Revista ABANTE, Vol. 9, Nº 2, pp. 79-97 (octubre 2006)

ELECCION DE PORTAFOLIO EN PRESENCIA DE MERCADOS ILIQUIDOS

LUIS FELIPE VARAS GREENE*

ABSTRACT

This paper addresses the portfolio selection of an investor facing illiquid markets and analyzes what the portfolio choice would be if the investor were unable to trade at all times. It is assumed that the investor can only trade at some intervals of time with an exponential distribution. In this setting, a new dimension of risk is added owing to the impossibility of modifying the portfolio. Finally, for a reasonable set of parameters, the portfolio choice model is able to rationalize the liquidity premium reported in the previous empirical literature.

Keywords: Portfolio Choice, Liquidity
JEL: G11, G12

RESUMEN

En este artículo se estudia el problema de elección de portafolio de un inversionista que enfrenta mercados ilíquidos, de manera que no es posible realizar transacciones en cualquier momento del tiempo. Se asume que el inversionista solamente puede realizar transacciones en algunos intervalos de tiempo, cuya duración sigue una distribución exponencial. En este contexto, una nueva dimensión de riesgo es considerada producto de la imposibilidad de modificar la cartera en cualquier momento. Por último, se encuentra que, para un conjunto de parámetros razonables, el modelo es capaz de racionalizar los premios por liquidez reportados previamente en la literatura.

En este artículo se estudia el problema de elección de portafolio de un inversionista que enfrenta mercados de activos ilíquidos. Para esto se analiza el efecto que tiene en la elección de portafolio el hecho de que en ciertas ocasiones el mercado enfrente *shocks* de liquidez, que hagan que no sea

* Profesor Escuela de Administración, Pontificia Universidad Católica de Chile. Email lfvaras@uc.cl
Agradezco los comentarios de Ricardo Guzmán, Borja Larraín, Víctor Lima, Eduardo Walker y Felipe Zurita. También agradezco los comentarios de todos los participantes en el Seminario de Titulo de Economía Financiera del Instituto de Economía de la Pontificia Universidad Católica de Chile.

posible alterar la posición en ciertos activos. Esto implica que junto con el riesgo asociado a los pagos del activo, el consumidor también debe considerar el riesgo de no poder cambiar su cartera en el futuro cuando así lo desee.

Uno de los supuestos fundamentales de la teoría tradicional de elección de portafolio (Merton (1969)) es que los individuos pueden transar continuamente la cantidad de activos que deseen, de esta manera pueden controlar la inversión que mantienen en cada activo. Las estrategias de inversión óptimas en dichos modelos requieren que los consumidores realicen una gran cantidad de transacciones en cada instante, sin embargo, en presencia de mercados ilíquidos dichas estrategias ya no son factibles. Producto del carácter irreversible de las inversiones en activos poco líquidos, los individuos consideran no sólo el riesgo asociado al pago de los activos sino también el riesgo de no poder modificar su portafolio en el futuro. En dichos ambientes la estrategia óptima de inversión difiere de la estrategia no restringida. El consumidor invierte menos en dichos activos producto del riesgo asociado a la incapacidad de modificar su cartera en el futuro.

Para estudiar el efecto de la liquidez en la demanda de activos, se analiza un modelo de elección de portafolio con un activo libre de riesgo líquido y un activo riesgoso ilíquido. En cada instante existe la posibilidad de que el mercado del activo ilíquido se encuentre cerrado. Esto significa que en dichas oportunidades el inversionista no puede realizar transacciones de dicho activo y ello hace que la inversión en el activo riesgoso tenga cierto grado de irreversibilidad. Esto sucede ya que el individuo no sabe cuando el mercado volverá a estar abierto y será posible modificar su posición en el activo.

La posibilidad de que el mercado esté cerrado tiene dos diferentes interpretaciones: la primera es que el consumidor enfrenta la posibilidad de que exista un *shock* de liquidez en el mercado del activo de manera que no sea posible realizar transacciones en éste (esto es consistente con lo sucedido en varios mercados luego de crisis financieras); la segunda interpretación es que las transacciones no se pueden realizar de manera instantánea y que el tiempo que le toma vender un activo es incierto para el consumidor.

En este contexto se encuentra que mientras menor sea la probabilidad de que el mercado se encuentre abierto menor será la demanda por el activo. Además, se encuentra que la magnitud del efecto de la liquidez depende de la duración esperada de los episodios de liquidez. Mientras menor sea la duración de los episodios de liquidez, en los cuales el mercado se encuentra abierto, mayor será el efecto que tendrán los shocks de liquidez sobre la elección de portafolio.

Si bien existe acuerdo respecto a la importancia de liquidez, este concepto no ha logrado ser definido de manera inequívoca. En la literatura, tanto teórica como empírica, la liquidez ha aparecido bajo distintas encarnaciones.

Una de las primeras aproximaciones al concepto de liquidez analiza el efecto de costos de transacción en la elección de portafolio y el precio de los activos. En este contexto, un activo poco líquido sería un activo que posee altos costos de transacción. La existencia de costos de transacción implica que habrá "regiones" en las cuales no se transa, es decir, cuando existen costos de transacción los inversionistas modifican su cartera solamente si el precio sube o baja lo suficiente como para justificar que se incurra en el costo de transacción. Sin embargo, existe discusión respecto a si los costos de transacción tendrían un impacto considerable en los precios de los activos. Constantinides (1986), Vayanos (1998) y Huang (2003) encuentran que la existencia de costos de transacción no tendría un gran efecto en el precio de los activos. Al contrario Lo, Mamaysky y Wang (2004) argumentan que cuando uno considera un mayor volumen de transacciones motivo de las necesidades de cobertura los premios por liquidez son considerables.

Una segunda línea de investigación, estudia el efecto de los costos de búsqueda en el precio de los activos. Lippman y McCal1986) define la liquidez como el tiempo esperado antes de que se pueda transar el activo. Duffie, Garleanu y Pedersen (2005, 2006), Vayanos y Wang (2006) y Weill (2006) han estudiado las implicancias de los costos de búsqueda en la elección de portafolio y en los precios de los activos. Estos autores encuentran que mientras menor sea la frecuencia con que se encuentran los inversionistas en el mercado, menor será la demanda por el activo y mayor el premio por liquidez. En una línea relacionada, Roger y Zane (2002) y Garleanu (2006) analizan el problema de elección de portafolio cuando las oportunidades de transacción siguen una distribución Poisson.

Por último, este trabajo está relacionado con la literatura de elección de portafolio con ajuste infrecuente. Grossman y Laroque (1990) analizan el caso el problema de elección de portafolio cuando el inversionista ajusta su consumo de manera infrecuente. Gabaix y Laibson (2002) estudian el caso en que el inversionista ajusta su portafolio de manera discreta; estos autores encuentran que en este caso los inversionistas muestran una mayor aversión al riesgo. Por otro lado, Longstaff (2001) analiza el caso en que los inversionistas sólo pueden utilizar estrategias de inversión de variación acotada. Esto implica que los inversionistas tienen acotado el número de acciones que pueden transar. En una línea similar a la desarrollada en este trabajo, Longstaff (2004) estudia el efecto que tiene la existencia de períodos en que el mercado se encuentra cerrado sobre la decisión de portafolio y el precio de los activos.

Un aspecto común en los modelos anteriores es que la iliquidez implica un grado de irreversibilidad de la inversión en el activo. Tanto en los modelos de búsqueda, como en los de costos de transacción y de ajuste infrecuente, existen fricciones que no permiten transar los activos en el momento que se desee sin incurrir en un alto costo. Esta es la característica implícita en todas las definiciones del concepto de liquidez.

Por otro lado, existe una gran cantidad de evidencia de que la liquidez de un activo es un importante determinante del valor de éste y que los consumidores exigen un premio considerable por mantener activos ilíquidos. Pastor y Stambaugh (2003) estudian si la liquidez puede explicar las diferencias de retorno en el corte transversal de las acciones. Estos autores encuentran que aquellos activos que son más sensibles a la liquidez del mercado presentan mayores retornos, en particular, encuentran que los activos con una alta sensibilidad a la liquidez del mercado tienen un premio por liquidez de 7.5 por ciento respecto a aquellos activos que presentan una baja sensibilidad. Acharya y Pedersen (2005) estudian los diferentes canales mediante los cuales la liquidez afecta el retorno de los activos. Encuentran que la diferencia de retorno entre activos con alta y baja liquidez producto del riesgo de liquidez es 4.6 por ciento al año. El efecto de la liquidez ha sido también estudiado para el caso de los instrumentos de renta fija. Amihud y Mendelson (1991) analizan la diferencia de retorno de instrumentos de renta fija con la misma madurez e idénticos flujos que difieren solamente en el grado de liquidez. En este caso encuentran una diferencia de retornos promedio de más de 35 puntos entre *U.S. Treasury bills y U.S. Treasury notes* con una madurez inferior a 6 meses, las cuales difieren principalmente en cuanto a su grado de liquidez. Esta evidencia implica que la liquidez es un importante factor al determinar el retorno exigido a los activos y por lo tanto debería ser considerada en la decisión de portafolio.

El modelo desarrollado en este artículo difiere al expuesto previamente en la literatura de ajuste infrecuente –y en particular al desarrollado por Longstaff (2004)– al incluir incertidumbre respecto al momento y duración de los episodios de iliquidez. En el artículo de Longstaff no hay incertidumbre, ni en la existencia ni en la duración de los períodos en que cierra el mercado. Además, se utiliza la evidencia reportada por Lesmond (2005) para calibrar la apertura y clausura de los mercados; se encuentra que el premio por liquidez implícito en el modelo es consistente con la evidencia respecto al premio por liquidez encontrada por Pastor y Stambaugh (2003) y Acharya y Pedersen (2005).

I. PROBLEMA DE ELECCION DE PORTAFOLIO

A. Modelo

Supongamos que existen solamente dos activos en la economía, un bono libre de riesgo y una acción cuyos precios están dados por

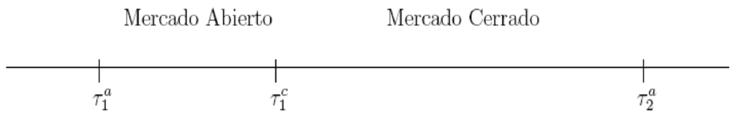
$$dB_t = rB_t dt \tag{1}$$

$$dP_t = \mu P_t + \sigma P_t dz_t \tag{2}$$

donde z_t es un proceso de Wiener.

Las posibilidades de transar en el mercado se caracterizan por una secuencia de tiempos de parada $\tau_k^a \leq \tau_k^c \leq \tau_{k+1}^a \leq \tau_{k+1}^c$ donde el mercado se encuentra abierto en el intervalo (τ_k^a, τ_k^c) y se encuentra cerrado en el intervalo (τ_k^c, τ_{k+1}^a). Durante el intervalo de tiempo en que el mercado se encuentra abierto el consumidor puede transar continuamente ambos activos. Al contrario, en el intervalo de tiempo en que el mercado se encuentra cerrado el consumidor solamente puede transar el activo libre de riesgo. La duración del intervalo de tiempo en que el mercado se encuentra en un determinado estado sigue una distribución exponencial con parámetro λ_s donde $s \in \{\text{abierto}, \text{cerrado}\}$. Esto implica que en cada instante la probabilidad de que el mercado cambie de estado en el intervalo de tiempo *dt* está dada por $\lambda_5 dt$. Las oportunidades de transar se pueden representar mediante la siguiente línea de tiempo.

FIGURA 1
LINEA DE TIEMPO



El inversionista tiene una función de utilidad CARA con coeficiente de aversión al riesgo γ. Por lo tanto, la utilidad del inversionista, dado un perfil de consumo c, está dada por

$$U_t(c) = -E_t\left(\int_t^{\infty} e^{-\gamma c_s - \beta s} ds\right) \tag{3}$$

Cuando el mercado del activo ilíquido se encuentra abierto la restricción presupuestaria del inversionista está dada por

$$dw_t = (\mu x_t + r(w_t - x_t) - c_t)dt + \sigma x_t dz_t \tag{4}$$

donde w_t es la riqueza y x_t es el monto invertido en el activo ilíquido.

Por otro lado, cuando el mercado del activo ilíquido se encuentra cerrado, las posibilidades del inversionista están dadas por

$$dw_t = r(w_t - c_t)dt \tag{5}$$

$$dx_t = \mu x_t + \sigma x_t dz_t \tag{6}$$

En este caso el monto invertido en el activo ilíquido ya no es una variable de decisión y se transforma en una variable de estado del problema.

Cuando el mercado se encuentra abierto, un inversionista con una riqueza w tiene una función de valor

$$J(w) = \sup_{c,x} E_t\left(\int_t^{\tau^c} -e^{-\gamma c_s - \beta s} - e^{-\beta\tau^c} V(w-x,x) \right) \tag{7}$$

sujeto a

$$dw_t = (\mu\mu_t + r(w_t - x_t) - c_t)dt + \sigma x_t dz_t$$

donde $V(w, x)$ es la función de valor del inversionista cuando el mercado se encuentra cerrado y éste tiene una riqueza w y un monto x invertido en el activo ilíquido. Esta función de valor se encuentra dada por

$$V(w,x) = \sup_{c} E_t\left(\int_t^{\tau^a} -e^{-\gamma c_s - \beta s} - e^{-\beta\tau^a} J(w+x) \right) \tag{8}$$

sujeto a

$$dw_t = r(w_t - c_t)dt$$

$$dx_t = \mu x_t + \sigma x_t dz_t$$

Al momento que se sufre el shock de liquidez, la riqueza disminuye en x_t, producto de la imposibilidad de transar.

Las funciones de valor del problema satisfacen las ecuaciones de Hamilton-Bellman-Jacobi (HBJ)

$$0 = \sup_{c,x} - \beta J(w) + \lambda_a(V(w-x,x) - J(w)) - e^{-\gamma c} + J_w(\mu\mu + r(w-x) - c) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 J_{ww} \tag{9}$$

$$0 = \sup_{c} - \beta V(w, x) + \lambda_c(J(w+x) - V(w, x)) - e^{-\gamma c} + V_w(rw - c) + \mu x V_x + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2 V_{xx} \tag{10}$$

Las condiciones de primer orden cuando el mercado del activo ilíquido se encuentra abierto están dadas por

$$x = -\frac{J_w(\mu - r) + \lambda_a(V_x - V_w)}{\sigma^2 J_{ww}} \tag{11}$$

$$c = \frac{\log\gamma}{\gamma} - \frac{\log J_w}{\gamma}. \tag{12}$$

De la misma manera, la condición de primer orden cuando el mercado se encuentra cerrado está dada por

$$c = \frac{log\gamma}{\gamma} - \frac{logV_w}{\gamma} \tag{13}$$

Como se puede observar en la ecuación (11) cuando es igual a cero el problema se reduce al tradicional problema de Merton (1969). En este caso la función de valor está dada por

$$\begin{gathered} J(w) = X - e^{-r\gamma w - a} \\ a = \frac{\beta + r}{r\gamma} + \frac{logr}{\gamma} \end{gathered} \tag{14}$$

Reemplazando en (11) obtenemos la tradicional solución de Merton al problema de elección de portafolio para la función CARA.

$$x = \frac{\mu - r}{r\sigma^2\gamma} \tag{15}$$

En el caso en que es distinto de cero ya no es posible encontrar una solución cerrada. Por esto deberemos utilizar métodos numéricos para resolver el problema de elección de portafolio.

B. Metodología Numérica

Para resolver numéricamente el problema utilizaremos el método proyectivo propuesto por Judd (1996). La idea general de los métodos proyectivos es expresar las condiciones de equilibrio del problema como ceros de un operador en algún espacio de funciones. En nuestro caso el operador corresponde a las ecuaciones de HBJ. Luego utilizamos alguna aproximación de la verdadera función y buscamos el conjunto de parámetros que hagan que la aproximación esté lo más cerca posible de la función verdadera.

Dadas aproximaciones $\hat{J}(w,a)$ y $\hat{V}(w,x,b)$ donde *a* y *b* son parámetros, se define

$$R_J(w,a,b) = -\beta\hat{J}(w) + \lambda_a(\hat{V}(w-x^*,x^*) - \hat{J}(w)) - e^{-\gamma c} + \hat{J}_W(\mu\mu^* + r(w-x^*) - c^*) + \frac{1}{2}\sigma^2 x^{*2}\hat{J}_{WW} \quad (16)$$

$$R_V(w,x,a,b) = -\beta\hat{V}(w,x) + \lambda_c(\hat{J}(w+x) - \hat{V}(w,x)) - e^{-\gamma c} + \hat{V}_W(rw - c^*) + \mu x\hat{V}_x + \frac{1}{2}\sigma^2 x^2\hat{V}_{xx} \quad (17)$$

donde x^* y $c*$ satisfacen las condiciones de primer orden (11) y (13).

La función $R(w, x, a, b) = \left(R_J(w, a, b), R_V(w, x, a, b)\right)$ corresponde al residuo de la aproximación. Dado que la solución a la ecuación de HBJ es única, el residuo será cero solamente en el caso en que $\hat{J} = J$ y $\hat{V} = V$. El objetivo entonces es encontrar una aproximación tal que *R(w,x,a,b)* sea lo más cercano posible a cero.

Lo primero que debe hacerse es especificar la forma funcional utilizada para la aproximación. Dado que se está utilizando una función de utilidad CARA se empleará la siguiente aproximación

$$\hat{J}(w, a) = -exp\left(a_0 + a_1 w\right) \quad (18)$$

$$\hat{V}(w, x, b) = -exp\left(b_0 + b_1 w + b_2 x\right) \quad (19)$$

Aquí se utiliza el hecho que la solución analítica para el caso en que $\lambda_s = 0$ es exponencial. Por lo tanto, se supone que la solución en el caso en que $\lambda_s > 0$ estaría bien aproximada por una función exponencial.

Por último se debe elegir *a* y *b* tal que *R(w,x,a,b)* sea lo más cercano posible a cero. Para la selección de los parámetros se utilizará el método de mínimos cuadrados. En la literatura de métodos numéricos se han propuesto varios métodos alternativos para solucionar este problema. Entre estos destacan el método de Galerkin y el método de colocación ortogonal (para más detalles véase Judd (1996)).

El objetivo del método de mínimos cuadrados es encontrar el valor de los parámetros que minimice la suma de los errores al cuadrado. Por lo tanto, debe resolverse el siguiente problema de optimización.

$$\min_{a,b} \int_{\underline{w}}^{\overline{w}} \int_{\underline{x}}^{\overline{x}} \left(R_J(w,a,b)^2 + R_V(w,x,a,b)^2 \right) dx\,dw \tag{20}$$

Donde $[\underline{w},\overline{w}]$ y $[\underline{x},\overline{x}]$ corresponde al intervalo en el cual se realizará la aproximación.

Mediante el método de mínimos cuadrados se ha reducido el problema original de encontrar una función tal que $R(w,x,a,b) = 0$ a un problema de minimización no lineal. Cabe señalar que en este caso pueden surgir los tradicionales problemas de cualquier problema de optimización. Si la función objetivo no está bien comportada puede darse que existan mínimos locales que no sean globales. Este parece ser el caso de (20), ya que la solución del problema de minimización resultó sensible al valor inicial utilizado en el algoritmo de optimización. Para resolver el problema de minimización, se utilizan como valores iniciales del problema los parámetros para el caso en que el mercado es completamente líquido.

II. RESULTADOS NUMERICOS

El valor de los parámetros es $\mu = 0.15$, $\sigma = 0.2$, $r = 0.05$, $\beta = 0.05$ y $\gamma = 3$. Para calibrar los parámetros λ_a y λ_c referentes al proceso de apertura y clausura de mercado utilizo la evidencia encontrada por Lesmond (2005), según la cual el porcentaje de días con cero retorno, o sea en que no hubo transacciones, varía entre un 10 por ciento y un 50 por ciento para el caso de los países emergentes. En el caso de los países emergentes de Europa y Asia encuentra que el porcentaje promedio de días con cero retorno es de aproximadamente 10 por ciento. Por otro lado, el porcentaje de días con cero retorno en el caso de Latinoamérica es considerablemente mayor. Por ejemplo, países como Chile y Colombia muestran un promedio de 47 por ciento de días con cero retorno. En el caso de las firmas transadas en NYSE y Amex, Lesmond, Schill y Zhou (2004) reportan que estas tienen un 23 por ciento de días con cero retorno.

En el modelo el tiempo promedio en que el mercado se encuentra cerrado está dado por la probabilidad de dicho estado en estado estacionario. Dado que el tiempo de permanencia en cada estado está dado por una distribución exponencial, la evolución del estado del mercado sigue una cadena de Markov. Por lo tanto, en estado estacionario, la probabilidad de encontrarse en el estado en que el mercado está cerrado está dada por

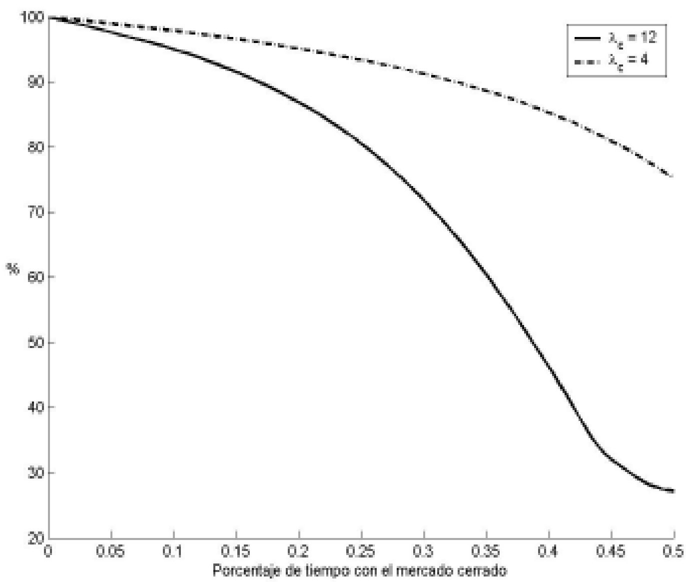
$$\frac{\lambda_a}{\lambda_a + \lambda_c} \tag{21}$$

A. Elección de Portafolio

La Figura 2 muestra el efecto de la probabilidad de clausura de mercados en la elección de portafolio. En este ejercicio se varía la probabilidad de clausura manteniendo constante el valor de λ_c, o sea, la duración esperada del episodio de clausura del mercado. Como es esperable, mientras mayor sea la probabilidad de que el mercado se encuentre cerrado, menor es la inversión en el activo ilíquido. Para mercados como el de Corea y Taiwán en que el mercado se encuentra cerrado aproximadamente un 13 por ciento del tiempo, el efecto no es muy significativo, ya que en este caso los agentes invierten aproximadamente un 90 por ciento de lo que invertirían si el mercado fuera perfectamente líquido. Sin embargo, cuando la proporción del tiempo en que el mercado está cerrado es aproximadamente 40 por ciento, como ocurre en los países latinoamericanos, el efecto puede llegar a ser significativo. Como se puede observar en la Figura 2 la magnitud del efecto dependerá fundamentalmente del valor que tome λ_c. En el caso en que $\lambda_c = 4$, lo que implica un período esperado sin transacciones de un trimestre, la inversión es aproximadamente un 90 por ciento de lo que se daría en un mercado líquido. En el caso en que la duración esperada del periodo sin transacciones es un mes, o sea $\lambda_c = 12$, el efecto es considerablemente mayor. En este caso la inversión en el activo ilíquido es alrededor de un 40 por ciento de lo que se daría si el mercado fuera líquido.

En un principio resulta sorprendente que el efecto de la liquidez sea mayor en el caso en que los períodos sin transacciones son cortos. Sin embargo, debe recordarse que se manteniene constante la proporción del tiempo que se pasa en cada estado. Esto implica que si aumenta λ_c también debe aumentar λ_a, lo que hace creertambién la duración de los períodos en que el mercado es líquido. Cuando el agente evalúa la elección de portafolio debe contrastar el beneficio de una mayor liquidez hoy en comparación con el costo de una menor liquidez mañana. Dado que los agentes son impacientes, domina el efecto de la liquidez presente y la inversión en portafolio es mayor para menores valores de λ_a y λ_c.

FIGURA 2
PORTAFOLIO Y PORCENTAJE DE TIEMPO CON EL MERCADO CERRADO



Razón entre la inversión cuando el mercado es ilíquido respecto a la inversión cuando este es perfectamente líquido. Los parámetros son $\mu = 0.15$, $\sigma = 0.2$, $r = 0.05$, $\beta = 0.05$ y $\gamma = 3$.

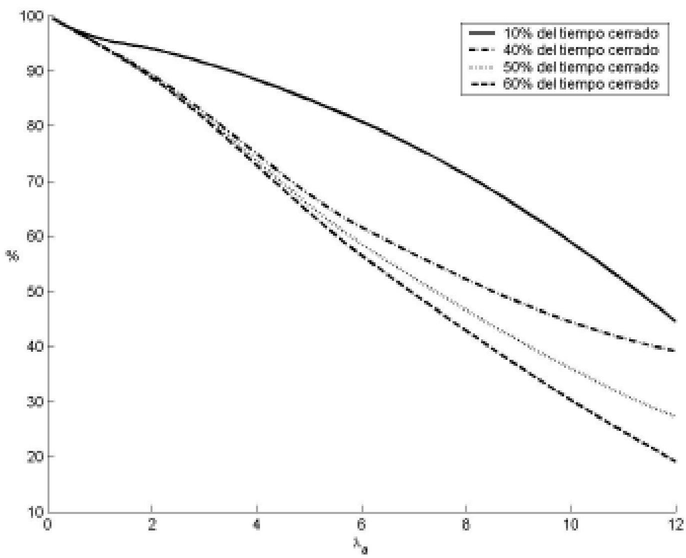
CUADRO I
MONTO INVERTIDO CUANDO EL MERCADO ES ILIQUIDO

	Porcentaje del Tiempo con Mercado Cerrado								
	10%			40%			50%		
	Aversión al riesgo								
λ_a	3	4	5	3	4	5	3	4	5
Merton	16.67	12.50	10.00	16.67	12.50	10.00	16.67	12.50	10.00
0.1	16.58	12.45	9.97	16.58	12.45	9.97	16.58	12.45	9.97
0.5	16.27	12.25	9.84	16.23	12.25	9.84	16.23	12.25	9.84
1.0	15.98	12.00	9.68	15.79	12.00	9.68	15.78	12.00	9.68
2.0	15.67	11.50	9.36	14.88	11.49	9.36	14.82	11.49	9.36
4.0	16.65	10.51	8.71	12.76	10.49	8.71	12.54	10.48	8.71
6.0	13.47	9.53	8.07	10.27	9.48	8.07	9.77	9.48	8.07

Los resultados anteriores sugieren que no solo importa el porcentaje del tiempo durante el cual se puede transar, sino también cómo se distribuye éste a través del tiempo. Por ejemplo, existen diversas distribuciones en que el mercado se encontrará abierto el 50 por ciento del tiempo. Podría ser el caso que el mercado se encontrara abierto semana por medio, alternativamente, podría darse también el caso que el mercado estuviera abierto mes por medio. En ambos casos el mercado se encontraría abierto un 50 por ciento del tiempo, sin embargo, el tipo de riesgo que enfrentaría el agente es distinto. La figura 3 muestra el efecto sobre la inversión cuando varía λ_a manteniendo constante el porcentaje del tiempo en que el mercado permanece cerrado. Esto permite ver qué efecto tiene la distribución temporal de los tiempos de transacción en la elección de portafolios. Los resultados muestran que la inversión es menor mientras mayor sea el valor de λ_a, o sea, mientras menor sea la duración esperada de los períodos de liquidez. Lo interesante es que esto sucede incluso si la mayor duración de los períodos de liquidez es a costa de una mayor duración de los episodios de iliquidez. Por lo tanto, el beneficio de la liquidez presente es mayor que el costo de la iliquidez futura. Esto implica que los inversionistas preferirán activos que son muy líquidos hoy, incluso si se espera que estos puedan ser muy poco líquidos en el futuro.

Como se puede observar en la figura 3, un mercado puede tener un muy bajo porcentaje del tiempo con transacciones y que de todos modos esto no tenga un efecto significativo. Por ejemplo, si el mercado se encuentra cerrado un 60 por ciento del tiempo, pero la duración esperada del período de liquidez es un año, entonces el efecto sobre los montos invertidos es mínimo. Al contrario, puede darse que el mercado se encuentre cerrado solamente un 10 por ciento del tiempo y que el efecto sobre la decisión de portafolio sea significativo. Cuando la duración esperada del periodo de liquidez es un mes se invierte solamente un 50 por ciento de lo que invertiría en un mercado completamente líquido.

FIGURA 3
PORTAFOLIO Y DURACION ESPERADA DE LAS POSIBILIDADES DE TRANSAR



Razón entre la inversión cuando el mercado es ilíquido respecto a la inversión cuando este es perfectamente líquido en función de λ_a donde $1/\lambda_a$ es la duración esperada de los intervalos en que el mercado se encuentra abierto. Los parámetros son $\mu = 0.15$, $\sigma = 0.2$, $r = 0.05$, $\beta = 0.05$ y $\gamma = 3$.

B. Premio por Liquidez

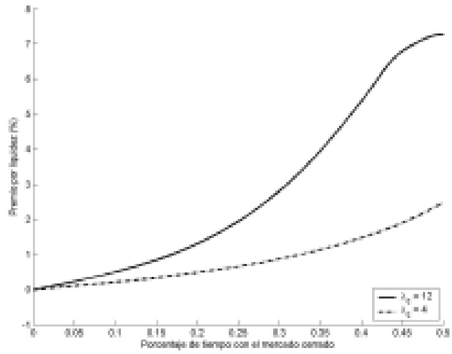
A continuación se calcula el premio por liquidez implícito en la decisión de inversión. Para esto se estima qué retorno esperado debería tener el activo en un mercado completamente líquido para que se invirtiera la misma cantidad que se invierte en el caso de un mercado ilíquido. Definiendo x_λ como la inversión en el activo ilíquido para un par $\lambda = (\lambda_a, \lambda_c)$ y $\tilde{\mu}$ el retorno tal que

$$x_\lambda = \frac{\tilde{\mu} - r}{r\sigma^2\gamma} \tag{21}$$

se obtiene que $\tilde{\mu}$ representa aquél retorno esperado tal que la inversión en un mercado completamente líquido sería idéntica a la elección en un mercado ilíquido. Entonces se puede definir el premio por liquidez como $\mu - \tilde{\mu}$.

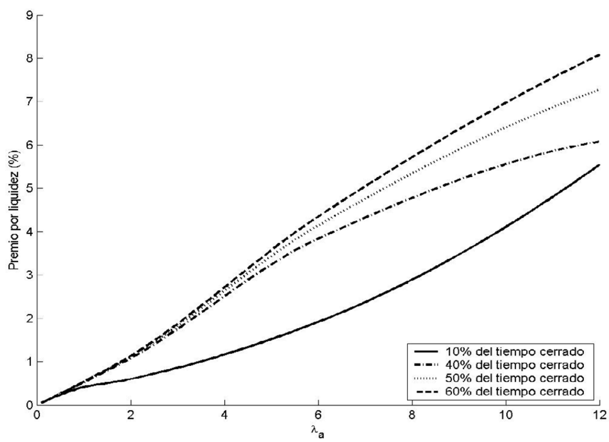
Las figuras 4 y 5 muestran el premio por liquidez para distintos valores de λ y distintos porcentajes de tiempo en que el mercado se encuentra cerrado. Tal como se observó en el caso de la elección de portafolio, el premio por liquidez es mayor mientras mayor sea el porcentaje del tiempo que este se encuentra cerrado, y menor sea la duración del estado en que el mercado se encuentra abierto.

FIGURA 4
PREMIO POR LIQUIDEZ Y PORCENTAJE DE TIEMPO CON EL MERCADO CERRADO



Premio por liquidez en función del porcentaje del tiempo en que el mercado se encuentra abierto. Los parámetros son $\mu = 0.15$, $\sigma = 0.2$, $r = 0.05$, y $\gamma = 3$.

FIGURA 5
PREMIO POR LIQUIDEZ Y DURACION ESPERADA DE LAS POSIBILIDADES DE TRANSAR



Premio por liquidez para distintos valores de λ_a , donde $1/\lambda_a$ es la duración esperada de los intervalos en que el mercado se encuentra abierto. Los parámetros son $\mu = 0.15,\ \sigma = 2,\ r = 0.05,\ \beta = 0.05$ y $\gamma = 3$.

Los premios por liquidez encontrados son consistentes con los resultados de Acharya y Pedersen (2005) y Pastor y Stambaugh (2003) quienes encuentran una diferencia de retorno entre activos con alta y baja liquidez de 4.6 por ciento y 7.5 por ciento respectivamente. Como se observa en la Figura 5, incluso en el caso en que los mercados se encuentran cerrados solamente un 10 por ciento del tiempo, el premio por liquidez puede alcanzar un 5 por ciento si es que la duración de los episodios de liquidez es baja, o sea si el valor de λ_a es alto. En el caso de un mercado con baja liquidez, como es el caso en que solamente se puede transar un 50 por ciento del tiempo, el premio por liquidez alcanza entre 7 y 8 por ciento. Estos resultados sugieren que los premios por liquidez estarían relacionados con el riesgo de sufrir episodios con bajo volumen y bajas posibilidades de transar. Sin embargo, al analizar los resultados anteriores resulta importante considerar dos aspectos. Por un lado, el análisis anterior es uno de equilibrio parcial. En un contexto de equilibrio general, el efecto de liquidez puede ser distinto. Garleanu (2006) encuentra que a pesar de que el efecto de la liquidez en la elección de portafolio puede ser considerable, el efecto en los precios puede no serlo, lo que se debe a la determinación endógena del portafolio.

Además se debe considerar que en este artículo se ha supuesto que durante el período de poca liquidez es imposible realizar cualquier transacción. Alternativamente, se podría pensar que en períodos de baja liquidez sí es posible transar, sin embargo, pero que el impacto en el precio es mayor. En este caso se mantendrían los resultados en términos cualitativos, no obstante, el efecto cuantitativo de la liquidez sobre la elección de portafolio podría ser menor.

Por otro lado, tampoco se ha considerado la existencia de transacciones con fines de cobertura de riesgo. Si los ingresos del inversionista se encuentran correlacionados con el retorno de los activos, existirían mayores motivos para transar, por lo que el efecto de la liquidez sería mayor. Lo *et al.* (2004) encuentran que el premio por liquidez es mayor cuando aumentan las necesidades de cobertura. Esto sugeriría un efecto de la liquidez aún mayor al encontrado aquí.

III. CONCLUSIONES

El objeto de este artículo ha sido analizar desde un punto de vista analítico el efecto de la liquidez en las decisiones de portafolio de los individuos. Para esto se ha desarrollado un modelo de elección de portafolio que considera la posibilidad de que en algún instante del tiempo no sea factible realizar transacciones de uno de los dos activos existentes. Con esto se intenta rescatar el grado de irreversibilidad que caracteriza a las inversiones poco líquidas y el efecto que dicha irreversibilidad tiene en las decisiones de inversión.

En este contexto, se encuentra que mientras menor sea la probabilidad de que el mercado del activo se encuentre abierto, menor será la demanda por éste. En la misma línea se encuentra que la inversión en el activo ilíquido es una función creciente de la duración esperada de los episodios de liquidez. La consideración de la liquidez introduce el riesgo de no poder rebalancear la cartera de manera óptima y oportuna. Esto hace que los individuos tomen posiciones más conservadoras respecto a la inversión en dichos activos.

Por último, se calcula el premio por liquidez implícito en el problema de elección de portafolio. Se encuentra que mientras menor sea la probabilidad de apertura del mercado del activo ilíquido mayor es el premio por liquidez. Además se encuentra que el premio por liquidez es una función decreciente de la duración esperada de los episodios de liquidez. Al calcular este premio, se encuentra que el modelo desarrollado puede racionalizar los descuentos por liquidez documentados en la literatura.