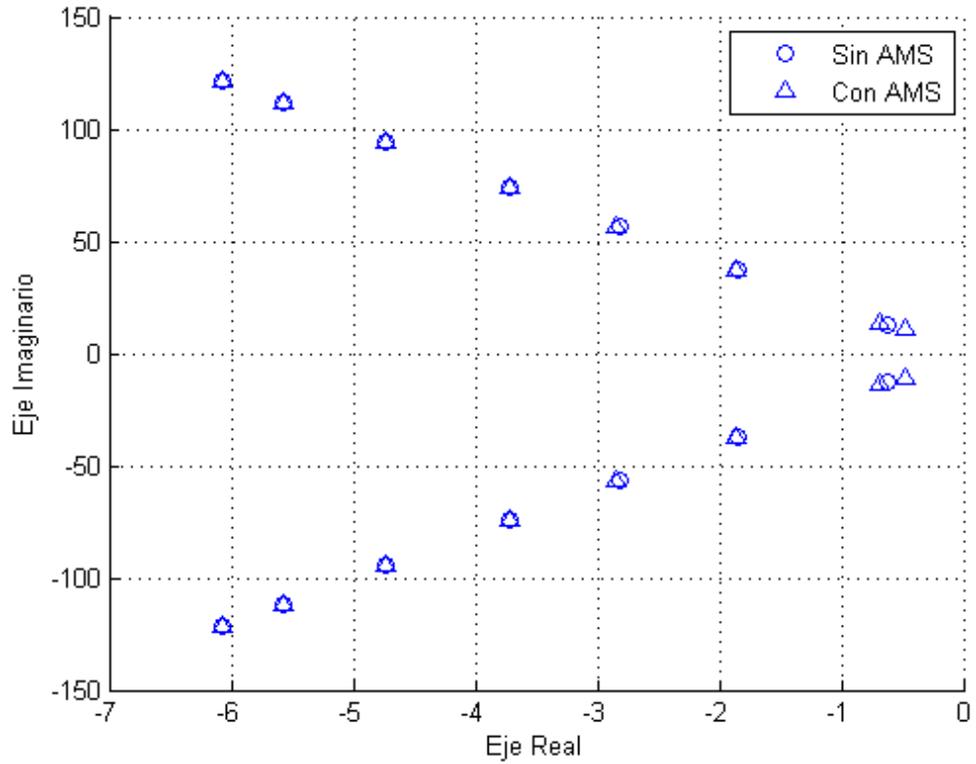


FIGURA 5.15. Polos del sistema estructural sin y con AMS.

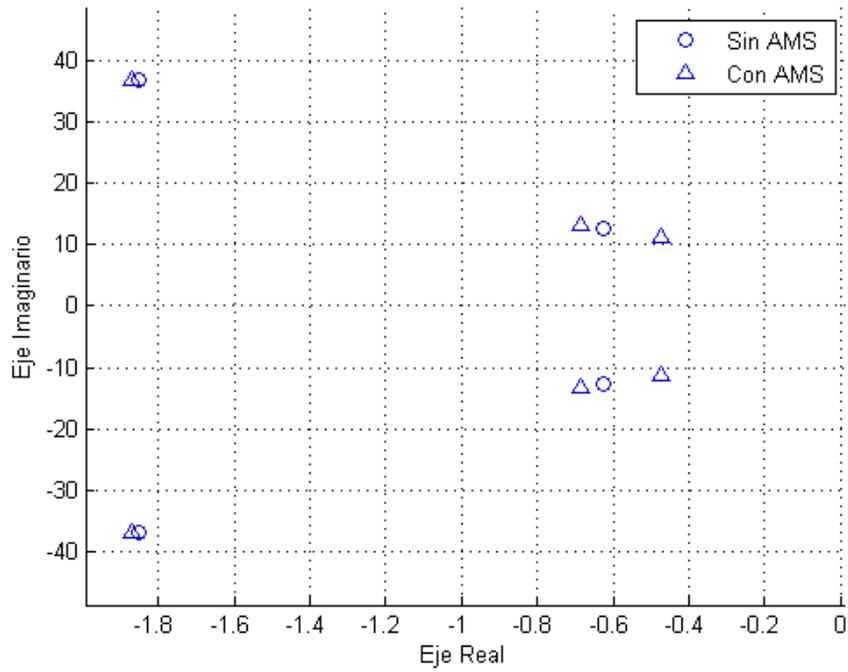


FIGURA 5.16. Zoom a polos de los primeros modos de vibración sin y con AMS.

Con respecto al primer modo de vibración (derecha), ocurre lo descrito por la figura 4.2; la frecuencia de resonancia original se separa en dos frecuencias de resonancias de menores magnitudes, creando una región de rechazo. Descrito en el plano-S, el par de polos asociado a la frecuencia del primer modo de vibración sin AMS (círculos a la derecha de la figura 5.16), se separa en dos pares de polos (triángulos) con la adición del AMS. En términos de estabilidad, este caso particular no es fácil de visualizar, pues efectivamente un par de polos nuevos (triángulos) se desplazó a la izquierda del original (círculos), el sistema ha generado un nuevo par a la derecha, creando una nueva instancia para la resonancia y por ende para la inestabilidad. En esta situación, es más fácil estudiar la estabilidad utilizando la ayuda de la respuesta en frecuencia descrita en la figura 4.2 para un sistema de un grado de libertad con y sin AMS. Como puede observarse, la adición del AMS crea una región de rechazo justo donde estaba la frecuencia de resonancia original, disminuyendo la respuesta del sistema para cualquier frecuencia que caiga en dicha zona. Si bien aparecen dos nuevas frecuencias de resonancia, sus magnitudes máximas resultan menores que la original, mejorando el desempeño general del sistema. Para seleccionar la ubicación de la zona de rechazo, se emplea la rigidez K_d del AMS. Ahora, para manejar la forma de la región de rechazo, se tienen dos opciones: variar la masa o variar el amortiguamiento C_d del dispositivo. Utilizando la respuesta en frecuencia, los efectos de elegir distintas masas para el AMS se presentan en la figura 5.17, considerando un sistema de un grado de libertad y diferentes razones de masa del AMS.

El efecto más claro de aumentar la masa del AMS, es la mayor separación de las frecuencias de resonancia, consecuencia de ello se obtiene un aumento de la región de rechazo. Comparando las respuestas para una masa del 1 % y del 4 %, se puede apreciar una disminución en las magnitudes de las respuestas. En otras palabras, al aumentar la masa del AMS se consigue un rango más amplio de frecuencias en el que el dispositivo actuará, y se logran reducir aún más las respuestas de desplazamiento, haciendo al AMS más efectivo. Dicho de otro modo, con mayor masa se consigue mayor estabilidad. En una aplicación para el control estructural, la opción más conveniente es una región de rechazo amplia, que asegure una magnitud de respuesta pequeña para un mayor rango de

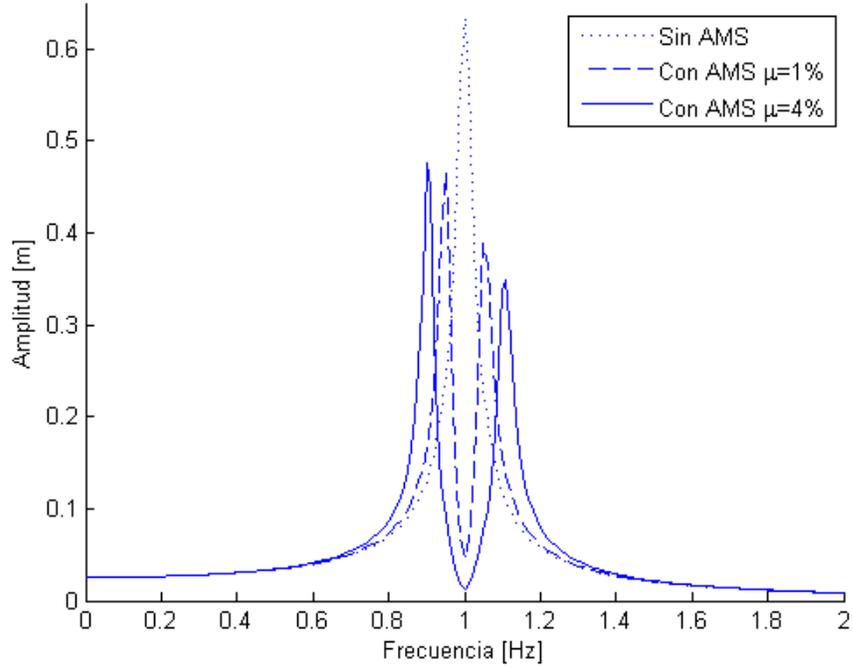


FIGURA 5.17. Respuesta en frecuencia para distintas masas del AMS.

frecuencias, debido a la naturaleza estocástica del problema, que hace imposible predecir el contenido espectral de las excitaciones y darle selectividad a la solución. De esta forma, se puede conseguir una mayor estabilidad con el sistema AMS buscando una mayor separación entre los dos nuevos pares de polos que reemplazan al original. Considerando dos polos de imaginarios positivos λ_{r+} y λ_{p+} se tiene

$$\begin{aligned}
 \Delta\lambda_{rp} &= |\lambda_{r+} - \lambda_{p+}| \\
 &= \sqrt{(-\zeta_r\omega_r + \zeta_p\omega_p)^2 + (\omega_r\sqrt{1 - \zeta_r^2} - \omega_p\sqrt{1 - \zeta_p^2})^2} \\
 &\approx \sqrt{(-\zeta_r\omega_r + \zeta_p\omega_p)^2 + (\omega_r - \omega_p)^2} \\
 &\approx \sqrt{(\zeta_r^2\omega_r^2 - 2\zeta_r\zeta_p\omega_r\omega_p + \zeta_p^2\omega_p^2) + (\omega_r - \omega_p)^2} \\
 &\approx \sqrt{(\omega_r - \omega_p)^2} \\
 &\approx |\omega_r - \omega_p| = \Delta\omega_{rp}
 \end{aligned} \tag{5.31}$$

Dividiendo por 2π , se tendría

$$\begin{aligned} \frac{\Delta\lambda_{rp}}{2\pi} &= \frac{\Delta\omega_{rp}}{2\pi} = \frac{|\omega_r - \omega_p|}{2\pi} \\ &= |f_r - f_p| = \Delta f_{rp} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Entonces, dividiendo por 2π la distancia euclidea entre dos polos, se obtiene una buena aproximación de qué tan separadas en Hz están las frecuencias de resonancia, y se obtiene así una medida de la estabilidad.

La figura 5.18 muestra los polos del sistema para los tres valores de masa estudiados, $\mu = 1\%$, $\mu = 1,5\%$ y $\mu = 2\%$. Si bien de esta figura no se puede distinguir en detalle el

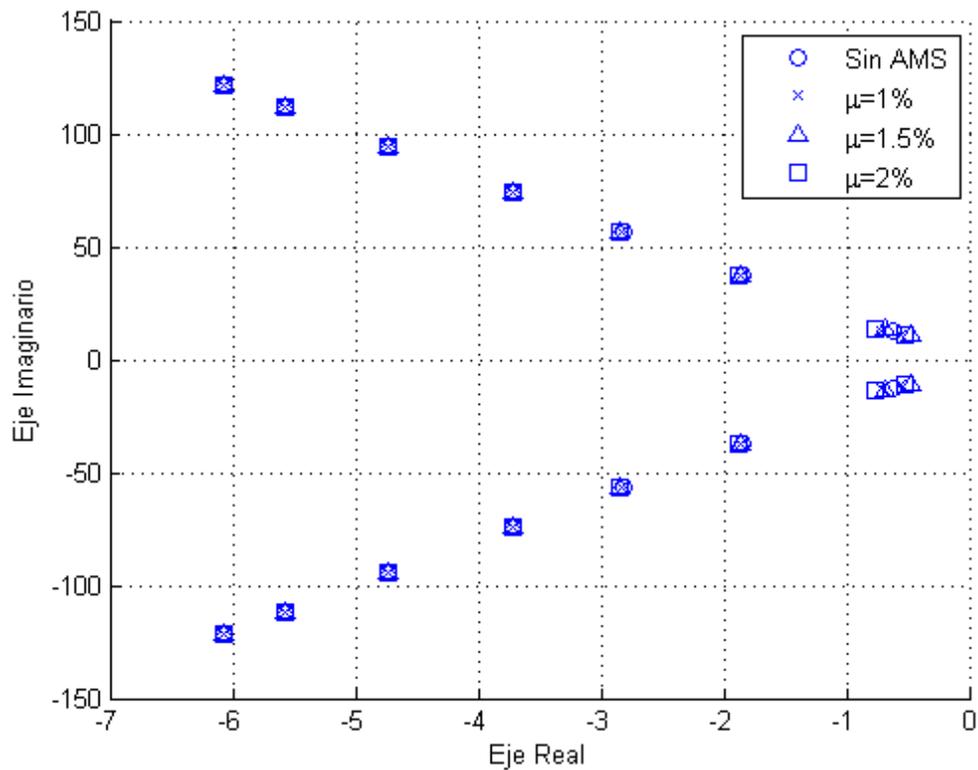


FIGURA 5.18. Polos del sistema para distintas masas del AMS.

desplazamiento de los polos, sí queda claro que el aumento de la masa del AMS apenas afecta los modos de mayor frecuencia (símbolos de más a la izquierda). La figura 5.19 hace un zoom al polo del primer modo de vibración sin AMS mostrado en la figura 5.18, junto con los polos emergentes producidos al agregar el AMS. En círculo y ubicado en el

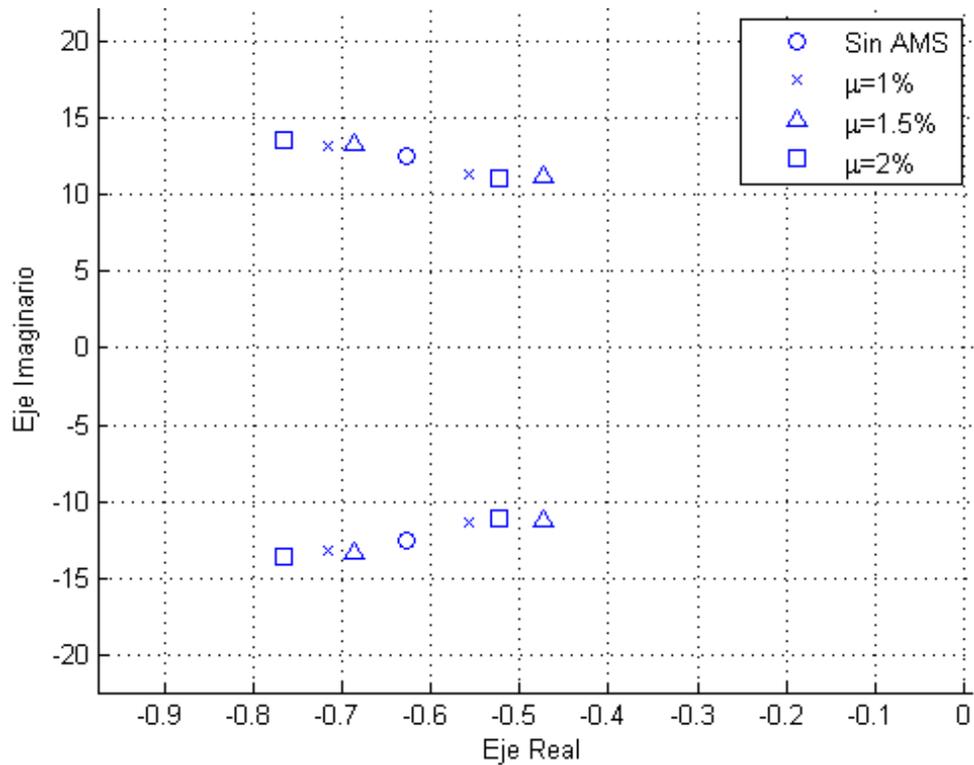


FIGURA 5.19. Zoom a polos de primeros modos para distintas masas del AMS.

centro de todos, se encuentra el par de polos perteneciente al primer modo del sistema sin AMS. Los restantes símbolos designan los polos del primer y segundo modo de vibración pero del sistema con AMS. La tabla 5.51 muestra la distancia euclideana, definida en (5.32), entre los polos del primer y segundo modo para las distintas razones de masas usadas.

TABLA 5.51. Distancia entre polos del primer y segundo modo con AMS.

μ	1 %	1.5 %	2 %
$\Delta\lambda_{12}/2\pi$ [Hz]	0.288	0.343	0.388

Como puede apreciarse, a mayor masa, mayor es la separación de polos, más amplia es la región de rechazo y mejores desempeños se alcanzan, ver tablas 5.23, 5.24 y 5.25.

La otra alternativa para controlar la forma de la región de rechazo y con ello el desempeño general del sistema, es variando el amortiguamiento C_d del AMS. La figura 5.20 muestra la respuesta en frecuencia para distintos coeficientes de amortiguación del AMS.

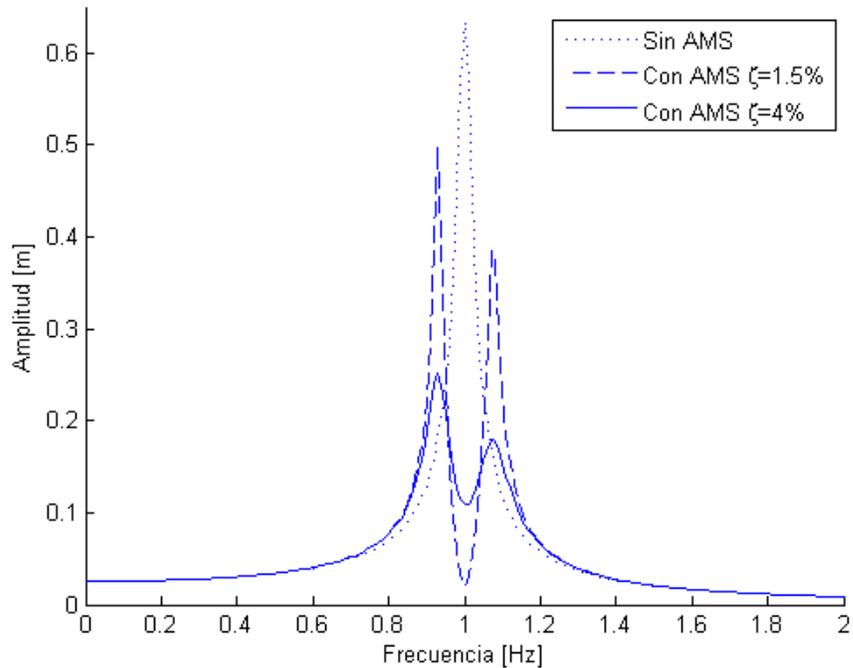


FIGURA 5.20. Respuesta en frecuencia para distintos amortiguamiento del AMS.

Como puede apreciarse, al variar el amortiguamiento del dispositivo la posición de las frecuencias de resonancia no se modifican. Pero aumentando el amortiguamiento disminuye la magnitud de dichas frecuencias de resonancia, pero a costa de aumentar la respuesta de la zona de rechazo. En otras palabras, se pierde selectividad pero se gana estabilidad en las frecuencias de resonancia. La figura 5.21 muestra los polos de la estructura con y sin AMS para distintos valores de amortiguación C_d del dispositivo y una razón de masa $\mu = 1,5\%$.

Nuevamente se tiene que el impacto del AMS en los polos de mayor frecuencia (más a la izquierda) es mínimo. El mayor impacto ocurre en los polos del primer y segundo modo de vibración asociados a la estructura con AMS (o al primer modo sin AMS). La figura 5.22 muestra con más detalle lo que ocurre con ellos para distintos amortiguamientos C_d . En círculos se tiene el par de polos original (sistema sin AMS), y como puede observarse, al aumentar el amortiguamiento C_d a 47000, 77000 y 107000 $[Ns/m]$, los restantes pares se desplazan cada vez más a la izquierda. Aunque la escala de la figura no ayuda a apreciar

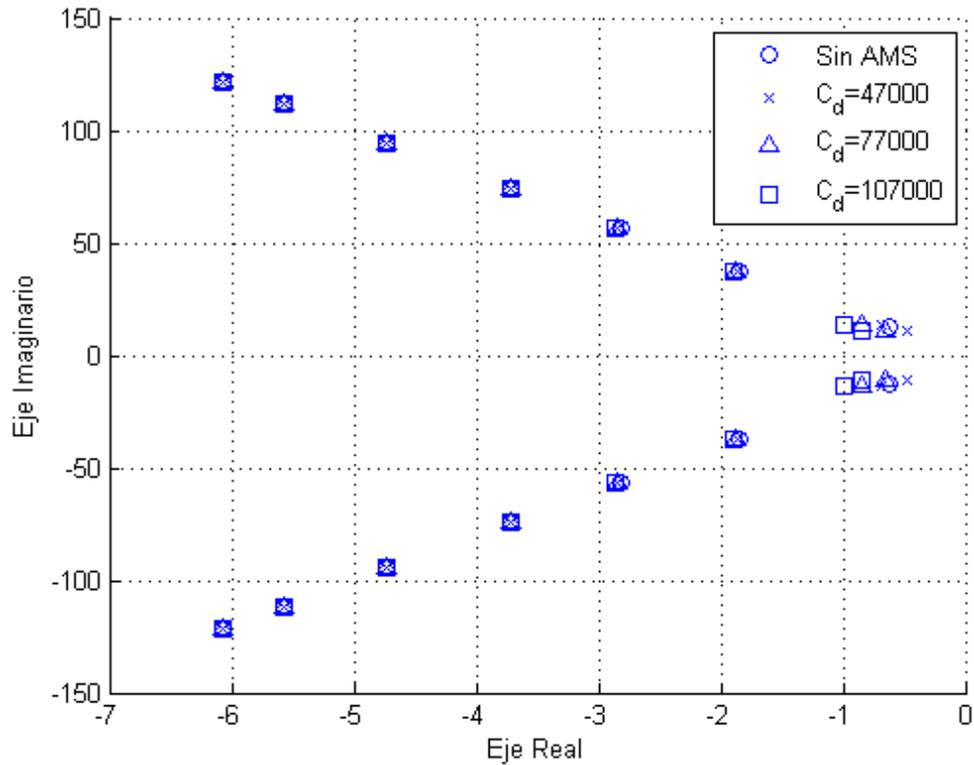


FIGURA 5.21. Polos del sistema para distintas amortiguaciones del AMS.

bien la distancia, puede observarse una separación bastante parecida para los tres casos. La tabla 5.52 muestra la distancia, definida en (5.32), entre los polos del primer y segundo modo para cada valor de C_d elegido.

TABLA 5.52. Distancia entre polos del primer y segundo modo con AMS.

C_d [Ns/m]	47000	77000	107000
$\Delta\lambda_{12}/2\pi$ [Hz]	0.343	0.340	0.328

El análisis realizado permite reafirmar lo discutido a partir de la figura 5.20, según el cual aumentar el amortiguamiento del AMS modifica sólo levemente la separación y ubicación de las frecuencias de resonancias. La estabilidad en este caso es más fácil de visualizar en el plano-S, pues el aumento de la amortiguación C_d del AMS, ha desplazado todos los polos hacia la izquierda, haciendo que todas las funciones exponenciales involucradas tengan un mayor factor de amortiguamiento, lo que se traduce en mayor estabilidad.

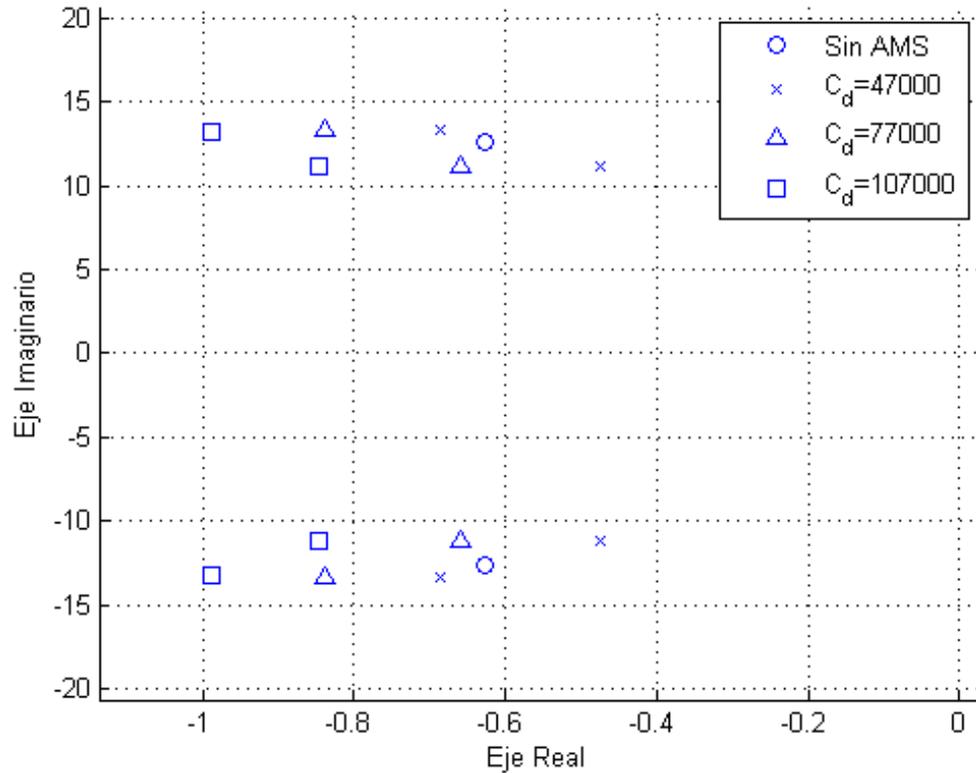


FIGURA 5.22. Zoom a polos de primeros modos para distintas amortiguaciones del AMS.

Como pudo comprobarse, la masa y el amortiguamiento del AMS son claves para conseguir mejores desempeños. Una mayor masa, separa las frecuencias de resonancia y aumenta la región de rechazo, otorgando una mejor estabilidad al sistema. En la práctica, este parámetro está seriamente limitado, pues mayores masas implican aumentos en los costos de diseño y fabricación (mejor debe ser la calidad de los materiales). Además se pierde en espacio físico por el mayor volumen que ocupa. Concerniente al amortiguamiento C_d , mayores valores disminuyen la respuesta de las frecuencias de resonancia, haciendo el sistema más estable y robusto. Un efecto particular observado al aumentar dicho parámetro, es una leve disminución en la separación de las frecuencias de resonancia, ver tabla 5.52. En la práctica tampoco se tiene mucha libertad para sobredimensionar la amortiguación, pues mientras más grande sea el amortiguador, más complicado será su construcción, mejores deberán ser los materiales a usar y mayores serán los costos asociados.

De acuerdo a los resultados aquí expuestos, el plano-S también puede ser utilizado para explicar por qué hay una mayor dificultad en identificar los modos de mayor frecuencia. La razón es que al tener sus polos más a la izquierda, las funciones exponenciales involucradas tienen constantes de tiempo más pequeñas debido a mayores decaimientos exponenciales. En consecuencia más difícil será excitarlos sin que sus respuestas se desvanezcan y alcancen a ser identificados. Otro aspecto que podría aprovecharse de un análisis en el plano-S, es la detección de daño. El corrimiento de los polos observados en la figura 5.13 al no ocupar AMS mostró la presencia de daño en la estructura de manera bastante gráfica. Basado en este hecho, se podría desarrollar un algoritmo que pudiese identificar la presencia de daño en la estructura siguiendo el desplazamiento de los polos en el plano-S a medida que transcurre el tiempo.

6. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

6.1. Comentarios Generales y Conclusiones

En este trabajo se presentaron dos herramientas computacionales fuertemente ligadas a la teoría de control, pero aplicadas al campo de la ingeniería estructural. La primera de ellas, relacionada con *Structural Health and Monitoring* (SHM), se aplicó al estudio de tres algoritmos de identificación de sistemas. Dada la dificultad de excitar las estructuras con entradas medibles y controlables, los métodos de identificación aquí estudiados se caracterizaron por utilizar sólo las salidas del sistema. Cada uno de estos métodos permitió estimar los parámetros modales, y a fin de aprovechar sus ventajas, se emplearon las desviaciones estándar de los parámetros estimados (frecuencias, amortiguamientos e índices MAC) para ponderar apropiadamente los resultados de cada método. Esta estrategia, a la que se denominó estimación múltimodelo, mostró ser más precisa y robusta frente al ruido, entregando una mayor seguridad y confianza en los valores estimados. De todas maneras, los métodos por sí solos demostraron un excelente comportamiento.

La segunda herramienta propuesta pertenece al ámbito de *Structural Control* (SC) y corresponde a una metodología para el diseño y sintonización de un dispositivo AMS. La idea aquí, fue encontrar mediante el diseño experimental los valores de rigidez K_d y amortiguamiento C_d del AMS que permitiesen reducir la respuesta global de la estructura (reducir los *drifts* máximos). Desde el punto de vista del control automático, lo que se buscó es determinar los parámetros K_d y C_d de un actuador pasivo que haga más estable la estructura ante excitaciones estocásticas como vientos o sismos. Se comprobó que la estrategia de intersección de subsuperficies (IS) es la que genera mejores resultados en términos de desempeño y robustez dentro de las estrategias estudiadas. Como era de esperar, los índices MDR indicaron que una mayor masa permite mejores desempeños, reduciendo a su vez los desplazamientos máximos alcanzados. El parámetro C_d resultó ser crucial en la robustez del dispositivo, pues a mayor valor, menores fueron las desviaciones estándar del índice de desempeño MDR.

Integrando las disciplinas de SHM y SC, se propuso una metodología que permitió diseñar y sintonizar efectivamente un AMS a partir de un modelo dinámico construido de la identificación múltimodelo de los parámetros modales. Con el fin de evaluar la metodología en un escenario más complicado, se procedió a identificar los parámetros modales de una estructura que ya contase con un dispositivo AMS. Esto dificulta la tarea de identificación pues del problema dinámico aparecen dos modos muy cercanos. De los resultados obtenidos, el modelo dinámico reconstruido a partir de la identificación múltimodelo pudo satisfactoriamente utilizarse para la resintonización del AMS, consiguiendo mejorar su desempeño.

El trabajar considerando la rigidez variable y dependiente de los *drifts*, también permitió obtener algunas conclusiones. Tal como se ha observado en la práctica, durante un terremoto las propiedades internas de la estructura van cambiando, específicamente la rigidez va decayendo producto de los daños que van generando los *drift*. De las simulaciones realizadas se pudo comprobar que un dispositivo AMS puede efectivamente reducir los *drifts* máximos y con ello los daños. El colapso de una estructura susceptible al daño y sin un dispositivo de disipación, puede explicarse mediante el concepto de retroalimentación positiva. Asumiendo que la excitación es lo suficientemente fuerte como para provocar que los *drifts* superen el punto de quiebre δ_o , la rigidez comenzará a decaer, y dicha disminución provocará que la estructura sea más elástica permitiendo que los *drifts* sean mayores. Si la excitación no cesa, los *drifts* generarán más daño, en consecuencia la rigidez disminuirá aún más, y nuevamente la mayor flexibilidad permitirá *drifts* mayores. Este efecto puede ser compensado con la adición de un AMS. En términos de estabilidad, según el análisis del Lugar Geométrico de las Raíces, el daño provocado por los *drifts* hace cada vez más estable a la estructura, pues tal como se comprobó los polos del sistema realimentado tienden a acercarse al eje real, disminuyendo las frecuencias modales y aumentando los coeficientes de amortiguación. Pero por otra parte, se aumenta la posibilidad de fallas estructurales.

Si bien como resultado del test de hipótesis se observó una tendencia a mejorar los desempeños estructurales al considerar el daño en la etapa de diseño, no hubo suficiente evidencia estadística para afirmarlo categóricamente. Ésto requiere realizar un estudio más extenso, con un mayor número de edificios, para determinar la incidencia en el desempeño del AMS al diseñar considerando daños. Para una razón de masa $\mu = 2\%$, sí hubo una tendencia a obtener mejores desempeños con un matriz de rigidez \mathbf{K} estática (sin daño). La razón de ello fue que los amortiguamientos C_d asociados resultaron ser mayores que los obtenidos en un diseño con \mathbf{K} variable (con daño), otorgándole mayor robustez a la solución. Como era de esperar, los mejores desempeños se obtuvieron para una razón de masa del 2% . Pero si se analiza desde el punto de vista costo-beneficio, el AMS con $\mu = 1\%$ resulta ser la mejor opción (diseñado con estrategia IS), pues el doble de masa no consigue duplicar el desempeño. Además, al duplicar la masa del AMS no sólo se incurre en un mayor volumen de materiales, también se debe mejorar su calidad, aumentando rápidamente los costos. Para el problema aquí tratado, la mejor opción desde la perspectiva costo-beneficio es utilizar un AMS con razón de masa $\mu = 1\%$. En este caso, sí podría ser más relevante considerar el daño estructural en el diseño, pues las tablas con los índices de desempeño MDR 5.23, 5.24 y 5.25, mostraron una tendencia a obtener mejores resultados con una matriz \mathbf{K} variable (con daño).

En este trabajo se exploraron las disciplinas de *Structural Health and Monitoring* y *Structural Control*, considerando ambas como una aplicación directa de lo que se encuentra en la teoría de control, específicamente la detección y el diagnóstico de fallas y el diseño de controladores. De los resultados obtenidos, se puede concluir que ambas disciplinas más que ser complementarias, debiesen ser necesarias en la tarea de sintonización de un AMS.

6.2. Trabajo Futuro

Debido a la gran cantidad de aristas del problema estudiado, muchas soluciones planteadas aún pueden ser mejoradas. En cuanto a los métodos de identificación de estructuras

con modos muy cercanos, el ruido en las mediciones dificulta la estimación de los parámetros. En este trabajo este efecto se resolvió disminuyendo el ruido y utilizando registros de mediciones de mayor duración.

El método presentado para el diseño de AMS basado en la intersección de subuperficies (IS) obtuvo el mejor resultado entre los métodos estudiados, pero su carácter heurístico hace que carezca de teoría que lo respalde. De esta manera cualquier escenario, por muy particular que sea, en el que el método IS no logre un resultado acorde a lo esperado, invalidará o pondrá en jaque su aplicabilidad, lo cual hace necesario robustecer esta herramienta con el fin de darle mayor seguridad y validez.

La metodología aquí presentada permitió diseñar un actuador pasivo denominado AMS. Dada la naturaleza del problema, en el que las propiedades internas del sistema van cambiando a cada instante, un control adaptativo sería más adecuado.

Para la etapa de reconstrucción se utilizaron sólo las estimaciones de los primeros modos de vibración y los restantes fueron asumidos conocidos. En la práctica, esto puede suceder si se cuenta con un modelo computacional, pero de no ser así, la metodología aquí expuesta no podría aplicarse. Una solución futura para estos casos consiste en construir un modelo de menos grado de libertad, ajustando los perfiles de daño según el número de grados de libertad. La etapa de reconstrucción también podría mejorarse, pues en la estimación de las matrices estructurales M , C y K , no se aprovechó el conocimiento de la forma de estas matrices. El saber que las matrices a estimar son diagonales o tridiagonales permitiría mejorar la aproximación del modelo dinámico.

Por último cabe destacar que en este trabajo se consideró sólo los cambios en la rigidez producto del daño estructural; queda pendiente el estudio del comportamiento estructural y el diseño del AMS considerando también cambios transientes en la matriz de amortiguamiento C .

Referencias

- Alicioglu, B., & Lus, H. (2008). Ambient vibration analysis with subspace methods and automated mode selection: Case studies. *Journal of Structural Engineering*, 134(6), 1016-1029.
- Antoniou, A. (1993). *Digital Filters: Analysis, Design and Applications*. McGraw-Hill.
- Barton, E., Middleton, C., Koo, K., Crocker, L., & Brownjohn, J. (2011). Structural finite element model updating using vibration tests and modal analysis for NPL footbridge. *Journal of Physics: Conference Series*, 305(1), 1-10.
- Basseville, M., Benveniste, A., Goursat, M., & Mevel, L. (2007). Subspace-based algorithms for structural identification, damage detection, and sensor data fusion. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 2007(1), 200-200.
- Benchmark building. (2006). *The First CIB/W 114 Meeting, Guangzhou, China*.
- Bendat, J. S., & Piersol, A. G. (1971). *Random Data: Analysis and Measurement Procedures* (1.^a ed.). Wiley and Sons.
- Bergland, G. D. (1969). A guide tour of the fast fourier transform. En *IEEE Spectrum* (p. 41-52).
- Bhattacharya, S., & Chakraborty, S. (2010). Estimation of storey shear of a building with mass and stiffness variation due to seismic excitation. *Civil and Structural Engineering*, 1(3), 635-643.
- Brincker, R., Andersen, P., & Jacobsen, N. J. (2007). Automated frequency domain decomposition for operational modal analysis. *Proceedings of the 25th International Modal Analysis Conference, IMAC, Orlando, Florida*, 1-7.

- Brincker, R., Andersen, P., & Ventura, C. (2001). Damping estimation by frequency domain decomposition. *Proceedings of SPIE, The International Society for Optical Engineering*, 698-703.
- Brownjohn, J. (2007). Structural health monitoring of civil infrastructure. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 589-622.
- Buckle, I. (2000). Passive control of structures for seismic loads. *12th World Conference of Earthquake Engineering, Auckland, New Zealand*, 33(3), 209-221.
- Bunke, H., & Riesen, K. (2012). Towards the unification of structural and statistical pattern recognition. *Pattern Recognition Letters*, 33(7), 811-825.
- Caicedo, J. M., Dyke, S. J., & Johnson, E. A. (2004). Natural excitation technique and eigensystem realization algorithm for phase I of the IASC-ASCE benchmark problem: Simulated data. *Journal of Engineering Mechanics*, 130(1), 49-60.
- Cao, H., & Li, Q. (2004). New control strategies for active tuned mass damper systems. *Computers and Structures*, 82(27), 2341-2350.
- Carden, E. P., & Brownjohn, J. M. (2008). Arma modelled time-series classification for structural health monitoring of civil infrastructure. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(2), 295-314.
- Chen, B., & Zang, C. (2009). Artificial immune pattern recognition for structure damage classification. *Computers and Structures*, 87(21-22), 1394-1407.
- Chen, W., Lu, Z., Lin, W., Chen, S., Ni, Y., Xia, Y., & Liao, W. (2011). Theoretical and experimental modal analysis of the Guangzhou New TV Tower. *Engineering Structures*, 33(12), 3628-3646.
- Christodoulou, K., Ntotsios, E., Papadimitriou, C., & Panetsos, P. (2008). Structural model updating and prediction variability using pareto optimal models. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 198(1), 138-149.

Chu, S., Soong, T., Reinhorn, A., Helgeson, R., & Riley, M. (2002). Integration issues in implementation of structural control systems. *Journal of Structural Control*, 9(1), 31-58.

Connor, J. (2003). *Introduction to Structural Motion Control*. Prentice Hall Pearson.

Crowley, S. M., & Allemang, R. J. (1984). Applications of poly reference technique in experimental modal analysis. *Proceedings of the International Modal Analysis Conference Exhibit, 1*, 111-117.

Cunha, J., Caetano, E., Magalhaes, F., & Moutinho, C. (2006). From input-output to output-only modal identification of civil engineering structures. *Samco*, 1-22.

Curadelli, R., Riera, J., Ambrosini, D., & Amani, M. (2008). Damage detection by means of structural damping identification. *Engineering Structures*, 30(12), 3497-3504.

Datta, T. (2003). A state of the art review on active control of structures. *Journal of Earthquake Technology*, 40(430), 1-17.

Deraemaeker, A., Reynders, E., Roeck, G. D., & Kullaa, J. (2008). Vibration-based structural health monitoring using output-only measurements under changing environment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(1), 34-56.

Fan, J., Zhang, Z., & Hua, H. (2007). Data processing in subspace identification and modal parameter identification of an arch bridge. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(4), 1674-1689.

Farrar, C. R., Doebling, S. W., & Nix, D. A. (2001). Vibration based structural damage identification. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 359(1778), 131-149.

- Farrar, C. R., & Lieven, N. A. (2007). Damage prognosis: the future of structural health monitoring. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 623-632.
- Farrar, C. R., & Worden, K. (2007). An introduction to structural health monitoring. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 303-315.
- Fisco, N., & Adeli, H. (2011a). Smart structures: Part I - Active and semi-active control. *Scientia Iranica*, 18(3), 275-284.
- Fisco, N., & Adeli, H. (2011b). Smart structures: Part II - Hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica*, 18(3), 285-295.
- Fritzen, C. (2005). Vibration-based structural health monitoring - concepts and applications. *EURASIP Journal on Applied Signal Processing*, 293-294(3), 3-20.
- Gade, S., Herlufsen, H., & Bruel, H. K. (2002). Frequency domain techniques for operational modal analysis. *JSAE Annual Congress*, 68, 17-20.
- Gao, Y., Spencer, B., & Bernal, D. (2007). Experimental verification of the flexibility-based damage locating vector method. *Journal of Engineering Mechanics*, 133(10), 1043-1049.
- Gawronski, W. (2004). *Advanced structural dynamics and active control of structures advanced structural dynamics and active control of structures*. Springer.
- Ghorbani-Tanha, A. K., Rahimian, M., & Noorzad, A. (2011). A novel semiactive variable stiffness device and its application in a new semiactive tuned vibration absorber. *Journal of Engineering Mechanics*, 137(6), 390-399.
- Giraldo, D., Song, W., Dyke, S., & Caicedo, J. (2009). Modal identification through ambient vibration: Comparative study. *Journal of Engineering Mechanics*, 135(8), 759-770.

- Gul, M., & Catbas, F. N. (2009). Statistical pattern recognition for structural health monitoring using time series modeling: Theory and experimental verifications. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(7), 2192-2204.
- Gul, M., & Catbas, F. N. (2011). Damage assessment with ambient vibration data using a novel time series analysis methodology. *Journal of Structural Engineering*, 137(12), 1518-1526.
- Haskett, T., Breukelman, B., Robinson, J., & Kottelenberg, J. (2001). Tuned mass dampers under excessive structural excitation. *Motioneering Inc*, 1-7.
- Hayton, P., Utete, S., King, D., King, S., Anuzis, P., & Tarassenko, L. (2007). Static and dynamic novelty detection methods for jet engine health monitoring. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 493-514.
- Hazra, B., Sadhu, A., Roffel, A. J., Paquet, P. E., & Narasimhan, S. (2012). Under-determined blind identification of structures by using the modified cross-correlation method. *Journal of Engineering Mechanics*, 138(4), 327-337.
- He, J., & Fu, Z.-F. (2001). *Modal analysis*. Butterworth-Heinemann, Oxford.
- He, J., Guan, X., & Liu, Y. (2012). Structural response reconstruction based on empirical mode decomposition in time domain. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 28(0), 348-366.
- Hoa, L., Tamura, Y., Yoshida, A., & Anh, N. (2010). Frequency domain versus time domain modal identifications for ambient excited structures. *International Conference on Engineering Mechanics and Automation, Hanoi, Vietnam*, 1-10.
- Hoang, N., Fujino, Y., & Warnitchai, P. (2008). Optimal tuned mass damper for seismic applications and practical design formulas. *Engineering Structures*, 30(3), 707-715.

- Hung, C.-F., Ko, W.-J., & Peng, Y.-T. (2004). Identification of modal parameters from measured input and output data using a vector backward auto-regressive with exogeneous model. *Journal of Sound and Vibration*, 276(3-5), 1043-1063.
- Hwang, J.-S., Kim, H., & Kim, J. (2006a). Estimation of the modal mass of a structure with a tuned-mass damper using h-infinity optimal model reduction. *Engineering Structures*, 28(1), 34-42.
- Hwang, J.-S., Kim, H., & Kim, J. (2006b). Estimation of the modal mass of a structure with a tuned-mass damper using h-infinity optimal model reduction. *Engineering Structures*, 28(1), 34-42.
- Ikeda, Y. (2009). Active and semi-active vibration control of buildings in Japan - Practical applications and verification. *Structural Control and Health Monitoring*, 16(7-8), 703-723.
- James, G. H., Carne, T., & Lauffer, J. P. (1993). The natural excitation technique for modal parameter extraction from operating wind turbines. *Sandia National Laboratories*, 1-46.
- James, G. H., Carne, T., Lauffer, J. P., & Nord, A. R. (1992). Modal testing using natural excitation. *Proceedings of the 10th International Modal Analysis Conference*, 1209-1216.
- James, G. H., Carne, T., & Mayes, R. L. (1996). Modal parameter extraction from large operating structures using ambient excitation. *Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference, Albuquerque, NM*, 77-83.
- Jiang, X., & Mahadevan, S. (2008). Bayesian probabilistic inference for nonparametric damage detection of structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 134(10), 820-831.

- Juang, J., Cooper, J., & Wright, J. (1987). An eigensystem realization algorithm using data correlations *ERA/DC* for modal parameter identification. *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 8(5), 620-627.
- Khatibi, M., Ashory, M., & Albooyeh, A. (2009). Determination of scaled mode shapes in response only modal analysis. *Proceedings of the IMAC-XXVII*, 1-10.
- Kim, S., & Frangopol, D. M. (2011). Cost-effective lifetime structural health monitoring based on availability. *Journal of Structural Engineering*, 137(1), 22-33.
- Kim, S., Pakzad, S., Culler, D., Demmel, J., Fenves, G., Glaser, S., & Turon, M. (2006). Wireless sensor networks for structural health monitoring. *Proceedings of The 4th International Conference on Embedded Networked Sensor Systems*, 427-428.
- Kim, Y., Langari, R., & Hurlebaus, S. (2009). Semiactive nonlinear control of a building with a magnetorheological damper system. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(2), 300-315.
- Ku, C. J., Cermak, J. E., & Chou, L.-S. (2007). Random decrement based method for modal parameter identification of a dynamic system using acceleration responses. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 95(6), 389-410.
- Lee, C., Goda, K., & Hong, H. (2008). Cost-effectiveness of tuned mass damper and base isolation. *The 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, China*, 1-8.
- Lee, C.-L., Chen, Y.-T., Chung, L.-L., & Wang, Y.-P. (2006). Optimal design theories and applications of tuned mass dampers. *Engineering Structures*, 28(1), 43-53.
- Liu, Y.-C., & Loh, C.-H. (2011). Stochastic subspace identification for output-only modal analysis: accuracy and sensitivity on modal parameter estimation. *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, 7981, 1-14.

- Lopez-Aenlle, M., Fernandez, P., Brincker, R., & Fernandez-Canteli, A. (2010). Scaling-factor estimation using an optimized mass-change strategy. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(5), 1260-1273.
- Lopez-Higuera, J., Cobo, L., Incera, A. Q., & Cobo, A. (2011). Fiber optic sensors in structural health monitoring. *Journal of Lightwave Technology*, 29(4), 587-608.
- Lu, L.-Y. (2004). Semi-active modal control for seismic structures with variable friction dampers. *Engineering Structures*, 26(4), 437-454.
- Luca, S., & Pastia, C. (2009). Case study of variable orifice damper for seismic protection of structures. *Gheorghe Asachi Technical University of Jassy*, 39-47.
- Lynch, J. P. (2007). An overview of wireless structural health monitoring for civil structures. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 345-372.
- Mackriell, L., Kwok, K., & Samali, B. (1997). Critical mode control of a wind-loaded tall building using an active tuned mass damper. *Engineering Structures*, 19(10), 834-842.
- Maeda, T., Sasaki, F., & Yamamoto, Y. (2004). Non-stationary simulation of earthquake ground motion. En *The 11th International Conference on Soil Dynamics Earthquake Engineering* (p. 246-250).
- Mei, G., Kareem, A., & Kantor, J. C. (2002). Model predictive control of structures under earthquakes using acceleration feedback. *Journal of Engineering Mechanics*, 128(5), 574-585.
- Metered, H., Bonello, P., & Oyadiji, S. (2010). The experimental identification of magnetorheological dampers and evaluation of their controllers. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(4), 976-994.
- Mita, A. (1999). Emerging needs in Japan for health monitoring technologies in civil and building structures. *Structural Engineering*, 23-31.

- Mohtat, A., & Dehghan-Niri, E. (2011). Generalized framework for robust design of tuned mass damper systems. *Journal of Sound and Vibration*, 330(5), 902-922.
- Moss, R. M., & Matthews, S. L. (1995). In-service structural monitoring - a state of the art review. *2nd International Workshop on Structural Health Monitoring*, 73(2), 23-31.
- Nakamura, T., Saga, N., & Nakazawa, M. (2004). Variable viscous control of a homogeneous er fluid device considering its dynamic characteristics. *Mechatronics*, 14(1), 55-68.
- Nayeri, R., Masri, S. F., & Chassiakos, A. G. (2007). Application of Structural Health Monitoring techniques to track structural changes in a retrofitted building based on ambient vibration. *Journal of Engineering Mechanics*, 133, 1311-1325.
- Neumaier, A., & Schneider, T. (2001). Estimation of parameters and eigenmodes of multivariate autoregressive models. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 27(1), 27-57.
- Ng, C., & Xu, Y. (2007). Semi-active control of a building complex with variable friction dampers. *Engineering Structures*, 29(6), 1209-1225.
- Ni, Y. Q., Xia, Y., Liao, W. Y., & Ko, J. M. (2009). Technology innovation in developing the structural health monitoring system for Guangzhou New TV Tower. *Structural Control and Health Monitoring*, 16(1), 73-98.
- Ni, Y. Q., & Zhou, H. F. (2010). Guangzhou New TV Tower: Integrated Structural Health Monitoring and Vibration Control. *Structural Congress 2010, Orlando, Florida*, 369(41130), 283-283.
- Nishitani, A., & Inoue, Y. (2001). Overview of the application of active/semiactive control to building structures in Japan. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 30(11), 1565-1574.

- Overbey, L., & Todd, M. (2008). Damage assessment using generalized state-space correlation features. *Structural Health Monitoring*, 7(4), 347-363.
- Overschee, V., & Moor, D. (1996). *Subspace Identification for Linear Systems*. Springer.
- Panigrahi, S. K., Chakraverty, S., & Mishra, B. K. (2011). Damage identification of multi storey shear structure from sparse modal information. *Journal of Computing in Civil Engineering*, 1(1), 133-133.
- Pines, D., & Salvino, L. (2006). Structural health monitoring using empirical mode decomposition and the hilbert phase. *Journal of Sound and Vibration*, 294(1-2), 97-124.
- Pislaru, C., Freeman, J., & Ford, D. (2003). Modal parameter identification for cnc machine tools using wavelet transform. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(10), 987-993.
- Porras, J., de Sebastian, J., Casado, C., & Lorenzana, A. (2012). Modal mass estimation from output-only data using oscillator assembly. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 26(0), 15-23.
- Quast, P., Sain, M. K., Spencer, B. F., & Dyke, S. J. (1995). Microcomputers implementation of digital control strategies for structural response reduction. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 10(1), 13-25.
- Rent, W.-X., & Zong, Z.-H. (2003). Output-only modal parameter identification of civil engineering structures. *Structural Engineering and Mechanics*, 17(3-4), 1-16.
- Reynders, E., Houbrechts, J., & Roeck, G. D. (2012). Fully automated (operational) modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 29, 228-250.

- Reynders, E., & Roeck, G. D. (2008). Reference-based combined deterministic-stochastic subspace identification for experimental and operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 22(3), 617-637.
- Rofooei, F., Mobarake, A., & Ahmadi, G. (2001). Generation of artificial earthquake records with a nonstationary Kanai-Tajimi model. *Engineering Structures*, 23(7), 827-837.
- Rytter, A., & Kirkegaard, P. (1994). *Vibration Based Inspection of Civil Engineering Structures*. Aalborg Universitetsforlag.
- Saadat, S., Noori, M. N., Buckner, G. D., Furukawa, T., & Suzuki, Y. (2004). Structural health monitoring and damage detection using an intelligent parameter varying (IPV) technique. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 39(10), 1687-1697.
- Salawu, O. (1997). Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Engineering Structures*, 19(9), 718-723.
- Sim, Spencer, B., & Nagayama, T. (2011). Multimetric sensing for structural damage detection. *Journal of Engineering Mechanics*, 137(1), 22-30.
- Sim, S.-H., Marquez, J. C., Spencer, B., & Jo, H. (2011). Decentralized random decrement technique for efficient data aggregation and system identification in wireless smart sensor networks. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 26(1), 81-91.
- Sohn, H. (2007). Effects of environmental and operational variability on structural health monitoring. *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851), 539-560.
- Sohn, H., Farrar, C. R., Hemez, F., & Czarnecki, J. (2001). A review of structural health monitoring literature 1996-2001. *Structural Health Monitoring*, 1-7.

Sohn, H., Farrar, C. R., & Hunter, N. F. (2001). Data normalization issue for vibration-based structural health monitoring. *Proceedings of The International Modal Analysis Conference IMAC, 1*, 432-437.

Spencer, J., B.F., & Sain, M. (1997). Controlling buildings: a new frontier in feedback. *Control Systems, IEEE, 17*(6), 19-35.

Symans, M., Charney, F., Whittaker, A., Constantinou, M., Kircher, C., Johnson, M., & McNamara, R. (2008). Energy dissipation systems for seismic applications: Current practice and recent developments. *Journal of Structural Engineering, 134*(1), 3-21.

Taflanidis, A. A., & Beck, J. L. (2009). Life-cycle cost optimal design of passive dissipative devices. *Structural Safety, 31*(6), 508-522.

Tan, J.-B., Liu, Y., Wang, L., & Yang, W.-G. (2008). Identification of modal parameters of a system with high damping and closely spaced modes by combining continuous wavelet transform with pattern search. *Mechanical Systems and Signal Processing, 22*(5), 1055-1060.

Tang, J., Park, C., & Ding, Y. (2009). Aggressive data reduction for damage detection in structural health monitoring. *Journal of Structural Health Monitoring, 9*(1), 59-74.

Tseng, K. K., & Wang, L. (2005). Impedance-based method for nondestructive damage identification. *Journal of Engineering Mechanics, 131*(1), 58-64.

Venture, K. J. (2007). Taipei 101 project review and management. *International Construction Conference, 78-83*.

Walsh, K. K., Abdullah, M. M., & Moore, C. A. (2008). Control of civil structures using a semiactive stiffness system based on variable amplification. *Journal of Structural Engineering, 134*(7), 1246-1251.

- Wang, Z., & Ong, K. C. G. (2010). Multivariate statistical approach to structural damage detection. *Journal of Engineering Mechanics*, 136(1), 12-22.
- Weber, F., Feltrin, G., & Huth, O. (2006). Guidelines for structural control. *Swiss Federal Laboratories for Materials Testing and Research*, 1-155.
- Worden, K., & Dulieu-Barton, J. M. (2004). An overview of intelligent fault detection in systems and structures. *Structural Health Monitoring*, 3(1), 85-98.
- Wu, J., Yuan, S., Ji, S., Zhou, G., Wang, Y., & Wang, Z. (2010). Multi-agent system design and evaluation for collaborative wireless sensor network in large structure health monitoring. *Expert Systems with Applications*, 37(3), 2028-2036.
- Yalla, S. K., & Kareem, A. (2003). Semiactive tuned liquid column dampers: Experimental study. *Journal of Structural Engineering*, 129(7), 960-971.
- Yang, Y., & Chen, Y. (2009). A new direct method for updating structural models based on measured modal data. *Engineering Structures*, 31(1), 32-42.
- Ye, X., Yan, Q., Wang, W., Yu, X., & Zhu, T. (2011a). Output-only modal identification of Guangzhou New TV Tower. *The 6th International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology, Dalian, China*, 1-12.
- Ye, X., Yan, Q., Wang, W., Yu, X., & Zhu, T. (2011b). Output-only modal identification of Guangzhou New TV Tower subject to different environment effects. *The 6th International Workshop on Advanced Smart Materials and Smart Structures Technology, Dalian, China*, 1-12.
- Zang, C., Friswell, M., & Mottershead, J. (2005). A review of robust optimal design and its application in dynamics. *Computers and Structures*, 83(4-5), 315-326.
- Zang, C., Friswell, M. I., & Imregun, M. (2007). Structural health monitoring and damage assessment using frequency response correlation criteria. *Journal of Engineering Mechanics*, 133(9), 981-993.

Zhao, X., Yuan, S., Yu, Z., Ye, W., & Cao, J. (2008). Designing strategy for multi-agent system based large structural health monitoring. *Expert Systems with Applications*, 34(2), 1154-1168.

Zhao, X., Yuan, S., Zhou, H., Sun, H., & Qiu, L. (2009). An evaluation on the multi-agent system based structural health monitoring for large scale structures. *Expert Systems with Applications*, 36(3, Part 1), 4900-4914.