



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

**ASIGNACIÓN COSTO-EFICIENTE DE
TAREAS Y TURNOS SEMANALES A
PERSONAL PARA CUMPLIR CON EL
MANTENIMIENTO PLANIFICADO DE
AERONAVES EN MÚLTIPLES BASES**

JOSÉ IGNACIO SANHUEZA MONTEQUIN

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Profesores Supervisores:
FELIPE DELGADO
MATHIAS KLAPP

Santiago de Chile, Agosto, 2022

© MMXXII, JOSÉ IGNACIO SANHUEZA MONTEQUIN



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA

ASIGNACIÓN COSTO-EFICIENTE DE TAREAS Y TURNOS SEMANALES A PERSONAL PARA CUMPLIR CON EL MANTENIMIENTO PLANIFICADO DE AERONAVES EN MÚLTIPLES BASES

JOSÉ IGNACIO SANHUEZA MONTEQUIN

Miembros del Comité:

FELIPE DELGADO

MATHIAS KLAPP

MARGARITA CASTRO

BRUNO SANTOS

JORGE RAMOS

Felipe Delgado

MK

Castro

Bruno Santos

J. Ramos

Tesis para optar al grado de
Magíster en Ciencias de la Ingeniería

Santiago de Chile, Agosto, 2022

© MMXXII, JOSÉ IGNACIO SANHUEZA MONTEQUIN

Para Zunilda y Laureano

AGRADECIMIENTOS

El desarrollo de esta tesis fue un gran desafío que no solo tuvo dificultades académicas, sino también personales. Al reflexionar sobre los buenos y malos momentos, hay personas a las que me gustaría agradecer por haber sido parte de este proceso. En los próximos párrafos menciono a cada una.

En primer lugar, me gustaría agradecer a mis profesores supervisores. A Felipe, por haber estado presente en gran parte de mi carrera universitaria aconsejándome y guiándome en decisiones importantes. Siempre recordaré las extensas reuniones en el Departamento de Transporte, las anécdotas relacionadas al transporte aéreo y su increíble disposición. A Mathias, por su conocimiento en optimización, por enseñarme sobre escritura académica y por “sacarme trote”. Desde que nos conocimos en el curso de Flujo en Redes descubrí que es un gran profesor, no me cabe duda de que su enseñanza y exigencia permitirá expandir los conocimientos en la academia.

En segundo lugar, a los profesionales que me ayudaron a entender el problema. A Margarita Castro por darme ánimo desde un punto de vista externo y contagiarme con su pasión por los problemas de optimización. A Alejandro Jara, por su disposición e interés genuino en ayudarme a entender cuáles son las problemáticas de la industria de mantenimiento aeronáutico y qué potenciales mejoras podrían implementarse en ella.

En tercer lugar, a los grandes amigos que me han acompañado siempre, Tomás y Mauricio. Me llena de alegría saber que hemos mantenido una increíble amistad, y que ambos están teniendo éxito en distintos rubros de la ingeniería.

En cuarto lugar, a las personas que conocí en la universidad, que me animaron cuando no todo salía como me gustaría y con los que compartí grandes experiencias: Andrés, Vicente, Ignacio, Gustavo, Belén, Catalina, Macarena, Denise y Benjamín.

En quinto lugar, a Camila, a quien admiro profundamente. Por escucharme, soportarme y ser capaz de cambiar mi ánimo en los días más negativos gracias a su resiliencia e ímpetu.

Espero que compartamos mucho más, y estar presente como ella lo ha estado.

Por último, a mi familia, quienes recuerdo incentivándome a superarme y ser mejor persona desde que tengo memoria. A Isis, por las múltiples conversaciones que tuvimos sobre la academia y el postgrado. A mis hermanos Matías y Nicolás, quienes me inspiran y dan alegrías a diario. A mis padres, quienes me han enseñado a volar como Juan Salvador Gaviota, a creer en mí y a confiar en mis valores.

ÍNDICE GENERAL

AGRADECIMIENTOS	IV
Índice de figuras	VIII
Índice de tablas	X
ABSTRACT	XIII
RESUMEN	XIV
Capítulo 1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Objetivos de la investigación	9
1.2. Alcance	9
1.3. Estructura de la tesis	10
Capítulo 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA	12
2.1. Planificación o asignación de personal de mantenimiento por separado . . .	13
2.2. Planificación y asignación de personal de mantenimiento en conjunto . . .	15
2.3. Otras investigaciones de interés	17
2.4. Contribuciones	18
Capítulo 3. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA	19
Capítulo 4. MODELACIÓN DEL PROBLEMA	23
Capítulo 5. ENFOQUE DE SOLUCIÓN	29
5.1. Generación de columnas	29
5.2. Modelo de <i>pricing</i> PR-TEM para flexibilidad temporal	30
5.3. Modelo de <i>pricing</i> PR-ESP para flexibilidad temporal y espacial	34
Capítulo 6. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO	43
6.1. Escenarios de itinerarios de vuelo	44
6.2. Escenarios de trabajos	47
6.3. Tamaño de problema	49

6.4. Parámetros	50
6.5. Caso base	51
6.6. Métodos de solución	51
6.7. Diseño de experimentos	52
Capítulo 7. RESULTADOS	60
7.1. Resultados experimento 1: métodos de solución sin flexibilidad	60
7.2. Resultados experimento 2: horario de inicio	62
7.3. Resultados experimento 3: flexibilidad de <i>skill</i>	64
7.4. Resultados experimento 4: flexibilidad temporal y de <i>skill</i>	67
7.5. Resultados experimento 5: flexibilidad espacial y de <i>skill</i>	71
7.6. Resultados experimento 6: flexibilidad temporal, espacial y de <i>skill</i>	73
Capítulo 8. SENSIBILIDAD EN RED CENTRALIZADA	77
Capítulo 9. CIERRE	83
9.1. Conclusiones	83
9.2. Futuras líneas de investigación	84
Referencias bibliográficas	86
ANEXOS	91
A. Escenarios de trabajos desagregados	92
B. Modelo de calibración	95
C. Instancias y resultados de calibración	97
D. Heurística de centro de mantenimiento aéreo	100
E. Método de solución CG	107
F. Método de solución MIX	108
G. Experimentos con menor granularidad	111
H. Pruebas estadísticas	112

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1.	Horas-persona trabajadas por mes en base de mantenimiento de Santiago entre mayo del 2020 y mayo del 2021. Fuente: datos reales proporcionados por CMA estudiado	4
1.2.	Horas-persona trabajadas por mes y por avión en base de Santiago entre mayo del 2020 y mayo del 2021. Fuente: datos reales proporcionados por CMA . .	5
1.3.	Ejemplo de asignación de tareas para trabajo cuyo tiempo de ejecución máximo es 7 horas	6
1.4.	Ejemplos de asignación de tareas y planificación de técnicos para un trabajo de tres de diferente <i>skill</i>	7
1.5.	Ejemplo de turno semanal con hora de inicio variable a lo largo de la semana	8
3.1.	Ejemplo de subconjunto \mathcal{H}_{at} para tarea t^0 con duración de dos periodos perteneciente a avión que viaja de aeropuerto 1 a aeropuerto 2	19
3.2.	Ejemplo de esquema sin considerar componente espacial para técnico contratado con duración de jornada de 9 horas diarias y sin flexibilidades . .	21
3.3.	Ejemplo de esquemas sin considerar componente espacial para técnico de llamado con jornada de duración de cuatro y ocho horas	22
4.1.	Ejemplo de incompatibilidad en restricción (4.3)	24
4.2.	Ejemplo de restricción (4.7) de igualdad entre personas requeridas para ejecutar tareas y personas disponibles en un periodo de tiempo	26
4.3.	Horarios de inicio de turno de acuerdo a granularidad	26
5.1.	Ejemplo de conjuntos y variables de decisión utilizadas para modelar viajes iniciales y finales	36

6.1.	Ubicación de bases y aeropuertos de red centrada en Quito	45
7.1.	Distribución de tiempos de cómputo de 90 instancias (en segundos) para caso base	61
7.2.	Diferencias entre instancias de flexibilidad de <i>skill</i> con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema	65
7.3.	Porcentaje de personal que trabaja en uno, dos y tres <i>skills</i> promedio para 30 instancias de técnicos diferenciados por tamaño y por flexibilidad de <i>skill</i>	66
7.4.	Resultados promedio de distintas combinaciones de técnicos <i>mono-skilled</i> y <i>bi-skilled</i> para tamaño de problema pequeño del caso base	67
7.5.	Ahorros promedio al incluir flexibilidades temporales y de <i>skills</i> con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema	69
7.6.	Ahorros promedio al incluir flexibilidades espaciales y de <i>skills</i> con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema	72
7.7.	Ahorros promedio al incluir flexibilidades espaciales, temporales y de <i>skills</i> con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema	75
8.1.	Ubicación de bases y aeropuertos de red centrada en Santiago	78
D.1.	Etapas de heurística de centro de mantenimiento aéreo para resolver planificación de personal y asignación de tareas	100

ÍNDICE DE TABLAS

2.1.	Resumen de clasificación de literatura y problemas abordados en planificación y asignación de personal	12
2.2.	Resumen de literatura centrada en planificación y asignación de personal en conjunto	16
4.1.	Orden de magnitud de número de esquemas de acuerdo a flexibilidad para cinco bases y granularidad de horario de inicio cada un periodo	27
5.1.	Resumen y nomenclatura de modelos de <i>pricing</i> con y sin flexibilidad temporal	34
5.2.	Resumen y nomenclatura de modelos de <i>pricing</i> con flexibilidad temporal y espacial	42
6.1.	Número de aviones, vuelos y aeropuertos de la base de datos obtenida a través de <i>pyflightdata</i> para red centrada en Quito	44
6.2.	Tiempos en tierra promedio por avión-día (en horas)	46
6.3.	Matriz de tiempo de viaje (horas) entre bases	47
6.4.	Variables descriptivas de horas-persona requeridas para escenarios de trabajos	49
6.5.	Diferentes tamaños de problema y variables consideradas	49
6.6.	Tipos de técnico y conocimientos de skills	50
6.7.	Ubicación de técnicos según aeropuerto de acuerdo a modelo de calibración para red centrada en Quito	51
6.8.	Resumen de indicadores de rendimiento para evaluar desempeño de métodos de solución	53
6.9.	Resumen de indicadores de rendimiento para evaluar ahorro de flexibilidades	55

6.10. Configuración de cantidad de técnicos por tipo para tamaño de problema pequeño entre escenarios con diferente flexibilidades de <i>skills</i>	56
6.11. Resumen y detalle de experimentos	59
7.1. Resultados promedio de distintos métodos de solución para 90 instancias de caso base	60
7.2. Resultados de calidad de solución promedio en 90 instancias diferenciados por tamaño y método de solución para caso base	62
7.3. Resultados promedio diferenciados por cantidad de horarios de inicio para tamaños de problema pequeño en caso base	63
7.4. Resultados promedio de experimentos con flexibilidad de <i>skill</i> desagregados por tamaño de problema del caso base	64
7.5. Resultados promedio de experimentos con flexibilidad temporal y flexibilidad de <i>skill</i> con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema	68
7.6. Utilización promedio de técnicos al incluir flexibilidades temporales y de <i>skills</i> para tamaño de problema pequeño en caso base	70
7.7. Resultados promedio de flexibilidades espaciales desagregados por tamaño de problema y flexibilidad de <i>skill</i> para caso base	71
7.8. Resultados promedio de flexibilidades temporales y espaciales desagregados por tamaño de problema y flexibilidad de <i>skill</i> para caso base	74
8.1. Número de aviones, vuelos y aeropuertos de la base de datos obtenida a través de <i>pyflightdata</i> para red centrada en Santiago	77
8.2. Tiempos en tierra por avión-día (en horas) de red centrada en Santiago	79
8.4. Ubicación de técnicos según aeropuerto de acuerdo a modelo de calibración para red centrada en Santiago	79
8.3. Matriz de tiempo de viaje (horas) entre ciudades para el itinerario centrado en Santiago	80

8.5.	Resultados promedio de flexibilidad temporal y espacial desagregados por tamaño de problema y flexibilidad de <i>skill</i> para itinerario centrado en Santiago	81
A.1.	Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño pequeño	92
A.2.	Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño mediano	93
A.3.	Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño grande	94
C.1.	Tiempos en tierra (horas) en cada aeropuerto de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Santiago para calibración	97
C.2.	Tiempos en tierra (horas) en cada aeropuerto de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Quito para calibración	98
C.3.	Variables descriptivas para tareas de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Quito para calibración	98
C.4.	Resultados de modelos de calibración para técnicos <i>mono-skilled</i> y tres horarios de inicio	99
D.1.	Horarios de inicio utilizados por centro de mantenimiento para esquemas e^{CMA}	102
G.1.	Resultados promedio de flexibilidades temporales y espaciales con menor granularidad para personal <i>mono-skilled</i> , tamaño de problema pequeño, itinerario centrado en Quito y demanda igual a oferta	111
H.1.	Resultados para 30 instancias de función objetivo para tamaño de problema grande obtenidos por los métodos de solución CG y MIX	113
H.2.	Pruebas estadísticas para probar diferencias entre promedios de función objetivo al comparar resultados de flexibilidades	114

ABSTRACT

Maintenance, Repair & Overhaul (MRO) centers offer technician's person-hours to airlines on different bases to ensure aircraft serviceability. These centers receive a weekly list of jobs for each aircraft in the airline fleet, demanding skilled tasks that must be completed. To this end, they have a workforce composed of full-time technicians who can be multi-skilled. If demand exceeds supply, these centers can hire on-call technicians at a higher cost and outsource the operation in extreme cases. The goal is to minimize the external cost by completing maintenance tasks and making the best use of available resources. We present a mathematical model that helps in efficiently planning when and where to execute each aircraft maintenance task, integrated with a work shift schedule for each available full-time and on-call technician. The model is solved with a column generation heuristic.

In a case study, we evaluate the potential impact of additional sources of flexibility in the workforce operation, such as multi-skilling flexibility, shift starting time flexibility, and spatial flexibility (dynamic relocation of technicians between maintenance bases). Our computational study reveals four significant findings. First, our model solutions have an external cost 87 % lower than a heuristic approach inspired by a real MRO operation. Second, the external cost lowers by 1.95 %, 0.93 %, and 1.03 % with skill, shift starting time, and spatial flexibilities on its own (in a small-sized problem). Third, there is no evident superiority in savings between shift starting time and spatial flexibilities. Fourth, the savings decrease when the number of bases, planes, and technicians increases. Additionally, to reach the most significant amount of savings, we recommend implementing flexibilities on external bases and only considering a small part of the technicians.

Keywords: aircraft maintenance, MRO, task scheduling, shift scheduling, shift flexibilities, multiple bases.

RESUMEN

Los centros de mantenimiento aéreo (CMA) ofrecen horas-persona a aerolíneas en distintas bases para asegurar que las aeronaves cumplan con las regulaciones del rubro. Estos centros reciben una lista semanal de trabajos para cada avión de la flota -que requiere de la ejecución de tareas con distintos *skills*- que deben ser completados en ese horizonte de tiempo. Cuando los técnicos contratados por el centro de mantenimiento no son suficientes para satisfacer la demanda, se puede recurrir a técnicos de llamado con un costo mayor y, en casos extremos, tercerizar la operación. El objetivo del problema es minimizar el costo externo al completar trabajos de mantenimiento aprovechando al máximo los recursos disponibles. Para lograrlo, se presenta un modelo matemático que propone cuándo y dónde ejecutar cada trabajo, y qué turno semanal asignar a cada técnico. Este modelo es resuelto mediante una heurística basada en generación de columnas.

En un caso de estudio se evalúa el potencial impacto de incorporar flexibilidades de *skill*, temporales (horario de inicio variable entre jornadas de trabajo) y espaciales (relocalización de técnicos entre aeropuertos). Los resultados computacionales revelan cuatro hallazgos principales. Primero, las soluciones del modelo propuesto tienen un costo económico externo 87 % menor a un enfoque simple inspirado en la operación real de un CMA estudiado. Segundo, la flexibilidad de *skill*, espacial y temporal (por separado) disminuye el costo económico externo en 1,95 %, 0,93 % y 1,03 % en problemas pequeños. Tercero, no existe una superioridad evidente en términos de ahorro entre las flexibilidades temporales y espaciales. Cuarto, la magnitud relativa del ahorro económico disminuye a medida que aumenta el tamaño del problema en cantidad de técnicos, aviones y bases. Adicionalmente, para lograr la mayor cantidad de ahorro económico, se recomienda implementar flexibilidades en los técnicos de bases externas, y solo implementarlas en una cantidad cercana al 20 % del personal.

Palabras Claves: mantenimiento aéreo, centro de mantenimiento, asignación de tareas, asignación de turnos, flexibilidad en turnos, relocalización de técnicos, múltiples bases.

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN

La movilización de pasajeros en aviones comerciales es la forma más segura en comparación a otros modos de transporte (IATA, 2017). Esta seguridad se logra, entre otros aspectos, a través de una estricta regulación en el mantenimiento aéreo, que involucra a diferentes empresas e instituciones. Para monitorear una correcta mantención de aeronaves, cada empresa manufacturera de aviones genera un Maintenance Planning Document (MPD), que especifica cuándo deben realizarse chequeos periódicos (Kinnison y Siddiqui, 2013). Luego, instituciones reguladoras aéreas -en el caso de Chile, la Dirección General de Aeronáutica Civil (DGAC)- fiscalizan que se cumpla.

El incumplimiento del MPD puede causar graves consecuencias. Si un avión no cuenta con los trabajos de mantenimiento exigidos, este es inhabilitado para volar. Lo anterior puede provocar cancelación de vuelos, cambios de itinerario, compensación a pasajeros y pérdida de clientes, perjudicando las finanzas de las aerolíneas.

Además, la ejecución de trabajos de mantenimiento en el rubro aéreo representa un gran costo para las aerolíneas. Un 18 % de los gastos por hora de vuelo de un avión comercial corresponde a mantenimiento (FAA, 2018), el porcentaje más alto después del combustible (42 %) y los sueldos de la tripulación (25 %). Por ello, las aerolíneas buscan reducir gastos planificando operaciones de mantenimiento costo-eficientes. Esto implica decidir en qué momento y con qué recursos realizar los trabajos asociados a cada avión. El problema puede ser aun más complejo si el recurso móvil a mantener (es decir, el avión) se relocaliza en el tiempo entre múltiples bases.

Para usar bien los recursos disponibles por base, se debe escoger eficientemente en qué base ejecutar cada trabajo y garantizar que haya recursos de mantenimiento disponibles en ese momento. Entre los recursos más importantes se encuentran los técnicos de mantenimiento, que se caracterizan por su escasez en el mercado. Esto es confirmado por el trabajo de la consultora Oliver Wyman (2019), que pronostica un aumento de la brecha en la industria aérea mundial entre el número de técnicos demandados y ofertados por el mercado laboral entre los años 2019 y 2029. Lo anterior también es pronosticado en Chile y confirmado en el Plan Estratégico Aéreo de la Junta Aeronáutica Civil (2020), que estima una demanda de técnicos en Chile para el 2050 3,9 veces superior a la del 2020.

Así, los técnicos son un recurso crítico en el mantenimiento de aeronaves comerciales. Su disponibilidad depende directamente del turno semanal al que son asignados, compuesto por un horario de inicio y duración de jornada en cada día de trabajo. Sin embargo, la utilización de estos técnicos no es eficiente si son asignados a una base y periodo en donde no existen trabajos (es decir, sin aviones en tierra). Por ello, es necesario planificar en conjunto la asignación de trabajos de mantenimiento y la asignación de turnos semanales a técnicos. Además, podrían explotarse flexibilidades adicionales en los turnos semanales, como cambiar el horario de inicio de la jornada entre días de un mismo turno semanal o relocalizar temporalmente a los técnicos en otras bases (lo que podría ser beneficioso a pesar de generar costos asociados a la pérdida de trabajo de un técnico en viaje).

La complejidad y los altos costos asociados al problema de mantenimiento han provocado que algunas aerolíneas tercericen la ejecución de esta tarea a empresas dedicadas a este rubro que agrupan recursos de mantenimiento y aprovechan las economías de escala asociadas a ofrecer este servicio a varias aerolíneas. Estas empresas son denominadas Centro de Mantenimiento Aéreo (CMA), que ofrecen horas-persona para la ejecución de trabajos de mantenimiento a diferentes aerolíneas. El 10,3 % de los costos operacionales de las aerolíneas es destinado a centros de mantenimiento aéreo (IATA, 2019) como HAECO (s.f.), AAR (s.f.), Lufthansa Technik (s.f.), Delta TechOps (s.f.), entre otras.

De acuerdo a la demanda de cada aeropuerto, los CMA ofrecen servicios diferenciados en bases centrales (que reciben mayor tráfico aéreo) y bases auxiliares (que reciben menor tráfico). Además, disponen de una planta fija de técnicos contratados, cada uno con diferentes certificaciones (es decir, licencias para trabajar en ciertos modelos de aviones específicos), *skills* (especializaciones en diferentes habilidades de mecánica, estructuras, radares, entre otras) y una base central de residencia.

Un típico acuerdo entre un centro de mantenimiento latinoamericano y una aerolínea se caracteriza por los siguientes hitos. Periódicamente, la aerolínea envía al CMA una lista de trabajos a realizar, cuya regulación exige ejecutarlas en ese horizonte de tiempo. Para completar un trabajo debe ejecutarse un subconjunto de tareas, que consumen horas-persona de determinados *skills* (por ejemplo, una hora-persona en estructuras y dos horas-persona en mecánica) y tienen restricciones de paralelismo (por ejemplo, pueden trabajar dos técnicos al mismo tiempo, debe trabajar un técnico primero y luego el otro, etc.).

Considerando esta información, el CMA estima cuántas horas-persona requiere por cada *skill* para satisfacer la demanda semanal y gestiona su personal. Esta gestión consiste en asignar un plan semanal de turnos a cada técnico, que establece su horario y días libres. Cuando el personal contratado es insuficiente para cubrir la demanda, los centros de mantenimiento tienen típicamente dos opciones para completar los trabajos restantes. La primera es contratar turnos completos de técnicos de llamado, que por hora es más costoso que las horas de técnicos contratados. La segunda opción (y la más costosa de todas) es tercerizar la tarea a otro CMA. Esta alternativa, además, tiene la flexibilidad de ser activable por hora de trabajo.

Así, el objetivo del CMA es satisfacer semanalmente la demanda de trabajos que envía cada aerolínea minimizando el costo asociado a técnicos de llamado y tercerización. Para hacerlo, cada semana asigna turnos a los técnicos disponibles de cada tipo (contratado y de llamado) por día y base. Simultáneamente, asigna el aeropuerto y el momento en que será realizado cada trabajo.

En el caso de un CMA ubicado en Chile con el que se sostuvieron conversaciones, el proceso de planificación semanal es manual y basado en el conocimiento de los profesionales encargados, lo que les consume un día de trabajo semanal. A lo anterior se le suma que esta planificación es alterada ante el surgimiento de tareas inesperadas, lo que les consume tres horas diarias.

Complejidades adicionales del problema

El problema a abordar, además, tiene complejidades adicionales asociadas a la variabilidad temporal de la demanda, la variabilidad de los trabajos requeridos por cada avión y los requerimientos específicos de cada trabajo. A continuación se detalla cada una de ellas.

Primero, la demanda es variable en el tiempo (Dinis *et al.*, 2019). Si el personal contratado es fijo, pueden existir semanas en que los técnicos están siendo subutilizados, y/o otras semanas donde hay subdotación. La **Figura 1.1** detalla las horas-persona trabajadas entre mayo de 2020 y mayo de 2021 en diez aviones del CMA real que actuó como contraparte en esta tesis.

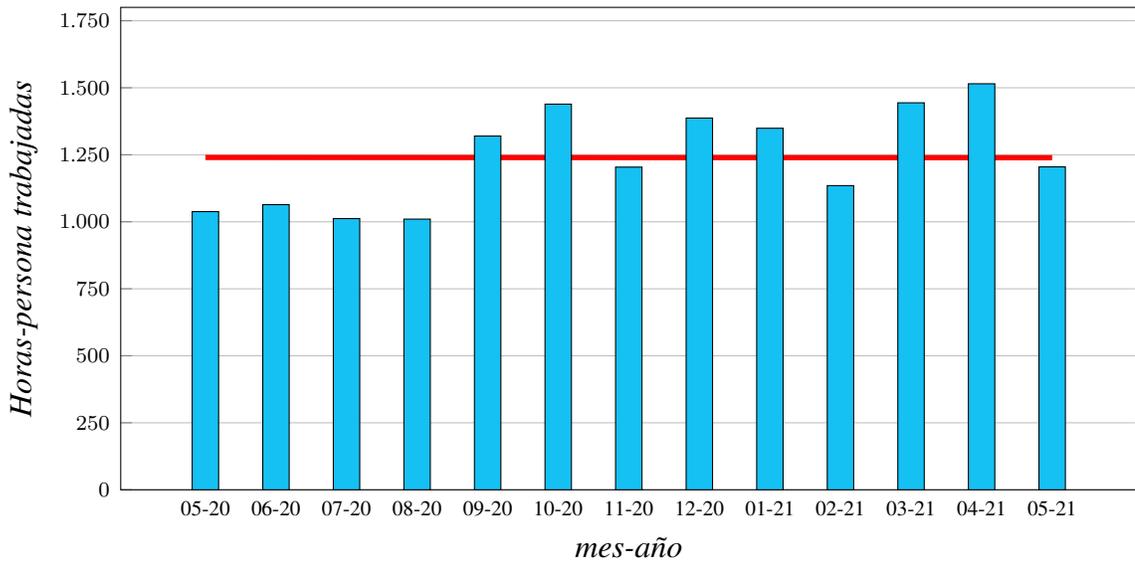


Figura 1.1. Horas-persona trabajadas por mes en base de mantenimiento de Santiago entre mayo del 2020 y mayo del 2021. Fuente: datos reales proporcionados por CMA estudiado

En la **Figura 1.1** se observa que el promedio de horas-persona totales ejecutadas mensualmente es de 1.240 (línea roja), que corresponde aproximadamente al tiempo de trabajo proporcionado por siete técnicos trabajando jornadas de nueve horas diarias por semana. Sin embargo, entre mayo del 2020 y agosto del 2020 el tiempo de trabajo es igual al de seis técnicos, mientras que en abril de 2021 el tiempo de trabajo es de nueve técnicos. En un mes que presenta mayor trabajo, como abril del 2021, los centros de mantenimiento podrían contratar más técnicos, pero en el resto de los meses este personal se encontraría subutilizado.

Segundo, cada avión tiene necesidades distintas de mantenimiento. La **Figura 1.2** diferencia por aeronave el trabajo mensual de las horas-persona ejecutadas de la **Figura 1.1**. En promedio se trabaja entre 50 y 250 horas-persona al mes por avión. Pero, se trabajan más horas-persona en algunos aviones. En agosto del 2020, por ejemplo, se trabajaron 500 horas-persona en un solo avión y, en abril de 2021, se ejecutaron 400 horas-persona en otro avión.

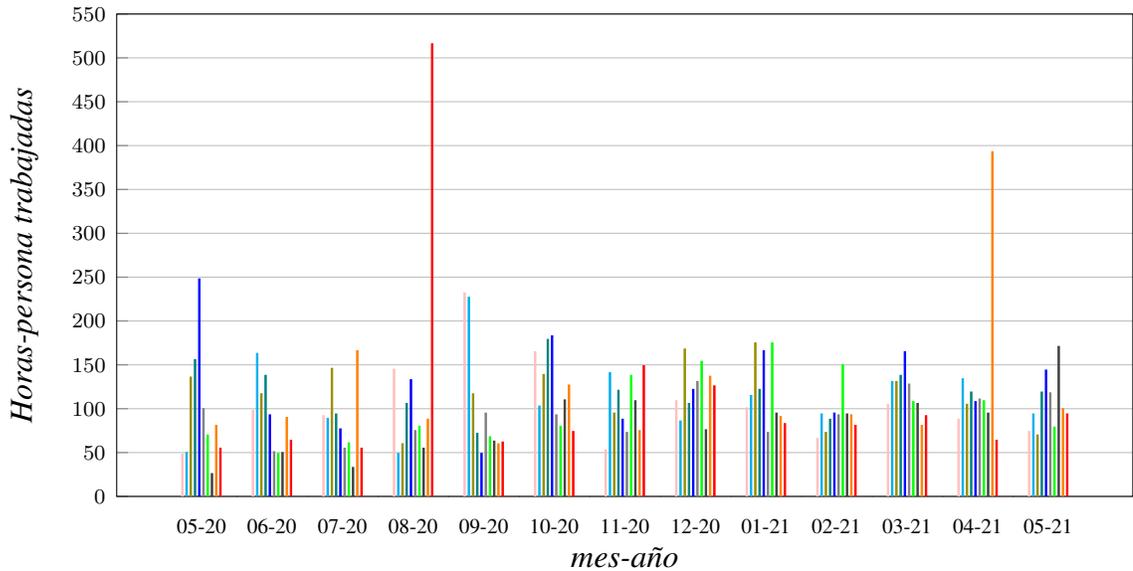


Figura 1.2. Horas-persona trabajadas por mes y por avión en base de Santiago entre mayo del 2020 y mayo del 2021. Fuente: datos reales proporcionados por CMA

Si en un mes un avión específico requiere más horas-persona de mantenimiento que otro, el CMA debe proveerlas sin alterar su itinerario de vuelo, pues lo exige la aerolínea y los acuerdos estipulados. Así, el CMA no solo debe aumentar su oferta, sino que debe hacerlo en los momentos y aeropuertos en los que ese avión se encuentra en tierra.

Finalmente, los trabajos de mantenimiento poseen características que dificultan su ejecución. Cada uno está compuesto por diferentes tareas que deben ser completadas en un máximo de tiempo (es decir, existe un tiempo máximo entre el inicio de la primera tarea del trabajo y la finalización de la última tarea del mismo). Además, cada tarea requiere de un *skill* específico, tiene un tiempo de procesamiento y requiere una cantidad de técnicos trabajando simultáneamente. La **Figura 1.3** presenta un ejemplo de una ventana de tiempo de nueve horas, en el que se presentan dos posibles asignaciones **(1)** y **(2)** para un trabajo compuesto por tres tareas. Cada una exige un *skill* diferente (color). Este trabajo posee tiempo máximo de ejecución de 7 horas. La asignación **(2)** es infactible, pues viola el tiempo máximo de 7 horas por trabajo.

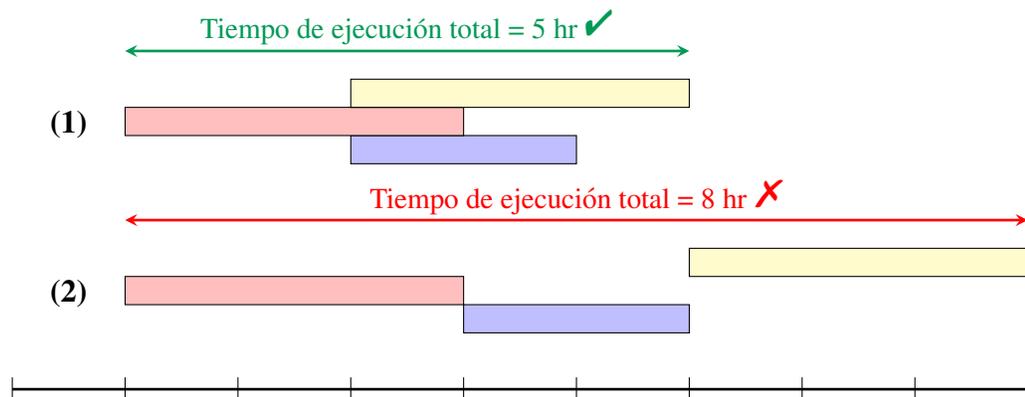


Figura 1.3. Ejemplo de asignación de tareas para trabajo cuyo tiempo de ejecución máximo es 7 horas

Flexibilidades a explotar en una potencial asignación optimizada

Para industrias como el *retail*, la literatura de asignación de turnos de personal sugiere implementar flexibilidades en la asignación de turnos semanales a personas, pues genera ahorros (Henao *et al.*, 2015; Porto *et al.*, 2019). La hipótesis de esta tesis es que planificar el trabajo de técnicos de aviones incluyendo estas flexibilidades reduce los costos operacionales de un CMA.

La primera propuesta de mejora está relacionada al *multiskilling* (es decir, entrenar a técnicos en más de un *skill*), lo que será llamado **flexibilidad de skill**. La segunda es planificar cambiando la hora de inicio de los técnicos en cada día de trabajo, lo que será denominado como **flexibilidad temporal**. La última es incluir **flexibilidad espacial**, que consiste en relocalizar técnicos en distintos aeropuertos, posiblemente diferentes al de su residencia.

Para representar las ventajas asociadas a implementar flexibilidad de *skill*, en la **Figura 1.4** se presenta un ejemplo para un trabajo con tres tareas que requiere diferentes *skills* (colores) para cinco periodos de tiempo. Se detallan asignaciones dependiendo de la flexibilidad de *skill* disponible en los técnicos: *mono-skilled* (tres técnicos entrenados en un *skill* cada uno), *bi-skilled* (cada uno entrenado en dos *skills*) y *multi-skilled* (cada uno entrenado en tres *skills*). Por asignación, se muestra el *skill* que cada técnico puede realizar según su color y la utilización de cada uno.

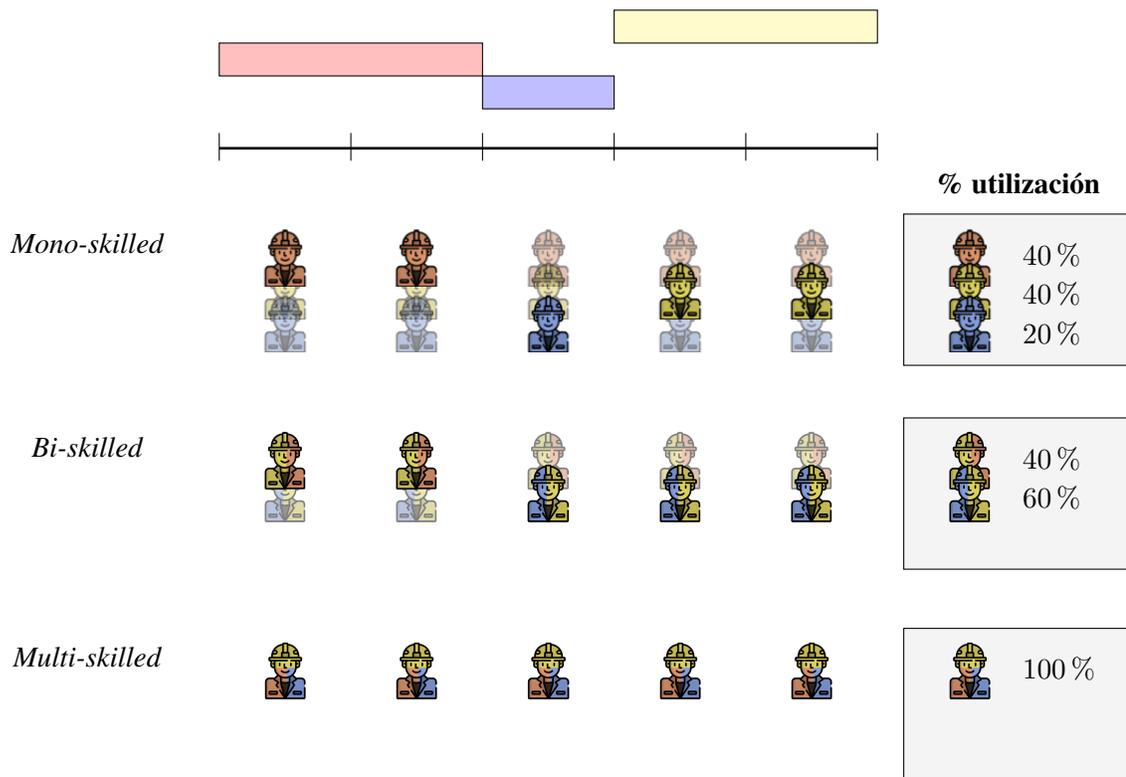


Figura 1.4. Ejemplos de asignación de tareas y planificación de técnicos para un trabajo de tres de diferente *skill*

En la asignación de tareas de la **Figura 1.4** conviene tener y planificar con flexibilidad de *skill*. Esto es evidente, pues el plan *mono-skilled* requiere tres técnicos para cumplir con la demanda, el *bi-skilled* solo dos técnicos y en el *multi-skilled* solo se necesita a una persona con 100 % de utilización. Adicionalmente, este ejemplo detalla algo importante: la asignación de tareas y de turnos a técnicos de mantenimiento es dependiente. Podría ser ineficiente planificar estas decisiones secuencialmente.

En cuanto al segundo tipo de flexibilidad, la **Figura 1.5** muestra un ejemplo de planificación con flexibilidad temporal con más de una hora de inicio dependiendo del día de la semana.

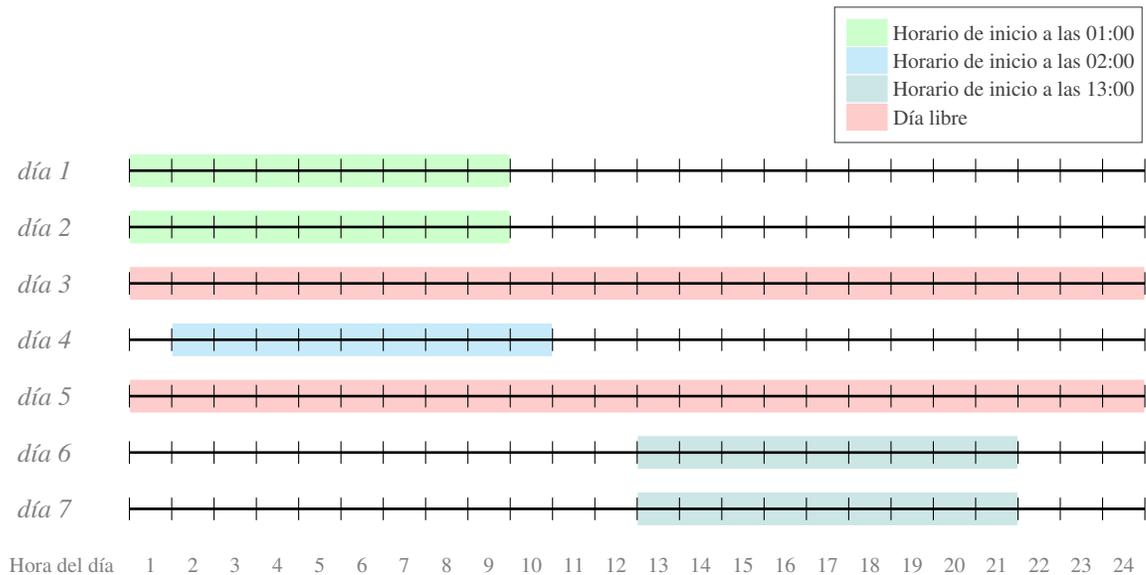


Figura 1.5. Ejemplo de turno semanal con hora de inicio variable a lo largo de la semana

En los dos primeros días el técnico comienza a trabajar a las 01:00, el tercer día es libre, el cuarto día inicia a las 2:00, el quinto día es libre y en los últimos dos días comienza a las 13:00. Esta flexibilidad permite adaptar la disponibilidad de los técnicos de mantenimiento a las ventanas de tiempo en tierra de los aviones.

Por ejemplo, si un conjunto de aviones está en tierra durante la noche en los primeros días de la semana, pero luego de día, entonces la asignación de un técnico con horario fijo nocturno provocará que no pueda trabajar en esos aviones al final de la semana, reduciendo así sus posibilidades. Esto se soluciona si el técnico trabaja con el turno presentado en la **Figura 1.5** en vez de un turno fijo (sin cambio de horario de inicio durante la semana).

Por último, con respecto a la flexibilidad espacial, la relocalización de técnicos puede ser útil cuando existe desequilibrio espacial entre la oferta y la demanda de trabajo entre bases. Por ejemplo, si los aviones a mantener pasan la mayoría del tiempo en bases auxiliares, esto podría provocar subutilización de técnicos ubicados en la base central. Cuando esto sucede, relocalizar técnicos de la base central a la base auxiliar podría reducir costos a pesar del tiempo perdido por el viaje en tiempo de trabajo entre aeropuertos.

1.1. Objetivos de la investigación

Anteriormente, se ha descrito el problema de asignación de tareas y turnos semanales a técnicos en el ámbito de mantenimiento aéreo de aviones comerciales. Este consiste en decidir en qué momento, dónde y con qué recursos de personal realizar una lista de trabajos compuestos por múltiples tareas que requieren distintos *skills* en múltiples bases. Este es un problema que en el CMA estudiado se resuelve manualmente por su complejidad. Así, surge la inquietud de descubrir si resolver este problema con metodologías de gestión de operaciones genera ahorros en la operación de los CMAs, y de detectar cuáles flexibilidades generan el mayor beneficio.

El objetivo principal de esta investigación es modelar y resolver el problema de asignación semanal de tareas y turnos a técnicos en un centro de mantenimiento aéreo en múltiples bases. Se proponen los siguientes objetivos específicos:

- Modelar matemáticamente el problema integrando decisiones de asignación de tareas y turnos semanales a técnicos de mantenimiento en múltiples bases.
- Implementar métodos de descomposición y heurísticas que permitan resolver instancias de diferentes tamaños bajo distintas condiciones de operación.
- Evaluar el desempeño del modelo en escenarios similares a los que enfrentan los tomadores de decisiones de los CMAs en cuanto a tiempo de cómputo y calidad de solución.
- Estimar el ahorro potencial de planes optimizados que incluyan flexibilidades de *skill*, temporales y espaciales tanto de manera aislada como combinada.
- Identificar qué tipo de flexibilidad genera mayores beneficios y en qué escenarios de operación.

1.2. Alcance

Si bien existen múltiples factores que influyen en la asignación de tareas y turnos de personal, en la presente tesis se incluyen los de mayor relevancia identificados en múltiples entrevistas con profesionales de la industria, y acorde a los objetivos de la investigación.

Primero, este trabajo considera que los itinerarios son dados al planificar mantenimiento, pues son decisiones tomadas por la aerolínea y no por el CMA. Segundo, se asume que siempre existe disponibilidad de materiales, repuestos y herramientas relacionadas a las tareas de mantenimiento. Se descarta el retraso provocado por esperas relacionadas a falta de repuestos, pues fueron detectados como un evento de baja recurrencia en las entrevistas realizadas a profesionales de la industria.

Tercero, el análisis descarta el tiempo de descanso en una jornada de trabajo. Esta decisión fue tomada luego de observar que en un CMA los técnicos descansan al comienzo de un turno o al final de este. Así, se decidió modelar turnos solo con jornadas de trabajo efectivo descartando ese tiempo del turno.

Cuarto, solo se consideran tareas de mantenimiento conocidas. Las tareas inesperadas (que pueden ser ocasionadas por incidentes durante el vuelo o requerimientos no pactados en los contratos entre centros de mantenimiento y aerolíneas) son descartadas.

Quinto, aunque el modelo permite incluir múltiples *skills*, en los experimentos se consideran solo tres: aviónica, mecánica y estructuras, pues son los más demandados de acuerdo al CMA.

Por último, se considera una flota única de aviones *Narrow Body* o de corta distancia (por ejemplo, Airbus A320, Boeing 767, entre otros), pues los experimentos se centran en el estudio de aerolíneas *low-cost*. Esto es confirmado por Klopheus *et al.* (2012), que señalan que estas aerolíneas poseen una flota homogénea de corta distancia. Así, se descarta incluir certificaciones en el modelo relacionadas a la capacidad de un técnico para realizar mantenimiento a modelos distintos de aeronaves.

1.3. Estructura de la tesis

El resto de la tesis se organiza así. El segundo capítulo presenta un revisión de la literatura que ha estudiado problemas de asignación de turnos de personal y tareas enfocado en el mantenimiento de aviones comerciales, junto a un análisis de brechas de investigación detectadas y la presentación de la contribución de este trabajo.

En el tercer y cuarto capítulo se formula un modelo matemático que representa el problema como un *Mixed Integer Programming* (MIP). Asimismo, se definen y explican

en detalle las restricciones incluidas.

El quinto capítulo introduce los enfoques de solución desarrollados para el modelo. También, se presentan métodos heurísticos basados en generación de columnas.

El sexto capítulo presenta un caso de estudio conformado por distintos escenarios para poder evaluar el desempeño del método de solución y estimar los ahorros de cada flexibilidad. Este contiene, además, la definición de los indicadores de rendimiento y los experimentos realizados.

El séptimo capítulo presenta un análisis de tiempos de cómputo y las soluciones obtenidas por diferentes métodos de solución. Además, se estima el valor de cada una de las flexibilidades propuestas para distintos tamaños de problema y escenarios. El octavo capítulo extiende el análisis al incorporar una topología de red distinta.

El noveno capítulo presenta las conclusiones y hallazgos más importantes de la tesis. También, se comenta sobre futuras líneas de investigación en las que se podría profundizar el estudio.

CAPÍTULO 2. REVISIÓN DE LA LITERATURA

En la literatura de investigación de operaciones existen dos grandes familias de problemas que involucran mantenimiento aéreo. La primera es el diseño de itinerarios de avión que aseguran no exceder un tiempo determinado de vuelo para realizar mantenimiento, lo que es denominado *Aircraft Maintenance Routing Problem* (AMRP). El estado de la literatura en este ámbito se encuentra bien detallado en lo investigado por Lagos *et al.* (2020).

La segunda es la gestión de personal de mantenimiento dado un itinerario de aeronaves, lo que para el largo plazo es denominado planificación de personal y para el corto plazo es llamado asignación de personal. Esta familia es donde se encuentra el problema estudiado. A modo de resumen, la **Tabla 2.1** presenta los problemas abordados en esta clasificación y las respectivas decisiones.

Tabla 2.1. Resumen de clasificación de literatura y problemas abordados en planificación y asignación de personal

Clasificación	Problemas abordados	Decisiones tomadas en cada problema
Planificación de personal	Contratación	Cantidad de técnicos a contratar por tipo de contrato para cumplir con demanda.
	Diseño de equipos	Número de personas por equipo de trabajo según certificaciones y requerimientos.
	Diseño de turnos	Número de turnos necesarios por día y tipo y/o cantidad de personal necesitado por turno.
Asignación de personal	Asignación de turnos	Turnos a asignar por cada técnico y/o equipo en cada día.
	Asignación de trabajos	Tareas a asignar por turno asignado a una persona y/o equipo.

De acuerdo a Beliën *et al.* (2013), la planificación de personal de mantenimiento se define como la formación de equipos y el diseño de turnos a largo plazo. Este problema es estratégico-táctico y busca decidir sobre: cómo hacer equipos de personal con diferentes *skills*, determinar la cantidad y ubicación de técnicos de mantenimiento a contratar, y diseñar la cantidad de turnos necesarios para cumplir con la demanda. Una revisión bibliográfica con respecto a este grupo de problemas es realizada por De Bruecker *et al.* (2015), que describe las investigaciones enfocadas en la optimización de la fuerza laboral conformada por diferentes *skills*.

La asignación de personal de mantenimiento consiste en asignar turnos y tareas a personas individuales y/o equipos en el corto plazo. En el caso de los turnos, se consideran preferencias de los técnicos, horario de almuerzo, tiempo máximo de trabajo, entre otras. Sobre ello, Cuevas *et al.* (2016) realizan una revisión bibliográfica enfocada en el *retail*; y Ağralı *et al.* (2017) en el área de la salud. La asignación de tareas, en cambio, busca asignar en el corto plazo una lista de trabajos en que cada uno requiere una habilidad de *skill* determinada para ser completado. Un resumen de la literatura al respecto se encuentra en Khalfay *et al.* (2017).

En las siguientes secciones se describen investigaciones que abarcan la planificación y asignación de personal. Esto desde una perspectiva de mantenimiento aéreo, y desagregado en estudios que ven solo uno de los problemas y estudios que incluyen ambos. Lo anterior es complementado con otras investigaciones que no entran en la categorización de mantenimiento establecida anteriormente.

2.1. Planificación o asignación de personal de mantenimiento por separado

Kolen y Kroon (1992) son uno de los primeros que investigan sobre planificación de personal para mantenimiento aéreo al estudiar un problema de contratación de técnicos. Adicionalmente, demuestran que matemáticamente pueden resolver problemas polinomiales de este problema considerando que cada uno tiene diferentes certificaciones y *skills*.

Posteriormente, Dijkstra *et al.* (1994) formulan el problema de contratación y asignación de turnos como un *Mixed Integer Linear Programming* (MILP), cuyo objetivo es minimizar la cantidad apropiada de técnicos -y sus capacitaciones-, asignándolos a turnos fijos (mañana, tarde y noche). Con base en este modelo, implementan un *Decision Support*

System para la aerolínea holandesa KLM.

Tanto Wahyudin *et al.* (2016) como Puteri *et al.* (2017) expanden el problema de contratación al incluir múltiples bases. Las investigaciones se diferencian en que la primera incluye planificación de materiales y herramientas (pero asume que cada técnico puede hacer cualquier *skill*), mientras que la segunda incluye requerimientos de *skills*, pero omite materiales y herramientas. En ambos casos el objetivo es minimizar costos de contratación en diferentes bases, pero se agrega la demanda a un requerimiento de horas-persona por día-aeropuerto y no se asignan turnos.

Recientemente, Permatasari *et al.* (2019) proponen un modelo matemático para el problema de contratación y diseño de turnos en un centro de mantenimiento con diferentes flotas de aviones. Luego de aplicar su modelo en un caso de estudio inspirado en un CMA de Indonesia, concluyen que la optimización de estas decisiones genera una disminución del 30 % del costo en comparación a la operación actual del CMA de estudio. Sin embargo, los autores solo consideran cuatro tipos de turno, y agregan la demanda en solo dos tipos de trabajo (chequeos de tránsito y chequeos de pernocte) por aeronave, con diferentes requerimientos de personal y *skills*.

En cuanto a la asignación de personal en el corto plazo, una de las primeras investigaciones es la de Gupta *et al.* (2003), que estudian el problema de asignación de turnos y trabajos. Los autores usan meta-heurísticas de algoritmos genéticos junto a simulación para minimizar la demanda insatisfecha y reducir las horas extra que los técnicos deben destinar para cumplir con esta demanda no completada. Se asume, sin embargo, que los técnicos pueden realizar trabajos de cualquier *skill*.

Por otro lado, De Bruecker *et al.* (2015) investigan sobre el problema de diseño de equipos, asignación de turnos y asignación de trabajos. Esto al formular un modelo que tiene por objetivo minimizar los costos de los turnos asignados al personal (que varían dependiendo del horario), pero considerando la estocasticidad de las demoras de los vuelos. Esto quiere decir que la demanda de horas-persona por periodo puede variar en el caso de que aviones no cumplan los horarios de despegue y aterrizaje planeados. El modelo es formulado como un MILP y es resuelto con heurísticas.

2.2. Planificación y asignación de personal de mantenimiento en conjunto

La primera investigación que combina estas decisiones de forma secuencial (primero planificar el personal, y luego asignar turnos para cumplir la demanda en base a la planificación) es la publicada por Yan *et al.* (2004). Los autores proponen que el diseño y la asignación de turnos en conjunto puede disminuir la cantidad de técnicos necesarios para la ejecución de mantenimiento. Ellos formulan un MILP que busca minimizar la cantidad de personal contratado ante la presencia de diferentes tipos de turnos y flexibilidades. Por ejemplo, consideran distinta hora de inicio, tamaños de equipo y duración de la jornada laboral (*full-time* o *part-time*), pero solo consideran una base de mantenimiento. Además, concluyen que las flexibilidades permiten disminuir en un 50 % la cantidad total de certificaciones (capacidad de que un técnico puede realizar mantenimiento a distintos modelos de aviones) disponibles en el personal.

Luego, Beliën *et al.* (2012) presentan un *software* diseñado para el problema de contratación, diseño de equipos, asignación de turnos y asignación de tareas en un CMA. Su objetivo es minimizar los costos de personal al decidir cuántos técnicos contratar, el tamaño de cada equipo de trabajo, el turno en el que trabaja cada técnico (con costo diferente de acuerdo al día de la semana y horario) y los periodos en los que deben iniciarse los trabajos de mantenimiento (definidos por una ventana de tiempo). Lo anterior es similar a lo propuesto por Beliën *et al.* (2013), con la diferencia de que estos últimos consideran múltiples *skills*.

En un rubro aéreo distinto al mantenimiento, Kuo *et al.* (2014) proponen un MILP para el problema de diseño turnos, asignación de turnos y asignación de trabajos con diferentes *skills*. Esto considerando diferentes servicios (vender *tickets*, recolectar tarjetas de embarque, entre otras) en un tiempo y terminal específico de un aeropuerto. Los autores estudian la posibilidad de mover personal en el tiempo y espacio, ya que los trabajos requieren de un traslado entre terminales o puertas de embarque.

De Bruecker *et al.* (2018) estudian integrar el diseño de turnos, diseño de equipos, asignación de turnos y asignación de trabajos en un CMA, pero considerando un plan de entrenamiento para técnicos en más de una *skill*. Los autores proponen un modelo *Mixed Integer Programming* (MIP) cuyo objetivo es minimizar el costo de horas persona y entrenamientos.

Recientemente Tang y Hsu (2019) proponen un modelo estocástico de dos etapas para el problema de contratación de técnicos y las horas-persona a tercerizar considerando la incertidumbre del tiempo requerido por un trabajo y los atrasos de los vuelos. Los autores generan un conjunto de escenarios para representar esta incertidumbre, planifican la cantidad de técnicos a contratar y asignan las horas-persona a tercerizar con base en esa planificación.

La **Tabla 2.2** resume las investigaciones mencionadas. Se señala si los estudios consideran *skills*, si planifican el diseño de turnos (por ejemplo, cuántos horarios de inicio a la semana, duración de jornada, etc.), si asignan turnos a personal de mantenimiento, si consideran el itinerario de los aviones (es decir, tiempo y espacio en que tienen tiempos en tierra), si asignan trabajos a técnicos, si consideran múltiples bases y si los trabajos son desagregados a nivel de tarea (es decir, cada trabajo tiene un subconjunto de tareas con distintos *skills* que deben ser completadas en un tiempo máximo de ejecución). En la última fila, además, se presentan las características de la presente tesis.

Tabla 2.2. Resumen de literatura centrada en planificación y asignación de personal en conjunto

Autores y año	Skills de personal	Diseño de turnos	Asignación de turnos	Itinerario de aviones	Asignación de trabajos	Múltiples bases	Trabajos desagregados a nivel de tarea
Yan <i>et. al.</i> , (2004)	✓	✓	✓	✓			
Belien <i>et. al.</i> , (2012)			✓	✓	✓		
Belien <i>et. al.</i> , (2013)	✓		✓	✓	✓		
Kuo <i>et. al.</i> , (2014)	✓	✓	✓		✓	✓	
De Bruecker <i>et. al.</i> , (2018)	✓		✓	✓			
Tang y Hsu, (2019)	✓	✓	✓	✓			
Esta tesis (2022)	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

En la literatura de planificación y asignación de mantenimiento en conjunto, el factor geográfico solo ha sido incluido en lo estudiado por Kuo *et al.* (2014), al incluir diferentes

localizaciones de terminales en un mismo aeropuerto, pero en un ámbito no relacionado al mantenimiento aéreo. Por otro lado, lo investigado por Yan *et al.* (2004) es interesante debido a que es la única que prueba flexibilidades de horario de inicio, pero no considera técnicos que se relocalicen temporalmente en bases. Finalmente, ninguna investigación ha considerado la desagregación de trabajos a nivel de tareas con distintos *skills*. Además, la integración de planificación y asignación en la literatura ha sido vista de forma secuencial, a diferencia de esta tesis, que las integra simultáneamente.

2.3. Otras investigaciones de interés

Existe literatura de interés no relacionada a la planificación o asignación de personal de mantenimiento. En particular, destacan investigaciones de mantenimiento aéreo con otro horizonte de planificación o investigaciones que asignan turnos a personal a otros rubros como el *retail*. Estas se detallan en los siguientes párrafos.

Deng *et al.* (2021) presentan un *software* basado en modelos de programación lineal que busca reducir la frecuencia de tareas de mantenimiento en el largo plazo, para así aumentar la disponibilidad de vuelo de los aviones. Los autores generan un itinerario de chequeos en que el avión no puede volar por una semana o más, y luego, asignan tareas de mantenimiento a cada chequeo. De acuerdo a las dos etapas anteriores, asignan tres tipos de turno (mañana, tarde y noche) para los técnicos y asignan tareas. A diferencia de esta tesis, en la investigación se considera una base única.

Otro problema relacionado es el *Multi-skilled Workforce Tour Scheduling Problem*, que asigna turnos a empleados para gestionar el personal existente en distintos servicios. Cuevas *et al.* (2016) resuelven este problema formulando un MILP que decide de forma simultánea el turno de cada empleado, sus días libres, y las tareas que debe ejecutar. Esta investigación es importante para este trabajo por dos razones. En primer lugar, los autores definen una nomenclatura de turnos como un vector de parámetros binarios (que será utilizado en esta tesis, pero incluyendo la variable geográfica de múltiples bases de mantenimiento). En segundo lugar, prueban los beneficios de poseer personal *multi-skilled*, una de las flexibilidades que será probada en esta tesis, pero aplicada al caso de los CMA. Ahora bien, la investigación anterior no está enfocada en la industria aérea, y no incluye la posibilidad de que los turnos de los técnicos tenga flexibilidad espacial. Esta es una

brecha en la que esta tesis pretende ser un aporte, relacionada al beneficio que puede generar la relocalización de personal en distintos puntos geográficos de acuerdo a la demanda necesaria.

2.4. Contribuciones

Los CMAs se ven enfrentados semanalmente al problema de asignación de tareas y turnos a técnicos en múltiples bases, cuyos tomadores de decisión resuelven manualmente.

Este trabajo incorpora técnicas de investigación de operaciones para minimizar los costos que los centros de mantenimiento deben destinar a técnicos de llamado y tercerización. En base a esta premisa y de acuerdo a la revisión bibliográfica previamente presentada, se identifican las siguientes contribuciones.

- Integrar simultáneamente decisiones de asignación de tareas y turnos a técnicos en múltiples bases considerando los tiempos en tierra por avión y localización.
- Formular un modelo que permite incluir en conjunto flexibilidades de *skill*, temporales y espaciales.
- Asignar trabajos de mantenimiento desagregados a nivel de tarea con distintos requerimientos de trabajadores, *skills* y tiempo de procesamiento.
- Proponer un método de solución mediante una heurística basada en generación de columnas.
- Estimar el potencial valor de diferentes tipos de flexibilidades mediante un caso de estudio y obtener lecciones para los tomadores de decisión.

CAPÍTULO 3. DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

Se considera un contexto de una flota de aviones definida por un conjunto \mathcal{P} , cada uno con un itinerario de vuelo entre aeropuertos en el conjunto \mathcal{A} . Un CMA debe mantener esta flota en bases definidas por el subconjunto $\mathcal{A}^{\text{BASE}} \subset \mathcal{A}$, en un horizonte de tiempo compuesto por un conjunto de \mathcal{D} días desagregados en un conjunto de \mathcal{H} periodos. Para relacionar cada día con sus respectivos periodos se define el subconjunto $\mathcal{H}_d \subset \mathcal{H}$, que incluye cada periodo $h \in \mathcal{H}$ perteneciente al día $d \in \mathcal{D}$.

El CMA debe ejecutar un conjunto de trabajos \mathcal{J} , que son desagregados en tareas \mathcal{T} . Por cada trabajo $j \in \mathcal{J}$ se requiere ejecutar un conjunto de tareas $\mathcal{T}_j \subseteq \mathcal{T}$ sin sobrepasar un tiempo de θ_j periodos entre el inicio de la ejecución de la primera tarea y el término de la última asociada a este trabajo j . Para completar una tarea particular se requiere un *skill* definido en el conjunto \mathcal{K} , un tiempo de procesamiento p_t y que δ_t técnicos la procesen al mismo tiempo. Además, se define $j(t)$ como el trabajo $j \in \mathcal{J}$ al que pertenece la tarea $t \in \mathcal{T}$ y $\mathcal{T}_k \subset \mathcal{T}$ como el subconjunto de todas las tareas que requieren el *skill* k .

Los momentos en tierra en que las tareas pueden ser realizadas se denominan “oportunidades de mantenimiento” y dependen del itinerario del respectivo avión. Estas oportunidades son representadas por el subconjunto $\mathcal{H}_{at} \subset \mathcal{H}$, que indica los periodos $h \in \mathcal{H}$ en que una tarea $t \in \mathcal{T}$ puede ser iniciada en el aeropuerto $a \in \mathcal{A}$. En la **Figura 3.1** se muestra un ejemplo para una tarea t^0 con duración de $p_{t^0} = 2$, perteneciente a un avión que viaja desde el aeropuerto 1 al 2 en los periodos 3 y 4; y que despegga del aeropuerto 2 en el inicio del periodo 8. Además, en la figura se destaca en una línea punteada el itinerario del avión, en verde los periodos en los que puede iniciarse la tarea t^0 , y en rojo los periodos en los que no es posible iniciar esta tarea porque el avión se encuentra volando o porque no se alcanza a completar antes que el avión despegue.

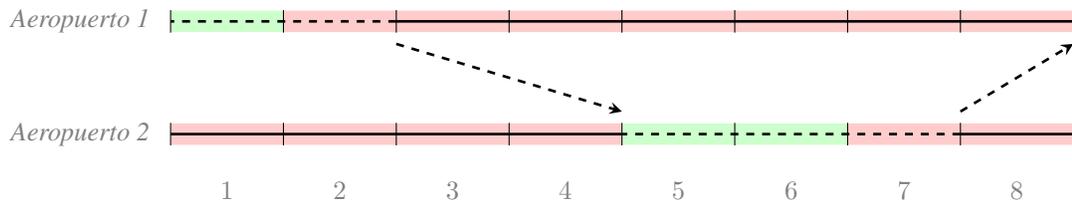


Figura 3.1. Ejemplo de subconjunto \mathcal{H}_{at} para tarea t^0 con duración de dos periodos perteneciente a avión que viaja de aeropuerto 1 a aeropuerto 2

Este ejemplo muestra que, si la tarea t^0 posee una duración $p_{t^0} = 2$, solo puede iniciarse en el aeropuerto 1 en el periodo 1, puesto que el iniciarla en el periodo 2 la dejaría incompleta. En el aeropuerto 2 la tarea puede iniciarse en el periodo 5 o en el periodo 6. Así, $\mathcal{H}_{1t^0} = \{1\}$ y $\mathcal{H}_{2t^0} = \{5, 6\}$, tal como lo muestra el color verde en la figura.

Para ejecutar los trabajos, el centro de mantenimiento puede (i) usar sus técnicos contratados, (ii) pagar turnos de llamado o (iii) tercerizar horas-persona a otros CMA. Cada opción tiene costos e implicancias que se detallan a continuación.

En la primera opción el CMA tiene técnicos contratados de diferente tipo, definido en el conjunto \mathcal{L} . Cada tipo $l \in \mathcal{L}$ puede realizar un subconjunto de *skills* $\mathcal{K}_l \subset \mathcal{K}$. Así, en cada base $a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ se dispone de β_{al}^{REG} técnicos contratados del tipo $l \in \mathcal{L}$. Se asume que el costo de utilizar técnicos contratados para suplir la demanda es igual a cero, pues es un costo hundido en el problema.

A cada técnico se le debe asignar un turno semanal, definido matemáticamente como esquema. Un esquema de técnico contratado $e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}$ corresponde a una lista de vectores $(a, h) \in \mathcal{A} \times \mathcal{H}$ que indican los periodos y lugares del espacio en que el técnico está disponible para trabajar. Adicionalmente, se define el subconjunto $\mathcal{E}_{ah}^{\text{REG}} \subset \mathcal{E}^{\text{REG}}$ que incluye todos los esquemas e que tienen asignada una hora de trabajo en el aeropuerto a y periodo h ; y el subconjunto $\mathcal{E}_a^{\text{REG}} \subset \mathcal{E}^{\text{REG}}$ que incluye todos los esquemas e de técnicos con residencia en el aeropuerto a .

Esta forma de asignación de turnos semanales ha sido inspirada en lo propuesto por Cuevas *et al.* (2016), literatura que se recomienda revisar en caso de requerir mayores detalles. La **Figura 3.2** presenta un ejemplo de esquema que trabaja cinco días con horario de inicio a las 10:00 y tiene días libres el tercer y quinto día de la semana. La componente espacial no es incluida, pues el esquema siempre trabaja en la misma base.

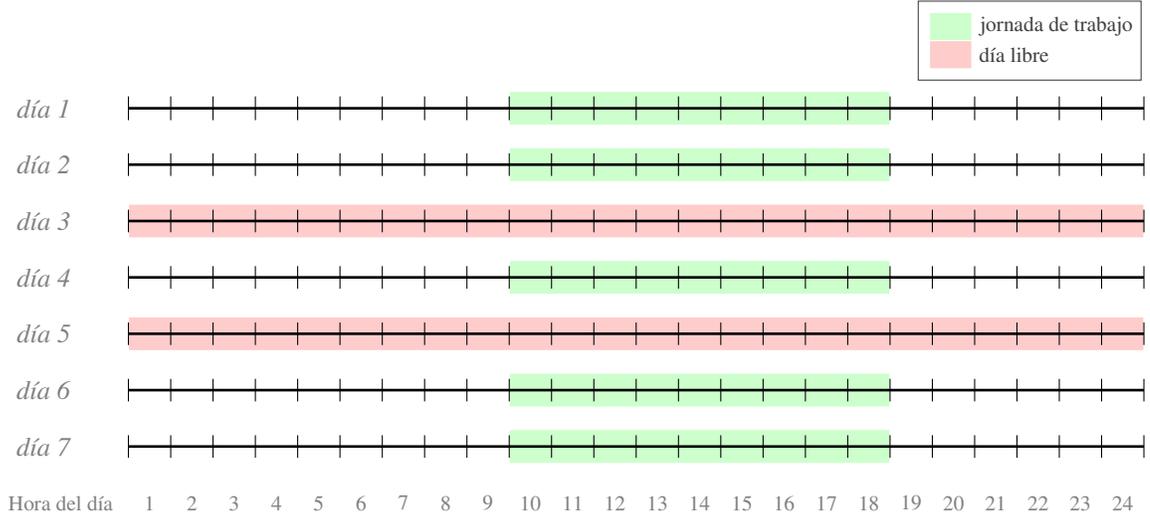


Figura 3.2. Ejemplo de esquema sin considerar componente espacial para técnico contratado con duración de jornada de 9 horas diarias y sin flexibilidades

La modelación en base esquemas presenta ventajas con respecto a modelar las características de los turnos semanales a través de variables de decisión, ya que permite cumplir con las leyes laborales incluyendo los días libres, duración de jornada y horario de entrada sin la necesidad de recurrir a restricciones adicionales asignada una hora de trabajo en el turno variable entre días durante la semana) y flexibilidad espacial (relocalización temporal de técnicos entre aeropuertos).

En cuanto a esta última flexibilidad, si la relocalización implica que los técnicos pernocten fuera de su residencia una o más noches, entonces esta decisión tiene un costo de α_e^{RELOC} , asociado a la alimentación y el hospedaje del esquema e .

La segunda opción que tiene el CMA es llamar técnicos *on-call* de distinto tipo $l \in \mathcal{L}$ en las bases $\mathcal{A}^{\text{BASE}}$, con un costo α_i^{CALL} para una jornada con duración de $i \in \mathcal{I}$ periodos. Debido a su escasez, solo pueden contratarse una cantidad de γ turnos *on-call* diarios en la totalidad de la red.

Cada técnico de llamado debe tener asignado un esquema $e \in \mathcal{E}^{\text{CALL}}$. Estos esquemas se diferencian de los de técnicos contratados (\mathcal{E}^{REG}) en que solo incluyen el tiempo de

duración de la jornada de un día y no permiten relocalización. Además, se definen los subconjuntos $\mathcal{E}_i^{\text{CALL}} \subset \mathcal{E}^{\text{CALL}}$, que incluye los esquemas de llamado e que tienen duración de i periodos; $\mathcal{E}_{ah}^{\text{CALL}} \subset \mathcal{E}^{\text{CALL}}$, que incluye todos los esquemas de llamado e que tienen asignada una hora de trabajo en el aeropuerto a y periodo h ; y $\mathcal{E}_{iad}^{\text{CALL}} \subset \mathcal{E}^{\text{CALL}}$, que incluye los esquemas de llamado e de duración i que tienen asignada una hora de trabajo en el aeropuerto a del día d . La **Figura 3.3** presenta un ejemplo de esquema de llamado con duración de cuatro y ocho periodos.

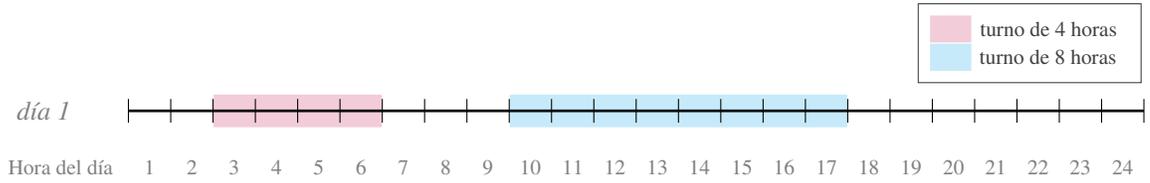


Figura 3.3. Ejemplo de esquemas sin considerar componente espacial para técnico de llamado con jornada de duración de cuatro y ocho horas

La última opción que tiene el CMA es externalizar horas-persona en cualquier aeropuerto \mathcal{A} a un costo de α^{EXT} por periodo y *skill*. Naturalmente, se cumple que $\alpha^{\text{EXT}} > (\alpha_i^{\text{CALL}}/i)$.

Así, el CMA debe asignar turnos semanales a cada técnico junto a la ubicación y el momento de inicio de cada tarea para minimizar costos de contratación de turnos de llamado y tercerización. En el siguiente capítulo se presenta el modelo de optimización de este problema.

CAPÍTULO 4. MODELACIÓN DEL PROBLEMA

A partir de la definición del problema presentada en el **capítulo 3**, este se representa en un modelo. Las variables de decisión corresponden a: i) la elección del periodo h y aeropuerto a en que es iniciada la tarea t , definida por la variable binaria x_{ath} ; ii) cuántos técnicos contratados de tipo l son asignados al esquema de trabajo $e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}$, según la variable entera y_{el} ; iii) cuántos técnicos *on-call* de tipo l son llamados para realizar el esquema $e \in \mathcal{E}^{\text{CALL}}$, representado por la variable entera \hat{y}_{el} ; y iv) cuántas horas-persona del *skill* k externalizar en el periodo h y aeropuerto a , definido por la variable entera u_{ahk} . La formulación matemática se presenta a continuación.

$$\min_{\{x,y,\hat{y},u\}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_i^{\text{CALL}}} \alpha_i^{\text{CALL}} \cdot \hat{y}_{el} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \alpha^{\text{EXT}} \cdot u_{ahk} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}} \alpha_e^{\text{RELOC}} \cdot y_{el} \quad (4.1)$$

s.a.

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{h \in \mathcal{H}_{at}} x_{ath} = 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (4.2)$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} x_{ath} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{\substack{r \in \mathcal{H}_{at'}: \\ r > h - p_{t'} + \theta_{j(t)} + 1}} x_{at'r} \leq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall t' \in \mathcal{T}_{j(t)} \setminus \{t\}, \forall h \in \mathcal{H}_t \quad (4.3)$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_a^{\text{REG}}} y_{el} \leq \beta_{al}^{\text{REG}}, \quad \forall l \in \mathcal{L}, a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (4.4)$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_{iad}^{\text{CALL}}} \hat{y}_{el} \leq \gamma \quad a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, d \in \mathcal{D} \quad (4.5)$$

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} w_{ahk} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_{\mathcal{S}}} \sum_{e \in \mathcal{E}_{ah}^{\text{REG}}} y_{el} + \sum_{e \in \mathcal{E}_{ah}^{\text{CALL}}} \sum_{l \in \mathcal{L}_{\mathcal{S}}} \hat{y}_{el} \quad \forall \mathcal{S} \in \mathcal{S}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (4.6)$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sum_{\substack{r = \max(h - p_t + 1, 1): \\ h \in \mathcal{H}_{at}}}^h \delta_t \cdot x_{atr} \leq w_{ahk} + u_{ahk} \quad \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall a \in \mathcal{A} \quad (4.7)$$

$$x_{ath} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in \mathcal{H}_{at} \quad (4.8)$$

$$y_{el} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.9)$$

$$\hat{y}_{el} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall e \in \mathcal{E}^{\text{CALL}}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (4.10)$$

$$u_{ahk} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.11)$$

$$w_{ahk} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K} \quad (4.12)$$

La función objetivo (4.1) busca minimizar la suma de los costos para cumplir con la demanda. El primer término representa el costo de turnos *on-call* de distinta duración de jornada, el segundo corresponde el costo de tercerizar horas a otros CMA y el último representa el costo de que un técnico deba pernoctar en un aeropuerto distinto a su residencia. Lógicamente, si el esquema no tiene relocalización entonces $\alpha_e^{\text{RELOC}} = 0$.

Las restricciones (4.2) aseguran que todas las tareas deben comenzar en alguna oportunidad de mantenimiento del avión al que pertenecen. Para cumplir con la condición de tiempo máximo de ejecución de un trabajo, se generan incompatibilidades a través del conjunto de restricciones (4.3). Un ejemplo de estas incompatibilidades se muestra en la **Figura 4.1**.

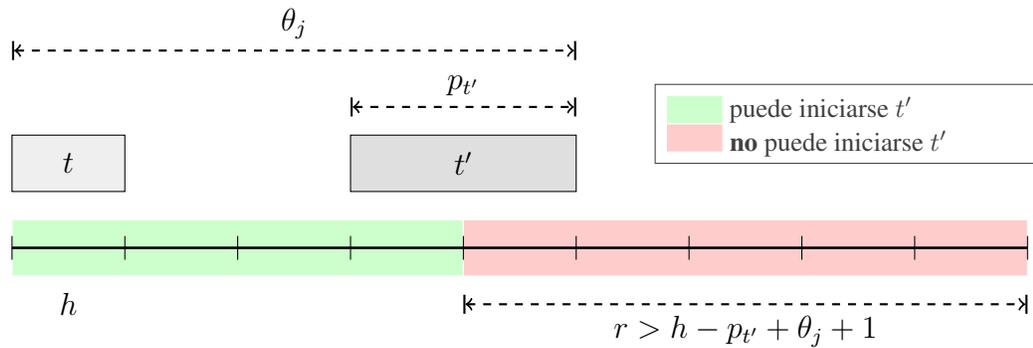


Figura 4.1. Ejemplo de incompatibilidad en restricción (4.3)

En el diagrama anterior, el eje horizontal corresponde a r en el conjunto de restricciones (4.3). Si la tarea t es iniciada en el periodo h , entonces la tarea $t' \in \mathcal{T}_{j(t)} \setminus \{t\}$ podrá ser

iniciada solo en el tramo destacado en verde, ya que se cumple $r \leq h - p_{t'} + \theta_j + 1$. El tramo destacado en rojo representa los periodos en los que no puede iniciarse la tarea t' , debido a que se incumple el requisito de tiempo θ_j entre inicio y término de tareas de un mismo trabajo (es decir, $r > h - p_{t'} + \theta_j + 1$).

Los conjuntos de restricciones (4.4) y (4.5) definen capacidad. La primera asegura que la cantidad de técnicos contratados de tipo l en el aeropuerto a a los que se le asignan esquemas no puede ser mayor a los recursos de ese aeropuerto y tipo. La segunda establece que en cada día d y aeropuerto $a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ no pueden activarse más de γ turnos de técnicos *on-call* (sin importar su tipo l).

Las restricciones (4.6) aseguran que los técnicos realicen solo una tarea a la vez al asegurar que la capacidad de técnicos contratados y *on-call* del *skill* $k \in \mathcal{K}$ en el periodo $h \in \mathcal{H}$ del aeropuerto $a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ sea mayor o igual a la variable auxiliar entera w_{ahk} . Para lograr esto, la restricción debe ser impuesta para todos los conjuntos posibles de *skills* $\mathcal{S} \subset \mathcal{K}$, definidos en el conjunto \mathbb{S} . Si se tienen $|\mathcal{K}|$ *skills*, entonces se requieren $2^{|\mathcal{K}|} - 1$ conjuntos \mathcal{S} . Un ejemplo de los conjuntos \mathcal{S} para tres *skills* se muestra en la siguiente ecuación:

$$\mathbb{S} = \{(1), (2), (3), (1, 2), (1, 3), (2, 3), (1, 2, 3)\} \quad (4.13)$$

Adicionalmente, el subconjunto $\mathcal{L}_{\mathcal{S}} \subset \mathcal{L}$ corresponde a los tipos de técnicos $l \in \mathcal{L}$ que poseen al menos un *skill* $k \in \mathcal{K}$ de los presentes en la combinación $\mathcal{S} \in \mathbb{S}$. Al asegurar que se respete la capacidad en cada conjunto \mathcal{S} , no es posible que un técnico *multi-skilled* realice más de una tarea a la vez.

El conjunto de restricciones (4.7) asegura que en cada periodo $h \in \mathcal{H}$ y aeropuerto $a \in \mathcal{A}$, la cantidad de personas asociadas a las tareas que requieren trabajo del *skill* k no sea mayor a las personas disponibles. Este tipo de restricción es similar a la propuesta por Pinedo y Hadavi (1992). La **Figura 4.2** presenta un ejemplo del subíndice de la segunda sumatoria.

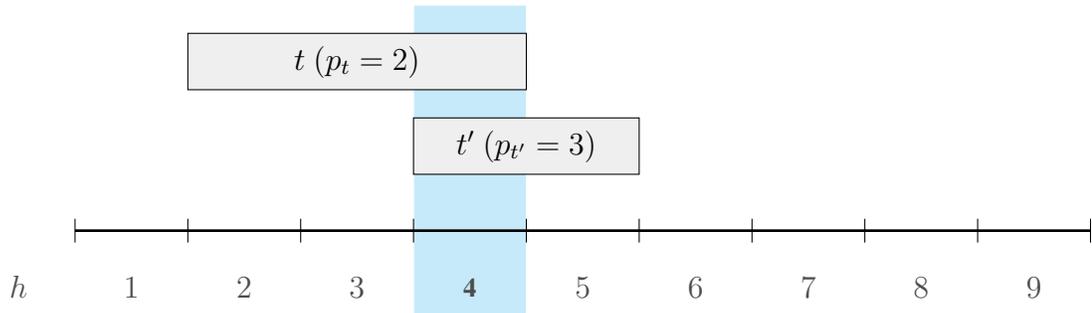


Figura 4.2. Ejemplo de restricción (4.7) de igualdad entre personas requeridas para ejecutar tareas y personas disponibles en un periodo de tiempo

En el cuarto periodo de la figura (resaltado en celeste), de acuerdo a la restricción (4.7), se requieren dos personas. El rango $\{max(h - p_t + 1; 1), \dots, h\}$ asegura que, en un periodo h , sean incluidas en el requerimiento de personas tanto las tareas que iniciaron en ese periodo, como aquellas que iniciaron en un periodo anterior, pero se siguen realizando en h debido a su tiempo de procesamiento. Finalmente, los conjuntos de restricciones restantes (4.8) - (4.12) establecen la naturaleza de las variables.

Estimación del número de esquemas e implicancias en complejidad del modelo

En el modelo anterior, la variable de esquemas de técnicos contratados (y_{el}) crece significativamente cuando se incluyen flexibilidades, pues cada una representa una combinación de días libres y diferentes horarios de inicio. En cuanto a estos últimos, se define granularidad como el intervalo entre periodos del día en que existen horarios de inicio de turno de los técnicos contratados. Este concepto se ejemplifica en la **Figura 4.3**, donde los cuadrados de color verde representan los posibles horario de inicio de turno.



Figura 4.3. Horarios de inicio de turno de acuerdo a granularidad

Así, se define el conjunto \mathcal{Q} como los posibles horarios de inicio q en el día, de acuerdo con la granularidad definida. Al asumir que un día está compuesto por 24 periodos h , una granularidad de esquemas igual a cuatro indica que los turnos de los técnicos comienzan cada cuatro periodos ($q \in \{1, 5, 9, \dots, 21\}$) en un día, mientras que una granularidad de dos indica que los turnos comienzan cada dos periodos ($q \in \{1, 3, 5, \dots, 23\}$) en un día. Finalmente, una granularidad igual a uno corresponde a inicios en cada periodo del día, tal como se muestra en la última fila de la **Figura 4.3**.

Pueden utilizarse esquemas simples o con flexibilidades para distintos grados de granularidad. Por ejemplo, al considerar un horario de inicio fijo entre días con granularidad de horario de inicio cada un periodo ($|\mathcal{Q}| = 24$) y cinco bases ($|\mathcal{A}^{\text{BASE}}| = 5$), el orden de magnitud de la cantidad de esquemas dependiendo del grado de flexibilidad se resume en la **Tabla 4.1**. En ella se indica la flexibilidad de los esquemas, la fórmula para calcular el número total de esquemas y la magnitud de la cantidad. Asimismo, $C(n, r)$ es la combinatoria de n sobre r y $P(n, r)$ es la permutación de n sobre r , las que se definen de acuerdo a la siguiente fórmula.

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n - r)!} \quad C(n, r) = \frac{n!}{r! \cdot (n - r)!} \quad (4.14)$$

Tabla 4.1. Orden de magnitud de número de esquemas de acuerdo a flexibilidad para cinco bases y granularidad de horario de inicio cada un periodo

Flexibilidad	Fórmula	Magnitud ($ \mathcal{A}^{\text{BASE}} = 5, \mathcal{Q} = 24$)
sin flexibilidad	$ \mathcal{A}_b \cdot \mathcal{Q} \cdot C(7, 2)$	10^3
temporal	$ \mathcal{A}_b \cdot P(\mathcal{Q} , 5) \cdot C(7, 2)$	10^8
temporal y espacial	$P(\mathcal{A}_b , 5) \cdot P(\mathcal{Q} , 5) \cdot C(7, 2)$	10^{10}

El incluir flexibilidad temporal eleva la cantidad de esquemas de 10^3 a 10^8 , lo que no pudo ser resuelto para un problema pequeño en un *solver* comercial. Si se agrega flexibilidad espacial, el orden de magnitud de esquemas se eleva a 10^{10} , un caso aun más extremo.

Esto justifica desarrollar un método de descomposición, pues la cantidad de variables con flexibilidades no pueden resolverse explícitamente. En problemas con gran cantidad de variables, el enfoque de generación de columnas ha obtenido buenos resultados (Barnhart *et al.*, 1998; Desrosiers y Lübbecke, 2005). Este enfoque es explicado en el siguiente capítulo.

CAPÍTULO 5. ENFOQUE DE SOLUCIÓN

La complejidad del modelo planteado en la sección anterior requiere desarrollar métodos de solución que aprovechen la estructura del problema. Uno de estos métodos es la generación de columnas, que resuelve la relajación lineal de un problema de forma exacta al inyectar variables dinámicamente al problema original.

Si este método es utilizado en cada nodo del *Branch & Bound*, entonces permite resolver el problema entero de forma exacta, lo que es denominado *Branch & Price*. En esta tesis se considera una simplificación heurística de lo anterior, que resuelve la relajación lineal del problema mediante generación de columnas, y después usa esas columnas para resolver el problema entero. Así, puede resolverse el problema original con una cantidad reducida de columnas.

Este capítulo detalla el enfoque de generación de columnas y presenta diferentes formulaciones dependiendo de las flexibilidades consideradas. En particular, parece sensato generar columnas dinámicamente para el caso de y_{el} .

5.1. Generación de columnas

El método consiste en los siguientes pasos. Primero se construye un conjunto inicial de columnas ε^0 . Luego se construye un Problema Maestro (PM) idéntico al presentado en el **capítulo 4**, pero se resuelve su relajación lineal, denominada Problema Maestro Restringido (PMR). A la resolución del Problema Maestro Restringido con el conjunto de columnas ε^0 se le denomina $\text{PMR}(\varepsilon^0)$.

Con la solución obtenida del $\text{PMR}(\varepsilon^0)$ se obtienen variables duales (π). Luego, con estas variables se resuelve un subproblema de *pricing* para cada base $a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ y tipo de técnico $l \in \mathcal{L}$. La solución de cada subproblema $\text{PRICING}(\pi, a, l)$ entrega un costo reducido r y un nuevo esquema e . Solo si este esquema tiene costo reducido menor a $\nu = -10^{-10}$ es incluido en el subconjunto de columnas ε^0 .

Una vez obtenidas las soluciones para los $|\mathcal{A}^{\text{BASE}}| \cdot |\mathcal{L}|$ problemas de *pricing*, se verifica el criterio de parada. Si al menos un esquema e fue agregado a ε^0 en la etapa anterior que

resuelve subproblemas, entonces se resuelve nuevamente el PMR con el nuevo subconjunto de columnas ε^0 , se obtienen nuevas variables duales π y se resuelven nuevamente los modelos PRICING(π, a, l). En caso contrario, entonces se detiene el proceso y se resuelve el PM con el conjunto final de columnas ε^0 . El algoritmo específico se presenta a continuación:

Algoritmo 1 Resolución de modelo mediante generación de columnas

```

1: construir conjunto inicial de columnas  $\varepsilon^0$ 
2: STOP  $\leftarrow$  False
3: while STOP  $\neq$  True:
4:      $\pi \leftarrow$  PMR( $\varepsilon^0$ )
5:     STOP  $\leftarrow$  True
6:     for ( $a, l$ ):
7:         ( $r, e$ )  $\leftarrow$  PRICING( $\pi, a, l$ )
8:         if  $r < \nu$ :
9:              $\varepsilon^0 \leftarrow \varepsilon^0 \cup \{e\}$ 
10:        STOP  $\leftarrow$  False
11: SOLUCIÓN  $\leftarrow$  PM( $\varepsilon^0$ )
12: retornar SOLUCIÓN

```

En el algoritmo, el PM y el PMR es el mismo sin importar la flexibilidad permitida en los turnos semanales, pero el modelo de *pricing* varía dependiendo del grado de flexibilidad. En las siguientes secciones se detallan estos modelos.

5.2. Modelo de *pricing* PR-TEM para flexibilidad temporal

Existen dos variables duales del PMR que tienen incidencia en los esquemas y_{el} , asociadas a las restricciones (4.4) y (4.6) del modelo presentado en la **sección 4**. La variable dual ϕ_{la} , relacionada a la restricción (4.4), es el parámetro que representa la disminución de la función objetivo en el PMR si se tuviera un técnico más del tipo l para asignar en el aeropuerto a . La variable dual Ω_{Sha} , por otro lado, está asociada a la restricción (4.6) y representa la disminución en la función objetivo en el PMR si se tiene una unidad más

de capacidad para el conjunto de *skills* \mathcal{S} en el periodo h y aeropuerto a . De esta forma, $\pi = (\phi_{la}, \Omega_{\mathcal{S}ha})$.

Adicionalmente, se definen las variables de decisión binarias n_d , que tiene valor igual a uno si el día d es libre en el nuevo esquema generado; y z_{dq} , que tiene valor igual a uno si el nuevo esquema generado tiene horario de inicio q en el día d . Por último, el conjunto \mathcal{O}_{dq} consiste en una lista de vectores $(a, h) \in \mathcal{A} \times \mathcal{H}$ en las que el técnico está disponible para trabajar si inicia su turno en el periodo q del día d . El modelo de *pricing* a resolver es el siguiente:

$$\text{(PR-TEM)} \quad \min_{\{z, n\}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{dq} \left(\sum_{(a, h) \in \mathcal{O}_{dq}} \sum_{\mathcal{S} \in \mathcal{S}} \Omega_{\mathcal{S}ha} \right) - \phi_{la} \quad (5.1)$$

s.a.

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} n_d = 2 \quad (5.2)$$

$$n_d + \sum_{q \in \mathcal{Q}} z_{dq} = 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (5.3)$$

$$n_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (5.4)$$

$$z_{dq} \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.5)$$

La función objetivo (5.1) busca minimizar el costo reducido del nuevo esquema, al incluir solo las variables duales $\Omega_{\mathcal{S}ha}$ en las que estará disponible el técnico que tenga esa jornada de trabajo. Esta función también considera la variable dual de incluir un nuevo técnico de tipo l y en el aeropuerto a (de acuerdo a cada modelo de *pricing*).

El conjunto de restricciones (5.2) asegura que el nuevo esquema tenga dos días de descanso, mientras que las restricciones (5.3) aseguran que en cada día solo exista un horario de inicio (siempre y cuando ese día no sea libre). Por último, las restricciones (5.4) y (5.5) establecen la naturaleza de las variables.

El problema constituido por la función objetivo (5.1) y las restricciones (5.2) - (5.5) es el modelo de *pricing* base sin restricciones de horario de inicio, que en adelante será identificado con las siglas **PR-TEM**. Para asegurar factibilidad en los tiempos de descanso entre las jornadas de trabajo se presentan los modelos de *pricing* **PR-TEM-FIX** y **PR-TEM-VAR**. Cada uno tiene diferentes restricciones adicionales, que dependen de la flexibilidad en el horario de inicio entre días. Estos se detallan a continuación.

Modelo de pricing PR-TEM-FIX: horario de inicio fijo entre días de la semana

Si no son permitidos los cambios de horario de inicio entre días, el modelo debe complementarse con el conjunto de restricciones (5.6). Estas son restricciones de incompatibilidad, y exigen que si se elige un horario de inicio q en el día d , entonces no puede activarse ningún horario de $q' \neq q$ en los otros días $d' \neq d$. Así, el modelo de *pricing* con horario de inicio fijo entre días **PR-TEM-FIX** se encuentra definido de la siguiente forma:

(PR-TEM-FIX) Minimizar (5.1)

s.a.

Restricciones (5.2) a (5.5)

$$z_{dq} + \sum_{\substack{q' \in \mathcal{Q}: \\ q' \neq q}} z_{d'q'} \leq 1, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall d' \in \mathcal{D} : d' \neq d \quad (5.6)$$

Modelo de pricing PR-TEM-VAR: horario de inicio variable entre días de la semana

Si se incluye flexibilidad temporal, deben definirse primero conjuntos que eviten horarios de inicio no aplicables en la realidad. Por ejemplo, sería infactible que un técnico termine su jornada el primer día a las 23:00 y el día siguiente deba comenzar su jornada a las 01:00, pues solo tendría dos horas de descanso.

Para evitar lo anterior se crea el subconjunto $\mathcal{I}_q^\xi \subset \mathcal{Q}$, que representa los horarios de inicio q' infactibles en la próxima jornada de trabajo si el horario de inicio en la jornada actual es q y existen $\xi \in \{0, 1, 2\}$ días libres entre jornadas. A modo de ejemplo, el subconjunto \mathcal{I}_q^0 representa los horarios de inicio infactibles q' en el día $(d + 1)$ si el día d el turno tiene el horario de inicio q .

La generación de estos subconjuntos puede resumirse en la expresión (5.7), en la que el parámetro η^ξ corresponde al periodo mínimo de descanso entre horarios de inicio si se tienen ξ días de descanso entre el término de una jornada y el inicio de la siguiente; $\mathbb{I}(\xi < 1)$ toma el valor uno si $\xi < 1$ y cero en caso contrario; y $(q + e^{\text{SPAN}})$ representa el periodo de término de la jornada si esta tiene una duración de e^{SPAN} horas.

$$\mathcal{I}_q^\xi = q' \in \mathcal{Q} \quad : \quad q' < \eta^\xi - 24[\xi + \mathbb{I}(\xi < 1)] + (q + e^{\text{SPAN}}) \quad (5.7)$$

Una vez definidos los conjuntos anteriores, se define el modelo de *pricing* que permite cambios de horario, denominado **PR-TEM-VAR**. Este es presentado a continuación.

(PR-TEM-VAR) Minimizar (5.1)

s.a.

Restricciones (5.2) a (5.5)

$$z_{dq} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^0} z_{(d+1)q'} \leq 1, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\} \quad (5.8)$$

$$z_{dq} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^1} z_{(d+2)q'} \leq 2 - n_{(d+1)}, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{6, 7\} \quad (5.9)$$

$$z_{dq} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^2} z_{(d+3)q'} \leq 3 - n_{(d+1)} - n_{(d+2)}, \quad \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{5, 6, 7\} \quad (5.10)$$

El conjunto de restricciones (5.8) asegura que si se elige el horario de inicio q en el día d , entonces no pueden activarse los horarios de inicio q' en el día $(d + 1)$. En las restricciones (5.9) y (5.10) el concepto es el mismo. La diferencia es que el conjunto (5.9) genera la incompatibilidad de los horarios de inicio q y q' solo si se elige el horario de inicio q en el día d y hay un día de descanso en el día $(d + 1)$. Análogamente, (5.10) asegura que no pueda elegirse el horario de inicio q' si se elige el horario de inicio q en el día d y se tienen días de descanso en $(d + 1)$ y $(d + 2)$. A modo de resumen se presenta la **Tabla 5.3**, que indica el modelo de *pricing*, su función objetivo y sus restricciones.

Tabla 5.1. Resumen y nomenclatura de modelos de *pricing* con y sin flexibilidad temporal

PRICING(π, a, l)	Descripción	F.O.	Restricciones
PR-TEM-FIX	Generación de columnas sin flexibilidad	(5.1)	(5.2) - (5.5) (5.6)
PR-TEM-VAR	Generación de columnas con flexibilidad temporal	(5.1)	(5.2) - (5.5) (5.8) , (5.9) , (5.10)

5.3. Modelo de *pricing* PR-ESP para flexibilidad temporal y espacial

Incluir cambios de aeropuerto en los esquemas complejiza la formulación del modelo de *pricing*, pues existen nuevos requisitos en la factibilidad de los esquemas generados. En los siguientes párrafos se detallan nuevos conjuntos, parámetros y variables de decisión, que definen el problema de *pricing* denominado **PR-ESP**.

El subconjunto \mathcal{O}_{dq} , el parámetro ϕ_{la} , el parámetro Ω_{Sha} y la variable binaria n_d son idénticos a los definidos en la **sección 5.2**. Se define el aeropuerto $a^r \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ como el aeropuerto de residencia de un técnico. En esta base el técnico es contratado inicialmente y, en consecuencia, inicia su semana en ese aeropuerto, debe pasar sus días libres en ese aeropuerto y debe volver a ese aeropuerto para el final de la semana. También, se define el conjunto $\mathcal{A}^{\text{FACT}}$ como un vector de tuplas $(a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \times \mathcal{A}^{\text{BASE}} \mid a_1 \neq a_2$ que indica los pares de aeropuertos entre los cuales puede viajar un técnico.

Otro factor a considerar es el costo de pernocte de un técnico en otro aeropuerto. De esta forma, el parámetro α^{NIGHT} representa el costo por noche de que un técnico pernocte en un aeropuerto $a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}$ distinto a su residencia, y la variable auxiliar binaria c_d toma el valor uno si el esquema generado pernocta en otro aeropuerto distinto su residencia en el día $d \in \mathcal{D} \setminus \{7\}$.

Se asume por razones de factibilidad en la realidad que los técnicos solo pueden trabajar en un aeropuerto por día. En otras palabras, no es posible que un técnico trabaje

(durante la misma jornada) en más de un aeropuerto. De acuerdo a lo anterior, existen tres opciones:

1. **viaje al comienzo del día:** el técnico viaja desde el aeropuerto a al aeropuerto a' al comienzo de su jornada, y luego trabaja en el aeropuerto a' hasta el término de esta.
2. **viaje al final del día:** el técnico viaja desde el aeropuerto a al aeropuerto a' al final de su jornada, para comenzar su próxima jornada de trabajo (del día siguiente) en a' .
3. **viaje por el día:** el técnico viaja desde el aeropuerto a al aeropuerto a' al comienzo de su jornada, trabaja en el aeropuerto a' , y luego viaja a otro aeropuerto a'' en las últimas horas de esta (sin trabajar en a'' hasta el día siguiente).

Para permitir estos tipos de viajes, es necesario guardar la información de la ubicación del esquema al comienzo, a la mitad y al final de la jornada laboral. En concordancia con lo anterior, se definen las variables de decisión binarias x_{adq}^{START} , x_{adq}^{MID} y x_{adq}^{END} , que indican si el nuevo esquema generado tiene horario de inicio q en el día d y se encuentra en el aeropuerto a al inicio, mitad o final de la jornada, respectivamente.

Con esta información se pueden obtener los viajes iniciales y finales de jornada, que serán periodos en que el técnico se encuentra viajando. Al considerar que el tiempo de viaje varía dependiendo del par de aeropuertos o-d, se crean los conjuntos $\mathcal{G}_{a_1 a_2 d q}^{\text{ITRIP}}$ y $\mathcal{G}_{a_1 a_2 d q}^{\text{FTRIP}}$, que representan una lista de vectores $(a, h) \in \mathcal{A} \times \mathcal{H}$ en los que el nuevo esquema generado no está disponible (debido a que el técnico se encuentra viajando) si existe un viaje inicial o final entre el aeropuerto a_1 y a_2 en la jornada con inicio en q del día d .

Para identificar cuándo se deben activar los subconjuntos del párrafo anterior, se definen las variables de decisión binarias $v_{a_1 a_2 d q}^{\text{START}}$, que indica si existe un viaje entre los aeropuertos a_1 y a_2 al inicio de la jornada que empieza en el periodo q el día d ; y $v_{a_1 a_2 d q}^{\text{END}}$, que indica si existe un viaje entre los aeropuertos a_1 y a_2 al finalizar la jornada que empieza en el periodo q el día d . En la **Figura 5.1** se muestra un ejemplo que permite entender de mejor forma la modelación. En él, se presenta un esquema que tiene horario de inicio $q = 10$ en el día $d = 1$. Este esquema tiene un viaje inicial entre el aeropuerto 1 y el aeropuerto 2 en el inicio de su jornada (con un tiempo de viaje de dos periodos), y un viaje

final entre el aeropuerto 2 y el aeropuerto 3 al final de esta (con un tiempo de viaje de tres periodos).

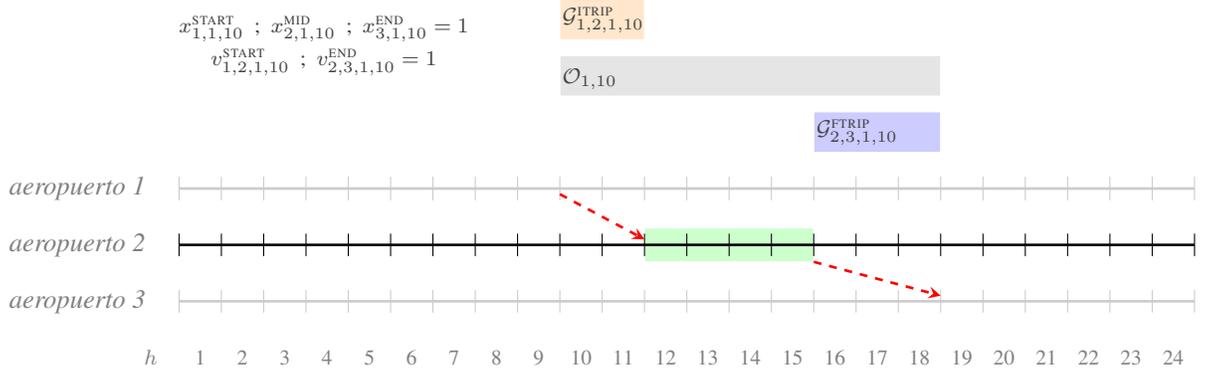


Figura 5.1. Ejemplo de conjuntos y variables de decisión utilizadas para modelar viajes iniciales y finales

En la **Figura 5.1**, las variables x_{adq}^{START} , x_{adq}^{MID} y x_{adq}^{END} muestran que al comienzo de la jornada el técnico se encuentra en el aeropuerto 1, en la mitad de la jornada trabaja en el aeropuerto 2, y al final de su jornada se encuentra en el aeropuerto 3. Esta información permite saber -a través de las variables $v_{a_1 a_{dq}}^{START}$ y $v_{a_1 a_{dq}}^{END}$ - que el técnico tuvo un viaje inicial entre los aeropuerto 1 y 2, y un viaje final entre los aeropuerto 2 y 3. Para determinar cuál es la jornada efectiva de trabajo (destacada en verde) se incluyen las tuplas $(a, h) \in \mathcal{O}_{1,10}$, a las que se le sustraen las tuplas (a, h) pertenecientes a $\mathcal{G}_{1,2,1,10}^{TRIP}$ y $\mathcal{G}_{2,3,1,10}^{TRIP}$. En las siguientes ecuaciones se muestra el modelo de *pricing* **PR-ESP**.

$$\begin{aligned}
(\text{PR-ESP}) \quad & \min_{\{x,v,c_d\}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{adq}^{\text{MID}} \cdot \left(\sum_{(a,h) \in \mathcal{O}_{dq}} \sum_{S \in \mathcal{S}} \Omega_{Sha} \right) \\
& - \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{(a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}} v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} \cdot \left(\sum_{(a,h) \in \mathcal{G}_{a_1 a_2 dq}^{\text{ITRIP}}} \sum_{S \in \mathcal{S}} \Omega_{Sha} \right) \\
& - \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{(a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}} v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} \cdot \left(\sum_{(a,h) \in \mathcal{G}_{a_1 a_2 dq}^{\text{FTTRIP}}} \sum_{S \in \mathcal{S}} \Omega_{Sha} \right) \\
& - \left(\alpha^{\text{NIGHT}} \cdot \sum_{d \in \mathcal{D} \setminus \{7\}} c_d \right) - \phi_{la}
\end{aligned} \tag{5.11}$$

s.a.

$$\sum_{d \in \mathcal{D}} n_d = 2 \tag{5.12}$$

$$n_1 + \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a^r 1 q}^{\text{START}} = 1 \tag{5.13}$$

$$n_7 + \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a^r 7 q}^{\text{END}} = 1 \tag{5.14}$$

$$n_d + \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{adq}^{\text{START}} \leq 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \tag{5.15}$$

$$n_d + \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{adq}^{\text{END}} \leq 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \tag{5.16}$$

$$n_d + \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{adq}^{\text{END}} \leq 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \tag{5.17}$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{adq}^{\text{START}} = \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{adq}^{\text{MID}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \tag{5.18}$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{adq}^{\text{MID}} = \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{adq}^{\text{END}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \tag{5.19}$$

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a(d+1)q}^{\text{START}} = \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{adq}^{\text{END}} + n_d, \quad \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\}, \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (5.20)$$

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a^r dq}^{\text{END}} \geq n_{(d+1)}, \quad \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\} \quad (5.21)$$

$$\sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a^r(d+1)q}^{\text{START}} \geq n_d, \quad \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\} \quad (5.22)$$

$$c_d + 1 \geq \sum_{\substack{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \\ a \neq a^r}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{adq}^{\text{END}} + \sum_{\substack{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \\ a \neq a^r}} \sum_{q \in \mathcal{Q}} x_{a(d+1)q}^{\text{START}}, \quad \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\} \quad (5.23)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} + 1 \geq x_{a_1 dq}^{\text{START}} + x_{a_2 dq}^{\text{MID}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.24)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} + 1 \geq x_{a_1 dq}^{\text{MID}} + x_{a_2 dq}^{\text{END}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.25)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} \leq x_{a_1 dq}^{\text{START}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.26)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} \leq x_{a_2 dq}^{\text{MID}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.27)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} \leq x_{a_1 dq}^{\text{MID}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.28)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} \leq x_{a_2 dq}^{\text{END}}, \quad \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}} \quad (5.29)$$

$$n_d + \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{(a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}} v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} \leq 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (5.30)$$

$$n_d + \sum_{q \in \mathcal{Q}} \sum_{(a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}} v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} \leq 1, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (5.31)$$

$$n_d \in \{0, 1\}, \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (5.32)$$

$$x_{adq}^{\text{START}} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.33)$$

$$x_{adq}^{\text{MID}} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.34)$$

$$x_{adq}^{\text{END}} \in \{0, 1\}, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.35)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{START}} \in \{0, 1\}, \quad \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.36)$$

$$v_{a_1 a_2 dq}^{\text{END}} \in \{0, 1\}, \quad \forall (a_1, a_2) \in \mathcal{A}^{\text{FACT}}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall q \in \mathcal{Q} \quad (5.37)$$

La función objetivo **(5.11)** minimiza el costo reducido asociado a las variables duales Ω_{Sha} , en la que los tres primeros términos representan la jornada efectiva de trabajo (ejemplificada en la **Figura 5.1**). Esta corresponde a las tuplas (a, h) del trabajo en el aeropuerto de la mitad de la jornada, menos los periodos en que el técnico se encuentra viajando. El cuarto término agrega el costo extra del nuevo esquema generado en caso de que el técnico deba pasar noches en aeropuertos distintos al de residencia, y el último término considera la variable dual de asignar un nuevo técnico de tipo l en el aeropuerto a (dependiendo del problema de *pricing*).

El conjunto de restricciones **(5.12)** exige que el esquema tenga dos días libres, mientras que las restricciones **(5.13)** y **(5.14)** aseguran que el técnico comienza y finaliza su semana en su aeropuerto de residencia a^r (a menos que en ese día se encuentre en su día libre). Por otro lado, los conjuntos de restricciones **(5.15)**, **(5.16)** y **(5.17)** establecen que en cada día (si no es libre) el técnico solo puede tener un horario de inicio q y solo puede estar en un aeropuerto a (en el inicio, la mitad y final de la jornada, respectivamente). Adicionalmente, las restricciones **(5.18)** y **(5.19)** aseguran consistencia en el día y horario de inicio de un esquema, independiente de la ubicación geográfica que este tenga al comienzo, en la mitad o al final del día.

Para evitar discontinuidades en la ubicación de los técnicos asignados al nuevo esquema generado, el conjunto **(5.20)** asegura que, si es un día de trabajo, el aeropuerto en el que el técnico culmina su jornada el día d debe ser el mismo aeropuerto en que este inicia su jornada en el día $(d + 1)$. Las restricciones **(5.21)** y **(5.22)** exigen que cada técnico debe estar en su aeropuerto de residencia al final de la jornada el día antes de su día libre, y en el inicio de su jornada el día posterior a un día libre, mientras que la restricción **(5.23)** activa la variable auxiliar c_d si el técnico pasa una noche fuera de su residencia en el día d .

Las siguientes restricciones están enfocadas en los posibles viajes iniciales y finales de cada día. El conjunto **(5.24)** establece que solo puede activarse la variable de viaje inicial entre a_1 y a_2 si en un día d el técnico comienza su jornada en el aeropuerto a_1 y se encuentra en la mitad de su jornada en el aeropuerto a_2 . Las restricciones **(5.25)** cumplen la misma función, con la diferencia de que estas activan la variable de viaje final.

Pero, las restricciones mencionadas en el párrafo anterior no establecen una cota superior a las variables $v_{a_1 a_2 d q}^{\text{START}}$ y $v_{a_1 a_2 d q}^{\text{END}}$. Así, el conjunto de restricciones **(5.26)** y **(5.27)** aseguran que la variable $v_{a_1 a_2 d q}^{\text{START}}$ de viajes al principio de la jornada sea mayor a cero solo

si $x_{a_1dq}^{\text{START}}$ y $x_{a_2dq}^{\text{MID}}$ son mayores a cero (por separado). Las restricciones (5.28) y (5.29) cumplen la misma función, con la diferencia de que estas últimas se enfocan en la variable de viajes al final de la jornada ($v_{a_1a_2dq}^{\text{END}}$).

Lo anterior es complementado con el conjunto de restricciones (5.30) y (5.31), que exigen que solo puede existir un viaje inicial o final el día d si ese día no es libre. Por último, las restricciones (5.32) - (5.37) definen la naturaleza de las variables.

El modelo de *pricing* **PR-ESP**, conformado por la función objetivo (5.11) y las restricciones (5.12) - (5.37), no establece límites para los tiempos de descanso entre jornadas. Se presentan los modelos **PR-ESP-FIX** y **PR-ESP-VAR**, que complementan **PR-ESP** con restricciones de horario de inicio fijo o variable entre días, respectivamente.

PR-ESP-FIX: horario de inicio fijo entre días de la semana

En el caso de que sea restringida la posibilidad de cambiar de horario de inicio, el modelo de *pricing* anterior solo permitirá viajes entre aeropuertos, pero manteniendo el mismo inicio de jornada durante todos los días de trabajo. El modelo con horario de inicio fijo entre días de la semana es denominado **PR-ESP-FIX**, y se presenta a continuación.

(PR-ESP-FIX) Minimizar (5.11)

s.a.

Restricciones (5.12) a (5.37)

$$x_{adq}^{\text{MID}} + \sum_{a' \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{\substack{q' \in \mathcal{Q}: \\ q' \neq q}} x_{a'd'q'}^{\text{MID}} \leq 1, \quad \forall a \in \mathcal{A}_b, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D}, \forall d' \in \mathcal{D} : d' \neq d \quad (5.38)$$

El conjunto (5.38) asegura que si el nuevo esquema generado tiene horario de inicio q en el día d , entonces no puede activarse ningún horario de inicio $q' \neq q$ en el resto de días $d' \neq d$ y en cualquier aeropuerto a' .

PR-ESP-VAR: horario de inicio variable entre días de la semana

Si, por el contrario, se permite que los nuevos esquemas tengan flexibilidad de cambio de horario de inicio entre días, se deben incluir nuevas restricciones. El modelo con horario de inicio variable entre días de la semana y flexibilidad espacial es denominado **PR-ESP-VAR**. Este se presenta en las siguientes ecuaciones.

(PR-ESP-VAR) Minimizar (5.11)

s.a.

Restricciones (5.12) a (5.37)

$$x_{adq}^{\text{MID}} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^0} \sum_{a' \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{a'(d+1)q'}^{\text{MID}} \leq 1, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{7\} \quad (5.39)$$

$$x_{adq}^{\text{MID}} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^1} \sum_{a' \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{a'(d+2)q'}^{\text{MID}} \leq 2 - n_{(d+1)}, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{6, 7\} \quad (5.40)$$

$$x_{adq}^{\text{MID}} + \sum_{q' \in \mathcal{I}_q^2} \sum_{a' \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} x_{a'(d+3)q'}^{\text{MID}} \leq 3 - n_{(d+1)} - n_{(d+2)}, \quad \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, \forall q \in \mathcal{Q}, \forall d \in \mathcal{D} \setminus \{5, 6, 7\} \quad (5.41)$$

En el que el conjunto \mathcal{I}_q^ξ representa los horarios de inicio q' no permitidos en la próxima jornada si la última jornada se inició en el horario q y existen ξ días entre jornadas.

Así, dependiendo de la flexibilidad que se permita en los esquemas, el modelo de *pricing* **PR-ESP** tiene dos posibilidades: **PR-ESP-FIX** o **PR-ESP-VAR**. Para una mejor comprensión, se presenta la siguiente tabla, que indica el modelo de *pricing*, su función objetivo y sus restricciones.

Tabla 5.2. Resumen y nomenclatura de modelos de *pricing* con flexibilidad temporal y espacial

PRICING(π, a, l)	Descripción	F.O.	Restricciones
PR-ESP-FIX	Generación de columnas sin flexibilidad temporal con flexibilidad espacial	(5.11)	(5.12) - (5.37) (5.38)
PR-ESP-VAR	Generación de columnas con flexibilidad temporal con flexibilidad espacial	(5.11)	(5.12) - (5.37) (5.39) , (5.40) , (5.41)

CAPÍTULO 6. DESCRIPCIÓN DEL CASO DE ESTUDIO

En línea a los objetivos de la investigación, se diseñaron instancias con itinerarios de aviones y conjuntos de trabajos de acuerdo a la información proporcionada por el centro de mantenimiento que actuó como contraparte de esta investigación. Luego, se fijaron parámetros de costo, demanda y recursos disponibles con base en datos reales de la industria aérea. El horizonte de planificación considerado fue una semana, en que cada periodo corresponde a una hora. Así, hay $24 \cdot 7 = 168$ periodos totales. Adicionalmente, se consideraron tres *skills* diferentes, que representan técnicos con especialización de mecánico, aviónico o estructurista.

En este capítulo se introducen los conceptos de escenario de trabajos, escenario de itinerarios, tamaño de problema e instancia. Un escenario de trabajos corresponde a un conjunto de trabajos de mantenimiento generados aleatoriamente, mientras que un escenario de itinerarios corresponde a un conjunto de itinerarios de vuelo generados aleatoriamente. Se generaron 30 réplicas de cada tipo de escenario, y en cada una se consideró un conjunto de 30 aviones, 45 técnicos, 13 aeropuertos y 5 bases.

Un tamaño de problema define el subconjunto específico de aviones, técnicos, aeropuertos y bases. Por ejemplo, un tamaño de problema pequeño solo considera los trabajos e itinerarios de los 10 primeros aviones, 15 técnicos, 7 aeropuertos y 3 bases.

Finalmente, una instancia es una combinación de una réplica de escenario de trabajos, una réplica de escenario de itinerarios y un tamaño de problema. Así, la instancia 1 de tamaño pequeño corresponde a la combinación del escenario de trabajos 1 y el escenario de itinerarios 1, pero solo considerando 10 de los 30 aviones.

El capítulo se organiza de la siguiente forma. Las secciones **6.1**, **6.2**, **6.3** detallan la metodología utilizada para crear escenarios de itinerarios de aviones, trabajos y los subconjuntos definidos para diferentes tamaños de problema. Luego, en la **sección 6.4** se especifican los parámetros considerados en los experimentos, en la **sección 6.5** se presenta el caso base y en la **sección 6.6** se comenta acerca de los métodos de solución. Finalmente, la **sección 6.7** presenta los experimentos y los indicadores de rendimiento utilizados.

6.1. Escenarios de itinerarios de vuelo

Para generar itinerarios de vuelo se utilizó la API *pyflightdata* (Allamraju, 2020). Con esta herramienta se obtuvieron todos los vuelos realizados en el año 2019 de aeronaves tipo A320-FAM de dos aerolíneas centradas en Quito, pues esta red presenta una distribución de tiempos en tierra bien distribuida (la diferencia de tiempos en tierra que pasan los aviones en cada base es similar). La **Tabla 6.1** muestra las aerolíneas de las cuales se obtuvieron los vuelos, junto al número de aviones con información disponible, la cantidad de vuelos y el número de aeropuertos visitados por estos aviones durante todo el 2019.

Tabla 6.1. Número de aviones, vuelos y aeropuertos de la base de datos obtenida a través de *pyflightdata* para red centrada en Quito

Aerolínea	Nº aviones	Nº vuelos	Nº aeropuertos
VivaColombia	3	1.949	24
Avianca	5	2.941	14

Se seleccionaron trece aeropuertos de la base de datos, pues de esta forma puede simularse una red de vuelo similar entre aviones. Para generar el itinerario de un avión, primero se elige aleatoriamente un día de la base de datos y una matrícula de avión que tenga información disponible de sus vuelos en ese día y, después, se leen los vuelos de los siguientes siete días de esa patente de avión. Al aplicar este algoritmo se descubrió que la base de datos de *pyflightdata* tiene incongruencias, por lo que posterior a la obtención del itinerario semanal se realiza una verificación de su factibilidad. El itinerario escogido debe cumplir con las siguientes restricciones:

- Cada aeropuerto de despegue o aterrizaje debe pertenecer al conjunto de los trece aeropuertos seleccionados.
- Los vuelos deben despegar desde el mismo aeropuerto al del último aterrizaje.
- Los vuelos deben despegar después de su aterrizaje en cada aeropuerto.

Si el itinerario cumple con las tres reglas anteriores, se incluye en el escenario. En caso contrario, se busca otro itinerario desde cero. Este proceso se repite hasta que se tengan

treinta itinerarios (cada uno asociado a un avión) en el escenario.

Se generaron 30 escenarios de itinerarios distintos, en que cada escenario corresponde a 30 itinerarios de aviones que vuelan entre 13 aeropuertos. El mapa de la red, junto a los resultados promedio por avión-día de los tiempos en tierra de los aviones de los 30 escenarios en cada uno de los 13 aeropuertos se presentan en la **Figura 6.1** y la **Tabla 6.2**.



Figura 6.1. Ubicación de bases y aeropuertos de red centrada en Quito

Tabla 6.2. Tiempos en tierra promedio por avión-día (en horas)

Ciudad	Sigla	Tiempos en tierra	
Quito	UIO	4,65	(35,92 %)
Bogotá	BOG	3,25	(25,07 %)
Guayaquil	GYE	2,11	(16,29 %)
Sta. Cruz	VVI	0,75	(5,81 %)
Lima	LIM	0,50	(3,90 %)
C. de Panamá	PTY	0,64	(4,96 %)
San Cristóbal	SCY	0,08	(0,59 %)
Curazao	CUR	0,26	(1,99 %)
Aruba	AUA	0,35	(2,72 %)
Isla Baltra	GPS	0,20	(1,54 %)
Orellana	OCC	0,03	(0,26 %)
Manta	MEC	0,05	(0,40 %)
Cali	CLO	0,07	(0,55 %)

Un 36 % de las oportunidades de mantenimiento (en horas) se sitúan en Quito, un 25 % en Bogotá y un 16 % en Guayaquil. En total, el promedio de horas en tierra por avión y día es 12,95. Así, el tiempo promedio que cada avión pasa volando es de un 46 %.

Para los técnicos, los tiempos de viaje entre diferentes pares o-d se calculan de acuerdo a los escenarios más una hora (destinada a que los técnicos se trasladen entre el avión en el que viajaron y la losa en que realizarán el mantenimiento). La **Tabla 6.3** presenta una matriz que resume los tiempos de viaje en horas entre los cinco aeropuertos en que los aviones tienen mayor tiempo en tierra.

Tabla 6.3. Matriz de tiempo de viaje (horas) entre bases

	UIO	BOG	GYE	VVI	LIM
UIO	-				
BOG	3	-			
GYE	2	3	-		
VVI	-	6	-	-	
LIM	4	4	4	4	-

En esta se observa que algunos pares o-d no tienen vuelos de acuerdo con la base de datos consultada. Así, no es posible que haya un viaje entre los aeropuertos de Santa Cruz de la Sierra (VVI) y Guayaquil (GYE). También, debido a que entre Bogotá (BOG) y Santa Cruz de la Sierra (VVI) existe un tiempo de viaje de seis horas, no es posible que los técnicos de mantenimiento realicen un viaje de trabajo por el día BOG-VVI-BOG o VVI-BOG-VVI, pues se exceden la duración de su jornada laboral.

6.2. Escenarios de trabajos

Cada escenario de trabajos se genera mediante tres etapas: i) determinación de demanda total, ii) determinación de horas-persona diarias requeridas por avión y iii) generación del conjunto de trabajos y tareas. Cada etapa es explicada a continuación.

Etapas i): determinación de demanda total

Se determina la demanda total, que es la suma total de las horas-persona de mantenimiento requeridas por los aviones de la flota en todo el horizonte de planificación considerado. En los experimentos es igual a:

$$\text{Demanda total} = 45 \cdot \left(\sum_{\alpha \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \beta_{\alpha l}^{\text{REG}} \right) \quad (6.1)$$

Es decir, igual a las horas de trabajo semanales (45) que cada técnico contratado debe completar multiplicado por el total de técnicos disponibles en todas las bases. Así, en este

caso de estudio se asume que la demanda de horas-persona requeridas es igual a las horas de trabajo ofertadas al sistema de técnicos contratados, pues se supone que el problema de contratación de largo plazo está optimizado para cubrir toda la demanda.

Etapa ii): determinación de horas-persona diarias requeridas por avión

En esta etapa se generan cantidades de horas-persona por avión y día mediante simulaciones de la variable aleatoria $X_{dp} \sim \text{Triangular}(2; 4; 7)$, que representa un requerimiento de horas persona para un día d y un avión p cualquiera. Estos parámetros siguen una distribución similar a la de los datos compartidos por el CMA de estudio.

Para que la cantidad de horas-persona sea exactamente igual a la demanda total, se simulan realizaciones de X_{dp} hasta que la diferencia entre la demanda total y las horas-persona por avión generadas hasta el momento ($\sum X_{dp}$) sea menor a 10. Cuando esto sucede, la última cantidad de horas-persona por avión es igual a esta diferencia.

Pero se necesita una cantidad exacta de $|\mathcal{D}| \cdot |\mathcal{P}|$ horas-persona diarias por avión, lo que no necesariamente es satisfecho por el algoritmo anterior. Por esta razón, antes de seguir con la siguiente etapa, se separan o combinan horas-persona diarias por avión aleatoriamente hasta lograr el número de días-avión deseado.

Etapa iii): generación del conjunto de trabajos y tareas

Una vez determinadas las horas-persona que requiere cada avión por día, es necesario desagregarlas en trabajos con tareas específicas. Así, se simulan variables aleatorias: $Y_{jk} \sim \text{Bernoulli}(0, 5)$, que representa la probabilidad de que el trabajo j necesite el *skill* k ; $Z_{jk} \sim \text{Uniforme}(1; 4)$, que corresponde a las horas-persona requeridas para completar la tarea de *skill* k del trabajo j ; y $W_{jk} \sim \text{Uniforme}(1; 2)$, que define la cantidad de técnicos en paralelo que deben trabajar en el *skill* k del trabajo j . La elección de estas distribuciones y parámetros permite construir tareas con requerimientos similares a la realidad.

Para cada día y avión se crean trabajos hasta que la suma de sus horas-persona coincida con X_{dp} . En el caso de que no coincidan, se inicia nuevamente el proceso, generando así una combinación aleatoria en cada escenario de trabajos. En la **Tabla 6.4** se muestra un resumen de los escenarios generados, en el que cada fila corresponde al promedio de 30 escenarios. Los detalles de los escenarios desagregados se encuentran en el **Anexo A**.

Tabla 6.4. Variables descriptivas de horas-persona requeridas para escenarios de trabajos

Número de		Demanda horas-persona				
Aviones	Técnicos	Total requerido	Promedio por avión	Desviación entre aviones	Mínimo diario de avión	Máximo diario de avión
10	15	675	67	21	32	130
20	30	1.350	67	21	32	115
30	45	2.025	67	21	31	126

6.3. Tamaño de problema

Se crearon diferentes tamaños de problema para estudiar el modelo y las metodologías de solución en distintos casos. Cada tamaño es un subconjunto de aviones, aeropuertos, bases y técnicos disponibles. En la **Tabla 6.5** se presentan los tamaños escogidos y sus parámetros relevantes. Las instancias de tamaño mediano y pequeño son generadas de modo que sean anidadas con respecto a la instancia de tamaño grande. Por ejemplo, el escenario de tamaño pequeño incluye solo los 10 primeros aviones del problema de tamaño grande (que tiene 30 aviones en total).

Tabla 6.5. Diferentes tamaños de problema y variables consideradas

Tamaño	Aviones	Aeropuertos	Bases	Técnicos
Pequeño	10	7	3	15
Mediano	20	10	4	30
Grande	30	13	5	45

El tamaño de problema pequeño y mediano representa el caso de aerolíneas *ultra low-cost* latinoamericanas, como es el caso de JetSmart y VivaColombia. El tamaño grande busca simular el caso de una aerolínea *low-cost* latinoamericana como Sky Airline, o bien, el caso de un centro de mantenimiento que atiende aviones de más de una aerolínea (Airfleets, 2022).

6.4. Parámetros

Se definieron los siguientes parámetros, pues son los que mejor simulan la realidad de acuerdo a entrevistas con profesionales del rubro y el CMA de estudio.

- Duración de jornada de turnos de llamado de 4 y 8 horas.
- Periodo máximo entre el inicio de una tarea y término de otra perteneciente al mismo trabajo de 24 horas, para todos los trabajos.
- Cantidad máxima de dos turnos de llamado *mono-skilled* por día.
- Relación porcentual de 1 : 1,2 : 1,4 : 1,8 de costo hora-persona para técnicos contratados, técnicos de llamado con jornada de 8 horas, técnicos de llamado con jornada de 4 horas y tercerización.

Por otro lado, se definieron siete tipos de técnico $l \in \mathcal{L}$, cada uno con un conocimiento de *skills* $k \in \mathcal{K}$ diferente. Estos son presentados en **Tabla 6.6**.

Tabla 6.6. Tipos de técnico y conocimientos de skills

Tipo de técnico	l	$k = 1$	$k = 2$	$k = 3$
<i>Mono-skilled</i>	1	✓		
	2		✓	
	3			✓
<i>Bi-skilled</i>	4	✓	✓	
	5		✓	✓
	6	✓		✓
<i>Multi-skilled</i>	7	✓	✓	✓

En cuanto a turnos semanales, se consideró una duración de jornada de 9 horas, un tiempo de descanso mínimo entre jornadas de trabajo de 9 horas cuando se trabaja en días consecutivos, de 24 horas cuando existe un día de descanso y 48 horas cuando existen dos días de descanso consecutivos. Estos periodos de tiempo cumplen con la legislación

chilena vigente respecto a las jornadas de trabajo para quienes prestan servicios aéreos (Dirección del Trabajo, 2017).

Por último, para determinar la localización inicial de tipos de técnicos en cada aeropuerto de la red, se hicieron corridas de calibración con escenarios de itinerarios y escenarios de trabajos distintos a los de la experimentación. El modelo de calibración utilizado se encuentra en el **Anexo B**, mientras que el detalle de los escenarios y los resultados descriptivos de los modelos se presentan en el **Anexo C**. La **Tabla 6.7** presenta la localización inicial de técnicos dependiendo del tamaño de problema.

Tabla 6.7. Ubicación de técnicos según aeropuerto de acuerdo a modelo de calibración para red centrada en Quito

Tamaño	UIO	BOG	GYE	VVI	LIM
Pequeño	14	0	1	-	-
Mediano	28	0	2	0	-
Grande	43	0	2	0	0

6.5. Caso base

El caso base tiene 90 instancias (30 de tamaño de problema pequeño, 30 de tamaño mediano y 30 de tamaño grande) de técnicos *mono-skilled*. Por ejemplo, una instancia de tamaño pequeño tiene 3 bases, 7 aeropuertos, 10 aviones, 15 técnicos, con un conjunto de itinerarios centrado en Quito y una demanda total igual a las horas-persona que estos técnicos pueden realizar. Las otras 29 instancias del mismo tamaño tienen un conjunto distinto de itinerarios de aviones, distintos conjuntos de trabajos-tarea y distintos requerimientos de cada tarea.

6.6. Métodos de solución

En esta tesis se busca determinar si existe valor en resolver el problema de asignación de tareas y turnos semanales a técnicos mediante metodologías avanzadas de gestión de operaciones. Para tener una base de comparación, se desarrolló un algoritmo que -mediante reglas simples- simula lo realizado por el CMA de estudio. Es decir, asigna

turnos semanales y, posteriormente, asigna tareas día a día. Este algoritmo heurístico es denominado **CMA_HEUR** y se encuentra detallado en el **Anexo D**.

Otra forma de resolver el problema corresponde a utilizar directamente el modelo presentado en el **capítulo 4** sin recurrir a generación de columnas. Este método de solución requiere como *input* esquemas de trabajo para asignar a los técnicos contratados. Ahora bien, incluir los esquemas de granularidad de horario de inicio cada una hora o cada dos horas tiene ventajas y desventajas. La granularidad cada una hora presenta mayor flexibilidad, pero también mayor orden de magnitud en el número de esquemas, por lo que el modelo puede presentar mayor tiempo de cómputo. Por el contrario, la granularidad cada dos horas es menos flexible, pero su menor orden de magnitud en la cantidad de esquemas puede disminuir los tiempos de cómputo. Por las razones anteriores, se presenta el método de solución **COM**, que al resolverse con granularidad cada dos horas es **COM2GR** y cada una hora es **COM1GR**.

Otra forma de resolver el problema es usar generación de columnas, lo que es presentado en el **capítulo 5**. De esta forma, se llamará **CG** al método de solución por generación de columnas, detallado en el **Anexo E**.

Por último, se pueden combinar ambas opciones anteriores en un método **MIX**, que consiste en cargar los esquemas de granularidad de horario de inicio cada dos horas, y luego generar columnas (**CG**) para incluir adicionalmente esquemas de granularidad cada una hora que generan un aporte. Luego de experimentos preliminares, este método fue mejorado a través de una heurística que consiste en resolver el modelo con las columnas generadas hasta un límite de tiempo Δ , obtener el resultado y resolverlo nuevamente, pero fijando los esquemas que tengan un porcentaje de utilización mayor o igual a λ . Mayores detalles se encuentran en el **Anexo F**.

6.7. Diseño de experimentos

Se diseñaron seis experimentos. El primero para identificar qué método de solución presenta mejor desempeño en la resolución de problemas similares a la realidad y, el resto, para estimar el potencial ahorro de las flexibilidades e identificar cuál genera mayores beneficios. Estos se detallan en las próximas secciones.

Experimento 1: métodos de solución sin flexibilidad

Este experimento tiene dos objetivos: i) determinar el valor de recurrir a una metodología avanzada de gestión de operaciones para solucionar el problema; y ii) identificar qué método obtiene las mejores soluciones en un tiempo acotado de una hora. Para lograr estos objetivos, se resolvieron las 90 instancias del caso base en los métodos de solución **CMA_HEUR**, **COM1GR**, **COM2GR**, **CG** y **MIX** con un tiempo máximo de cómputo de una hora. En el método **MIX** se consideró $\Delta = 30$ (min) y $\lambda = 98\%$, pues estos parámetros presentaron mejores resultados en experimentos preliminares. Por otro lado, el modelo de *pricing* utilizado por los métodos de generación de columnas fue el **PR-TEMP-FIX**.

Los indicadores de rendimiento para evaluar el desempeño de los métodos de solución consideran tiempo de cómputo y calidad de la solución. Estos se resumen en la **Tabla 6.8**.

Tabla 6.8. Resumen de indicadores de rendimiento para evaluar desempeño de métodos de solución

Indicador	Fórmula	Significado
Pre.	-	Tiempo de preprocesamiento
MIP	-	Tiempo de resolución modelo
F.O.	-	Valor objetivo en costo de horas-persona
Gap _m	$100 \cdot \left(\frac{x_m^{IP} - x_{COM1GR}^{LP}}{x_m^{IP}} \right)$	Gap entre valor objetivo obtenido por método <i>m</i> y valor de última relajación de COM1GR
#BESTSOL _m	-	Veces que método <i>m</i> encuentra la mejor solución entre los métodos (no excluyente)
DIF_BESTSOL _m	$x_m^{IP} - \min_m(x_m^{IP})$	Diferencia entre solución obtenida por método <i>m</i> y mejor solución encontrada entre métodos

En que x_m^{IP} es el valor de la función objetivo obtenida por el método de solución *m* y x_{COM1GR}^{LP} es el valor de la última relajación obtenida por el método **COM1GR**. Así, la

calidad de solución se evaluó a través del valor de la función objetivo y el gap con respecto a la relajación lineal del método **COM1GR**, pues corresponde al modelo con todas las columnas sin flexibilidad

Adicionalmente se obtuvo el indicador $\#BESTSOL_m$, que representa el número de veces que el método m encuentra la mejor solución -lo que no es excluyente a que otro método también lo haga- y $DIF_BESTSOL_m$, que es la diferencia entre el costo de la solución obtenida por el método m y la mejor solución encontrada por los métodos.

Experimento 2: mayor cantidad de horario de inicio

Este experimento tiene el objetivo de estimar el impacto que tiene en los costos de operación el incluir mayor cantidad de horarios de inicio durante el día. Se realizaron dos configuraciones: la primera consiste en resolver el problema en treinta instancias con tamaño de problema pequeño en el caso base y solo tres horarios de inicio: madrugada (01:00), mañana (09:00) y tarde (17:00). La segunda considera horarios de inicio cada una hora (01:00, 02:00, . . . , 23:00).

El método de solución utilizado es el **MIX** con tiempo de cómputo máximo de tres horas, pues es el método que obtuvo mejores resultados en el experimento anterior. En particular, se usa el modelo de *pricing* **PR-TEMP-FIX**, se define un tiempo máximo de generación de columnas de una hora, un tiempo máximo entre generación de columnas y resolución del primer modelo de $\Delta = 2$ hrs y fijación de esquemas con utilización $\lambda = 98\%$. Los detalles se encuentran en el **Anexo F**.

Los indicadores de rendimiento se dividen en costos y desglose de horas-persona por tipo de opción que las ejecuta. Estos se presentan en la **Tabla 6.9**.

Tabla 6.9. Resumen de indicadores de rendimiento para evaluar ahorro de flexibilidades

Indicador	Fórmula	Significado
$\%C.EXT^{LP}$	$\frac{x_m^{LP}}{HP^{TOT}}$	Porcentaje de costo externo con respecto a solución de método m
$\%C.EXT^{IP}$	$\frac{x_m^{IP}}{HP^{TOT}}$	Porcentaje de costo externo con respecto a solución de método m
$\%HP^{CALL}$	$\frac{HP^{CALL}}{HP^{TOT}}$	Porcentaje de horas-persona tercerizadas a otros CMA
$\%HP^{TERC}$	$\frac{HP^{TERC}}{HP^{TOT}}$	Porcentaje de horas-persona ejecutadas por técnicos de llamado
$\%UT.CONTR$	-	Utilización de técnicos contratados

El porcentaje de costo externo consiste en la suma del costo de técnicos de llamado y el costo de tercerización (ambos en \$HP), dividido por las horas-persona totales de demanda en la instancia. La ventaja de analizar los resultados de esta forma es que pueden compararse tamaños de problema distintos. Es lógico que entre más horas-persona totales deban ejecutarse, menor será la importancia de una unidad de hora-persona ahorrada. Además, el costo externo puede expresarse en función del valor objetivo obtenido ($\%C.EXT^{IP}$) o la mejor cota inferior obtenida por la relajación lineal ($\%C.EXT^{LP}$).

En cuanto al desglose de horas-persona, se presentan tres indicadores: $\%HP^{CALL}$, $\%HP^{TERC}$ y $\%UT.CONTR$. Este último es el porcentaje de horas-persona ejecutadas por técnicos contratados dividido por las horas de trabajo semanales en las que están disponibles para trabajar.

Experimento 3: flexibilidad de skill

Se busca estimar el potencial valor de entrenar a técnicos en más de una *skill*, lo que ha sido denominado flexibilidad de *skill*. Así, se corren las mismas 90 instancias de distinto tamaño, pero en tres configuraciones distintas: i) técnicos *mono-skilled*, ii) técnicos *bi-skilled* y iii) técnicos *multi-skilled*. El método de solución, los parámetros, el modelo de *pricing* y los indicadores de rendimiento son los mismos del experimento anterior

Para que las comparaciones sean justas, se mantiene la misma cantidad de técnicos entre las diferentes configuraciones de personal, pero cambiando la distribución según cada una. Un ejemplo para el caso del tamaño de problema pequeño se presenta en la **Tabla 6.10**, en la que se muestra el tipo de técnico $l \in \mathcal{L}$ y el conjunto de *skills* que puede realizar.

Tabla 6.10. Configuración de cantidad de técnicos por tipo para tamaño de problema pequeño entre escenarios con diferente flexibilidades de *skills*

Tipo de técnico	1	2	3	4	5	6	7	Total
<i>Skills</i>	✓××	×✓×	××✓	✓✓×	×✓✓	✓×✓	✓✓✓	
<i>Mono-skilled</i>	5	5	5					15
<i>Bi-skilled</i>				5	5	5		15
<i>Multi-skilled</i>							15	15

La última columna muestra que, independiente de la configuración, la cantidad de técnicos totales siempre es igual a quince para el tamaño de problema pequeño. En caso de ser una configuración de técnicos *mono-skilled*, existen cinco técnicos de tipo 1 (que solo puede realizar la primera *skill*), cinco técnicos de tipo 2 (que solo puede realizar la segunda *skill*) y cinco técnicos de tipo 3 (que solo puede realizar la tercera *skill*). Para una configuración *bi-skilled*, en cambio, existen cinco técnicos de tipo 4 (que puede hacer la primera y la segunda *skill*), cinco técnicos de tipo 5 (que puede hacer la segunda y la tercera *skill*) y cinco técnicos de tipo 6 (que puede hacer la primera y la tercera *skill*). Finalmente, en la configuración *multi-skilled* se tienen quince técnicos que pueden hacer cualquier *skill*.

La metodología es análoga en tamaños de problema mediano, pero considerando 30 técnicos totales y 10 de cada tipo según configuración. En problemas de tamaño grande se consideran 45 técnicos totales y 15 por tipo según configuración.

Por último, para asegurar que los modelos con mayor flexibilidad encuentren soluciones iguales o mejores a las soluciones de los modelos de menor flexibilidad, se utilizan *warm starts*. Por ejemplo, el modelo con personal *bi-skilled* comienza con un *warm start* de la mejor solución encontrada por el modelo con personal *mono-skilled*, y el modelo con personal *multi-skilled* comienza con un *warm start* de la mejor solución encontrada por el modelo con personal *bi-skilled*.

Experimento 4: flexibilidad temporal y de skill

Se busca estimar el potencial valor de incluir flexibilidad temporal en los turnos semanales de los técnicos, y cuál es el efecto de combinarla con flexibilidad de *skill*. Se corren las mismas 90 instancias de distinto tamaño con configuraciones de técnicos *mono-skilled* y *bi-skilled*, método de solución **MIX** con tres horas máximas de cómputo y modelo de *pricing* **PR-TEMP-VAR**. Los ahorros son evaluados a partir de los indicadores presentados en la **Tabla 6.9**.

A su vez, la mejor solución encontrada en el modelo con menores flexibilidades se usa como *warm start*. Por ejemplo, el modelo *mono-skilled* con flexibilidad temporal comienza con la solución del modelo *mono-skilled* sin flexibilidades.

Experimento 5: flexibilidad espacial y de skill

Este experimento tiene el mismo objetivo que el anterior, con la diferencia de que en este se combinan flexibilidades de *skill* y espaciales. Así, se corren las mismas 90 instancias de distinto tamaño con configuraciones de técnicos *mono-skilled* y *bi-skilled*, método de solución **MIX** con tres horas máximas de cómputo y modelo de *pricing* **PR-ESP-FIX**.

Los indicadores de rendimiento son los mismos del experimento anterior (**Tabla 6.9**), y la mejor solución encontrada en el modelo con menores flexibilidades se usa como *warm start*. Por ejemplo, el modelo *bi-skilled* con flexibilidad espacial comienza con la solución del modelo *bi-skilled* sin flexibilidades.

Experimento 6: flexibilidad temporal, espacial y de skill

Luego de analizar flexibilidades de *skill*, temporales y espaciales por separado, este experimento busca estimar el potencial ahorro de incluirlas en conjunto. Así, se utiliza el enfoque de solución **MIX** junto al modelo de *pricing* **PR-ESP-VAR**. Se corren las mismas 90 instancias, pero considerando todas las flexibilidades.

A diferencia de los experimentos anteriores, puede existir una mejor solución encontrada por el experimento con flexibilidades temporales o flexibilidades espaciales. Al considerar que este modelo es una versión menos restringida que la anterior, se usa como *warm start* la mejor solución encontrada hasta el momento por los modelos anteriores. Los indicadores de rendimiento son los mismos que los demás experimentos que incluyen flexibilidad.

Resumen de experimentos

A modo de resumen, se presenta la **Tabla 6.11** con todos los experimentos y su configuración.

Tabla 6.11. Resumen y detalle de experimentos

a) Nombre de experimento y descripción										
Exp.	Descripción									
1	Métodos de solución sin flexibilidad									
2	Distinta cantidad de horario de inicio									
3	Estimación del valor potencial de flexibilidad de <i>skill</i>									
4	Estimación del valor potencial de flexibilidad temporal y de <i>skill</i>									
5	Estimación del valor potencial de flexibilidad espacial y de <i>skill</i>									
6	Estimación del valor potencial de flexibilidad temporal, espacial y de <i>skill</i>									

b) Modelo de <i>pricing</i> y método de solución y parámetros										
Exp.	Modelo de <i>pricing</i>		Método de solución			Tiempo máx	Warm-start			
1	PR-TEMP-FIX	CMA_HEUR, COM1GR, COM2GR, CG, MIX				1 hr	-			
2	PR-TEMP-FIX		MIX			3 hr	-			
3	PR-TEMP-FIX		MIX			3 hr	-			
4	PR-TEMP-VAR		MIX			3 hr	Exp. 2			
5	PR-ESP-FIX		MIX			3 hr	Exp. 2			
6	PR-ESP-VAR		MIX			3 hr	Exp. 3 o 4			

c) Tamaño de problema, horario de inicio y flexibilidades										
Exp.	Tamaño			# Hora inicio		Skill			Flexibilidad	
	Pequeño	Mediano	Grande	3	24	Mono	Bi	Multi	Temporal	Espacial
1	✓	✓	✓		✓	✓				
2	✓			✓	✓	✓				
3	✓	✓	✓		✓	✓	✓	✓		
4	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓	
5	✓	✓	✓		✓	✓	✓			✓
6	✓	✓	✓		✓	✓	✓		✓	✓

CAPÍTULO 7. RESULTADOS

En este capítulo se presentan los resultados de los experimentos realizados. En particular, se utilizó el lenguaje de programación Python 3.7.4 junto al *software* de optimización Gurobi 9.5.0. Los modelos fueron corridos en un servidor con un procesador Intel Xeon CPU E5-2630 v4, limitando la memoria a un máximo de 8 GB de RAM.

La **sección 7.1** presenta el análisis de los métodos de solución sin flexibilidad. Luego, en las secciones **7.2**, **7.3**, **7.4**, **7.5** y **7.6** se revelan resultados obtenidos al implementar distinta cantidad de horarios de inicio, flexibilidades de *skill*, temporales y espaciales por separado y en conjunto.

7.1. Resultados experimento 1: métodos de solución sin flexibilidad

La **Tabla 7.1** muestra los resultados obtenidos del primer experimento detallado en la **sección 6.7**. En ella se muestra el tiempo de cómputo desglosado en preprocesamiento y resolución del MIP. También, se incluyen los indicadores de rendimiento asociados a la calidad de las soluciones obtenidas.

Tabla 7.1. Resultados promedio de distintos métodos de solución para 90 instancias de caso base

Método solución	Tiempo de cómputo (s)			Calidad de solución			
	Pre.	MIP	F.O.	Gap _m (*)	#BESTSOL _m	DIF_BESTSOL _m (**)	
CMA_HEUR	0,61	1.004	236,73	974 %	0	210	(1.510 %)
COM1GR	4,19	3.227	30,74	39 %	33	4	(27 %)
COM2GR	2,77	3.131	30,90	40 %	32	4	(29 %)
CG	2,33	3.011	29,72	35 %	42	3	(15 %)
MIX	12,56	2.893	27,87	27 %	63	1	(6 %)

(*) Gap con respecto a mejor relajación encontrada por modelo **COM1GR**

(**) Entre paréntesis se muestra el porcentaje de la diferencia

Se observa que el método **CMA_HEUR** tiene un tiempo promedio de cómputo tres veces menor al resto de los métodos. En particular, el tiempo de preprocesamiento no es problemático para ningún método, pero es mayor cuando deben cargarse esquemas o generarse columnas. Para profundizar en el análisis, la **Figura 7.1** muestra la distribución

y el promedio (en rojo) de los tiempos de cómputo de las 90 instancias por método a través de diagramas de caja.

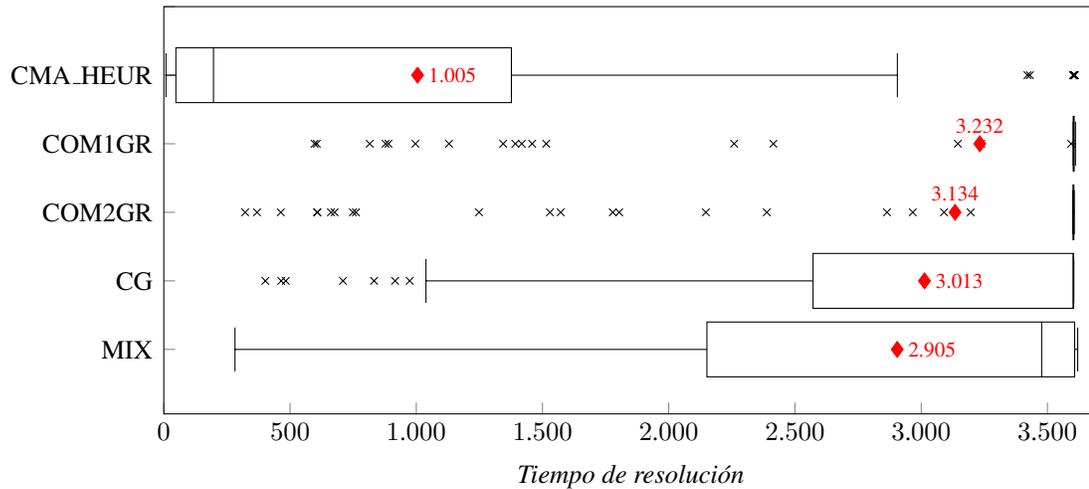


Figura 7.1. Distribución de tiempos de cómputo de 90 instancias (en segundos) para caso base

En los resultados, los métodos de solución **COM1GR**, **COM2GR**, **CG** y **MIX** no encuentran la solución óptima en más del 50 % de los instancias. Esto demuestra la complejidad del problema y la dificultad de resolverlo a optimalidad.

En cuanto a la calidad de las soluciones, los resultados evidencian empíricamente que el costo obtenido en la heurística **CMA_HEUR** es mayor al obtenido en los otros métodos de solución. Así, utilizar metodologías sofisticadas para resolver el problema permite disminuir el costo externo en un 87 % en comparación con **CMA_HEUR**. En segundo lugar, si bien los métodos **COM1GR**, **COM2GR**, **CG** y **MIX** obtienen soluciones similares, se evidencia que con los dos últimos se logran soluciones de menor costo en promedio. Lo anterior demuestra que el incluir una heurística basada en generación de columnas permite mejorar las soluciones encontradas.

Por último, el gap promedio del método **MIX** (el mejor en cuanto a la calidad de solución obtenida) es de un 27 %. Este porcentaje puede parecer alto, pero en términos absolutos equivale a 5,85 \$HP, lo que es considerado aceptable al considerar el tiempo

acotado que la industria tiene para resolver el problema. Los resultados de las dos potenciales mejores metodologías (**CG** y **MIX**) se desagregan por tamaño de instancia en la **Tabla 7.2**.

Tabla 7.2. Resultados de calidad de solución promedio en 90 instancias diferenciados por tamaño y método de solución para caso base

Tamaño	Método	F.O.	Gap _m (*)	#BESTSOL _m	DIF_BESTSOL _m (**)
Pequeño	CG	38,84	24 %	12	3 (10 %)
	MIX	37,32	19 %	17	1 (4 %)
Mediano	CG	28,70	55 %	16	5 (25 %)
	MIX	24,39	32 %	23	1 (3 %)
Grande	CG	21,62	33 %	17	1 (9 %)
	MIX	21,95	35 %	16	2 (11 %)

(*) Gap con respecto a mejor relajación encontrada por modelo **COMIGR**

(**) Entre paréntesis se muestra el porcentaje de la diferencia

En las soluciones de las instancias, tanto en el tamaño de problema pequeño como en el tamaño de problema mediano el método **MIX** obtiene mejores resultados. En los tamaños de problema grande, por el contrario, el método **CG** tiene un costo levemente menor. Sin embargo, la diferencia con respecto al método **MIX** en el tamaño de problema grande no es estadísticamente significativa (ver **Anexo H**).

Así, se concluye que existe potencial valor en resolver el problema planteado mediante metodologías de gestión de operaciones. También, entre las metodologías, el método de solución **MIX** obtuvo mejores soluciones en un tiempo de cómputo máximo de una hora.

7.2. Resultados experimento 2: horario de inicio

En el segundo experimento se estima el valor potencial de incluir mayor cantidad de horarios de inicio en los turnos semanales. Esto, al comparar una corrida de instancias del caso base con tres tipos de horario de inicio (madrugada, mañana y tarde) y una corrida de instancias con veinticuatro horario de inicio (cada una hora). Solo se corren instancias del

tamaño de problema pequeño, pues se busca determinar la cantidad necesaria de horarios de inicio para los próximos experimentos. Los resultados se presentan en la **Tabla 7.3**.

Tabla 7.3. Resultados promedio diferenciados por cantidad de horarios de inicio para tamaños de problema pequeño en caso base

# Horarios de inicio	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Madrugada, mañana y tarde	5,02 %	5,90 %	3,65 %	0,66 %	95,69 %
Cada una hora	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %

De los resultados de la **Tabla 7.3** se desprende que incluir horarios de inicio cada una hora ayuda a disminuir costos externos en 0,62 puntos porcentuales, lo que es estadísticamente significativo (véase el **Anexo H**). Este porcentaje puede parecer menor, pero la solución relajada indica que podría existir hasta una diferencia de 1,14 puntos porcentuales. Adicionalmente, experimentos preliminares indican que existen ahorros en las flexibilidades temporales y espaciales cuando se considera una mayor cantidad de horarios de inicio (cuyos resultados se presentan en el **Anexo G**). Por ello, en las próximas secciones se consideran turnos cada una hora. También, la mayor cantidad de opciones en horarios de inicio aumenta la utilización de los técnicos contratados de 95,69 % a 96,17 %.

Puede parecer extraño el aumento de horas-persona tercerizadas cuando se aumenta la flexibilidad. La razón de este efecto puede observarse en los resultados de una instancia particular. En esta, cuando hay tres horarios de inicio la utilización de los técnicos contratados es de 96,15 %, se recurre a cuatro llamados de 4 horas (con un costo de 22,4 \$HP), un llamado de 8 horas (9,6 \$HP) y 2 horas tercerizadas (3,6 \$HP). En la misma instancia, cuando hay horarios de inicio cada una hora, la utilización de los técnicos es de 97,33 %, se recurre a tres llamados de 4 horas (16,8 \$HP) y 6 horas tercerizadas (10,8 \$HP). En este ejemplo queda claro que, si bien la cantidad de horas tercerizadas aumenta entre el caso de tres horarios de inicio y el de horarios de inicio cada una hora, la utilización de los técnicos contratados aumenta y el costo de técnicos de llamado disminuye, obteniéndose así un ahorro.

Es más, el costo de activar un turno de llamado de cuatro horas es de 5,6 \$HP, el costo de activar un turno de llamado de ocho horas es de 9,6 \$HP y el de tercerizar una hora 1,8 \$HP. De esta forma, si solo quedan tres horas que ejecutar, es más conveniente

tercerizarlas (con un costo de 5,4 \$HP) que activar a un técnico de llamado por cuatro horas que no tendrá tareas disponibles en su última hora de trabajo.

7.3. Resultados experimento 3: flexibilidad de *skill*

Este experimento es el primero en el que se estima el potencial valor de flexibilidades. En particular, se estudian configuraciones de personal *mono-skilled*, *bi-skilled* y *multi-skilled* en los distintos tamaños de problema del caso base. La **Tabla 7.4** muestra los resultados promedio de las distintas combinaciones de tamaño de problema y flexibilidad de *skill*. Las columnas son idénticas a las usadas en secciones anteriores.

Tabla 7.4. Resultados promedio de experimentos con flexibilidad de *skill* desagregados por tamaño de problema del caso base

Tamaño	Flexibilidad	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Pequeño <i>10 aviones 15 tecs</i> <i>7 aerop. 3 bases</i>	Mono	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %
	Bi	2,91 %	3,33 %	1,96 %	0,46 %	97,58 %
	Multi	2,84 %	3,15 %	1,76 %	0,52 %	97,72 %
Mediano <i>20 aviones 30 tecs</i> <i>10 aerop. 4 bases</i>	Mono	1,12 %	1,71 %	0,89 %	0,30 %	98,81 %
	Bi	0,75 %	0,92 %	0,52 %	0,13 %	99,34 %
	Multi	0,73 %	0,82 %	0,41 %	0,16 %	99,42 %
Grande <i>30 aviones 45 tecs</i> <i>13 aerop. 5 bases</i>	Mono	0,62 %	1,00 %	0,50 %	0,19 %	99,31 %
	Bi	0,27 %	0,39 %	0,18 %	0,07 %	99,74 %
	Multi	0,26 %	0,32 %	0,07 %	0,12 %	99,81 %

De los resultados se desprende empíricamente que existe valor en aplicar flexibilidad de *skill*, lo que se demuestra al notar un ahorro en el porcentaje de costo externo entre las instancias de técnicos que solo pueden realizar una *skill* y técnicos que pueden realizar dos o más *skills*. Pero, el ahorro entre personal *mono-skilled* y *bi-skilled* es significativamente mayor al ahorro entre *bi-skilled* y *multi-skilled*.

En cuanto a las horas-persona ejecutadas por entidades externas, se ve que a medida que aumentan las flexibilidades, disminuye el porcentaje de horas ejecutadas por técnicos de llamado sin importar el tamaño del problema. Pero no sucede lo mismo para el porcentaje de horas-persona tercerizadas, que presentan un aumento entre las instancias con

técnicos *bi-skilled* y las instancias con técnicos *multi-skilled*. Esto se debe a que los técnicos de llamado tienen un costo de activación mínimo de cuatro horas, mientras que pueden tercerizarse horas-persona por hora unitaria. Bajo esta lógica, en caso de que los técnicos contratados requieran de horas unitarias de apoyo, es más conveniente tercerizarlas que activar a un técnico de llamado que tendrá menor utilización de la deseada (lo que ha sido demostrado en la **sección 7.2**).

Para conocer los ahorros con respecto al caso base (*mono-skilled*) se presenta la **Figura 7.2**, en la que se muestran las diferencias de porcentaje de costo externo con respecto al caso base de las treinta instancias. Adicionalmente, se muestra el promedio del ahorro en color rojo y el máximo en color negro.

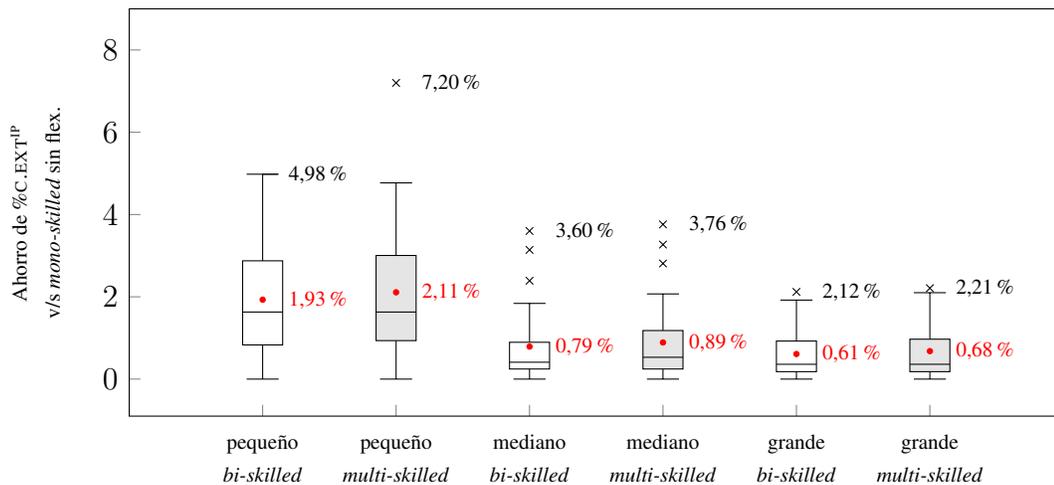


Figura 7.2. Diferencias entre instancias de flexibilidad de *skill* con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema

Existe un ahorro promedio de 1,93 % (problema pequeño), 0,79 % (problema mediano) y 0,61 % (problema grande) entre el caso base *mono-skilled* y el caso en que el personal de mantenimiento puede realizar dos *skills*. Los resultados muestran, además, que el ahorro disminuye su magnitud a medida que aumenta el tamaño del problema. Finalmente, el ahorro entre personal *multi-skilled* y *bi-skilled* es de 0,18 % en tamaños de problema pequeño, 0,10 % en tamaño de problema mediano y 0,07 % en tamaños de problema grande. A pesar de que estadísticamente los resultados son distintos (véase el **Anexo H**), la conclusión es que la gran parte de la mejora se logra solo considerando el entrenamiento

de técnicos *bi-skilled*.

En ese sentido, una pregunta que surge es cuánto porcentaje de técnicos *bi-skilled* trabajan solamente ejecutando tareas de una *skill*, o bien, cuánto porcentaje de técnicos *multi-skilled* trabaja ejecutando tareas de dos de los tres *skills* que puede realizar. Así, se introduce la **Figura 7.3**, que muestra estos resultados promedio del porcentaje de técnicos trabajando en una, dos o tres *skills* para cada tamaño de problema.

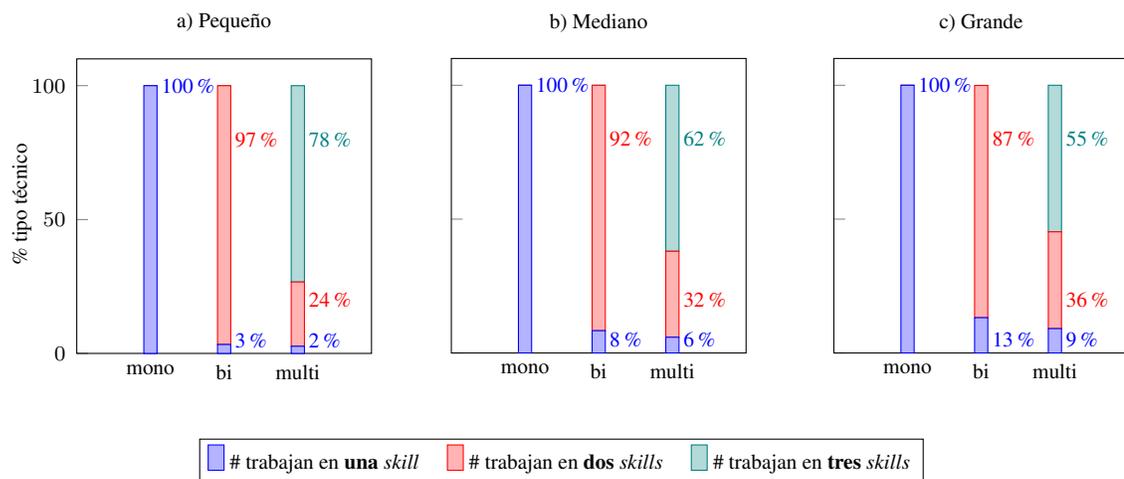


Figura 7.3. Porcentaje de personal que trabaja en uno, dos y tres *skills* promedio para 30 instancias de técnicos diferenciados por tamaño y por flexibilidad de *skill*

En las soluciones obtenidas se ve que existe un porcentaje menor de técnicos *bi-skilled* que trabaja en un solo *skill*, y que más de un 25 % de los técnicos *multi-skilled* realiza menos de tres *skills* durante la semana. Los porcentajes anteriores aumentan a medida que crece el tamaño del problema.

Para determinar qué porcentaje de técnicos *bi-skilled* son suficientes para lograr la mayor cantidad de ahorro de costo externo con respecto al caso base, se realizó un nuevo experimento en el que se probaron diferentes combinaciones de técnicos *mono-skilled* y *bi-skilled* para el tamaño de problema pequeño. En la **Figura 7.4** se muestra el porcentaje de costo externo obtenido para las diferentes combinaciones.

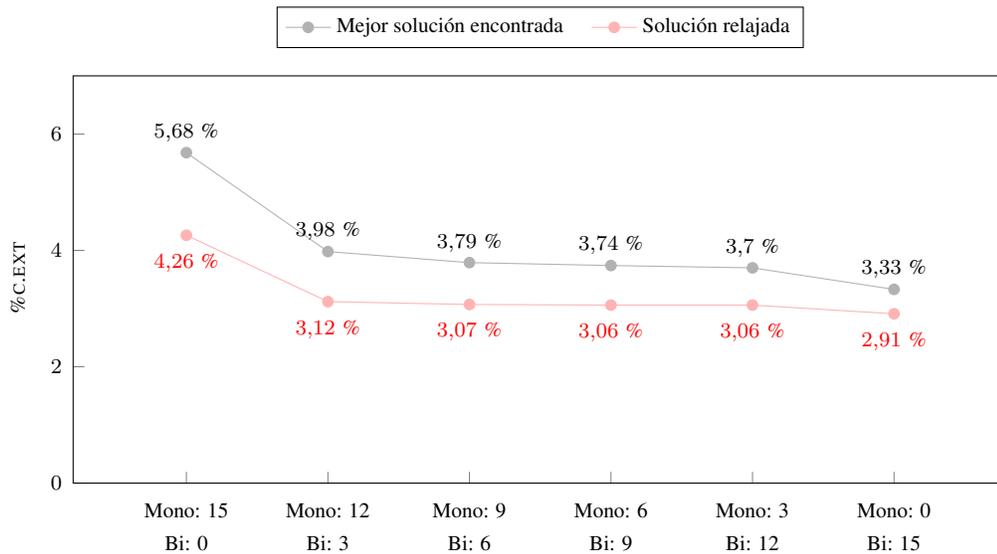


Figura 7.4. Resultados promedio de distintas combinaciones de técnicos *mono-skilled* y *bi-skilled* para tamaño de problema pequeño del caso base

Los resultados evidencian que el porcentaje de costo externo disminuye de 5,68 % a 3,33 % cuando se pasa de un personal *mono-skilled* a un personal *bi-skilled*. Pero, para cumplir con un 72 % de esta disminución se necesita que solo un 20 % de los técnicos contratados sean *bi-skilled*, y el resto *mono-skilled*.

En síntesis, la experimentación con respecto a flexibilidades de *skill* genera ahorros en la operación de los CMA. Entre los principales hallazgos destaca que la mayor parte del ahorro se da entre el personal *mono-skilled* y el personal *bi-skilled*, mientras que la diferencia de costo externo entre personal *bi-skilled* y *multi-skilled* es casi nula. Además, para lograr la mayor parte de los beneficio basta con que solo el 20 % del personal sea *bi-skilled*.

7.4. Resultados experimento 4: flexibilidad temporal y de *skill*

En este experimento se busca profundizar en las flexibilidades de los turnos semanales. Para ellos se corrieron las configuraciones de personal *mono-skilled* y *bi-skilled* junto a flexibilidad temporal. La **Tabla 7.5** muestra los resultados promedio, y presenta los mismos indicadores que tablas anteriores.

Tabla 7.5. Resultados promedio de experimentos con flexibilidad temporal y flexibilidad de *skill* con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema

Tamaño problema	Flex. de <i>skill</i>	Flex. temporal	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Pequeño <i>10 aviones 15 tees</i> <i>7 aerop. 3 bases</i>	Mono	X	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %
		✓	2,63 %	4,33 %	2,35 %	0,73 %	96,92 %
	Bi	X	2,91 %	3,33 %	1,96 %	0,46 %	97,58 %
		✓	1,99 %	2,34 %	1,36 %	0,32 %	98,32 %
Mediano <i>20 aviones 30 tees</i> <i>10 aerop. 4 bases</i>	Mono	X	1,12 %	1,71 %	0,89 %	0,30 %	98,81 %
		✓	0,84 %	1,58 %	0,81 %	0,29 %	98,90 %
	Bi	X	0,75 %	0,92 %	0,52 %	0,13 %	99,34 %
		✓	0,50 %	0,67 %	0,35 %	0,11 %	99,54 %
Grande <i>30 aviones 45 tees</i> <i>13 aerop. 5 bases</i>	Mono	X	0,62 %	1,00 %	0,50 %	0,19 %	99,31 %
		✓	0,52 %	0,95 %	0,49 %	0,16 %	99,34 %
	Bi	X	0,27 %	0,39 %	0,18 %	0,07 %	99,74 %
		✓	0,18 %	0,32 %	0,15 %	0,06 %	99,79 %

Estos resultados muestran que las flexibilidades temporales generan ahorros en los costos de operación de los CMA y, al igual que en experimentos anteriores, este ahorro disminuye a medida que aumenta el tamaño del problema. Para representar de mejor forma los ahorros de acuerdo de las flexibilidades con respecto al caso base se presenta la **Figura 7.5**. Este ahorro es calculado a través de la variable %C.EXP^{IP}.

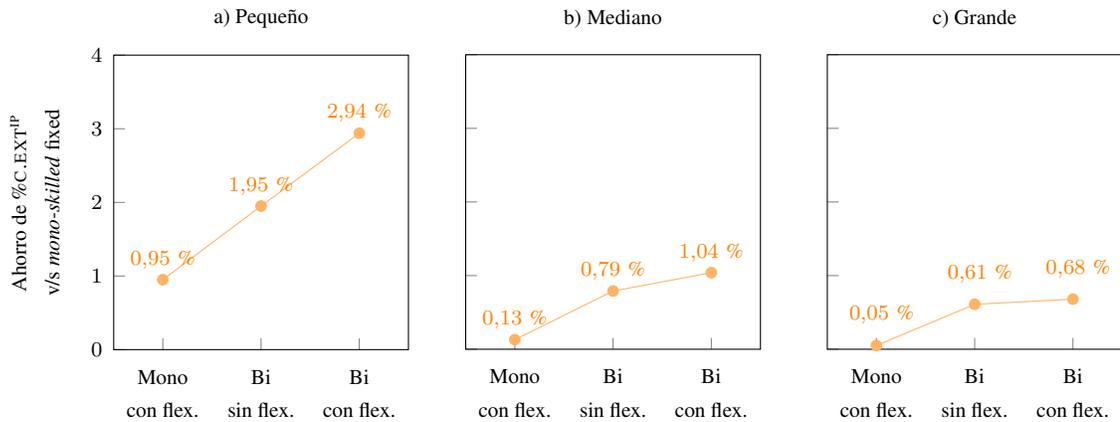


Figura 7.5. Ahorros promedio al incluir flexibilidades temporales y de *skills* con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema

Si ambas flexibilidades se usan por separado, entonces la flexibilidad de *skill* genera mayor ahorro que las flexibilidad temporal para todos los tamaños de problema estudiados. A su vez, la combinación de ambas flexibilidades (por ejemplo, personal *bi-skilled* con horario de inicio variable a lo largo de la semana) genera aun más ahorros.

Es más, en el caso de técnicos *mono-skilled*, 46 de las 90 instancias presentan una disminución del porcentaje de costo externo en comparación al caso base, mientras que en el caso de técnicos *bi-skilled*, en 54 de las 90 instancias existe una mejora en comparación al caso *bi-skilled* sin flexibilidad temporal. Así, existen más instancias en que se logra ahorro por flexibilidad temporal cuando los técnicos tienen flexibilidad de *skill* que cuando no tienen flexibilidad de *skill*.

Por otro lado, en la **Tabla 7.5** se observa un aumento de la utilización de los técnicos contratados cuando se incluyen flexibilidades. Para indagar más en este resultado, la **Figura 7.6** presenta este indicador en tamaños de problema pequeños diferenciado para base central (mayores oportunidades de mantenimiento) y base auxiliar (menores oportunidades de mantenimiento).

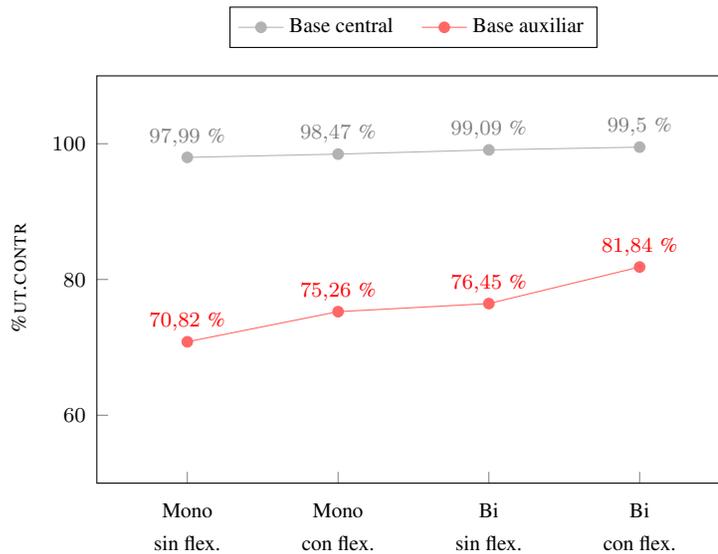


Tabla 7.6. Utilización promedio de técnicos al incluir flexibilidades temporales y de *skills* para tamaño de problema pequeño en caso base

Tal como se observa en la figura, la utilización de los técnicos en la base central es alta incluso en el caso sin flexibilidades, y presenta leves aumentos cuando estas son incorporadas (1,51 % de diferencia entre el caso *mono-skilled* con horario fijo y el caso *bi-skilled* con horario variable durante la semana). Este resultado entrega nociones de que la implementación de flexibilidades en bases centrales no tiene un gran impacto, pues siempre hay aviones disponibles para realizar mantenimiento.

Distinto es el caso de la utilización en bases auxiliares, cuyos técnicos tienen un 70 % de utilización en el caso sin flexibilidades y un aumento de 10 puntos porcentuales con ambas flexibilidades. Al considerar que las aeronaves pasan menos tiempo en esas bases, el incluir estas medidas puede generar mayores beneficios, ya que se ajusta el horario laboral del técnico a los tiempos en tierra y los técnicos pueden realizar un conjunto más amplio de *skills*.

Luego del análisis y los resultados obtenidos en esta sección, se evidencia que la incorporación de flexibilidad temporal (es decir, horario de inicio variable entre días de la semana) genera ahorros en la operación de los CMA. También es concluido que el efecto de la flexibilidad de *skill* genera un mayor ahorro en comparación a la flexibilidad temporal.

7.5. Resultados experimento 5: flexibilidad espacial y de *skill*

La flexibilidad espacial permite que técnicos sean relocalizados temporalmente en bases distintas a su residencia. En este experimento se corrieron instancias con y sin esta flexibilidad para personal *mono-skilled* y *bi-skilled*. La **Tabla 7.7** muestra los resultados promedio obtenidos.

Tabla 7.7. Resultados promedio de flexibilidades espaciales desagregados por tamaño de problema y flexibilidad de *skill* para caso base

Tamaño problema	Flex. de <i>skill</i>	Flex. espacial	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Pequeño <i>10 aviones 15 tecs</i> <i>7 aerop. 3 bases</i>	Mono	✗	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %
		✓	2,86 %	4,25 %	2,28 %	0,73 %	96,99 %
	Bi	✗	2,91 %	3,33 %	1,96 %	0,46 %	97,58 %
		✓	2,34 %	2,60 %	1,50 %	0,40 %	98,10 %
Mediano <i>20 aviones 30 tecs</i> <i>10 aerop. 4 bases</i>	Mono	✗	1,12 %	1,71 %	0,89 %	0,30 %	98,81 %
		✓	0,74 %	1,61 %	0,78 %	0,32 %	98,90 %
	Bi	✗	0,75 %	0,92 %	0,52 %	0,13 %	99,34 %
		✓	0,55 %	0,70 %	0,37 %	0,12 %	99,51 %
Grande <i>30 aviones 45 tecs</i> <i>13 aerop. 5 bases</i>	Mono	✗	0,62 %	1,00 %	0,50 %	0,19 %	99,31 %
		✓	0,37 %	0,97 %	0,49 %	0,17 %	99,33 %
	Bi	✗	0,27 %	0,39 %	0,18 %	0,07 %	99,74 %
		✓	0,24 %	0,36 %	0,17 %	0,07 %	99,76 %

Esta tabla muestra que las flexibilidades espaciales generan ahorros en los costos de operación de los CMA. Esto se ve reflejado, además, en el aumento de utilización de los técnicos contratados y la disminución de horas-persona realizadas por técnicos de llamado a medida que aumentan las flexibilidades. En la **Figura 7.6** se muestran gráficos que resumen el porcentaje de ahorro de costo externo en comparación al caso base de técnicos *mono-skilled* sin flexibilidad espacial.

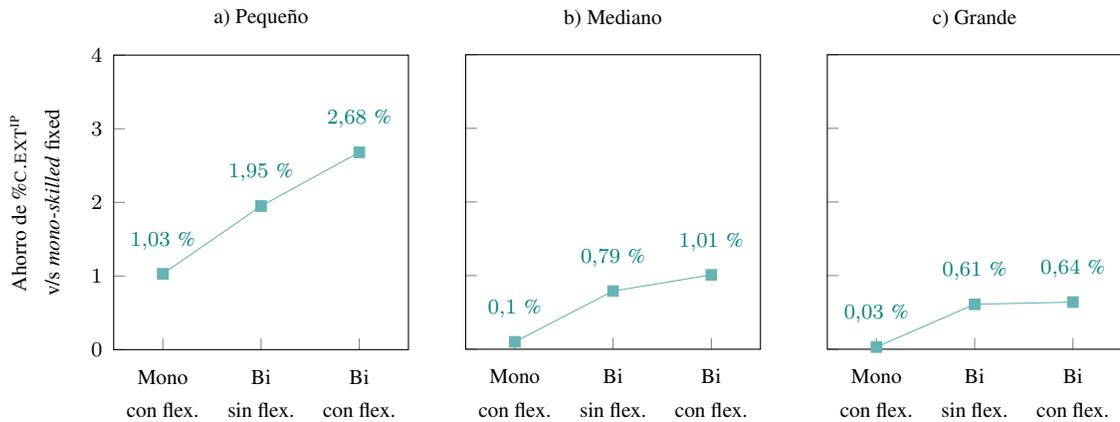


Figura 7.6. Ahorros promedio al incluir flexibilidades espaciales y de *skills* con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema

Se repite el efecto de que, entre más grande es el problema, menor es el ahorro de las flexibilidades. También, se evidencia que para tamaños de problema pequeño no existe complementariedad entre la flexibilidad de *skill* y espacial, ya que ambos efectos en conjunto (2,68 %) generan menor ahorro que la suma de los efectos por separado (1,03 % y 1,95 %). En los tamaños de problema mediano y grande si existe complementariedad y se potencian las flexibilidades.

Por otro lado, en el caso de técnicos *mono-skilled*, 46 de las 90 instancias presentan una disminución del porcentaje de costo externo cuando se incluye la flexibilidad espacial (en comparación al caso base), mientras que en el caso de técnicos *bi-skilled*, solo en 40 de las 90 instancias hay disminución del costo externo (en comparación al caso *bi-skilled* sin flexibilidades espaciales). Así, de acuerdo con las soluciones obtenidas, existen más instancias en los que se encuentra una solución con menor costo al agregar flexibilidades espaciales cuando los técnicos son *mono-skilled*.

Un aspecto interesante de los resultados obtenidos corresponde a las horas-persona que los técnicos contratados trabajan en su base, en una base externa y el tiempo que pierden viajando. En problemas de tamaño pequeño, del total de 675 horas-persona de disponibilidad de técnicos contratados, 654 horas están disponibles en su base de residencia, 15

horas están disponibles en bases externas (es decir, distintas a la residencia de cada técnico) y solo 6 horas no hay disponibilidad por tiempo de viaje entre aeropuertos. Lo anterior entrega lecciones similares a las detectadas en flexibilidades anteriores, al considerar que basta con que un bajo porcentaje de los técnicos viajen entre aeropuertos para lograr la mayor parte de los beneficios.

Finalmente, al realizar comparaciones con respecto a la conveniencia de aplicar flexibilidades temporales o espaciales, se concluye que no existe una superioridad evidente de una sobre la otra en cuanto al ahorro que generan con respecto al caso base. El ahorro promedio con respecto al caso base que las flexibilidades espaciales generan en problemas de tamaño pequeño y técnicos *mono-skilled* es 0,08 puntos porcentuales mayor al ahorro de flexibilidades temporales bajo las mismas condiciones, mientras que en el caso de los técnicos *bi-skilled* las flexibilidades temporales presentan un ahorro promedio mayor en 0,26 puntos porcentuales. En tamaños de problema mediano y pequeño, por otra parte, las flexibilidades temporales presentan mayores ahorros para personal *mono* y *bi-skilled*. De esta forma, la elección de una política de decisión sobre la otra depende del contexto y cada escenario, sin una ventaja evidente.

A partir del análisis de esta sección, se demuestra empíricamente que la flexibilidad espacial (viajes entre aeropuertos) en turnos semanales de técnicos contratados disminuye el costo de operación de los CMA. Entre los principales descubrimientos destaca que, a diferencia de las flexibilidades espaciales, no existe una complementariedad entre los efectos de las flexibilidades de *skills* y temporales. A su vez, las soluciones obtenidas muestran que basta con que un porcentaje menor de los técnicos contratados realicen viajes para obtener la mayor parte de los ahorros. Por último, no se detecta una prevalencia evidente entre los beneficios de integrar flexibilidades espaciales o temporales.

7.6. Resultados experimento 6: flexibilidad temporal, espacial y de *skill*

En los experimentos anteriores se probaron flexibilidades temporales y espaciales por separado, pero aún queda el caso de que sean implementadas en conjunto. Así, en la **Tabla 7.8** se muestran los resultados promedio de esta configuración faltante.

Tabla 7.8. Resultados promedio de flexibilidades temporales y espaciales desagregados por tamaño de problema y flexibilidad de *skill* para caso base

Tamaño problema	Flex. de <i>skill</i>	Flex. temporal	Flex. espacial	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Pequeño <i>10 aviones 15 tecs</i> <i>7 aerop. 3 bases</i>	Mono	✗	✗	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %
		✓	✓	2,22 %	3,71 %	2,35 %	0,73 %	96,92 %
	Bi	✗	✗	2,91 %	3,33 %	1,96 %	0,46 %	97,58 %
		✓	✓	1,68 %	1,95 %	1,36 %	0,32 %	98,32 %
Mediano <i>20 aviones 30 tecs</i> <i>10 aerop. 4 bases</i>	Mono	✗	✗	1,12 %	1,71 %	0,89 %	0,30 %	98,81 %
		✓	✓	0,56 %	1,48 %	0,81 %	0,29 %	98,90 %
	Bi	✗	✗	0,75 %	0,92 %	0,52 %	0,13 %	99,34 %
		✓	✓	0,39 %	0,52 %	0,35 %	0,11 %	99,54 %
Grande <i>30 aviones 45 tecs</i> <i>13 aerop. 5 bases</i>	Mono	✗	✗	0,62 %	1,00 %	0,50 %	0,19 %	99,31 %
		✓	✓	0,32 %	0,90 %	0,49 %	0,16 %	99,34 %
	Bi	✗	✗	0,27 %	0,39 %	0,18 %	0,07 %	99,74 %
		✓	✓	0,18 %	0,30 %	0,15 %	0,06 %	99,79 %

Los resultados muestran que existe una mejora al implementar flexibilidades temporales y espaciales conjuntas en comparación al caso base *mono-skilled* y *bi-skilled* sin flexibilidades. Nuevamente, la magnitud de este ahorro disminuye con el tamaño del problema. Para analizar los ahorros con respecto al caso base *mono-skilled* sin flexibilidades se presenta la **Figura 7.7**.

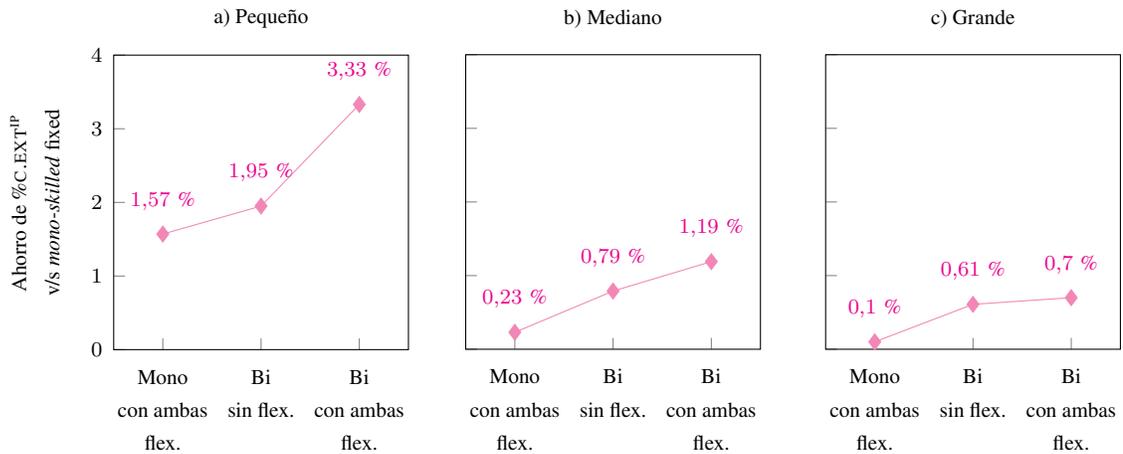


Figura 7.7. Ahorros promedio al incluir flexibilidades espaciales, temporales y de *skills* con respecto a caso base desagregados por tamaño de problema

El ahorro que genera la flexibilidad temporal y espacial en técnicos *bi-skilled* (3,33 %) con respecto al caso base es menor a la suma de los ahorros de técnicos *mono-skilled* con estas flexibilidades (1,57 %) y técnicos *bi-skilled* sin flexibilidad (1,95 %). Esto quiere decir que la flexibilidad temporal y espacial en conjunto no se complementa con la flexibilidad de *skill* en los problemas de tamaño pequeño, pero estas sí se potencian en los tamaños de problema mediano y grande (de acuerdo al mismo análisis).

Sumado a esto, en 23 de las 90 instancias de personal *mono-skilled*, la combinación de flexibilidades temporales y espaciales encontró un costo externo menor en comparación a la mejor solución encontrada entre el modelo con flexibilidad temporal y el modelo con flexibilidad espacial por separado. Sin embargo, la diferencia entre el porcentaje de costo externo de las soluciones mejoradas tiene un promedio de 0,44 %.

Por otro lado, en los experimentos con personal *bi-skilled* solo 19 de las 90 instancias presentan mejoras, con una diferencia promedio de 0,32 % en el costo externo. De este hallazgo se desprende que la magnitud del ahorro generado al incluir ambas flexibilidades en comparación al caso con solo una flexibilidad es menor en comparación a la magnitud del ahorro generado por la flexibilidad temporal y espacial por separado. Por esta razón, empíricamente bastará con solo considerar flexibilidad espacial o temporal para obtener

los mayores ahorros en el costo externo de los CMA.

CAPÍTULO 8. SENSIBILIDAD EN RED CENTRALIZADA

En este capítulo se expande el análisis al considerar el caso de una red que incluye aerolíneas de Chile con una alta concentración de tiempos en tierra en la base central (Santiago). La **Tabla 8.1** muestra las aerolíneas, la cantidad de aviones y cantidad de aeropuertos presentes en la base de datos consultada.

Tabla 8.1. Número de aviones, vuelos y aeropuertos de la base de datos obtenida a través de *pyflightdata* para red centrada en Santiago

Aerolínea	Nº aviones	Nº vuelos	Nº aeropuertos
JetSmart	14	35.757	44
Sky Airline	10	40.737	40

Al igual que para el caso base, se seleccionaron los trece aeropuertos con mayores oportunidades de mantenimiento (pues existen otros aeropuertos en la base de datos que son visitados en muy pocas ocasiones). También se generaron 30 escenarios de itinerarios distintos, en que cada escenario corresponde a 30 itinerarios de aviones que vuelan entre los aeropuertos seleccionados. La localización de la red y los tiempos en tierra promedio del los 30 escenarios se muestran en la **Figura 8.1** y la **Tabla 8.2**.

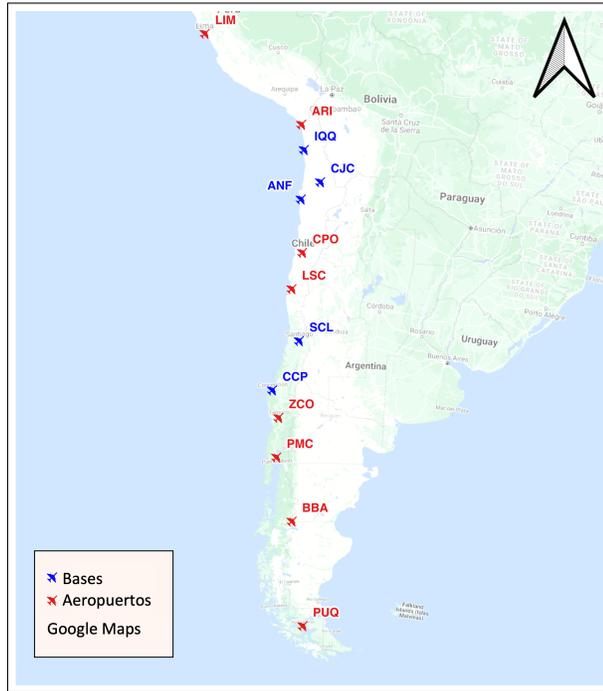


Figura 8.1. Ubicación de bases y aeropuertos de red centrada en Santiago

Tabla 8.2. Tiempos en tierra por avión-día (en horas) de red centrada en Santiago

Ciudad	Sigla	Tiempos en tierra	
Santiago	SCL	9,91	(73,61 %)
Concepción	CCP	0,51	(3,82 %)
Calama	CJC	0,50	(3,71 %)
Antofagasta	ANF	0,44	(3,25 %)
La Serena	LSC	0,38	(2,79 %)
Puerto Montt	PMC	0,29	(2,16 %)
Iquique	IQQ	0,30	(2,19 %)
Temuco	ZCO	0,18	(1,31 %)
Arica	ARI	0,17	(1,27 %)
Punta Arenas	PUQ	0,15	(1,13 %)
Balmaceda	BBA	0,12	(0,92 %)
Copiapó	CPO	0,11	(0,85 %)
Lima	LIM	0,40	(2,97 %)

En la **Tabla 8.2** se evidencia la alta centralización de esta red, pues el 73,61 % del tiempo en tierra diario promedio de los aviones se encuentra en Santiago. El aeropuerto que le sigue solamente tiene un 3,82 % de los tiempos en tierra, y el tiempo que los aviones de esta red pasan volando es de un 44 %. Finalmente, la **Tabla 8.3** muestra los pares o-d que tienen vuelos y los tiempos de viaje respectivos; mientras que la **Tabla 8.4** presenta la ubicación inicial de técnicos por base elegida para los experimentos, según los resultados de calibración (véase **Anexo C**).

Tabla 8.4. Ubicación de técnicos según aeropuerto de acuerdo a modelo de calibración para red centrada en Santiago

Tamaño	SCL	CCP	CJC	ANF	IQQ
Pequeño	15	0	0	-	-
Mediano	30	0	0	0	-
Grande	45	0	0	0	0

Tabla 8.3. Matriz de tiempo de viaje (horas) entre ciudades para el itinerario centrado en Santiago

	SCL	CCP	CJC	ANF	IQQ
SCL	-				
CCP	3	-			
CJC	4	4	-		
ANF	4	4	-	-	
IQQ	4	4	-	-	-

Los escenarios de trabajo, tamaños de problema y los parámetros son los mismos utilizados en el caso base. También, se usaron los modelos de *pricing* **PR-TEMP-FIX** (sin flexibilidad), **PR-TEMP-VAR** (flexibilidad temporal), **PR-ESP-FIX** (flexibilidad espacial) y **PR-ESP-VAR** (flexibilidad temporal y espacial). Los resultados obtenidos se presentan en la **Tabla 8.5**.

Tabla 8.5. Resultados promedio de flexibilidad temporal y espacial des-agregados por tamaño de problema y flexibilidad de *skill* para itinerario centrado en Santiago

Tamaño problema	Flex. de <i>skill</i>	Flex. temporal	Flex. espacial	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Pequeño <i>10 aviones 15 tecs</i> <i>7 aerop. 3 bases</i>	Mono	✗	✗	0,01 %	0,02 %	0,00 %	0,01 %	99,99 %
		✓	✗	0,01 %	0,02 %	0,00 %	0,01 %	99,99 %
		✗	✓	0,01 %	0,02 %	0,00 %	0,01 %	99,99 %
	Bi	✗	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✓	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✗	✓	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
Mediano <i>20 aviones 30 tecs</i> <i>10 aerop. 4 bases</i>	Mono	✗	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✓	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✗	✓	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
	Bi	✗	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✓	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✗	✓	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
Grande <i>30 aviones 45 tecs</i> <i>13 aerop. 5 bases</i>	Mono	✗	✗	0,00 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✓	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,01 %	99,99 %
		✗	✓	0,00 %	0,01 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
	Bi	✗	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✓	✗	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %
		✗	✓	0,00 %	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %

De los resultados se desprende que existe un mínimo ahorro al implementar flexibilidad de *skill*, y que no existe un ahorro evidente al implementar flexibilidad temporal o espacial. De las 90 instancias, en 84 se ejecuta toda la demanda con técnicos contratados, lo que es equivalente a un costo nulo relacionado a técnicos de llamado y tercerización. Adicionalmente, el promedio del porcentaje de costo externo de las seis instancias en que los técnicos contratados no pueden cubrir la demanda es de 0,36 %.

Cuando se incluye flexibilidad temporal en los turnos semanales de los técnicos *mono-skilled*, en 88 de las instancias se obtiene un costo nulo de costo externo, y al implementar flexibilidad espacial esto se logra en 87 instancias. En el caso del personal *bi-skilled* sin flexibilidades, en todas las instancias se puede cumplir con la demanda semanal solo con los técnicos contratados.

Así, los resultados de este experimento particular indican empíricamente que cuando la mayoría de los tiempos en tierra de los aviones están concentrados en una única base, los ahorros de flexibilidades son mínimos. En ese sentido, basta con entrenar técnicos *bi-skilled* para lograr resultados óptimos.

CAPÍTULO 9. CIERRE

En el presente capítulo se realiza un cierre de la tesis. Así, se resumen las principales conclusiones en la **sección 9.1** y se presentan las futuras líneas de investigación en la **sección 9.2**.

9.1. Conclusiones

Esta tesis de investigación presenta el problema de asignación de tareas y turnos a técnicos de un centro de mantenimiento aéreo en múltiples bases, que consiste en decidir eficientemente en qué base ejecutar cada tarea y en qué momento, considerando que el recurso a mantener es móvil y se relocaliza a lo largo del tiempo. Este problema es modelado a través de optimización determinística y resuelto en escenarios similares a los que se enfrentan los CMAs.

En cuanto a las principales conclusiones, en primer lugar, es comprobado empíricamente en los experimentos realizados que existe una mejora al utilizar modelos de gestión de operaciones para resolver el problema. Esto se sustenta en que el modelo propuesto genera soluciones con un costo externo 87 % menor al enfoque heurístico basado en las prácticas observadas en el CMA con el que se sostuvieron entrevistas. Adicionalmente, el método que obtuvo mejores soluciones es el **MIX**, que utiliza una combinación de carga de esquemas y generación de columnas para resolver un primer modelo, y luego resuelve el mismo modelo fijando la cantidad de técnicos asignados a esquemas con una utilización mayor al 98 %.

En segundo lugar, la hipótesis propuesta se cumple, pues todas las flexibilidades generan ahorros en los experimentos realizados, que decrecen a medida que aumenta el tamaño del problema en cuanto a flota, bases y técnicos de mantenimiento. Los tamaños de problema pequeño fueron los que obtuvieron mayores ahorros, con una diferencia de 1,95 %, 0,93 % y 1,03 % con respecto al caso base al implementar flexibilidades de *skills*, temporales y espaciales, respectivamente. Los resultados indican una superioridad de ahorro cuando se incluye flexibilidad de *skill*, pero no se detecta una superioridad evidente entre flexibilidad temporal y espacial. También, es identificado que el ahorro explicado por el entrenamiento de técnicos *bi-skilled* a *multi-skilled* es menor en comparación al ahorro ocasionado por el entrenamiento de técnicos *mono-skilled* a *bi-skilled*.

En tercer lugar, los resultados muestran que existe un efecto complementario en los ahorros cuando se aplica flexibilidad de *skill* y temporal en todos los tamaños de problema estudiados. Al aplicar flexibilidad de *skill* y espacial, en cambio, existen efectos complementarios solo en los problemas de tamaño mediano y grande. Por otro lado, a pesar de que la combinación de flexibilidad temporal y espacial genera mayor ahorro que implementar cada una por separado, este no es mayor a 0,44 puntos porcentuales. Lo último muestra que empíricamente los ahorros mayores se logran implementando solo flexibilidad temporal o solo flexibilidad espacial, y no ambas en su conjunto.

Entre las principales lecciones obtenidas de los experimentos destaca que en redes muy centralizadas, o problemas en que el tamaño de la red provoca que los aviones pasen gran parte de su tiempo en la base central, no es necesario implementar flexibilidades. Bajo la misma lógica, es aconsejable que en bases auxiliares se concentren los esfuerzos de implementar flexibilidades, ya que los técnicos no siempre tendrán aviones disponibles para realizar mantenimiento.

Por último, los resultados indican que no es necesario implementar flexibilidades en todos los técnicos contratados. Basta con que solo un porcentaje menor de ellos tenga flexibilidad para lograr ahorros. En particular, la mayor parte de los beneficios explicados por la flexibilidad de *skill* se logran cuando solo un 20 % de los técnicos de mantenimiento son *bi-skilled*.

9.2. Futuras líneas de investigación

Las conclusiones y las lecciones obtenidas en la presente tesis abren nuevas posibilidades de investigación, que no han podido ser abarcadas por razones de alcance o por no estar relacionadas a los objetivos del problema delimitado. Estas se resumen a continuación.

En este trabajo se estiman los ahorros de agregar flexibilidades en los turnos semanales de los técnicos de mantenimiento. Sin embargo, la implementación de estas flexibilidades tiene costos que no han sido considerados tales como: cursos para entrenar a técnicos en más de una *skill*, negociaciones con el sindicato de técnicos para aprobar los turnos semanales con flexibilidades, entre otros. Es por lo anterior que se aconseja profundizar en la factibilidad de la implementación de estas políticas de decisión.

Una de las lecciones relevantes es que solo es necesario implementar flexibilidades en un porcentaje menor del personal para lograr la mayor cantidad de los beneficios. Si bien se realizaron experimentos que entregan nociones de esta determinación, surge la interrogante de cuál debe ser el porcentaje exacto de personal asignado a turnos semanales con flexibilidad en los distintos escenarios.

Otro aspecto interesante de analizar corresponde al caso en que pueden surgir eventos inesperados. Podría extenderse el problema planteado a uno estocástico, formularlo a través de un modelo de optimización dinámica y analizar los ahorros con distintas políticas de decisión. En ese sentido, surge la oportunidad de determinar con qué horizonte de tiempo es más conveniente asignar las tareas y turnos semanales, puesto que este trabajo solo considera una semana.

Finalmente, el potencial ahorro relacionado a las flexibilidades fue estimado a través de un caso de estudio latinoamericano en que la demanda es igual a la oferta. En futuras investigaciones podrían investigarse redes con distinta topología, casos de demanda distinta a la oferta, mayor cantidad de flotas y menor tiempo de los aviones en tierra.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AAR. (s.f.). *Aar corp main webpage*. Disponible en <https://www.aarcorp.com/>
- Ağralı, S., Taşkın, Z. C., y Ünal, A. T. (2017). Employee scheduling in service industries with flexible employee availability and demand. *Omega*, 66, 159–169. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0305048316000475>
- Airfleets. (2022). *Detalles de flota de aerolíneas*. Disponible en <https://www.airfleets.net/>
- Allamraju, H. (2020). *Pyflightdata API*. Disponible en <https://pypi.org/project/pyflightdata/>
- Barnhart, C., Johnson, E. L., Nemhauser, G. L., Savelsbergh, M. W., y Vance, P. H. (1998). Branch-and-price: Column generation for solving huge integer programs. *Operations research*, 46(3), 316–329. Disponible en <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/opre.46.3.316>
- Beliën, J., Cardoen, B., y Demeulemeester, E. (2012). Improving workforce scheduling of aircraft line maintenance at sabena technics. *Interfaces*, 42(4), 352–364. Disponible en <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/inte.1110.0585>
- Beliën, J., Demeulemeester, E., De Bruecker, P., Van den Bergh, J., y Cardoen, B. (2013). Integrated staffing and scheduling for an aircraft line maintenance problem. *Computers & Operations Research*, 40(4), 1023–1033. Disponible en https://www.researchgate.net/publication/254420716-Integrated_staffing_and_scheduling_for_an_aircraft_line_maintenance_problem
- Cuevas, R., Ferrer, J.-C., Klapp, M., y Muñoz, J.-C. (2016). A mixed integer programming approach to multi-skilled workforce scheduling. *Journal of Scheduling*, 19(1), 91–106. Disponible en <https://link.springer.com/article/10.1007/s10951-015-0450-0>

De Bruecker, P., Van den Bergh, J., Beliën, J., y Demeulemeester, E. (2015). Workforce planning incorporating skills: State of the art. *European Journal of Operational Research*, 243(1), 1-16. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0377221714008601> doi: <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.10.038>

De Bruecker, P., Beliën, J., Van den Bergh, J., y Demeulemeester, E. (2018). A three-stage mixed integer programming approach for optimizing the skill mix and training schedules for aircraft maintenance. *European Journal of Operational Research*, 267(2), 439–452. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0377221717310585>

De Bruecker, P., Van den Bergh, J., Beliën, J., y Demeulemeester, E. (2015). A model enhancement heuristic for building robust aircraft maintenance personnel rosters with stochastic constraints. *European Journal of Operational Research*, 246(2), 661–673. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S037722171500380X>

Delta TechOps. (s.f.). *Delta techops main webpage*. Disponible en <https://deltatechops.com/>

Deng, Q., Santos, B. F., y Verhagen, W. J. (2021). A novel decision support system for optimizing aircraft maintenance check schedule and task allocation. *Decision Support Systems*, 146, 113545. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0167923621000555>

Desrosiers, J., y Lübbecke, M. E. (2005). A primer in column generation. En *Column generation* (pp. 1–32). Springer. Disponible en https://link.springer.com/chapter/10.1007/0-387-25486-2_1

Dijkstra, M. C., Kroon, L. G., Salomon, M., Van Nunen, J. A., y Van Wassenhove, L. N. (1994). Planning the size and organization of klm's aircraft maintenance personnel. *Interfaces*, 24(6), 47–58. Disponible en <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/inte.24.6.47>

Dinis, D., Barbosa-Póvoa, A., y Teixeira, Â. P. (2019). A supporting framework for

maintenance capacity planning and scheduling: Development and application in the aircraft mro industry. *International Journal of Production Economics*, 218, 1–15. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0925527319301586>

Dirección del Trabajo. (2017). *Ord. n°5321: Atiende consultas acerca de la situación laboral de quienes prestan servicios en calidad de agente de tráfico aéreo*. Disponible en <https://www.dt.gob.cl/legislacion/1624/w3-article-113872.html>

FAA. (2018). *Economic values for investment and regulatory decisions, a guide - section 4: Aircraft operating costs*. Disponible en https://www.faa.gov/regulations_policies/policy_guidance/benefit_cost/

Gupta, P., Bazargan, M., y McGrath, R. (2003). Simulation model for aircraft line maintenance planning. En *Annual reliability and maintainability symposium, 2003*. (pp. 387–391). Disponible en <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1182020>

HAECO. (s.f.). *Haeco group main webpage*. Disponible en <https://www.haeco.com/home>

Henao, C. A., Muñoz, J. C., y Ferrer, J. C. (2015). The impact of multi-skilling on personnel scheduling in the service sector: a retail industry case. *Journal of the Operational Research Society*, 66(12), 1949–1959. Disponible en <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1057/jors.2015.9?journalCode=tjor20>

IATA. (2017). *Flying is by far the safest form of transport*. Disponible en <https://www.iata.org/en/iata-repository/publications/economic-reports/flying-is-by-far-the-safest-form-of-transport/>

IATA. (2019). *Airline maintenance cost executive commentary*. Disponible en https://www.iata.org/contentassets/bf8ca67c8bcd4358b3d004b0d6d0916f/fy2019-mctg-report_public.pdf

Junta Aeronáutica Civil. (2020). *Plan estratégico del transporte aéreo*. Disponible en <http://www.jac.gob.cl/estudios/>

Khalfay, A., Crispin, A., y Crockett, K. (2017). A review of technician and task scheduling problems, datasets and solution approaches. En *2017 intelligent systems conference (intellisys)* (pp. 288–296). Disponible en <https://ieeexplore-ieee-org.pucdechile.idm.oclc.org/abstract/document/8324306>

Kinnison, H. A., y Siddiqui, T. (2013). *Aviation maintenance management*. McGraw-Hill Education.

Klophaus, R., Conrady, R., y Fichert, F. (2012). Low cost carriers going hybrid: Evidence from europe. *Journal of Air Transport Management*, 23, 54-58. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0969699712000166> doi: <https://doi.org/10.1016/j.jairtraman.2012.01.015>

Kolen, A. W., y Kroon, L. G. (1992). License class design: complexity and algorithms. *European Journal of Operational Research*, 63(3), 432–444. Disponible en [sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037722179290160B](https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/037722179290160B)

Kuo, Y.-H., Leung, J. M., y Yano, C. A. (2014). Scheduling of multi-skilled staff across multiple locations. *Production and Operations Management*, 23(4), 626–644. Disponible en <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1111/poms.12184>

Lagos, C., Delgado, F., y Klapp, M. A. (2020). Dynamic optimization for airline maintenance operations. *Transportation Science*, 54(4), 998–1015. Disponible en <https://pubsonline.informs.org/doi/abs/10.1287/trsc.2020.0984>

Lufthansa Technik. (s.f.). *Lufthansa technik main webpage*. Disponible en <https://www.lufthansa-technik.com/>

Oliver Wyman. (2019). *Global fleet mro market forecast commentary 2019-2029*. Disponible en <https://www.oliverwyman.com/content/dam/oliver-wyman/v2/publications/2019/January/global-fleet-mro-market-forecast-commentary-2019-2029.pdf>

Permatasari, C., Sutopo, W., Hisjam, M., y cols. (2019). Aircraft maintenance manpower shift planning with multiple aircraft maintenance licenced. En *Iop conference series: Materials science and engineering* (Vol. 495, p. 012023). Disponible en <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/495/1/012023/meta>

Pinedo, M., y Hadavi, K. (1992). Scheduling: theory, algorithms and systems development. En *Operations research proceedings 1991* (pp. 35–42). Springer.

Porto, A. F., Henao, C. A., López-Ospina, H., y González, E. R. (2019). Hybrid flexibility strategy on personnel scheduling: Retail case study. *Computers & Industrial Engineering*, 133, 220–230. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835219302608?via%3Dihub>

Puteri, V., Yuniaristanto, y Hisjam, M. (2017). Optimal manpower allocation in aircraft line maintenance (case in gmf aeroasia). En *Aip conference proceedings* (Vol. 1902, p. 020008). Disponible en <https://aip.scitation.org/doi/abs/10.1063/1.5010625>

Rice, J. A. (2006). *Mathematical statistics and data analysis*. Cengage Learning.

Tang, C.-H., y Hsu, I.-S. (2019). Manpower supply planning for aircraft line maintenance under stochastic incidents. *Journal of the Chinese Institute of Engineers*, 42(4), 333–345. Disponible en <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/02533839.2019.1584767>

Wahyudin, R. S., Sutopo, W., Hisjam, M., y Hardiono, R. S. (2016). Resource allocation model to find optimal allocation of workforce, material, and tools in an aircraft line maintenance. En *Proceedings of the international multiconference of engineers and computer scientists* (Vol. 2). Disponible en <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/1182020>

Yan, S., Yang, T.-H., y Chen, H.-H. (2004). Airline short-term maintenance manpower supply planning. *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, 38(9-10), 615–642. Disponible en <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0965856404000679>

ANEXOS

A. ESCENARIOS DE TRABAJOS DESAGREGADOS

En este anexo se presentan los escenarios de trabajos desagregados para tamaños de problema pequeño, mediano y grande.

Tabla A.1. Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño pequeño

Escenario	Cantidad de horas-persona								Trabajos	Número de tareas		
	Total	Skill 1	Skill 2	Skill 3	Promedio por avión	Desviación entre aviones	Máx req. entre aviones	Mín req. entre aviones		Skill 1	Skill 2	Skill 3
1	675	225	225	225	67,5	23,09	28	103	85	74	72	145
2	675	225	225	225	67,5	26,85	18	99	85	84	69	139
3	675	225	225	225	67,5	17,31	47	95	74	95	68	156
4	675	225	225	225	67,5	24,44	21	98	85	70	75	146
5	675	225	225	225	67,5	15,77	46	93	79	72	69	141
6	675	225	225	225	67,5	24,41	22	104	73	67	91	153
7	675	225	225	225	67,5	27,52	17	105	71	69	83	143
8	675	225	225	225	67,5	21,77	31	103	70	86	72	146
9	675	225	225	225	67,5	24,63	28	104	90	71	71	155
10	675	225	225	225	67,5	25,47	24	109	79	79	67	146
11	675	225	225	225	67,5	25,24	17	100	82	63	86	142
12	675	225	225	225	67,5	23,42	32	113	62	85	86	139
13	675	225	225	225	67,5	22,75	31	114	81	70	79	142
14	675	225	225	225	67,5	26,83	19	102	64	85	78	147
15	675	225	225	225	67,5	20,14	37	105	83	77	73	143
16	675	225	225	225	67,5	25,85	30	115	87	91	70	160
17	675	225	225	225	67,5	26,96	10	106	72	70	83	137
18	675	225	225	225	67,5	16,20	48	101	79	68	70	135
19	675	225	225	225	67,5	28,64	10	113	74	82	82	142
20	675	225	225	225	67,5	29,49	5	105	84	61	78	133
21	675	225	225	225	67,5	21,04	33	105	88	67	75	155
22	675	225	225	225	67,5	13,41	49	87	65	77	69	142
23	675	225	225	225	67,5	29,83	36	132	94	79	58	149
24	675	225	225	225	67,5	20,08	38	97	73	68	78	139
25	675	225	225	225	67,5	24,15	29	114	81	65	77	155
26	675	225	225	225	67,5	23,29	27	103	82	66	76	137
27	675	225	225	225	67,5	16,98	49	92	73	65	67	133
28	675	225	225	225	67,5	13,72	49	92	73	69	75	129
29	675	225	225	225	67,5	22,30	28	104	80	65	82	138
30	675	225	225	225	67,5	16,84	42	97	83	74	76	139

Tabla A.2. Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño mediano

Escenario	Cantidad de horas-persona								Trabajos	Número de tareas		
	Total	Skill 1	Skill 2	Skill 3	Promedio por avión	Desviación entre aviones	Máx req. entre aviones	Mín req. entre aviones		Skill 1	Skill 2	Skill 3
1	1350	450	450	450	67,5	23,50	22	120	165	140	147	283
2	1350	450	450	450	67,5	22,51	21	113	139	150	145	282
3	1350	450	450	450	67,5	16,58	46	116	153	149	140	279
4	1350	450	450	450	67,5	23,25	22	119	156	144	127	272
5	1350	450	450	450	67,5	17,00	45	104	146	143	138	270
6	1350	450	450	450	67,5	21,68	21	112	169	149	148	290
7	1350	450	450	450	67,5	19,94	32	108	149	141	141	265
8	1350	450	450	450	67,5	24,60	35	133	127	147	167	281
9	1350	450	450	450	67,5	24,31	36	143	142	169	148	277
10	1350	450	450	450	67,5	19,37	42	119	154	158	141	292
11	1350	450	450	450	67,5	23,01	13	111	149	150	139	270
12	1350	450	450	450	67,5	17,13	43	100	140	144	131	271
13	1350	450	450	450	67,5	21,93	25	120	126	144	146	275
14	1350	450	450	450	67,5	17,03	48	106	141	144	149	263
15	1350	450	450	450	67,5	19,50	43	115	153	134	162	293
16	1350	450	450	450	67,5	21,90	21	107	136	142	171	292
17	1350	450	450	450	67,5	19,53	37	114	138	148	157	285
18	1350	450	450	450	67,5	23,19	16	123	133	149	176	295
19	1350	450	450	450	67,5	21,65	21	108	157	166	129	304
20	1350	450	450	450	67,5	20,97	28	118	138	149	151	285
21	1350	450	450	450	67,5	19,60	45	113	151	175	135	302
22	1350	450	450	450	67,5	20,34	27	103	142	138	144	269
23	1350	450	450	450	67,5	21,70	30	119	153	135	150	275
24	1350	450	450	450	67,5	17,10	43	106	148	133	151	274
25	1350	450	450	450	67,5	18,06	42	107	155	139	162	288
26	1350	450	450	450	67,5	21,95	24	122	134	144	163	270
27	1350	450	450	450	67,5	21,41	24	119	154	155	139	273
28	1350	450	450	450	67,5	24,45	30	129	161	172	130	293
29	1350	450	450	450	67,5	19,06	40	115	147	137	144	278
30	1350	450	450	450	67,5	21,32	25	120	140	134	165	285

Tabla A.3. Variables descriptivas de escenarios de trabajo para problema de tamaño grande

Escenario	Cantidad de horas-persona								Trabajos	Número de tareas		
	Total	Skill 1	Skill 2	Skill 3	Promedio por avión	Desviación entre aviones	Máx req. entre aviones	Mín req. entre aviones		Skill 1	Skill 2	Skill 3
1	2025	675	675	675	67.5	19.44	36	124	205	221	233	415
2	2025	675	675	675	67.5	21.80	37	131	233	214	206	401
3	2025	675	675	675	67.5	16.75	47	110	230	211	229	423
4	2025	675	675	675	67.5	19.22	25	126	204	239	223	412
5	2025	675	675	675	67.5	21.07	39	130	234	200	202	415
6	2025	675	675	675	67.5	19.66	44	120	188	223	231	391
7	2025	675	675	675	67.5	19.59	46	119	206	223	220	397
8	2025	675	675	675	67.5	20.48	26	121	201	245	233	427
9	2025	675	675	675	67.5	18.75	46	131	196	230	196	404
10	2025	675	675	675	67.5	21.68	23	126	216	212	205	400
11	2025	675	675	675	67.5	19.55	45	130	213	222	199	405
12	2025	675	675	675	67.5	18.14	35	110	206	201	214	396
13	2025	675	675	675	67.5	18.28	46	112	220	230	195	405
14	2025	675	675	675	67.5	23.05	34	141	216	213	218	415
15	2025	675	675	675	67.5	22.89	20	144	204	225	202	397
16	2025	675	675	675	67.5	21.17	45	140	215	218	206	397
17	2025	675	675	675	67.5	20.29	23	111	247	236	203	423
18	2025	675	675	675	67.5	23.22	10	127	230	232	205	410
19	2025	675	675	675	67.5	20.83	25	131	230	207	208	422
20	2025	675	675	675	67.5	21.51	17	133	251	245	217	455
21	2025	675	675	675	67.5	20.64	38	125	216	209	207	384
22	2025	675	675	675	67.5	21.28	47	142	223	239	204	425
23	2025	675	675	675	67.5	21.22	24	121	214	207	210	413
24	2025	675	675	675	67.5	20.46	16	120	252	236	197	415
25	2025	675	675	675	67.5	20.45	22	116	202	222	243	420
26	2025	675	675	675	67.5	23.48	6	138	213	204	202	397
27	2025	675	675	675	67.5	22.75	8	127	220	213	217	406
28	2025	675	675	675	67.5	23.10	30	146	234	219	184	386
29	2025	675	675	675	67.5	21.41	18	123	216	203	212	384
30	2025	675	675	675	67.5	17.05	42	107	212	204	220	389

B. MODELO DE CALIBRACIÓN

El modelo utilizado para la calibración de la ubicación de los técnicos es idéntico al presentado en el **capítulo 4**, a excepción de la **restricción (Beq.4)**, que está destacada en rojo. Esta última ha sido modificada para que establezca una cantidad máxima de esquemas a asignar, sin importar el aeropuerto de residencia del esquema.

$$\min_{\{x,y,\hat{y},u\}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_i^{\text{CALL}}} \alpha_i^{\text{CALL}} \cdot \hat{y}_{el} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \alpha^{\text{EXT}} \cdot u_{ahk} + \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}} \alpha_e^{\text{RELOC}} \cdot y_{el} \quad (\text{Beq.1})$$

s.a.

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{h \in \mathcal{H}_{at}} x_{ath} = 1 \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{Beq.2})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} x_{ath} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{\substack{r \in \mathcal{H}_{at'}: \\ r > h - p_{t'} + \theta_{j(t)} + 1}} x_{at'r} \leq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall t' \in \mathcal{T}_{j(t)} \setminus \{t\}, \forall h \in \mathcal{H}_t \quad (\text{Beq.3})$$

$$\sum_{e \in \mathcal{E}_a^{\text{REG}}} y_{el} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \beta_{al}^{\text{REG}}, \quad (\text{Beq.4})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_{iad}^{\text{CALL}}} \hat{y}_{el} \leq \gamma \quad a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, d \in \mathcal{D} \quad (\text{Beq.5})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} w_{ahk} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_S} \sum_{e \in \mathcal{E}_{ah}^{\text{REG}}} y_{el} + \sum_{e \in \mathcal{E}_{ah}^{\text{CALL}}} \sum_{l \in \mathcal{L}_S} \hat{y}_{el} \quad \forall S \in \mathcal{S}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (\text{Beq.6})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sum_{\substack{r = \max(h - p_t + 1, 1) \\ \text{si } h \in \mathcal{H}_{at}}}^h \delta_t \cdot x_{atr} \leq w_{ahk} + u_{ahk} \quad \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall a \in \mathcal{A} \quad (\text{Beq.7})$$

$$x_{ath} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in \mathcal{H}_{at} \quad (\text{Beq.8})$$

$$y_{el} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall e \in \mathcal{E}^{\text{REG}}, \forall l \in \mathcal{L} \quad (\text{Beq.9})$$

$$\hat{y}_{el} \in \mathbb{N}_0$$

$$\forall e \in \mathcal{E}^{\text{CALL}}, \forall l \in \mathcal{L}$$

(Beq.10)

$$u_{ahk} \in \mathbb{N}_0$$

$$\forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K}$$

(Beq.11)

$$w_{ahk} \in \mathbb{N}_0$$

$$\forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K}$$

(Beq.12)

C. INSTANCIAS Y RESULTADOS DE CALIBRACIÓN

Tabla C.1. Tiempos en tierra (horas) en cada aeropuerto de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Santiago para calibración

n°	País	Ciudad	Código IATA	\bar{x}	σ	<i>min</i>	<i>max</i>
1	Chile	Santiago	SCL	2.041	52	1.951	2
2		Concepción	CCP	103	12	83	135
3		Calama	CJC	104	15	80	130
4		Antofagasta	ANF	91	8	76	108
5		Iquique	IQQ	59	7	43	77
6		La Serena	LSC	81	18	35	125
7		Puerto Montt	PMC	65	10	39	84
8		Punta Arenas	PUQ	36	7	25	50
9		Arica	ARI	39	7	29	59
10		Balmaceda	BBA	28	5	18	38
11		Temuco	ZCO	37	6	21	54
12		Copiapó	CPO	26	8	16	46
13	Perú	Lima	LIM	89	18	49	120

Tabla C.2. Tiempos en tierra (horas) en cada aeropuerto de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Quito para calibración

n°	País	Ciudad	Código IATA	\bar{x}	σ	<i>min</i>	<i>max</i>
1	Ecuador	Quito	UIO	983	75	795	1.119
2	Colombia	Bogotá	BOG	674	57	581	782
3	Ecuador	Guayaquil	GYE	490	38	421	569
4	Bolivia	Sta. Cruz	VVI	163	21	125	201
5	Perú	Lima	LIM	100	20	66	133
6	Panamá	Ciudad de Panamá	PTY	124	28	53	182
7	Ecuador	San Cristóbal	SCY	18	4	11	27
8	Curazao	Curazao	CUR	56	13	32	88
9	Aruba	Aruba	AUA	76	13	58	113
10	Ecuador	Isla Baltra	GPS	50	8	39	74
11	Ecuador	Orellana	OCC	7	3	1	13
12	Ecuador	Manta	MEC	14	5	6	24
13	Colombia	Cali	CLO	16	4	10	25

Las variables descriptivas de los escenarios de trabajos y tareas utilizadas se presentan en la **Tabla C.3**. Estas son similares a las utilizadas en la experimentación final en cuanto a los promedios, pero difieren a ellas, puesto que las tareas de cada avión son creadas de forma aleatoria.

Tabla C.3. Variables descriptivas para tareas de 30 aviones en escenarios de itinerarios centrados en Quito para calibración

Número de aviones	Número de técnicos	Horas-persona totales	Promedio por avión	Desviación entre aviones	Mínimo diario de avión	Máximo diario de avión
10	15	675	67	21	0	130
20	30	1.350	67	20	7	148
30	45	2.025	67	19	12	145

En el modelo de calibración se consideró una planta de personal *mono-skilled* y tres

horarios de inicio. También, los parámetros utilizados fueron los mismos que en los demás modelos, el método de solución fue el **COM1GR** y se resolvieron 90 instancias de tamaño de problema pequeño, mediano y grande con un tiempo de cómputo máximo de 3 horas. Los resultados se presentan en la **Tabla C.4**.

Tabla C.4. Resultados de modelos de calibración para técnicos *mono-skilled* y tres horarios de inicio

Ubicación	Bases	Problema	Tiempo (s)	Terminados	F.O.	Best Bound
Quito	3	Pequeño	5.213	19/30	25,6	21,5
	4	Mediano	4.734	19/30	87,6	81,2
	5	Grande	5.840	18/30	16,3	8,1
Santiago	3	Pequeño	1.612	26/30	4,9	3,6
	4	Mediano	393	30/30	3,2	0,6
	5	Grande	1.390	30/30	2,9	0,0

En el que la cuarta columna muestra el promedio de tiempo de cómputo, la quinta columna el número de instancias que finalizan por tener un gap de 0% y la sexta al promedio de la solución obtenida por la relajación lineal del problema.

D. HEURÍSTICA DE CENTRO DE MANTENIMIENTO AÉREO

En el centro de mantenimiento estudiado se resuelve el problema de planificación de personal y asignación de tareas a través de conocimiento experto. En este anexo se presenta una heurística que ha sido creada con el fin de simular el proceso de resolución de estas empresas, de acuerdo a las entrevistas que fueron sostenidas con ellas.

En palabras simples, los CMA primero asignan turnos semanales para los técnicos contratados basándose en los tiempos en tierra que tendrán los aviones en cada aeropuerto. Luego, de acuerdo a la asignación de turnos, maximizan diariamente la cantidad de horas-persona ejecutadas por los técnicos contratados. Al finalizar la semana, pueden existir trabajos que no han sido ejecutados. Así, finalmente los centros de mantenimiento recurren a oferta externa (técnicos de llamado y tercerización) para completar estas tareas. La siguiente figura muestra este proceso resumido en tres etapas, cada una con un objetivo y algoritmo de resolución distinto.

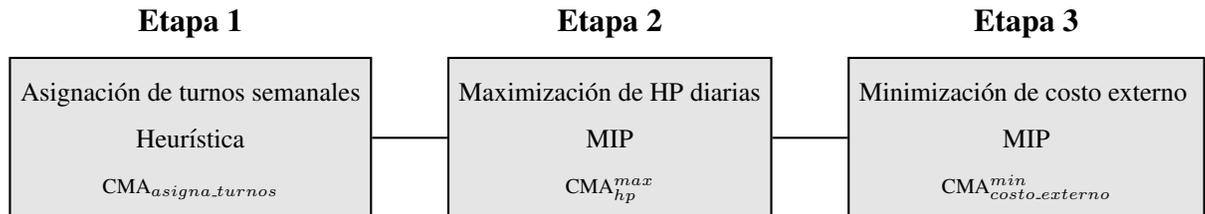


Figura D.1. Etapas de heurística de centro de mantenimiento aéreo para resolver planificación de personal y asignación de tareas

A través de estos algoritmos, se utiliza el siguiente proceso para resolver el problema de forma similar a la del centro de mantenimiento con el que se mantuvieron conversaciones.

Algoritmo 2 Heurística para maximizar horas-persona diarias

trabajos_por_resolver \leftarrow lista de trabajos semanales

disp_tec_contratados \leftarrow diccionario de disponibilidad según esquemas asignados

asignar esquemas mediante CMA_{asigna_turnos}

para cada día d

resolver modelo CMA_{hp}^{max}

actualizar trabajos_por_resolver y disp_tec_contratados

resolver modelo $CMA_{costo_externo}^{min}$

De esta forma, se asignan esquemas de turnos al comienzo de la semana, luego se van resolviendo la mayor cantidad de horas-persona día a día -lo que implícitamente busca aumentar la utilización de los técnicos, y disminuir el costo externo-. Una vez terminado lo anterior, se asignan los trabajos que no pudieron ser completados por técnicos contratados a alternativas externas (es decir, técnicos de llamado y tercerización a otros centros de mantenimiento). En las próximas secciones se profundizará en cada algoritmo de resolución utilizado en las etapas.

Etapas 1: asignación de turnos semanales

Esta etapa se resuelve a través de un algoritmo *greedy*, que tiene el objetivo de asignar los turnos a ventanas de tiempo en que la mayoría de los aviones se encuentren en tierra. Una de las restricciones es que no existen turnos con baja granularidad, sino que turnos seleccionados por la experiencia de la industria. Estos turnos se presentan en la siguiente tabla.

Tabla D.1. Horarios de inicio utilizados por centro de mantenimiento para esquemas e^{CMA}

Esquema	Horario de inicio	Horario de término
Mañana 1	06:00	15:00
Mañana 2	07:00	16:00
Mañana 3	08:00	17:00
Tarde 1	14:00	23:00
Tarde 2	17:00	02:00
Nocturno 1	20:00	05:00
Nocturno 2	21:00	06:00
Nocturno 3	22:00	07:00
Madrugada 1	01:00	10:00

Con base en estos horarios de inicio, se construyen todos los esquemas $e^{\text{CMA}} \in \mathcal{E}^{\text{CMA}}$ que contengan cinco días de trabajo (con horario de inicio igual en cada jornada) y dos días de descanso (no necesariamente consecutivos). Finalmente, para asignar los turnos se crea un algoritmo que recibe como *input* la cantidad de técnicos disponibles en cada aeropuerto, la demanda de trabajos que debe ser ejecutada en cada avión, y los itinerarios de vuelo. Este algoritmo se presenta a continuación.

Algoritmo 3 CMA_{asigna_turnos} : Heurística para asignar cada técnico a un turno semanal

para cada aeropuerto a

para skill k

obtener demanda de k y periodos en tierra (por avión)

calcular demanda de k por hora

para cada técnico disponible que tiene skill k

asignar esquema e^{CMA} con mayor intersección disponibilidad-demanda

disp_técnico $\leftarrow 45$

mientras disp_técnico ≥ 0

para cada avión p

trabajo_avión $\leftarrow \min(\text{horas_tierra}_p, \text{disp_técnico})$

disp_técnico $\leftarrow \text{disp_técnico} - \text{trabajo_avión}$

actualizar demanda de k por hora

Etapa 2: maximización de horas-persona diarias

Ya obtenidos los esquemas de trabajo $e_{\text{SELECTED}}^{CMA} \in \mathcal{E}^{CMA}$ asociados a cada técnico contratado, se resuelve un modelo que busca maximizar las horas-persona diarias. Este es similar al presentado en el **capítulo 4** y mantiene la misma nomenclatura. Ahora bien, debido a los cambios en el objetivo del problema, se define el subconjunto \mathcal{H}_{atd} como los periodos $h \in \mathcal{H}$ en los que la tarea t del avión p puede ser iniciada en aeropuerto a y día d ; el subconjunto Φ_{ahd}^{REG} como los esquemas e^{CMA} que tienen operación en el periodo h del aeropuerto a de técnicos contratados; y el subconjunto \mathcal{J}_d como los trabajos j que no han sido realizados aún en el día d . Asimismo, se define la variable de decisión binaria z_j^{CMA} que toma el valor uno cuando todas las cotareas $t \in \mathcal{T}_j$ del trabajo j son completadas. La formulación se presenta en las siguientes ecuaciones.

$$\max_{\{z\}} \sum_{d \in \mathcal{D}} \sum_{j \in \mathcal{J}_d} z_j^{CMA} \left(\sum_{t \in \mathcal{T}_j} \delta_t p_t \right) \quad \text{(Deq.1)}$$

s.a.

$$\sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{h \in \mathcal{H}_{tad}} x_{ath} \leq 1, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad (\text{Deq.2})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{h \in \mathcal{H}_{tad}} \sum_{t \in \mathcal{T}_j} x_{ath} \geq z_j^{\text{CMA}} \cdot |T_j|, \quad \forall j \in \mathcal{J}_d \quad (\text{Deq.3})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} w_{ahk} \leq \sum_{l \in \mathcal{L}_s} \sum_{e_{\text{SELECTED}}^{\text{CMA}} \in \Phi_{ahd}^{\text{REG}}} y_{e_{\text{SELECTED}}^{\text{CMA}} l}, \quad \forall s \in \mathcal{S}, \forall h \in \mathcal{H}_d, \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (\text{Deq.4})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sum_{\substack{r=\max(h-p_t+1;1) \\ \text{si } h \in \mathcal{H}_{atd}}}^h \delta_t x_{atr} \leq w_{ahk}, \quad \forall h \in \mathcal{H}_d, \forall k \in \mathcal{K}, \forall a \in \mathcal{A} \quad (\text{Deq.5})$$

$$z_j^{\text{CMA}} \in \{0, 1\} \quad \forall j \in \mathcal{J}_d \quad (\text{Deq.6})$$

$$x_{ath} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in \mathcal{H}_{atd} \quad (\text{Deq.7})$$

$$w_{ahk} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}_d, \forall k \in \mathcal{K} \quad (\text{Deq.8})$$

La función objetivo **(Deq.1)** maximiza la cantidad de horas-persona realizadas durante el día. El conjunto de restricciones **(Deq.2)** asegura que cada tarea t solo puede ser iniciada en un periodo h y aeropuerto a durante el día. Las restricciones **(Deq.3)**, por otro lado, exige que un trabajo j solo puede ser ejecutado si todas sus cotareas $t \in T_j$ son ejecutadas en ese día.

El grupo de restricciones **(Deq.4)** se incluye para generar la variable w_{ahk} , que representa la capacidad del *skill* k en el periodo h y aeropuerto a . Al igual que en el modelo del **capítulo 4**, esta suma se repite para cada combinación de *skills* s , lo que asegura que no existan técnicos con más de una *skill* que realicen múltiples tareas en el mismo periodo. Las restricciones **(Deq.5)** aseguran que en cada periodo h y aeropuerto a no se estén realizando más tareas que la capacidad disponible en ese periodo. Finalmente, **(Deq.6)** y **(Deq.7)** establecen la naturaleza de las variables.

Etapa 3: minimización de costos externos

Al terminar la segunda etapa, es posible que exista un subconjunto de trabajos \mathcal{T}^{RES} que no pudieron ser completados durante los siete días de la semana mediante el modelo $\text{CMA}_{hp}^{\text{max}}$. En esta etapa, entonces, se busca ejecutar todas las tareas $t \in \mathcal{T}^{\text{RES}}$ a través de técnicos de llamado, tercerización a otros centros de mantenimiento y la oferta en periodos h y aeropuertos a que no fue utilizada en la etapa anterior. Se considera, además, de que el horizonte de tiempo en el que se puede recurrir a costos externos para cumplir con la demanda corresponde a todos los periodos $h \in \mathcal{H}$.

Se define el parámetro ρ_{ahk} como la oferta restante de técnicos contratados para el *skill* k en el aeropuerto a y periodo h , según la asignación realizada en el modelo $\text{CMA}_{hp}^{\text{max}}$. El resto de la nomenclatura es análoga a la presenta previamente.

$$\min_{\{x,y,\hat{y},u\}} \sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_i^{\text{CALL}}} \alpha_i^{\text{CALL}} \cdot \hat{y}_{el} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{h \in \mathcal{H}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \alpha^{\text{EXT}} \cdot u_{ahk} \quad (\text{Ceq.9})$$

s.a.

$$\sum_{a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}} \sum_{h \in \mathcal{H}_{ad}} x_{ath} = 1, \quad \forall t \in \mathcal{T}^{\text{res}} \quad (\text{Ceq.10})$$

$$\sum_{a \in \mathcal{A}} x_{ath} + \sum_{a \in \mathcal{A}} \sum_{\substack{r \in \mathcal{H}_{at'}: \\ r > h - p_{t'} + \theta_{j(t)} + 1}} x_{at'r} \leq 1 \quad \forall t \in \mathcal{T}, \forall t' \in \mathcal{T}_{j(t)} \setminus \{t\}, \forall h \in \mathcal{H}_t \quad (\text{Ceq.11})$$

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} \sum_{l \in \mathcal{L}} \sum_{e \in \mathcal{E}_{iad}^{\text{CALL}}} \hat{y}_{el} \leq \gamma \quad a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}}, d \in \mathcal{D} \quad (\text{Ceq.12})$$

$$\sum_{k \in \mathcal{S}} w_{ahk} \leq \sum_{k \in \mathcal{S}} \rho_{ahk} + \sum_{l \in \mathcal{L}_S} \sum_{e \in \mathcal{E}_{ahd}^{\text{CALL}}} \hat{y}_{el}, \quad \forall \mathcal{S} \in \mathcal{S}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall a \in \mathcal{A}^{\text{BASE}} \quad (\text{Ceq.13})$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}_k} \sum_{\substack{r = \max(h - p_t + 1, 1) \\ \text{si } h \in \mathcal{H}_{at}}}^h \delta_t x_{atr} \leq w_{ahk} + u_{ahk} + \hat{u}_{ahk}, \quad \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K}, \forall a \in \mathcal{A} \quad (\text{Ceq.14})$$

$$\hat{y}_{el} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall e \in \mathcal{E}^{\text{call}}, \forall l \in \mathcal{L} \quad \text{(Ceq.15)}$$

$$x_{ath} \in \{0, 1\} \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall t \in \mathcal{T}, \forall h \in \mathcal{H}_{at} \quad \text{(Ceq.16)}$$

$$w_{ahk} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K} \quad \text{(Ceq.17)}$$

$$u_{ahk} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall a \in \mathcal{A}, \forall h \in \mathcal{H}, \forall k \in \mathcal{K} \quad \text{(Ceq.18)}$$

La función objetivo **(Ceq.9)** minimiza los costos externos de activar técnicos de llamado por una duración de cuatro horas, técnicos de llamado por ocho horas, tercerizar a otro centro de mantenimiento y de no cumplir con la demanda. Este objetivo es complementado por las restricciones **(Ceq.10)**, que aseguran que todas las tareas restantes $t \in \mathcal{T}^{\text{RES}}$ deben ser completadas. Sin embargo, el tiempo entre que empieza la primera tarea de un trabajo $j \in \mathcal{J}$ y termina la última co-tarea $t' \in \mathcal{T}_j \mid t' \neq t$ del mismo trabajo no debe ser mayor a ε , lo que es establecido por el conjunto de restricciones **(Ceq.11)**.

Las restricciones **(Ceq.12)** exigen que en cada día d , la cantidad de técnicos de llamado en todos los aeropuertos $a \in \mathcal{A}_b$ no puede ser mayor a κ . En la que Ψ_{ad}^{call} corresponde a todos los esquemas de llamado \bar{e} que se encuentran disponibles para trabajar en el periodo h y aeropuerto a . Por otro lado, el grupo de restricciones **(Ceq.13)** activa la variable auxiliar w_{ahk} , que representa la capacidad de ejecutar tareas del *skill* k en el periodo h y aeropuerto a . Esta capacidad está definida por la oferta restante de técnicos contratados y los técnicos de llamado que se activen. Lo anterior para cada combinación de *skills* s , lo que asegura que un técnico con más de una *skill* no pueda realizar más de una tarea a la vez.

El conjunto de restricciones **(Ceq.14)** establece que, en cada periodo de tiempo, no pueden estar realizándose más tareas que la capacidad disponible de técnicos de llamado, la capacidad de tercerizar tareas a otros centros de mantenimiento o la capacidad de no satisfacer la demanda. Por último, las restricciones **(Ceq.15)** - **(Ceq.18)** establecen la naturaleza de las variables en el modelo.

E. MÉTODO DE SOLUCIÓN CG

El método de solución de generación de columnas **CG** consiste en iniciar el algoritmo sin cargar ningún esquema previamente. Sin embargo, el método requiere de al menos una columna inicial para calcular las variables duales y generar nuevas columnas mediante los modelos de *pricing* (**PR-TEM-FIX** de **sección 5.2**).

En línea con lo anterior, se crea un esquema inicial único que tiene disponibilidad para que los técnicos trabajen en todos los periodos espacio-tiempo del problema, pero este esquema tiene un número infinito de días de pernocte en otros aeropuertos. Así, de acuerdo al modelo presentado en el **capítulo 4**, el esquema tiene valor infinito. Esto permite que exista un valor inicial para que puedan generarse nuevas columnas, pero evita también que el esquema inicial se incluya en la solución final del problema.

F. MÉTODO DE SOLUCIÓN MIX

El método de solución **MIX** consiste en tres etapas: i) carga de esquemas de granularidad dos y generación de columnas, ii) resolución de modelo y iii) filtro de esquemas con mayor utilización y resolución de modelo simplificado. Las etapas i) y ii) se realizan por un tiempo máximo de Δ , mientras que la iii) etapa tiene un tiempo máximo igual a la diferencia entre el tiempo total máximo (LIM_{total}) y Δ . Cada etapa será explicada de mejor forma a continuación.

Etapa 1: carga de esquemas de granularidad dos y generación de columnas

En esta etapa se cargan previamente los esquemas de granularidad de inicio de turno cada dos horas, y luego se generan los esquemas de granularidad de inicio de turno cada una hora mediante generación de columnas. El tiempo de este proceso es guardado en la variable $TIME_{etapa\ 1}$ y, en caso de sobrepasar un tiempo $LIM_{etapa\ 1}$, se avanza a la siguiente etapa con las columnas que se han generado hasta ese momento.

Etapa 2: resolución de modelo

Una vez cargados los esquemas de granularidad dos y generados los esquemas de granularidad uno mediante generación de columnas, se resuelve el modelo con un tiempo límite de $LIM_{etapa\ 2}$, que sigue la siguiente ecuación:

$$LIM_{etapa\ 2} = \Delta - TIME_{etapa\ 1}$$

El tiempo que demoraron ambas etapas se guarda en la variable $TIME_{etapa\ 1+2}$. En el caso de que la etapa 1 y 2 tengan un tiempo igual a Δ , entonces $TIME_{etapa\ 1+2} = \Delta$.

Etapa 3: filtro de esquemas con mayor utilización y resolución de modelo simplificado

Al finalizar las primeras dos etapas, se obtiene la mejor solución encontrada hasta el momento y se obtienen dos indicadores: los esquemas que han sido asignados y la utilización de cada técnico mediante una heurística. Luego, se resuelve un modelo idéntico al de la etapa 2, pero con las siguientes simplificaciones:

1. Solo se mantienen las columnas de esquemas que han sido asignados a al menos

un técnico en la mejor solución obtenida por el modelo de la etapa 2.

2. De la mejor solución obtenida en la etapa anterior, se obtiene el número de técnicos que tienen una utilización mayor a λ y se agrega una nueva restricción que asegure que ese técnico será asignado al mismo esquema.

Finalmente, se resuelve un nuevo modelo solo con las columnas de esquemas señalados en el punto 1 y con las nuevas restricciones obtenidas de acuerdo con el punto 2. Lo anterior, con un tiempo máximo de $\text{TIME}_{\text{total}} - \text{TIME}_{\text{etapa 1+2}}$.

Algoritmo de enfoque de solución MIX

El proceso completo descrito se resume en el siguiente pseudo-código.

Algoritmo 4 Método de solución MIX

MODELO_{original} \leftarrow modelo con esquemas de granularidad dos cargados

mientras $\text{TIME}_{\text{etapa 1}} \leq \text{LIM}_{\text{etapa 1}}$:

resolver modelos de *pricing* (**PR-TEM-FIX** de **sección 5.2**) para a y l

agregar columnas a MODELO_{original}

si todos los modelos de *pricing* tienen costo reducido mayor a ε_{cg} :

pasar a siguiente etapa

mientras $\text{TIME}_{\text{etapa 1+2}} \leq \Delta$:

resolver MODELO_{original}

si se resuelve modelo a optimalidad:

pasar a siguiente etapa

realizar filtro de esquemas y *agregar* restricciones

MODELO_{simplificado} \leftarrow modelo con filtro y nuevas restricciones

mientras $\text{TIME}_{\text{etapa 1+2+3}} \leq \text{LIM}_{\text{TOTAL}}$:

resolver MODELO_{simplificado}

Parámetros Δ y λ

En el caso de experimentos con LIM_{total} igual a una hora, luego de múltiples iteraciones en que se probaron combinaciones de $LIM_{etapa\ 1} \in \{5, 10, 15\}$ (en minutos), $\Delta \in \{15, 30, 45\}$ (en minutos) y $\lambda \in \{90, 95, 98, 100\}$ (en porcentaje de utilización) para experimentos preliminares, los mejores resultados se obtuvieron cuando $LIM_{etapa\ 1} = 15$, $\Delta = 30$ y $\lambda = 98\%$. En el caso de experimentos con LIM_{total} de tres horas, se decidió aplicar la misma metodología anterior, obteniéndose los parámetros $LIM_{etapa\ 1} = 60$, $\Delta = 120$ y $\lambda = 98\%$.

G. EXPERIMENTOS CON MENOR GRANULARIDAD

En la siguiente tabla se muestran los resultados promedio para técnicos *mono-skilled* en tamaños de problema pequeño, itinerario centrado en Quito y demanda igual a oferta. Estos son diferenciados por el número de horarios de inicio y flexibilidades.

Tabla G.1. Resultados promedio de flexibilidades temporales y espaciales con menor granularidad para personal *mono-skilled*, tamaño de problema pequeño, itinerario centrado en Quito y demanda igual a oferta

# Horarios de inicio	Flex. temporal	Flex. espacial	%C.EXT ^{LP}	%C.EXT ^{IP}	%HP ^{CALL}	%HP ^{TERC}	%UT.CONTR
Madrugada, mañana y tarde	X	X	5,02 %	5,90 %	3,65 %	0,66 %	95,69 %
	✓	X	2,63 %	4,50 %	2,47 %	0,74 %	96,79 %
	X	✓	2,98 %	4,52 %	2,55 %	0,61 %	96,83 %
Cada una hora	X	X	3,88 %	5,28 %	3,14 %	0,69 %	96,17 %
	✓	X	2,63 %	4,33 %	2,35 %	0,73 %	96,92 %
	X	✓	2,86 %	4,25 %	2,28 %	0,73 %	96,99 %

H. PRUEBAS ESTADÍSTICAS

En este anexo se presentan las pruebas estadísticas que fueron realizadas para comprobar diferencias entre los resultados obtenidos. La metodología utilizada en este capítulo se basa en lo propuesto por Rice (2006), que es explicado en detalle en la primera comparación. Posteriormente, solo se señalan los resultados de los valores estadísticos, debido a que se usa la misma metodología en todos los casos.

Diferencias en función objetivo de métodos de solución CG y MIX

Para determinar si realmente existe una diferencia entre la función objetivo obtenida por el método de solución CG y MIX en los escenarios con tamaño de problema grande, se aplica un *test-t*. Así, la hipótesis H_0 que busca probarse es la siguiente:

$$H_0 : \mu_{CG} = \mu_{MIX} \quad \text{(Geq.1)}$$

En la que μ_{CG} y μ_{MIX} representan la media poblacional del método de solución CG y MIX, respectivamente. Debido a que se realiza una comparación entre los mismos escenarios, se generan las variables \bar{D} y $s_{\bar{D}}$, que representan el promedio y la desviación estándar de las diferencias, y siguen las siguiente fórmulas:

$$\bar{D} = \mu_{CG} - \mu_{MIX} \quad \text{(Geq.2)}$$

$$s_{\bar{D}} = \sqrt{\frac{\sigma_D^2}{N}} \quad \text{(Geq.3)}$$

En que \bar{D} representa el promedio de las diferencias, $s_{\bar{D}}$ corresponde a la desviación estándar de las diferencias, σ_D^2 es la varianza de las diferencias y N es el tamaño de la muestra. A través de estas variables se puede calcular el siguiente *estadístico t*:

$$t = \frac{|\bar{D}|}{s_{\bar{D}}} \quad \text{(Geq.4)}$$

Luego, como se comparan 30 muestras, se puede utilizar la tabla de distribución normal. El estadístico z_p para una confianza α del 5 % corresponde a $z_p(\frac{\alpha}{2}) = z_p(0,025) = 1,96$. El criterio para aceptar o rechazar la hipótesis es el siguiente: si $t > 1,96$ entonces se rechaza la hipótesis H_0 y a una confianza del 5 % hay evidencia estadística que permita señalar que los promedios no son iguales (es decir, son distintos); en caso contrario,

si $t < 1,96$ entonces no puede rechazarse la hipótesis H_0 y los promedios son estadísticamente iguales. En el caso de esta comparación, se presenta la siguiente tabla con los resultados de la función objetivo y los estadístico calculados.

Tabla H.1. Resultados para 30 instancias de función objetivo para tamaño de problema grande obtenidos por los métodos de solución **CG** y **MIX**

Escenario	CG	MIX	Diferencia
1	37,2	13	24,2
2	7,2	31,8	-24,6
3	3,6	37,2	-33,6
4	24,2	9,2	15
5	48,8	37,6	11,2
6	22,4	24,2	-1,8
7	39,4	7,2	32,2
8	13	3,6	9,4
9	20,4	52,8	-32,4
10	22,4	5,4	17
11	33,6	0	33,6
12	44,8	37,8	7
13	9,2	5,4	3,8
14	12,8	7,2	5,6
15	19,2	12,8	6,4
16	5,4	19,2	-13,8
17	14,4	22,4	-8
18	21,8	0	21,8
19	14,4	27,8	-13,4
20	5,4	27,6	-22,2
21	27,8	36,6	-8,8
22	9	10,8	-1,8
23	28,2	22,8	5,4
24	7,2	7,2	0
25	16,4	12,6	3,8
26	14,4	21,8	-7,4
27	5,4	20,8	-15,4
28	42,8	55,4	-12,6
29	70,6	77,6	-7
30	7,2	7,2	0

En la tabla anterior $\bar{D} = -0,213$ y $s_{\bar{D}} = 3,11$. El *estadístico t* es igual a 0,068 y, como $t < 1,96$ entonces no puede rechazarse la hipótesis H_0 y los promedios son estadísticamente iguales.

Otras pruebas estadísticas

A continuación, se presenta una tabla que resume las pruebas estadísticas restantes.

Tabla H.2. Pruebas estadísticas para probar diferencias entre promedios de función objetivo al comparar resultados de flexibilidades

Referencia	F.O. μ_1	F.O. μ_2	\bar{D}	$s_{\bar{D}}$	t	$z_p(0, 025)$	Conclusión
sección 7.2	Pequeño Mono 3 h. inicio	Pequeño Mono 24 h. inicio	4,306	0,794	5,420	1,96	$\mu_1 \neq \mu_2$
sección 7.3	Pequeño Bi	Pequeño Multi	1,193	0,521	2,287	1,96	$\mu_1 \neq \mu_2$
	Mediano Bi	Mediano Multi	1,286	0,497	2,584	1,96	$\mu_1 \neq \mu_2$
	Grande Bi	Grande Multi	1,453	0,499	2,909	1,96	$\mu_1 \neq \mu_2$