



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACIÓN, DISEÑO, FABRICACIÓN Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE UN CONVERTIDOR UNDIMOTRIZ DE DOS CUERPOS

FELIPE ANDRÉS CASTRO NIKLITSCHK

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesor Supervisor:
LUCIANO CHIANG

Santiago de Chile, Enero, 2020

© 2020, Felipe Castro



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

MODELACIÓN, DISEÑO, FABRICACIÓN Y VALIDACIÓN EXPERIMENTAL DE UN CONVERTIDOR UNDIMOTRIZ DE DOS CUERPOS

FELIPE ANDRÉS CASTRO NIKLITSCHK

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

LUCIANO CHIANG

WOLFRAM JAHN

LUIS OLIVARES

CHRISTIAN LEDEZMA

Para completar las exigencias del grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Enero, 2020

A mi familia, polola y amigos.

Valar morghulis... Valar dohaeris ...

AGRADECIMIENTOS

A mi familia, que fue el pilar fundamental durante todo el desarrollo del proyecto, especialmente a mi papá, quien me aportó ideas y fue un compañero imprescindible durante las pruebas del prototipo.

A mi profesor guía, Luciano Chiang, quien siempre estuvo dispuesto a ayudarme y por su compromiso constante con el proyecto. Sin él no habría sido posible realizar un proyecto de estas características.

Al personal del taller Mecatrónica: Bryan, Sergio y Osvaldo por su simpatía y profesionalismo, haciendo posible el desarrollo y fabricación del prototipo de forma amena.

A mi polola, su familia y mis amigos, por acompañarme durante mi formación universitaria y en la tesis, por aportar ideas y ayudarme a perseverar durante el proyecto.

INDICE GENERAL

Pág.

DEDICATORIA.....	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	vi
INDICE DE FIGURAS.....	vii
RESUMEN.....	xi
ABSTRACT	xiii
1. Introducción	1
1.1. Teoría lineal de olas	3
1.1.1. Caracterización del oleaje.....	3
1.1.2. Energía del oleaje.....	7
1.1.3. Fuerzas del oleaje.....	7
1.2. Potencial en Chile.....	10
1.3. Tipos de convertidores	13
1.3.1. Columnas de agua oscilantes	13
1.3.2. Sistemas de desbordamiento	14
1.3.3. Sistemas de cuerpos oscilantes	14
1.4. Convertidor undimotriz de dos cuerpos	16
1.5. Objetivos	19
1.6. Hipótesis.....	20
1.7. Metodología	20
1.8. Principales resultados experimentales.....	21
1.9. Conclusiones principales y trabajos futuros.....	24
2. Optimizacion de diseño y validacion experimental de un convertidor undimotriz de dos cuerpos con parametros del sistema de toma de fuerza ajustables.....	25
2.1. Introducción	26
2.2. Diseño y Fabricación.....	28

2.2.1. Diseño y fabricación del prototipo.....	28
2.2.2. Diseño y fabricación del PTO.....	31
2.2.3. Diseño y fabricación del sistema de adquisición de datos.....	34
2.3. Modelo Matemático	37
2.3.1. Ecuaciones de movimiento	37
2.3.2. Solución para ola regular	38
2.3.3. Solución para ola irregular.....	43
2.4. Resultados experimentales y discusión	48
2.4.1. Medición de coeficientes hidrodinámicos	48
2.4.2. Sistema de generación de olas	51
2.4.3. Resultados experimentales y medición de la incertidumbre.....	52
2.4.4. Componentes óptimos experimentales del PTO	54
2.4.5. Validación del modelo	55
2.5. Conclusiones y trabajos futuros	60
BIBLIOGRAFÍA	62
Anexos	65
Anexo A1. Plano Conjunto Generador Undimotriz.....	66
Anexo A2. Plano Conjunto Boya	67
Anexo A3. Plano Torre y Soporte de resortes	68
Anexo A4. Plano Conjunto Contrapeso.....	69
Anexo B1. Plano Circuito Eléctrico	70
Anexo B2. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Bloque de Potencia	71
Anexo B3. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Bloque de Control	72
Anexo B4. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Sensores	73
Anexo C. Programación Ecuaciones	74
Anexo D. Carta de aprobación del artículo para publicación	78

INDICE DE TABLAS

	Pág.
Tabla 1-1. Resultados de la teoría lineal. Fuente: Modificado de (Hennig, 2005)	6
Tabla 1-2. Altura significativa y periodo de las olas en Chile a 25m de profundidad. Fuente: (Monárdez et al, 2008)	11
Tabla 1-3. Factor de planta óptimo. Fuente: (Monárdez et al, 2008).....	12
Tabla 2-1. Tabla de nomenclatura.....	25
Tabla 2-2. Listado de partes del diseño del prototipo	31
Tabla 2-3 Resultados experimentales de masa y amortiguación agregada.	49
Tabla 2-4. Incertidumbre de las mediciones	53
Tabla 2-5. Valores componentes del PTO óptimos experimentales.	54

INDICE DE FIGURAS

	Pág.
Figura 1-1. Desplazamiento de las partículas en aguas poco profundas. Fuente: Modificado de (Palomino y Almazán, 2000).....	5
Figura 1-2. Grupos de ola. Fuente: Modificado de (Doering y Baryla, 2002).....	6
Figura 1-3. Esquemático potenciales de difracción y radiación.	10
Figura 1-4. Mapa mundial de la potencia undimotriz disponible promedio. Fuente: (OES, 2012)	11
Figura 1-5. Variabilidad de la potencia en Chile. Fuente: (Monárdez et al, 2008).....	12
Figura 1-6. Esquema columna oscilantes. a) Estructura fija. b) Estructura flotante. Fuente: (Falcão, 2010)	14
Figura 1-7. Convertidor por desbordamiento Wave Dragon. Fuente: (Drew et al, 2009)	14
Figura 1-8. Dispositivos de cuerpos oscilantes. a) OPT PowerBuoy. b) Archimedes Wave Swing. c) Aquamarine Power Oyster. d) Pelamis. Fuente:(Drew et al, 2009)	16
Figura 1-9. Modelo 3D WaveBob. Fuente: (Falcão, 2010)	18
Figura 1-10. Moledo 3D PowerBuoy. Fuente:(Mekhiche et al, 2014)	18
Figura 1-11. Altura de ola y potencia generada experimentales en función del tiempo para caso SB3.....	21
Figura 1-12. Potencia promedio experimental para diferentes combinaciones de resistencias en el generador y resortes para caso SB1.	22

Figura 1-13. Líneas de tendencia experimental de la potencia promedio v/s altura de ola para los tres cuerpos sumergidos.....	23
Figura 2-1. a) Esquema de funcionamiento del prototipo. b) Modelo CAD. c) Fabricación. d) Prototipo final.	30
Figura 2-2. a) Cuerpos sumergidos. b) Esquema cuerpos sumergidos horizontales con peso adicional para lograr posición vertical. c) Cuerpo sumergido horizontal en el prototipo final.	31
Figura 2-3. a) Generador eléctrico con sistema de amplificación. b) Esquemático soporte de resortes con diferentes puntos de fijación para la variación de la precarga (puntos azules).	32
Figura 2-4. a) k_{pto} en función de la precarga para $y = 0.1m$ (ecc. 2.2). b) c_{pto} en función de la resistencia eléctrica (ecc. 2.1).....	34
Figura 2-5. a) Caja de control. b) Caja de potencia. c) Cajas instaladas en el prototipo	35
Figura 2-6. a) Acelerómetro de 3 ejes. b) Potenciómetro que mide el movimiento relativo. c) Sensor de altura de ola. d) Esquemático sensor altura de ola.	36
Figura 2-7. Esquemático convertidor de dos cuerpos.	37
Figura 2-8. Graficos de k_{pto} y c_{pto} con $M1=549\text{ kg}$, $b_{11} = 620\text{ N/m}$, $b_{vis_2} = 0\text{ Ns/m}$ y $m_{pto} = 0\text{ kg}$ en ola regular.	41

Figura 2-9. Potencia para una boya de $M1 = 549 \text{ kg}$ y $b11 = 620 \text{ N/m}$ y amplitud de ola $A_w = 0.5\text{m}$. a) Potencia óptima v/s $M2$ para diferentes periodos en ola regular con $b_{vis2} = 383 \text{ Ns/m}$. b) Potencia promedio v/s frecuencia externa para $M2 = 249 \text{ kg}$ con k_{pto} y c_{pto} óptimos para $T=10\text{s}$ ($\omega = 0.628 \text{ rad/s}$) en ola regular.	41
Figura 2-10. a) Espectro de Pierson-Moskowitz. b) Comparación teórica de fuerza de excitación en ola regular v/s ola irregular.	44
Figura 2-11. Simulación en olas irregulares.	47
Figura 2-12. Sistema de medición de coeficientes hidrodinámicos para los cuerpos sumergidos.	49
Figura 2-13. Posición y transformada de Fourier para SB3. a) Frecuencia natural. b) Frecuencia amortiguada.	50
Figura 2-14. Generador de olas.....	51
Figura 2-15. Prueba de funcionamiento, altura de ola y potencia generada para SB3. ...	52
Figura 2-16. Prueba funcionamiento movimiento relativo y voltaje generado para SB3	53
Figura 2-17. Potencia promedio para diferentes combinaciones de c_{pto} y k_{pto} , para los tres cuerpos sumergidos.	55
Figura 2-18. Comparación componentes del PTO óptimos experimentales v/s teóricos	57
Figura 2-19. Comparación movimiento relativo y potencia optima en función del tiempo experimental v/s teórica.	58

Figura 2-20. Potencia en función de la altura de ola. a) Teórica v/s experimental. b) Considerando el roce para SB3.	59
Figura 2-21. Líneas de tendencia para la potencia en función de la altura de ola experimentales.....	59

RESUMEN

La energía undimotriz se extrae del movimiento ondulatorio de las olas marinas. Las tecnologías para convertir esta energía en electricidad aún no alcanzan un estado maduro ni existe un diseño dominante. En este trabajo, se propone una metodología de diseño para un convertidor undimotriz (WEC, *wave energy converter*) de dos cuerpos, con un novedoso sistema de toma de fuerza (PTO, *power take-off*) que permite configurar sus parámetros según las condiciones de las olas para optimizar la potencia generada. Se modeló, diseñó y probó experimentalmente un prototipo destinado a aplicaciones autosustentables de baja potencia. Este convertidor consiste en un cuerpo flotante unido mediante el PTO a un segundo cuerpo sumergido con flotación neutra. Si los parámetros del PTO se eligen correctamente, dada la frecuencia externa de las olas, el sistema puede operar cerca de la condición de resonancia, lo que maximiza la potencia generada. Modelar un WEC puede ser extremadamente complejo, por lo que, se adaptó un modelo matemático lineal propuesto por Fanles para encontrar por parámetros óptimos del PTO en olas regulares e irregulares. Para validar el modelo, se realizaron pruebas en tanque para encontrar experimentalmente los parámetros óptimos del PTO y la potencia generada. Experimentalmente, se probaron diferentes parámetros de diseño para buscar la potencia óptima generada. Con olas de 16 cm de altura y 0.55 Hz de frecuencia, se alcanzaron picos de potencia de 20W (8.9W promedio). Al extrapolar estos resultados experimentales, se esperan potencias entre 400-600W para olas de 1 metro y una eficiencia de 48,3%. El modelo hace una predicción aceptable para el movimiento relativo óptimo entre los

cuerpos, el coeficiente de amortiguación óptimo del PTO ($\hat{c}_{pto}$) y la potencia generada. También, hace una buena predicción para el coeficiente de rigidez óptimo ($\hat{k}_{pto}$) cuando la masa del cuerpo sumergido es baja.

Palabras Clave: Convertidor undimotriz, Absorbedor de dos cuerpos, Modelación de sistema undimotriz, Pruebas en tanque, Sistema de toma de fuerza.

ABSTRACT

Wave energy is extracted from the motion of sea waves. The technologies to convert this energy into electricity have not yet reached maturity and there is no clear dominant design. In this work, a design methodology is proposed for a two-body Wave Energy Converter (WEC) with a novel configurable electromechanical Power-Take-Off (PTO) that allows setting its parameters for optimal power output according to wave conditions. A prototype has been modeled, designed and tested experimentally. It is intended for low power and energy self-sustainable applications, such as in telecommunications and data acquisition. A floating body is connected via the PTO to a submerged body in neutral buoyancy. If the PTO parameters are correctly set to match the external frequency of the waves, the system can operate close to resonance condition, which maximizes the generated power. Modeling a WEC can be extremely complex, so a linear mathematical model originally proposed by Falnes was adapted to find optimal PTO parameters for both regular and irregular waves. To validate the design model, tank tests were performed. Optimal PTO parameters in the WEC were determined experimentally. In the experiments, 16 cm high waves and 0.55 Hz of frequency were used to test multiple design parameters searching for optimal power output. Peaks of up to 20 W were generated with these waves. Extrapolating the experimental results, output power in the range of 400-600W and an efficiency of 48.3% can be expected for 1m high waves. The design model gives an acceptable prediction for the amplitude of the relative motion between bodies, the optimum damping coefficient of the PTO ($\hat{c}_{pto}$), and the maximum generated power. The

design model also makes a good prediction for the optimum stiffness coefficient ($\hat{k}_{pto}$) for smaller values of the mass of the submerged body.

Keywords: Two-body point absorber, Wave energy converter, Modelling wave energy systems, Wave tank test, Power takeoff

1. INTRODUCCIÓN

La energía del sol que llega a la superficie de la Tierra es 6000 veces mayor que la demanda de energía mundial (Quaschnig, 2019). En consecuencia, la energía renovable podría cubrir completamente esta demanda, solucionando los problemas futuros de abastecimiento, cuando las reservas de petróleo y gas natural (combustibles fósiles) se agoten y ayudando a mitigar el cambio climático que amenaza nuestro entorno (Quaschnig, 2019). Las olas oceánicas son una gran fuente de energía con un potencial considerable (Drew et al, 2009). La energía undimotriz es aquella producida por el movimiento ondulatorio de las olas. Las olas son producidas por el viento, que a su vez es producido por el sol, por lo que la energía undimotriz es una forma indirecta de energía solar. La conversión de energía undimotriz es un proceso hidrodinámico con una dificultad teórica considerable, en la que se tiene presencia de fenómenos de difracción y radiación de ondas (Falcão, 2010). A lo largo de la historia, se han creado numerosas tecnologías para transformar la energía mecánica de las olas en energía eléctrica. La patente más antigua de la que se tiene conocimiento fue registrada en Francia en 1799 (Ross, 1995). A diferencia de las turbinas eólicas, existe una gran variedad de convertidores de energía undimotriz (WECs, siglas de *wave energy converters*) con notables diferencias entre ellos, debido a las diferentes maneras de extraer energía a partir de las olas. Según el principio de funcionamiento se pueden clasificar en: a) columnas de agua oscilantes, b) cuerpos oscilantes y c) sistemas desbordantes. Existen otras clasificaciones como, por ejemplo, su localización (en la costa, cerca de la costa o en alta mar) o su tamaño (puntuales o alargados). Un componente crucial, es el sistema de toma de

fuerza (PTO, siglas de *power take-off*), encargado de convertir el movimiento mecánico de las olas en electricidad. Los más comunes son: a) turbinas de aire, b) motores hidroeléctricos y c) generadores eléctricos lineales. Para comparar las diferentes tecnologías, se mide la energía absorbida anual por unidad de masa característica o por unidad de superficie característica. La mayoría de los diseños tienen desempeños similares en el orden de 1MWh/tonelada o 1MWh/m² anuales de energía generada y las eficiencias varían desde el 4% al 70% dependiendo principalmente del tamaño del dispositivo (Babarit et al, 2012). La tecnología de WECs aún no alcanza un estado maduro ni tampoco hay un diseño dominante. En Chile, el desarrollo de estas tecnologías es importante, ya que, es uno de los países con mayor potencial de energía mareomotriz y undimotriz. Las costas chilenas tienen una longitud de 6.435 km y el 90% del tiempo la potencia disponible supera los 5 kW por metro de costa, por lo que son adecuadas para la generación de energía (Monárdez et al, 2008). Por lo anterior, en este trabajo se busca avanzar en formas de aprovechar mejor esta fuente de energía. Se estudió un convertidor puntual de dos cuerpos de pequeña escala con generador eléctrico directamente conectado al movimiento relativo entre ellos. Este sistema, consiste en un cuerpo flotante unido a un cuerpo sumergido en suspensión. Por efecto de las olas, ambos cuerpos adquieren un movimiento relativo entre ellos, el cual puede ser aprovechado para extraer energía. Para realizar este estudio:

- Se diseñó y fabricó un prototipo de bajo costo y de fácil fabricación, transporte e instalación (figura 2-1).
- Se utilizó un modelo matemático basado en teoría lineal de olas de Airy y teoría lineal de convertidores de dos cuerpos de Fanles para obtener, de manera sencilla y

preliminar, el comportamiento general del sistema con un bajo costo computacional. Teóricamente, se optimizó la amortiguación y rigidez del sistema PTO (c_{pto} y k_{pto}) para olas regulares e irregulares y se analizó el comportamiento del sistema para diferentes parámetros (masas, viscosidades, frecuencia, etc.).

- Se realizaron pruebas en tanque para olas generadas y se determinaron experimentalmente los componentes óptimos del PTO y la potencia máxima generada en función de la altura de las olas.
- Finalmente, se realizó una comparación entre los resultados teóricos y experimentales.

1.1. Teoría lineal de olas

1.1.1. Caracterización del oleaje

La teoría lineal es la más simple para describir los oleajes y da una aproximación razonable a las características de las olas. Fue desarrollada por Airy en 1845. Se realiza una serie de supuestos (Tinoco, 2014) tales como: a) fluido homogéneo, incompresible y sin viscosidad, b) flujo irrotacional, c) se desprecia la tensión superficial, d) no se considera el efecto Coriolis debido a la rotación de la Tierra y e) la presión en la superficie se asume uniforme y constante. También, se asume que la amplitud de la ola es mucho menor a su longitud de onda. El campo de velocidades se considera como un flujo potencial (ecc.1.1). Las ecuaciones que gobiernan el problema son la continuidad (ecc.1.2) y la ecuación de Bernoulli para flujo potencial (ecc.1.3) (MIT, 2019).

$$\vec{v} = (u, w) = \nabla \phi \quad (1.1)$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} |\nabla \phi|^2 + \frac{p - p_a}{\rho} + gz = 0 \quad (1.3)$$

Se resuelve el problema con condiciones de borde y se obtiene el potencial (ecc.1.4). Las soluciones para este problema se asumen que son armónicas y se obtienen por separación de variables (Tinoco, 2014).

$$\phi(t, x, z) = \frac{A_w g}{\omega} \cdot \frac{\cosh(k(z + d))}{\cosh(kd)} \quad (1.4)$$

Al resolver la condición de contorno para la línea de separación entre el agua y el aire (ecc.1.5) se obtiene la elevación de la superficie del agua $\eta(x, t)$ (ecc.1.6).

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + g\eta = 0 \quad \text{Para } z = 0 \quad (1.5)$$

$$\eta = A_w \cos(kx - \omega t) \quad (1.6)$$

A partir del campo de velocidades (ecc.1.7) se obtiene el desplazamiento individual de cada partícula (ecc.1.8) que a su vez cumplen con la ecuación (1.9).

$$u(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial x}; \quad w(x, z, t) = \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (1.7)$$

$$\xi = \int u dt; \quad \zeta = \int w dt \quad (1.8)$$

$$\frac{\xi^2}{A^2} + \frac{\zeta^2}{B^2} = 1 \quad (1.9)$$

$$A = \frac{A_w \cosh(k(z + d))}{2 \sinh(kd)}; \quad B = \frac{A_w \sinh(k(z + d))}{2 \sinh(kd)} \quad (1.10)$$

Donde:

- k : número de ola (es la frecuencia espacial, numero de ciclos por distancia)
- A_w : amplitud de ola (corresponde a la mitad de la distancia entre cresta y valle)
- g : aceleración de la gravedad
- ω : frecuencia angular
- ρ : densidad del agua
- p : presión (p_a presión atmosférica)
- d : profundidad
- t, x, z : coordenada temporal, coordenada horizontal y coordenada vertical.

El resultado dado por la ecuación (1.6), nos indica que el movimiento superficial de las olas marinas puede considerarse sinusoidal bajo esta teoría. Sin embargo, el movimiento de cada partícula (ecc.1.9) representa la ecuación de una elipse, es decir, las partículas tienen un movimiento orbital como muestra la figura 1-1.

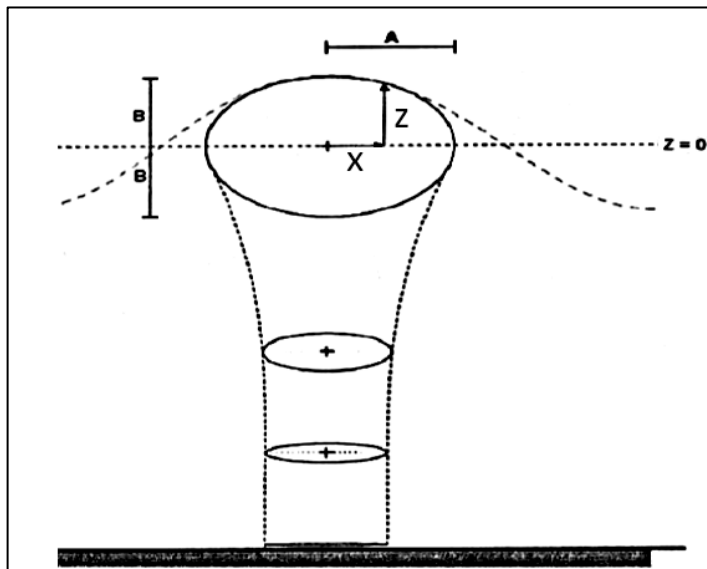


Figura 1-1. Desplazamiento de las partículas en aguas poco profundas. Fuente: Modificado de (Palomino y Almazán, 2000)

La tabla 1-1 muestra las características principales de las olas bajo esta teoría, donde T es el periodo de ola, la celeridad es la velocidad con la que se propaga una ola y la velocidad de grupo se refiere a la velocidad de propagación de un tren de olas. Las olas se ordenan en grupos, donde las de mayor periodo suelen tener mayor altura como se muestra en la figura 1-2.

Tabla 1-1. Resultados de la teoría lineal. Fuente: Modificado de (Hennig, 2005)

Característica	Aguas profundas $d/\lambda \geq 0.5$	Aguas intermedias $0.04 < d/\lambda < 0.5$	Aguas someras $d/\lambda \leq 0.04$
Celeridad $C = \lambda/T$	$C = g/\omega$	$C = \sqrt{\frac{g}{k} \tanh(kd)}$	$C = \sqrt{gd}$
Velocidad de grupo $C_{gr} = d\omega/dk$	$C_{gr} = \frac{g}{2\omega}$	$C_{gr} = \frac{C}{2} \left(1 + \frac{2kd}{\sinh(2kd)}\right)$	$C_{gr} = C$
Frecuencia $\omega = 2\pi/T$	$\omega = \sqrt{kg}$	$\omega = \sqrt{kg \cdot \tanh(kd)}$	$\omega = k\sqrt{gd}$
Longitud de onda $\lambda = 2\pi/k$	$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi}$	$\lambda = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi d}{\lambda}\right)$	$\lambda = T\sqrt{gd}$
Número de onda $k = 2\pi/\lambda$	$k = \frac{\omega^2}{g}$	$k = \frac{\omega^2}{g \cdot \tanh(kd)}$	$k = \frac{\omega^2}{\sqrt{gd}}$

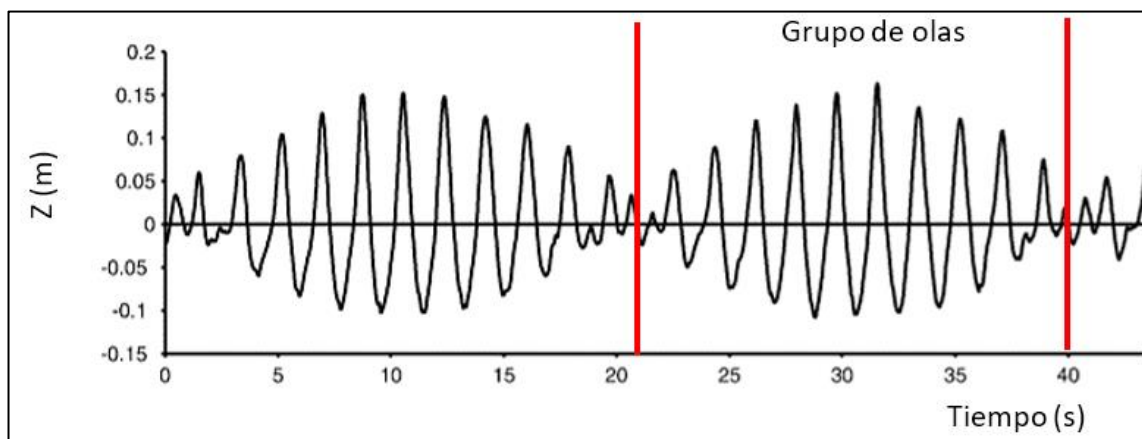


Figura 1-2. Grupos de ola. Fuente: Modificado de (Doering y Baryla, 2002)

1.1.2. Energía del oleaje

La energía que transportan las olas se obtiene sumando su energía potencial y cinética. La energía potencial está asociada a la altura del centro de masa de la ola y su valor promedio por unidad de área horizontal, está dada por:

$$E_p = \frac{\rho g A_w^2}{4} \quad (1.11)$$

La energía cinética viene dada por la velocidad horizontal y vertical de las partículas y su valor promedio por unidad de área horizontal, está dado por:

$$E_c = \frac{\rho g A_w^2}{4} \quad (1.12)$$

Entonces, la energía total se obtiene sumando la ecuación (1.11) con (1.12).

$$E_T = E_p + E_c = \frac{\rho g A_w^2}{2} \quad (1.13)$$

Finalmente, la potencia por distancia de frente de ola (distancia perpendicular a la dirección de propagación de la ola) tiene la siguiente expresión (Herbich, 2000):

$$P = E_T C_{gr} = \frac{\rho g A_w^2}{2} \cdot \frac{g}{2\omega} = \frac{\rho g^2 T A_w^2}{8\pi} \quad (1.14)$$

Este resultado nos indica que la potencia se incrementa cuadráticamente con la altura de las olas y linealmente con el aumento del periodo, esto último se debe a que mientras mayor sea el periodo, más rápida es la velocidad de propagación.

1.1.3. Fuerzas del oleaje

Cuando las olas interactúan con un cuerpo flotante, el potencial del campo de velocidades es la superposición de tres potenciales (MIT, 2019):

$$\phi_T = (\phi_i + \phi_r + \phi_d) \quad (1.15)$$

Donde ϕ_i es el potencial de la ola incidente (ecc.1.4), ϕ_r es el potencial de la ola radiada y ϕ_d es el potencial de la ola difractada. Por lo tanto, se generan tres fuerzas inerciales. La primera es la fuerza de incidencia, que se utiliza cuando se considera un cuerpo flotante lo suficientemente pequeño que no afecta el campo de presiones de la ola y los efectos de difracción son despreciables. Esta es la llamada fuerza de Froude-Krylov y tiene la siguiente expresión:

$$F_{FK}(t) = -\rho \iint_{S_w} \left(\frac{\partial \phi_i}{\partial t} + gz \right) \hat{n} dS \quad (1.16)$$

Donde S_w es la superficie del cuerpo en contacto con el agua y $\hat{n}$ es el vector normal a la superficie apuntando hacia el interior del agua.

La segunda fuerza corresponde a la de radiación, debido a las olas que produce un cuerpo en movimiento en el agua (figura 1-3). Esta fuerza está relacionada con la masa agregada (masa de agua que se mueve junto al cuerpo y depende de la frecuencia) y el amortiguamiento por radiación (pérdida de energía al producir ondas, depende de la frecuencia). Según la teoría lineal, tiene la siguiente expresión:

$$Fr = -A_1 \ddot{x}_1 - b_1 \dot{x}_1 \quad (1.17)$$

Donde:

- A_1 y b_1 : masa agregada y coeficiente de amortiguamiento por radiación.
- $\ddot{x}_1$ y $\dot{x}_1$: aceleración y velocidad vertical del cuerpo flotante.

Se han realizado formulaciones más avanzadas considerando los efectos de memoria. Estos se deben a que el movimiento de una onda radiada persiste por un largo periodo de tiempo y sigue afectando al cuerpo. Dado esto, la fuerza de radiación tiene la siguiente expresión (Babarit et al, 2012):

$$F_r = -A_\infty \ddot{x}_1 - \int_{-\infty}^t K(t - \sigma) \dot{x}_1(\sigma) d\sigma \quad (1.18)$$

Donde A_∞ es la masa agregada del cuerpo flotante cuando la frecuencia externa tiende a infinito y K es la función de memoria que depende del coeficiente de amortiguación por radiación.

La tercera fuerza corresponde a la de difracción (figura 1-3), que se produce cuando el cuerpo es suficientemente grande para afectar el campo de presiones de las olas. La perturbación de la ola debido a la presencia de un cuerpo es difícil de evaluar. Sin embargo, Haskind derivó una relación entre la fuerza de difracción y el coeficiente de amortiguamiento por radiación, la llamada relación de Haskind (Newman, 1962). Si el cuerpo flotante es ejesimétrico, la amplitud de la fuerza de difracción tiene la siguiente expresión:

$$F_d = \sqrt{\frac{2\lambda C_{gr} \rho g b_1}{\pi}} A_w \quad (1.19)$$

La figura 1-3 muestra un esquema de los fenómenos de difracción y radiación de las olas.

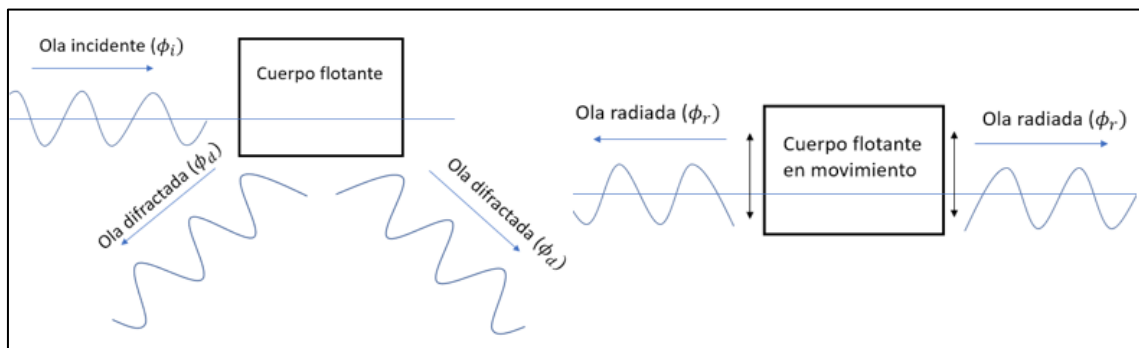


Figura 1-3. Esquemático potenciales de difracción y radiación.

1.2. Potencial en Chile

La figura 1-4 muestra la distribución mundial de la potencia disponible promedio de las olas por distancia de frente de ola o por metros de línea costera (kW/m). Se puede apreciar que Chile está dentro de los lugares con mayor cantidad de este recurso, sobre todo la zona centro y sur. En las costas chilenas, el 90% del tiempo la potencia disponible es mayor a los 5kW/m y la potencia promedio aumenta desde los 25 kW/m en el norte hasta los 110 kW/m en el sur (Monárdez et al, 2008). Resultados similares fueron obtenidos en otros estudios (Errazuriz, 2012). Para describir el estado del océano se ocupan los parámetros H_s y T_e , que corresponden a la altura de ola significativa (promedio del tercio más alto) y el periodo promedio respectivamente. La tabla 1-2 muestra el promedio de dichos parámetros para una profundidad de 25m.

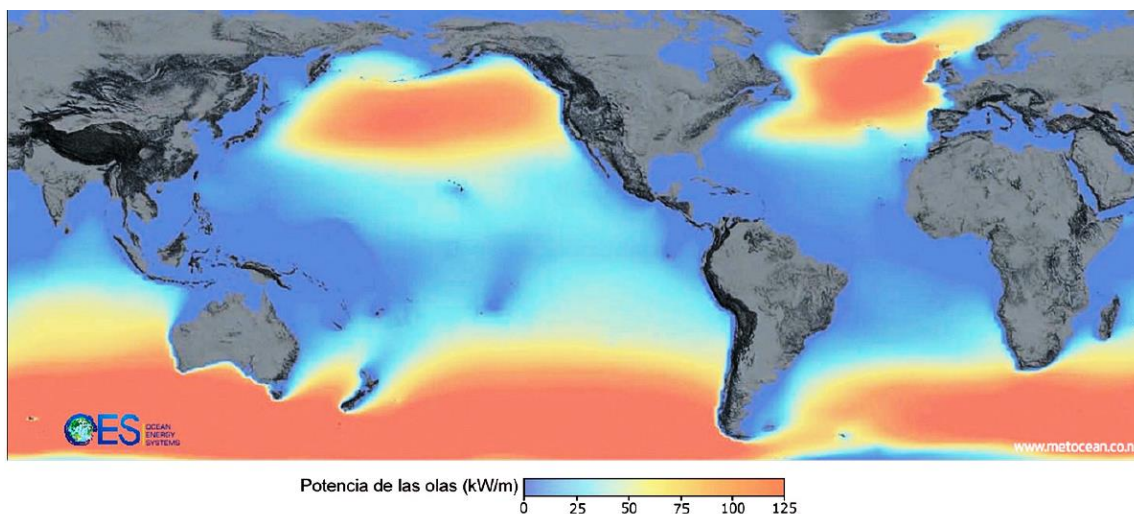


Figura 1-4. Mapa mundial de la potencia undimotriz disponible promedio. Fuente: (OES, 2012)

Tabla 1-2. Altura significativa y periodo de las olas en Chile a 25m de profundidad. Fuente: (Monárdez et al, 2008)

Zona	Hs (m)		Te (s)	
	Verano	Invierno	Verano	Invierno
Norte	1.30	1.50	12.60	13.20
Centro	2.33	2.42	13.20	12.90
Sur	3.64	3.80	11.50	12.10

Otro indicador importante es la variabilidad del recurso. La figura 1-5 muestra la variabilidad año a año, durante un año y durante un día. La variabilidad fue calculada con la diferencia entre el valor máximo y mínimo de la potencia como un porcentaje del promedio (ecc.1.20).

$$\frac{P_{max} - P_{min}}{P_{promedio}} \cdot 100 \quad (1.20)$$

Es importante destacar la baja variabilidad a lo largo de un día (figura1-5), menor al 5%, lo que es una ventaja frente a la energía solar y eólica que varían significativamente con las horas del día. Además, esto permite que se pueda obtener un factor de planta óptimo elevado comparado con otros lugares del planeta (tabla 1-3). El factor de planta es la fracción entre la producción de energía anual y la producción máxima teórica (operar el 100% del tiempo a potencia nominal).

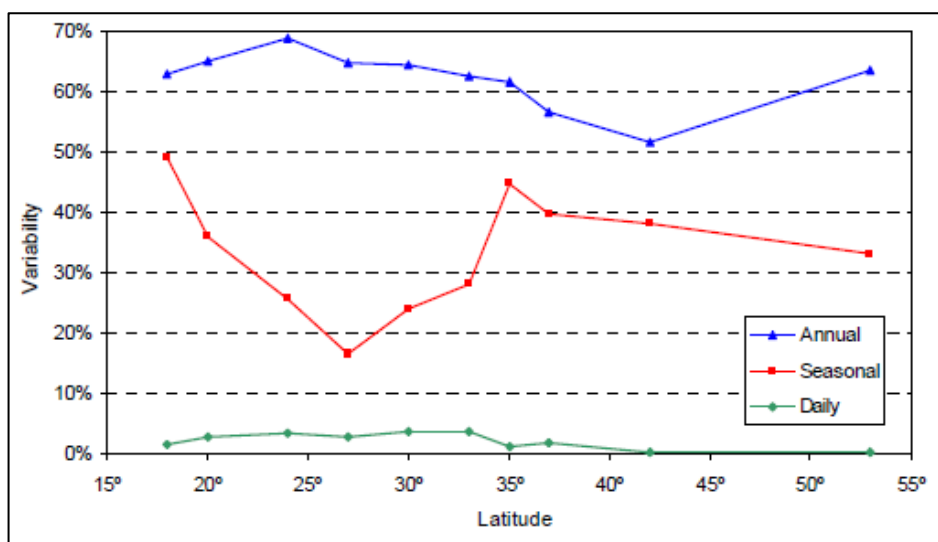


Figura 1-5. Variabilidad de la potencia en Chile. Fuente: (Monárdez et al, 2008)

Tabla 1-3. Factor de planta óptimo. Fuente: (Monárdez et al, 2008)

Lugar	Factor de planta óptimo
Chile central	57.30%
Mokapu Point, Hawái	54.30%
Port Kembla, Australia	44.00%
Vancouver Island, Canadá	43.90%
Bilbao, España	43.70%

Otra ventaja de las costas chilenas es la pronunciada pendiente del fondo marino. Lo que permite alcanzar profundidades deseables más cerca de la costa, disminuyendo los costos de interconexión. Sin embargo, una desventaja de los mares chilenos es la abundante proliferación de moluscos y otras especies que se adhieren a las estructuras. Esto afecta el funcionamiento de los sistemas móviles y aumenta los costos de mantención.

A pesar de su potencial, la energía undimotriz en Chile está muy poco desarrollada. En la actualidad no existe ningún dispositivo entregando energía a la red. En el año 2020 la empresa *Enel Green Power* piensa instalar el primer convertidor de escala completa, el PB3 *PowerBouy* de 15kW de capacidad (La Tercera, 2019).

1.3. Tipos de convertidores

1.3.1. Columnas de agua oscilantes

Estos dispositivos consisten en recolectores parcialmente sumergidos (figura 1-6), donde la parte sumergida está abierta hacia el mar. Por el movimiento de las olas el agua sube y baja en el interior del recolector, empujando el aire sobre el agua como si fuera un pistón. El aire empujado y succionado pasa por una turbina de aire para generar electricidad. La estructura puede estar fija (al fondo marino o a la costa) o flotando. La mayoría de estos dispositivos son colocados en la costa o cerca de la costa.

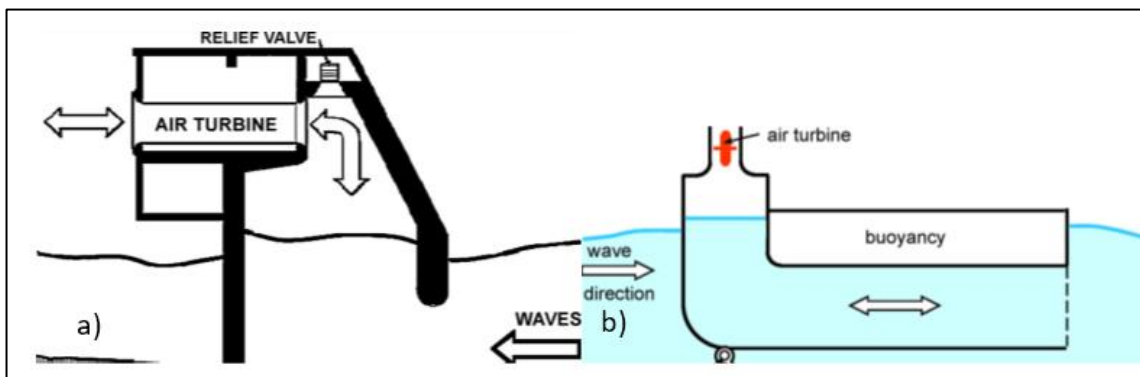


Figura 1-6. Esquema columnas oscilantes. a) Estructura fija. b) Estructura flotante. Fuente: (Falcão, 2010)

1.3.2. Sistemas de desbordamiento

Estos sistemas utilizan rampas para capturar el agua cercana a la cresta de la ola en un reservorio que está más alto que el nivel promedio del mar (figura 1-7). Luego, se libera el agua de vuelta al mar a través de una turbina hidráulica de baja caída, transformando la energía potencial del agua a mayor altura en energía eléctrica.

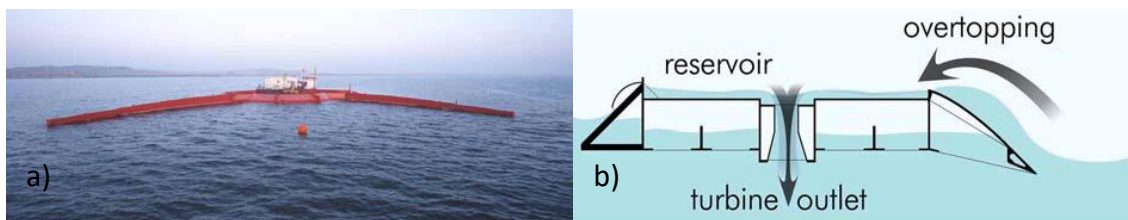


Figura 1-7. Convertidor por desbordamiento Wave Dragon. Fuente: (Drew et al, 2009)

1.3.3. Sistemas de cuerpos oscilantes

Estos sistemas tienen ventajas frente a los ya anteriormente mencionados. Por ejemplo, las columnas oscilantes no aprovechan la alta densidad energética del agua al extraer energía a partir del aire y los de desbordamiento solo utilizan la energía potencial de las olas. Sin

embargo, pueden ser más difíciles de construir al tener más partes móviles. Los sistemas de cuerpos oscilantes consisten en cuerpos que pueden estar flotando o completamente sumergidos y son movidos por las olas del mar (figura 1-8). Estos dispositivos pueden ser utilizados lejos de la costa donde las potencias disponibles son más altas (más de 40m de profundidad). Suelen ser más complejos que las columnas de agua oscilantes y presentan más problemas con el anclaje, acceso a la mantención y la conexión eléctrica con la costa. El movimiento que efectúan puede ser de translación o rotación. Pueden ser de uno o varios cuerpos. En el caso de un solo cuerpo se extrae energía del movimiento relativo entre el cuerpo y un marco de referencia fijo (el fondo marino o una estructura fija). En el caso de más de un cuerpo, se puede utilizar el movimiento relativo entre ellos. Si el largo característico del dispositivo es mucho menor a la longitud de onda de la ola, se denominan absorbedores puntuales (figura 1-8.a). Como sistemas de PTO (*power take-off*) pueden utilizar circuitos de aceite a alta presión, acumuladores de gas y motores hidráulicos. Estos sistemas acumulan presión en algún fluido de trabajo a partir de las grandes fuerzas y momentos producidos por el lento movimiento de los cuerpos oscilantes. Luego, la presión es liberada de forma controlada en turbinas o motores hidráulicos conectados a generadores eléctricos. También, se han propuestos generadores eléctricos lineales para los dispositivos de translación.

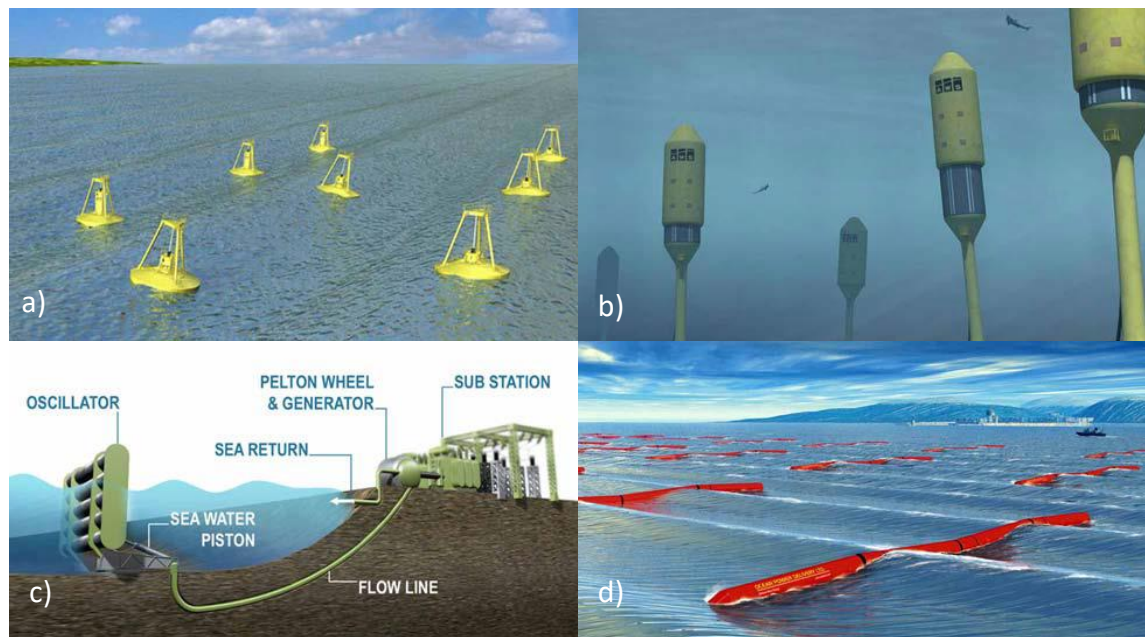


Figura 1-8. Dispositivos de cuerpos oscilantes. a) OPT PowerBuoy. b) Archimedes Wave Swing. c) Aquamarine Power Oyster. d) Pelamis. Fuente: (Drew et al, 2009)

1.4. Convertidor undimotriz de dos cuerpos

En este trabajo se estudió un convertidor undimotriz puntual de dos cuerpos, que es un caso particular de sistemas de cuerpos oscilantes y tiene algunas ventajas frente a los sistemas de un solo cuerpo que serán explicadas a continuación. Este sistema está formado por un cuerpo flotante llamado boya y un segundo cuerpo sumergido en suspensión. La acción de las olas genera un movimiento relativo entre ambos cuerpos, el cual es aprovechado para extraer energía mediante el sistema PTO que une a ambos cuerpos. Un requisito importante para maximizar la potencia generada es poder operar cerca de la condición de resonancia, que se logra cuando la frecuencia natural del dispositivo coincide con la frecuencia de las olas. En

dispositivos flotantes de un solo cuerpo su frecuencia natural, en general, es demasiado alta en comparación a las bajas frecuencias de las olas del mar y la condición de resonancia es difícil de lograr. Por ejemplo, para una boya hemisférica se requiere un radio del flotador de 26.2m para que su frecuencia natural coincida con la de las olas, lo cual es poco práctico (Drew et al, 2009). Existen métodos más avanzados de control como el *latching* (Budal y Fanles, 1982), que consiste en bloquear el movimiento del cuerpo flotante por un cierto tiempo para que siempre esté en fase con las olas. Por otra parte, un convertidor de dos cuerpos tiene dos frecuencias naturales y si se eligen los parámetros correctos del PTO que une a ambos cuerpos, una de estas frecuencias puede coincidir con la de las olas, alcanzando así la condición de resonancia. La inercia del cuerpo sumergido ayuda a disminuir la frecuencia natural del sistema. Otra ventaja de estos sistemas es que no se utiliza el movimiento relativo al fondo marino, por lo tanto, el sistema no necesita estar directa o rígidamente conectado al fondo, facilitando el uso en aguas profundas donde las potencias disponibles son mayores. El diseño del cuerpo sumergido puede variar, pero existen dos tipos principales, el tipo utilizado en *Wavebob* (figura 1-9) y el tipo usado en *PowerBuoy* (figura 1-10). El primero consiste en utilizar un cuerpo con una gran masa y el segundo utiliza un plato que aumenta la masa agregada (masa de agua que se mueve junto al cuerpo). La amortiguación por viscosidad en el cuerpo sumergido, debido al roce con el agua, disminuye la potencia generada. Por lo tanto, se debe diseñar un cuerpo sumergido con bajo coeficiente de arrastre.

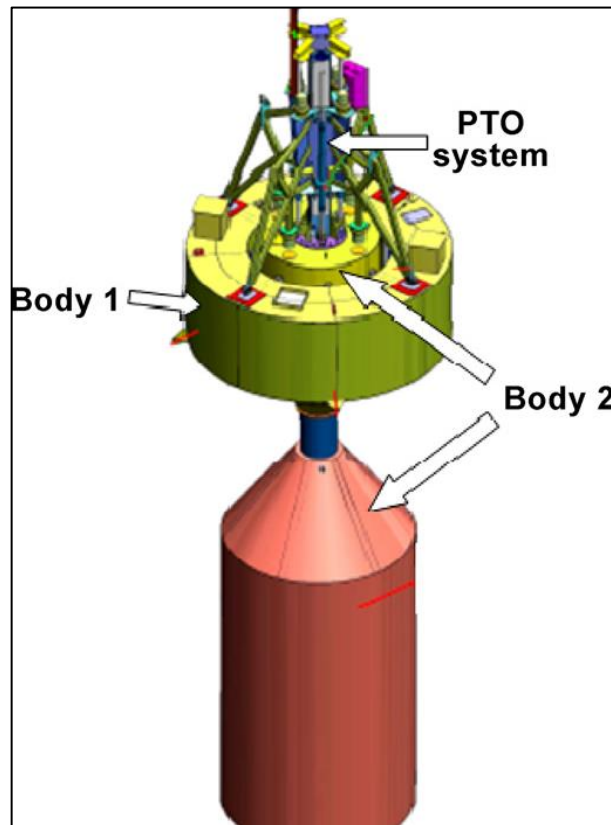


Figura 1-9. Modelo 3D WaveBob. Fuente: (Falcão, 2010)

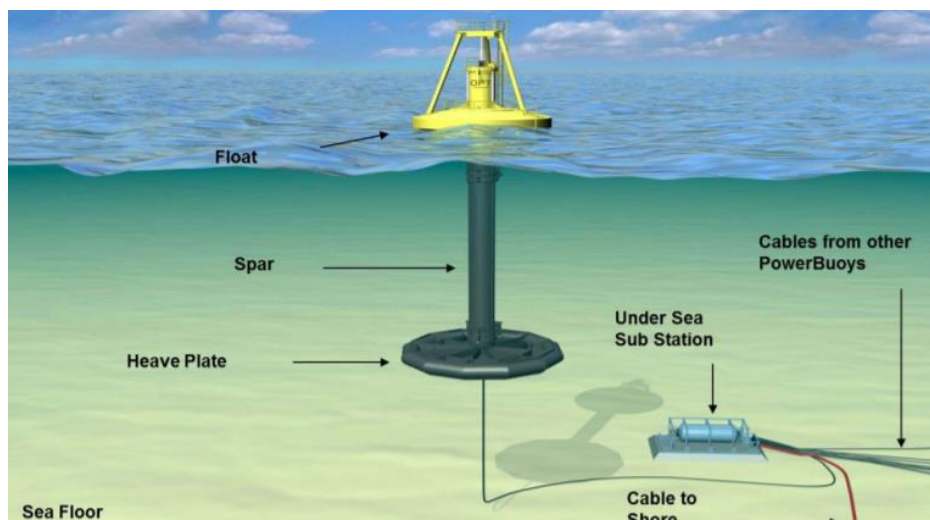


Figura 1-10. Moledo 3D PowerBuoy. Fuente:(Mekhiche et al, 2014)

1.5. Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es obtener un sistema para generar energía renovable no contaminante a partir del movimiento de las olas oceánicas, que sea económico y de pequeña escala, pero que genere una potencia suficiente para ser utilizado en pequeñas aplicaciones.

Para lograr este objetivo se plantean los siguientes objetivos específicos:

- i. Realizar un modelo matemático sencillo que permita diseñar y predecir el comportamiento del sistema de forma preliminar y así obtener los parámetros óptimos del sistema PTO, es decir, los resortes que unen a ambos cuerpos y la carga conectada al generador.
- ii. Realizar un diseño del prototipo económico, de fácil fabricación y transporte.
- iii. Fabricar un prototipo funcional.
- iv. Diseñar y fabricar un sistema de generación de olas apto para realizar pruebas en tanque.
- v. Realizar pruebas en tanque para analizar el funcionamiento del prototipo y experimentalmente medir las potencias generadas y encontrar los componentes óptimos del sistema PTO.
- vi. Comparar los resultados teóricos con los experimentales para validar el modelo matemático.

1.6. Hipótesis

A través del modelo matemático y las simulaciones se puede predecir el comportamiento del sistema y optimizar sus componentes para obtener un diseño técnica y económicamente viable.

Un prototipo a escala pequeña generará una baja potencia, pero puede ser utilizable en pequeñas aplicaciones prácticas.

1.7. Metodología

- i. Se derivó un modelo matemático basado en la teoría lineal de ola de Airy y la teoría lineal de convertidores de dos cuerpos de Fanles. Se resolvió analíticamente en el dominio de la frecuencia para olas regulares y se resolvió numéricamente en el dominio del tiempo para olas irregulares. En ambos casos se obtuvieron los componentes óptimos del sistema PTO (resortes y carga eléctrica) y la potencia generada. Se realizaron simulaciones para analizar la variación de los componentes óptimos y de las potencias generadas para diferentes condiciones (masa, viscosidades, frecuencias, etc.)
- ii. Se diseñó y fabricó un prototipo del mayor tamaño posible, teniendo en consideración las limitaciones de costo, fabricación, transporte y tamaño del tanque de pruebas.
- iii. Se testeó el prototipo en un tanque generando olas. Se probaron tres diferentes masas para el cuerpo sumergido y se probaron diferentes combinaciones de parámetros en el sistema PTO (k_{pto} y c_{pto}) para encontrar la combinación óptima ($\hat{k}_{pto}$ y $\hat{c}_{pto}$).

También, se probó el prototipo para diferentes alturas de olas. Finalmente, los resultados experimentales fueron comparados con los resultados teóricos.

1.8. Principales resultados experimentales

Las figura 1-11 muestra el comportamiento del sistema para el cuerpo sumergido con más masa (caso SB3) que se probó y para la mayor altura de ola que se podía generar. Las olas generadas eran regulares y entre 14 a 16 cm de altura máxima (diferencia entre cresta y valle). Se lograron potencias máximas de hasta 20W (8.9W promedio), voltajes máximos de 12V (6.9V promedio) y un movimiento relativo entre los cuerpos de 15cm.

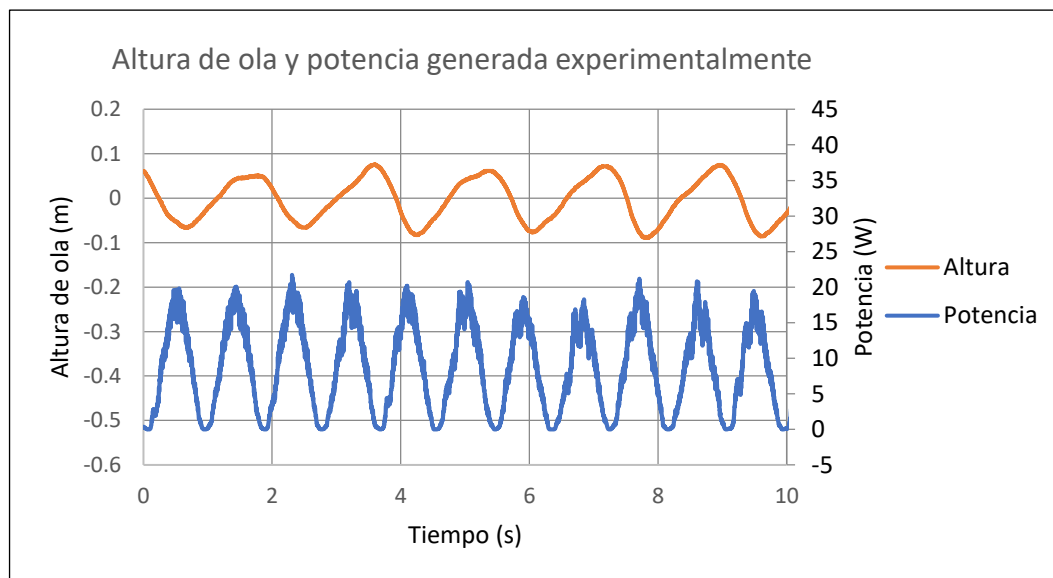


Figura 1-11. Altura de ola y potencia generada experimentales en función del tiempo para caso SB3.

La figura 1-12 muestra la potencia promedio generada para diferentes combinaciones de resortes y resistencias (cargas eléctricas) conectadas al generador para el cuerpo sumergido

más pequeño (caso SB1). Se puede apreciar que los valores tienden a una combinación óptima.

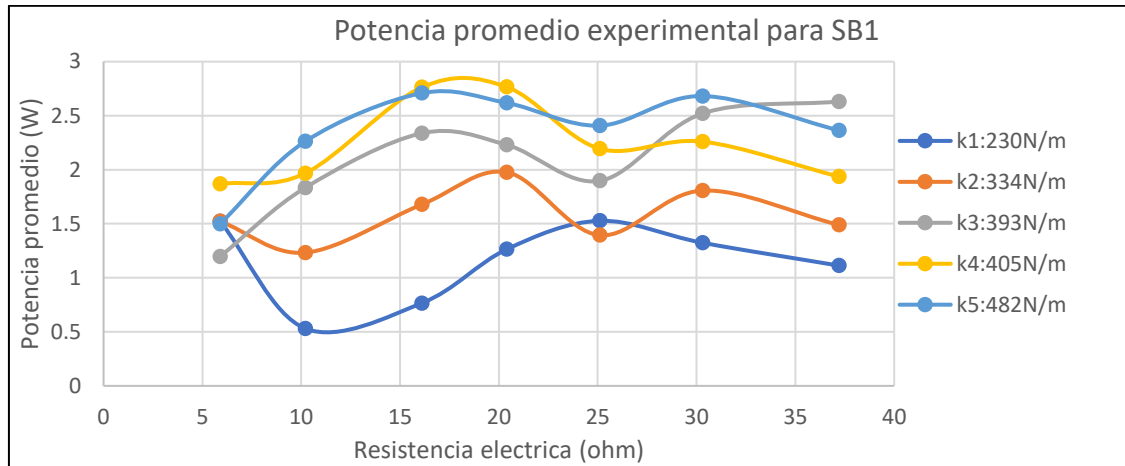


Figura 1-12. Potencia promedio experimental para diferentes combinaciones de resistencias en el generador y resortes para caso SB1.

Para cada cuerpo sumergido, con sus componentes del PTO óptimos obtenidos experimentalmente (resorte y carga), se midió la potencia generada en el tanque de pruebas para diferentes alturas de olas entre 5 y 16cm. La figura 1-13 muestra las curvas de tendencia de estos resultados extrapolados a alturas de olas mayores. Estas curvas son cuadráticas, resultado que concuerda con la teoría. La potencia generada aumenta con la masa del cuerpo sumergido y con la altura de las olas. Por ejemplo, para olas de un metro se alcanzan potencias esperadas entre 400-600W.

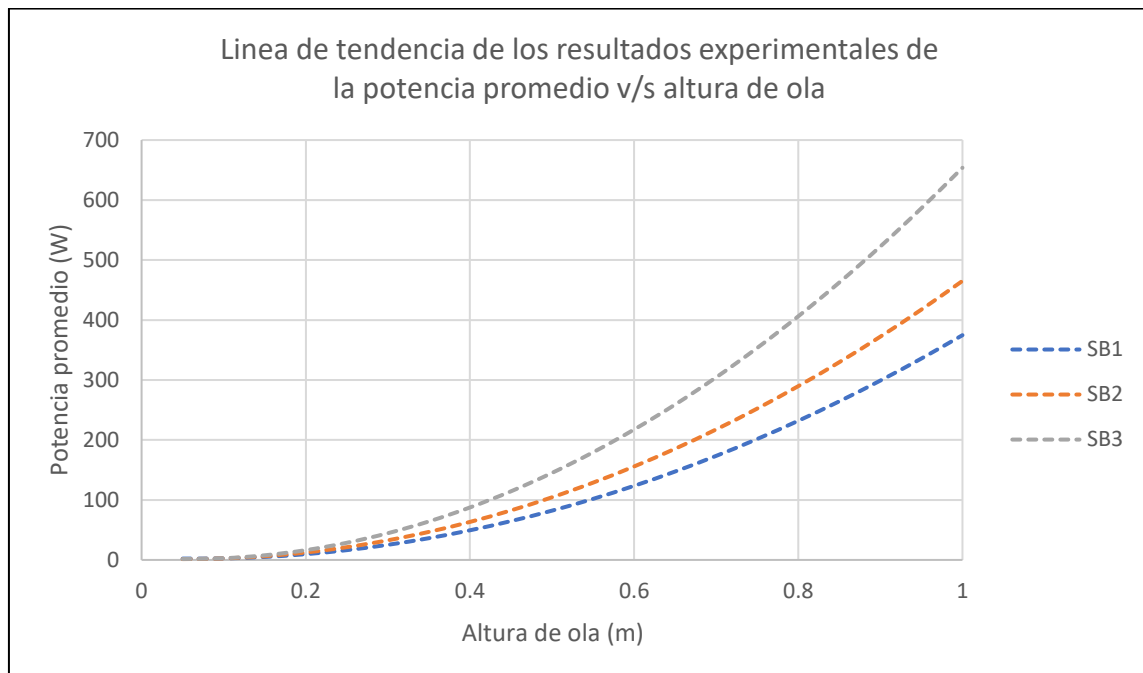


Figura 1-13. Líneas de tendencia experimental de la potencia promedio v/s altura de ola para los tres cuerpos sumergidos.

Estos resultados son importantes porque nos indican que hay una combinación óptima de los parámetros del PTO, por lo que éstos se deben ajustar a las olas externas para maximizar la potencia generada. Además, para olas de un metro, que es menos que el promedio de altura de las olas en Chile, se tienen potencias suficientes para cargar una batería de 12V y 50 Ah en 12 horas. Esto nos indica que un dispositivo con estas características es viable para pequeñas aplicaciones prácticas.

El análisis de estos resultados y su comparación con el modelo teórico se encuentran en la sección 2.4.

1.9. Conclusiones principales y trabajos futuros

Las principales conclusiones de este trabajo es que el modelo matemático lineal teórico predice acertadamente el movimiento relativo entre ambos cuerpos y cuando se considera el roce interno, también coincide la carga óptima en el generador y la potencia generada. Sin embargo, la constante de rigidez óptima teórica de los resortes no coincide con la experimental cuando se aumenta significativamente la masa del cuerpo sumergido. Esta diferencia podría deberse a la no linealidad de este parámetro en la realidad, el cual fue linealizado en el modelo teórico que se derivó. Además, se concluye que un prototipo de estas características puede tener aplicaciones prácticas alimentando cargas de bajo consumo (baterías, luces, sensores, etc.) con olas normales de un metro de altura.

Como trabajos futuros propuestos queda perfeccionar el modelo matemático incluyendo teoría no lineal de olas y fuerzas no lineales en el sistema de toma de fuerza (PTO, *power take-off*), para obtener resultados más exactos. Esto se puede hacer incorporando el uso de softwares especializados tales como *ANZYZ Aqwa* o *WEC-Sim*.

Respecto al prototipo, se debe diseñar un sistema que ajuste automáticamente los componentes del PTO según la frecuencia externa de las olas para así maximizar la potencia instantánea. Asimismo, mejorar la estabilidad e impermeabilidad del prototipo para tener la confiabilidad necesaria para poder realizar pruebas en el océano.

2. **OPTIMIZACION DE DISEÑO Y VALIDACION EXPERIMENTAL DE UN CONVERTIDOR UNDIMOTRIZ DE DOS CUERPOS CON PARAMETROS DEL SISTEMA DE TOMA DE FUERZA AJUSTABLES.**

Tabla 2-1. Tabla de nomenclatura

A_{ij}	Masa agregada del cuerpo i , debido al movimiento del cuerpo j . (kg)
A_w	Amplitud de la ola. (m)
b_{ij}	Coeficiente de amortiguación por radiación del cuerpo i , inducido por el movimiento del cuerpo j . (Ns/m)
$b_{vis.i}$	Coeficiente de amortiguación por viscosidad del cuerpo i . (Ns/m)
C	Matriz de amortiguamiento.
F	Vector de fuerza externa.
g	Aceleración de la gravedad. (m/s^2)
H_s	Altura de ola significativa. (m)
J_{pto}	Inercia rotacional del PTO. ($kg \cdot m^2$)
k	Constante de rigidez de los resortes. (N/m)
$k\phi$	Constante del generador. (vs/rad)
$k_s = \rho g S_b$	Coeficiente de rigidez debido a la flotación. (N/m)
K	Matriz de rigidez.
l_o	Largo natural de los resortes. (m)
m_i	Masa del cuerpo i . (kg)
M	Matriz de masa.
N	Amplificación del tren de engranes.
$p > l_o$	Precarga. (m)
ω	Frecuencia de las olas. (rad/s)
R_e	Resistencia eléctrica conectada al generador. (ohm)
ρ	Densidad del agua. (kg/m^3)
r_{pto}	Radio del disco de inercia. (m)
S_b	Área transversal de la boya. (m^2)
T_e	Periodo promedio de las olas. (s)
$\ddot{x}_i, \dot{x}_i, x_i$	Aceleración, velocidad y posición del cuerpo i . ($m/s^2, m/s, m$)
$\ddot{X}, \dot{X}, X$	Vectores de aceleración, velocidad y posición.
$y = x_1 - x_2$	Position del carro en la torre. (m)

2.1. Introducción

La energía undimotriz es la que se extrae a partir del movimiento vertical de las olas del mar y puede ser convertida en energía eléctrica. Las olas son producidas por el viento y este a su vez es producido por la energía solar. Se han creado numerosos inventos para transformar la energía de las olas en energía eléctrica. La patente más antigua de la que se tiene conocimiento es de 1799 (Ross, 1995). A diferencia de las turbinas eólicas, en el caso de generadores undimotrices hay una gran cantidad de modelos de convertidores de energía undimotriz (WECs, siglas de *wave energy converters*), con notorias diferencias constructivas entre sí, debido a las diferentes formas de extraer la energía de las olas. Según el principio de funcionamiento pueden ser: columnas oscilantes de agua, cuerpos oscilantes o sistemas de desbordamiento. También, pueden ser clasificados por el tipo de sistema de toma de fuerza (PTO, siglas de *power take-off*): turbinas de aire, motores hidroeléctricos y generadores eléctricos lineales (Falcão, 2010; Drew, 2009). La mayoría de los dispositivos tienen performances similares del orden de 1MWh/tonelada o 1MWh/m² de energía generada anual (Babarit et al, 2012), y la tecnología de los WECs aún no alcanza un estado maduro ni tampoco hay un diseño dominante. En este trabajo, se propone una metodología de diseño para un convertidor undimotriz de dos cuerpos con generador eléctrico directamente conectado al movimiento relativo. Este sistema consiste en un cuerpo flotante unido a un segundo cuerpo sumergido en suspensión. Por efecto de las olas ambos cuerpos adquieren un movimiento relativo entre sí que puede ser aprovechado para extraer energía. Tiene la ventaja de que una de sus frecuencias naturales puede coincidir con la frecuencia

de las olas, si se eligen los parámetros correctos del PTO, lo que maximiza la potencia generada. Varias tecnologías de control han sido desarrolladas para configurar la frecuencia natural de estos sistemas (Hong et al, 2014; Henriques et al, 2012). Un ejemplo de convertidores de dos cuerpos son WaveBob (Mouwén, 2008) y PowerBuoy (Mekiche et al, 2014).

Se tienen varias ventajas comparado con sistemas de un solo cuerpo. Sistemas de dos cuerpos son fáciles de instalar, ya que no necesita estar directa o rígidamente unido al fondo marino. Esto facilita su uso en aguas profundas donde las potencias disponibles son más altas. Además, es difícil entrar en resonancia en sistemas formados por un solo cuerpo. Por ejemplo, para una boya hemisférica se requiere un gran radio de 26,2m para que su frecuencia natural coincida con la de las olas (Falcão, 2010).

Existen métodos numéricos avanzados que han sido desarrollados para modelar absorbedores puntuales, tales como el método de ecuación de límite integral o método de Navier-Stokes, utilizando teoría no lineal de ondas (Li y Yu, 2012). Sin embargo, en este trabajo se utilizó un modelo lineal simplificado basado en la teoría lineal de convertidores de dos cuerpos de Fanles (Fanles, 2002; Fanles, 1999) y el método de optimización de Liang (Liang y Zuo, 2016), para tener una primera aproximación, rápida pero aceptable, del comportamiento del sistema. Se obtuvieron expresiones analíticas en olas regulares y se utilizó un método numérico en olas irregulares para computar los valores óptimos de los componentes del PTO y la potencia generada. Además, se realizaron pruebas experimentales en tanque para validar el modelo.

Se prevén posibles aplicación de baja escala y costo en la costa de Chile. La costa chilena tiene 6.435 km de longitud y el 90% del tiempo la potencia undimotriz disponible es mayor a 5 kW por metro de costa, lo que es adecuado para la generación de energía undimotriz (Monárdez et al, 2008). A pesar de su potencial, la energía undimotriz en Chile está muy poco desarrollada. En el año 2020 la empresa *Enel Green Power* piensa instalar el primer convertidor de escala completa, el *PB3 PowerBouy* de 15kW de capacidad (La Tercera, 2019). No obstante, este proyecto requiere una inversión significativa que limita su aplicación. En este trabajo proponemos un diseño simple y de bajo costo (figura 2-1).

2.2. Diseño y Fabricación

2.2.1. Diseño y fabricación del prototipo

Para mejor entendimiento del sistema el prototipo resultante será descrito primero. La derivación del modelo y los resultados experimentales serán discutidos en la sección 3 y 4 respectivamente. El diseño tenía como objetivo ser de bajo costo, fácil de fabricar, transportar e instalar. La figura 2-1 muestra el diseño del prototipo con las partes numeradas y la tabla 2-1 muestra el nombre y descripción de cada parte. La boya tiene un diámetro de 1 m y una altura de 75 cm. Cuenta con dos compartimientos, el de abajo (P7) relleno con plumavit (EPS, *expanded polystyrene*) para dar la flotabilidad y el de arriba (P6) es donde va el generador (P5) y el sistema de toma de datos (figura 2-5). La estructura está construida en acero ASTM A36 y madera terciada. El acero fue revestido con pintura antioxidante y la madera fue cubierta con resina epóxica para impermeabilizarla. Se utilizó EPS para rellenar

volúmenes debido a su bajo costo y fácil instalación (P11). La boya también tiene dos soportes para los resortes (P3), los cuales permiten aplicar diferentes tensiones de precargas. Además, la boya cuenta con un contrapeso de 75kg (P8) en la parte inferior que le ayuda a mantener la estabilidad y una torre con rieles (P1) en la parte superior que permite que un carro con ruedas (P2), unido al cuerpo sumergido, se deslice para generar el movimiento relativo entre los dos cuerpos. El cuerpo sumergido está unido al carro mediante un sistema de cremallera (P4) que transmite su movimiento a un tren de engranes (P12). Los resortes (P14) van unidos desde sus soportes hasta el carro que se mueve por la torre. El recubrimiento final (P13) fue hecho con paneles de cholduán por su flexibilidad. El cuerpo sumergido (P9) es un contenedor relleno con el agua suficiente para alcanzar la condición de flotabilidad neutra (sin flotar ni hundirse). Se utilizaron tres cuerpos sumergidos diferentes (SB1, SB2 y SB3) para las mediciones experimentales y la validación del modelo (figura 2-2a). Los cuerpos sumergidos SB2 y SB3 tuvieron que ser puestos de manera horizontal, de otro modo chocaban con el fondo del tanque de pruebas (figura2-2c). Esto produjo dos puntos de equilibrio estable en los que el prototipo permanecía inclinado. Se puso peso en la parte superior (flecha roja) para mantener la orientación del prototipo lo más cerca de la vertical posible sin que se mueva hacia el otro punto de equilibrio (figura 2-2b). Para más detalles, los planos de fabricación se encuentran en los anexos A.

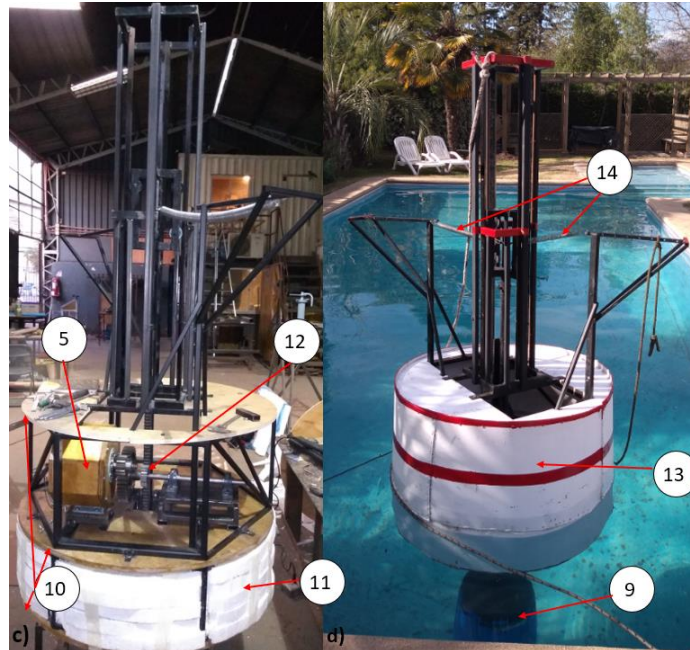
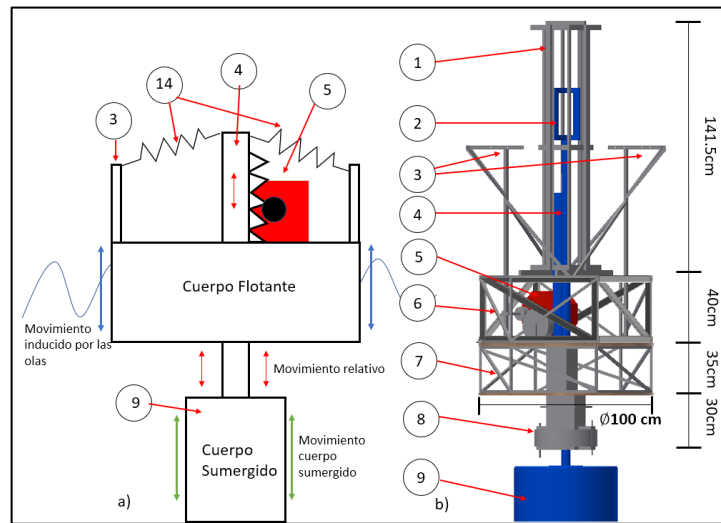


Figura 2-1. a) Esquema de funcionamiento del prototipo. b) Modelo CAD. c) Fabricación. d) Prototipo final.

Tabla 2-2. Listado de partes del diseño del prototipo

Numero	Nombre	Descripción
1	Torre con rieles	acero ASTM A36
2	Carro con ruedas	acero ASTM A36
3	Soporte de resortes	acero ASTM A36
4	Tubo-cremallera	Tubo de acero ASTM A36 y cremallera de plástico
5	Generador eléctrico	Generador trifásico de imanes permanentes
6	Compartimiento PTO	Reticulado de acero ASTM A36
7	Compartimiento EPS	Reticulado de acero ASTM A36
8	Contrapeso	acero ASTM A36
9	Cuerpo sumergido	Contenedor plástico relleno con agua
10	Tapas de madera	Madera terciada 18mm con resina epóxica
11	EPS	Planchas de Plumavit
12	Engranajes de amplificación	Amplificación 1:3
13	Revestimiento	Cholguán
14	Resortes	

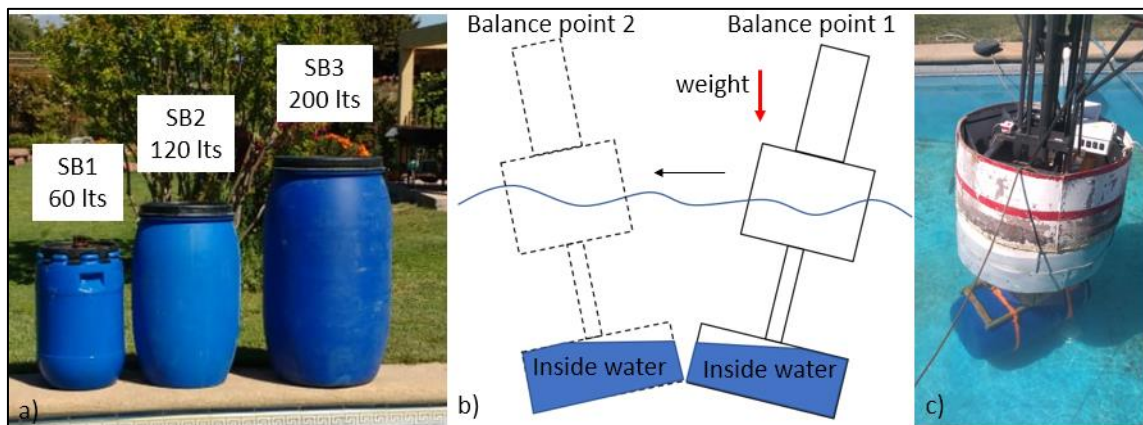


Figura 2-2. a) Cuerpos sumergidos. b) Esquema cuerpos sumergidos horizontales con peso adicional para lograr posición vertical. c) Cuerpo sumergido horizontal en el prototipo final.

2.2.2. Diseño y fabricación del PTO

La figura 2-3 muestra la innovadora configuración del PTO propuesta. Los parámetros que determinan la capacidad y eficiencia del PTO son: a) c_{pto} (amortiguación en el generador),

b) k_{pto} (rigidez de los resortes) y c) m_{pto} (masa equivalente a la inercia rotacional). En el prototipo, el sistema PTO permite ajustar c_{pto} y k_{pto} para coincidir con la frecuencia externa de las olas como método de control. El valor de m_{pto} no es configurable en esta versión y es despreciable como se mostrará más adelante.

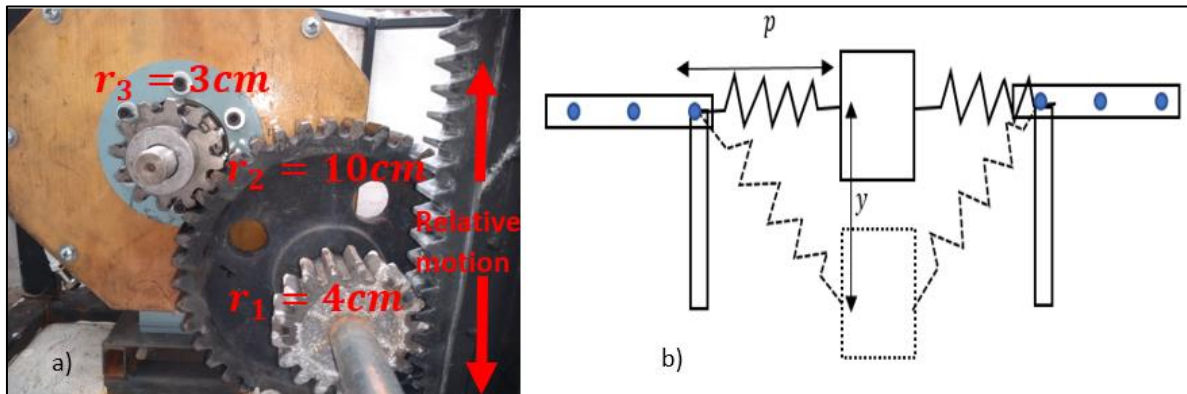


Figura 2-3. a) Generador eléctrico con sistema de amplificación. b) Esquemático soporte de resortes con diferentes puntos de fijación para la variación de la precarga (puntos azules).

El movimiento lineal vertical relativo entre ambos cuerpos se transmite a un generador eléctrico trifásico de imanes permanentes mediante un sistema piñón-cremallera y un sistema de amplificación de engranes. El generador tiene un $k\phi$ de 0.58 Vs/rad . En trabajos anteriores se encuentra una detallada discusión sobre el modelamiento, funcionamiento y fabricación del generador eléctrico (Hernandez et al, 2017; Muños et al, 2014). El tren de engranes amplifica el movimiento en razón de 1:3 aproximadamente (figura 2-3a). El generador está unido a un puente rectificador de trifásico a corriente continua que luego pasa por un banco de resistencias variables para generar en definitiva diferentes c_{pto} . Este puede ser estimado a partir de la siguiente expresión derivada del torque en el generador:

$$c_{pto}(R_e) = \frac{k\phi^2 r_2}{R_e r_1 r_3^2} = \frac{k\phi^2}{R_e r_1 r_3} N \quad (2.1)$$

Se utilizaron dos resortes iguales. En la figura 2-3b los puntos azules son las diferentes posiciones para anclar los resortes al cuerpo flotante. Para distintas posiciones de anclaje de los resortes en los soportes, se logran diferentes precargas que generan distintos k_{pto} . Este puede ser estimado a partir de la siguiente expresión derivada por trigonometría:

$$k_{pto}(p) = \frac{2k(\sqrt{y^2 + p^2} - l_0)}{\sqrt{y^2 + p^2}} \quad (2.2)$$

Notar que k_{pto} no es lineal y varia con y (movimiento relativo), por lo que luego se toma un k_{pto} promedio. La figura 2-4 muestra los gráficos de las ecuaciones (2.1) y (2.2).

Para este caso particular m_{pto} se asume cero, ya que, la inercia rotacional de los engranes es baja en comparación a las otras masas del sistema. Sin embargo, se podría agregar eventualmente un disco de inercia de radio variable para producir diferentes m_{pto} , lo que puede contribuir a facilitar acercarse a la condición de resonancia. En ese caso se tendría la siguiente expresión:

$$m_{pto} = \frac{J_{pto}}{r_{pto}} \quad (2.3)$$

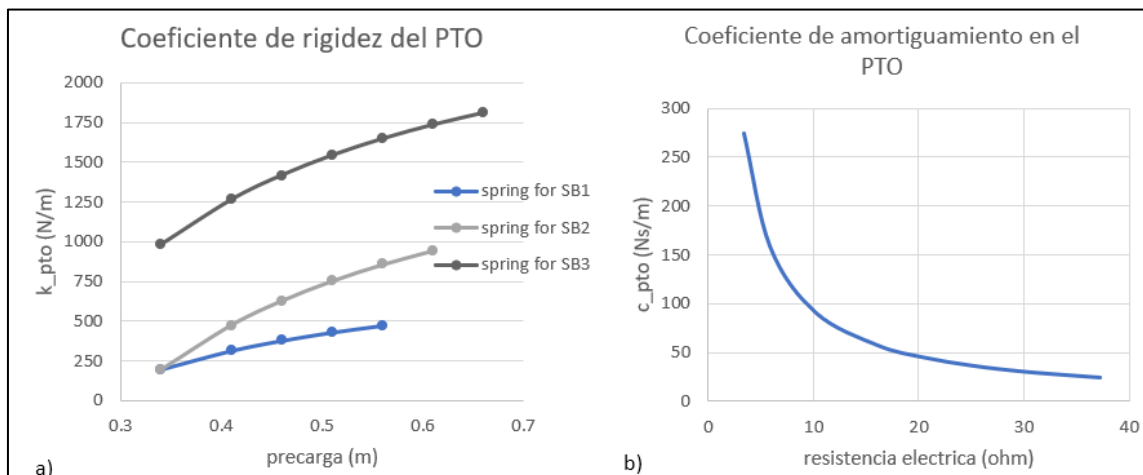


Figura 2-4. a) k_{pto} en función de la precarga para $y = 0.1m$ (ecc. 2.2). b) c_{pto} en función de la resistencia eléctrica (ecc. 2.1).

2.2.3. Diseño y fabricación del sistema de adquisición de datos

El prototipo cuenta con dos cajas/bloques eléctricos, llamadas de control y de potencia.

En la caja de control se encuentra un controlador *Arduino Mega 2560* y un módulo *Data Logger* encargados de medir y almacenar los datos (figura 2-5).

La caja de potencia contiene el puente rectificador trifásico, el banco con ocho resistencias diferentes, un sensor de corriente (ACS712-05A) y un sensor de voltaje para medir la potencia generada (figura 2-5a). El resto de los sensores ubicados fuera de las cajas son: potenciómetro (10 vueltas y 10kohm) en el eje de los engranes que mide el movimiento relativo entre ambos cuerpos, acelerómetro de tres ejes (ADXL335) que mide la aceleración de la boya, y sensor de altura de ola que es un potenciómetro (1 vuelta y 10kohm) unido a un flotador (figura 2-6). Este último sensor, mide la altura de las olas de forma indirecta, en verdad, mide el movimiento de un flotador sobre las olas (figura 2-6d). Pero si el flotador

es lo suficientemente pequeño y liviano para no afectar el campo de presiones de las olas, su movimiento será similar al de las olas. Para el programa de la toma de datos se utilizó la librería *SDFAT* (Greiman, 2019), que logra una alta frecuencia de toma de datos (se usó 500 datos/segundo), aunque está limitada solo a sensores analógicos. Para más detalles, los planos del circuito eléctrico se encuentran en los anexos B.

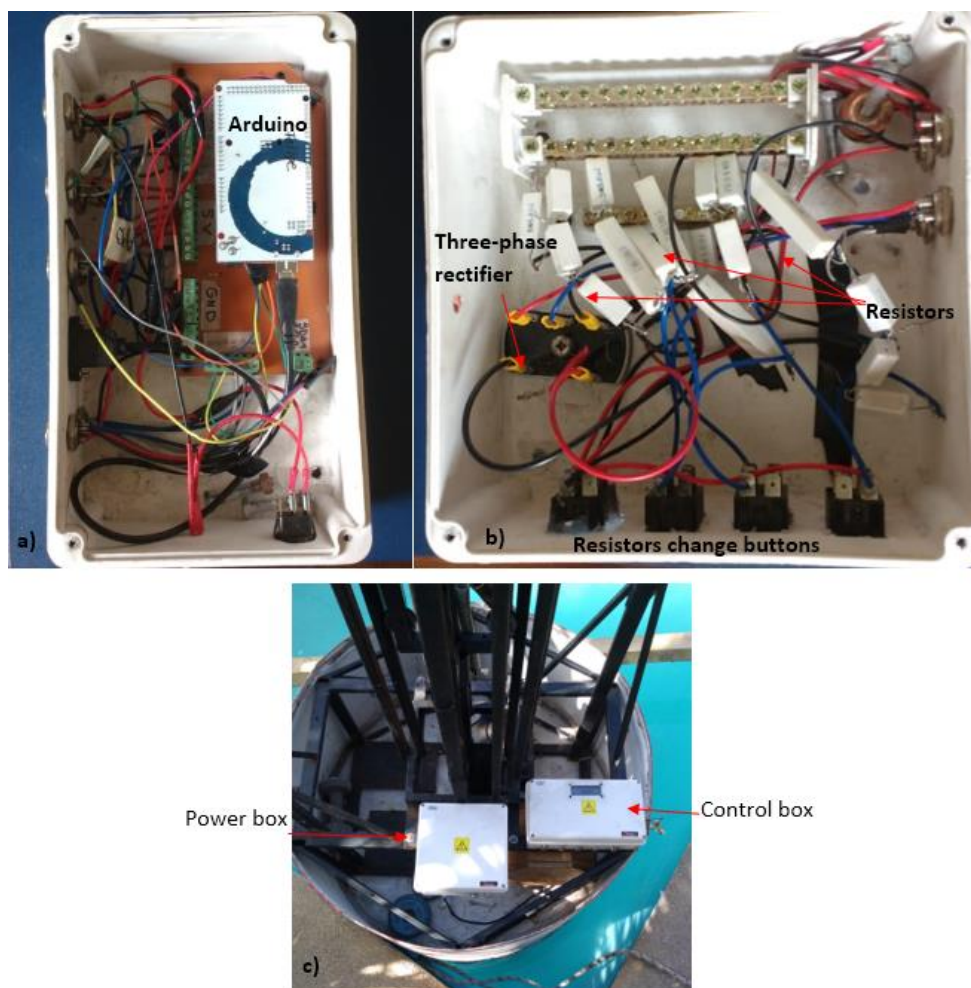


Figura 2-5. a) Caja de control. b) Caja de potencia. c) Cajas instaladas en el prototipo

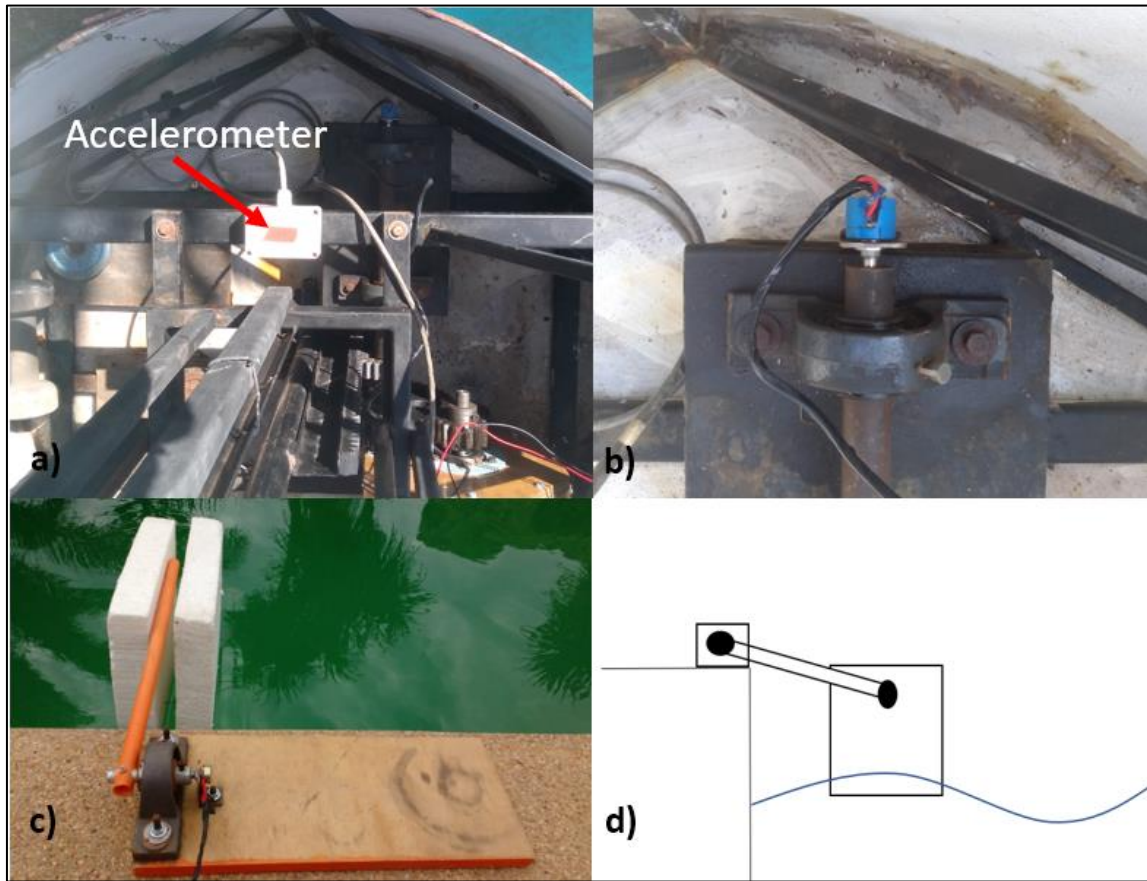


Figura 2-6. a) Acelerómetro de 3 ejes. b) Potenciómetro que mide el movimiento relativo. c) Sensor de altura de ola. d) Esquemático sensor altura de ola.

2.3. Modelo Matemático

2.3.1. Ecuaciones de movimiento

La figura 2-7 muestra un modelo de masas, resortes y amortiguadores equivalente al WEC.

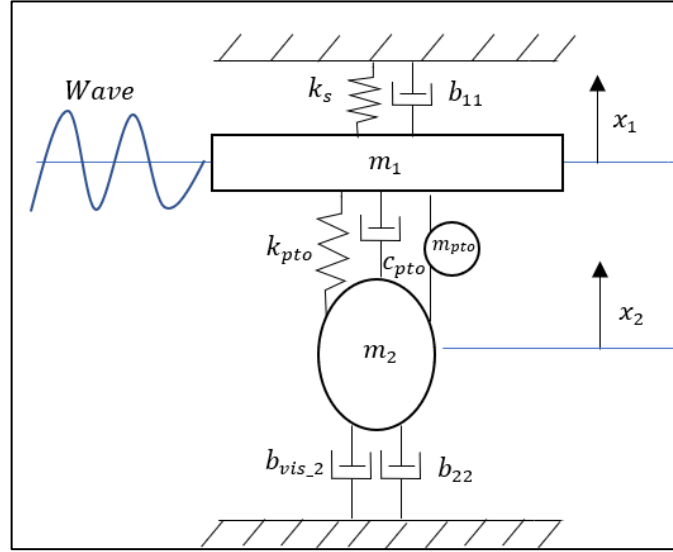


Figura 2-7. Esquemático convertidor de dos cuerpos.

Se utilizó un modelo basado en la teoría lineal de Falnes (Falnes, 2002; Falnes, 1999). El PTO se considera como un amortiguador lineal. La ecuación de movimiento para este sistema de dos cuerpos en forma matricial a partir del esquema en la figura 2-7 es:

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} m_1 + A_{11} + m_{pto} & A_{12} - m_{pto} \\ A_{21} - m_{pto} & m_2 + A_{22} + m_{pto} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} b_{11} + b_{vis1} + c_{pto} & b_{12} - c_{pto} \\ b_{21} - c_{pto} & b_{22} + b_{vis2} + c_{pto} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} k_s + k_{pto} & -k_{pto} \\ -k_{pto} & k_{pto} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_{e1} \\ F_{e2} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.4}$$

De acuerdo con Falnes, los términos cruzados se suponen despreciables si ambos cuerpos están lo suficientemente distanciados, es decir, $b_{12} = b_{21} = A_{12} = A_{21} = 0$. También,

$b_{vis1} = b_{22} = F_{e2} = 0$, debido a que la amortiguación del cuerpo 1 es principalmente por radiación, la amortiguación del cuerpo 2 es principalmente por viscosidad y la fuerza de excitación del oleaje afecta principalmente al cuerpo 1. Las fuerzas externas de excitación F_{e1} y F_{e2} corresponden a fuerzas de difracción. Los valores de A_{11} y b_{11} pueden ser obtenidos con el método de *Eigen-function* (Yeung, 1981; Sabuncu y Calisal, 1981) o mediante softwares (Por ejemplo: Ansys Aqwa (ANSYS, 2019), Wamit (WAMIT. 2019)). La fuerza de las amarras (Vicente et al, 2011) y las de fin de carrera en los mecanismos del PTO no fueron consideradas en esta modelación. Las soluciones analíticas obtenidas en ola regular y el método número utilizado para olas irregulares fueron programados en *Python 3* para llevar a cabo el proceso de optimización. El código puede ser encontrado en los anexos C.

2.3.2. Solución para ola regular

Esta solución es útil porque se obtienen expresiones analíticas que permiten analizar fácilmente como varían los parámetros óptimos del PTO y la generación de potencia, al variar los parámetros estructurales e inerciales del sistema. Además, los parámetros óptimos del PTO encontrados con esta solución, son un punto de partida para las iteraciones que buscan el óptimo en ola irregular. En ola regular la fuerza externa de excitación se considera como una sinusoidal y si el cuerpo es eje-simétrico es apropiado usar relación de Haskind (Newman, 1962). Considerando agua profunda se tiene la siguiente expresión:

$$F_{e1_regular} = \sqrt{\frac{2\rho g^3 b_{11}}{\omega^3}} A_w * \text{sen}(\omega t) \quad (2.5)$$

El problema se resuelve en el dominio de la frecuencia. Considerando que la fuerza externa y la solución son armónicas regulares, se consideran como:

$$F_{e1} = F_1 e^{i\omega t} \quad (2.6)$$

$$x_1 = X_1 e^{i\omega t} \quad (2.7)$$

$$x_2 = X_2 e^{i\omega t} \quad (2.8)$$

Resolviendo para X_1 y X_2 se puede encontrar una expresión para la potencia generada promedio (Liang y Zuo, 2016) (ecc.2.9)

$$\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T c_{pto} (\dot{x}_1 - \dot{x}_2)^2 dt = \frac{1}{2} \omega^2 c_{pto} |X_1 - X_2|^2 \quad (2.9)$$

Se factoriza respecto a c_{pto} , k_{pto} y m_{pto} , separando la parte real e imaginaria y resolviendo el valor absoluto se obtiene la siguiente expresión simplificada para la potencia generada:

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \omega^2 c_{pto} \frac{a^2 + b^2}{(c c_{pto} + e k_{pto} + g m_{pto} + j)^2 + (d c_{pto} + f k_{pto} + h m_{pto} + k)^2} \quad (2.10)$$

Donde:

$$i: \sqrt{-1}$$

$$a = -\omega^2 F_1 (M_2)$$

$$b = \omega b_{vis2} F_1$$

$$c = -\omega^2 (b_{11} + b_{vis2})$$

$$d = \omega k_s - \omega^3 (M_1 + M_2)$$

$$e = k_s - \omega^2 [M_1 + M_2] = \frac{d}{\omega}$$

$$f = \omega (b_{11} + b_{vis2}) = -\frac{c}{\omega}$$

$$g = -\omega^2 k_s + \omega^4 (M_1 + M_2) = -d\omega$$

$$h = -\omega^3 (b_{11} + b_{vis2}) = c\omega$$

$$j = \omega^4 [(m_1 + A_{11})(m_2 + A_{22})] - \omega^2 [(m_2 + A_{22})k_s + b_{11}b_{vis2}]$$

$$k = -\omega^3 [(m_1 + A_{11})b_{vis2} + (m_2 + A_{22})b_{11}] + \omega k_s b_{vis2}$$

$$M_1 = m_1 + A_{11}$$

$$M_2 = m_2 + A_{22}$$

Para encontrar los componentes del PTO óptimos, se deriva la expresión de potencia (ecc.2.10) respecto a cada parámetro y se iguala a cero. Se obtienen los siguientes resultados:

$$\hat{k}_{pto} = \frac{-(e j + f k) + m_{pto}(d^2 + c^2)}{e^2 + f^2} \quad (2.11)$$

$$\hat{m}_{pto} = \frac{-(g j + h k) + k_{pto}(d^2 + c^2)}{g^2 + h^2} \quad (2.12)$$

$$\hat{c}_{pto} = \sqrt{\frac{Num1 + Num2}{d^2 + c^2}} \quad (2.13)$$

$$Num1 = j^2 + k^2 + m_{pto}(2g j + 2h k) + k_{pto}(2e j + 2f k) \quad (2.14)$$

$$Num2 = m_{pto}^2(g^2 + h^2) + k_{pto}^2(e^2 + f^2) - 2m_{pto}k_{pto}(d^2 + c^2) \quad (2.15)$$

Donde $\hat{k}_{pto}$, $\hat{m}_{pto}$ y $\hat{c}_{pto}$ son los parámetros óptimos del PTO. Se obtienen los mismos resultados reportados por Liang (Liang y Zuo, 2016), pero en su trabajo no se consideró el m_{pto} . Aunque en el prototipo m_{pto} se considera cero, es importante considerarlo en las ecuaciones, para que no sea necesario derivar las expresiones nuevamente si en prototipos futuros se añade un disco de inercia. Se puede notar que la solución óptima no depende la

altura de las olas, sino que solo de su frecuencia. Además, $\hat{k}_{pto}$ y $\hat{m}_{pto}$ son independientes de $\hat{c}_{pto}$.

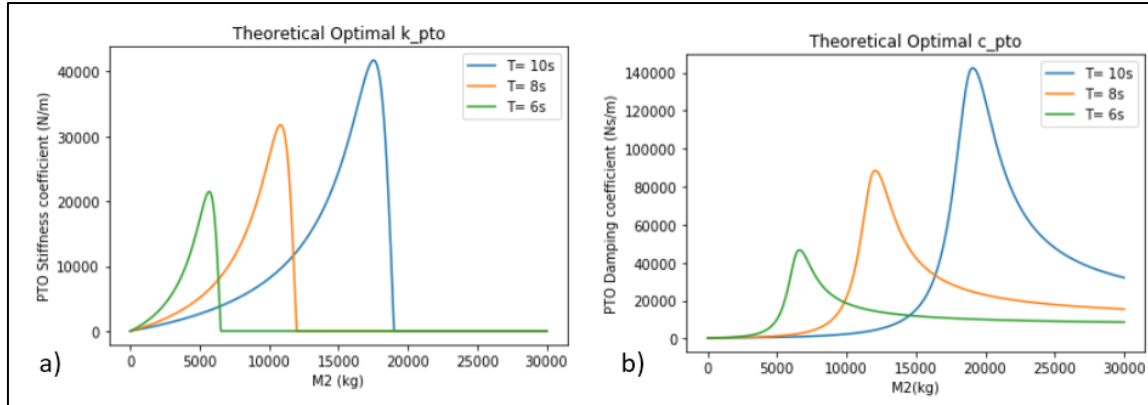


Figura 2-8. Graficos de $\hat{k}_{pto}$ y $\hat{c}_{pto}$ con $M_1=549$ kg, $b_{11} = 620$ N/m, $b_{vis,2} = 0$ Ns/m y $m_{pto} = 0$ kg en ola regular.

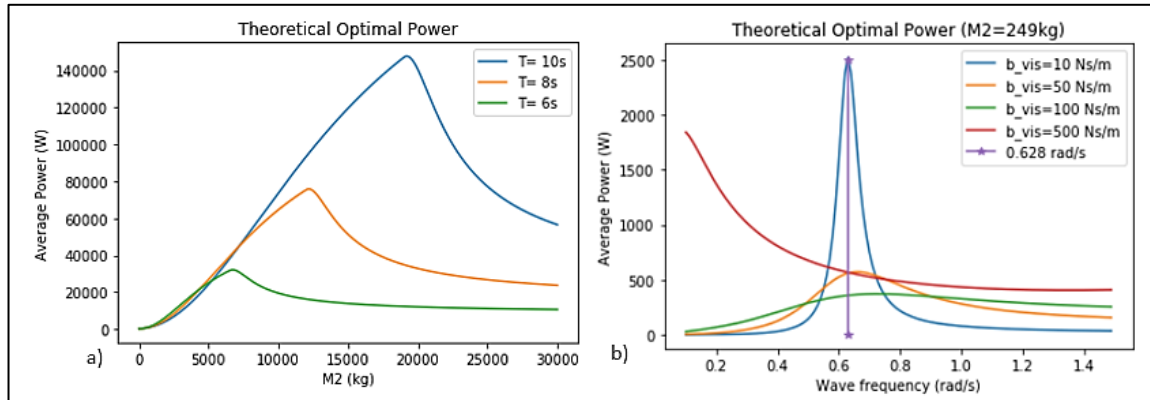


Figura 2-9. Potencia para una boya de $M_1 = 549$ kg y $b_{11} = 620$ N/m y amplitud de ola $A_w = 0.5$ m.

a) Potencia óptima v/s M_2 para diferentes periodos en ola regular con $b_{vis2} = 383$ Ns/m. b) Potencia promedio v/s frecuencia externa para $M_2= 249$ kg con k_{pto} y c_{pto} óptimos para $T=10s$ ($\omega = 0.628$ rad/s) en ola regular.

Para las simulaciones de las figuras 2-8 y 2-9, se utilizaron los parámetros del prototipo para situaciones hipotéticas. La figura 2-8 muestra la gráfica de $\hat{k}_{pto}$ y $\hat{c}_{pto}$ (ecc.2.11 y 2.13) en

función de la masa del cuerpo sumergido para diferentes periodos de ola. Se observa que hay un valor para la masa sumergida crítico en el que $\hat{k}_{pto}$ se vuelve negativo. Para estos casos se deja $\hat{k}_{pto}$ igual a cero, porque un k_{pto} negativo implica el uso de mecanismos que consumen energía y no serán considerados. La figura 2-9 muestra la gráfica de la potencia promedio (ecc.2.10) para $\hat{k}_{pto}$ y $\hat{c}_{pto}$. En la figura 2-9a la potencia aumenta con la masa del cuerpo sumergido hasta la masa crítica, luego disminuye, porque k_{pto} se deja en cero y ya no se cumple la condición de resonancia. Se puede notar que hay un valor óptimo para la masa del cuerpo sumergido. Martin (Martin et al, 2019) obtuvo una razón de masas (M_2/m_1) óptimo alrededor de 37, el cual es muy difícil de implementar en la práctica. Además, la potencia generada disminuye al aumentar la frecuencia externa, debido a que la fuerza de excitación disminuye con la frecuencia.

La figura 2-9b muestra que en el óptimo los componentes del PTO cumplen la condición de resonancia, en la que una de las dos frecuencias naturales es igual a la frecuencia de excitación, generando un pico de potencia. No obstante, esto se dejaría de cumplir cuando el valor de la viscosidad del cuerpo sumergido es grande, por lo que es necesario que el cuerpo sumergido posea una forma con bajo coeficiente de arrastre. Del mismo modo la potencia disminuye con el aumento de la viscosidad en el cuerpo sumergido. En consecuencia, es necesario diseñar el cuerpo sumergido minimizando su coeficiente de viscosidad y los componentes del PTO deben adaptarse a la frecuencia externa.

2.3.3. Solución para ola irregular

En la realidad, las olas no son regulares, pero se pueden considerar como una superposición de sinusoidales. Para modelar esto, es conveniente utilizar el análisis espectral. Los espectros de ola son una relación empírica que define la distribución de energía para las diferentes frecuencias dentro del océano. Para un mar completamente desarrollado, que es cuando el oleaje es producido por vientos que soplan constantemente sobre una gran superficie (5.000 longitudes de onda por lados) durante un largo tiempo (10.000 periodos de ola), se utiliza el espectro de Pierson-Moskowitz (Pierson y Moskowitz, 1964) (figura 2-10a). Este espectro tiene la siguiente expresión:

$$S(\omega) = \frac{263H_s^2}{T_e^4\omega^5} * \exp\left(-\frac{1054}{T_e^4\omega^4}\right) \quad (2.16)$$

Donde H_s es la altura significativa y se obtiene sacando el promedio del tercio de olas más altas registradas y T_e es el periodo promedio de las olas. Sin embargo, se puede obtener el espectro de cualquier locación a partir de las mediciones de la altura de las olas (CEM, 2002). Utilizando el espectro se puede obtener la fuerza externa de excitación para olas irregulares, como una superposición de sinusoidales de todas las frecuencias que se encuentran en el océano (ecc.2.17) (Guo et al, 2017).

$$F_{e1_irregular}(t) = \sum_{j=1}^n \sqrt{\frac{2\rho g^3 b_{11}(\bar{\omega}_j)}{\bar{\omega}_j^3}} * \sqrt{2\Delta\omega_j S(\bar{\omega}_j)} * \cos(\bar{\omega}_j t + 2\pi R_a) \quad (2.17)$$

Donde:

- $\bar{\omega}_j = \frac{\omega_{j+1} + \omega_j}{2}, (j = 0, \dots, n)$

- $\Delta\omega_j = \omega_{j+1} - \omega_j, (j = 0, \dots, n)$
- ω_j : discretización eje de la frecuencia, $(j = 0, \dots, n), (\omega_0 = 0, \omega_n \gg 0 \text{ rad/s})$
- R_a : es un número aleatorio entre 0 y 1.
- $S(\omega)$: espectro de Pierson-Moskowitz

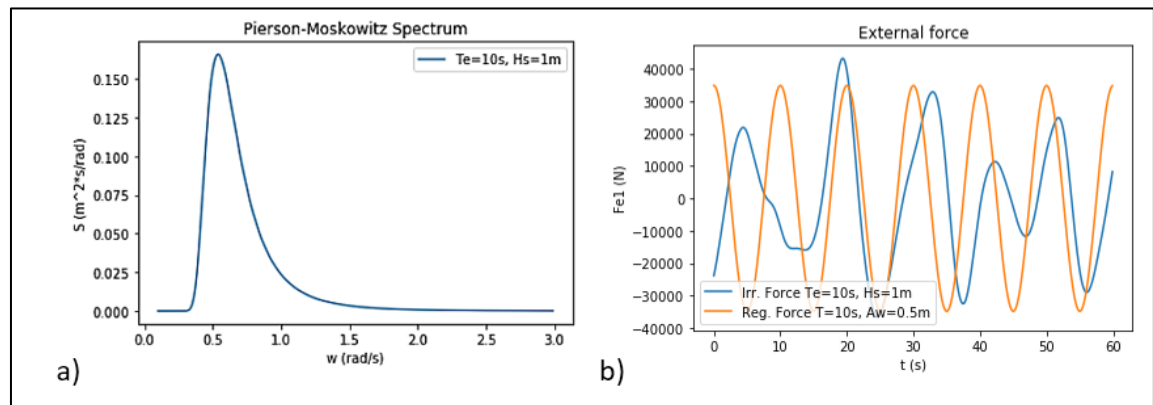


Figura 2-10. a) Espectro de Pierson-Moskowitz. b) Comparación teórica de fuerza de excitación en ola regular v/s ola irregular.

A diferencia de la fuerza de excitación en ola regular (ecc.2.5), en ola irregular se considera como una superposición de sinusoidales, donde el espectro le da mayor amplitud a las sinusoidales con frecuencias cercanas a la promedio.

En el caso de ola irregular, este problema no puede ser resuelto por el método de fasores (dominio de la frecuencia), ya que la fuerza externa no es una armónica regular. Por lo tanto, debe ser resuelto en el dominio del tiempo. Para esto, se utilizó el método numérico de Newmark de aceleración constante (Lindfield y Penny, 2019), que asume que la aceleración permanece constante entre los instantes de tiempo t_n y t_{n+1} (discretización del eje del tiempo). Este método, es utilizado porque es consistente para resolver ecuaciones de

segundo orden y se puede extender fácilmente a sistemas de dos grados de libertad. Además, es incondicionalmente estable y el resultado mejora al disminuir Δt . Primero, se obtiene $\ddot{X}(0) = \ddot{X}_0$ evaluando las condiciones iniciales $X(0) = X_0$ y $\dot{X}(0) = \dot{X}_0$ en la ecuación de movimiento (ecc.2.18).

$$M\ddot{X} + C\dot{X} + KX = F \quad (2.18)$$

Luego se itera para X_{n+1} , $\ddot{X}_{n+1}$ y $\dot{X}_{n+1}$

$$\begin{aligned} X_{n+1} \left(\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{\gamma C}{\Delta t} + \beta K \right) \\ = \beta F_{n+1} + \left(\frac{M}{\Delta t^2} + \frac{\gamma C}{\Delta t} \right) X_n + \left(\frac{M}{\Delta t} + (\gamma - \beta)C \right) \dot{X}_n \\ + \left(\left(\frac{1}{2} - \beta \right) M + \frac{\Delta t(\gamma - 2\beta)C}{2} \right) \ddot{X}_n \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\ddot{X}_{n+1} = \frac{X_{n+1} - X_n}{\beta \Delta t^2} - \frac{\dot{X}_n}{\beta \Delta t} - \left(\frac{1}{2\beta} - 1 \right) \ddot{X}_n \quad (2.20)$$

$$\dot{X}_{n+1} = \dot{X}_n + \left((1 - \gamma)\ddot{X}_n + \gamma\ddot{X}_{n+1} \right) \Delta t \quad (2.21)$$

Con $\beta = \frac{1}{4}$ y $\gamma = \frac{1}{2}$ constantes del método.

Finalmente, la potencia promedio generada se obtiene con:

$$\bar{P} = \frac{\sum_{i=0}^m c_{pto} (\dot{x}_{1i} - \dot{x}_{2i})^2}{m} \quad (2.22)$$

En la ecuación anterior, el dominio del tiempo fue dividido en m puntos con $i = 0, \dots, m$. Entonces, $\dot{x}_{1i}$ y $\dot{x}_{2i}$ son la velocidad de los cuerpos en el instante i .

Para obtener los componentes óptimos, se utiliza el método de optimización del gradiente.

Se empieza con vector de diseño D_n que contiene las variables de diseño (ecc.2.23). donde

el subíndice n es el número de la iteración. En este caso se barre el espacio de diseño variando los componentes del PTO.

$$D_n = \begin{bmatrix} m_{pto_n} \\ c_{pto_n} \\ k_{pto_n} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

Se empieza con un vector de diseño factible inicial D_0 (se recomienda usar el óptimo para ola regular). Para cada iteración, se crean los vectores D_{jn} ($j = 0,1,2$), obtenidos al sumar una pequeña cantidad (se utilizó 1% del valor de la variable) en la posición j del vector D_n .

Entonces se tienen:

$$D_{0n} = \begin{bmatrix} m_{pto_n} + \Delta m_{pto_n} \\ c_{pto_n} \\ k_{pto_n} \end{bmatrix}, D_{1n} = \begin{bmatrix} m_{pto_n} \\ c_{pto_n} + \Delta c_{pto_n} \\ k_{pto_n} \end{bmatrix} \quad (2.24)$$

$$D_{2n} = \begin{bmatrix} m_{pto_n} \\ c_{pto_n} \\ k_{pto_n} + \Delta k_{pto_n} \end{bmatrix}$$

Con esto se calcula el gradiente de la potencia de la siguiente manera:

$$P_{grad_n} = \begin{bmatrix} (\bar{P}(D_{n0}) - \bar{P}(D_n)) / \Delta m_{pto} \\ (\bar{P}(D_{n1}) - \bar{P}(D_n)) / \Delta c_{pto} \\ (\bar{P}(D_{n2}) - \bar{P}(D_n)) / \Delta k_{pto} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

El nuevo vector de diseño se obtiene con:

$$D_{n+1} = D_n + \hat{P}_{grad_n} * \varepsilon \quad (2.26)$$

Donde $\hat{P}_{grad} * \varepsilon$ es el vector gradiente unitario multiplicado por un factor de avance. Se itera para nuevos vectores de diseño hasta que $P_{n+1} - P_n < 0$.

Se buscó el óptimo en ola irregular para boya hipotética de $M_1 = 549 \text{ kg}$, $b_{11} = 620 \text{ Ns/m}$, cuerpo sumergido $M_2 = 249 \text{ kg}$, $b_{vis2} = 383 \text{ Ns/m}$, con m_{pto} fijo en cero para todas las

iteraciones y con un estado del océano $T_e = 10s$ y $H_s = 1m$. Se utilizó como vector de diseño inicial $k_{pto} = 91.3$ N/m y $c_{pto} = 392.2$ Ns/m que es el resultado óptimo para ola regular con $\omega = 0.62$ rad/s y $A_w = 0.5m$. Luego de las iteraciones, se obtienen los componentes óptimos del PTO, $\hat{k}_{pto} = 77$ N/m y $\hat{c}_{pto} = 405$ Ns/m y una potencia promedio de 239 W. En la figura 2-11 se puede ver una simulación teórica de la fuerza externa, el movimiento relativo entre ambos cuerpos y la potencia generada para el óptimo encontrado utilizando este método para ola irregular.

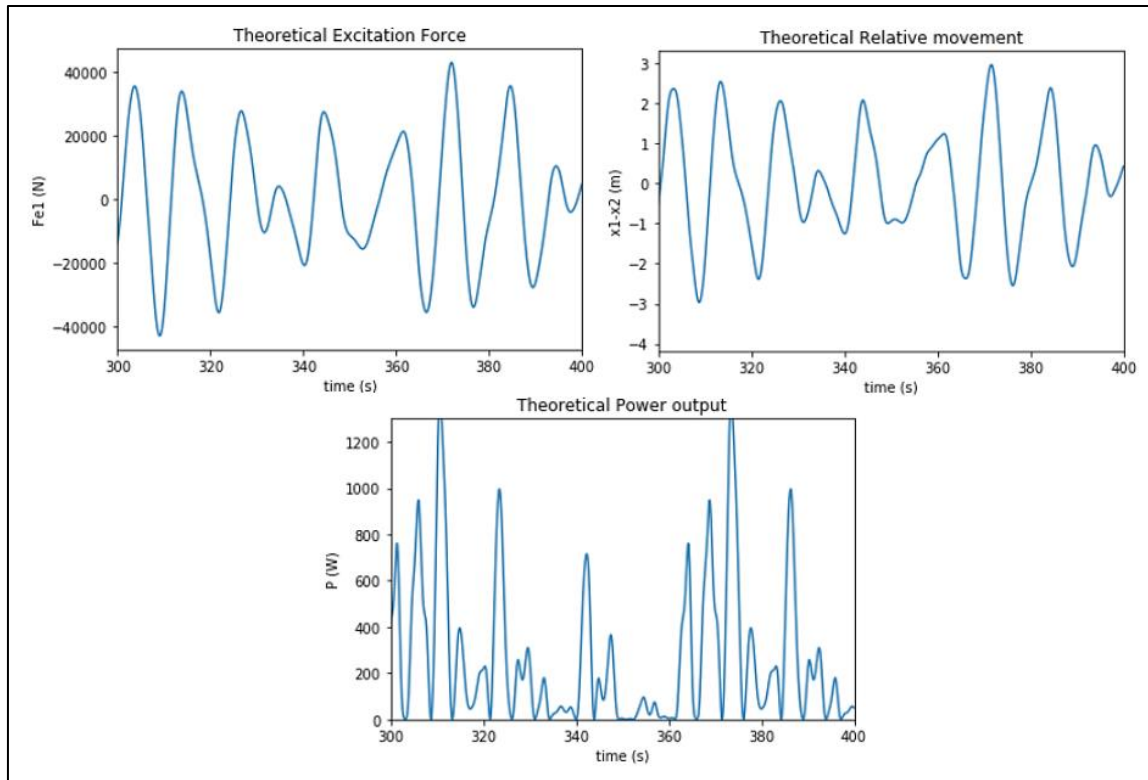


Figura 2-11. Simulación en olas irregulares.

2.4. Resultados experimentales y discusión

2.4.1. Medición de coeficientes hidrodinámicos

Se obtuvo $M_1 = m_1 + A_{11}$ y b_{11} para la boya y $M_2 = m_2 + A_{22}$ y $b_{vis,2}$ para cada uno de los cuerpos sumergidos. Para esto, se midió experimentalmente la frecuencia natural y la frecuencia amortiguada de los cuerpos moviéndose en el agua y se despejaron los coeficientes de masa equivalente M_i y amortiguación equivalente b_i de las siguientes expresiones:

$$M_i = \frac{k_i}{\omega_n^2} \quad (2.27)$$

$$d = 1 - \left(\frac{\omega_d}{\omega_n} \right)^2 \quad (2.28)$$

$$b_i = 2d\sqrt{k_i M_i} \quad (2.29)$$

Donde:

- k_i : coeficiente de rigidez (de flotación para la boya y de resortes externos para los cuerpos sumergidos)
- ω_n, ω_d : frecuencia natural y frecuencia amortiguada.
- d : razón de amortiguamiento crítico.

Con un sensor se midió la posición de los cuerpos (figura 2-12). Para obtener ω_n el cuerpo fue excitado a la frecuencia con la que se amplificaba la amplitud. Para obtener ω_d el cuerpo se puso en una condición inicial diferente de cero y se dejó evolucionar libremente hasta que se detuviera. Las frecuencias fueron obtenidas a partir de la transformada de Fourier (figura 2-13) de su movimiento. También, se comprobó midiendo el tiempo entre picos obteniendo

resultados similares. La tabla 2-3 muestra los resultados experimentales para los coeficientes hidrodinámicos.

Tabla 2-3 Resultados experimentales de masa y amortiguación agregada.

Cuerpo	M_i : Masa equivalente (kg)	b_i : Amortiguación equivalente (Ns/m)
Boya	549	620
Sumergido 1 (SB1)	76	143
Sumergido 2 (SB2)	147	242
Sumergido 3 (SB3)	249	383

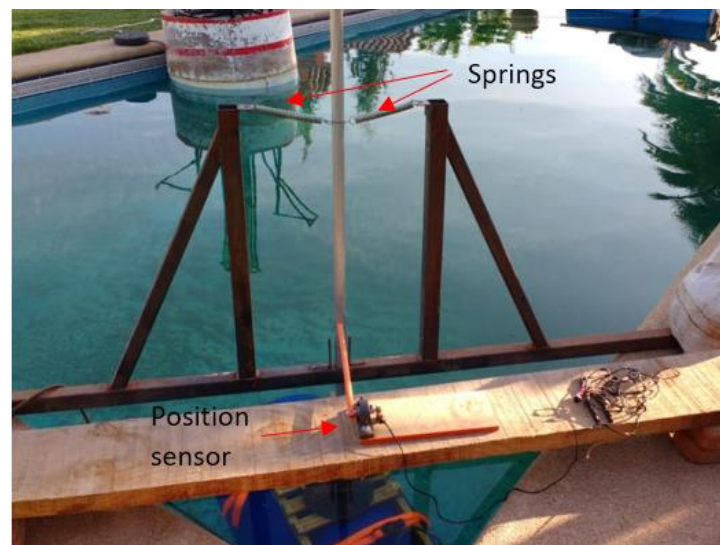


Figura 2-12. Sistema de medición de coeficientes hidrodinámicos para los cuerpos sumergidos.

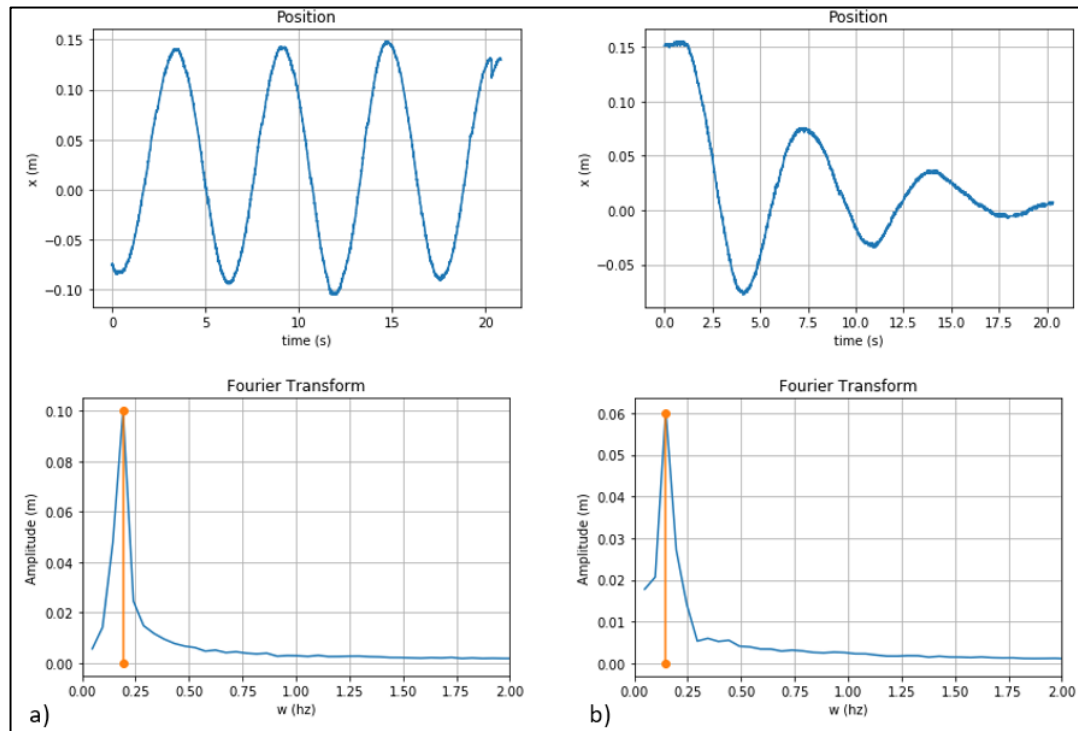


Figura 2-13. Posición y transformada de Fourier para SB3. a) Frecuencia natural. b) Frecuencia amortiguada.

2.4.2. Sistema de generación de olas

La figura 2-14 muestra el simple sistema de generación de olas que fue construido para los experimentos.



Figura 2-14. Generador de olas

El tanque de pruebas tenía un largo de 10m, un ancho de 5m y una profundidad de 1.8m. Para realizar las pruebas, se diseñó un generador de olas (figura 2-14) que consiste en un sistema de flotadores que se mueven verticalmente sobre la superficie. Esto hace resonar el agua del tanque, generando de forma sencilla, olas lo suficientemente grandes para hacer funcionar el prototipo. Es accionado de forma manual, realizando un movimiento vertical fuera del tanque (flechas rojas), lo que produce un movimiento vertical en los flotadores (flechas verdes). La altura máxima de las olas producidas fue de 16cm aproximadamente y depende de la distancia entre la superficie del agua y el borde del tanque. El generador de olas es capaz de generar una frecuencia de 0.55 Hz, que es su frecuencia natural de flotación y con la que se logra la resonancia. Se puede cambiar esta frecuencia agregando masa sobre los flotadores, pero se necesita agregar una gran cantidad para tener un cambio significativo.

Para generar diferentes alturas de olas, se colocaron topes de diferentes tamaños en la palanca del operario (rectángulo rojo) para limitar el movimiento. La altura y la frecuencias de las olas se verifican con el sistema de medición de la altura de ola (Figura 2-6c).

2.4.3. Resultados experimentales y medición de la incertidumbre

Para posicionar los sensores y realizar el análisis de datos, se utilizaron las recomendaciones de (Payne. 2008). Las figuras 2-15 y 2-16 muestran un ejemplo de lo medido por los sensores al generar las olas más grandes posibles con el cuerpo sumergido 3 (SB3). Las olas generadas eran regulares y entre 14 a 16 cm de altura máxima (diferencia entre cresta y valle). Se obtuvieron potencias máximas de 20W (8.9W promedio), voltajes máximos de 12V (6.9V promedio) y un movimiento relativo de 15cm aproximadamente.

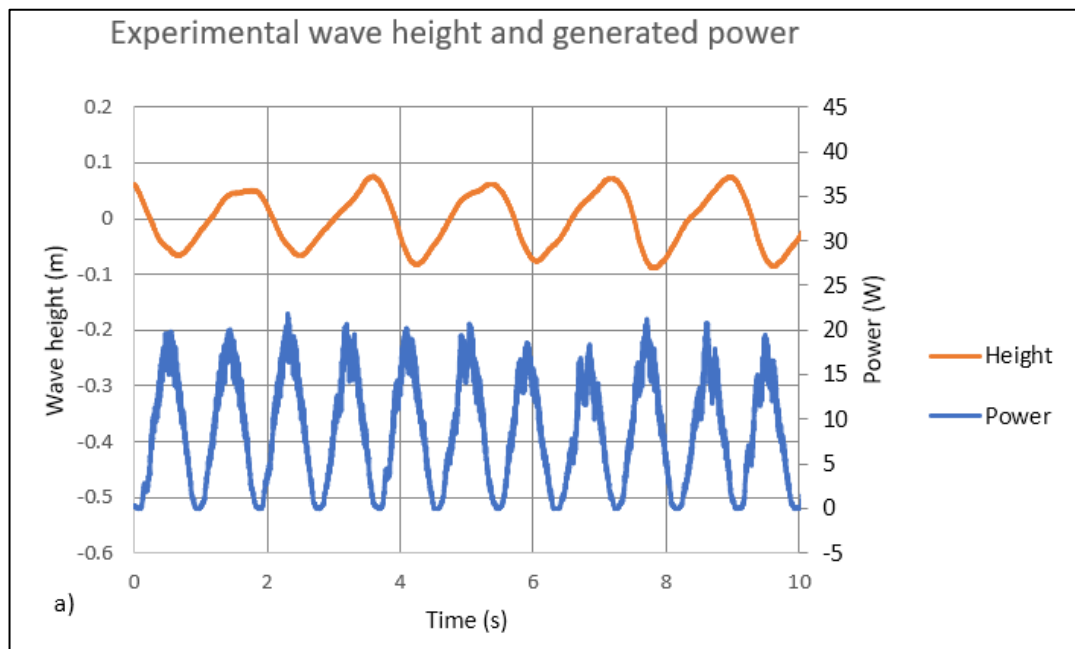


Figura 2-15. Prueba de funcionamiento, altura de ola y potencia generada para SB3.

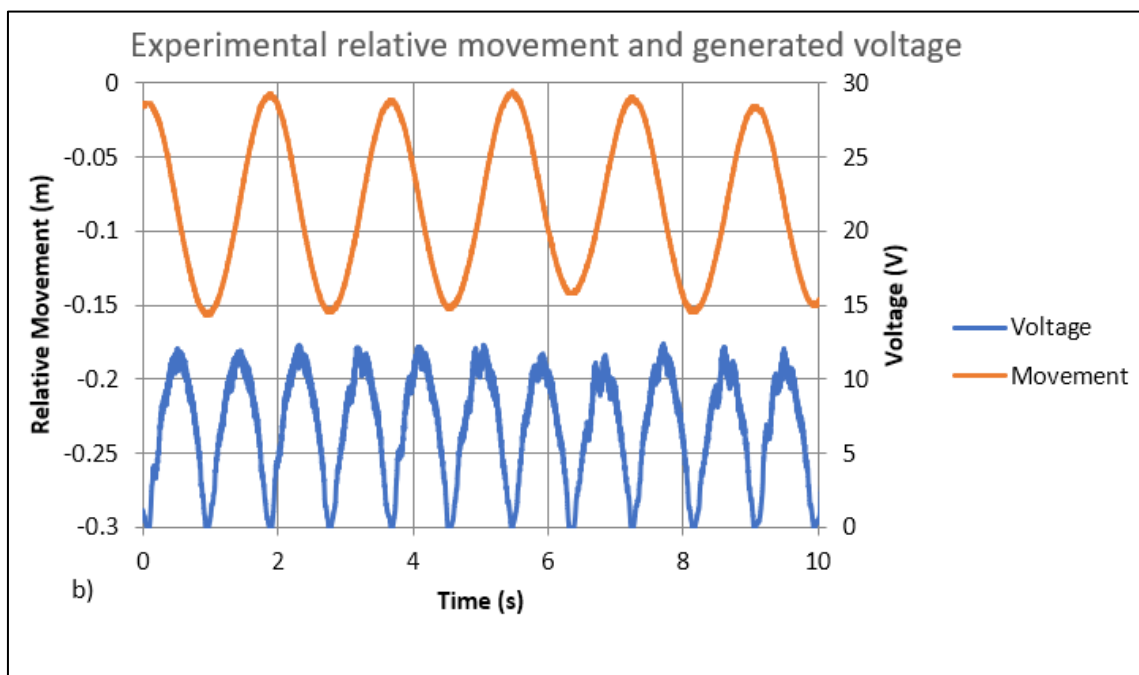


Figura 2-16. Prueba funcionamiento movimiento relativo y voltaje generado para SB3

La tabla 2-4 muestra la incertidumbre en las mediciones de acuerdo con la mínima división de la escala de los instrumentos.

Tabla 2-4. Incertidumbre de las mediciones

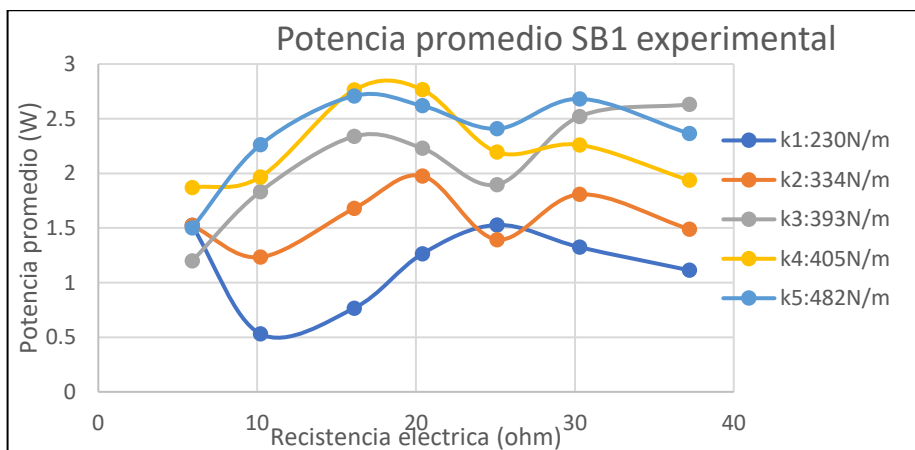
Variable	Uncertainty
Voltage (V)	$\pm 16.7 \text{ mV}$
Current (A)	$\pm 23 \text{ mA}$
Power (W)	$\pm 0.18 \text{ W}$
Wave Height (m)	$\pm 0.0027 \text{ m}$
Relative Motion (m)	$\pm 0.0025 \text{ m}$
Electric Resistance (Ω)	$\pm 0.1 \Omega$
Preload (m)	$\pm 0.01 \text{ m}$

2.4.4. Componentes óptimos experimentales del PTO

Para los tres diferentes cuerpos sumergidos que se usaron se buscó experimentalmente la combinación de c_{pto} y k_{pto} , que maximizaba la generación de potencia para el oleaje generado (figura 2-17). Esto se hizo probando diferentes combinaciones de resistencia eléctrica en el generador y precargas de los resortes. La tabla 2-5 muestra un resumen de los resultados óptimos. La figura 2-17 muestra cómo varía la potencia para diferentes combinaciones, estas pruebas fueron realizadas con olas entre 10-12cm de altura.

Tabla 2-5. Valores componentes del PTO óptimos experimentales.

Sumerged Body	$\hat{k}_{pto}$ (N/m)	$\hat{c}_{pto}$ (Ns/m)
SB1 (76 kg)	405	37.4
SB2 (147 kg)	794	91.6
SB3 (249 kg)	1396	118.3



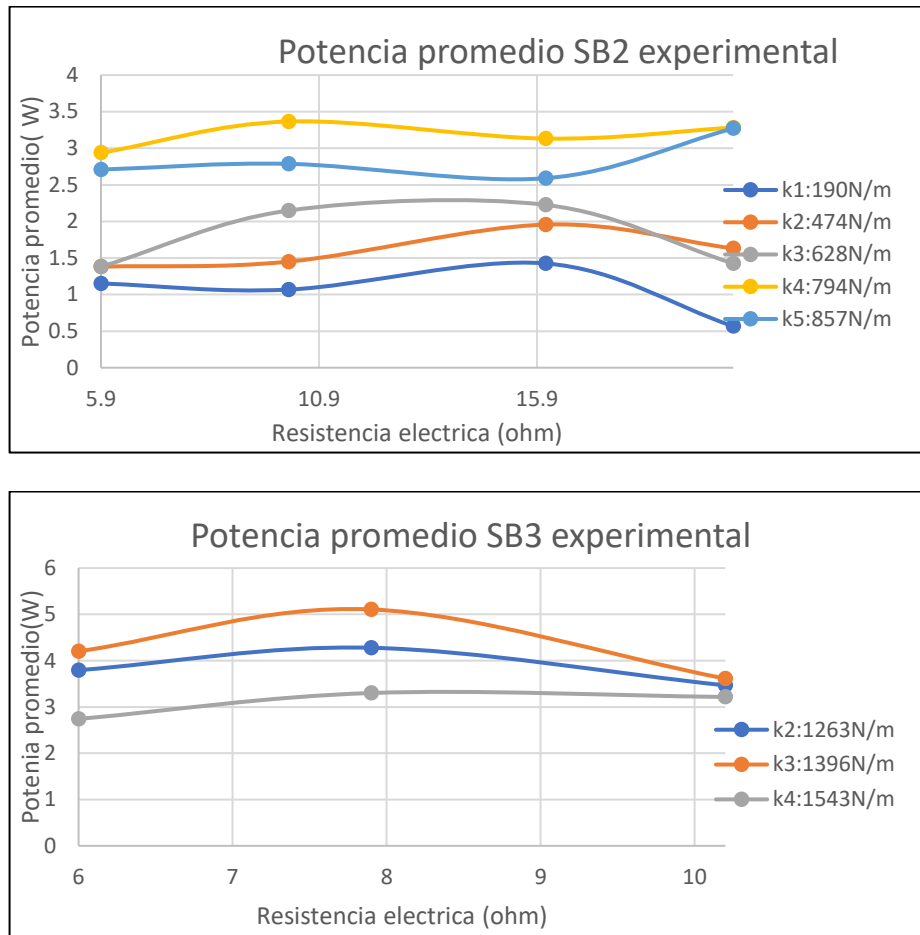


Figura 2-17. Potencia promedio para diferentes combinaciones de c_{pto} y k_{pto} , para los tres cuerpos sumergidos.

2.4.5. Validación del modelo

Se compararon los resultados óptimos ($\hat{c}_{pto}$ y $\hat{k}_{pto}$) experimentales con el modelo de ola regular. Para estimar el porcentaje del error relativo del modelo, se utilizó la siguiente formula:

$$\frac{Valor\ experimental - Valor\ teórico}{Valor\ experimental} * 100 \quad (30)$$

La figura 2-18a muestra que el modelo hace una buena estimación del valor de $\hat{c}_{pto}$ si se considera un porcentaje de pérdidas por fricción. Se consideraron diferentes porcentajes de fricción y con un 75%, las curvas coinciden bastante teniendo un porcentaje de error relativo promedio de 26,7%. Esto se puede explicar porque experimentalmente solo se pudo medir la contribución a la amortiguación debida al generador ($c_{generator}$). Sin embargo, en esta escala donde las potencias producidas son bajas, las pérdidas por roce no fueron despreciables, por lo que, $c_{pto} = c_{generator} + c_{pérdidas}$. La figura 2-18a muestra que si consideramos $c_{pérdidas}$ como un porcentaje de $\hat{c}_{pto}$, las curvas teóricas se aproximan a la experimental al restar las pérdidas por roce al $\hat{c}_{pto}$. Además, a mayor masa en el cuerpo sumergido se tenía mayor inestabilidad en el sistema, lo que producía mayor roce. Esto se ve reflejado en que, a mayor masa del cuerpo sumergido, mayor es la diferencia entre el valor teórico y el experimental del $\hat{c}_{pto}$.

La figura 2-18b muestra que el modelo hace una predicción aceptable para el valor de $\hat{k}_{pto}$ para las dos masas del cuerpo sumergido más pequeñas (SB1 Y SB2) con un porcentaje de error relativo promedio de 19,1%, pero para SB3 el valor experimental de $\hat{k}_{pto}$ diverge del teórico. Esto se puede explicar porque el modelo considera un k_{pto} lineal equivalente promedio, pero en la realidad es no lineal. A medida que aumenta la masa del cuerpo sumergido los efectos no lineales podrían adquirir mayor importancia. Además, si se utiliza un M_1 menor, los resultados experimentales concuerdan mejor con los teóricos. En la práctica, M_1 podría ser menor, ya que para su cálculo se consideró el flotador perfectamente sellado, pero en la practica el EPS (plumavit) no cubre todos los espacios y puede entrar

agua en el flotador (no es totalmente estanco) aumentando el valor efectivo de la masa equivalente M_1 .

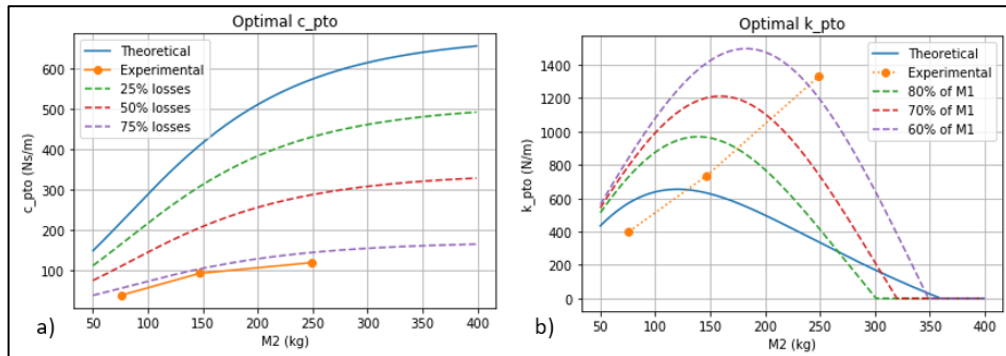


Figura 2-18. Comparación componentes del PTO óptimos experimentales v/s teóricos

La figura 2-19a muestra el movimiento relativo teórico y experimental entre ambos cuerpos con un porcentaje de error relativo del 28%. La similitud de estas curvas nos indica que el óptimo teórico coincide con el óptimo experimental. La figura 2-19b muestra la potencia en función del tiempo experimental y teórica para SB3 para una altura de ola de 0.15m. El modelo realiza una buena predicción cuando se consideran las perdidas por roce. Con una fricción entre 50% y 75% se tiene un error relativo promedio entre 32,7% y 33,6%.

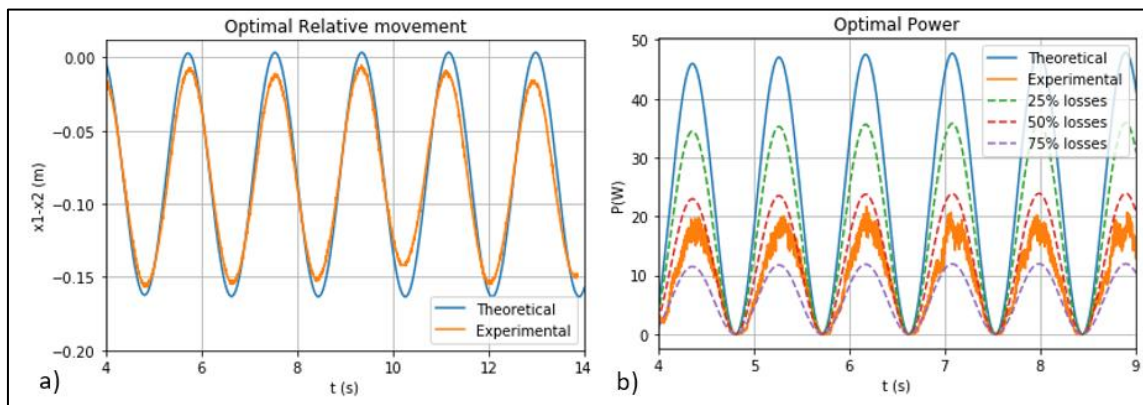


Figura 2-19. Comparación movimiento relativo y potencia optima en función del tiempo experimental v/s teórica.

Una vez encontrados los componentes óptimos del PTO ($\hat{c}_{pto}$ y $\hat{k}_{pto}$) experimentales para cada cuerpo sumergido, se midió experimentalmente la potencia generada para diferentes alturas de olas. Los resultados experimentales y teóricos tienen el mismo comportamiento como muestra la figura 2-20a, la potencia aumenta con la masa del cuerpo sumergido y con la altura de las olas. La figura 2-20b muestra que, si se consideran las perdidas por roce, las curvas teóricas se aproximan a la experimental. El modelo realiza una buena predicción para la potencia generada con un porcentaje de error del 38,9% asumiendo un 75% de perdidas por fricción. La figura 2-21 muestra las líneas de tendencia de los resultados experimentales de la potencia en función de la altura. Las curvas son cuadráticas, lo que coincide con la teoría (Fanles, 2002; Fanles, 1999). Se estima que, para olas de 1 metro se generarían potencias entre 400-600W, lo cual es aceptable para pequeñas aplicaciones. La potencia máxima teórica que se podría extraer de las olas viene dada por la expresión de Fanles

(ecc.2.31). Utilizando esta expresión se obtiene una eficiencia del 48,3% con el cuerpo sumergido SB3 y con olas de 1m de altura.

$$P_{max} = \frac{\rho g^3 A_w^2}{4\omega^3} \quad (31)$$

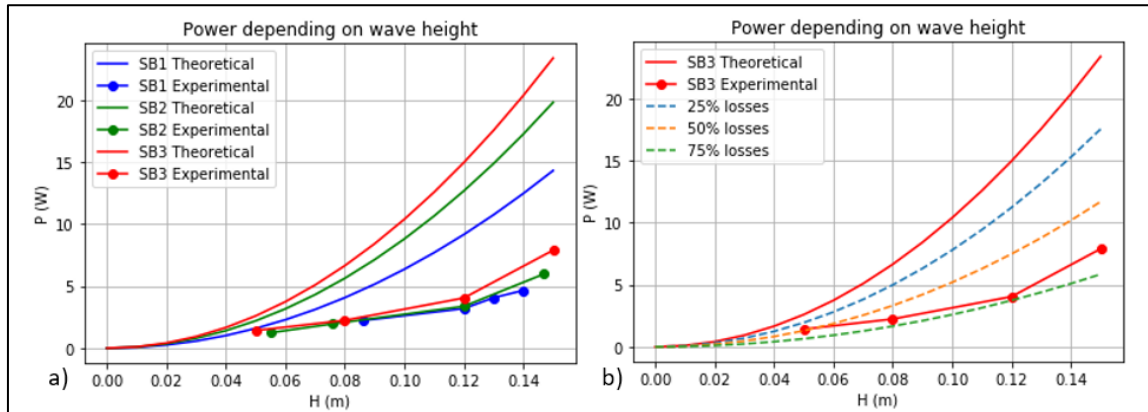


Figura 2-20. Potencia en función de la altura de ola. a) Teórica v/s experimental. b) Considerando el roce para SB3.

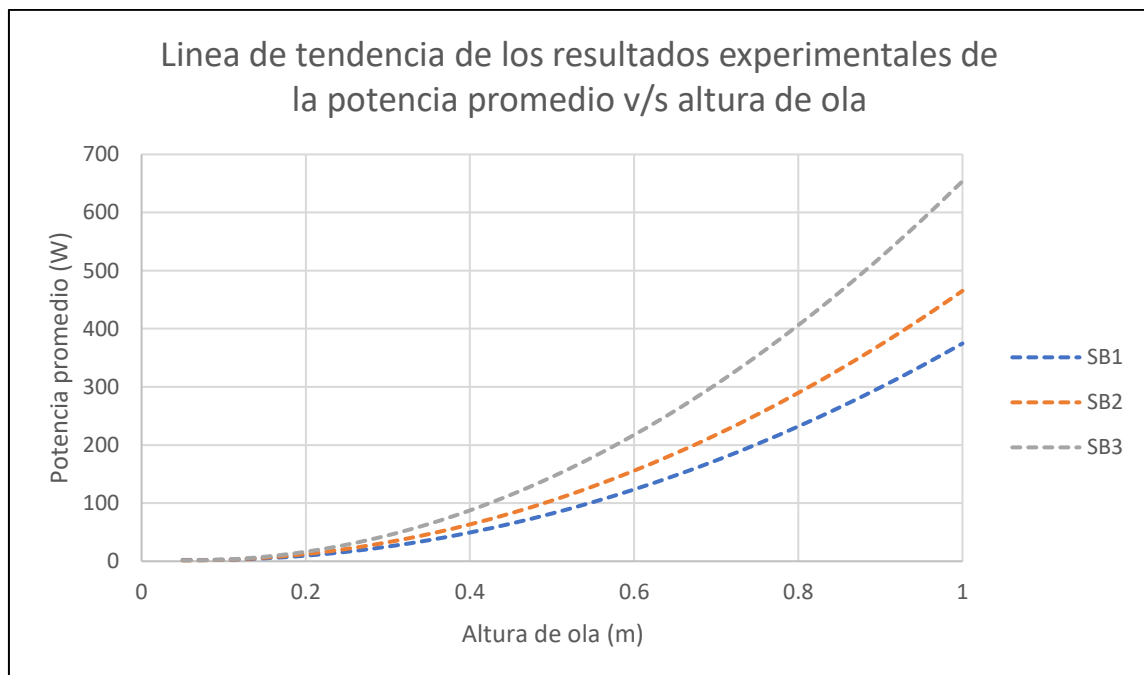


Figura 2-21. Líneas de tendencia para la potencia en función de la altura de ola experimentales.

2.5. Conclusiones y trabajos futuros

Se modeló, diseñó, fabricó y testeó un convertidor undimotriz (WEC, *wave energy converter*) de dos cuerpos. El modelo matemático se basó en la teoría lineal de convertidores de dos cuerpos de Fanles. Con este modelo se pueden obtener resultados teóricos para la amortiguación y rigidez óptimos del sistema de toma de fuerza (PTO, *power take-off*) y para la potencia generada. Se hicieron pruebas en tanque y se encontraron experimentalmente los componentes óptimos del PTO (figura 2-17) y se compararon con los resultados teóricos del modelo (figura 2-18). También, se midió la variación de la potencia respecto a la altura de las olas en olas (figura 2-20). De los resultados teóricos y experimentales se pueden hacer las siguientes conclusiones:

- Los coeficientes de amortiguamiento y rigidez del PTO óptimos ($\hat{c}_{pto}$ y $\hat{k}_{pto}$) generan condición de resonancia en la que se amplifica la potencia generada. Por otra parte, teóricamente se obtuvo que a mayor frecuencia de excitación y a mayor viscosidad en el cuerpo sumergido, disminuye la potencia generada.
- La configuración del PTO propuesta permite ajustar los parámetros c_{pto} y k_{pto} , lo cual es muy conveniente para maximizar la potencia generada por el WEC para diferentes condiciones de las olas.
- El modelo hace una buena predicción para el movimiento relativo óptimo entre los cuerpos. Además, si se considera el roce interno, también hace una buena predicción para el c_{pto} óptimo y para la potencia generada. Sin embargo, realiza una predicción menos precisa para el k_{pto} óptimo, estas diferencias podrían ser causadas por la no

linealidad de este parámetro en la configuración del prototipo, el cual fue asumido lineal en el modelo por simplicidad.

- Al extrapolar los resultados experimentales a mayores alturas de olas, se obtiene que para olas de 1m se podrían producir potencias de 400-600W, lo que en 12 horas podría cargar una batería de 12V y 50 Ah, útil para pequeñas aplicaciones.

Dado lo anterior, este WEC que incorpora un PTO configurable que puede considerarse un paso significativo hacia la explotación sostenible de la energía de las olas oceánicas, al menos a nivel de pequeña escala. La arquitectura del WEC es simple para fines de fabricación y el modelo matemático es manejable para fines de diseño. Se están solicitando permisos para el despliegue y pruebas en el mar del prototipo, con la esperanza de que en el futuro cercano recolecte mediciones experimentales a largo plazo. Mientras tanto, se están llevando a cabo una serie de mejoras, como la reducción de la fricción del carro deslizante y la incorporación de un módulo inteligente para configurar continuamente en tiempo real la rigidez del resorte del PTO, ya que en la actualidad solo se puede cambiar de forma discreta y manual.

BIBLIOGRAFÍA

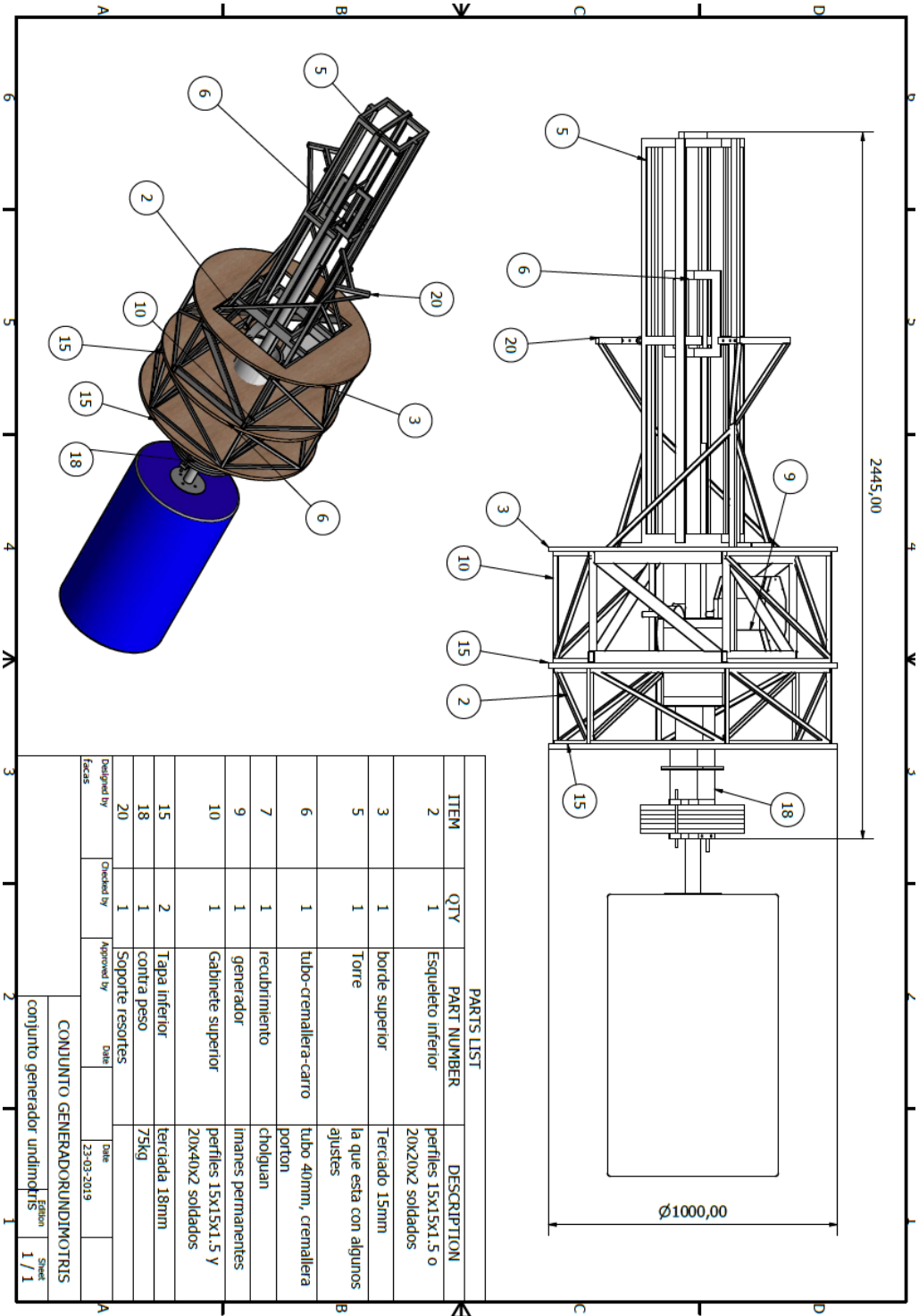
- ANSYS Aqwa, ANSYS. <https://www.ansys.com/products/structures/ansys-aqwa> , [Last access December 2019]
- Babarit, A., Hals, J., Muliawan, M. J., Kurniawan, A., Moan, T., & Krokstad, J. (2012). *Numerical benchmarking study of a selection of wave energy converters. Renewable Energy*. doi:10.1016/j.renene.2011.10.002
- Budal, K., & Falnes, J. (1982). *Wave power conversion by point absorbers: A Norwegian project. International Journal of Ambient Energy*, doi:10.1080/01430750.1982.9675829
- CEM. (2002). *Coastal Engineering Manual*. Washington, D.C.: U.S. Army Corps of Engineers.
- Doering, J. C., & Baryla, A. J. (2002). An investigation of the velocity field under regular and irregular waves over a sand beach. *Coastal Engineering*. doi: 10.1016/s0378-3839(01)00037-0
- Drew, B., Plummer, A. R., & Sahinkaya, M. N. (2009). *A review of wave energy converter technology. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part A: Journal of Power and Energy*, doi:10.1243/09576509jpe782
- Errazuriz & Asociados, "Energía Marina en Chile," Santiago, 2012.
- Falcão, A. F. de O. (2010). *Wave energy utilization: A review of the technologies. Renewable and Sustainable Energy Reviews*. doi:10.1016/j.rser.2009.11.003
- Falnes J. (2002). *Ocean waves and oscillating systems: linear interactions including wave-energy extraction*. Cambridge University Press.
- Falnes, J. (1999). *Wave-Energy Conversion Through Relative Motion Between Two Single-Mode Oscillating Bodies. Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering*, doi:10.1115/1.2829552
- Greiman, B. *SdFat. Arduino Library List*. [Downloadable]. Available in: <https://www.arduino-libraries.info/libraries/sd-fat> [Last access December 2019]
- Guo, B, R. Patton, and S. Jin, "Identification and validation of excitation force for a heaving point absorber wave energy convertor," in Proc. 12th Eur. Wave Tidal Energy Conf. EWT, 2017.
- Hennig, J. (2005). *Generation and Analysis of Harsh Wave Environments*.
- Henriques, J. C. C., Lopes, M. F. P., Gomes, R. P. F., Gato, L. M. C., & Falcão, A. F. O. (2012). *On the annual wave energy absorption by two-body heaving WECs with latching control. Renewable Energy*, vol. 45, pages 31–40. doi:10.1016/j.renene.2012.01.102
- Herbich, John B. (2000). *Handbook of coastal engineering*. McGraw-Hill Professional.

- Hernández, F., Chiang, L. E., & Corbalán, P. (2017). *A general architecture for electric power management of small scale NCRE converters: Design methodology and validation*. *Energy for Sustainable Development*, Vol. 41, pages 128-138. doi:10.1016/j.esd.2017.09.001
- Hong, Y., Waters, R., Boström, C., Eriksson, M., Engström, J., & Leijon, M. (2014). *Review on electrical control strategies for wave energy converting systems*. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 31, pages 329–342. doi:10.1016/j.rser.2013.11.053
- La Tercera. *Enel Green Power Chile adquiere el primer convertidor a escala completa de energía de las olas para el país*. 2019. [Online]. Disponible en: <https://www.latercera.com/pulso/noticia/enel-green-power-chile-adquiere-primer-convertidor-escala-completa-energia-las-olas-pais/831022/> [Ultimo acceso diciembre 2019]
- Li, Y., & Yu, Y.-H. (2012). *A synthesis of numerical methods for modeling wave energy converter-point absorbers*. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, doi:10.1016/j.rser.2011.11.008
- Liang, C., & Zuo, L. (2016). *On The Dynamics and Design of a Two-body Wave Energy Converter*. *Journal of Physics: Conference Series*, doi:10.1088/1742-6596/744/1/012074
- Lindfield, G y John Penny. *Numerical Methods*. 4th Edition, 2019. Section 5.11.2
- Martin, D., Li, X., Chen, C.-A., Thiagarajan, K., Ngo, K., Parker, R., & Zuo, L. (2019). *Numerical Analysis and Wave Tank Validation on the Optimal Design of a Two-Body Wave Energy Converter*. *Renewable Energy*. Vol 145, pages 632-641. doi:10.1016/j.renene.2019.05.109
- Mekhiche, M., Kathleen, A., James, E., & Bretl, G. (2014). *Ocean power technologies PowerBuoy*. Ocean power Technologies. [Online]. Disponible en: <https://www.oceanpowertechnologies.com/uploads/7e0c55512ab505579ef3a75bd7a51daa.pdf> [Ultimo acceso diciembre 2019]
- MIT, *Open courseware*. Massachusetts Institute of Technology. 2019. [online]. Disponible en: <https://ocw.mit.edu/courses/mechanical-engineering/2-20-marine-hydrodynamics-13-021-spring-2005/lecture-notes/> [Ultimo acceso diciembre 2019]
- Monárdez, P., Acuña, H., & Scott, D. (2008). *Evaluation of the Potential of Wave Energy in Chile. Volume 6: Nick Newman Symposium on Marine Hydrodynamics; Yoshida and Maeda Special Symposium on Ocean Space Utilization; Special Symposium on Offshore Renewable Energy*. doi:10.1115/omae2008-57887
- Mouwen, F, Presentation on Wavebob to Engineers Ireland, 2008 (Wavebob).

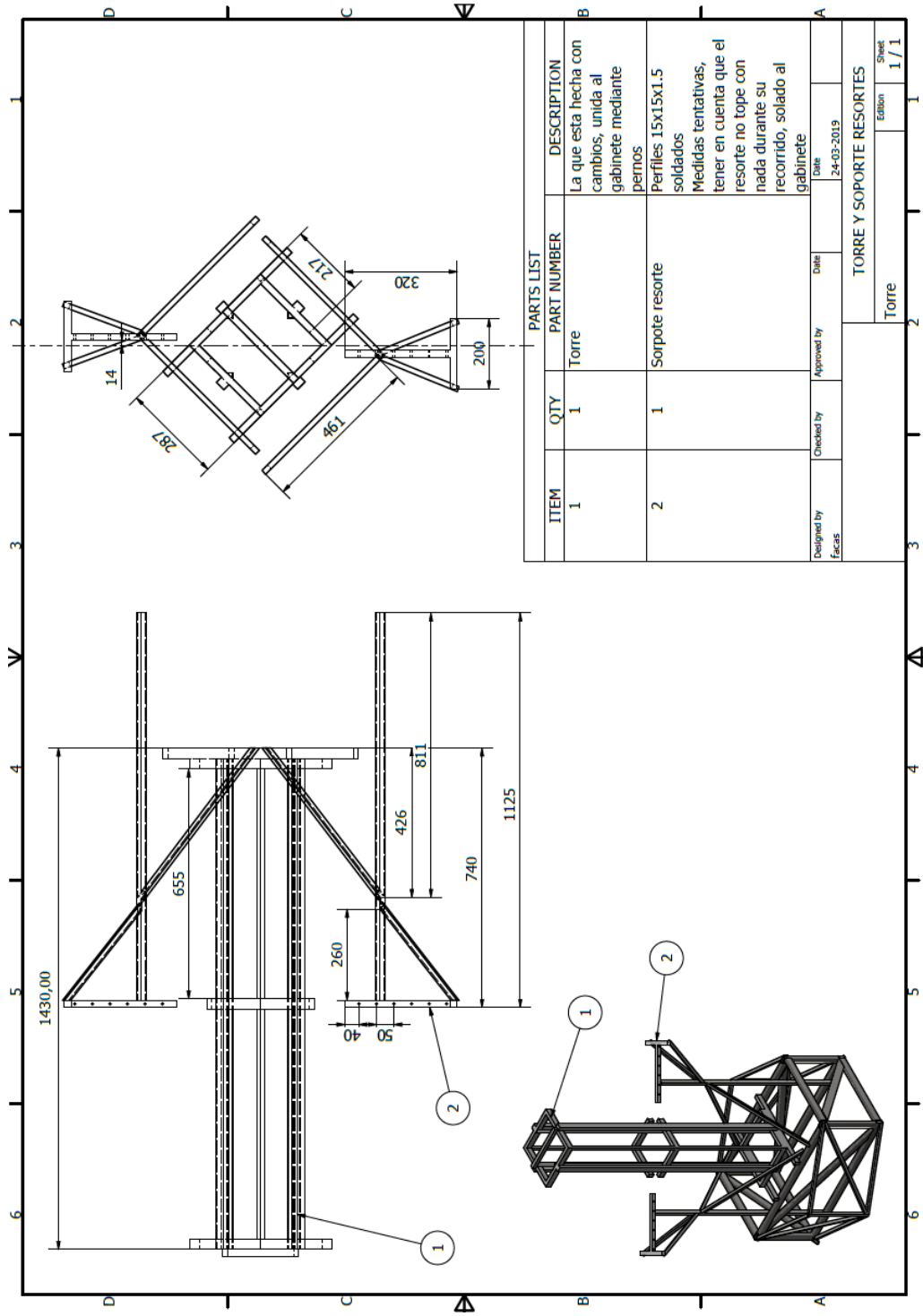
- Muñoz, A. H., Chiang, L. E., & De la Jara, E. A. (2014). *A design tool and fabrication guidelines for small low cost horizontal axis hydrokinetic turbines*. *Energy for Sustainable Development*. Vol. 22, pages 21-33. doi:10.1016/j.esd.2014.05.003
- Newman, J. N. Exciting forces on fixed bodies in waves, *J. Ship Res.* 1962.
- OES. Ocean Energy Systems. *An international Vision for Ocean Energy*. 2012. [Online]. Disponible en: <http://www.powerprojects.co.nz/files/pictures/International%20Vision%20Brochure%20V2.pdf> [Ultimo acceso diciembre 2019]
- Palomino Monzón, M. C., & Almazán Gárate, J. L. (2000). *Descripción, medida y análisis del oleaje*.: E.T.S. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos.
- Payne, G. *Guidance for the Experimental Tank Testing of Wave Energy Converters*, Supergen Marine, 2008.
- Pierson, Willard J., Jr. and Moskowitz, Lionel A. (1964) Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of S. A. Kitaigorodskii, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 69.
- Quaschnig, V. (2019). *Renewable Energy and Climate Change*, 2nd Edition. Wiley. pag. 87-88.
- Ross D. Power from sea waves. Oxford: Oxford University Press; 1995.
- Sabuncu, T., & Calisal, S. (1981). *Hydrodynamic coefficients for vertical circular cylinders at finite depth*. *Ocean Engineering*, doi:10.1016/0029-8018(81)90004-4
- Tinoco H. López I. (2014). *Ondas superficiales en el mar*.
- Vicente, P.C.; Falcão, A. de O.; Justino, P.A.P. *Non-linear Slack-Mooring Modelling of a Floating Two-Body Wave Energy Converter*. In: EWTEC' 2011 Proceedings of 9th European Wave and Tidal Energy Conference, UK (Southampton), Setembro, 2011, 10p.
- WAMIT, WAMIT Inc. Massachusetts. <https://www.wamit.com/index.htm> [Last access December 2019]
- Yeung, R. W. (1981). *Added mass and damping of a vertical cylinder in finite-depth waters*. *Applied Ocean Research*, doi:10.1016/0141-1187(81)90101-2

Anexos

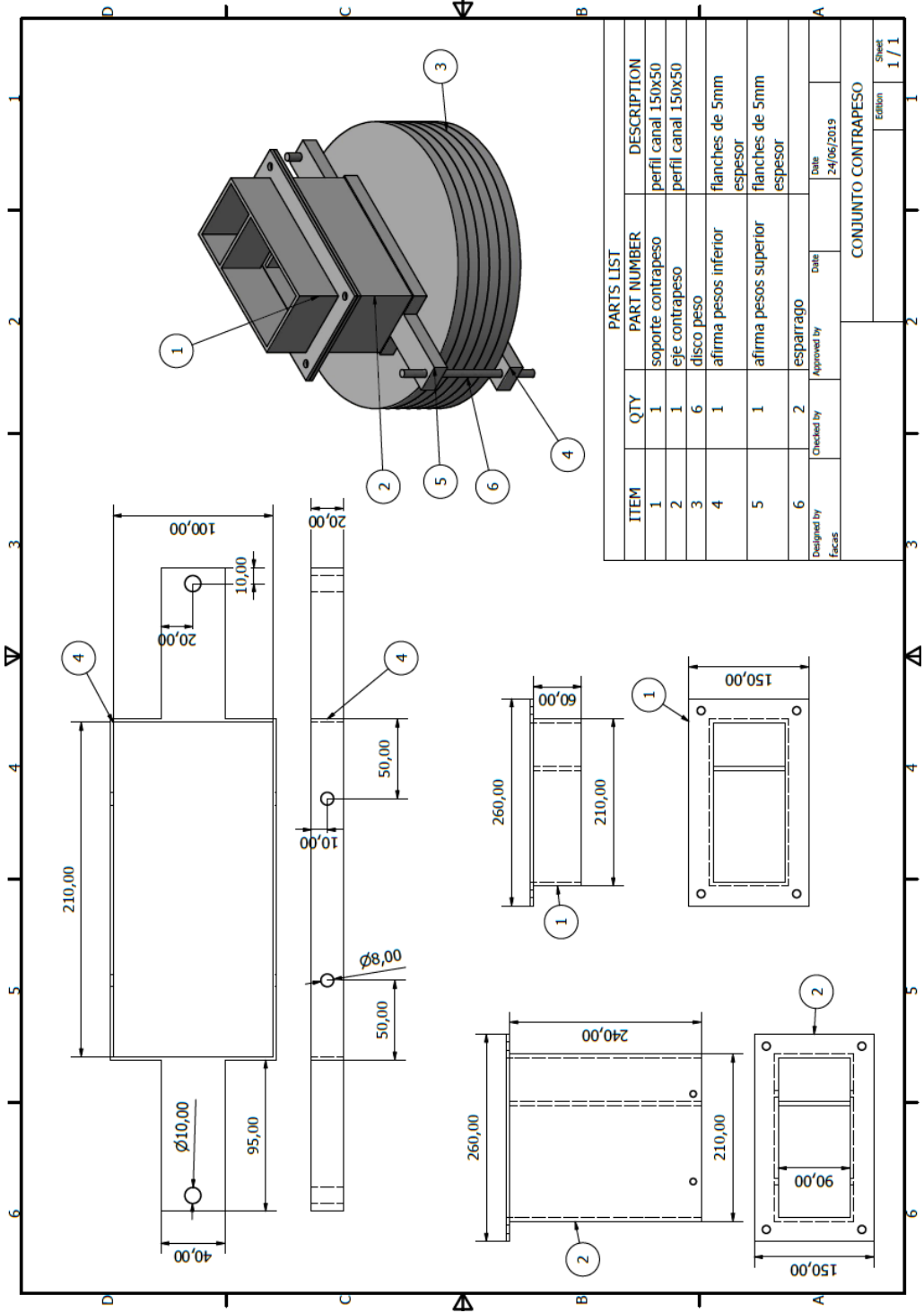
Anexo A1. Plano Conjunto Generador Undimotriz



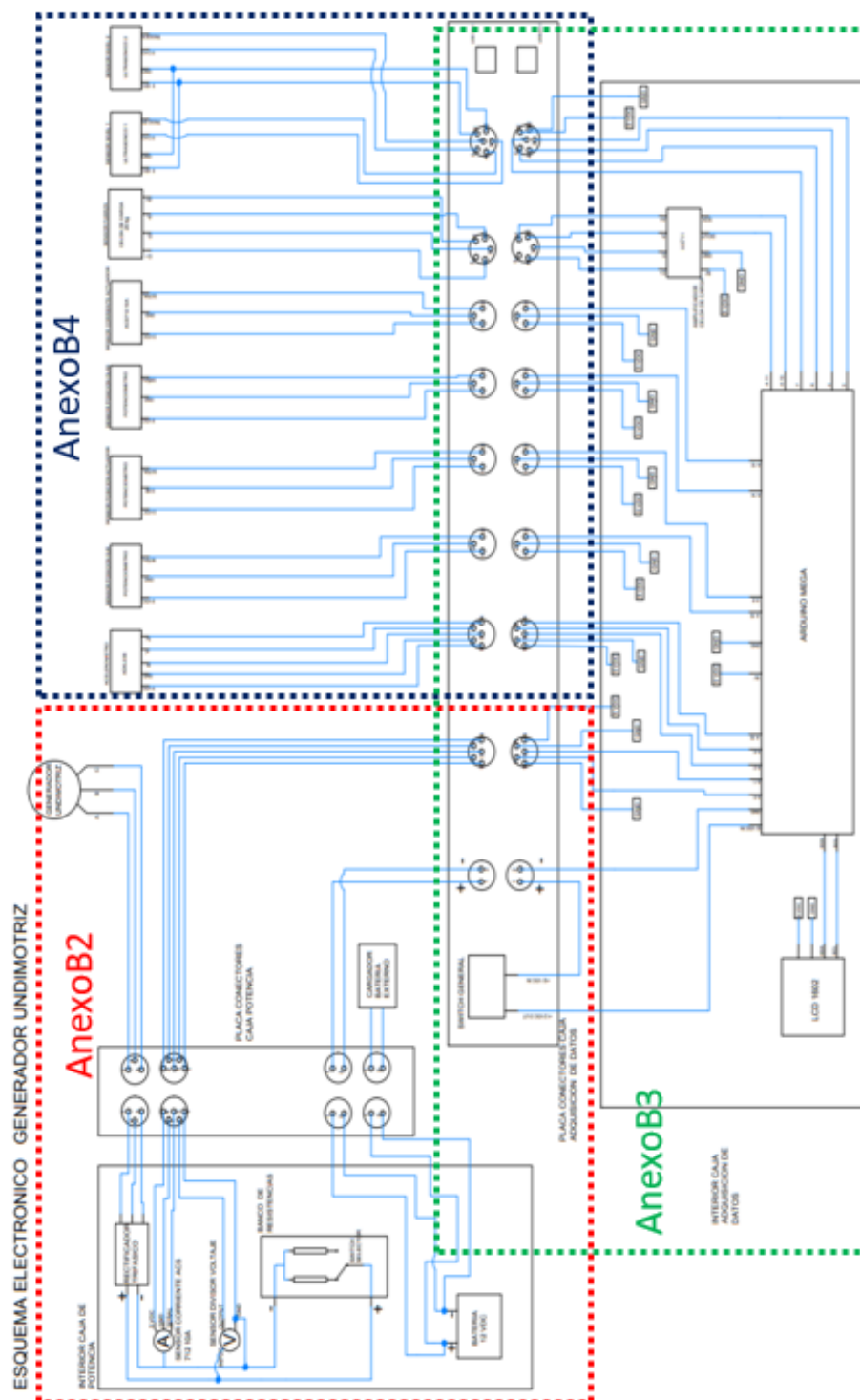
Anexo A3. Plano Torre y Soporte de resortes



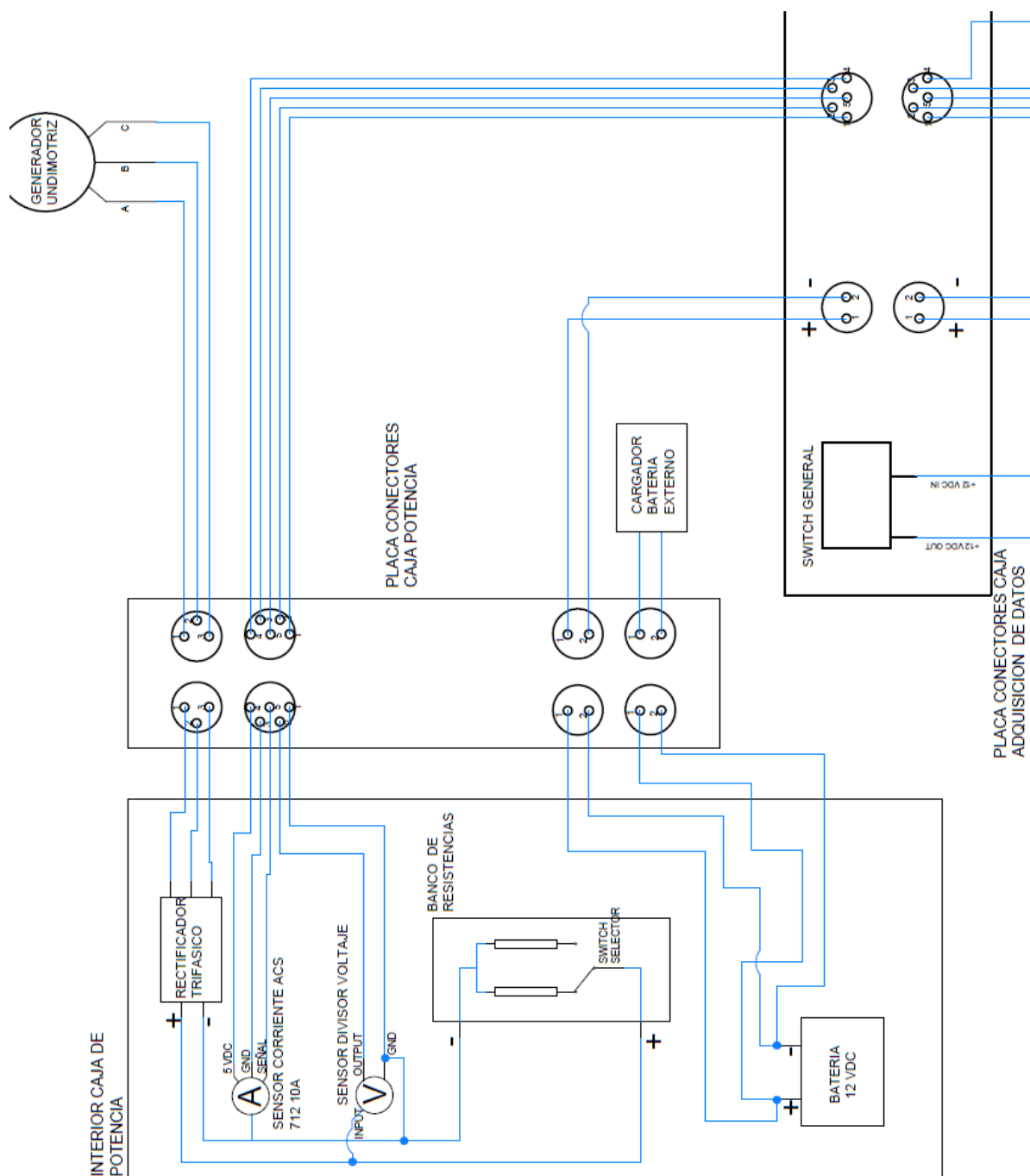
Anexo A4. Plano Conjunto Contrapeso



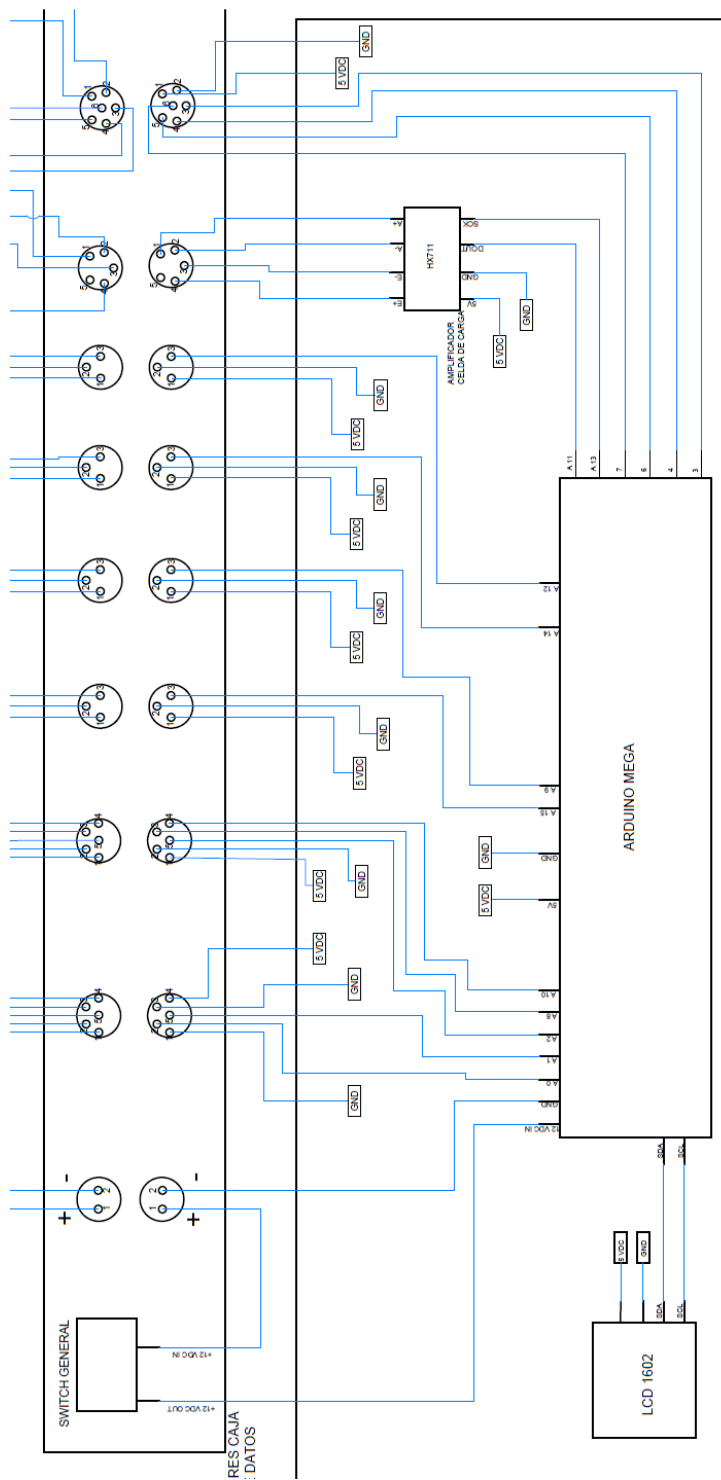
Anexo B1. Plano Circuito Eléctrico



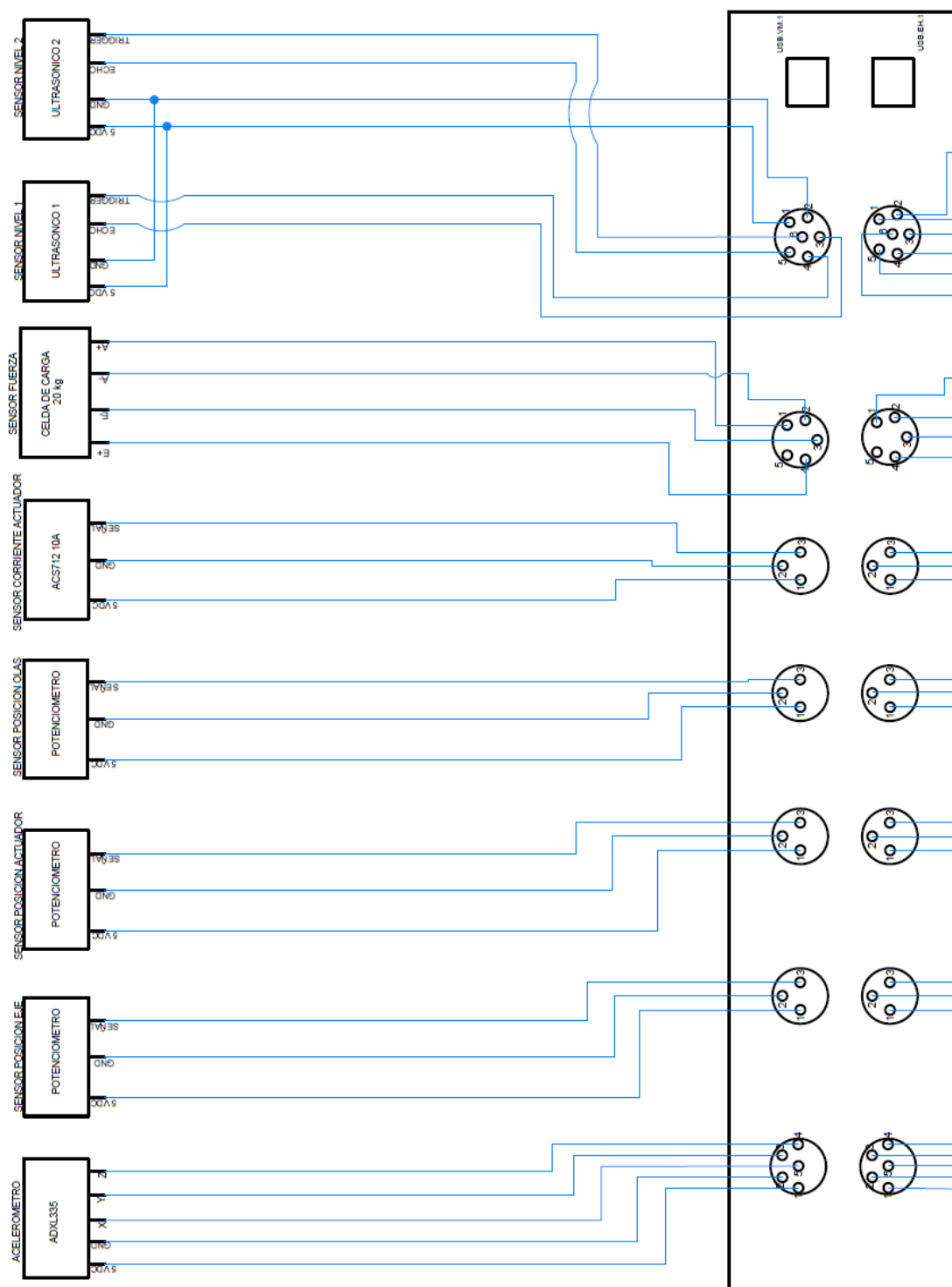
Anexo B2. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Bloque de Potencia



Anexo B3. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Bloque de Control



Anexo B4. Ampliación Plano Circuito Eléctrico Sensores



Anexo C. Programación Ecuaciones

```

1 #-----LIBRERIAS-----
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 import random as rd
5 import openpyxl
6 #-----FUNCIONES GENERALES-----
7
8 #Espectro de energia para un Te y Hs
9 def Spec(w,Te,Hs):#vector de frecuencias, altura significativa, periodo promedio
10     return 263*Hs**2*Te**-4*w**-5*np.exp(-1054*Te**-4*w**-4)#entrega el P-W spectrum para cada frecuencia
11
12 #Desfases random ola irregular
13 def alpha_generator():
14     w=np.arange(0.1,4,0.1)
15     alpha=[]
16     for i in range(len(w)-1):
17         alpha.append(rd.random()*2*np.pi)
18     return(alpha) #entrega un vector con desfases random para la formula de fuerza externa en ola irregular
19
20 # Fuerza externa en ola regular
21 def Fextreg(t,w,cf,Aw):#tiempo, frecuencia, amortiguacion por radiacion boya, amplitud de ola
22     return (2*rho*(gr**3)*cf/(w**3))**0.5*Aw*np.cos(w*t)#entrega la fuerza externa en ola regular
23
24 #Fuerza externa en ola irregular para escpetro con Te y Hs
25 def Fext(t,alpha,Te,Hs,B):#vector tiempo, desfases, periodo promedio, altura significativa y amortiguacion radiacion boya
26     w=np.arange(0.1,4,0.1)
27     f=[]
28     for j in range(len(t)):
29         suma=0
30         for i in range(len(w)-1):
31             delta=w[i+1]-w[i]
32             prom=0.5*(w[i+1]+w[i])
33             L=((2*rho*gr**3*B)/(prom**3))**0.5
34             A=(2*Spec(prom,Te,Hs)*delta)**0.5
35             suma+=(L*A*np.cos(prom*t[j]+alpha[i]))
36         f.append(suma)
37     return f #entrega vector con la fuerza en ola irregular para cada tiempo
38
39 #Altura de la ola
40 def Awave(t,alpha,Te,Hs):#vector tiempo, desfases, periodo promedio, altura significativa
41     w=np.arange(0.1,4,0.1)
42     f=[]
43     for j in range(len(t)):
44         suma=0
45         for i in range(len(w)-1):
46             delta=w[i+1]-w[i]
47             prom=0.5*(w[i+1]+w[i])
48             A=(2*Spec(prom,Te,Hs)*delta)**0.5
49             suma+=(A*np.cos(prom*t[j]+alpha[i]))
50         f.append(suma)
51     return f #entrega la altura de las olas en ola irregular
52

```

```

53 #-----SOLUCION OLA REGULAR POR FASORES-----
54 #Potencia promedio ola regular
55 def Pave(w,M2,M1,cp,k,I,b11,bvis,Aw): #frecuencia, masa sumergida, masa boyo, cpto, kpto, mpto,
56                                     #a.radiacion, viscosidadamplitud de ola
57     F=(2*rho*(gr**3)*b11/(w**3))**0.5*Aw #amplitud fuerza ola regular
58     p=-w**2*M2
59     q=w*bvis*F
60     a=-w**2*(b11+bvis)
61     b=w*ks-w**3*(M1+M2)
62     c=b/w
63     d=-a/w
64     e=-b*w
65     f=a*w
66     g=w**4*(M1*M2)-(w**2*(M2*ks+b11*bvis))
67     h=-w**3*(M1*bvis+M2*b11)+w*ks*bvis
68     return 0.5*(w**2)*cp*(p**2+q**2)/((a*cp+c*k+e*I+g)**2+(b*cp+d*k+f*I+h)**2)
69     #entrega la potencia promedio en ola regular
70
71 #kpto optimo ola regular
72 def kpto(w,M2,M1,b11,bvis):#frecuencia, masa sumergida, masa boyo, a.radiacion, viscosidad
73     a=-w**2*(b11+bvis)
74     b=w*ks-w**3*(M1+M2)
75     c=b/w
76     d=-a/w
77     e=w**4*(M1*M2)-(w**2*(M2*ks+b11*bvis))
78     f=-w**3*(M1*bvis+M2*b11)+w*ks*bvis
79     return -(c*e+d*f)/(c**2+d**2)
80
81 #cpto optimo ola regular
82 def cptok(w,M2,M1,b11,bvis,k):#frecuencia, masa sumergida, masa boyo, a.radiacion, viscosidad, kpto
83     a=-w**2*(b11+bvis)
84     b=w*ks-w**3*(M1+M2)
85     c=b/w
86     d=-a/w
87     e=w**4*(M1*M2)-(w**2*(M2*ks+b11*bvis))
88     f=-w**3*(M1*bvis+M2*b11)+w*ks*bvis
89     return ((e**2+f**2+2*k*(c*e+d*f)+k**2*(c**2+d**2))/(a**2+b**2))**0.5
90

```

```

91
92 #-----SOLUCION NUMERICA-----
93 #Potencia en ola irregular
94 def Pirr(M1,M2,cpto,kpto,mpto,F1,B,bvis):#masa1, masa2, cpto, kpto, mpto, vect. fuerza irr., radiacion, viscosidad
95     #Matrices
96     M=np.array([[M1+mpto,-mpto],[-mpto,M2+mpto]])
97     C=np.array([[B+cpto,-cpto],[-cpto,cpto+bvis]])
98     K=np.array([[ks+kpto,-kpto],[-kpto,kpto]])
99     invM=np.linalg.inv(M)
100     y=1/2
101     b=1/4
102     G=M/dt**2+y*C/dt+b*K
103     H=M/dt**2+y*C/dt
104     I=M/dt*(y-b)*C
105     J=(1/2-b)*M+dt/2*(y-2*b)*C
106     invG=np.linalg.inv(G)
107     #Vector Fuerza externa irregular
108     F=[]
109     for i in range(len(F1)):
110         F.append(np.array([F1[i],0]))
111     #Iteraciones
112     x=np.array([0,0]) #x0=0 condicion inicial
113     v=np.array([0,0]) #v0=0 condicion inicial
114     a=[invM*(F[0]-C*v[0]-K*x[0])] #a0
115     for i in range(len(t)-1):
116         x.append(invG*(b*F[i+1]+H*x[i]+I*v[i]+J*a[i]))
117         a.append(1/(b*dt**2)*(x[i+1]-x[i])-1/(b*dt)*v[i]-(1/(2*b)-1)*a[i])
118         v.append(v[i]+((1-y)*a[i]+y*a[i+1])*dt)
119     #Posicion cuerpo 1, posicion cuerpo 2, posicion relativa y velocidad relativa
120     x1=[]
121     x2=[]
122     xr=[]
123     vr=[]
124     for j in range(len(x)):
125         x1.append(x[j][0])
126         x2.append(x[j][1])
127         xr.append((x[j][0])-x[j][1])
128     for j in range(len(v)):
129         vr.append((v[j][0]-v[j][1]))
130     #Potencia Promedio
131     P=[]
132     for i in range(len(v)):
133         P.append(cpto*(v[i][0]-v[i][1])**2)
134     suma=0
135     j=0
136     for i in range(len(P)):
137         if t[i]>75:
138             j+=1
139             suma+=P[i]
140     Pave=suma/j
141     return [F1,x1,x2,xr,P,Pave,vr] #entrega una lista con Fuerza externa usada, x1,x2, movimiento relativo
142                                     #potencia instantanea, potencia promedio, movimiento relativo
143

```

```

143
144 #-----OPTIMIZACION PARA OLA IRREGULAR-----
145 #-----Optimizacion metodo del GRADIENTE-----
146 def optimizar(M1,M2,B,bvis,F1,xdi):#mas 1,masa2,radiacion, viscosidad, fuerz irregular, vector diseño inicial
147     #Variables de diseño
148     xmax=[3000,1000,500] #valores maximos variables de diseño
149     xd=[0,xdi] # M1,M2,cpto,kpto,mpto iniciales
150     P=[0,Pirr(M1,M2,xd[1][0],xd[1][1],0,F1,B,bvis)[5]] #P0 potencia inicial
151     i=1
152     print("INICIO")
153     print("cpto          kpto          mpto")
154     print(xd[i])
155     print("Potencia: "+str(P[i])+"W")
156     print()
157     #ITERACIONES
158     while P[i]-0.00001>P[i-1]:
159         dx=[]
160         for n in range(len(xd[i])):
161             m=xd[i][n]*0.05
162             if m==0:
163                 m=0.05
164             dx.append(0.1)
165         P0=Pirr(M1,M2,xd[i][0]+dx[0],xd[i][1],0,F1,B,bvis)[5]
166         P1=Pirr(M1,M2,xd[i][0],xd[i][1]+dx[1],0,F1,B,bvis)[5]
167         P2=Pirr(M1,M2,xd[i][0],xd[i][1],xd[i][2]+dx[2],F1,B,bvis)[5]
168         grad=np.array([(P0-P[i])/dx[0],(P1-P[i])/dx[1]]) #gradiente
169         xdn=xd[i]+grad/np.linalg.norm(grad)*0.05 #nuevo vector de diseño
170         #variables de diseño no pueden ser negativas o mayor a un maximo
171         for j in range(len(xdn)):
172             if xdn[j]<0:
173                 xdn[j]=0
174             if xdn[j]>xmax[j]:
175                 xdn[j]=xmax[j]
176         xd.append(xdn)
177         P.append(Pirr(M1,M2,xd[i+1][0],xd[i+1][1],0,F1,B,bvis)[5])
178         if i%20==0:
179             print("cpto          kpto          mpto")
180             print(xd[i])
181             print("Potencia: "+str(P[i])+"W")
182             print()
183         i+=1
184     print()
185     print()
186     print("RESULTADO FINAL") #vector de variable de diseño optimo, y potencia promedio optima
187     print("cpto          kpto          mpto")
188     print(xd[i])
189     print("Potencia: "+str(P[i])+"W")

```

Anexo D. Carta de aprobación del artículo para publicación

DESIGN OPTIMIZATION AND EXPERIMENTAL VALIDATION OF A TWO-BODY WAVE
ENERGY CONVERTER WITH ADJUSTABLE POWER TAKE-OFF PARAMETERS

Dear Dr Chiang,

Thank you for submitting your manuscript to Energy for Sustainable Development.

I am pleased to inform you that your manuscript has been accepted for publication. It is an excellent paper.

Your accepted manuscript will now be transferred to our production department. We will create a proof which you will be asked to check, and you will also be asked to complete a number of online forms required for publication. If we need additional information from you during the production process, we will contact you directly.

We appreciate you submitting your manuscript to Energy for Sustainable Development and hope you will consider us again for future submissions.

I particularly look forward to results from your planned sea tests. The process and lessons learned from getting permits and deploying the system in the field may, in themselves, yield an interesting paper.

Kind regards,
Daniel Jones, PhD
Editor-in-Chief
Energy for Sustainable Development

ARTICLE IN PRESS

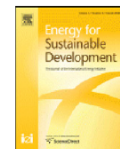
ESD-00802; No. of pages: 16; 4C

Energy for Sustainable Development xxx (xxxx) xxx



Contents lists available at ScienceDirect

Energy for Sustainable Development



21 Design optimization and experimental validation of a two-body Wave Energy Converter with adjustable Power Take-Off parameters

22 Felipe A. Castro, Luciano E. Chiang *

Department of Mechanical Engineering, Pontificia Universidad Católica de Chile, Santiago, Chile

ARTICLE INFO

Article history:

Received 25 January 2020

Accepted 23 February 2020

Available online xxxxx

Keywords:

Two-body point absorber

Wave energy converter

Modeling

ABSTRACT

Wave energy is extracted from the motion of sea waves. The technologies to convert this energy into electricity have not yet reached maturity and there is no clear dominant design. In this work, a design methodology is proposed for a two-body Wave Energy Converter (WEC) with a novel configurable electromechanical Power-Take-Off (PTO) that allows setting its parameters for optimal power output according to wave conditions. A prototype has been modeled, designed and tested experimentally. It is intended for low power and energy self-sustainable applications, such as in telecommunications and data acquisition. This work addresses the modeling, optimal design, and parameter setting, to obtain maximum power output and efficiency for this class of WEC. A floating body is connected via the PTO to a submerged body in neutral buoyancy. If the PTO

Citar como:

F.A. Castro and L.E. Chiang, Design optimization and experimental validation of a two body Wave Energy Converter with adjustable Power Take-Off parameters, Energy for Sustainable Development, <https://doi.org/10.1016/j.esd.2020.02.007>