



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

ESCUELA DE INGENIERÍA

**MODELO ANALÍTICO PARA EL  
DIMENSIONAMIENTO DE  
FLOTA DE TRANSPORTE EN  
MINERÍA A CIELO ABIERTO:  
ANÁLISIS DE PRIORIDADES  
DE ATENCIÓN SEGÚN  
RENDIMIENTO**

**DANIEL ESTEBAN RODRÍGUEZ**

Tesis para optar al grado de

Profesor Supervisor:

**RICARDO GIESEN**

Santiago de Chile, octubre de 2013

© 2013, Daniel Esteban Rodríguez Salinas



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE

ESCUELA DE INGENIERÍA

**MODELO ANALÍTICO PARA EL  
DIMENSIONAMIENTO DE  
FLOTA DE TRANSPORTE EN  
MINERÍA A CIELO ABIERTO:  
ANÁLISIS DE PRIORIDADES  
DE ATENCIÓN SEGÚN  
RENDIMIENTO**

**DANIEL ESTEBAN RODRÍGUEZ**

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

**RICARDO GIESEN**

**FELIPE DELGADO**

**MIGUEL VERA**

**GLORIA ARANCIBIA**

Para completar las exigencias del grado de

Santiago de Chile, octubre de 2013

(A mis Padres, hermano y en especial, a mi Tata y mi Nona.)

## AGRADECIMIENTOS

Me gustaría agradecer a todas las personas que me acompañaron durante este largo ciclo de formación profesional. A todos los que creyeron, me apoyaron y alentaron durante mis años de vida para convertirme finalmente en un profesional.

Agradezco a Marina, mi mujer, por su amor, paciencia y apoyo incondicional que durante este último tiempo solo ella me ha sabido entregar.

Agradezco de forma especial a mi familia, Omar y Mónica, que desde siempre me han brindado ese amor incondicional de Padre que me ha permitido avanzar y conquistar exitosamente cada uno de esos logros propuestos en la vida. Hoy veo con claridad la razón y las consecuencias de cada una de las decisiones que tomaron por David (mi hermano) y yo. Sólo puedo decir que gracias por la oportunidad y de guiarme a donde me encuentro hoy. También agradezco a mi hermano David, que en su silencioso acompañar siempre creyó en este proyecto y en mí.

Agradezco a mis abuelos. A mi Tata que desde un momento atrás decidió continuar apoyándome desde aquel lejano lugar que no es posible describir, pero que siempre ha estado cerca en mi corazón. A mi Nona que siempre ha sido incondicional con su amor, y nunca dejo de alentarme. A ti abuela Alicia, que algún día nos reuniremos para contarte más de esto.

Agradezco también a mis amigos, que sin ellos nada de esto hubiese sido posible, Ignacio, Pepe, Felipe, Sergio, a Reinaldo a quien agradezco también por las oportunidades; y a mis amigos y compañeros de Transporte Sebastián, Felipe D. y Felipe Z. que siempre estuvieron gentilmente dispuestos a ayudar y aconsejar.

Finalmente, agradezco a todos los Docentes del Departamento de Transporte y Logística de la universidad por su constante apoyo, profesionalismo y calidad al momento de educar.

## ÍNDICE GENERAL

## ÍNDICE DE TABLAS

## ÍNDICE DE FIGURAS



## RESUMEN

La estimación de la flota de camiones en minería a cielo abierto es un proceso de planificación recurrente. Desde el punto de vista operacional, nuevos proyectos mineros, expansiones de estos mismos o fluctuaciones en el precio de los minerales implican cambios en la demanda que se verán reflejados en variaciones de los planes mineros, y por consecuencia modificaciones en la planificación del proceso de carguío y transporte de corto y mediano plazo. Por consecuencia, un impacto directo en el tamaño de la flota de camiones requerida para el transporte del material.

En esta investigación se presenta un modelo analítico que permite dimensionar la flota de transporte de una operación minera a cielo abierto, incluyendo las aleatoriedades propias de los procesos de llegada de camiones y carga de camiones en un determinado punto de carga. El modelo analítico estima la solución de mínimo costo en términos de tiempos perdidos por conceptos de espera en cola, bajo una restricción de rendimiento del sistema de transporte. Adicionalmente, el modelo permite encontrar soluciones que involucran composiciones de flotas homogéneas y heterogéneas, como también, permite analizar dos política de atención de carga: de tipo FCFS "*first come-first served*" y de prioridades sin interrupción para una clase determinada de camión.

En relación a la composición óptima de la flota (homogénea o heterogénea) depende de los tipos de camiones disponibles y de los diversos factores que componen el ciclo de carguío y transporte.

En relación a las prioridades de atención, el modelo analítico permite concluir que la utilización de prioridades de atención genera beneficios positivos cuando la flota es heterogénea. En esta investigación se obtienen beneficios en el rendimiento en torno a un 2% a 3% en promedio.

Finalmente, al resolver el problema de dimensionamiento a través de un enfoque de sistema, es decir para todos los ciclos de forma simultánea, se pueden generar beneficios de un 19,6% en promedio en términos de tiempos perdidos por espera.

## ABSTRACT

The estimation of the fleet of trucks in open pit mining is a recurring planning process. From the operational point of view, new mining projects, expansions or fluctuations in the price of minerals involve changes in demand, that will be reflected in variations in mining plans, and consequently modifications in the planning haulage and transport process for the short and medium term. In consequence, a direct impact on the size of the fleet of trucks required to transport the material.

This research presents an analytical model that allows determining the transport fleet of open pit mining operation, including stochastic arrival processes of trucks and stochastic loading processes at a particular load point. The analytical model estimates the minimum cost solution in terms of lost time (queuing concepts), under a performance constraint of the transport system. Additionally, the model allows solutions involving compositions of homogeneous and heterogeneous fleets, as well, to analyze two different policies of attention at the loading point: FCFS "first come-first served" and priorities without interruption for a certain class of truck.

In relation to the optimum composition of the fleet (homogeneous or heterogeneous) depends on the types of available trucks and various factors in the cycle of loading and transportation.

Regarding the priorities of attention, the analytical model allows to conclude that the use of priorities for attention generates positive benefits when the fleet is heterogeneous. In this research the obtained benefits are around 2% to 3% on average.

Finally, solving the problem of sizing the fleet through an approach system, i.e. for all cycles simultaneously, the benefits can be generated on average of a 19,6% in terms of waiting time (losses).



## **1 INTRODUCCIÓN**

El propósito principal de esta tesis es desarrollar un modelo analítico que permita dimensionar el impacto que tienen diferentes configuraciones de operación de una flota de camiones sobre la variable de rendimiento (toneladas por hora transportadas), de un ciclo de carguío y transporte en minería a cielo abierto. Las configuraciones de operación que se analizan son: homogeneidad y heterogeneidad de la flota de camiones; políticas de atención de carga, con y sin prioridades, para una flota de camiones heterogénea. Adicionalmente, se analiza el impacto sobre el tamaño de la flota de camiones de un sistema, al dimensionar flotas de camiones independientes para dos ciclos de carguío y transporte y, al dimensionar una flota común para ambos ciclos de carguío y transporte.

A continuación se presenta la motivación de esta tesis, objetivos, alcances de la investigación y finalmente la estructura de este documento.

### **1.1 Motivación**

En un mercado competitivo, como lo es la minería y junto con el apremiante clima económico actual, las compañías mineras deben asegurar el cumplimiento del plan de inversión, como también buscar adicionar valor a través de la reducción de costos a lo largo del proyecto (Nel *et al.* 2011).

Entre los diferentes métodos de explotación de minerales, la minería a cielo abierto corresponde a una actividad productiva cuyo objetivo es la extracción descendente y escalonada de elementos minerales y lastre desde la superficie terrestre, para ser procesados al menor costo posible. Su fin principal es la maximización de los beneficios durante todo el periodo de vida del proyecto minero.

Entre los diferentes procesos involucrados en la obtención del producto, esta investigación se centra en la fase conocida como “Carguío y Transporte”. El carguío tiene como objetivo retirar el material tronado desde una pila dispuesta de forma tal que

facilite la extracción de material hacia la planta y/o botaderos, como a puntos intermedios. Por su parte, el transporte consiste en el movimiento de materiales desde los puntos de extracción (carguío) hacia los diferentes destinos (botadero, planta, puntos de acopio).

La optimización de una operación de carguío y transporte es compleja debido a la naturaleza interdependiente del sistema, es decir, el funcionamiento de la unidad de carga(s) afecta el rendimiento de la unidad de transporte(s) y viceversa (Macleod, 2008). La unidad de transporte más utilizada es el camión. Además, a diferencia de otras industrias productivas cuyos procesos cíclicos de transporte tienen pequeñas variaciones de un ciclo a otro, éste es un proceso continuo de cambios mientras se avanza en la explotación de la mina (Elbrond y Soumis, 1987).

En minería a cielo abierto el carguío y transporte representa entre el 50% y el 60% de los costos operacionales del proceso completo de explotación (Alarie y Gamache, 2002; Ercelebi and Bascetin, 2009; Hartman, 1992). Gracias a los avances tecnológicos y computacionales que se han desarrollado en las últimas décadas, diversos sistemas de control y operación de flota ofrecen un potencial de mejoras en la productividad, y en consecuencia, disminuciones de costos operacionales.

En el carguío y transporte, el problema de la selección de los equipos es complejo dado que se deben considerar diversas características, restricciones y criterios propios de las operaciones en minería a cielo abierto (Naumon y Haidar, 2000). Martin (1982) lista una serie de consideraciones que deben ser tomadas en cuenta respecto a la selección de los camiones: las características del material a transportar, el equipo de carga, requerimientos en las rutas de transporte, espacios para maniobras, condiciones del botadero, capacidad, rendimiento de los motores en altura, transmisiones mecánicas, configuración de los ejes, sistema de manejo mecánico o eléctrico, tamaño de los neumáticos, disponibilidad, entre otros. Smith (2000) indica que la congestión de camiones también afecta la productividad, por lo cual se debería incluir: restricciones del plan mina y botadero, restricciones de disponibilidad de camiones y cargadores, colas de camiones, restricción de vida útil de camiones y cargadores. Burt *et al.* (2005) señalan que en la literatura aún

no existe un método claro y sencillo para determinar un óptimo de camiones y cargadores. En la práctica, la decisión depende, en gran medida, de un experto de selección de equipos.

Entre los diferentes modelos utilizados para el cálculo de la flota de camiones mineros, el Factor de Acoplamiento o en idioma inglés “Match Factor”, ha sido utilizado durante décadas con este propósito y, a su vez, como un indicador de productividad. El término “factor de acoplamiento” (MF) se define como la relación de productividad asociada a un conjunto de camiones y la productividad del cargador. El principal supuesto del modelo es la homogeneidad de las flotas de camiones, es decir, todos los camiones son iguales en tamaño y velocidades teóricas de operación (Burt y Caccetta, 2007). Además, se suponen tiempos promedios fijos de operación que no permiten considerar los efectos de la congestión que se podría producir en cada una de las etapas del ciclo de transporte. Por lo tanto el modelo no incluye tiempos de espera en colas.

Por otra parte, los modelos de simulación son el método más preciso para predecir las interacciones entre cargador/camión. Estos consisten en simular cada una de las etapas del ciclo de carguío y transporte considerando las aleatoriedades e interacciones entre estas mismas (interdependencia del sistema). Lo anterior requiere conocer previamente las distribuciones de probabilidad de cada una de las variables aleatorias involucradas. En general, es un método que requiere una gran inversión inicial en términos de adquisición de un *software*, implementación del mismo, entrenamiento de los usuarios y soporte. Además, requiere un sistema (manual o automatizado) de recolección y almacenamiento de datos que alimentarán las simulaciones.

En las operaciones, constantemente está la necesidad de renovar la flota de camiones cuando ésta llega al término de su vida útil o la adquisición de nuevos vehículos para nuevos proyectos. Los requerimientos elevados en los ritmos de explotación y la búsqueda de la eficiencia operacional y económica de las faenas mineras, incentivan la adquisición de equipos modernos, de alta tecnología y con menores costos de operación que los actuales.

La motivación de esta investigación es mejorar las metodologías analíticas existentes para la estimación del tamaño de la flota de camiones, en términos de precisión en el cálculo y manteniendo la simplicidad de éstas. Además, estimar el beneficio de operar con flotas heterogéneas de camiones y bajo condiciones operacionales de prioridad en la atención de aquellos camiones más eficientes en términos de toneladas transportadas por unidad de tiempo.

## 1.2 Objetivos

El objetivo general de esta tesis es estudiar los beneficios que podría traer la utilización de prioridades de atención en el proceso de carga de camiones en minería a cielo abierto, cuando la flota de transporte disponible es heterogénea en términos de capacidad, y por consecuencia, en costos operacionales.

Entre los objetivos específicos, el desarrollo de un modelo analítico de dimensionamiento de flota de camiones que represente las características del proceso de carguío y transporte en minería cielo abierto bajo condiciones operacionales en estado de régimen.

Por otra parte, analizar los efectos sobre los resultados del modelo al incluir el fenómeno de congestión de camiones a través de la utilización de una variable aleatoria; analizar los efectos de operar con composiciones de flotas homogéneas y heterogéneas en cada ciclo de transporte; y, los efectos sobre los resultados del modelo al aplicar diferentes disciplina de atención de carga de camiones cuando la flota de vehículos es heterogénea. Específicamente, se analiza la utilización de una disciplina de atención FCFS (en inglés *first come-first served*), y una disciplina con prioridad de atención, para un determinado tipo de camión que compone la flota.

Finalmente, evaluar el resultado del modelo al resolver diferentes ciclos de un sistema de forma independiente y de forma simultánea.

### 1.3 Alcances

En esta investigación se resuelve el problema de dimensionamiento de flota para dos tipos de camiones diferentes en capacidad; para uno y dos ciclos de transporte de carga entre un servidor (pala) y un determinado destino (botadero, planta chancadora ó *stock*). Para la resolución del problema, se utiliza modelación analítica que se valida a través de modelos de simulación.

Se excluye del análisis el tipo de camión (convencional, tractor-trailer con descarga inferior, trasera o lateral, híbrido o articulado). En relación a la capacidad de los camiones, se considera una flota compuesta por camiones de una capacidad efectiva de 150 toneladas y camiones con capacidad efectiva de 240 toneladas. Parámetros como, el factor de llenado de la tolva, capacidad nominal y número de pases teóricos están implícitos en los valores anteriores. Por otra parte, se excluye del análisis las características y especificaciones técnicas de cada vehículo.

Para los equipos de carguío, se considera una pala con capacidad real de 47,8 toneladas por pase y un tiempo de ciclo del balde de 36 segundos. Se excluye del análisis el tipo de pala (eléctrica o hidráulica), como también especificaciones técnicas y parámetros operacionales asociados. Por otra parte, se excluyen las diferentes modalidades de carguío existentes como *Double Back Up*, *Single Back Up* o *Drive By*.

El proceso de selección técnica y económica de los equipos de carguío y transporte queda fuera de los alcances de esta investigación, así como también, la disposición de la mina, técnicas de tronadura, capacidad de mantención en terreno, retorno de la inversión y factores asociados a la seguridad de la operación.

En relación al tipo de carga, la investigación considera una carga general, independiente del tipo de material (mineral o lastre). Por lo tanto, se excluyen parámetros como el esponjamiento y humedad.



Por su parte, el ciclo de transporte se compone por diferentes etapas cuyos tiempos asociados son los siguientes: tiempo de espera, tiempo de carga, tiempo de viaje con carga, tiempo de descarga, tiempo de viaje sin carga y tiempos de maniobras. Tanto el tiempo de carga, como el tiempo de espera, son variables aleatorias con una determinada distribución de probabilidades. Para el resto de los tiempos se considera un valor esperado fijo e independiente del tipo de camión, sin afectar el propósito de este estudio en relación al impacto que tienen políticas de prioridad en la atención de camiones en el punto de carga.

En el esquema de tiempo cronológico de trabajo de un proceso minero (ver Figura 1.), esta tesis se enmarca en el estudio de las horas operacionales (HOP), que a su vez se subdividen en horas operacionales efectivas (HEF) y horas de pérdidas operacionales (HPE). La modelación se basa en una hora de operación del sistema, donde todos los equipos se encuentran en condiciones óptimas de operación, por lo cual el modelo analítico minimiza las HPE totales del sistema para un cierto nivel de servicio o rendimiento.

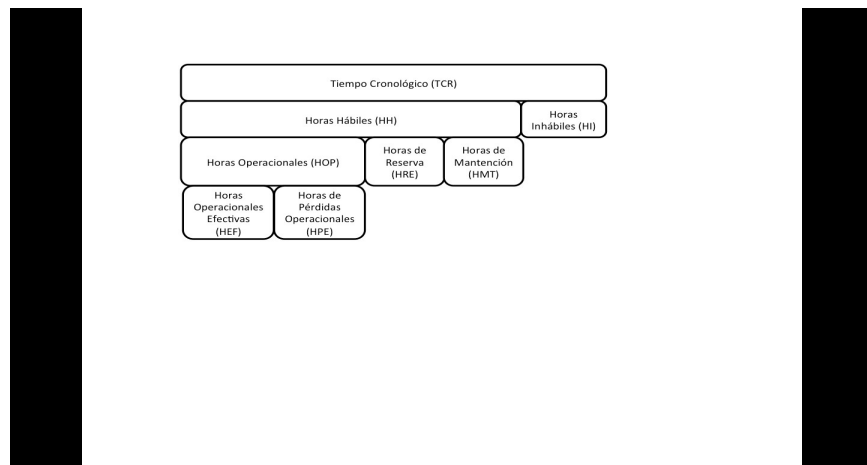


Figura 1. Tiempo Cronológico. (Fuente: Índices Operacionales ASARCO)

Dado lo anterior, los índices operacionales utilizados con mayor frecuencia en minería como, la disponibilidad, índice de mantenimiento, índice de utilización<sup>1</sup> y aprovechamiento están fuera del alcance de esta tesis.

Específicamente, el análisis se centra en la gestión operacional del proceso de carga teniendo como variable principal los tiempos de espera asociados a este, dado los diferentes tipos de camiones, el tamaño de la flota y la disciplina de atención de estos mismos.

Los datos utilizados se basan en un Plan Mina<sup>2</sup> real proporcionado por el área de planificación de mediano plazo de una mina a cielo abierto de cobre localizada en la zona central de Chile.

#### **1.4 Estructura de la Tesis**

La presente tesis se organiza en seis capítulos. En el capítulo siguiente se presenta el marco teórico de esta investigación el cual se divide en tres secciones. La primera de ellas incluye la revisión bibliográfica de algunas de las principales publicaciones relacionadas con el dimensionamiento de flota de camiones de minería de superficie. La segunda

---

1 Es la fracción del tiempo, expresada en porcentaje, en la cual el equipo es operado por cada hora en que éste está en condiciones de cumplir su objetivo de diseño o físicamente disponible.

2 El Plan Mina o Plan Minero se define como el programa de producción de corto, mediano y largo plazo de una faena minera, que contempla a lo menos el ritmo de producción (toneladas de mineral y estéril), sectores por explotar, leyes y destinos de los diferentes materiales que se extraen.

sección hace referencia a la Teoría de Colas, sus términos, notación convencional, y los tres sistemas de colas relevantes para esta investigación. Finalmente, un resumen de cómo se enmarca esta tesis en la literatura existente.

En el tercer capítulo, se presenta una definición detallada del problema. Ésta incluye los principales supuestos, la notación general utilizada para describir los elementos del sistema, los parámetros, las variables de decisión, las restricciones y la función objetivo que describen el problema.

En el cuarto capítulo, se muestran algunas de las diferentes estrategias de operación del problema, entre ellas, el modelo a utilizar como referencia o en inglés *benchmark*, como también la formulación matemática del problema de optimización y metodología desarrollada como propuesta en esta investigación.

En el capítulo quinto, se presentan los experimentos diseñados para evaluar y comparar los diferentes modelos analíticos propuestos. Adicionalmente, se realiza la simulación de los experimentos a modo de validación de los resultados.

Finalmente, en el capítulo seis se desarrollan las principales conclusiones de la tesis, junto con extensiones posibles para investigaciones futuras.

## 2 MARCO TEÓRICO

El presente capítulo se divide básicamente en dos secciones. En la sección Revisión Bibliográfica se presenta una revisión bibliográfica de los diferentes enfoques y modelos disponibles hoy en día para la selección y dimensionamiento de flotas de equipos de carguío y transporte para minería a cielo abierto. En particular, se destacan aquellas investigaciones basadas en la productividad pala-camión como variable principal del dimensionamiento de la flota de vehículos.

Luego, en la sección Teoría de Colas, se presenta un resumen de Teoría de Colas, cuyos contenidos se enmarcan como base de esta tesis. Finalmente, en la sección Resumen, un breve resumen de cómo se posiciona esta investigación en la literatura existente.

### 2.1 Revisión Bibliográfica

Burt *et al.* (2005) proponen una estructura bajo la cual es posible clasificar la literatura disponible en relación a la selección de equipos o maquinaria como se presenta en la Figura 2.. Tanto para la industria de la minería, como para el sector de la construcción, el movimiento de materiales representa el mayor porcentaje de los costos operacionales, por lo cual, la selección de los equipos se torna un reto importante de manejar. En esta línea se distinguen tres enfoques de investigación: Método Minero de Selección (MMS), Selección de Equipo (ES) y Productividad Pala-Camión (STP).

Bitarafan y Atei (2004) definen el MMS como el principal problema en el diseño de una mina. Parámetros tales como las propiedades geológicas y geotécnicas, parámetros económicos, factores técnicos y factores de productividad están involucrados. En estos últimos, la selección de los equipos y el dimensionamiento de la flota deben ser considerados, sin embargo, en la literatura relacionada al MMS este tema no se aborda en profundidad (Burt *et al.*, 2005).

Por su parte, la categorización ES hace referencia a aquellas investigaciones cuya formulación tiene un alto grado de complejidad matemática que a través de procesamiento computacional permite la búsqueda de una solución óptima o cercana al óptimo. Entre las principales metodologías se encuentra modelos de Programación Entera, Simulación y basados en Inteligencia Artificial.

Czaplicki (2009) hace referencia a la década de los años sesenta como el periodo donde se realizaron significativos progresos en técnicas aplicadas de simulación (Rist, 1961; Teicholz, 1963; Bishele *et al.*, 1964; Harvey, 1964; Aurignac *et al.*, 1968; Bucklen *et al.*, 1968; Eichler, 1968; Jucket, 1969). Donde Madge (1964) y, Cross y Williamson (1969) fueron los primeros en aproximarse al transporte de carga en minería a cielo abierto.

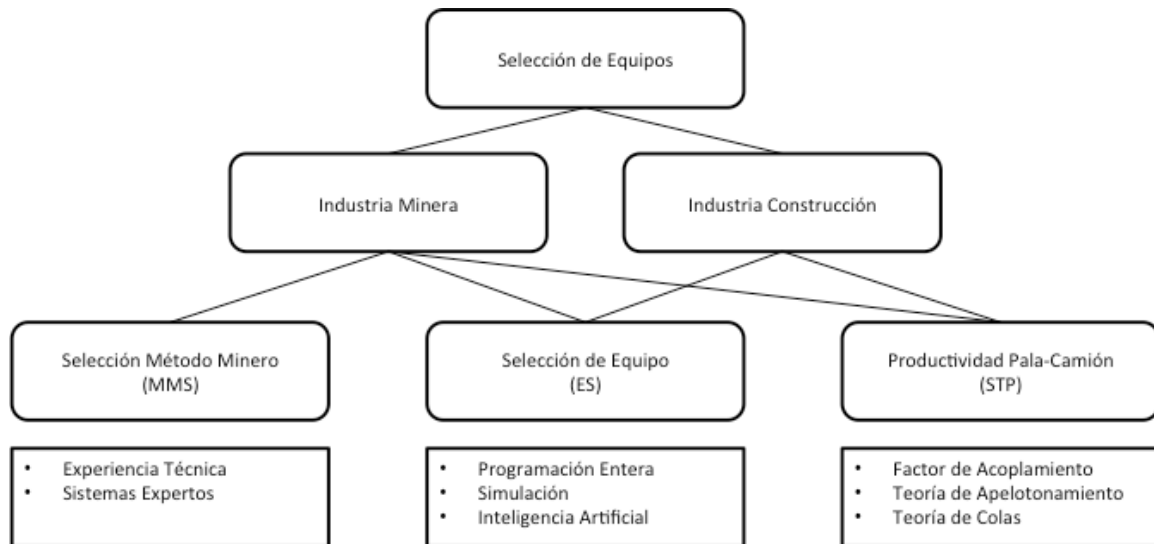


Figura 2. Esquema Clasificador de la Literatura para Selección de Equipos. (Modificado de Burt *et al.*, 2005)

No obstante lo anterior, esta tesis se enmarca en las investigaciones STP, vinculadas con el indicador de productividad entre una pala (cargador) y un camión.

A continuación, se detallan los avances científicos de cada una de las dos líneas investigativas principales en los modelos STP, entre ellas el Factor de Acoplamiento, modelo a considerar como *benchmark* en esta tesis y, la Teoría de Colas, base del modelo

desarrollado en esta tesis (el marco teórico puede ser consultado en detalle en la Sección Teoría de Colas). Aproximaciones basadas en Teoría de Pelotones pueden ser consultadas en Burt *et al.* (2005).

### 2.1.1 Factor de Acoplamiento (“Match Factor”)

En un sistema pala-camión el indicador más importante es aquel que refleja la relación (ratio) entre la productividad de la pala (servidor) y la productividad de las unidades de transporte.

Douglas (1964) determina el número de camiones a través de la utilización de este indicador entre la productividad de un cargador y la productividad de una flota de camiones. La productividad de una unidad (pala o camión) se define como directamente proporcional a su capacidad de carga e inversamente proporcional al tiempo de ciclo. Por su parte, el tiempo de ciclo de los vehículos es la suma del promedio de los tiempos de tránsito, carga y descarga; se excluyen los tiempos de espera producto de los efectos de la congestión.

Posteriormente, Morgan y Peterson (1968) publican una extensión generalizada para el cálculo de este indicador denominada como Factor de Acoplamiento o “Match Factor”. En la expresión ( 2. ) se observa la fórmula utilizada para el cálculo del factor de acoplamiento (MF). Este indicador se define como el calce entre la productividad de la flota de cargadores (no se limita a un solo cargador) y la flota de transporte para un sistema en particular. Además, se supone una flota de camiones y palas homogénea, tiempos de espera promedio para los ciclos de las unidades y se excluyen los tiempos de espera producto de la congestión.

$$MF = \frac{\text{número de camiones} \times (\text{tiempo de ciclo pala})}{\text{número de } \quad (2.)$$

palas×(tiempo de ciclo camión)

Desde el punto de vista de la eficiencia de las unidades del sistema, son tres los posibles resultados del indicador MF:

- Sobredimensionamiento de las unidades de carga o palas ( $MF < 1$ ), implicando el máximo de utilización de los vehículos de transporte, pero una subutilización de las unidades de carga.
- Sobredimensionamiento de la flota de camiones ( $MF > 1$ ), implica máxima utilización de las unidades de carguío, pero una subutilización de la flota de vehículos. Los tiempos de espera (congestión) serán crecientes en relación al tamaño de la flota.
- Acoplamiento ( $MF = 1$ ), corresponde al calce perfecto en términos de productividad entre ambos conjuntos de unidades.

En la Figura 2. se muestra gráficamente la relación entre ambas funciones de productividad y como estas influyen sobre indicador de eficiencia de las unidades. En la práctica, es común saturar el equipo de carguío ( $MF > 1$ ), dado que presentan mayores costos que los de los equipos de transporte.

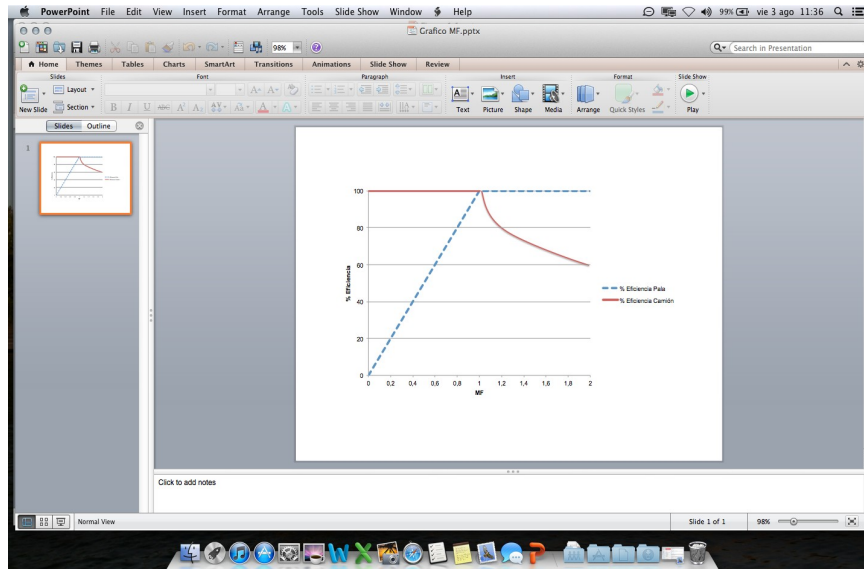


Figura 2. Factor de Acoplamiento (MF)

La dificultad de utilizar esta metodología para el dimensionamiento de la flota de camiones, haciendo uso del indicador MF, se reduce a determinar los nuevos tiempos de viaje de los nuevos escenarios a predecir para un valor del indicador en particular.

En investigaciones recientes se han incorporado extensiones al cálculo del indicador MF donde se consideran flotas heterogéneas de cargadores, flotas heterogéneas de transporte o ambos casos simultáneamente (Burt y Caccetta, 2007). Si bien se obtienen mejoras en la asertividad de la predicción del tamaño de la flota, no se hace referencia a las diferencias en productividad entre operaciones con flota homogénea y flota heterogénea.

### 2.1.2 Teoría de Colas Aplicada al Carguío y Transporte

Las primeras bases de la Teoría de Colas se remontan a comienzos del siglo XX y, no es hasta la década del cincuenta cuando Koenigsberg (1958) publica la primera investigación aplicada a la industria de la minería, específicamente, minería subterránea de carbón. Éste considera las operaciones mineras como un circuito cíclico cerrado de



colas, que da servicio a un número finito de unidades de trabajo, bajo un determinado estándar de servicio y un determinado rendimiento del sistema. Las unidades que completan un ciclo se reincorporan a la cola en la primera etapa. Se suponen distribuciones de tiempo de servicio exponencial y tasas de llegadas variables.

En la década de los sesenta se publican las primeras investigaciones para ciclos con dos etapas, donde se considera un punto de carga o descarga (servidor) y unidades móviles de transporte (vehículos) que viajan hacia y desde un punto de destino (Teicholz y Douglas, 1964; Gaarslev, 1969). Luego, Morgan y Peterson (1968) extienden los análisis a un ciclo de transporte de cuatro etapas donde los tiempos de servicio asociados a cada una de estas distribuye exponencial. Paralelamente, Kopocinska (1968) analiza el ciclo de carguío y transporte bajo la mirada de un sistema  $M/G/1/m$  según la notación de Kendall (ver detalles de la notación en la sección Términos y Notación Convencional).

También es importante destacar el aporte de Spaugh (1962), como la primera publicación de teoría de colas aplicada a la industria de la construcción considerando una fuente finita de entidades.

Ya en la década de los setenta, surgen diversas publicaciones donde se utiliza la teoría de colas en ciclos como herramienta de estimación de la producción de una determinada operación minera (Barnes *et al.*, 1978; King, 1977; Hoad, 1981). Elbrond (1979) propone una metodología para calcular la capacidad de una operación a cielo abierto que se compone de diferentes circuitos cíclicos. A diferencia de las otras investigaciones, el tiempo de servicio no distribuye exponencial, y considera las etapas asociadas a los tiempos de viaje como servidores finitos lo cual puede provocar subestimaciones de los rendimientos en casos de congestión. Barnes (1979) extiende la investigación utilizando una distribución Erlang tanto para los tiempos de llegada, como para los tiempos de servicio en cada una de las etapas. Si bien la distribución exponencial es un caso particular de la distribución Erlang (cuando existe solo una etapa), en las operaciones mineras no es frecuente encontrar etapas con igual tiempos medios y que distribuyan exponencial para ser analizados bajo esta distribución (Carmichael, 1987).

Carmichael (1987) publica un estudio de diferentes modelos aplicados a la industria de la minería y construcción. Sus modelos consideran tiempos entre llegadas y tiempos de servicio con distribuciones exponencial, Erlang y constantes. Las ventajas y desventajas de la distribución Erlang aplicada a la minería pueden ser consultadas en Czaplicki (2008). También se discute el caso de heterogeneidad en la flota de vehículos, utilizando métodos de aproximación al caso de flotas homogéneas.

Czaplicki (1989) propone un nuevo enfoque en relación a los tiempos asociados a cada etapa del ciclo. Su modelo se simplifica a dos etapas, la primera de ella distribuye exponencial y la segunda una suma de tres exponenciales. El mismo autor, un año después (Czaplicki, 1990), analiza un sistema de un servidor y un determinado número de vehículos considerando un índice de confiabilidad para la flota. El número de entidades presentes en el servidor estará determinado por una cierta función de probabilidad.

Kappas y Yegulap (1991) analizan un sistema pala-camión en estado estacionario. Las distribuciones de los tiempos de servicio de cada etapa se suponen que son de una forma general. El objetivo del modelo es minimizar el error de las estimaciones de los parámetros de funcionamiento de los servidores más saturados. Adicionalmente, se agrega una etapa de mantenimiento de los equipos. La transición de una etapa a otra se rige a través de una matriz de probabilidades.

La investigación de Muduly y Yegulap (1996) se puede considerar como un punto de referencia para esta tesis. En ella se desarrolla un modelo analítico basado en teoría de colas para el sistema pala-camión considerando una flota heterogénea. Los rendimientos del sistema son calculados a través de método de aproximación conocido como Análisis de Valor Medio (MVA) (Reiser y Lanvenberg, 1980). Como conclusión se observa que frente a flotas heterogéneas se deben considerar parámetros independientes para cada clase de camión y así aumentar la asertividad en la predicción del rendimiento del sistema.

En la última década las publicaciones basadas en la teoría de colas aplicadas a la planificación del carguío y transporte en minería a cielo abierto han disminuido

considerablemente, por el contrario, los modelos basados en técnicas de simulación y programación lineal han ido en aumento (Weintraub *et al.*, 1987; Goodman y Sarin, 1988; Soumis *et al.*, 1989; White y Olson, 1992; Naomun y Haidar, 2000; Burt *et al.*, 2005; Ta *et al.*, 2005; Rubio, 2006; McKenzi *et al.*, 2008). Detalles específicos de las publicaciones pueden ser consultados en Munirathina y Yingling (1994), Alarie y Gamache (2002), Newman *et al.*, (2010) y Pascual y Giesen (2012).

## 2.2 Teoría de Colas

Las demoras asociadas a cualquier tipo de servicio (oferta) son inevitables en caso de que estos respondan a demandas no predecibles. Adicionalmente, tanto los procesos de llegada de aquellas entidades que requieren de servicio, como el proceso de atención del sistema al cual pertenecen están gobernados por leyes probabilísticas que pueden ser conocidas o desconocidas.

Dado el carácter estocástico del sistema, el costo de proveer la suficiente capacidad para evitar todo tipo de demoras es infinito. Por lo tanto, el desafío está en diseñar un sistema de servicio tal, que logre el balance requerido entre los costos operacionales y las demoras sufridas por los demandantes del servicio.

La Teoría de Colas, o teoría de la congestión, es la rama de la investigación de operaciones que estudia las relaciones entre las demandas asociadas a un determinado sistema y las demoras asociadas a los usuarios de este mismo (Larson y Odoni, 1983). Su origen se basa en las investigaciones del científico danés Agner Krarup Erlang en el año 1909, cuyo fin era analizar la demanda de servicio telefónico en la ciudad de Copenhague, Dinamarca.

Entre los años 1950 y 1980 se desarrollaron los mayores aportes en la investigación de la teoría de colas. Según Larson y Odoni (1983) el estado del arte se resume en los siguiente cuatro puntos:

1. La mayoría de los importantes resultados existentes en la teoría de colas se han obtenido para condiciones de equilibrio del sistema o comúnmente llamado estado estacionario o de régimen.
2. Es usual que el investigador se deba enfrentar a la decisión de escoger entre modelos matemáticos realistas para los cuales en la mayoría de los casos no es posible obtener resultados, ó la utilización de modelos simplificados cuya validez de los resultados es cuestionable.
3. Los resultados más exactos se obtienen cuando los tiempos entre llegadas o los tiempos de atención, o ambos tiempos, distribuyen exponencial negativa.
4. La modelación de teoría de colas es precisa en estimar el valor esperado de los tiempos de espera o el número de usuarios de un determinado sistema, pero sus resultados no son lo suficientemente acertados al momento de calcular las distribuciones de probabilidad.

Es importante mencionar que los estudios de teoría de colas se basan en modelos matemáticos que buscan representar un determinado sistema del mundo real a través de simplificaciones y aproximaciones de las diferentes variables que lo conforman. Los resultados del análisis deben ser considerados como referencia para la toma de decisiones sobre el sistema real.

El contenido de las secciones Términos y Notación Convencional, Sistemas M/M/1, Sistemas M/G/1, con “r” clases de entidades/sin prioridades y Sistemas M/G/1, con “r” clases de entidades/con prioridades se basan en el libro “Urban Operations Research” de Larson y Odoni (1983).

### **2.2.1 Términos y Notación Convencional**

Se define como sistema de cola aquel caracterizado por los siguientes tres elementos:

- Proceso de llegada de las entidades al sistema
- Disciplina de la cola, que para cada estado del sistema, define cuál es la siguiente entidad que se atiende, cuando un servidor termina su proceso
- La infraestructura de atención de las entidades (servidores), y su disposición física

En la Figura 2. se presenta un esquema de un sistema de cola genérico compuesto por los elementos mencionados en el párrafo anterior. Éste se compone de una fuente de entidades (usuarios), una cola y uno o varios servidores idénticos, dispuestos en forma paralela. Cada entidad que llega al sistema es generada por una fuente, pasa a través de la cola por un periodo de tiempo no negativo (incluyendo el tiempo cero) para luego ser procesada por un solo servidor. Se considera que la entidad deja el sistema en el momento que es completado su periodo de atención en el servidor.

Para identificar las características de cada sistema de colas se utiliza la notación A/B/m de Kendall (1953), donde A y B representan la distribuciones de probabilidades de los tiempos entre llegadas al sistema y los tiempos de atención respectivamente. Por su parte, la letra m corresponde al número (entero) de servidores idénticos distribuidos de forma paralela.

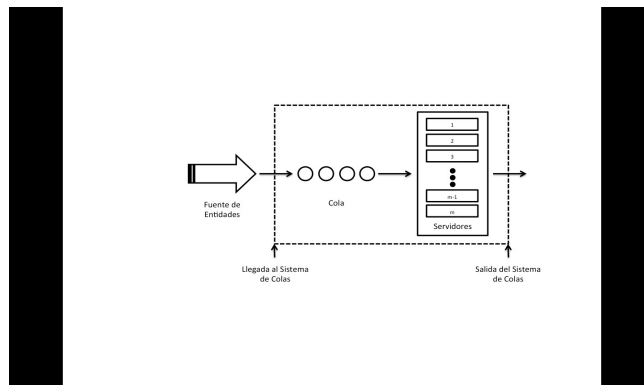


Figura 2. Sistema de Cola

Existen cinco letras estándar para describir las diferentes distribuciones de probabilidades. Para efectos de esta investigación sólo se hará mención a dos de ellas. La letra M representa un proceso de Poisson, es decir aquellos tiempos con una función de densidad de probabilidad exponencial negativa y, la letra G para representar una distribución de probabilidades general.

En cuanto a la disciplina de atención, en las colas existen diferentes abreviaciones estándar a utilizar como FCFS, LIFO o SIRO. Para efectos de esta investigación es importante destacar la disciplina FCFS, abreviación en idioma inglés del término “*first-come, first-served*”, que significa que las entidades serán atendidas según su orden de llegada al sistema.

Por otra parte, el término de capacidad del sistema se refiere al número máximo de entidades permitidas en cualquier instante de tiempo en el sistema y, capacidad de la cola, como el número máximo de entidades en esta última.

### **2.2.2 Sistemas M/M/1**

Este sistema, tal como lo describe su notación, involucra un proceso de Poisson para las llegadas, un tiempo de servicio que distribuye exponencial y un solo servidor.

Se definirán los tiempos entre llegadas y de servicio como las variables aleatorias  $X(i)$  y

$S(i)$ , con funciones de densidad  $f_{X_i}(x)$  y  $f_{S_i}(s)$  respectivamente. Se asumirá que los

valores de cada variable son aleatorios, independientes e idénticamente distribuidos.

Los valores esperados de cada variable aleatoria se muestran en las ecuaciones ( 2. ) y ( 2.

), donde  $\lambda$  representa la tasa de llegada de entidades al sistema de cola por unidad de

tiempo, y  $\mu$  la tasa de entidades por unidad de tiempo que completan el servicio cuando el

servidor opera de forma continua.

$$1\lambda \triangleq EX \quad ( 2. )$$

$$1\mu \triangleq E[S] \quad ( 2. )$$

Por conveniencia se definirán las siguientes variables:

- $W \triangleq EW = \lim_{i \rightarrow \infty} EW_i =$  tiempo esperado para una entidad  $i$  en el sistema bajo

condiciones de estado estacionario

- $Wq \triangleq EWq = \lim_{i \rightarrow \infty} EWqi =$  tiempo esperado en cola para una entidad  $i$  en el sistema bajo condiciones de estado estacionario
- $N(t) \triangleq$  número total de entidades en el sistema de colas para un instante  $t$
- $Nq(t) \triangleq$  número de entidades en cola para un instante  $t$
- $L \triangleq EN = \lim_{t \rightarrow \infty} ENt =$  número esperado total de entidades en el sistema bajo condiciones de estado estacionario
- $Lq \triangleq ENq = \lim_{t \rightarrow \infty} ENq(t) =$  número esperado de entidades en cola bajo condiciones de estado estacionario
- $\rho \triangleq \lambda\mu =$  ratio de utilización



- De manera intuitiva se puede demostrar que  $\rho < 1$  (i.e., si  $\lambda < \mu$ ). Si el promedio de la tasa de llegada es mayor al promedio de la tasa de servicio, entonces la cola tenderá a crecer infinitamente, no permitiendo alcanzar el estado de régimen del sistema. Por otra parte, si la tasa promedio de llegada es igual a la tasa promedio de servicio, la cola no disminuirá en ningún caso.
- Little (1961) desarrolla la expresión ( 2. ), que es uno de los resultados más utilizados e importantes de la teoría de colas, conocida como “*Fórmula de Little*”:

$$L = \lambda \cdot W \quad (2.)$$

- Análogamente, el sistema de cola puede ser representado por un modelo de nacimiento y muerte (caso especial de Cadenas de Markov Continuas).
- De lo anterior se desprenden las siguientes ecuaciones para un sistema M/M/1:

$$L = \lambda(\mu - \lambda) \quad (2.)$$

$$Lq = \lambda^2 \mu (\mu - \lambda) \quad (2.)$$

$$W = 1(\mu - \lambda) \quad (2.)$$

$$\bullet \quad W_q = \lambda \mu (\mu - \lambda) \quad \bullet \quad (2.)$$

- Es importante destacar que las ecuaciones ( 2. ) a ( 2. ) son válidas cuando la disciplina de atención de las entidades es FCFS.

### 2.2.3 Sistemas M/G/1, con “r” clases de entidades/sin prioridades

- El siguiente análisis se basa en un sistema con “r” clases de entidades diferentes

( $k=1,2,3,\dots,r$ ), cuyos procesos de llegadas distribuyen Poisson con una tasa de

llegada  $\lambda_k$  para cada clase. Los tiempos de atención serán representados por la

variable aleatoria  $S_k$  para cada entidad de clase  $k$ , con una función de densidad de

probabilidades general con valor esperado  $1/\mu_k$  y varianza  $ESk^2$ . Además, se

define  $\rho_k \triangleq \lambda_k \mu_k$ . Luego, el ratio de utilización del servidor estará dado por la

ecuación ( 2. ):

$$\bullet \quad \rho = \rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_r \quad \bullet \quad ( 2. )$$

- Se procede a derivar una expresión ( 2. ) para el tiempo de espera promedio para

cada entidad de clase  $k$  bajo condiciones estado estacionario ( $W_{qk}$ ). La disciplina

de atención será FCFS para todas las entidades que ingresan al sistema, independiente de la clase a la cual pertenezcan.

$$\bullet \quad W_{qk} = W_0 + \sum_{i=1}^k \rho_i L_{qi} \quad \bullet \quad ( 2. )$$

- Donde  $W_0$  corresponde al tiempo de espera remanente de la entidad que esta

utilizando el sistema cuando la nueva entidad llega al sistema, y  $L_{qi}$  el número

esperado de entidades de cada clase  $i$  que ya se encuentran esperando en cola al momento de la llegada de una nueva entidad.

- Desarrollando la expresión anterior se obtiene la expresión ( 2. ), cuyo valor esperado para el tiempo de espera es igual e independiente de la clase de entidad.

$$\bullet \quad W_{qk} = \sum_{i=1}^r \lambda_i \cdot E[S_i]^{2k-1} \cdot \rho \quad \text{para } k=1,2,\dots,r \quad \bullet \quad (2.)$$

- Resultados adicionales no son de relevancia para esta investigación, sin embargo pueden ser consultados en Larson y Odoni (1983).

#### 2.2.4 Sistemas M/G/1, con “r” clases de entidades/con prioridades

- La expresión ( 2. ) representa el tiempo esperado de espera bajo condiciones de estado estacionario para un sistema M/G/1, con prioridades sin reemplazos, en inglés “*non-preemptive priorities*”. La notación es análoga a la presentada en la sección Sistemas M/G/1, con “r” clases de entidades/sin prioridades, sin

embargo, cada clase se diferencia por un número de prioridad  $k$ . Entre menor sea

el número  $k$ , mayor es la prioridad de la clase.

$$W_k = W_0 + \sum_{i=1}^k \frac{L_i}{\mu_i} + \sum_{i=1}^{k-1} \frac{M_i}{\mu_i} \quad (2.)$$

- Además, y a diferencia de la expresión ( 2. ), en la primera sumatoria del lado

derecho tiene como límite la entidad de clase  $k$ . Esta sumatoria incluye todas las

entidades de clase 1 a  $k$  que se espera que sean atendidas antes (con prioridad)

que la entidad de clase  $k+1$ . Por otra parte, se adiciona el segundo término de la

sumatoria donde  $M_i$  es el número esperado de entidades que se espera que

llegarán durante la espera, y cuya prioridad de atención  $i$  es superior a la de la

entidad  $k$ . Usuarios de clases inferiores  $k+1, k+2, \dots, r$  no afectan el tiempo de

espera dado que su prioridad es menor a la de la entidad de clase  $k$ .

- Resolviendo recursivamente las ecuaciones que se desprenden de la expresión ( 2. ) se puede llegar a la expresión ( 2. ):

$$\bullet \quad W_k = \sum_{i=1}^r \lambda_i \cdot E_{i-1} \cdot \frac{1}{1 - \rho_i} \quad \text{para } k=1, 2, \dots, r \quad \bullet \quad ( 2. )$$

- Donde,

$$\bullet \quad \rho_k = \sum_{i=1}^k \lambda_i \cdot E_{i-1} \quad \bullet \quad ( 2. )$$

- De la expresión ( 2. ) y utilizando la expresión ( 2. ) se pueden obtener resultados

para  $L_k$ ,  $W_k$  y  $L_k$  para cada clase de entidades. Es posible demostrar que en

algunos casos, el estado estacionario puede no ser alcanzado por algunas clases de

entidades. Las entidades de clase  $k$  alcanzarán el estado estacionario mientras

$\rho_k < 1$ . Si existe un entero  $p (1 \leq p \leq r)$  que cumpla con  $\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_p < 1$  y

$\rho_1 + \rho_2 + \dots + \rho_p + \rho_{p+1} \geq 1$ , entonces  $p$  es la clase de menor prioridad que

alcanzará el estado estacionario. Luego, la nueva expresión para el tiempo estimado de espera, para cada clase, estará dado por la expresión ( 2. ).

- $W_{qk} = \sum_{i=1}^p \rho_i E_{Si} + (1 - \rho_p) E_{Sp} + \sum_{i=1}^{p-1} \rho_i E_{Si} + \sum_{i=p+1}^r \rho_i E_{Si} + \frac{\rho_k}{1 - \rho_k} E_{Sk}$

- ( 2. )

para  $k \leq p$

para  $k > p$

- La expresión ( 2. ) se utiliza para el cálculo de los tiempos de espera de esta investigación ante políticas de atención de prioridad sin interrupciones.

### 2.3 Resumen

- Entre las investigaciones citadas en la sección Revisión Bibliográfica, esta tesis se enmarca en los modelos de selección de equipos basados en indicadores de productividad de un sistema cíclico pala-camión para una operación minera a cielo abierto.
- Se desarrolla un modelo analítico basado en la teoría de colas, donde analiza el caso para una flota homogénea y heterogénea de camiones. Por su parte, el modelo analítico se define de dos etapas. La primera etapa corresponde al proceso de carguío (sistema M/G/1), con tiempos entre llegadas que distribuyen exponencial y tiempos de atención aleatorios que se rigen bajo una distribución general. Adicionalmente, se asume que el servidor (pala) tiene una capacidad de atención infinita.
- La segunda etapa agrupa los tiempos de viajes (ida/retorno) y tiempo de descarga. Estos tiempos se consideran conocidos, fijos e independientes de la clase de camión. De esta manera, la segunda etapa es modelada como un proceso con infinitos servidores, luego, cada camión que arribe puede ser atendido inmediatamente (viajar). El propósito de esto es aislar los efectos del proceso de carga para las diferentes clases de camiones.
- Luego, se prueban dos políticas de priorización en la atención del proceso de carga de camiones, la primera de ellas sin prioridades en la atención FCFS, y la segunda con prioridades de atención para un determinado tipo de camión cuando la flota es heterogénea.
- Finalmente, para un sistema compuesto por dos ciclos de transporte, se dimensiona y analiza la flota de camiones resolviendo para cada ciclo de forma independiente, como también de forma simultánea.



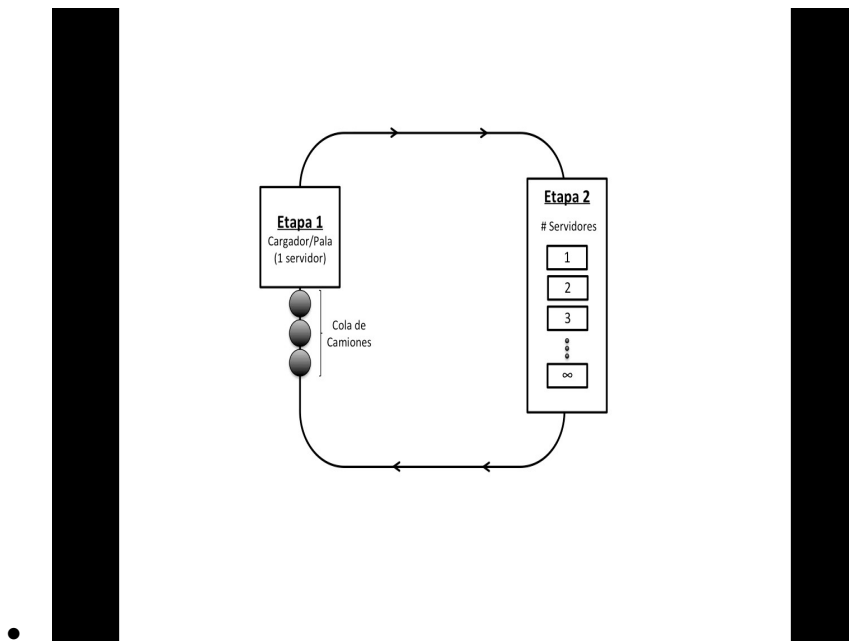
- El análisis de una política de atención con prioridades en el proceso de carga de camiones (descrito anteriormente), no ha sido estudiado en operaciones en minería a cielo abierto con anterioridad a esta publicación.

### 3 DEFINICIÓN DEL PROBLEMA

- En este capítulo se presenta el problema analizado en la investigación. En términos generales, consiste en determinar la flota para un ciclo de carguío y transporte en minería a cielo abierto, que minimice los tiempos perdidos en colas para cada uno de los diferentes tipos de camiones disponibles.

#### 3.1 Supuestos Principales

- En esta investigación se modela un sistema pala – camión a través de un sistema cíclico cerrado de dos etapas como muestra el esquema de la Figura 3.. Por su característica de sistema cerrado, se asume un número fijo de entidades que circularán en el sistema que corresponden a la flota de camiones bajo análisis. La flota se analiza para el caso homogéneo (vehículos idénticos) y para el caso heterogéneo, en que coexisten dos clases de camiones que difieren en capacidad.



- Figura 3. Sistema Pala-Camión de Dos Etapas

- En efecto, la etapa uno se compone de tres elementos: una cola, un servidor (en este caso corresponde al cargador o pala) y un lugar para la atención (zona de carga). Físicamente, la cola es un sistema de espera en línea frente a la unidad de carga y su largo máximo está acotado por el número de camiones en el sistema. La cola, se produce por los diferentes factores de aleatoriedad asociados a los procesos que componen el ciclo en general. Para esta investigación se asumen dos fuentes de variabilidad, la primera asociada a los tiempos entre llegadas y la segunda, a los tiempos de carga de los camiones. Ambas fuentes se analizarán en detalle más adelante.
- El segundo elemento, el cargador o pala, se caracteriza por una tasa de atención (camiones por unidad de tiempo) y una determinada disciplina de servicio. En la práctica, la atención o carga se define como el periodo de tiempo que transcurre entre el instante en que el camión se encuentra correctamente posicionado para ser cargado, y el instante de tiempo cuando dicho camión comienza a abandonar la zona de carga. Específicamente, el tiempo de carga se compone de un conjunto de ciclos del equipo de carguío: carga del balde, posicionamiento sobre la tolva del camión, descarga y retorno. Estos ciclos se definen como “pases”. Se asume que el número de pases por atención es ilimitado e implícitamente estos serán considerados como parte del tiempo de servicio. Este último, se rige bajo una distribución general de probabilidades cuyo valor esperado es conocido para cada clase de camión. Adicionalmente, para efectos de esta investigación, se asume que el tiempo de maniobra y aculatamiento están incluidos en el tiempo de atención.
- Asimismo se asumen dos posibles disciplinas de atención de camiones. La primera de ellas FCFS en la cual los camiones son cargados por orden de llegada a la cola (independiente de su clase), y la segunda, se basa en prioridades sin interrupción, es decir, se da prioridad de atención a los camiones según su clase, no obstante camiones de una misma categoría enfrentan una política de atención FCFS. El camión que está siendo atendido no se interrumpe hasta finalizar su proceso de carga.

- En relación al tercer elemento, aquel que se refiere a la zona de carga, se asume que no tiene restricciones de espacio físico para la cola de camiones. Su locación es fija y no varía durante el horizonte de tiempo del estudio.
- Por su parte, el tiempo que transcurre entre la llegada de un camión a la cola y el que lo precede se denomina, tiempo entre llegadas. Éste es de carácter aleatorio y se asume que distribuye exponencial.
- La etapa dos del sistema (ver Figura 3.) se asume que agrupa todos los procesos asociados al transporte, excluyendo el carguío (etapa uno), y se compone de: el transporte del material, la descarga y el retorno del camión al punto de carguío. Cada uno de los procesos anteriores tiene asociado un tiempo de ejecución de naturaleza estocástica, sin embargo en esta tesis se asumen fijos, conocidos e independientes de la clase de camión. En ese sentido, la etapa dos se modela como un sistema infinito de servidores cuyos tiempos de atención son la suma de los tiempos mencionados anteriormente. Luego, todo camión una vez cargado inicia su viaje sin incurrir en demoras.
- Respecto a la de demanda del sistema, esta se basa en el Plan Mina, donde se indica la cantidad de toneladas de roca a transportar desde cada uno de los diferentes sectores de extracción en diferentes horizontes de tiempo (corto, mediano y largo plazo). Si bien existen variados tipos de roca con diferentes características físicas, químicas y mineralógicas, en la operación del carguío y transporte se suelen agrupar en dos. Por un lado, la roca de alta ley que contiene el mineral (producto) cuyo destino son las plantas de procesamiento o pilas de almacenamiento, y por otro, la roca de baja ley, llamada estéril o lastre cuyo destino son los lugares asignados como botaderos. Adicionalmente, existen diferentes parámetros asociados a cada roca que permiten estimar la equivalencia entre volumen y peso (densidad esponjada).

- En la realidad, la demanda tiene asociados diversos factores de incertidumbre que provocan variaciones en la planificación original. Por ejemplo, variaciones en la granulometría de la roca a cargar y transportar producto de cambios en el proceso de tronadura, variaciones en el rendimiento de las plantas de chancado, cambios en los niveles de las pilas de seguridad frente a las plantas de chancado, etc. Para efectos de la modelación presentada, se considera una demanda fija de toneladas de roca estándar, por hora de operación.
- Otro supuesto importante en esta investigación es la continuidad de las operaciones (sin interrupciones de ningún tipo). Se asume un 100% de disponibilidad, utilización y aprovechamiento para la flota de equipos de carguío y de transporte. Luego, el tiempo de mantenimiento de los equipos es nulo. Adicionalmente, restricciones asociadas a los recursos humanos no son consideradas, por ejemplo la gestión de las horas hombre bajo modalidades de sistemas de turnos.
- Finalmente, se asume que todos los rendimientos que se presentan en esta investigación se consideran efectivos, es decir, como el promedio de unidades de producción realizadas por el equipo en cada unidad de tiempo efectivo de operación.

### **3.2 Preliminares y Parámetros del Problema**

- Con el fin de presentar el problema analizado en esta tesis, se utilizará la siguiente notación para describir los elementos del sistema.

- El conjunto de cargadores o palas (desde ahora palas) es  $I$ ,  $I=1,2,\dots,m,\dots,M$ , y se

denotan por un subíndice  $i=0,1,2,\dots,M$ . Los diferentes destinos posibles de la

carga (plantas chancadoras, botaderos, etc.) se designan como  $H$ ,  $H=1,2, \dots,u,\dots,U$

y se denotan por un subíndice  $j=0,1,2,\dots,U$ . Cada uno de los diferentes orígenes  $i$

y destinos  $j$  se ubican en una determinada locación en el espacio Euclidiano.

Luego, es posible definir un conjunto de palas del conjunto  $I$  a un determinado

destino en común  $j \in H$ . Los subconjuntos de palas con un destino común  $j$  se

denominan como  $I_j$ , donde  $I = I_1 \cup I_2 \cup \dots \cup I_j \cup \dots \cup I_U$ .

- La flota de camiones se define por el conjunto  $\aleph$ ,  $\aleph = 1, 2, \dots, n, \dots, N$ . Algunos

camiones presenta características comunes en cuanto a costos y parámetros operacionales que permiten su agrupación en diferentes clases. El subíndice

$k = 1, 2, \dots, r$  indica la clase de cada uno de estos según su capacidad. Luego, todo

camión pertenece un subconjunto  $\aleph_k$ , donde  $\aleph \equiv \aleph_1 \cup \aleph_2 \cup \dots \cup \aleph_k$ .

- Asimismo, cada pala  $i$  sirve un proceso de carga o demanda independiente. En

general, se asume que cada pala  $i$  enfrenta un proceso de Poisson de llegada de camiones, cuya cantidad a demandar es fija y determinada por la capacidad en

toneladas  $\gamma_k$  de cada uno de estos. El tiempo entre llegadas de cada camión se

asume independiente e idénticamente distribuido dado por la variable aleatoria

$X_{ijk}$  para camiones de clase  $k$  en la pala  $i$  provenientes de  $j$ . Luego el valor

esperado de  $X_{ijk}$  esta dado por la ecuación ( 3. ).

$$\bullet \quad E X_{ijk} = \lambda_{ijk} \quad \bullet \quad ( 3. )$$



- Donde  $\lambda_{ijk}$  representa la tasa esperada de llegadas de camiones de una

determinada clase  $k$  por unidad de tiempo en cada punto de carguío  $i$  provenientes

de  $j$ . En este caso particular, la unidad de medida de la tasa de llegada son camiones por minuto.

- Análogamente, el tiempo de atención de cada pala  $i$  para un camión de clase  $k$

esta dado por la variable aleatoria  $S_{ik}$ , que se rige bajo una distribución general

cuyos valores se asumen independientes e idénticamente distribuidos. Luego el

valor esperado de  $S_{ik}$  esta dado por la ecuación ( 3. ).

$$\bullet \quad ES_{ik} = 1\mu_{ik} \quad \bullet \quad (3.)$$

- Donde  $\mu_{ik}$  representa el número esperado de camiones de clase  $k$  que son

cargados por unidad de tiempo en cada punto de carguío  $i$ . En este caso particular la unidad de medida de la tasa de atención son camiones cargados por minuto.

Adicionalmente, cada subconjunto  $\mathcal{N}_k$  tiene asociada una prioridad de atención en

cada punto de carga  $i$ . La prioridad difiere entre cada subconjunto  $\mathcal{N}_k$ , pero es

igual para cada camión que lo conforma. Por convención, a menor número del

subíndice  $k$ , mayor la prioridad de su clase. Por tanto, el valor esperado del

tiempo en cola para un camión de clase  $k$  en la pala  $i$  se define por  $W_{ik}$  en condiciones de estado de régimen.

- En relación a la demanda de cada destino  $j$  se asume independiente y se define

como  $\Phi_j$ . Las unidades de medida son toneladas por hora de operación.

- Por otra parte, el tiempo de ciclo de un camión de clase  $k$  entre una pala  $i$  y un

destino  $j$  se define como  $T_{ijk}$ . Este tiempo de ciclo se compone por el tiempo

esperado de espera en cola  $W_{ik}$ , tiempo esperado de atención  $1/\mu_{ik}$ , tiempo de

tiempo de viaje cargado  $t_{ijk}$ , tiempo de descarga  $t_{jk}$  y tiempo de viaje descargado

(retorno)  $t_{jik}$ . La unidad de medida de los tiempos es minutos.

- Finalmente, se establece un parámetro de costo por unidad de tiempo perdido

asociado a cada clase de camión  $k$  para un determinado ciclo entre una pala  $k$  y un

destino  $j$ . En teoría, cada camión de clase  $k$  puede alcanzar un rendimiento

máximo de toneladas a transportar por unidad de tiempo, bajo condiciones óptimas de operación en un determinado ciclo. En este caso se consideran condiciones óptimas de operación cuando el tiempo de espera en cola es cero para

un camión de clase  $k$  en un ciclo entre  $(i,j)$ . Luego, el parámetro de costo es

equivalente al número de toneladas por unidad de tiempo que se dejan de

transportar (costo de oportunidad) en caso de existir condiciones óptimas de operación. Se define como  $c_{ijk}$ .

### 3.3 Variables de Decisión, Restricciones Principales y Función Objetivo

- La variable decisión del problema que se presenta en esta tesis corresponde al

valor esperado de la tasa de llegada de camiones de una determinada clase  $k$  a una

pala  $i$  provenientes de  $j$  ( $\lambda_{ijk}$ ). La variable de decisión permite determinar la flota

$x_{ijk}$  a operar en un determinado ciclo  $(i,j)$  para una determinada clase  $k$  en

condiciones de estado de régimen.

- Las principales restricciones que se deben cumplir en el sistema son:

- La tasa de llegada para cualquier clase de camión es siempre no negativa, i.e.

$$0 \leq \lambda_{ijk}, \text{ para } (i,j) \in \Omega, \text{ y } \forall k.$$

- La tasa de atención es siempre no negativa, i.e.  $0 \leq \mu_{ik}$ , para  $i \in I$  y  $\forall k$ .

- La sumatoria de toneladas por hora a transportar en cada ciclo  $i,j \in \Omega_j$  debe ser

mayor o igual a la demanda del sistema  $\Phi_j$ ,  $\forall j \in H$ .

- La suma de los valores esperado de la tasas de llegada de camiones de cualquier

clase  $k$  a una determinada pala  $i$ , deben ser menores al valor esperado de la tasa de

atención de esa misma pala.

- El valor esperado de los tiempos de espera de cada camión deben ser no negativos.
- El objetivo es minimizar los tiempos perdidos del sistema por concepto de esperas en colas.
- En el capítulo siguiente se presentan en detalle los modelos que resuelven el problema en cuestión.

#### 4 MODELOS Y ESTRATEGIAS DE RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA

- En este capítulo se presentan las diferentes aproximaciones utilizadas para resolver el problema de dimensionamiento de flota planteado en el Capítulo DEFINICIÓN DEL PROBLEMA. La primera de ellas es el modelo denominado como *Match Factor*, desde ahora abreviado como MFA y modelo *benchmark* de esta investigación. En segundo lugar, se presenta el modelo analítico base de esta investigación, el cual se analizan bajo dos enfoques o estrategias diferentes en relación a la política de atención de los camiones. La primera de ellas considera una política de atención FCFS en cada punto de carga y la segunda de prioridades sin interrupción para los mismos puntos.

##### 4.1 Modelo *Match Factor* (MFA)

- Como se mencionó, el MFA es el modelo a considerar como *benchmark* en esta investigación y su marco teórico se puede consultar en la sección Factor de Acoplamiento (“Match Factor”) de este documento.
- En la expresión ( 2. ) se muestra la forma generalizada del MFA, de la cual es posible despejar la variable asociada al número de camiones, valor que se define por la expresión ( 4. ).

$$\bullet \quad x_{ij} = M F_{ij} \times (1/\mu_i + t_{ij} + t_j + t_{ji}) / (1/\mu_i), \quad \forall i, j \in \Omega \quad \bullet \quad (4.)$$



- Donde  $N_{ij}$  es el número de camiones asignados al ciclo  $(i,j)$ ,  $MF_{ij}$  es el factor de acoplamiento,  $\mu_i$  el tiempo promedio de carga de la pala  $i$ ,  $t_{ij}$  el tiempo de viaje con carga entre el origen  $i$  y el destino  $j$ ,  $t_{ji}$  el tiempo de viaje promedio de retorno y  $t_j$  el tiempo promedio de descarga en el destino  $j$ . Todos los parámetros anteriores son independientes de la clase  $k$  del camión. Además, no se incluyen tiempos de espera en cola.

- Dado que el número de camiones es variable, se asume que el calce entre las productividades de las palas y las flotas son los óptimos, luego el valor del factor

de acoplamiento  $MF_{ij}$  tiene valor uno para todo par  $i, j \in \Omega$ .

- En la práctica se utilizan versiones modificadas del MFA. En esta tesis se definirá

como MFAW a aquella que incluye un tiempo promedio de espera en cola  $W_i$  en

el ciclo de carga del equipo de carguío. Luego, el número de camiones esta determinado por la expresión ( 4. ).

$$\bullet \quad \kappa_{ij} = MF_{ij} \times (1/\mu_i + t_{ij} + t_j + t_{ji} + W_i) / (1/\mu_i), \quad \forall i, j \in \Omega \quad \bullet \quad (4.)$$

- La inclusión del tiempo de espera promedio tiene como fin el no subestimar el tiempo de ciclo del camión.
- Tanto el modelo MFA, como el modelo MFAW serán la base de comparación de los modelos propuestos en esta investigación.

## 4.2 Modelo Analítico con Congestión en el Origen

- En esta sección se presenta la formulación matemática del modelo analítico propuesto en esta investigación que se denomina ANA. El modelo ANA aborda los objetivos planteados en el Capítulo INTRODUCCIÓN, es decir, la construcción de un modelo analítico que permita el análisis de diferentes configuraciones de flotas de camiones homogéneas o heterogéneas, y el análisis de estrategias de prioridades de atención en el punto de carga.
- Las dos estrategias de operación abordan diferentes políticas de atención de camiones en el punto de carga. La primera estrategia considera que los camiones se atienden por orden de llegada (FCFS), es decir sin prioridad al momento de llegar al punto de carga; y la segunda estrategia considera prioridades en la atención según una clase de camión previamente definida. La primera estrategia se denomina como NPRI y la segunda estrategia como WPRI.
- Es importante mencionar, que el modelo ANA es un modelo de múltiples objetivos en el cual se busca minimizar los tiempos de espera en cola y maximizar el rendimiento en toneladas del sistema considerando múltiples ciclos de carga que tienen un mismo punto de destino, luego la flota entre ciclos es común.
- Específicamente la formulación se plantea como un modelo de minimización de los tiempos de espera en cola de cada camión sujeta a una restricción de rendimiento mínimo del sistema. La variable de decisión del modelo se denota

por  $\lambda_{ijk}$  y corresponde a la tasa de llegada de camiones de clase  $k$  por minuto en

un determinado ciclo  $(i,j)$ .

- El costo asociado a la función objetivo corresponde al costo de oportunidad en toneladas por minuto a transportar para un determinado camión en condiciones

ideales de operación para un determinado ciclo  $i,j$ . Para el cálculo de este valor se

asume que la distancia entre las pala  $i$  y el destino  $j$  es fija para todos los ciclos

$(i,j)$ , además de una velocidad fija para cada clase de camión, por lo cual los

tiempos de viaje se consideran fijos e iguales para todo tipo de camión de clase  $k$ .

También, se asume que el camión es cargado a capacidad en cada una de las atenciones. Luego, bajo condiciones ideales el costo se puede asumir como un

parámetro fijo asociado al ciclo  $(i,j)$ .

#### 4.2.1 Formulación Matemática ANA

- Las variables de este modelo son:
  - $\lambda_{ijk}$  : tasa de llegada de camiones de clase  $k$  a la pala  $i$  hacia el destino  $j$ . (camiones/minuto)
- $W_{ik}$  : tiempo de espera en minutos para una camión de clase  $k$

en la pala  $i$ .

- $\rho_{ik}$  : factor de utilización de la pala  $i$  para un camión de clase  $k$ .
- : tiempo esperado de ciclo en minutos del camión de clase  $k$

- $T_{ijk}$

entre la pala  $i$  y el destino  $j$  considerando tiempos de

espera.

- En adición, los parámetros de este modelo son:
  - : cantidad máxima de toneladas a transportar en el ciclo

- $c_{ijk}$

$(i,j)$  para un camión de clase  $k$ .

- $\mu_{ik}$  : número esperado de camiones de clase  $k$  cargados por

minuto en una pala  $i$ .

- : varianza del tiempo de carga de la pala  $i$  para un camión

- $\sigma(S_{ik})^2$

de clase  $k$ .

- : tiempo de viaje en minutos del camión de clase  $k$  desde la

- $t_{ijk}$

pala  $i$  hasta el destino  $j$ .

- : tiempo de descarga en minutos del camión de clase  $k$  en el

- $t_{jk}$

destino  $j$ .

- $T_{Fijk}$

- : tiempo esperado de ciclo en minutos del camión de clase  $k$

entre la pala  $i$  y el destino  $j$  sin considerar tiempos de espera.

- $\gamma_k$  : capacidad en toneladas del camión de clase  $k$ .
- $\Phi_j$  : demanda en toneladas por hora para el destino  $j$ .

- Luego la formulación del problema es para un determinado destino  $j \in H$  es:

$$\bullet \quad \text{Min } \pi_j := \sum_{k=1}^{r60} \sum_{i \in I_j} c_{ijk} \cdot W_{ik} \lambda_{ik} \quad \bullet \quad (4.)$$

$$\bullet \quad \sum_{k=1}^{r60} W_{ik} \lambda_{ik} = \Phi_j \quad \forall i \in I_j$$

$$\bullet \quad \sum_{k=1}^{r60} \gamma_k T_{Fijk} \cdot W_{ik}(\lambda_{ik}) \cdot \lambda_{ik} \leq \gamma_k \quad \forall j \in H \quad \bullet \quad (4.)$$

$$\bullet \quad \sum_{k=1}^{r60} \gamma_k T_{Fijk} \cdot W_{ik}(\lambda_{ik}) \cdot \lambda_{ik} \leq \gamma_k$$



- *Sujeto a:*
  - $\rho_{ik} = \lambda_{ik} \mu_{ik}$  • (4.)
  - $0 \leq \rho_{ik} < 1$  • (4.)
  - $TF_{ijk} = 1 \mu_{ik} + t_{ijk} + t_{jk} + t_{jik}$  • (4.)
  - $T_{ijk} = W_{ik} + TF_{ijk}$  • (4.)
  - $\forall i \in I_j \quad k=1,2, \dots, r$  • (4.)
  - $\forall i \in I_j \quad k=1,2, \dots, r$  • (4.)
  - $\forall i \in I_j \quad k=1,2, \dots, r$  • (4.)
  - $\lambda_{ik} \geq 0$  • (4.)

...,r

• , $\forall i \in I_j$  ; $k=1,2,$

•  $W_{ik} \geq 0$

• ( 4. )

...,r

- La función objetivo ( 4. )-( 4. ) minimiza la suma total de los tiempos de espera en

los distintos orígenes  $i \in I_j$  para un determinado destino  $j$  sin considerar costos de

operación. El parámetro de costo se define como las toneladas por minuto que se dejan de transportar producto de los tiempos de espera asociados al proceso de

carga para un determinado ciclo  $(i,j)$ . Luego el valor  $\pi_j$  de la función objetivo se

define como la pérdida en toneladas por hora por conceptos de demora para el sistema determinado por el destino  $j$ . Dado que el valor de los tiempos de espera

$W_{ik}$  depende de la política de atención a utilizar (estrategia) su expresión se

define en la sección Error: Reference source not found.

- La ecuación ( 4. ) establece que el factor de utilización está dado por el cociente entre la tasa de llegada y la tasa de atención de la pala para un camión de una determinada clase. Luego, la restricción ( 4. ) asegura la convergencia en el estado de régimen para el conjunto de camiones que arriban a una determinada pala.
- Las ecuaciones ( 4. ) y ( 4. ) hacen referencia a tiempos de ciclo. La diferencia radica en que la segunda incluye los tiempos de espera asociados al proceso de carga.
- La restricción ( 4. ) asegura un mínimo de demanda por hora del sistema o ciclo.
- Finalmente, las restricciones ( 4. ) y ( 4. ) son de no negatividad de las variables.

### **4.3 Estrategias de Operación y Tiempos de Espera**

- La estructura matemática del modelo ANA presentada en la sección En esta sección se presenta la formulación matemática del modelo analítico propuesto en esta investigación que se denomina ANA. El modelo ANA aborda los objetivos planteados en el Capítulo INTRODUCCIÓN, es decir, la construcción de un modelo analítico que permita el análisis de diferentes configuraciones de flotas de camiones homogéneas o heterogéneas, y el análisis de estrategias de prioridades de atención en el punto de carga. es equivalente para las estrategias previamente definidas como NPRI y WPRI. Sin embargo, dado que la estrategia tiene un impacto directo en el valor del tiempo de espera asociado a cada clase de camión en estado de régimen se definen expresiones diferentes para cada caso.
- Por lo tanto, a la formulación matemática del modelo ANA se debe agregar la ecuación ( 4. ) cuando se establece una estrategia del tipo NPRI.



ak

- A continuación en el Capítulo EXPERIMENTOS Y RESULTADOS se definen diferentes experimentos para el problema en cuestión los cuales serán resueltos utilizando los modelos presentados en el presente capítulo bajo las diferentes estrategias de operación. Adicionalmente, se presenta un análisis comparativo de los diferentes resultados obtenidos para cada caso.

-

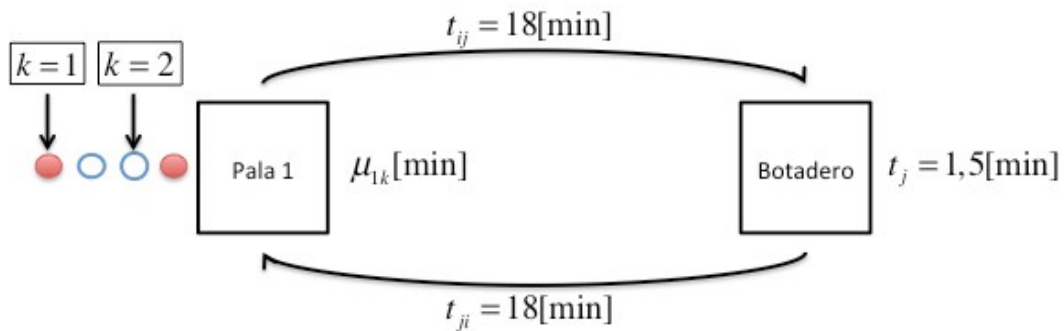
## 5 EXPERIMENTOS Y RESULTADOS

- En el presente capítulo se muestran los experimentos diseñados para evaluar y comparar los diferentes modelos y estrategias de operación descritos en el capítulo anterior.
- Específicamente, para cada uno de los experimentos se realiza una descripción general del escenario y su respectiva definición de parámetros. Luego, se resuelve con el modelo establecido como *benchmark* y finalmente con el modelo analítico planteado en esta investigación. Para el modelo analítico se evalúan las dos políticas de atención de camiones propuestas en esta tesis.
- Ambos modelos son resueltos con el lenguaje computacional MATLAB (v2010) y, específicamente para el modelo analítico, se utiliza el algoritmo “fmincon” incluido en éste mismo. El algoritmo es utilizado para resolver problemas multidimensionales de minimización, con restricciones generales sobre las variables de decisión.
- La notación utilizada en esta sección es la siguiente: experimento uno (E1) y experimento dos (E2); modelo analítico (ANA), modelo *benchmark* (MFA) y modelo *benchmark* modificado (MFAW); estrategia de atención sin prioridades (NPRI) y estrategia de atención con prioridades (WPRI). Adicionalmente se utiliza la notación (WPRIB) donde se intercambia la prioridad entre las clases de camiones existentes.
- Finalmente, para cada experimentos se realiza un análisis de resultados en el cual se compara el *performance* de cada uno de los modelos y estrategias para los diferentes experimentos establecidos.

## 5.1 Primer Experimento de Prueba (E1)

### 5.1.1 Descripción General y Parámetros - E1

- El experimento E1 consiste en un ciclo cerrado entre una pala y un botadero como se muestra en la Figura 5.. En este ciclo circulan dos clases de camiones cuyas capacidades efectivas de carga son 240 toneladas para camiones de clase 1 y 150 toneladas para camiones de clase 2. Para ambas clases de camiones se asume que las velocidades de operación cuando estos viajan cargados como descargados, son iguales e independientes de su clase. Dado lo anterior, se asume un tiempo fijo de viaje de 18 minutos entre la pala y el botadero, y viceversa.
- El botadero se asume con una capacidad de descarga infinita, luego en este punto no se generan colas. Adicionalmente, el tiempo de descarga se asume fijo para todo tipo de camión con un valor de 1,5 minutos.
- En cuanto a la pala se asume un tiempo esperado ciclo o pase de carga de 45 segundos para una capacidad de balde de 50 toneladas. Luego, los tiempos de carga son aleatorios para cada clase de camión que distribuyen general. Para camiones de clase 1, la media es de 3,6 minutos, con una desviación estándar de 0,8 minutos y, para camiones de clase 2 una media de 2,4 minutos con una desviación estándar de 0,6 minutos .

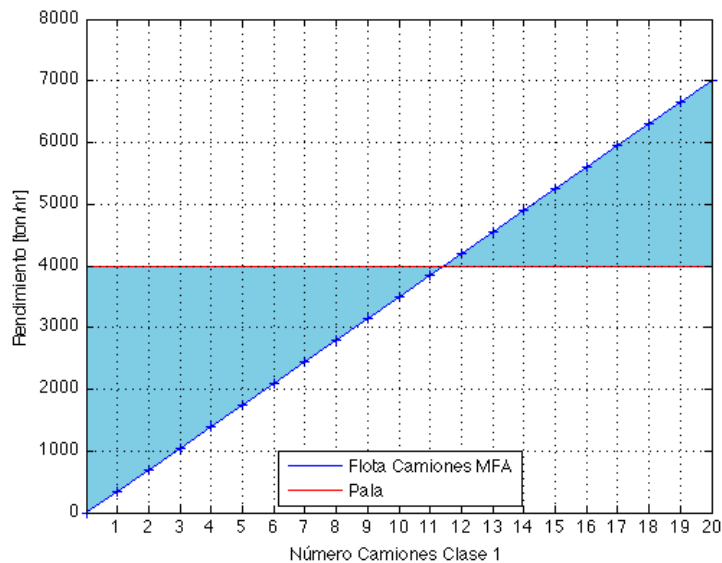


- Figura 5. Esquema Primer Escenario (E1)
- El parámetro de costo asociado a cada clase de camión, corresponde al costo de oportunidad expresado como las toneladas transportadas por cada clase de camión bajo condiciones ideales de operación, en otras palabras, a las toneladas posibles de transportar por cada camión sin demoras en su ciclo. Luego, se asume que el parámetro de costo  $c_{ijk}$  es de 5,8 toneladas por minuto para un camión de clase 1 y 3,8 toneladas por minuto para un camión de clase 2.
- Finalmente, y dado que un minuto de operación de clase 1 cuesta aproximadamente un 55,3% más que uno de clase 2, bajo una política de prioridad se asume que el camión de clase 1 tiene preferencia por sobre el camión de clase 2.



### 5.1.2 Modelos *Benchmark* MFA y MFAW en E1

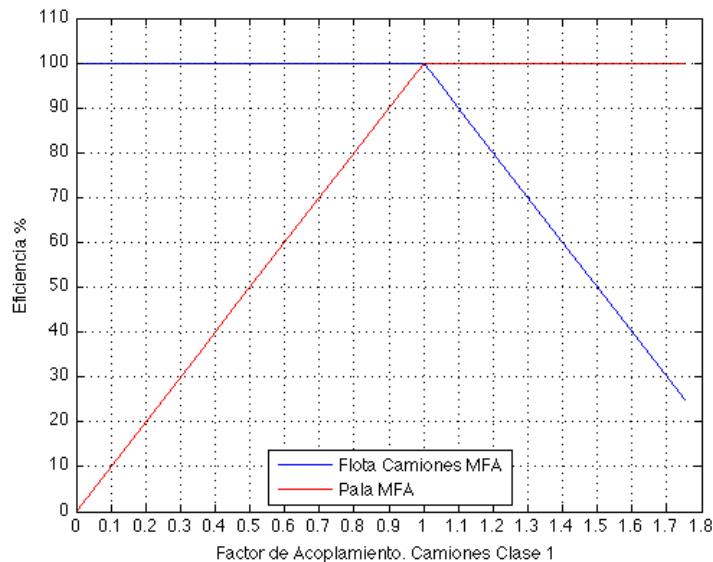
- A través del modelo *benchmark* de esta investigación se compara la capacidad teórica de productividad de la unidad de carguío con la capacidad teórica de rendimiento de la flota de transporte para diferentes tamaños de flotas.
- Primero, se resuelve para diferentes tamaños de flotas homogéneas de camiones de clase 1 para una productividad máxima del sistema (capacidad de la pala) de 4.000 toneladas por hora. El valor de la productividad máxima del sistema se calcula en base al valor esperado en minutos por un pase o ciclo de la pala, por la capacidad del balde en toneladas descritos en la sección anterior.



- Figura 5. Tamaño Flota vs Rendimiento. Modelo MFA - Clase 1. (E1)
- En la Figura 5. se muestra la relación entre el rendimiento a capacidad de la flota de camiones cuando esta varía entre 0 camiones y 20 camiones para el modelo MFA. La línea de color rojo (horizontal) corresponde a la productividad máxima de la pala y la línea punteada de color azul indica la productividad a capacidad de las respectivas flotas. Existe un punto teórico a los 11,8 camiones donde existe un

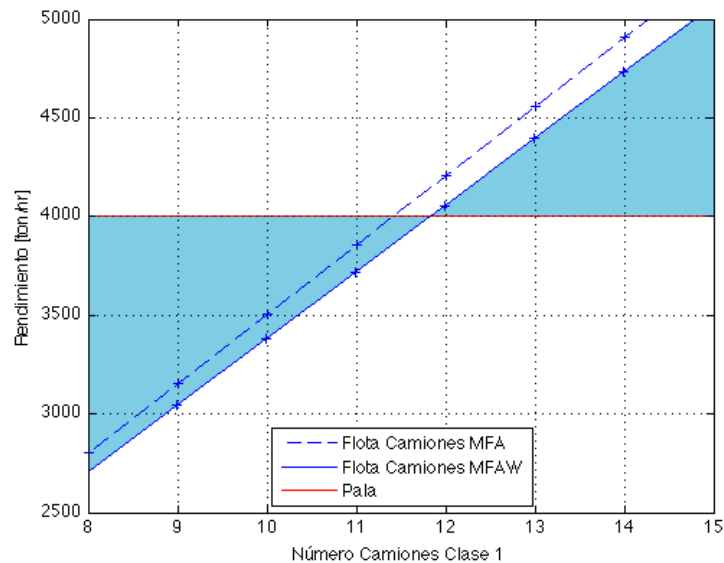
calce entre ambas productividades, este corresponde al punto de acoplamiento. Si se utilizan menos camiones, hay un exceso de capacidad de la pala representada por el área sombreada inferior a la línea horizontal. Por otro lado, si se utiliza un número mayor de camiones, existe un exceso de capacidad de transporte cuya pérdida de productividad esta representada por el área sombreada superior a la línea horizontal.

- En la Figura 5. se muestra el porcentaje de eficiencia de cada unidad productiva en términos del valor del factor de acoplamiento. Un factor de acoplamiento 1,0 es el punto de coincidencia perfecta entre las productividades y, por consecuencia, el punto de máxima eficiencia tanto para la pala, como para la flota de camiones. Si el factor de acoplamiento es menor que 1,0, entonces hay un exceso de capacidad de la pala, lo cual indica una eficiencia del 100% para la flota de transporte y una eficiencia menor para la unidad de carga. Por otra parte, con un factor de acoplamiento mayor que 1,0, la eficiencia de la pala es un 100% y la eficiencia de la flota de camiones menor.

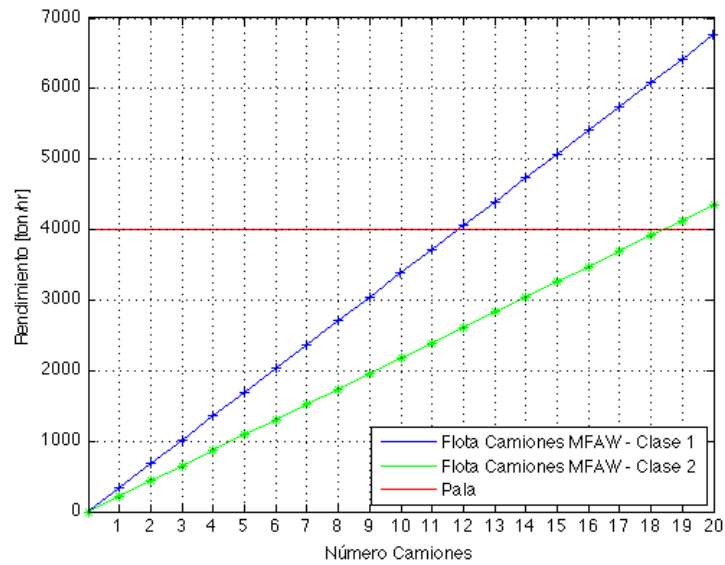


- Figura 5. Factor de Acoplamiento vs % Eficiencia. Modelo MFA - Clase 1. (E1)

- Es importante mencionar que este indicador es válido como medida de productividad siempre cuando los tiempos de ciclo no varíen y, los camiones se distribuyan de manera uniforme en el ciclo.
- En la Figura 5. se muestra la comparación entre el modelo MFA y la versión modificada MFAW, al cual se le adiciona un tiempo de espera fijo a cada camión, luego, el rendimiento de la flota difiere en un porcentaje constante sobre la capacidad teórica. En el experimento E1 la productividad el modelo MFA sobreestima el rendimiento de la flota en un 4% en comparación a la estrategia MFAW.



- Figura 5. Tamaño Flota vs Rendimiento. Modelo MFA vs MFAW - Clase 1. (E1)
- Adicionalmente, tanto el modelo MFA, como el modelo MFAW sobreestiman los rendimientos reales al no considerar los efectos de las aleatoriedades propias del sistema.



- Figura 5. Tamaño Flota vs % Rendimiento. Modelo MFWA. Clase 1 vs Clase 2.  
(E1)

- Por otro lado, con el fin de visualizar las diferencias entre las dos clases de camiones se resuelve bajo el modelo MFAW para una flota homogénea de camiones de clase 2. En la Figura 5. se muestra la diferencia en productividades para la flota de camiones según clases. Aún cuando el tiempo de ciclo del camión de clase 2 es menor (menor tiempo de carga) que el de clase 1 la productividad es menor para todo el rango de variación del tamaño de la flota.

### 5.1.3 Modelo ANA Estrategia NPRI y WPRI en E1

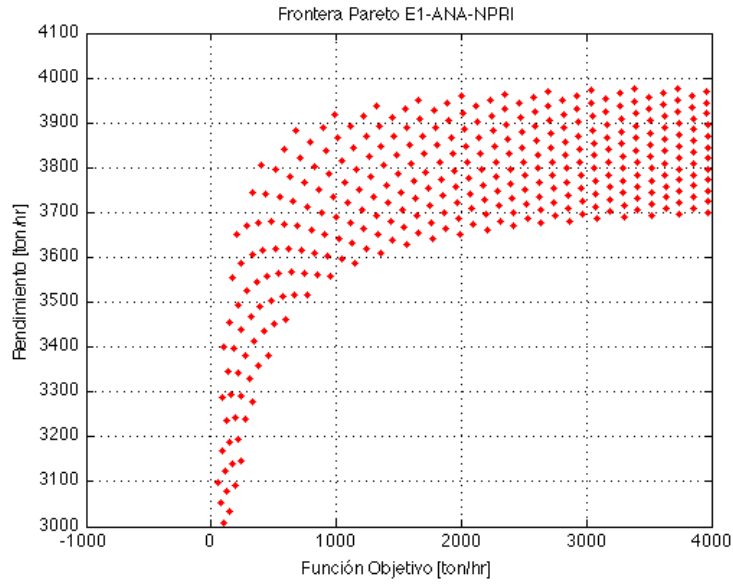
- Como se menciona en la Sección MODELOS Y Estrategias de resolución DEL PROBLEMA, el modelo que se presenta en esta tesis es multi-objetivo. Por un lado se busca minimizar los tiempos de espera y, por otro maximizar el rendimiento de toneladas transportadas por el sistema. Adicionalmente, se suma como restricción del problema que el número de camiones debe ser un número entero.

- Dado que el espacio de soluciones factibles de interés es reducido, es posible resolver el problema a través de un método de búsqueda exhaustiva. Para ello el

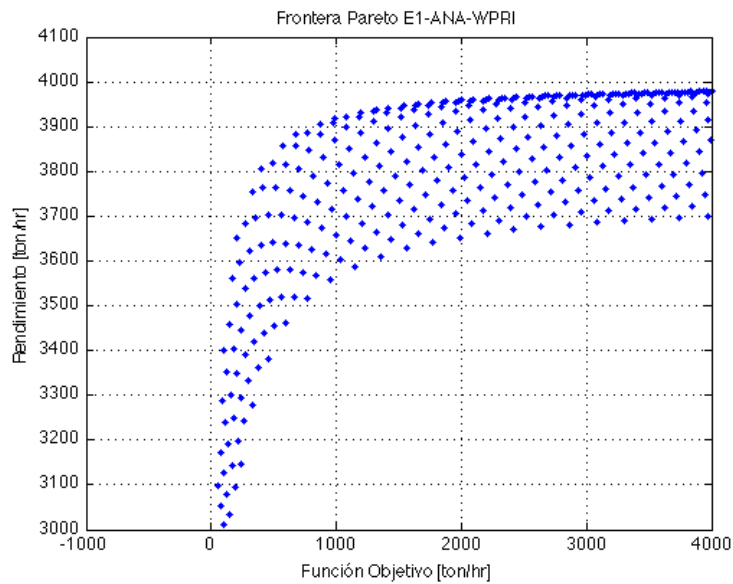
espacio factible de soluciones para el experimento E1 se define como  $\mathbb{N}1 \in 0...50$  y

$\mathbb{N}2 \in 0...50$  con un total de 2.601 soluciones factibles.

- En la Figura 5. se muestra una porción, para fines ilustrativos, de la curva de Pareto para el conjunto de soluciones factibles mencionadas en el párrafo anterior bajo la estrategia de operación NPRI, donde el eje de las abscisas corresponde al valor de la función objetivo expresado en toneladas horas (pérdida de producción por tiempos de espera) y el eje de las ordenadas el rendimiento del sistema para un determinada flota de camiones.
- Análogo a la estrategia NPRI, en la Figura 5. se muestra la curva de Pareto y el espacio de soluciones factibles para la estrategia WPRI.
- Es importante destacar que para ambas estrategias y, a diferencia del MFA o MFWA, las soluciones factibles corresponden a rendimientos efectivos que en ningún caso alcanza la productividad teórica de la pala.



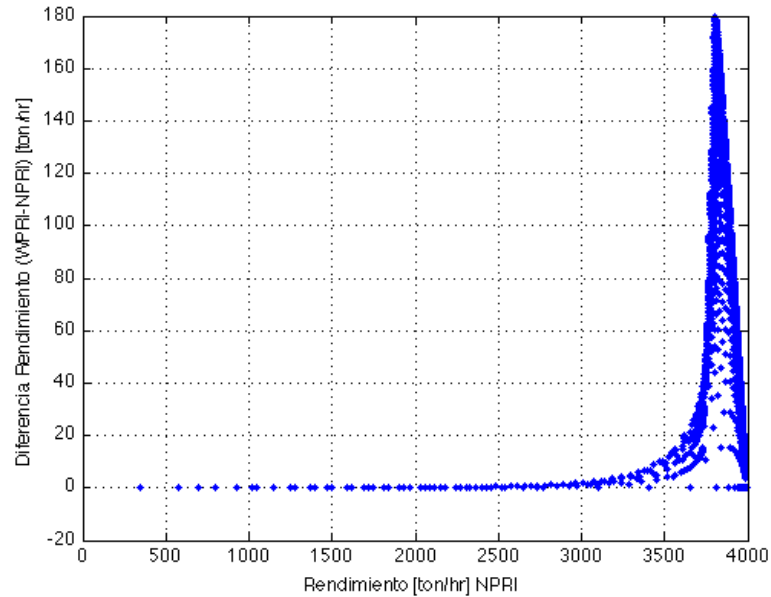
- Figura 5. Frontera de Pareto ANA NPRI E1



- Figura 5. Frontera de Pareto ANA WPRI E1

- Al comparar los rendimientos obtenidos para una misma flota aplicando ambas estrategias de operación se obtiene que la estrategia con prioridades en la atención WPRI genera beneficios en términos de rendimientos cuando la flota es

heterogénea. En la Figura 5. se observa que la diferencia entre el rendimiento de la estrategia WPRI y NPRI es positiva para todo el conjunto de soluciones factibles.



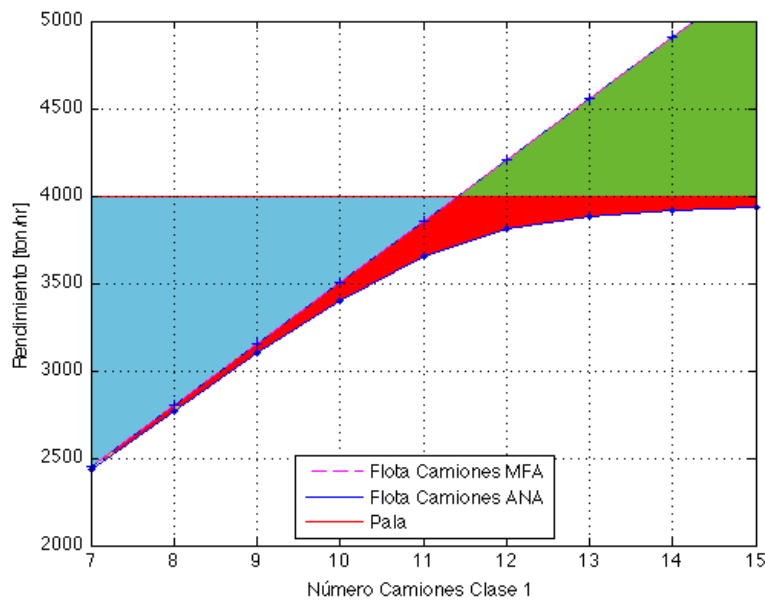
- Figura 5. Diferencia de Rendimientos ANA para Estrategias WPRI y NPRI en E1
- Analizando el valor de la función objetivo, se observa que para todos los casos el costo de operar bajo una estrategia de prioridades WPRI es inferior al costo de operar bajo una estrategia NPRI. En la Figura 5. se observa a través de un gráfico de curvas de nivel como la diferencia de costos entre NPRI y WPRI es positiva para todo el espacio de soluciones factibles. Para comprobar la correcta elección de la prioridad se resolvió el modelo considerando como prioridad la clase de camiones número 2 (WPRIB). Luego comparando el valor de la función objetivo para WPRIB bajo una estrategia NPRI se observa (ver Figura 5.) que la diferencia es negativa para todo el rango de soluciones factibles, por lo que es posible comprobar empíricamente que bajo una estrategia de prioridades se obtienen menores costos siempre cuando la elección de la clase prioritaria sea la correcta.





#### 5.1.4 Análisis de resultados E1

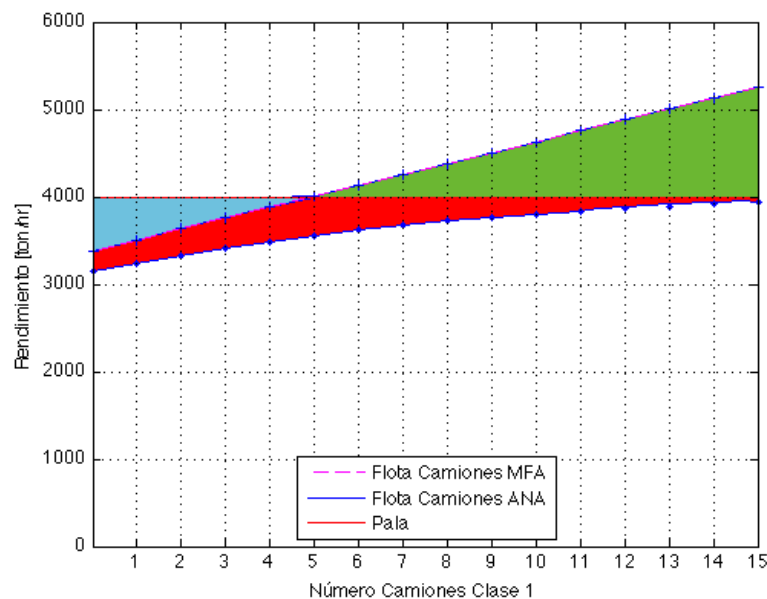
- Al comparar el modelo analítico ANA contra el modelo MFA, se observa que éste último subestima las pérdidas de rendimiento de la flota de camiones asociadas a un ciclo, al no considerar los efectos de la congestión.
- En la Figura 5. se muestra la gráfica que relaciona los rendimientos en toneladas horas versus el tamaño de una flota de transporte homogénea de camiones de clase 1. Los rendimientos que se obtienen a través del modelo MFA son equivalentes a las capacidades teóricas de las flotas de camiones en ausencia de congestión (desde ahora rendimientos teóricos). Por otra parte, los rendimientos del modelo ANA presentan incrementos decrecientes al aumentar la flota de camiones, producto de los efectos de la congestión. Los rendimientos que se obtienen al considerar los efectos de la congestión se denominan rendimientos efectivos en esta investigación.



- Figura 5. Comparación de Rendimientos y Pérdidas Modelo ANA vs MFA. Flota Homogénea Clase 1.

- De forma análoga a la Figura 5., existen pérdidas asociadas a las diferencias de productividades entre la pala y la flota de camiones. Específicamente en la Figura 5., de color celeste se muestra la pérdida de rendimiento para el modelo MFA al comparar capacidad teórica de la pala con la capacidad teórica de la flota y, por otro lado, de color verde la pérdida de rendimiento cuando existe un exceso de capacidad teórica de la flota de camiones en comparación al rendimiento teórico de la pala. Luego, el área de color rojo, representa las pérdidas en rendimiento del modelo ANA, generadas por las diferencias de productividad entre la flota de camiones y la pala, bajo el fenómeno de la congestión. Producto de la congestión, para cualquier tamaño de flota de camiones, la productividad de ésta no supera la productividad de la pala.
- Como se menciona anteriormente, en minería a cielo abierto es común utilizar el modelo MFA al momento de estimar el tamaño de la flota de transporte. Para ello se seleccionan aquellos tamaños de flota con factores de acoplamiento de uno o superiores, de tal forma de saturar el equipo de carguío y, por lo tanto asegurar la máxima productividad de extracción desde el punto de carga. Como se observa en el ejemplo de la Figura 5., la diferencia del rendimiento efectivo puede variar entre un 4,8% y un 8,7% para las soluciones enteras que bordean al factor de acoplamiento de valor 1.
- Si bien el modelo MFA fue ideado para realizar análisis sobre flotas homogéneas, es posible utilizar su concepto del factor de acoplamiento cuando la productividad de una flota heterogénea es conocida. Para el cálculo de la productividad de una flota heterogénea es posible utilizar la versión sin prioridades del modelo analítico. El rendimiento obtenido a través del modelo ANA, versión NPRI, más las pérdidas de rendimiento por conceptos de espera que se obtienen a través de la función objetivo de este mismo, equivalen a la productividad teórica de la flota heterogénea.

- En la Figura 5. se observa la comparación entre los modelos MFA y ANA para una flota heterogénea compuesta de camiones de clase 1 y clase 2, para un total de 15 camiones en el ciclo. Para la flota compuesta por 5 camiones de clase 1 y 10 camiones de clase 2 el factor de acoplamiento toma un valor cercano a uno, luego la sobre estimación del rendimiento es de un 11%.
- En una muestra de 100 flotas heterogéneas con distinto tamaño, la sobrestimación promedio del modelo MFA por sobre el ANA es de un 11,6% con un intervalo de confianza en valor absoluto de 3,6%. Por lo tanto, es posible comprobar que el modelo MFA sobrestima el rendimiento efectivo de la flota. Luego, la flota estimada a través del modelo MFA será menor a la requerida para obtener el nivel de productividad del sistema deseado.



- Figura 5. Comparación de Rendimientos y Pérdidas Modelo ANA vs MFA. Flota Heterogénea (15 Camiones)
- En relación a las políticas o estrategias de atención de los camiones, se analiza la estrategia NPRI que implica una política de atención FCFS, y la estrategia WPRI

con una política de atención WPRI que da prioridad de atención a los camiones de clase 1 por sobre los camiones de clase 2. Ambas estrategias se analizan bajo el modelo ANA para flotas heterogéneas.

- En la Tabla 5. se observan las diferencias en los rendimientos obtenidas a través de cada una de las estrategias WPRI y NPRI bajo las condiciones del experimento E1. Para un tamaño muestral de 2.500 flotas heterogéneas de distinto tamaño, se observa que en todos los casos se obtienen mayores rendimientos bajo la estrategia con prioridades. La diferencia porcentual promedio es de 2,2% toneladas por hora que equivalen a 84 toneladas por hora con un intervalo de confianza de 1,78 toneladas hora al 95% de confiabilidad.

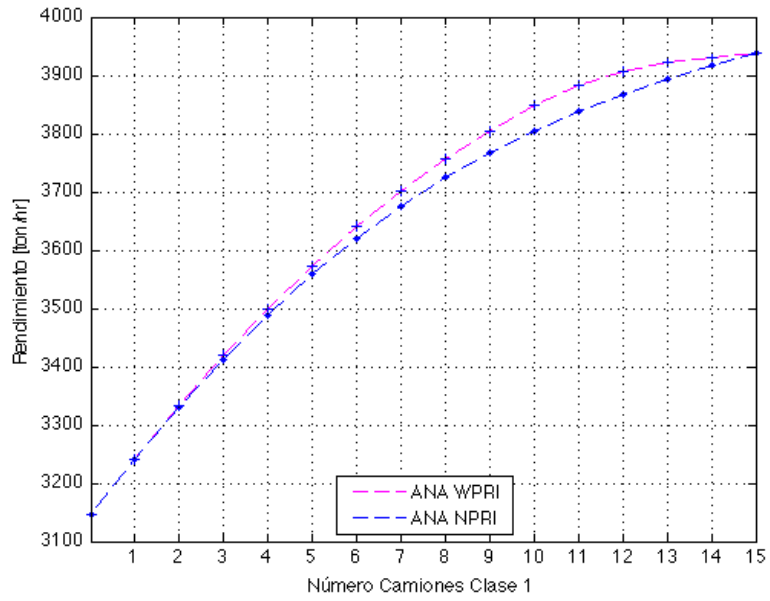
• Rendimiento Sistema (NPRI) [ton/hr]	• Diferencia Promedio (WPRI-NPRI) [ton/hr]	• Desviación Estándar [ton/hr]	• Tamaño Muestral	• Intervalo de Confianza al 95% [ton/hr]
• $0 < \Phi \leq 4.0$  00	• 84,0	• 45,5	• 2.500	• 1,78

- Tabla 5. Diferencias Promedios de Rendimientos ( $\Phi$ ) para Estrategias WPRI vs NPRI

- En el espacio muestral mencionado en el párrafo anterior, se identifican 99 tamaños de flotas diferentes. En cada uno de los 99 tamaños de flota diferentes, se observa un valor máximo de rendimiento para una determinada composición de la flota entre camiones de clase 1 y clase 2. El promedio de estas diferencias máximas se presentan en la Tabla 5., con un valor de 72,9 toneladas por hora para un configuración promedio de la flota de 45,1% de camiones de clase 1. Adicionalmente, en su mayoría las diferencias más significativas se obtienen para demandas promedios de transporte entre las 3.600 y 3.900 toneladas por hora.
- Para ejemplificar lo expuesto en el párrafo anterior, en la Figura 5. se muestra la diferencia entre ambas estrategias para una flota fija de 15 camiones, al hacer variar el número de camiones de cada clase. La mayor diferencia en rendimiento es de 46,1 toneladas por hora y, se observa cuando la demanda del sistema es de 3.880 toneladas por hora cuando la configuración de la flota está compuesta por un 73,3% de camiones de clase 1. Las diferencias en rendimiento disminuyen en ambos extremos a medida que la composición de la flota tiende a homogenizarse.
- 

•	• Rendimiento NPRI	• Rendimiento WPRI	• Diferencia (WPRI-NPRI)
• Promedio [ton/hr]	• 3.596,6	• 3.669,5	• 72,9
• Intervalo Confianza (95%)	• 143,2	• 148,7	• 12,3

- Tabla 5. Diferencias Promedios Máximas Modelo ANA Estrategias WPRI vs NPRI



• Figura 5. Comparación de Rendimientos Modelo ANA Estrategia WPRI vs NPRI.  
Flota Heterogénea (15 Camiones)

• Por su parte, en la Tabla 5. se observan las soluciones óptimas según el rendimiento (demanda) requerido por el sistema para el experimento E1.

• Intervalo Rendimiento [ton/hr]	• T a m a ñ o I n t e r v a l o [t o n	• Comp osición Flota	• Pol ítica Ate nción	• Fl	• Fl	• T o n . P e r d i d a s p o r e
----------------------------------	---	----------------------------	--------------------------------	------	------	--

	]					S p e r a s
• 0 - 3.172	• 3. 1 7 2	• Heterogénea	• Prioridades	• 8	• 2	• 8 2
• 3.172 - 3.288	• 1 1 6	• Heterogénea	• Prioridades	• 9	• 1	• 9 0
• 3.288 - 3.402	• 1 1 4	• Homogénea	• -	• 10	• 0	• 1 0 2
• 3.402 - 3.560	• 1 5 8	• Heterogénea	• Prioridades	• 10	• 1	• 1 6 9
• 3.560 - 3.652	• 9 2	• Homogénea	• -	• 11	• 0	• 2 0 2
• 3.652 - 3.682	• 3 0	• Heterogénea	• Prioridades	• 10	• 2	• 2 7 3
• 3.682 - 3.754	• 7 2	• Heterogénea	• Prioridades	• 11	• 1	• 3 2 6
• 3.754 - 3.807	• 5 3	• Homogénea	• -	• 12	• 0	• 3 9 7
• 3.807 - 3.818	• 1 1	• Heterogénea	• Prioridades	• 11	• 2	• 4 8 7
• 3.818 - 3.858	• 3 9	• Heterogénea	• Prioridades	• 12	• 1	• 5 7 3
• 3.858 - 3.882	• 2 4	• Homogénea	• -	• 13	• 0	• 6 7 3
• 3.882 - 3.906	• 2 4	• Heterogénea	• Prioridades	• 13	• 1	• 8 7

		a	da des			5
• 3.906 - 3.918	• 1 2	• Homo génea	• -	• 14	• 0	• 9 8 7
• 3.918 - 4000	• 8 2	• Heter ogénea	• Pri ori da des	• 13	• 2	• 1. 0 8 4

• Tabla 5. Soluciones Óptimas según Rendimiento Experimento 1

• Con el fin de hacer un análisis comparativo entre los diferentes modelos y estrategias de operación, en la Tabla 5. se presentan los resultados obtenidos para una demanda del sistema de 3.200 toneladas hora. Este rendimiento equivale a un 80% de utilización de la productividad máxima de la pala.

- 
- 

	• Flota Homogénea		• Flota Heterogénea		
	• M F A	• A N A	• M F A	• A N A - N P R I	• A N A - W P R I
• # Camiones Clase 1	• 1 0	• 1 0	• 4	• 9	• 9
• # Camiones Clase 2	• 0	• 0	• 8	• 1	• 1
• Tamaño Flota Camiones	• 1 0	• 1 0	• 1 2	• 1 0	• 1 0
• Largo Cola Camiones Clase 1	• -	• 0 2 9	• -	• 0 2 4	• 0 1 9



• Largo Cola Camiones Clase 2	• -	• 0	• -	• 0 , 0 3	• 0 , 1 1
• Rendimientos a Máxima Capacidad [ton/hr]	• 3 . 5 0 3	• 3 . 4 0 2	• 3 . 2 0 6	• 3 . 2 8 7	• 3 . 2 8 8
• Rendimientos Efectivos [ton/hr]	• 3 . 4 0 2	• 3 . 4 0 2	• 3 . 0 7 8	• 3 . 2 8 7	• 3 . 2 8 8
• Valor Función Objetivo [ton/hr] (Costo Oportunidad)	• 1 0 2 , 1	• 1 0 2 , 1	• 1 2 8 , 4	• 9 2	• 9 0
• Costo Oportunidad / Rendimiento Efectivo [ton/hr]	• 0 , 0 3 0	• 0 , 0 3 0	• 0 , 0 4 2	• 0 , 0 2 8	• 0 , 0 2 7

• Tabla 5. Comparación Modelos MFA y ANA para Utilización Pala 80%

- La solución de mínimo costo (toneladas perdidas por conceptos de espera, por cada tonelada efectiva transportada), se obtiene con una flota heterogénea compuesta por 9 camiones de clase 1 y 1 camión de clase 2. Este resultado, se obtiene con el modelo analítico, bajo una estrategia de operación de prioridades para los camiones de clase 1. La solución en términos de tamaño y configuración de la flota de camiones coincide con la solución del modelo analítico sin prioridades de atención, sin embargo en términos de rendimiento se obtiene una

diferencia de un 0,03% más de toneladas hora transportadas y, en términos de pérdida de rendimientos por tonelada transportada una disminución de un 1,6%.

- Se observa que la solución de mínimo costo para cuando la es flota homogénea, es un 8,3% más costosa que la solución de mínimo costo obtenida para una flota heterogénea.
- Por otra parte, la sobrestimación de los rendimientos del modelo MFA es del orden del 3% cuando la flota es homogénea y del 4,2% para una flota heterogénea.
- Finalmente, en la Tabla 5. se presenta un ejemplo análogo al anterior pero con una demanda del sistema de 3.920 toneladas horas, equivalentes a un 98% de utilización de la productividad de la pala.
- Primero que todo, las soluciones obtenidas por el modelo MFA deben ser descartadas porque sus rendimientos efectivos no cumplen con la demanda mínima requerida por el sistema. El error de los rendimientos teóricos versus los rendimientos efectivos para el modelo MFA es de un 10,4% cuando la flota es homogénea, mientras que de un 7,7% cuando la flota es heterogénea.
- La solución de mínimo costo y, al igual que en el ejemplo anterior, corresponde a la del modelo analítico, bajo una estrategia de atención de prioridades. El tamaño de la flota es de 15 camiones, compuesta por 13 camiones de clase 1 y 2 camiones de clase 2. El rendimiento efectivo es de 3.922 toneladas hora, con una pérdida por conceptos de demora de 1.084 toneladas. Las toneladas pérdidas por cada tonelada transportada es de 0,27 toneladas.

	• Flota Homogénea		• Flota Heterogénea		
•	• M	• A	• M	• A	• A
	F	N	F	N	N

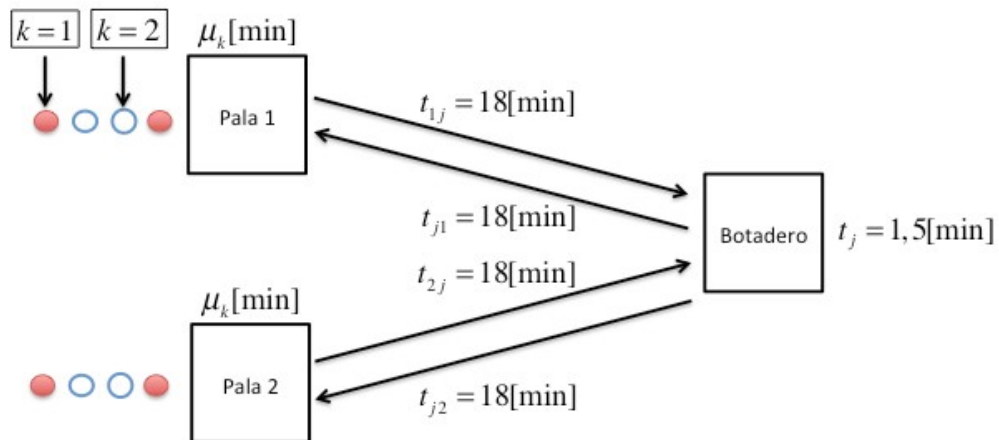
	A	A	A	A - N P R I	A - W P R I
• # Camiones Clase 1	• 1 2	• 1 5	• 1 0	• 1 5	• 1 3
• # Camiones Clase 2	• 0	• 0	• 2	• 1	• 2
• Tamaño Flota Camiones	• 1 2	• 1 5	• 1 2	• 1 6	• 1 5
• Largo Cola Camiones Clase 1	• -	• 3 ' 7 6	• -	• 4 ' 2 3	• 1 ' 9 3
• Largo Cola Camiones Clase 2	• -	• 0	• -	• 0 ' 2 9	• 1 ' 8 1
• Rendimientos a Máxima Capacidad [ton/hr]	• 4 . 2 0 4	• 3 . 9 3 8	• 3 . 9 5 4	• 3 . 9 3 3	• 3 . 9 2 2
• Rendimientos Efectivos [ton/hr]	• 3 . 8 0 7	• 3 . 9 3 8	• 3 . 6 7 0	• 3 . 9 3 3	• 3 . 9 2 2
• Valor Función Objetivo [ton/hr] (Costo Oportunidad)	• 3 9 7	• 1 . 3 1 8	• 2 8 4	• 1 . 5 4 9	• 1 . 0 8 4
• Costo Oportunidad / Rendimiento Efectivo [ton/hr]	• 0 ' 1 0	• 0 ' 3 3	• 0 ' 0 7	• 0 ' 3 9	• 0 ' 2 7

	4	5	7	4	6
--	---	---	---	---	---

- Tabla 5. Comparación Modelos MFA y ANA para Utilización Pala 98%
- La solución que precede a la de mínimo costo es un 21% más costosa, con un tamaño de flota de 15 camiones de clase 1 (flota homogénea).
- Finalmente, existe una diferencia en costos de un 42,4% al comparar ambas estrategias de prioridades de atención aplicadas sobre el modelo analítico.

## 5.2 Segundo Experimento de Prueba (E2)

- El experimento E2 consiste en dos ciclos equivalentes al del experimento E1, sin embargo presentan un destino común y una flota de camiones común (ver Figura 5.14).



- Figura 5. Esquema Segundo Escenario (E2)
- El objetivo del experimento E2 es analizar las diferentes soluciones del problema de dimensionamiento de una flota de camiones cuando se resuelve para dos ciclos de forma independiente, y para dos ciclos de forma simultánea. Para este análisis se resolverá el problema de dimensionamiento con el modelo analítico bajo ambas estrategias de prioridades. Se descarta el modelo MFA dado que su estructura permite sólo permite la resolución de un ciclo a la vez.

### 5.2.1 Modelo ANA Estrategia NPRI y WPRI en E2

- De igual forma que el experimento E1, el espacio de soluciones factibles de interés es reducido, por lo cual es posible resolver el problema a través de un método de búsqueda exhaustiva. Para ello el espacio factible de soluciones para el

experimento E2 se define como  $\aleph_1 \in 0 \dots 50$  y  $\aleph_2 \in 0 \dots 50$  con un total de 2.601

soluciones factibles.

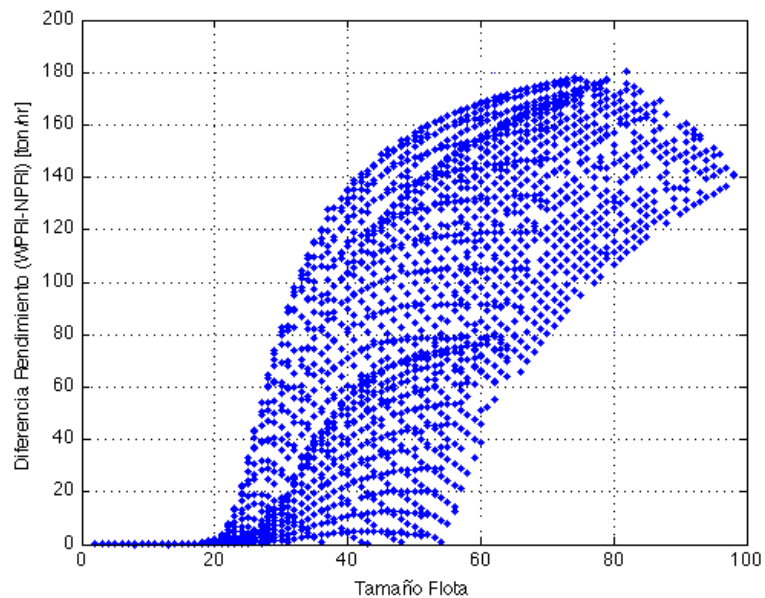
•

- Figura 5. Frontera de Pareto ANA NPRI E2

- En la Figura 5. se muestra el conjunto de soluciones factibles y su respectiva curva de Pareto, entre el valor de la función objetivo y el rendimiento del sistema, cuando la estrategia de operación es sin prioridades. De igual manera, en la Figura 5. se muestra la curva de Pareto y el espacio de soluciones factibles para la estrategia con prioridades.

- En la Figura 5. se observa que la diferencia de los rendimientos entre ambas estrategias WPRI y NPRI es positiva para todo el conjunto de soluciones, obteniéndose las mayores diferencias a medida que aumenta el tamaño de la flota total del sistema (mayor congestión).

• Figura 5. Frontera de Pareto ANA WPRI E2



- Figura 5. Diferencia de Rendimientos ANA para Estrategias WPRI y NPRI en E2
- Cuando el problema se resuelve para dos ciclos simultáneamente, el modelo analítico asigna la flota de tal manera de minimizar los tiempos de espera del sistema. Luego, es posible calcular el porcentaje de la flota asignada a cada uno de los ciclos para cada clase de camión.
- Dado que en el experimento E2 ambos ciclos son simétricos, se espera que el modelo analítico bajo una estrategia sin prioridades asigne el tamaño de flota para

cada clase en un 50% respectivamente para cada ciclo. En la Tabla 5. se observa que el porcentaje de asignación de los camiones de clase 1 para el ciclo 1 es de un 49% con un intervalo de confianza un 1% al 95% de confiabilidad y, para los camiones de clase 2 un porcentaje de un 50% con un intervalo de confianza de un 2% al 95% de confiabilidad.

	• Clase 1	• Clase 2
• Porcentaje Promedio	• 49%	• 50%
• Desviación Estándar	• 32%	• 45%
• Intervalo Confianza al 95%	• 1%	• 2%

- Tabla 5. Porcentaje de Asignación de Flota según Clase por Ciclo. Modelo ANA. Estrategia NPRI y WPRI.

**5.2.2 Análisis de resultados E2**

- Primero que todo, se calculan los resultados del modelo cuando el problema de dimensionamiento es resuelto en forma simultánea para ambos ciclos para diferentes intervalos de rendimientos demandados por el sistema (ver Tabla 5.).
- Luego, se toman los resultados del modelo analítico para el experimento E1, que equivalen a un ciclo del experimento E2, para la resolución de dos ciclos en forma independiente para los mismos intervalos de rendimientos demandados por el sistema (ver Tabla 5.)

• Demanda [ton/hr]	• Análisis Simultáneo				
	• Rendimien	• Flot	• Flot	• Tam	• Tonne

	to	a Cl as e 1	a Cl as e 2	año Fl ot a	la da s Pe rdi da s
• 6.000	• 6.074	• 17	• 1	• 18	• 10 9, 0
• 6.300	• 6.390	• 18	• 1	• 19	• 14 3, 7
• 6.600	• 6.691	• 19	• 1	• 20	• 19 2, 9
• 6.900	• 6.970	• 20	• 1	• 21	• 26 4, 7
• 7.200	• 7.215	• 21	• 1	• 22	• 37 0, 1
• 7.500	• 7.507	• 22	• 2	• 24	• 65 3, 1
• 7.800	• 7.805	• 27	• 0	• 27	• 1. 67 8, 2

- Tabla 5. Soluciones Óptimas según Rendimiento. Análisis Simultáneo. Experimento E2.

- 

• Demanda	• Análisis Independiente
-----------	--------------------------



[ton/hr]	• Rendimiento	• Flotación Clase 1	• Flotación Clase 2	• Tamaño Flotación	• Toneladas Perdidas
• 6.000	• 6.344	• 16	• 4	• 20	• 163,8
• 6.300	• 6.344	• 16	• 4	• 20	• 163,8
• 6.600	• 7.121	• 20	• 2	• 22	• 337,5
• 6.900	• 7.121	• 20	• 2	• 22	• 337,5
• 7.200	• 7.364	• 20	• 4	• 24	• 545,4
• 7.500	• 7.508	• 22	• 2	• 24	• 651,4
• 7.800	• 7.812	• 26	• 2	• 28	• 1.749,1

- Tabla 5. Soluciones Óptimas según Rendimiento. Análisis Independiente. Experimento E2.

- Al comparar los resultados de ambos enfoques de resolución del problema, el análisis simultáneo genera en promedio un 19,6% de ahorros en toneladas perdidas por cada tonelada transportada. Adicionalmente, en términos de tamaño de flota equivalentes las diferencias nos son significativas entre un enfoque y otro.
- Finalmente, se analizan dos escenarios del experimento E2 resueltos por ambos enfoques y, estrategias de atención.
- Para el primer caso, se considera una utilización de ambas palas a un 80% de su productividad. Esto implica una demanda mínima del sistema de 6.400 toneladas por hora, es decir un máximo de productividad de cada pala de 3.200 toneladas por hora. En la Tabla 5. se observa que la solución de mínimo costos es aquella que se obtiene a través de la resolución por el enfoque simultáneo de los ciclos (flota común), sin embargo respecto a las estrategias de atención, no existen diferencias dado que para ambos casos la flota es homogénea y corresponde a 19 camiones de clase 1. En términos de toneladas pérdidas por rendimiento efectivo, esta solución muestra una diferencia de un 41,1% por sobre la solución más económica que la precede.

	• Flotas Independientes		• Flota Común	
	• N P R I	• W P R I	• N P R I	• W P R I
• # Camiones de Clase 1	• 1 8	• 1 8	• 1 9	• 1 9
• # Camiones de Clase 2	• 2	• 2	• 0	• 0
• Tamaño Flota de Camiones	• 2 0	• 2 0	• 1 9	• 1 9
• Rendimientos Efectivos [ton/hr]	• 6 5 7 4	• 6 5 7 6	• 6 5 0 7	• 6 5 0 7
• Valor Función Objetivo	• 1	• 1	• 1	• 1

[ton/hr] (Costo Oportunidad)	8 4	8 0	4 9	5 2
• Costo Oportunidad / Rendimiento Efectivo [ton/hr]	• 0 , 0 5 6	• 0 , 0 5 6	• 0 , 0 2 3	• 0 , 0 2 3

- Tabla 5. Comparación Método Independiente vs Modelo Simultáneo. Estrategias NPRI y WPRI para Utilización Pala 80%
- Para el segundo caso, se requiere una demanda mínima de 7.840 toneladas por hora en el sistema, que equivalen a un 98% de utilización de ambas palas.
- En la Tabla 5. se observa que a través de la utilización de una flota común y, bajo una estrategia de prioridades, se obtiene la flota que produce el mínimo costo en término de tiempos de espera. El costo de la flota compuesta por 28 camiones de clase 1 y 1 camión de clase 2, genera una diferencia de un 71,2% por sobre la mejor solución obtenida a través del método de resolución a través de ciclos independientes. La proporción del total de 29 camiones es un 50% de los camiones de clase 1 sobre cada uno de los ciclos, y el 100% de la flota de camiones de clase 2 sobre un ciclo determinado.

	• Flotas Independientes		• Flota Común	
	• N P R I	• W P R I	• N P R I	• W P R I
• # Clase 1	• 3 0	• 2 6	• 2 9	• 2 8
• # Clase 2	• 2	• 4	• 0	• 1
• Tamaño Flota	• 3 2	• 3 0	• 2 9	• 2 9
• Rendimiento Efectivo [ton/hr]	• 7 8	• 7 8	• 7 8	• 7 8

	6 6	4 4	5 8	4 8
• Toneladas Pérdidas Por Demoras [ton/hr]	• 3 . 0 9 8	• 2 . 1 6 8	• 2 . 3 0 2	• 2 . 2 0 4
• Toneladas Pérdidas / Rendimiento Efectivo [ton/hr]	• 0 , 3 9 3	• 0 , 5 5 2	• 0 , 2 9 3	• 0 , 2 8 0

- Tabla 5. Comparación Método Independiente vs Modelo Simultáneo. Estrategias NPRI y WPRI para Utilización Pala 98%

## 6 CONCLUSIONES Y EXTENSIONES

- En esta tesis se propone un modelo analítico que permite dimensionar la flota de transporte para el proceso de carguío y transporte en minería a cielo abierto. Este modelo mejora el estado de la práctica, donde se utiliza comúnmente el método del factor de acoplamiento (MFA) o en inglés *Match Factor*.
- En relación al modelo MFA, se obtienen diversas conclusiones. La principal de éstas es la sobrestimación de los rendimientos calculados para una determinada flota homogénea de camiones. Estos rendimientos equivalen a la capacidad máxima teórica de la flota de transporte. Por otra parte, las aleatoriedades propias de los procesos de carguío y transporte son excluidas de la modelación, por lo cual, los efectos de la congestión entre camiones no es considerada. Adicionalmente, con modelo MFA no es posible estimar tamaños de flotas heterogéneas de forma directa, ni tampoco el análisis de diferentes políticas de atención en el punto de carga. Por último, la resolución del problema de dimensionamiento de la flota es independiente entre cada ciclo pala – camión.
- Por otra parte, entre las principales características del modelo analítico propuesto en esta investigación se encuentra la flexibilidad del modelo para escoger entre diferentes tipos de configuraciones de camiones (homogénea o heterogénea) al momento de dimensionar el tamaño de la flota. Adicionalmente, permite escoger entre dos políticas de atención de camiones en el punto de carga. La primera de ellas FCFS (*first come – first served*) y la segunda, con prioridades de atención sin interrupciones (*nonpreemptive priority*) para un determinado tipo de camión cuando la flota es heterogénea.
- En general, el modelo analítico desarrollado en esta investigación permite la estimación del tamaño de flota requerido para cumplir una determinada demanda al mínimo costo en términos de tiempos perdidos por esperas en cola. Los rendimientos calculados por el modelo analítico, se consideran como

rendimientos efectivos, en términos de que las aleatoriedades asociadas a las tasas de llegadas de los camiones y las aleatoriedades del proceso de carga son incluidas en la modelación (congestión en el punto de carga). Otras fuentes de aleatoriedad no se excluyen de la modelación.

- En relación a la composición de la flota de camiones, no es posible afirmar que una flota homogénea de camiones es superior a una flota heterogénea en términos de costos y rendimientos, según la definición de éstos últimos en esta investigación. De igual forma, no es posible afirmar lo contrario. Luego, la composición óptima de la flota depende de los tipos de camiones disponibles y de los diversos factores que componen el ciclo de carguío y transporte.
- Para una determinada flota homogénea, al momento de comparar los rendimientos obtenidos a través del modelo analítico y el modelo MFA, se observan diferencias que pueden diferir entre un 4,8% y un 8,7% en el valor de las toneladas por hora transportadas estimadas. Es evidente, que los menores rendimientos se obtienen con el modelo analítico producto de los efectos de la congestión.
- Para el caso de flotas heterogéneas, para una muestra de 100 tamaños de flotas diferentes, se observa que la inclusión de aleatoriedad en la tasa de llegada, como en el proceso de carga, reduce la capacidad teórica de la flota en un promedio de un 11,6% con un intervalo de confianza del 3,6% con un 95% de confiabilidad.
- En relación a las prioridades de atención, el modelo analítico permite concluir que la utilización de prioridades de atención genera beneficios positivos cuando la flota es heterogénea. En particular, cuando la flota se compone por camiones de 150 toneladas y 240 toneladas de capacidad y, una demanda máxima del sistema de 4.000 toneladas por hora, al utilizar una política de prioridad se obtienen beneficios en el rendimiento en torno a un 2% a 3% en promedio, cuando la flota está compuesta por un 40% de camiones de la clase prioritaria (camiones de 240 toneladas).

- En los dos escenarios que se plantean para el primer experimento de un ciclo de carguío y transporte, con utilizaciones de palas de un 80% y 98% respectivamente, se obtienen beneficios en términos de rendimientos y costos al momento de utilizar una política de prioridades. Adicionalmente, se obtiene que la flota heterogénea genera costos inferiores en un 8,3% y 10,4% respectivamente, en comparación a la solución homogénea de mínimo costo que satisface la demanda requerida por la pala.
- Finalmente, al resolver el problema de dimensionamiento a través de un enfoque de sistema, es decir para todos los ciclos de forma simultánea, se pueden generar beneficios de un 19,6% en promedio en términos de tiempos perdidos por espera, en comparación al enfoque de resolución del problema a través de ciclos independientes. Adicionalmente, en términos de tamaño de flota, no existe diferencias significativas entre ambos enfoques.
- Como extensiones a esta investigación se propone la inclusión de diversos factores relacionados a cada tipo de camión que compone la flota: costos de inversión, velocidades de operación, entre otros. Por otra parte, la inclusión de la restricción de presupuesto en el modelo del dimensionamiento de la flota, como también parámetros de costos variables. Finalmente, se propone la inclusión de factores asociados a las tasas de falla, que pueden tener un impacto en el tamaño de la flota al momento de la planificación.

## 7 REFERENCIAS

- Alarie, S. y Gamache, M. (2010). Overview of Solution Strategies Used in Truck Dispatching Systems for Open Pit Mines. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 16, pp. 59-76.
- Bagchi, U. y Sullivan, S. (1985). Dynamic, Non-Preemptive Priority Queues with General, Linearly Increasing Priority Function. *Operation Research*, Vol. 33, No 6., pp. 1278-1298.
- Burt, C., y Caccetta, L. (2008). Match Factor For Heterogeneous Truck and Loader Fleets. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 1, pp. 84-85.
- Burt, C., Caccetta, L., Hill, S., Welgama, P., Zerger, A. and Argent, R. M. (2005). Models for mining equipment selection. *International Congress Modeling Simulation. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand*, pp. 1730-1736.
- Bitarafan, M.R., y Ataei, M. (2004). Mining method selection by multiple criteria decision making tools. *The Journal of The South African Institute of Mining and Metallurgy*.
- Carmichael, D.G. (1987). Engineering Queues in Construction and Mining. *John Wiley and Sons Inc., New York, NY*.
- Celebi, N. (1998). An equipment selection and cost analysis system for open pit coal mines. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, Vol. 12, pp. 181-187.



- Chakroborty, P., Deb, K. y Kumar, R. (2001). Optimal Fleet Size Distribution and Scheduling of Transit Systems Using Genetic Algorithms. *Transportation Planning and Technology*, Vol. 24, pp. 209-225.
- Daud, S.H., Pariseau, W.G., 1975. Optimal assignment of trucks to shovels in open-pit mines. *13th APCOM Proceedings, Clausthal*.
- Du, Y. y Hall, R. (1997). Fleet Sizing and Empty Equipment Redistribution for Center-terminal Transportation Networks. *Management Science*, 43(2), pp. 145-157.
- Ercelebi, S. y Bascetin, A. (2009). Optimization of Shovel-Truck System for Surface Mining. *The Journal of The Southern African Institute of Mining and Metallurgy*, Vol. 109, pp. 433-439.
- Elbrond J. and Soumis F. (1987). Towards integrated production planning and truck dispatching in open pit mines, *International Journal of Surface Mining*, pp. 1-6.
- Faulkner, J.A. (1968). The Use of Closed Queues in the Deployment of Coal-Face Machinery, *Operations Research*, 19(1), pp. 15-23.
- Forsman, B., Rönnkvist, E. Y Vagenas, N. (1993). Truck dispatch computer simulation in Aitik Open Pit Mine. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 7, pp. 117-120.
- Gove, D. and Morgan, W. (1994). Optimizing truck-loader matching. *Mining Engineering*, 46(10), pp.1179-1185.
- Guzman, R. (2009). IMM 2012 Minería a Cielo Abierto. *Pontificia Universidad Católica de Chile*.

- Gong, Q. y Batta, R. (2006) A Queue Length Cut Off Model For a Preemptive Two-Priority M/M/1 System. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 67, No 1, pp. 99-115.
- Huang, Y. y Kumar, U. (1994). Optimising the Number of Load-Haul-Dump Machines in a Swedish Mine by using Queueing Theory: A Case Study. *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment*, 8, pp. 171-174.
- Jaoua, A., Riopel, D. y Gamache, M. (2009). A framework for realistic microscopic modelling of surface mining transportation systems. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, Vol. 23, No 1, pp. 51-75.
- Jara-Diaz, S. Transport Economic Theory (2007). *Elsevier Ltd.*, First Edition.
- Kappas, G. y Yegulalp, T.M. (1991). An Application of Closed Queueing Networks Theory in Truck-Shovel Systems. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment*, 1748-0949, 5(1), pp. 45-51.
- Knessl, C., Il Choi, D. y Tier, C. (2002). A Dynamic Priority Queue Model for Simultaneous Service of Two Traffic Types. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, Vol. 63, No 2, pp. 398-422
- Kim, Y. (2003) Hybrid Approaches To Solve Dynamic Fleet Management Problems. Ph D dissertation, The University of Texas at Austin.
- Koenigsberg, E. (1958). Cyclic Queues. *Operations Research*, 9(1), pp. 22-35.
- Koenigsberg, E. (1960). Finite queues and cyclic queues. *Operation Research*, 8(2), pp. 246-253.

- Koenigsberg, E. (1982). Twenty Five Years of Cyclic Queues and Closed Queue Networks: A Review. *Journal of the Operational Research Society*, 33(7), pp. 605-619.
- Larson, R. y Odoni, A. (1983). *Urban Operation Research*. Prentice-Hall.
- Lizotte Y., Bonates E. and Leclerc A. (1989). Analysis of truck dispatching with dynamic heuristic procedures, Off- Highway Haulage in Surface Mines, *Golosinski & Srajer (eds)*, Balkema, Rotterdam, pp. 47-55.
- Manual de perforación y voladura de rocas. Instituto Tecnológico Geominero de España. 2a ed. Madrid, Instituto Geológico y Geominero de España (1994).
- Moretti, M., Jefferson, T. y Ricardo, L. (2008). Concurrent Simulation and Optimization Models for Mining Planning. *Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference*.
- Newman, A.M., Rubio, E., Caro, R., Weintraub, A., Eurek, K. (2010). A review of operations research in mine planning. *Interfaces*, 40(3), pp. 222-245.
- Pardo, M. y De la Fuente, D. (2007). Optimizing a priority-discipline queueing model using fuzzy set theory. *Computers and Mathematics with Applications*, Vol. 54, pp. 267-281.
- Pascual, R., Martínez, A. y Giesen, R. (2012). Joint optimization of fleet size and maintenance capacity in a fork-join cyclical transportation system. *Journal of the Operational Research Society*. Advance online publication, 3 October 2012 doi:10.1057/jors.2012.103
- *Surface Mining*, ed. by Bruce A. Kennedy. 2nd ed. Littleton, Colo. Society for Mining Metallurgy and Exploration (1990).

- Ta, C.H., Kresta, J.V., Forbes, J.F., Marquez, H.J. (2005). A stochastic optimization approach to mine truck allocation. *International Journal of Mining, Reclamation and Environment* 19(3), pp. 162-175.
- Temeng V. A., Francis O. O. and Frenthewey, Jr., J. O. (1997). Real-time truck dispatching using a transportation algorithm, *International Journal of Surface Mining, Reclamation and Environment* 11, pp. 203-207.
- Worthington, D. (2009). Reflections on Queue Modelling from the last 50 years. *Journal of the Operational Research Society*, 60, S83-S92.
- Xi Y. and Yegulalp T. M. (1994). Optimum dispatching algorithm for Anshan open-pit mine. *APCOM Proceedings*, Vol. 24, pp. 426-433, 1994.
-