PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

USO DE DATOS DE TIEMPO DE VIAJE INDIVIDUALES PARA LA ESTIMACIÓN DE INDICADORES AGREGADOS DE CONGESTIÓN

MATÍAS IGNACIO NAVARRO SUDY

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
JUAN CARLOS HERRERA MALDONADO

Santiago de Chile, Agosto, 2014

© 2014, Matías Navarro S.

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

USO DE DATOS DE TIEMPO DE VIAJE INDIVIDUALES PARA LA ESTIMACIÓN DE INDICADORES AGREGADOS DE CONGESTIÓN

MATÍAS IGNACIO NAVARRO SUDY

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

JUAN CARLOS HERRERA MALDONADO

JUAN CARLOS MUÑOZ ABOGABIR

JORGE LAVAL ALLENDE

ÁLVARO SOTO ARRIAZA

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto, 2014

A Dios y a mi familia.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer el apoyo de mi profesor supervisor, Juan Carlos Herrera. Haberme dado la oportunidad de llevar a cabo una investigación en conjunto y profundizar en mis conocimientos en el área de modelos de tráfico ha sido una gran experiencia en mi etapa universitaria. La familiaridad con la que se relaciona con sus alumnos permitió generar la confianza suficiente que, en mi caso, fue importante para mantener la calma cuando las cosas no salían del todo bien.

También me gustaría agradecer a la comisión evaluadora, y en especial al profesor Jorge Laval. Su rigurosa manera de entender la teoría de tráfico me hizo enfrentar un exigente desafío en mi estadía en Georgia Tech, lo cual me permitió profundizar formulaciones y desarrollar un análisis teórico que, sin duda, enriqueció esta investigación.

Agradezco especialmente a Andrea e Isidora, quienes con su incondicionalidad fueron fundamentales en la etapa final de mi magíster. Contar con su compañía en la defensa fue un importante apoyo para terminar de buena manera este proceso.

A todos los funcionarios, administrativos, profesores y compañeros del Departamento de Ingeniería de Transporte y Logística, quienes con su siempre buena disposición y grandes favores hicieron de mi estadía en la especialidad y en el magíster una grata experiencia. Especialmente le doy las gracias a mis amigos Gabriel, Camila, Cristian y Christopher. Cada uno aportó de distintas maneras y de forma importante a que este trabajo llegara a buen puerto.

Quiero agradecer también a mi familia que siempre ha estado apoyándome en todos los proyectos que he emprendido en la universidad y sobre todo en este, el cual ocupó gran parte de mi tiempo en estos últimos años.

Por último, agradecer al Centro de Desarrollo Urbano Sustentable (CEDEUS) que me dio la oportunidad de mostrar mi investigación en la conferencia *Transportation Research Board*, de la cual me quedo con grandes recuerdos y aprendizajes.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA ii
AGRADECIMIENTOS iii
INDICE DE TABLAS vi
INDICE DE FIGURAS vii
RESUMEN x
ABSTRACT xi
1. INTRODUCCIÓN 1
1.1 Hipótesis y objetivos 2
1.2 Alcances 2
1.3 Contenido 3
2. MARCO TEÓRICO 4
2.1 Tiempos de viaje 4
2.1.1 Datos de tiempo de viaje individual 4
2.1.2 Aplicaciones 7
2.2 Curvas acumuladas 8
2.2.1 Definiciones básicas 8
2.2.2 Curva virtual *V(t)* 10
2.2.3 Coordenadas oblicuas 11
2.3 Diagrama de confluencia 13
3. METODOLOGÍA 16
3.1 Formulación continua 17
3.1.1 Datos de tiempo de viaje 17
3.1.2 Construcción de la curva en *D*: *D(y(t))* 18
3.1.3 Construcción de la curva en *A*: *A(t)* 19
3.2 Formulación discreta 26

3.2.1 Datos de tiempo de viaje 26
3.2.2 Construcción de la curva en *D*: *D(y(t))* 28
3.2.3 Construcción de la curva en *A*: *A(t)* 29
4. ANÁLISIS TEÓRICO DE LA FORMULACIÓN CONTINUA 37
5. EVALUACIÓN Y RESULTADOS 43
5.1 Evaluación: Simulaciones 43
5.1.1 Datos de tiempo de viaje 46
5.1.2 Tasa de llegada λ 48
5.1.3 Tasa de atención μ 49
5.1.4 Escenarios de evaluación 50
5.2 Resultados: Simulaciones 51
5.2.1 Tasas de penetración 51
5.2.2 Conservación de vehículos 54
5.2.3 Confluencia de vehículos 61
5.3 Evaluación: Mediciones en terreno 74
5.3.1 Datos de tiempo de viaje 75
5.3.2 Tasas de llegada λ 75
5.3.3 Tasas de atención μ 76
5.3.4 Escenarios de evaluación 76
5.4 Resultados: Mediciones en terreno 76
5.4.1 Datos de tiempo de viaje 77
5.4.2 Construcción del diagrama de entradas y salidas 77
5.4.3 Demora total 78
5.4.4 Flujos por intervalo 79
6. CONCLUSIONES 82
BIBLIOGRAFIA 85

INDICE DE TABLAS

Pág.

Tabla 5-1: Datos de tasas de llegadas para simulación con conservación de vehículos ..48
Tabla 5-2: Datos de tasas de llegadas para simulación con confluencia de vehículos 49
Tabla 5-3: Datos de tasas de atención para simulación con conservación de vehículos..49
Tabla 5-4: Escenarios y niveles de agregación para de evaluación de la metodología....50
Tabla 5-5: Comparación demora total (veh-h) en conservación de vehículos para mediciones en terreno 79

INDICE DE FIGURAS

Pág.

Figura 2-1: Relaciones y variables en el diagrama de entradas y salidas 10
Figura 2-2: Construcción de la curva virtual V(t) en el diagrama de entradas y salidas . 11
Figura 3-1: Función de demora 18
Figura 3-2: Esquema de conservación de vehículos entre *A* y *D* 19
Figura 3-3: Construcción del diagrama de entradas y salidas para conservación de vehículos 20
Figura 3-4: Esquema de confluencia de vehículos entre A y D 21
Figura 3-5: Diagrama de confluencia Newell-Daganzo 23
Figura 3-6: Construcción del diagrama de entradas y salidas para confluencia de vehículos 24
Figura 3-7: Área correspondiente al tiempo de viaje a flujo libre 25
Figura 3-8: Construcción curva V(t) 26
Figura 3-9: Esquema comportamiento tiempos de viaje 28
Figura 3-10: Construcción curva D(y(t)) 29
Figura 3-11: Desplazamiento curva D(y(t)) en tiempo de viaje 30
Figura 3-12: Construcción de A(t) en base a D(y(t)) y tiempos de viaje 31
Figura 3-13: Área correspondiente al tiempo de viaje a flujo libre 34
Figura 3-14: Construcción curva V(t) 34
Figura 3-15: Diagrama de entradas y salidas y sus componentes 36
Figura 4-1: Forma funcional aproximada de la función de demora 39
Figura 4-2 Función de demora real y con errores en los parámetros b y c 40
Figura 4-3: Estimación de *A(t)* para errores en la función de demora 41
Figura 4-4: Errores porcentuales en A(t) para variaciones porcentuales en b y c 42
Figura 5-1 Red en AIMSUN del experimento con conservación de vehículos 45
Figura 5-2 Red en AIMSUN del experimento con confluencia de vehículos 46

Figura 5-3: Comparación de tiempos de viaje para distintos porcentajes de penetración53
Figura 5-4: Datos de tiempo de viaje en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 55
Figura 5-5: Diagrama de entradas y salidas en conservación de vehículos en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....56
Figura 5-6: Comparación demora total en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 57
Figura 5-7: Comparación de la media de flujos por intervalo en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....59
Figura 5-8: Comparación de flujos A(t) estimados y observados para la Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 61
Figura 5-9: Datos de tiempo de viaje en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 62
Figura 5-10: Datos de tiempo de viaje en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 63
Figura 5-11: Diagrama de entradas y salidas en confluencia de vehículos (acceso 1) en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....65
Figura 5-12: Diagrama de entradas y salidas en confluencia de vehículos (acceso 2) en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....65
Figura 5-13: Comparación demora total en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 67
Figura 5-14: Comparación demora total en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b) 69
Figura 5-15: Comparación de la media de flujos por intervalo en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....71
Figura 5-16: Comparación de la media de flujos por intervalo en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b).....73

Figura 5-17: Lugar de estudio caso con conservación de vehículos 74
Figura 5-18: Datos de tiempo de viaje en conservación de vehículos para mediciones en terreno 77
Figura 5-19: Diagrama de entradas y salidas en conservación de vehículos en coordenadas oblicuas para mediciones en terreno 78
Figura 5-20: Comparación entre flujos *A(t)* estimados y reales, con *D(y(t))* estimado, para mediciones en terreno..... 80
Figura 5-21: Comparación de flujos *A(t)* estimados y reales, con *D(y(t))* real, para mediciones en terreno 81

RESUMEN

Los datos de tiempo de viaje son más fáciles de obtener hoy en día que hace algunos años debido a los avances tecnológicos. Estos datos son usados principalmente por los usuarios para planificar sus viajes y por las agencias operadoras de las vías para monitorear el tráfico. Sin embargo, los datos de tiempo de viaje usualmente provienen de una muestra de los vehículos en la vía. Esta tesis propone una simple y efectiva metodología para obtener más información a partir de este tipo de datos. En específico, el procedimiento utiliza los datos de tiempo de viaje para construir las curvas acumuladas en dos puntos de una sección de vía. Al hacer esto, indicadores agregados como el flujo de llegada y la demora total pueden ser calculados, entregando una forma más simple de evaluar el costo social de la congestión provocada por diferentes cuellos de botella, lo que añade valor a los datos de tiempo de viaje.

Palabras Claves: costo de congestión, sensores móviles, dispositivos GPS, tiempo de viaje, curvas acumuladas.

ABSTRACT

Reliable travel time data are easier to obtain today than a few years ago due to technological advances. These data are mainly used by drivers to plan their trips, and by agencies to monitor traffic. However, travel time data are usually collected from a certain sample of all the vehicles travelling on the road. This thesis proposes a simple and effective methodology to obtain more information from this type of data. In particular, the method uses travel time data to construct cumulative curves at two points on a road section. By doing so, aggregated measures such as arrival flow and total delay can be computed, yielding a simpler manner of assessing the social cost of congestion caused by different bottlenecks, thus adding value to travel time data.

Keywords: congestion cost, mobile sensors, GPS devices, travel time, cumulative curves.

1. INTRODUCCIÓN

La congestión en las vías genera pérdidas sociales que pueden ser cuantificadas a través de indicadores agregados, tales como la demora total o el número de vehículos afectados. Esta información es útil tanto para los operadores de las vías como para los usuarios, pues permite tomar decisiones con respecto a su gestión, evaluando medidas y mejorando la operación.

Para conocer estos indicadores agregados es necesario contar con vías equipadas con dispositivos (o sensores) que recolecten los datos necesarios. En la actualidad existen numerosas autopistas bien equipadas en Norte América y Europa, pero también hay muchas que, en el resto del mundo, no lo están. Del mismo modo, es frecuente encontrar arterias urbanas insuficientemente equipadas para estos fines. Lo anterior dificulta la obtención de estos indicadores. En consecuencia, el desarrollo de alternativas de gestión es escaso y se mantiene un desconocimiento con respecto a las pérdidas sociales que genera la presencia de congestión en esas vías.

Actualmente se cuenta con variados métodos y tecnologías que permiten recolectar datos fácilmente, con bastante precisión y sin la necesidad de instalar dispositivos en la vía. Entre estas tecnologías se encuentran los sistemas de posicionamiento global (*Global Positioning Systems* o GPS), los que cada vez tienen una mayor penetración en la población debido al creciente mercado de los teléfonos inteligentes (o *smartphones*). Se cuenta también con la detección automática de vehículos (*Automatic Vehicle Identification* o AVI), la que es utilizada, por ejemplo, en los pórticos de cobro electrónico (e.g. tag) de numerosas autopistas. Estas y otras tecnologías pueden reportar datos como la posición, la velocidad y también el tiempo de viaje de un vehículo entre dos puntos de una vía.

En particular, los datos de tiempo de viaje son ampliamente utilizados para entregar información al usuario sobre la congestión, y muchas veces se ven presentes en

la mensajería variable desplegada a lo largo de las vías. Sin embargo, al ser obtenidos a partir de un subconjunto desconocido del total de vehículos, no es posible inferir indicadores agregados como los mencionados anteriormente.

1.1 Hipótesis y objetivos

Los datos de tiempo de viaje son una buena fuente de información. Sin embargo, no se usan intensivamente como datos de entrada para realizar investigación o avances en la teoría de tráfico. En este trabajo se plantea como hipótesis que los datos de tiempo de viaje tienen el potencial de proveer más información relevante de tráfico –que la que actualmente entregan– cuando son utilizados en conjunto con la teoría y con las herramientas apropiadas.

Así, el objetivo general de esta tesis es desarrollar una metodología que permita estimar indicadores agregados en autopistas a partir de los datos de tiempo de viaje obtenidos de un subconjunto de vehículos. En particular, se busca construir las curvas acumuladas en dos puntos de una vía a partir del uso de datos de tiempo de viaje y la correcta incorporación de la teoría de tráfico.

Se espera que las curvas acumuladas construidas reproduzcan indicadores agregados (e.g. demoras totales, número de vehículos afectados, etc.) con una precisión comparable a los indicadores agregados que se hubiesen reportado teniendo la vía debidamente equipada.

1.2 Alcances

La metodología propuesta en esta tesis está desarrollada para una aplicación en autopistas. Se utilizará una sección en la que no existan numerosos flujos de entrada o salida. Es decir, una vía con conservación de vehículos. También se utilizará una sección en la que exista un flujo entrante entre dos puntos. O sea, una confluencia de dos vías.

Lo anterior no quiere decir que la metodología no pueda extenderse a arterias urbanas, pero una posible aplicación no fue incorporada en esta investigación.

La metodología no considera los casos en que existen bifurcaciones, es decir, no se contemplan aquellas situaciones en las que se presentan flujos divergentes.

Por otra parte, los datos utilizados en la evaluación de la metodología provienen de simulaciones y mediciones en terreno.

1.3 Contenido

Además de este capítulo introductorio, esta tesis incluye otros cinco capítulos. En el Capítulo 2 se presenta el Marco Teórico, el que permite entender la importancia de los datos de tiempo de viaje en la actualidad y cómo estos han sido y son actualmente recolectados. Así también, se revisa la literatura asociada a la construcción de las curvas acumuladas, cuando hay conservación y confluencia de vehículos. En el Capítulo 3 se presenta la Metodología, la que explica el procedimiento que se usa para que, en conjunto a la teoría de tráfico, los datos de tiempo de viaje entreguen la información que se está buscando. En el Capítulo 4 se presenta un Análisis teórico a la formulación desarrollada en la Metodología. Esto permitirá comprender la relación entre variables y la importancia de los datos de entrada en la obtención de un resultado preciso. En el Capítulo 5 se presenta la Evaluación y Resultados. Aquí se detallan los experimentos, los indicadores de desempeño y las fuentes de datos para aplicar la Metodología. También, conjuntamente se presentan los Resultados y el análisis de los indicadores de congestión obtenidos. Finalmente, en el Capítulo 6 se presentan las Conclusiones, las cuales entregan la síntesis de este trabajo, los principales aprendizajes que se pudieron extraer a partir de esta investigación y los desafíos que quedan pendientes en esta línea de estudio.

2. MARCO TEÓRICO

Esta investigación apunta a utilizar los datos de tiempo de viaje para obtener indicadores agregados de congestión. Esto se llevará a cabo mediante la construcción de curvas acumuladas.

Por esta razón, en este capítulo se presenta el conocimiento desarrollado hasta la fecha sobre tiempos de viaje, desde cómo se obtienen hasta sus posibles aplicaciones. Así también, se presenta la teoría asociada a la construcción de las curvas acumuladas y los indicadores agregados que se pueden obtener.

2.1 Tiempos de viaje

El tiempo de viaje es el tiempo que le toma a un usuario o vehículo *n* trasladarse entre dos puntos. A este tiempo se le denota como τ_n. En general, el tiempo de viaje puede ser separado en dos componentes. El primero es al que se le llama tiempo de viaje a flujo libre, que se denota como τ_{ff}. Este tiempo es el que le toma a cualquier usuario o vehículo trasladarse entre dos puntos cuando no hay presencia de congestión. El segundo es al que se le llama tiempo adicional o demora y para el vehículo *n* se denota como w_n. Por lo tanto, según lo anterior la expresión para el tiempo de viaje del vehículo *n*, τ_n, es:

$$\tau_n = \tau_{ff} + w_n \tag{2.1}$$

2.1.1 Datos de tiempo de viaje individual

Los métodos para obtener datos de tiempo de viaje individual (τ_n) han ido evolucionando a lo largo de los años. Los avances tecnológicos han tomado importancia como herramientas para obtener datos de tiempo de viaje. En particular, el método de reidentificación de vehículos ha estado presente en varias de las investigaciones en esta

materia. Este método se basa, de forma general, en reconocer a cada vehículo en dos puntos distintos de una vía, con lo cual puede obtenerse su tiempo de viaje. Las maneras de reconocer o reidentificar a cada vehículo son variadas, entre las que se encuentran: hacer coincidir patentes, diferenciar largo efectivo del vehículo[1], determinar la MAC[2] de un dispositivo electrónico que se encuentre en el vehículo, etc.

El método de las patentes (*License Plate Recognition* o LPR) da la posibilidad de reidentificar vehículos en dos puntos de la vía mediante el reconocimiento de sus patentes (Bertini et al., 2005; Cui y Huang, 1997; Oliveira-Neto et al., 2012). El uso de cámaras de video ayuda en este propósito, el cual tiene como resultado, entre otros datos, el tiempo de viaje.

También se han utilizado las espiras magnéticas para reidentificar vehículos y estimar su tiempo de viaje (Coifman y Cassidy, 2002; Coifman y Krishnamurthy, 2007; Coifman, 1999). Este método se basa esencialmente en identificar el largo efectivo del vehículo en dos detectores consecutivos. Con este dato es posible reconocer al vehículo y obtener una estimación de su tiempo de viaje.

Otra manera de reidentificar vehículos es a través de dispositivos de radio-frecuencia (RFID). Esta tecnología se ha ocupado en algunos países (como Chile) para cobrar el peaje en autopistas, lo que asegura la recolección de una gran cantidad de datos. Mediante dispositivos instalados en los vehículos, son pórticos –ubicados en puntos específicos de la vía– los encargados de reconocer la pasada del vehículo (Ban et al., 2010; Wright y Dahlgren, 2001; Zhu et al., 2012).

---

[1] El largo efectivo de un vehículo corresponde a la suma del largo del vehículo y el largo de la zona de detección.

[2] La dirección MAC de un dispositivo de red corresponde a su identificación única. En inglés sus siglas significan *Media Access Control*.

El creciente mercado de los teléfonos celulares, abrió una nueva manera de obtener tiempos de viaje individuales. Estos dispositivos reducen la necesidad de contar con vías equipadas con una alta densidad de espiras magnéticas, cámaras de video o pórticos detectores.

Las antenas telefónicas, mediante sus zonas de influencia, pueden seguir la pista y estimar la ubicación de un teléfono celular en dos instantes de tiempo diferentes (Bar-Gera, 2007; Fontaine y Smith, 2007; Lovell, 2001; Ygnace et al., 2000). A esto se le conoce como *Cellular Phone Tracking* (CPT) y puede ser usado para estimar el tiempo de viaje.

El avance en los teléfonos celulares ha derivado en la masificación de los conocidos *smartphones*. Estos han dado impulso a tecnologías de transmisión de datos a las que no tenía acceso un importante porcentaje de la población.

Bluetooth es una tecnología de transmisión de datos que necesita, además del dispositivo móvil que la contiene, lectores que puedan identificar su pasada. El dato que se envía es la dirección MAC y el instante de detección. Estos datos son recolectados en una base donde se realiza el emparejamiento y se obtiene el tiempo de viaje de cada vehículo detectado en ambos pórticos detectores (Haghani et al., 2009; Hainen et al., 2011; Haseman et al., 2010; Puckett y Vickich, 2010).

Los dispositivos GPS vienen incorporados en la mayoría de los *smartphones*. Estos funcionan mediante la conexión a la red de satélites. Si se quiere conocer la localización del vehículo en un instante de tiempo, se necesitan de al menos tres satélites que realicen la triangulación. Así también se pueden obtener la velocidad y el tiempo de viaje del vehículo (Herrera et al., 2010; Work et al., 2012) con mayor precisión que las anteriores tecnologías.

Los principales problemas de los dispositivos móviles anteriormente mencionados son su penetración y la privacidad del usuario. Debido a que no toda la población los posee, y sobre todo debido a que no todos reportan sus datos, siempre se contará sólo

con una muestra (usualmente desconocida) del total de vehículos. Investigaciones recientes sobre GPS (Bucknell, 2014; Patire et al., 2014) intentan estimar la cantidad de datos necesarios que son suficientes para realizar aplicaciones que sean confiables.

2.1.2 Aplicaciones

El dato de tiempo de viaje es información muy útil, tanto para usuarios como para las agencias operadoras de vías. Por una parte, los usuarios utilizan el tiempo de viaje para planificar sus viajes, siendo uno de los datos más informativos, por sobre el flujo, la velocidad o la ocupación (Coifman, 2002). De hecho, se asegura que los usuarios utilizan el tiempo de viaje para tomar decisiones como la hora de salida, la ruta y el modo de transporte (Carrion y Levinson, 2012). Por otro lado, las agencias operadoras de las vías utilizan el tiempo de viaje para tomar decisiones oportunas en cuanto a su gestión (Choe et al., 2002; Coifman y Krishnamurthy, 2007). Del mismo modo, el principal objetivo de los *Advanced Traffic Management Systems* (ATMS) es reducir la congestión y uno de los principales datos ocupados como indicador, son los tiempos de viaje (Sherali, et al., 2006).

Según Petty et al. (1998) la mayoría de los sistemas de gestión de tráfico y los algoritmos de control y ruteo de vehículos se basan en el conocimiento del tiempo de viaje. Además, según Zhang y Rice (2003) los datos de tiempo de viaje podrían ser ocupados para desarrollar sistemas de detección automática de incidentes, guías de ruta para el usuario y control dinámico de rampas de entrada.

Lo más importante, según Coifman (1999), es que los datos de tiempo de viaje provenientes de tecnologías emergentes podrían ser usados para cuantificar los costos sociales de la congestión. Con estos datos y a través de metodologías *off-line*, se podría evaluar la necesidad de realizar inversiones en infraestructura.

2.2 Curvas acumuladas

Una curva acumulada, denotada por *N(t)*, indica el número de vehículos acumulados que han pasado por un punto determinado hasta un cierto instante *t* (comenzando de un *t* = 0 arbitrario). La curva acumulada es útil, ya que permite analizar variaciones en los flujos a través de los cambios que se presentan gráficamente en *N(t)* (Daganzo, 1997). Esta herramienta fue propuesta por primera vez en el área de transporte por Moskowitz (1954) y desarrollada posteriormente por Gazis y Potts (1965) y por Makigami et al. (1971). Finalmente fue Newell (1971 y 1982) quien formalizó las curvas acumuladas con las aplicaciones que hoy conocemos.

2.2.1 Definiciones básicas

Para un intervalo de tiempo, se puede obtener el flujo que pasó por el punto en que es construida la curva acumulada. Gráficamente, el flujo en un instante *t* corresponde a la pendiente de la curva acumulada en ese instante. Si se tiene un intervalo que comienza en el instante t_0 y termina en el instante t_1, la expresión para el flujo entre t_0 y t_1 (q_{01}) viene dada por:

$$q_{01} = \frac{N(t_1) - N(t_0)}{t_1 - t_0} \tag{2.2}$$

Si la curva acumulada se construye en un punto *A* y en un punto *D*, tendremos las curvas *A(t)* y *D(t)*. Esta notación se utiliza generalmente para referirse a llegadas (*Arrivals*) y salidas (*Departures*) de los vehículos a un determinado tramo en análisis. Estas curvas constituyen el diagrama de entradas y salidas.

Basado en algunos supuestos, es posible realizar algunas interpretaciones físicas a partir del diagrama de entradas y salidas. La construcción del diagrama asume que existe conservación entre los puntos de conteo. Es decir, la misma cantidad de vehículos que

entra por el punto *A* será la que sale por el punto *D*. Además, si se asume que no hay adelantamientos (i.e. el sistema se comporta según un orden FIFO[3]), se puede conocer el instante de entrada y salida de cada uno de los vehículos. Esto es porque si a cada vehículo le asignamos una etiqueta cuando entra al sistema, al asumir FIFO el vehículo mantendrá la misma etiqueta al salir.

Para un mismo vehículo *n*, la diferencia horizontal entre las curvas *A(t)* y *D(t)* representará el tiempo de viaje que experimentó ese vehículo entre *A* y *D*, lo que se denota como τ_n^{AD} (ver Figura 2-1).

Para un instante t_i, la diferencia vertical entre las curvas *A(t)* y *D(t)* representará el número de vehículos que se encuentran entre *A* y *D*, lo que se denota como N_i^{AD} (ver Figura 2-1).

Dicho lo anterior, el área entre las curvas *A(t)* y *D(t)* representa el tiempo de viaje total experimentado por todos los vehículos que pasaron por los puntos *A* y *D* para un cierto periodo de tiempo. Esta variable se denota como T_T^{AD}.

[3] El primer vehículo que entra es el primer vehículo que sale, del inglés *first-in-first-out*.

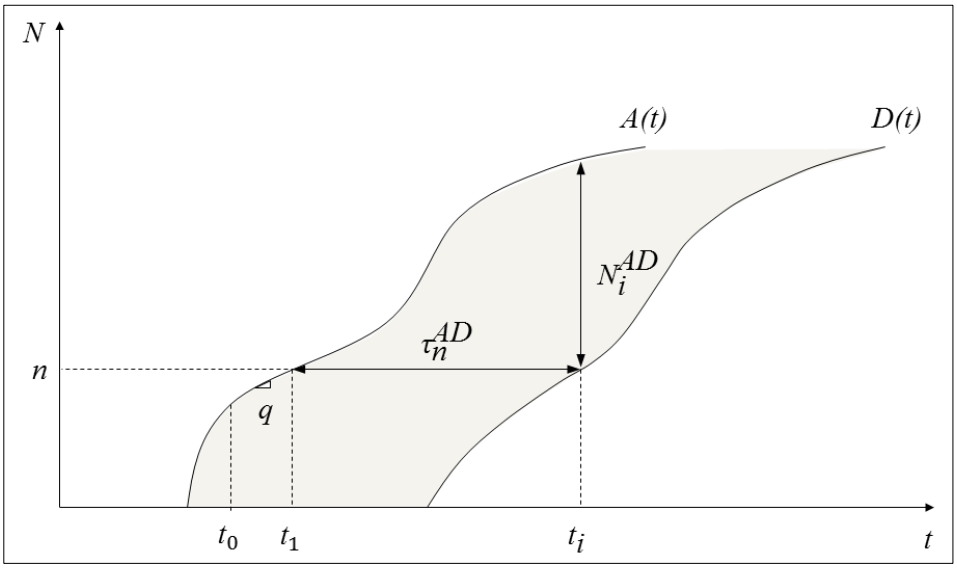

Figura 2-1: Relaciones y variables en el diagrama de entradas y salidas

Fuente: Elaboración propia

2.2.2 Curva virtual *V(t)*

La curva virtual *V(t)* indica el número de vehículos que habrían sido vistos en *D*, al tiempo *t*, si no existe demora entre *A* y *D* (Daganzo, 1997). Esta curva se construye trasladando la curva *A(t)* hacia la derecha en el tiempo de viaje a flujo libre entre *A* y *D* (ver Figura 2-2). La curva *V(t)* se encontrará sobrepuesta a la curva *D(t)* cuando no existen demoras en el tramo entre *A* y *D*. De lo contrario, la curva *V(t)* estará despegada de *D(t)*.

Si se cumple el supuesto de FIFO, para un mismo vehículo *n*, la diferencia horizontal entre las curvas *V(t)* y *D(t)* representa la demora que experimentó ese vehículo entre *A* y *D*, lo que se denota como w_n^{AD} (ver Figura 2-2).

Para un mismo instante t_i, la diferencia vertical entre las curvas *V(t)* y *D(t)* representa el número de vehículos que habría viajado a flujo libre hasta el punto *D* formando una cola "puntual". Evidentemente esta interpretación no representa una

situación posible en la realidad. Esto implica que a partir de las curvas *V(t)* y *D(t)* no es posible obtener el largo físico de la cola directamente, ya que acumula en el punto *D* a todos los vehículos que esperan por ser atendidos. Posteriormente, Lawson et al. (1997) propuso un método para construir la curva *B(t)* que representa el largo real de la cola.

El área entre las curvas *V(t)* y *D(t)* representa la demora total experimentada por todos los vehículos que pasaron por los puntos *A* y *D* para un cierto periodo de tiempo. Esta variable se denota como D_T^{AD}.

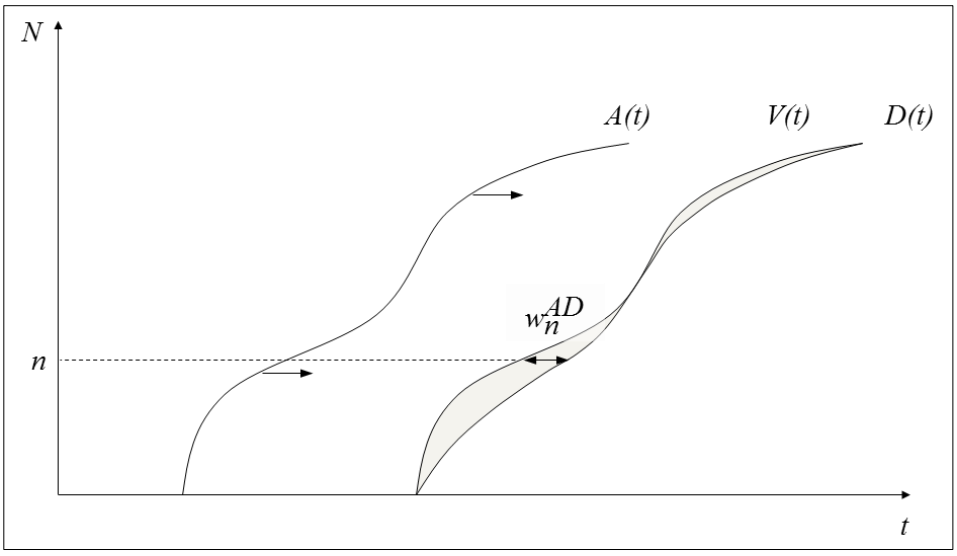

Figura 2-2: Construcción de la curva virtual *V(t)* en el diagrama de entradas y salidas

Fuente: Elaboración propia

2.2.3 Coordenadas oblicuas

Las coordenadas oblicuas son una herramienta de visualización de las curvas acumuladas, las cuales son re escaladas con el propósito de observar mejor las fluctuaciones en el flujo. Un ejemplo sencillo puede verse en la comparación entre la Figura 2-3 y la Figura 2-4.

Esto resulta muy útil cuando se tiene un número importante de conteos o cuando el periodo en estudio es extenso. Esta herramienta propuesta por Muñoz y Daganzo (2002) se basa en un procedimiento anterior realizado por Cassidy y Windover (1995). Estos últimos propusieron restar un flujo *background*, que se denota como q_0, de la curva acumulada, lo que implica graficar una nueva curva $N(t) - (t - t_0) \cdot q_0$.

Las curvas acumuladas en coordenadas oblicuas planteadas por Muñoz y Daganzo (2002) están definidas por dos familias no ortogonales de líneas paralelas, etiquetadas de forma individual (ver Figura 2-4). El número de vehículos acumulados en un punto de conteo se representa mediante la intersección del eje inclinado con la curva acumulada. Por otro lado, la acumulación de vehículos entre los puntos de conteo es representada por la distancia en el eje vertical entre las curvas. Adicionalmente, el tiempo de viaje entre los puntos de conteo es representado por la distancia paralela a la pendiente del eje inclinado. Lo anterior puede observarse gráficamente en la Figura 2-4.

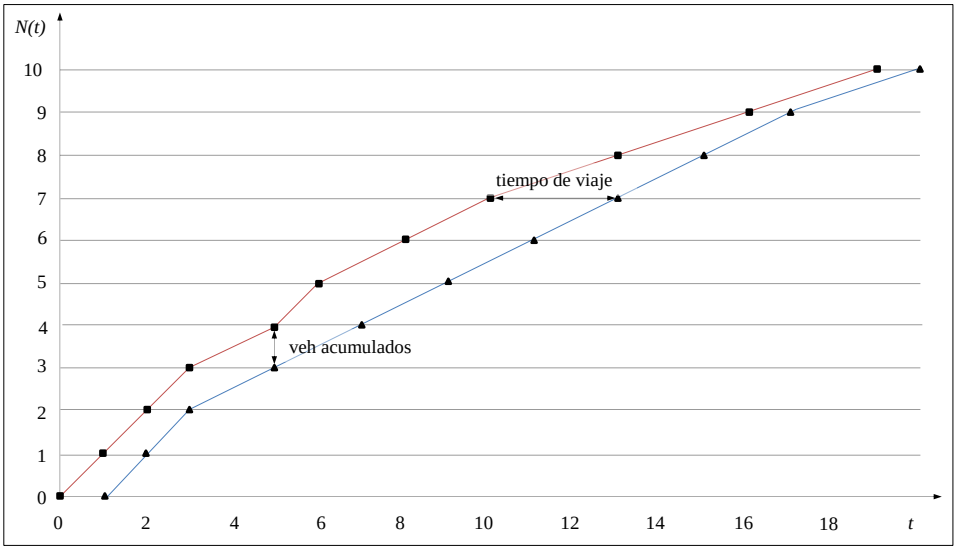

Figura 2-3: Diagrama hipotético de entradas y salidas

Fuente: Elaboración propia basada en Muñoz y Daganzo (2002)

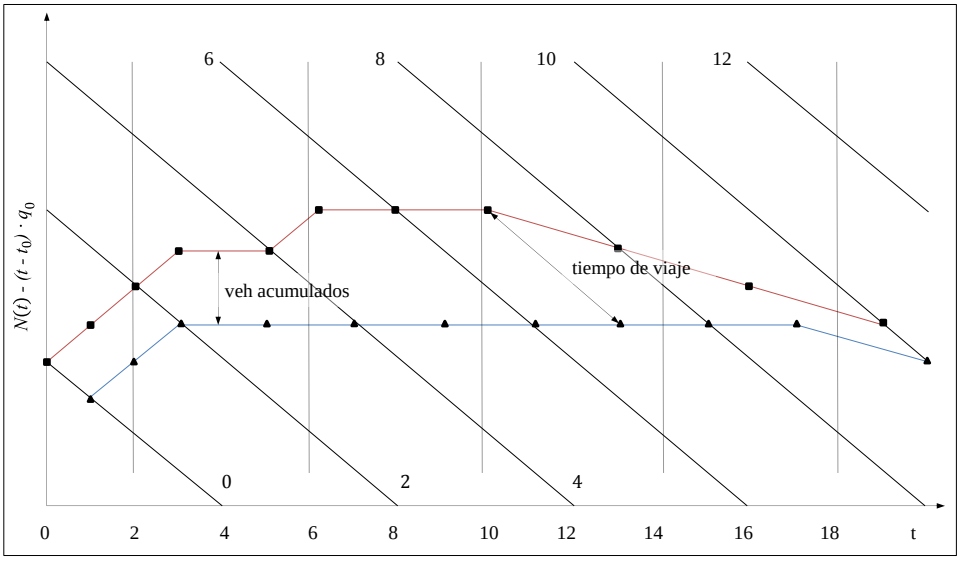

Figura 2-4: Diagrama hipotético de entradas y salidas en coordenadas oblicuas

Fuente: Elaboración propia basada en Muñoz y Daganzo (2002)

2.3 Diagrama de confluencia

El diagrama de confluencia fue esbozado por Newell (1982), pero finalmente fue formalizado por Daganzo (1995). Se utiliza para modelar la mezcla de dos flujos que desembocan en una misma vía, compitiendo por la capacidad de la confluencia. En específico, plantea que estos flujos se mezclan según un esquema que responde a la capacidad de cada acceso y a la capacidad del punto aguas abajo que los recibe. Es decir, los flujos que provienen de ambos accesos comparten la capacidad de atención según una cierta proporción.

El diagrama de confluencia (ver Figura 2-5) presenta en el eje horizontal los flujos provenientes del acceso *(1)*. Por su parte, en el eje vertical se encuentran los flujos provenientes del acceso *(2)*. Se asume que la confluencia tiene una capacidad μ la cual debe atender a los flujos de ambos accesos. Esta capacidad se representa mediante una

recta inclinada con pendiente -1 llamada línea de capacidad (ver Figura 2-5). Se asume que los accesos *(1)* y *(2)* también tienen una capacidad máxima dada por $q_{max}^{(1)}$ y $q_{max}^{(2)}$. El flujo de demanda por utilizar el acceso *(1)* y *(2)* se denota por $\lambda^{(1)}$ y $\lambda^{(2)}$, respectivamente. En la Figura 2-5 se presenta un ejemplo en el que $q_{max}^{(1)} > \mu$ y $q_{max}^{(2)} < \mu$.

Por restricciones físicas, muchas veces asociadas a la infraestructura (e.g. número de pistas de cada acceso), existe una proporción de mezcla fija *α:1* cuando hay cola en ambos accesos (es decir, pasan α vehículos del acceso *(1)* por cada uno del acceso *(2)*). Esta proporción se representa por la línea de mezcla, la cual se representa en el diagrama por una recta inclinada con pendiente α. La intersección entre la línea de mezcla y la línea de capacidad determinará la capacidad de atención que la confluencia dará a cada acceso en caso de existir cola en ambos. Es decir, la línea de mezcla determinará las capacidades $\mu^{(1)}$ y $\mu^{(2)}$. Todo lo anterior puede verse gráficamente en la Figura 2-5.

Daganzo (1995) plantea que son tres las situaciones que pueden observarse en la confluencia:

(i) No habrá colas en ningún acceso ya que la confluencia tiene capacidad suficiente para atender la demanda. En esta situación $\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)} < \mu$, lo que quiere decir que la demanda está bajo la línea de capacidad, tal como se muestra en la Figura 2-5.

(ii) Hay colas en ambos accesos. En esta situación $\lambda^{(1)} \geq \mu^{(1)}$ y $\lambda^{(2)} \geq \mu^{(2)}$. Es decir, la demanda está por sobre la línea de capacidad $\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)} \geq \mu$. La confluencia entrega a cada acceso la capacidad correspondiente a la intersección entre la línea de capacidad y la línea de mezcla. Es decir, se atiende la demanda $\lambda^{(1)}$ con la oferta $\mu^{(1)}$ y la demanda $\lambda^{(2)}$ con la oferta $\mu^{(2)}$(ver Figura 2-5).

(iii) Hay cola en uno de los accesos, siendo el otro completamente atendido por la capacidad que le da la confluencia. En esta situación $\lambda^{(1)} + \lambda^{(2)} \geq \mu$, lo que

quiere decir que la demanda está por sobre la línea de capacidad (ver Figura 2-5). Sin embargo, sólo se cumple una de las siguientes situaciones: $\langle \lambda^{(1)} \geq \mu^{(1)} \; y \; \lambda^{(2)} < \mu^{(2)} \rangle$ ó $\langle \lambda^{(1)} < \mu^{(1)} \; y \; \lambda^{(2)} \geq \mu^{(2)} \rangle$. Como uno de los accesos no tiene suficiente demanda para formar cola, la confluencia entrega al acceso con cola la capacidad restante. Si por ejemplo $\lambda^{(1)} \geq \mu^{(1)} \; y \; \lambda^{(2)} < \mu^{(2)}$, la capacidad de atención será $(\mu - \lambda^{(2)}, \lambda^{(2)})$, punto localizado en la línea de capacidad.

Estudios posteriores como los realizados por Cassidy y Ahn (2005) y por Bar-Gera y Ahn (2010) han demostrado empíricamente que este modelo replica bien el comportamiento observado en las confluencias. Su principal limitación sería, según Leclercq et al. (2011), que la capacidad de atención de la confluencia está dada de forma exógena. Esto impediría, entre otras cosas, replicar fenómenos como el *capacity drop* (Cassidy y Rudjanakanoknad, 2005; Cassidy y Bertini, 1999; Chung et al., 2007).

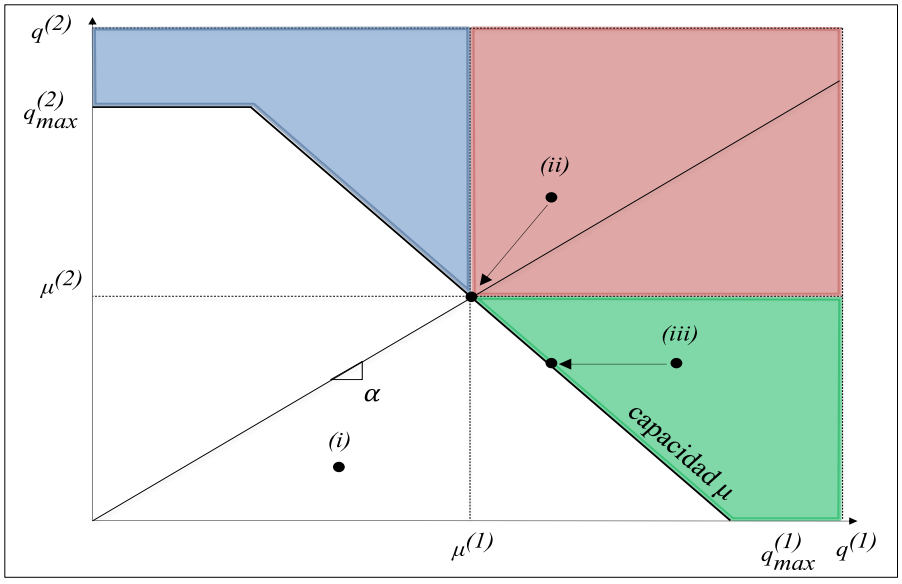

Figura 2-5: Diagrama de confluencia basado en Daganzo (1995)

Fuente: Elaboración propia

3. METODOLOGÍA

La metodología propuesta considera los puntos *A* y *D* de un vía, los cuales determinan la sección o tramo de vía *AD*. El punto *A* se encuentra aguas arriba o al comienzo de la sección y el punto *D* aguas abajo o al final de la sección. Del total de vehículos que recorre el tramo *AD* en un periodo dado, una proporción desconocida reporta su tiempo de viaje. A partir de estos datos se busca construir indicadores agregados de la operación en el tramo en estudio, como por ejemplo el flujo que cruza el punto *A* y la demora total que se experimenta en el tramo *AD*.

Utilizando los datos de tiempo de viaje entre los puntos *A* y *D* y considerando un periodo de estudio en el que hay congestión, la metodología pretende construir las curvas acumuladas en los puntos *A* y *D*. Si estas curvas son graficadas en el diagrama de entradas y salidas, la obtención de indicadores agregados como demora total, número de vehículos afectados y flujos, es directa.

El objetivo es similar al que se busca en el problema de los tres detectores (Newell, 1993), pero el procedimiento de resolución es diferente. De hecho, conocer el diagrama fundamental no es necesario en este caso. Es decir, se intenta construir el diagrama de entradas y salidas basado en información incompleta. Un problema similar es presentado en Daganzo (1997), pero los supuestos realizados con respecto a los datos disponibles son diferentes.

Este capítulo está dividido en dos secciones. La primera sección detalla la formulación continua del problema, lo que permite entender analíticamente la situación. La segunda sección detalla la formulación discreta del problema, la cual permite aplicar la metodología con datos que sí podrían encontrarse en la realidad.

3.1 Formulación continua

En esta sección la metodología será desarrollada teóricamente en una versión continua. Esto permitirá llegar a las expresiones analíticas que dan sustento a esta investigación.

3.1.1 Datos de tiempo de viaje

Supongamos que, durante el periodo de estudio, se conoce el tiempo de viaje entre los puntos *A* y *D* para todo instante de tiempo. Sea *y(t)* el instante en que el vehículo que cruzó el punto *A* en el instante *t* cruza el punto *D*. Es decir, si un viaje comienza en el punto *A* en el tiempo *t*, termina en el punto *D* en el tiempo *y(t)*. Dicho esto, $\tau(y(t))$ será la función de tiempos de viaje entre los puntos *A* y *D*. O sea, el instante *t* y el instante *y(t)* se relacionan a través de la siguiente expresión:

$$y(t) = t + \tau(y(t)) \tag{3.1}$$

El tiempo de viaje tiene dos componentes: el tiempo de viaje a flujo libre y la demora. Es decir, la expresión continua para el tiempo de viaje es:

$$\tau(y(t)) = t_{ff}^{AD} + w(y(t)) \tag{3.2}$$

En la función de tiempo de viaje, t_{ff}^{AD} representa el tiempo de viaje a flujo libre entre *A* y *D*. Por otro lado, *w(y(t))* es la función de demora, la cual es conocida para todo tiempo *y(t)*. De forma gráfica, estas relaciones pueden verse en la Figura 3-1.

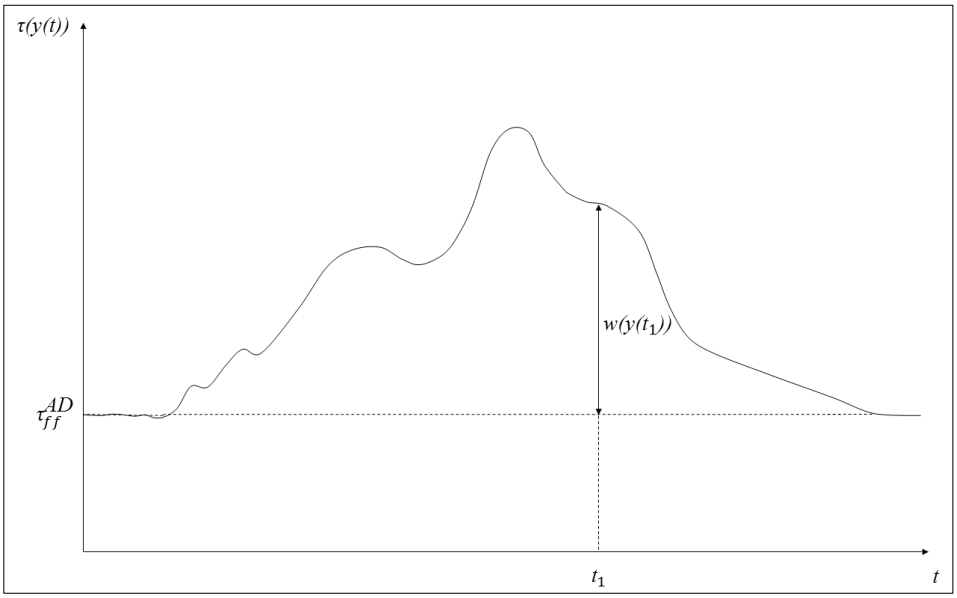

Figura 3-1: Función de demora

Fuente: Elaboración propia

3.1.2 Construcción de la curva en *D*: *D(y(t))*

Idealmente, si existen sensores como espiras detectoras en el punto *D*, la curva *D(y(t))* es fácilmente obtenible. Sin embargo, si no es ese el caso, un procedimiento análogo al presentado en Daganzo (1997) puede ser utilizado. Para este propósito, el punto *D* estará situado en una singularidad de la vía donde es probable que se originen colas. Es decir, en un lugar en donde es probable que un cuello de botella se active, y su capacidad pueda ser estimada. Por ejemplo, una plaza de peaje, una reducción en el número de pistas, el comienzo de un túnel o un puente son candidatos para este lugar. Sin pérdida de generalidad, se asumirá que este lugar presenta la capacidad mínima en el tramo entre *A* y *D*. Por lo tanto, si se genera congestión entre *A* y *D* (i.e. $w(y(t)) > 0$), ésta tendrá su origen en *D*. Durante una situación de congestión, la curva *D(y(t))* es

lineal y su pendiente corresponde a la capacidad estimada μ del cuello de botella (i.e. $\dot{D}(y(t)) = \mu$).

3.1.3 Construcción de la curva en *A*: *A(t)*

Se consideran dos situaciones posibles. La primera asume conservación de vehículos en el tramo *AD*, lo que por ejemplo podría observarse en contextos interurbanos. La segunda relaja este supuesto y admite una entrada intermedia de vehículos a la vía, lo que podría darse en una confluencia de dos accesos (o también llamado *merge*).

a) Conservación de vehículos entre *A* y *D*

Esta situación considera que no existen entradas ni salidas de vehículos entre los puntos *A* y *D*. Es decir, la única entrada de vehículos se produce por el punto *A* y la única salida por el punto *D* (ver Figura 3-2).

Figura 3-2: Esquema de conservación de vehículos entre *A* y *D*

Fuente: Elaboración propia

La curva *A(t)* es construida desplazando la curva *D(y(t))* hacia la izquierda. Para todo tiempo *y(t)*, la magnitud del desplazamiento corresponde al tiempo de viaje $\tau(y(t))$. Es decir, $A(y(t)-\tau(y(t)))=D(y(t))$. Esto puede observarse en la Figura 3-3.

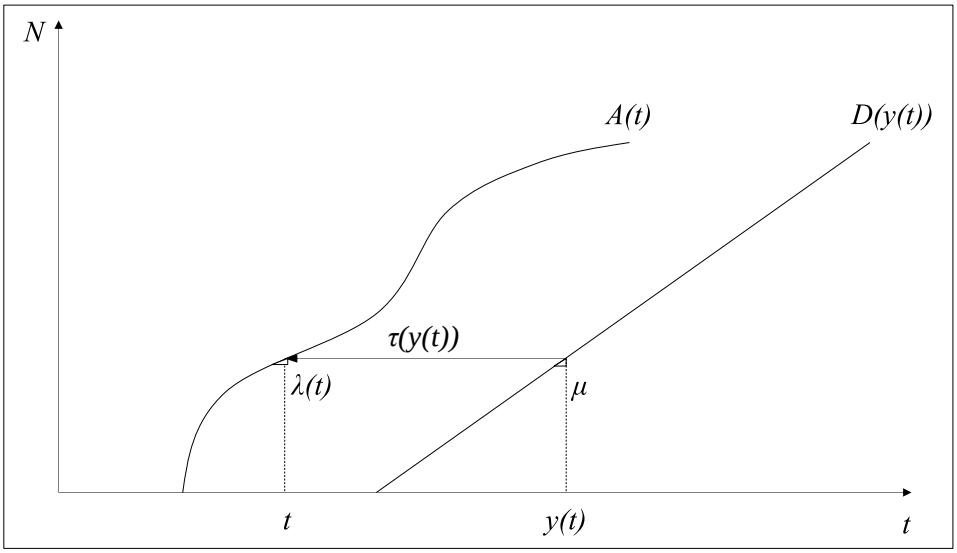

Figura 3-3: Construcción del diagrama de entradas y salidas para conservación de vehículos

Fuente: Elaboración propia

Si *w(y(t))*=0, condiciones de flujo libre prevalecen entre *A* y *D*, y *D(y(t))* no puede asumirse conocida como antes. Este caso es posible pero menos interesante, ya que no hay demora entre *A* y *D*. El punto *D* atiende a los vehículos a una tasa desconocida menor a μ.

b) Confluencia de vehículos entre *A* y *D*

Esta situación considera la posibilidad que entre los puntos *A* y *D* exista otra entrada de vehículos. Es decir, se analizan dos tramos de vía, A_1D y A_2D, los cuales comparten el extremo de aguas abajo (ver Figura 3-4). Dicho de otra forma, se cuenta con dos entradas de vehículos provenientes del punto A_1 y del punto A_2, mientras que

hay una única salida por el punto *D*. Se asume que el punto *D* se encuentra inmediatamente aguas abajo del punto de confluencia de ambos accesos.

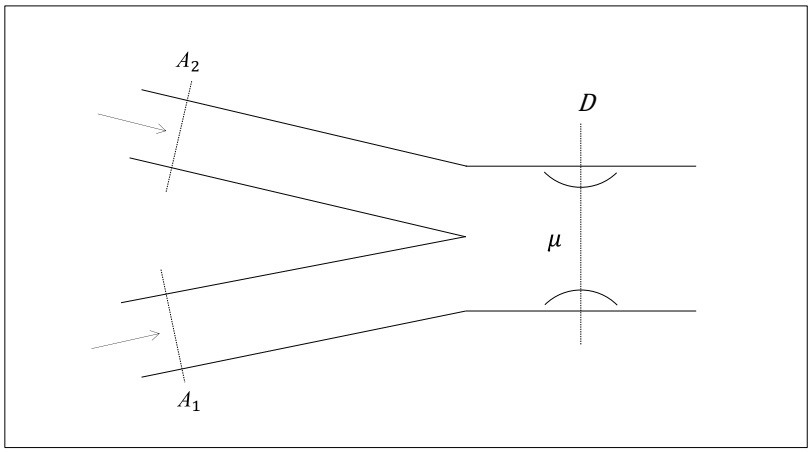

Figura 3-4: Esquema de confluencia de vehículos entre *A* y *D*

Fuente: Elaboración propia

Siguiendo el planteamiento de la sección 3.1.1, en este caso se conoce el tiempo de viaje entre A_1 y *D* y entre A_2 y *D*. Es decir, $\tau^{(1)}(y(t))$ y $\tau^{(2)}(y(t))$ son las funciones de tiempo de viaje para los tramos de vía A_1D y A_2D, respectivamente.

Para construir las curvas $A_1(t)$ y $A_2(t)$ es necesario conocer la capacidad de atención que el punto *D* le da a cada uno de los accesos. Como se mencionó en la sección 2.3, el diagrama de confluencia (Newell, 1982; Daganzo, 1995) es una herramienta que permite conocer esa capacidad cuando se cuenta con los datos necesarios.

La capacidad máxima de cada uno de los accesos ($q_{max}^{(1)}$ y $q_{max}^{(2)}$) puede ser estimada mediante el número de pistas. La investigación en esta área ya ha hecho aportes suficientes que permiten obtener una razonable aproximación teórica.

La línea de mezcla, con pendiente α, también puede ser estimada en base a la evidencia empírica reportada en la literatura (Cassidy y Ahn, 2005). La pendiente vendrá

dada por el número de pistas del acceso A_2 en proporción al número de pistas del acceso A_1. Por ejemplo, si el acceso A_2 tiene dos pistas y el acceso A_1 tiene tres pistas, entonces α será igual a $\frac{2}{3}$.

Las demandas del acceso *(1)* y del acceso *(2)*, que llamaremos $\lambda^{(1)}(t)$ y $\lambda^{(2)}(t)$ respectivamente, son desconocidas. Por esta razón, es necesario buscar una manera alternativa para identificar la zona del diagrama (e.g. zonas I, II o III en la Figura 3-5) en la que se está operando. Para este fin, se utilizarán los tiempos de viaje observados en los tramos A_1D y A_2D ($\tau^{(1)}(y(t))$ y $\tau^{(2)}(y(t))$, respectivamente).

- Si $\tau^{(1)}(y(t))>t_{ff}^{A_1D}$ y $\tau^{(2)}(y(t))>t_{ff}^{A_2D}$*:* en este caso, ambos accesos presentan demoras para un instante *y(t)*. Es decir, $w^{(1)}(y(t))$ y $w^{(2)}(y(t))$, función de demoras del acceso *(1)* y *(2)* respectivamente, son mayores a cero. Por lo tanto, en ambos accesos existe cola. Esto quiere decir que la demanda $\lambda^{(1)}(t)$ y $\lambda^{(2)}(t)$ se encuentran en la zona I de la Figura 3-5. En ese caso, y cuando se conoce la pendiente de la línea de mezcla α, el diagrama indica la capacidad de atención en el punto de intersección con la línea de capacidad. Según la Figura 3-5, la demanda $\lambda^{(1)}(t)$ es atendida por una capacidad $\mu^{(1)}$ y la demanda $\lambda^{(2)}(t)$ es atendida por una capacidad $\mu^{(2)}$.
- Si ($\tau^{(1)}(y(t))>t_{ff}^{A_1D}$ y $\tau^{(2)}(y(t))=t_{ff}^{A_2D}$) o ($\tau^{(1)}(y(t))=t_{ff}^{A_1D}$ y $\tau^{(2)}(y(t))>t_{ff}^{A_2D}$): en este caso, sólo un acceso presenta demoras para un instante *y(t)*. Es decir, $w^{(1)}(y(t))>0$, o bien $w^{(2)}(y(t))>0$. Por lo tanto, sólo un acceso presenta cola. En esos casos sólo se puede identificar la zona (III o II, respectivamente de la Figura 3-5) en la que se encuentran las demandas $\lambda^{(1)}$ y $\lambda^{(2)}$, pero no se conoce exactamente la proporción en la cual se mezclan los flujos de ambos accesos. De manera teórica, en esta formulación continua se asumirá conocida una proporción de mezcla llamada *p(y(t))*. Esta proporción, por

definición, determinará el porcentaje de capacidad μ que la confluencia da al acceso *(1)* en todo tiempo *y(t)*. Así, la capacidad que la confluencia entrega al acceso *(1)* está dada por $\mu \cdot p(y(t))$ (ver Figura 3-5). Por consiguiente, la capacidad que la confluencia entrega al acceso *(2)* estará dada por $\mu \cdot (1-p(y(t)))$.

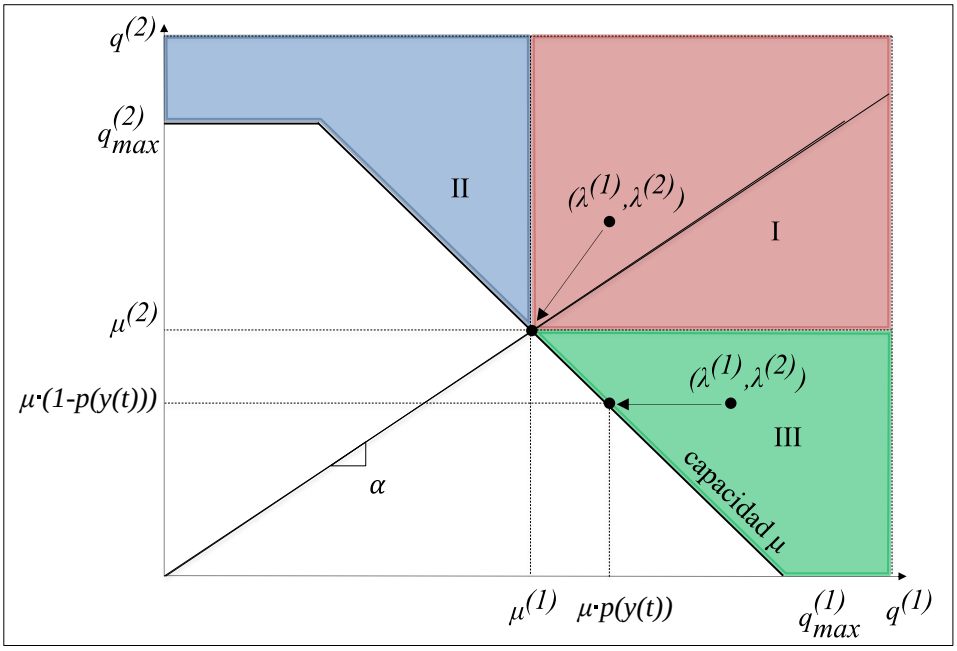

Figura 3-5: Diagrama de confluencia Newell-Daganzo

Fuente: Elaboración propia en base a Daganzo (1995)

De esta forma, para todo tiempo *y(t)*, se sabe el porcentaje de la capacidad μ que la confluencia entrega a cada uno de los accesos. Esto implica que se conocerán dos curvas acumuladas de salida, $D_1(y(t))$ y $D_2(y(t))$, que cumplen con la relación $D(y(t))=D_1(y(t))+D_2(y(t))$. Lo anterior se puede observar gráficamente en la Figura 3-6.

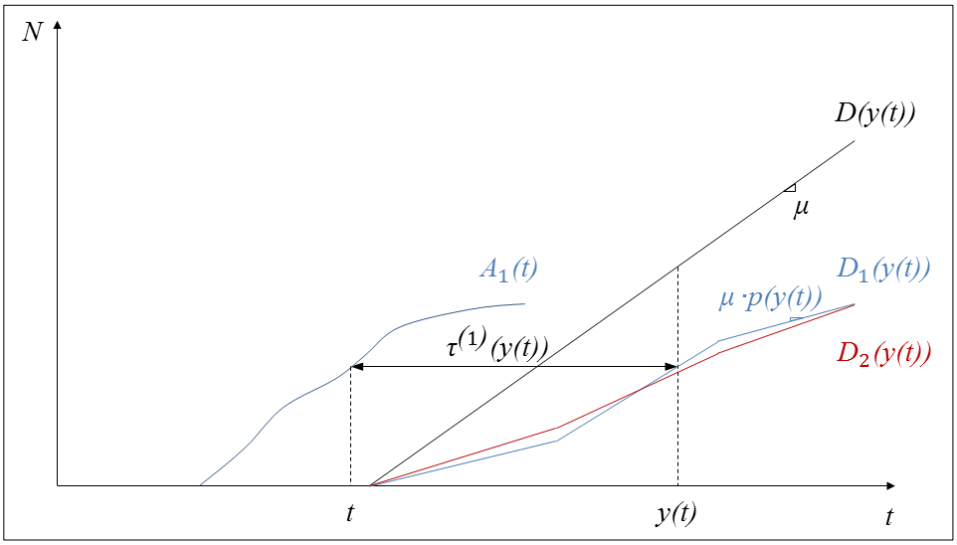

Figura 3-6: Construcción del diagrama de entradas y salidas para confluencia de vehículos

Fuente: Elaboración propia

Para obtener las curvas acumuladas $A_1(t)$ y $A_2(t)$ se sigue el mismo procedimiento utilizado en el caso con conservación de vehículos (ver sección 3.1.3 (a)). Para todo tiempo $y(t)$, la magnitud del desplazamiento de $D_1(y(t))$ vendrá dado por $\tau^{(1)}(y(t))$ para el acceso *(1)*. A su vez, la magnitud del desplazamiento de $D_2(y(t))$ vendrá dado por $\tau^{(2)}(y(t))$ para el acceso *(2)*. Lo anterior puede observarse en la Figura 3-6.

3.1.4 Construcción de la curva virtual: *V(t)*

Si solamente interesa conocer la demora incurrida en el viaje desde *A* hasta *D*, se debe construir la curva virtual *V(t)*. La curva virtual indica el número de vehículos que habrían sido vistos en *D* en el tiempo *t* si no se hubiese experimentado demora (Daganzo, 1997). Por lo tanto, *V(t)* es lo mismo que *A(t)* pero desplazada a la derecha en el tiempo de viaje a flujo libre entre *A* y *D* (ver Figura 3-7).

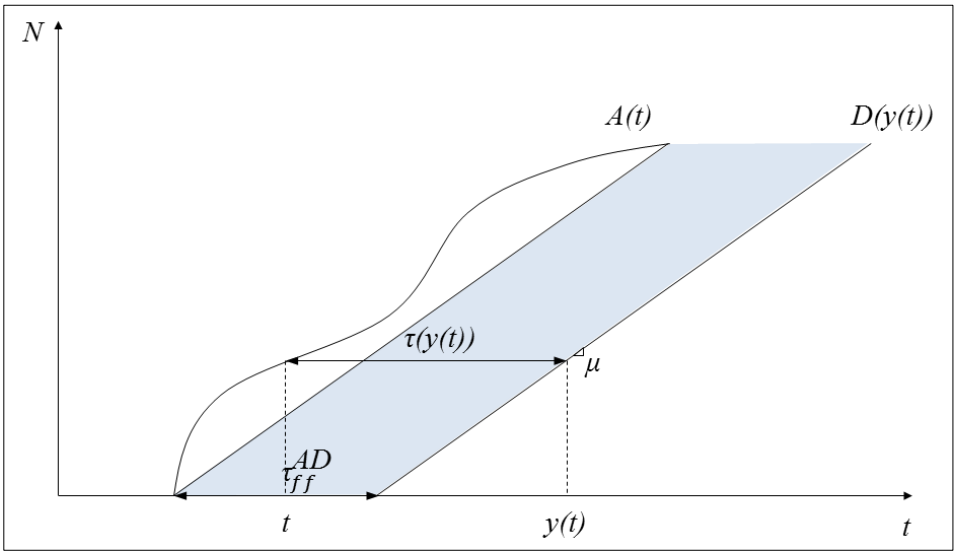

Figura 3-7: Área correspondiente al tiempo de viaje a flujo libre

Fuente: Elaboración propia

Tal como *A(t)*, la curva *V(t)* es construida desplazando *D(y(t))* hacia la izquierda. Sin embargo, la magnitud del desplazamiento es ahora la demora *w(y(t))* experimentada por los vehículos que cruzan el punto *D* en el instante de tiempo *y(t)*. Es decir, *V(y(t)-w(y(t)))=D(y(t))* como se observa en la Figura 3-8. Una vez que la curva *V(t)* es conocida, se puede realizar un análisis cuantitativo y cualitativo del diagrama de entradas y salidas.

En específico, mediante el análisis de este diagrama pueden obtenerse indicadores agregados de congestión. Por ejemplo, la demora total es el resultado de $\int V(t)dt - \int D(y(t))dt$. Así también, el flujo $\lambda(t)$ se calcula derivando la curva virtual *V(t)* ($\frac{d}{dt}V(t)$). Para más detalles, se puede consultar Daganzo (1997).

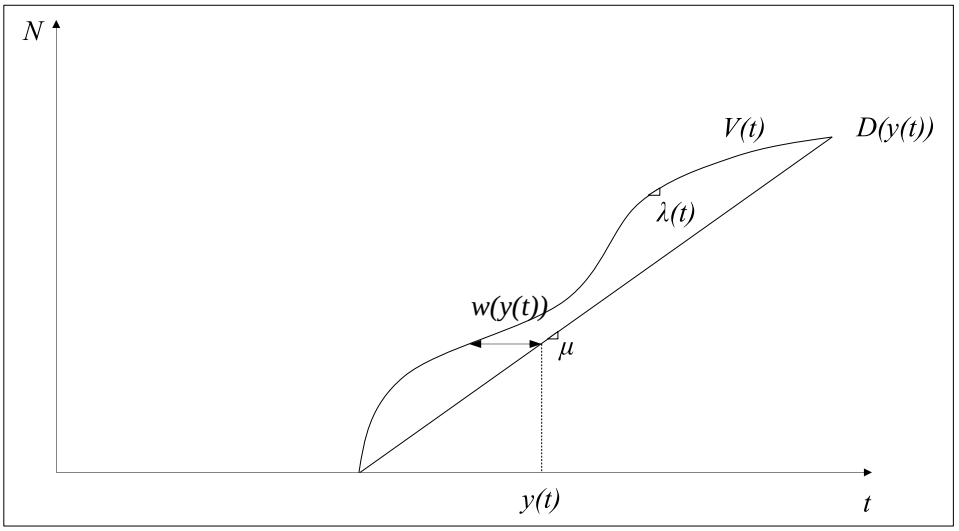

Figura 3-8: Construcción curva *V(t)*

Fuente: Elaboración propia

3.2 Formulación discreta

En esta sección la metodología será desarrollada en una versión discreta en donde, a diferencia de la formulación continua, se tiene un sistema que se inspecciona cada cierto intervalo de tiempo. Esto permitirá simplificar algunos procedimientos, a fin de ajustarlos considerando los datos con que se cuenta en la práctica.

3.2.1 Datos de tiempo de viaje

Durante el periodo de estudio, se tienen disponibles datos de tiempo de viaje individual entre los puntos *A* y *D*. En específico, entre un instante $y(t_{i-1})$ y un instante $y(t_i)$ –es decir, en un intervalo de tiempo *i*–, se conocerá un conjunto de datos de tiempo de viaje que denotaremos C_i. Este conjunto corresponde a una proporción de vehículos

desconocida con respecto al total del flujo. Para cada instante $y(t_i)$, se elige la mediana[4] del conjunto de datos recolectados. Este dato se asumirá representativo del tiempo de viaje entre *A* y *D* para ese periodo, el que denotaremos como τ_i^{AD}. El conjunto de datos es conocido para diferentes instantes $y(t_i)$, donde $y(t_i)$ es el tiempo en el punto *D.*

La demora en el instante $y(t_i)$ entre *A* y *D*, denotada como w_i^{AD}, puede ser expresada como sigue:

$$w_i^{AD} = \tau_i^{AD} - \tau_{ff}^{AD} \tag{3.3}$$

El tiempo de viaje τ_i^{AD}, el tiempo de viaje a flujo libre τ_{ff}^{AD} y la expresión de la demora w_i^{AD} se grafican esquemáticamente en la Figura 3-9.

En la Figura 3-9 se observa que la congestión comienza en el instante $y(t_0)$, ya que el siguiente dato de tiempo de viaje es mayor al tiempo de viaje a flujo libre. Así también, se puede afirmar que la congestión termina en el instante $y(t_{J+1})$, ya que las condiciones de tráfico a flujo libre regresan a la vía.

[4] En un conjunto de datos ordenados de forma creciente, la mediana corresponde al valor central. Esto asegura dejar fuera a los *outliers* que podrían presentarse por vehículos que viajan a menor velocidad por razones personales más que por las condiciones del tráfico.

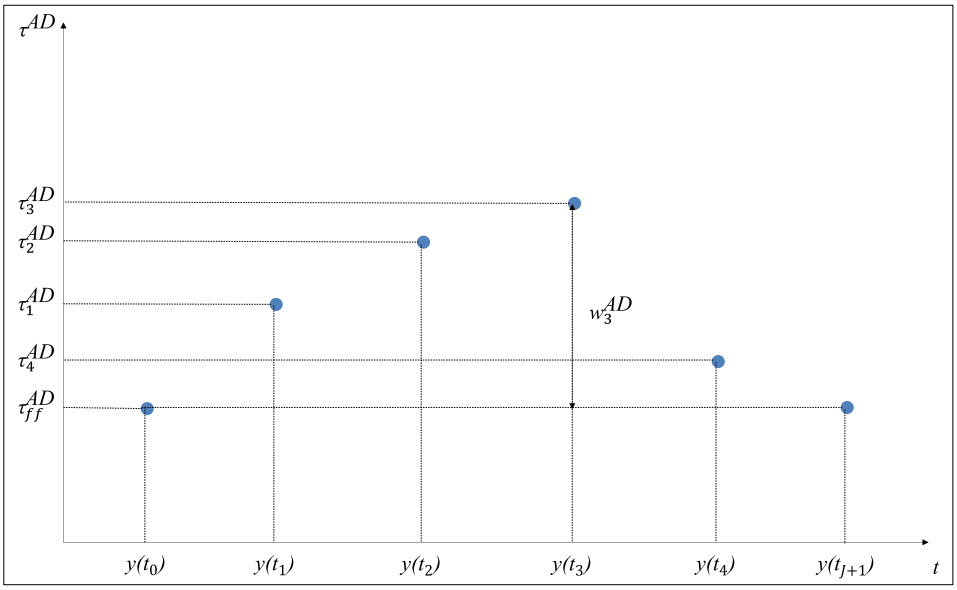

Figura 3-9: Esquema comportamiento tiempos de viaje

Fuente: Elaboración propia

3.2.2 Construcción de la curva en *D*: *D(y(t))*

La construcción de la curva *D(y(t))* no presenta diferencias con la formulación continua presentada en la sección 3.1.2. El punto *D* estará situado en una singularidad de la vía donde es probable que se originen colas. Es decir, *D* es un punto que representa un cuello de botella entre *A* y *D*, con una capacidad que se puede estimar. Durante una situación de congestión, la curva *D(y(t))* es lineal y su pendiente corresponde a la capacidad μ del cuello de botella (i.e. $\dot{D}(y(t)) = \mu$).

Si observamos la Figura 3-9, la congestión comienza en el instante $y(t_0)$ y termina en el instante $y(t_{J+1})$, por lo que la curva *D(y(t))* puede estimarse en ese periodo. Gráficamente la curva *D(y(t))* se observa en la Figura 3-10.

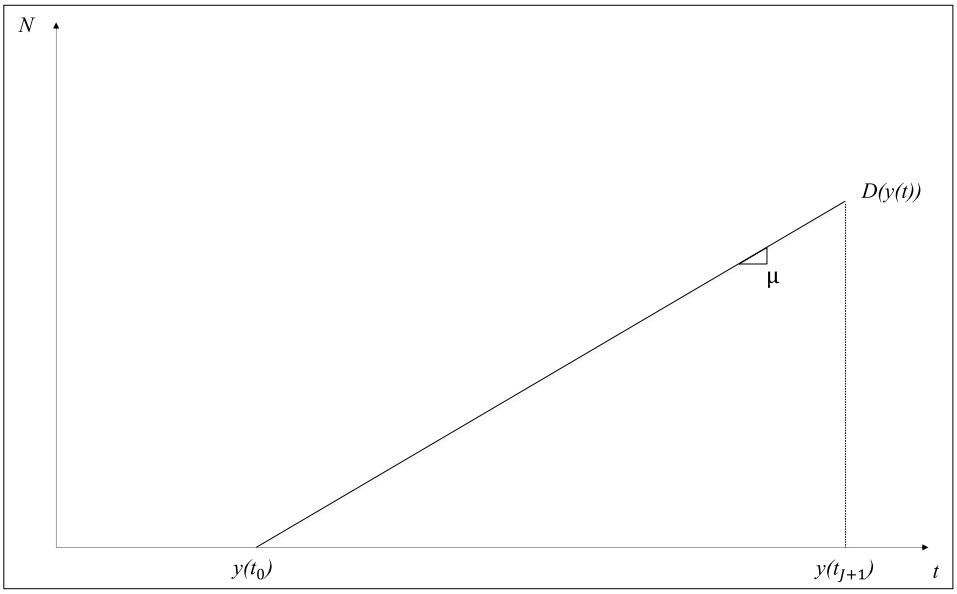

Figura 3-10: Construcción curva *D(y(t))*

Fuente: Elaboración propia

Si $w_i^{AD}=0$, no hay demora entre *A* y *D*. Esto quiere decir que el punto *D* atiende a los vehículos a una tasa desconocida menor a μ.

3.2.3 Construcción de la curva en *A*: *A(t)*

Para una situación en la que existe conservación de vehículos entre los puntos *A* y *D*, se presenta una metodología de construcción de la curva *A(t)*. Luego, se presenta una metodología para construir la curva *A(t)*, pero en presencia de una confluencia de dos accesos, tal como se realizó en la formulación continua.

a) Conservación de vehículos entre *A* y *D*

La curva *A(t)*, del mismo modo que en la sección 3.2.3 (a), es construida desplazando la curva *D(y(t))* hacia la izquierda. Para cada instante $y(t_i)$, la magnitud del desplazamiento corresponde al tiempo de viaje τ_i^{AD}. Es decir, $A(y(t_i) - \tau_i^{AD})=D(y(t_i))$.

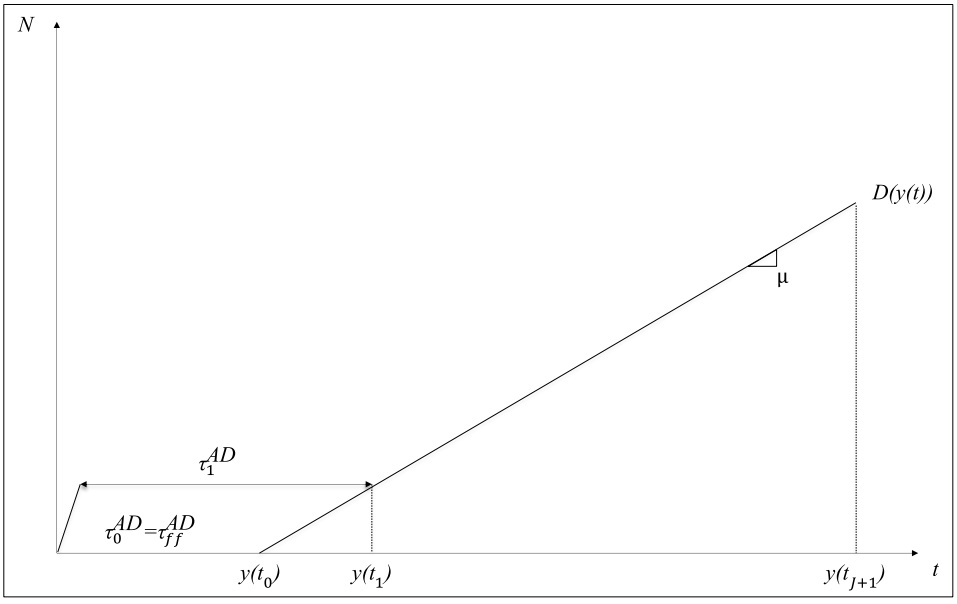

Figura 3-11: Desplazamiento curva *D(y(t))* en tiempo de viaje

Fuente: Elaboración propia

La Figura 3-11 muestra el primer desplazamiento de *D(y(t))*. Su magnitud (τ_1^{AD}) corresponde a la mediana de los tiempos de viaje del primer conjunto de datos individuales (C_1). Este conjunto de datos proviene de aquellos vehículos que reportaron su tiempo de viaje entre los instantes $y(t_0)$ e $y(t_1)$. La Figura 3-12 muestra la curva *A(t)* luego de aplicar la metodología.

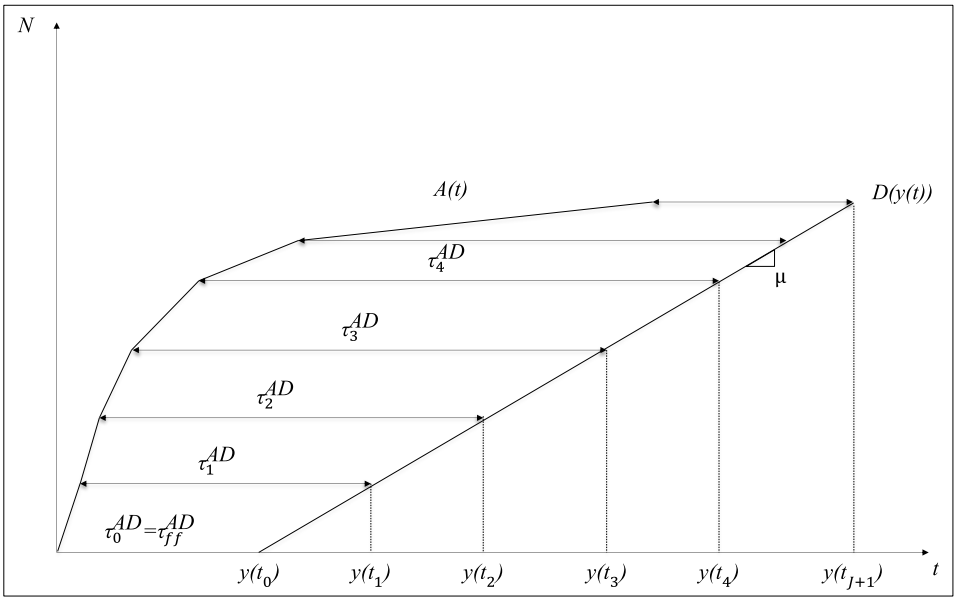

Figura 3-12: Construcción de *A(t)* en base a *D(y(t))* y tiempos de viaje

Fuente: Elaboración propia

b) Confluencia de vehículos entre *A* y *D*

Esta situación se observó con anterioridad en la Figura 3-4, por lo que el significado de las variables se asumirá conocido. Las entradas de vehículos pueden darse por el punto A_1 y por el punto A_2, mientras que la única salida es por el punto *D*. Se conocen los tiempos de viaje para los tramos de vía A_1D y A_2D, pero ahora en intervalos *i*, es decir, $\tau_i^{(1)}$ y $\tau_i^{(2)}$ respectivamente. Se conoce la demanda máxima que puede recibir cada uno de los accesos ($q_{max}^{(1)}$ y $q_{max}^{(2)}$) y la pendiente α de la línea de mezcla. Las demandas del acceso *(1)* y del acceso *(2)*, $\lambda_i^{(1)}$ y $\lambda_i^{(2)}$, son desconocidas.

- Si $\tau_i^{(1)} > t_{ff}^{A_1D}$ y $\tau_i^{(2)} > t_{ff}^{A_2D}$: en este caso, $w_i^{(1)}$ y $w_i^{(2)} > 0$. Por lo tanto, en ambos accesos existe cola. Esto quiere decir que la demanda $\lambda_i^{(1)}$ y $\lambda_i^{(2)}$ se encuentran en la zona I de la Figura 3-5 y son atendidas por la capacidad $\mu^{(1)}$ y $\mu^{(2)}$ respectivamente.

- Si ($\tau_i^{(1)} > t_{ff}^{A_1 D}$ y $\tau_i^{(2)} = t_{ff}^{A_2 D}$) o ($\tau_i^{(1)} = t_{ff}^{A_1 D}$ y $\tau_i^{(2)} > t_{ff}^{A_2 D}$): en este caso, $w_i^{(1)} > 0$, o bien $w_i^{(2)} > 0$ en un instante $y(t_i)$. Por lo tanto, sólo un acceso presenta cola. Al igual que en la formulación continua, se conocerá una proporción de mezcla para cada intervalo *i*, llamada $p(y(t_i))$ y que se obtiene utilizando los datos disponibles en cada conjunto C_i.

La cardinalidad del conjunto C_i ($card(C_i)=c_i$) indica la cantidad de vehículos que reportan su tiempo de viaje entre el punto A_1 o A_2 y el punto D en el correspondiente intervalo. A su vez, se sabe el origen de cada uno de los vehículos del conjunto C_i. Los vehículos con origen A_1 formarán parte del subconjunto $C_i^{A_1}$ y los vehículos con origen A_2 formarán parte del subconjunto $C_i^{A_2}$. Por lo tanto, también sabemos que:

$$C_i = \left\{ C_i^{A_1} , C_i^{A_2} \right\} \tag{3.4}$$

Es decir:

$$c_i = c_i^{A_1} + c_i^{A_2} \tag{3.5}$$

Donde $c_i^{A_1}$ y $c_i^{A_2}$ es la cardinalidad de los subconjuntos $C_i^{A_1}$ y $C_i^{A_2}$, respectivamente. Con estos datos, para cada instante $y(t_i)$, se puede hacer una aproximación de la proporción de mezcla ($p(y(t_i))$). Luego, $p(y(t_i))$ se obtiene a partir de la siguiente expresión:

$$p(y(t_i)) = \frac{c_i^{A_1}}{c_i^{A_1} + c_i^{A_2}} = \frac{c_i^{A_1}}{c_i} \tag{3.6}$$

Teniendo $p(y(t_i))$ se puede conocer la capacidad de atención que el punto D le entrega a ambos accesos. Es decir, se conoce la capacidad de atención para la demanda $\lambda_i^{(1)}$, que denotaremos $\mu_i^{(1)}$, y para la demanda $\lambda_i^{(2)}$, que denotaremos $\mu_i^{(2)}$.

$$\mu_i^{(1)} = \mu \cdot p(y(t_i)) \tag{3.7}$$

$$\mu_i^{(2)} = \mu \cdot (1 - p(y(t_i))) \tag{3.8}$$

Con esto, el problema inicial puede separarse en dos problemas como los vistos en el caso con conservación. La curva de salidas asociada al acceso A_1 se denotará como $D_1(y(t))$ y la asociada al acceso A_2 se denotará como $D_2(y(t))$. La principal diferencia al caso con conservación será que, para cada intervalo *i*, $D_1(y(t))$ y $D_2(y(t))$ se van construyendo a tramos. Es decir, para cada intervalo *i*, se conoce un nuevo segmento el que tendrá pendiente $\mu \cdot (1 - p(y(t_i)))$ para $D_1(y(t))$ y $\mu \cdot p(y(t_i))$ para $D_2(y(t))$.

3.2.4 Construcción de la curva virtual: *V(t)*

Del mismo modo como se hizo en la sección 3.1.4, si interesa conocer la demora incurrida en el viaje desde *A* hasta *D*, se debe construir la curva virtual *V(t)*. La curva *V(t)* es lo mismo que *A(t)* pero desplazada a la derecha en el tiempo de viaje a flujo libre entre *A* y *D*, tal como se observa en la Figura 3-13.

La curva *V(t)* es construida desplazando *D(y(t))* hacia la izquierda en la magnitud de la demora w_i^{AD} experimentada por los vehículos que cruzan el punto *D* en el instante de tiempo $y(t_i)$. Es decir, $V(y(t_i) - w_i^{AD}) = D(y(t_i))$. La demora w_i^{AD} es sólo conocida para ciertos instantes de tiempo $y(t_i)$. Por esta razón, los puntos $((y(t_i) - w_i^{AD}), D(y(t_i)))$ están conectados por una línea recta para construir *V(t)*, como se muestra en la Figura 3-14.

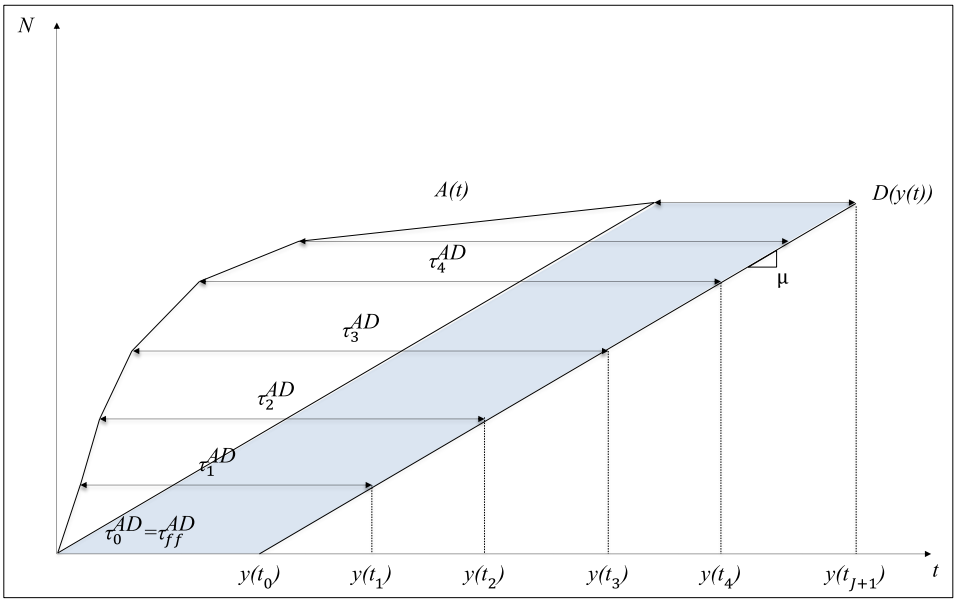

Figura 3-13: Área correspondiente al tiempo de viaje a flujo libre

Fuente: Elaboración propia

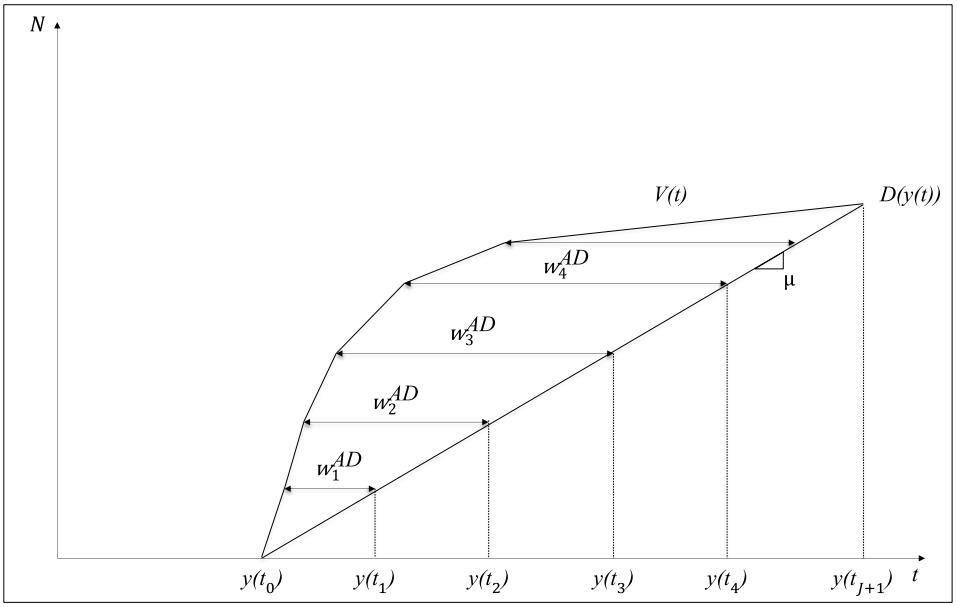

Figura 3-14: Construcción curva *V(t)*

Fuente: Elaboración propia

3.2.5 Análisis del diagrama de entradas y salidas

Al conocer las curvas *V(t)* y *D(y(t))* se puede estimar la demora total experimentada por todos los vehículos y el número de vehículos afectados por esta demora. La demora total corresponde al área entre ambas curvas, y puede ser aproximada por triángulos y trapezoides como se ve en la Figura 3-15. La demora total, denotada por D_T^{AD}, puede ser obtenida a partir de la siguiente expresión:

$$D_T^{AD} = \sum_{i=1}^{J+1} \frac{\left(w_{i-1}^{AD} + w_i^{AD}\right) \cdot n_i}{2} = \frac{1}{2} \cdot \sum_{i=1}^{J} w_i^{AD} \cdot (n_i + n_{i+1}) \tag{3.9}$$

La expresión anterior asume que $w_i^{AD} > 0$, para $i=1,\ldots,J$, y $w_i^{AD} = 0$ en otro caso. Es decir, se obtuvieron J observaciones de tiempo de viaje en congestión. Considerando la última observación antes de w_1^{AD} (en $y(t_0)$) y la primera observación después de w_J^{AD} (en $y(t_{J+1})$), se tienen J intervalos entre las observaciones. n_i denota el número de vehículos que cruzan el punto D durante el intervalo i (ver Figura 3-15). Dado que la capacidad en D es conocida, n_i puede ser expresado como sigue:

$$n_{i+1} = \mu \cdot (y(t_{i+1}) - y(t_i)) \quad ; i=1 \ldots J-1 \tag{3.10}$$

La suma de todos los n_i corresponde al número total de vehículos afectados, N_T. Es decir:

$$N_T = \sum_{i=1}^{J} n_i = \mu \cdot (y(t_{J+1}) - y(t_0)) \tag{3.11}$$

Si los datos de tiempo de viaje son observados a intervalos regulares (i.e. $y(t_{i+1})$-$y(t_i) = \Delta t$), el cálculo de la demora total se puede reducir a la siguiente forma:

$$D_T^{AD} = \mu \cdot \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{J} w_i^{AD} \tag{3.12}$$

Mediante la construcción de *A(t)* y de acuerdo con el procedimiento anteriormente descrito, se puede caracterizar el proceso de llegadas en el periodo en que existe congestión. Se hace notar que si la cola sobrepasa el punto *A*, el flujo obtenido mediante este procedimiento no es necesariamente el flujo de llegada. Con el objetivo de observar correctamente los cambios que se producen en *A(t)*, se sugiere el uso de las coordenadas oblicuas (Muñoz y Daganzo, 2002), las cuales magnifican ciertos comportamientos (ver sección 2.2.3).

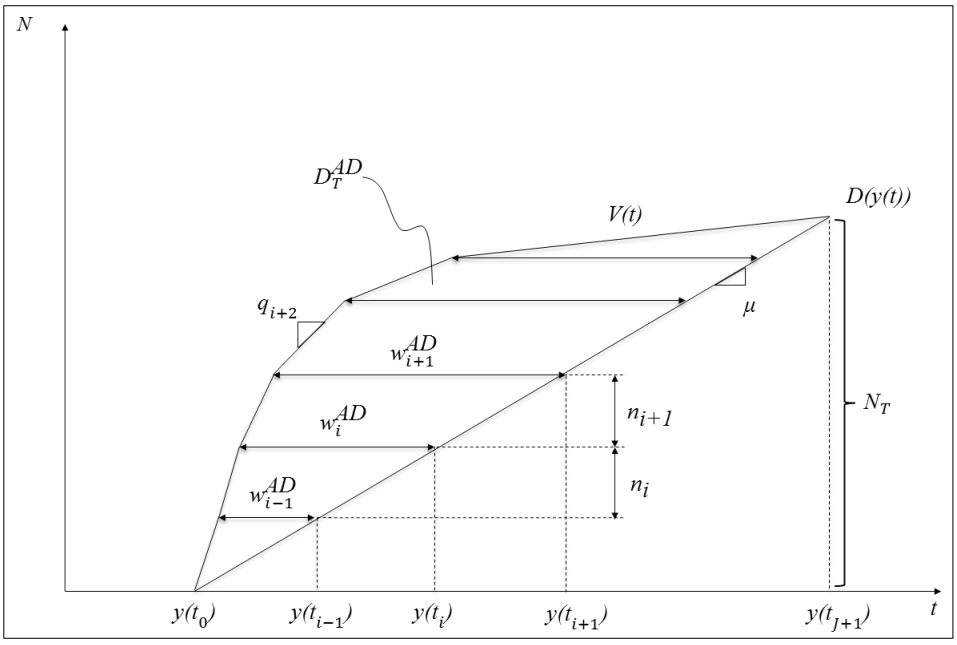

Figura 3-15: Diagrama de entradas y salidas y sus componentes

Fuente: Elaboración propia

4. ANÁLISIS TEÓRICO DE LA FORMULACIÓN CONTINUA

El diagrama de entradas y salidas permite obtener importantes indicadores agregados, tales como la demora total o los flujos observados en los puntos *A* y *D* en un cierto periodo de tiempo. A través de la formulación continua presentada en el Capítulo 3, se desarrollará un procedimiento analítico para derivar estos indicadores agregados.

Se sabe que la metodología opera mediante el desplazamiento de la curva $D(y(t))$ hacia la izquierda en la magnitud del tiempo de viaje $\tau(y(t))$. Esto permite construir la curva $A(t)$ según la siguiente relación:

$$A(y(t)-\tau(y(t))) = D(y(t)) \tag{4.1}$$

$$A(t) = D(t+\tau(y(t))) \tag{4.2}$$

Si se quiere obtener la derivada de la curva $A(t)$ con respecto al tiempo, la que corresponde al flujo observado en el punto *A* ($\lambda(t)$), se realiza lo siguiente:

$$\lambda(t) = \frac{d}{dt}A(t) = \frac{d}{dt}D(t+\tau(y(t))) \tag{4.3}$$

Por regla de la cadena la expresión de la derecha puede desarrollarse como sigue:

$$\lambda(t) = \frac{d}{d\left(t + \tau(y(t))\right)} D(t+\tau(y(t))) \cdot \frac{d}{dt}(t+\tau(y(t))) \tag{4.4}$$

Se sabe que $\frac{d}{d\left(t + \tau(y(t))\right)} D(t+\tau(y(t)))$ corresponde a la pendiente de la curva, la cual es constante e igual a μ según lo mencionado en la sección 3.1.2. Además, $\frac{d}{dt}(t+\tau(y(t))) = \frac{d}{dt}y(t)$. Desarrollando $\frac{d}{dt}y(t)$ se tiene que:

$$\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d}{dt}(t+\tau(y(t))) \tag{4.5}$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = \frac{d}{dt}(t+t_{ff}+w(y(t))) \tag{4.6}$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = 1+\frac{d}{dy(t)}w(y(t))\cdot\frac{d}{dt}y(t) \tag{4.7}$$

$$\frac{d}{dt}y(t) = \frac{1}{1-\frac{d}{dy(t)}w(y(t))} \tag{4.8}$$

Reemplazando (4.8), en la ecuación (4.4) se tiene:

$$\lambda(t) = \mu\cdot\left(\frac{1}{1-\frac{d}{dy(t)}w(y(t))}\right) \tag{4.9}$$

Esta expresión puede ser integrada nuevamente, lo que permite expresar la curva *A(t)* en función de la capacidad μ y de una expresión que incluye la demora *w(y(t))*.

$$A(t) = \mu\cdot\int\frac{dt}{1-\frac{d}{dy(t)}w(y(t))} \tag{4.10}$$

A través de esta expresión analítica es posible evaluar la sensibilidad que tiene la estimación de la curva *A(t)* con respecto a la variación de los datos de entrada. Es posible observar que, si no existen errores en la función de demora *w(y(t))*, la estimación de la curva *A(t)* dependerá exclusivamente del error en la estimación de la capacidad μ. El error en la curva *A(t)* será porcentualmente el mismo que el error en μ, ya que ambas variables presentan una relación lineal.

La metodología también asume como dato de entrada una función de tiempos de viaje *τ(y(t))* y, por consiguiente, una función de demora *w(y(t))*. Si existen errores en

$\tau(y(t))$, los cuales también se evidenciarán en $w(y(t))$, la estimación de la curva $A(t)$ se verá afectada en una proporción distinta que en el caso de μ.

Para analizar el efecto en $A(t)$ que podrían tener los errores en $w(y(t))$, es necesario asumir una forma funcional para esta última. Una aproximación simple y razonable para $w(y(t))$ podría considerar una forma triangular, lo que se puede observar en la Figura 4-1.

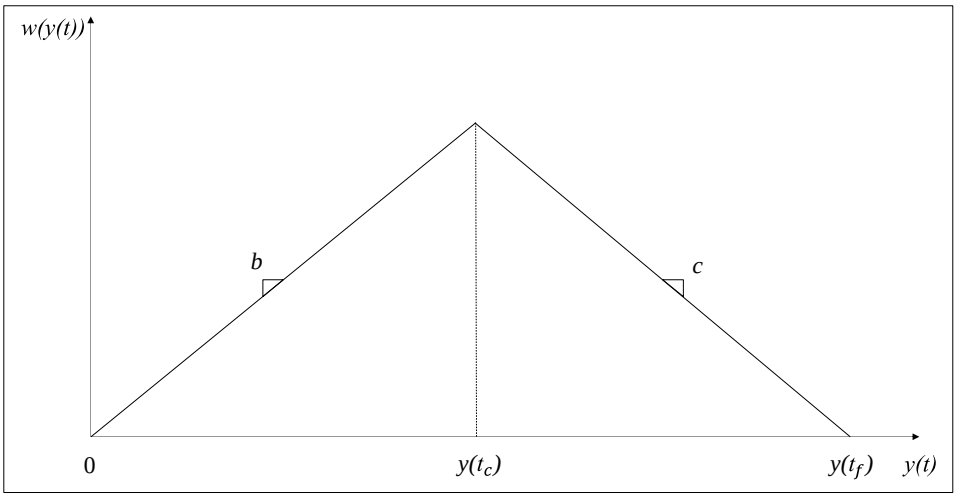

Figura 4-1: Forma funcional aproximada de la función de demora

Fuente: Elaboración propia

La expresión analítica de esta función es la siguiente:

$$w(y(t)) = min\{b \cdot y(t); c \cdot (y(t) - y(t_f))\} \tag{4.11}$$

Tomando este supuesto y la expresión analítica de la ecuación (4.11), la ecuación (4.10) queda de la siguiente manera:

$$A(t) = \begin{cases} \mu \cdot \frac{t}{1-b}\ ; & 0 < t < y(t_c)-\tau(y(t_c)) \\ \mu \cdot \frac{y(t_c)-\tau(y(t_c))}{1-b} + \mu \cdot \frac{t-y(t_c)+\tau(y(t_c))}{1-c}\ ; & y(t_c)-\tau(y(t_c)) < t < y(t_f)-\tau(y(t_f)) \end{cases} \quad (4.12)$$

Si se supiera que la función de demora real tiene una forma funcional triangular, se puede saber el error asociado a la estimación de *A(t)* cuando existen errores en *w(y(t))*. Para $b = 0.5$, $c = -1$, $y(t_c) = 2$ y $\mu = 2000$ veh/h, la Figura 4-2 presenta la función de demora real y la función de demora con errores de -*p*% y +*p*% en el valor de los parámetros *b* y *c*.

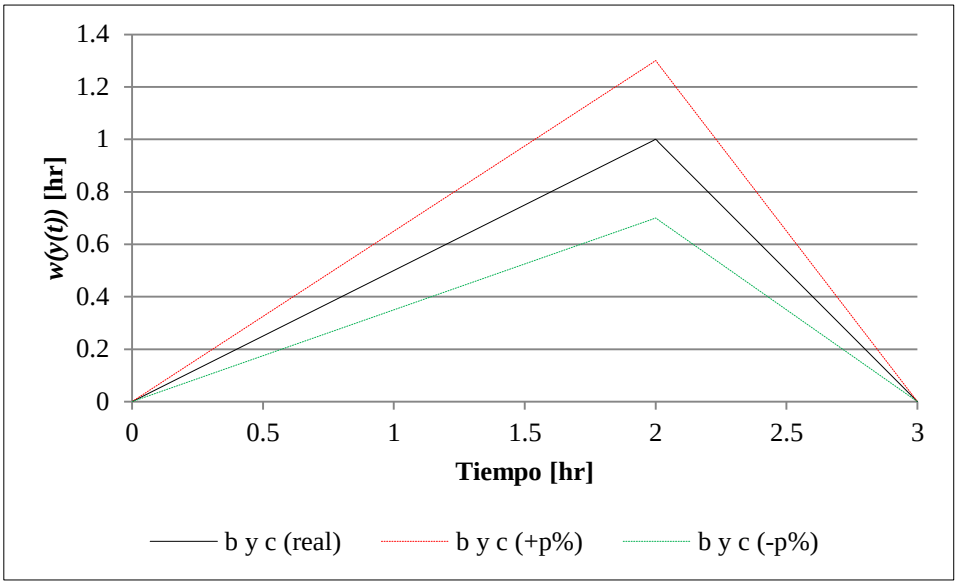

Figura 4-2 Función de demora real y con errores en los parámetros *b* y *c*

Fuente: Elaboración propia

Los errores en la función de demora *w(y(t))* implican una subestimación o sobreestimación de *A(t)*. La lógica indica que si la demora es sobreestimada, la curva *A(t)* también lo será, y viceversa. Esto se comprueba teóricamente a través de la

ecuación. Además, el resultado que se observa en la Figura 4-3, en donde se grafica la curva *A(t)*, sugiere que una subestimación en la función de demora tiene una incidencia menor en el error de la estimación de *A(t)*.

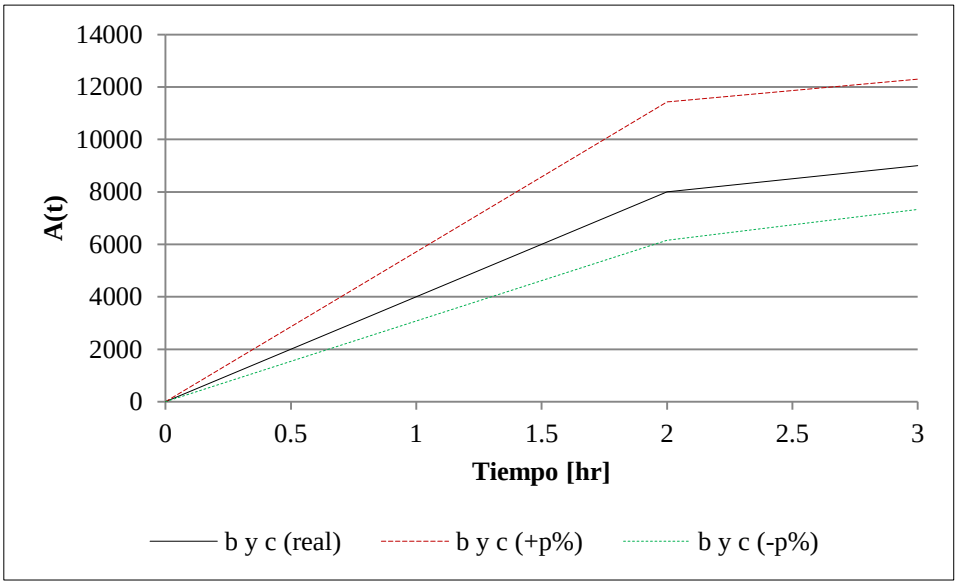

Figura 4-3: Estimación de *A(t)* para errores en la función de demora

Fuente: Elaboración propia

Para evaluar esta intuición, en la Figura 4-4 se grafica el porcentaje de error en *A(t)* para variaciones porcentuales en los parámetros *b* y *c* entre -100% y +100%. Se observa que el error porcentual en *A(t)* es sobrestimado en una mayor proporción cuando los parámetros *b* y *c* se sobrestiman. Es decir, en otras palabras, cuando se está sobrestimando la función de demora. Por ejemplo, cuando *b* y *c* son sobrestimados en un 40%, la sobrestimación en *A(t)* es de aproximadamente 60%. Por otro lado, cuando *b* y *c* son subestimados en un 40%, la subestimación en *A(t)* es de 30%. Esto sugiere que, si existen errores en la función de demoras, sería preferible que el error este siendo una subestimación, ya que esto tiene un menor efecto en el error en *A(t)*.

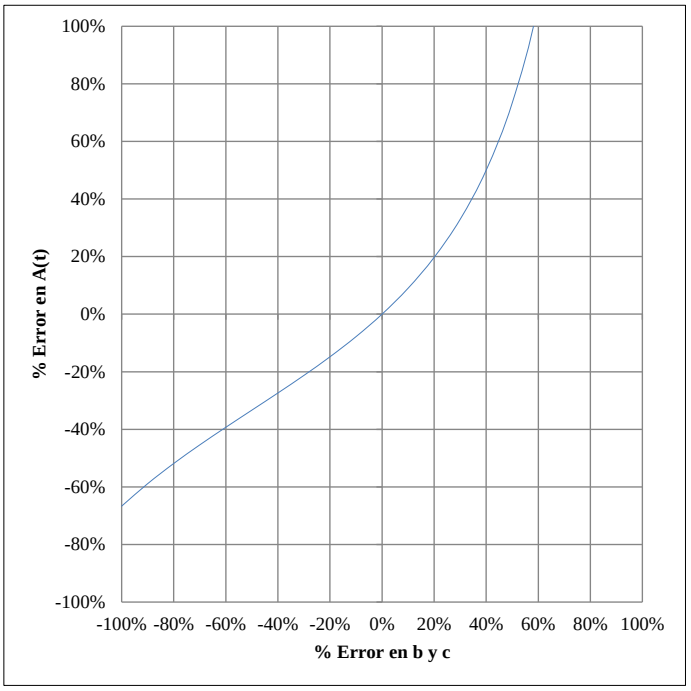

Figura 4-4: Errores porcentuales en *A(t)* para variaciones porcentuales en *b* y *c*

Fuente: Elaboración propia

5. EVALUACIÓN Y RESULTADOS

La metodología será evaluada en base a su precisión para construir el diagrama de entradas y salidas. El objetivo es comparar la demora total estimada y los flujos estimados por intervalo para la curva *A(t)* con los valores obtenidos a partir del diagrama real de entradas y salidas.

Para aplicar la metodología es necesario contar con datos de tiempo de viaje. De forma de tener una evaluación amplia, estos datos serán obtenidos mediante dos herramientas diferentes.

La primera herramienta que se usará para obtener datos de tiempo de viaje es la simulación. Esta herramienta tiene la ventaja de proveer un ambiente controlado que permite evaluar algunos efectos de forma aislada. Las características de los experimentos realizados y sus resultados se presentan en las secciones 5.1 y 5.2, respectivamente.

La segunda herramienta que se usará para obtener datos de tiempo de viaje considera mediciones en terreno. A través de una aplicación web se recolectan datos de tiempo de viaje entre los puntos *A* y *D* identificados mediante sus coordenadas de latitud y longitud. Las características del experimento y sus resultados se presentan en las secciones 5.3 y 5.4, respectivamente.

5.1 Evaluación: Simulaciones

Se utilizarán dos formas distintas de simulación. La primera será una simulación que mantendrá todos los supuestos teóricos asociados a la construcción del diagrama de entradas y salidas. En específico, asumir un sistema FIFO (*first in first out*) es uno de los supuestos teóricos importantes de las curvas acumuladas. Esto quiere decir que no es posible que un vehículo que entró al sistema después que otro, salga primero. La segunda será una simulación basada en un software especializado en microsimulación.

AIMSUN[5] es un microsimulador que basa su funcionamiento en modelos microscópicos de tráfico, los cuales determinan el movimiento de cada uno de los vehículos incluidos en la simulación. Uno de los modelos que utiliza es el de seguimiento vehicular propuesto por Gipps (1981). En éste, cada vehículo elige su velocidad en función de su máxima velocidad deseada, y la posición y velocidad del vehículo que lo antecede. Otro de los modelos que utiliza es el de cambio de pista propuesto por Gipps (1986). Este se basa en la necesidad, deseabilidad y factibilidad del cambio de pista según dónde se encuentra el vehículo. Finalmente utiliza el modelo de aceptación de brechas. Este permite evaluar la factibilidad de un cambio de pista según una brecha objetivo mínima entre los vehículos que se encuentran en la pista de destino. Debido a que se basa en estos modelos, el supuesto FIFO no necesariamente se cumple. En la realidad este supuesto tampoco se da, por lo que es relevante evaluar la metodología bajo este contexto.

Las simulaciones serán utilizadas para evaluar la metodología en las dos situaciones en las que puede ser aplicada: conservación y confluencia de vehículos.

a) Simulación FIFO

Este tipo de simulación no necesita de ningún software especializado, por lo tanto los experimentos fueron modelados teóricamente. Para el caso de conservación de vehículos, se modeló una vía en la que no existen adelantamientos con una distancia entre A y D (L^{AD}) de 15 km. La velocidad de flujo libre para el tramo (v_{ff}^{AD}) es de 105 km/h. Para el caso de confluencia de vehículos, se modelaron dos accesos que tienen su origen en A_1 y A_2, respectivamente. Ambos están a una distancia de 4 km ($L^{A_1D} = L^{A_2D}$)

[5] AIMSUN: *Advanced Interactive Microscopic Simulator for Urban and non urban Networks*.

con respecto al punto *D* que se encuentra aguas abajo, exactamente en la confluencia. La velocidad de flujo libre (v_{ff}^{AD}) para ambas vías es de 100 km/h. Adicionalmente, se supone que la pendiente de la línea de mezcla (α) es 1.

b) Simulación no FIFO

Se modelan dos redes diferentes, una para el caso de conservación y otra para el caso de confluencia. Para el primer caso se modeló la geometría de una autopista interurbana chilena, llamada Autopista del Sol – Ruta 78. Se consideró una sección de dos pistas con 15 km de extensión en el sentido poniente-oriente. No se modelaron entradas ni salidas debido a que los flujos asociados a esos accesos son minoritarios. El punto *D* de la sección coincide con una plaza de peaje, la cual en periodos de alta demanda se convierte en un cuello de botella con capacidad estimable (ver Figura 5-1).

Figura 5-1 Red en AIMSUN del experimento con conservación de vehículos

Fuente: Elaboración propia en base a AIMSUN

Para el caso de confluencia de dos accesos se modeló la geometría de una autopista urbana chilena, llamada Autopista Central. Se consideró una sección que cuenta con dos vías confluyendo en sentido norte-sur, una con tres pistas (acceso 1) y la otra con dos pistas (acceso 2). Esta característica hace suponer que la pendiente de la línea de mezcla (α) tiene un valor de $\frac{2}{3}$. Ambas poseen una extensión de 4 km antes del

punto de encuentro. El punto *D* se ubica exactamente en la confluencia, en una vía única de tres pistas que recibe ambos flujos (ver Figura 5-2).

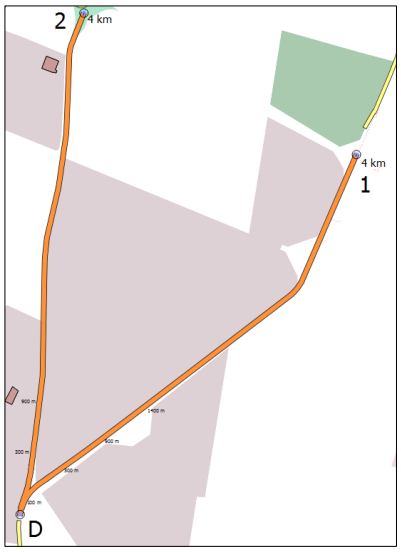

Figura 5-2 Red en AIMSUN del experimento con confluencia de vehículos

Fuente: Elaboración propia en base a AIMSUN

5.1.1 Datos de tiempo de viaje

Los datos de tiempo de viaje se obtienen de manera distinta según el tipo de simulación que se utilice. A continuación se presenta el procedimiento para la simulación FIFO y la simulación no FIFO.

a) Simulación FIFO

Se asume conocida la tasa de llegada de vehículos al punto *D*, λ, y la tasa de atención en este punto *D*, μ. En específico, el proceso de llegada de vehículos al punto *A* se modelará mediante una variable aleatoria con distribución Poisson (λt) (siendo λ el valor esperado de la tasa de llegada). Para una distribución Poisson (λt), los tiempos

entre llegadas de vehículos tienen una distribución Exponencial ($1/\lambda$). Para generar tiempos entre llegadas que distribuyan Exponencial ($1/\lambda$) se utiliza el método de la transformada inversa. Este método permite generar números aleatorios provenientes de una distribución de probabilidad continua e invertible. De esta forma se obtiene el instante de llegada (o entrada) de cada vehículo, lo cual permite conocer la curva *A(t)*.

Según el método de la transformada inversa, si *t* es una variable aleatoria con distribución de probabilidad acumulada *F*, entonces la variable aleatoria $u = F(t)$ tiene una distribución Uniforme entre 0 y 1. Por la misma razón, si *u* es una variable aleatoria con distribución Uniforme (0,1), entonces $t = F^{-1}(u)$ satisface la distribución *F*.

Aplicando el método de la transformada inversa se generan números aleatorios provenientes de la distribución Exponencial ($1/\lambda$) de la siguiente manera:

$$u = 1 - e^{-\lambda t} \tag{5.1}$$

$$t = \frac{-\ln(1-u)}{\lambda} \tag{5.2}$$

La variable aleatoria *t* representa el intervalo o tiempo entre llegada de vehículos. El instante de salida de un vehículo está determinado por la tasa μ y por el instante de salida del vehículo anterior. Esto asegura que se cumpla el supuesto FIFO. Conociendo el instante de entrada y salida para cada vehículo es posible determinar su tiempo de viaje.

La determinación del tiempo de viaje a flujo libre puede realizarse de forma exógena. Utilizando la distancia entre los puntos *A* y *D* (L^{AD}) y la velocidad de flujo libre (v_{ff}^{AD}) que son definidas para el experimento, es posible obtener el tiempo de viaje a flujo libre ($\tau_{ff}^{AD} = L^{AD}/v_{ff}^{AD}$).

b) Simulación no FIFO

Los datos individuales de tiempo de viaje se obtienen activando la opción "Trayectorias Globales de Vehículos" en el software AIMSUN. Esta funcionalidad permite conocer el origen, el destino, el tiempo de viaje a flujo libre y el tiempo de viaje de cada vehículo.

Los microsimuladores deben calibrarse para que entreguen resultados consistentes de acuerdo a la situación que se está representando. Para esto, necesitan de parámetros que definan las características y el comportamiento de los vehículos. En el caso de Santiago, Lacalle y Coeymans (2003) realizaron una calibración de parámetros para AIMSUN en flujos ininterrumpidos, los cuales se observan con mayor frecuencia en autopistas. En esta investigación, estos son los parámetros utilizados.

5.1.2 Tasa de llegada λ

Para cada intervalo de 30 minutos, se tiene una tasa de llegada de vehículos λ_k (k = 1...6). Los datos usados en la simulación del caso con conservación y en el de confluencia vienen dados en la Tabla 5-1 y en la Tabla 5-2, respectivamente. En ambos casos, se simulan tres horas de operación.

Tabla 5-1: Datos de tasas de llegadas para simulación con conservación de vehículos

Intervalo	Tasa de llegada (veh/h)
11:00 AM – 11:30 AM	2100
11:30 AM – 12:00 PM	3000
12:00 PM – 12:30 PM	1600
12:30 PM – 1:00 PM	2700
1:00 PM – 1:30 PM	1500
1:30 PM – 2:00 PM	1045

Fuente: Elaboración propia

Tabla 5-2: Datos de tasas de llegadas para simulación con confluencia de vehículos

Intervalo	Tasa de llegada acceso 1 (veh/h)	Tasa de llegada acceso 2 (veh/h)
11:00 AM – 11:30 AM	3600	3200
11:30 AM – 12:00 PM	4000	3200
12:00 PM – 12:30 PM	4400	3400
12:30 PM – 1:00 PM	3400	3800
1:00 PM – 1:30 PM	1600	1400
1:30 PM – 2:00 PM	1000	1000

Fuente: Elaboración propia

5.1.3 Tasa de atención μ

En el caso con conservación de vehículos, se asumirá que el punto *D* se sitúa en una plaza de peaje. Esta plaza de peaje representa el punto con capacidad mínima en el tramo entre *A* y *D*, por lo que es un cuello de botella.

Una plaza de peaje, al contar con casetas operando, es probable que cambie su capacidad de atención. Este efecto se intenta replicar en la simulación al considerar diferentes valores de μ en distintos intervalos de tiempo. La Tabla 5-3 muestra las tasas de atención μ para el caso con conservación de vehículos.

Tabla 5-3: Datos de tasas de atención para simulación con conservación de vehículos

Intervalo	Tasa de atención (veh/h)
11:00 AM – 12:00 PM	2000
12:00 PM – 1:00 PM	1800
1:00 PM – 2:00 PM	2200

Fuente: Elaboración propia

En el caso de la confluencia, la tasa de atención μ está dada por una restricción física asociada a la infraestructura. Se asume en este caso que la tasa de atención μ no

cambia en el periodo de estudio. En específico, la capacidad del cuello de botella o tasa de atención μ = 6000 veh/h.

5.1.4 Escenarios de evaluación

La metodología considera que los datos individuales de tiempo de viaje disponibles son agregados temporalmente en intervalos. Dependiendo de la agregación, hay ciertos efectos (e.g. de los *outliers*) que son suavizados. El nivel de agregación temporal también genera errores, debido a la cantidad de datos agregados que finalmente se utilizan en la metodología. Es decir, una agregación temporal que considera un intervalo más grande asegura una mayor cantidad de datos individuales de tiempo de viaje pero deja de captar en detalle los cambios de pendiente de la curva *A(t)*.

Por otro lado, la metodología asume que el punto *D* se encuentra en una singularidad cuya capacidad puede ser estimada. Esta estimación puede tener errores, los cuales vuelven más imprecisa la construcción del diagrama de entradas y salidas. La capacidad promedio de atención se denotará como $\bar{\mu}$ y los posibles errores serán incorporados, en el resto de los escenarios, con respecto a esta variable.

Tomando en cuenta este contexto, los 21 escenarios propuestos para evaluar la metodología se resumen en la Tabla 5-4.

Tabla 5-4: Escenarios y niveles de agregación para de evaluación de la metodología

		Agregación temporal		
		1 min	5 min	10 min
Estimación μ	$\bar{\mu}$ + 10%	N° 1	N° 2	N° 3
	$\bar{\mu}$ + 20%	N° 4	N° 5	N° 6
	$\bar{\mu}$ + 30%	N° 7	N° 8	N° 9
	$\bar{\mu}$ - 10%	N° 10	N° 11	N° 12
	$\bar{\mu}$ - 20%	N° 13	N° 14	N° 15
	$\bar{\mu}$ - 30%	N° 16	N° 17	N° 18
	$\bar{\mu}$	N° 19	N° 20	N° 21

Fuente: Elaboración propia

5.2 Resultados: Simulaciones

En esta sección se presentan los resultados que se obtienen generando los datos de tiempo de viaje mediante simulación, de acuerdo a lo descrito en la sección 5.1. Antes de comenzar analizando los casos con conservación y confluencia de vehículos –que se abordarán en las secciones 5.2.2 y 5.2.3– se realizará una breve comparación entre los datos de tiempo de viaje obtenidos a partir del total de vehículos versus una muestra de ellos.

5.2.1 Tasas de penetración

La metodología considera la disponibilidad de datos individuales de tiempo de viaje reportados mediante tecnología. Dependiendo de la tecnología que se utilice, habrán situaciones en las que un alto porcentaje de vehículos reporten su tiempo de viaje (e.g. tag) y otras en las que sólo se tendrá una muestra (e.g. GPS en *smartphones*). Este porcentaje es conocido como tasa de penetración. Esta restricción en la disponibilidad de datos con respecto al total debe ser considerada como un efecto en los errores de la construcción del diagrama de entradas y salidas.

Las simulaciones permiten realizar experimentos con distintas tasas de penetración. Por esta razón, en primer lugar, se comparan los datos de tiempo de viaje obtenidos mediante dos tasas de penetración diferentes: 100% y 10%. El objetivo es observar las diferencias en el dato de tiempo de viaje cuando se elige la mediana entre el 100% de los vehículos versus sólo el 10% de ellos. Si existen diferencias importantes, tener un subconjunto de datos de tiempo de viaje por intervalo inducirá errores en los resultados de la metodología. Si por el contrario los tiempos de viaje son similares, la metodología entregará resultados parecidos incluso usando una muestra de los vehículos. Contar con sólo una muestra del total de vehículos es una situación probable en la práctica, y por lo mismo es relevante cuantificar su efecto.

Se simulan dos experimentos de prueba para un mismo nivel de agregación (en este caso, intervalos de 1 minuto). El primer experimento calcula el tiempo de viaje por intervalo (τ_i^{AD}) eligiendo la mediana del 100% de los vehículos que cruzaron el punto *D* en el correspondiente intervalo. El segundo experimento utiliza sólo un 10% de los vehículos para calcular τ_i^{AD}. De esta forma, para cada intervalo de 1 minuto se tienen dos valores de τ_i^{AD} obtenidos a partir de diferentes penetraciones de mercado, los cuales se pueden comparar.

La Figura 5-3 (a) muestra la comparación anterior para tiempos de viaje obtenidos mediante la simulación FIFO. Cada punto en este gráfico representa el valor de τ_i^{AD} obtenido con el 100% y el 10% del total de vehículos para un mismo intervalo. La Figura 5-3 (b) representa lo mismo pero para tiempos de viaje obtenidos mediante la simulación no FIFO. En ambas figuras se pueden observar dos tipos de marcadores: triangulares (verdes) y circulares (azules). Estos representan dos réplicas distintas, lo cual evita reducir el análisis a una situación particular.

En la Figura 5-3 (a) los datos del marcador triangular se observan más cercanos a la recta de pendiente uno que los datos del marcador circular. En este último caso el 10% subestima el valor del tiempo de viaje en varias observaciones, mientras que el marcador triangular presenta un comportamiento más estable. Si se realiza una regresión lineal simple para el marcador triangular, fijando la constante en cero, se observa que el parámetro de la variable explicativa toma el valor 1.03. Este valor es estadísticamente significativo y representa la pendiente, la que como se esperaba es cercana a uno. Adicionalmente, el indicador R^2 ajustado toma un valor del 99%, lo cual sugiere que existe un buen ajuste entre los datos.

En la Figura 5-3 (b) se puede observar que los tiempos de viaje se concentran cercanos a la recta de pendiente uno. Es decir, una gran cantidad de estos son muy similares entre sí en su intervalo correspondiente. A pesar de lo anterior, se puede ver mayor dispersión en algunos tiempos de viaje en comparación a la Figura 5-3 (a). Este

comportamiento se presenta tanto en los marcadores triangulares como en los marcadores circulares. De hecho, en algunas observaciones existen diferencias importantes, lo cual podría inducir error en la metodología. Al realizar la regresión lineal entre ambas variables –para la réplica de marcadores triangulares– se obtuvo que la pendiente de la recta que pasa por el origen y que mejor ajusta a los datos es 0.95. Si bien el valor es cercano a uno, se observa un porcentaje de error, lo cual se atribuye a la dispersión antes mencionada. El indicador de ajuste disponible, R^2 ajustado, es de 97%.

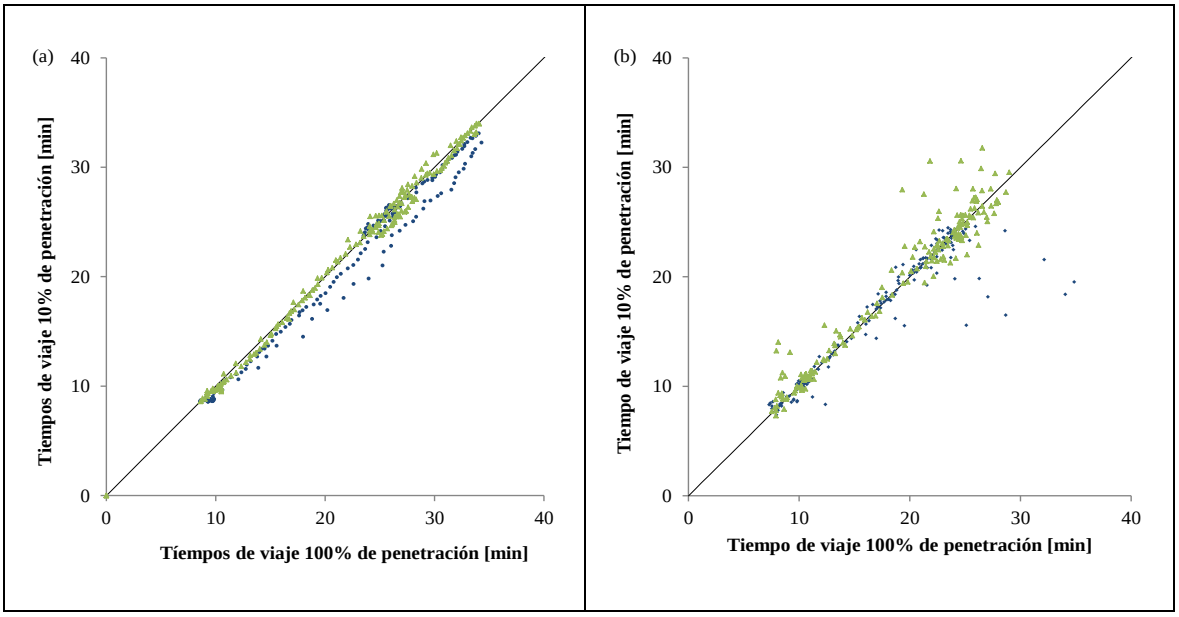

Figura 5-3: Comparación de tiempos de viaje para distintos porcentajes de penetración

Fuente: Elaboración propia

El mismo ejercicio fue realizado para el caso de confluencia de vehículos. El resultado fue similar, lo que sugiere que el error en el tiempo de viaje asociado a este nivel de tasas de penetración es aparentemente bajo para gran parte de las observaciones. Por esta razón, los resultados que se presentarán en las siguientes secciones provendrán

de experimentos con datos de tiempo de viaje de una muestra de vehículos correspondiente al 10%.

A continuación se evalúan ambos casos abordados por la metodología: conservación y confluencia de vehículos.

5.2.2 Conservación de vehículos

En esta sección la metodología es aplicada en una vía en la que no existen entradas ni salidas en el tramo *AD*. Se analizan los datos de tiempo de viaje y se construye el diagrama de entradas y salidas. A partir de esta información, se comparan demoras totales y flujos por intervalo entre lo estimado por la metodología y lo real.

a) Datos de tiempo de viaje

La Figura 5-4 grafica el valor de τ_i^{AD} obtenido para cada intervalo de 5 minutos y para ambas simulaciones, FIFO (a) y no FIFO (b).

El tiempo de viaje a flujo libre τ_{ff}^{AD} corresponde a 8.58 minutos, valor que es alcanzado al comienzo y al final de la simulación.

En la Figura 5-4 (a) se observa que los mayores tiempos de viaje superan los 30 minutos. Esto implica que hubo vehículos que realizan su viaje en más de 3.5 veces lo que habrían tardado a flujo libre. El mayor tiempo de viaje se alcanza aproximadamente a la 1:30 pm. La congestión termina a las 2 pm.

En la Figura 5-4 (b) se observa que los mayores tiempos de viaje alcanzan los 24 minutos, lo cual es 2.8 veces mayor que el tiempo de viaje a flujo libre. Esto implica que esta simulación arroja tiempos de viaje menores a los observados en la simulación FIFO. Esto puede ser efecto de la dependencia al tiempo de viaje del vehículo anterior, el cual –en FIFO– no es posible adelantar. La congestión termina a las 1:50 pm.

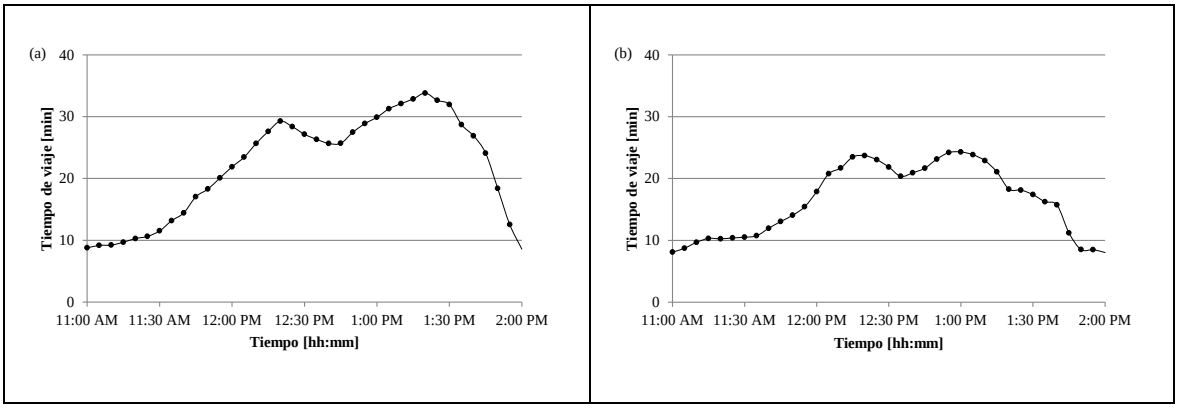

Figura 5-4: Datos de tiempo de viaje en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

b) Construcción diagrama de entradas y salidas

En primer lugar, se construye el diagrama de entradas y salidas en donde la estimación de la capacidad μ del punto D corresponde al promedio de sus tasas de atención reales (sección 5.1.3). Esto es μ = 2000 veh/h.

En la Figura 5-5 se muestran las curvas V_o y D_o, las que representan las curvas V y D en coordenadas oblicuas. Por construcción, la curva D_o se mantiene horizontal todo el periodo de estudio. Se observa también que la curva V_o cuenta con seis pendientes distintas, lo cual es concordante con los datos de entrada.

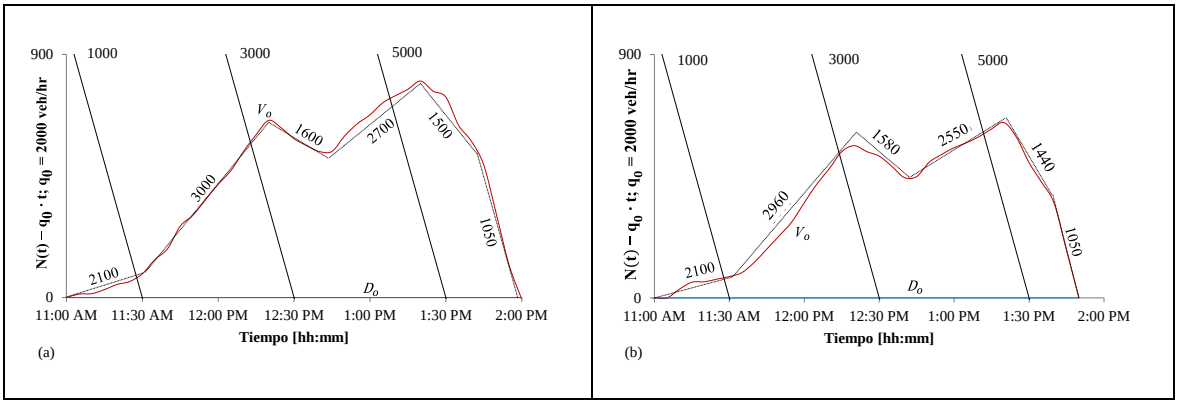

Figura 5-5: Diagrama de entradas y salidas en conservación de vehículos en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

c) Demora total

La construcción del diagrama de entradas y salidas se realiza para los escenarios presentados en la Tabla 5-4, de la sección 5.1.4. Para cada uno de ellos se calcula la demora total. La Figura 5-6 muestra un gráfico de barras, en donde los escenarios se encuentran en el eje horizontal. Para cada uno existen tres barras que evalúan el error en la demora total calculada según el nivel de agregación con respecto a la demora total real. La Figura 5-6 (a) muestra los resultados para la simulación FIFO, mientras que la Figura 5-6 (b) los resultados para la simulación no FIFO.

El comportamiento de las dos simulaciones es distinto. Lo anterior se manifiesta tanto en la obtención del tiempo de viaje como en la construcción del diagrama de entradas y salidas. Por esta razón, el porcentaje de error se calculará con respecto a la demora total real que se obtuvo en cada tipo de simulación. La simulación FIFO dio como resultado una demora total real de 1220 veh-h, mientras que la simulación no FIFO de 1191 veh-h.

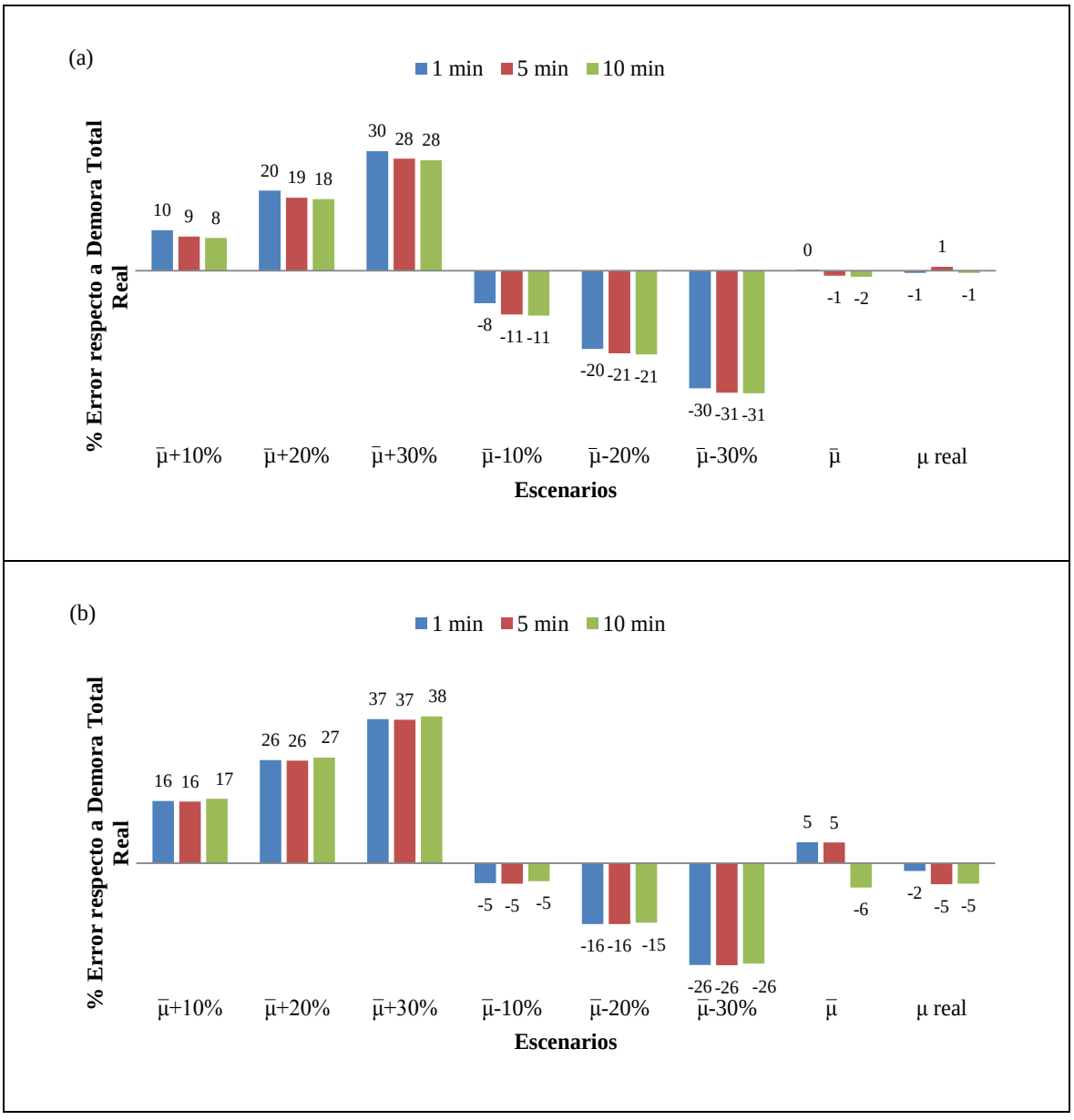

Figura 5-6: Comparación demora total en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

En general, cuando se utiliza una capacidad $\bar{\mu}$, el error resulta ser bajo para todos los niveles de agregación. Una situación similar ocurre cuando se utiliza la capacidad μ

real, lo cual es esperable. Esto sugiere que, en conservación de vehículos, el uso de una estimación $\bar{\mu}$ no incorpora (al menos en los casos en que μ varía poco) un error adicional significativo al cálculo de la demora total.

Se observa que los escenarios $\bar{\mu}$ y μ real presentan mayor error en la Figura 5-6 (b) que en la Figura 5-6 (a). Este comportamiento podría ser explicado por distintos factores, pero se asume que el no cumplimiento del supuesto FIFO tiene una importante influencia.

Cuando se incluye un error en la estimación de la capacidad $\bar{\mu}$ (e.g. $\bar{\mu}$+20%), el error en la demora total de la simulación FIFO viene dado en proporción similar al error en μ. Esto no ocurre en la simulación no FIFO, ya que al sobreestimar μ, el error en la demora es proporcionalmente mayor. Por el contrario, al subestimar μ, el error en la demora es proporcionalmente menor. A partir de este resultado, se podría suponer que el error asociado a los datos de tiempo de viaje es pequeño y, por tanto, poco influyente en la simulación FIFO. Por otra parte, en la simulación no FIFO existen variaciones más pronunciadas que presentan un mayor efecto en el cálculo de la demora total. Este análisis puede justificarse en las diferencias encontradas en los datos de tiempo de viaje para distintas tasas de penetración.

Con respecto a los niveles de agregación, no existe evidencia concluyente con respecto a qué agregación es mejor. Sus porcentajes de error son muy similares en todos los escenarios, lo cual es un primer indicio de que el nivel de agregación no es relevante cuando hay conservación de vehículos.

d) Flujos por intervalo

En la Figura 5-7 se presenta el error absoluto medio en unidades de vehículos por intervalo para cada uno de los escenarios incluidos en la Tabla 5-4. Para hacer comparables los resultados, el error absoluto medio de las agregaciones de 1 minuto y 5

minutos se amplificaron en proporción, dejando todas las barras en la unidad de veh/10 minutos.

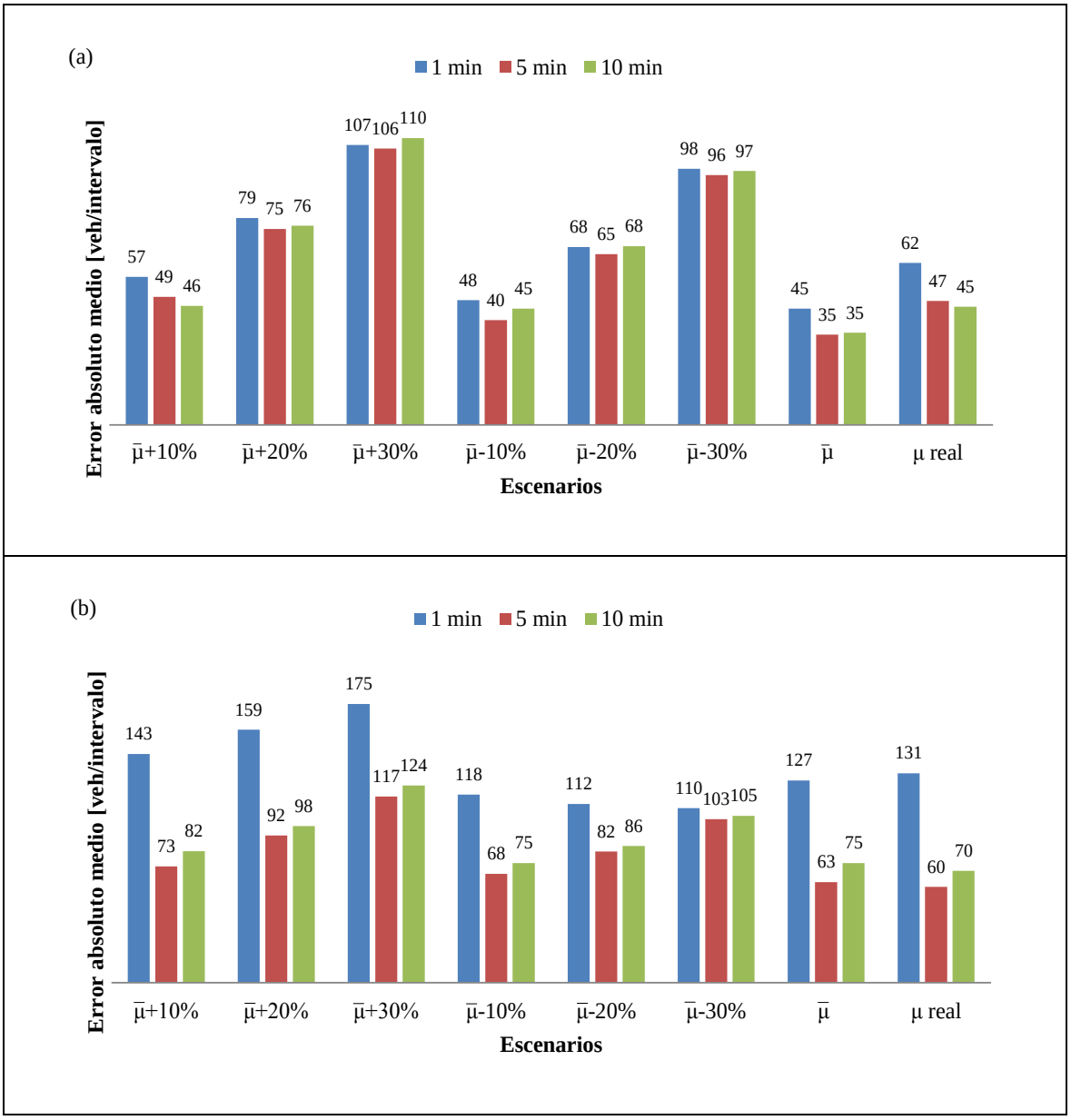

Figura 5-7: Comparación de la media de flujos por intervalo en conservación de vehículos para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

En la Figura 5-7 (a) se observan algunos escenarios en los que la agregación de 1 min presenta un error mayor que el resto de las agregaciones. La mayor diferencia se da en el escenario con μ real y este resultado es 38% mayor que los otros.

En la Figura 5-7 (b) este comportamiento se acentúa. De hecho, en todos los escenarios la agregación de 1 minuto es la con mayor error absoluto medio. Además, en el 25% de los escenarios la agregación de 1 minuto tiene el doble de error que el resto de las agregaciones. Lo anterior se debe a que el tiempo de viaje calculado por la mediana tiene más variabilidad. Los grupos de vehículos en cada intervalo son más pequeños, y esto hace más probable que se elija un tiempo de viaje poco representativo. De hecho, en la mayoría de los escenarios se observa que el error absoluto medio, para la agregación de 5 minutos y 10 minutos, es similar. Es decir, estas agregaciones permiten contar con grupos de vehículos y datos de tiempo de viaje suficientes para suavizar la variabilidad.

Analizando un escenario en particular, por ejemplo μ-20% para una agregación de 5 minutos, se pueden observar las diferencias entre los flujos para cada intervalo. Un análisis más completo puede realizarse mediante una regresión lineal simple (ver Figura 5-8).

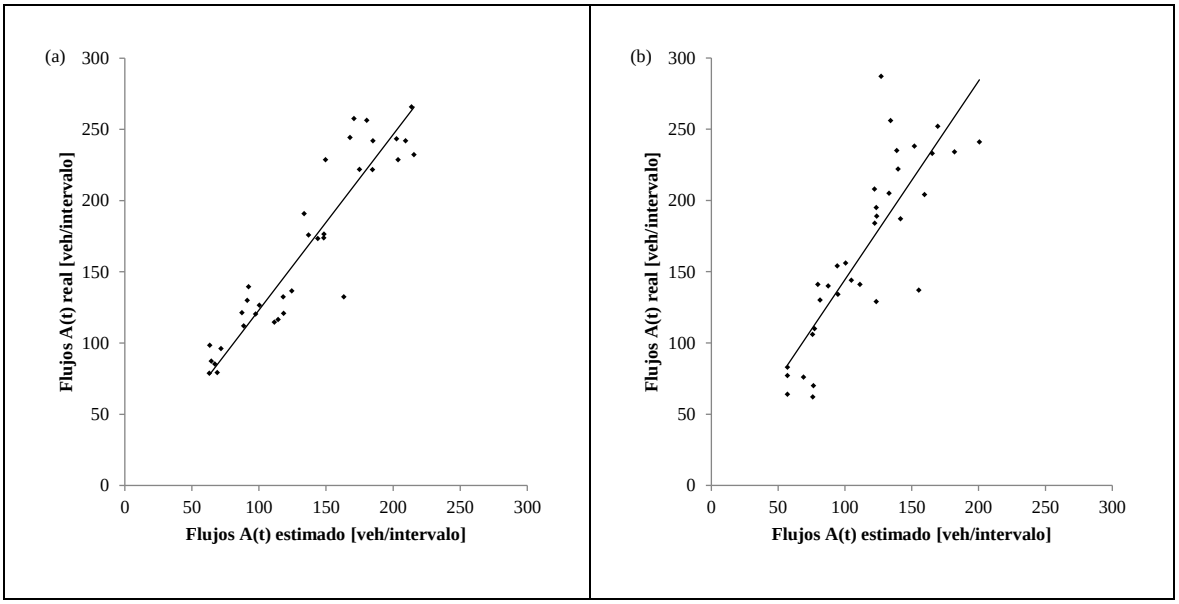

Figura 5-8: Comparación de flujos A(t) estimados y observados para la Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

La Figura 5-8 (a) y (b) muestra la regresión lineal realizada para la simulación FIFO y la no FIFO, respectivamente. En ambos casos la pendiente de la recta es mayor que 1 cuando el intercepto se fija en cero (1.23 y 1.43). Esto quiere decir que los flujos estimados de *A(t)* tienden a subestimar los reales. El resultado es sensato, ya que a una menor pendiente de la curva *D(y(t))*, se deberían esperar menores flujos por el punto *A*. El ajuste, dado por el R^2 ajustado, es de 95% y 93% para cada respectiva simulación.

5.2.3 Confluencia de vehículos

En esta sección la metodología será aplicada para casos en los que existe un flujo entrante adicional en el tramo *AD*. Se analizarán los datos de tiempo de viaje y se construirá el diagrama de entradas y salidas. También se compararán demoras totales y flujos por intervalo entre lo estimado por la metodología y lo real.

a) Datos de tiempo de viaje

La Figura 5-9 y la Figura 5-10 presentan los tiempos de viaje obtenidos para el acceso 1 y 2, respectivamente.

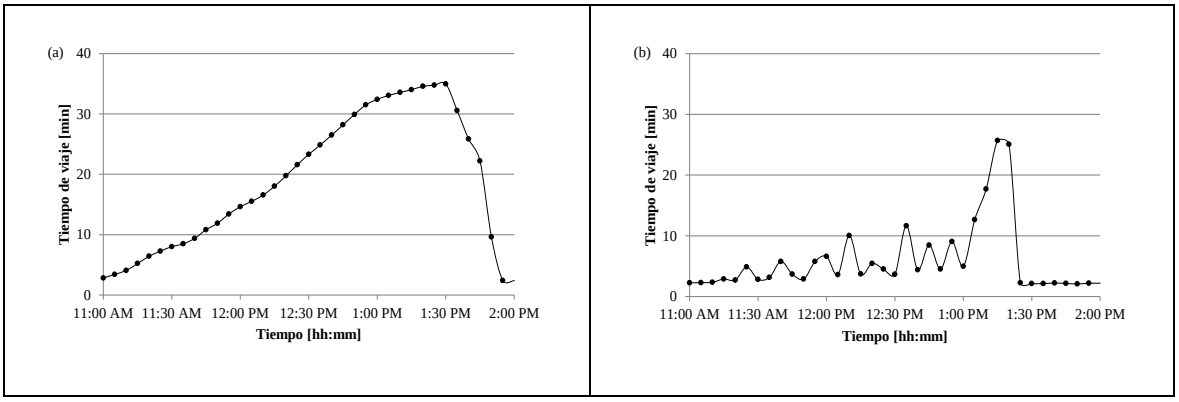

Figura 5-9: Datos de tiempo de viaje en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

En el acceso 1 de la simulación FIFO (Figura 5-9 (a)) se puede ver que el tiempo de viaje es siempre creciente hasta aproximadamente la 1:30 pm. El tiempo de viaje máximo en ese instante alcanza los 36 minutos en una sección que a flujo libre es recorrida en 2.4 minutos. Lo anterior indica que el acceso 1 presenta una importante congestión. En los últimos 30 minutos las demoras disminuyen hasta volver al tiempo de viaje a flujo libre a las 2 pm.

En el acceso 1 de la simulación no FIFO (Figura 5-9 (b)) el tiempo de viaje se mantiene fluctuante durante todo el periodo de estudio. Alcanza su máximo, el cual supera los 24 minutos, aproximadamente a la 1:15 pm. Antes de la 1:30 pm la congestión ya ha sido disipada.

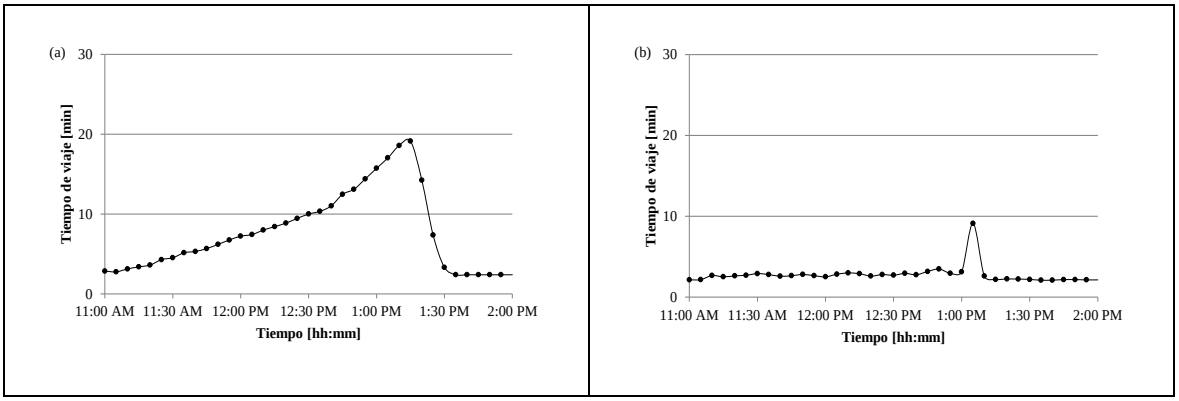

Figura 5-10: Datos de tiempo de viaje en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

En el acceso 2 de la simulación FIFO (Figura 5-10 (a)) se presenta un comportamiento similar al acceso 1. El tiempo de viaje es creciente hasta aproximadamente la 1:15 pm. Su máximo supera los 18 minutos, lo que es cercano a la mitad del tiempo de viaje máximo del acceso 1. Al igual que este último, el acceso 2 tiene un tiempo de viaje a flujo libre de 2.4 minutos. La congestión se disipa unos minutos después de la 1:30 pm, instante que coincide con el comienzo en la disminución de los tiempos de viaje del otro acceso. Esto se debe a que parte de la capacidad μ que estaba utilizando el acceso 2, es reasignada para atender a los vehículos del acceso 1.

En el acceso 2 de la simulación no FIFO (Figura 5-10 (b)) se presenta una leve congestión. Los tiempos de viaje se mantienen cercanos a los tiempos de viaje a flujo libre en casi todo el periodo de estudio. La única demora que se observó se produjo a la 1:00 pm y duró aproximadamente 10 minutos.

Como se puede observar, el comportamiento de ambas simulaciones es muy distinto. En la simulación FIFO se generan colas en ambos accesos, disipándose primero la cola del acceso 2 a la 1:30 pm y luego la del acceso 1 a las 2 pm. Se recuerda que en este caso los vehículos no pueden adelantar, lo que hace que el cuello de botella afecte a todos por igual. Por otro lado, la simulación no FIFO presenta cola en el acceso 1, pero

de menor magnitud que su símil en la simulación FIFO. Además, el acceso 2 casi no presenta demoras. Este comportamiento se explica justamente porque en este experimento los vehículos no necesariamente cumplen FIFO. En la visualización animada, que el microsimulador AIMSUN provee, puede observarse que los vehículos que se ven afectados por el cuello de botella son aquellos que realizan su recorrido por las pistas internas. Es decir, aquellos vehículos que se ven obligados a interactuar con el flujo entrante del acceso contiguo. Los cambios de pista obligan a reducir la velocidad, lo cual no necesariamente experimentan aquellos vehículos que vienen por las pistas externas. En la simulación se observa que esos vehículos pasan la confluencia con reducciones menores de velocidad, lo cual no genera muchos inconvenientes en esas pistas en términos de congestión.

b) Construcción diagrama de entradas y salidas

El diagrama de entradas y salidas para el acceso 1 en ambos tipos de simulación se representa en la Figura 5-11. En específico, en la Figura 5-11 (a) se observa que la confluencia entregó a este acceso, hasta las 1:45 pm, una tasa de atención de 3000 veh/h. Por otro lado, la Figura 5-11 (b) muestra que el acceso 1 en la simulación no FIFO fue atendido hasta las 1:10 pm a una tasa de 3100 veh/h. Se observa también en la Figura 5-11 (b) que las demoras en la simulación no FIFO fueron menores a las obtenidas en la simulación FIFO, fenómeno que ya fue observado y explicado por el dispar uso de pistas que se da en una situación con adelantamientos. Tal como ya se pudo observar, la Figura 5-11 (a) también muestra que la congestión se disipa a las 2 pm, y la Figura 5-11 (b) muestra que esto ocurre a las 1:25 pm.

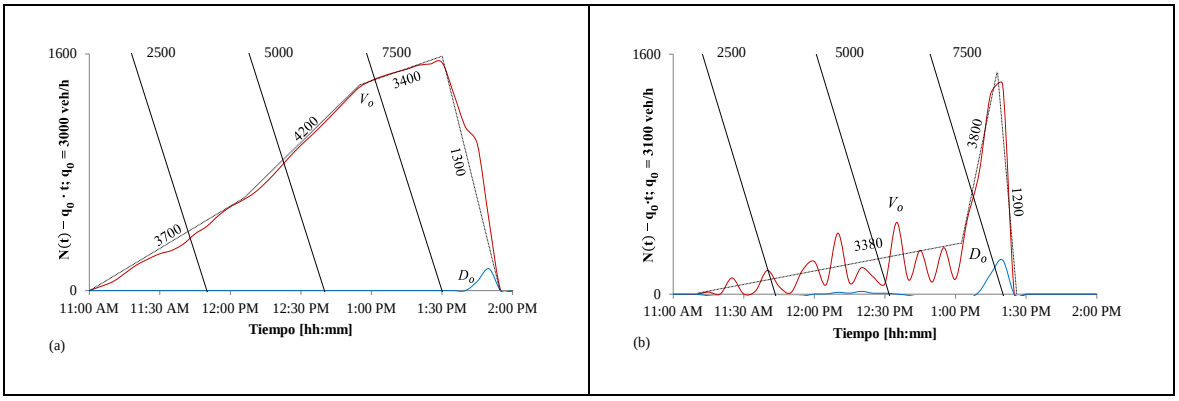

Figura 5-11: Diagrama de entradas y salidas en confluencia de vehículos (acceso 1) en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

El acceso 2 en ambos tipos de simulación se representa en la Figura 5-12. Al igual que para el acceso 1, ambas simulaciones presentan diferencias evidentes. En este caso, las demoras observadas en la Figura 5-12 (b) son significativamente menores que las de la Figura 5-12 (a). En la simulación FIFO (Figura 5-12 (a)) la congestión comienza a las 11:10 am y termina a las 1:30 pm. Por otro lado, en la simulación no FIFO (Figura 5-12 (b)) la congestión corresponde a un periodo menor, entre la 1 pm y la 1:15 pm.

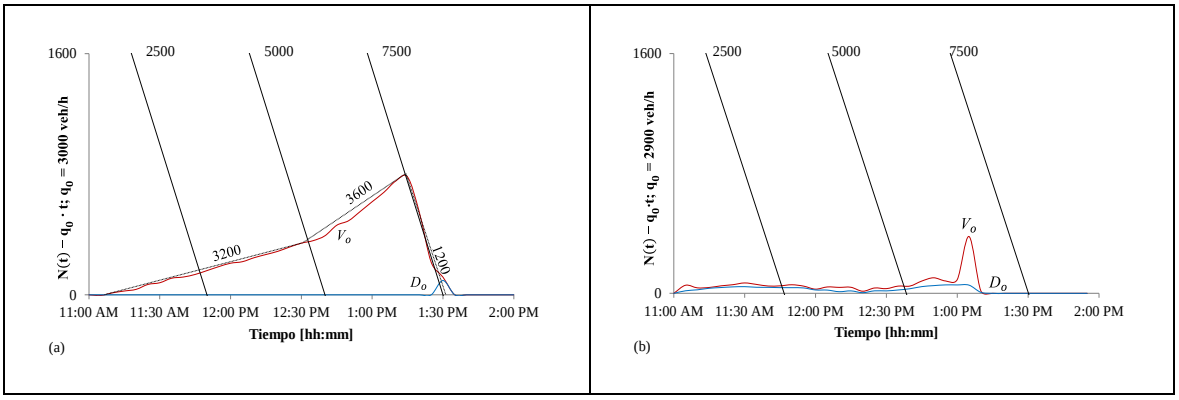

Figura 5-12: Diagrama de entradas y salidas en confluencia de vehículos (acceso 2) en coordenadas oblicuas para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

c) Demora total

Para cada acceso, la comparación de la demora total obtenida se realiza de igual forma que los escenarios analizados en la sección 5.2.2. Los distintos escenarios se presentan en el eje horizontal[6], mientras que las barras representan los niveles de agregación (1, 5 y 10 minutos).

La demora total para el acceso 1 y su comparación con respecto a la demora total real se presenta en la Figura 5-13. La demora total en la simulación FIFO (Figura 5-13 (a)) muestra estabilidad en los resultados con respecto al nivel de agregación. Es decir, el porcentaje de error para una agregación de 1, 5 o 10 minutos es muy similar en todos los escenarios. Se puede observar que el uso de la capacidad μ real entrega los mejores resultados y el siguiente mejor escenario corresponde a μ-10%. Al sobrestimar μ en un p% hay una sobrestimación en la demora total levemente superior al p%. De la misma forma, al subestimar μ en un p%, la subestimación en la demora total es proporcionalmente menor a este p%.

La demora total en la simulación no FIFO (Figura 5-13 (b)) no presenta la misma estabilidad en función del nivel de agregación. Como ya se ha dicho, esto tiene que ver con la alta variabilidad en los datos de tiempo de viaje. De hecho, este efecto hace que no exista un patrón que permita afirmar que un nivel de agregación es mejor que otro, ya que el comportamiento es desigual entre los intervalos de 1 y 10 minutos. Los intervalos de 5 minutos presentan un comportamiento más consistente, ya que sobrestiman y subestiman la demora total en una proporción muy similar a la que la capacidad μ cambia.

---

[6] En esta evaluación no se encuentra el escenario con $\bar{\mu}$ debido a que la capacidad $\bar{\mu}$ del punto *D* no cambia. Es decir, $\bar{\mu}$ sería lo mismo que μ real.

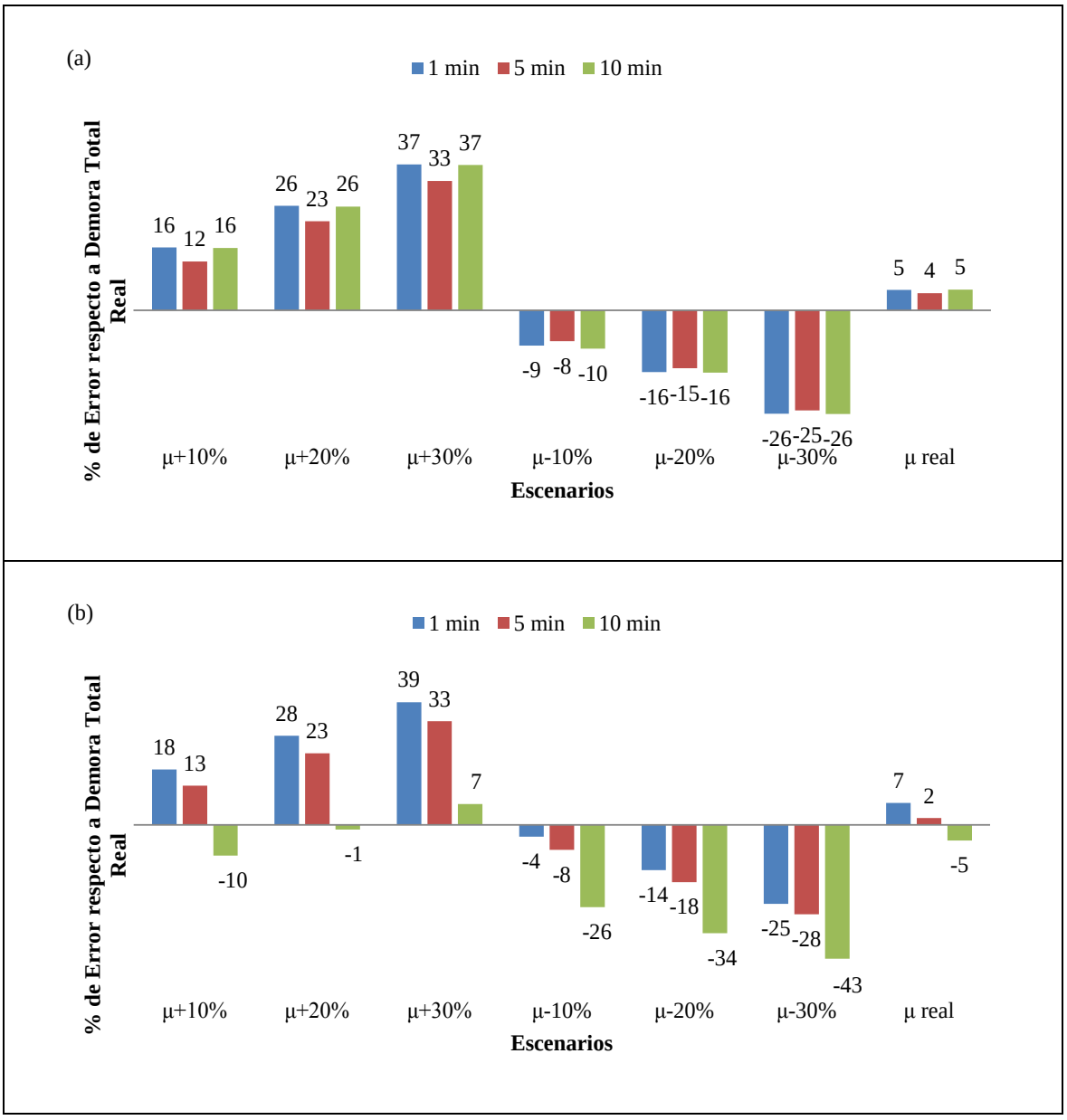

Figura 5-13: Comparación demora total en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

La demora total para el acceso 2 y su comparación con respecto a la demora total real se presenta en la Figura 5-14. La misma estabilidad entre niveles de agregación, vista en la Figura 5-13 (a), puede observarse también en la Figura 5-14 (a). Este comportamiento definitivamente se debe a la construcción teórica de este experimento (cola con comportamiento FIFO). Cuando este supuesto está presente, el nivel de agregación no es tan preponderante. En el caso particular de la Figura 5-14 (a), la agregación de 5 minutos presenta menores porcentajes de error que el resto de las agregaciones en cinco de los siete escenarios propuestos.

La demora total en la simulación no FIFO (Figura 5-14 (b)) presenta una mala estimación en las agregaciones de 1 minuto. Los errores de esta última, en varios escenarios triplican el error introducido en la capacidad μ. De hecho, en esta agregación siempre la demora total es sobreestimada. En el caso de la agregación de 10 minutos, sus errores son menores pero no presentan un patrón lógico que permita darle validez. La agregación de 5 minutos, en cambio, presenta un comportamiento más consistente en sus resultados a lo largo de los escenarios. Esto lo confirma como un nivel de agregación que equilibra bien la variabilidad.

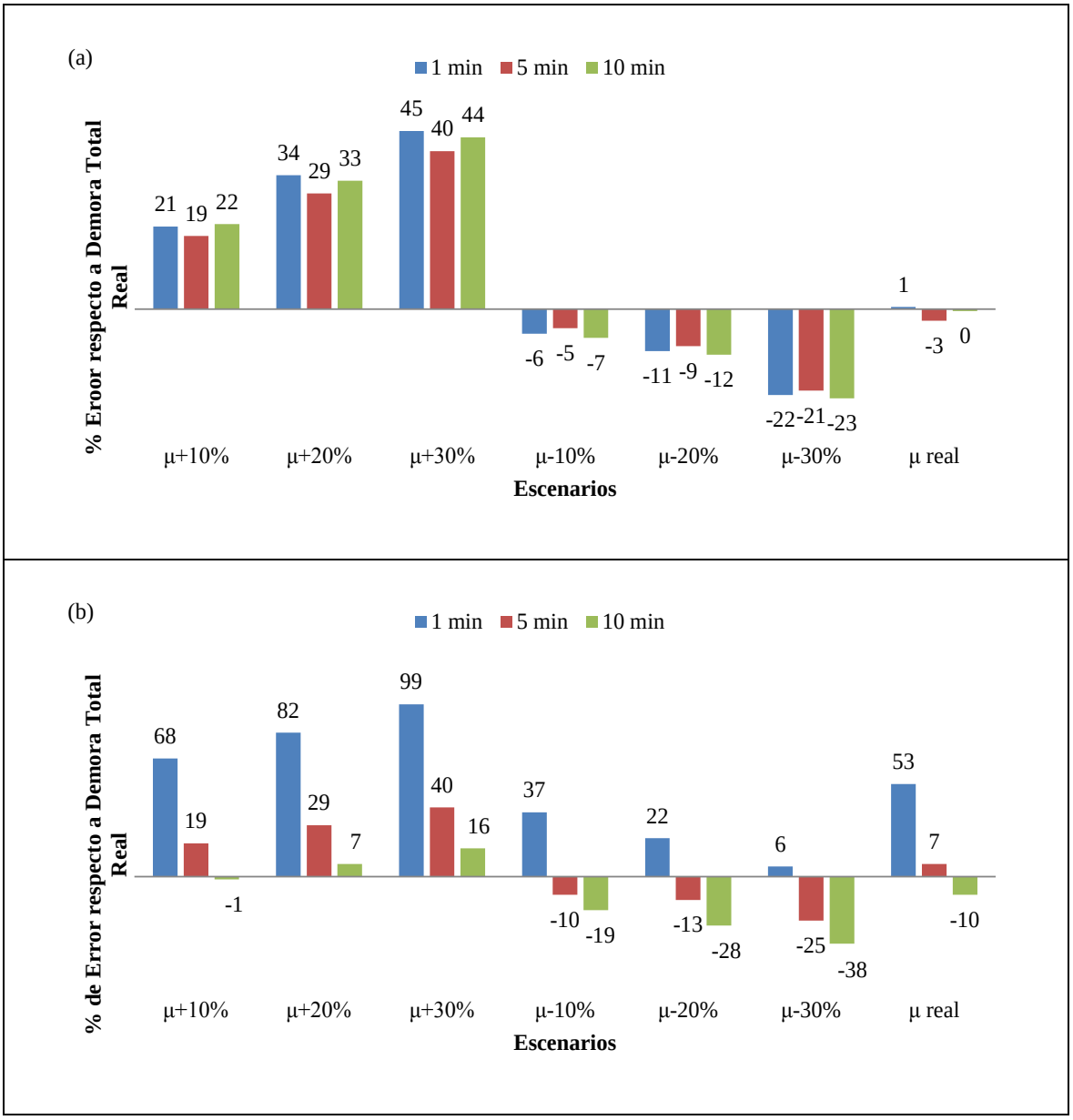

Figura 5-14: Comparación demora total en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

De forma general, se puede ver que las simulaciones FIFO permiten obtener resultados que son teóricamente explicables. Hay ciertos patrones que han sido identificados y que se mantienen a lo largo de los experimentos. Por el contrario, las simulaciones no FIFO presentan resultados que podrían tener factores involucrados que van más allá de los supuestos básicos que asume la metodología. Esto podría tener efecto en aquellos resultados que actualmente son ajenos a comportamientos explicables mediante la teoría.

d) Flujos por intervalo

La Figura 5-15 y la Figura 5-16 presentan el error absoluto medio, normalizado en vehículos/10 minutos, de los accesos 1 y 2 respectivamente. Como ya se ha visto en el resto de los experimentos, se identifica una diferencia importante entre la simulación FIFO y la simulación no FIFO. La primera presenta patrones identificables en el comportamiento de la estimación para los distintos escenarios. La segunda presenta mucha más variabilidad y así lo demuestran sus resultados.

La Figura 5-15 (a) muestra que al tener una peor estimación de μ el error en vehículos por intervalo va creciendo. De hecho, al pasar de un escenario con mayor error en μ, el error en vehículos por intervalo aumenta más de un 45%. Con respecto a los niveles de agregación, no hay evidencia concluyente con respecto a que alguno sea significativamente superior a los otros.

La Figura 5-15 (b) muestra que un intervalo muy pequeño (1 minuto) en la simulación no FIFO trae consigo una variabilidad que afecta bastante en la estimación de flujos. Por otro lado, intervalos mayores estabilizan sus resultados debido a que son capaces de suavizar la variabilidad al agrupar más vehículos.

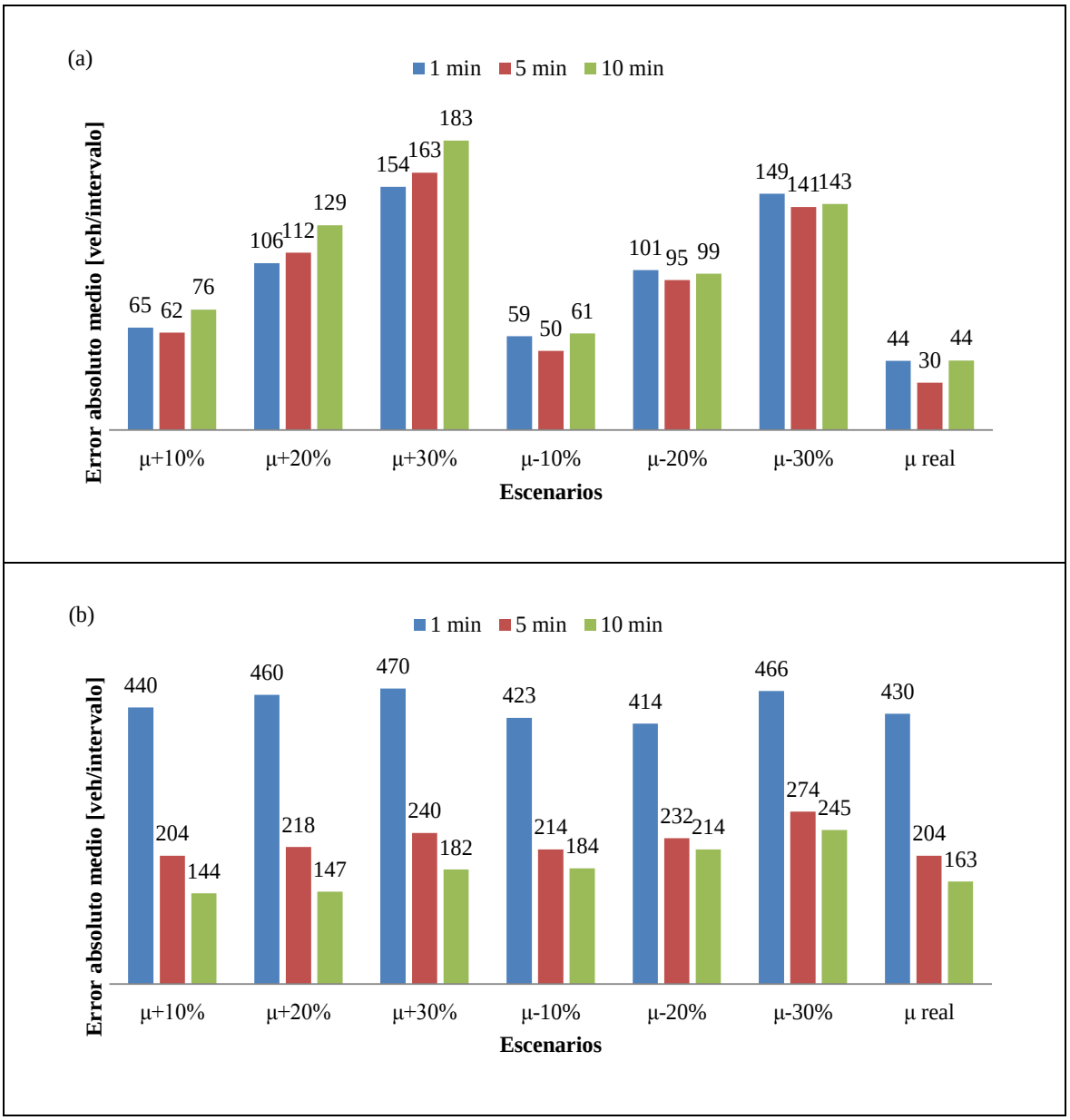

Figura 5-15: Comparación de la media de flujos por intervalo en confluencia de vehículos (acceso 1) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia

La Figura 5-16 (a) y la Figura 5-16 (b) presentan un comportamiento similar a lo mencionado anteriormente. Se sabe que, aproximadamente, la confluencia atiende a cada acceso con una capacidad de 3000 veh/hr. Esto es, 500 veh cada 10 minutos. En la simulación no FIFO (Figura 5-16 (b)) se puede ver que todos los escenarios que consideran intervalos de 1 minuto, tienen un error por sobre los 220 veh cada 10 minutos, lo cual es un error significativo. Para intervalos mayores y escenarios más cercanos a μ real los errores se aproximan a los 100 veh cada 10 minutos.

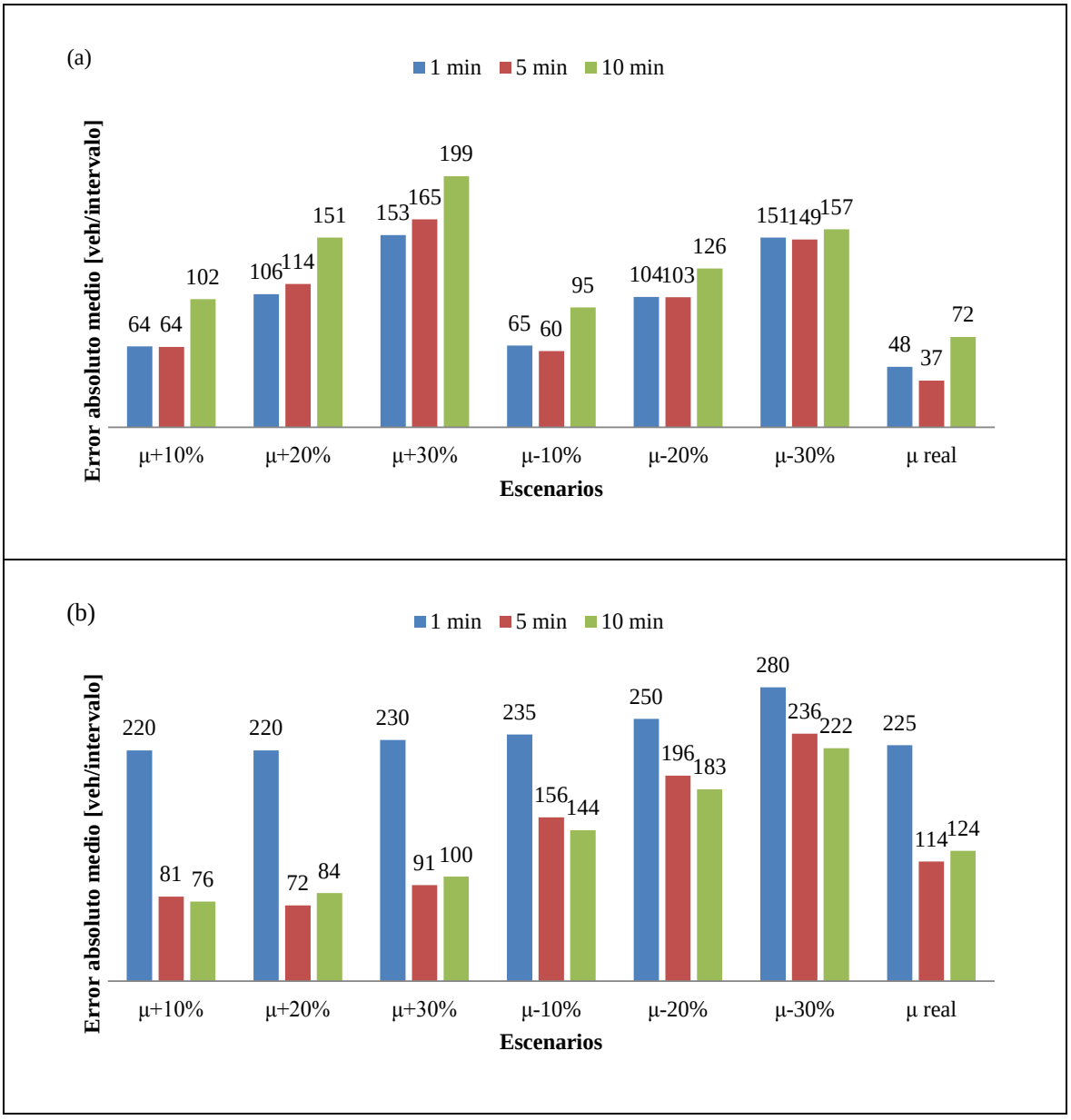

Figura 5-16: Comparación de la media de flujos por intervalo en confluencia de vehículos (acceso 2) para Simulación FIFO (a) y no FIFO (b)

Fuente: Elaboración propia.

5.3 Evaluación: Mediciones en terreno

La metodología también es evaluada con datos reales. Para esto se realiza una medición en la Ruta 78 – Autopista del Sol (ver Figura 5-17). La sección en estudio tiene dos pistas en dirección poniente-oriente con una extensión de 15 km. El punto *D* corresponde a una plaza de peaje. Además, entre *A* y *D* existen muy pocas rampas de entrada y salida, las cuales presentan flujos poco significativos. Esto hace razonable el supuesto de conservación de vehículos.

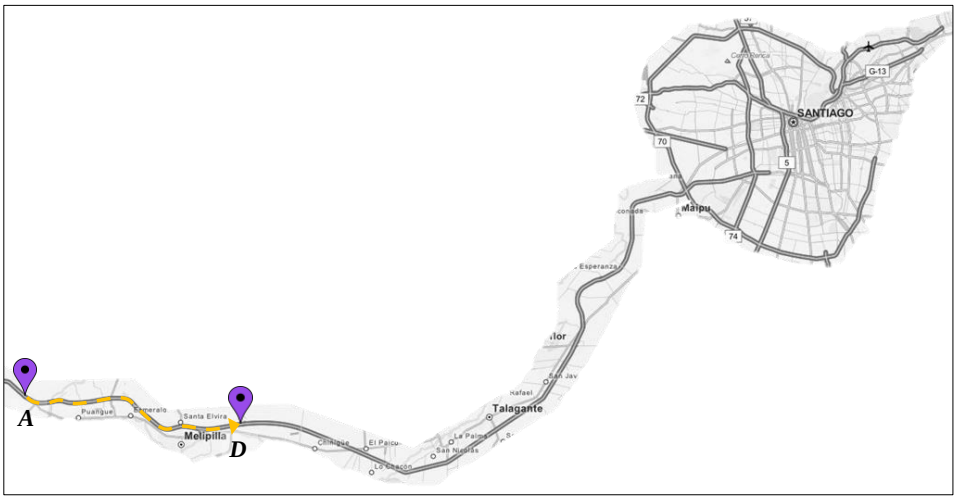

Figura 5-17: Lugar de estudio caso con conservación de vehículos

Fuente: Elaboración propia en base a *Open Street Map*

A continuación se detalla la obtención de los datos de tiempo de viaje, las tasas de llegada, las tasas de atención y los escenarios de evaluación.

5.3.1 Datos de tiempo de viaje

Las mediciones se llevan a cabo mediante la aplicación web[7] llamada Waze. Ingresando las coordenadas geográficas de los puntos *A* y *D*, Waze entrega el tiempo de viaje entre estos. El tiempo de viaje reportado por la aplicación web se recolecta en intervalos regulares, siendo el instante final de cada intervalo el momento de consulta. Cada 15 minutos se ingresan en un mapa en línea los puntos *A* y *D*, obteniendo como respuesta el tiempo de viaje entre esos puntos.

Posteriormente, y en un horario en el que no hay presencia de congestión, se realiza el mismo procedimiento para medir el tiempo de viaje entre los puntos *A* y *D*. Esto permite conocer τ_{ff}^{AD} para la sección en estudio.

Waze, para cada intervalo de consulta, reporta un tiempo de viaje agregado. Existe desconocimiento con respecto al procedimiento para obtener este valor, el cual podría ser una importante fuente de error. Adicionalmente, la aplicación no permite contar con datos de tiempo individual, lo cual impide la aplicación de la metodología para confluencias.

Los datos fueron recolectados el día 31 de marzo de 2013, entre las 12:30 pm y la 1:00 am del día siguiente. Esta fecha coincide con el término de un fin de semana en donde muchos vehículos utilizaron esta autopista para regresar a Santiago.

5.3.2 Tasas de llegada λ

Espiras detectoras se encuentran disponibles en el punto *A*. Estos conteos permiten conocer los flujos reales por intervalo y construir la curva real *A(t)*. Estos datos no se

[7] https://www.waze.com/livemap

utilizan en la metodología. Sólo son usados para obtener los indicadores de desempeño reales y comparar los resultados obtenidos.

5.3.3 Tasas de atención μ

Espiras detectoras se encuentran disponibles en el punto *D,* lo cual permite construir la curva *D(y(t))* real. Sin embargo, la evaluación se llevará a cabo utilizando, en primer lugar, una estimación de la tasa de atención en el punto *D*. Para este propósito, se calculará el promedio de la tasa de atención basado en el número total de vehículos que fueron atendidos en el periodo en que hay congestión.

5.3.4 Escenarios de evaluación

La metodología será evaluada en dos escenarios. El primero usará la tasa de atención promedio observada durante el periodo en que hay congestión a fin de construir *D(y(t))* y posteriormente *A(t)*. Esto permitirá evaluar la metodología y su precisión para construir el diagrama de entradas y salidas en presencia de errores en la construcción de *D(y(t))*. El segundo usará la tasa de atención μ real para llevar a cabo el mismo procedimiento. Esto permitirá evaluar la metodología aislando el efecto de los posibles errores en la curva *D(y(t))*. Además, esto permitirá evaluar el efecto de los errores en los datos tiempos de viaje. Finalmente, se utilizarán los conteos disponibles en el punto *A* para realizar una comparación entre los indicadores de desempeño obtenidos con la metodología y los reales.

5.4 Resultados: Mediciones en terreno

A continuación se presentan los datos de tiempo de viaje obtenidos de la medición y la construcción del diagrama de entradas y salidas. Luego, se presentan la estimación de la demora total y los flujos por intervalo.

5.4.1 Datos de tiempo de viaje

Los 50 datos de tiempo de viaje recolectados se presentan en la Figura 5-18. Basado en esta figura, la congestión comenzó a la 1:00 pm y terminó a las 10:45 pm. El tiempo de viaje a flujo libre, medido en un horario sin congestión, es de 8 minutos. El vehículo que más tarda en viajar entre *A* y *D* lo hace en 29 minutos, lo cual representa 3.6 veces el tiempo de viaje a flujo libre.

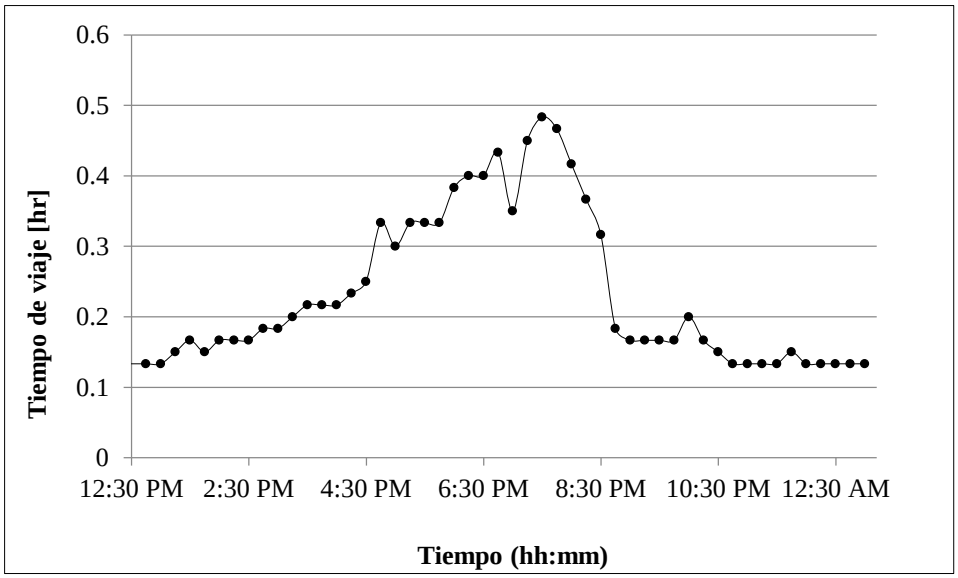

Figura 5-18: Datos de tiempo de viaje en conservación de vehículos para mediciones en terreno

Fuente: Elaboración propia

5.4.2 Construcción del diagrama de entradas y salidas

La Figura 5-18 muestra las curvas V_o y D_o, usando el primer escenario detallado en la sección 5.3.4, en donde *D(y(t))* es estimado. En esta figura, D_o se encuentra en el eje horizontal y V_o provee la información relacionada a los flujos de llegada. Entre la 1

pm y las 7 pm los vehículos llegan a una tasa promedio de 2355 veh/h. Luego, esta tasa disminuye y los vehículos llegan a 1991 veh/h en promedio.

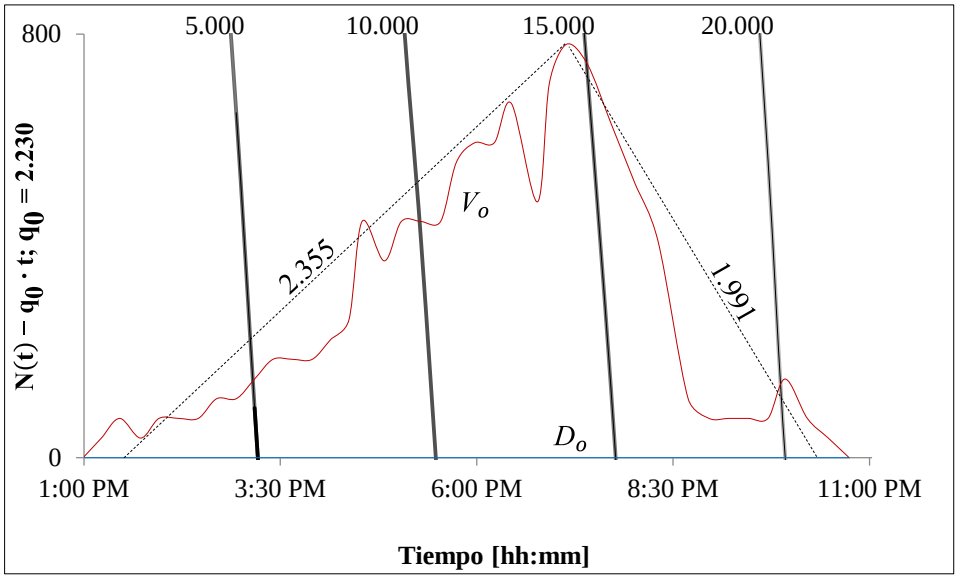

Figura 5-19: Diagrama de entradas y salidas en conservación de vehículos en coordenadas oblicuas para mediciones en terreno

Fuente: Elaboración propia

5.4.3 Demora total

La demora total se obtuvo para dos escenarios descritos en la sección 5.3.4. En el primer escenario la capacidad μ se estimó como el promedio de atención del punto *D* en todo el periodo de estudio. En el segundo escenario la capacidad μ fue reemplazada por los conteos disponibles del punto *D* (i.e. se usó *D(y(t))* real). Así, se llegó a las demoras totales y su comparación con la demora total real (ver Tabla 5-5).

Tabla 5-5: Comparación demora total (veh-h) en conservación de vehículos para mediciones en terreno

	A(t) estimado	*A(t)* real
D(y(t)) estimado	2824 (-17%)	-
D(y(t)) real	2962 (-13%)	3485

Fuente: Elaboración propia

Para el escenario que utiliza *D(y(t))* estimado, el error con respecto a la demora total real corresponde a un -17%. Al utilizar el *D(y(t))* real, el error se reduce a -13%. Estos resultados sugieren que el error que aún está en la estimación se puede explicar por las posibles inconsistencias entre la fuente de datos para obtener *A* y *D* y los datos de tiempo de viaje.

5.4.4 Flujos por intervalo

En la Figura 5-20 (a) cada punto corresponde al flujo observado y estimado en un periodo de 15 minutos. El flujo observado se obtiene a partir de conteos ubicados en el punto *A* y el flujo estimado corresponde al obtenido al aplicar la metodología utilizando un valor promedio para μ. Para cada observación, el valor real y el estimado se encuentran en el eje vertical y horizontal respectivamente. Se observa bastante dispersión, lo cual sugiere que los datos de entrada están generando imprecisiones. Al realizar una regresión lineal entre ambas variables, fijando el intercepto en cero, se obtiene que la pendiente de la recta que mejor ajusta a estas observaciones toma el valor 0.99. Su valor teórico debería ser 1, por lo que se considera un resultado aceptable, pero no una buena estimación. Además, el R^2 ajustado es de 91%.

Los errores obtenidos, que también se observan en la Figura 5-20 (b), se pueden atribuir principalmente a errores en los tiempos de viaje, a errores en la curva *D(y(t))* y a inconsistencias entre ambos. En este caso, no se tiene posibilidad de corroborar la precisión de los datos de tiempo de viaje disponibles.

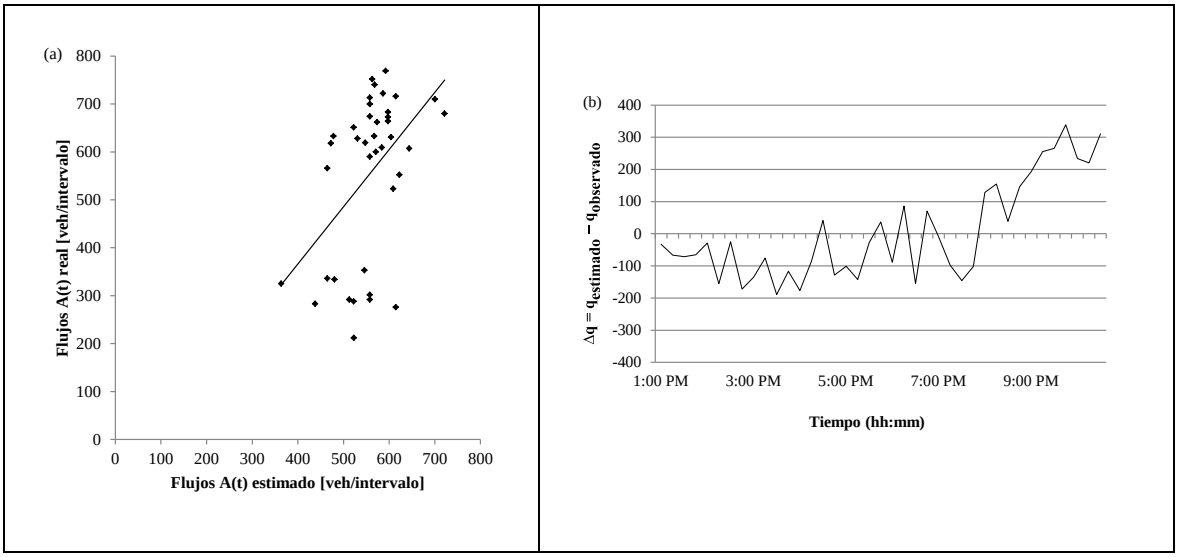

Figura 5-20: Comparación entre flujos *A(t)* estimados y reales, con *D(y(t))* estimado, para mediciones en terreno

Fuente: Elaboración propia

Si en lugar de utilizar un valor promedio μ se utiliza el valor real, la lógica indica que los resultados deberían mejorar. La Figura 5-21 presenta los resultados en este caso, los cuales efectivamente mejoran. Se observa menor dispersión en la Figura 5-21 (a) y mayor estabilidad en la diferencia de flujos de la Figura 5-21 (b).

Al realizar una regresión lineal, fijando el intercepto en cero, la pendiente de la recta que mejor se ajusta a las observaciones toma el valor 1. Este es el valor que teóricamente debería tener. El R^2 ajustado ahora es de 96%, lo cual podría interpretarse como una mejor estimación.

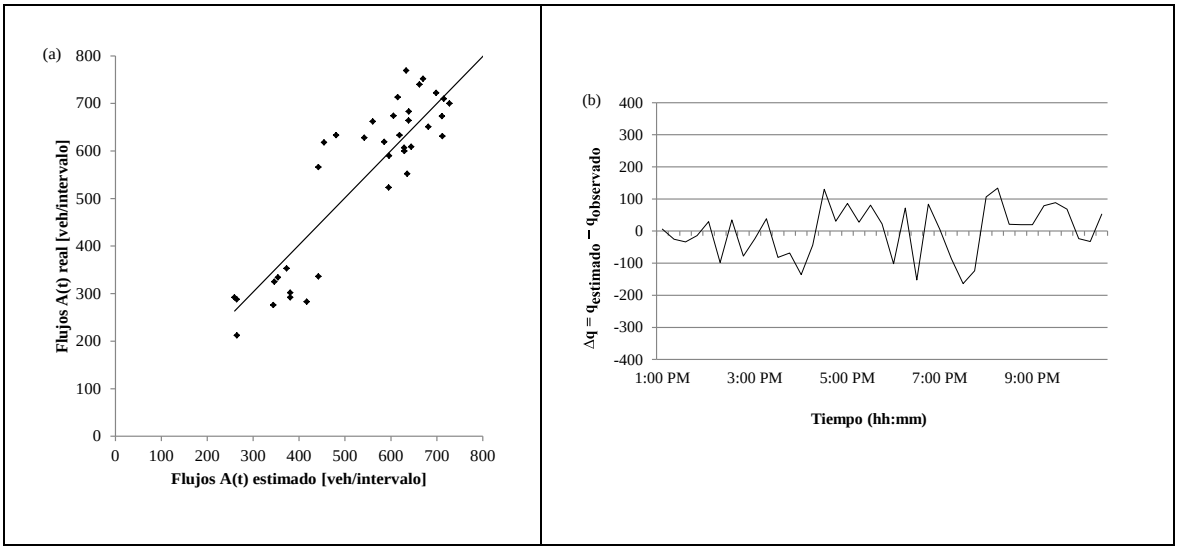

Figura 5-21: Comparación de flujos *A(t)* estimados y reales, con *D(y(t))* real, para mediciones en terreno

Fuente: Elaboración propia

6. CONCLUSIONES

La hipótesis planteada en esta investigación afirma que los datos de tiempo de viaje tienen el potencial de proveer más información de tráfico que la que actualmente entregan. El objetivo general era utilizar los datos de tiempo de viaje en una metodología que permitiera obtener indicadores agregados, como demora total y flujos de llegada.

La metodología propuesta fue capaz de construir las curvas acumuladas en dos contextos distintos: conservación y confluencia de vehículos. Para esto, se propuso una estimación razonable de la curva *D(y(t))* y el uso de datos de tiempo de viaje. Estos últimos pueden ser recolectados fácilmente a través de tecnologías emergentes como el reconocimiento de patentes, los tag, *bluetooth* y los GPS.

El planteamiento de la metodología fue desarrollado bajo dos enfoques: uno continuo y otro discreto.

El enfoque continuo permitió realizar una formulación analítica de las ecuaciones que sustentan la metodología. En específico, a partir de estas se logró llegar a una expresión que relaciona la demora, la demanda (λ) y la oferta (μ). Este resultado permite conocer cuan imprecisa será la estimación de la demanda cuando los datos de tiempo de viaje están mal medidos. Para esto se puede asumir una forma funcional para la demora y conocer el error asociado a la estimación de la demanda (λ).

El enfoque discreto permitió simplificar el planteamiento para hacerlo aplicable a la práctica. Cuando se tiene sólo una muestra de vehículos que reportan datos de tiempo de viaje, la metodología agrupa estos últimos en intervalos. De esta forma es posible construir la curva *A(t)*. Los resultados sugieren que cuando interesa obtener la demora total en sistemas FIFO, el nivel de agregación no es un factor relevante. Intervalos de 1, 5 y 10 minutos entregaron resultados similares cuando fueron comparados con la demora total real. Por el contrario, cuando interesa obtener la demora total en sistemas no FIFO, el nivel de agregación toma importancia. Esto se debe a la mayor variabilidad

que tienen los datos de tiempo de viaje que provienen de un sistema sin este supuesto. Por lo mismo, cuando es posible agrupar más datos (i.e. cuando los intervalos son más grandes), es posible suavizar la variabilidad y obtener una estimación más estable. Intervalos muy pequeños (e.g. 1 minuto) agrupan menos vehículos y, por ende, menos datos de tiempo de viaje. Esto hace que la variabilidad de la mediana aumente entre intervalos y que la estimación del flujo sea imprecisa. Finalmente, se observó que el nivel de agregación que mejor rendimiento tuvo en los experimentos fueron los intervalos de 5 minutos. Estos equilibran la suavización de la variabilidad con una frecuencia razonable en términos de la construcción de tramos de $A(t)$.

Con respecto al uso de una estimación de la curva $D(y(t))$, se observó que al usar una capacidad μ promedio ($\bar{\mu}$) se obtenía una buena estimación. En este caso, los errores en la demora total fueron similares a los obtenidos con la capacidad μ real. Esto indica que una estimación razonable de μ permite resultados bastante precisos. En la mayoría de los escenarios de los experimentos FIFO cuando se sobrestima μ la sobrestimación de la demora es proporcionalmente mayor. En contrapartida, cuando se subestima μ la subestimación de la demora es proporcionalmente menor. Es decir, en la mayoría de los escenarios FIFO es más conveniente cometer un error subestimando μ que sobrestimándolo.

Se destaca que la metodología fue capaz de incorporar la teoría del modelo Newell-Daganzo mediante el uso de datos de tiempo de viaje individuales. A través de estos, fue posible proponer y construir la variable $p(y(t))$ la cual indica la proporción de mezcla en todo tiempo $y(t)$. Esto se realiza sin la necesidad de conocer la demanda total.

La metodología y resultados obtenidos en esta investigación son relevantes en la práctica. Como se ha mencionado, existen autopistas bien equipadas, con lo cual es sencillo y directo cuantificar el costo social asociado a la congestión. El problema está cuando se tienen vías en donde el equipamiento no es suficiente. Esto puede pasar en autopistas y también en arterias urbanas. En estos casos, cuantificar las pérdidas debido

a la congestión es una difícil tarea, ya que no se cuenta con información suficiente. Mediante esta metodología y con la apoyo del variado conjunto de tecnologías emergentes, es posible cuantificar la congestión. Este resultado puede ser utilizado, con un buen nivel de precisión, en la evaluación de proyectos de gestión e infraestructura vial.

En futuras líneas de investigación, se plantean cuatro desafíos. Dos de estos son metodológicos y los otros dos son de aplicaciones.

En primer lugar, se plantea la búsqueda de más información que pueda ser obtenida a partir de los datos de tiempo de viaje. En específico, podría explorarse la posibilidad de construir el diagrama fundamental que rige en una vía a través de estos datos y de la teoría de tráfico disponible.

En segundo lugar, la metodología no ha sido planteada para bifurcaciones. Al igual que las confluencias, las divergencias de vehículos son comunes en todo tipo de vías. Esto implica enfrentarse a un único flujo de entrada por un punto *A* pero a más de una salida, lo cual requiere de modificaciones metodológicas.

En tercer lugar, si bien el largo de cola máximo en curvas acumuladas no es una mala aproximación, se sabe que esta herramienta considera una acumulación vertical de vehículos, lo cual no expresa con exactitud la distancia a la que efectivamente llegó la cola. Lo anterior, se podría resolver ajustando la relación fundamental al lugar de estudio y estimar a partir de la herramienta BOQ (Lawson et al., 1997).

Finalmente, esta investigación fue evaluada en vías expresas, y en particular, en autopistas. Queda entonces como futura línea de investigación el desarrollo de una aplicación y evaluación en arterias urbanas.

BIBLIOGRAFIA

Ban, X. J., Li, Y., Skabardonis, A., & Margulici, J. D. (2010). Performance Evaluation of Travel-Time Estimation Methods for Real-Time Traffic Applications. *Journal of Intelligent Transportation Systems*, *14*(2), 54–67.

Bar-Gera, H. (2007). Evaluation of a cellular phone-based system for measurements of traffic speeds and travel times: A case study from Israel. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *15*(6), 380–391.

Bar-Gera, H., & Ahn, S. (2010). Empirical macroscopic evaluation of freeway merge-ratios. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *18*(4), 457–470.

Bertini, R., Lasky, M., & Monsere, C. (2005). Validating predicted rural corridor travel times from an automated license plate recognition system: Oregon's frontier project. *Proceedings of the 8th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems* (pp. 706–711).

Bucknell, C. (2014). *Sensores móviles: La relación entre la disponibilidad de datos y la estimación de estados de tráfico*.

Carrion, C., & Levinson, D. (2012). Value of travel time reliability: A review of current evidence. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *46*(4), 720–741.

Cassidy, M., & Ahn, S. (2005). Driver turn-taking behavior in congested freeway merges. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *1934*, 140–147.

Cassidy, M., & Bertini, R. (1999). Some traffic features at freeway bottlenecks. *Transportation Research Part B: Methodological*, *33*(1), 25–42.

Cassidy, M. J., & Rudjanakanoknad, J. (2005). Increasing the capacity of an isolated merge by metering its on-ramp. *Transportation Research Part B: Methodological*, *39*(10), 896–913.

Cassidy, M., & Windover, J. (1995). Methodology for assessing dynamics of freeway traffic flow. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *1484*, 73–79.

Choe, T., Skabardonis, A., & Varaiya, P. (2002). Freeway performance measurement system: operational analysis tool. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1811), 67–75.

Chung, K., Rudjanakanoknad, J., & Cassidy, M. J. (2007). Relation between traffic density and capacity drop at three freeway bottlenecks. *Transportation Research Part B: Methodological*, *41*(1), 82–95.

Coifman, B. (1999). *Vehicle Reidentification and Travel Time Vehicle Reidentification and Travel Time Measurement Using Loop Detector Speed Traps*. University of California, Berkeley.

Coifman, B. (2002). Estimating travel times and vehicle trajectories on freeways using dual loop detectors. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *36*(4), 351–364.

Coifman, B., & Cassidy, M. (2002). Vehicle reidentification and travel time measurement on congested freeways. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *36*(10), 899–917.

Coifman, B., & Krishnamurthy, S. (2007). Vehicle reidentification and travel time measurement across freeway junctions using the existing detector infrastructure. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *15*(3), 135–153.

Cui, Y., & Huang, Q. (1997). Character extraction of license plates from video. *Proc. 1997 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition* (pp. 502–507).

Daganzo, C. (1997). *Fundamentals of transportation and traffic operations* (1st Ed., pp. 25–45). Berkeley: Pergamon Press.

Daganzo, C. F. (1995). The cell transmission model, part II: Network traffic. *Transportation Research Part B: Methodological*, *29*(2), 79–93.

Fontaine, M., & Smith, B. (2007). Investigation of the performance of wireless location technology-based traffic monitoring systems. *Journal of transportation Engineering*, *133*(3), 157–166.

Gipps, P. (1981). A behavioural car-following model for computer simulation. *Transportation Research Part B: Methodological*, *15*(2), 105–111.

Gipps, P. G. (1986). A model for the structure of lane-changing decisions. *Transportation Research Part B: Methodological*, *20*(5), 403–414.

Haghani, A., Hamedi, M., Sadabadi, K. F., Young, S., & Tarnoff, P. (2009). Data Collection of Freeway Travel Time Ground Truth with Bluetooth Sensors. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *2160*, 60–68.

Hainen, A. M., Wasson, J. S., Hubbard, S. M. L., Remias, S. M., Farnsworth, G. D., & Bullock, D. M. (2011). Estimating Route Choice and Travel Time Reliability with Field Observations of Bluetooth Probe Vehicles. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, *2256*, 43–50.

Haseman, R. J., Wasson, J. S., & Bullock, D. M. (2010). Real-Time Measurement of Travel Time Delay in Work Zones and Evaluation Metrics Using Bluetooth Probe Tracking. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (2169), 40–53.

Herrera, J. C., Work, D. B., Herring, R., Ban, X. J., Jacobson, Q., & Bayen, A. M. (2010). Evaluation of traffic data obtained via GPS-enabled mobile phones: The Mobile Century field experiment. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *18*(4), 568–583.

Lacalle, M., & Coeymans, J. E. (2003). Calibration procedure for microscopic traffic simulator models in ininterrupted flows: The Santiago case.

Lawson, T., Lovell, D., & Daganzo, C. (1997). Using Input-Output Diagram To Determine Spatial and Temporal Extents of a Queue Upstream of a Bottleneck. *Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board*, (1572), 140–147.

Leclercq, L., Laval, J. a., & Chiabaut, N. (2011). Capacity drops at merges: An endogenous model. *Transportation Research Part B: Methodological*, *45*(9), 1302–1313.

Lovell, D. J. (2001). Accuracy of Speed Measurements From Cellular Phone Vehicle Location Systems. *ITS Journal - Intelligent Transportation Systems Journal*, *6*(4), 303–325.

Muñoz, J., & Daganzo, C. (2002). Fingerprinting Traffic from Static Freeway Sensors. *Cooperative Transportation Dynamics*, *11*, 1–11.

Newell, G. F. (1993). A simplified theory of kinematic waves in highway traffic, part II: Queueing at freeway bottlenecks. *Transportation Research Part B: Methodological*, *27*(4), 289–303.

Oliveira-Neto, F. M., Han, L. D., & Jeong, M. K. (2012). Online license plate matching procedures using license-plate recognition machines and new weighted edit distance. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *21*(1), 306–320.

Patire, A., Wright, M., & Prodhomme, B. (2013). *How much GPS data do we need?*

Petty, K. F., Bickel, P., Ostland, M., Rice, J., Schoenberg, F., & Jiang, J. (1998). Accurate estimation of travel times from single-loop detectors. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, *32*(1), 1–17.

Puckett, D. D., & Vickich, M. J. (2010). *Bluetooth ® -Based Travel Time / Speed Measuring Systems Development Final Report* (pp. 11–48).

Sherali, H. D., Desai, J., & Rakha, H. (2006). A discrete optimization approach for locating Automatic Vehicle Identification readers for the provision of roadway travel times. *Transportation Research Part B: Methodological*, *40*(10), 857–871.

Work, D. B., Bayen, A. M., Mazaré, P., & Tossavainen, O. (2012). Trade-offs between inductive loops and GPS probe vehicles for travel time estimation: A Mobile Century case study. *Transportation Research Board 91st Annual Meeting* (Vol. 61801).

Wright, J., & Dahlgren, J. (2001). Using vehicles equipped with toll tags as probes for providing travel times. *California PATH Working Paper UCB-ITS-PWP-2001-13, Institute of Transportation Studies, University of California, CA.*

Ygnace, J., Drane, C., Yim, Y., & Lacvivier, R. De. (2000). Travel time estimation on the san francisco bay area network using cellular phones as probes. *California PATH Working Paper UCB-ITS-PWP-2000-18, Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley, CA.*

Zhang, X., & Rice, J. a. (2003). Short-term travel time prediction. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, *11*(3-4), 187–210.

Zhu, X., Mukhopadhyay, S. K., & Kurata, H. (2012). A review of RFID technology and its managerial applications in different industries. *Journal of Engineering and Technology Management*, *29*(1), 152–167.